

Estudio del Comportamiento Fluido-Dinámico en una Tobera Convergente-Divergente Mediante
la Optimización de Forma utilizando Algoritmos de Estrategias Evolutivas

Jhan Jaider Bahamón Blanco

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Mecánico

Director

Manuel del Jesús Martínez

PhD en Mecánica Computacional

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Físico-Mecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2022

Dedicatoria

A Dios, por siempre mi gratitud.

A mi familia, especialmente a mis padres (Hermes & Miriam) por todo el esfuerzo y los sacrificios que hicieron y por los cuales he llegado a este punto donde estoy hoy.

A mis amigos, por todo el apoyo y el ánimo que me brindaron para sacar adelante este proyecto.

Agradecimientos

Primeramente, agradezco a Dios por iluminarme; porque cuando no sabía cómo continuar, Él siempre me guiaba para encontrar una solución a los problemas. Durante todo el proceso me dio fuerzas para seguir y su apoyo fue incondicional.

También, a mi director de proyecto, el profesor Manuel, por sus consejos y su ayuda para poder culminar esta etapa de mi vida. Siempre tenía buena disposición para atenderme y me alentaba a dar mi mejor esfuerzo. Él creía en mí, aunque yo no lo hacía.

A la secretaria de mi escuela María Rene, por ayudarme a agilizar todo el proceso de grado y facilitarme el acceso a material que necesitaba.

Por último, pero no menos importante a mi familia y amigos por siempre estar motivándome a seguir y por todo el apoyo que me dieron.

Tabla de Contenido

	Pág.
1. Objetivos	20
1.1 Objetivo general.....	20
1.2 Objetivos específicos	20
2. Estado del Arte	22
3. Metodología de Diseño	23
3.1 Preámbulo de los Parámetros de Diseño.....	23
3.2 Trazado del Perfil Geométrico para la Sección Convergente	31
3.2.1 Modelo de Tobera Según el Método Propuesto por Vitoshinsky	31
3.2.2 Modelo de Tobera Según los Métodos Propuestos por Bell & Metha	33
3.2.2.1 Ecuación Polinómica de 3rd Orden.	33
3.2.2.2 Ecuación Polinómica de 5th Orden.....	34
3.2.2.3 Ecuación Polinómica de 7th Orden.....	35
3.2.2.4 Ecuación Cúbica Perfecta.	36
3.2.3 Modelo de Tobera Según el Método Propuesto por Sivells	37
3.2.4 Redimensionamiento de la Longitud de la Zona Convergente	40
3.2.5 Propiedades Termodinámicas del Campo de Flujo en la Zona de Convergencia.....	49
3.3 Trazado del Perfil Geométrico para la Sección Divergente.....	53
3.3.1 Modelo de Tobera Según el Método Parabólico.....	53
3.3.2 Modelo de Tobera Según el Método propuesto por Vitoshinsky	56
3.3.3 Modelo de Tobera Según el Método de Doble Parábola	62
3.4 Propiedades Termodinámicas del Campo de Flujo en la Zona de Divergencia	65

3.5 Selección del Perfil Geométrico de la Pared de una Tobera.....	67
3.6 Tablas de las Propiedades Termodinámicas de los Distintos Métodos de Diseño	69
4. Proceso de Optimización Usando Algoritmos Evolutivos.....	78
5. Simulación del Diseño de Tobera Usando Técnicas CFD en Ansys.	83
5.1 Crear la geometría del modelo, el dominio y las condiciones de frontera.....	84
5.2 Creación de la malla.....	85
5.3 Configuración del Solver	88
5.4 Comparación y Análisis de los Resultados de la Simulación en Ansys Fluent	90
6. Conclusiones	95
7. Recomendaciones.....	98
Referencias Bibliográficas	99
Apéndices	102

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. Especificaciones técnicas de algunos tipos de motores para cohetes con uso de bipropelente líquido.	24
Tabla 2. Rendimiento teórico del cohete asumiendo el equilibrio.....	26
Tabla 3. Resultados de la resolución del sistema de ecuaciones 3x3 utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt para aplicar el concepto de Sauer sobre las líneas sónicas.	45
Tabla 4. Análisis estadístico de los resultados de datos en Matlab	68
Tabla 5. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Vitoshinsky para la sección convergente.	69
Tabla 6. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 3th orden para la sección convergente.	70
Tabla 7. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 5th orden para la sección convergente.	71
Tabla 8. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 7th orden para la sección convergente.	72
Tabla 9. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio cúbico perfecto para la sección convergente.	73
Tabla 10. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Sivells para la sección convergente.....	74
Tabla 11. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método parabólico para la sección divergente.	75

Tabla 12. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de doble parábola para la sección divergente.	76
Tabla 13. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Vitoshinsky para la sección divergente.	77
Tabla 14. Espectro métrico para el mallado.	87
Tabla 15. Constantes del modelo de turbulencia SST k- ω , estos parámetros son los pre programados por el solver.	89

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Resumen de la investigación del marco teórico del proyecto de grado a través de mapas conceptuales de estilos araña y jerárquico (Östlund, 2002) & (Murnaghan, 2019)	22
Figura 2. Diseño aerodinámico del contorno de la pared desarrollado por Vitoshinsky.....	33
Figura 3. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 3th orden.	34
Figura 4. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 5th orden.	35
Figura 5. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 7th orden.	36
Figura 6. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de cúbico perfecto....	37
Figura 7. Esquema de construcción de una tobera convergente según el modelo de Sivells.	38
Figura 8. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de Sivells.	40
Figura 9. Esquema representativo del concepto de las líneas sónicas propuesto por Sauer, incluyendo algunos parámetros de diseño.	41
Figura 10. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método de Vitoshinsky.	46
Figura 11. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 3th orden.	46
Figura 12. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 5th orden.	47

Figura 13. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 7th orden.	47
Figura 14. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método cúbico perfecto.....	48
Figura 15. Esquema de representación gráfica de una tobera parabólica.	53
Figura 16. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método parabólico.	56
Figura 17. Relación del número de Mach de diseño (M_0) en función del Ma según la teoría...	57
Figura 18. Relación entre la longitud óptima de la sección en función del número de Mach según la teoría.....	58
Figura 19. Relación entre el ángulo de salida de la tobera en función del número de Mach según la teoría.....	59
Figura 20. Relación entre el ángulo de diseño μ_n en función del parámetro T	60
Figura 21. Relación entre los parámetros de diseño α & τ en función de la relación de expansión de áreas (ϵ)	61
Figura 22. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de Vitoshinsky.	62
Figura 23. Diagrama de representación gráfica del método parabólico doble	62
Figura 24. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de parábola doble...	64
Figura 25. Trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera C-D según varios métodos de diseño	65
Figura 26. Diseño final del contorno de la pared optimizado usando algoritmos genéticos para la sección convergente.....	80
Figura 27. Gráfica de muestreo del solucionador de Matlab durante el proceso de iteración para el contorno de pared convergente.	80

Figura 28. Diseño final del contorno de la pared optimizado usando algoritmos genéticos para la sección divergente.....	81
Figura 29. Gráfica de muestreo del solucionador de Matlab durante el proceso de iteración para el contorno de pared divergente.....	82
Figura 30. Descripción del dominio y límites del mismo.....	85
Figura 31. Dominio computacional del mallado.....	86
Figura 32. Detalle de la conexión entre el plano de salida de la tobera y el resto del dominio....	86
Figura 33. Mallado de la capa límite en el punto de estrangulamiento de la tobera.....	87
Figura 34. Espectro métrico de la calidad de la malla	88
Figura 35. Definición de las condiciones de frontera en el dominio	88
Figura 36. Especificaciones de los métodos de solución usados por el solver de Ansys.	90
Figura 37. Comportamiento del número de Mach para el contorno de la pared de la tobera seleccionado.....	90
Figura 38. Simulación del tránsito del flujo a través de la tobera C-D con el perfil geométrico previo a la optimización con algoritmos genéticos.....	91
Figura 39. Simulación del tránsito del flujo a través de la tobera C-D con el perfil geométrico optimizado usando algoritmos genéticos.....	91

Lista de Apéndices

pág.

Apéndice A. Resumen de la investigación del marco teórico del proyecto de grado a través de mapas conceptuales de estilos araña y jerárquico.....	102
Apéndice B. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de Vitoshinsky para la sección convergente.....	104
Apéndice C. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 3th orden para la sección convergente.	109
Apéndice D. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 5th orden para la sección convergente.	113
Apéndice E. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 7th orden para la sección convergente.	118
Apéndice F. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio cúbico perfecto para la sección convergente.	122
Apéndice G. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de Sivells para la sección convergente.....	128

Apéndice H. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método parabólico para la sección divergente.....	132
Apéndice I. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de doble parábola para la sección divergente.....	136
Apéndice J. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de Vitoshinsky para la sección divergente.....	139
Apéndice K. Diferencia entre el área transversal de la tobera previamente y posteriormente a la optimización con algoritmos genéticos, para cada sección a lo largo de la longitud. La variación fue calculada para cada tramo y el promedio aritmético muestra una aproximación del porcentaje de variación.	142

Glosario

Algoritmos genéticos: son una clase de algoritmos perteneciente a la computación evolutiva. Es un algoritmo de búsqueda basado en la mecánica de la selección natural. Estos algoritmos hacen evolucionar una población de individuos a través de acciones aleatorias semejantes a las que actúan según la teoría de la evolución biológica como mutaciones y recombinaciones genéticas

Ansys: es un software de ingeniería avanzado para la simulación del comportamiento de los productos manufacturados y procesos industriales. Las soluciones de Ansys abarcan desde la simulación del comportamiento de dinámica de fluidos, electromagnetismo, resistencia de materiales, etc.

Estrategias evolutivas: son un tipo de algoritmos evolutivos que se caracterizan principalmente por la selección de individuos para la recombinación, es imparcial y es un proceso determinista, se diferencian del resto de los algoritmos evolutivos principalmente por la forma del operador de mutación

Número de Mach: es una medida de velocidad relativa que se define como el cociente entre la velocidad de un objeto y la velocidad del sonido en el medio en que se mueve dicho objeto

Ondas de choque: se generan cuando se produce un cambio brusco de la presión del flujo en la sección divergente de la tobera

Optimización: es un método para determinar los valores de las variables que intervienen en un proceso o sistema para que el resultado sea el mejor posible

Región transónica: un flujo transónico se produce cuando en el campo de flujo de un fluido compresible coexisten velocidades subsónicas y supersónicas dependiendo del perfil aerodinámico

Supersónico: una velocidad es supersónica cuando es mayor que la velocidad del sonido

Subsónico: una velocidad es subsónica cuando es menor que la velocidad del sonido

Tobera: es un dispositivo que convierte la energía térmica y de presión (entalpía) de un fluido en energía cinética

Resumen

Título: Estudio del Comportamiento Fluido-Dinámico en una Tobera Convergente-Divergente Mediante la Optimización de Forma utilizando Algoritmos de Estrategias Evolutivas*

Autor: Jhan Jaider Bahamon Blanco **

Palabras Clave: toberas aeroespaciales, flujo supersónico, número de Mach, algoritmos genéticos, líneas sónicas, Ansys (técnicas de CFD), propiedades termodinámicas, método de diseño.

Descripción: El rendimiento y el empuje de un sistema de propulsión para cohetes se basa principalmente en el aprovechamiento de la entalpía (energía térmica y presión) de los propelentes (combustible) que se encuentran en la cámara de combustión. Esta energía acumulada es transformada en energía cinética por la expansión y aceleración de los gases producidos por la reacción química de combustión, usando un dispositivo denominado tobera. En este proyecto se hace el trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de una tobera C-D (Convergente-Divergente), a partir de las condiciones técnicas de funcionamiento de un motor para cohetes con clasificación de tipo J-2. El contorno de la pared es trazado usando diferentes métodos de diseño realizados por investigadores como: Vitoshinsky, Bell, Metha, Sivells & Rao.

Para cada sección de la tobera (convergente –divergente) se va a analizar el comportamiento de las propiedades fluido-termodinámicas del campo de flujo a lo largo de la trayectoria de la tobera aeroespacial. Esto es necesario porque en cada contorno de pared sugerido por los modelos previamente mencionados, el ángulo de inclinación de la curvatura es distinto (la concavidad o forma de la curva cambia) y, por lo tanto, las magnitudes físicas de las propiedades varían dependiendo del contorno. Para determinar cuál diseño cumple con el concepto de que los procesos que ocurren dentro de una tobera son isentrópicos e reversibles; se hace un análisis estadístico de dispersión de datos para saber el diseño con menor pérdidas de energías en base a la fricción y a la entropía. A este diseño se le aplica un estudio de optimización usando estrategias evolutivas, siendo más específicos: el método con algoritmos genéticos. Al final se desarrolla una simulación del fluido con la tobera aeroespacial diseñada utilizando el programa Ansys, para que a través de técnicas CFD (Computational Fluids Dynamics) se puedan obtener modelos computacionales que permitan corroborar los resultados con otro proyecto de investigación previo.

* Trabajo de Grado

** Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Programa Académico de Ingeniería Mecánica. Director: Manuel de Jesús Martínez. PhD en Mecánica Computacional.

Abstract

Title: Study of Fluid-Dynamic Behavior in a Convergent-Divergent Nozzle by Optimizing Shape Using Algorithms of Evolutionary Strategies*

Author(s): Jhan Jaider Bahamon Blanco**

Key Words: aerospace nozzles, supersonic flow, Mach number, genetic algorithms, sonic lines, Ansys (CFD techniques), thermodynamic properties, design method.

Description: The performance and thrust of a rocket propulsion system is based primarily on harnessing the enthalpy (thermal energy and pressure) of the propellants (fuel) in the combustion chamber. This accumulated energy is transformed into kinetic energy by the expansion and acceleration of the gases produced by the chemical reaction of combustion, using a device called nozzle. In this project is made the aerodynamic tracing of the geometric profile of the wall of a nozzle C-D (Convergent-Divergent), using technical parameters of the operating conditions of a rocket motor with a classification of type J-2. The outline of the wall is being drawn using different designs methods created by researchers as: Vitoshinsky, Bell, Metha, Sivells & Rao.

It's analyzed in each section of the nozzle (convergent-divergent) the behavior of the fluid-thermodynamics properties of the flow field along the trajectory of the aerospace nozzle. This is necessary because in each wall contour suggested by the patterns previously identified happens some changes as: the length of the nozzle section varies and also the angle of inclination of the curvature is different (the concavity or shape of the curve changes). Therefore, the magnitudes of the properties change according to the wall contour. To determine which design accomplishes with the concept that the processes that occur inside a nozzle are isentropic and reversible. It's made a statistical analysis of data dispersion to determine the design with the lowest energy losses based on the friction and the entropy. An optimization study using evolutionary strategies is applied to these designs (the design methods of the wall profile which to cut down the energy loss), being more specific is applied the method of genetic algorithms. At the end, it's develops a simulation of the flow field to through the aerospace nozzle designed using the Ansys program (Ansys fluent) by means of CFD (Computational Fluids Dynamics) techniques. This way it can look at the behavior of the fluid moving along the nozzle with the computational models programmed in Ansys. With this information is possible to corroborate the results of the simulation baes in the mechanical of fluids of this work with another previous research project.

* Degree Work

**Industrial University of Santander. Faculty of Physicomechanical Engineering. Academic Program of Mechanical Engineering. Director: Manuel de Jesus Martinez. PhD in Computational Mechanics.

Introducción

El ser humano siempre ha tenido un anhelo innegable por explorar y descubrir lo desconocido, siempre ha tenido el sueño de viajar a las estrellas y poder caminar en nuevos mundos. Desde la antigüedad el hombre ha tenido un interés por investigar el espacio y se ha revelado en los hallazgos de varias civilizaciones donde se muestra que era objeto de estudio con las evidencias encontradas en runas, manuscritos, jeroglíficos, esculturas, construcciones, etc. Pero fue en la edad media (siglo XV-XVI) que se dio el boom cuando los científicos Galileo y Copérnico propiciaron la revolución de la astronomía con sus postulaciones y cambiaron la concepción de las creencias de la época. El hombre siempre ha observado el espacio con ansias de saber que hay más allá de lo se puede ver a simple vista. Por este motivo y tomando ventaja de todo el avance científico y tecnológico que se ha desarrollado en el último siglo (XXI); surgieron otras ramas en la ingeniería exclusivamente para la investigación de aeronaves y naves espaciales, denominadas ingeniería aeronáutica y aeroespacial respectivamente. Siendo una de las bases de estudio de estas ramas de la ingeniería: el diseño, construcción, prueba y análisis del sistema de propulsión y sus componentes.

En este proyecto se busca profundizar en el diseño de las toberas aeroespaciales, una parte fundamental del sistema de propulsión del cohete que se encarga de transformar la entalpía (energía térmica y de presión) en energía cinética para dar movimiento a partir de la aceleración de los gases del chorro eyectado, aumentando la velocidad del fluido expulsado producido por la reacción química de los propelentes (combustible) que se encuentra en la cámara de combustión.

Hay infinidad de estudios concernientes a este tema debido a la relevancia de disminuir costos de manufactura y mejorar el rendimiento energético del proceso, para poder optimizar cada vez más la construcción del sistema de propulsión. Por tal razón, con este proyecto de investigación se busca analizar el comportamiento fluido-termodinámico de una tobera C-D (Convergente-Divergente) según varios métodos de diseño que se han investigado previamente, para realizar el trazado aerodinámico del contorno de la pared. Estos modelos de diseño se basan en estudios desarrollados por investigadores como: Vitoshinsky, Bell, Metha, Sivells & Rao.

El diseño del trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera más adecuado (cumpla con los términos de isentropía e reversibilidad), será sometido a un análisis por algoritmos genéticos para optimizar la forma de la curvatura de la pared y posteriormente realizar una simulación con ciertas condiciones de contorno, frontera y dominio. Se utiliza el software de Ansys fluent para hacer la programación a través de técnicas CFD (Computational Fluids Dynamics) y se pueda corroborar los resultados con otra investigación previa.

Se está buscando la manera de innovar con la resolución de este proyecto porque no se están usando los diseños de toberas mencionados en otras fuentes bibliográficas, sino que se diseña la geometría de la tobera a partir de las condiciones técnicas de funcionamiento de un motor tipo J-2. Es decir, el diseño se realiza prácticamente desde cero para al final entregar las medidas de construcción de una tobera C-D, con el análisis de las propiedades fluido-termodinámicas a lo largo de toda la trayectoria del campo de flujo.

Cada diseño de tobera realizado es distinto y no se puede postular como si fuera un modelo perfecto porque cambia dependiendo de las diferentes condiciones técnicas, de funcionamiento y de contorno. Por esta razón, la relevancia de este proyecto que incentiva el

diseño de nuevos perfiles geométricos de toberas y el estudio del comportamiento fluido-termodinámico del caudal másico sujeto al cambio de la forma del contorno de la pared. La innovación de este trabajo radica en que se aplica el concepto de líneas sónicas investigado por Sauer para rediseñar la longitud de convergencia y se hace una optimización con énfasis en el uso de estrategias evolutivas para mejorar el perfil geométrico de la pared de la tobera. Además, de la simulación en Ansys fluent para verificar la veracidad de los datos obtenidos.

La importancia de este proyecto radica en el enfoque que se le da a la investigación de nuevos diseños de toberas aeroespaciales, fomentando la idea de profundizar en este tema que está dentro del campo de estudio de la ingeniería aeronáutica e aeroespacial. Debido a que los diseños creados para otras toberas no se recomiendan ser reutilizados porque si bien pueden operar bajo ciertas condiciones, no permiten aprovechar todo el potencial energético en todos los casos. El diseño de una tobera está condicionado a los parámetros técnicos de un motor específico y no se puede pretender que funcione con el mismo desempeño para todos los tipos de motores existentes. En síntesis, este proyecto aporta una guía de diseño para toberas C-D que puede ser utilizada como fuente bibliográfica para otros estudios; por lo tanto, el aporte del trabajo está dirigido hacia el campo académico.

1. Objetivos

1.1 Objetivo general

Optimización de forma geométrica de una tobera convergente-divergente usando el método de algoritmos evolutivos para establecer un perfil que mejore el rendimiento energético.

1.2 Objetivos específicos

Usar diferentes métodos de diseño para obtener el trazado del contorno de la pared de la tobera en la sección convergente y divergente; tales como: El modelo de tobera de Vitoshinsky, el modelo de tobera de Sivells, los modelos de tobera de curvas polinómicas según el orden (Polinomio de tercer orden, Polinomio de quinto orden, Polinomio de séptimo orden), el modelo de la curva cúbica de simetría uniforme, el método de RAO para obtener un máximo empuje en una tobera parabólica de empuje optimizado (TOP), el método de Vitoshinsky para la sección de divergencia y el método de la tobera parabólica doble de flujo supersónico.

Aplicar la investigación del desarrollo del campo de flujo a través de líneas sónicas realizado por Sauer para la condición crítica en la región de flujo transónico (garganta o cuello de la tobera), y obtener un rediseño de la longitud de la sección de convergencia.

Calcular las propiedades termo-dinámicas y las magnitudes físicas del campo de flujo a lo largo de la tobera, enfocándose en tres puntos: la entrada, garganta o cuello y salida de la tobera. También, hacer la caracterización de los parámetros de rendimiento energético de la tobera de sección convergente-divergente, a partir de los requerimientos de diseño establecidos.

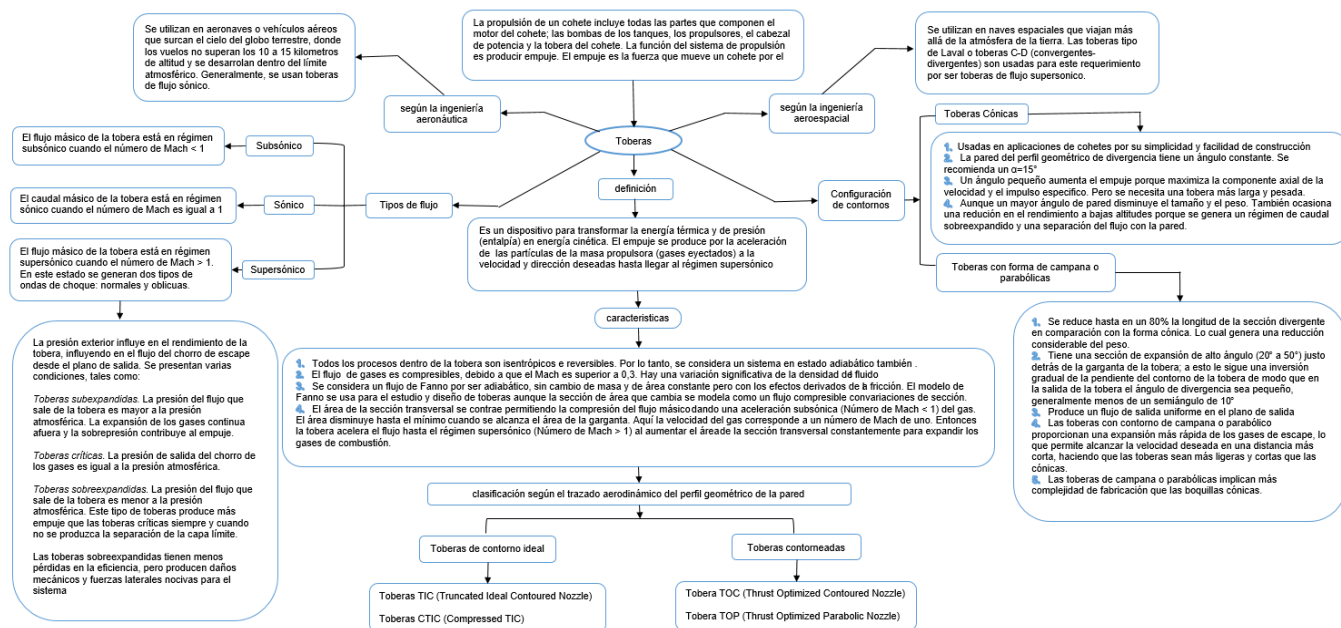
Aplicar el método de optimización con algoritmos genéticos (GA) al diseño geométrico del perfil de contorno de la tobera seleccionado por un análisis de energía, usando el programa MATLAB. Es necesario realizar un análisis de exergía con énfasis en el cálculo de la fricción en el contorno de la pared y la entropía producida a través de la longitud de la tobera; para determinar cuál configuración de perfil geométrico se ajusta a la mínima reducción de pérdidas de energía. Este análisis se hará tanto en la sección convergente como divergente; para seleccionar la configuración de geometría del perfil de la pared con menor pérdida energética.

Usar el programa ANSYS y realizar un estudio del comportamiento fluido-dinámico a lo largo de la tobera basándose en el análisis con técnicas CFD (Computational Fluid Dynamics). Para validar el diseño de la tobera convergente-divergente propuesto en este proyecto de grado con la información del paper: “Estudio del Flujo en la Tobera del Motor Cohete J-2S Mediante Técnicas CFD”; proyecto de grado de la Universidad Politécnica de Valencia.

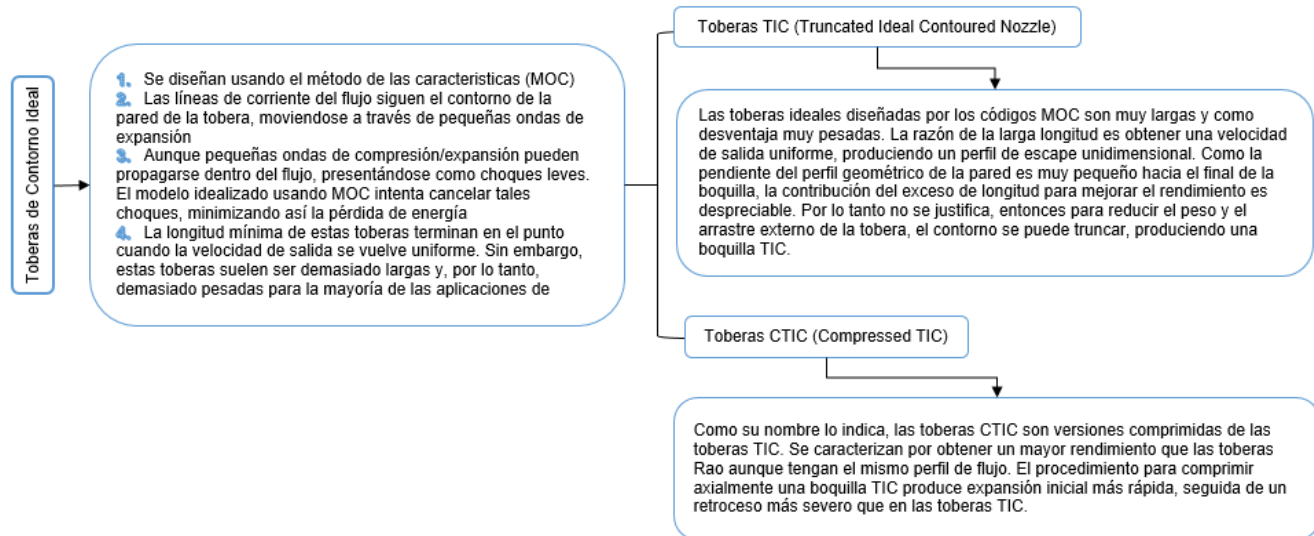
2. Estado del Arte

Figura 1. Resumen de la investigación del marco teórico del proyecto de grado a través de mapas conceptuales de estilos araña y jerárquico (Östlund, 2002) & (Murnaghan, 2019)

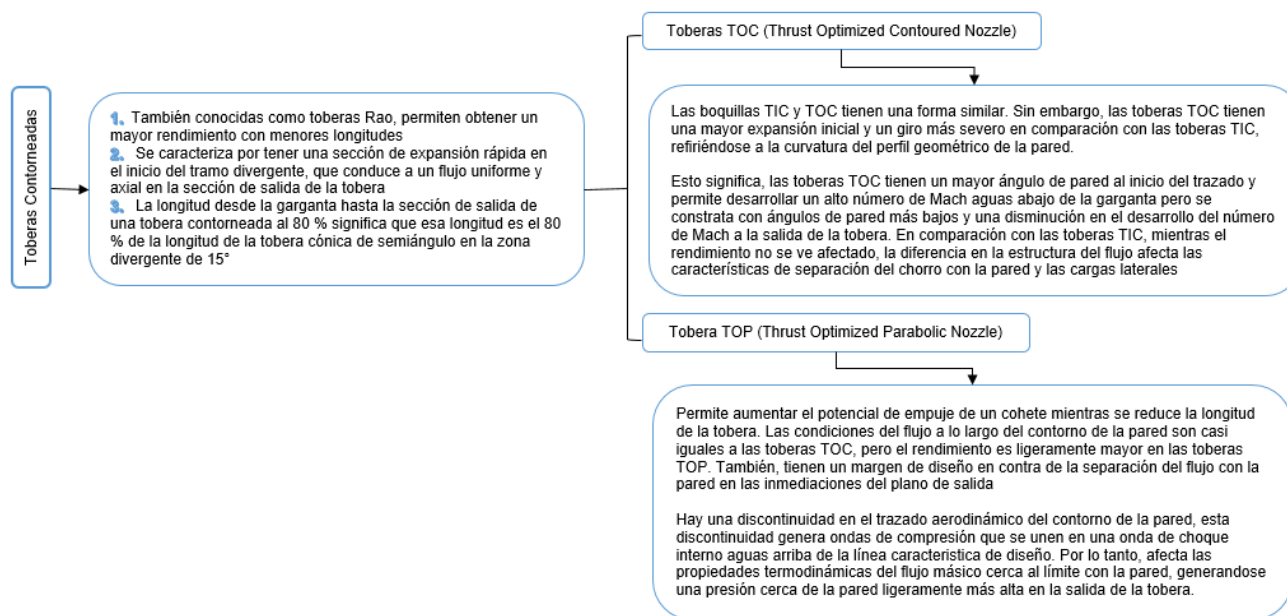
- Parte A



- Parte B



- Parte C



Nota. Debido a la extensa cantidad de información de conceptos, se ha desglosado el mapa conceptual en varias partes. Para ver la parte A del mapa en mayor tamaño se recomienda ir a la sección de apéndices con la nomenclatura A. Realizado por el autor del proyecto.

3. Metodología de Diseño

3.1 Preámbulo de los Parámetros de Diseño

Para el desarrollo del proyecto es necesario el diseño del trazado aerodinámico de un perfil geométrico de la pared de una tobera C-D (convergente-divergente), por lo que se genera la necesidad de crear el contorno de la pared desde cero a partir de las especificaciones técnicas de funcionamiento de un motor de cohete. Estos datos serán usados como parámetros de diseño

para establecer los requerimientos necesarios en cuanto a la información concerniente a la elaboración del perfil geométrico de la pared.

Tabla 1. Especificaciones técnicas de algunos tipos de motores para cohetes con uso de bipropelente líquido.

Engine	Max. F vac/ s.l. (klbs)	Impulse vac/s.l. (s)	p_c (psia)	A/A*	Weight (lbs)	Propellant	O/F	Exit dia. (in.)
RD-180	933/860	338/311	3722	36.4	12000	RP ₁ -LO ₂	2.72	124
RS-68	751/656	409/357	1420	22	14800	LH ₂ -LO ₂	6	96
SSME	512/409	454/-	3260	77.5	7000	LH ₂ -LO ₂	6	96
J2-S	265/197	436/320	1200	40	3800	LH ₂ -LO ₂	5.5	84
RS-53	470/375	454/-	3000	77.5	7200	LH ₂ -LO ₂	6	
STME	580/-	424/352	2250	56	7100	LH ₂ -LO ₂	6	
RS-27	232/207	295/263	700	8	2290	RP ₁ -LO ₂	2.25	76
RS27A	237/200	302/255	700	12	2440	RP ₁ -LO ₂	2.25	76
F-1A	2021/1800	303/270	1160	16	19000	RP ₁ -LO ₂	2.27	144
F-1	-/1522	-/265	980	16	18600	RP ₁ -LO ₂	2.27	144
J-2	230/-	425/-	763	27.5	3480	LH ₂ -LO ₂	5.5	81
H-1	205	263	700	8	2000	LH ₂ -LO ₂	2.23	66
MA-5	-/378	-/259	639	8	3140	RP ₁ -LO ₂	2.25	47
Vulcain 2	305/-	429/-	1700	58.2	2000	LH ₂ -LO ₂	6.7	82
Vulcain	250/-	439/-	1580	45.1	1380	LH ₂ -LO ₂	5.9	69
HM 7B	14.6/-	446/-	534	83.1	364	LH ₂ -LO ₂	5	39
Vinci	40.5/-	465/-	882	240	353	LH ₂ -LO ₂	5.8	87
AestusII/ RS72	12.5/-	340/-	871	300	305	MMH/N ₂ O ₄	1.9	51

Nota. Especificaciones técnicas de un motor de tobera tipo J-2. Adaptado de “Theory of Aerospace Propulsion. Pasquale M, S. Aerospace Engineering. 2st Edición. Pág 468”

Por lo tanto, se utiliza la información encontrada en el libro “Theory of Aerospace Propulsion” (Pasquale, M., 2012). De aquí se obtiene la información de los parámetros de diseño, tales como: la presión en la cámara de combustión, la relación de expansión del área entre la garganta (cuello o estrangulamiento) y el plano de salida de la tobera, la relación del gasto entre oxígeno-combustible del motor y el diámetro de salida de la tobera sugerido para diferentes clasificaciones de motores. Con esta fuente bibliográfica se pueden obtener los datos

para realizar un análisis estequiométrico de los propelentes usados en el proceso de combustión cuando se ha empezado la ignición de la reacción química en la cámara de combustión.

También se necesita realizar un análisis de estequiometría del combustible (propelentes) usado para establecer las propiedades de estancamiento o remanso del flujo másico en la cámara de combustión. Porque se necesita poder obtener una aproximación de las condiciones de operación de la tobera y de los valores numéricos de las propiedades fluido-dinámicas (presión, velocidad, temperatura) del fluido en los tres puntos críticos de interés (entrada, garganta y salida). Para realizar este análisis se usa un programa de la agencia aeroespacial (NASA), denominado CEA (Chemical Equilibrium with Applications). CEA es un programa que calcula las concentraciones de productos en equilibrio químico de cualquier conjunto de reactivos y determina las propiedades termodinámicas y de transporte de la mezcla de productos. Se debe enfatizar que este estudio de la reacción química es primordial para poder establecer las propiedades de estancamiento en la cámara de combustión y las aproximaciones de los valores numéricos de las magnitudes físicas del campo de flujo y los parámetros de rendimiento del motor tipo J-2 considerando un escenario idealizado, porque la forma de trazado del perfil geométrico de la pared de la tobera modifica el comportamiento fluido-dinámico de las propiedades del fluido a lo largo de la trayectoria.

Tabla 2. Rendimiento teórico del cohete asumiendo el equilibrio.

THEORETICAL ROCKET PERFORMANCE ASSUMING EQUILIBRIUM				
COMPOSITION DURING EXPANSION FROM INFINITE AREA COMBUSTOR				
Pin = 768.7 PSIA				
CASE = _____				
	REACTANT	WT FRACTION	ENERGY	TEMP
FUEL	H2 (L)	(SEE NOTE)	KJ/KG-MOL	K
OXIDANT	O2 (L)	1.0000000	-9012.000	20.270
		1.0000000	-12979.000	90.170
O/F=	5.50000	%FUEL= 15.384615	R,EQ.RATIO= 1.443033	PHI,EQ.RATIO= 1.443033
	CHAMBER	THROAT	EXIT	
Pinf/P	1.0000	1.7399	297.44	
P, BAR	53.000	30.461	0.17819	
T, K	3373.64	3174.15	1414.39	
RHO, KG/CU M	2.3867 0	1.4723 0	1.9854-2	
H, KJ/KG	-1030.98	-2218.45	-9666.07	
U, KJ/KG	-3251.64	-4287.38	-10563.6	
G, KJ/KG	-64263.2	-61711.6	-36176.1	
S, KJ/(KG) (K)	18.7430	18.7430	18.7430	
M, (l/n)	12.631	12.756	13.103	
(dLV/dLP)t	-1.01941	-1.01414	-1.00000	
(dLV/dLT)p	1.3538	1.2732	1.0001	
Cp, KJ/(KG) (K)	8.2387	7.3890	3.2034	
GAMMA _s	1.1455	1.1479	1.2471	
SON VEL, M/SEC	1594.9	1541.1	1057.9	
MACH NUMBER	0.000	1.000	3.928	
PERFORMANCE PARAMETERS				
Ae/At		1.0000	27.500	
CSTAR, M/SEC		2335.9	2335.9	
CF		0.6598	1.7791	
Ivac, M/SEC		2883.6	4371.7	
Isp, M/SEC		1541.1	4155.7	
MASS FRACTIONS				
*H	0.00264	0.00206	0.00000	
HO2	0.00004	0.00002	0.00000	
*H2	0.04795	0.04745	0.04723	
H2O	0.89996	0.91626	0.95277	
H2O2	0.00001	0.00001	0.00000	
*O	0.00243	0.00138	0.00000	
*OH	0.04301	0.03049	0.00000	
*O2	0.00396	0.00233	0.00000	
* THERMODYNAMIC PROPERTIES FITTED TO 20000.K				
NOTE. WEIGHT FRACTION OF FUEL IN TOTAL FUELS AND OF OXIDANT IN TOTAL OXIDANTS				

Nota. Rendimiento teórico de la tobera aeroespacial de un cohete considerando un escenario ideal con las especificaciones técnicas de un motor tipo J-2. Tomado del software de uso libre de la NASA, llamado CEARUN. Disponible en el siguiente enlace: <https://cearun.grc.nasa.gov/>.

Con estos datos obtenidos del análisis estequiométrico se procede a calcular los parámetros de rendimiento de la tobera y algunas propiedades del campo de flujo en los puntos críticos (entrada, estrangulamiento, salida); tales como: flujo másico o caudal, velocidad característica, impulso específico, coeficiente de empuje, fuerza de empuje, relación de expansión de áreas, números de Mach, velocidades del flujo. Además, para corroborar la veracidad de los valores numéricos calculados a partir de las ecuaciones algebraicas especificadas, se hace el análisis usando dos distintas fuentes bibliográficas para comprobar la similitud de los resultados. Las fórmulas se obtienen de los libros: Theory of Aerospace Propulsion (Pasquele M., 2012) & Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines (Huzel, Dieter K., Huang & David H., 1992).

