

Implementación del método por elementos finitos y el algoritmo de optimización por enjambre de partículas aplicado al proceso de diseño de domos geodésicos

Felipe Andrés Cediél Carreño y William Andrés Castrillón Millán

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Mecánico

Director

William Pinto Hernández

PhD Ingeniería Mecánica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Programa Académico

Bucaramanga

2023

### **Dedicatoria**

A mi madre Zaida Millán y a mi hermana Paula Castrillón, por acompañarme en todo momento y ser mis ejemplos por seguir.

William Andrés Castrillón Millán

A mis padres Martha Eugenia y Andres quienes guían mi camino con amor y sabiduría.

A mi hermano Camilo Alejandro, siempre atento y expectante de mis logros.

Felipe Andrés Cediél Carreño

### **Agradecimientos**

Agradezco en primer lugar a la Universidad Industrial de Santander por brindarme las herramientas necesarias para mi formación profesional y para desarrollar la presente investigación.

Al Dr. William Pinto quien fue mi guía a lo largo de todo el proceso, por su dirección y apoyo los cuales reforzaron mis conocimientos y me ayudaron a culminar de manera satisfactoria el proyecto.

Felipe Andrés Cediél Carreño

A la Universidad Industrial de Santander por brindar ese espacio de aprendizaje y crecimiento profesional.

Al profesor William Pinto por poner a disposición sus conocimientos para el desarrollo de este proyecto.

A mi compañero Felipe Cediel con quien conformamos un excelente equipo de trabajo y pudimos realizar este proyecto.

William Andrés Castrillón Millán.

## Tabla de Contenido

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	16
1.Planteamiento del Problema .....	19
2.Objetivos.....	22
2.1. Objetivo General.....	22
2.2. Objetivos Específicos.....	22
3. Marco de Referencias .....	23
3.1. Marco de Antecedentes.....	23
3.1.1. Antecedentes Internacionales.....	23
3.1.1.1.“ADVANCED STRUCTURAL GEOMETRY STUDIES Part I - Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications” (Clinton, J., 1971).....	23
3.1.1.2. “Procedimiento para la modelación y análisis estructural por el método .....	24
de los elementos finitos de un domo geodésico para tapa de tanques de almacenamiento de combustible” (Conrrado, A., 2018).....	24
3.2. Marco de Recursos Informáticos. ....	25
3.2.1. Matlab .....	25
3.2.2. Biblioteca Calfem. ....	26
3.3. Marco Teórico.....	26

3.3.1. Optimización por Enjambre de Partículas PSO .....	26
3.3.2. Análisis Estructural Método Matricial .....	34
3.3.2.1. Método de la Rigidez Viga Tridimensional .....	35
3.3.2.2. Matriz de Transformación (Rotación). .....	38
3.3.2.3. Matriz Global de Rigidez.....	39
3.3.3. Teoría de la Energía de Distorsión.....	39
3.3.4. Factor de Seguridad .....	40
3.3.5. Cargas Presentes en Estructuras.....	41
3.3.5.1. Carga Muerta.. .....	41
3.3.5.2. Carga de Viento.. .....	41
4. Metodología .....	41
4.1. Modelo Computacional.....	42
4.1.1. Diseño Conceptual Modelo Computacional .....	42
4.1.2. Diseño en Detalle Modelo Computacional .....	44
4.1.2.1. Topología del Problema. ....	45
4.1.2.1.1. Coordenadas Globales y Definición de Superficies Iniciales.. .....	46
4.1.2.1.2. Construcción de la Pirámide Inscrita. ....	48
4.1.2.1.3. División de las Caras de la Pirámide. ....	50
4.1.2.1.4. Proyección de los Nodos en la Esfera. ....	52
4.1.2.2. Análisis Estructural.....	54
4.1.2.2.1. Consideraciones y Restricciones.....	55
4.1.2.2.2. Condiciones de Contorno.....	55
4.1.2.2.3. Cargas Presentes en el Sistema. ....	56

4.1.2.2.4. Método de la Rigidez.....	57
4.1.2.2.5. Factor de Seguridad.....	58
4.1.2.3. Costos.....	59
4.1.2.4. Algoritmo de Optimización PSO.....	60
4.1.2.4.1. Espacio de Búsqueda.....	62
4.1.2.4.2. Posición.....	62
4.1.2.4.3. Velocidad de la Partícula.....	62
4.1.2.4.4. Restricciones.....	63
4.1.2.5. Parámetros Óptimos.....	64
4.1.3. Validación PSO.....	64
4.2. Diseño en Detalle Estructura Geodésica.....	64
4.2.1. Especificaciones de Diseño.....	65
4.2.2. Dimensionamiento de la Estructura.....	65
4.2.3. Elementos de Sujeción.....	65
4.2.4. Apoyos de la Estructura.....	66
5. Resultados y Conclusiones.....	69
5.1. Resultados.....	69
5.1.1. Modelo Computacional.....	69
5.1.1.1. Topología.....	69
5.1.1.2. Análisis Estructural.....	73
5.1.1.3. PSO.....	73
5.1.1.4. Validación.....	77
5.1.2. Diseño en Detalle.....	79

5.1.2.1. Definición del Caso de Estudio.....	79
5.1.2.2. Aplicación de Modelo Computacional..	81
5.1.2.3. Diseño del Elemento de Sujeción. ....	84
5.1.2.4. Diseño de los Apoyos Estructurales. ....	86
5.2. Conclusiones .....	87
Referencias Bibliográficas .....	88
Apéndices.....	92

**Lista de tablas**

	<b>Pág.</b>
Tabla 1 <i>Coordenadas de los Nodos que Conforman la Base de la Estructura Geodésica.</i> .....	71
Tabla 2 <i>Nodos Vinculados a Cada una de las Vigas de la Estructura Geodésica.</i> .....	72
Tabla 3 <i>Posiciones de los Nodos en el Espacio Tridimensional x y z.</i> .....	73
Tabla 4 <i>Parámetros de Diseño.</i> .....	77
Tabla 5 <i>Perfil Utilizado en los Elementos Estructurales.</i> .....	79
Tabla 6 <i>Material de los Elementos Estructurales.</i> .....	80
Tabla 7 <i>Costo de Materiales Asociados a la Estructura.</i> .....	80
Tabla 8 <i>Longitudes de tubería</i> .....	83
Tabla 9 <i>Dimensiones placas de fibrocemento</i> .....	83
Tabla 10 <i>Esfuerzos Normales y Cortantes Presentes en los Extremos de la Viga</i> .....	84
Tabla 11 <i>Dimensiones Placa Base y Pedestal de Concreto</i> .....	87

## Lista de Figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Incremento Llegada de Turistas. ....	17
Figura 2. Domos Geodésicos - Glampings. ....	18
Figura 3. Frecuencias en Domos Geodésicos. ....	21
Figura 4. Representación de los Sistemas Bipolares y Multipolares .....	23
Figura 5. Representación de los Domos Geodésicos. ....	24
Figura 6. Representación de la Malla Alámbrica.....	25
Figura 7. Representación Mínimo Local y Mínimo Global de una Función Tipo. ....	28
Figura 8. Desplazamientos Fundamentales en las Partículas con Base a la Ecuación 2. ....	29
Figura 9. Representación Funcionamiento PSO. ....	31
Figura 10. Atracción de las Partículas Hacia el Mínimo o Máximo Global (gbest).....	33
Figura 11. Elemento Viga-columna Tridimensional. ....	36
Figura 12. Elemento Viga-columna Tridimensional. ....	38
Figura 13. Esquema General Modelo. ....	43
Figura 14. Esquema General Modelo Computacional.....	44
Figura 15. Esquema General Geometría del Problema.....	45
Figura 16. Representación de la Creación de un Modelo Geométrico. ....	46
Figura 17. Sistema Coordinado Global y Modelo Preliminar.....	47

Figura 18. Pirámide Inscrita Dentro del Casquete Esférico.....	48
Figura 19. Pirámide Inscrita Dentro del Casquete Esférico.....	49
Figura 20. Representación de las Divisiones en Cada Lado de la Pirámide.....	50
Figura 21. Numeración de Vértices en Función de las Variables I y J.....	51
Figura 22. Proyección de un Punto Sobre una Superficie Esférica. ....	52
Figura 23. Modelo Domo Geodésico Obtenido con Frecuencia 3 y 4.....	53
Figura 24. Esquema General Elementos Finitos.....	54
Figura 25. Apoyos Presentes en los Domos Geodésicos. ....	56
Figura 26. Metodología para Solución de Problemas por el Método de la Rigidez. ....	58
Figura 27. Esquema General Costos.....	59
Figura 28. Esquema General PSO. ....	61
Figura 29. Esquema General Metodología Utilizada en el PSO.....	61
Figura 30. Elementos de Conforman los Apoyos.....	67
Figura 31. Modelo Gráfico Topología.....	70
Figura 32. Modelo Gráfico Topología.....	71
Figura 33. Movimiento de Partículas en el Espacio a lo Largo de Veinte Iteraciones, Parte 1....	74
Figura 34. Movimiento de Partículas en el Espacio a lo Largo de Veinte Iteraciones, Parte 2....	75
Figura 35. Comportamiento Evolutivo de la Función Objetivo Durante 20 Iteraciones.....	76
Figura 36. Espacio Solución del Problema. ....	78
Figura 37. Resultados Obtenidos del Modelo de Optimización PSO.....	78
Figura 38. Resultados Aplicación PSO.....	82
Figura 39. Modelo Tridimensional Estructura Geodésica.....	83
Figura 40. Pedestal de Concreto y Placa Base.....	86

**Lista de Apéndices**

	<b>Pág.</b>
Apéndice A. Diagrama de Flujo Método de Proyección en una Superficie Esférica. ....	92
Apéndice B. Fuerzas en los Apoyos. ....	93
Apéndice C. Fuerzas en los Nodos. ....	94
Apéndice D. Código Matlab Análisis Estructural. ....	95
Apéndice E. Código Matlab Carga Tributaria Placas. ....	101
Apéndice F. Código Matlab Aplicación Método de Von Mises. ....	102
Apéndice G. Código Matlab Topología. ....	103
Apéndice H. Código Matlab Validación PSO. ....	108
Apéndice I. Código Matlab Pasador. ....	109
Apéndice H. Código Matlab Muestra de Resultados. ....	110
Apéndice I. Código Matlab PSO. ....	115

## Resumen

**Título:** Implementación del método por elementos finitos y el algoritmo de optimización por enjambre partículas aplicado al proceso de diseño de domos geodésicos\*

**Autor:** Felipe Andrés Cediel Carreño y William Andrés Castrillón Millán\*\*

**Palabras Clave:** Optimización, Elementos Finitos, Domos Geodésicos, Mecánica Estructural.

### Descripción:

El presente proyecto de investigación desarrolla una herramienta informática con la finalidad de optimizar el diseño de domos geodésicos utilizados en el glamping. A partir de la definición de una topología, la aplicación del método de elementos finitos para vigas tridimensionales mediante la biblioteca Calfem y la optimización por enjambre de partículas o PSO en sus siglas en inglés. Como resultado se obtiene la geometría optimizada en términos de costo de materiales junto con un factor de seguridad asociado obtenido por el método de Von mises. Lo anterior a partir de parámetros de diseño como: alto de la estructura, diámetro de la estructura, material de la tubería, tipo de tubería, material del recubrimiento, tipo de recubrimiento y costos unitarios asociados a los elementos que componen el domo geodésico.

---

\*Trabajo de grado

\*\*Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: PhD. William Pinto Hernández.

### Abstract

**Title:** Implementation of the finite element method and the particle swarm optimization algorithm applied to the geodesic dome design process \*

**Author(s):** Felipe Andrés Cediel Carreño y William Andrés Castrillón Millán\*\*

**Key Words:** Optimization, Finite Elements, Geodesic Domes, Structural Mechanics

**Description:**

The goal of this research project is to develop a software tool to optimize the design of geodesic domes used in glamping. From the definition of a topology, the application of the finite element method for three-dimensional beams using the Calfem library and the particle swarm optimization (PSO). As a result, optimized geometry is obtained in terms of material cost and with an associated safety factor obtained by using the Von Mises method. This is based on design parameters such as: height of the structure, diameter of the structure, pipe material, type of pipe, coating material, type of coating and unit costs associated with the elements that make up the geodesic dome.

---

\* Degree Work

\*\* Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Mechanical Engineering. Director: PhD William Pinto Hernandez. Mechanical Engineer

## Introducción

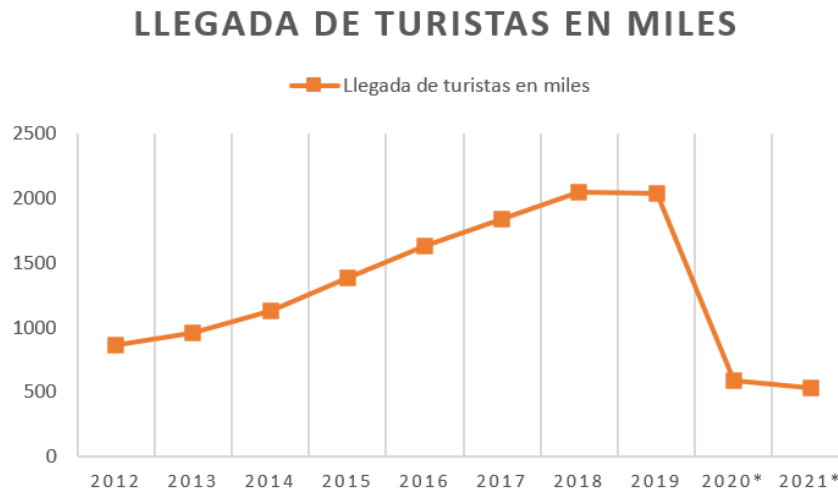
Colombia es un país históricamente afectado por años de conflicto armado, según la Unidad de Víctimas de Colombia, entre 1985 y 2021, aproximadamente 80.000 personas fueron desaparecidas, estas desapariciones particularmente pueden ser clasificadas como asesinatos y desplazamiento. Durante el conflicto armado el conflicto armado en el país, también aproximadamente dos millones de niños fueron víctimas del conflicto a través del confinamiento, el reclutamiento, el abuso y la violencia sexual, entre otros. (Centro Nacional de Memoria Histórica, s. f.).

Una de las consecuencias principales del conflicto armado en Colombia fue disminución de visitantes extranjeros al país. Hasta el año 2015 el país estuvo denominado a nivel internacional como un país peligroso para visitar, esto ocasiono un impacto económico en el país que impedía el desarrollo del sector turismo; siendo éste en la actualidad uno de los sectores más importantes para la economía colombiana.

Teniendo en cuenta el impacto generado por el conflicto armado, nace la voluntad del gobierno nacional de poner fin a la guerra. En consecuencia, en el año 2016 el gobierno logra firmar un acuerdo de paz con resultado importantes e inmediatos en el sector turístico del país, la figura 1 muestra el incremento de los turistas desde el año 2012 hasta el año 2021.

**Figura 1.**

*Incremento Llegada de Turistas.*



*Nota:* La figura representa la variación en el aumento de turistas después del conflicto armado en Colombia. \* corresponden a valores con la pandemia del COVID 19.

El turismo después de firmado el acuerdo de paz llevo a regiones inversión económica y una enorme oferta laboral en construcción de edificaciones, sistemas de transporte, sistemas turísticos, en particular los domos geodésicos o glampings los cuales se muestran en la figura 2 han cobrado protagonismo al ser un tipo de alojamiento que permite recibir turistas sin generar un impacto ambiental en estos sectores y al mismo tiempo permitiendo una solución rápida, económica en comparación a la inversión que requeriría la creación de edificaciones hoteleras y a la demanda actual de hospedaje.

El departamento de Santander ha encontrado en los domos geodésicos un atractivo para las personas que desean pasar un tiempo agradable de desconexión con la vida urbana y conexión con la vida rural, por este motivo en este departamento se ha incrementado la inversión de privados para generar un modelo de negocio que permite obtener ganancias a partir de este tipo de alojamientos. Se encontró en el departamento que pocas zonas ofrecen oferentes capacitados que

diseñen y construyan domos geodésicos que cumplan requisitos de diseño como lo son: el diámetro, la altura y el costo.

**Figura 2.**

*Domos Geodésicos - Glampings.*



*Nota:* La figura muestra domos geodésicos. Tomado de (Catalogo Shelter Dome, s. f.,2018)

A partir de esto, este proyecto busca solucionar esta problemática en la región, por medio de la creación de una herramienta informática para el diseño de domos geodésicos que funcione con algoritmos de optimización por enjambre de partículas y el método de elementos finitos. Donde los parámetros de entrada son variables específicas como el diámetro y la altura. De esta forma se obtiene variables de salida puntuales para cada caso en particular, logrando un diseño que permite minimizar variables como el costo y el peso de la estructura. Y a al mismo tiempo maximizar variables como la resistencia mecánica y garantizar un factor de seguridad adecuado.

## 1. Planteamiento del Problema

De acuerdo con informes publicados por el Ministerio de Comercio, Industrial y Turismo ,MinCIT (2018, p.4 y 5) entre 2011 y 2017, en Colombia se presentaron destacados crecimientos en los principales indicadores del turismo en el país: se incrementó en un 69% las llegadas de viajeros internacionales, 52% la generación de divisas, 19% la creación de nuevos empleos y 74% en la incursión de nuevas empresas al sector, generando una oferta presente en alrededor de 281 municipios del territorio nacional.

En los últimos años el sector turismo en el país se destacó por ser un motor económico en desarrollo. Actualmente este sector genera cerca medio millón de empleos y según el Departamento Nacional de Estadística, DANE, el turismo, medido desde la rama de hoteles y restaurantes, representó el 3,78% del PIB en Colombia durante 2017 (MinCIT, 2018), evidenciando su gran potencial de económico y abriendo un camino de generación de divisas al mismo nivel o incluso mayor que las exportaciones tradicionales tales como: café colombiano, flores, banano, entre otros.

De los diferentes departamentos resalta Santander, al ser de los más visitados en el país gracias a sus pueblos en los que se destacan: Barichara, San Gil y Los Santos. En estos municipios existen personas y empresas interesadas en la creación de alojamientos con propuestas novedosas como el Glamping el cual se define según la RAE como la fusión entre glamur y camping con un objetivo claro; el disfrute del cliente brindándole los beneficios de acampar sin renunciar al confort de una morada convencional, dichas estructuras son comúnmente de tipo metálico con forma de domo geodésicos.

La región posee deficiencia en oferentes capacitados, debido a que son personas particulares que realizan las estructuras sin ningún tipo de conocimiento técnico o ingenieril, esto quiere decir que la industria de la creación de domos geodésicos actualmente es rustica y manual lo cual se traduce en tiempos de desarrollo prolongados y eficiencia reducida. En conclusión, hace falta formalizar el proceso de diseño y cumplir con requerimientos y estándares de seguridad y de habitabilidad. En consecuencia, actualmente el cliente final se ve en la obligación de importar estas estructuras de distintos países como China y Estados Unidos o en su defecto realizar su adquisición en otra ciudad colombiana, lo cual induce sobrecostos en la adquisición del producto.

Una manera eficiente de solucionar esta problemática en la región es la creación de una herramienta informática, con bases en metodologías o soluciones ingenieriles como lo son:

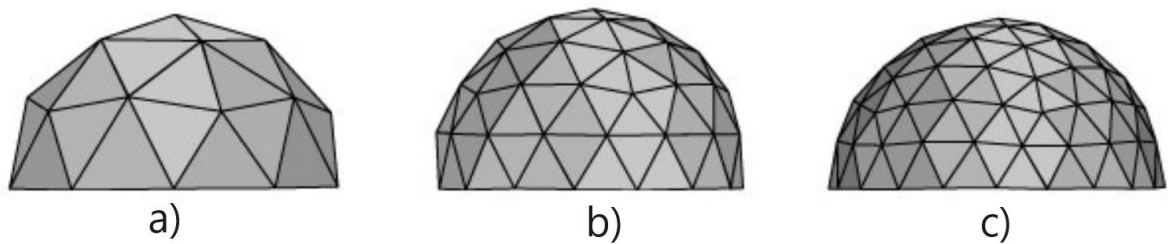
- Método de elementos finitos. Este permite encontrar una solución numérica aproximada sobre un cuerpo, estructura o dominio en el que están definidas ciertas ecuaciones diferenciales en forma débil o integral que caracterizan el comportamiento físico del problema.
- Algoritmos de optimización por enjambre de partículas. Este tipo de algoritmos se basan en el comportamiento social de los seres vivos, como las aves y los peces. Ha demostrado ser eficiente para la minimización o maximización de variables en problemas complejos.

La herramienta informática desarrollada debe poseer parámetros de entrada específicos como lo son el diámetro de la base de la estructura y la altura (requerimientos de diseño). De esta manera se puede analizar distintas configuraciones geométricas, en consecuencia, se obtiene un rango de soluciones en el cual se puede seleccionar un diseño que permite minimizar variables como el costo y el peso de la estructura y maximizar variables como la resistencia mecánica, es decir el domo óptimo. En la figura 3 se evidencia tres domos geodésicos con diferente frecuencia.

La frecuencia hace referencia a una medida que se emplea para indicar el número de subdivisiones que se realizan en el triángulo icosaedro que forma el domo. La figura 3.a corresponde a un domo geodésico frecuencia 2, la figura 3.b corresponde a un domo geodésico frecuencia 3, y la figura 3.c corresponde a un domo geodésico frecuencia 4.

### Figura 3.

*Frecuencias en Domos Geodésicos.*



*Nota:* La figura 3.a muestra un domo de frecuencia 2. La figura 3.b muestra un domo frecuencia 3 y la figura 3.c muestra un domo de frecuencia 4. Tomado de Bando, J. Domos geodésicos | Bioguía. Recuperado 24 de noviembre de 2012.

## **2. Objetivos**

### **2.1. Objetivo General**

Desarrollar una herramienta informática basada en el algoritmo de optimización por enjambre de partículas y el uso del método por elementos finitos que facilite el proceso de diseño de domos geodésicos, contribuyendo con la misión de la Escuela de Ingeniería Mecánica en la formación integral de los ingenieros mecánicos capaces de solucionar problemas en la industria.

### **2.2. Objetivos Específicos**

Modelar matemáticamente domos geodésicos por medio del método de elementos finitos para diferentes configuraciones de frecuencia y número de divisiones, teniendo en cuenta parámetros tales como: costos, resistencia y el peso de la estructura.

Implementar el algoritmo por enjambre de partículas para minimización y maximización de variables independientes (uso de material, peso y resistencia mecánica) de la función tipo para un domo geodésico.

Realizar el diseño de detalle del domo geodésico optimizado a partir de enjambre de partículas.

### 3. Marco de Referencias

#### 3.1. Marco de Antecedentes

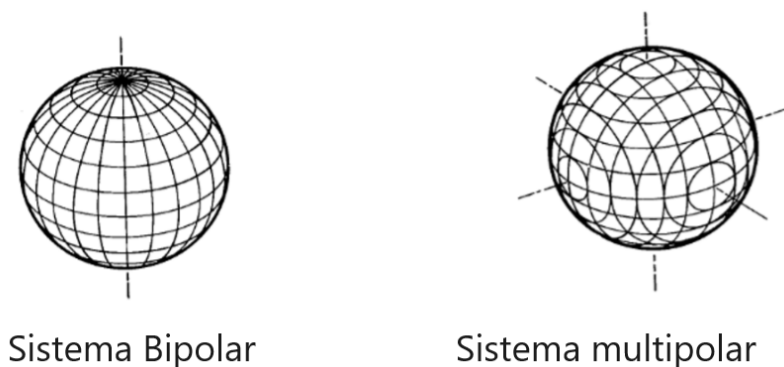
##### 3.1.1. Antecedentes Internacionales

**3.1.1.1. “ADVANCED STRUCTURAL GEOMETRY STUDIES Part I - Polyhedral Subdivision Concepts for Structural Applications” (Clinton, J., 1971).** Este libro presentado por la NASA en el año 1971 presenta un estudio a profundidad sobre la geometría de distintos poliedros y la manera de crear subdivisiones.

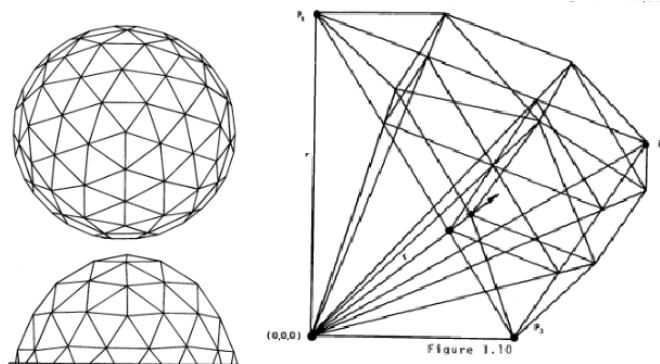
Inicialmente el documento se enfoca en enseñar los sistemas existentes para poder subdividir un poliedro, estos sistemas son: Sistemas Bipolares y Sistemas Multipolares. A la vez que expone las ventajas y desventajas de cada uno de estos sistemas al momento de ser seleccionados para realizar las subdivisiones del poliedro. Finalmente expone los principios matemáticos para lograr la subdivisión del poliedro enseñando distintos métodos que dependen del sistema elegido en este caso bipolar o multipolar.

