

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN
DEL PERÍMETRO DE LA CIRCUNFERENCIA Y ÁREA DEL CÍRCULO
EN QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA**

**FREDY JAVIER BARAJAS MENDOZA
EDWIN DARÍO RAMÍREZ GUTIERREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2006**

**ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN
DEL PERÍMETRO DE LA CIRCUNFERENCIA Y ÁREA DEL CÍRCULO
EN QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA**

**FREDY JAVIER BARAJAS MENDOZA
EDWIN DARÍO RAMÍREZ GUTIERREZ**

**Trabajo de grado presentado como requisito
parcial para optar al título de
Licenciado en Matemáticas**

**Director
GERMAN ALONSO JAIMES PATIÑO
Esp. En Educación Matemática**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2006**

CONTENIDO

	Pág.
1. PRESENTACIÓN	4
2. JUSTIFICACIÓN	5
3. ANTECEDENTES	7
4. OBJETIVOS	9
4.1 OBJETIVO GENERAL	9
4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	9
5. METODOLOGÍA	10
6. MARCO TEÓRICO	12
6.1 LA TEORÍA DE PIAGET	12
6.2 EL MODELO VAN HIELE	15
7. PRUEBA DIAGNÓSTICA	19
7.1 DISEÑO DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA	19
7.2 APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA	20
7.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA	20
8. ACERCA DE LAS ACTIVIDADES	23
TALLER No. 1. Simetrías	25
TALLER No. 2. Polígonos regulares y la circunferencia	30
TALLER No. 3. Perímetro de polígonos regulares y perímetro de la Circunferencia.	37
TALLER No. 4. Área de polígonos regulares.	43
TALLER No. 5. Área del círculo.	51
9. CONCLUSIONES	55
10. RECOMENDACIONES	57
BIBLIOGRAFÍA	59
ANEXOS	61

RESUMEN

TÍTULO: ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA LA CONCEPTUALIZACIÓN DEL PERÍMETRO DE LA CIRCUNFERENCIA Y ÁREA DEL CÍRCULO EN QUINTO GRADO DE EDUCACIÓN BÁSICA PRIMARIA*

AUTORES: BARAJAS MENDOZA FREDY JAVIER y RAMÍREZ GUTIERREZ EDWIN DARÍO**

PALABRAS CLAVES: Teoría Piagetiana, Constructivismo, estándares curriculares, estructuras de aprendizaje.

DESCRIPCIÓN

Las estructuras asociadas al aprendizaje de las matemáticas (afectivo comunicativa, socio-cultural, cognoscitiva y perceptiva) y la geometría activa como exploración sistemática del espacio, donde el estudiante tiene la oportunidad, de dibujar, modelar, mover, transformar, es decir, de construir su propio conocimiento a partir de situaciones concretas, son la base fundamental del trabajo.

Por medio de situaciones contextualizadas se crean espacios de interrogantes en los estudiantes para buscar que razonen, comuniquen y establezcan conexiones, entre los conceptos y los relacionen con otras áreas de conocimiento. El aprendizaje se da a medida que entrelaza sus preconceptos con los nuevos conocimientos para lograr que éste sea significativo. Para lograrlo es necesario la manipulación de elementos.

Respetando los distintos ritmos de aprendizaje con base en los resultados de la prueba diagnóstica, se presentaron cinco talleres. Cada estudiante de la muestra seleccionada avanzó a su propio ritmo hasta aprender y realizar las deducciones para el perímetro de la circunferencia y el área del círculo, manteniendo activo el interés por el aprendizaje de las matemáticas y mostrando su agrado por medio de creativas soluciones a las situaciones planteadas en todos los talleres.

* Trabajo de Grado

** Dir. JAIMES PATIÑO, German Alonso. Facultad de Ciencias, Licenciatura en Matemáticas.

SUMMARY

TITLE: STRATEGY METHODOLOGICAL FOR THE CONCEPTUALIZATION OF THE PERIMETER OF THE CIRCUMFERENCE AND AREA OF THE CIRCLE IN FIFTH GRADE OF BASIC PRIMARY EDUCATION*

AUTHORS: BARAJAS MENDOZA FREDY JAVIER AND RAMÍREZ GUTIÉRREZ EDWIN DARÍO.**

CODE WORDS: Piaget's theory, Constructivism, curriculums standards, learn's structures.

DESCRIPTION

The structures associated to the mathematic's learning (affective communicatives, social – cultural, cognitive and perceptives), and the active geometry as the space's systematic exploration, where the student has the opportunity, of to draw, to model, to move, to transform, etc, that is to say, of to construct the Knowledge own starting of the real situations, are the work's fundamental base.

Through context's situations it's create questions spaces in the students to search that they reason communicate and establish connections between the concepts. The learning is given in proportion as connect his pre- concepts with the news Knowledges to obtain that will be significative. To obtain it is necessary the elements manipulations.

Respecting the different learning rhythms with based into the diagnostic proof its present five activities. Each one student, of the selected sample, advanced to his rhythm own to learn and to effect the inferences to the circumference's perimeter and the circle's area, keeping active the interest around the mathematic's learning and showing his pleasure through solutions creatives to the established situations in every the activities.

* Grade Work

** Dir. JAIMES PATIÑO, German Alonso. Faculty Of Science Bachelor's degree in Mathematics.

1. PRESENTACIÓN

En las últimas décadas el Ministerio de Educación Nacional ha venido promulgando una renovación curricular, la cual busca lograr mejorar sustancialmente la calidad de la educación. Se propone que el estudiante a través de una participación activa logre llegar al razonamiento como una herramienta primordial en el proceso de aprendizaje.

En el transcurso del segundo semestre de 2005 iniciamos un proceso didáctico en el área de geometría con niños de cuarto grado de educación básica primaria del colegio Aurelio Martínez Mutis, sede D, ubicado en el barrio La Victoria.

Para dar continuidad a este proceso didáctico y de acuerdo con lo propuesto según los estándares básicos de Matemáticas para quinto grado de educación básica primaria, pretendemos conceptualizar el perímetro de la circunferencia y área del círculo. Queremos presentar en este trabajo una estrategia metodológica que contribuya al desarrollo del razonamiento de los niños de quinto grado de básica primaria, así como a un mejor aprendizaje de la geometría.

2. JUSTIFICACIÓN

Saber matemáticas no es solamente aprender definiciones y teoremas para utilizarlas y aplicarlas.

Hacer matemáticas implica que uno se ocupe de problemas, pero a veces resolver un problema no es más que parte del trabajo, encontrar preguntas es tan importante como encontrar soluciones. Un buen desempeño del estudiante requiere que él actúe, formule, pruebe, construya conceptos y los intercambie con otros; por lo tanto el papel del docente cambia de manera radical. No será un simple transmisor ni un simple usuario de los textos, fundamentalmente su papel será el de propiciar un ambiente participativo que conduzca a una mayor autonomía de los alumnos frente al conocimiento.