Cálculo y definición de la geometría del contorno de la pared de la tobera en la sección CONVERGENTE

$$\bar{R} = \frac{R_u}{W_{mol}} \quad \text{Constante específica del gas de combustión}$$

$$\tilde{R} = \bar{R} \cdot \left| 1000 \cdot \frac{m^2/s^2-K}{kJ/kg-K} \right| \quad \text{Constante específica del gas en unidades de Joules}$$

$$R_u = 8,3145 \quad [kJ/kmol-K] \quad \text{Constante universal del gas}$$

$$W_{mol} = 12 \quad [kg/kmol] \quad \text{Peso molecular de productos de combustión}$$

$$\gamma = 1,2 \quad \text{Relación de la capacidad de calor } C_p/C_v$$

$$P_{cc} = 763 \cdot \left| 6895 \cdot \frac{Pa}{psi} \right| \quad \text{Presión en la cámara de combustión}$$

$$T_{cc} = 3450 \quad [K] \quad \text{Temperatura en la cámara de combustión}$$

Definición del área crítica o de estrangulamiento según el catálogo de Diseño de motores para cohetes -Theory of Aerospace Propulsion- Se elige un motor de clasificación TIPO J2-S

$$\frac{A_e}{A^*} = 27,5 \quad \text{Relación de expansión de áreas}$$

$$\phi_e = 81 \cdot \left| 0,0254 \cdot \frac{m}{in} \right| \quad \text{Diámetro de salida de la tobera}$$

$$R_e = \frac{\phi_e}{2} \quad \text{Radio de salida de la tobera}$$

$$A_e = \frac{\pi \cdot \phi_e^2}{4} \quad \text{Área de salida de la tobera}$$

$$A^* = \frac{\pi \cdot \phi^{*2}}{4} \quad \text{Área crítica de la tobera en el punto de estrangulamiento, cuello o garganta}$$

$$R^* = \frac{\phi^*}{2} \quad \text{Radio crítico de la tobera en el punto de estrangulamiento, cuello o garganta}$$

Cálculo de parámetros del campo de flujo de la tobera según la teoría del libro -Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines-

Flujo del gas a través de la tobera de cohete

$$P^* = P_{\infty} \cdot \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right)} \right] \quad \text{Ratio de presión crítica}$$

$$V^* = \sqrt{\left[\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma + 1} \right] \cdot \tilde{R} \cdot T_{\infty}} \quad \text{Velocidad del flujo crítica en la garganta}$$

$$T^* = T_{\infty} \cdot \left[\frac{P^*}{P_{\infty}} \right]^{\left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right]} \quad \text{Temperatura del flujo crítica en la garganta}$$

$$\varepsilon = \frac{A_e}{A^*} \quad \text{Ratio de expansión de área}$$

$$\varepsilon = \frac{\left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{1}{\gamma - 1} \right)} \right] \cdot \left[\frac{P_{\infty}}{P_{e1}} \right]^{\left[\frac{1}{\gamma} \right]}}{\sqrt{\left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right] \cdot \left[1 - \left(\frac{P_{e1}}{P_{\infty}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} \right]}} \quad \text{Presión de salida de la tobera}$$

$$\dot{W} = A^* \cdot P_{\infty} \cdot \sqrt{\frac{\gamma \cdot \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)} \right]}{\tilde{R} \cdot T_{\infty}}} \quad \text{Flujo másico o caudal másico}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{M_{e1}} \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] \cdot M_{e1}^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)}} \right] \quad \text{Mach en la salida de la tobera}$$

$$V_{e1} = \sqrt{\left[\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma - 1} \right] \cdot \tilde{R} \cdot T_{\infty} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_{e1}}{P_{\infty}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} \right]} \quad \text{Velocidad de salida de la tobera}$$

$$T_{e1} = T_{\infty} \cdot \left[\frac{P_{e1}}{P_{\infty}} \right]^{\left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right]}$$

Flujo del gas en la cámara de combustión

$$\varepsilon_c = \frac{\left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) \cdot \left(\frac{P_{inj}}{P_{\infty}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} \right]^{\left[\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)} \right]}}{\sqrt{\left[\frac{2}{\gamma - 1} \right] \cdot \left[\left(\frac{P_{inj}}{P_{\infty}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} - 1 \right]}} \quad \text{Ratio de contracción de área}$$

$$M_i = 0,17 \quad \text{Mach en la entrada de la tobera}$$

$$\frac{P_{inj}}{P_{\infty}} = \frac{1 + \gamma \cdot M_i^2}{\left[1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \cdot M_i^2 \right]^{\left[\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right]}} \quad \text{Presión en la zona de inyección de la cámara de combustión}$$

Parámetros de rendimiento de un motor de cohete con propelente líquido

Impulso específico empuje (I_s): $I_s = F/\dot{W}$

$$I_{st} = C^* \cdot C_{ft}$$

Velocidad característica: $c^*_{star} = (P_{\infty} \cdot A_{istar})/\dot{W}$

$$C^*_{1} = \frac{\sqrt{\gamma \cdot \tilde{R} \cdot T_{\infty}}}{\gamma \cdot \left[\sqrt{\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right)}} \right]}$$

Coefficiente de empuje: $C_f = F/(A \cdot \dot{m} \cdot P_{oc})$

$$C_{f1} = \sqrt{\left[\left(\frac{2 \cdot \gamma^2}{\gamma - 1} \right) \cdot \left(\left[\frac{2}{\gamma + 1} \right]^{\left[\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right]} \right) \right]} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_{e1}}{P_{oc}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} \right] + \epsilon \cdot \left[\frac{P_{e1} - P_{amb}}{P_{oc}} \right]$$

Fuerza de empuje

$$F_1 = I_{s1} \cdot \dot{W}$$

Estas ecuaciones polinómicas son válidas para determinar el ángulo inicial y final de una tobera de contorno parabólico asumiendo un 80% de longitud

$$\omega_n = 24,37 + 0,2055 \cdot \epsilon + 0,03368 \cdot \epsilon^2 - 0,002236 \cdot \epsilon^3 + 0,00005567 \cdot \epsilon^4 - 6,057 \times 10^{-7} \cdot \epsilon^5 + 2,287 \times 10^{-9} \cdot \epsilon^6$$

$$\omega_e = 14,31 - 1,09 \cdot \epsilon + 0,0692 \cdot \epsilon^2 - 0,0023175801 \cdot \epsilon^3 + 0,00003977 \cdot \epsilon^4 - 3,008 \times 10^{-7} \cdot \epsilon^5 + 5,3394518 \times 10^{-10} \cdot \epsilon^6$$

Cálculo de parámetros del campo de flujo de la tobera según la teoría del libro -Theory of Aerospace Propulsion-

$$\dot{m} = \frac{P_{oc} \cdot A^*}{\sqrt{T_{oc}}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma}{R}} \cdot \left[\left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\left(- \left[\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)} \right] \right)} \right] \quad \text{Flujo másico o caudal másico}$$

$$C_p = \frac{\gamma \cdot \bar{R}}{\gamma - 1} \quad \text{Calor específico a presión constante}$$

$$\tilde{C}_p = C_p \cdot \left| 1000 \cdot \frac{\text{m}^2/\text{s}^2\text{-K}}{\text{kJ/kg-K}} \right| \quad \text{Calor específico a presión constante en unidades de Joules}$$

$$\eta = 1 \quad \text{Eficiencia de la tobera}$$

$$C_v = \sqrt{\eta} \quad \text{Eficiencia de expansión de área}$$

$$\Theta_{\text{tobera cónica}} = 5$$

$$\lambda = 1 / 2 \cdot (1 + \cos(\Theta_{\text{tobera cónica}})) \quad \text{Efecto del flujo cónico que se descarga desde la tobera}$$

$$V_{e2} = C_v \cdot \lambda \cdot \sqrt{2 \cdot \tilde{C}_p \cdot T_{oc} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_{e2}}{P_{oc}} \right)^{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right)} \right]} \quad \text{Velocidad de salida de la tobera}$$

$$\epsilon = \frac{1}{M_{e2}} \cdot \left[\left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] \cdot M_{e2}^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)} \right)} \right] \quad \text{Mach de salida de la tobera}$$

$$\frac{P_{e2}}{P^*} = \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) \cdot \left(1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] \cdot M_{e2}^2 \right) \right]^{\left[- \left(\frac{\gamma}{\gamma - 1} \right) \right]} \quad \text{Presión de salida de la tobera}$$

$$\frac{T_{e2}}{T_{oc}} = 1 - \eta + \eta \cdot \left[\frac{P_{e2}}{P_{oc}} \right]^{\left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right]} \quad \text{Temperatura de salida de la tobera}$$

$$\bar{v}_{oc} = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T_{oc}} \quad \text{Velocidad del sonido en la cámara de combustión}$$

$$v^*_s = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T^*} \quad \text{Velocidad del sonido en la garganta}$$

$$\bar{v}_e = \sqrt{\gamma \cdot \bar{R} \cdot T_{e2}} \quad \text{Velocidad del sonido en la salida de la tobera}$$

Parámetros de rendimiento de un motor de cohete con propelente líquido

Impulso específico empuje (I_s): $I_s = F/\dot{W}$

$$I_{s2} = \frac{F_2}{\dot{m}}$$

Velocidad característica: $c^* = (P_{oc} \cdot A^*)/\dot{W}$

$$\bar{\Gamma} = 0,192 \cdot \gamma + 0,417$$

$$C^*_{*2} = \frac{\bar{v}_{oc}}{\sqrt{\gamma \cdot \bar{\Gamma}}}$$

Coefficiente de empuje: $C_f = F / (A \cdot \text{star} \cdot P_{cc})$

$$\text{NPR}^* = \frac{P_{cc}}{P_{e2}}$$

$$C_{f, \text{vac}} = 1,394 + 0,001967 \cdot \text{NPR}^* - 0,0000028476285 \cdot \text{NPR}^{*2} + 1,904 \times 10^{-9} \cdot \text{NPR}^{*3} - 6,271 \times 10^{-13} \cdot \text{NPR}^{*4} + 9,920 \times 10^{-17} \cdot \text{NPR}^{*5} - 6,020 \times 10^{-21} \cdot \text{NPR}^{*6}$$

$$C_{f2} = C_{f, \text{vac}} - \epsilon \cdot \frac{P_{\text{amb}}}{P_{cc}}$$

Fuerza de empuje

$P_{\text{amb}} = 101325$ Presión atmosférica sobre el nivel del mar

$$F_2 = \dot{m} \cdot V_{e2} + A_e \cdot (P_{e2} - P_{\text{amb}})$$

Comprobación de la veracidad de los parámetros de rendimiento del cohete

$$A_{e3} = \frac{\dot{m} \cdot \tilde{R} \cdot T_{e2}}{P_{e2} \cdot V_{e2}} \quad \text{El área de salida calculado con los parámetros es igual al establecido por la bibliografía}$$

$C_m = 1$ Coeficiente del flujo másico

$$A^*_3 = \frac{\dot{m} \cdot C^*_2}{C_m \cdot P_{cc}} \quad \text{Existe proximidad entre la área de garganta de la bibliografía y el calculado}$$

$$C_{f3} = \frac{F_2}{A^* \cdot P_{cc}} \quad \text{El coeficiente de empuje confirma que la fuerza de empuje fue calculada de manera correcta}$$

$$M_{e3} = \frac{V_{e2}}{V_e} \quad \text{El Mach de salida calculado con los parámetros de rendimiento es igual al de expansión de área}$$

El paper de investigación de Witoshinsky aborda el cálculo de la pared de contorno de una tobera para la sección divergente en dos partes, cada subdivisión está delimitada por la longitud de la tobera; por lo tanto, este parámetro es una condición de frontera que permite conocer los límites en el proceso de aplicación del conjunto de ecuaciones algebraicas

Se usarán dos fuentes bibliográficas para obtener los parámetros de diseño geométrico: ángulo final e inicial de la parábola, longitud de Kernel, coeficiente de empuje, fuerza de empuje y velocidad de salida del flujo, -Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines- Es un libro escrito por Dieter K, Huzel and David H, Huang & -Optimization and Sizing for Propulsion System of Liquid Rocket Using Genetic Algorithm- Es un paper de investigación realizado por Saqlain Akhtar, He Lin-shu

$$\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}} = 15$$

$$L_n = 0,8 \cdot \sqrt{\frac{F_1}{\pi \cdot P_{cc} \cdot C_{f1}}} \cdot \left[\frac{\sqrt{\epsilon} - 1 + 1,5 \cdot \left(\frac{1}{\cos(\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}})} - 1 \right)}{\tan(\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}})} \right]$$

Parámetro de la longitud de la sección divergente de la tobera calculado según el criterio de Kernell

$$L_{\text{Kernell}} = \frac{0,8 \cdot R^* \cdot [\sqrt{\epsilon} - 1] - 1,5 \cdot \left[\frac{1}{\cos(\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}})} - 1 \right]}{\tan(\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}})}$$

Aplicación del método de diseño propuesto por -Gadicherla V.R. Rao- para una tobera de sección divergente tipo TOP -Thrust Optimised Parabolic

$$L_{\text{RAO}} = 0,8 \cdot \frac{[\sqrt{\epsilon} - 1] \cdot R^*}{\tan(\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}})}$$

$A_e = 3,325 \text{ [m}^2\text{]}$	$A_{e3} = 3,331 \text{ [m}^2\text{]}$	$A^* = 0,1209 \text{ [m}^2\text{]}$	$A^*_3 = 0,1211 \text{ [m}^2\text{]}$	$C_{f1} = 1,322 \text{ [-]}$
$C_v = 1 \text{ [-]}$	$C^*_1 = 2384 \text{ [m/s]}$	$C^*_2 = 2388 \text{ [m/s]}$	$\epsilon = 27,5 \text{ [-]}$	$\epsilon_c = 3,593 \text{ [-]}$
$I_{s2} = 3143 \text{ [m/s]}$	$\lambda = 0,9981$	$\dot{m} = 266,8 \text{ [Kg/s]}$	$M_{e1} = 3,979 \text{ [-]}$	$M_{e2} = 3,979 \text{ [-]}$
$\omega_e = 6,72 \text{ [deg]}$	$\omega_n = 32,29 \text{ [deg]}$	$\phi_e = 2,057 \text{ [m]}$	$\phi^* = 0,3923 \text{ [m]}$	$P_{\text{amb}} = 101325 \text{ [Pa]}$
$R_e = 1,029 \text{ [m]}$	$\tilde{R} = 692,9 \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{-K]}$	$R_u = 8,315 \text{ [kJ/kmol-K]}$	$R^* = 0,1962 \text{ [m]}$	$\hat{\theta}_{\text{tobera, cónica}} = 5 \text{ [deg]}$
$V^* = 1615 \text{ [m/s]}$	$\dot{W} = 266,8 \text{ [kg/s]}$	$W_{\text{mol}} = 12 \text{ [kg/kmol]}$		

$C_{f2} = 1,243 \text{ [-]}$	$C_{f3} = 1,318 \text{ [-]}$	$C_{f, \text{vac}} = 1,773 \text{ [-]}$	$C_m = 1 \text{ [-]}$	$C_p = 4,157 \text{ [kJ/kg-K]}$	$\tilde{C}_p = 4157 \text{ [m}^2\text{/s}^2\text{-K]}$
$\eta = 1 \text{ [-]}$	$F_1 = 840537 \text{ [m-kg/s}^2\text{]}$	$F_2 = 838409 \text{ [Kg-m/s}^2\text{]}$	$\gamma = 1,2 \text{ [-]}$	$\bar{\Gamma} = 0,6474 \text{ [-]}$	$I_{s1} = 3151 \text{ [m/s]}$
$M_{e3} = 3,971$	$M_i = 0,17 \text{ [-]}$	$\text{NPR}^* = 297$	$\bar{v}_{cc} = 1694 \text{ [m/s]}$	$\bar{v}_e = 1054 \text{ [m/s]}$	$v^*_{s} = 1615 \text{ [m/s]}$
$P_{cc} = 5,261\text{E}+06 \text{ [Pa]}$	$P_{e1} = 17711 \text{ [Pa]}$	$P_{e2} = 17711 \text{ [Pa]}$	$P_{inj} = 5,350\text{E}+06 \text{ [Pa]}$	$P^* = 2,970\text{E}+06 \text{ [Pa]}$	$\tilde{R} = 0,6929 \text{ [kJ/kg-K]}$
$T_{cc} = 3450 \text{ [K]}$	$T_{e1} = 1336 \text{ [K]}$	$T_{e2} = 1336 \text{ [K]}$	$T^* = 3136 \text{ [K]}$	$V_{e1} = 4193 \text{ [m/s]}$	$V_{e2} = 4185 \text{ [m/s]}$

3.2 Trazado del Perfil Geométrico para la Sección Convergente

Para empezar a construir el diseño del contorno de la pared de la tobera aeroespacial, se buscan las investigaciones previas que se han desarrollado acerca de los diferentes modelos de trazados aerodinámicos para formar el perfil geométrico de la tobera. Cabe destacar la relevancia de la forma de la pared y como esta puede alterar la separación de la capa límite del caudal con la pared, la distribución de presiones y la compresión del campo de flujo. Además, se considera la contracción o disminución de la sección del área transversal en dirección a la trayectoria del campo de flujo hasta llegar al punto crítico (cuello o garganta) donde la velocidad del fluido se transforma de subsónica a sónica, denominada región transónica). Entonces, se sabe que cualquier variación en la curvatura o forma de la pared influye en el cambio de las magnitudes físicas de las propiedades fluido-termodinámicas.

3.2.1 Modelo de Tobera Según el Método Propuesto por Vitoshinsky

La fuente de la cual se obtuvo la información para realizar el trazado de la tobera de este método se fundamentó en el registro de documentos del seminario (2008) de la Universidad Técnica del Medio Este (METU) (Vitoshinsky, 2008).

Para comenzar es necesario definir los parámetros de diseño concernientes al cálculo de la longitud de la sección convergente y el diámetro de la cámara de combustión, para establecer los límites de la zona de convergencia. Es decir, las coordenadas “x-abcisa (longitud)” e “y-adyacente (radio de la sección transversal)”

$$\tilde{\kappa} = \frac{15 \cdot 10^3}{\sqrt{10 \cdot P_{cc} \cdot \left| 1000 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{KPa}} \right|}}$$

$$\bar{\kappa} = 0,03 \cdot \sqrt{\phi \cdot \left| 1000 \cdot \frac{\text{mm}}{\text{m}} \right|}$$

$$\hat{\kappa} = \frac{\tilde{\kappa}}{\kappa}$$

$$\ddot{\kappa} = 0,25 \cdot 10^{-6} \cdot P_{cc} \cdot \left| 1000 \cdot \frac{\text{Pa}}{\text{KPa}} \right|$$

$$L_{ax} = 0,5 \cdot \phi \cdot \left[\sqrt{(2 + \ddot{\kappa} \cdot \sqrt{\kappa})^2 - ((\ddot{\kappa} - 1) \cdot \sqrt{\kappa} + 3)^2} \right]$$

$$\frac{L_{bx}}{L_{ax}} = \frac{2}{2 + \ddot{\kappa} \cdot \sqrt{\kappa}}$$

Para calcular la relación entre la distancia longitudinal en el eje horizontal “x-abcisa” con respecto a la coordenada “y-adyacente”, se debe cumplir la condición $L_{sc} \geq \text{diámetro de la cámara de combustión}$

$$L_{sc} = L_{ax} + L_{bx}$$

El cálculo del diámetro de la cámara de combustión se obtiene por la siguiente expresión:

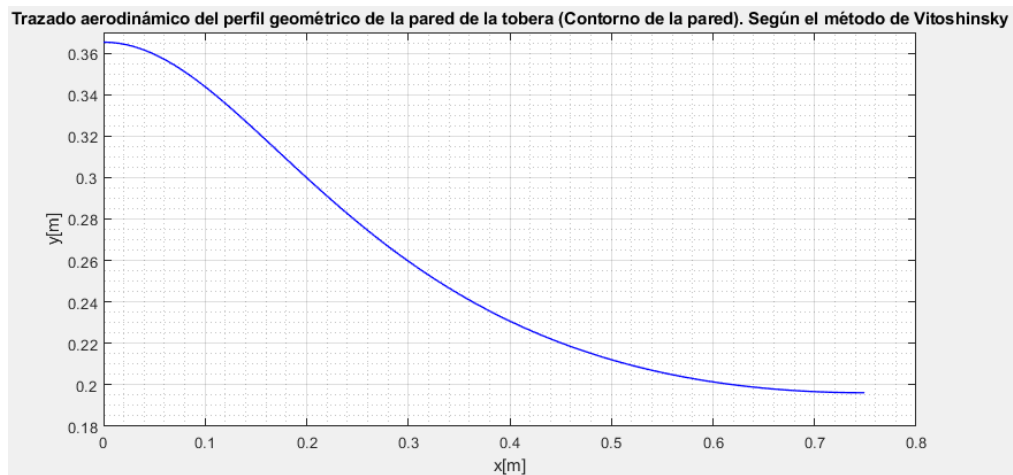
$$\phi_{cc} = \phi \cdot \sqrt{\kappa}$$

Según este modelo matemático desarrollado por Vitoshinsky se hace el trazado del perfil geométrico de la pared de la tobera aeroespacial en base a la relación de contracción de áreas entre el diámetro de la cámara de combustión y el diámetro del cuello de la tobera. El contorno aerodinámico de la pared permite establecer una disminución gradual de la curvatura a lo largo del eje x, generando una distribución uniforme del flujo que estabiliza la transición del fluido de la región subsónica a sónica en el punto crítico de la garganta. Usando la siguiente fórmula matemática se puede establecer la relación de la coordenada “y-adyacente” en relación con el

aumento progresivo de la distancia o variable de posición (coordenada “x-abscisa”) a lo largo de la longitud de la tobera en el eje horizontal.

$$y = \frac{R^*}{\sqrt{1 - \left[\left(1 - \left[\frac{R^*}{R_{cc}} \right]^2 \right) \cdot \left(\frac{\left[1 - \frac{x^2}{L_{sc}^2} \right]^2}{\left[1 + \frac{x^2}{3 \cdot L_{sc}^2} \right]^3} \right) \right]}}$$

Figura 2. Diseño aerodinámico del contorno de la pared desarrollado por Vitoshinsky.



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

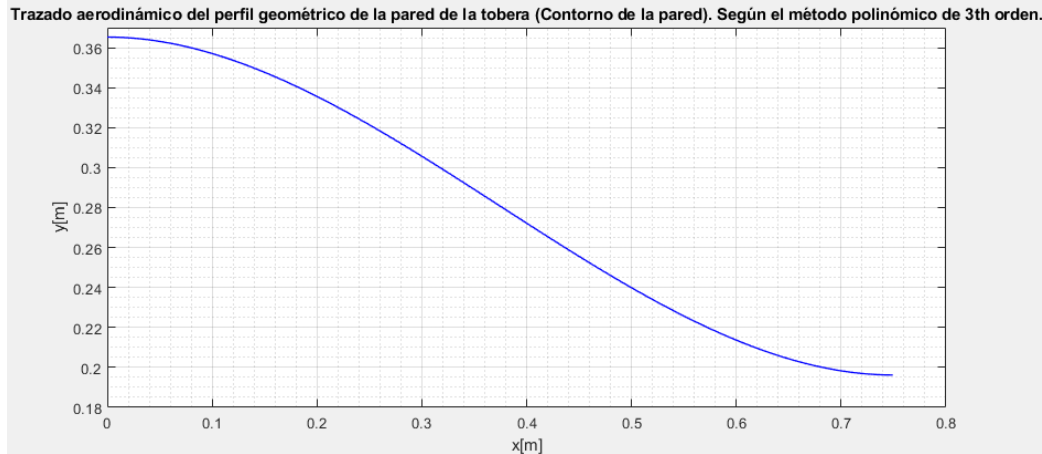
3.2.2 Modelo de Tobera Según los Métodos Propuestos por Bell & Metha

Existe un artículo de investigación que sugiere varios modelos matemáticos para definir el contorno de la pared de una tobera convergente (Bell & Metha, 1988).

3.2.2.1 Ecuación Polinómica de 3rd Orden. Este método de diseño se caracteriza por realizar el trazado del perfil geométrico (contorno) de la pared de la tobera usando la siguiente fórmula matemática:

$$\frac{y_{3rd} - R_{cc}}{R_{cc} - R^*} = 2 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^3 - 3 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^2$$

Figura 3. *Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 3th orden.*

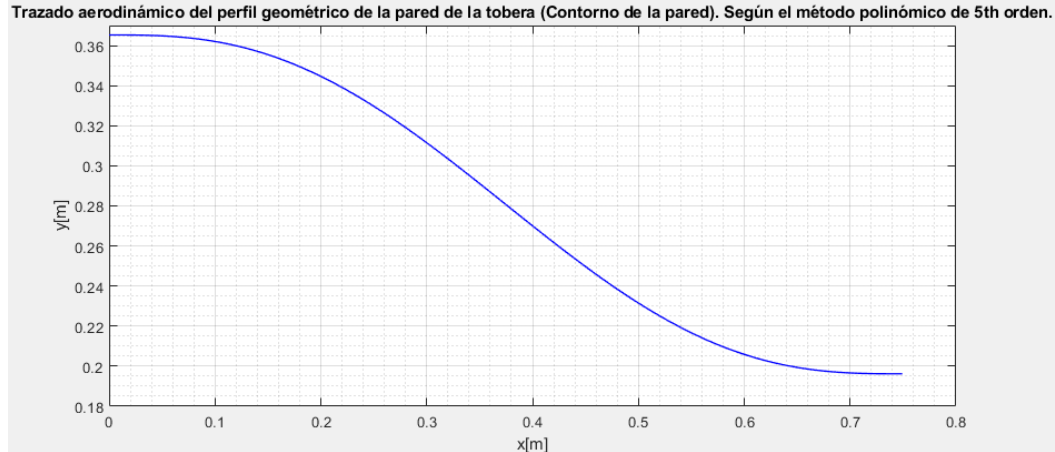


Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.2.2.2 Ecuación Polinómica de 5th Orden. Este método de diseño se caracteriza por realizar el trazado del perfil geométrico (contorno) de la pared de la tobera usando la siguiente fórmula matemática:

$$\frac{y_{5th} - R_{cc}}{R_{cc} - R^*} = -10 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^3 + 15 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^4 - 6 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^5$$

Figura 4. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 5th orden.

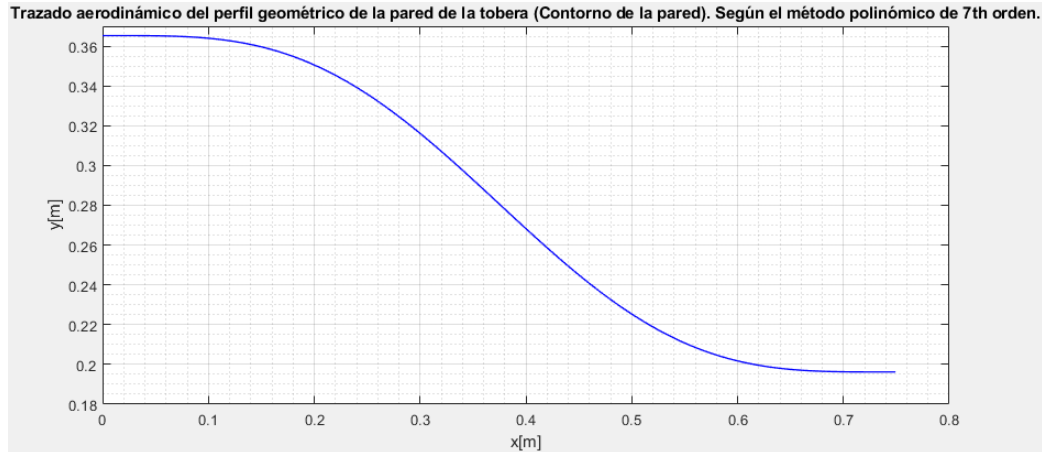


Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.2.2.3 Ecuación Polinómica de 7th Orden. Este método de diseño se caracteriza por realizar el trazado del perfil geométrico (contorno) de la pared de la tobera usando la siguiente fórmula matemática:

$$\frac{y_{7th} - R_{cc}}{R_{cc} - R^*} = 20 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^7 - 70 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^6 + 84 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^5 - 35 \cdot \left[\frac{x}{L_{sc}} \right]^4$$

Figura 5. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método del polinomio de 7th orden.



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.2.2.4 Ecuación Cúbica Perfecta. Este método se caracteriza por realizar el trazado del perfil geométrico de la pared de la tobera por la separación de dos curvas con concavidad hacia abajo, que se divide en dos subsecciones delimitadas por la relación de longitud media de la zona convergente. Para determinar el primer contorno de la pared, se debe cumplir la condición de

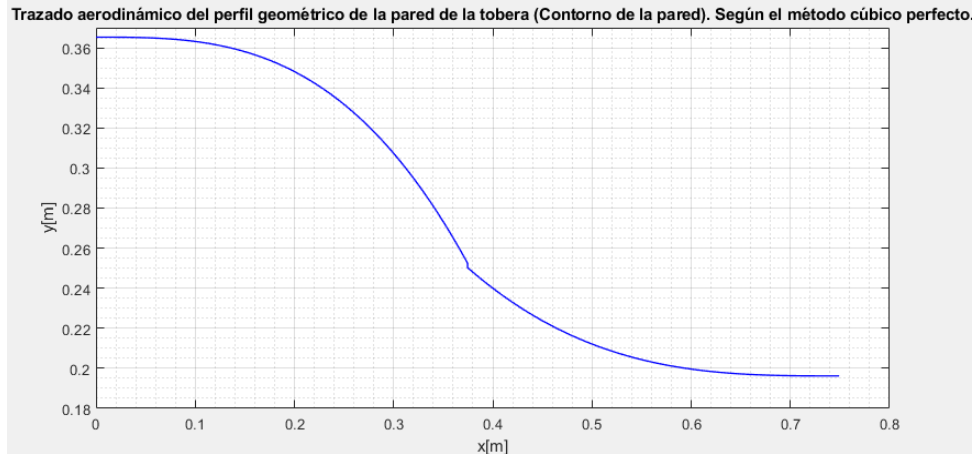
frontera: si $0 < x < \frac{L_{sc}}{2}$ se recomienda usar la fórmula posteriormente descrita; además se debe tener en cuenta el parámetro de diseño $\chi_m = 0,5$. Ambas subsecciones de la curva se caracterizan por usar el mismo parámetro de diseño previamente mencionado.

$$y_{mc} = R^* + (R_{cc} - R^*) \cdot \left[1 - \frac{x^3}{\chi_m^2 \cdot L_{sc}^3} \right]$$

Ahora, si la $\frac{L_{sc}}{2} < x \leq L_{sc}$ se recomienda usar la siguiente ecuación matemática:

$$y_{mc} = R^* + (R_{cc} - R^*) \cdot \left[\frac{\left(1 - \frac{x}{L_{sc}}\right)^3}{(1 - \chi_m)^2} \right]$$

Figura 6. *Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de cúbico perfecto.*

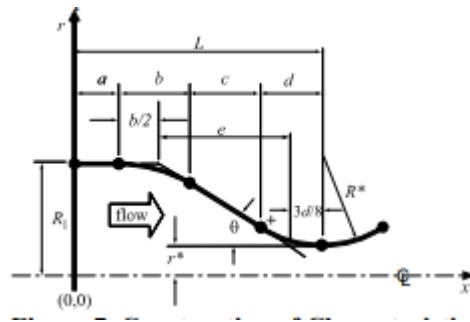


Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.2.3 Modelo de Tobera Según el Método Propuesto por Sivells

El método de Sivells busca obtener un diseño del contorno de la pared de la tobera que permita una distribución uniforme de la presión y la velocidad del flujo másico a través de la región subsónica a sónica (región transónica), y obtener un trazado aerodinámico del perfil geométrico. Para lograr este objetivo divide la curva que define la pared, en cuatro subsecciones que se delimitan por un conjunto de variables de diseño que se obtienen a partir del área transversal de la cámara de combustión y el área de la garganta. Un aporte de este método de diseño en comparación de otros; se debe al cálculo implícito de la longitud de la región convergente, siguiendo el sistema de ecuaciones planteado por Sivells (Shope F.L., 2006).

Figura 7. Esquema de construcción de una tobera convergente según el modelo de Sivells.



Nota. Especificación de las variables de diseño del modelo de Sivells. Contour Design Techniques for Super/Hypersonic Wind Tunnel Nozzles. Shope, F.L. 24th Applied Aerodynamics Conference. American Institute of Aeronautics and Astronautics. (June, 2006).

$$R_{c1} = 1,5 \cdot R^*$$

$$\theta_a = \arctan \left[\frac{R_{cc} - R^*}{L_{sc}} \right]$$

$$L_{Sivells} = a + b + c + d$$

$$x^+ = L_{Sivells} - d$$

$$a = 0,1$$

$$b = 2 \cdot \left[x^+ + \frac{r^+ - R_{cc}}{\tan(\theta_a)} - a \right]$$

$$c = e - \frac{b}{2} - 5 / 8 \cdot d$$

$$d = 3 / 2 \cdot R_{c1} \cdot \tan(\theta_a)$$

$$e = \frac{R_{cc} - R^*}{\tan(\theta_a)}$$

$$f = \tan(\theta_a)$$

$$r^+ = \frac{5 \cdot d^2}{12 \cdot R_{c1}} + R^*$$

Para realizar el trazado aerodinámico del perfil geométrico se usan una serie de ecuaciones, las cuales según el tramo para el cual se esté calculando las coordenadas “x” (abscisa, longitud) e “y” (adyacente, radio de la tobera), se definen por las siguientes fórmulas matemáticas:

- Si la distancia esta entre $0 \leq x \leq a$. Entonces, $r(x) = R_{cc}$ (área transversal de la cámara de combustión)
- Cuando la distancia esta entre $a \leq x \leq a + b$.

$$r_1 = R_{cc} - \left[\frac{b \cdot \tan(\theta_a)}{2} \cdot \left(\frac{x - a}{b} \right)^3 \cdot \left(2 - \left[\frac{x - a}{b} \right] \right) \right]$$

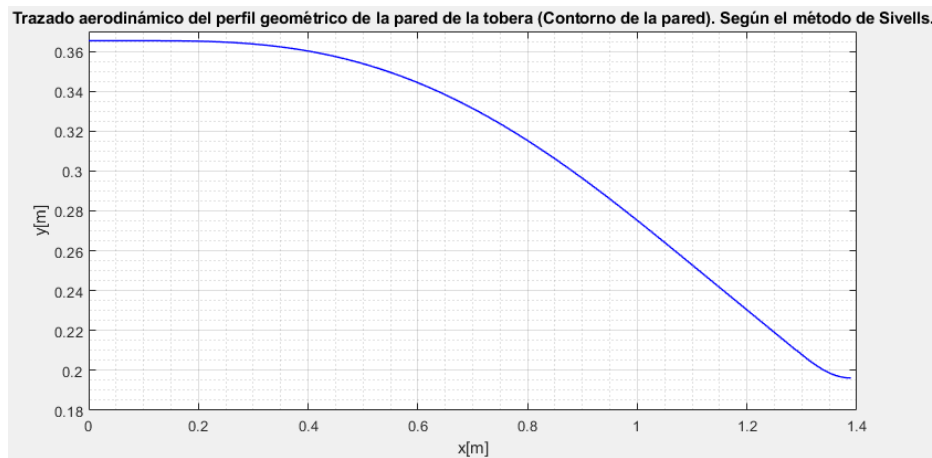
- Para cuando el valor de la longitud se ubique entre $a + b \leq x \leq a + b + c$

$$r_2 = R_{cc} + \left[a + \frac{b}{2} \right] \cdot \tan(\theta_a) - x \cdot \tan(\theta_a)$$

- Si la distancia se encuentra entre $a + b + c \leq x \leq L$

$$r_3 = \frac{(L_{Sivells} - x)^2}{12 \cdot R_{c1}} \cdot \left[6 - \left(\frac{L_{Sivells} - x}{d} \right)^2 \right] + R^*$$

Figura 8. *Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de Sivells.*



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

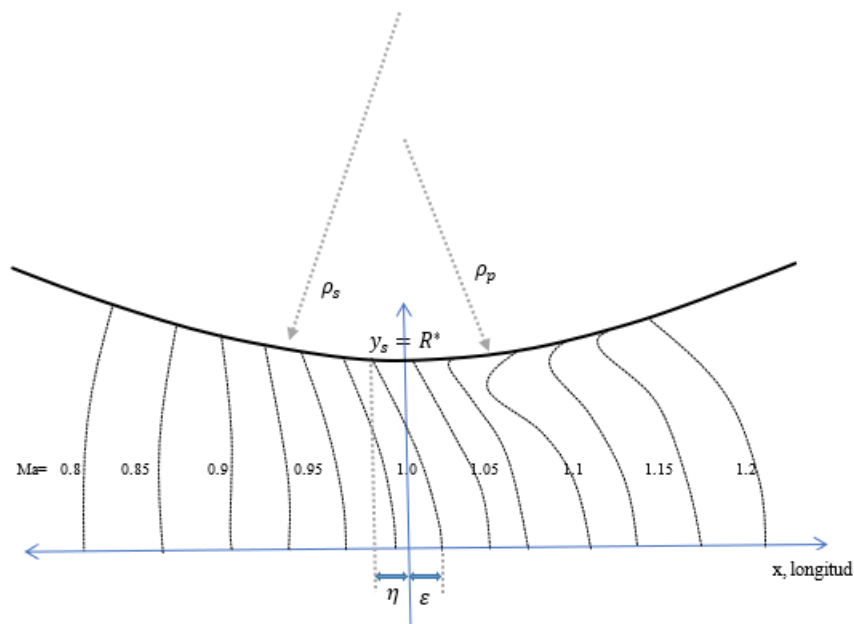
3.2.4 Redimensionamiento de la Longitud de la Zona Convergente

Después de haber realizado el diseño preliminar del contorno de la pared en la sección convergente se hace un rediseño de la longitud de este tramo, debido a que se quiere buscar que el campo de flujo se desarrolle de la manera más óptima posible durante el cambio del área transversal en la sección crítica de la garganta y de la transición del fluido cuando pasa de la región subsónica a sónica.

Por lo cual se aplica el concepto desarrollado por Sauer (Sauer R, 1947), usando un método basado en plantear que el campo de flujo se propaga a través de una serie de líneas sónicas que se mueven a lo largo de la trayectoria de la tobera convergente con una amplitud de separación entre las mismas; con el objetivo de establecer una longitud adecuada que disminuya los efectos adversos de un cambio brusco de sección, tales como: flujos turbulentos, pérdidas de energía y bloqueos del flujo.

La contracción del área transversal desde el inicio de la tobera hasta el punto de estrangulamiento se define por las fórmulas matemáticas previamente mencionadas en los modelos de diseño, se mantiene la forma de la curvatura de la pared, pero la variación de la longitud afecta la prolongación y el ángulo de la curva.

Figura 9. Esquema representativo del concepto de las líneas sónicas propuesto por Sauer, incluyendo algunos parámetros de diseño.



Nota 1. Propuesta del comportamiento del campo de flujo (contracción-expansión del área transversal) basado en la propagación de líneas sónicas según Sauer. Realizado por el autor del proyecto.

Con el siguiente conjunto de ecuaciones algebraicas se pueden establecer los valores numéricos de los parámetros de diseño según el método desarrollado por Sauer. Hay que enfatizar que la

variable $\alpha_s = 0,41$ es una constante definida para paredes de toberas con contornos redondeados.

$$\begin{aligned}
 y_s &= R^* \\
 \beta_s &= \frac{1}{\rho_p} \\
 \frac{1}{\rho_s} &= \frac{1}{\rho_p} - \left[(\gamma + 1) \cdot \alpha_s^2 + \frac{1}{\rho_p^2} \right] \cdot y_s \\
 \alpha_s &= \sqrt{\frac{2}{(\gamma + 1) \cdot \rho_s \cdot y_s}} \\
 \alpha_s &= 0,41 \\
 \epsilon_s &= \frac{y_s}{8} \cdot \sqrt{2 \cdot (\gamma + 1) \cdot \frac{y_s}{\rho_s}}
 \end{aligned}$$

La forma de trazar el contorno aerodinámico de la pared según los métodos previamente descritos, era básicamente variar la posición de la coordenada “x, abscisa” desde un punto inicial hasta llegar a la longitud del punto de estrangulamiento de la tobera, para de esta manera obtener el valor numérico del radio de la curva en la coordenada “y-adyacente”.

Sauer plantea un sistema de tres ecuaciones que modela el comportamiento del movimiento del flujo a lo largo del perfil geométrico, durante el proceso de contracción del área transversal y el incremento de la velocidad en la región transónica donde el flujo pasa de ser subsónico a sónico.

$$\begin{aligned}
 u_i &= \alpha_s \cdot x_s - \beta_s \cdot y_s + \left[\left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) \cdot \alpha_s^2 + \beta_s^2 \right] \cdot y_s^2 \\
 v_i &= -\beta_s \cdot x_s + ((\gamma + 1) \cdot \alpha_s^2 + 2 \cdot \beta_s^2) \cdot x_s \cdot y_s - \left[\left(\frac{\gamma + 1}{2} \right) \cdot \alpha_s \cdot \beta_s + 4 \cdot \beta_s \cdot \left(\left[\frac{\gamma + 1}{2} \right] \cdot \alpha_s^2 + \beta_s^2 \right) \cdot x_s \right] \cdot y_s^2 \\
 Ma_s &= (1 + u_i)^2 + v_i^2
 \end{aligned}$$

Este sistema de ecuaciones 3x3 contiene tres ecuaciones con tres incógnitas (x_s, u, v); teniendo como ventaja que con los métodos de diseño anteriores se han encontrado las condiciones iniciales del sistema de ecuaciones algebraicas no lineales. Es decir, se tiene el número de Mach

inicial en la entrada y la tendencia de los valores numéricos del radio de la curvatura “coordenada y-adyacente” en función de la variable de posición. Para resolver las expresiones algebraicas del problema se usa el algoritmo de Levenberg-Marquardt, también conocido como el método de mínimos cuadrados amortiguados.

Entonces, para completar el sistema de ecuaciones se tiene que aportar los valores numéricos de las variables del número de Mach y el radio de la sección transversal. Con los métodos de diseño explicados anteriormente, ya se obtuvieron los datos de la coordenada “y-adyacente (radio de la tobera)” en función de la variable de posición “coordenada x-distancia”. Con el radio se puede calcular el área transversal de la tobera y posteriormente obtener el número de Mach usando el método numérico de Newton-Raphson.

```
%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_1=pi*(y_1').^2;
Ma = zeros(1,length(A_1));
er = zeros(1,length(A_1));
syms M

for z = 1 : length(A_1)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_1(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
```

En este punto ya se tienen el comportamiento de las variables y_s & Ma . Por lo que se procede a solucionar el sistema de ecuaciones aplicando el algoritmo Levenberg-Marquardt. Siendo más detallados, las ecuaciones van a quedar expresadas en términos de x_s y con el código se van a realizar una serie de iteraciones sucesivas hasta determinar cuál es el valor

aproximado que satisface la igualdad de la ecuación. Todo el código digitado puede apreciarse en la programación del algoritmo realizado en el software Matlab.

```
%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la sección de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-2.2,-0.15,-0.9];

[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_1 % El número de iteraciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

%
%   F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
%   ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
%   ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
%   [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
%
x_s(i)=x(1);
u(i)=x(2);
v(i)=x(3);
Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

var1Names = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,'u','v',Ma_sauer,'VariableNames',var1Names);
L_sauer=abs(x_s(1));

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.22;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=0.3653;
    Ma_s=0.1732;
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);
    F(3)=((1+x(2))^2+x(3)^2)- Ma_s;
end
```

Ahora, se puede apreciar que la nueva longitud de la sección convergente corresponde al primer valor de la variable $x_s=1.3917$ [m]. Los resultados del sistema de ecuaciones pueden verse en la siguiente tabla.

Tabla 3. Resultados de la resolución del sistema de ecuaciones 3x3 utilizando el algoritmo de Levenberg-Marquardt para aplicar el concepto de Sauer sobre las líneas sónicas.

x_s	u	v	N° Mach
-1,3917	-217,5578	-0,0361	0,1736
-1,3900	-655,8597	-0,0358	0,1741
-1,3848	-1103,6466	-0,0349	0,1758
-1,3763	-1566,9992	-0,0333	0,1785
-1,3646	-2051,6448	-0,0313	0,1824
-1,3499	-2562,8356	-0,0289	0,1873
-1,3324	-3105,2456	-0,0260	0,1933
-1,3124	-3682,8890	-0,0230	0,2002
-1,2901	-4299,0609	-0,0197	0,2082
-1,2658	-4956,3030	-0,0164	0,2172
-1,2396	-5656,3909	-0,0131	0,2271
-1,2119	-6400,3429	-0,0099	0,2379
-1,1827	-7188,4480	-0,0067	0,2496
-1,1523	-8020,3087	-0,0038	0,2621
-1,1209	-8894,8960	-0,0010	0,2754
-1,0886	-9810,6138	0,0016	0,2894
-1,0555	-10765,3682	0,0039	0,3042
-1,0218	-11756,6402	0,0060	0,3197
-0,9877	-12781,5580	0,0079	0,3358
-0,9531	-13836,9678	0,0095	0,3525
-0,9182	-14919,5009	0,0109	0,3697
-0,8830	-16025,6357	0,0120	0,3876
-0,8478	-17151,7548	0,0129	0,4059
-0,8124	-18294,1956	0,0137	0,4246
-0,7771	-19449,2944	0,0142	0,4439
-0,7417	-20613,4242	0,0146	0,4635
-0,7065	-21783,0267	0,0148	0,4835
-0,6713	-22954,6374	0,0148	0,5038
-0,6363	-24124,9059	0,0147	0,5245
-0,6015	-25290,6095	0,0145	0,5454
-0,5670	-26448,6617	0,0142	0,5667
-0,5326	-27596,1152	0,0137	0,5882
-0,4985	-28730,1576	0,0132	0,6099
-0,4647	-29848,1007	0,0125	0,6318
-0,4312	-30947,3590	0,0118	0,6539
-0,3979	-32025,4143	0,0110	0,6762
-0,3650	-33079,7595	0,0102	0,6987
-0,3324	-34107,8050	0,0093	0,7212
-0,3001	-35106,7238	0,0084	0,7440
-0,2682	-36073,1790	0,0074	0,7668
-0,2366	-37002,8190	0,0064	0,7897
-0,2053	-37889,2858	0,0054	0,8127
-0,1744	-38722,0924	0,0044	0,8357
-0,1439	-39481,6233	0,0033	0,8588
-0,1138	-40125,7499	0,0022	0,8818
-0,0842	-40547,2022	0,0012	0,9048
-0,0551	-40399,0854	0,0001	0,9277
-0,0269	-38043,6566	-0,0009	0,9500
-0,0011	-21703,6675	-0,0019	0,9708
0,0133	-21703,6675	-0,0024	0,9825

Nota. Esta tabla de resultados se obtuvo al aplicar el concepto de líneas sónicas para rediseñar la longitud en todos los métodos de diseño de la sección convergente. Tomado del algoritmo realizado para este proyecto programado en Matlab.