#### Figura 4.

*Representación de los Sistemas Bipolares y Multipolares*



*Nota:* La figura representa de manera grafica las diferencias entre el sistema bipolar y el sistema multipolar. Tomado de Advanced Structural Geometry Studies (p. 7), por Clinton. J., 1971, NASA.

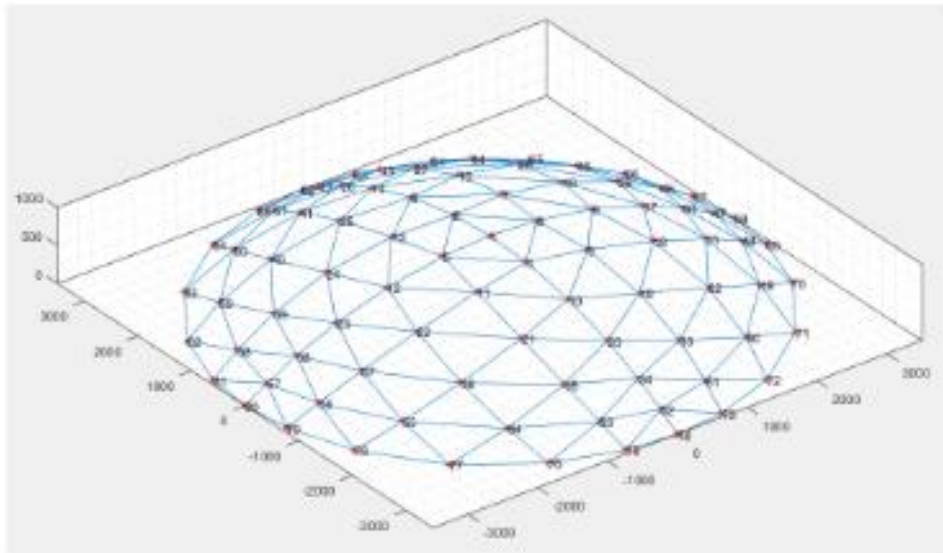
**Figura 5.***Representación de los Domos Geodésicos*

*Nota:* La figura representa los domos geodésicos y la proyección de los triangulo isósceles sobre la esfera. Tomado de Advanced Structural Geometry Studies (p. 23), por Clinton. J., 1971, NASA.

**3.1.1.2. “Procedimiento para la modelación y análisis estructural por el método de los elementos finitos de un domo geodésico para tapa de tanques de almacenamiento de combustible” (Conrado, A., 2018).** En esta tesis cubana escrita para obtener el grado de Máster en Ciencias de la Universidad Central “Marta Abreu” De Las Villas, el autor expone el diseño de un modelo alámbrico de un domo geodésico a partir de información recopilada de varias investigaciones. Además, expone de forma detallada el procedimiento y las expresiones geométricas empleadas. Finalmente, el autor elabora un programa computacional basado en las expresiones matemáticas.

**Figura 6.**

*Representación de la Malla Alámbrica*



*Nota:* La figura representa la malla alámbrica de los domos geodésicos y la distribución nodal obtenida en el programa creado por el autor. Tomado de Procedimiento para la modelación y análisis estructural por el método de los elementos finitos de un domo geodésico para tapa de tanques de almacenamiento de combustible (p. 72), por Corrandó A., 2018.

### **3.2. Marco de Recursos Informáticos.**

#### **3.2.1. Matlab**

Matrix Laboratory es un software de computación desarrollado por MathWorks y lanzado en 1984 este software se encuentra disponible para distintos sistemas operativos como lo son: Windows, Linux, macOS, entre otros. Permite la manipulación de matrices, la representación de funciones y datos, comunicación con lenguajes de programación y la creación de interfaces de usuario.

Este software es muy popular en el ámbito académico, usado por universidades y centros de investigación y desarrollo. Según Richard Goering en el año 2004 se estimaba que MATLAB

era usado por más de un millón de personas en ámbitos académicos y empresariales (Goering, 2007).

Inicialmente Matlab era considerado únicamente como un software que facilitaba la solución de problemas ingenieriles, es decir no se consideraba como un lenguaje de programación sin embargo en los últimos años esta situación ha cambiado debido a que los programas creados en Matlab se llevan a cabo en un lenguaje de programación propio, muchas son las implicaciones de esto como por ejemplo la no necesidad de un compilador para procesar sus algoritmos.

Por otra parte, no quiere decir que usar el lenguaje de programación de Matlab cierra las puertas a otros lenguajes de programación ya que según MathWorks diseñadores del software con las API del motor de MATLAB, puede utilizar MATLAB desde otro entorno de programación. Estas API permiten ejecutar comandos de MATLAB desde otro lenguaje de programación sin necesidad de iniciar una sesión de escritorio de MATLAB. Las API del motor de MATLAB están disponibles para: C/C++, Fortran, Java, Python, entre otros. (MathWorks, s. f.)

### **3.2.2. *Biblioteca Calfem.***

Computer Aided Learning of the Finite Element Method es un software escrito en MATLAB creado por la Universidad de Lund en Suecia y cuyo fin es establecer modelos para la solución de problemas por medio del método de elementos finitos, lo cual le otorga un amplio campo de aplicación principalmente en temas como la mecánica estructural.

## **3.3. Marco Teórico**

### **3.3.1. *Optimización por Enjambre de Partículas PSO***

El algoritmo de optimización por enjambre de partículas (Particle Swarm Optimization, PSO) fue desarrollado por James Kennedy y Russell Eberhart en el año de 1995. Elaborar modelos del comportamiento de los seres vivos como el movimiento de los peces y las aves fue la razón

principal de los autores para trabajar en el tema. El algoritmo se logró sintetizar y se comprobó su funcionamiento en la solución problemas de optimización.

La optimización por enjambre de partículas posee dos componentes importantes, por un lado, como se menciona anteriormente se encuentran los enjambres de partículas en general y por el otro lado como lo afirman los autores Kennedy & Eberhart (2011) está vinculado con la computación evolutiva y posee conexiones tanto con los algoritmos genéticos como con la programación evolutiva.

**Generalidades.** En el PSO posee 4 elementos imprescindibles para su funcionamiento, los cuales son:

- La posición de la partícula
- La velocidad que hace referencia hacia dónde y cómo se desplaza la partícula
- El valor de la función objetivo en la posición donde se encuentra la partícula
- El registro de la mejor posición de la partícula.

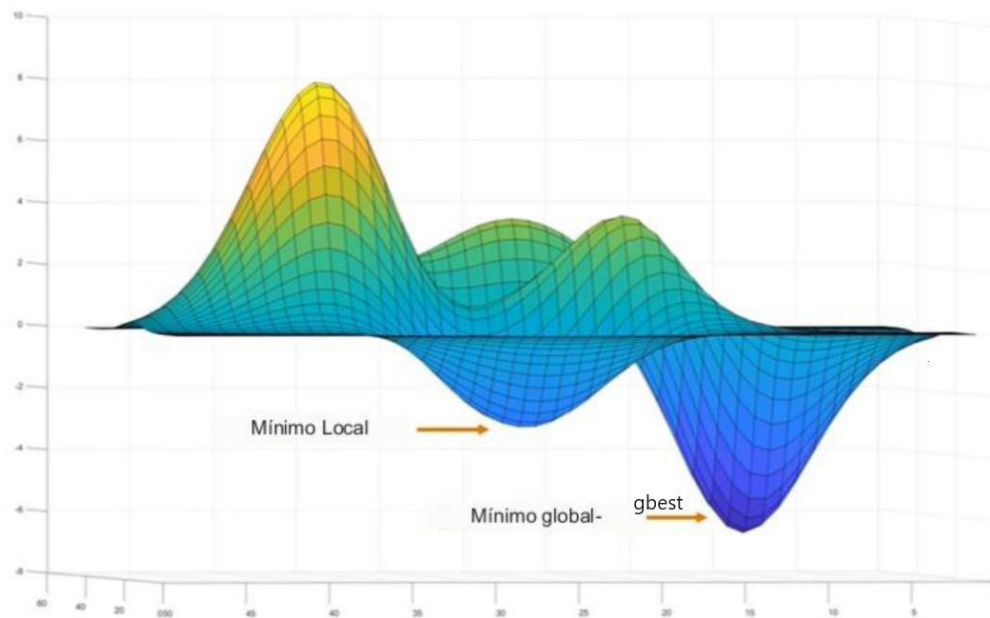
Este algoritmo es fácilmente implementable debido a que utiliza una velocidad aleatoria, por lo tanto, el enjambre de partículas puede recorrer todo el dominio del problema.

**Función objetivo del PSO.** La función objetivo es la función que se pretende minimizar o maximizar, en este caso corresponde a la pauta para determinar la cercanía de los valores actuales del sistema y la mejor posición global (*gbest*) de la función objetivo.

Las funciones objetivo pueden tener en su dominio mínimos locales y mínimos globales que representan el (*gbest*) así como se observa en la figura 7, es importante usar métodos que tengan un comportamiento aleatorio con el fin de recorrer todo el dominio de la función evitando caer en un mínimo local.

**Figura 7.**

*Representación Mínimo Local y Mínimo Global de una Función Tipo*



*Nota:* La figura representa los mínimos locales y los mínimos globales de una función tipo. Tomado de Global Optimization Toolbox. (s. f.). Recuperado 19 de enero de 2023.

**Funcionamiento del PSO.** Los algoritmos de optimización por enjambre de partículas describen el siguiente funcionamiento.

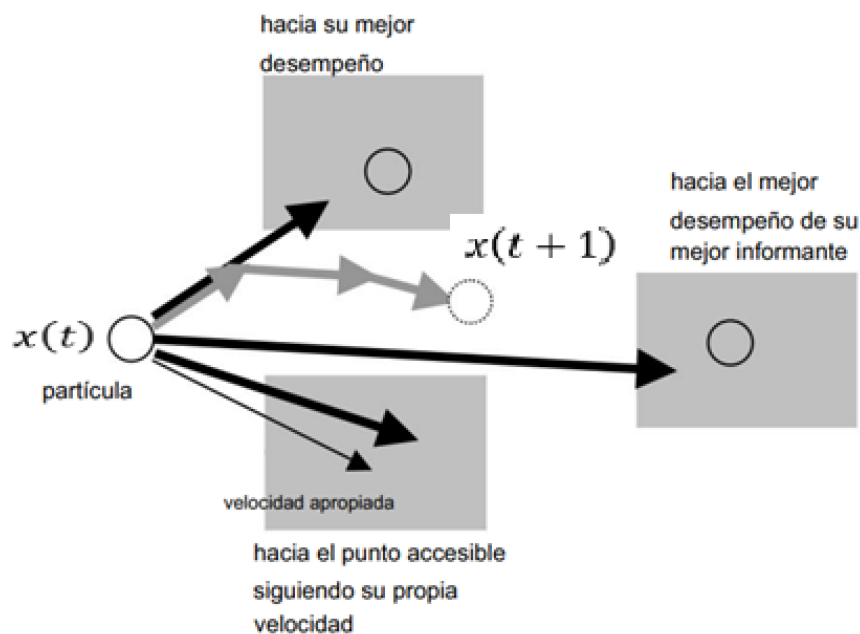
En primer lugar, se define un enjambre en el espacio de búsqueda cuyo tamaño depende del problema a optimizar. También es necesario definir para cada partícula su posición y velocidad que nos indican hacia dónde va el gradiente y una función que las modifique automáticamente según los resultados obtenidos. En PSO, ciertamente es útil explotar un sitio conocido, pero solo desde el punto de vista de la teoría de la optimización, es decir, verificando los vecindarios para saber si hay uno mejor.

Cada partícula posee tres desplazamientos fundamentales, mostrados en la figura 8 según su velocidad actual; hacia su propio mejor desempeño; y hacia la de su mejor informante que

corresponde a la comunicación entre partículas; esto permite conocer al algoritmo la información de todas las partículas y generar una atracción de las partículas hacia la que este en la mejor posición de todas (*gbest*). La forma más sencilla de calcular el desplazamiento real a partir de estos tres vectores básicos es realizar una ponderación lineal del mismo, gracias a los coeficientes de confianza. El modelo básico de PSO se define de manera informal, siguiendo con bastante libertad el ejemplo de los intercambios de información entre abejas. Cada partícula combina de forma lineal los tres elementos mencionados en la figura 8 para generar un estado información y decidir su próximo movimiento.

### Figura 8.

*Desplazamientos Fundamentales en las Partículas con Base a la Ecuación 2*



*Nota:* La figura muestra los componentes principales de cada partícula en el algoritmo de optimización por enjambre de partículas, PSO. Tomado de Clerc, M. (2006).

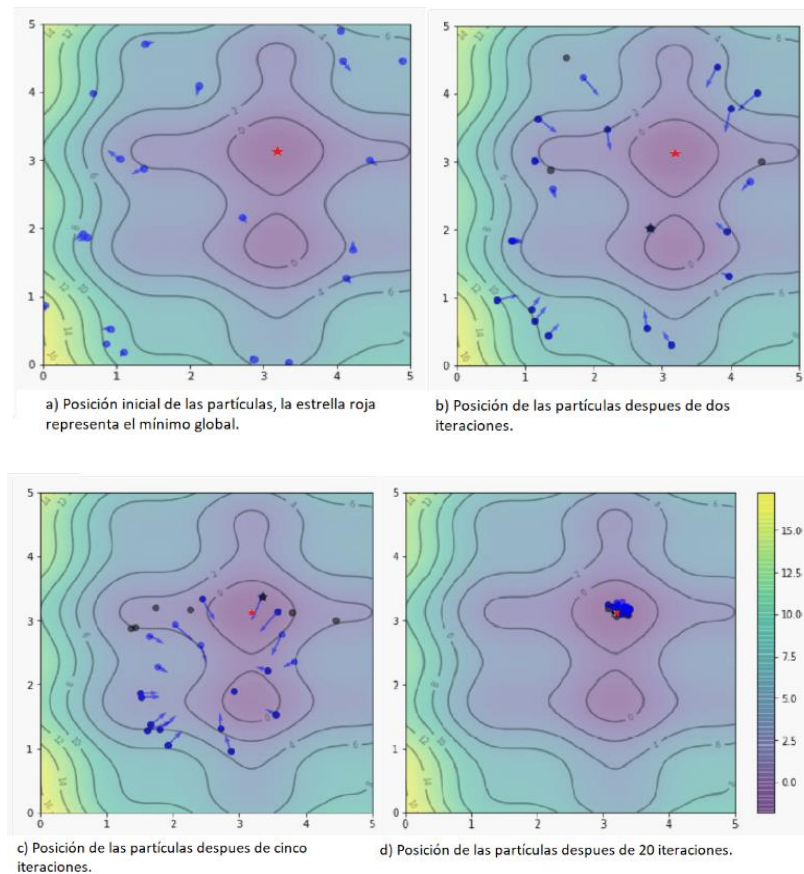
En el espacio de búsqueda las partículas informantes se seleccionan al azar con cada incremento de tiempo. En esta etapa, su número es un parámetro del algoritmo, al igual que el

tamaño del enjambre. Incluso si el enjambre es grande en comparación con el número de informantes por partículas, se puede demostrar que la propagación de la información ocurre muy rápidamente.

En conclusión, el algoritmo cuenta con dos principios fundamentales, la comunicación y el aprendizaje. La comunicación le permite a cada partícula saber si la posición en la que se encuentran ubicadas es mejor que la posición actual de las otras partículas del enjambre y el aprendizaje les da la capacidad de recordar sus mejores posiciones. El funcionamiento de los algoritmos de optimización por enjambre de partículas se puede sintetizar en 4 pasos fundamentales, que se explican a continuación.

- Creación de un enjambre inicial de  $n$  partículas, distribuidas de forma normal aleatoria en todo el dominio  $x(t + 1)$ .
- Evaluación de cada partícula en la función objetivo  $F(x^{t+1})$ .
- Actualización de la posición y la velocidad de cada partícula  $v(t + 1)$ .
- Validación de optimización proceso en el cual se revisa si se cumple o no un criterio de parada que en este caso corresponde a encontrar la mejor posición en el dominio, en caso de no cumplirse se debe regresar al segundo paso.

En la figura 9 se observa el proceso de evolución de las partículas para un problema a través de las iteraciones y la función de distribución global, en la figura 9.a se muestra la posición aleatoria de las partículas en el dominio de búsqueda, en la figura 9.b se muestra el movimiento obtenido en las partículas en la segunda iteración, como empiezan a concurrir hacia un mismo lugar y la forma en la que empiezan a evolucionar los gradientes, la figura 9.c representa el movimiento de las partículas en el dominio en la quinta iteración, finalmente la figura 9.d muestra a las partículas en la mejor posición encontrada en el dominio en la interacción número 20.

**Figura 9.***Representación Funcionamiento PSO*

*Nota:* La figura muestra el comportamiento del enjambre de partículas a través de cada iteración. Tomado de Tam, A. A Gentle Introduction to Particle Swarm Optimization. Recuperado 12 de octubre de 2021.

**Ecuaciones principales del PSO.** El movimiento de las partículas en el PSO es una parte fundamental, debido a que le proporciona al algoritmo la capacidad de optimizar, mover una partícula implica actualizar tanto su velocidad como su posición.

La velocidad es una de las principales características en el PSO, ya que es el mecanismo utilizado para evolucionar la posición de una partícula y de esta forma buscar soluciones óptimas.

La velocidad se regula comúnmente, multiplicándola por un factor. Esta regulación de velocidad tiene como objetivo lograr un equilibrio entre la exploración y la explotación. (Barrera et al., 2016)

La ecuación para la velocidad de cada partícula del enjambre es la siguiente:

$$v_i^{k+1} = w * v_i^k + c_1 * rand_1 * (pbest_i - x_i^k) + c_2 * rand_2 * (gbest_i - x_i^k) \quad (1)$$

$$x_i^{k+1} = x_i^k + v_i^{k+1} \quad (2)$$

Donde:

$i$ : Es el índice de la partícula.

$K$ : Es el estado en el tiempo o interacción.

$rand$ : Valor aleatorio con distribución uniforme entre 0 y 1.

$pbest$ : Es la mejor posición de la partícula en el instante  $i$ .

$gbest$ : Es la mejor posición global en el instante  $i$ .

$v$ : Es la velocidad.

$w$ : Es el coeficiente de inercia.

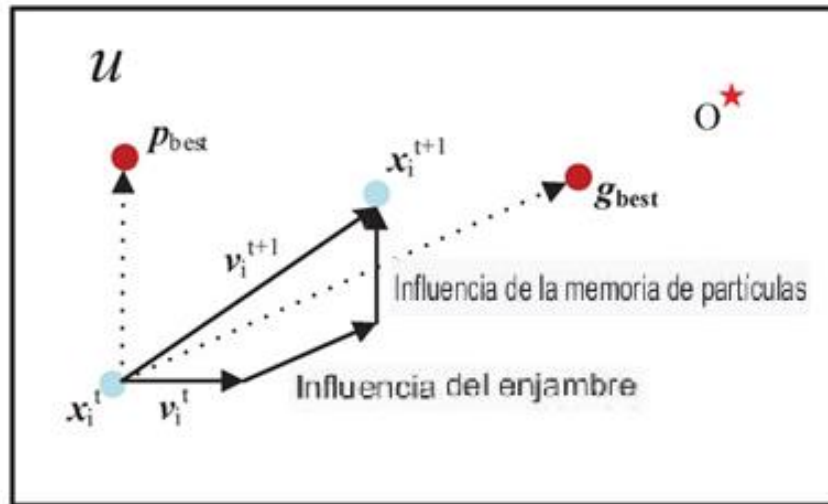
$c_1$ : Coeficiente cognitivo.

$c_2$ : Coeficiente social.

En la figura 10 se presentan los puntos ( $pbest$ ) y ( $gbest$ ) y muestra de manera grafica la atracción de cada partícula hacia el mínimo o máximo global ( $gbest$ ) a partir de la ponderación lineal y los componentes que posee cada una de ellas.

**Figura 10.**

*Atracción de las Partículas Hacia el Mínimo o Máximo Global (gbest)*



*Nota:* La figura representa de manera grafica la atracción de cada partícula hacia el mínimo o máximo global y los componentes que posee cada de ellas. Tomado de Zhang, X., Zou, D., & Shen, X. (2018).

Después de calculada la nueva velocidad, la ecuación que describe la nueva posición es la siguiente:

$$x_i^{k+1} = x_i^k + V_i^{k+1} \quad (3)$$

El algoritmo de optimización PSO puede tener un gran inconveniente y es que en algunos casos las partículas suelen desarrollar velocidades muy altas, lo que ocasiona que la partícula pueda salirse del espacio del enjambre o que no puedan converger en la región optima. Para solucionar este problema se han planteado opciones, las cuales se mencionan a continuación:

Limitar la velocidad que puede alcanzar una partícula por medio de la siguiente ecuación.

$$v_{max} = \frac{k(x_{max} - x_{min})}{2} \quad (4)$$

Donde K suele ser un valor entre 0.1 y 1.

Reducción lineal del coeficiente de inercia  $w$ .

$$w_t = (w_{max} - w_{min}) \frac{t_{max} - t}{t_{max}} + w_{min} \quad (5)$$

Donde:

$w_t$ : Coeficiente de inercia en la iteración  $t$ .

$w_{max}$ : Coeficiente de inercia máximo. Es el valor de la primera iteración.

$w_{min}$ : Coeficiente de inercia mínimo. Es el valor de la última iteración.

$t_{max}$ : Número máximo de iteraciones.

### 3.3.2. *Análisis Estructural Método Matricial*

Díaz E. (2015) Define una estructura como un conjunto de elementos presentes en una construcción que son capaces de resistir carga (p.10). conforme a lo anterior dichas estructuras requieren ser sometidas a análisis por medio de modelos matemáticos con el fin establecer un comportamiento y verificar su efectividad ante determinadas acciones del entorno.

El análisis de estructuras mediante métodos matriciales surge ante la necesidad de analizar estructuras complejas sometidas a carga, que por métodos tradicionales serían considerados imposibles o muy dispendioso de solucionar. Dicho método reemplaza la estructura continua por un modelo matemático de elementos estructurales finitos, que permite expresar las propiedades del problema de forma matricial, obteniendo como resultado soluciones discontinuas o discretas que son consideradas como aproximaciones validas. Uno de estos métodos es el método de desplazamientos o de rigidez el cual permite establecer modelos de estructuras compuestas por

vigas sin cambios de sección con un comportamiento de tipo: “elástico, lineal, homogéneo e isotrópico, y las deformaciones de los elementos son pequeñas “(Tena, Arturo, 2007, p.17).

**3.3.2.1. Método de la Rigidez Viga Tridimensional.** El análisis general de un elemento o estructura por medio del método de rigidez parte de establecer la relación entre las fuerzas presentes en el sistema  $[F]$ , las deformaciones  $[U]$  y una matriz de rigidez global  $[K]$  que agrupa los coeficientes de rigidez anexos al problema, como se expresa en la siguiente ecuación.

$$[F] = [K][U] \quad (6)$$

La ecuación anterior es equivalente a la expresión presentada por (Escamilla, 2000, p. 427) que desglosa y resalta los elementos que componen dicha ecuación general para el caso de armaduras o cerchas.

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_a \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} K_{nn} & K_{na} \\ K_{an} & K_{aa} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} U_n \\ U_a \end{bmatrix} \quad (7)$$

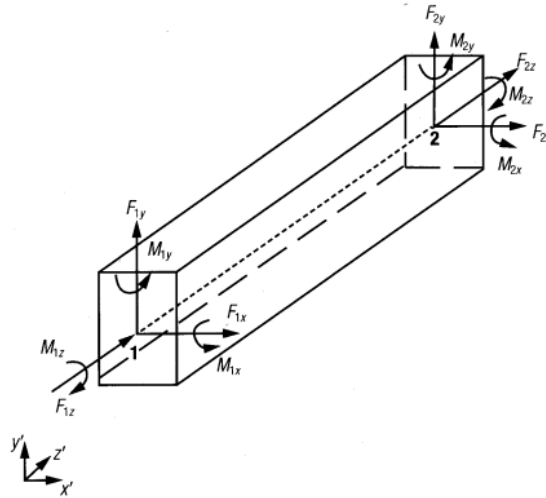
En donde:

$[F_n]$  son las cargas aplicadas.

$[F_a]$  son las reacciones de los apoyos.

$[U_n]$  es el desplazamiento de los nodos libres.

$[U_a]$  es el desplazamiento de los apoyos condicionadas por las condiciones de contorno.

**Figura 11.***Elemento Viga-columna Tridimensional*

*Nota:* La figura representa de manera grafica el caso general de un elemento viga-columna tridimensional.