La geometría, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, constituye una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial.

“En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los

procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. Para lograr este dominio del espacio se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la actividad del alumno y su confrontación con el mundo. Se da la prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos. Se trata de “hacer cosas”, de moverse, dibujar, construir, producir y tomar de éstos esquemas operatorios el material para la conceptualización. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente contruidos a un nivel suficientemente estable para que los alumnos mismos puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales”¹.

Nuestro propósito es desarrollar a partir de la geometría activa una estrategia metodológica que contribuya al proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, involucrando al estudiante en problemas relacionados con perímetro de la circunferencia y área del círculo.

¹ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. Matemáticas: Lineamientos curriculares. p. 56.

3. ANTECEDENTES

Durante más de 20 años continuos la Escuela de Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander ha venido trabajando con profesores de educación básica y media y con los estudiantes de primaria y secundaria.

Se viene revisando el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría utilizada en las escuelas y colegios de educación primaria y media básica.

En particular se han identificado problemas en la enseñanza de la geometría como los siguientes:

- La geometría se ha convertido en el último tema que se trabaja en el año escolar.
- La actividad de conceptualizar se ha restringido al establecimiento de una correspondencia entre definiciones con una representación visual del concepto o la relación.
- La enseñanza tradicional de la geometría limita en los estudiantes el proceso de construcción.

- Se presenta la tendencia hacia el estudio de la geometría del espacio sobre el plano del tablero y el cuaderno, restringiendo la imaginación del estudiante.

Resultado de este arduo trabajo han surgido propuestas elaboradas por estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, cuyo objetivo ha sido proporcionar soluciones en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

Algunos de estos trabajos son monografías de grado de estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander, entre los cuales mencionamos los siguientes:

- Mejoramiento de la geometría educación básica primaria a cargo de Amparo Cepeda Arenas, 1992.
- Experimentación del material instruccional para la enseñanza de la geometría en quinto primaria. Luís Alberto Barrera Arias, 1993.
- Enseñanza de la geometría en cuarto grado de básica primaria según modelo de Van Hiele. Teresa del Pilar Fernández Vega, 1997.
- Propuesta para el aprendizaje de los conceptos de Área y Perímetro del círculo. Jenny Patricia Acevedo Rincón, 2001.
- Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico. Claudia Parada Aparicio, 2002.

4. OBJETIVOS

4.1 GENERAL

Elaborar, aplicar y evaluar una estrategia metodológica para que los estudiantes de quinto año de educación básica primaria, elaboren los conceptos de perímetro de la circunferencia y área del círculo en la solución de problemas y situaciones prácticas reales.

4.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Diseñar actividades por medio de talleres que permitan la aplicación de los conceptos de perímetro de la circunferencia y área del círculo.

Realizar actividades por medio de talleres que permitan la aplicación de los conceptos de perímetro de la circunferencia y área del círculo.

Evaluar la eficacia de las actividades diseñadas a través de su experimentación.

5. METODOLOGÍA

La geometría como parte activa de las matemáticas constituye una exploración sistemática del espacio, donde se brinda la oportunidad al estudiante de dibujar, modelar, mover, transformar, de construir a partir de situaciones concretas su propio conocimiento. La construcción de un concepto es gradual y requiere del desarrollo de actividades de diferente índole que apunten a considerar distintos aspectos del objeto en cuestión para fortalecer el concepto. En dicho proceso, se debe buscar que el estudiante recurra a establecer relaciones y propiedades, bien sean aquellas que ya conoce o las que descubre a través del trabajo realizado en las actividades propuestas.

Las actividades que conducen a la tarea de conceptualización incluyen el dibujo de formas, de identificación, definición, clasificación de figuras; también es útil diseñar experiencias de construcción de figuras con el fin de determinar sus características esenciales.

Teniendo en cuenta estas orientaciones y guiados por los estándares curriculares propuestos por el Ministerio de Educación presentamos una “estrategia metodológica para la conceptualización del perímetro de la

circunferencia y área del círculo en quinto grado de educación básica primaria”, diseñada con base en los resultados obtenidos por la prueba diagnóstica, y su implementación se hará a través de talleres tratados en forma secuencial ya que se utilizarán conceptos trabajados previamente. Los estudiantes trabajarán en forma individual o en grupos de máximo dos personas, donde la constante orientación del profesor es de vital importancia.

Se compararán las respuestas de los estudiantes buscando fortalecer el concepto en proceso, para ello es necesario que cada estudiante redacte sus propias conclusiones y sean conocidas por el resto de sus compañeros, logrando así que cada estudiante sea autocrítico, permitiéndole fortalecer el razonamiento.

6. MARCO TEÓRICO

Las investigaciones que apuntan al desarrollo evolutivo del pensamiento geométrico están orientadas por los avances de la psicología cognitiva o del conocimiento. Se destacan los trabajos realizados por Piaget (1967), acerca de la concepción del espacio en los niños y los estudios de los esposos Van Hiele (1984, 1986), encaminados a determinar niveles del pensamiento geométrico y etapas de instrucción correspondientes.

6.1 LA TEORÍA DE PIAGET

Jean Piaget, psicólogo suizo de fama internacional por sus estudios sobre el desarrollo del pensamiento infantil. Su comprensión y cariño por los niños lo llevó a intentar penetrar su mundo. En una era en que se trataba al niño como adulto, Piaget reconoció y logró que se aceptaran las diferencias².

Como resultado de sus numerosos experimentos propuso una teoría del desarrollo de conceptos espaciales en el niño.

² LABINOWICZ, Ed, Traducción / LOPEZ, Humberto. Introducción a Piaget. Pensamiento, aprendizaje, enseñanza. Ed. Pearson. México, 1998.

Según el enfoque PIAGETIANO “... la adquisición de conocimientos requiere una acción por parte del que aprende y una interacción con el entorno a través de sus propios esfuerzos constructivos....”, entonces “... para presentar una idea adecuada de aprendizaje hay que explicar primero cómo el sujeto consigue construir e inventar, no sólo como repite y copia...”³.

Según Piaget la capacidad mental se desarrolla por medio de la construcción permanente de estructuras que definen las etapas y períodos de dicho proceso para el cual propone la siguiente clasificación:

- Período Senso-Motriz (0-2 años): Coordinación de movimientos físicos, Pre-representación y pre-verbal.
- Período Preoperatorio (2-7 años): Habilidad para representar la acción mediante el pensamiento y el lenguaje pre-lógico.
- Períodos avanzados:
 - Operaciones concretas (7-11 años): Pensamiento lógico pero limitado a la realidad física.
 - Operaciones formales (11-15 años): Pensamiento lógico-abstracto e ilimitado.

³ ORTON, Anthony. Didáctica de las matemáticas. P. 89.