Figura 10. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método de Vitoshinsky.

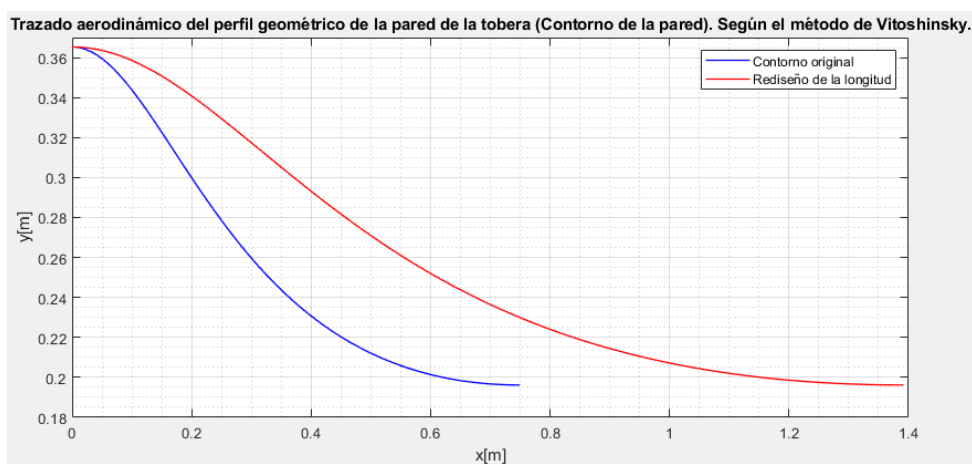


Figura 11. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 3th orden.

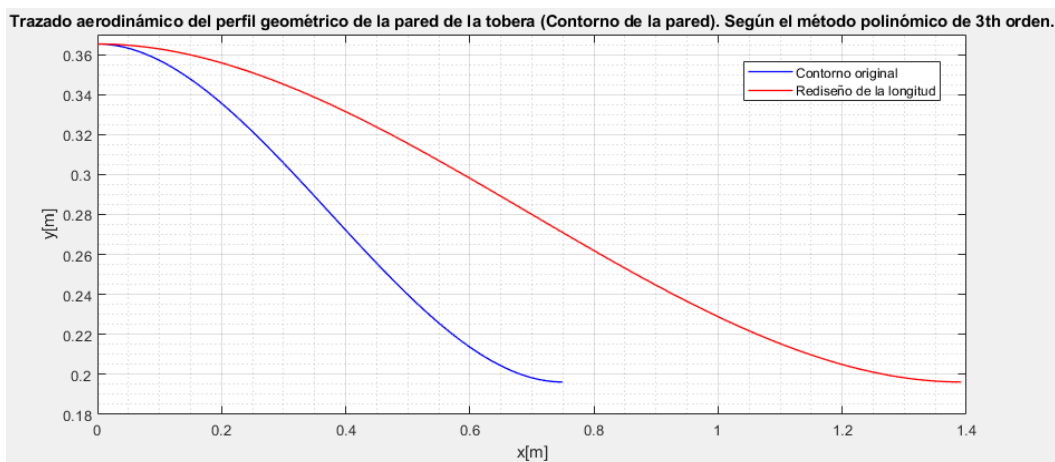


Figura 12. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 5th orden.

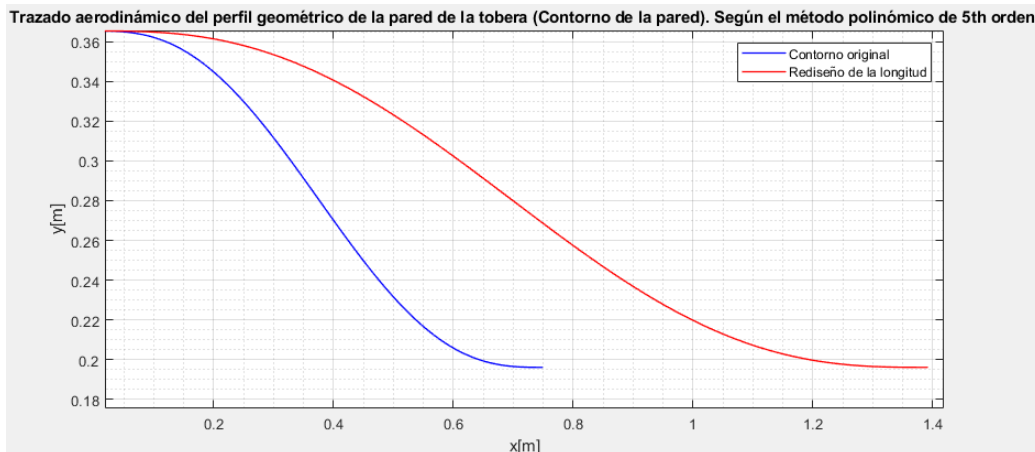


Figura 13. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método polinómico de 7th orden.

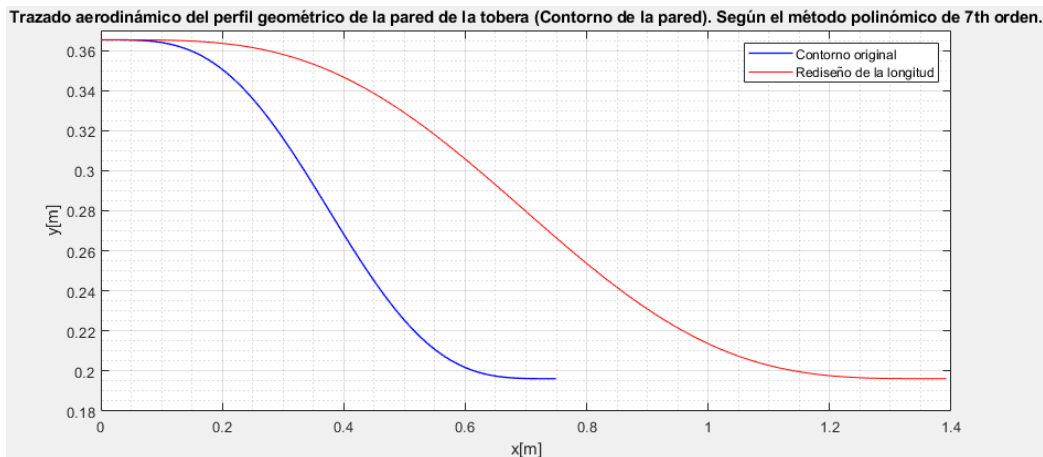
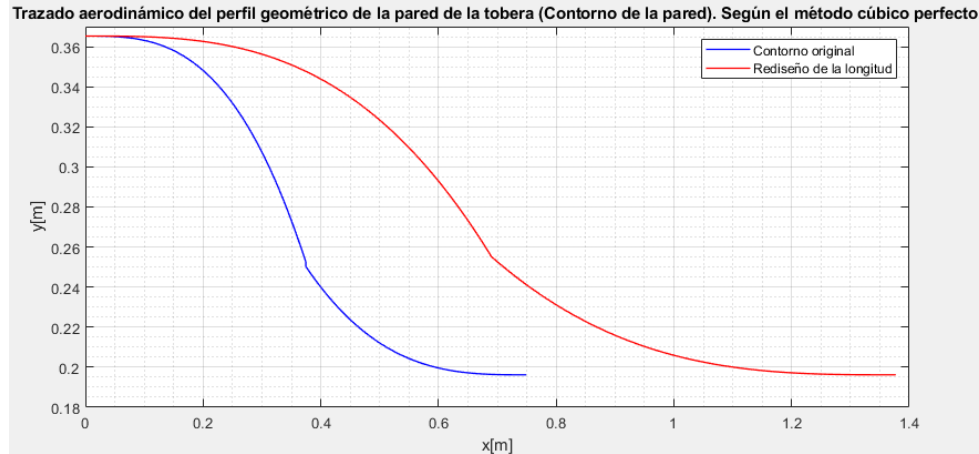


Figura 14. Rediseño de la longitud de la sección convergente de la tobera según el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer, para el método cúbico perfecto.



Nota múltiple (Fig. 10-14). Diferencia entre los diseños de los contornos de la pared de una tobera cuando se rediseña la longitud. Se puede observar como varia el trazado aerodinámico del perfil geométrico cuando se aplica el concepto de Sauer. Realizado por el autor del proyecto en el programa Matlab.

Hay que enfatizar que el método de trazado del contorno de pared propuesto por Sivells no es sometido a un rediseño de la longitud porque dentro de su sistema de ecuaciones se calcula implícitamente esta dimensión, apreciándose una proximidad entre ambos valores ($L_{\text{sauer}}=1.3917$ [m] & $L_{\text{Sivells}}=1.3891$ [m]).

Para revisar el código del algoritmo que se programó en Matlab para obtener el contorno de la pared de una tobera en la sección convergente, se recomienda ir a buscar la información en los apéndices del A hasta el F.

3.2.5 Propiedades Termodinámicas del Campo de Flujo en la Zona de Convergencia

En este punto se ha establecido la relación entre el radio de la sección transversal (coordenada “y-adyacente”); en función de la variación de posición (coordenada “x-abcisa”) durante todo el segmento de la longitud. Entonces, se puede calcular el área transversal de cualquier sección de la tobera y por consiguiente hallar el valor numérico del Mach en cualquier punto de la tobera, como se expresa en la siguiente fórmula.

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M_a} \cdot \left[\left(\frac{1 + \left[\frac{\gamma - 1}{2} \right] \cdot M_a^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{(\gamma - 1) \cdot 2} \right)} \right]$$

Pero debido a que se está programando en Matlab; es imperativo aplicar un método numérico para obtener valores aproximados del Mach, denominado el método de Newton-Raphson. Es necesario aplicar este método de solución numérica porque la ecuación es muy compleja para despejar en términos de la variable Ma en función del área transversal, y Matlab no facilita el cálculo si la incógnita no está totalmente despejada de la fórmula por la igualdad. Por lo tanto, se digita el siguiente algoritmo para obtener una aproximación a la solución de la ecuación.

```

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_1=pi*(y).^2;
Ma = zeros(1,length(A_1));
er = zeros(1,length(A_1));
syms M

for z = 1 : length(A_1)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_1(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 200;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;

```

```

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
    fp = diff(f);
    g1 = inline(f);
    g2 = inline(fp);
    ite = 0;
    sw = 0 ;
    while(sw == 0)
        xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
        error = abs((xa - x0)/xa)*100;
        if(error>=t)
            x0 = xa;
            sw = 0;
        else
            sw =1 ;
        end
        ite = ite+1;
        if(ite > N)
            break
        end
    end
end

```

Luego, considerando que se trabaja con un flujo isentrópico e reversible; y asumiendo los calores específicos constantes (siendo un gas ideal) sometido a la compresibilidad del fluido, se pueden relacionar las propiedades del flujo en cualquier punto de la tobera usando los valores del Mach. De esta manera se puede establecer la magnitud de las propiedades termodinámicas del fluido dentro de la trayectoria del campo de flujo a lo largo de la tobera, según el libro Termodinámica (Cengel & Boles, 2008, Capítulo 4&7).

Estas ecuaciones muestran la relación existente entre los valores de la temperatura, presión y densidad respectivamente; en el punto de estancamiento y a lo largo de la longitud de la tobera.

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)M_a^2$$

$$\frac{P_0}{P} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)M_a^2\right]^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left[1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)M_a^2\right]^{\frac{1}{k-1}}$$

Las propiedades termodinámicas correspondientes a la zona de estancamiento, remanso o reposo pueden obtenerse del análisis de estequiometría realizado por el programa de la NASA, llamado CEARUN. $T_0 = 3373.64 [K]$; $P_0 = 5.3e6 [Pa]$; $\rho_0 = 2.3867 [Kg/m^3]$

También, se calculan las pérdidas de energía generadas por la fricción del fluido al desplazarse y ocasionar un rozamiento con la pared de la tobera; además de otras propiedades termodinámicas extrínsecas, tales como: la energía interna, la entalpía y la entropía. Para gases ideales u, h, C_v & C_p son funciones sólo de la temperatura. El Δu y Δh de gases ideales se pueden expresar como:

$$\Delta u = u_2 - u_1 = \int_1^2 C_v(T) dT \cong C_v(T_2 - T_1)$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = \int_1^2 C_p(T) dT \cong C_p(T_2 - T_1)$$

El cambio de la entropía se asocia directamente a la transferencia de calor, al flujo másico y a las irreversibilidades del sistema. Además, hay que evidenciar la diferencia entre el cálculo cuando las capacidades caloríficas son constantes o variables, en este caso se hace una aproximación para un proceso con capacidad calorífica constante.

$$s_2 - s_1 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Según el libro Mecánica de fluidos (Mott, 2006, capítulo 8-9) para determinar las pérdidas de energía debido a la fricción por el contacto del fluido en movimiento con la pared que ocasiona un rozamiento. Primero, se debe determinar si el caudal másico se caracteriza por

ser de flujo laminar o turbulento. A partir del número de Reynolds, si $Re < 2000$ (flujo laminar) o si $Re > 4000$ (flujo turbulento)

$$Re = \frac{vD\rho}{\mu}$$

Donde, μ (viscosidad dinámica [Pa.s]), v (velocidad del flujo promedio [m/s]), ρ (densidad [kg/m]), D (diámetro [m]).

$$\mu = 1,34 \times 10^{-5} \text{ [Pa.s]}$$

$$Ma = \frac{V}{V_{sonido}}, \quad V_{sonido} = \sqrt{kRT} = 1541,1 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Generalmente, se usa el diagrama de Moody (relaciona la rugosidad relativa $[D/\epsilon]$ con el número de Reynolds) para determinar el factor de fricción; la cual es una opción conveniente y lo suficientemente precisa si se hacen los cálculos manualmente. Sin embargo, como se están digitando códigos en lenguaje C++ para programar un algoritmo en Matlab. Se busca la manera de determinar el valor numérico a través de una manera automática usando una solución analítica porque se puede hallar una expresión matemática que proporcione toda la información sobre el comportamiento de la carta de Moody, para cualquier valor de las variables y parámetros.

Cuando el $Re < 2000$, el coeficiente de fricción se determina usando la expresión $f = \frac{64}{Re}$

Si el $Re > 4000$, la siguiente ecuación permite el cálculo directo del valor del coeficiente

de fricción $f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{1}{3.7(D/\epsilon)} + \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2}$

Mientras que si el $2000 \geq Re \leq 4000$, el coeficiente de fricción puede ser determinado automáticamente con la fórmula $f = 0.0592 \left[1 + 0.72Pr^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) M_a^2 \right]^{-0.6734} Re^{-1/5}$

Donde $Pr = \frac{\mu C_p}{k}$, $k=0.0261$ [w/m.k] (conductividad térmica) & $C_p=3992.25$ [J/kg.K]

(capacidad calorífica a presión constante)

Finalmente, el cálculo de las pérdidas de energía debido a la fricción puede calcularse por

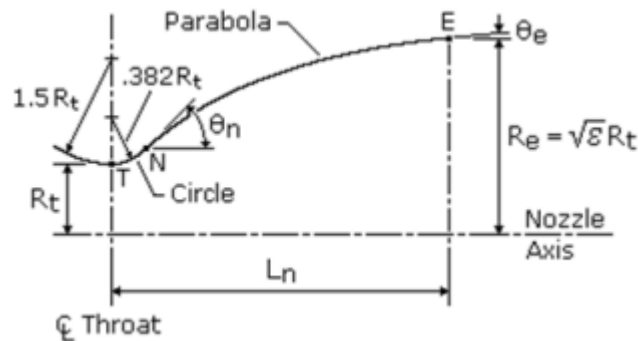
la ecuación de Darcy:
$$h_L = f * \frac{L}{D} * \frac{v^2}{2g}$$

3.3 Trazado del Perfil Geométrico para la Sección Divergente.

El trazado aerodinámico del perfil geométrico para la sección divergente, se caracteriza por la expansión de la sección del área transversal, la generación de flujos turbulentos y la aparición de ondas de choque. El campo de flujo sufre cambios al pasar de la región sónica a supersónica, repercutiendo en la aceleración de la velocidad del flujo.

3.3.1 Modelo de Tobera Según el Método Parabólico

Figura 15. Esquema de representación gráfica de una tobera parabólica.



Nota. Diseño del contorno de la pared propuesto por Rao. Tomado del paper “Design and analysis of contour bell nozzle and comparison with dual bell nozzle” (Sreenath K.R. & Mubarak A.K., 2016)

Este método de diseño desarrollado por Rao permite obtener un máximo empuje y obtener una salida uniforme del flujo en el plano de salida. Permitiendo conseguir una adecuada expansión del campo de flujo desde la región sónica a supersónica. Además, se cataloga como una tobera TOP (Trust Optimization Parabolic). La curva de la parábola está definida por la siguiente ecuación: $x_n = a \cdot R_n^2 + b \cdot R_n + c$

La longitud de la sección divergente está definida por la fórmula:

$$L_{RAO} = 0,8 \cdot \frac{[\sqrt{\varepsilon} - 1] \cdot R_c}{\tan(\theta_{\text{tobconica}})}$$

Los coeficientes están determinados por las derivadas en el punto donde el círculo de la garganta se encuentra con el comienzo de la parábola, x_n , y la longitud de la boquilla. Para determinar el valor numérico de x_n ,; el ángulo Θ_n necesita ser definido. Entonces la derivada de la segunda curva debe ser igual a su tangente

$$\frac{d_y}{d_x} = \tan \theta_n = \frac{x_n}{\sqrt{(0.382 * R_t)^2 - x^2}}$$

$$\frac{d_y}{d_x} = \tan \theta_n = \frac{1}{2aR_n + b}$$

$$\frac{d_y}{d_x} = \tan \theta_s = \frac{1}{2aR_s + b}$$

Esto completa el sistema lineal de ecuaciones. En forma matricial del sistema como se expresa en la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} 2R_n & 1 & 0 \\ 2R_s & 1 & 0 \\ R_n^2 & R_n & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \tan \theta_n \\ \tan \theta_s \\ x_n \end{bmatrix}$$

Para encontrar las constantes de la ecuación parabólica (a, b & c) se usa el algoritmo de Levenberg-Marquardt, usando los comandos pre programados del toolbox de Matlab. Además, como la ecuación de la curva de la parábola no está despejada en términos de la variable del radio de la tobera (coordenada y-adyacente), con este dato se puede calcular el área transversal. Siendo este el valor numérico que se quiere conseguir, pero la ecuación esta invertida y la variable de posición x (valor conocido) está en función de la variable del radio de la curva (incógnita), de esta manera la ecuación es irresoluble con Matlab. Se aplica el método numérico de Newton-Raphson para resolver el sistema de ecuaciones no lineales 3x3.

```

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-1,-1,-1];
[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

F=@(x)[x(1)*R_n^2+x(2)*R_n+x(3)-x_n:...
1/(2*x(1)*R_n+x(2))-tand(omega_n);...
x(1)*R_e^2+x(2)*R_e+x(3)-L_RAO];
a=x(1);
b=x(2);
c=x(3);

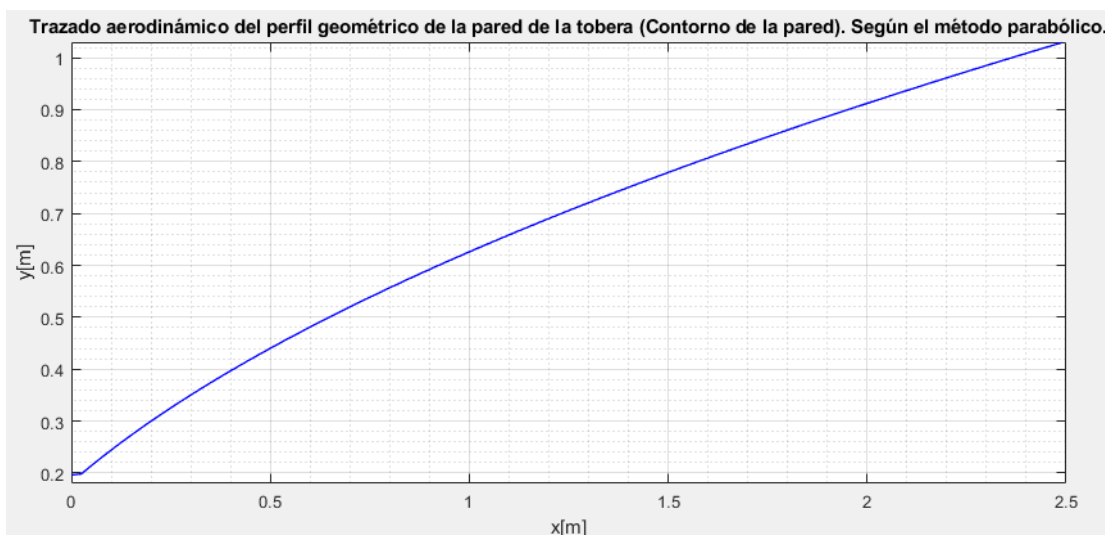
%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_1=linspace(0,L_RAO,N_1);
y= zeros(1,length(x_1));
er = zeros(1,length(x_1));
syms y_1

for i = 1 : length(x_1)
    f = a*y_1.^2+b*y_1+c-x_1(i);
    x0 = R_c;
    t = 0.001;
    N = 150;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    y(i) = xa;
    er(i) = error;
end

```

Figura 16. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método parabólico.



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.3.2 Modelo de Tobera Según el Método propuesto por Vitoshinsky

La fuente de la cual se obtuvo la información para realizar el trazado de la tobera de este método se fundamentó en el registro de documentos del seminario (2008) de la Universidad Técnica del Medio Este (METU) (Vitoshinsky, 2008).

El modelo de diseño desarrollado por Vitoshinsky realiza el trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera en dos diferentes segmentos de la curva. Cada tramo está delimitado por un porcentaje de la longitud total; y propone una secuencia de pasos que hay que seguir para obtener el contorno de la pared.

El primer segmento de diseño abarca el 80% de la longitud de divergencia y esta expresado por las siguientes fórmulas matemáticas:

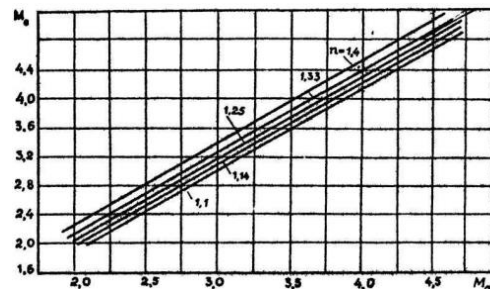
$$\begin{aligned}\overline{\Delta x} &= \bar{r}_w \cdot \sin(\theta_w) \\ x_1 &= x_0 + \overline{\Delta x} \\ \overline{\Delta y} &= \bar{r}_w \cdot (1 - \cos(\theta_w)) \\ \Delta y &= \overline{\Delta y} \cdot \left[1 - \frac{x_1}{\chi_{\text{vitoshinsky}}} \right] \\ y_1 &= y_0 + \Delta y\end{aligned}$$

Hay que aclarar que el ángulo Θ_w se varia desde 6° hasta $74,5^\circ$ y la referencia de la variable $\chi_{\text{vitoshinsky}}$ es debido al limite de posición del 0,8. El Segundo segmento de diseño del contorno de la pared es más complejo, debido a que se necesitan determinar los valores numérico de varios parámetros, para poder determinar un factor de corrección de diseño.

$$M_a = \sqrt{\left[\frac{2}{\gamma - 1} \right] \cdot \left(\epsilon \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right] - 1 \right)}$$

Después de haber obtenido el valor de M_a , es necesario usar el siguiente diagrama para obtener un Mach de diseño, pero solo se ha mostrado la información de manera gráfica. Por lo tanto, no es posible hacer una extrapolación o conseguir un algoritmo que defina la curva debido a la falta de los datos. Por esta razón, se usa un software que digitaliza una gráfica o diagrama escaneado y los convierte en datos numéricos (x-y) porque las publicaciones que se hacen solo muestran los esquemas con la carencia de los valores de los datos.

Figura 17. Relación del número de Mach de diseño (M_0) en función del M_a según la teoría



Con los datos (x-y) obtenidos por digitalizar la tabla, se procede a realizar una regresión lineal para encontrar una ecuación que represente la tendencia de la curva. De esta manera se consigue encontrar una fórmula matemática que muestra el comportamiento de la variable M_0 en función de Ma .

$$M_0 = -40,68 + 85,93 \cdot Ma - 71,91 \cdot Ma^2 + 31,67 \cdot Ma^3 - 7,6740436 \cdot Ma^4 + 0,972 \cdot Ma^5 - 0,05035 \cdot Ma^6$$

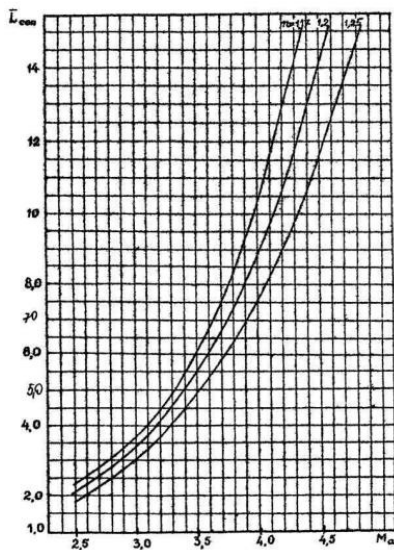
Luego, se calcula el valor de un nuevo parámetro de diseño

$$T = \left[\frac{1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \cdot M_0^2}{\frac{\gamma + 1}{2}} \right]^{\left[\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)} \right]}$$

Con esta variable se procede a usar el siguiente diagrama

$$L_d = \bar{L}_d \cdot 2 \cdot R^*$$

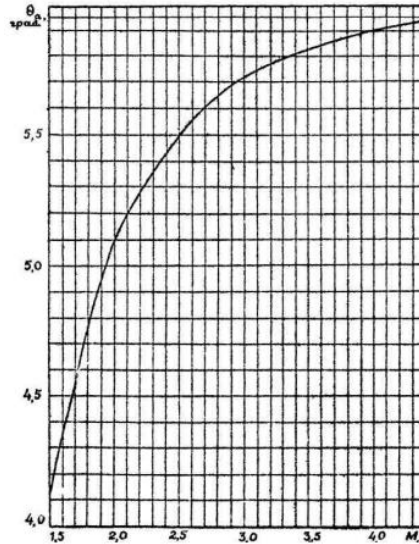
Figura 18. Relación entre la longitud óptima de la sección en función del número de Mach según la teoría



Se repite el proceso de digitalización de la gráfica para obtener valores (x-y) y poder realizar la regresión lineal. La siguiente expresión polinómica representa la relación entre \bar{L}_d en función de Ma .

$$\bar{L}_d = -993,4 + 1786 \cdot M_a - 1324 \cdot M_a^2 + 518,6 \cdot M_a^3 - 113,1 \cdot M_a^4 + 13,04 \cdot M_a^5 - 0,6196 \cdot M_a^6$$

Figura 19. Relación entre el ángulo de salida de la tobera en función del número de Mach según la teoría

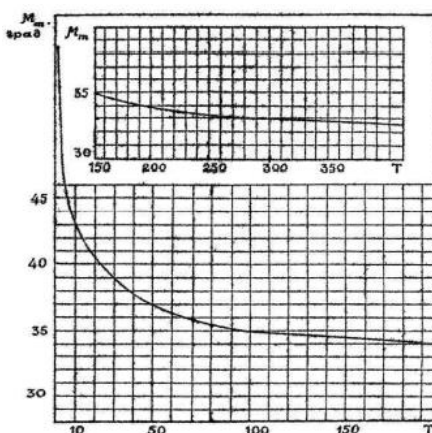


Esta grafica no fue digitalizada para obtener el valor de diseño del ángulo de salida, porque ya se había obtenido este parámetro anteriormente usando la relación de expansión de áreas. En los cálculos del inciso o apartado 3.1, se determinó el valor numérico del ángulo de salida (ω_e) en función de la correlación de expansión del área entre el cuello y el plano de salida de la tobera (ϵ). Este paso se hizo para obtener más precisión en los resultados y aumentar la confiabilidad del proceso de diseño.

También, se calcula el diámetro medio Θ_n a partir del μ_n pero se necesita digitalizar la gráfica primero para poder conocer el valor numerico.

$$\theta_n = \mu_n - \frac{\pi}{2} \cdot \frac{180}{\pi} + \left[\sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \right] \cdot \arctan \left[\left(\sqrt{\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1}} \right) \cdot \frac{1}{\tan(\mu_n)} \right]$$

Figura 20. Relación entre el ángulo de diseño μ_n en función del parámetro T



Como resultado de la digitalización del diagrama representado por la curva con tendencia exponencial decreciente, se obtienen los datos (x-y) para realizar la regresión lineal y poder crear la siguiente expresión matemática que vincula el comportamiento de los parámetros entre ellos.

$$\mu_n = 62,98 - 1,117 \cdot T + 0,017 \cdot T^2 - 0,00012512387 \cdot T^3 + 4,713 \times 10^{-7} \cdot T^4 - 8,751 \times 10^{-10} \cdot T^5 + 6,344 \times 10^{-13} \cdot T^6$$

Por último, se calcula el factor o coeficiente de corrección para definir el trazado de la curva del contorno de la pared.

$$f = \text{const}^a \cdot (1 - \bar{x}_{fi})^\alpha + \text{const}^b \cdot (1 - \bar{x}_{fi}) \left| \text{const}^c \right|$$

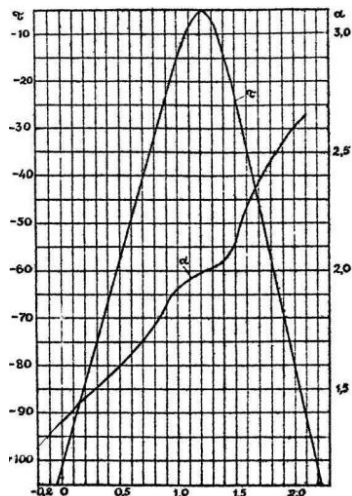
$$\text{const}^a = \frac{\varphi + \tau - \varphi^2}{\varphi + \tau + \alpha^2 - 2 \cdot \alpha \cdot \varphi}$$

$$\text{const}^b = \frac{(\alpha - \varphi)^2}{\varphi + \tau + \alpha^2 - 2 \cdot \alpha \cdot \varphi}$$

$$\text{const}^c = \frac{\alpha \cdot \varphi - \varphi + \tau}{\alpha - \varphi}$$

$$\varphi = \frac{\tan(\theta_n) - \tan(\theta_a)}{\bar{y}_a - \bar{y}_n - \tan(\theta_n)}$$

Figura 21. Relación entre los parámetros de diseño α & τ en función de la relación de expansión de áreas (ϵ)



Nota múltiple (fig. 17-21). Estas gráficas representan los valores numéricos de los parámetros de diseño en relación del número de Mach, ángulos de la curvatura y la expansión de áreas de diseño. Tomado del paper “Contouring of Gas-Dynamic Contour of the Chamber” (Vitoshinsky, 2008).

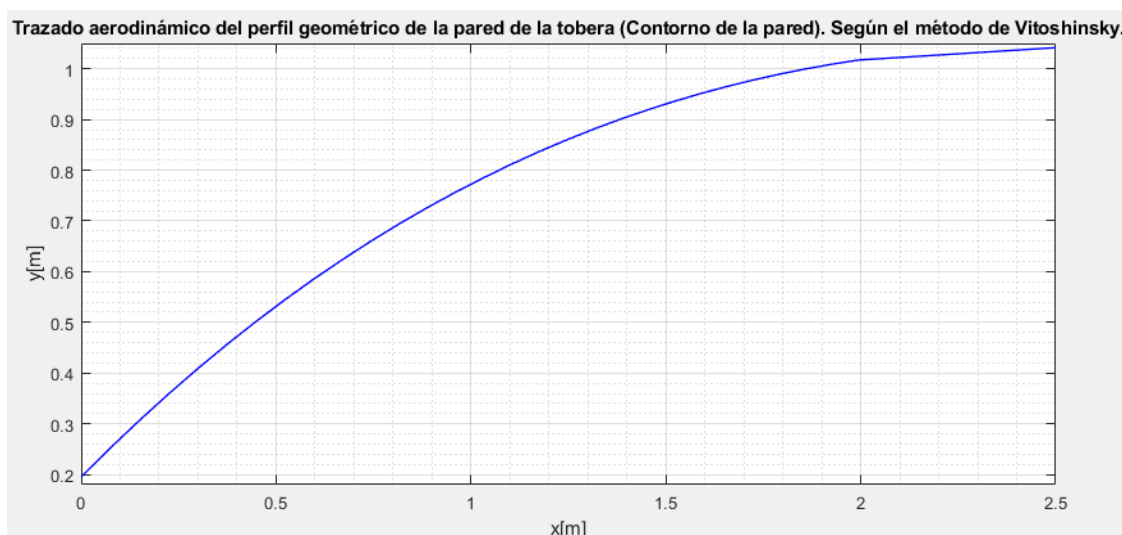
$$\tau = -102,3 + 139,63603 \cdot \varphi - 356,5 \cdot \varphi^2 + 771,1 \cdot \varphi^3 - 689,8 \cdot \varphi^4 + 257,5 \cdot \varphi^5 - 34,41 \cdot \varphi^6$$

$$\alpha = 1,372 + 0,4234 \cdot \varphi - 0,8782 \cdot \varphi^2 + 3,656 \cdot \varphi^3 - 4,722 \cdot \varphi^4 + 2,504 \cdot \varphi^5 - 0,4671 \cdot \varphi^6$$

Entonces, con todos los parámetros de diseño calculados, se procede a usar la ecuación para establecer el contorno de la pared de la tobera para la sección divergente. Porque se puede obtener la coordenada “y-adyacente” (radio de la sección transversal) en función de la variable de posición sobre el eje horizontal de la coordenada “x-abcisa”. Como se puede apreciar en la fórmula:

$$y = L_d \cdot (\bar{y}_n - (1 - \bar{x}) \cdot \tan(\theta_a) - (\bar{y}_a - \bar{y}_n - \tan(\theta_a)) \cdot f)$$

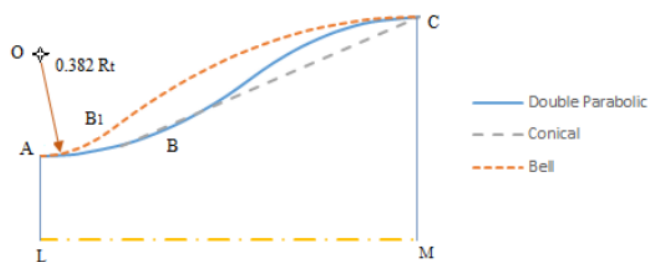
Figura 22. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de Vitoshinsky.



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

3.3.3 Modelo de Tobera Según el Método de Doble Parábola

Figura 23. Diagrama de representación gráfica del método parabólico doble



Nota. Distintas configuraciones de contornos de pared de tobera. Tomado del paper “Design of a double parabolic supersonic nozzle and performance evaluation by experimental and numerical methods” (Mubarak, A.K & Tide, P.S., 2018)

Como lo indica su nombre este método de diseño se caracteriza por hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de la tobera con dos parábolas con concavidades inversas

entre ellas. Como muestra el esquema, el segmento AL es el radio de la garganta en el punto de estrangulamiento, CM es el radio de salida de la tobera y LM es la longitud del tramo divergente. En la configuración de tobera parabólica doble, AB y BC son dos diferentes parábolas que son definidas por la siguiente expresión.

$y = Px + Q + (Sx + T)^{0.5}$ Donde P, Q, S & T son constantes. La pendiente de la curva del perfil geométrico está expresada por la derivada de la ecuación anterior. Donde $\frac{dy}{dx} = \tan\theta$, es igual a $\tan\theta = P + 0.5S(Sx + T)^{-0.5}$

Se obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, encontrando las coordenadas del punto inicial y final y sus pendientes correspondientes. La pendiente inicial de la la parábola AB es cero y la pendiente final se toma como un tercio de ángulo de Prandtl-Meyer. El número de Mach en B se encuentra a partir de la siguiente fórmula:

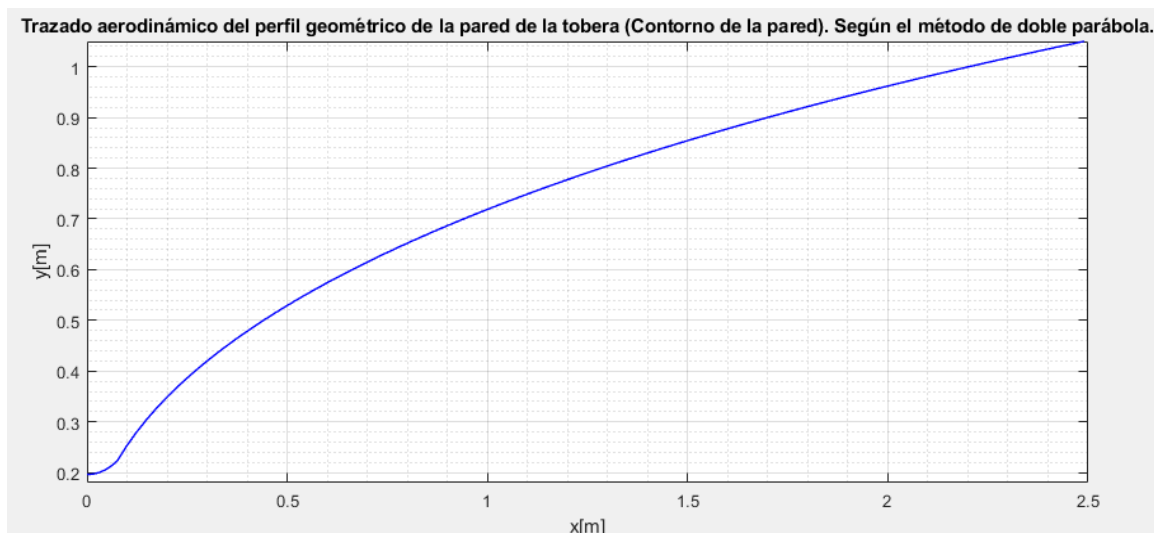
$$\omega = \left[\sqrt{\frac{\gamma + 1}{\gamma - 1}} \right] \cdot \arctan \left[\sqrt{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \right) \cdot (M_a^2 - 1)} \right] - \arctan \left[\sqrt{M_a^2 - 1} \right]$$

donde ω es un tercio del ángulo de Prandtl-Meyer para un diseño con el número de Mach (M = 1,5).

$$\frac{A_t}{A^*} = \frac{1}{M_a} \cdot \left[\left(\left[\frac{2}{\gamma + 1} \right] \cdot \left[1 + \left(\frac{\gamma - 1}{2} \right) \cdot M_a^2 \right] \right)^{\left(\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)} \right)} \right]$$

Donde A* es el área de la garganta. Las constantes P, Q, S y T se pueden encontrar usando el método de Newton–Raphson con derivada central y extrapolación cuadrática.

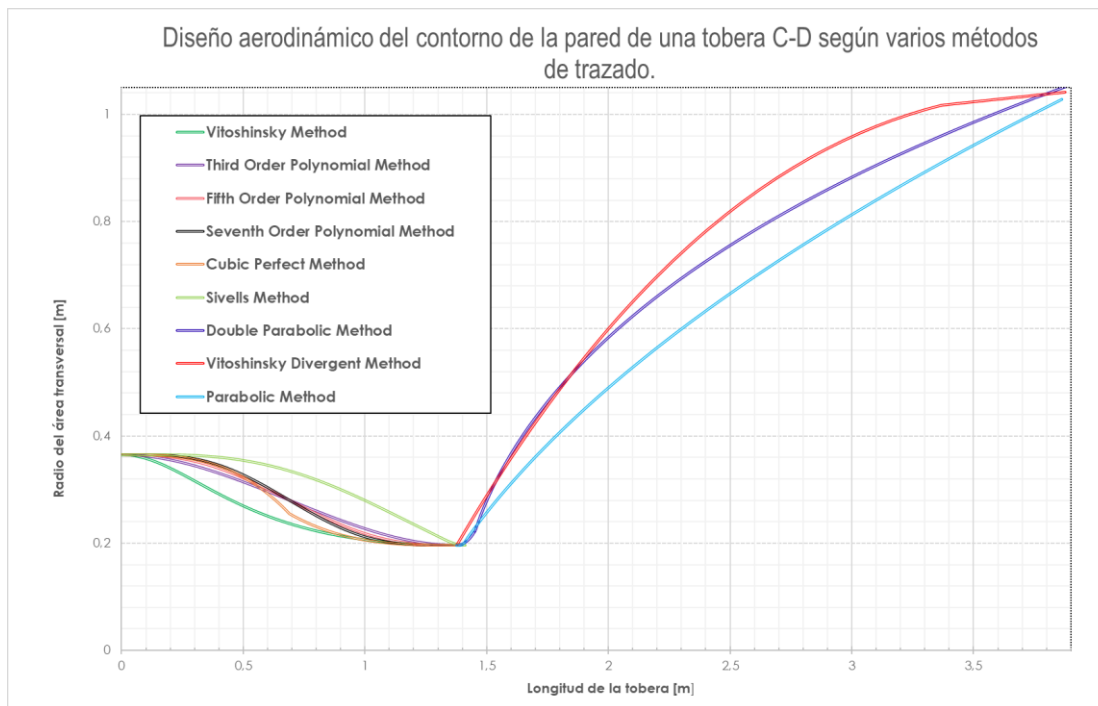
Figura 24. Diseño aerodinámico del contorno de la pared según el método de parábola doble.