Para elementos tipo viga tridimensional arbitrariamente orientados como se muestra en la figura 11 se observa que las fuerzas y los desplazamientos en el nodo 1 y el nodo 2 del elemento ubicados en los extremos se encuentran definidos por las ecuaciones (8) y (9) respectivamente:

$$\{F_1\} = \begin{Bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ F_{1z} \\ M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \end{Bmatrix} \quad \{F_2\} = \begin{Bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{2z} \\ M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

$$\{U_1\} = \begin{Bmatrix} U_{1x} \\ U_{1y} \\ U_{1z} \\ \theta_{1x} \\ \theta_{1y} \\ \theta_{1z} \end{Bmatrix} \quad \{U_2\} = \begin{Bmatrix} U_{2x} \\ U_{2y} \\ U_{2z} \\ \theta_{2x} \\ \theta_{2y} \\ \theta_{2z} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

La matriz de rigidez dispuesta para un sistema tridimensional con doce grados de libertad para el caso donde se desprecian las deformaciones por cortante se presenta de la forma:

$$\bar{K}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GK}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GK}{L} & \frac{2EI_{\bar{y}}}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{4EI_{\bar{y}}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_{\bar{z}}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} \\ 0 & \frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_{\bar{z}}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} \\ -\frac{EA}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{z}}}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & -\frac{GK}{L} & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_{\bar{y}}}{L^3} & \frac{GK}{L} & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GK}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GK}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{2EI_{\bar{y}}}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_{\bar{y}}}{L^2} & 0 & \frac{4EI_{\bar{y}}}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_{\bar{z}}}{L} & 0 & 0 & -\frac{6EI_{\bar{z}}}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_{\bar{z}}}{L} & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde:

E: módulo de elasticidad.

G: módulo de rigidez.

A: área de la sección transversal.

$I_z$ : momento de inercia respecto al eje z.

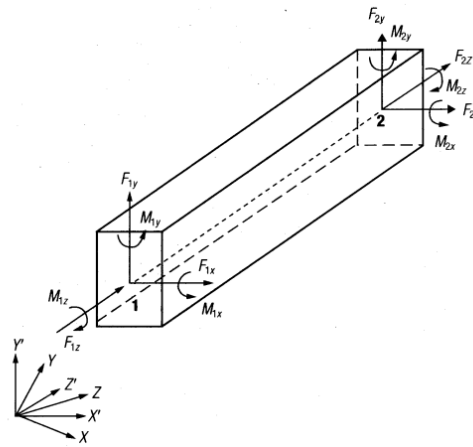
$I_y$ : momento de inercial respecto al eje y.

J: módulo de torsión.

**3.3.2.2. Matriz de Transformación (Rotación).** En estructuras tipo cercha que poseen múltiples vigas arbitrariamente orientadas es necesario establecer un sistema de coordenadas global de referencia el cual permita correlacionar los parámetros obtenidos localmente en cada uno de los elementos, para ello es necesario establecer la matriz de transformación [T] la cual permite el cambio entre sistemas coordenados.

**Figura 12.**

*Elemento Viga-columna Tridimensional*



*Nota:* La figura representa de manera grafica el caso general de un elemento viga-columna tridimensional referenciado tanto en el plano global como en el local. Tomado de Colunga, A. T. (2007).

Para el caso viga-columna tridimensional con coordenadas globales (XYZ) y locales (X'Y'Z') como se muestra en la figura 12 se tiene que la matriz de transformación se encuentra definida por la ecuación 11.

$$[T] = \begin{bmatrix} [\tau] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [\tau] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [\tau] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [\tau] \end{bmatrix} \quad (11)$$

Siendo  $\tau$  una matriz de orden 3 que contiene los cosenos directores que definen los ejes locales en  $X'Y'Z'$  respecto al sistema global XYZ.

$$[\tau] = \begin{bmatrix} l_{oz} & m_{oz} & n_{oz} \\ l_{oy} & m_{oy} & n_{oy} \\ l_{ox} & m_{ox} & n_{ox} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_3 & \cos \beta_3 & \cos \alpha_3 \\ \cos \gamma_2 & \cos \beta_2 & \cos \alpha_2 \\ \cos \gamma_1 & \cos \beta_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Tena A. (2007) basado de las ecuaciones de equilibrio y apoyándose en la matriz de transformación denota las relaciones entre las fuerzas, desplazamientos y la matriz de rigidez bajo un sistema local y su referido en el sistema global.

$$[F] = [T]^T [F'] \quad (13)$$

$$[K] = [T]^T [K'] [T] \quad (14)$$

$$[K] = [T]^T [K'] [T] \quad (15)$$

**3.3.2.3 Matriz Global de Rigidez.** Una viga evaluada en un sistema por medio del método de la rigidez posee una matriz de rigidez local [k] asociada, la cual está dispuesta con referencia a un plano local. En el caso de estructuras compuestas se tiene además una matriz de rigidez global [K] la cual relaciona las matrices locales [k] a partir de su topología.

### 3.3.3. Teoría de la Energía de Distorsión

Según Richard G y J. Keith (2011) la teoría de la energía de distorsión también conocida como teoría de Von Mises plantea que la falla por fluencia se da cuando la deformación de un elemento excede a la resistencia a la fluencia en tensión o en compresión. En otras palabras, plantea

que la fluencia se encuentra relacionada con la distorsión angular de un elemento sometido a esfuerzos.

A partir de la premisa anterior se desarrolla la ecuación 16 que describe el esfuerzo de Von Mises a partir de los esfuerzos triaxiales presentes en un sólido bajo las componentes tridimensionales XYZ. Y la ecuación 17 la cual es una versión reducida en caso de que se tengan esfuerzos planos.

$$\sigma'' = \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

$$\sigma'' = \left[ (\sigma_x)^2 - \sigma_x \sigma_y + (\sigma_y)^2 + 3(\tau_{xy}^2) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (17)$$

Donde:

$\sigma''$  : esfuerzo de Von Mises.

$\sigma_x$  : esfuerzo normal X.

$\sigma_y$  : esfuerzo plano Y.

$\sigma_z$ : esfuerzo plano Z.

$\tau_{xy}$ : esfuerzo cortante plano XY.

$\tau_{yz}$ : esfuerzo cortante plano YZ.

$\tau_{zx}$ : cortante plano ZX.

### 3.3.4. Factor de Seguridad

El factor de seguridad permite evaluar la capacidad de un sistema de brindar los resultados esperados bajo unas condiciones o requerimientos establecidos, para el caso de elementos sometidos a carga relaciona los esfuerzos presentes en el sistema con la resistencia a la fluencia siempre y cuando se busque evitar la plastificación del elemento mediante la ecuación 18.

$$n = \frac{S_y}{\sigma''} \quad (18)$$

Donde

$n$ : factor de seguridad.

$S_y$ : resistencia a la fluencia.

$\sigma$ : esfuerzo de Von Mises.

### 3.3.5. *Cargas Presentes en Estructuras*

Las cargas en una estructura están relacionadas con la fuerza que debe soportar una estructura a lo largo de su vida útil y son producto de la interacción entre los elementos que componen una estructura con el entorno circundante o producto de sus características físicas inherentes, algunas cargas presentes en las estructuras según la normativa NSR98-B son:

**3.3.5.1. Carga Muerta.** La carga muerta está definida por Jack C. (2012) como cargas fijas de magnitud constante presentes en una estructura (p.54). dichas cargas comúnmente están relacionadas con el peso de los componentes que conforman la estructura y son dependientes de su tamaño.

**3.3.5.2. Carga de Viento.** La carga de viento sobre una estructura es de carácter dinámico y es producto de la acción de una masa de aire que se mueve en dirección horizontal y que ejerce una presión a lo largo de las superficies que obstaculizan su trayectoria.

## 4. Metodología

El desarrollo del presente proyecto siguió dos líneas de trabajo: en la primera se desarrolló un modelo computacional utilizando el software MATLAB R2021 que evalúa una estructura

geodésica sometida a cargas muertas de manera que cumpla con los requisitos mínimos de resistencia estructural y cuyo costo tienda a un mínimo global por medio del algoritmo de optimización por enjambre de partículas ; por otra parte, se estableció una metodología de diseño para los demás componentes asociados a este tipo de estructuras geodésicas y se planteó un caso de estudio con el cual se evaluó los resultados obtenidos.

#### **4.1. Modelo Computacional**

El desarrollo del modelo preliminar sigue una secuencia de tipo lineal el cual consta de tres etapas fundamentales como se menciona a continuación y serán desarrolladas en detalle a lo largo del documento.

- Diseño conceptual modelo computacional.
- Diseño en detalle modelo computacional.
- Validación.

##### ***4.1.1. Diseño Conceptual Modelo Computacional***

La presente etapa tiene como objetivo brindar un marco general del modelo propuesto para dar solución al problema, en la cual se establece en primera instancia los datos de entrada requeridos por el sistema que pueden clasificarse en dos grandes grupos: las entradas condicionadas y las entradas paramétricas las cuales resultan por definición la materia prima para realizar el procesamiento de la información y arrojar una serie de resultados en forma de tablas. La figura 13 presenta de manera detallada lo anteriormente mencionado.

Las entradas condicionadas son definidas por el diseñador y establecen un rango de valores que puede tomar una variable con el fin de definir restricciones en diferentes niveles para el procesamiento de datos, un ejemplo de ello es: los límites de frecuencia y número de divisiones que puede tener el modelo geodésico. Las entradas paramétricas por otro lado son producto de la

evaluación de los requerimientos de un problema en concreto, algunos ejemplos son: son el diámetro y la altura de la estructura a diseñar las cuales son definidas por el cliente.

**Figura 13.**

*Esquema General Modelo*



*Nota:* La figura representa de manera grafica la interacción del modelo con el entorno.

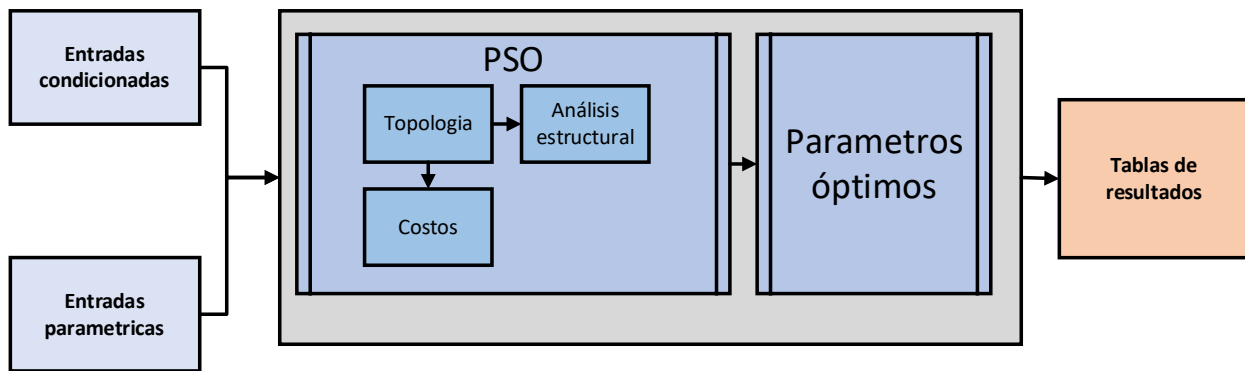
Definido el esquema general del modelo, es necesario establecer los componentes individuales que en conjunto permiten lograr el resultado deseado, en este orden de ideas continuación se listan los elementos más representativos que conforman el procesamiento de datos y mediante la figura 14 se presenta la correlación entre ellos.

- Topología del problema: define un plano global de referencia, establece la posición en el espacio de los diferentes nodos (vértices) que componen la estructura geodésica y la relación entre vértices y barras.
- Análisis estructural: encargado de determinar las reacciones en los apoyos, las deformaciones de los nodos, las cargas internas, los esfuerzos presentes en la estructura y el factor de seguridad mínimo que presenta el sistema.
- Costos: proporciona el costo de materiales aproximado basado en la geometría definida con anterioridad.

- Algoritmo de optimización PSO: minimiza el costo de la estructura restringido por el factor de seguridad mínimo admisible.
- Parámetros óptimos: encargado de recopilar los resultados producto del procesamiento de información realizado por lo demás elementos.

**Figura 14.**

*Esquema General Modelo Computacional*



*Nota:* La figura presenta la relación interna entre los elementos que componen el procesamiento de datos.

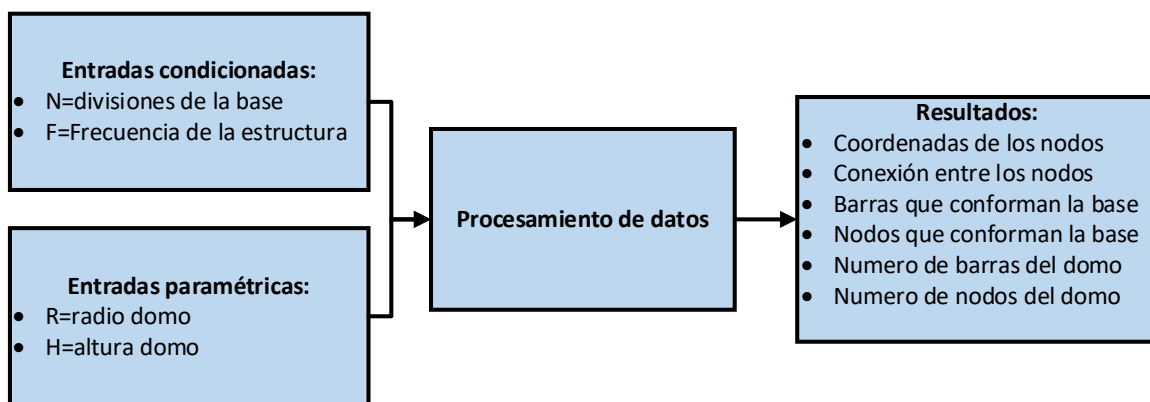
#### **4.1.2. Diseño en Detalle Modelo Computacional**

Dando continuidad a lo anterior en esta etapa se ahondará en los diferentes elementos que constituyen el procesamiento de datos, puntualizando temas como estructura, composición y comportamiento.

**4.1.2.1. Topología del Problema.** Para definir la topología se utilizó una serie de ecuaciones geométricas que describen propiedades de las figuras en un plano o espacio con el fin de simular una estructura tipo cercha con forma de domo geodésico compuesta por nodos y barras en un entorno computacional. La figura 15 presenta la estructura general de la topología puntualizando las variables de entrada y los resultados obtenidos.

**Figura 15.**

*Esquema General Geometría del Problema*

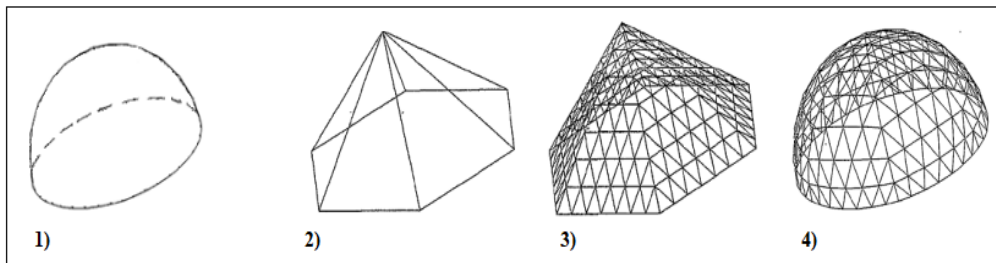


*Nota:* La figura presenta un enfoque sistémico por bloques del modelo geométrico del problema.

El procesamiento de datos a nivel geométrico parte de establecer un sólido de revolución con forma de semi esfera y su posicionamiento en un sistema global de coordenadas 16.1, posteriormente se describe una pirámide inscrita en el sólido anterior 16.2 y se subdivide en porciones pequeñas 16.3, por ultimo los nodos obtenidos de la división de la pirámide en términos de las coordenadas globales XYZ son proyectados a la semi esfera y relacionados mediante triangulación 16.4.

**Figura 16.**

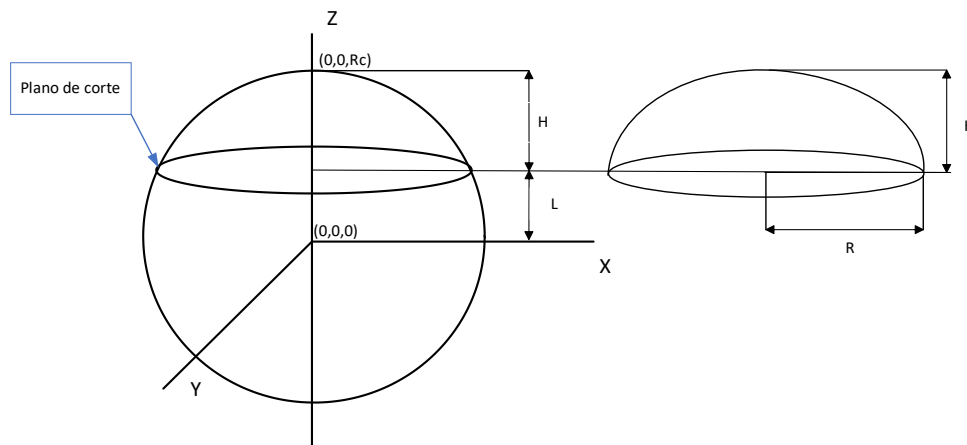
*Representación de la Creación de un Modelo Geométrico*



*Nota:* procedimiento para la creación de un modelo geométrico de una estructura geodésica 1) sólido de revolución 2) pirámide inscrita 3) caras de la pirámide subdivididas 4) proyección del domo. Tomado de Pérez Gutiérrez, C. A. (2018).

El desarrollo de la metodología en términos de su formulación matemática se presentará en los títulos posteriores profundizando en las relaciones más relevantes para el desarrollo del presente documento.

**4.1.2.1.1. Coordenadas Globales y Definición de Superficies Iniciales.** Se establece un sistema global de coordenadas cartesiano tridimensional XYZ y dos elementos: una esfera de radio  $R_c$  con centro en el punto  $(0,0,0)$  y con eje z coincidente con el punto superior de la esfera y un casquete esférico producto del corte de la esfera por un plano secante XY que representa la geometría del domo, lo anteriormente mencionado se puede observar gráficamente en la figura 17.

**Figura 17.***Sistema Coordenado Global y Modelo Preliminar*

*Nota:* Representación del sistema de coordenadas globales y la creación del casquete esférico a partir de una esfera y un plano de corte.

A partir de la relación anterior y los parámetros de entrada de altura **H** y radio del domo **R** se determina el radio **R<sub>c</sub>** de la esfera que contiene el casquete y la distancia **L** entre el plano de corte y el centro de esta, mediante las ecuaciones:

$$R_c = \frac{r^2 + h^2}{2 * h} \quad (19)$$

$$l = R_c - h \quad (20)$$

Donde:

**R<sub>c</sub>**: radio de la esfera.

**l**: distancia entre el centro de la esfera y el plano que la corta.

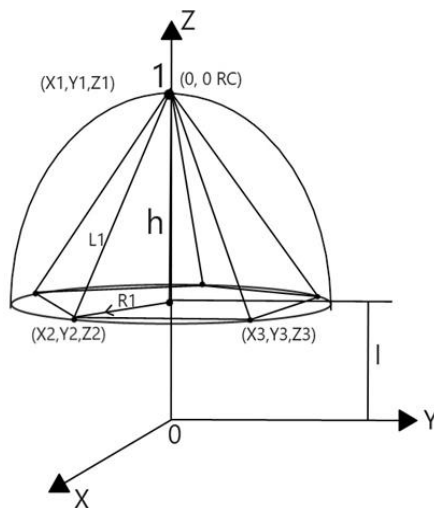
**h**: altura del domo.

**r**: radio de la base del domo.

**4.1.2.1.2. Construcción de la Pirámide Inscrita.** Construir una pirámide inscrita en un casquete geodésico requiere establecer un número de divisiones de la base circular del domo conocidas como (n), ubicada paralela al plano coordenado XY, donde n está restringido por la condición:  $n > 3$ , posteriormente se debe fijar un punto de convergencia en el vértice superior del domo cuyas coordenadas son  $(X_1, Y_1, Z_1) = (0, 0, R_c)$ , por último se realiza el anidamiento o unión de los vértices generando una serie de triángulos isósceles considerados como las caras de la pirámide como se observa en la figura 18.

**Figura 18.**

*Pirámide Inscrita Dentro del Casquete Esférico*



*Nota:* pirámide inscrita en un casquete esférico, con 5 caras.

La obtención de las coordenadas cartesianas de un punto P perteneciente a los vértices de la base como se observa en la figura 19 está dada por las siguientes ecuaciones:

$$X_p = R_c * \cos(\beta) * \text{sen}(\theta) \quad (21)$$

$$Y_p = R_c * \cos(\beta) * \text{sen}(\theta) \quad (22)$$

$$Z_p = R_c * \text{sen}(\beta) = l \quad (23)$$

$$\theta = \frac{(2 * \pi)}{n} * (v - 1) \quad (24)$$

$$\beta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{l}{R_c}\right) \quad (25)$$

Donde:

$\theta$ : es el ángulo formado por el eje polar y el punto P.

$\beta$ : es el ángulo que se forma entre el origen y los puntos inscritos en la base.

$R_c$ : es el radio de la esfera inscrita.

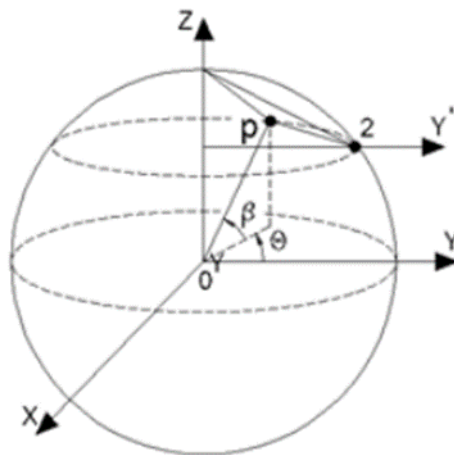
$l$ : es la distancia entre el centro de la esfera y la base del casquete esférico.

$v$ : es un entero positivo entre 1 y n que representa el punto P en la base a evaluar.

$n$ : número de divisiones de la base.

### Figura 19.

#### *Pirámide Inscrita Dentro del Casquete Esférico*



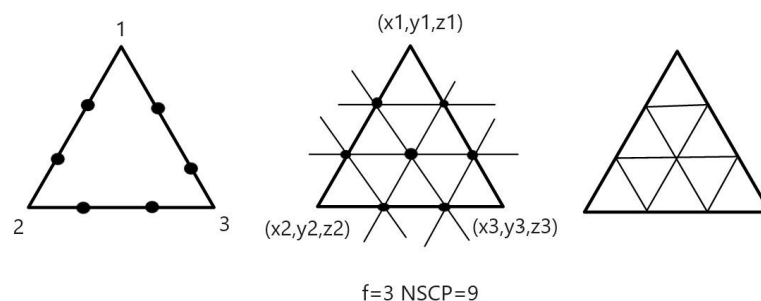
*Nota:* coordenadas cartesianas de un punto p a partir de los ángulos  $\beta$  y  $\alpha$ . Tomado de Pérez Gutiérrez, C. A. (2018).

**4.1.2.1.3. División de las Caras de la Pirámide.** Para obtener una pirámide subdividida se toma cada sección triangular que conforma el elemento por separado, con el fin de aplicar el método denominado por A.H Nayfeh y M.S Hefzy como desglose alternativo que permite generar una serie de nodos y conexiones que describen la geometría de una pirámide seccionada a partir de la aplicación del método en cada una de sus caras.

De manera general el desglose alternativo consiste en subdividir las caras del triángulo 1,2,3 por un valor  $f$  comúnmente denominado frecuencia y luego trazar un número de líneas paralelas a los lados del triángulo coincidentes con los puntos o divisiones de los lados observado de manera gráfica en la figura 20, generando así un número de superficies en una cara de la pirámide (NSCP).

**Figura 20.**

*Representación de las Divisiones en Cada Lado de la Pirámide*



*Nota:* división de un triángulo en 9 segmentos simétricos con una frecuencia de 3.

Conforme a lo anterior el método utiliza las coordenadas globales de los puntos 1,2,3 para generar nuevos nodos con coordenadas  $(X_{ij}, Y_{ij}, Z_{ij})$  por medio de las ecuaciones 26, 27 y 28 utilizadas por autores como Pérez Gutiérrez (2018), Nayfeh & Hefsy (1979) y Clinton (1971).

$$x_{IJ} = X_1 + I * \left( \frac{X_2 - X_1}{f} \right) + J * \left( \frac{X_3 - X_2}{f} \right) \quad (26)$$

$$Y_{IJ} = Y_1 + I * \left(\frac{Y_1}{f}\right) + J * \left(\frac{Y_3 - Y_2}{f}\right) \tag{27}$$

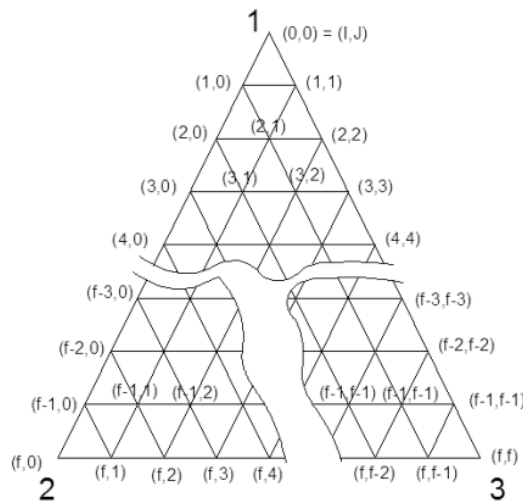
$$Z_{IJ} = Z_1 + I * \left(\frac{Z_2 - Z_1}{f}\right) + J * \left(\frac{Z_3 - Z_2}{f}\right) \tag{28}$$

Donde: I y J son números enteros que oscilan entre 0 y f y corresponden a una propiedad de posición del vértice evaluado en el marco local.