Nuestra estrategia se desarrolla con niños entre las 9 y 11 años, por consiguiente estarían ubicados en la etapa de operaciones concretas formales que caracteriza el pensamiento lógico ante los objetos físicos: es aquí donde el niño comienza a desarrollar la facultad de reversibilidad que le permita invertir mentalmente una acción que antes sólo había llevado a cabo físicamente, por tanto es capaz de obtener conclusiones de hipótesis planteadas y no solamente de observaciones reales.

Sin embargo, no podemos dejar de lado los objetos reales, ni el trabajo con ellos ya que en esta edad es necesaria su utilización para lograr una buena comprensión.

Al respecto dice Aura Luz Castro: "... la manipulación de los materiales es muy importante. Para pensar, los niños en la etapa concreta, necesitan tener objetos ante ellos que puedan manejar con facilidad o poder visualizar objetos que ya han manejado y que puedan imaginarse con facilidad. Los maestros deben seleccionar materiales para que el niño se concientice del problema y busque él mismo la solución..."⁴

⁴ CASTRO DE PICO, Aura Luz. La psicología educativa en la formación de docentes. p. 109.

6.2 EL MODELO VAN HIELE

La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales.

El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución y que está adquiriendo cada vez mayor aceptación a nivel internacional en lo que se refiere a geometría escolar.

La clasificación del razonamiento en geometría, propuesta por los esposos Van Hiele, consta de cinco tipos:

- **Visualización o reconocimiento**

Un razonamiento de tipo visualización se caracteriza porque se hace sobre figuras geométricas distinguiéndolas por sus formas, por su aspecto físico, sin detectar relaciones entre tales formas o entre sus partes. Este nivel por ser el más elemental se sitúa en preescolar y en los primeros años de la básica primaria (5-8 años).

- **Análisis o descripción**

Es un nivel de conocimiento de los componentes de las figuras, de sus propiedades básicas, estableciendo relaciones a nivel intuitivo entre las figuras y permitiendo realizar unas clasificaciones sencillas a través de características simples como por el número de lados o por el número de ángulos iguales. Sin embargo no son capaces de relacionar unas propiedades con otras, por lo que no pueden hacer clasificaciones lógicas de figuras basándose en sus elementos o propiedades.

- **Clasificación o abstracto relacional**

Las relaciones y definiciones empiezan a quedar clarificadas, pero sólo con ayuda y guía. La imagen conceptual sigue ligada a la imagen física. Sin embargo, aquella adquiere un carácter más dinámico si se le compara con la que se obtiene en el tipo de razonamiento anterior, porque se atiende más a los componentes de la figura que a una percepción global de la misma.

- **Deducción formal**

En este nivel los estudiantes pueden deducir una propiedad de otra mediante secuencias de proposiciones. Se entiende en este nivel el sentido de los axiomas, las definiciones y teoremas, pero no se hacen

razonamientos abstractos y no se reconoce la necesidad de rigor en los razonamientos.

- **Razonamiento rigurosamente deductivo**

En este nivel el estudiante razona sin necesidad de la intuición, pudiendo componer su razonamiento deductivo con otros y analizar el grado de rigor en varios sistemas deductivos.

Las investigaciones de los esposos Van Hiele y de quienes han aplicado esta teoría indican que el paso de un nivel a otro no es automático y es independiente de la edad. Muchos adultos se encuentran en un nivel 1 porque no han tenido oportunidad de enfrentarse con experiencias que les ayuden a pasar al nivel 2. Sin embargo, algunos estudios han mostrado que la población estudiantil media no alcanza los dos últimos niveles, especialmente el de rigor, pues exige un nivel de cualificación matemático elevado.

La propuesta de Renovación Curricular enfatiza la geometría activa como una alternativa para restablecer el estudio de los sistemas geométricos como herramientas de exploración y representación del espacio.

Para que el niño domine el espacio se requiere que él confronte con su entorno, es decir, que el estudiante haga cosas, se mueva, dibuje, construya y tome de éstos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna.

Es de anotar que la geometría activa, propone la utilización de un vocabulario adecuado, sencillo, entendible; la realización de actividades con material del medio.

Al respecto Vasco Carlos E. (1994) afirma: “lo único que se necesita para hacer geometría activa es un oído atento y perceptivo para escuchar lo que dicen los niños descomplicados en su propio lenguaje subdesarrollado y un ojo alerta, capaz de descubrir los sistemas concretos culturalmente relevantes”.

7. PRUEBA DIAGNÓSTICA

Para el desarrollo de nuestro trabajo “estrategia metodológica para la conceptualización del perímetro de la circunferencia y área del círculo en quinto grado de educación básica primaria”, realizamos una prueba diagnóstica con el objetivo de evaluar los conocimientos de geometría adquiridos por los estudiantes en los años anteriores. Esta prueba fue realizada en un grupo conformado por 38 estudiantes del grado quinto B del Colegio Aurelio Martínez Mutis sede B, ubicado en la calle 68 No. 18-29 del barrio La Victoria.

7.1 DISEÑO DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA (Anexo A)

Para el diseño de la prueba se tomaron en cuenta los estándares básicos de Matemáticas en el área de geometría propuestos por el Ministerio de Educación Nacional en los cursos de primero a cuarto grado de educación básica. Se seleccionaron los siguientes temas:

- Identificación de polígonos.
- Reconocimiento de simetrías.
- Identificación de ángulos.
- Reconocimiento de rectas paralelas y perpendiculares.

- Identificación de polígonos regulares.
- Caracterización de la circunferencia y el círculo
- Reconocimiento del perímetro de polígonos.

7.2 APLICACIÓN DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Se explicó a los estudiantes el porque de las preguntas y que no era una evaluación, razón por la cual no era necesario que escribieran su nombre. La prueba se realizó en el salón de clase, en horario escolar y contó con la presencia de la profesora encargada del área de matemáticas para dicho grupo. El tiempo de duración de ésta actividad fue de 90 minutos.

7.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

- El 78,9% de los estudiantes identificaron polígonos siendo los más reconocidos el triángulo y el cuadrado. El 21.1% confunden los polígonos con el cubo y el cono.
- El 60% logra identificar figuras en las cuales sus mitades son iguales.

- Los estudiantes no tienen claro el concepto de simetría pues solamente el 21% encontraron correctamente los ejes de simetría en el cuadrado y el rectángulo.
- El 47,3% concluye acertadamente que a medida que el artista rota sus piernas, la amplitud del giro aumenta.
- Se presenta cierta confusión en el momento de relacionar la medida del ángulo con la amplitud del giro, solo el 26,3% asocian el concepto de ángulo con la amplitud del giro o de la rotación.
- El 50% respondieron correctamente a las preguntas sobre vías paralelas mientras que el 39,4% identificaron acertadamente las vías perpendiculares, se puede entonces concluir que los estudiantes reconocen más las rectas paralelas que las perpendiculares.
- El 89,4% reconocen plenamente figuras como cuadrados, triángulos, pentágonos y hexágonos.
- Existe confusión en el momento de diferenciar el círculo y la circunferencia, únicamente el 26,3% de los estudiantes logra hacerlo.