Nota. Gráfica de la curvatura del perfil geométrico de la pared de la tobera realizada en el programa Matlab. Tomada del algoritmo creado por el autor del proyecto.

Al final de todo el proceso de diseño se han logrado usar nueve métodos diferentes de ejecutar el trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de una tobera (seis métodos para la región convergente y tres para la divergente). Cada uno tiene características de diseño únicas que se evidencian en el ángulo de inclinación de la curva y aporta un toque diferente al contorno del perfil modificando la forma de la concavidad. Hay unos modelos de diseño que suavizan la disminución y aumento del área transversal, dependiendo si se está en la zona convergente o divergente. Obviamente, las propiedades fluido-termodinámicas del campo de flujo varían dependiendo de la forma de la curvatura y aunque la trayectoria del flujo no tiene ninguna repercusión por el cambio del perfil, si se afecta el desarrollo del proceso de contracción o expansión de los gases (flujo másico) y sus propiedades.

Figura 25. Trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera C-D según varios métodos de diseño



Nota. El diagrama muestra el resultado final de los diseños sugeridos para una tobera después de haber aplicado nueve métodos distintos. Creado por el autor del proyecto.

Para revisar el código del algoritmo que se programó en Matlab para obtener el contorno de la pared de una tobera en la sección divergente, se recomienda ir a buscar la información en los apéndices del G hasta el I.

3.4 Propiedades Termodinámicas del Campo de Flujo en la Zona de Divergencia

En condiciones de flujo supersónico se generan perturbaciones y cambios abruptos en la presión, generando ondas de choque que afectan el flujo y las propiedades termodinámicas del

caudal másico. Hay varios tipos de ondas que se generan cuando se presentan flujos compresibles con Mach superior a 1, son conocidas como ondas de choque normales y oblicuas.

El flujo a través de una onda de choque es extremadamente reversible y no se considera isentrópico. Por lo tanto, el cálculo de la entropía para la sección divergente debe realizarse considerando el efecto que se produce por las ondas de choque. Aunque se usa la fórmula para el cambio de entropía de un gas ideal, el fenómeno de choque hace que el flujo previamente al contacto sea supersónico mientras que el caudal posterior se convierte en subsónico.

Según el libro Termodinámica (Cengel & Boles, 2008, Capítulo 17). Se han desarrollado unas ecuaciones para determinar las propiedades antes y después de una onda de choque de un gas ideal con los calores específicos constantes. Con el valor del número de Mach inicial calculado por el algoritmo programado en Matlab como se demostró en la zona convergente, se puede determinar un segundo valor de Ma después del choque de las ondas.

$$Ma_2^2 = \frac{Ma_1^2 + 2/(k-1)}{2Ma_1^2 k / (k-1) - 1}$$

Entonces, después de determinar el valor del número de Mach antes y después del choque. Se puede establecer la relación entre las temperaturas y presiones termodinámicas aplicando la ecuación:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + Ma_1^2(k-1)/2}{1 + Ma_2^2(k-1)/2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{Ma_1 \sqrt{1 + Ma_1^2(k-1)/2}}{Ma_2 \sqrt{1 + Ma_2^2(k-1)/2}}$$

Por último, el cambio de la entropía para esta sección está condicionado por la ecuación para un gas ideal

$$s_2 - s_1 = C_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)$$

Las otras propiedades termodinámicas como: la energía interna, la entalpía y las pérdidas por fricción, pueden calcularse de la misma manera como se demuestra en la sección convergente en el inciso o apartado 3.2.5 de este documento.

3.5 Selección del Perfil Geométrico de la Pared de una Tobera

En total en este proyecto se diseñaron seis contornos de pared para la sección convergente y tres diseños para la sección divergente. Por lo tanto, se tiene que seleccionar el perfil geométrico de la pared que sea más óptimo; para discernir entre todos los métodos de diseño se hace un análisis estadístico para determinar cuáles son los contornos de pared que tienen menores pérdidas de energía por la fricción y en el que la entropía no tenga mayor fluctuación. Según la teoría, el concepto ideal es que una tobera se caracteriza por ser un dispositivo isentrópico e reversible. Así, que basándose en esta premisa se va a realizar un análisis estadístico de varianza y desviación estándar, para determinar cuál modelo se ajusta más a la conservación de la energía en el sistema. Aprovechando que el algoritmo programado en Matlab tiene toda la información de manera vectorial se procede solo a escribir unas líneas extras en el código para encontrar los valores numéricos de la desviación estándar y la varianza.

```
%%Análisis estadístico de los datos de la fricción
valor_prom1=mean(fi);
mediana1=median(fi);
modal1=mode(fi);
desviacion_estandar1=std(fi,1);
varianza1=var(fi,1);

%%Análisis estadístico de los datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
modal=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);
```

Aquí hay que recalcar que aunque se ha mencionado en repetidas ocasiones que la tobera se considera isentrópica (la entropía se mantiene constante a lo largo de la tobera), esto es un concepto idealizado pero en este trabajo se calculo la entropía a través de la tobera para saber cual es el diseño de contorno de la pared que cumple esta condición. Por ejemplo, si un perfil geométrico de pared hace que la dispersión de los datos calculados de la entropía fluctue considerablemente, no se recomienda usar ese diseño.

Tabla 4. *Análisis estadístico de los resultados de datos en Matlab*

Ánalysis estadístico de los resultados de datos en Matlab				
	Fricción		Entropía	
Método de diseño	<i>Varianza [δ]</i>	<i>Desviación estándar [σ]</i>	<i>Varianza [δ]</i>	<i>Desviación estándar [σ]</i>
Sección convergente				
Vitoshinsky	$\pm 2,8267 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0017$	$\pm 0,0108$	$\pm 0,1039$
Polinomio de 3th orden	$\pm 2,7937 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0017$	$\pm 0,0317$	$\pm 0,1781$
Polinomio de 5th orden	$\pm 3,269 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0018$	$\pm 0,0254$	$\pm 0,1595$
Polinomio de 7th orden	$\pm 3,5753 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0019$	$\pm 0,0259$	$\pm 0,1608$
Cúbico perfecto	$\pm 3,7353 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0019$	$\pm 0,018$	$\pm 0,134$
Sivells	$\pm 3,2072 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0018$	$\pm 0,0054$	$\pm 0,0738$
Sección divergente				
Parabólico	$\pm 6,6490 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0026$	$\pm 2,356 \times 10^5$	$\pm 485,3895$
Doble parabólico	$\pm 1,8071 \times 10^{-5}$	$\pm 0,0043$	$\pm 5,0274 \times 10^5$	$\pm 709,0428$
Vitoshinsky	$\pm 5,1452 \times 10^{-6}$	$\pm 0,0023$	$\pm 1,9773 \times 10^5$	$\pm 444,6685$

Nota. Se aprecia el análisis estadístico para cada método de diseño y se puede determinar cual es el modelo que conserva más energía y mantiene la entropía con menor fluctuación. Realizado por el autor del proyecto.

Después de haber estudiado el resultado del análisis estadístico de los datos de la entropía y fricción, se determina que el método de diseño propuesto por Sivells para la sección convergente y el método de Vitoshinsky para la sección divergente, son los que se ajustan más al modelo de conservación de la energía.

3.6 Tablas de las Propiedades Termodinámicas de los Distintos Métodos de Diseño

Tabla 5. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Vitoshinsky para la sección convergente.*

x [m]	y [m]	Área [m ²]	N° Mach [-]	Presión [KPa]	Temperatura [K]	Densidad [Kg/m ³]	Entropía [J/(kg*K)]	Entalpía [J/(kg*K)]	Energía_int [J/(kg*K)]	Velocidad [m/s]	N° Reynolds [-]	Fricción [-]	Pérdidas [(N*m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0032	-263,2450	-217,5578	293,5291	3,7626E+07	0,02478	0,00100
0,0284	0,3647	0,4179	0,1741	5166,2906	3439,1714	2,3508	0,0095	-793,5903	-655,8597	294,4615	3,7684E+07	0,02479	4,26631
0,0568	0,3631	0,4141	0,1758	5164,4992	3438,9727	2,3502	0,0160	-1335,4125	-1103,6466	297,2546	3,7857E+07	0,02483	8,74607
0,0852	0,3604	0,4080	0,1785	5161,4859	3438,6382	2,3490	0,0228	-1896,0692	-1566,9992	301,8965	3,8142E+07	0,02488	13,66195
0,1136	0,3567	0,3997	0,1824	5157,2100	3438,1632	2,3474	0,0298	-2482,4903	-2051,6448	308,3672	3,8535E+07	0,02495	19,25507
0,1420	0,3522	0,3896	0,1873	5151,6161	3437,5414	2,3453	0,0373	-3101,0312	-2562,8356	316,6394	3,9031E+07	0,02503	25,79417
0,1704	0,3469	0,3780	0,1933	5144,6355	3436,7646	2,3426	0,0452	-3757,3474	-3105,2456	326,6785	3,9623E+07	0,02514	33,58457
0,1988	0,3410	0,3654	0,2002	5136,1881	3435,8235	2,3394	0,0536	-4456,2959	-3682,8890	338,4436	4,0302E+07	0,02526	42,97695
0,2272	0,3347	0,3520	0,2082	5126,1844	3434,7072	2,3356	0,0626	-5201,8640	-4299,0609	351,8877	4,1062E+07	0,02539	54,37573
0,2556	0,3281	0,3382	0,2172	5114,5274	3433,4043	2,3312	0,0722	-5997,1270	-4956,3030	366,9586	4,1892E+07	0,02553	68,24689
0,2840	0,3213	0,3242	0,2271	5101,1157	3431,9021	2,3261	0,0824	-6844,2333	-5656,3909	383,5994	4,2784E+07	0,02568	85,12498
0,3124	0,3143	0,3104	0,2379	5085,8455	3430,1877	2,3203	0,0933	-7744,4152	-6400,3429	401,7494	4,3730E+07	0,02583	105,61921
0,3408	0,3073	0,2968	0,2496	5068,6128	3428,2478	2,3137	0,1049	-8698,0225	-7188,4480	421,3448	4,4721E+07	0,02599	130,41828
0,3692	0,3005	0,2836	0,2621	5049,3162	3426,0691	2,3064	0,1171	-9704,5740	-8020,3087	442,3193	4,5748E+07	0,02616	160,29381
0,3976	0,2937	0,2709	0,2754	5027,8588	3423,6382	2,2982	0,1300	-10762,8247	-8894,8960	464,6047	4,6803E+07	0,02633	196,10220
0,4260	0,2871	0,2589	0,2894	5004,1505	3420,9423	2,2892	0,1435	-11870,8433	-9810,6138	488,1318	4,7879E+07	0,02650	238,78482
0,4544	0,2807	0,2475	0,3042	4978,1096	3417,9688	2,2793	0,1576	-13026,0961	-10765,3682	512,8308	4,8969E+07	0,02667	289,36626
0,4828	0,2745	0,2368	0,3197	4949,6645	3414,7060	2,2684	0,1722	-14225,5353	-11756,6402	538,6318	5,0066E+07	0,02684	348,95091
0,5112	0,2686	0,2267	0,3358	4918,7550	3411,1427	2,2566	0,1875	-15465,6860	-12781,5580	565,4652	5,1164E+07	0,02700	418,71758
0,5396	0,2630	0,2173	0,3525	4885,3336	3407,2688	2,2438	0,2032	-16742,7319	-13836,9678	593,2625	5,2258E+07	0,02717	499,91244
0,5680	0,2577	0,2086	0,3697	4849,3660	3403,0750	2,2300	0,2194	-18052,5970	-14919,5009	621,9563	5,3342E+07	0,02733	593,84025
0,5965	0,2526	0,2005	0,3876	4810,8320	3398,5531	2,2153	0,2359	-19391,0201	-16025,6357	651,4804	5,4412E+07	0,02748	701,85416
0,6249	0,2478	0,1929	0,4059	4769,7257	3393,6959	2,1995	0,2529	-20753,6243	-17151,7548	681,7708	5,5464E+07	0,02763	825,34415
0,6533	0,2433	0,1860	0,4246	4726,0555	3388,4974	2,1827	0,2702	-22135,9778	-18294,1956	712,7649	5,6494E+07	0,02778	965,72444
0,6817	0,2390	0,1795	0,4439	4679,8442	3382,9527	2,1649	0,2877	-23533,6474	-19449,2944	744,4026	5,7498E+07	0,02792	1124,41999
0,7101	0,2351	0,1736	0,4635	4631,1288	3377,0578	2,1461	0,3055	-24942,2445	-20613,4242	776,6257	5,8474E+07	0,02806	1302,85245
0,7385	0,2313	0,1681	0,4835	4579,9596	3370,8102	2,1263	0,3234	-26357,4636	-21783,0267	809,3783	5,9418E+07	0,02819	1502,42570
0,7669	0,2278	0,1631	0,5038	4526,3998	3364,2080	2,1056	0,3415	-27775,1127	-22954,6374	842,6070	6,0329E+07	0,02832	1724,51132
0,7953	0,2246	0,1584	0,5245	4470,5252	3357,2508	2,0839	0,3597	-29191,1376	-24124,9059	876,2604	6,1205E+07	0,02844	1970,43419
0,8237	0,2215	0,1542	0,5454	4412,4227	3349,9388	2,0613	0,3779	-30601,6391	-25290,6095	910,2895	6,2043E+07	0,02855	2241,45837
0,8521	0,2187	0,1503	0,5667	4352,1897	3342,2735	2,0378	0,3961	-32002,8823	-26448,6617	944,6477	6,2842E+07	0,02866	2538,77360
0,8805	0,2161	0,1467	0,5882	4289,9332	3334,2573	2,0135	0,4143	-33391,3011	-27596,1152	979,2906	6,3601E+07	0,02876	2863,48246
0,9089	0,2137	0,1435	0,6099	4225,7686	3325,8933	1,9884	0,4325	-34763,4925	-28730,1576	1014,1756	6,4319E+07	0,02885	3216,58844
0,9373	0,2115	0,1405	0,6318	4159,8190	3317,1855	1,9625	0,4505	-36116,2037	-29848,1007	1049,2627	6,4994E+07	0,02894	3598,98487
0,9657	0,2094	0,1378	0,6539	4092,2138	3308,1389	1,9359	0,4684	-37446,3062	-30947,3590	1084,5135	6,5628E+07	0,02903	4011,44493
0,9941	0,2076	0,1354	0,6762	4023,0881	3298,7592	1,9086	0,4861	-38750,7533	-32025,4143	1119,8915	6,6218E+07	0,02910	4454,61264
1,0225	0,2059	0,1331	0,6987	3952,5817	3289,0527	1,8807	0,5036	-40026,5110	-33079,7595	1155,3618	6,6765E+07	0,02917	4928,99470
1,0509	0,2043	0,1312	0,7212	3880,8382	3279,0266	1,8522	0,5209	-41270,4462	-34107,8050	1190,8912	6,7268E+07	0,02924	5434,95305
1,0793	0,2029	0,1294	0,7440	3808,0047	3268,6890	1,8231	0,5379	-42479,1379	-35106,7238	1226,4476	6,7728E+07	0,02930	5972,69758
1,1077	0,2017	0,1278	0,7668	3734,2313	3258,0486	1,7937	0,5545	-43648,5488	-36073,1790	1261,9994	6,8145E+07	0,02935	6542,27828
1,1361	0,2006	0,1264	0,7897	3659,6716	3247,1153	1,7638	0,5708	-44773,4132	-37002,8190	1297,5157	6,8519E+07	0,02940	7143,57510
1,1645	0,1996	0,1252	0,8127	3584,4834	3235,9002	1,7335	0,5865	-45846,0381	-37889,2858	1332,9644	6,8850E+07	0,02944	7776,28248
1,1929	0,1988	0,1242	0,8357	3508,8324	3224,4164	1,7030	0,6016	-46853,7342	-38722,0924	1368,3111	6,9140E+07	0,02948	8439,88179
1,2213	0,1981	0,1233	0,8588	3432,8980	3212,6803	1,6722	0,6156	-47772,7665	-39481,6233	1403,5152	6,9388E+07	0,02951	9133,58647
1,2497	0,1975	0,1225	0,8818	3356,8891	3200,7139	1,6413	0,6280	-48552,1598	-40125,7499	1438,5231	6,9596E+07	0,02954	9856,22071
1,2781	0,1970	0,1219	0,9048	3281,0823	3188,5523	1,6104	0,6371	-49062,1172	-40547,2022	1473,2500	6,9764E+07	0,02956	10605,91833
1,3065	0,1967	0,1215	0,9277	3205,9339	3176,2629	1,5796	0,6372	-48882,8958	-40399,0854	1507,5293	6,9893E+07	0,02957	11379,24576
1,3349	0,1964	0,1212	0,9500	3132,4919	3164,0185	1,5493	0,6023	-46032,8268	-38043,6566	1540,9251	6,9984E+07	0,02959	12167,96189
1,3633	0,1962	0,1210	0,9708	3064,6189	3152,4880	1,5213	0,3446	-26261,4389	-21703,6675	1571,7253	7,0038E+07	0,02959	12941,50017
1,3917	0,1962	0,1209	0,9825	3026,4500	3145,9098	1,5055	0,3446	-26261,4389	-21703,6675	1589,0291	7,0055E+07	0,02959	13508,04120

Tabla 6. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 3th orden para la sección convergente.*

x	y	Área	N° Mach	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpia	Energía_int	Velocidad	N° Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,885	3439,2374	2,3511	0,0012	-97,4896	-80,5699	293,5291	3,7626E+07	0,02478	0,00100
0,0284	0,3651	0,4187	0,1738	5166,665	3439,2130	2,3510	0,0035	-288,7949	-238,6735	293,8747	3,7648E+07	0,02479	4,24410
0,0568	0,3645	0,4173	0,1744	5166,013	3439,1406	2,3507	0,0057	-476,9329	-394,1594	294,8963	3,7711E+07	0,02480	8,56564
0,0852	0,3635	0,4151	0,1754	5164,936	3439,0212	2,3503	0,0080	-664,8039	-549,4247	296,5756	3,7815E+07	0,02482	13,04082
0,1136	0,3621	0,4119	0,1768	5163,436	3438,8546	2,3498	0,0103	-855,1084	-706,7011	298,9007	3,7958E+07	0,02484	17,74674
0,1420	0,3604	0,4080	0,1785	5161,506	3438,6404	2,3490	0,0126	-1050,4292	-868,1232	301,8651	3,8140E+07	0,02488	22,76370
0,1704	0,3583	0,4033	0,1807	5159,137	3438,3773	2,3481	0,0151	-1253,3016	-1035,7864	305,4672	3,8360E+07	0,02491	28,17746
0,1988	0,3559	0,3980	0,1832	5156,312	3438,0634	2,3471	0,0176	-1466,2745	-1211,7971	309,7102	3,8616E+07	0,02496	34,08156
0,2272	0,3532	0,3920	0,1861	5153,007	3437,6961	2,3458	0,0203	-1691,9666	-1398,3195	314,6015	3,8910E+07	0,02501	40,57973
0,2556	0,3503	0,3855	0,1894	5149,197	3437,2723	2,3444	0,0232	-1933,1179	-1597,6180	320,1529	3,9240E+07	0,02507	47,78861
0,2840	0,3470	0,3784	0,1931	5144,846	3436,7881	2,3427	0,0264	-2192,6402	-1812,0992	326,3800	3,9605E+07	0,02513	55,84068
0,3124	0,3436	0,3708	0,1972	5139,915	3436,2389	2,3408	0,0297	-2473,6673	-2044,3530	333,3022	4,0007E+07	0,02520	64,88767
0,3408	0,3398	0,3628	0,2017	5134,357	3435,6192	2,3387	0,0334	-2779,6054	-2297,1945	340,9430	4,0445E+07	0,02528	75,10440
0,3692	0,3359	0,3545	0,2067	5128,117	3434,9230	2,3364	0,0375	-3114,1858	-2573,7072	349,3295	4,0919E+07	0,02536	86,69335
0,3976	0,3318	0,3458	0,2122	5121,133	3434,1429	2,3337	0,0419	-3481,5191	-2877,2884	358,4924	4,1428E+07	0,02545	99,88980
0,4260	0,3275	0,3369	0,2181	5113,335	3433,2709	2,3307	0,0468	-3886,1533	-3211,6968	368,4665	4,1974E+07	0,02554	114,96799
0,4544	0,3230	0,3277	0,2245	5104,643	3432,2974	2,3274	0,0522	-4333,1348	-3581,1029	379,2902	4,2556E+07	0,02564	132,24824
0,4828	0,3184	0,3184	0,2315	5094,965	3431,2121	2,3238	0,0582	-4828,0725	-3990,1424	391,0057	4,3174E+07	0,02574	152,10528
0,5112	0,3136	0,3090	0,2390	5084,200	3430,0027	2,3197	0,0648	-5377,2064	-4443,9720	403,6590	4,3828E+07	0,02585	174,97799
0,5396	0,3087	0,2995	0,2472	5072,233	3428,6558	2,3151	0,0722	-5987,4780	-4948,3287	417,3002	4,4519E+07	0,02596	201,38074
0,5680	0,3038	0,2899	0,2559	5058,935	3427,1560	2,3101	0,0804	-6666,6041	-5509,5899	431,9829	4,5246E+07	0,02608	231,91661
0,5965	0,2987	0,2804	0,2653	5044,163	3425,4861	2,3044	0,0896	-7423,1514	-6134,8356	447,7649	4,6009E+07	0,02620	267,29266
0,6249	0,2936	0,2709	0,2754	5027,757	3423,6267	2,2982	0,0998	-8266,6105	-6831,9092	464,7076	4,6808E+07	0,02633	308,33757
0,6533	0,2885	0,2615	0,2863	5009,540	3421,5561	2,2912	0,1112	-9207,4675	-7609,4769	482,8764	4,7642E+07	0,02646	356,02188
0,6817	0,2833	0,2522	0,2979	4989,314	3419,2497	2,2835	0,1240	-10257,2694	-8477,0817	502,3400	4,8511E+07	0,02660	411,48103
0,7101	0,2782	0,2431	0,3104	4966,861	3416,6804	2,2750	0,1383	-11428,6792	-9445,1889	523,1708	4,9413E+07	0,02674	476,04141
0,7385	0,2730	0,2341	0,3238	4941,944	3413,8177	2,2655	0,1542	-12735,5165	-10525,2197	545,4444	5,0348E+07	0,02688	551,24952
0,7669	0,2679	0,2254	0,3380	4914,301	3410,6277	2,2549	0,1720	-14192,7759	-11729,5662	569,2391	5,1315E+07	0,02702	638,90414
0,7953	0,2628	0,2169	0,3533	4883,646	3407,0726	2,2432	0,1919	-15816,6169	-13071,5836	594,6358	5,2311E+07	0,02717	741,09140
0,8237	0,2577	0,2087	0,3696	4849,672	3403,1107	2,2302	0,2141	-17624,3152	-14565,5491	621,7170	5,3333E+07	0,02732	860,22223
0,8521	0,2528	0,2007	0,3870	4812,047	3398,6961	2,2157	0,2389	-19634,1661	-16226,5828	650,5669	5,4380E+07	0,02748	999,07130
0,8805	0,2479	0,1931	0,4056	4770,419	3393,7780	2,1997	0,2664	-21865,3276	-18070,5178	681,2696	5,5447E+07	0,02763	1160,81630
0,9089	0,2431	0,1857	0,4253	4724,413	3388,3011	2,1820	0,2971	-24337,5914	-20113,7109	713,9090	5,6531E+07	0,02779	1349,07562
0,9373	0,2385	0,1787	0,4464	4673,641	3382,2049	2,1625	0,3311	-27071,0687	-22372,7830	748,5670	5,7627E+07	0,02794	1567,94193
0,9657	0,2340	0,1721	0,4688	4617,702	3375,4240	2,1409	0,3687	-30085,7775	-24864,2777	785,3229	5,8729E+07	0,02810	1822,00830
0,9941	0,2297	0,1658	0,4926	4556,188	3367,8879	2,1171	0,4103	-33401,1187	-27604,2290	824,2512	5,9832E+07	0,02825	2116,38266
1,0225	0,2256	0,1599	0,5178	4488,698	3359,5215	2,0909	0,4562	-37035,2299	-30607,6265	865,4205	6,0928E+07	0,02840	2456,68538
1,0509	0,2217	0,1544	0,5446	4414,841	3350,2447	2,0622	0,5065	-41004,2064	-33887,7722	908,8916	6,2009E+07	0,02854	2849,02386
1,0793	0,2179	0,1492	0,5729	4334,252	3339,9737	2,0308	0,5617	-45321,1761	-37455,5155	954,7152	6,3067E+07	0,02869	3299,93732
1,1077	0,2145	0,1445	0,6029	4246,609	3328,6214	1,9965	0,6218	-49995,2108	-41318,3540	1002,9302	6,4092E+07	0,02882	3816,30425
1,1361	0,2112	0,1402	0,6345	4151,646	3316,0984	1,9593	0,6872	-55030,0258	-45479,3579	1053,5613	6,5074E+07	0,02895	4405,20499
1,1645	0,2083	0,1362	0,6678	4049,172	3302,3142	1,9189	0,7578	-60422,3463	-49935,8209	1106,6162	6,6002E+07	0,02907	5073,73202
1,1929	0,2056	0,1328	0,7029	3939,093	3287,1792	1,8753	0,8338	-66159,5955	-54677,3489	1162,0833	6,6863E+07	0,02919	5828,74063
1,2213	0,2032	0,1297	0,7398	3821,433	3270,6072	1,8285	0,9149	-72215,8698	-59682,5341	1219,9281	6,7647E+07	0,02929	6676,53147
1,2497	0,2011	0,1271	0,7784	3696,360	3252,5182	1,7785	1,0009	-78542,7428	-64911,3544	1280,0877	6,8341E+07	0,02938	7622,44855
1,2781	0,1994	0,1249	0,8188	3564,222	3232,8444	1,7254	1,0906	-85041,0476	-70281,8540	1342,4609	6,8932E+07	0,02945	8670,34232
1,3065	0,1980	0,1232	0,8610	3425,612	3211,5429	1,6693	1,1808	-91439,1461	-75569,5385	1406,8801	6,9410E+07	0,02951	9821,69865
1,3349	0,1970	0,1219	0,9047	3281,616	3188,6387	1,6106	1,2539	-96391,4310	-79662,3357	1473,0061	6,9763E+07	0,02956	11073,40885
1,3633	0,1964	0,1212	0,9492	3135,318	3164,4941	1,5505	0,9717	-74192,9055	-61316,4478	1539,6415	6,9981E+07	0,02958	12405,50078
1,3917	0,1962	0,1209	0,9825	3026,450	3145,9098	1,5055	0,9717	-74192,9055	-61316,4478	1589,0291	7,0055E+07	0,029594	13508,0412

Tabla 7. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 5th orden para la sección convergente.*

x	y	Área	Nº Mach	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpía	Energía_int	Velocidad	Nº Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0001	-6,5102	-5,3803	293,5291	3,7626E+07	0,0248	0,0010
0,0284	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8702	3439,2358	2,3511	0,0005	-44,0014	-36,3648	293,5522	3,7628E+07	0,0248	4,2319
0,0568	0,3652	0,4190	0,1737	5166,7709	3439,2247	2,3510	0,0014	-114,9303	-94,9837	293,7082	3,7637E+07	0,0248	8,4756
0,0852	0,3649	0,4184	0,1739	5166,5114	3439,1959	2,3509	0,0026	-215,5387	-178,1311	294,1154	3,7663E+07	0,0248	12,7596
0,1136	0,3645	0,4174	0,1744	5166,0248	3439,1420	2,3507	0,0041	-342,9493	-283,4292	294,8775	3,7710E+07	0,0248	17,1284
0,1420	0,3638	0,4157	0,1751	5165,2506	3439,0561	2,3504	0,0060	-495,2426	-409,2914	296,0861	3,7785E+07	0,0248	21,6410
0,1704	0,3627	0,4134	0,1761	5164,1328	3438,9320	2,3500	0,0081	-671,4731	-554,9364	297,8228	3,7892E+07	0,0248	26,3696
0,1988	0,3614	0,4102	0,1775	5162,6175	3438,7638	2,3494	0,0105	-871,6550	-720,3760	300,1614	3,8036E+07	0,0249	31,4007
0,2272	0,3596	0,4063	0,1793	5160,6511	3438,5455	2,3487	0,0132	-1096,7378	-906,3948	303,1703	3,8220E+07	0,0249	36,8354
0,2556	0,3575	0,4015	0,1815	5158,1778	3438,2708	2,3478	0,0162	-1348,5870	-1114,5346	306,9142	3,8448E+07	0,0249	42,7919
0,2840	0,3550	0,3958	0,1842	5155,1379	3437,9330	2,3466	0,0196	-1629,9780	-1347,0892	311,4562	3,8721E+07	0,0250	49,4091
0,3124	0,3520	0,3893	0,1874	5151,4656	3437,5247	2,3452	0,0234	-1944,6089	-1607,1147	316,8590	3,9044E+07	0,0250	56,8501
0,3408	0,3487	0,3820	0,1912	5147,0874	3437,0376	2,3436	0,0276	-2297,1333	-1898,4572	323,1865	3,9418E+07	0,0251	65,3086
0,3692	0,3450	0,3738	0,1955	5141,9195	3436,4622	2,3416	0,0324	-2693,2153	-2225,7976	330,5052	3,9845E+07	0,0252	75,0152
0,3976	0,3408	0,3649	0,2005	5135,8660	3435,7876	2,3393	0,0378	-3139,6032	-2594,7133	338,8844	4,0328E+07	0,0253	86,2467
0,4260	0,3363	0,3554	0,2062	5128,8167	3435,0011	2,3366	0,0438	-3644,2219	-3011,7535	348,3983	4,0866E+07	0,0254	99,3361
0,4544	0,3315	0,3452	0,2125	5120,6445	3434,0883	2,3335	0,0507	-4216,2771	-3484,5264	359,1253	4,1463E+07	0,0255	114,6864
0,4828	0,3263	0,3346	0,2197	5111,2030	3433,0322	2,3299	0,0586	-4866,3683	-4021,7918	371,1495	4,2119E+07	0,0256	132,7859
0,5112	0,3209	0,3235	0,2277	5100,3237	3431,8132	2,3258	0,0675	-5606,5994	-4633,5530	384,5607	4,2835E+07	0,0257	154,2276
0,5396	0,3152	0,3120	0,2365	5087,8136	3430,4089	2,3210	0,0777	-6450,6772	-5331,1379	399,4539	4,3612E+07	0,0258	179,7320
0,5680	0,3092	0,3004	0,2463	5073,4517	3428,7931	2,3156	0,0894	-7413,9815	-6127,2572	415,9302	4,4450E+07	0,0260	210,1746
0,5965	0,3031	0,2886	0,2572	5056,9868	3426,9360	2,3093	0,1027	-8513,5854	-7036,0207	434,0952	4,5349E+07	0,0261	246,6179
0,6249	0,2968	0,2768	0,2691	5038,1348	3424,8035	2,3021	0,1179	-9768,2003	-8072,8924	454,0588	4,6308E+07	0,0263	290,3486
0,6533	0,2904	0,2650	0,2821	5016,5769	3422,3567	2,2939	0,1353	-11198,0115	-9254,5545	475,9339	4,7326E+07	0,0264	342,9196
0,6817	0,2840	0,2534	0,2964	4991,9581	3419,5517	2,2845	0,1550	-12824,3660	-10598,6491	499,8345	4,8400E+07	0,0266	406,1973
0,7101	0,2775	0,2419	0,3120	4963,8875	3416,3394	2,2738	0,1775	-14669,2655	-12123,3593	525,8737	4,9528E+07	0,0268	482,4118
0,7385	0,2711	0,2308	0,3290	4931,9402	3412,6650	2,2616	0,2030	-16754,6156	-13846,7890	554,1607	5,0706E+07	0,0269	574,2087
0,7669	0,2647	0,2201	0,3474	4895,6610	3408,4682	2,2478	0,2317	-19101,1810	-15786,0992	584,7974	5,1929E+07	0,0271	684,6991
0,7953	0,2584	0,2098	0,3673	4854,5723	3403,6836	2,2320	0,2640	-21727,2010	-17956,3636	617,8745	5,3190E+07	0,0273	817,5017
0,8237	0,2523	0,1999	0,3888	4808,1846	3398,2413	2,2142	0,3000	-24646,6315	-20369,1159	653,4669	5,4483E+07	0,0275	976,7716
0,8521	0,2463	0,1906	0,4118	4756,0116	3392,0677	2,1942	0,3398	-27867,0015	-23030,5786	691,6279	5,5797E+07	0,0277	1167,2049
0,8805	0,2406	0,1819	0,4366	4697,5907	3385,0874	2,1717	0,3836	-31386,9044	-25939,5891	732,3840	5,7122E+07	0,0279	1394,0085
0,9089	0,2352	0,1737	0,4629	4632,5079	3377,2254	2,1466	0,4312	-35193,1819	-29085,2728	775,7281	5,8447E+07	0,0281	1662,8235
0,9373	0,2300	0,1662	0,4910	4560,4279	3368,4101	2,1187	0,4823	-39257,9099	-32444,5520	821,6136	5,9759E+07	0,0282	1979,5873
0,9657	0,2252	0,1593	0,5206	4481,1280	3358,5765	2,0880	0,5365	-43535,3350	-35979,6139	869,9478	6,1044E+07	0,0284	2350,3236
0,9941	0,2207	0,1530	0,5518	4394,5350	3347,6716	2,0543	0,5931	-47958,9486	-39635,4928	920,5856	6,2287E+07	0,0286	2780,8531
1,0225	0,2165	0,1473	0,5845	4300,7618	3335,6585	2,0177	0,6509	-52438,8852	-43337,9195	973,3239	6,3474E+07	0,0287	3276,4215
1,0509	0,2128	0,1423	0,6184	4200,1436	3322,5234	1,9783	0,7087	-56859,7925	-46991,5617	1027,8964	6,4588E+07	0,0289	3841,2534
1,0793	0,2095	0,1378	0,6536	4093,2671	3308,2808	1,9363	0,7647	-61079,1940	-50478,6702	1083,9694	6,5618E+07	0,0290	4478,0489
1,1077	0,2065	0,1340	0,6896	3980,9940	3292,9814	1,8919	0,8168	-64926,1311	-53657,9569	1141,1380	6,6551E+07	0,0291	5187,4495
1,1361	0,2040	0,1307	0,7264	3864,4754	3276,7183	1,8457	0,8623	-68199,4280	-56363,1608	1198,9221	6,7376E+07	0,0293	5967,5060
1,1645	0,2019	0,1280	0,7634	3745,1569	3259,6354	1,7980	0,8983	-70664,0836	-58400,0662	1256,7614	6,8086E+07	0,0293	6813,1786
1,1929	0,2001	0,1258	0,8003	3624,7808	3241,9351	1,7497	0,9208	-72042,4778	-59539,2348	1314,0082	6,8678E+07	0,0294	7715,8799
1,2213	0,1988	0,1241	0,8367	3505,3933	3223,8895	1,7016	0,9254	-71992,4294	-59497,8726	1369,9111	6,9152E+07	0,0295	8663,0274
1,2497	0,1977	0,1228	0,8720	3389,3803	3205,8565	1,6545	0,9054	-70049,6416	-57892,2628	1423,5839	6,9512E+07	0,0295	9637,4646
1,2781	0,1970	0,1219	0,9053	3279,5870	3188,3100	1,6097	0,8505	-65456,5110	-54096,2874	1473,9334	6,9767E+07	0,0296	10616,3385
1,3065	0,1966	0,1214	0,9357	3179,6873	3171,9141	1,5688	0,7382	-56539,0485	-46726,4840	1519,4744	6,9929E+07	0,0296	11568,1128
1,3349	0,1963	0,1211	0,9614	3095,4510	3157,7519	1,5341	0,5029	-38371,6192	-31712,0804	1557,7397	7,0017E+07	0,0296	12442,5590
1,3633	0,1962	0,1210	0,9786	3039,3481	3148,1404	1,5109	0,1169	-8905,0025	-7359,5058	1583,1827	7,0050E+07	0,0296	13133,9650
1,3917	0,1962	0,1209	0,9825	3026,4500	3145,9098	1,5055	0,1169	-8905,0025	-7359,5058	1589,0291	7,0055E+07	0,0296	13508,0412

Tabla 8. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio de 7th orden para la sección convergente.*

x [m]	y [m]	Área [m ²]	N° Mach [-]	Presión [KPa]	Temperatura [K]	Densidad [Kg/m ³]	Entropía [J/(kg*K)]	Entalpía [J/(kg*K)]	Energía_int [J/(kg*K)]	Velocidad [m/s]	N° Reynolds [-]	Fricción [-]	Pérdidas [(N/m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0000	-0,4564	-0,3772	293,5291	3,7626E+07	0,02478	0,00100
0,0284	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8839	3439,2373	2,3511	0,0001	-6,4904	-5,3640	293,5307	3,7626E+07	0,02478	4,23111
0,0568	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8692	3439,2356	2,3511	0,0003	-26,4907	-21,8931	293,5537	3,7628E+07	0,02478	8,46396
0,0852	0,3652	0,4191	0,1737	5166,8094	3439,2290	2,3510	0,0008	-67,0233	-55,3912	293,6477	3,7634E+07	0,02479	12,70657
0,1136	0,3651	0,4187	0,1738	5166,6581	3439,2122	2,3510	0,0016	-132,7385	-109,7012	293,8852	3,7648E+07	0,02479	16,97799
0,1420	0,3648	0,4181	0,1741	5166,3584	3439,1790	2,3509	0,0027	-226,8457	-187,4758	294,3552	3,7678E+07	0,02479	21,31143
0,1704	0,3643	0,4170	0,1745	5165,8463	3439,1222	2,3507	0,0042	-351,6188	-290,5940	295,1566	3,7727E+07	0,02480	25,75633
0,1988	0,3636	0,4153	0,1753	5165,0525	3439,0341	2,3504	0,0061	-508,8925	-420,5723	296,3945	3,7804E+07	0,02482	30,37999
0,2272	0,3625	0,4129	0,1763	5163,9040	3438,9066	2,3499	0,0084	-700,5219	-578,9437	298,1771	3,7914E+07	0,02484	35,26907
0,2556	0,3611	0,4096	0,1778	5162,3232	3438,7311	2,3493	0,0112	-928,7872	-767,5927	300,6135	3,8064E+07	0,02486	40,53167
0,2840	0,3593	0,4055	0,1797	5160,2280	3438,4985	2,3485	0,0144	-1196,7450	-989,0454	303,8138	3,8259E+07	0,02490	46,30037
0,3124	0,3569	0,4003	0,1821	5157,5294	3438,1987	2,3475	0,0181	-1508,5319	-1246,7205	307,8883	3,8506E+07	0,02494	52,73662
0,3408	0,3541	0,3940	0,1851	5154,1294	3437,8209	2,3462	0,0225	-1869,6363	-1545,1539	312,9488	3,8811E+07	0,02499	60,03693
0,3692	0,3508	0,3867	0,1888	5149,9181	3437,3525	2,3446	0,0275	-2287,1527	-1890,2088	319,1093	3,9178E+07	0,02506	68,44128
0,3976	0,3470	0,3783	0,1931	5144,7703	3436,7796	2,3427	0,0333	-2770,0324	-2289,2829	326,4875	3,9612E+07	0,02514	78,24430
0,4260	0,3426	0,3688	0,1983	5138,5414	3436,0858	2,3403	0,0400	-3329,3393	-2751,5200	335,2060	4,0117E+07	0,02522	89,80975
0,4544	0,3377	0,3583	0,2044	5131,0631	3435,2518	2,3375	0,0479	-3978,5134	-3288,0274	345,3938	4,0697E+07	0,02532	103,58923
0,4828	0,3324	0,3470	0,2114	5122,1385	3434,2553	2,3341	0,0570	-4733,6358	-3912,0955	357,1873	4,1356E+07	0,02544	120,14573
0,5112	0,3265	0,3349	0,2194	5111,5369	3433,0696	2,3301	0,0676	-5613,6778	-4639,4029	370,7307	4,2096E+07	0,02556	140,18343
0,5396	0,3202	0,3222	0,2286	5098,9880	3431,6634	2,3253	0,0800	-6640,7026	-5488,1837	386,1768	4,2920E+07	0,02570	164,58452
0,5680	0,3136	0,3090	0,2390	5084,1764	3430,0000	2,3197	0,0945	-7839,9703	-6479,3140	403,6865	4,3830E+07	0,02585	194,45439
0,5965	0,3066	0,2954	0,2508	5066,7362	3428,0362	2,3130	0,1114	-9239,8780	-7636,2624	423,4272	4,4824E+07	0,02601	231,17612
0,6249	0,2994	0,2817	0,2640	5046,2458	3425,7218	2,3052	0,1312	-10871,6413	-8984,8271	445,5716	4,5904E+07	0,02619	276,47471
0,6533	0,2920	0,2679	0,2788	5022,2253	3422,9986	2,2961	0,1542	-12768,6008	-10552,5621	470,2933	4,7066E+07	0,02637	332,49048
0,6817	0,2845	0,2543	0,2952	4994,1353	3419,8002	2,2854	0,1809	-14965,0185	-12367,7833	497,7632	4,8308E+07	0,02656	401,85991
0,7101	0,2770	0,2410	0,3134	4961,3801	3416,0517	2,2729	0,2118	-17494,2186	-14458,0312	528,1430	4,9625E+07	0,02677	487,79919
0,7385	0,2695	0,2281	0,3334	4923,3162	3411,6697	2,2583	0,2471	-20385,9395	-16847,8831	561,5775	5,1007E+07	0,02698	594,18295
0,7669	0,2621	0,2158	0,3554	4879,2678	3406,5633	2,2415	0,2873	-23662,8057	-19556,0368	598,1856	5,2447E+07	0,02719	725,60586
0,7953	0,2549	0,2041	0,3795	4828,5513	3400,6361	2,2221	0,3325	-27335,9136	-22591,6630	638,0495	5,3931E+07	0,02741	887,41025
0,8237	0,2479	0,1931	0,4055	4770,5099	3393,7889	2,1998	0,3828	-31399,6573	-25950,1287	681,2035	5,5445E+07	0,02763	1085,65755
0,8521	0,2413	0,1829	0,4337	4704,5587	3385,9237	2,1744	0,4378	-35826,0995	-29608,3452	727,6212	5,6971E+07	0,02785	1327,01800
0,8805	0,2350	0,1735	0,4638	4630,2400	3376,9498	2,1457	0,4971	-40559,3989	-33520,1627	777,2037	5,8491E+07	0,02806	1618,55282
0,9089	0,2291	0,1650	0,4959	4547,2858	3366,7903	2,1137	0,5595	-45510,9988	-37612,3939	829,7689	5,9983E+07	0,02827	1967,36793
0,9373	0,2238	0,1573	0,5299	4455,6826	3355,3904	2,0781	0,6238	-50556,4177	-41782,1613	885,0422	6,1426E+07	0,02847	2380,13071
0,9657	0,2189	0,1505	0,5654	4355,7322	3342,7268	2,0392	0,6879	-55534,4844	-45896,2658	942,6509	6,2797E+07	0,02865	2862,46155
0,9941	0,2145	0,1446	0,6024	4248,1005	3328,8162	1,9971	0,7496	-60249,6916	-49793,1310	1002,1225	6,4076E+07	0,02882	3418,23815
1,0225	0,2107	0,1394	0,6403	4133,8462	3313,7246	1,9523	0,8060	-64477,9814	-53287,5853	1062,8867	6,5245E+07	0,02898	4048,87794
1,0509	0,2074	0,1351	0,6790	4014,4217	3297,5738	1,9051	0,8540	-67975,7284	-56178,2851	1124,2833	6,6288E+07	0,02911	4752,68551
1,0793	0,2046	0,1314	0,7179	3891,6461	3280,5469	1,8565	0,8903	-70491,0657	-58257,0762	1185,5725	6,7195E+07	0,02923	5524,35879
1,1077	0,2022	0,1285	0,7565	3767,6484	3262,8899	1,8070	0,9115	-71776,0360	-59319,0351	1245,9495	6,7962E+07	0,02933	6354,73275
1,1361	0,2004	0,1262	0,7942	3644,7910	3244,9110	1,7578	0,9143	-71597,3559	-59171,3656	1304,5590	6,8588E+07	0,02941	7230,80244
1,1645	0,1990	0,1244	0,8306	3525,5838	3226,9769	1,7098	0,8955	-69742,5389	-57638,4590	1360,5095	6,9080E+07	0,02947	8136,00858
1,1929	0,1979	0,1231	0,8649	3412,6065	3209,5075	1,6640	0,8521	-66015,5097	-54558,2697	1412,8818	6,9448E+07	0,02952	9050,69575
1,2213	0,1972	0,1221	0,8965	3308,4621	3192,9716	1,6215	0,7810	-60207,8476	-49758,5492	1460,7265	6,9708E+07	0,02955	9952,55692
1,2497	0,1967	0,1215	0,9247	3215,8022	3177,8904	1,5836	0,6777	-52007,5492	-42981,4434	1503,0347	6,9878E+07	0,02957	10816,70800
1,2781	0,1964	0,1212	0,9485	3137,5132	3164,8632	1,5514	0,5331	-40765,1643	-33690,2168	1538,6444	6,9979E+07	0,02958	11614,61097
1,3065	0,1963	0,1210	0,9669	3077,2640	3154,6522	1,5266	0,3338	-25459,0226	-21040,5135	1565,9904	7,0030E+07	0,02959	12310,13982
1,3349	0,1962	0,1210	0,9783	3040,1281	3148,2751	1,5112	0,1149	-8751,6261	-7232,7485	1582,8292	7,0050E+07	0,02959	12854,51755
1,3633	0,1962	0,1209	0,9822	3027,4490	3146,0829	1,5059	0,0091	-690,8797	-570,9749	1588,5763	7,0055E+07	0,02959	13224,74100
1,3917	0,1962	0,1209	0,9825	3026,4500	3145,9098	1,5055	0,0091	-690,8797	-570,9749	1589,0291	7,0055E+07	0,02959	13508,04120