La figura 21 representa lo anteriormente dicho y resalta la estructura general de la pirámide subdividida.

**Figura 21**

*Numeración de Vértices en Función de las Variables I y J*

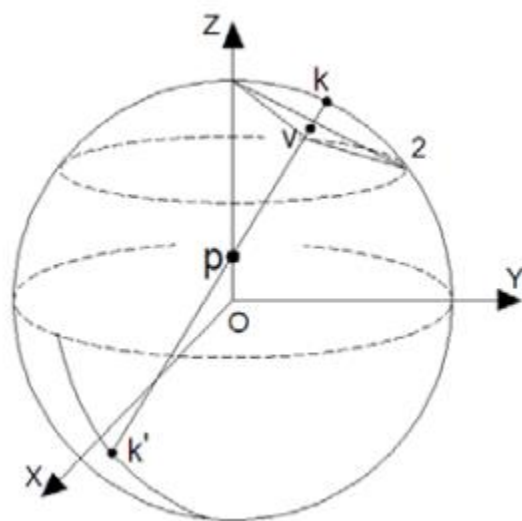


*Nota:* Numeración de vértices en función de las variables I y J. Tomado de Nayfeh, A. H., & Hefsy, M. S. (1979).

**4.1.2.1.4. Proyección de los Nodos en la Esfera.** La figura 22 es una representación gráfica del proceso de proyección de un punto  $k$  en la esfera con coordenadas cartesianas  $(X_k, Y_k, Z_k)$  a partir de: las coordenadas  $(X_v, Y_v, Z_v)$  de los nodos del triángulo inscrito y un punto de proyección  $P((X_p, Y_p, Z_p))$ .

**Figura 22.**

*Proyección de un Punto Sobre una Superficie Esférica*



*Nota:* Proyección de un punto sobre una superficie esférica. Tomado de: Pérez Gutiérrez, C. A. (2018).

Conrado A. Pérez (2018) a partir de lo anterior plantea una metodología de solución basándose en la ecuación cartesiana de la esfera 29 y las ecuaciones paramétricas de la línea de proyección 30, 31 y 32.

$$(X_k - X_o)^2 + (Y_k - Y_o)^2 + (Z_k - Z_o)^2 = RC^2 \quad (29)$$

$$X_k = X_p + t * (X_v - X_p) \quad (30)$$

$$Y_k = Y_p + t * (Y_v - Y_p) \quad (31)$$

$$Z_p = Z_p + t * (Z_v - Z_p) \quad (32)$$

Donde:

$t$ : es un indicador de la ubicación del segmento de línea de proyección P-V.

$(X_k, Y_k, Z_k)$ : son las coordenadas del punto proyectado en la esfera.

$(X_0, Y_0, Z_0)$ : son las coordenadas del centro de la esfera en el plano cartesiano (0,0,0).

$(X_p, Y_p, Z_p)$ : son las coordenadas del punto de proyección seleccionado (0,0, 1).

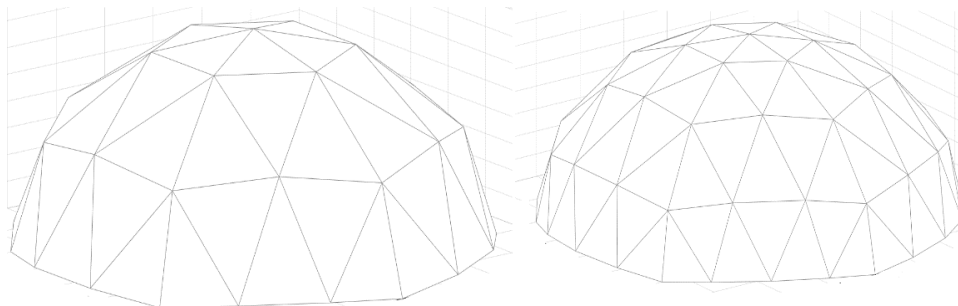
El apéndice A expone el procedimiento empleado en base a las ecuaciones presentadas anteriormente junto con la expresión cuadrática planteada para determinar  $t$  y una serie de condicionales basados en el discriminante  $D$  que permiten generar como resultado punto proyectado  $K$  con sus respectivas coordenadas.

Obtenidos los puntos o vértices que conforman el domo a lo largo de la superficie esférica se aplica un procedimiento conocido como triangulación en un marco bidimensional  $X Y$  el cual pretende conectar puntos arbitrarios en forma de triangulo, con la condición de que ningún punto debe estar contenido en una circunferencia circunscrita en cada triangulo y sin que las aristas que unen los vértices se crucen Deloné, B. (1934) y Romero & Barrón (2016).

Obteniendo las conexiones entre vértices y logrando definir el modelo en su totalidad como se muestra en la figura 23.

### Figura 23.

*Modelo Domo Geodésico Obtenido con Frecuencia 3 y 4*

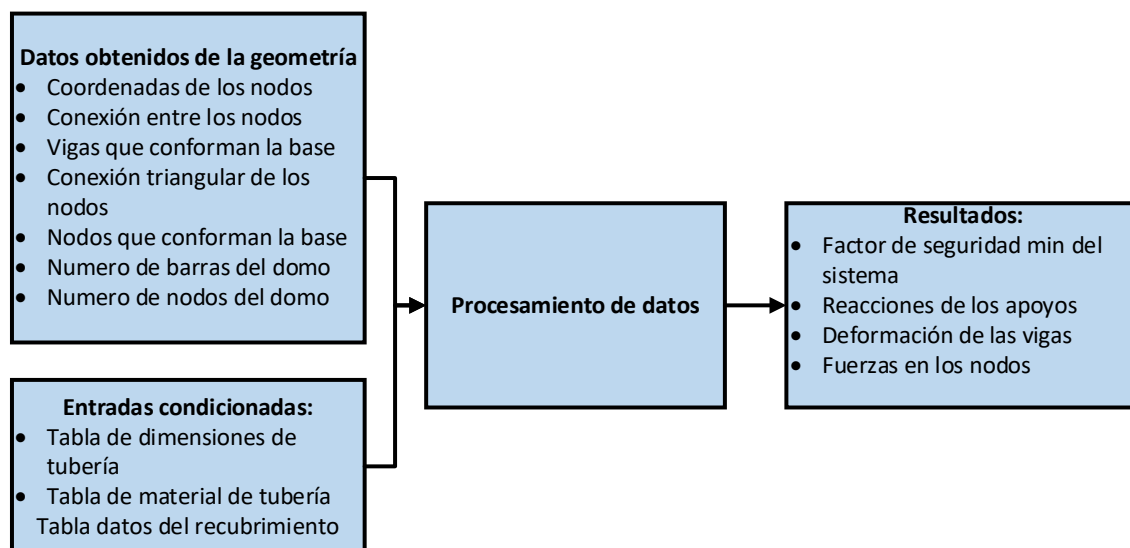


*Nota:* modelo domo geodésico obtenido Frecuencia 3 y frecuencia 4.

**4.1.2.2. Análisis Estructural.** La composición del modelo generado se observa en la figura 24 la cual describe mediante un enfoque sistémico el análisis de comportamiento para un sistema tipo cercha tridimensional geodésica compuesta por vigas sometida a carga utilizando el método de elementos finitos y estableciendo el factor de seguridad mínimo presente en el sistema mediante el método de Von Mises.

**Figura 24.**

*Esquema General Elementos Finitos*



*Nota:* La figura presenta un enfoque sistémico por bloques del modelo de elementos finitos.

El procesamiento de datos consistió en la caracterización general de las estructuras geodésicas en términos de: las condiciones de contorno y las cargas presentes en el sistema, posteriormente se aplicó el método de la rigidez para elementos tipo viga con 12 grados de libertad expuesto en el capítulo 3.3.2, mediante la biblioteca CALFEM versión 3.6 introducida en el capítulo 3.2.2. con el fin de obtener las reacciones en los apoyos, la deformación en las vigas y los

esfuerzos de cada viga, además se adaptó el método de Von Mises para el cálculo del factor de seguridad en toda la estructura nombrado en el capítulo 3.3.4.

**4.1.2.2.1. Consideraciones y Restricciones.** Basados en el enfoque tomado por la investigación, el cual se centra en el diseño de estructuras tipo glamping y las limitaciones de los modelos utilizados. Se establecieron una serie consideraciones para tener en cuenta al momento de modelar computacionalmente el análisis estructural, las cuales son listadas a continuación:

- Las estructuras de tipo glamping comercialmente no exceden los 10 metros de altura y 20 metros de diámetro por tanto los cálculos están restringido a dichas dimensiones.
- El análisis estructural está limitado al análisis de materiales dúctiles.
- Basados en la norma NSR-98 se establece que las cargas a considerar en la presente investigación son de tipo carga muerta producto de la masa de los miembros estructurales y del recubrimiento del entramado.
- La geometría de las vigas a considerar es de tipo: tubería circular.

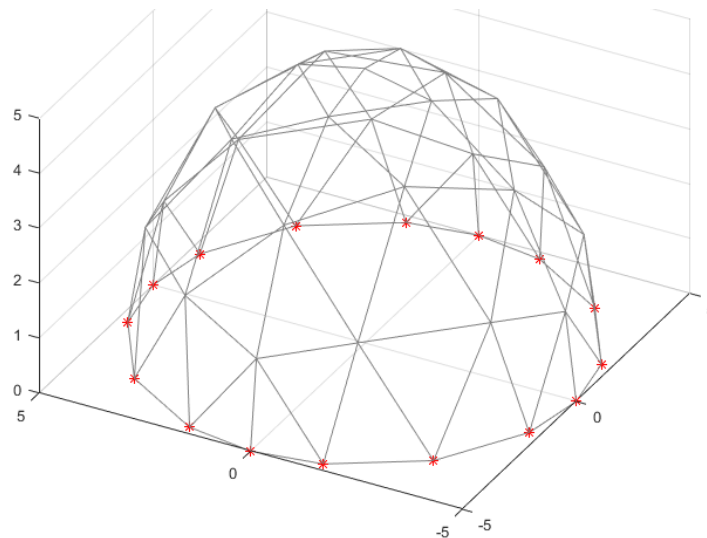
**4.1.2.2.2. Condiciones de Contorno.** Las condiciones de contorno establecen las restricciones globales del sistema en términos de los grados de libertad de uno o varios nodos, producto de la oposición de un elemento al movimiento de este.

Para el caso particular estudiado se estableció una condición de empotramiento a lo largo de los nodos de la base produciendo una restricción de 6 grados de libertad por cada nodo.

La figura 25 muestra los diferentes puntos de apoyo presentes en la estructura geodésica resaltados en color rojo.

**Figura 25.**

*Apoyos Presentes en los Domos Geodésicos*



*Nota:* domo geodésico con puntos de apoyo resaltados en rojo.

**4.1.2.2.3. Cargas Presentes en el Sistema.** Según la norma NSR-98 numeral B que dictamina parámetros mínimos para edificaciones a nivel de cargas se debe hacer uso de la combinación B-2-5-1 de la presente norma teniendo en cuenta que las cargas consideradas en la presente investigación son de tipo carga muerta, producto de la masa de los miembros estructurales y del recubrimiento del entramado.

El numeral B-2-5-1 establece que: “las estructuras de acero y sus componentes deben diseñarse de manera tal que sus resistencias de diseño excedan los efectos de las cargas mayoradas de acuerdo con la combinación: “(Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica, 1998).

$$Cd = 1.4 * D \tag{33}$$

Donde Cd: es la carga de diseño.

Donde D: es la carga muerta que soporta el sistema.

Adicionalmente se consideró que la carga total del sistema se encuentra repartida a lo largo de toda la estructura y que cada viga del entramado soporta su propio peso y un valor parcial de carga del recubrimiento en forma de una carga distribuida a lo largo de su longitud.

Con objeto de obtener los pesos aproximado de la estructura se calculó la masa de cada elemento presente en el sistema mediante la correlación existente entre densidad, masa y volumen basado en la ecuación:

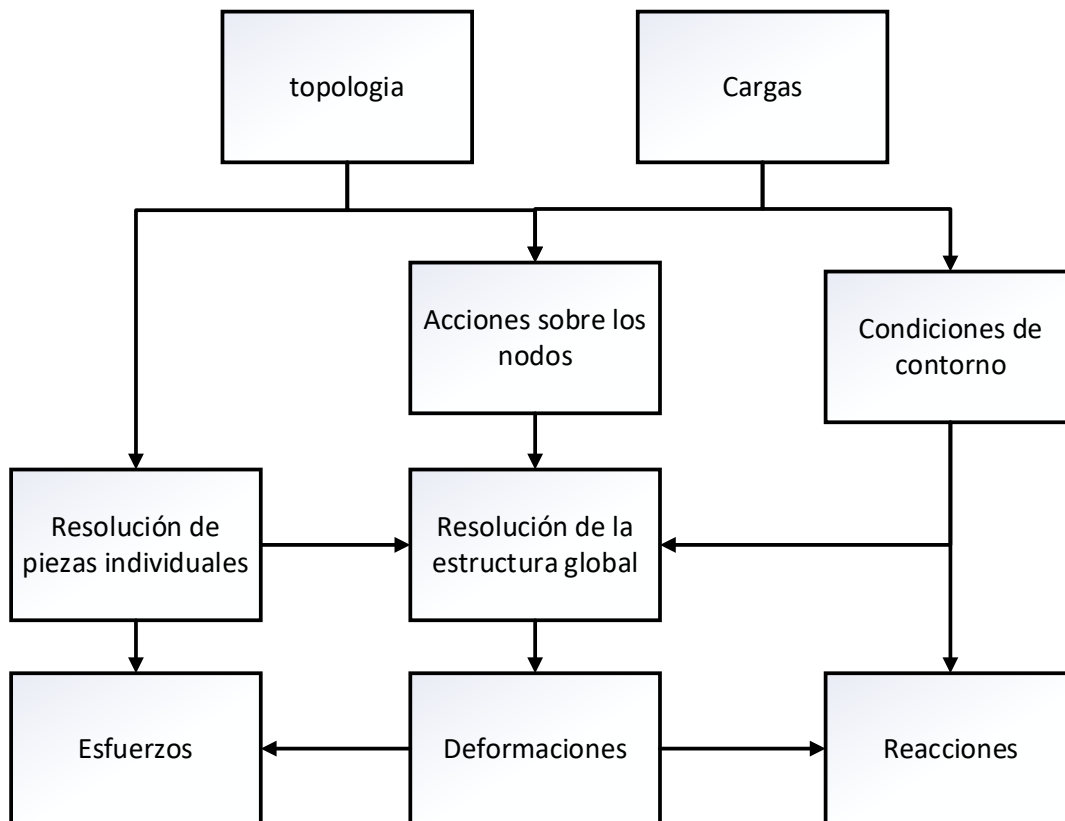
$$Densidad = \frac{masa}{volumen} \quad (34)$$

Se obtuvo la distribución de carga del recubrimiento a lo largo de las vigas de soporte mediante el análisis de cargas tributarias de losas triangulares uniformemente repartidas propuesta por Oreste Moreto.

**4.1.2.2.4. Método de la Rigidez.** Se aplicó el método de la rigidez generando una serie de ecuaciones de manera sistemática y ordenada en el entorno digital de Matlab obteniendo como resultado soluciones discontinuas o discretas que son consideradas validas, haciendo uso de la biblioteca CALFEM, la figura 26 resumen el procedimiento utilizado para resolver problemas mediante el método de la rigidez.

**Figura 26.**

*Metodología para Solución de Problemas por el Método de la Rigidez*



*Nota:* método directo rigidez.

**4.1.2.2.5. Factor de Seguridad.** La metodología utilizada para el cálculo de factor de seguridad mínimo en la estructura mediante el método de Von Mises parte de un análisis local de cada viga seccionada en  $N$  segmentos.

Para cada segmento de viga se determinó el punto de momento máximo resultante el cual es el mayor generador de esfuerzos normales, en base a lo anterior se estableció el punto crítico y las condiciones de esfuerzo normal y esfuerzo cortante necesarios para aplicar posteriormente la teoría de Von Mises y la ecuación para el cálculo del factor de seguridad.

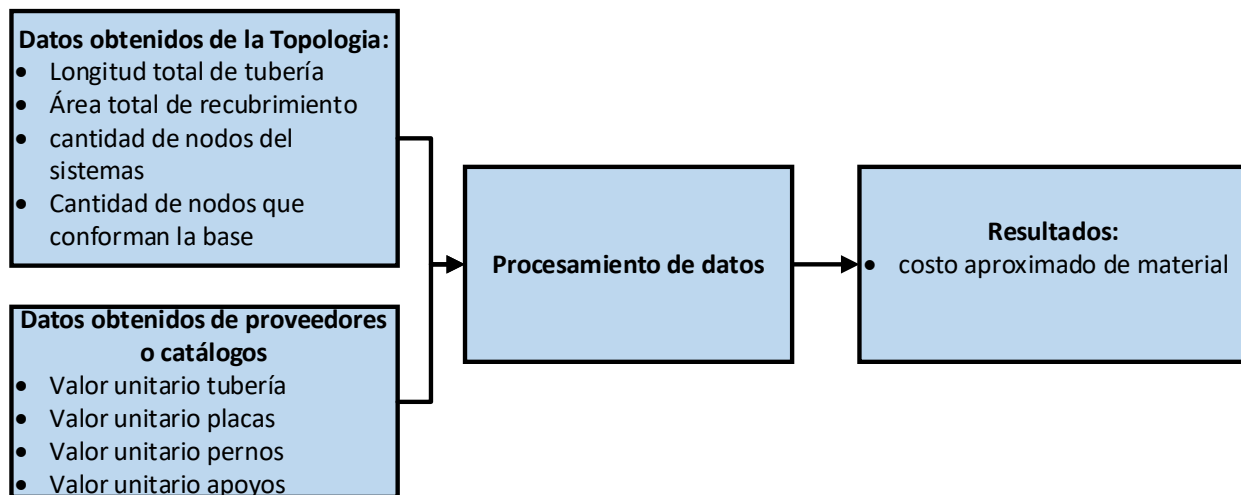
Con lo anterior se logró establecer la viga que contiene la sección más probable a fallar dentro de la estructura y el valor correspondiente de su factor de seguridad el cual representa a su vez el factor de seguridad mínimo presente en la estructura.

#### 4.1.2.3. Costos

El modelo de costo empleado representa una aproximación al costo total de los materiales requeridos para la construcción del domo geodésico, utilizando como referente una tabla paramétrica que describe la relación entre el producto y el costo unitario basada en la información proporcionada por los fabricantes y/o distribuidores y datos obtenidos de la geometría, como se muestra en la figura 27.

**Figura 27.**

*Esquema General Costos*



*Nota:* La figura presenta un enfoque sistémico por bloques del modelo de costos.

El procesamiento de datos para generar un presupuesto se rige por la siguiente ecuación:

$$costo = [(V_t * L_t + V_r * A_r) * K + (V_{perno} * N_{pernos}) + (V_{apoyos} * N_{apoyos})] * Ki \quad (35)$$

Donde:

$V_t$  : valor unitario tubería por metro.

$L_t$  : longitud total de tubería.

$V_r$  : valor unitario del recubrimiento en metros cuadrados.

$A_r$  : Área total del recubrimiento.

$V_{perno}$ : Valor unitario de los pernos comerciales.

$N_{pernos}$ : Cantidad de nodos en el sistema.

$N_{apoyos}$ : Cantidad de nodos en la base del sistema.

$V_{apoyos}$ : Valor unitario de los apoyos en el sistema.

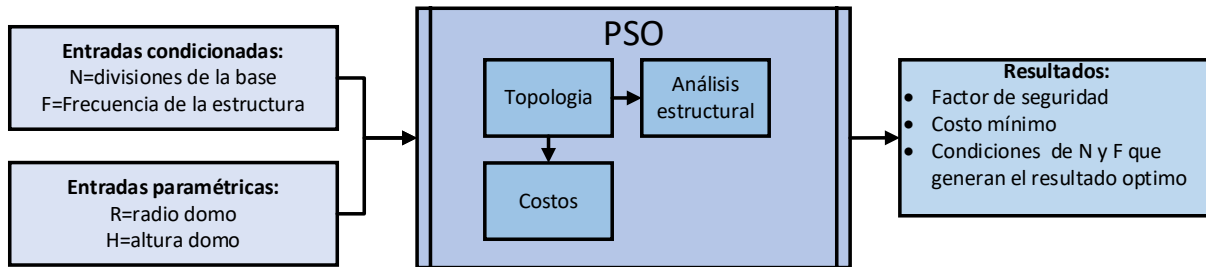
$K$  : Factor de desperdicio de material (20%).

$K_i$  : Imprevistos (20%).

*costo* : Costo aproximado de material.

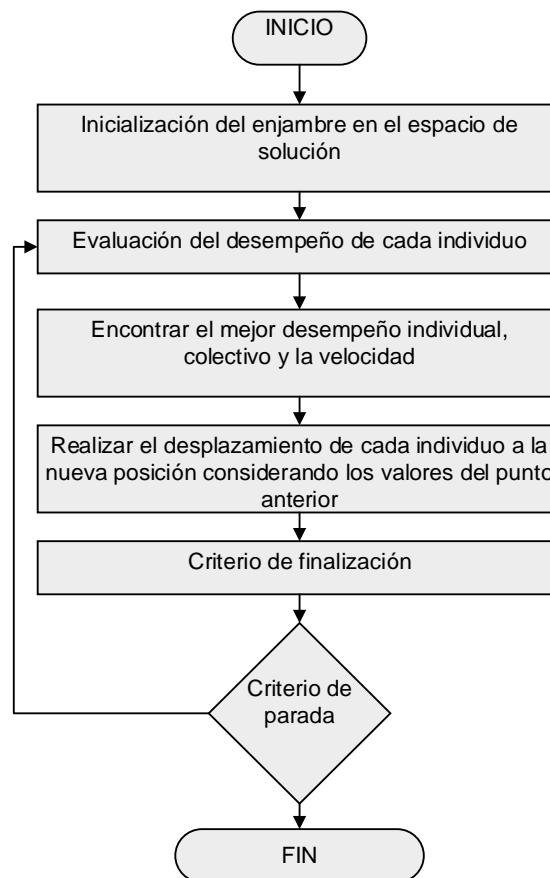
**4.1.2.4. Algoritmo de Optimización PSO.** Se implemento el algoritmo de optimización por enjambre de partículas conocido como PSO por sus siglas en ingles en un espacio de búsqueda bidimensional, con el fin de determinar la configuración topológica con factor de seguridad mayor al mínimo admisible que posee un valor de costo mínimo.

La figura 28 presenta un esquema general del algoritmo de optimización en la cual se relacionan los parámetros de entrada el procesamiento de los datos dentro del algoritmo de optimización apoyando de los modelos computacionales que establecen la topología, los costos y el análisis estructural, y los resultados obtenidos.

**Figura 28.***Esquema General PSO*

*Nota:* La figura presenta un enfoque sistémico por bloques del modelo de optimización PSO.

La figura 29 resume la estructura general del algoritmo de optimización implementado en el presente proyecto el cual se basa en el modelo presentado por Kennedy. J & Eberhart (1995),

**Figura 29.***Esquema General Metodología Utilizada en el PSO*

*Nota:* La figura presenta la metodología utilizada por el método de optimización PSO para encontrar valores mínimos o máximos óptimos.

utilizando como criterio de parada un límite en el número de iteraciones aplicadas por el algoritmo.

**4.1.2.4.1. Espacio de Búsqueda.** El espacio de búsqueda es de carácter bidimensional y lo conforman las entradas condicionadas de frecuencia y numero de divisiones, además se condicionan los limites superior e inferior de estos valores que funcionan como restricción del espacio de búsqueda general.

**4.1.2.4.2. Posición.** Las posiciones iniciales de las partículas se establecieron generando números enteros aleatorios uniformemente distribuidos dentro de los limites definidos en el espacio de búsqueda para las variables de frecuencia y numero de divisiones.

La actualización de la posición en instante de tiempo  $t+1$  está vinculada a la ecuación 36.

$$X_i(t + 1) = X_i(t) + V_i(t + 1) \quad (36)$$

Donde:

$X_i(t + 1)$ : la posición en un instante  $t+1$ .

$X_i(t)$ : la posición en un instante  $t$ .

$V_i(t + 1)$ : la velocidad en un instante  $t+1$ .

**4.1.2.4.3. Velocidad de la Partícula.** La velocidad inicial de las partículas iniciales es igual a 0 para el instante de tiempo  $t=0$ , donde  $t$  describe el número de iteraciones realizadas por el algoritmo.

La actualización de velocidad en un instante de tiempo  $t+1$  está relacionada a la ecuación 37 utilizada por autores como Maurice Clerc (2006) y Juaquin. Q et all (2006).

$$V_i(t + 1) = w * V_i(t) + C_1 * (P_i(t) - X_i(t)) + C_2 * (G_i(t) - X_i(t)) \quad (37)$$

Donde:

V: Es la velocidad evaluada en un instante de tiempo t.