- El 73,6% opina que la longitud del radio va cambiando.
- El 84,2% no relacionan el diámetro y el radio de la circunferencia.
- Los estudiantes no tienen claro el concepto de perímetro solamente el 39,4% responde acertadamente.
- Se presenta confusión en el momento de determinar el perímetro del cuadrado, únicamente el 18,4% manifiesta que se puede encontrar el perímetro del cuadrado conociendo la longitud de uno de los lados.

8. ACERCA DE LAS ACTIVIDADES

- Con los presentes talleres pretendemos que desarrolles tu capacidad analítica, crítica e investigativa y construyas por tí mismo el conocimiento.
- El tener que desarrollar cada taller individualmente no excluye la orientación del profesor, consulta de libros, en algunas ocasiones necesitarás la colaboración de tus compañeros, pero debes tener presente sacar tus propias conclusiones.
- Lee con atención los objetivos de cada taller e intenta imaginar sobre lo que vas a trabajar.
- Ten listos los materiales que vas a utilizar.
- En el transcurso de cada taller encontrarás información muy importante, compárala con la tuya y analízala con tus compañeros.

- Para el desarrollo de algunos talleres trabajarás algunos materiales en tu casa, con el objetivo de agilizar la actividad a realizar en el salón de clase.
- En el primer taller recibirás una hoja de block donde vienen dibujadas algunas figuras geométricas, trata de recortarlas con la mayor precisión posible.
- Para el desarrollo del tercer taller, previamente en tu casa dibujarás y recortarás algunas figuras geométricas; llegado el momento se te darán las instrucciones necesarias.
- Igualmente para la cuarta actividad dibujarás y recortarás otras figuras geométricas siguiendo las indicaciones respectivas.

TALLER No. 1

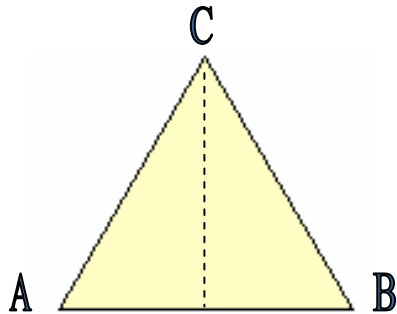
OBJETIVOS

- Clasificar los triángulos en equilátero, isósceles ó escaleno y encontrar sus respectivos ejes de simetría.
- Identificar los polígonos regulares por sus ejes de simetría y sus lados.
- Identificar ejes de simetría en un círculo.

MATERIALES QUE NECESITAS

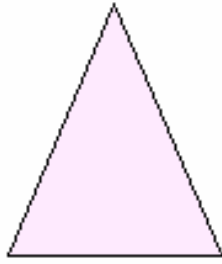
- Regla, colores, lápiz y tijeras.

PROCEDIMIENTO



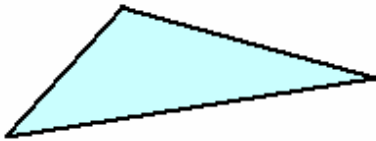
1. Recorta el triángulo equilátero y une de dos en dos los vértices o esquinas realizando los respectivos dobleces de tal manera que coincidan sus mitades.

- Resalta con diferentes colores cada eje de simetría.
- ¿Qué relación encuentras entre los lados del triángulo equilátero y el número de ejes de simetría que identificaste?.

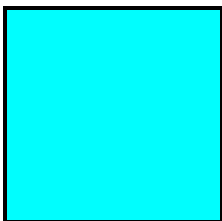


2. Ahora recorta el triángulo isósceles y repite el procedimiento que utilizaste para el triángulo equilátero.

- ¿Qué puedes concluir respecto a este triángulo?



3. Ahora realiza el mismo procedimiento con el triángulo escaleno y escribe tus propias conclusiones.



4. Encuentra los ejes de simetría del cuadrado y resáltalos con diferentes colores.

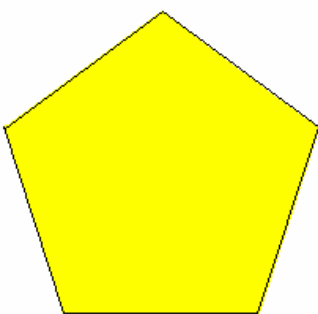
- ¿Cuántos ejes de simetría encontraste?

- Si comparas los lados del cuadrado con el número de ejes de simetría que encontraste. ¿Qué puedes concluir al respecto?



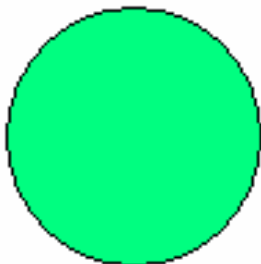
5. Ahora procede con el rectángulo e identifica sus ejes de simetría.

- ¿Con el rectángulo puedes sacar las mismas conclusiones a las que llegaste en el cuadrado?, ¿por qué?



6. Realiza los dobleces en el pentágono regular de tal forma que coincidan sus mitades.

- ¿Observas alguna relación entre los ejes de simetría y los lados de la figura?



7. Dobra el círculo de tal manera que se formen dos mitades congruentes .

- ¿Puedes seguir formando otras dos mitades congruentes?

-
- ¿Qué concluyes, si repites el procedimiento varias veces?, ¿Cuántos ejes de simetría tiene el círculo?

RECUERDA

- ♦ **Los polígonos que satisfacen la característica:**
número de lados = número de ejes de simetría
Los denominamos polígonos regulares.
- ♦ **Dos figuras geométricas son congruentes si la una es imagen de la otra, cuando se efectúa una transformación (simetrías).**

◆ ANÁLISIS DEL PRIMER TALLER

- Los niños logran identificar correctamente el número de ejes de simetría en el triángulo equilátero, el triángulo isósceles, el cuadrado y el rectángulo.
- Observan que el triángulo escaleno no tiene ningún eje de simetría.
- Tienen dificultades en el reconocimiento de las simetrías en el pentágono regular, no identifican el número correcto de ellas; además por la forma de la figura creen que no todos los lados son congruentes.
- Logran identificar los polígonos regulares asociando el número de lados del polígono con el número de ejes de simetría, tomando en cuenta que las dos mitades del polígono regular deben coincidir exactamente.
- Los niños concluyen que el círculo tiene varios ejes de simetría que lo divide en mitades congruentes.