Tabla 9. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método del polinomio cúbico perfecto para la sección convergente.*

x	y	Área	N° Mach	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpía	Energía_int	Velocidad	N° Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0000	-3,6571	-3,0224	293,5291	3,7626E+07	0,02478	0,00100
0,0290	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8766	3439,2365	2,3511	0,0003	-25,6114	-21,1665	293,5420	3,7627E+07	0,02478	4,31969
0,0580	0,3652	0,4191	0,1736	5166,8188	3439,2301	2,3510	0,0008	-69,6186	-57,5361	293,6329	3,7633E+07	0,02478	8,64639
0,0870	0,3651	0,4187	0,1738	5166,6616	3439,2126	2,3510	0,0016	-136,0016	-112,3980	293,8797	3,7648E+07	0,02479	12,99813
0,1160	0,3648	0,4181	0,1741	5166,3546	3439,1786	2,3509	0,0027	-225,4618	-186,3321	294,3612	3,7678E+07	0,02479	17,40526
0,1450	0,3643	0,4170	0,1745	5165,8456	3439,1221	2,3507	0,0041	-339,2459	-280,3685	295,1577	3,7727E+07	0,02480	21,91098
0,1740	0,3636	0,4154	0,1753	5165,0798	3439,0371	2,3504	0,0058	-479,3359	-396,1454	296,3521	3,7801E+07	0,02482	26,57254
0,2030	0,3626	0,4131	0,1763	5163,9979	3438,9170	2,3500	0,0078	-648,6791	-536,0984	298,0317	3,7905E+07	0,02483	31,46318
0,2320	0,3613	0,4101	0,1776	5162,5341	3438,7545	2,3494	0,0102	-851,4817	-703,7038	300,2896	3,8044E+07	0,02486	36,67513
0,2609	0,3596	0,4062	0,1793	5160,6132	3438,5413	2,3487	0,0131	-1093,5991	-903,8008	303,2279	3,8223E+07	0,02489	42,32418
0,2899	0,3575	0,4014	0,1815	5158,1470	3438,2673	2,3478	0,0166	-1383,0737	-1143,0360	306,9605	3,8450E+07	0,02493	48,55633
0,3189	0,3549	0,3956	0,1843	5155,0294	3437,9209	2,3466	0,0208	-1730,8937	-1430,4906	311,6171	3,8731E+07	0,02498	55,55730
0,3479	0,3518	0,3887	0,1877	5151,1299	3437,4873	2,3451	0,0259	-2152,0876	-1778,5847	317,3485	3,9072E+07	0,02504	63,56643
0,3769	0,3481	0,3807	0,1919	5146,2850	3436,9483	2,3433	0,0321	-2667,3358	-2204,4097	324,3333	3,9486E+07	0,02511	72,89676
0,4059	0,3438	0,3714	0,1969	5140,2855	3436,2801	2,3410	0,0398	-3305,3929	-2731,7295	332,7870	3,9977E+07	0,02520	83,96474
0,4349	0,3389	0,3608	0,2029	5132,8588	3435,4522	2,3382	0,0494	-4106,8088	-3394,0567	342,9740	4,0560E+07	0,02530	97,33452
0,4639	0,3332	0,3489	0,2102	5123,6439	3434,4235	2,3347	0,0617	-5129,7937	-4239,4987	355,2241	4,0560E+07	0,02542	113,78566
0,4929	0,3268	0,3356	0,2190	5112,1531	3433,1386	2,3303	0,0778	-6459,7264	-5338,6166	369,9564	4,0560E+07	0,02555	134,41880
0,5219	0,3196	0,3210	0,2295	5097,7137	3431,5205	2,3248	0,0991	-8255,0915	-6797,5959	387,7126	4,0560E+07	0,02571	160,82507
0,5509	0,3116	0,3050	0,2423	5079,3774	3429,4602	2,3178	0,1281	-10625,2626	-8781,2084	409,2078	4,0560E+07	0,02590	195,36626
0,5799	0,3027	0,2878	0,2579	5055,7718	3426,7987	2,3089	0,1687	-13981,2805	-11554,7767	435,4074	4,0560E+07	0,02611	241,65478
0,6089	0,2928	0,2693	0,2772	5024,8497	3423,2966	2,2971	0,2275	-18834,2339	-15565,4818	467,6512	4,0560E+07	0,02635	305,41154
0,6379	0,2819	0,2497	0,3012	4983,4436	3418,5789	2,2813	0,3164	-26150,5982	-21612,0635	507,8609	4,0560E+07	0,02663	396,07918
0,6669	0,2700	0,2291	0,3318	4926,4247	3412,0286	2,2595	0,4584	-37795,5147	-31235,9610	558,9142	4,0560E+07	0,02696	530,05485
0,6959	0,2571	0,2076	0,3718	4844,9765	3402,5614	2,2284	0,0631	-5196,1929	-4294,3741	625,3797	4,0560E+07	0,02734	737,72850
0,6959	0,2556	0,2052	0,3770	4833,8672	3401,2598	2,2241	0,3345	-27501,0128	-22728,1086	633,9729	4,0560E+07	0,02739	763,88804
0,7249	0,2484	0,1939	0,4034	4775,4234	3394,3712	2,2017	0,3694	-30312,0871	-25051,3104	677,6403	4,0560E+07	0,02761	942,77325
0,7538	0,2419	0,1839	0,4307	4711,6890	3386,7785	2,1771	0,4055	-33190,8559	-27430,4580	722,7211	4,0560E+07	0,02783	1154,18607
0,7828	0,2360	0,1749	0,4589	4642,7163	3378,4647	2,1506	0,4421	-36098,9144	-29833,8121	769,0582	4,0560E+07	0,02803	1401,54883
0,8118	0,2306	0,1670	0,4878	4568,6578	3369,4224	2,1219	0,4789	-38992,9840	-32225,6050	816,4752	4,0560E+07	0,02822	1688,05348
0,8408	0,2257	0,1600	0,5174	4489,7705	3359,6552	2,0914	0,5152	-41825,7069	-34566,6982	864,7776	4,0560E+07	0,02840	2016,51611
0,8698	0,2212	0,1538	0,5476	4406,4175	3349,1785	2,0589	0,5505	-44546,5916	-36815,3631	913,7551	4,0560E+07	0,02856	2389,22885
0,8988	0,2173	0,1483	0,5782	4319,0643	3338,0202	2,0249	0,5841	-47103,0404	-38928,1306	963,1839	4,0560E+07	0,02871	2807,81764
0,9278	0,2138	0,1436	0,6090	4228,2725	3326,2216	1,9893	0,6154	-49441,3806	-40860,6430	1012,8288	4,0560E+07	0,02885	3273,11424
0,9568	0,2107	0,1395	0,6401	4134,6900	3313,8373	1,9526	0,6435	-51507,8048	-42568,4316	1062,4457	4,0560E+07	0,02897	3785,05015
0,9858	0,2080	0,1359	0,6711	4039,0383	3300,9353	1,9149	0,6679	-53249,1186	-44007,5338	1111,7839	4,0560E+07	0,02909	4342,57825
1,0148	0,2056	0,1328	0,7020	3942,0987	3287,5972	1,8765	0,6879	-54613,1761	-45134,8540	1160,5871	4,0560E+07	0,02918	4943,62511
1,0438	0,2036	0,1303	0,7325	3844,6976	3273,9174	1,8378	0,7026	-55548,8572	-45908,1442	1208,5952	4,0560E+07	0,02927	5585,07377
1,0728	0,2019	0,1281	0,7626	3747,6935	3260,0032	1,7991	0,7114	-56005,3819	-46285,4373	1255,5440	4,0560E+07	0,02934	6262,77230
1,1018	0,2005	0,1263	0,7920	3651,9655	3245,9747	1,7607	0,7136	-55930,6143	-46223,6459	1301,1649	4,0560E+07	0,02940	6971,55917
1,1308	0,1993	0,1248	0,8206	3558,4076	3231,9649	1,7230	0,7081	-55267,7151	-45675,7953	1345,1817	4,0560E+07	0,02945	7705,28996
1,1598	0,1984	0,1237	0,8481	3467,9292	3218,1212	1,6864	0,6942	-53948,7501	-44585,7416	1387,3056	4,0560E+07	0,02950	8456,84126
1,1888	0,1977	0,1228	0,8744	3381,4672	3204,6078	1,6513	0,6704	-51882,0132	-42877,6947	1427,2256	4,0560E+07	0,02953	9218,05035
1,2178	0,1971	0,1221	0,8991	3300,0194	3191,6121	1,6181	0,6347	-48924,6508	-40433,5936	1464,5903	4,0560E+07	0,02955	9979,51252
1,2468	0,1967	0,1216	0,9220	3224,7186	3179,3572	1,5873	0,5835	-44816,6349	-37038,5394	1498,9721	4,0560E+07	0,02957	10730,06219
1,2757	0,1965	0,1213	0,9426	3157,0023	3168,1313	1,5594	0,5095	-39004,5949	-32235,2008	1529,7891	4,0560E+07	0,02958	11455,49332
1,3047	0,1963	0,1211	0,9603	3099,0363	3158,3612	1,5355	0,3957	-30204,3629	-24962,2821	1556,1129	4,0560E+07	0,02959	12135,25669
1,3337	0,1962	0,1210	0,9738	3054,7604	3150,7955	1,5172	0,2173	-16554,9002	-13681,7350	1576,1955	4,0560E+07	0,02959	12734,05416
1,3627	0,1962	0,1209	0,9812	3030,7174	3146,6487	1,5073	0,0387	-2949,7452	-2437,8058	1587,0949	4,0560E+07	0,02959	13194,06875
1,3917	0,1962	0,1209	0,9825	3026,4500	3145,9098	1,5055	0,0387	-2949,7452	-2437,8058	1589,0291	4,0560E+07	0,02959	13508,04120

Tabla 10. Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Sivells para la sección convergente.

x	y	Área	Nº Mach	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpía	Energía_int	Velocidad	Nº Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	0,00100
0,0250	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	3,72419
0,0500	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	7,44838
0,0750	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	11,17257
0,1000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	14,89675
0,1000	0,3653	0,4192	0,1736	5166,8849	3439,2374	2,3511	0,0004	-37,2023	-30,7457	293,5291	3,7626E+07	0,02478	14,89675
0,1717	0,3652	0,4190	0,1737	5166,8009	3439,2281	2,3510	0,0030	-250,4968	-207,0221	293,6610	3,7634E+07	0,02479	25,60593
0,2434	0,3647	0,4178	0,1742	5166,2353	3439,1653	2,3508	0,0079	-655,2843	-541,5572	294,5479	3,7690E+07	0,02480	36,58519
0,3151	0,3633	0,4147	0,1756	5164,7561	3439,0012	2,3503	0,0149	-1242,9573	-1027,2374	296,8555	3,7832E+07	0,02482	48,33874
0,3867	0,3608	0,4089	0,1781	5161,9513	3438,6898	2,3492	0,0244	-2027,0545	-1675,2516	301,1841	3,8099E+07	0,02487	61,62820
0,4584	0,3568	0,4000	0,1822	5157,3798	3438,1821	2,3475	0,0366	-3048,8493	-2519,7101	308,1128	3,8520E+07	0,02494	77,53005
0,5301	0,3513	0,3877	0,1883	5150,5102	3437,4184	2,3449	0,0527	-4385,3513	-3624,2571	318,2502	3,9127E+07	0,02505	97,57404
0,6018	0,3441	0,3719	0,1966	5140,6427	3436,3199	2,3411	0,0741	-6162,9392	-5093,3379	332,2895	3,9949E+07	0,02519	123,99949
0,6735	0,3351	0,3528	0,2077	5126,8020	3434,7762	2,3359	0,1033	-8580,9211	-7091,6700	351,0719	4,1016E+07	0,02538	160,20049
0,7452	0,3245	0,3307	0,2224	5107,5828	3432,6268	2,3286	0,1439	-11951,9939	-9877,6804	375,6628	4,2362E+07	0,02561	211,49408
0,8169	0,3122	0,3063	0,2413	5080,9132	3429,6330	2,3184	0,2022	-16772,1988	-13861,3206	407,4485	4,4022E+07	0,02588	286,46412
0,8886	0,2986	0,2801	0,2656	5043,6837	3425,4318	2,3043	0,2879	-23844,9862	-19706,5992	448,2687	4,6033E+07	0,02621	399,36093
0,9602	0,2838	0,2530	0,2969	4991,1461	3419,4590	2,2842	0,4176	-34512,4403	-28522,6765	500,6051	4,8434E+07	0,02658	574,48909
1,0319	0,2681	0,2259	0,3372	4915,9132	3410,8141	2,2555	0,6206	-51126,4010	-42253,2218	567,8755	5,1260E+07	0,02702	854,45961
1,1036	0,2520	0,1996	0,3897	4806,2023	3398,0077	2,2135	0,1463	-12024,4968	-9937,6001	654,9510	5,4535E+07	0,02750	1316,33832
1,1036	0,2520	0,1996	0,3897	4806,2023	3398,0077	2,2135	0,1463	-12024,4968	-9937,6001	654,9510	5,4535E+07	0,02750	1316,33832
1,1169	0,2490	0,1948	0,4010	4780,6979	3394,9958	2,2037	0,1587	-13034,3624	-10772,1998	673,7978	5,5192E+07	0,02759	1431,85809
1,1302	0,2460	0,1902	0,4131	4753,1789	3391,7309	2,1931	0,1727	-14166,6443	-11707,9699	693,6494	5,5864E+07	0,02769	1559,67422
1,1435	0,2430	0,1856	0,4258	4723,4193	3388,1823	2,1817	0,1884	-15442,7234	-12762,5807	714,6003	5,6553E+07	0,02779	1701,45011
1,1568	0,2400	0,1810	0,4392	4691,1561	3384,3141	2,1692	0,2063	-16889,2504	-13958,0575	736,7600	5,7260E+07	0,02789	1859,14516
1,1700	0,2370	0,1765	0,4535	4656,0812	3380,0836	2,1557	0,2268	-18539,9178	-15322,2454	760,2563	5,7984E+07	0,02799	2035,08546
1,1833	0,2340	0,1721	0,4687	4617,8302	3375,4397	2,1409	0,2504	-20438,0197	-16890,9245	785,2399	5,8727E+07	0,02809	2232,05745
1,1966	0,2310	0,1677	0,4850	4575,9669	3370,3202	2,1248	0,2778	-22640,2488	-18710,9485	811,8909	5,9489E+07	0,02820	2453,43405
1,2099	0,2281	0,1634	0,5025	4529,9625	3364,6492	2,1069	0,3101	-25222,5100	-20845,0485	840,4275	6,0271E+07	0,02831	2703,34858
1,2232	0,2251	0,1591	0,5213	4479,1655	3358,3313	2,0872	0,3485	-28289,1525	-23379,4637	871,1188	6,1074E+07	0,02842	2986,94096
1,2365	0,2221	0,1549	0,5417	4422,7580	3351,2453	2,0653	0,3949	-31988,2914	-26436,6032	904,3032	6,1899E+07	0,02853	3310,71725
1,2497	0,2191	0,1508	0,5641	4359,6890	3343,2327	2,0407	0,4522	-36538,6352	-30197,2177	940,4172	6,2746E+07	0,02864	3683,09512
1,2630	0,2161	0,1467	0,5886	4288,5671	3334,0803	2,0130	0,5248	-42279,6945	-34941,8946	980,0416	6,3617E+07	0,02876	4115,27078
1,2763	0,2131	0,1426	0,6160	4207,4797	3323,4899	1,9812	0,6200	-49774,1740	-41135,6789	1023,9800	6,4512E+07	0,02888	4622,68043
1,2896	0,2101	0,1386	0,6469	4113,6601	3311,0222	1,9443	-0,0372	2984,7805	2466,7606	1073,4044	6,5433E+07	0,02900	5227,65917
1,2896	0,2102	0,1388	0,6451	4119,2365	3311,7698	1,9465	0,3769	-30175,6359	-24938,5408	1070,5049	6,5381E+07	0,02899	5194,15004
1,2967	0,2086	0,1367	0,6633	4063,1486	3304,2113	1,9244	0,4142	-33081,4456	-27340,0364	1099,4662	6,5883E+07	0,02906	5563,97061
1,3038	0,2071	0,1347	0,6828	4002,3924	3295,9248	1,9004	0,4527	-36055,0471	-29797,5581	1130,3640	6,6384E+07	0,02912	5971,71161
1,3109	0,2055	0,1327	0,7036	3937,0391	3286,8936	1,8745	0,4922	-39090,0163	-32305,7970	1163,1048	6,6878E+07	0,02919	6418,55538
1,3180	0,2041	0,1308	0,7255	3867,1918	3277,1021	1,8467	0,5327	-42175,1544	-34855,4978	1197,5906	6,7358E+07	0,02925	6905,45567
1,3252	0,2027	0,1290	0,7486	3792,9930	3266,5379	1,8172	0,5740	-45294,1495	-37433,1796	1233,7176	6,7817E+07	0,02931	7433,04827
1,3323	0,2014	0,1274	0,7728	3714,6320	3255,1923	1,7858	0,6159	-48424,8133	-40020,5049	1271,3736	6,8248E+07	0,02936	8001,55829
1,3394	0,2002	0,1260	0,7980	3632,3516	3243,0626	1,7528	0,6580	-51537,3160	-42592,8210	1310,4360	6,8645E+07	0,02942	8610,70173
1,3465	0,1992	0,1247	0,8242	3546,4567	3230,1533	1,7182	0,6998	-54589,7723	-45115,5120	1350,7689	6,9001E+07	0,02946	9259,57304
1,3536	0,1983	0,1235	0,8513	3457,3271	3216,4794	1,6821	0,7406	-57515,8835	-47533,7857	1392,2168	6,9313E+07	0,02950	9946,49218
1,3607	0,1976	0,1226	0,8792	3365,4474	3202,0725	1,6448	0,7785	-60184,0833	-49738,9094	1434,5915	6,9575E+07	0,02953	10668,72558
1,3678	0,1970	0,1219	0,9077	3271,4930	3186,9972	1,6064	0,8088	-62222,2158	-51423,3162	1477,6315	6,9783E+07	0,02956	11421,76672
1,3749	0,1965	0,1214	0,9366	3176,6651	3171,4115	1,5675	0,8077	-61834,3157	-51102,7377	1520,8490	6,9933E+07	0,02958	12196,68138
1,3820	0,1963	0,1210	0,9647	3084,7088	3155,9229	1,5296	0,5242	-39974,6069	-33036,8635	1562,6134	7,0025E+07	0,02959	12964,29747
1,3891	0,1962	0,1209	0,9825	3026,4500	3145,9098	1,5055	0,5242	-39974,6069	-33036,8635	1589,0291	7,0055E+07	0,02959	13482,93898

Tabla 11. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método parabólico para la sección divergente.*

x	y	Área	Mach_1	Mach_2	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpía	Energía_int	Velocidad	N° Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,1962	0,1209	1,0000	1,0000	2969,6720	3135,9955	1,4819	-0,0005	-1245695,1358	-1029500,0607	1614,7586	7,0075E+07	0,0296	0,0010
0,0508	0,2145	0,1446	1,4884	0,6910	1583,4843	2823,9672	0,8775	27,8491	-914617,4488	-755882,1512	2280,7425	6,4085E+07	0,0288	904,5016
0,1016	0,2452	0,1889	1,8149	0,5874	953,1219	2594,8690	0,5748	132,7618	-613778,5450	-507254,9704	2665,8226	5,6076E+07	0,0277	2079,9353
0,1524	0,2741	0,2360	2,0325	0,5394	660,6897	2441,1265	0,4236	236,9815	-466574,3371	-385598,6064	2895,6679	5,0167E+07	0,0268	3189,8197
0,2032	0,3014	0,2855	2,2004	0,5098	492,2210	2324,2564	0,3314	332,8269	-374783,7677	-309738,6355	3058,8562	4,5610E+07	0,0261	4200,3880
0,2540	0,3275	0,3370	2,3380	0,4893	384,3505	2230,3786	0,2697	419,9376	-311452,3429	-257398,6176	3183,8881	4,1976E+07	0,0255	5115,4217
0,3048	0,3525	0,3904	2,4550	0,4740	310,4207	2152,3644	0,2257	499,1834	-265074,2925	-219069,6523	3284,1723	3,9001E+07	0,0250	5946,7235
0,3555	0,3765	0,4454	2,5568	0,4621	257,2176	2085,9671	0,1930	571,5894	-229700,3488	-189834,9895	3367,1714	3,6515E+07	0,0246	6706,5090
0,4063	0,3996	0,5018	2,6469	0,4524	217,4787	2028,4306	0,1678	638,0901	-201892,4608	-166853,2650	3437,4740	3,4403E+07	0,0242	7405,5049
0,4571	0,4220	0,5594	2,7278	0,4445	186,9083	1977,8595	0,1479	699,4836	-179510,7635	-148355,9955	3498,0992	3,2582E+07	0,0238	8052,6705
0,5079	0,4436	0,6182	2,8012	0,4377	162,8190	1932,8947	0,1318	756,4376	-161149,6357	-133181,5104	3551,1344	3,0994E+07	0,0235	8655,3720
0,5587	0,4646	0,6780	2,8684	0,4319	143,4535	1892,5291	0,1186	809,5091	-145846,7075	-120534,4630	3598,0791	2,9595E+07	0,0232	9219,6515
0,6095	0,4849	0,7388	2,9302	0,4268	127,6201	1855,9966	0,1076	859,1633	-132920,8958	-109851,9745	3640,0439	2,8351E+07	0,0230	9750,4815
0,6603	0,5048	0,8005	2,9876	0,4223	114,4853	1822,7019	0,0983	905,7911	-121876,8657	-100724,6773	3677,8726	2,7237E+07	0,0227	10251,9787
0,7111	0,5241	0,8630	3,0411	0,4184	103,4514	1792,1735	0,0903	949,7230	-112346,0142	-92847,9410	3712,2194	2,6232E+07	0,0225	10727,5758
0,7619	0,5430	0,9262	3,0911	0,4148	94,0796	1764,0325	0,0835	991,2401	-104048,6098	-85990,5823	3743,6012	2,5321E+07	0,0223	11180,1557
0,8127	0,5614	0,9901	3,1382	0,4116	86,0418	1737,9698	0,0775	1030,5833	-96768,7159	-79974,1414	3772,4324	2,4490E+07	0,0221	11612,1577
0,8635	0,5794	1,0547	3,1826	0,4086	79,0881	1713,7307	0,0722	1067,9601	-90337,1331	-74658,7839	3799,0500	2,3728E+07	0,0219	12025,6605
0,9143	0,5971	1,1199	3,2247	0,4059	73,0257	1691,1026	0,0676	1103,5506	-84619,5167	-69933,4813	3823,7314	2,3027E+07	0,0218	12422,4474
0,9650	0,6144	1,1857	3,2646	0,4035	67,7032	1669,9066	0,0634	1137,5117	-79507,9239	-65709,0247	3846,7069	2,2379E+07	0,0216	12804,0581
1,0158	0,6313	1,2520	3,3025	0,4012	63,0007	1649,9910	0,0598	1169,9810	-74914,7060	-61912,9771	3868,1702	2,1778E+07	0,0215	13171,8298
1,0666	0,6479	1,3189	3,3388	0,3991	58,8221	1631,2260	0,0564	1201,0799	-70767,9935	-58485,9421	3888,2851	2,1219E+07	0,0213	13526,9310
1,1174	0,6643	1,3862	3,3734	0,3971	55,0895	1613,4997	0,0534	1230,9158	-67008,3502	-55378,7990	3907,1916	2,0698E+07	0,0212	13870,3875
1,1682	0,6803	1,4540	3,4065	0,3953	51,7393	1596,7151	0,0507	1259,5840	-63586,2164	-52550,5894	3925,0096	2,0210E+07	0,0211	14203,1049
1,2190	0,6961	1,5222	3,4383	0,3936	48,7189	1580,7877	0,0482	1287,1698	-60459,9712	-49966,9158	3941,8432	1,9752E+07	0,0209	14525,8859
1,2698	0,7116	1,5908	3,4689	0,3920	45,9846	1565,6433	0,0460	1313,7498	-57594,4196	-47598,6915	3957,7828	1,9321E+07	0,0208	14839,4456
1,3206	0,7269	1,6598	3,4983	0,3905	43,5002	1551,2168	0,0439	1339,3924	-54959,6157	-45421,1677	3972,9074	1,8915E+07	0,0207	15144,4233
1,3714	0,7419	1,7292	3,5266	0,3890	41,2346	1537,4502	0,0420	1364,1599	-52529,9310	-43413,1639	3987,2867	1,8532E+07	0,0206	15441,3929
1,4222	0,7567	1,7990	3,5540	0,3877	39,1620	1524,2922	0,0402	1388,1083	-50283,3133	-41556,4552	4000,9819	1,8169E+07	0,0205	15730,8715
1,4730	0,7713	1,8691	3,5804	0,3864	37,2601	1511,6970	0,0386	1411,2887	-48200,6932	-39835,2817	4014,0476	1,7825E+07	0,0204	16013,3264
1,5238	0,7857	1,9395	3,6060	0,3852	35,5099	1499,6234	0,0371	1433,7475	-46265,5015	-38235,9497	4026,5324	1,7498E+07	0,0203	16289,1816
1,5746	0,7999	2,0102	3,6307	0,3840	33,8949	1488,0346	0,0356	1455,5272	-44463,2785	-36746,5093	4038,4797	1,7187E+07	0,0202	16558,8228
1,6253	0,8139	2,0813	3,6547	0,3829	32,4009	1476,8972	0,0343	1476,6666	-42781,3539	-35356,4891	4049,9283	1,6892E+07	0,0202	16822,6017
1,6761	0,8278	2,1526	3,6780	0,3819	31,0157	1466,1811	0,0331	1497,2014	-41208,5808	-34056,6766	4060,9134	1,6609E+07	0,0201	17080,8402
1,7269	0,8414	2,2243	3,7006	0,3809	29,7284	1455,8589	0,0320	1517,1643	-39735,1191	-32838,9397	4071,4666	1,6340E+07	0,0200	17333,8334
1,7777	0,8549	2,2962	3,7226	0,3799	28,5296	1445,9059	0,0309	1536,5856	-38352,2419	-31696,0661	4081,6167	1,6082E+07	0,0199	17581,8528
1,8285	0,8682	2,3683	3,7440	0,3790	27,4110	1436,2992	0,0299	1555,4932	-37052,2086	-30621,6585	4091,3896	1,5835E+07	0,0198	17825,1483
1,8793	0,8814	2,4407	3,7648	0,3781	26,3653	1427,0182	0,0289	1573,9129	-35828,1007	-29609,9991	4100,8091	1,5598E+07	0,0198	18063,9511
1,9301	0,8944	2,5134	3,7850	0,3773	25,3860	1418,0438	0,0280	1591,8689	-34673,7387	-28655,9810	4109,8969	1,5371E+07	0,0197	18298,4747
1,9809	0,9073	2,5862	3,8048	0,3764	24,4672	1409,3585	0,0272	1609,3832	-33583,5801	-27755,0235	4118,6728	1,5153E+07	0,0196	18528,9175
2,0317	0,9201	2,6593	3,8240	0,3757	23,6040	1400,9463	0,0264	1626,4766	-32552,6402	-26903,0071	4127,1550	1,4943E+07	0,0196	18755,4636
2,0825	0,9327	2,7327	3,8429	0,3749	22,7916	1392,7923	0,0256	1643,1685	-31576,4262	-26096,2187	4135,3602	1,4742E+07	0,0195	18978,2845
2,1333	0,9451	2,8062	3,8612	0,3742	22,0259	1384,8829	0,0249	1659,4769	-30650,8775	-25331,3024	4143,3038	1,4547E+07	0,0194	19197,5400
2,1841	0,9575	2,8800	3,8792	0,3735	21,3034	1377,2053	0,0242	1675,4185	-29772,3171	-24605,2195	4151,0000	1,4360E+07	0,0194	19413,3794
2,2349	0,9697	2,9539	3,8967	0,3728	20,6205	1369,7478	0,0236	1691,0093	-28937,4069	-23915,2111	4158,4620	1,4179E+07	0,0193	19625,9424
2,2856	0,9818	3,0280	3,9138	0,3721	19,9744	1362,4994	0,0229	1706,2640	-28143,1103	-23258,7677	4165,7020	1,4004E+07	0,0193	19835,3599
2,3364	0,9937	3,1024	3,9306	0,3715	19,3623	1355,4500	0,0224	1721,1965	-27386,6600	-22633,6022	4172,7311	1,3835E+07	0,0192	20041,7545
2,3872	1,0056	3,1769	3,9471	0,3709	18,7817	1348,5900	0,0218	1735,8198	-26665,5272	-22037,6247	4179,5600	1,3672E+07	0,0192	20245,2417
2,4380	1,0174	3,2516	3,9632	0,3703	18,2305	1341,9107	0,0213	1750,1463	-25977,4014	-21468,9257	4186,1983	1,3514E+07	0,0191	20445,9300
2,4888	1,0290	3,3264	3,9789	0,3697	17,7064	1335,4037	0,0207	1764,1874	-25297,4014	-21468,9257	4192,6553	1,3361E+07	0,0191	20643,9215

Tabla 12. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de doble parábola para la sección divergente.*

x	y	Área	Mach_1	Mach_2	Presión	Temperatura	Densidad	Entropía	Entalpia	Energía_int	Velocidad	N° Reynolds	Fricción	Pérdidas
[m]	[m]	[m ²]	[-]	[-]	[KPa]	[K]	[Kg/m ³]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[J/(kg*K)]	[m/s]	[-]	[-]	[(N*m)/N]
0,0000	0,1962	0,1209	1,0162	0,9841	2917,3567	3126,7197	1,4602	-0,9586	-103280,8198	-85356,0451	1638,4655	7,0057E+07	0,02959	0,00100
0,0083	0,1965	0,1213	1,0605	0,9435	2775,4912	3100,8493	1,4007	-3,3309	-140841,9537	-116398,3030	1702,8407	6,9952E+07	0,02958	92,64229
0,0167	0,1974	0,1224	1,1192	0,8955	2591,3359	3065,5705	1,3229	-5,4716	-151078,7630	-124858,4755	1786,8940	6,9637E+07	0,02954	202,83484
0,0250	0,1989	0,1243	1,1804	0,8513	2405,2298	3027,7275	1,2432	-5,9591	-160359,3758	-132528,4032	1872,8678	6,9112E+07	0,02947	330,97077
0,0333	0,2010	0,1269	1,2436	0,8109	2220,0130	2987,5598	1,1629	-4,1872	-169740,9614	-140281,7792	1960,0014	6,8380E+07	0,02938	476,67642
0,0416	0,2038	0,1305	1,3089	0,7739	2037,0655	2945,0422	1,0825	0,3445	-179536,9152	-148377,6084	2048,1981	6,7441E+07	0,02926	639,10930
0,0500	0,2073	0,1350	1,3765	0,7397	1857,4088	2900,0708	1,0023	8,0890	-190026,8929	-157047,0110	2137,5283	6,6296E+07	0,02911	816,94620
0,0583	0,2116	0,1407	1,4468	0,7081	1681,8378	2852,4719	0,9227	19,4942	-201599,8029	-166611,3990	2228,1799	6,4944E+07	0,02894	1008,37476
0,0666	0,2169	0,1477	1,5203	0,6786	1510,9169	2801,9741	0,8439	35,0521	-214879,0488	-177585,9819	2320,4841	6,3381E+07	0,02873	1211,08311
0,0749	0,2231	0,1564	1,5976	0,6509	1344,9264	2748,1501	0,7659	55,3688	-23106,0357	-28186,8050	2414,9873	6,1598E+07	0,02849	1422,23217
0,0749	0,2221	0,1550	1,5854	0,6551	1370,2077	2756,6931	0,7779	51,8947	-1596998,2144	-1319833,1689	2400,2360	6,1888E+07	0,02853	1413,46747
0,1371	0,2933	0,2702	2,1535	0,5175	534,8683	2356,6685	0,3552	304,8393	-766479,8346	-633454,3770	3014,4839	4,6867E+07	0,02634	2851,96712
0,1993	0,3483	0,3811	2,4364	0,4763	321,2284	2164,6766	0,2322	486,2607	-495056,4372	-409137,5309	3268,5499	3,9461E+07	0,02511	3911,72490
0,2615	0,3945	0,4889	2,6276	0,4545	225,4734	2040,6722	0,1729	623,6453	-359505,0894	-297111,6292	3422,6372	3,4844E+07	0,02427	4803,37693
0,3237	0,4348	0,5939	2,7721	0,4403	171,9863	1950,6215	0,1380	733,7147	-278943,3520	-230531,6843	3530,3211	3,1612E+07	0,02365	5591,09263
0,3859	0,4709	0,6967	2,8882	0,4302	138,1792	1880,7502	0,1150	825,3484	-225951,7281	-186736,9560	3611,6627	2,9187E+07	0,02315	6306,17112
0,4480	0,5038	0,7974	2,9851	0,4225	115,0331	1824,1527	0,0987	903,7316	-188662,9407	-155919,7779	3676,2324	2,7281E+07	0,02275	6966,82138
0,5102	0,5341	0,8963	3,0682	0,4164	98,2714	1776,8954	0,0865	972,1403	-161123,2948	-133159,7411	3729,2898	2,5732E+07	0,02240	7584,76922
0,5724	0,5624	0,9935	3,1408	0,4114	85,6168	1736,5363	0,0772	1032,7725	-140027,9204	-115725,5482	3774,0118	2,4441E+07	0,02211	8168,09502
0,6346	0,5888	1,0892	3,2054	0,4072	75,7510	1701,4614	0,0697	1087,1733	-123400,7960	-101984,1238	3812,4524	2,3344E+07	0,02185	8722,64656
0,6968	0,6137	1,1833	3,2634	0,4036	67,8601	1670,5513	0,0636	1136,4697	-109990,9335	-90901,5933	3846,0101	2,2396E+07	0,02162	9252,81643
0,7589	0,6373	1,2761	3,3160	0,4004	61,4160	1643,0002	0,0585	1181,5090	-98969,5254	-81792,9921	3875,6762	2,1566E+07	0,02142	9762,00246
0,8211	0,6598	1,3675	3,3641	0,3977	56,0615	1618,2098	0,0542	1222,9441	-89766,7235	-74187,3711	3902,1768	2,0833E+07	0,02123	10252,89627
0,8833	0,6812	1,4577	3,4085	0,3952	51,5470	1595,7245	0,0506	1261,2886	-81978,4544	-67750,7854	3926,0586	2,0178E+07	0,02106	10727,67240
0,9455	0,7017	1,5467	3,4496	0,3930	47,6929	1575,1901	0,0474	1296,9540	-75310,6216	-62240,1800	3947,7422	1,9589E+07	0,02091	11188,11703
1,0077	0,7213	1,6345	3,4878	0,3910	44,3669	1556,3259	0,0446	1330,2747	-69544,3263	-57474,6470	3967,5576	1,9056E+07	0,02076	11635,71827
1,0698	0,7402	1,7212	3,5236	0,3892	41,4695	1538,9061	0,0422	1361,5266	-64513,4581	-53316,9048	3985,7684	1,8569E+07	0,02063	12071,73109
1,1320	0,7584	1,8069	3,5572	0,3875	38,9244	1522,7464	0,0400	1390,9396	-60089,7966	-49660,9864	4002,5877	1,8124E+07	0,02051	12497,22530
1,1942	0,7759	1,8915	3,5889	0,3860	36,6722	1507,6948	0,0381	1418,7073	-56172,8809	-46423,8662	4018,1904	1,7714E+07	0,02039	12913,12140
1,2564	0,7929	1,9752	3,6188	0,3846	34,6660	1493,6243	0,0363	1444,9946	-52682,9383	-43539,6162	4032,7214	1,7335E+07	0,02028	13320,21813
1,3186	0,8093	2,0579	3,6471	0,3833	32,8685	1480,4280	0,0347	1469,9426	-49555,8642	-40955,2576	4046,3023	1,6983E+07	0,02018	13719,21375
1,3807	0,8253	2,1396	3,6740	0,3821	31,2492	1468,0150	0,0333	1493,6734	-46739,5869	-38627,7558	4059,0355	1,6655E+07	0,02009	14110,72279
1,4429	0,8407	2,2205	3,6996	0,3809	29,7834	1456,3074	0,0320	1516,2931	-44191,3946	-36521,8119	4071,0086	1,6349E+07	0,02000	14495,28938
1,5051	0,8557	2,3004	3,7241	0,3799	28,4507	1445,2381	0,0308	1537,8946	-41875,9410	-34608,2140	4082,2967	1,6062E+07	0,01991	14873,39799
1,5673	0,8703	2,3795	3,7474	0,3788	27,2340	1434,7488	0,0297	1558,5596	-39763,7366	-32862,5906	4092,9646	1,5793E+07	0,01983	15245,48215
1,6295	0,8845	2,4578	3,7698	0,3779	26,1191	1424,7886	0,0287	1578,3605	-37829,9954	-31264,4574	4103,0687	1,5540E+07	0,01975	15611,93162
1,6916	0,8983	2,5353	3,7912	0,3770	25,0940	1415,3127	0,0277	1597,3615	-36053,7395	-29796,4775	4112,6584	1,5300E+07	0,01968	15973,09826
1,7538	0,9118	2,6119	3,8118	0,3762	24,1485	1406,2818	0,0269	1615,6200	-34417,1059	-28443,8877	4121,7771	1,5074E+07	0,01961	16329,30099
1,8160	0,9250	2,6878	3,8316	0,3754	23,2738	1397,6608	0,0261	1633,1876	-32904,7885	-27194,0387	4130,4631	1,4860E+07	0,01954	16680,82993
1,8782	0,9378	2,7630	3,8507	0,3746	22,4623	1389,4187	0,0253	1650,1105	-31503,6054	-26036,0362	4138,7503	1,4656E+07	0,01948	17027,94989
1,9404	0,9503	2,8374	3,8690	0,3739	21,7077	1381,5275	0,0246	1666,4305	-30202,1426	-24960,4471	4146,6691	1,4463E+07	0,01942	17370,90331
2,0026	0,9626	2,9110	3,8868	0,3732	21,0041	1373,9623	0,0239	1682,1855	-28990,4746	-23959,0687	4154,2467	1,4279E+07	0,01936	17709,91285
2,0647	0,9746	2,9840	3,9039	0,3725	20,3468	1366,7006	0,0233	1697,4101	-27859,9263	-23024,7313	4161,5072	1,4103E+07	0,01930	18045,18353
2,1269	0,9863	3,0562	3,9204	0,3719	19,7313	1359,7221	0,0227	1712,1356	-26802,8880	-22151,1460	4168,4727	1,3936E+07	0,01924	18376,90462
2,1891	0,9978	3,1278	3,9365	0,3713	19,1540	1353,0084	0,0222	1726,3907	-25812,6576	-21332,7738	4175,1629	1,3775E+07	0,01919	18705,25130
2,2513	1,0090	3,1987	3,9520	0,3707	18,6113	1346,5427	0,0216	1740,2018	-24883,3058	-20564,7145	4181,5959	1,3622E+07	0,01914	19030,38602
2,3135	1,0201	3,2689	3,9670	0,3702	18,1003	1340,3098	0,0211	1753,5930	-24009,5809	-19842,6278	4187,7878	1,3475E+07	0,01909	19352,45981
2,3756	1,0309	3,3385	3,9816	0,3696	17,6185	1334,2957	0,0207	1766,5867	-23186,8002	-19162,6438	4193,7537	1,3333E+07	0,01905	19671,61335
2,4378	1,0414	3,4074	3,9958	0,3691	17,1633	1328,4878	0,0202	1779,2033	-22410,7870	-18521,3107	4199,5072	1,3198E+07	0,01900	19987,97791
2,5000	1,0518	3,4757	4,0096	0,3686	16,7327	1322,8742	0,0198	1791,4618	-22410,7870	-18521,3107	4205,0605	1,3067E+07	0,01896	20301,67622