W: Es una constante de inercia.

C1 y C2: Son constantes de aceleración.

G: El óptimo global.

P: El óptimo local que posee la partícula.

X: La posición en el instante t.

Teniendo en cuenta la naturaleza del problema el cual posee un espacio de búsqueda en el orden de los enteros con una amplitud limitada se establece un valor de inercia y aceleración equivalente a 1.

**4.1.2.4.4. Restricciones.** El factor de seguridad obtenido mediante el análisis estructural funciona como una restricción para el algoritmo de optimización. Implementado mediante la penalización de la función objetivo con un término adicional que castigue a las partículas que incumplen la restricción.

Para el caso particular se estableció que: en caso de incumplir la restricción la función objetivo automáticamente tiende a infinito siendo descartada en la búsqueda de un mínimo global.

**4.1.2.5. Parámetros Óptimos.** Este fragmento del modelo computacional compila toda la información obtenida por los demás modelos y los presenta de manera concisa priorizando lo esencial para el proceso constructivo como lo es: el costo aproximado de los materiales, la cantidad de apoyos requeridos, las dimensiones de las diferentes placas de recubrimiento, las dimensiones de la estructura tipo cercha y las conexiones entre perfiles.

#### **4.1.3. Validación PSO**

Con el fin de verificar los datos obtenidos por el modelo de optimización por enjambre de partículas se generaron todas las posibles soluciones del modelo de costos presentes en el espacio bidimensional restringido de frecuencia y número de divisiones, junto con su respectivo valor de factor de seguridad, con lo anterior se determinó cual es el valor mínimo de costo de materiales del problema.

Se confrontaron los resultados obtenidos y se verificó que el PSO minimizara la función objetivo hasta un mínimo global.

#### **4.2. Diseño en Detalle Estructura Geodésica**

Las estructuras geodésicas utilizadas en la actividad comercial conocida como glamping se subdivide en tres elementos esenciales: La cubierta, encargada de brindar confort a las personas hospedadas, el entramado tipo cercha compuesta por tubería estructural junto con los elementos de sujeción entre perfiles que se encargan de soportar la carga existente dentro del sistema y los apoyos, encargados de restringir el movimiento de dicha estructura y fijarla al suelo.

A partir de lo anterior se desarrolló una metodología para efectuar el diseño en detalle basada en cinco pilares fundamentales:

- Especificaciones de diseño.
- Dimensionamiento de la estructura tipo cercha.

- Dimensionamiento de la cubierta.
- Diseño Elementos de sujeción o empalme entre vigas.
- Diseño apoyos estructurales.

#### ***4.2.1. Especificaciones de Diseño***

En primer lugar, se establecieron las especificaciones de diseño las cuales son suministradas tanto por el cliente como por el diseñador según corresponda, y son las siguientes:

- Diámetro de la estructura.
- Alto de la estructura.
- Materia de los tubos.
- Tipo de tubería.
- Material del recubrimiento.
- Tipo de recubrimiento.
- Costos asociados a los elementos que conforman la estructura.

#### ***4.2.2. Dimensionamiento de la Estructura***

Utilizando los parámetros de entrada mencionados y aplicando el modelo computacional desarrollado en la primera fase, se determinó la configuración estructural capaz de resistir las cargas muertas presentes en el sistema cuyo valor de costo de material es mínimo. Adicionalmente se obtuvo las dimensiones generales de las vigas y el recubrimiento para el montaje, la cantidad de uniones requeridas y el modo de conexión. Brindando un panorama que abarca el dimensionamiento de la estructura tipo cercha y el dimensionamiento de la cubierta.

#### ***4.2.3. Elementos de Sujeción***

Como elemento de sujeción o empalme entre vigas que componen la estructura tipo cercha se utilizó un perno cuyo diámetro es calculando mediante una metodología basada en un código

en Matlab que implementa el método de elementos finitos (FEM) para obtener el estado de cargas sobre cada nodo común entre elementos del domo.

El modelo de elementos finitos se basó en la descomposición del domo geodésico en elementos triangulares y la asignación de propiedades mecánicas a cada elemento. A partir de este modelo, se generó una malla que permitió discretizar el domo en nodos y elementos finitos. Una vez generada la malla, se ejecutó el código en Matlab para obtener el estado de cargas en cada nodo común de los elementos.

Una vez obtenido el estado de cargas en cada nodo común de los elementos, se evaluaron los máximos en cada nodo, obteniendo un vector de diámetros posibles para el perno. Para ello se evaluaron individualmente cada conexión de las barras convergentes a cada nodo, en donde se pueden tener casos de 3, 4, 5 y hasta 10 fuerzas, es decir, que a un mismo nodo llegan hasta 10 barras que generan diferentes cargas de corte sobre el nodo, dichas cargas representan diferentes valores críticos los cuales dependiendo de la distribución de las barras generan un corte doble o corte sencillo sobre el perno, sin embargo, para evitar errores en la disposición se evaluó la configuración más conservativa.

De todos los nodos evaluados se selecciona el diámetro de mayor valor al representar el más crítico del sistema garantizando la resistencia del perno en todas las condiciones de carga a lo largo de la estructura.

La aplicación de esta metodología garantiza la resistencia del perno y evita posibles fallas en la unión de las barras del domo geodésico.

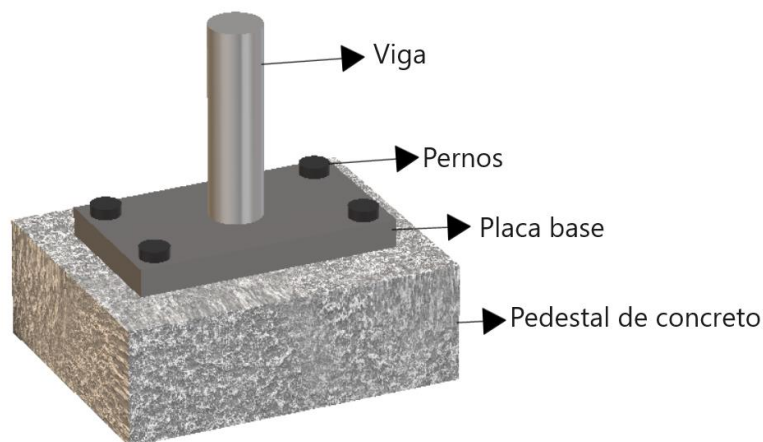
#### ***4.2.4. Apoyos de la Estructura***

En este apartado se presenta la metodología para para el diseño de los apoyos estructurales del domo geodésico utilizando como referentes la norma AISC 360-10 y la norma ACI 318.

Los apoyos estructurales del problema están compuestos de los siguientes elementos: una placa base, un pedestal de concreto y pernos que unen la placa al pedestal como se muestra en la figura 30.

**Figura 30.**

*Elementos de Conforman los Apoyos*



Para el diseño del pedestal de concreto y la placa que base se estableció como parámetros de entrada: el espesor de la viga, el diámetro exterior de la viga y el diámetro del perno de acoplamiento, esfuerzo de fluencia del material de la placa, resistencia del concreto, fuerza normal y Momento del cuerpo.

Se calculo el ancho y el largo de la placa base utilizando las siguientes ecuaciones:

$$N = D_e + (8 * D_p) + 3,2 \quad (38)$$

$$B = \epsilon + (8 * D_p) + 3,2 \quad (39)$$

Donde:

$D_e$ : Diámetro de la viga.

$D_p$ : Diámetro de los pernos.

$N$ : Largo de la placa base.

$B$  : Ancho de la placa base.

$\epsilon$ : Espesor.

Posteriormente se diseñó el pedestal de concreto basado en los parámetros mínimos de diseño presentados en la norma ACI 318.

Para el cálculo del mínimo espesor de la placa base fue necesario evaluar su excentricidad y confrontarla con su valor crítico, con el fin de determinar si se encuentra bajo momentos grandes o pequeños, posteriormente se calculó la longitud de soporte, la capacidad de compresión y el espesor mínimo requerido con las siguientes ecuaciones:

$$m = 0.8 * D_e \quad (40)$$

$$Y = N - 2 * \frac{M}{F_n} \quad (41)$$

$$Fp_{max} = \frac{F_n}{B * Y} \quad (42)$$

Donde:

$m$ : espesor mínimo requerido.

$Y$ : longitud de soporte.

$Fp_{max}$ : capacidad de compresión.

$F_n$ : Fuerza normal o carga axial.

$M$ : Momento.

Por último, el espesor de la placa se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$\epsilon_p = 2,11 * \frac{\sqrt{Fp_{max} * Y * (m - \frac{Y}{2})}}{F_y} \quad (43)$$

Una vez terminado el proceso de dimensionamiento de la placa base y del pedestal de concreto se estipulo una profundidad del anclaje y mediante la evaluación de diversos factores como lo es la resistencia nominal al desprendimiento debido a la tensión del concreto o la resistencia de los pernos a cortante se verifica la efectividad de este.

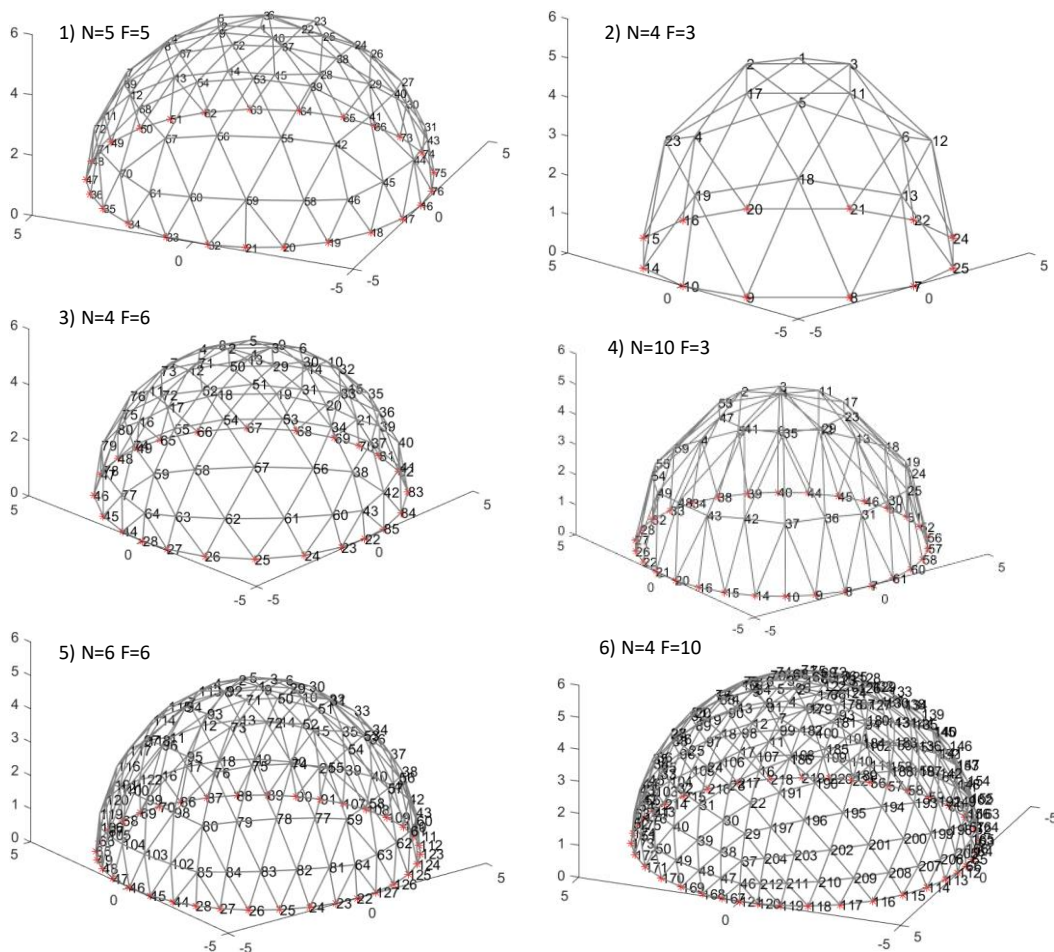
## **5. Resultados y Conclusiones**

### **5.1. Resultados**

Esta sección presenta los resultados obtenidos a partir de la metodología propuesta anteriormente, resaltando en primer lugar aspectos del modelo computacional seccionado en los diferentes elementos que lo constituyen. Posteriormente se procede a revisar el caso de estudio y se presentan los resultados de este

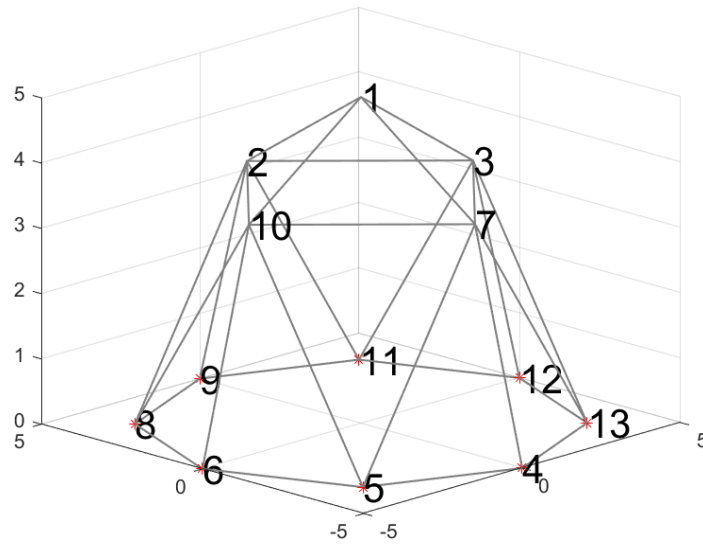
#### ***5.1.1. Modelo Computacional***

**5.1.1.1. Topología.** El modelo topológico entrega en primera instancia un gráfico que contiene la estructura general del domo geodésico junto con la numeración de los nodos y resaltando los nodos vinculados a los apoyos con un color rojo. Un ejemplo de ello es la figura 31 la cual contiene una serie de estructuras geodésicas de diámetro y altura iguales a 5 y con frecuencia y numero de divisiones variable, formadas mediante el modelo anteriormente mencionado.

**Figura 31.***Modelo Gráfico Topología.*

*Nota:* resultados gráficos topología de múltiples domos geodésicos de diámetro y altura igual a 5 con frecuencia (F) y número de divisiones (N) variable.

Adicionalmente el modelo entrega una serie de matrices de dimensión variable dependiendo de los parámetros iniciales a utilizar, que enuncian: los nodos que conforman la base, los nodos vinculados a cada una de las barras y las posiciones de los nodos en el espacio tridimensional x y z. La figura 32 junto con las tablas 1 2 y 3 respectivamente enuncian a manera de ejemplo para visualización los resultados obtenidos al aplicar un modelo de altura y radio iguales a 5, con un número de divisiones igual a 4 y una frecuencia con valor de 2.

**Figura 32.***Modelo Gráfico Topología*

*Nota:* resultados gráficos topología domo geodésico.

**Tabla 1**

*Coordenadas de los Nodos que Conforman la Base de la Estructura Geodésica.*

Nodo	Coordenadas		
	X	Y	Z
4	0	-5	0
5	-3.53553391	-3.53553391	0
6	-5	0	0
8	-3.53553391	3.53553391	0
9	0	5	0
11	3.53553391	3.53553391	0
12	5	0	0
13	3.53553391	-3.53553391	0

*Nota:* Esta tabla muestra los nodos numerados que contienen los apoyos estructurales en el domo geodésico junto con sus respectivas coordenadas.

**Tabla 2***Nodos Vinculados a Cada una de las Vigas de la Estructura Geodésica.*

<b>Barra</b>	<b>nodo 1</b>	<b>nodo2</b>
1	1	2
2	1	3
3	1	7
4	1	10
5	2	3
6	2	8
7	2	9
8	2	10
9	2	11
10	3	7
11	3	11
12	3	12
13	3	13
14	4	5
15	4	7
16	4	13
17	5	6
18	5	7
19	5	10
20	6	8
21	6	10
22	7	10
23	7	13
24	8	9
25	8	10
26	9	11
27	11	12
28	12	13

*Nota:* Esta tabla muestra los nodos vinculados a las vigas que conforman la estructura.

**Tabla 3***Posiciones de los Nodos en el Espacio Tridimensional x y z.*

Nodo	Coordenadas		
	X	Y	Z
1	0	0	5
2	0	3.53553391	3.53553391
3	3.53553391	0	3.53553391
4	0	-5	0
5	-3.53553391	-3.53553391	0
6	-5	0	0
7	0	-3.53553391	3.53553391
8	-3.53553391	3.53553391	0
9	0	5	0
10	-3.53553391	0	3.53553391
11	3.53553391	3.53553391	0
12	5	0	0
13	3.53553391	-3.53553391	0

*Nota:* Esta tabla muestra las coordenadas globales definidas para cada nodo presente en la estructura.

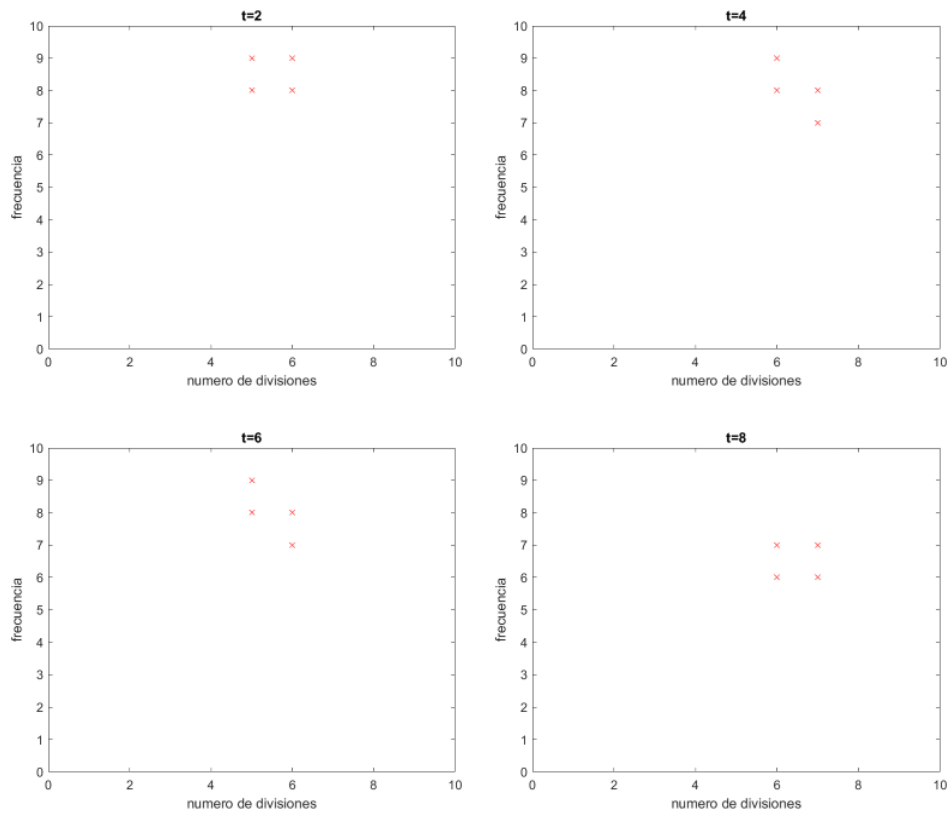
**5.1.1.2. Análisis Estructural.** Del análisis estructural se genera una matriz de fuerzas resultantes en los apoyos de dimensiones  $M \times 1$  donde  $M$  está dado por la cantidad de apoyos que se tengan multiplicado por los seis grados de libertad que restringe cada uno al encontrarse empotrados, adicionalmente genera un valor mínimo del factor de seguridad presente en la estructura. Para ver un ejemplo de los datos obtenidos por el modelo computacional enfocado al análisis estructural remítase al apéndice 2.

**5.1.1.3. PSO.** De la aplicación del método de optimización por enjambre de partículas se obtiene como resultado una descripción gráfica del comportamiento de las partículas

en el espacio de soluciones conforme avanza el número de iteraciones, el cual finaliza con su convergencia en el valor que genera un mínimo global en la función objetivo. Un ejemplo de ello se observa en la figura 33 y 34 que describe el comportamiento de las partículas a lo largo de 20 iteraciones en búsqueda de un mínimo global de la función de costo de material.

### Figura 33.

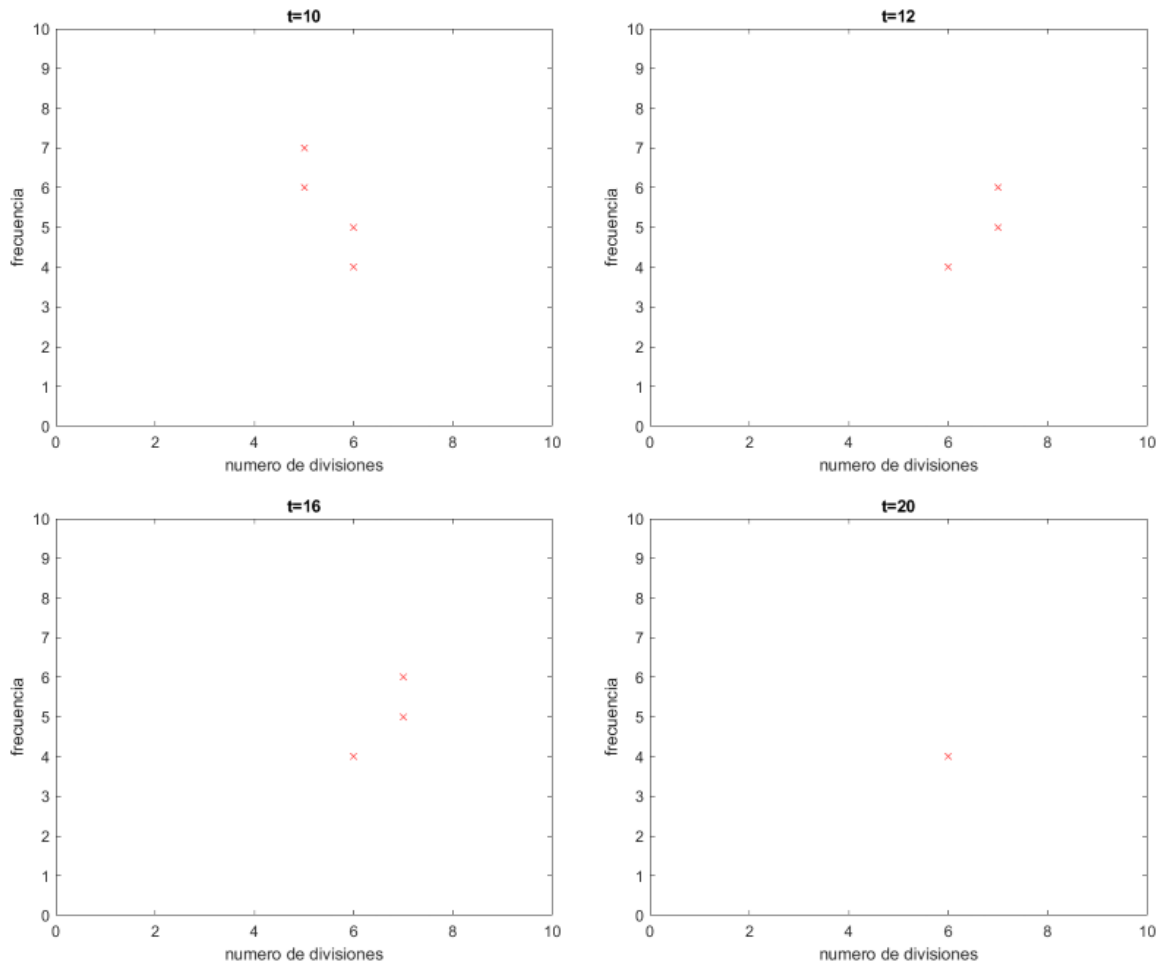
*Movimiento de Partículas en el Espacio a lo Largo de Veinte Iteraciones, Parte 1.*



*Nota:* la figura anterior muestra la evolución de la posición de las partículas en el espacio de evaluación a lo largo de 20 iteraciones.