TALLER No. 2

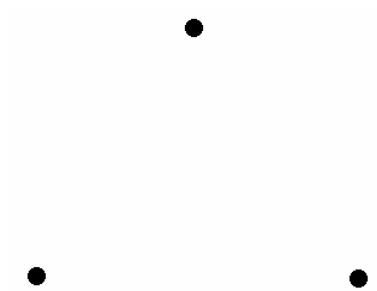
OBJETIVOS

- Identificar y construir algunos polígonos regulares.
- Distinguir la circunferencia a partir de la construcción de polígonos regulares.

MATERIALES QUE NECESITAS

- Regla, compás, colores, lápiz.

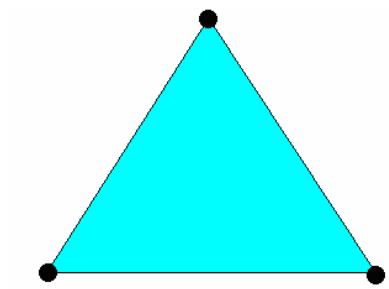
PROCEDIMIENTO



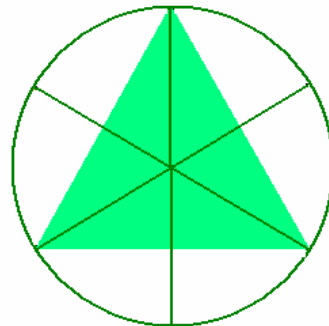
1. Los puntos que observas están formando los tres vértices de un triángulo equilátero.

¿En qué lugar crees que debe ubicarse Diana para que quede a la misma distancia de los tres puntos?

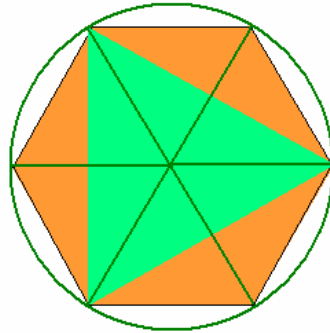
- ¿Como ubicarías el centro del triángulo equilátero?



2. Dibuja la circunferencia que pasa por los tres vértices del triángulo equilátero, identifica los ejes de simetría y prolongalos hasta llegar a la circunferencia.

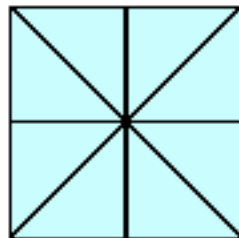


- Une los puntos que hay sobre la circunferencia y colorea los lados del polígono regular que obtuviste.

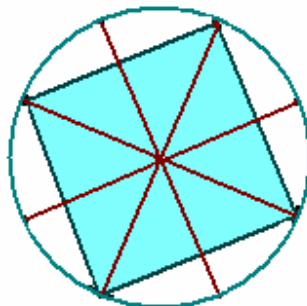


¿Cuántos lados tiene la figura que construiste y qué nombre recibe?.

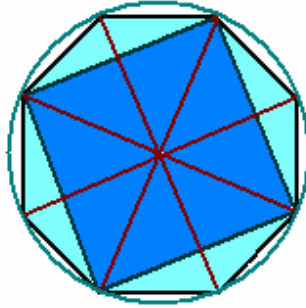
- 3.** Ubica los ejes de simetría del cuadrado y señala el centro de la figura.



- Dibuja la circunferencia que pasa por los cuatro vértices del cuadrado (figura anterior), y prolonga los ejes de simetría como observas en la figura.



- Une los puntos localizados sobre la circunferencia y colorea nuevamente los lados del polígono regular que acabas de construir.



- ¿Cuántos lados tiene la nueva figura y qué nombre recibe?

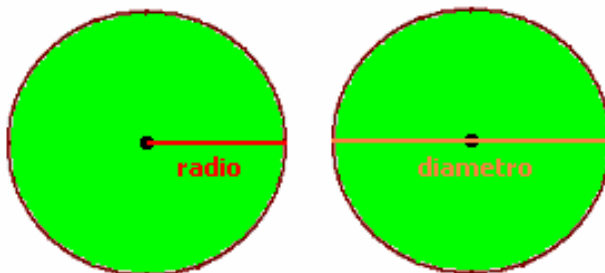
- 4.** ¿Qué puedes decir acerca de las figuras que obtuviste a partir del triángulo equilátero y el cuadrado con respecto a sus lados?

- 5.** ¿Dónde ubicarías el centro de cada una de las circunferencias anteriores?

6. ¿La distancia del centro o cualquier punto de la circunferencia siempre es la misma?.

RECUERDA

- **La distancia del centro del círculo a cualquier punto de la circunferencia es la misma y recibe el nombre de Radio.**
- **La longitud de los ejes de simetría del círculo es el doble de la longitud del Radio, y se conoce con el nombre de Diámetro y siempre pasa por el centro del círculo.**



ANÁLISIS DEL SEGUNDO TALLER

- Respecto a la situación planteada en la primera parte de la actividad los niños concuerdan en que el centro es el sitio donde debe ubicarse la persona para quedar a una misma distancia de los puntos que conforman el triángulo equilátero.
- Los niños identificaron el centro del triángulo equilátero como el punto donde se encuentran los ejes de simetría. También ubicaron correctamente el centro del cuadrado, ubicando el punto donde se cortan sus cuatro ejes de simetría.
- Se presentaron algunas dificultades en cuanto a la construcción de las circunferencias, ya que algunos niños no tenían un buen manejo del compás. Al unir los puntos ubicados sobre la circunferencia, resultado de la prolongación de los ejes de simetría tanto del triángulo equilátero como del cuadrado, observaron que las figuras resultantes tenían el doble número de lados que la anterior y conformaban un nuevo polígono regular.
- Los niños concluyen que a medida que se construye un nuevo polígono regular mediante el procedimiento indicado, éste se aproxima cada vez

más a la circunferencia. También ubica el centro de la circunferencia como el centro del polígono regular. También deducen que el círculo tiene varios ejes de simetría.

TALLER No. 3

OBJETIVOS

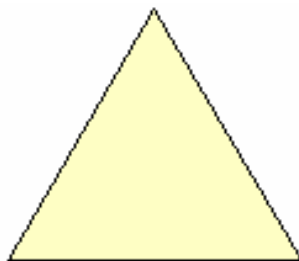
- Encontrar y aplicar un método para hallar el perímetro de polígonos regulares.
- Deducir y aplicar un procedimiento para hallar el perímetro de la circunferencia.

MATERIALES QUE NECESITAS

- Regla, compás, cinta o hilo, tijeras, colores, lápiz y cartulina.