Tabla 13. *Tabla de las propiedades fluido-termodinámicas para el contorno de pared según el método de Vitoshinsky para la sección divergente.*

x [m]	y [m]	Área [m ²]	Mach_1 [-]	Mach_2 [-]	Presión [KPa]	Temperatura [K]	Densidad [Kg/m ³]	Entropía [J/(kg*K)]	Entalpía [J/(kg*K)]	Energía_int [J/(kg*K)]	Velocidad [m/s]	N° Reynolds [-]	Fricción [-]	Pérdidas [(N/m)/N]
0,0010	0,1962	0,1209	1,0000	1,0000	2969,6720	3135,9955	1,4819	-0,0005	-2358018,3375	-1948775,3879	1614,7586	7,0075E+07	0,02959	10,02286
0,0766	0,2537	0,2022	1,8848	0,5706	849,0581	2545,3466	0,5220	163,5428	-990483,9590	-818581,7433	2741,9629	5,4196E+07	0,02745	1588,49626
0,1520	0,3085	0,2991	2,2397	0,5037	458,8805	2297,2449	0,3126	356,9706	-673736,9227	-556807,3463	3095,3493	4,4560E+07	0,02597	3123,26557
0,2271	0,3608	0,4091	2,4914	0,4696	290,3206	2128,4837	0,2135	524,6958	-501218,0949	-414229,8097	3314,2635	3,8101E+07	0,02487	4380,69831
0,3019	0,4107	0,5298	2,6875	0,4484	201,5850	2002,9359	0,1575	668,6925	-391762,8502	-323770,9344	3468,1698	3,3480E+07	0,02401	5411,11799
0,3764	0,4580	0,6591	2,8478	0,4336	149,1280	1904,8051	0,1225	793,1717	-316361,4882	-261455,7623	3583,8673	3,0017E+07	0,02332	6274,23300
0,4507	0,5030	0,7949	2,9826	0,4227	115,5671	1825,5612	0,0991	901,7346	-261519,5650	-216131,8611	3674,6392	2,7332E+07	0,02276	7015,38884
0,5246	0,5457	0,9356	3,0983	0,4143	92,8138	1760,0544	0,0825	997,1894	-220025,6031	-181839,3323	3748,0163	2,5193E+07	0,02228	7666,89599
0,5981	0,5862	1,0795	3,1989	0,4076	76,6853	1704,9412	0,0704	1081,7038	-187663,6664	-155093,9314	3808,6561	2,3455E+07	0,02188	8251,71319
0,6714	0,6245	1,2250	3,2873	0,4021	64,8425	1657,9342	0,0612	1156,9653	-161804,9197	-133723,0674	3859,6241	2,2017E+07	0,02153	8786,37355
0,7443	0,6606	1,3710	3,3657	0,3976	55,8943	1617,4044	0,0541	1224,3049	-140727,4346	-116303,6591	3903,0347	2,0812E+07	0,02122	9282,99673
0,8169	0,6947	1,5162	3,4356	0,3937	48,9721	1582,1543	0,0484	1284,7882	-123258,2738	-101866,3369	3940,4017	1,9791E+07	0,02096	9750,63256
0,8890	0,7268	1,6595	3,4982	0,3905	43,5108	1551,2799	0,0439	1339,2795	-108572,4258	-89729,2731	3972,8414	1,8917E+07	0,02072	10196,15987
0,9608	0,7570	1,8001	3,5544	0,3877	39,1300	1524,0841	0,0402	1388,4893	-96073,8227	-79399,8495	4001,1981	1,8163E+07	0,02052	10624,89515
1,0323	0,7852	1,9371	3,6051	0,3852	35,5661	1500,0190	0,0371	1433,0079	-85321,8660	-70513,9353	4026,1240	1,7509E+07	0,02033	11041,01156
1,1033	0,8117	2,0699	3,6509	0,3831	32,6320	1478,6471	0,0345	1473,3315	-75984,4027	-62797,0239	4048,1316	1,6938E+07	0,02017	11447,83195
1,1739	0,8364	2,1979	3,6924	0,3812	30,1915	1459,6142	0,0324	1509,8808	-67806,7014	-56038,5934	4067,6305	1,6438E+07	0,02002	11848,03743
1,2441	0,8594	2,3204	3,7299	0,3796	28,1439	1442,6296	0,0305	1543,0159	-60590,4348	-50074,7370	4084,9523	1,5997E+07	0,01989	12243,81787
1,3138	0,8808	2,4373	3,7638	0,3782	26,4135	1427,4526	0,0290	1573,0474	-54179,1121	-44776,1234	4100,3687	1,5609E+07	0,01977	12636,98226
1,3832	0,9006	2,5480	3,7945	0,3769	24,9422	1413,8815	0,0276	1600,2454	-48447,7681	-40039,4758	4114,1049	1,5267E+07	0,01967	13029,04054
1,4520	0,9188	2,6523	3,8222	0,3757	23,6849	1401,7460	0,0264	1624,8460	-43295,5477	-35781,4426	4126,3494	1,4963E+07	0,01957	13421,26515
1,5204	0,9356	2,7500	3,8472	0,3747	22,6065	1390,9011	0,0254	1647,0574	-38640,2565	-31934,0947	4137,2610	1,4695E+07	0,01949	13814,73767
1,5884	0,9510	2,8411	3,8698	0,3738	21,6789	1381,2223	0,0246	1667,0639	-34414,3280	-28441,5920	4146,9751	1,4458E+07	0,01941	14210,38470
1,6559	0,9650	2,9253	3,8900	0,3731	20,8797	1372,6020	0,0238	1685,0298	-30561,7837	-25257,6712	4155,6077	1,4248E+07	0,01935	14609,00544
1,7228	0,9777	3,0028	3,9080	0,3724	20,1906	1364,9467	0,0231	1701,1022	-27035,9068	-22343,7235	4163,2589	1,4063E+07	0,01929	15011,29331
1,7893	0,9891	3,0734	3,9241	0,3717	19,5970	1358,1747	0,0226	1715,4135	-23797,4612	-19667,3223	4170,0157	1,3900E+07	0,01923	15417,85279
1,8553	0,9993	3,1373	3,9384	0,3712	19,0866	1352,2137	0,0221	1728,0837	-20813,2973	-17201,0713	4175,9541	1,3758E+07	0,01919	15829,21272
1,9207	1,0084	3,1945	3,9509	0,3707	18,6493	1347,0003	0,0217	1739,2216	-18055,2554	-14921,6979	4181,1409	1,3634E+07	0,01914	16245,83677
1,9857	1,0163	3,2452	3,9618	0,3703	18,2767	1342,4777	0,0213	1748,9266	-1683,8102	-12218,0249	4185,6352	1,3528E+07	0,01911	16668,13172
2,0000	1,0175	3,2528	3,9634	0,3703	18,2219	1341,8055	0,0213	1750,3726	-2257,1966	-1865,4517	4186,3028	1,3512E+07	0,01910	16769,59699
2,0208	1,0185	3,2592	3,9648	0,3702	18,1759	1341,2401	0,0212	1751,5894	-2253,9167	-1862,7410	4186,8642	1,3498E+07	0,01910	16928,17119
2,0417	1,0196	3,2656	3,9661	0,3702	18,1300	1340,6755	0,0212	1752,8051	-2250,6449	-1860,0370	4187,4248	1,3485E+07	0,01909	17086,44195
2,0625	1,0206	3,2721	3,9675	0,3701	18,0843	1340,1118	0,0211	1754,0197	-2247,3812	-1857,3397	4187,9844	1,3472E+07	0,01909	17244,41009
2,0833	1,0216	3,2785	3,9689	0,3701	18,0388	1339,5488	0,0211	1755,2332	-2244,1255	-1854,6491	4188,5432	1,3459E+07	0,01909	17402,07640
2,1042	1,0226	3,2850	3,9702	0,3700	17,9934	1338,9867	0,0210	1756,4455	-2240,8780	-1851,9652	4189,1011	1,3445E+07	0,01908	17559,44170
2,1250	1,0236	3,2914	3,9716	0,3700	17,9482	1338,4254	0,0210	1757,6566	-2237,6385	-1849,2879	4189,6581	1,3432E+07	0,01908	17716,50677
2,1458	1,0246	3,2979	3,9730	0,3699	17,9031	1337,8649	0,0209	1758,8667	-2234,4070	-1846,6172	4190,2142	1,3419E+07	0,01907	17873,27241
2,1667	1,0256	3,3044	3,9743	0,3699	17,8583	1337,3052	0,0209	1760,0756	-2231,1834	-1843,9531	4190,7694	1,3406E+07	0,01907	18029,73942
2,1875	1,0266	3,3108	3,9757	0,3698	17,8135	1336,7463	0,0209	1761,2834	-2227,9678	-1841,2956	4191,3238	1,3393E+07	0,01906	18185,90859
2,2083	1,0276	3,3173	3,9770	0,3698	17,7690	1336,1883	0,0208	1762,4900	-2224,7601	-1838,6447	4191,8773	1,3380E+07	0,01906	18341,78070
2,2292	1,0286	3,3238	3,9784	0,3697	17,7245	1335,6310	0,0208	1763,6956	-2221,5604	-1836,0002	4192,4299	1,3367E+07	0,01905	18497,35654
2,2500	1,0296	3,3303	3,9797	0,3697	17,6803	1335,0745	0,0207	1764,9000	-2218,3684	-1833,3623	4192,9817	1,3354E+07	0,01905	18652,63689
2,2708	1,0306	3,3368	3,9811	0,3696	17,6362	1334,5189	0,0207	1766,1033	-2215,1844	-1830,7308	4193,5326	1,3341E+07	0,01905	18807,62253
2,2917	1,0316	3,3433	3,9824	0,3696	17,5922	1333,9640	0,0206	1767,3055	-2212,0081	-1828,1058	4194,0826	1,3328E+07	0,01904	18962,31424
2,3125	1,0326	3,3498	3,9838	0,3695	17,5484	1333,4099	0,0206	1768,5066	-2208,8396	-1825,4872	4194,6318	1,3315E+07	0,01904	19116,71279
2,3333	1,0336	3,3563	3,9851	0,3695	17,5048	1332,8566	0,0206	1769,7065	-2205,6789	-1822,8750	4195,1801	1,3302E+07	0,01903	19270,81895
2,3542	1,0346	3,3629	3,9865	0,3694	17,4613	1332,3041	0,0205	1770,9054	-2202,5259	-1820,2692	4195,7275	1,3289E+07	0,01903	19424,63350
2,3750	1,0356	3,3694	3,9878	0,3694	17,4179	1331,7524	0,0205	1772,1032	-2199,3806	-1817,6698	4196,2741	1,3276E+07	0,01902	19578,15719
2,3958	1,0366	3,3759	3,9892	0,3693	17,3748	1331,2015	0,0204	1773,2998	-2196,2429	-1815,0767	4196,8199	1,3263E+07	0,01902	19731,39080
2,4167	1,0376	3,3825	3,9905	0,3693	17,3317	1330,6514	0,0204	1774,4954	-2193,1130	-1812,4900	4197,3648	1,3250E+07	0,01902	19884,33509
2,4375	1,0386	3,3890	3,9918	0,3692	17,2888	1330,1021	0,0203	1775,6898	-2189,9906	-1809,9095	4197,9088	1,3237E+07	0,01901	20036,99081
2,4583	1,0396	3,3956	3,9932	0,3692	17,2461	1329,5535	0,0203	1776,8832	-2186,8758	-1807,3353	4198,4520	1,3225E+07	0,01901	20189,35873
2,4792	1,0406	3,4021	3,9945	0,3691	17,2035	1329,0057	0,0203	1778,0754	-2183,7687	-1804,7674	4198,9944	1,3212E+07	0,01900	20341,43959
2,5000	1,0416	3,4087	3,9959	0,3691	17,1611	1328,4587	0,0202	1779,2666	-2180,6687	-1802,2044	4199,5359	1,3199E+07	0,01900	20493,23414

Nota múltiple (Tabla 5-13). Tomado del algoritmo programado en Matlab para este proyecto.

4. Proceso de Optimización Usando Algoritmos Evolutivos

Se estudia la manera de optimizar el algoritmo del contorno de la pared digitado en el programa Matlab, para mejorar el perfil geométrico de la pared de la tobera a través de un proceso de optimización con algoritmos evolutivos. Aprovechando que puede ser aplicado en sistemas de ecuaciones no lineales y no tiene restricción en cuanto al espacio de las soluciones, es decir, no existen fronteras que limiten la resolución del algoritmo. Este tipo de optimización es denominado de este modo debido a que se basan en los postulados de la evolución de las especies según la biología, estudiando los conceptos de la teoría de Darwin sobre la evolución con énfasis en la selección natural. Generalmente se mencionan tres paradigmas principales de algoritmos evolutivos: programación evolutiva, estrategias evolutivas y algoritmos genéticos.

Un algoritmo genético (AG) es un método para resolver problemas de optimización con o sin restricciones basándose en un proceso de selección natural que emula la evolución biológica de las especies. Este algoritmo transforma repetidamente una población de soluciones individuales, mediante la creación de los operadores de selección, cruce y mutación. En cada paso, el AG selecciona individuos de la población actual aleatoriamente y los utiliza como padres para producir los hijos de la siguiente generación mediante un bucle cerrado. Tras varias generaciones sucesivas, la población "evoluciona" hacia una solución óptima.

El siguiente es el código digitado con el lenguaje "M" (lenguaje propio de Matlab) que permite utilizar las herramientas pre programadas del toolbox de Matlab para realizar el proceso de optimización con algoritmos genéticos de los algoritmos desarrollados para crear el trazado aerodinámico del contorno de la pared de la tobera.

```

clc,
clear all,
clear ,
clf
tic;
FitnessFunction = @objectivefunction1; % Function handle to the fitness function
numberOfVariables = 2; % Number of decision variables
PopulationSize_Data =40;
CrossoverFraction_Data= 0.8;
Max_Generations=200;
Max_StallGenLimit=25;

lb = [0.19 0.3653]; % Lower bound
ub = [0.1962 0.4];
A = []; % No linear inequality constraints
b = []; % No linear inequality constraints
Aeq = []; % No linear equality constraints
beq = []; % No linear equality constraints

rng default

options=optimoptions('ga');
options = optimoptions(options,'PopulationSize' ,PopulationSize_Data);%Tamaño de la poblacion
options = optimoptions(options,'CrossoverFraction' ,CrossoverFraction_Data);%Probabilidad de cruce
options = optimoptions(options,'Generations',Max_Generations);%Maximo numero de generaciones
options = optimoptions(options,'StallGenLimit',Max_StallGenLimit);% Numero de generaciones sin cambio
options = optimoptions(options,'SelectionFcn',@selectiontournament);%Seleccion de padres tipo torneo
options= optimoptions(options,'MutationFcn',@mutationadaptfeasible);% Tipo de mutacion
options = optimoptions(options,'PlotFcns',{ @gaplotbestf @gaplotselection @gaplotstopping @gaplotbestindiv });

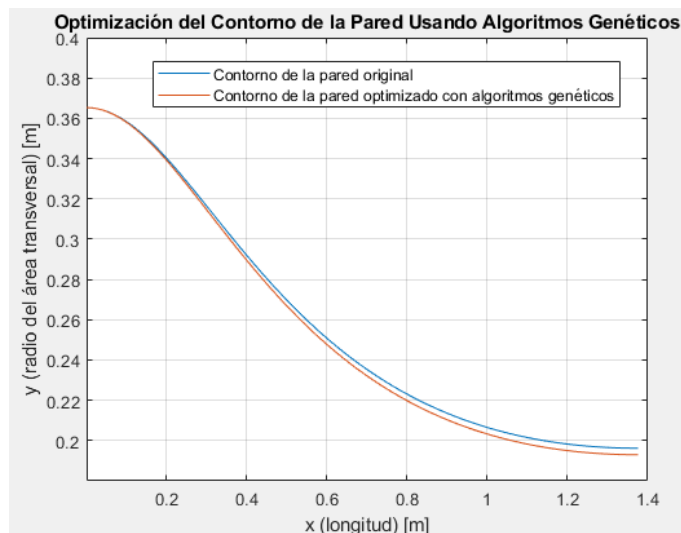
[x,Fval,exitFlag,Output,population,scores] = ga(FitnessFunction,numberOfVariables,A,b,Aeq,beq,lb,ub,[],options)

tiempo=toc;

```

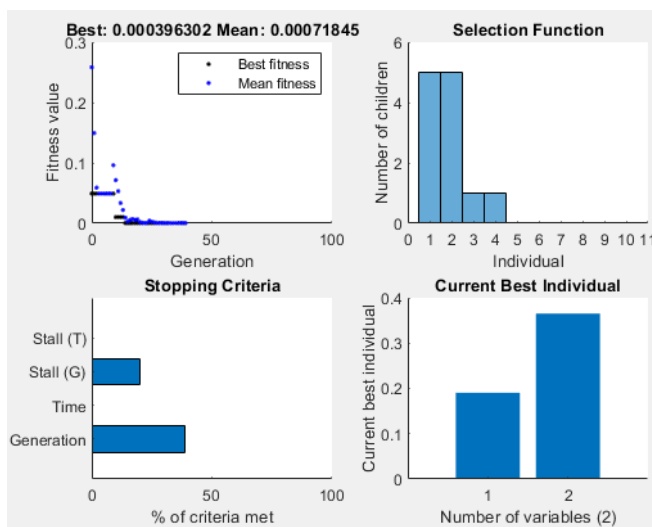
Para visualizar el rendimiento del solucionador mientras se ejecuta, se configura una opción “PlotFcn” usando “optimoptions”. En este caso, seleccione dos funciones gráficas en una matriz de celdas. Establezca “gaplotbestf”, que traza la puntuación mejor y media de la población en cada generación. Configure también “gaplotstopping”, que traza el porcentaje de criterios de parada satisfechos. Los algoritmos genéticos (GAs) comienzan con un conjunto aleatorio de puntos en la población y usa operadores para producir la próxima generación de la población. Los diferentes operadores que escalan se deben a la selección, cruce y mutación. La caja de herramientas proporciona varias funciones para especificar para cada operador. Especifique “fitscalingprop” para “FitnessScalingFcn” y “selectiontournament” para “SelectionFcn”

Figura 26. Diseño final del contorno de la pared optimizado usando algoritmos genéticos para la sección convergente.



Nota. El diagrama muestra la diferencia entre el trazado aerodinámico del contorno de la pared de la tobera en la sección convergente, antes y después de haber aplicado los algoritmos genéticos. Tomado de la simulación del proyecto en Ansys fluent desarrollado por el autor del mismo.

Figura 27. Gráfica de muestreo del solucionador de Matlab durante el proceso de iteración para el contorno de pared convergente.



Nota. Estos diagramas representan el proceso iterativo del solucionador durante el proceso de optimización, mostrando la función fitness y como es la fluctuación de las variables en cada generación. Tomado de la simulación del proyecto en Ansys fluent desarrollado por el autor del mismo.

```

clc,
clear all,
clear ,
clf
tic;
FitnessFunction = @objectivefunction2; % Function handle to the fitness function
numberOfVariables = 8; % Number of decision variables
PopulationSize_Data = 80;
CrossoverFraction_Data= 0.2;
Max_Generations=150;
Max_StallGenLimit=25;

lb = [1.2 3.98 0.1209 0.1962 7 2.5 0.075 0]; % Lower bound
ub = [2 4.5 0.15 0.225 8 3 0.15 0.1]; % Upper bound

A = []; % No linear inequality constraints
b = []; % No linear inequality constraints
Aeq = []; % No linear equality constraints
beq = []; % No linear equality constraints

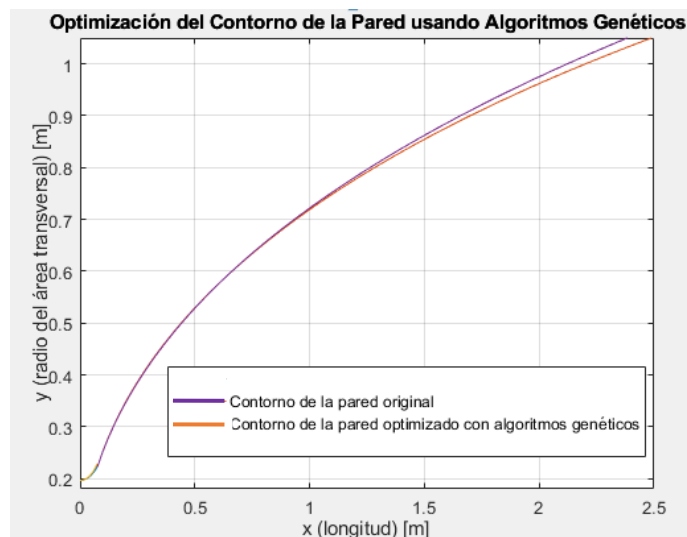
rng default
options=optimoptions('ga');
options = optimoptions(options,'PopulationSize' ,PopulationSize_Data);%Tamaño de la poblacion
options = optimoptions(options,'CrossoverFraction' ,CrossoverFraction_Data);%Probabilidad de cruce
options = optimoptions(options,'Generations',Max_Generations);%Maximo numero de generaciones
options = optimoptions(options,'StallGenLimit',Max_StallGenLimit);% Numero de generaciones sin cambio
options = optimoptions(options,'SelectionFcn',@selectiontournament);%Seleccion de padres tipo torneo
options= optimoptions(options,'MutationFcn',@mutationadaptfeasible);% Tipo de mutacion
options = optimoptions(options,'PlotFcns',{ @gaplotbestf @gaplotselection @gaplotstopping @gaplotbestindiv });

[x,Fval,exitFlag,Output,population,scores] = ga(FitnessFunction,numberOfVariables,A,b,Aeq,beq,lb,ub,[],options);

tiempo=toc;

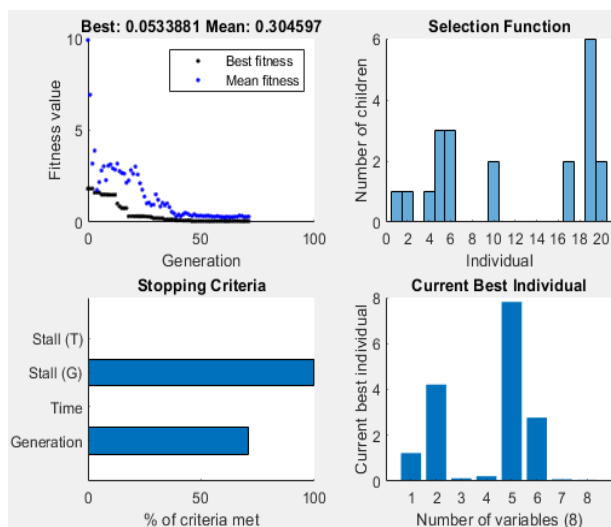
```

Figura 28. *Diseño final del contorno de la pared optimizado usando algoritmos genéticos para la sección divergente.*



Nota. El diagrama muestra la diferencia entre el trazado aerodinámico del contorno de la pared de la tobera en la sección divergente, antes y después de haber aplicado los algoritmos genéticos. Tomado de la simulación del proyecto en Ansys fluent desarrollado por el autor del mismo.

Figura 29. Gráfica de muestreo del solucionador de Matlab durante el proceso de iteración para el contorno de pared divergente.



Nota. Estos diagramas representan el proceso iterativo del solucionador durante el proceso de optimización, mostrando la función fitness y como es la fluctuación de las variables en cada

generación. Tomado de la simulación del proyecto en Ansys fluent desarrollado por el autor del mismo.

5. Simulación del Diseño de Tobera Usando Técnicas CFD en Ansys.

Después de haber diseñado el trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera, se hace una simulación en Ansys Fluent usando técnicas CFD (Computational Fluids Dynamics) para poder corroborar la similitud entre el diseño de tobera propuesto en este proyecto y el diseño presentado en la investigación “Estudio del Flujo en la Tobera del Motor Cohete J-2S Mediante Técnicas CFD”. En la fase final se pretende demostrar la confiabilidad del diseño del contorno de la pared creado en este proyecto, y poder comparar la precisión de los resultados teniendo como punto de referencia los datos mostrados en el trabajo guía desarrollado en la universidad politécnica de Valencia.

En este proyecto se utiliza el software Ansys Fluent para realizar la simulación del comportamiento del fluido a lo largo del contorno de la pared. Este programa funciona con algoritmos en base a métodos numéricos para resolver ecuaciones que gobiernan el campo de flujo de un fluido. En resumen, se emplea la dinámica de fluidos computacional o Computational Fluids Dynamics (CFD), la cual combina la mecánica de fluidos con el cálculo numérico para poder analizar el modelo fluidodinámico. Se emplea este software principalmente para simulaciones con procesos de fluidos, transferencia de calor o reacciones químicas CFD.

Las simulaciones con este tipo de software se realizan a través del método RANS (Ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds) representadas con las ecuaciones

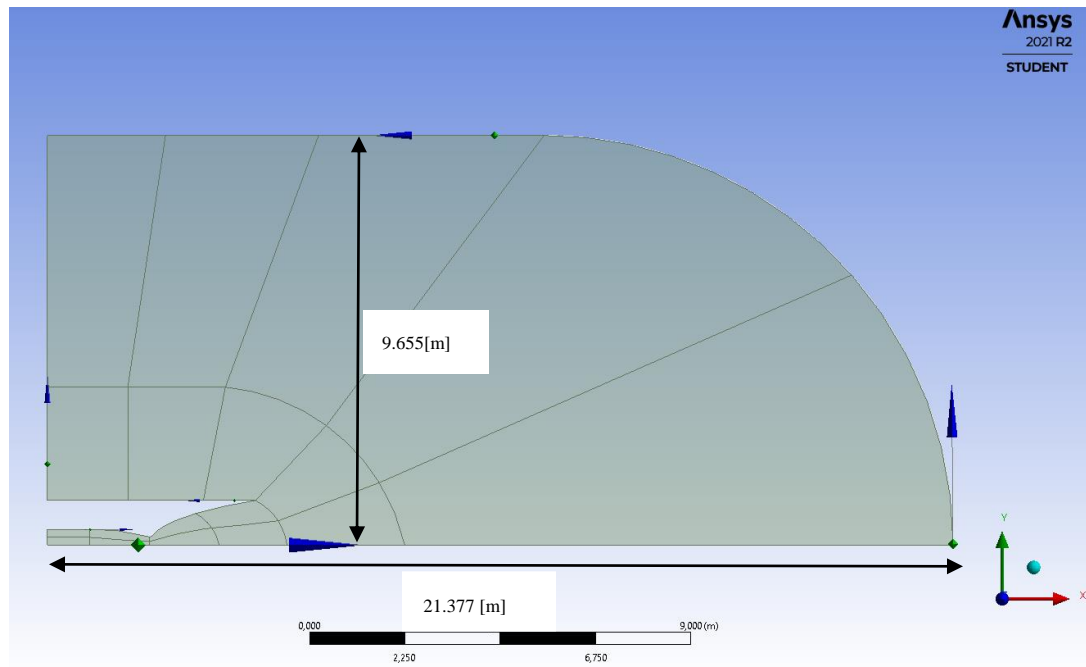
fundamentales de movimiento del fluido (Ley de conservación de la masa y ley de conservación del momento lineal). Además, Ansys Fluent tiene varios tipos de modelos de turbulencias desarrollados a partir del transporte de la energía cinética turbulenta (κ), transporte de la frecuencia turbulenta (ω), ecuación de transporte de especies y ecuación de conservación de la energía. Toda esta información puede ser encontrada en la guía de Ansys (Ansys Fluent Theory Guide 14.5, 2006.)

5.1 Crear la geometría del modelo, el dominio y las condiciones de frontera

El trabajo guía en el cual se basa todo el proceso de la creación de la geometría, definición del dominio, condiciones de frontera, uso del modelo de turbulencia, configuración del solver y lineamientos de los requerimientos de Ansys fluent; se hace a partir del paper de investigación “Estudio del Flujo en la Tobera del Motor Cohete J-2S Mediante Tecnicas CFD” (Cases, S.P., 2014).

La geometría de la tobera se crea con la opción “design modeler”, el dominio se hace en sugerencia al paper de investigación de la universidad de Valencia. Se hace la división de la superficie en 18 secciones para poder realizar la malla de una forma organizada y controlar la dirección y forma de las líneas de la malla.

Figura 30. Descripción del dominio y límites del mismo



Nota. La geometría de la tobera se conecta con el dominio sugerido, y se hace una división por bloques de toda la superficie 2D. Tomado del proyecto realizado en Ansys fluent por el autor del mismo.

5.2 Creación de la malla

El mallado es un paso fundamental para que la simulación sea exitosa, ya que un mal mallado repercutirá en que no se tenga convergencia en los datos y el solver no pueda llegar a una solución. La malla creada se caracteriza por usar un método de discretización con múltiples zonas cuadrático, y se le aplica un “face meshing” para crear la opción de “mapped meshing”. Hay que resaltar que la malla se compone de 153534 elementos cuadráticos, con un bias factor de valor medio de seis en las zonas críticas, tales como el límite de la pared o cambios bruscos de geometría como esquinas o bordes.

Figura 31. *Dominio computacional del mallado*

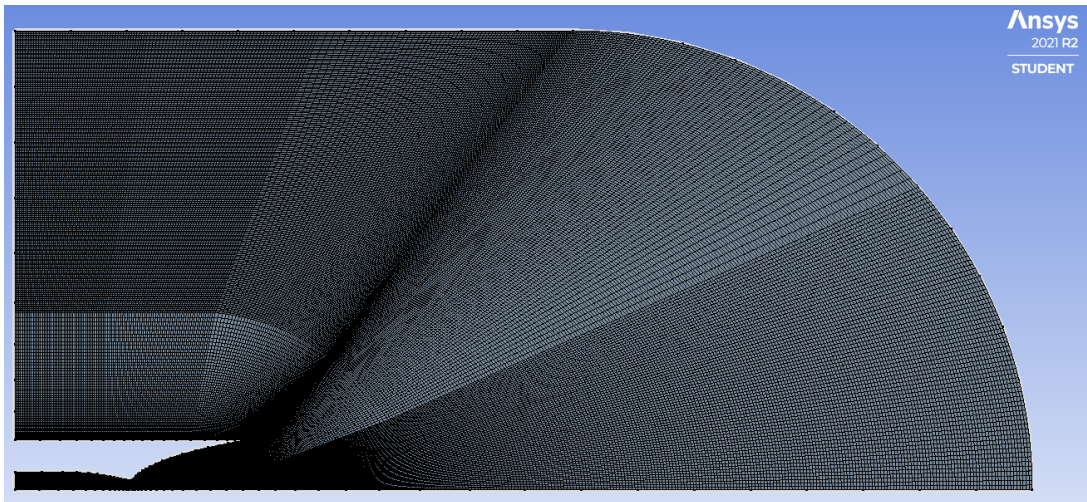


Figura 32. *Detalle de la conexión entre el plano de salida de la tobera y el resto del dominio*

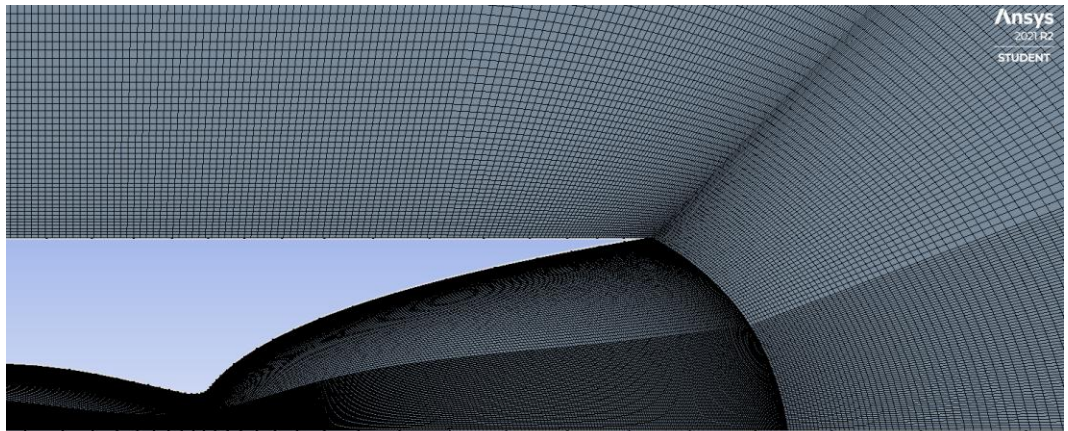
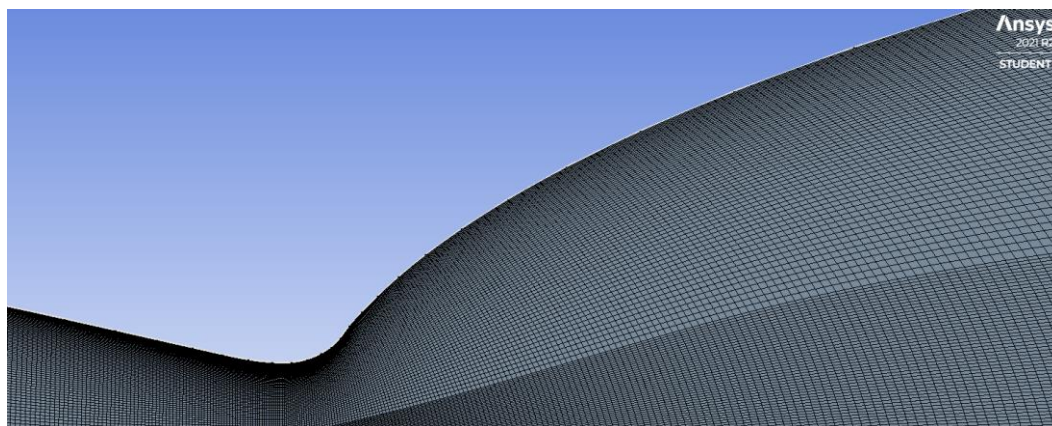


Figura 33. Mallado de la capa límite en el punto de estrangulamiento de la tobera



Nota múltiple (fig. 31-33). Aproximación de la escala para las zonas donde se presentan cambios bruscos de geometría como la capa límite con la pared y la conexión con el dominio. Tomado del proyecto realizado en Ansys fluent por el autor del mismo.

La calidad de la malla se evalúa por tres factores principales: aspect ratio, skewness y orthogonal quality. En la siguiente tabla se muestra el resultado de los factores de calidad de la malla que se obtuvieron para este proyecto.

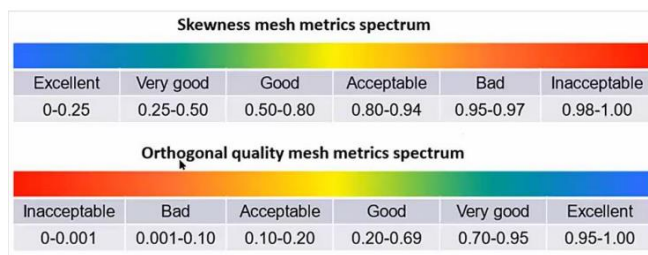
Tabla 14. Espectro métrico para el mallado

	<i>Skewness</i>	<i>Aspect Ratio</i>	<i>Orthogonal Quality</i>
Valor mínimo	1,3057x10 ⁻¹⁰	1,0008	0,60437
Valor máximo	0,5869	26,619	1
Valor medio	0,15989	2,949	0,94804

Nota. Verificación de los factores de calidad de la malla para el proyecto. Tomado del proyecto realizado en Ansys fluent por el autor del mismo.

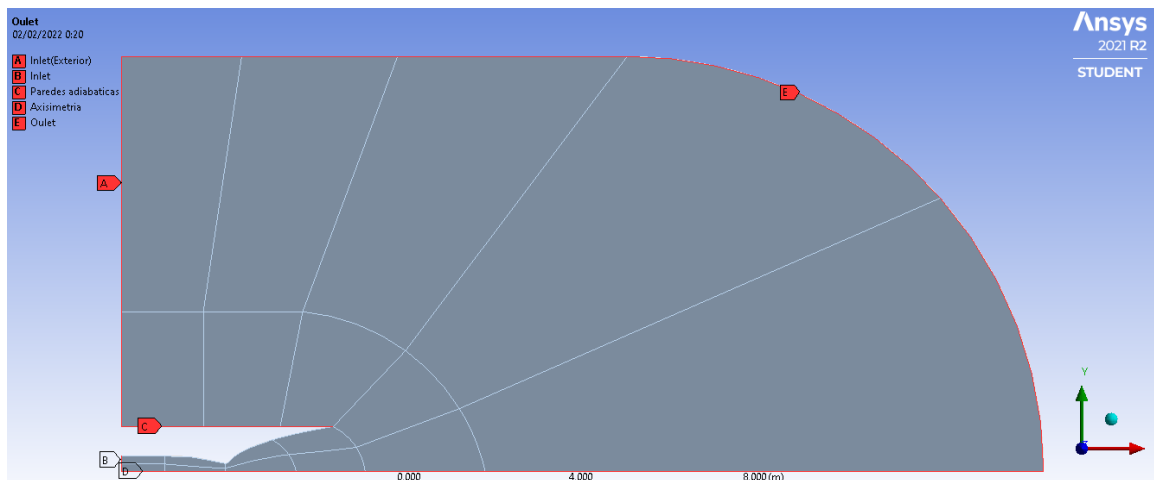
Comparándolos con los mostrados en la guía de teoría de Ansys fluent, se puede decir que los factores de calidad de la malla cumplen con los requisitos de diseño porque están dentro del rango permitido por los límites sugeridos para tener un espectro métrico óptimo.

Figura 34. Espectro métrico de la calidad de la malla



Nota. La calidad del mallado se mide principalmente por tres factores: aspect ratio, skewness y orthogonal quality. Tomado de Ansys Fluent Theory Guide 14.5, 2006.

Figura 35. Definición de las condiciones de frontera en el dominio



Nota. El dominio del mallado computacional debe ser definido por las condiciones de frontera (inlet, outlet, paredes adiabáticas, axisimetría, inlet (exterior)). Tomado del proyecto realizado en Ansys fluent por el autor del mismo.

5.3 Configuración del Solver

- Se usa la opción “Density based” debido a que se está analizando un fluido compresible a altas velocidades. Para un flujo estacionario y en un espacio 2D axisymmetric.

- Se activan las ecuaciones de la energía y un modelo de turbulencia “viscous (SST k-omega)”.

Tabla 15. Constantes del modelo de turbulencia SST k- ω , estos parámetros son los pre programados por el solver.

α_{∞}^*	1	$\beta_{i,1}$	0,075
α_{∞}	0,52	$\beta_{i,2}$	0,0828
β_{∞}^*	0,09	$\sigma_{k,1}$	1,176
β_{∞}	1,5	$\sigma_{k,2}$	1
M_{t0}	0,25	$\sigma_{w,1}$	2
a_1	0,31	$\sigma_{w,2}$	1,168

Nota. Tomado del proyecto de simulación (set-up, configuración de los modelos) del solver de Ansys fluent.

- Al establecer el material que se trabaja en la tobera, se selecciona el aire como gas ideal con la viscosidad “sutherland” para tener los parámetros prediseñados según el programa.
- La condición de operación “presión de operación” debe ser igual a cero pascales. También, las condiciones de frontera se deben revisar para que cumplan los siguientes estamentos.