**Figura 34.**

*Movimiento de Partículas en el Espacio a lo Largo de Veinte Iteraciones, Parte 2.*

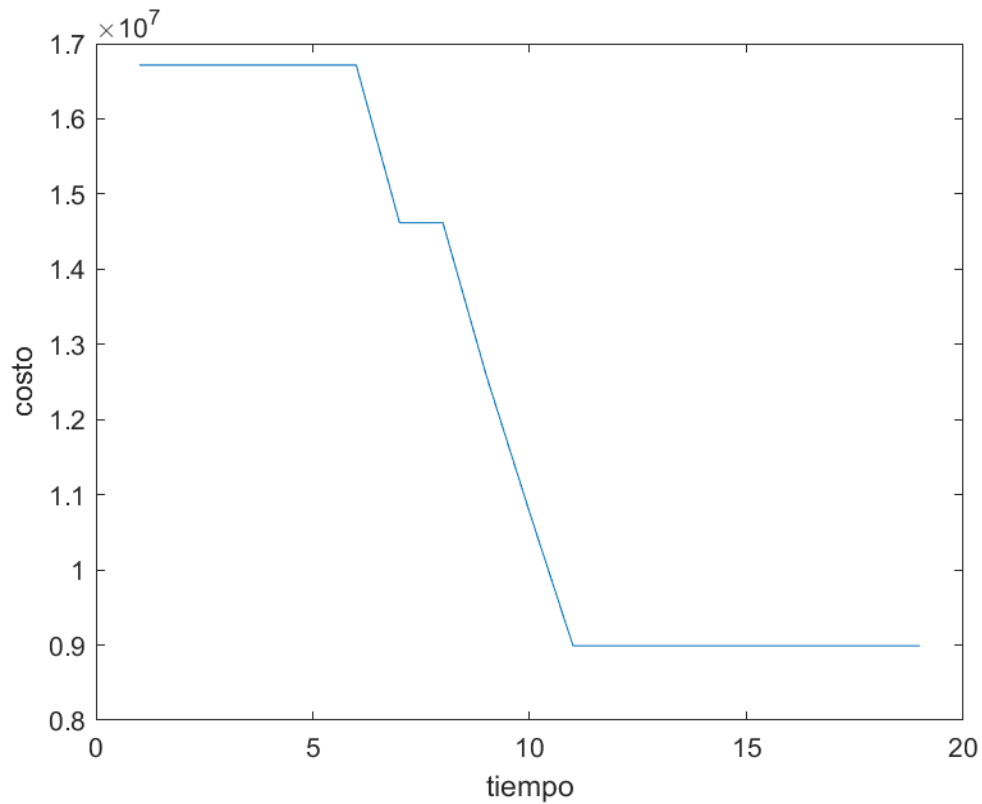


*Nota:* la figura anterior muestra la evolución de la posición de las partículas en el espacio de evaluación a lo largo de 20 iteraciones.

Uno de los productos obtenidos del modelo computacional se presenta para fines de visualización en la figura 35, esta describe el comportamiento evolutivo de la función objetivo a lo largo del tiempo o número de iteraciones igual a 20, a partir de una altura y un radio iguales a 4, junto con límites para la frecuencia entre [1,9] y para el numero de divisiones entre [4,9].

**Figura 35.**

*Comportamiento Evolutivo de la Función Objetivo Durante 20 Iteraciones*



*Nota:* la figura anterior muestra la evolución de la función objetivo a lo largo de un número de iteraciones  $t=20$ , en búsqueda de un mínimo global, encontrado en \$8.990.672 pesos colombianos para una configuración con altura=4 y radio=4 con límites para la frecuencia entre [1,9] y para el número de divisiones entre [4,9].

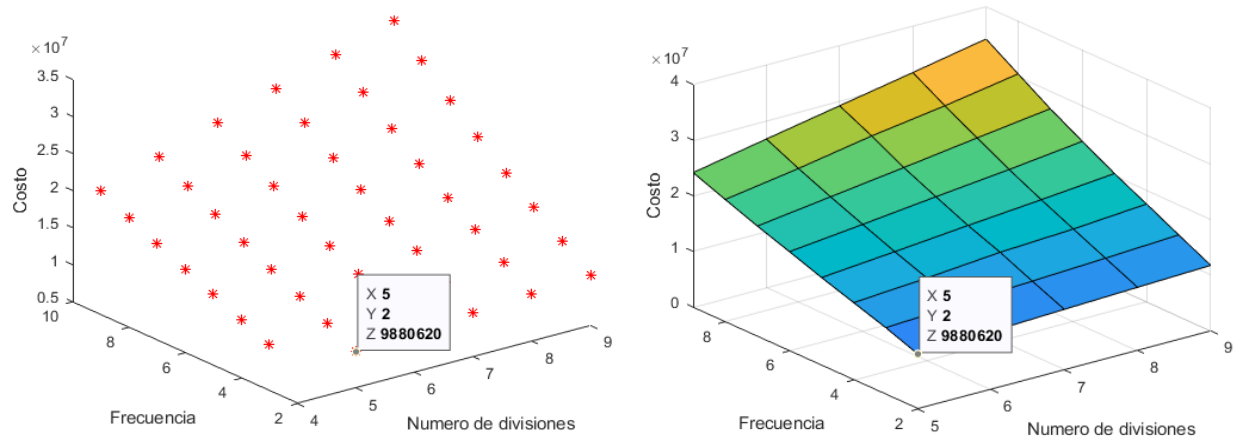
En la figura 35 se observa un comportamiento decreciente en el costo conforme aumenta el número de iteraciones, hasta estabilizarse en un valor mínimo global en la iteración número 11 donde la función objetivo toma un valor de 8.990.672 el cual se puede considerar como un mínimo.

**5.1.1.4. Validación.** Partiendo de un grupo de parámetros de diseño mostrados en la tabla 4, se determinaron todos los valores presentes en el espacio solución descartando mediante una función de exclusión los que incumplen con el factor de seguridad. Estos valores se exponen de manera grafica mediante la figura 36 la cual entrega un valor mínimo global de 9.880.621 unidades monetarias con frecuencia igual a 2 y numero de divisiones igual a 5. Resultados que concuerdan con lo presentado en la figura 37, la cual contiene los valores obtenidos al aplicar el método de optimización por enjambre de partículas al problema utilizando como población 10 partículas y con criterio de parada en 50 iteraciones.

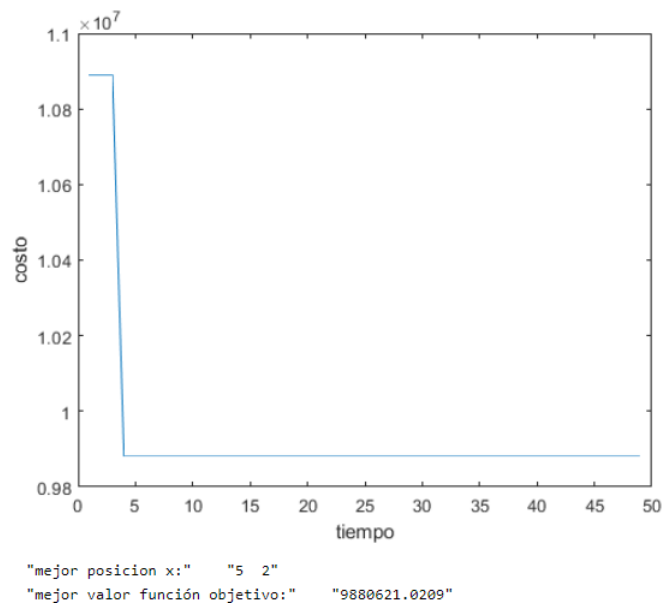
**Tabla 4**

*Parámetros de Diseño.*

Altura	6
Diámetro	6
limites frecuencia PSO	[1,9]
Límites de numero de divisiones PSO	[4,9]
Tipo de tubería:	Tubería circular 1 1/2" cal 18
Factor de seguridad min:	1.5
Material de la tubería:	ASTM A-36
Precio unitario de la tubería x 6mts	50000 unidades monetarias
Precio metro cuadrado placa de fibrocemento 4mm	25000 unidades monetarias
Precio unitario pernos	20000 unidades monetarias
Precio unitario apoyos	40000 unidades monetarias

**Figura 36.***Espacio Solución del Problema*

*Nota:* la figura anterior muestra todas las posibles soluciones que puede tener la función objetivo dentro de un espacio de búsqueda.

**Figura 37.***Resultados Obtenidos del Modelo de Optimización PSO*

*Nota:* la figura muestra la evolución de la función objetivo y su resultado igual a 9880621 unidades monetarias.

De lo anterior se concluye que el modelo de optimización por enjambre de partículas planteado en el presente proyecto provee el mínimo absoluto de la función objetivo evaluada con diferencias menores al uno por ciento entre el resultado real y el obtenido por el PSO.

### 5.1.2. *Diseño en Detalle*

**5.1.2.1. Definición del Caso de Estudio.** El caso de estudio a evaluar se basa en diseñar una estructura geodésica para glamping a de cinco metros de altura por cinco metros de radio, con un recubrimiento en placas de fibrocemento de cuatro milímetros.

Se establecen los parámetros de diseño mostrados en la tabla 5 y 6, que describen el tipo de perfil a utilizar en la estructura y el material junto con sus características más relevantes basados en los catálogos suministrados por Steckerl aceros (2023) y la tabla de propiedades del libro mecánica de materiales de Ferdinand.P Beer.(2009).

**Tabla 5**

*Perfil Utilizado en los Elementos Estructurales.*

<b>Tipo</b>	Tubería 1 1/2" cal 18	
<b>Perfil</b>	Circular	
<b>Diámetro externo</b>	0.038	[m]
<b>Diámetro interno</b>	0.0368	[m]
<b>Espesor</b>	1.2	[mm]

*Nota:* Esta tabla presenta el tipo de perfil a trabajar junto con las dimensiones correspondientes según fabricantes.

**Tabla 6***Material de los Elementos Estructurales.*

<b>Materia vigas</b>	ASTM A-36	
<b>Material pernos</b>	ASTM A36	
<b>Módulo de elasticidad</b>	2.00E+11	N/m <sup>2</sup>
<b>Módulo de cortante</b>	7.93E+10	N/m <sup>2</sup>
<b>Densidad de masa</b>	7850	kg/m <sup>3</sup>
<b>Limite elástico</b>	2.50E+08	N/m <sup>2</sup>

*Nota:* Esta tabla se muestran las propiedades del material seleccionado.

Se establece la densidad de las placas de fibrocemento utilizadas para el recubrimiento en 1250 [kg/m<sup>3</sup>] conforme a especificaciones técnicas brindadas por catálogos de fabricantes (Eterboard, s/f).

La tabla 7 presenta un aproximado de los costos unitarios de los elementos que conforman la estructura en pesos colombianos a 2023 en la región de Santander, necesarios para aplicar la función objetivo de costos aproximados de materiales. Cabe resaltar que estos costos están sometidos a variaciones constantes impuestas por los proveedores y son dependientes del distribuidor o fabricante por lo anterior estos costos al momento de aplicar el modelo deben ser recalculados según las condiciones actuales.

**Tabla 7***Costo de Materiales Asociados a la Estructura.*

<b>Ítem</b>	<b>valor</b>
precio tubería x6 [m]	109000
precio placa fibrocemento 4mm x [m <sup>2</sup> ]	13335

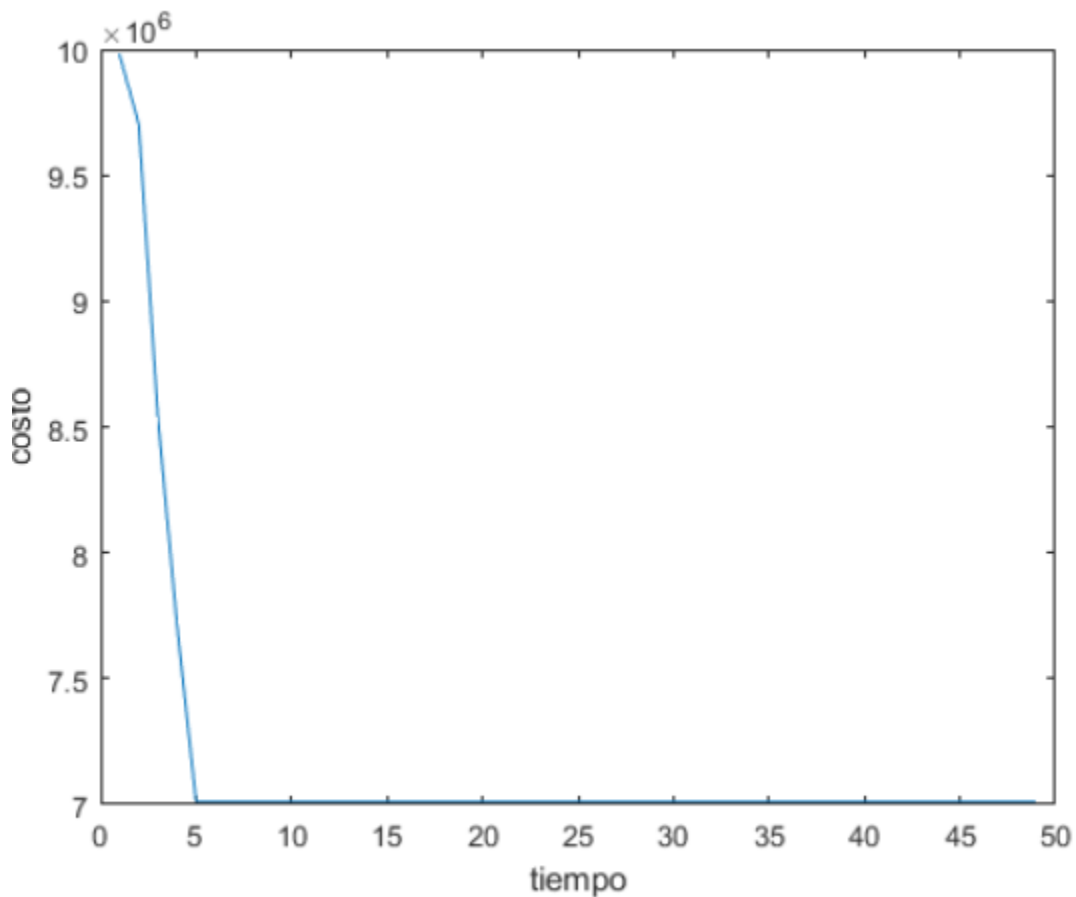
*Continuación Tabla 7.*

precio pernos	20000
precio apoyos o placa de sujeción	94000

*Nota:* Esta tabla muestra los costos de materiales utilizados para el caso de estudio.

Teniendo en cuenta que el domo geodésico parte de un análisis estructural por método de elementos finitos donde existe la presencia de cargas combinadas, se establece un factor de seguridad de 1.9 fundamentado en la norma colombiana de diseño y construcción sismo resistente NSR98 numeral f la cual es aplicable a estructuras conformadas por elementos de acero.

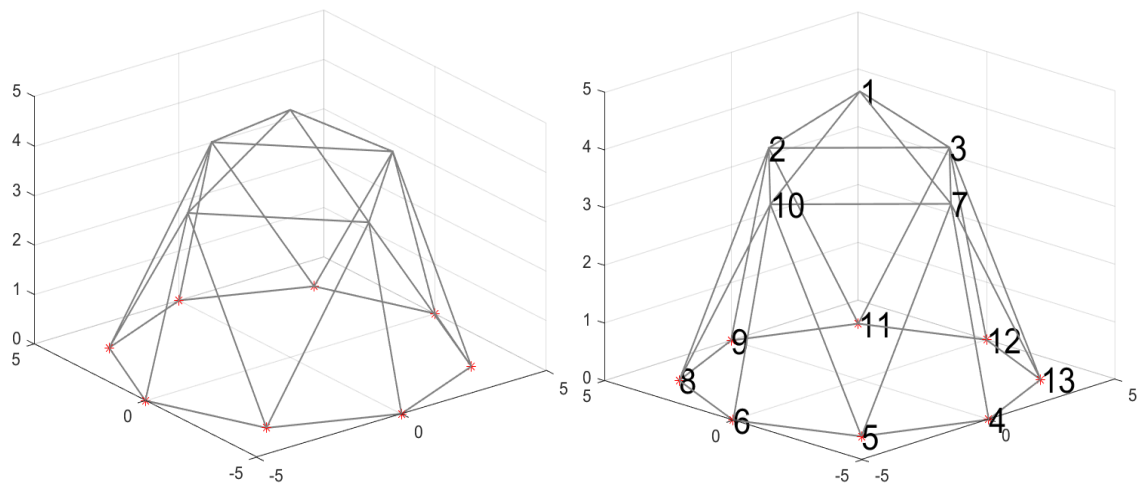
**5.1.2.2. Aplicación de Modelo Computacional.** Aplicando el modelo computacional generado con los parámetros de entrada descritos en capítulos anteriores y utilizando como límites del espacio de búsqueda para el algoritmo de optimización una frecuencia entre uno y nueve, y un número de divisiones entre cuatro y nueve, junto con una población de 5 partículas y un número de iteraciones de 50, se obtiene como resultado lo presentado en la figura 38 la cual muestra la posición de convergencia de las partículas en el punto con un valor de frecuencia igual a 2 y 4 divisiones de la base, además muestra la evolución de la función objetivo a lo largo de un número de iteraciones conocido como tiempo y por último muestra el mínimo resultado obtenido para la función objetivo el cual es de \$7.011.133 pesos colombianos.

**Figura 38.***Resultados Aplicación PSO*

```
"mejor posicion x:"    "4 2"  
"mejor valor función objetivo:"  "7011132.9017"
```

*Nota:* Resultados obtenidos de la aplicación de modelo computacional.

El modelo computacional en términos del dimensionamiento de la estructura arroja como resultado: la representación gráfica de la estructura geodésica en un marco tridimensional junto con la numeración de cada uno de los nodos presentes en la estructura y los apoyos resaltados de color rojo puede observarse en la figura 39.

**Figura 39.***Modelo Tridimensional Estructura Geodésica*

*Nota:* modelo geométrico tridimensional de la estructura.

Junto a la gráfica el modelo arroja la tabla 8 que describe todas las longitudes de tubería necesaria para la fabricación del domo junto con su cantidad. Una tabla 9 que muestra las dimensiones necesarias de las placas para ser instaladas como recubrimiento.

**Tabla 8***Longitudes de tubería*

longitud	cantidad
3827 [mm]	16
5000 [mm]	12

**Tabla 9***Dimensiones placas de fibrocemento*

Longitud 1	Longitud 2	Longitud 3	Cantidad
3827 [mm]	5000 [mm]	5000 [mm]	12
5000 [mm]	5000 [mm]	5000 [mm]	4

El costo de materiales aproximados necesarios en el proyecto según el modelo computacional se estima en \$7.011.133 pesos colombianos y su factor de seguridad es del orden de 1.9807.

El modelo también presenta una matriz la cual contiene todas las fuerzas actuantes en los apoyos de la estructura ver apéndice B y las fuerzas en cada nodo ver apéndice C.

**5.1.2.3. Diseño del Elemento de Sujeción.** El diseño del perno se ciñe a la metodología planteada en el capítulo 4.2.2 utilizando como parámetros de entrada los valores obtenidos del modelo computacional específicamente del análisis estructural. Los valores extraídos para el análisis son presentados en la tabla 10, esta contiene los valores de fuerzas normales y cortantes presentes en los extremos de las vigas obtenidos mediante CalfeM.

**Tabla 10**

*Esfuerzos Normales y Cortantes Presentes en los Extremos de la Viga*

VIGA	nodo 1			nodo 2		
	Fuerza normal	Fuerza cortante Y	Fuerza cortante Z	Fuerza normal [N]	Fuerza cortante Y	Fuerza cortante Z
	[N]	[N]	[N]		[N]	[N]
1	-477.291	-197.700	0.000	-610.109	122.950	0.000
2	-477.291	0.000	197.700	-610.109	0.000	-122.950
3	-477.291	197.700	0.000	-610.109	-122.950	0.000
4	-477.291	0.000	-197.700	-610.109	0.000	122.950
5	97.498	0.000	217.304	97.498	0.000	-217.304
6	-305.093	-15.576	-153.620	-612.407	-15.576	153.694
7	-657.280	-103.965	0.000	-977.931	28.852	0.000
8	97.498	0.000	-217.304	97.498	0.000	217.304
9	-305.093	-15.576	153.620	-612.407	-15.576	-153.694
10	97.498	0.000	-217.304	97.498	0.000	217.304
11	-305.093	-153.620	15.576	-612.407	153.694	15.576
12	-657.280	0.000	103.965	-977.931	0.000	-28.852
13	-305.093	153.620	15.576	-612.407	-153.694	15.576
14	0.000	0.000	-94.031	0.000	0.000	94.031

Continuación tabla 10

15	-977.931	28.852	0.000	-657.280	-103.965	0.000
16	0.000	0.000	94.031	0.000	0.000	-94.031
17	0.000	0.000	-94.031	0.000	0.000	94.031
18	-612.407	-15.576	153.694	-305.093	-15.576	-153.620
19	-612.407	153.694	-15.576	-305.093	-153.620	-15.576
20	0.000	0.000	94.031	0.000	0.000	-94.031
21	-977.931	0.000	28.852	-657.280	0.000	-103.965
22	97.498	0.000	-217.304	97.498	0.000	217.304
23	-305.093	15.576	153.620	-612.407	15.576	-153.694
24	0.000	0.000	94.031	0.000	0.000	-94.031
25	-612.407	-153.694	-15.576	-305.093	153.620	-15.576
26	0.000	0.000	94.031	0.000	0.000	-94.031
27	0.000	0.000	94.031	0.000	0.000	-94.031
28	0.000	0.000	-94.031	0.000	0.000	94.031

*Nota:* Esta tabla muestra las fuerzas normales y cortantes obtenidas mediante el modelo computacional aplicando el método de elementos finitos.

De la evaluación individual de cada nodo de conexión de barras mediante el modelo computacional diseñado para el cálculo del diámetro mínimo del perno se obtuvo como resultando un diámetro mínimo de 3.157 milímetros.

La longitud mínima del perno se determinó multiplicando dos veces el espesor del tubo seleccionado por la cantidad máxima de vigas que poseen un nodo común para el caso particular en un solo nodo convergen 6 vigas y su espesor es de 1.2 milímetros, lo cual da como longitud mínima el valor de 1.44 centímetros.

A partir de los resultados obtenido anteriormente se consulta el catálogo de fabricante Sodiper y se obtiene que los pernos a utilizar en los 13 nodos de la estructura como se evidencia en la figura 36 son de tipo hexagonal de un cuarto de pulgada o 6,35 milímetros con una longitud de 5 centímetros, cabe aclarar que cualquier diámetro superior al diámetro mínimo calculado es válido sin embargo se toma en consideración su disponibilidad en el mercado. SODIPER (s/f).

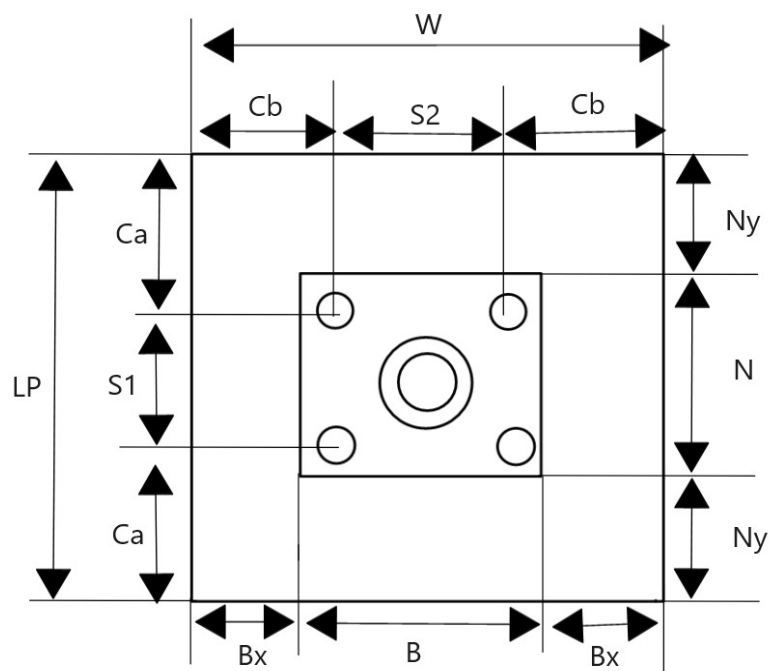
**5.1.2.4. Diseño de los Apoyos Estructurales.** Como parámetros de entrada para realizar el proceso de diseño del pedestal de concreto y la placa base, se definió un diámetro de perno de anclaje de media pulgada y una resistencia del concreto de 28 mega pascales.

Con el fin de establecer un diseño único para toda la estructura en términos de los apoyos, se usa como referente de carga los valores máximos obtenidos de fuerza y momento en los apoyos. Lo anterior entrega como resultado un valor de fuerza normal de 1271 Newtons, un valor de momento de 149.51 Newtons por metro y un valor de cortante igual a 480.74 Newtons.

A partir de los datos de entrada se obtiene como resultado las dimensiones mostradas en la figura 39 cuyos valores se encuentran expresados en la tabla 11.

**Figura 40.**

*Pedestal de Concreto y Placa Base*



*Nota:* Es figura muestra las vista superior del apoyo junto con sus cotas.

**Tabla 11***Dimensiones Placa Base y Pedestal de Concreto*

Notación	Valor	Unidad
N	165	[mm]
B	128	[mm]
CA	123.5	[mm]
CB	105	[mm]
NY	50	[mm]
BX	50	[mm]
W	228	[mm]
LP	265	[mm]
S2	18	[mm]
S1	18	[mm]

*Nota:* Esta tabla muestra las dimensiones de diseño para la placa base y el pedestal de concreto.

Adicionalmente se obtiene como resultado un espesor de placa base de 3 milímetros Y un valor de longitud de perno de anclaje igual a 200 milímetros.