PROCEDIMIENTO

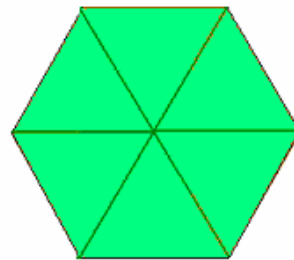
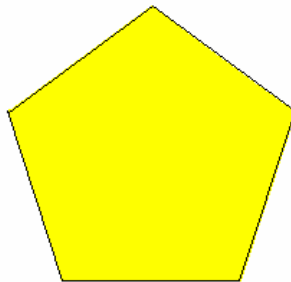
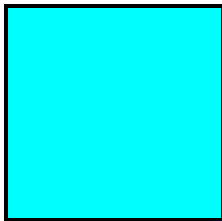
1. Toma el triángulo equilátero y rodéalo con hilo, corta exactamente la cantidad que empleaste para la figura.



- Con otro pedazo de hilo, mide la longitud de uno de sus lados.

- ¿Cuántas veces cabe la medida del hilo de uno de los lados, en la medida total del triángulo equilátero?

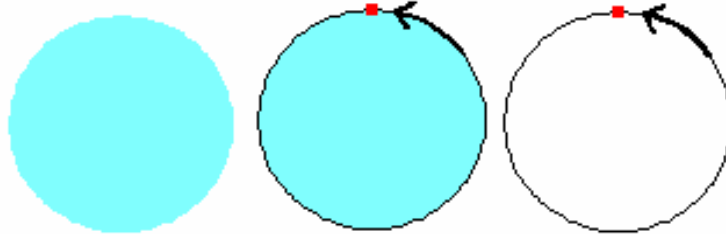
- 2.** Realiza el mismo procedimiento empleado en la figura anterior con el cuadrado, el pentágono y el hexágono respectivamente.



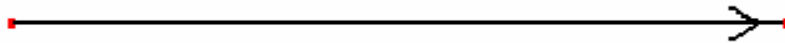
- ¿Cuántas veces cabe la medida pequeña en la medida más grande?

- 32.** De acuerdo con las anteriores actividades. ¿Cómo encontrarías el perímetro de un polígono regular?

4. Rodea la circunferencia con un pedazo de hilo y recorta la cantidad exacta que utilizaste para esta labor.



- Extiende el hilo sobre la hoja y marca con un lápiz sus extremos y después únelos con una línea recta.



- Traza un diámetro en el círculo, toma la distancia de éste con el compás y márcala sobre la línea que dibujaste.



- ¿Cuántas veces corresponde la medida del diámetro en la longitud de la circunferencia?

- Corta un pedazo de hilo que tenga la misma longitud de la parte que sobró.


diámetro

¿Cuántas veces cabe esta medida en la longitud del diámetro?.

- Repite las actividades que has realizado en este punto, utilizando otras circunferencias de diferentes tamaños.
- ¿Qué puedes concluir respecto a la longitud de la circunferencia?.

RECUERDA

- **Para hallar el perímetro de cualquier polígono regular multiplicamos el número de lados por la medida de uno de ellos. Perímetro = $n \cdot l$.**

- **La medida de la longitud de la circunferencia o perímetro equivale aproximadamente a 3 veces más 1/7 de la medida del diámetro:**

$$(3 + 1/7) * \text{diámetro.}$$

- **Existe un número llamado π que corresponde al número de veces que cabe la longitud del diámetro en la longitud de la circunferencia: $\pi * \text{diámetro.}$**

- **Como la medida del diámetro es dos veces la medida del radio tenemos:**

Perímetro de la circunferencia =

$$\pi * 2r = 2 * \pi * r.$$

ANÁLISIS DEL TERCER TALLER

- Los niños realizan la medida de cada uno de los polígonos regulares en forma correcta, en cada figura toman la medida de cada uno de sus lados y la suman de acuerdo a la cantidad de éstos.
- Logran establecer el vínculo existente entre el número de lados del polígono regular con la medida de uno de ellos, de esta forma encuentran acertadamente el perímetro de un polígono regular.
- Algunos niños trajeron círculos muy bien elaborados, otros niños no lograron los mismos resultados, se presentó confusión respecto a la parte sobrante de la medida del perímetro de la circunferencia ya que en algunos niños esta parte sobrante les dio resultados diferentes a $1/7$ del diámetro.
- El 73.6% de los estudiantes encuentran la relación que existe entre el diámetro y el perímetro de la circunferencia, logrando de esta manera proponer una fórmula para hallar el perímetro de la circunferencia.

TALLER No. 4

OBJETIVOS

- Encontrar y aplicar un método para hallar el área de polígonos regulares.
- Deducir y aplicar un procedimiento para hallar el área del círculo.

MATERIALES QUE NECESITAS:

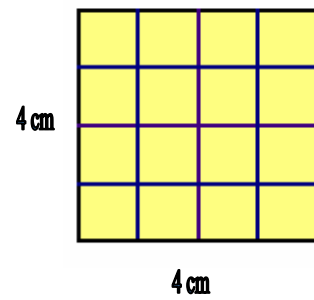
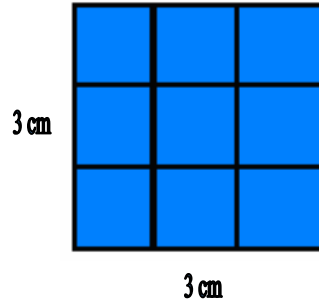
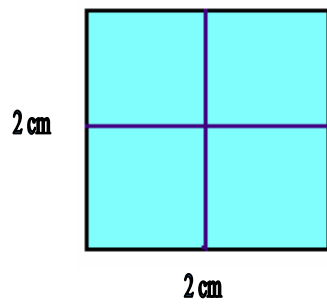
- Regla, colores, tijeras, lápiz, cartulina.
- Tres cuadrados, cada uno respectivamente de: 2, 3 y 4 centímetros de longitud por cada lado.
- 16 cuadritos de 1 cm de longitud por cada lado.

PROCEDIMIENTO

1. Se les indica a los niños que cada cuadrito que construyeron representa 1 cm^2 .



- Divide cada uno de los tres cuadrados en centímetros cuadrados y coloréalos.

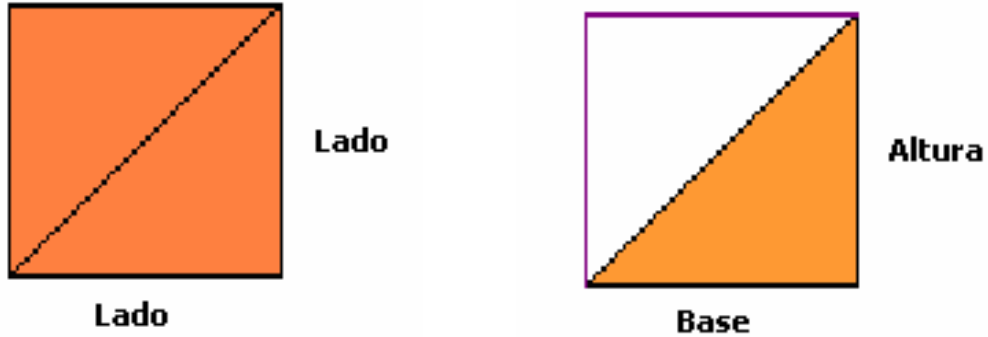


¿Cuántos cuadrillos empleas para cubrir cada uno de los tres cuadrados?.