La zona o borde nombrado axisimetría (eje de simetría) se configura como “axis”

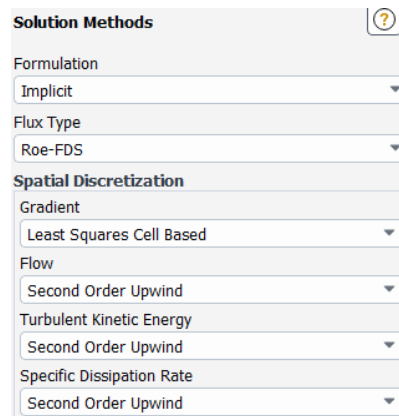
La zona o borde de las paredes adiabáticas y inlet (exterior) se configura como pared “wall”

La zona o borde nombrado inlet se configura como “pressure-inlet”

La zona o borde nombrado outlet se configura como “pressure-outlet”

- Se edita el lado denominado inlet para insertar la temperatura y presión de remanso, mientras que el lado outlet se configura con la presión y temperatura del flujo de salida.
- Se configura el monitoreo de los residuos con un valor de 1e-6, el control de la solución con un número de courant es 2 y el método de la solución con las siguientes opciones

Figura 36. Especificaciones de los métodos de solución usados por el solver de Ansys.

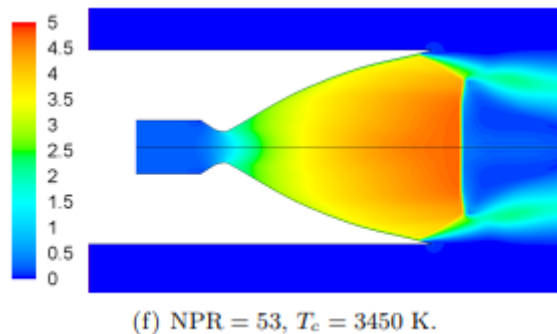


Nota. Tipo de ecuaciones usadas para simular el flujo de los gases a través de la tobera. Tomado de la simulación del proyecto de Ansys.

5.4 Comparación y Análisis de los Resultados de la Simulación en Ansys Fluent

Para hacer la comparación de resultados se usa como fuente bibliográfica la simulación para el diseño de una tobera con motor tipo J-2, tomado de la investigación: “Estudio del Flujo en la Tobera del Motor Cohete J-2S Mediante Técnicas CFD”

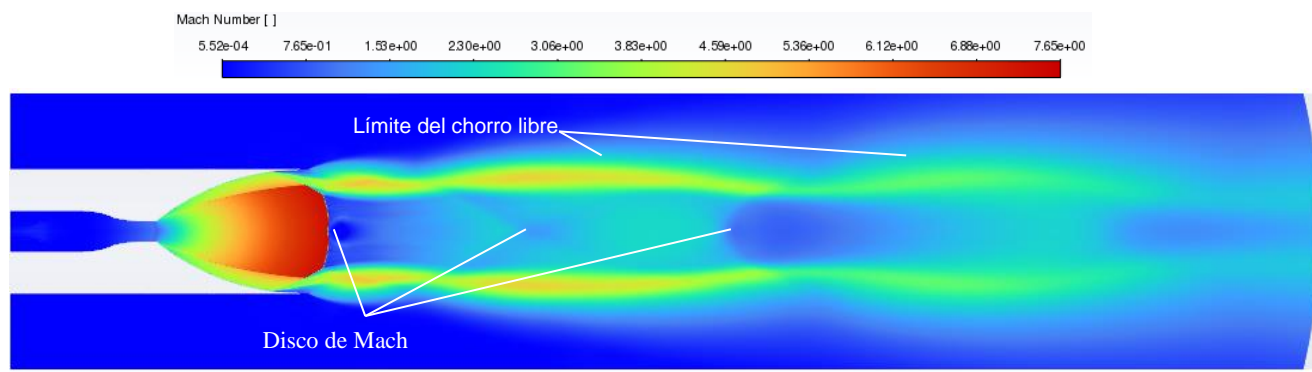
Figura 37. Comportamiento del número de Mach para el contorno de la pared de la tobera seleccionado.



Nota. El contorno del Mach es simulado para una condición de NPR=53 y un $T_{cc}=3450$ [K].

Figura 38. Simulación del tránsito del flujo a través de la tobera C-D con el perfil geométrico previo a la optimización con algoritmos genéticos.

a. Comportamiento del número de Mach del caudal para el contorno de pared sin optimización



b. Comportamiento de la velocidad del caudal másico para el contorno de pared sin optimización

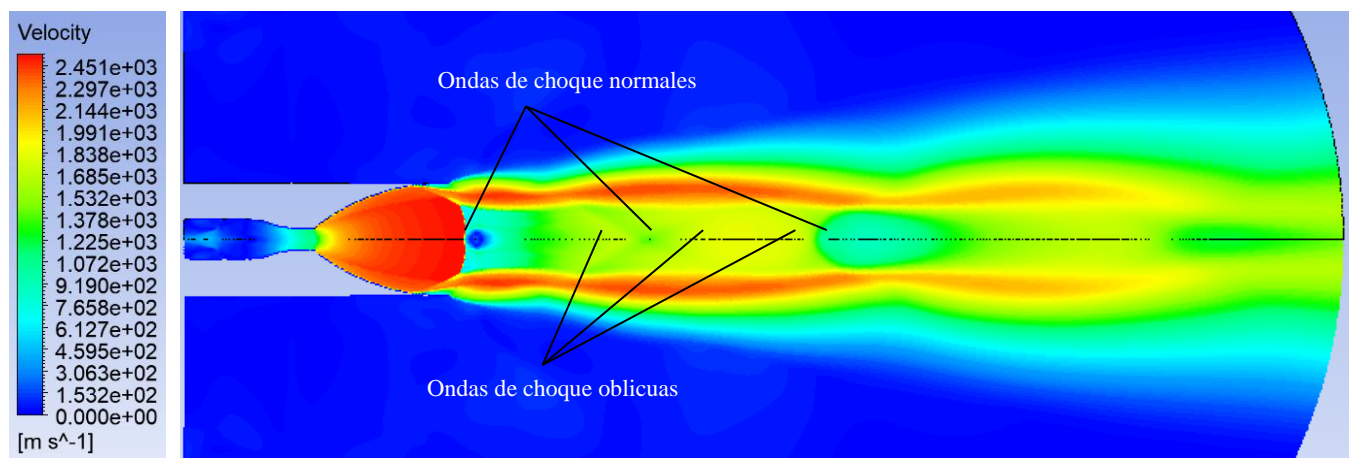
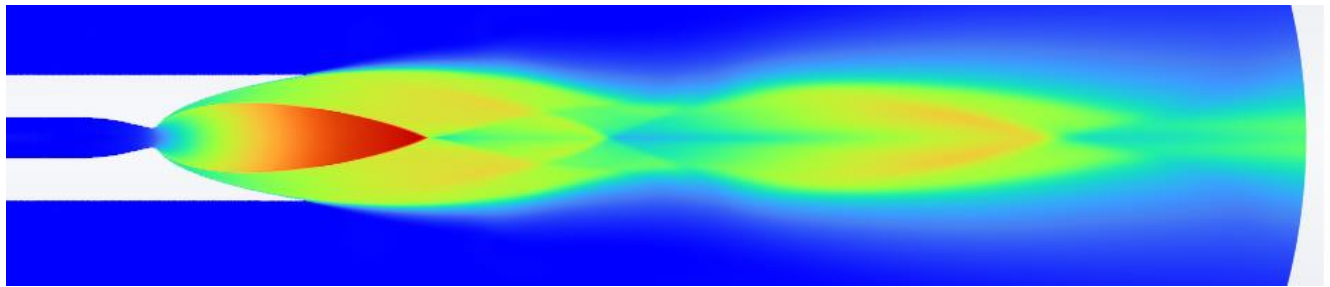


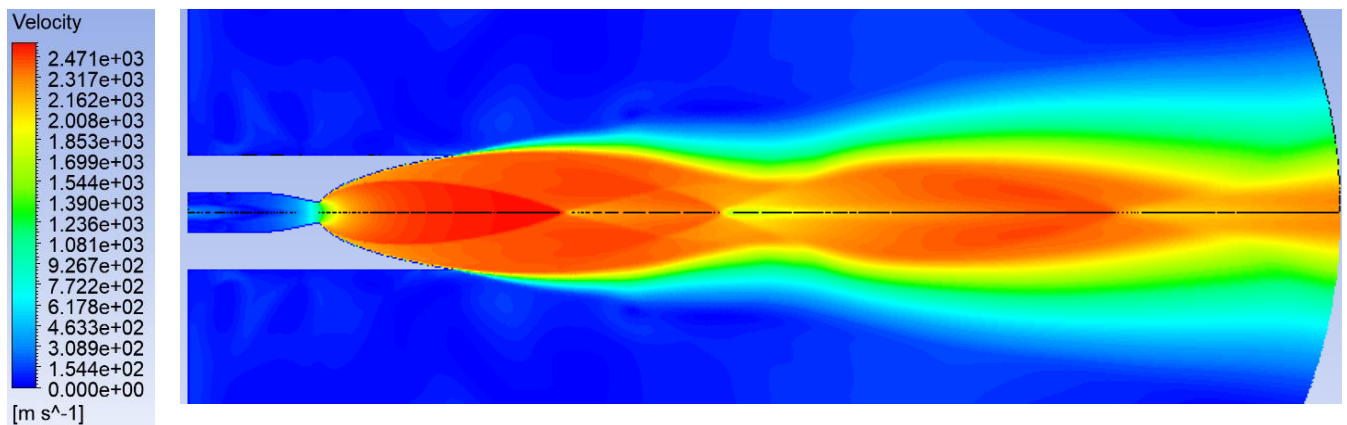
Figura 39. Simulación del tránsito del flujo a través de la tobera C-D con el perfil geométrico optimizado usando algoritmos genéticos.

a. Comportamiento del número de Mach del caudal para el contorno de pared optimizado





b. Comportamiento de la velocidad del caudal másico para el contorno de pared optimizado



Nota múltiple (fig. 38-39). Las simulaciones muestran el comportamiento de la velocidad y el número de Mach del flujo másico a través de la tobera para el diseño original y el optimizado.

Tomado del programa Ansys fluent realizado para este proyecto.

Se puede observar que el campo de flujo pasa de estar en un régimen de sobre expansión a sub expansión, este comportamiento está condicionado por el contorno de la pared. Además, se aprecia un aumento en el número de mach y la velocidad de salida en la simulación correspondiente al perfil geométrico de pared optimizado. En ambas simulaciones, se evidencia la presencia de ondas de choques normales y oblicuas en el chorro expulsado por la tobera, habiendo repercusiones en el cambio de la presión del caudal. El número de Mach y la velocidad

del chorro eyectado es considerablemente mayor en la tobera con el contorno de pared optimizado.

En la *figura 38*, se observa que la tobera está caracterizada por un flujo sobre expandido y hay una separación del flujo con la pared antes de llegar al plano de salida de la tobera, que significa que el potencial energético no ha sido aprovechado al máximo. El régimen de sobre expansión se debe a que la presión exterior (presión ambiente) es más alta que la presión de salida (gases de escape). El caudal se mueve paralelamente en dirección del chorro y como la presión exterior es mayor que la presión de salida; la diferencia entre las fuerzas de las presiones obliga a los gases que se han desviado al límite del chorro libre a cambiar de dirección y girar hacia la línea central de simetría nuevamente, apareciendo las ondas de choque oblicuas con un ángulo de inclinación respecto al plano de salida de la tobera.

Por otro lado, las ondas de choque normales se caracterizan por estar en sentido perpendicular a la dirección del flujo. Se puede apreciar un choque normal en el diagrama anterior cuando el flujo vuelve a ser paralelo a la línea del eje de simetría. Este choque normal crea un disco de Mach en el flujo expulsado. Este fenómeno aparece debido al aumento de temperatura en el frente del chorro, que al ser atravesado por una onda de choque provoca la ignición de cualquier residuo de combustible, haciéndose visible el patrón de anillo.

Las ondas de choques normales también aumentan la presión en los gases de escape. Sin embargo, el flujo se vuelve tan comprimido que la presión ahora es mayor que la atmosférica. Como resultado, el flujo comienza a girar hacia el exterior hasta llegar al límite del chorro libre y el escape se expande mientras trata de igualarse con el aire exterior. Este giro del flujo se logra a través de una serie de ondas de expansión que se reflejan en el límite del chorro libre y hacia la línea central del eje. Estas ondas hacen que el flujo gire hacia afuera y reduzca la presión.

Las ondas de expansión luego se encuentran con las ondas idénticas del lado opuesto del eje de simetría en un punto sobre el mismo y se reflejan de regreso al límite de chorro libre, también conocido como desconexión. Cuando el flujo pasa a través de las ondas de expansión reflejadas, se vuelve paralelo a la línea central y la presión vuelve a disminuir. Estos dos conjuntos de ondas de expansión se denominan colectivamente ventilador de expansión.

En la *figura 39*, se observa que la tobera está caracterizada por un flujo sub expandido y no hay separación del flujo con la pared, sino que por el contrario los gases se expanden desde la garganta hasta el plano de salida. El régimen de sub expansión se debe a que la presión de salida de los gases es más alta que la presión atmosférica. El flujo sub expandido que sale de la tobera genera un abanico de expansión en lugar de ondas de choque oblicuas. Este comportamiento hace que el flujo se expanda inicialmente hacia afuera en lugar de comprimirse hacia adentro. Visualmente, se evidencia la formación de patrones de diamantes de choque aguas abajo en dirección al chorro. El ventilador de expansión reduce la presión de escape, pero ahora está nuevamente por debajo de la presión ambiental. Cuando las ondas de expansión alcanzan la desconexión, se reflejan hacia adentro para formar ondas de presión y abanicos de presión. Estas ondas de presión obligan al flujo a girar hacia adentro y aumentan la presión. Si las ondas de compresión son lo suficientemente fuertes, se fusionarán en una onda de choque oblicua y formarán un nuevo disco Mach similar al que está cerca de la salida de la tobera. Esta secuencia de compresión y ondas de choque aumenta la presión sobre el aire exterior provocando la formación de un nuevo ventilador de expansión, y así sucesivamente.

6. Conclusiones

Al diseñar el perfil geométrico de la pared de una tobera usando 9 métodos de trazado aerodinámico distintos, seis métodos para la sección convergente y tres para la sección divergente, se pueden apreciar claramente varias diferencias entre las técnicas de dibujo. Si se hace un proceso de selección basándose únicamente en el análisis de los contornos de la pared teniendo en cuenta solo las dimensiones del perfil geométrico sin considerar el rendimiento energético. Se puede inferir que el modelo de Vitoshinsky para la sección convergente y el modelo parabólico para la sección divergente, serían las opciones más factibles para elegir como diseños debido a la minimización del radio de curvatura, que reduce el área de la sección transversal. Mientras que por el contrario, el modelo de Sivells para la sección convergente y de Vitoshinsky para la sección divergente serían las opciones menos factibles por el efecto contrario. Esto se puede observar en las tablas 5-13 de este proyecto y la figura 25.

Con el rediseño de la longitud de la sección de convergencia se evidencia una gran diferencia entre las medidas previas y posteriores de aplicar el concepto de líneas sónicas propuesto por Sauer. La longitud inicial de la sección de convergencia era de $L_{sc}=0.7492[m]$, mientras que después de aplicar las técnicas de redimensionamiento con el concepto de líneas sónicas $L_{sauer}= 1.3917[m]$. Hay que resaltar que el método de Sivells no requiere un rediseño de la longitud porque esta medida se calcula de manera implícita dentro de su sistema de ecuaciones. Un punto más relevante, es que el valor numérico de la longitud rediseñada según Sauer ($L_{sauer}=1.3917[m]$) es muy similar a la medida de la longitud del tramo convergente propuesto por Sivells ($L_{sivells}= 1.3891 [m]$).

A cada uno de los perfiles geométricos del contorno de la pared se le realizó el cálculo de las propiedades fluido-termodinámicas para definir el campo de flujo a través de toda la longitud de la tobera, presentándose diferencias entre las posiciones y magnitudes físicas de las propiedades. Esto repercute en el desarrollo del proceso de compresión (zona convergente) y expansión (zona divergente) del caudal másico de los gases, es decir, que dependiendo del contorno de la pared hay una variación de los valores numéricos de las propiedades con respecto a la ubicación. Como hay varios contornos de pared para una misma sección se hace un análisis de exergía para seleccionar cual es el método de diseño en el cual se conserva más la energía del sistema. Siendo los modelos más conservativos: la técnica de trazado propuesta por Sivells para la convergencia y la propuesta por Vitoshinsky para la sección divergente. Este planteamiento se basó en el análisis estadístico de los datos teóricos obtenidos por el algoritmo programado en Matlab para cada método de diseño, teniendo en cuenta la fluctuación de la fricción y la entropía del sistema. Esto se puede observar en la tabla 4 de este proyecto.

Cuando se aplican la optimización con algoritmos genéticos a los métodos de diseño propuesto por Sivells para la sección convergente y de Vitoshinsky para la sección divergente, se reduce el radio del contorno de la pared en ambas secciones. Lo cual repercute en una disminución del área de la sección transversal. Es decir, el proceso de optimización repercute en una minimización de la geometría del perfil de la pared de la tobera. La reducción del área de la sección transversal para la región convergente es de 3,028% mientras que para la divergente es de 4,33%. Esto se puede ver en la tabla de análisis de la geometría de la tobera en el apéndice K.

La optimización realizada a través de estrategias evolutivas con algoritmos genéticos para modificar el perfil geométrico del contorno de la pared de la tobera logro una mejora del rendimiento, porque se evidencia con las simulaciones en Ansys fluent una mejora del rendimiento energético de la tobera con el aumento del número de Mach (paso de ser 7,65 a 8,85. Es decir, se produce un aumento del 15,7%) y la velocidad de salida de la tobera (paso de ser 2451[m/s] a 2471[m/s]. Es decir, un aumento del 0,82%). También, se observa una gran diferencia entre el tipo de flujo antes y después de la optimización porque los regímenes del caudal eyectado cambian de estar sobre expandido a sub expandido respectivamente.

Al comparar el desempeño energético de la tobera presentada en el artículo de investigación propuesto por Cases y el diseño de tobera realizado en este proyecto, se puede observar que se aumentó el número de Mach de un valor de 5 (ver figura 37) hasta 7,65 sin optimización (ver figura 38-a) y posteriormente hasta 8,85 con optimización de la pared (ver figura 39-a). Esto representa un aumento del 53% en el número de Mach en el caso de comparar la tobera propuesta por Cases y la modelada en este proyecto antes de la optimización; y un aumento del 77% en el número de Mach si se compara la tobera original de Cases y la diseñada en este proyecto, pero optimizada mediante algoritmos genéticos.

7. Recomendaciones

Durante el transcurso del desarrollo de este proyecto surgieron varias ideas para futuras posibles investigaciones, tales como: estudiar la separación de la capa límite del flujo cerca al borde de la pared en inmediaciones del plano de salida, como influye el contorno de pared de la tobera en el ángulo de separación del chorro de gases eyectado después del plano de salida. Inclusive, se recomienda profundizar en el análisis del comportamiento del campo de flujo en la región de la garganta porque es una zona crítica.

También, se aconseja realizar una investigación detallada para saber cómo proceder a realizar una optimización teniendo en cuenta la reducción de la longitud de la tobera con el área transversal, pero considerando que estos parámetros afectan directamente la relación de expansión de áreas de la tobera.

Referencias Bibliográficas

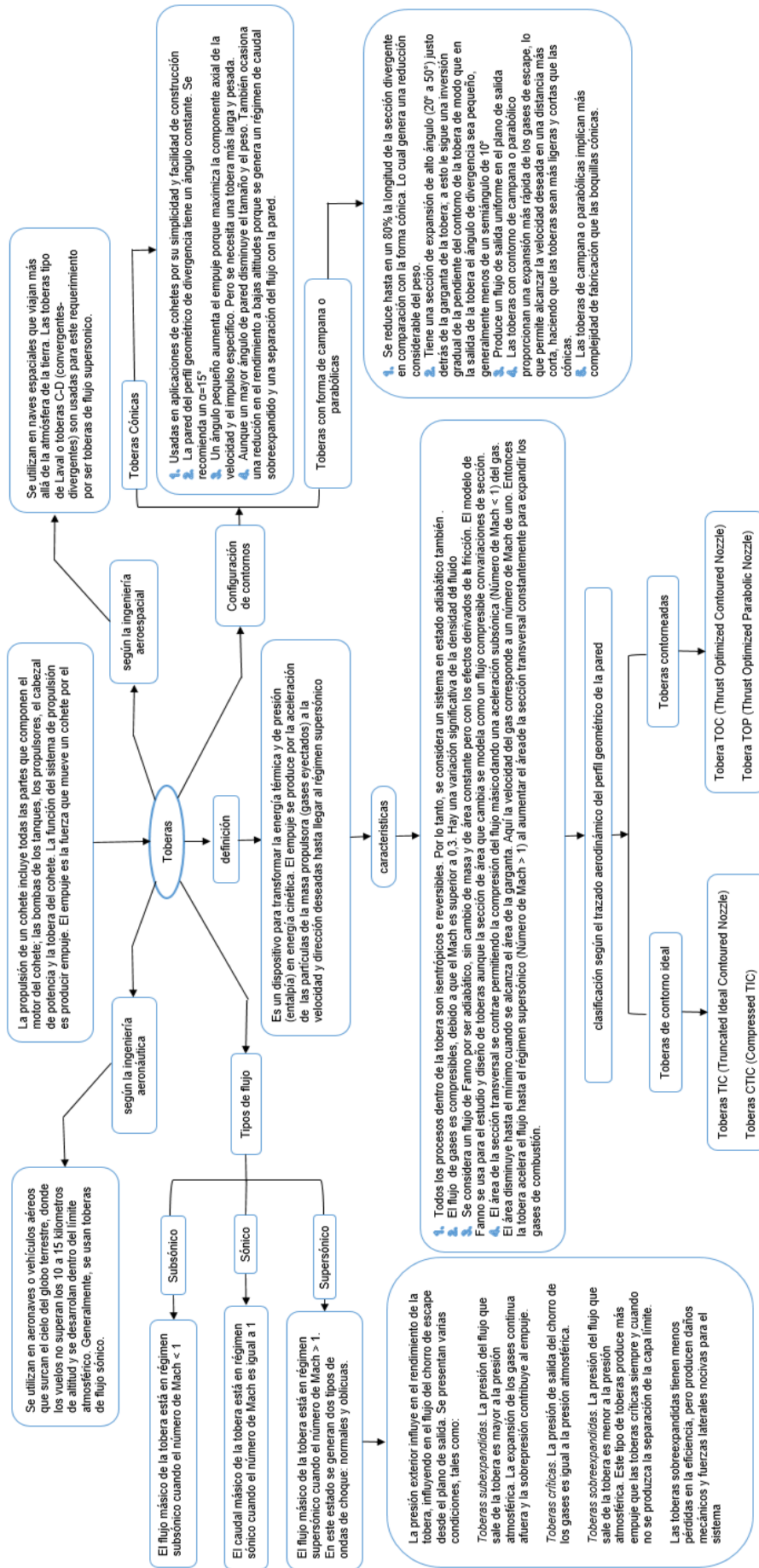
- Bell, J. & Metha, R. (1988). Contraction design for small low-speed wind tunnels. Department of Aeronautics and Astronautics. Stanford University. Stanford, CA.
- Cases, S. P. (2014). Estudio del flujo en la tobera del motor cohete J-2S mediante técnicas CFD. Universidad Politécnica de Valencia. Departamento de Máquinas y Motores Térmicos. UpToDate. Recuperado el 11 de febrero de 2022, de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/50358/TFG%20-%20Cases%20S%E1nchez,%20P.J..pdf?sequence=1>
- Cengel, Y.A. & BOLES, M.A. (2009). Termodinámica. México, DF. McGrawHill. 6th Edición. N° Pág 736.
- Huzel, D. & Huang, D. (2002). Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Washington, DC. Edition 147.
- Mott, R.L. (1996). Mecánica de Fluidos Aplicada. México, DF. Pearson, Prentice Hall. 4th Edición. N° Pág 1524.
- Mubarak A.K. & Tide P.S. (2018). Design of a double parabolic supersonic nozzle and performance evaluation by experimental and numerical methods. Aircraft Engineering and Aerospace Technology. Volume 91 Issue 1.
- Murnaghan, M. (2019). Study of Minimum Length, Supersonic Nozzle Design Using the Method of Characteristics. Universidad Politécnica de Cataluña. Escuela Superior de Ingeniería Industrial, Aeroespacial y Audiovisual de Terrasa. UpToDate. Recuperado el 11 de febrero

- de 2022, de <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2117/174450/Thesis-FinalA.pdf?sequence=2&isAllowed=y>
- Rao, G.V.R. (1960). Approximation of Optimum Thrust Nozzle Contour. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Aeronáuticos. Tomado de la base de datos de la universidad para clases prácticas denominado motores de cohetes. UpToDate. Recuperado el 11 de febrero de 2022, de <https://1library.co/document/zlg4k3nl-motores-cohete-curso-%C2%BA-juan-manuel-tiz%C3%B3n-pulido.html>
- Sauer, R. (1947). General Characteristics of the Flow through Nozzle at Near Critical Speeds. NACA TM. N° 1147.
- Sforza, M. P. (2011). Theory of Aerospace Propulsion. Aerospace Engineering. Butterworth Heinemann. Edición 2°.
- Shope, F.L. (2006). Contour Design Techniques for Super/Hypersonic Wind Tunnel Nozzles. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Aerospace Testing Alliance. Arnold Engineering Development Center. 24th AIAA Applied Aerodynamics Conference.
- Sreenath K.R. & Mubarak A.K. (2016). Design and analysis of contour bell nozzle and comparison with dual bell nozzle. International Journal for Research in Education (IJRE). Volumen 03. Número de revista 06.
- Universidad Industrial de Santander. Escuela de ingeniería Mecánica. (2021). Inc ANSYS (2021-R2). Simulación en Ansys fluent para el diseño del trazado aerodinámico del contorno de pared de una tobera C-D. Recuperado de <https://www.ansys.com/>

- Universidad Industrial de Santander. (2020). Matlab (R2020b). Programación de algoritmos para el estudio de una tobera C-D a través de métodos numéricos y optimización con algoritmos genéticos. Recuperado de <https://la.mathworks.com/products/matlab.html>
- Vitoshinsky. (2008). Contouring of Gas-Dynamic Contour of the Chamber. Middle East Technical University (METU). Faculty of Engineering. Aerospace Engineering Department. Tomado de la base de datos de la universidad de los archivos del seminario de 2008. UpToDate. Recuperado el 11 de febrero de 2022, de <http://www.ae.metu.edu.tr/seminar/2008/uyduitekilecture/doc5.pdf>
- Östlund, J. (2002). Flow Processes in Rocket Engine Nozzles with Focus on Flow Separation and Side-Loads. Royal Institute of Technology. Department of Mechanics. UpToDate. Recuperado el 11 de febrero de 2022, de <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:7328/fulltext01.pdf>

Apéndices

Apéndice A. *Resumen de la investigación del marco teórico del proyecto de grado a través de mapas conceptuales de estilos araña y jerárquico.*



Apéndice B. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de Vitoshinsky para la sección convergente.

```

clc
clear all
close

%%%%% TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DE %%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% WITOSHINSKY PARA LA SECCIÓN CONVERGENTE %%%%%%%%%%%

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
R_cc=0.3653; %[m]-Radio de la cámara de combustión
L_sc=0.7492; %[m]-Longitud de la sección convergente sugerida por Vitoshinsky

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_l=50; %Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_l=linspace(0,L_sc,N_l);

tam_x_l=size(x_l);
for i=1:tam_x_l(1,2)
a=(1-(R_c/R_cc)^2);
b=(1-(x_l(i).^2./L_sc^2)).^2;
c=(1+(x_l(i).^2./(3*L_sc^2))).^3;

y_l(i,1)=R_c./sqrt(1-(a*(b./c)));
end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_l=pi*(y_l').^2;
Ma = zeros(1,length(A_l));
er = zeros(1,length(A_l));
syms M

for z = 1 : length(A_l)
f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_l(z)/A_c);
x0 = 1e-3;
t = 0.001;
N = 50;

[xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
Ma(z) = xa;
er(z) = error;
end
Ma_l=Ma;
plot(x_l,y_l,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método de Vitoshinsky.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_l','y_l','A_l','Ma_l','er'};
Tabla_l=table(x_l,y_l,A_l,Ma_l,er,'VariableNames',varlNames);

```

```

%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la sección de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-2.2,-0.15,-0.9];

[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_1 % El número de iteraciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

%
% F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
% ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
% ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
% [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
%
x_s(i)=x(1);
u(i)=x(2);
v(i)=x(3);
Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

varlNames = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,'u','v',Ma_sauer,'VariableNames',varlNames);
L_sauer=abs(x_s(1));

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_2=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_2=linspace(0,L_sauer,N_2);

tam_x_2=size(x_2);
for j=1:tam_x_2(1,2)
    a=(1-(R_c/R_cc)^2);
    b=(1-(x_2(j).^2./L_sauer^2)).^2;
    c=(1+(x_2(j).^2./(3*L_sauer^2))).^3;

    y_2(j,1)=R_c./sqrt(1-(a*(b./c)));
end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_2=pi*(y_2').^2;
Ma = zeros(1,length(A_2));
er = zeros(1,length(A_2));
syms M

for z = 1 : length(A_2)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*M^2)/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_2(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end

```

```

Ma_2=Ma;
save('Original_1','x_2','y_2','N_2','L_sauer')
plot(x_2,y_2,'-r','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método de Vitoshinsky.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2','A_2','Ma_2','er'};
Tabla_3=table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,er,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_3l=table(x_2,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y_2,'VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A_2));
Tt_T = zeros(1,length(A_2));
rhot_rho = zeros(1,length(A_2));

for k = 1:length(A_2)
Pt_P(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)));
rhot_rho(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(1/(gamma - 1));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_4 = table(A_2,Ma_2,Pt_P,Tt_T,rhot_rho,'VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamineto
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_5 = table(A_2,Ma_2,P,T,rho,'VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_2.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y_2)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_2));
fi_1 = zeros(1,length(A_2));
fi_2 = zeros(1,length(A_2));
fi_3 = zeros(1,length(A_2));
hl_1 = zeros(1,length(A_2));
hl_2 = zeros(0,length(A_2));
hl_3 = zeros(1,length(A_2));

```

```

%%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_2)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon)) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*(1 + 0.72*(Pr^(1/3))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_2(w)).^2)).^(-0.6734))*Re(w).^(-1/5);
        hl_3(w) = fi_3(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_6 = table(x_2',y_2,A_2',Ma_2',Vi',Re',fi',hl', 'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana=median(fi);
moda=mode(fi);
desviacion_estandarl=std(fi,1);
varianzal=var(fi,1);

s = zeros(1,length(A_2));
h = zeros(1,length(A_2));
u = zeros(1,length(A_2));
g_1 = zeros(1,length(A_2));
g_2 = zeros(1,length(A_2));

for q = 1 : length(A_2)-1
    g_1(q) = P(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]','Entalpia[J/(kg*K)]','Energia_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_7 = table(x_2',y_2,A_2',Ma_2',s',h',u', 'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.22;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    Ma_s=Ma_1(1);
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);
    F(3)=(1+x(2))^2+x(3)^2 - Ma_s;
end

```

```
function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
end
```

Apéndice C. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 3th orden para la sección convergente.

```

clc
clear all
close

##### TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DEL #####
##### POLINOMIO DE TERCER ORDEN PARA LA SECCIÓN CONVERGENTE #####

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
R_cc=0.3653; %[m]-Radio de la cámara de combustión
L_sc=0.7492; %[m]-Longitud de la sección convergente sugerida por Vitoshinsky

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_l=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_l=linspace(0,L_sc,N_l);

tam_x_l=size(x_l);
]for i=1:tam_x_l(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_l(i,1) =a*(2*(x_l(i)/L_sc).^3-3*(x_l(i)/L_sc).^2) + R_cc;
-end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_l=pi*(y_l).^2;
Ma = zeros(1,length(A_l));
er = zeros(1,length(A_l));
syms M

for z = 1 : length(A_l)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_l(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
plot(x_l,y_l,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,0.8,0.18,0.37])
xlim([0.00 0.8])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 3th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_l','y_l','A_l','Ma_1','er'};
Tabla_1=table(x_l,y_l,A_l,Ma_1,er,'VariableNames',varlNames);

```

```

%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la sección de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-1,-1,-1];

[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_1 % El número de iteraciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1)*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

%
% F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
% ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
% ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
% [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
%
x_s(i)=x(1);
u(i)=x(2);
v(i)=x(3);
Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

var1Names = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,u,v,Ma_sauer','VariableNames',var1Names);

L_sauer=abs(x_s(1));
%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_2=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_2=linspace(0,L_sauer,N_2);

tam_x_2=size(x_2);
for j=1:tam_x_2(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_2(j,1)=a*(2*(x_2(j)/L_sauer).^3-3*(x_2(j)/L_sauer).^2)+R_cc;
end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_2=pi*(y_2').^2;
Ma = zeros(1,length(A_2));
er = zeros(1,length(A_2));
syms M

for z = 1 : length(A_2)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_2(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 150;

    [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end

```

```

Ma_2=Ma;
plot(x_2,y_2,'-r','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 3th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2','A_2','Ma_2','er'};
Tabla_3=table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,er,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x_2,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y_2,'VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A_2));
Tt_T= zeros(1,length(A_2));
rhot_rho = zeros(1,length(A_2));

for k = 1:length(A_2)
Pt_P(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)));
rhot_rho(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(1/(gamma - 1));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_4 = table(A_2,Ma_2,Pt_P,Tt_T,rhot_rho,'VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamiento
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_5 = table(A_2,Ma_2,P,T,rho,'VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_2.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y_2)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_2));
fi_1 = zeros(1,length(A_2));
fi_2 = zeros(1,length(A_2));
fi_3 = zeros(1,length(A_2));
hl_1 = zeros(1,length(A_2));
hl_2 = zeros(0,length(A_2));
hl_3 = zeros(1,length(A_2));

```

```

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_2)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon))) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*(1 + 0.72*(Pr^(1/3))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_2(w).^2)).^(-0.6734))* (Re(w).^(-1/5)));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_6 = table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,Vi,'Re','fi','hl','VariableNames',varlNames);

%%Análisis estadístico de los datos de la fricción
valor_prom1=mean(fi);
mediana1=median(fi);
moda1=mode(fi);
desviacion_estandar1=std(fi,1);
varianza1=var(fi,1);

s = zeros(1,length(A_2));
h = zeros(1,length(A_2));
u = zeros(1,length(A_2));
g_1 = zeros(1,length(A_2));
g_2 = zeros(1,length(A_2));
for q = 1 : length(A_2)-1
    g_1(q) = F(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]','Entalpía[J/(kg*K)]','Energía_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_7 = table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,'s','h','u','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.22;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    Ma_s=Ma_1(1);
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1)*y_s^2-x(3);
    F(3)=(1+x(2))^2+x(3)^2- Ma_s;
end

```

```

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
end
clc
clear all
close

***** TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DEL *****
***** POLINOMIO DE QUINTO ORDEN PARA LA SECCIÓN CONVERGENTE *****

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
R_cc=0.3653; %[m]-Radio de la cámara de combustión
L_sc=0.7492; %[m]-Longitud de la sección convergente sugerida por Vitoshinsky

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_1=linspace(0,L_sc,N_1);

tam_x_1=size(x_1);
for i=1:tam_x_1(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_1(i,1) =a*(-6*(x_1(i)/L_sc)^5+15*(x_1(i)/L_sc)^4-10*(x_1(i)/L_sc)^3)+R_cc;
end

```

Apéndice D. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 5th orden para la sección convergente.

```

%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la sección de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-1,-1,-1];

[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_1 % El número de iteraciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1)*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

%
% F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
% ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
% ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
% [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
%
x_s(i)=x(1);
u(i)=x(2);
v(i)=x(3);
Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

var1Names = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,'u','v','Ma_sauer','VariableNames',var1Names);

L_sauer=abs(x_s(1));
%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_1=pi*(y_1).^2;
Ma = zeros(1,length(A_1));
er = zeros(1,length(A_1));
syms M

for z = 1 : length(A_1)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*M^2)/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_1(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
plot(x_1,y_1,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,0.8,0.18,0.37])
xlim([0.00 0.8])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 5th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
var1Names = {'x_1','y_1','A_1','Ma_1','er'};
Tabla_1=table(x_1,'y_1','A_1','Ma_1','er','VariableNames',var1Names);

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_2=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_2=linspace(0,L_sauer,N_2);

tam_x_2=size(x_2);
for j=1:1:tam_x_2(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_2(j,1) =a*(-6*(x_2(j)/L_sauer)^5+15*(x_2(j)/L_sauer)^4-10*(x_2(j)/L_sauer)^3)+R_cc;
end

```

```

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%coergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_2=pi*(y_2').^2;
Ma = zeros(1,length(A_2));
er = zeros(1,length(A_2));
syms M

for z = 1 : length(A_2)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^(gamma + 1)/((gamma - 1)^2))) - (A_2(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xá,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xá;
    er(z) = error;
end
Ma_2=Ma;
plot(x_2,y_2,'-r','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 5th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2','A_2','Ma_2','er'};
Tabla_3=table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,er,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x_2,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y_2,'VariableNames',varlNames);
Pt_P = zeros(1,length(A_2));
Tt_T= zeros(1,length(A_2));
rhot_rho = zeros(1,length(A_2));

for k = 1:length(A_2)
    Pt_P(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1));
    Tt_T(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)));
    rhot_rho(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(1/(gamma - 1));
end

Delta_P = Pt_P;
Delta_T = Tt_T;
Delta_rho= rhot_rho;

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_4 = table(A_2,Ma_2,Pt_P,Tt_T,rhot_rho,'VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamineto
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_5 = table(A_2,Ma_2,P,T,rho,'VariableNames',varlNames);

```

```

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87;          % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_2.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y_2)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5;       % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3;   % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25;    % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38;    % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261;       % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K); % Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_2));
fi_1 = zeros(1,length(A_2));
fi_2 = zeros(1,length(A_2));
fi_3 = zeros(1,length(A_2));
hl_1 = zeros(1,length(A_2));
hl_2 = zeros(0,length(A_2));
hl_3 = zeros(1,length(A_2));

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
% expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_2)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon)) + (5.74/((Re(w)^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*((1 + 0.72*(Pr^(1/3)))*((gamma - 1)/(2))*(Ma_2(w).^2)).^(-0.6734)* (Re(w).^(-1/5));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_6 = table(x_2',y_2,A_2',Ma_2',Vi',Re',fi',hl', 'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana_l=median(fi);
modal=mode(fi);
desviacion_estandar_l=std(fi,1);
varianza_l=var(fi,1);

```

```

s = zeros(1,length(A_2));
h= zeros(1,length(A_2));
u = zeros(1,length(A_2));
g_1 = zeros(1,length(A_2));
g_2 = zeros(1,length(A_2));

for q = 1 : length(A_2)-1
    g_1(q) = P(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropia[J/(kg*K)]','Entalpia[J/(kg*K)]','Energia_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_7 = table(x_2',y_2,A_2',Ma_2',s',h',u','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropia
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.22;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    Ma_s=Ma_1(1);
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);
    F(3)=((1+x(2))^2+x(3)^2)- Ma_s;
end

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end

function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
end

```

Apéndice E. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio de 7th orden para la sección convergente.

```

clc
clear all
close

##### TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DEL #####
##### POLINOMIO DE SEPTIMO ORDEN PARA LA SECCIÓN CONVERGENTE #####

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
R_cc=0.3653; %[m]-Radio de la cámara de combustión
L_sc=0.7492; %[m]-Longitud de la sección convergente sugerida por Vitoshinsky

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_l=50; %Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_l=linspace(0,L_sc,N_l);

tam_x_l=size(x_l);
for i=1:tam_x_l(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_l(i,1) =a*(20*(x_l(i)/L_sc).^7-70*(x_l(i)/L_sc).^6+84*(x_l(i)/L_sc).^5-35*(x_l(i)/L_sc).^4)+R_cc;
end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_l=pi*(y_l).^2;
Ma = zeros(1,length(A_l));
er = zeros(1,length(A_l));
syms M

for z = 1 : length(A_l)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^(gamma + 1)/((gamma - 1)^2))) - (A_l(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end
Ma_l=Ma;
plot(x_l,y_l,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,0.8,0.18,0.37])
xlim([0.00 0.8])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 7th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_l','y_l','A_l','Ma_l','er'};
Tabla_l=table(x_l,y_l,A_l,Ma_l,er,'VariableNames',varlNames);

```

```

%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la seccion de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-2.2,-0.15,-0.9];

[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_1 % El número de iteracciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

%
% F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
% ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
% ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
% [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
%
x_s(i)=x(1);
u(i)=x(2);
v(i)=x(3);
Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

var1Names = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,u,v,Ma_sauer','VariableNames',var1Names);

L_sauer=abs(x_s(1));
%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_2=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_2=linspace(0,L_sauer,N_2);

tam_x_2=size(x_2);
for j=1:tam_x_2(1,2)
    a=(R_cc-R_c);
    y_2(j,1) =a*(20*(x_2(j)/L_sauer).^7-70*(x_2(j)/L_sauer).^6+84*(x_2(j)/L_sauer).^5-35*(x_2(j)/L_sauer).^4)+R_cc;
end

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_2=pi*(y_2').^2;
Ma = zeros(1,length(A_2));
er = zeros(1,length(A_2));
syms M

for z = 1 : length(A_2)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*M^2)/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_2(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end

```

```

Ma_2=Ma;
plot(x_2,y_2,'-r','LineWidth',0.2,'MarkerSize',1)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método polinómico de 7th orden.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2','A_2','Ma_2','er'};
Tabla_3=table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,'er','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x_2,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y_2,'VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A_2));
Tt_T= zeros(1,length(A_2));
rhot_rho = zeros(1,length(A_2));

for k = 1:length(A_2)
Pt_P(k) = ((1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2))))^(gamma/(gamma - 1));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)));
rhot_rho(k) = ((1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(1/(gamma - 1)));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_4 = table(A_2,Ma_2,Pt_P,Tt_T,rhot_rho,'VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamineto
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_5 = table(A_2,Ma_2,P,T,rho,'VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; %[J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_2.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y_2)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_2));
fi_1 = zeros(1,length(A_2));
fi_2 = zeros(1,length(A_2));
fi_3 = zeros(1,length(A_2));
hl_1 = zeros(1,length(A_2));
hl_2 = zeros(0,length(A_2));
hl_3 = zeros(1,length(A_2));