## 5.2. Conclusiones

El modelo computacional basado en las ecuaciones que definen la topología de la estructura, el método de elementos finitos para vigas y el cálculo del factor de seguridad por el método de Von Mises. Permiten determinar su factor de seguridad, reacciones en los apoyos y cargas en los nodos para gran cantidad de configuraciones de domos geodésicos.

El algoritmo de optimización por enjambre de partículas implementado al problema de diseño permite optimizar la búsqueda del mínimo global de la función de costo en un conjunto de configuraciones topológicas posibles del domo geodésico, descartando las que no cumplen con los requisitos establecidos del factor de seguridad.

La herramienta computacional permite encontrar una solución mínima global con un menor gasto computacional que la evaluación de todas las configuraciones posibles, pese a que los problemas de este tipo no presentan un espacio solución considerable.

Para las consideraciones de diseño planteadas en la sección de diseño en detalle se determina mediante el modelo computacional el mínimo global de la función de costo dentro de un espacio de búsqueda de 45 posibles soluciones aplicando solamente 25 iteraciones y otorgando como resultado el costo mínimo del problema el cual se encuentra en una estructura que posee 13 nodos y 28 vigas interconectadas mediante pernos y con empotramientos en la parte inferior.

El modelo computacional de diseño y optimización de domos geodésicos permite tecnificar el proceso de diseño para la construcción de estas estructuras utilizadas en la actividad comercial conocida como glamping, solventando la necesidad presente en este nicho de mercado.

### **Referencias Bibliográficas**

American Concrete Institute. (2014). ACI 318S-14 Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural. aci.

American Institute of Steel Construction. (2010). ANSI/AISC 360-10 Specification for Structural Steel Buildings. AISC.

Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. (1998). NSR-98 Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente Título B Cargas.

Asociación Colombiana de Ingeniería Sísmica. (1998). NSR-98 Normas Colombianas de Diseño y Construcción Sismo Resistente Título F Estructuras metálicas.

Austrell, P.-E., et Al. (2004). CALFEM - A Finite Element Toolbox. Structural Mechanics, LTH.

- Barrera, J. et Al. (2016). Limiting the Velocity in the Particle Swarm Optimization Algorithm. *Computación y Sistemas*, 20(4). <https://doi.org/10.13053/cys-20-4-2505>
- Beer, F., et Al. (2009). *Mecánica de Materiales*. McGraw-Hill.
- Budynas, R. G., & Keith Nisbett, J. (2012). *Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley*. McGraw-Hill.
- Catalogo Shelter Dome*. (s. f.).
- Centro Nacional de Memoria Histórica. (s. f.). *Lo que sabemos de los desaparecidos en Colombia*. <http://www.centrodememoriahistorica.gov.co>. Recuperado 23 de enero de 2023, de <http://www.centrodememoriahistorica.gov.co/micrositios/balances-jep/desaparicion.html>
- Clerc, M. (2006). *Particle Swarm Optimization*. iste.
- Clinton, J. D. (1971). *Advance Structural Geometry Studies*. National Aeronautics and Space Administration NASA.
- Colunga, A. T. (2007). *Análisis de Estructuras con Métodos Matriciales*. Limusa.
- Díaz, E. B. et Al. (2015). *Análisis Matricial de Estructuras*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Escamilla, J. U. (2000). *Análisis de Estructuras*. ECOE ediciones.
- Eterboard. (s/f). *Placas de fibrocemento*. <https://www.eterboard.com/eterboard.html>
- Goering, R. (2007, septiembre 29). *Matlab edges closer to electronic design automation world*. <https://web.archive.org/web/20070929082942/http://www.eetimes.com/news/design/showArticle.jhtml?articleID=49400392>
- Kennedy, J., & Eberhart, R. (2011, julio 19). *Particle Swarm Optimization*. <https://web.archive.org/web/20110719215312/http://www.engr.iupui.edu/~shi/Coference/psopap4.html>

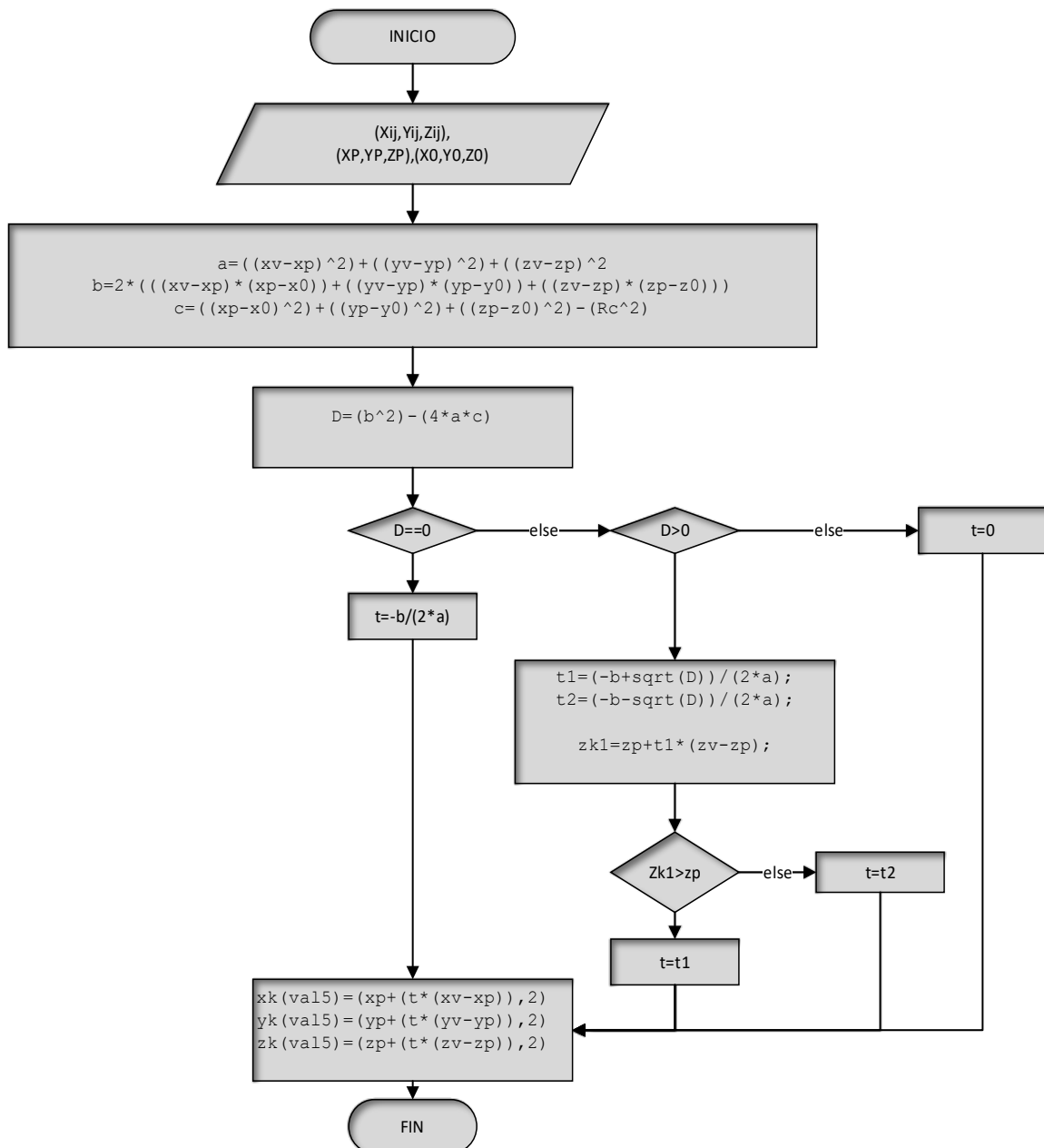
- Lima M., J. Q., & Barán C., B. (2006). Optimización de Enjambre de Partículas aplicada al Problema del Cajero Viajante Bi-objetivo. *Inteligencia Artificial. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 10(32), 67-76.
- MathWorks. (s. f.). *Uso de MATLAB con otros lenguajes de programación*. Recuperado 6 de enero de 2023, de <https://la.mathworks.com/products/matlab/matlab-and-other-programming-languages.html>
- McCormac, J. C., & Csernak, S. F. (2012). *Diseño de Estructuras en Acero*. Alfaomega.
- Nayfeh, A. H., & Hefsy, M. S. (1979). GEOMETRIC MODELING AND ANALYSIS OF ROD-LIKE LARGE SPACE STRUCTURES. Department of Aerospace Engineering and Applied Mechanics University of Cincinnati.
- Oreste, M. (1979). *Curso de Hormigón Armado*. El Ateneo.
- Pérez Gutiérrez, C. A. (2018). Procedimiento para la modelación y análisis estructural por el método de los elementos finitos de un domo geodésico para tapa de tanques de almacenamiento de combustible. Universidad Central “Marta Abreu” De Las Villas.
- Reddy, J. N. (2006). *An Introduction to the Finite Element Method*. McGraw-Hill.
- Romero, N., & Barrón-Fernández, R. (2016). Validación de la triangulación Delaunay empleando álgebra geométrica conforme. *Computación y Sistemas*, 20(4), 789-798. [fecha de Consulta 12 de abril de 2023]. ISSN: 1405-5546. Recuperado de: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=61549258016>
- SODIPER. (s/f). *Catalogo pernos*. <http://www.sodiper.cl/wp-content/themes/sodiper/catalogo.pdf>
- Steckerl Aceros. (s/f). *Tubería de acero*. <https://steckerlacieros.com/?gclid=CjwKCAjw0N6hBhAUEiwAXab->

[TX4QiWl4JfzEJ1JHAnKex9g2WLP3qFdY5YmqDjnzTkdMnzUwvy3W8hoCAcMQAv](#)

[D\\_BwE](#)

## Apéndices

## Apéndice A. Diagrama de Flujo Método de Proyección en una Superficie Esférica.



**Apéndice B.** Fuerzas en los Apoyos.

REACCIONES						
nodo	FX[N]	FY[N]	FZ[N]	MX[N/m]	MY[N/m]	MZ[N/m]
1	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
4	0	1102.59447	347.58181	-40.37174	0	0
5	339.934627	1271.49345	339.934627	-149.514308	0	149.514308
6	347.58181	1102.59447	0	0	0	40.37174
7	0	0	0	0	0	0
8	339.934627	1271.49345	-339.934627	149.514308	0	149.514308
9	0	1102.59447	-347.58181	40.37174	0	0
10	0	0	0	0	0	0
11	-339.934627	1271.49345	-339.934627	149.514308	0	-149.514308
12	-347.58181	1102.59447	0	0	0	-40.37174
13	-339.934627	1271.49345	339.934627	-149.514308	0	-149.514308

**Apéndice C. Fuerzas en los Nodos.**

FUERZAS EN LOS NODOS						
nodo	FX[N]	FY[N]	FZ[N]	MX[N/m]	MY[N/m]	MZ[N/m]
1	0	-694.139223	0	0	0	0
2	0	-1216.28499	0	-315.995428	0	0
3	0	-1216.28499	0	0	0	315.995428
4	0	-361.597622	0	88.257909	0	0
5	0	-622.670505	0	160.505089	0	-160.505089
6	0	-361.597622	0	0	0	-88.257909
7	0	-1216.28499	0	315.995428	0	0
8	0	-622.670505	0	-160.505089	0	-160.505089
9	0	-361.597622	0	-88.257909	0	0
10	0	-1216.28499	0	0	0	-315.995428
11	0	-622.670505	0	-160.505089	0	160.505089
12	0	-361.597622	0	0	0	88.257909
13	0	-622.670505	0	160.505089	0	160.505089

**Apéndice D.** Código Matlab Análisis Estructural.

```

%% elemento tipo viga
function [a,R,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo]=fem_dome(radio,high,divisiones,
frecuencia)
%% entradas iniciales
% radio=3; %radio domo
% high=3; %altura domo
% divisiones=4; %numero de divisiones
% frecuencia=6; %frecuencia
Rc=((radio^2)+(high^2))/(2*high); %calculo radio de la esfera
l=Rc-high; %calculo distancia entre el punto (0,0,0) y la base del domo en z
zp=l; %proyeccion
%%llamada domo
%[base,ww,vector,tri3,Nverticesdomo]=call_dome(frecuencia,radio,high,divisiones,zp);
[base,ww,vector,tri3]=call_dome2(frecuencia,radio,high,divisiones,zp);
%salidas
%base --> matriz 4x4 barras de la base --> (x y z #barra)
%ww --> coordenadas
%vector --> conexion barras presentes en la estructura
%tri3 --> triangulacion de delaunay distribucion triangulos
%Nldomo --> numero de lados del domo
%NvDOMO --> numero de vertices del domo
NLdomo=length(vector);
Nvdomo=length(ww);
%% Topologia
%u fuerzas presentes en cada nodo [ux uy uz mux muy muz]
%edof fuerzas presentes en cada barra[barra evaluada , uxnodo1 , uynodo1 ,uznodo1 ,
uxnodo2 , uynodo2 ,uznodo2]
%datos de entrada
gradosdelibertad=6;
%pre asignacion de variables
val4=0;
u=zeros(Nvdomo,gradosdelibertad); %matriz de zeros
Edof=zeros(NLdomo,(gradosdelibertad*2)+1); %matriz de zeros
for val2=1:Nvdomo
for val3=1:gradosdelibertad
val4=val4+1;
u(val2,val3)=(val4);
end
end
for val5=1:NLdomo
for val6=1:((gradosdelibertad*2)+1)
if val6==1
Edof(val5,val6)=val5;
else
if val6 <=7 && val6>1
Edof(val5,val6)=u(vector(val5,1),val6-1);
else
Edof(val5,val6)=u(vector(val5,2),val6-7);

```

```

end
end
end
end
%% Condiciones de contorno
%bc --> condiciones de contorno problema
%pre asignacion de variables
%condiciones para un empotramiento en todos los nodos de la base
val10=0;
val7=gradosdelibertad*length(base);
bc=zeros(val7,2);
for val8=1:length(base)
for val9=1:gradosdelibertad
val10=val10+1;
bc(val10,1)=u(base(val8,4),val9);
end
end
%% Parametros de entrada problema tipo viga
K=zeros(max(u,[],"all"));
%tuberia circular 2"x2" x0.25
D=5.08/100; %diametro externo [m] 1m=100cm
d=4.83/100; %diametro interno [m] 1m=100cm
A=(pi/4)*((D^2)-(d^2)); %area m2
%material --> acero ASTM A-36
rho=7850; %densidad acero libro beer kg/m3
E=2e11; %modulo acero libro beer
G=7.93e10; %modulo de rigidez o de corte
Sy=2.5e6;
%material -->placas de fibrocemento
rhop=1200; %kg/m3
espesorp=4/1000; %m
t=(D-d); %t-> espesor
r_m=(D/2)-(t/2); %rm -> radio medio
pared_delg=r_m/t; %pared delgada rm/t >=10
if pared_delg>=10
A_m=2*pi*r_m*t; %Am-> area de la seccion media
ly=pi*r_m^3*t; %l-->segundo momento de area
lz=ly;
J=2*I; %J-->segundo momento polar de Area
c=D/2; %c-->distancia entre el punto evaluado y el centro D/2=r
else
A_m=(pi/4)*((D^2)-(d^2));
ly=(pi/64)*((D^4)-(d^4)); %momento de inercial respecto a y
lz=ly;
J=(pi/32)*((D^4)-(d^4)); %constante Kv de torsion saint venant
c=D/2;
end
ep = [E G A ly lz J] ; %matriz propiedades callfem
%% vector eo
eo=zeros(NLdomo,3);
%variables del elemento
for i=1:length(vector)
node1 = [ww(vector(i,1),1) ww(vector(i,1),3) ww(vector(i,1),2)];

```

```

node2 = [ww(vector(i,2),1) ww(vector(i,2),3) ww(vector(i,2),2)];
% ww(vector(i,2),:);
%Calcular el vector diferencia entre los nodos
vector_diff = node2 - node1;
%Calcular el vector normal
vector_normal = cross(vector_diff, [0 0 1]);
%Normalizar el vector eo
eo(i,:) = vector_normal/norm(vector_normal);
end
%% fuerzas en el sistema (cargas muertas)
g=9.8; %gravedad m/s2
%W --> peso en cada nodo kg
%L --> longitud de cada barra m
%ctep --> constante
%LT --> longitud total m
%Wt --> peso total de la estructura kg
%% largo y peso de las barras
% INICIALIZACION DE VARIABLES
LV=zeros(NLdomo,1);
PV=zeros(NLdomo,1);
MV=zeros(NLdomo,1);
%formula para calcular el largo de una barra
for val11=1:NLdomo
x1=ww(vector(val11,1),1);
y1=ww(vector(val11,1),3);
z1=ww(vector(val11,1),2);
x2=ww(vector(val11,2),1);
y2=ww(vector(val11,2),3);
z2=ww(vector(val11,2),2);
LV(val11,1)=sqrt(((x2-x1)^2)+((y2-y1)^2)+((z2-z1)^2));
MV(val11,1)=LV(val11,1)*rho*A;
PV(val11,1)=LV(val11,1)*rho*A*g;
end
%MtotalV=sum(MV); %kg
LtotalV=sum(LV); %m
%PtotalV=sum(PV); %newtons
%% area total y peso total placas fibrocemento
Aplaca=zeros(length(tri3),1);
Pplaca=zeros(length(tri3),1);
for val12=1:length(tri3)
vectorV=ww(tri3(val12,2),:)-(ww(tri3(val12,1),:));
vectorW=ww(tri3(val12,3),:)-(ww(tri3(val12,1),:));
VXW=cross(vectorV,vectorW);
Aplaca(val12,1)=(sqrt(VXW(1)^2+VXW(2)^2+VXW(3)^2))/2; %[m2]
Pplaca(val12,1)=Aplaca(val12,1)*(rho*espesorp*g); %[N]
end
Atotalp=sum(Aplaca);
%Ptotalp=sum(Pplaca);
[TPsolv,PsoIV]=cargatributariaviga(tri3,vector,NLdomo,Aplaca,Pplaca);
%% fuerzas en el sistema q=[qx qy qz m]
%fuerza producto del peso de las vigas
% theta=zeros(NLdomo,1);
% pesoaxial=zeros(NLdomo,1);

```

```

% pesoorto=zeros(NLdomo,1);
% eq=zeros(NLdomo,4);
% for val13=1:NLdomo
%
%
% %carga distribuida plano global
% vectorU=[0 0 -PV(val13,1)/LV(val13,1)];
% %vector en direccion de la viga
% vectorA=ww(vector(val13,2,:)-(ww(vector(val13,1,:)));
%
% %ecuacion basada en producto punto de uxa = u cos(theta)
% theta(val13,1)=acos(dot(vectorU,vectorA)/(norm(vectorA)*norm(vectorU)));
%
% pesoaxial(val13,1)=abs(round(cos(theta(val13,1))*norm(vectorU),4));
% pesoorto(val13,1)=abs(round(sin(theta(val13,1))*norm(vectorU),4));
%
%
% %selector: anula fuerzas en el plano Y de las barras que estan apoyadas en el
piso
% %if ww(vector(val13,1),3)==min(ww(:,3)) && ww(vector(val13,2),3)==min(ww(:,3))
%
% % eq(val13,:)=[-pesoaxial(val13,1) 0 0 0];
% %else
% eq(val13,:)=[-pesoaxial(val13,1) -pesoorto(val13,1) 0 0];
% %end
%
%
% end
eq=zeros(NLdomo,4);
for val11=1:NLdomo
x1=ww(vector(val11,1),1);
y1=ww(vector(val11,1),3);
z1=ww(vector(val11,1),2);
x2=ww(vector(val11,2),1);
y2=ww(vector(val11,2),3);
z2=ww(vector(val11,2),2);
n1(1)=(x2-x1)/sqrt(((x2-x1)^2)+((y2-y1)^2)+((z2-z1)^2));
n1(2)=(y2-y1)/sqrt(((x2-x1)^2)+((y2-y1)^2)+((z2-z1)^2));
n1(3)=(z2-z1)/sqrt(((x2-x1)^2)+((y2-y1)^2)+((z2-z1)^2));
lc=sqrt(eo(val11,:)*eo(val11,:));
n3=eo(val11,:)/lc;
n2(1)= n3(2)*n1(3)-n3(3)*n1(2);
n2(2)=-n1(3)*n3(1)+n1(1)*n3(3);
n2(3)= n3(1)*n1(2)-n1(1)*n3(2);
%An=[n1; n2; n3];
%factor nsr-98 numeral B 1.4 carga muerta
eq(val11,1)=-1*((PV(val11,1)/LV(val11,1))+PsoIV(val11,1))*1.4*n1(2);
eq(val11,2)=-1*((PV(val11,1)/LV(val11,1))+PsoIV(val11,1))*1.4*n2(2);
eq(val11,3)=-1*((PV(val11,1)/LV(val11,1))+PsoIV(val11,1))*1.4*n3(2);
eq(val11,4)=0;
end
%% Aplicacion beam3e y aseembly
%beam 3e establece la matriz de rigidez local de una barra evaluada con coordenadas

```

```

iniciales (x1,y1,z1) y finales (x2,y2,z2)
fec=zeros(12,NLdomo);
for val11=1:NLdomo
%vectores posicion de la barra evaluada (val1)
x1=ww(vector(val11,1),1);
y1=ww(vector(val11,1),3);
z1=ww(vector(val11,1),2);
x2=ww(vector(val11,2),1);
y2=ww(vector(val11,2),3);
z2=ww(vector(val11,2),2);
ex = [x1 x2];
ey = [y1 y2];
ez = [z1 z2];
%funcion beam3e establece la matriz de rigide local
[Ke,fe]=beam3e(ex,ey,ez,eo(val11,:),ep,eq(val11,:));
fec(:,val11)=fe(:,1);
%funcion Asemble establece la matriz global de rigidez en sus matrices locales.
[K]=assem(Edof(val11,:),K,Ke);
end
[nie,n]=size(Edof);
t=Edof(:,2:n);
f=zeros(max(t,[],"all"),1);
for i = 1:nie
f(t(i,:),1)=f(t(i,:),1)+fec(:,i);
end
f=round(f,8);
%Ke=beam3e(ex,ey,ez,eo,ep)
%[Ke,fe]=beam3e(ex,ey,ez,eo,ep,eq)
%K=assem(edof,K,Ke)
%[K,f]=assem(edof,K,Ke,f,fe)
%% Solucion del sistema de ecuaciones
%R --> fuerzas en los apoyos
%a --> desplazamientos
%k --> matriz de rigides global
%F --> fuerzas en los nodos global
%bc --> condiciones de contorno
[a,R]=solveq(K,f,bc);
%% esfuerzos viga
ed=extract_ed(Edof,a); %funcion para extraer desplazamientos
seg=8; %numero de puntos de evaluacion
val30=1;
for val15=1:NLdomo
x1=ww(vector(val15,1),1);
y1=ww(vector(val15,1),3);
z1=ww(vector(val15,1),2);
x2=ww(vector(val15,2),1);
y2=ww(vector(val15,2),3);
z2=ww(vector(val15,2),2);
ex = [x1 x2];
ey = [y1 y2];
ez = [z1 z2];
es=beam3s(ex,ey,ez,eo(val15,:),ep,ed(val15,:),eq(val15,:),seg); %aplicacion beam3s
[N_seguridad]=esfuerzos_dome(es,Sy,seg,A_m,Iy,J,c);

```

```

if N_seguridad~=0
N_segcuero(val30,1)=N_seguridad;
val30=val30+1;
end
end
N_minsegcuero=min(N_segcuero,[],"all");
%% factor de seguridad vonmises
% sigma_x=E_N+E_sigmay+E_sigmaz
% tao_xy=E_taoz+E_taoy+E_theta
%
% sigma_eq=((sigma_x^2)+(3*(tao_xy^2)))^(1/2)
%
% N_seg=Sy/sigma_eq
%% Costos
%modelo de costos basado en la longitud de las barras y el volumen de las
%placas
precio(1,1)=50000; %precio barra por 6metros
precio(1,2)=20904; %precio placa fibrocemento m2
precio(1,3)=15000; %precio elemento de sujecion
precio(1,4)=50000; %precio apoyos en la base
costo(1,1)=precio(1,1)*(ceil(Ltotal/6)); %costo tuberia x 6metros
costo(1,2)=precio(1,2)*(Atotalp); %costo recubrimiento fibrocemento
costo(1,3)=precio(1,3)*Nvdomo; %costo de los pernos
costo(1,4)=precio(1,4)*length(base); % costo de los apoyos
costo_mat=((costo(1,1)+costo(1,2))*1.2+costo(1,3)+costo(1,4))*1.2;
%consideraciones se toma un 20% del costo total adicional por imprevisto y
%un 20% adicional en terminos de tuberia y placas de recubrimiento por
%desperdicio
end