¿Qué tienen en común los cuadrillos con los cuales recubriste cada uno de los cuadrados?.

¿Qué observas al multiplicar las medidas de dos lados del cuadrado?

2.



¿Al recortar un cuadrado cualquiera por una de sus diagonales, que figuras obtienes?

¿Qué características encuentras en ellas?

¿Cómo obtendrás el área del triángulo?

3. Utiliza los triángulos dados y construye diferentes polígonos. (Anexo B).

¿Qué puedes decir respecto a los triángulos?

¿Son polígonos regulares las figuras que has armado? ¿por qué?.

¿Cómo llamarías a cada polígono?

¿Cómo podrías hallar el área de cada polígono?.

¿Encuentras alguna relación entre el perímetro de un polígono regular y el área del polígono?.

RECUERDA

- ◆ El área es una medida de superficie en la cual se utilizan unidades cuadradas.

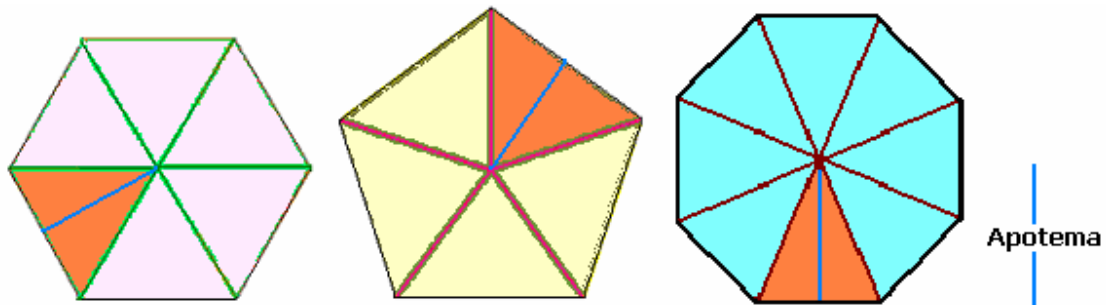
- ◆ El área del cuadrado está dada por la fórmula

$$A_{\text{cuadrado}} = \text{Lado} * \text{Lado}$$

- ◆ Sea un cuadrado de lado L, entonces:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{Base} * \text{Altura}}{2} = \frac{\text{Lado} * \text{Lado}}{2}$$

- ◆ La altura de cualquier triángulo es la línea perpendicular desde un vértice hasta la base.
- ◆ Se llama **apotema** de un polígono regular al segmento comprendido entre el centro y el punto medio de uno cualquiera de los lados del polígono regular.



- ♦ Los polígonos regulares pueden fraccionarse en triángulos isósceles congruentes, por lo tanto para encontrar el área total del polígono regular, hallamos el área de uno de los triángulos isósceles y la multiplicamos por el número de lados del polígono regular.

- ♦ Podemos generalizar la fórmula para hallar el área de cualquier polígono regular así:

$$A = n * (\text{área de cada triángulo}),$$

$$A = n * \left(\frac{\text{base} * \text{altura}}{2} \right)$$

$$A = n * \text{base} * \left(\frac{\text{altura}}{2} \right)$$

$$A = \text{Perímetro} * \frac{\text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{\text{Perímetro} * \text{apotema}}{2}$$

Nota: **n** es el número de lados del polígono regular .
Base es la longitud de cada lado del polígono regular.

ANÁLISIS DEL CUARTO TALLER

- Los niños observan que en cada uno de los cuadrados los cuadritos conforman igual número de filas e igual número de columnas, por lo tanto al multiplicar el número de filas por el número de columnas se obtiene la cantidad total de cuadritos que cubren la superficie del cuadrado. De esta manera deducen la fórmula para encontrar el área del cuadrado.
- Al dividir el cuadrado por una de sus diagonales, los niños descubren que aparecen dos triángulos isósceles congruentes, por lo tanto la cantidad de cuadritos que se necesita para cubrir cada triángulo es la mitad del número de cuadritos que se necesita para el cuadrado. De esta manera descubren la fórmula para hallar el área del triángulo.
- Los niños armaron tres polígonos, teniendo en cuenta que cada uno de ellos estaba conformado por triángulos isósceles congruentes, de esta forma asociaron el área de cada triángulo con el área del polígono regular.
- Se presentó un poco de dificultad en la asociación del perímetro del polígono regular con su área, fue necesario dedicar más tiempo para comprender esta relación.

TALLER No. 5

OBJETIVO

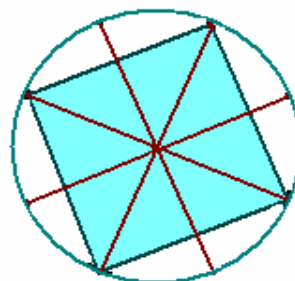
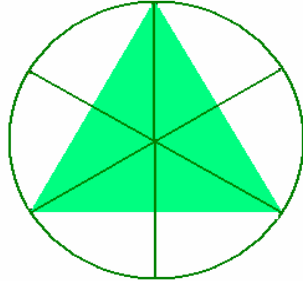
- Encontrar y aplicar un método para hallar el área del círculo.

MATERIALES QUE NECESITAS

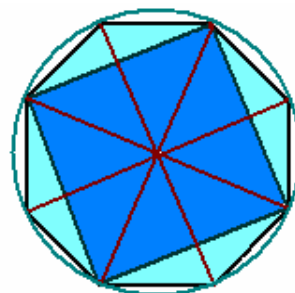
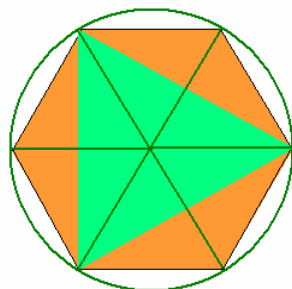
- Colores, lápiz, compás y regla.

PROCEDIMIENTO

1. Encuentra los ejes de simetría correspondiente a cada polígono regular y ubica el centro en cada uno de ellos.



2. Dibuja una circunferencia para cada figura y prolonga los ejes de simetría de tal forma que toquen la circunferencia. Une los puntos localizados sobre la circunferencia.



¿Cuántos lados tiene cada polígono regular que construiste?

¿ Puedes construir polígonos regulares de 12 y 20 lados?, ¡ inténtalo !.

3. ¿ Qué relación observas entre la apotema y el radio del círculo a medida que aumenta el número de lados de cada polígono regular?