```

```

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_2)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon)) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*((1 + 0.72*(Pr^(1/3)))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_2(w).^2)).^(-0.6734))*(Re(w).^(-1/5)));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x_2(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_6 = table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,Vi,Re,fi,hl,'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_prom1=mean(fi);
mediana1=median(fi);
moda1=mode(fi);
desviacion_estandar1=std(fi,1);
varianza1=var(fi,1);

s = zeros(1,length(A_2));
h = zeros(1,length(A_2));
u = zeros(1,length(A_2));
g_1 = zeros(1,length(A_2));
g_2 = zeros(1,length(A_2));

for q = 1 : length(A_2)-1
    g_1(q) = P(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]','Entalpía[J/(kg*K)]','Energía_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_7 = table(x_2,y_2,A_2,Ma_2,s,h,u,'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.22;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    Ma_s=Ma_1(1);
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1))*y_s^2-x(3);
    F(3)=((1+x(2))^2+x(3)^2)- Ma_s;
end

```

```

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end

```

Apéndice F. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método del polinomio cúbico perfecto para la sección convergente.

```

clc
clear all
close

***** TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DEL *****
***** CUBO PERFECTO PARA LA SECCIÓN CONVERGENTE *****

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
R_cc=0.3653; %[m]-Radio de la cámara de combustión
L_sc=0.7492; %[m]-Longitud de la sección convergente sugerida por Vitoshinsky
chi_m=L_sc/2;

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=25; %Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
N_2=25; %Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_1=linspace(0,chi_m,N_1);
x_2=linspace(chi_m,L_sc,N_2);

tam_x_1=size(x_1);
for i=1:tam_x_1(1,2)
y_1(i)=R_c+(R_cc-R_c)*(1-(x_1(i))^3/(chi_m^2*L_sc^2));
end
tam_x_2=size(x_2);
for j=1:tam_x_2(1,2)
y_2(j)=R_c+(R_cc-R_c)*((1-x_2(j)/L_sc)^3)/((1-chi_m)^2));
end
y=[y_1 y_2];
x=[x_1 x_2];

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_1=pi*(y).^2;
Ma = zeros(1,length(A_1));
er = zeros(1,length(A_1));
syms M

for z = 1 : length(A_1)
f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_1(z)/A_c);
x0 = 1e-3;
t = 0.001;
N = 50;

[xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
Ma(z) = xa;
er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
plot(x,y,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,0.8,0.18,0.37])
xlim([0.00 0.8])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método cúbico perfecto.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
var1Names = {'x_1','y_1','A_1','Ma_1','er'};
Tabla_1=table(x',y',A_1',Ma_1',er','VariableNames',var1Names);

```

```

%Trazado del perfil geométrico de la sección convergente aplicando los
%conceptos desarrollados con la investigación de Sauer para la sección de
%flujo transónico

options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0=[-1,-1,-1];
[x,feval,flag]=fsolve('ecuaciones',x0,options);

for i=1:N_2+N_1 % El número de iteraciones debe ser igual a la cantidad del vector Ma_1
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y(i);
    Ma_s=Ma_1(i);

    F=@(x)[alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2*y_s^2-x(2);...
    -beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+4*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1)*y_s^2-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);

    %
    F=@(x)[alpha_s*x(1)+((gamma+1)/4)*alpha_s^2*y_s^2-x(2);...
    ((gamma+1)/2)*alpha_s^2*x(1)*y_s+(gamma+1)^2/16*alpha_s^3*y_s^3-x(3);...
    ((1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s];
    [x,feval,flag]=fsolve(F,x0,options);
    %
    x_s(i)=x(1);
    u(i)=x(2);
    v(i)=x(3);
    Ma_sauer(i)=Ma_s;
end

varlNames = {'x_s','u','v','Mach'};
Tabla_2=table(x_s,u,v,Ma_sauer,'VariableNames',varlNames);

L_sauer=abs(x_s(1));
chi_ms=L_sauer/2;
%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_3=25;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
N_4=25;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_3=linspace(0,chi_ms,N_3);
x_4=linspace(chi_ms,L_sauer,N_4);

tam_x_3=size(x_3);
for k=1:1:tam_x_3(1,2)
    y_3(k)=R_c+(R_cc-R_c)*(1-(x_3(k))^3/(chi_m^2*L_sauer^4));
end
tam_x_4=size(x_4);
for l=1:1:tam_x_4(1,2)
    y_4(l)=R_c+(R_cc-R_c)*((1-x_4(l)/L_sauer)^3)/((1-chi_m)^(11/5));
end
y_s=[y_3 y_4]';
x_s=[x_3 x_4];

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_2=pi*(y_s).^2;
Ma = zeros(1,length(A_2));
er = zeros(1,length(A_2));
syms M

for z = 1 : length(A_2)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_2(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end

```

```

Ma_2=Ma;
plot(x_s,y_s,'-red','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método cúbico perfecto.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2','A_2','Ma_2','er'};
Tabla_3=table(x_s,y_s,A_2,Ma_2,'er','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_3l=table(x_s,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_3r=table(y_s,'VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A_2));
Tt_T= zeros(1,length(A_2));
rhot_rho = zeros(1,length(A_2));

for k = 1:length(A_2)
Pt_P(k) = ((1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1)));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)));
rhot_rho(k) = ((1 + ((Ma_2(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(1/(gamma - 1)));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_4 = table(A_2,Ma_2',Pt_P',Tt_T',rhot_rho','VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamiento
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_5 = table(A_2,Ma_2',P',T',rho','VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_2.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y_s)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_2));
fi_1 = zeros(1,length(A_2));
fi_2 = zeros(1,length(A_2));
fi_3 = zeros(1,length(A_2));
hl_1 = zeros(1,length(A_2));
hl_2 = zeros(0,length(A_2));
hl_3 = zeros(1,length(A_2));

```

```

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_2)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x_s(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon)) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x_s(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*((1 + 0.72*(Pr^(1/3)))*((gamma - 1)/(2))*((Ma_2(w)).^2)).^(-0.6734))*(Re(w).^(-1/5));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x_s(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_6 = table(x_s',y_s,A_2,Ma_2',Vi',Re',fi',hl','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana=median(fi);
modal=mode(fi);
desviacion_estandarl=std(fi,1);
varianzal=var(fi,1);

s = zeros(1,length(A_2));
h= zeros(1,length(A_2));
u = zeros(1,length(A_2));
g_1 = zeros(1,length(A_2));
g_2 = zeros(1,length(A_2));

for q = 1 : length(A_2)-1
    g_1(q) = P(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]','Entalpía[J/(kg*K)]','Energía_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_7 = table(x_s',y_s,A_2,Ma_2',s',h',u','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía%%
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = ecuaciones(x)
    gamma=1.2;
    alpha_s=0.41;
    beta_s=0.1113;
    y_s=y_1;
    Ma_s=Ma_1;
    F(1)=alpha_s*x(1)-beta_s*y_s+(((gamma+1)/2)*alpha_s^2+beta_s^2)*y_s^2-x(2);
    F(2)=-beta_s*x(1)+((gamma+1)*alpha_s^2+2*beta_s^2)*x(1)*y_s-...
    (((gamma+1)/2)*alpha_s*beta_s+i*beta_s*((gamma+1)/2*alpha_s^2+beta_s^2)*x(1)*y_s^2-x(3);
    F(3)=(1+x(2))^2+x(3)^2)-Ma_s;
end

```

```
function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
end
```



```

%Método de Newton-Raphson para calcular el Mach a lo largo de la sección
%convergente usando métodos numéricos para hacer el despeje de la variable
A_1=pi*(y).^2;
Ma = zeros(1,length(A_1));
er = zeros(1,length(A_1));
syms M

]for z = 1 : length(A_1)
    f = (1/M)*(((1 + ((gamma - 1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma - 1)*2))) - (A_1(z)/A_c);
    x0 = 1e-3;
    t = 0.001;
    N = 50;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    Ma(z) = xa;
    er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
plot(x,y,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,1.4,0.18,0.37])
xlim([0.00 1.4])
ylim([0.18 0.37])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método de Sivells.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_1','y_1','A_1','Ma_1','er'};
Tabla_1=table(x,'y','A_1','Ma_1','er','VariableNames',varlNames);

varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y','VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A_1));
Tt_T = zeros(1,length(A_1));
rhot_rho = zeros(1,length(A_1));

]for k = 1:length(A_1)
    Pt_P(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1));
    Tt_T(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)));
    rhot_rho(k) = ((1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(1/(gamma - 1)));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho = rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_3 = table(A_1,'Ma_1','Pt_P','Tt_T','rhot_rho','VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamiento
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_4 = table(A_1,'Ma_1','P','T','rho','VariableNames',varlNames);

```

```

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87;          % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_1.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y));   % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5;       % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3;   % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25;    % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38;    % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261;      % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K); % Prandtl number

Re = zeros(1,length(A_1));
fi_1 = zeros(1,length(A_1));
fi_2 = zeros(1,length(A_1));
fi_3 = zeros(1,length(A_1));
hl_1 = zeros(1,length(A_1));
hl_2 = zeros(0,length(A_1));
hl_3 = zeros(1,length(A_1));

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A_1)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon))) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re(w) <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*((1 + 0.72*(Pr^(1/3))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_2(w)).^2)).^(-0.6734))* (Re(w).^(-1/5));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Velocidad[m/s]','Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_5 = table(x,y,A_1,Ma_1,Vi,'Re',fi,'hl','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana=median(fi);
modal=mode(fi);
desviacion_estandarl=std(fi,1);
varianzal=var(fi,1);

```

```

s = zeros(1,length(A_1));
h= zeros(1,length(A_1));
u = zeros(1,length(A_1));
g_1 = zeros(1,length(A_1));
g_2 = zeros(1,length(A_1));

for q = 1 : length(A_1)-1
    g_1(q) = P(q+1)/P(q);
    g_2(q) = T(q+1)/T(q);
    h(q)=C_p*(T(q+1)-T(q));
    u(q)=C_v*(T(q+1)-T(q));
    s(q) = C_p*log(real(g_2(q))) - R*log(real(g_1(q)));
end

varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m^2]','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]','Entalpia[J/(kg*K)]','Energia_int[J/(kg*K)]'};
Tabla_6 = table('x','y','A_1','Ma_1','s','h','u','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropia
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

function F = system_equations(x)
a=0.1;
R_cc=0.1962;
R_cu=0.3653;
R_cu=1.5*R_cc;
L_sc=0.75;
theta_a=atand((R_cc-R_c)/L_sc);

F(1)=a+x(1)+x(2)+x(3)-x(4);
F(2)= x(4)-x(3)-x(5);
F(3)=2*(x(5)+(x(6)-R_cc)/tand(theta_a)-a)-x(1);
F(4)=3/2*R_cu*tand(theta_a)-x(3);
F(5)=(5*x(3)^2)/(12*R_cu)+R_cc-x(6);
F(6)=(R_cc-R_c)/tand(theta_a)-x(7);
F(7)=x(7)-x(1)/2-(5/8)*x(3)-x(2);
end

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)

fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end
end

```

Apéndice H. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método parabólico para la sección divergente.

```

clc
clear all
close

%%%%%% TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO %%%%%%%%%
%%%%%%%%% PARABÓLICO PARA LA SECCIÓN DIVERGENTE %%%%%%%%%

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2;
R_c=0.1962;
A_c=pi*R_c^2;
M_el=3.98;
theta_tobconica=15;
epsilon=1/M_el*sqrt(((1+(gamma-1)/2*M_el^2)/((gamma+1)/2))^(gamma+1)/(gamma-1));
L_RAO=0.8*((sqrt(epsilon)-1)*R_c)/tand(theta_tobconica);
options = optimoptions('fsolve','Algorithm','levenberg-marquardt','MaxFunctionEvaluations',20000,'StepTolerance',1e-6);
x0 = [1;1;1];
[x,fval,exitflag,output] = fsolve(@system_equations,x0,options);

F=@(x)[x(1)*R_n^2+x(2)*R_n+x(3)-x_n;...
1/(2*x(1)*R_n+x(2))-tand(omega_n);...
x(1)*R_e^2+x(2)*R_e+x(3)-L_RAO];
a=x(1);
b=x(2);
c=x(3);

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=50;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_1=linspace(0,L_RAO,N_1);
y= zeros(1,length(x_1));
er = zeros(1,length(x_1));
syms y_1

for i = 1 : length(x_1)
    f = a*y_1.^2+b*y_1+c-x_1(i);
    x0 = R_c;
    t = 0.001;
    N = 150;

    [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N);
    y(i) = xa;
    er(i) = error;
end

y(1)=R_c;
x=x_1;
plot(x_1,y,'-blue','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,2.5,0.18,1.03])
xlim([0.00 2.5])
ylim([0.18 1.03])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método parabólico.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x_2','y_2'};
Tabla_1=table(x_1,y','VariableNames',varlNames);

varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y','VariableNames',varlNames);

```

```

Ai = pi*(y.^2);
A = real(Ai);
Ma = zeros(1,length(A));
er = zeros(1,length(A));
syms M
for z = 1 : length(A)

f = (1/M)*((1+((gamma-1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma-1)*2))- (A(z)/A_c);
x0 = 1.001;
t = 1e-3;
N = 200;
[xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N);
Ma(z) = xa;
er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m]','Mach[-]','er[-]'};
Tabla_2=table(x',y',A',Ma_1',er','VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A));
Tt_T= zeros(1,length(A));
rhot_rho = zeros(1,length(A));

for k = 1:length(A)
Pt_P(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)));
rhot_rho(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(1/(gamma - 1));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_3 = table(A',Ma_1',Pt_P',Tt_T',rhot_rho','VariableNames',varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamineto
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_4 = table(A',Ma_1',P',T',rho','VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; % [J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_1.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

Re = zeros(1,length(A));
fi_1 = zeros(1,length(A));
fi_2 = zeros(1,length(A));
fi_3 = zeros(1,length(A));
hl_1 = zeros(1,length(A));
hl_2 = zeros(0,length(A));
hl_3 = zeros(1,length(A));

```

```

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10(1/(3.7*(Di(w)/epsilon))) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*(1 + 0.72*(Pr^(1/3))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_1(w).^2)).^(-0.6734)))*(Re(w).^(-1/5));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'Mach_1','Velocidad[m/s]','N° Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_5 = table(Ma_1,'Vi','Re','fi','hl','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana=median(fi);
modal=mode(fi);
desviacion_estandarl=std(fi,1);
varianzal=var(fi,1);

Ma_2 = zeros(1,length(A));
T2_T1 = zeros(1,length(A));
P2_P1 = zeros(1,length(A));
s = zeros(1,length(A));

for q = 1 : length(A)
    Ma_2(q) = sqrt(((Ma_1(q).^2) + 2/((gamma-1)))/((2*(Ma_1(q).^2)*gamma)/(gamma-1) - 1));
    T2_T1(q) = (1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2))/(1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2));
    P2_P1(q) = ((Ma_1(q))*sqrt(1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2)))/((Ma_2(q))*sqrt(1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2)));
    s(q) = C_p*log(real(T2_T1(q))) - R*log(real(P2_P1(q)));
end

h= zeros(1,length(A));
u = zeros(1,length(A));
g_1 = zeros(1,length(A));
g_2 = zeros(1,length(A));
for t= 1 : length(A)-1
    g_1(t) = P(t+1)/P(t);
    g_2(t) = T(t+1)/T(t);
    h(t)=C_p.*(T(t+1)-T(t));
    u(t)=C_v.*(T(t+1)-T(t));
end

varlNames = {'Delta(T2_T1)','Delta(P2_P1)','Mach_1','Mach_2','Entropia[J/(kg*K)]'};
Tabla_6 = table(T2_T1',P2_P1',Ma_1',Ma_2',s','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

```

```

function [xa,error,ite] = newtonmet_2(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end

```

```

function [xa,error,ite] = newtonmet_1(f,x0,t,N)
fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end

```

```

function [xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N)

```

```

fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
    xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
    error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end

```

```

function F = system_equations(x)

```

```

gamma=1.2;
R_c=0.1962;
R_e=1.029;
M_e1=3.98;
tetha_tobconica=15;
epsilon=1/M_e1*sqrt(((1+(gamma-1)/2*M_e1^2)/((gamma+1)/2))^((gamma+1)/(gamma-1)));
L_RAO=0.8*((sqrt(epsilon)-1)*R_c)/tand(tetha_tobconica);
omega_n=2.43693798e+01+2.05545818e-01*epsilon+3.36833391e-02*epsilon^2-2.23630805e-03*epsilon^3+5.56684034e-05*epsilon^4;...
-6.05684011e-07*epsilon^5+2.28733252e-09*epsilon^6;
x_n=0.382*R_c*sind(omega_n);
R_n=-sqrt((0.382*R_c)^2-x_n^2)+1.382*R_c;

F(1)=x(1)*R_n^2+x(2)*R_n+x(3)-x_n;
F(2)=1/(2*x(1)*R_n+x(2))-tand(omega_n);
F(3)=x(1)*R_e^2+x(2)*R_e+x(3)-L_RAO;
end

```

Apéndice I. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de doble parábola para la sección divergente.

```

clc
clear all
close

%%% TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA PARA LA SECCIÓN SEGÚN EL %%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Declaracion de las constantes para el calculo de y
gamma=1.2; %[-]-Relación de las capacidades caloríficas(Relación Mayer)
Ma_e=3.98; %[-]-Mach en el plano de salida
A_c=0.1209; %[m]-Área crítica
R_c=0.1962; %[m]-Radio crítico
theta_e=7; %[']-Ángulo de salida
x_e=2.5; %[m]-Longitud total
h=0; %[-]-Posición del punto origen y de la primera parábola
x_0=1e-3; %[-]-Posición del pto origen x de la primera parábola
c=0.6*R_c; %[-]-(0,382*R_star)Radio de la curvatura
lim=0.382*R_c; %[m]-Sección límite de los tramos
L_sd=2.5; %[m]-Longitud de la sección divergente

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=10;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
N_2=40;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio

%Declaración del vector de la variable de espacio x
x_1=linspace(0,lim,N_1);
x_2=linspace(lim,L_sd,N_2);

omega=sqrt(((gamma+1)/(gamma-1))*atand(sqrt(((gamma-1)/(gamma+1))*((Ma_e^(2))-1)))-atand(sqrt((Ma_e^(2))-1)));
theta_n=omega;

k = R_c+(sqrt(c^2-((x_0-h^2)^2)));
tam_x_1=size(x_1);
for i=1:1:tam_x_1(1,2)
y_1(i,1)=-sqrt(c^2 - ((x_1(i) - h^2)^2)) + k;
end
A_p = (A_c/Ma_e) * (((2/(gamma+1)) * (1+((gamma-1)/2) * (Ma_e^2)))^(gamma + 1)/(2*(gamma - 1)));
y_e =sqrt(A_p/pi);
P = (y_e*tand(theta_n)+y_e*tand(theta_e)-2*x_e*tand(theta_e)*tand(theta_n))/(2*y_e-x_e*tand(theta_n)-x_e*tand(theta_n));
S = ((y_e-P*x_e)^2)*tand(theta_n)-P)/(x_e*tand(theta_n)-y_e);
Q = S/(2*(tand(theta_n)-P));
T = (Q^2);

tam_x_2=size(x_2);
for j=1:1:tam_x_2(1,2)
y_2(j,1)=P*x_2(j) + Q + sqrt(abs(S*x_2(j) + T));
end

x = [x_1,x_2];
y = [y_1;y_2]';
figure (2)
plot(x,y)
save('Original_2','x_1','y_1','x_2','y_2')
plot(x,y,'-b','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,2.5,0.18,1.05])
xlim([0.00 2.5])
ylim([0.18 1.05])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método de doble parábola.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x','y'};
Tabla_1=table(x',y','VariableNames',varlNames);

```

```

varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y','VariableNames',varlNames);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ai = pi*(y.^2);
A = real(Ai);
Ma = zeros(1,length(A));
er = zeros(1,length(A));
syms M
for z = 1 : length(A)

f = (1/M)*((1+((gamma-1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma-1)*2))-(A(z)/A_c);
x0 = 1.001;
t = 1e-3;
N = 200;
[xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N);
Ma(z) = xa;
er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m]','Mach[-]','er[-]'};
Tabla_2=table(x','y','A','Ma_1','er','VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A));
Tt_T= zeros(1,length(A));
rhot_rho = zeros(1,length(A));

for k = 1:length(A)
Pt_P(k) = ((1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1)));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)));
rhot_rho(k) = ((1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma - 1)/(2)))^(1/(gamma - 1)));
end

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho= rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Delta_P[-]','Delta_T[-]','Delta_rho[-]'};
Tabla_3 = table(A','Ma_1','Pt_P','Tt_T','rhot_rho','VariableNames',varlNames);
Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamiento
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]','Mach[-]','Presión[Pa]','Temperatura[K]','Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_4 = table(A','Ma_1','P','T','rho','VariableNames',varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; %[J/kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_1.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K);% Prandtl number

```

```

Re = zeros(1,length(A));
fi_1 = zeros(1,length(A));
fi_2 = zeros(1,length(A));
fi_3 = zeros(1,length(A));
hl_1 = zeros(1,length(A));
hl_2 = zeros(0,length(A));
hl_3 = zeros(1,length(A));

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/((log10((1/(3.7*(Di(w)/epsilon)) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));

    else if Re(w) >= 2000 && Re <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*((1 + 0.72*(Pr^(1/3))*((gamma - 1)/(2))*((Ma_1(w).^2)).^(-0.6734))*(Re(w).^(-1/5)));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
hl(hl==0)=[];
varlNames = {'Mach_1','Velocidad[m/s'],'Nº Reynolds','Fricción','Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_5 = table(Ma_1,'Vi','Re','fi','hl','VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la fricción
valor_proml=mean(fi);
mediana=median(fi);
modal=mode(fi);
desviacion_estandarl=std(fi,1);
varianzal=var(fi,1);
Ma_2 = zeros(1,length(A));
T2_T1 = zeros(1,length(A));
P2_P1 = zeros(1,length(A));

for q = 1 : length(A)
    Ma_2(q) = sqrt(((Ma_1(q).^2) + 2/((gamma-1)))/((2*(Ma_1(q).^2)*gamma)/(gamma-1) - 1));
    T2_T1(q) = (1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2))/(1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2));
    P2_P1(q) = ((Ma_1(q))*sqrt((1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2)))/((Ma_2(q))*sqrt((1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2)))));
    s(q) = C_p*log(real(T2_T1(q))) - R*log(real(P2_P1(q)));
end

varlNames = {'Delta(T2_T1)','Delta(P2_P1)','Mach_1','Mach_2','Entropía[J/(kg*K)]'};
Tabla_6 = table(T2_T1,P2_P1,Ma_1,Ma_2,s,'VariableNames',varlNames);

%%Análisis de datos para la entropía
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

h= zeros(1,length(A));
u = zeros(1,length(A));
g_1 = zeros(1,length(A));
g_2 = zeros(1,length(A));
for t = 1 : length(A)-1
    g_1(t) = P(t+1)/P(t);
    g_2(t) = T(t+1)/T(t);
    h(t)=C_p.*(T(t+1)-T(t));
    u(t)=C_v.*(T(t+1)-T(t));
end

```

```

function [xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N)

fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw = 1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end

```

Apéndice J. Programación del código del algoritmo en Matlab, para hacer el trazado aerodinámico del perfil geométrico de una tobera según el método de Vitoshinsky para la sección divergente.

```

clc
clear all
close

***** TRAZADO DEL PERFIL GEOMÉTRICO DE LA TOBERA SEGÚN EL MÉTODO DE *****
***** WITOSHINSKY PARA LA SECCIÓN DIVERGENTE *****

%Datos iniciales para determinar las condiciones de funcionamiento de la
%tobera
gamma=1.2;
R_c=0.1962;
A_c=pi*R_c^2;
L_RAO=2.5;
r_tilde_w=0.2*2*R_c;
chi_witoshinsky=L_RAO;
theta_w1=74.5;
theta_w2=6;
theta_a=6.7;
y_bar_n=0.1962/(L_RAO);
y_bar_a=1.029/(L_RAO);
f_c=-4.344;
L_d=1.026;

%%Control de la cantidad de valores en x en cada uno de los intervalos
N_1=100;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
N_2=25;%Cantidad de puntos, discretización o muestreo de la variable de espacio
%Declaración del vector de la variable de espacio x
theta_w=linspace(theta_w1,theta_w2,N_1);
x_2=linspace(0.8*L_RAO,L_RAO,N_2);

x_l= zeros(1,length(theta_w));
Deltax_tilde= zeros(1,length(theta_w));
Deltay_tilde= zeros(1,length(theta_w));
Deltay= zeros(1,length(theta_w));
y_l= zeros(1,length(theta_w));

```

```

tam_theta_w=size(theta_w);
for i=1:tam_theta_w(1,2)
    if(x_1<=(0.8*L_RAO))
        x_1(1)=le-3;
        Deltax_tilde(i)=r_tilde_w*sind(theta_w(i));
        x_1(i+1)=x_1(i)+Deltax_tilde(i);

        Deltay_tilde(i)=r_tilde_w*(1-cosd(theta_w(i)));
        Deltay(i)=Deltay_tilde(i)*(1-x_1(i)/chi_witoshinsky);
        y_1(1)=R_c;
        y_1(i+1)=Deltay(i)+y_1(i);
    end
end
m=find(x_1,1,'last');
n=find(y_1,1,'last');
x_1(m:N_1)=[];
y_1(n:N_1)=[];

x_bar= zeros(1,length(x_2));
y_2= zeros(1,length(x_2));
tam_x_2=size(x_2);
for j=1:tam_x_2(1,2)
    x_bar(j)=x_2(j)/L_RAO;
    y_2(j)=L_d*(y_bar_n-(1-x_bar(j))*tand(theta_a)-(y_bar_a-y_bar_n-tand(theta_a))*(F_c));
end

x=[x_1 x_2];
y=[y_1 y_2];
plot(x,y,'-blue','LineWidth',1,'MarkerSize',2)
axis([0,2.5,0.18,1.05])
xlim([0.00 2.5])
ylim([0.18 1.05])
title('Trazado aerodinámico del perfil geométrico de la pared de la tobera (Contorno de la pared). Según el método de Vitoshinsky.')
xlabel('x[m]')
ylabel('y[m]')
grid (gca,'minor')
grid on
set(gca, 'XMinorGrid','on', 'YMinorGrid','on')
hold on
varlNames = {'x','y'};
Tabla_1=table(x,'y','VariableNames',varlNames);
varlNames = {'x_2'};
Tabla_31=table(x,'VariableNames',varlNames);
varlNames = {'y_2'};
Tabla_32=table(y,'VariableNames',varlNames);

#####
Ai = pi*(y.^2);
A = real(Ai);
Ma = zeros(1,length(A));
er = zeros(1,length(A));
syms M
for z = 1 : length(A)

f = (1/M)*(((1+((gamma-1)/(2))*(M^2))/((gamma + 1)/(2)))^((gamma + 1)/((gamma-1)*2)))-(A(z)/A_c);
x0 = 1.001;
t = le-3;
N = 200;
[xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N);
Ma(z) = xa;
er(z) = error;
end
Ma_1=Ma;
varlNames = {'x[m]','y[m]','Área[m]','Mach[-]','er[-]'};
Tabla_2=table(x,'y',A,Ma_1,er,'VariableNames',varlNames);

Pt_P = zeros(1,length(A));
Tt_T= zeros(1,length(A));
rhot_rho = zeros(1,length(A));

for k = 1:length(A)
Pt_P(k) = ((1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(gamma/(gamma - 1)));
Tt_T(k) = (1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma -1)/(2)));
rhot_rho(k) = ((1 + ((Ma_1(k))^2)*((gamma -1)/(2)))^(1/(gamma - 1)));
end

```

```

Delta_P = Pt_P';
Delta_T = Tt_T';
Delta_rho = rhot_rho';

varlNames = {'Área[m]', 'Mach[-]', 'Delta_P[-]', 'Delta_T[-]', 'Delta_rho[-]'};
Tabla_3 = table(A, Ma_1, Pt_P, Tt_T, rhot_rho, 'VariableNames', varlNames);

Pt = 5.261e6; % [Pa] - Presión de remanso ó estancamiento
Tt = 3449.6; % [K] - Temperatura de remanso ó estancamiento
rhot = 2.3867; % [Kg/m^3] - Densidad de remanso ó estancamiento

P = Pt./Pt_P; % [Pa] - Presión del campo de flujo
T = Tt./Tt_T; % [K] - Temperatura del campo de flujo
rho = rhot./rhot_rho; % [Kg/m^3] - Densidad del campo de flujo

T_star=2/(gamma+1)*Tt; % [K] - Temperatura crítica
P_star=(2/(gamma+1))^(gamma/(gamma-1))*Pt; % [Pa] - Presión crítica
rho_star=(2/(gamma+1))^(1/(gamma-1))*rhot; % [Kg/m^3] - Densidad crítica

varlNames = {'Área[m]', 'Mach[-]', 'Presión[Pa]', 'Temperatura[K]', 'Densidad[Kg/m^3]'};
Tabla_4 = table(A, Ma_1, P, T, rho, 'VariableNames', varlNames);

% -----Pérdidas de energía debido a la fricción-----
%Definir el factor de fricción, en ocasiones conocido como coeficiente de fricción.
%Calcular el factor de fricción equivalente del flujo laminar para su uso en la ...
% ecuación de Darcy.
%Determinar el factor de fricción para un flujo turbulento, utilizando el
%diagrama de Moody.

R=692.87; % [J/Kg*K]-Constante universal del gas de combustión
Vi=Ma_1.*(sqrt(gamma*R*T)); % [m/s]-Velocidad del flujo promedio
Di=2*(real(y)); % [m]-Diámetro de la tobera
mu=1.34e-5; % [Pa*s=(Kg/m*s^2)*s]-Viscosidad cinemática
epsilon=1.8e-3; % [m]-Rugosidad
C_p = 3992.25; % [J/(kg*K)]-Calor específico a presión constante
C_v = 3299.38; % [J/(kg*K)]-Calor específico a volumen constante
K = 0.0261; % [W/(m*K)]-Conductividad térmica
Pr = (mu*C_p)/(K); % Prandtl number

Re = zeros(1,length(A));
fi_1 = zeros(1,length(A));
fi_2 = zeros(1,length(A));
fi_3 = zeros(1,length(A));
hl_1 = zeros(1,length(A));
hl_2 = zeros(0,length(A));
hl_3 = zeros(1,length(A));

%Ecuaciones para el cálculo de la fricción según la gráfica de Moody Chart,
%expresada en forma analítica
for w = 1 : length(A)
    Re(w) = (Vi(w)*Di(w)*rho(w))/mu;
    if (Re(w)<2000)
        fi_1(w) = 64/Re(w);
        hl_1(w) = fi_1(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    else if (Re(w) > 4000)
        fi_2(w) = 0.25/(((log10(1/(3.7*(Di(w)/epsilon))) + (5.74/((Re(w))^0.9))))).^2);
        hl_2(w) = fi_2(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    else if Re(w) >= 2000 && Re <= 4000
        fi_3(w) = 0.0592*(1 + 0.72*(Pr^(1/3))*(((gamma - 1)/(2))*((Ma_1(w)).^2)).^(-0.6734))* (Re(w).^(-1/5));
        hl_3(w) = fi_3(w)*x(w)/Di(w)*((Vi(w).^2)/(2*9.81));
    end
end
end

fi = [fi_1,fi_2,fi_3];
hl = [hl_1,hl_2,hl_3];
fi(fi==0)=[];
%hl(hl==0)=[];
varlNames = {'Mach_1', 'Velocidad[m/s]', 'Nº Reynolds', 'Fricción', 'Pérdidas[(N*m)/N]'};
Tabla_5 = table(Ma_1, Vi, Re, fi, hl, 'VariableNames', varlNames);

```

```

%%Análisis de datos para la fricción
valor_prom1=mean(fi);
mediana1=median(fi);
modal1=mode(fi);
desviacion_estandar1=std(fi,1);
varianza1=var(fi,1);

Ma_2 = zeros(1,length(A));
T2_T1 = zeros(1,length(A));
P2_P1 = zeros(1,length(A));
s = zeros(1,length(A));

for q = 1 : length(A)
    Ma_2(q) = sqrt(((Ma_1(q).^2) + 2/((gamma-1)))/((2*(Ma_1(q).^2)*gamma)/(gamma-1) - 1));
    T2_T1(q) = (1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2))/(1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2));
    P2_P1(q) = ((Ma_1(q))*sqrt(1 + (Ma_1(q).^2)*((gamma-1)/2)))/((Ma_2(q))*sqrt(1 + (Ma_2(q).^2)*((gamma-1)/2)));
    s(q) = C_p*log(real(T2_T1(q))) - R*log(real(P2_P1(q)));
end

var1Names = {'Delta(T2_T1)', 'Delta(P2_P1)', 'Mach_1', 'Mach_2', 'Entropia[J/(kg*K)']};
Tabla_6 = table(T2_T1',P2_P1',Ma_1',Ma_2',s', 'VariableNames',var1Names);

%%Análisis de datos para la entropia
valor_prom=mean(s);
mediana=median(s);
moda=mode(s);
desviacion_estandar=std(s,1);
varianza=var(s,1);

h= zeros(1,length(A));
u = zeros(1,length(A));
g_1 = zeros(1,length(A));
g_2 = zeros(1,length(A));
for t= 1 : length(A)-1
    g_1(t) = P(t+1)/P(t);
    g_2(t) = T(t+1)/T(t);
    h(t)=C_p.*(T(t+1)-T(t));
    u(t)=C_v.*(T(t+1)-T(t));
end

function [xa,error,ite] = Newton_Raphson_met(f,x0,t,N)

fp = diff(f);
g1 = inline(f);
g2 = inline(fp);
ite = 0;
sw = 0 ;
while(sw == 0)
xa = x0 - (g1(x0)/g2(x0));
error = abs((xa - x0)/xa)*100;
    if(error>=t)
        x0 = xa;
        sw = 0;
    else
        sw =1 ;
    end
    ite = ite+1;
    if(ite > N)
        break
    end
end
end

```

Apéndice K. *Diferencia entre el área transversal de la tobera previamente y posteriormente a la optimización con algoritmos genéticos, para cada sección a lo largo de la longitud. La variación fue calculada para cada tramo y el promedio aritmético muestra una aproximación del porcentaje de variación.*

Aplicación de los algoritmos genéticos para la zona convergente						Aplicación de los algoritmos genéticos para la zona divergente						
Antes de optimizar			Después de optimizar				Antes de optimizar			Después de optimizar		
x	y	Área	y	Área	Δ sección transversal	x	y	Área	y	Área	Δ sección transversal	
[m]	[m]	[m ²]	[m]	[m ²]	[%]	[m]	[m]	[m ²]	[m]	[m ²]	[%]	
0,0000	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,3910	0,1962	0,1209	0,1962	0,1209	0,0004	
0,0250	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,4666	0,2537	0,2022	0,1965	0,1213	4,0007	
0,0500	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,5420	0,3085	0,2991	0,1974	0,1224	5,9077	
0,0750	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,6171	0,3608	0,4091	0,1989	0,1243	6,9624	
0,1000	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,6919	0,4107	0,5298	0,2010	0,1269	7,6041	
0,1000	0,3653	0,4192	0,3654	0,4195	-0,0548	1,7664	0,4580	0,6591	0,2038	0,1305	8,0201	
0,1717	0,3652	0,4190	0,3653	0,4193	-0,0533	1,8407	0,5030	0,7949	0,2073	0,1350	8,3013	
0,2434	0,3647	0,4178	0,3648	0,4180	-0,0433	1,9146	0,5457	0,9356	0,2116	0,1407	8,4960	
0,3151	0,3633	0,4147	0,3633	0,4147	-0,0175	1,9881	0,5862	1,0795	0,2169	0,1477	8,6313	
0,3867	0,3608	0,4089	0,3607	0,4088	0,0307	2,0614	0,6245	1,2250	0,2231	0,1564	8,7231	
0,4584	0,3568	0,4000	0,3566	0,3996	0,1069	2,1343	0,6606	1,3710	0,2221	0,1550	8,8697	
0,5301	0,3513	0,3877	0,3509	0,3868	0,2165	2,2069	0,6947	1,5162	0,2933	0,2702	8,2178	
0,6018	0,3441	0,3719	0,3434	0,3705	0,3649	2,2790	0,7268	1,6595	0,3483	0,3811	7,7033	
0,6735	0,3351	0,3528	0,3342	0,3508	0,5576	2,3508	0,7570	1,8001	0,3945	0,4889	7,2843	
0,7452	0,3245	0,3307	0,3232	0,3281	0,8001	2,4223	0,7852	1,9371	0,4348	0,5939	6,9340	
0,8169	0,3122	0,3063	0,3105	0,3029	1,0989	2,4933	0,8117	2,0699	0,4709	0,6967	6,6342	
0,8886	0,2986	0,2801	0,2964	0,2760	1,4603	2,5639	0,8364	2,1979	0,5038	0,7974	6,3717	
0,9602	0,2838	0,2530	0,2811	0,2482	1,8909	2,6341	0,8594	2,3204	0,5341	0,8963	6,1372	
1,0319	0,2681	0,2259	0,2649	0,2205	2,3966	2,7038	0,8808	2,4373	0,5624	0,9935	5,9235	
1,1036	0,2520	0,1996	0,2483	0,1936	2,9808	2,7732	0,9006	2,5480	0,5888	1,0892	5,7253	
1,1036	0,2520	0,1996	0,2483	0,1936	2,9808	2,8420	0,9188	2,6523	0,6137	1,1833	5,5385	
1,1169	0,2490	0,1948	0,2452	0,1888	3,0978	2,9104	0,9356	2,7500	0,6373	1,2761	5,3598	
1,1302	0,2460	0,1902	0,2421	0,1841	3,2175	2,9784	0,9510	2,8411	0,6598	1,3675	5,1867	
1,1435	0,2430	0,1856	0,2389	0,1794	3,3401	3,0459	0,9650	2,9253	0,6812	1,4577	5,0170	
1,1568	0,2400	0,1810	0,2358	0,1747	3,4656	3,1128	0,9777	3,0028	0,7017	1,5467	4,8492	
1,1700	0,2370	0,1765	0,2327	0,1702	3,5943	3,1793	0,9891	3,0734	0,7213	1,6345	4,6818	
1,1833	0,2340	0,1721	0,2296	0,1657	3,7261	3,2453	0,9993	3,1373	0,7402	1,7212	4,5136	
1,1966	0,2310	0,1677	0,2265	0,1612	3,8613	3,3107	1,0084	3,1945	0,7584	1,8069	4,3437	
1,2099	0,2281	0,1634	0,2234	0,1568	4,0000	3,3757	1,0163	3,2452	0,7759	1,8915	4,1712	
1,2232	0,2251	0,1591	0,2203	0,1525	4,1422	3,3900	1,0175	3,2528	0,7929	1,9752	3,9277	
1,2365	0,2221	0,1549	0,2172	0,1483	4,2882	3,4108	1,0185	3,2592	0,8093	2,0579	3,6860	
1,2497	0,2191	0,1508	0,2141	0,1441	4,4381	3,4317	1,0196	3,2656	0,8253	2,1396	3,4481	
1,2630	0,2161	0,1467	0,2110	0,1399	4,5920	3,4525	1,0206	3,2721	0,8407	2,2205	3,2139	
1,2763	0,2131	0,1426	0,2079	0,1358	4,7501	3,4733	1,0216	3,2785	0,8557	2,3004	2,9833	
1,2896	0,2101	0,1386	0,2048	0,1318	4,9125	3,4942	1,0226	3,2850	0,8703	2,3795	2,7563	
1,2896	0,2102	0,1388	0,2049	0,1320	4,9604	3,5150	1,0236	3,2914	0,8845	2,4578	2,5326	
1,2967	0,2086	0,1367	0,2033	0,1298	5,0426	3,5358	1,0246	3,2979	0,8983	2,5353	2,3124	
1,3038	0,2071	0,1347	0,2017	0,1278	5,1249	3,5567	1,0256	3,3044	0,9118	2,6119	2,0954	
1,3109	0,2055	0,1327	0,2001	0,1258	5,2059	3,5775	1,0266	3,3108	0,9250	2,6878	1,8817	
1,3180	0,2041	0,1308	0,1986	0,1239	5,2845	3,5983	1,0276	3,3173	0,9378	2,7630	1,6710	
1,3252	0,2027	0,1290	0,1972	0,1221	5,3597	3,6192	1,0286	3,3238	0,9503	2,8374	1,4635	
1,3323	0,2014	0,1274	0,1959	0,1205	5,4303	3,6400	1,0296	3,3303	0,9626	2,9110	1,2590	
1,3394	0,2002	0,1260	0,1947	0,1190	5,4952	3,6608	1,0306	3,3368	0,9746	2,9840	1,0574	
1,3465	0,1992	0,1247	0,1936	0,1177	5,5536	3,6817	1,0316	3,3433	0,9863	3,0562	0,8587	
1,3536	0,1983	0,1235	0,1927	0,1166	5,6046	3,7025	1,0326	3,3498	0,9978	3,1278	0,6628	
1,3607	0,1976	0,1226	0,1919	0,1157	5,6474	3,7233	1,0336	3,3563	1,0090	3,1987	0,4698	
1,3678	0,1970	0,1219	0,1913	0,1150	5,6814	3,7442	1,0346	3,3629	1,0201	3,2689	0,2794	
1,3749	0,1965	0,1214	0,1909	0,1144	5,7060	3,7650	1,0356	3,3694	1,0309	3,3385	0,0918	
1,3820	0,1963	0,1210	0,1906	0,1141	5,7210	3,7858	1,0366	3,3759	1,0414	3,4074	-0,0933	
1,3891	0,1962	0,1209	0,1905	0,1140	5,7260	3,8067	1,0376	3,3825	1,0518	3,4757	-0,2757	
				Promedio aritmético	3,0282						Promedio aritmético	4,3278

Nota. El signo negativo en algunos valores de la variación del área, significa que para ese tramo de la sección transversal el área después de aplicar algoritmos genéticos fue mayor a la inicial.