```

**Apéndice E. Código Matlab Carga Tributaria Placas.**

```
function [TPsolV,PsolV]=cargatributariaviga(tri3,vector,NLdomo,Aplaca,Pplaca)
vec=zeros(length(tri3)*3,2);
vecA=zeros(length(tri3)*3,2);
op1=0;
for va2=1:length(tri3)
for va1=1:3
op1=op1+1;
if va1==1
vec(op1,:)=[tri3(va2,1) tri3(va2,2)];
elseif va1==2
vec(op1,:)=[tri3(va2,2) tri3(va2,3)];
else
vec(op1,:)=[tri3(va2,1) tri3(va2,3)];
end
vecA(op1,1)=Aplaca(va2,1);
vecA(op1,2)=Pplaca(va2,1);
end
end
vec=sort(vec,2);
vect=[vec(:,1) vec(:,2) vecA(:,1) vecA(:,2)];
PsolV=zeros(NLdomo,1);
for val11=1:NLdomo
for val2=1:length(vect)
if vector(val11,1)==vect(val2,1) && vector(val11,2)==vect(val2,2)
PsolV(val11,1)=PsolV(val11,1)+vect(val2,4);
end
end
end
PsolV=PsolV/3;
TPsolV=sum(PsolV);
end
```

**Apéndice F.** Código Matlab Aplicación Método de Von Mises.

```

function [N_seguridad]=esfuerzos_dome(es,Sy,seg,A_m,l,J,c)
%funcion para calcular el factor de seguridad
N_seg=zeros(seg,1);
for i=1:seg
if es(i,5)~=0 && es(i,6)~=0
lamda=round(atan(es(i,5)/es(i,6)),8);
vy_prima=round(es(i,2)*sin(lamda),8);
vz_prima=round(es(i,3)*cos(lamda),8);
v_prima=vz_prima+vy_prima;
elseif es(i,5)~=0 && es(i,6)==0 %cuando no existe cortante en z
vy_prima=round(es(i,2),8);
v_prima=vy_prima;
elseif es(i,5)==0 && es(i,6)~=0 %cuando no existe cortante en y
vz_prima=round(es(i,3),8);
v_prima=vz_prima;
else
vy_prima=round(es(i,2),8);
vz_prima=round(es(i,3),8);
v_prima=vz_prima+vy_prima;
end
T=(es(i,4));
F_axial=es(i,1);
M_R=round(sqrt((es(i,5)^2)+(es(i,6)^2)),8);
%esfuerzos dentro de la viga
%tipo:cilindro hueco
%momento flector M*c/l
sigma_MR=(M_R*c)/(l);
%esfuerzo normal f/A
N=F_axial/(A_m);
%torsion T*c/J
theta=(T*c)/(J);
%esfuerzo cortante "circular hueca pared delgada"
tao=(2*v_prima)/(A_m);
%segun criterio de vonmises
tao_xy=theta+tao;
sigma_x=N+sigma_MR;
sigma_eq=((sigma_x^2)+(3*(tao_xy^2)))^(1/2);
%factor de seguridad
if sigma_eq ==0
N_seg(i,1)=0 ;
else
N_seg(i,1)=Sy/sigma_eq;
end
end
N_seguridad=min(N_seg,[], "all");
end

```

**Apéndice G.** Código Matlab Topología.

```

function [pbase,ww,vector,tri3c]=call_dome2(f,r,h,n,zp)
%asignacion parametros de entrada
% r=5;
% h=5;
% n=5;
% f=5;
x=zeros(1,n+1);
y=zeros(1,n+1);
z=zeros(1,n+1);
xij=zeros((f+1),f+1);
yij=zeros((f+1),f+1);
zij=zeros((f+1),f+1);
xijk=zeros(n*(f+1),f+1);
yijk=zeros(n*(f+1),f+1);
zijk=zeros(n*(f+1),f+1);
%radio de la esfera
Rc=((r^2)+(h^2))/(2*h);
%distancia entre el punto (0,0,0) y la base del domo
l=Rc-h;
%angulo entre 2 puntos de la base en un plano xy
alpha=((2*pi)/n);
%coordenadas del punto superior de la piramide
x(1)=0;
y(1)=0;
z(1)=Rc;
%coordenadas del punto de proyeccion
% zp=l;
xp=0;
yp=0;
%coordenadas de los puntos que conforman la base
for val=1:n
x(val+1)=round(r*sin(alpha*(val-1)),6);
y(val+1)=round(r*cos(alpha*(val-1)),6);
z(val+1)=l;
end
%%proyecta los puntos que conforman la base estructural
% plot(x,y,"Marker","*","LineStyle","none","color","r")
%%triangulacion de delaunay para unir los puntos mediante triangulos
tri1=delaunay(x,y);
%%proyecta la piramide transparente
% trisurf(tri1,x,y,z,'FaceColor','none','EdgeColor',0.5*[1 1 1],'LineWidth',1,"
Marker","*");
%%proyecta la piramide solida
% trisurf(tri1,x,y,z,'FaceColor',[1,1,1],'EdgeColor',0.5*[1 1 1],'LineWidth',
1,"Marker","*");
%expresiones de nayfeh y hefzy
for k=1:n
for i=0:f
for j=0:i

```

```

a=i+1;
b=j+1;
if k~=n
xij(a,b)=x(1)+i*((x(k+1)-x(1))/f)+j*((x(k+2)-x(k+1))/f);
yij(a,b)=y(1)+i*((y(k+1)-y(1))/f)+j*((y(k+2)-y(k+1))/f);
zij(a,b)=z(1)+i*((z(k+1)-z(1))/f)+j*((z(k+2)-z(k+1))/f);
else
xij(a,b)=x(1)+i*((x(k+1)-x(1))/f)+j*((x(2)-x(k+1))/f);
yij(a,b)=y(1)+i*((y(k+1)-y(1))/f)+j*((y(2)-y(k+1))/f);
zij(a,b)=z(1)+i*((z(k+1)-z(1))/f)+j*((z(2)-z(k+1))/f);
end
end
end
for c=1:f+1
xijk(c+((f+1)*(k-1)),:)=round(xij(c,:),6);
yijk(c+((f+1)*(k-1)),:)=round(yij(c,:),6);
zijk(c+((f+1)*(k-1)),:)=round(zij(c,:),6);
end
end
% hold on
% plot3(xijk(:),yijk(:),zijk(:),"*", "LineStyle", "none")
% trisurf(tri1,x,y,z,'FaceColor', [1,1,1], 'EdgeColor', 0.5*[1 1 1], 'LineWidth',
1,"Marker", "*");
% hold off
%matriz consolidada puntos en la piramide
k=1;
for i=1:(n*(f+1))
for j=1:(f+1)
if xijk(i,j)~=0 || yijk(i,j)~=0 || zijk(i,j)~=0
w(k,:)=xijk(i,j) yijk(i,j) zijk(i,j)];
k=k+1;
end
end
end
w=unique(w,"rows","stable");
%tri2=delaunay(w(:,1),w(:,2));
% trisurf(tri2,w(:,1),w(:,2),w(:,3),'FaceColor', "none", 'EdgeColor', 0.5*[1 1 1],
'LineWidth', 1,"Marker", "*");
% for val0=1:length(w)
% numeracion=val0;
% text(w(val0,1),w(val0,2),w(val0,3),num2str(numeracion),color=[0 0 0],
FontSize=10)
% end
%% Variables
%%*****
%x0,y0,z0 -->centro de la superficie esferica del domo
%xk,yk,zk -->coordenadas punto proyectado sobre la superficie
%xv,yv,zv-->son los puntos obtenidos en el cono de n caras con frecuencia f
%t --> es un valor de la ecuacion parametrica
%% PREASIGNACION DE VARIABLES
%%*****
x0=0;
y0=0;

```

```

z0=0;
xk=zeros(length(w),1);
yk=zeros(length(w),1);
zk=zeros(length(w),1);
%% Funcion para proyectar los puntos en la esfera
%%*****
for val5=1:length(w)
% xk1=0;
% yk1=0;
% zk1=0;
% xk2=0;
% yk2=0;
% zk2=0;
xv=w(val5,1);
yv=w(val5,2);
zv=w(val5,3);
a=((xv-xp)^2)+((yv-yp)^2)+((zv-zp)^2);
b=2*((xv-xp)*(xp-x0))+((yv-yp)*(yp-y0))+((zv-zp)*(zp-z0));
c=((xp-x0)^2)+((yp-y0)^2)+((zp-z0)^2)-(Rc^2);
D=(b^2)-(4*a*c);
if D == 0
t=-b/(2*a);
elseif D >0
t1=(-b+sqrt(D))/(2*a);
t2=(-b-sqrt(D))/(2*a);
xk1=xp+t1*(xv-xp);
yk1=yp+t1*(yv-yp);
zk1=zp+t1*(zv-zp);
xk2=xp+t2*(xv-xp);
yk2=yp+t2*(yv-yp);
zk2=zp+t2*(zv-zp);
if zk1 > zp
t=t1;
else
t=t2;
end
else
t=0;
end
xk(val5)=round(xp+(t*(xv-xp)),8);
yk(val5)=round(yp+(t*(yv-yp)),8);
zk(val5)=round(zp+(t*(zv-zp)),8);
end
ww=[xk yk zk];
%ww=unique(ww,"rows","sorted");
bou=boundary(ww,0);
%% funcion para presentar la figura con sus respectivos nodos numerados
%%*****
% plot3(ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),"*","LineStyle","none")
%
% trimesh(bou,ww(:,2),ww(:,1),ww(:,3),'FaceColor', [1,1,1], 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1],'LineWidth', 1)
%% triangulacion de delaunay

```

```

%tri3=delaunay(ww(:,1),ww(:,2));
% trisurf(tri3,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', [1,1,1], 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1], 'LineWidth', 1,"Marker", "*");
%% triangulacion convolucion
tri3cn=convhulln(ww);
% trisurf(tri3cn,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', [1,1,1], 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1], 'LineWidth', 1,"Marker", "*");
% trisurf(tri3cn,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', "none", 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1], 'LineWidth', 1,"Marker", "*");
%% Variables domo general
%%*****
%f --> numero de subdivisiones de una cara de la piramide / frecuencia
%NSCP --> numero de superficies generadas por la subdivision
%NLCP --> numero de lados generados por la subdivision
%NVCP --> numero de vertices generados por la subdivision
%NSdomo -->numero total de superficies
%NLdomo -->numero total de lados
%NVdomo -->numero total de vertices
% NSCP=f^2;
% NLCP=((3*f)/2)*(f+1);
% Nsdomo=n*f^2;
% NLdomo=((n*f)/2)*(1+(3*f));
% Nvdomo=1+(((n*f)/2)*(f+1));
%% puntos que conforman la base
%%*****
numbase=1;
puntos=0;
valmin=min(ww(:,3));
for val7=1:length(ww)
if ww(val7,3)==valmin
puntos=puntos+1;
end
end
pbase=zeros(puntos,4);
for val7=1:length(ww)
if ww(val7,3)==valmin
pbase(numbase,1)=ww(val7,1);
pbase(numbase,2)=ww(val7,2);
pbase(numbase,3)=ww(val7,3);
pbase(numbase,4)=val7;
numbase=numbase+1;
end
end
% hold on
% trisurf(tri3cn,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', "none", 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1], 'LineWidth', 1,"Marker", "*");
% plot3(pbase(:,1),pbase(:,2),pbase(:,3),"*", "LineStyle","none", "Color", "r")
% hold off
%% quitar las superficies formadas en la base
j=1;
for i=1:length(tri3cn)
if ww(tri3cn(i,1),3)~=l || ww(tri3cn(i,2),3)~=l || ww(tri3cn(i,3),3)~=l
tri3c(j,:)=tri3cn(i,:);

```

```
j=j+1;
end
end
%trisurf(tri3c,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', 'none', 'EdgeColor', 0.5*[1 1
1], 'LineWidth', 1);%,"Marker","*");
% hold on
% plot3(pbase(:,1),pbase(:,2),pbase(:,3),"*","LineStyle","none","Color","r")
%
% for val0=1:length(ww)
% numeracion=val0;
% text(ww(val0,1),ww(val0,2),ww(val0,3),num2str(numeracion),color=[0 0 0],
FontSize=20)
% end
% hold off
%% Barras presentes en el sistema
%%*****
vectores=zeros(length(tri3c)*3,2);
op1=0;
for va2=1:length(tri3c)
for va1=1:3
op1=op1+1;
if va1==1
vectores(op1,:)=[tri3c(va2,1) tri3c(va2,2)];
elseif va1==2
vectores(op1,:)=[tri3c(va2,2) tri3c(va2,3)];
else
vectores(op1,:)=[tri3c(va2,1) tri3c(va2,3)];
end
end
end
end
vectores=sort(vectores,2);
vector=unique(vectores,"rows","sorted");
end
```

**Apéndice H.** Código Matlab Validación PSO.

```

%% comprobacion pso por medio de la superposicion de graficas
%%parametros entrada
%h --> altura
%r --> radio
%f --> frecuencia
%n --> numero de barras
%%parametros salida
%N --> factor de seguridad
%costo --> costo
%limites maximo y minimo parametros de entrada
h=6;
r=6;
lim_n=[4 10];
lim_f=[1 10];
%desarrollo
f_1=zeros((lim_n(2)-lim_n(1))*(lim_f(2)-lim_f(1)),3);
f_2=zeros((lim_n(2)-lim_n(1))*(lim_f(2)-lim_f(1)),3);
count=0;
for n=lim_n(1):lim_n(2)
for f=lim_f(1):lim_f(2)
%aplicar funcion viga o barra para determinar
[a,R,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo]=fem_dome(r,h,n,f);
count=count+1;
f_1(count,:)= [n f N_minsegcuerpo];
f_2(count,:)= [n f costo_mat];
end
end
sol=[f_1(:,1:3) f_2(:,1:3)];
val2=1;
for val1=1:length(sol)
if sol(val1,3)>1.5 %&& sol(val1,3)<5
solp(val2,:)=sol(val1,:);
val2=val2+1;
end
end
costoop=min(sol(:,4));
%%surf(f_1(:,1),f_1(:,2),f_1(:,3));
% x(:,1)=solp(:,1);
% y(:,1)=solp(:,2);
% z(:,1)=solp(:,3);
%
% %surf(x(:,1),y(:,1),z(:,1));
% plot3(x(:,1),y(:,1),z(:,1),"*","LineStyle","none","Color","r");

```

**Apéndice I.** Código Matlab Pasador.

```
function [d]=pasador(NLdomo,Nvdomo,F_normal,F_cortY,F_cortZ,vector,tau)
for i=1:NLdomo
FT(i,1) = sqrt(F_normal(i,1)^2+F_cortY(i,1)^2+F_cortZ(i,1)^2);
FT(i,2) = sqrt(F_normal(i,2)^2+F_cortY(i,2)^2+F_cortZ(i,2)^2);
end
for i=1:Nvdomo
r(i) = sum(sum(double(vector == i)));
end
F_nodo = zeros(Nvdomo,max(r));
k = 1;
for i=1:Nvdomo
for j=1:2*NLdomo
if vector(j)==i
F_nodo(i,k) = FT(j);
k = k+1;
end
end
k = 1;
end
for i=1:Nvdomo
d(i) = max(sqrt(4.*F_nodo(i,:)/(pi*tau)));
end
fprintf('el diametro mínimo del pasador es: %.3f [mm]',max(d))
end
```

**Apéndice H.** Código Matlab Muestra de Resultados.

Dimensionalidades cálculo de barras y placas

```

clear

r=5;
h=5;
n=4;
f=2;
Rc=((r^2)+(h^2))/(2*h); %calculo radio de la esfera
l=Rc-h; %calculo distancia entre el punto (0,0,0) y la base del domo en z

zp=1; %proyeccion

%[base,ww,vector,tri3,Nverticesdomo]=call_dome(f,r,h,n,zp);
 [base,ww,vector,tri3]=call_dome2(f,r,h,n,zp);

%parametros de salida del modelo matematico del domo
%tri3 --> triangulacion de delaunay
%NLdomo --> numero de lados del domo
%Nvdomo --> numero de vertices del domo
%vector --> conexiones desglozadas
%ww --> coordenadas (x,z,y) de los nodos
%base --> nodos que pertenecen a la base

NLdomo=length(vector);
Nvdomo=length(ww);

```

esfuerzos

```

[deformacion,resultantes,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo,Fuerza]=fem_dome(
r,h,n,f);

```

cantidad de barras

```

Nbarras=length(vector);

%dimnesiones de las barras

%LV --> longitud vigas

```

```

% INICIALIZACION DE VARIABLES

LV=zeros(NLdomo,1);
PV=zeros(NLdomo,1);

%formula para calcular el largo de una barra
for val11=1:NLdomo

    x1=ww(vector(val11,1),1);
    y1=ww(vector(val11,1),3);
    z1=ww(vector(val11,1),2);

    x2=ww(vector(val11,2),1);
    y2=ww(vector(val11,2),3);
    z2=ww(vector(val11,2),2);

    LV(val11,1)=round((sqrt(((x2-x1)^2)+((y2-y1)^2)+((z2-
z1)^2))*100),0,"decimals"); %calculo longitud de cada barra cm

end

```

repeticiones de cada barra

```

count=zeros(NLdomo,2);

for var1=1:NLdomo
    count(var1,1)=LV(var1,1);
    for var2=1:NLdomo
        if count(var1,1)==LV(var2,1)
            count(var1,2)=count(var1,2)+1;
        end
    end
end

barras_sistema=unique(count,"rows","sorted");

totalb=sum(barras_sistema(:,2));

```

cantidad de placas

```

Nplacas=length(tri3);
triangulo=zeros(Nplacas,3);

```

```
for var2=1:length(tri3)

    nodo1=tri3(var2,1);
    nodo2=tri3(var2,2);
    nodo3=tri3(var2,3);

    for var3=1:length(vector)

        if (nodo1==vector(var3,1) || nodo1==vector(var3,2)) &&
(nodo2==vector(var3,1) || nodo2==vector(var3,2))

            triangulo(var2,1)=LV(var3,1);

        end

        if (nodo2==vector(var3,1) || nodo2==vector(var3,2)) &&
(nodo3==vector(var3,1) || nodo3==vector(var3,2))

            triangulo(var2,2)=LV(var3,1);

        end

        if (nodo1==vector(var3,1) || nodo1==vector(var3,2)) &&
(nodo3==vector(var3,1) || nodo3==vector(var3,2))

            triangulo(var2,3)=LV(var3,1);

        end

    end

end

%orden
triangulo=sort(triangulo,2);
```

#### REPETICIONES PLACA

```
count2=zeros(Nplacas,4);

for var1=1:Nplacas
```

```

count2(var1,1)=triangulo(var1,1);
count2(var1,2)=triangulo(var1,2);
count2(var1,3)=triangulo(var1,3);

for var2=1:Nplacas

    if count2(var1,1)==triangulo(var2,1) &&
count2(var1,2)==triangulo(var2,2) && count2(var1,3)==triangulo(var2,3)

        count2(var1,4)=count2(var1,4)+1;
    end
end

end

placas_sistema=unique(count2,"rows","sorted");

totalp=sum(placas_sistema(:,4));

```

tablas

```

cant=barras_sistema(:,2);
longitud=barras_sistema(:,1);

```

```

vigas=table(longitud,cant)

```

vigas = 2x2 table

	longitud	cant
1	383	16
2	500	12

```

cantidad=placas_sistema(:,4);
longitud1=placas_sistema(:,1);
longitud2=placas_sistema(:,2);
longitud3=placas_sistema(:,3);

```

```

placas=table(longitud1,longitud2,longitud3,cantidad)

```

placas = 2x4 table

	longitud1	longitud2	longitud3	cantidad
1	383	383	500	12
2	500	500	500	4

```
totalp=Nvdomo;
total=table(totalp,totalb)
```

total = 1x2 table

	totalp	totalb
1	13	28

```
disp("el factor de seguridad minimo dentro de la estrucutra es")
```

el factor de seguridad minimo dentro de la estrucutra es

```
disp(N_minsegcuerpo)
```

1.9808

```
disp("el costo de material necesario para el proyecto es")
```

el costo de material necesario para el proyecto es

```
disp(costo_mat)
```

6.8960e+06

```
disp("numero de apoyos")
```

numero de apoyos

```
disp(length(base))
```

8

```
disp("grafica")
```

grafica

```
trisurf(tri3,ww(:,1),ww(:,2),ww(:,3),'FaceColor', "none", 'EdgeColor', 0.5*[1
1 1], 'LineWidth', 1);%,"Marker","*");
hold on
plot3(base(:,1),base(:,2),base(:,3),"*","LineStyle","none","Color","r")

for val0=1:length(ww)
    numeracion=val0;
    text(ww(val0,1),ww(val0,2),ww(val0,3),num2str(numeracion),color=[0 0
0],FontSize=20)
end
hold off
```

**Apéndice I.** Código Matlab PSO.

```
%limpiar memoria y cerrar ventanas de matlab
clear
close
```

entradas

```
%criterios de entrada geometria y fem
h=5;
r=5;

%funcion a minimizar
%[a,R,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo]=fem_dome(r,h,n,f);
%f=costo_mat
```

```
%dimensiones del espacio de busqueda
d=2;
%limites del espacio de busqueda
```

```
%[numero de divisiones , frecuencia ]
```

```
%limite inferior
llim=[4 , 1];
%limite superior
ulim=[9 , 9];
```

```
%maximo numero de iteraciones
```

```
Max_iter=60;
```

```
%cantidad de particulas en la poblacion
```

```
Part_N=5;
```

```
%constantes
c1=[1 1] %aceleracion
```

```
c1 = 1x2
    1    1
```

```
c2=[1 1] %aceleracion
```

```
c2 = 1x2
    1    1
```

```
w=[1 1] %inercia
```

```
w = 1x2
    1    1
```

inicializacion

```
%posicion velocidad resultado mejor posicion mejor resultado

%proceso de inicializacion del PSO

%posicion inicial particulas

xop(:,1)=randi([l1im(1,1) ulim(1,1)],Part_N,1);
xop(:,2)=randi([l1im(1,2) ulim(1,2)],Part_N,1);

%Evalua la funcion objetivo

for i=1:Part_N

[a,R,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo]=fem_dome(r,h,xop(i,1),xop(i,2));
penalizacion=N_minsegcuerpo

if penalizacion<1.5
obj_func(i,:)=inf;
else
obj_func(i,:)=costo_mat;
end

end

%obtiene el mejor valor global (mínimo)

[glob_opt , ind]=min(obj_func);

%optimo global G_opt

%crea una matriz de unos del tamaño de la población

G_opt=ones(Part_N,d);
```

```
%valores del óptimo en dimensión 1
G_opt(:,1)=xop(ind,1);

%valores del óptimo en dimensión 2
G_opt(:,2)=xop(ind,2);

%mejor posicion
Mejor_pos=[xop(ind,1),xop(ind,2)];

%mejor local para cada particula
Loc_opt=xop;

%inicializar velocidades
vel=zeros(Part_N,d);

%inicializar t
t=1;
```

optimizacion

```
%criterio de paro t=maxiter

while t<Max_iter

    %calcula la nueva velocidad

    vel=vel+c1.*(Loc_opt-xop)+c2.*(G_opt-xop);

    %calcula la nueva posición

    xop=abs(xop+vel);

    for i=1:Part_N

        %se verifica que las partículas no se salgan de los limites u y l

        if xop(i,1)>ulim(1)
            xop(i,1)=ulim(1);
        end
        if xop(i,1)<llim(1)
```

```

        xop(i,1)=l1im(1);
    end
    if xop(i,2)>u1im(2)
        xop(i,2)=u1im(2);
    end
    if xop(i,2)<l1im(2)
        xop(i,2)=l1im(2) ;
    end
    if xop(i,1)==0
        xop(i,1)=l1im(1) ;
    end
    if xop(i,2)==0
        xop(i,2)=l1im(2) ;
    end

%       disp(xop(i,1));
%       disp(xop(i,2));
%       disp("--")

%se evalúan las nuevas posiciones en la función objetivo

[a,R,costo_mat,N_minsegcuerpo,N_segcuerpo,Fuerza]=fem_dome(r,h,xop(i,1),xop(i,2)
);

    penalizacion=N_minsegcuerpo;

    if penalizacion<1.5
        Nva_obj_func(i,:)=inf;
    else
        Nva_obj_func(i,:)=(costo_mat);
    end

%se verifica si se actualizan los óptimos locales

    if Nva_obj_func(i,:) < obj_func(i,:)

        %actualiza el optimo local
        Loc_opt(i,:)=xop(i,:);

        %se actualiza la funcion objetivo
        obj_func(i,:)=Nva_obj_func(i,:);
    end

end
end

```

```
%obtiene el mejor valor global (minimo)

[Nvo_glob_opt , ind]=min(obj_func);

%se verifica si se actualiza el optimo global

if Nvo_glob_opt < glob_opt

    glob_opt=Nvo_glob_opt;

%valores del óptimo en dimensión 1
G_opt(:,1)=xop(ind,1);
%valores del óptimo en dimensión 2
G_opt(:,2)=xop(ind,2);

Mejor_pos=[xop(ind,1),xop(ind,2)];

end

%Almacena los valores de función objetivo en cada iteración
Evol_func_obj(t)=glob_opt;

for val1=1:length(xop)
    val2=val1+5*(t-1);
    pot(val2,1)=xop(val1,1);
    pot(val2,2)=xop(val1,2);
end
%mostrar las particulas
plot(pot(:, 1), pot(:, 2), 'x',"Color","r") % drawing swarm movements
axis([0 10 0 10])
xlabel('numero de divisiones')
ylabel('frecuencia')
%incrementa la iteraciones
t=t+1;

end
```