RECUERDA

- **Podemos considerar la circunferencia como un polígono de infinito número de lados, entonces, la superficie encerrada por ésta circunferencia, se puede hallar en forma similar a la de los polígonos regulares.**

Luego el área de cualquier polígono regular está dada por:

$$\text{Área} = \frac{(\text{perímetro} * \text{Apotema})}{2}$$

Como has podido observar, a medida que aumenta el número de lados del polígono regular, la apotema del polígono regular se va acercando a la medida del radio del círculo. Entonces:

$$\text{Acírculo} = \frac{\text{perímetro} * \text{radio}}{2}$$

- Anteriormente encontramos una fórmula para hallar el perímetro de la circunferencia igual a:

$$2 * \pi * \text{radio}.$$

Por lo tanto:

$$\text{Acírculo} = \frac{\text{perímetro} * \text{radio}}{2}$$

$$\text{Acírculo} = \frac{(2 * \pi * \text{radio}) * \text{radio}}{2}$$

$$\text{Acírculo} = \frac{2 * \pi * \text{radio} * \text{radio}}{2}$$

$$\text{Acírculo} = \pi * \text{radio}^2$$

ANÁLISIS DEL QUINTO TALLER

- Los niños ubican correctamente los ejes de simetría ya que asocian la cantidad de ellos con el número de lados del polígono regular.
- Los estudiantes resaltan que en los nuevos polígonos regulares que han construido el número de lados es el doble que en el anterior.
- Los niños observan que a mayor cantidad de triángulos isósceles congruentes que conforman un polígono regular, éste se acerca más al área del círculo.
- Respecto a la altura del triángulo, los niños notan que se va aproximando al valor del radio del círculo conforme aumentan los lados del polígono regular.
- El 71.1% de los estudiantes descubren que la generalización de área de polígonos regulares se puede extender a círculos.

9. CONCLUSIONES

Los talleres con los cuales se buscaba contribuir al desarrollo del razonamiento, así como a un mejor aprendizaje de la geometría contaron con amplia colaboración por parte de los estudiantes.

Es indispensable proporcionar al estudiante experiencias didácticas que le permitan desarrollar su capacidad analítica, crítica e investigativa, estas experiencias deben abarcar desde actividades sencillas a situaciones más complejas que supongan un reto y desarrollen destrezas útiles de pensamiento matemático.

Los ambientes que dan lugar a la geometría de tipo práctico propician el acercamiento a conceptos, mejora el lenguaje geométrico y se convierte en herramienta para el razonamiento.

Los estudiantes descubren relaciones y adquieren un sentido espacial al construir, dibujar, medir, visualizar, comparar, transformar y clasificar figuras geométricas.

Es importante relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los niños, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista. Respecto a éste punto, al final de cada actividad se desarrolló un proceso de socialización entre los niños, por medio del cual presentaron sus conclusiones y realizaron comparaciones con el entorno.

- Se trabajó con niños cuyas edades estaban comprendidas entre los 8 y 11 años de edad, provenientes de diferentes niveles socio-económicos, lo cual produjo diferencias en el proceso de desarrollo de conceptos, siendo de vital importancia para enfrentar éstas diferencias la manipulación de materiales y el trabajo con objetos reales para lograr una buena comprensión.

10. RECOMENDACIONES

- La geometría se halla en estrecha conexión con el mundo real, se encuentra ligada a los objetos físicos, al espacio físico y a la percepción de éstos, en una multitud de formas distintas, por tanto, se sugiere que en el proceso de enseñanza-aprendizaje, los nuevos conceptos, propiedades o relaciones geométricas, se asocien con la intuición geométrica, conocimiento y experiencias previas del niño.
- Para hacer posible cualquier aprendizaje claro de este tópico de la geometría, es necesario armonizar lo que el niño se ha formado por medio de la experiencia, con la representación formal dentro del contexto matemático del tópico en cuestión.
- Hay que aumentar en los profesores, su atención en el desarrollo de experiencias de tipo investigativo para la enseñanza y aprendizaje de la geometría.
- Los estudiantes deben aprender a usar el vocabulario adecuado, incluyendo los términos más comunes, al igual que el aprendizaje propio utilizado en la geometría.

- Se hace necesaria la intervención continua del educador en la orientación de las actividades, con el fin de lograr el aprendizaje esperado en los estudiantes.

- Es importante que el niño realice más actividades de tipo manual con el objetivo de que adquiera mayores destrezas en el manejo de diferentes materiales como tijeras, regla y compás.

- La temática de los talleres debe presentarse en forma secuencial debido a que en actividades posteriores se utilizan conceptos previamente desarrollados en talleres anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

CASTRO DE PICO, Aura Luz. La psicología educativa en la formación de docentes. UIS. Bucaramanga: 1995.

CEPEDA ARENAS, Amparo. Mejoramiento de la geometría en Educación Básica Primaria. UIS. Bucaramanga, 1992.

JAIME, A. y GUTIÉRREZ, A. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de Van Hiele. En: LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M.V. (eds) Teoría y práctica en educación matemática. Sevilla: 1992.

LABINOWICZ, Ed. Traducción / LOPEZ P, Humberto. Introducción a Piaget: Pensamiento, aprendizaje, enseñanza. México: Pearson, 1998.

MEN – SED – UIS y Otros. Programa de cualificación permanente de docentes de matemáticas. Grados 6 y 7. Módulo 2. UIS. Bucaramanga: 1998.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Matemáticas. Lineamientos curriculares. Serie lineamientos curriculares. República de Colombia, 1998.

ORTON, Anthony. Didáctica de las matemáticas. Cuestiones, teoría y práctica en el aula. Madrid: Dentro de Publicaciones del MEC y Ediciones Morata, S.L., 1996.

VASCO, Carlos E. Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas. Volumen I y II, en: serie pedagogía y currículo. Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, 1994.

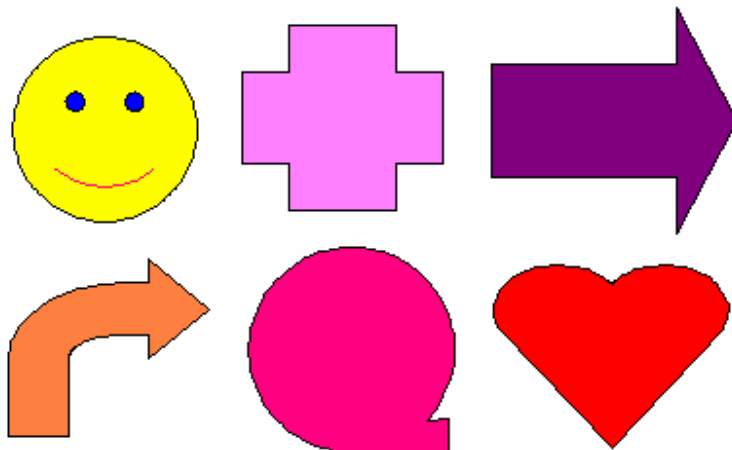
ANEXOS

Anexo A.

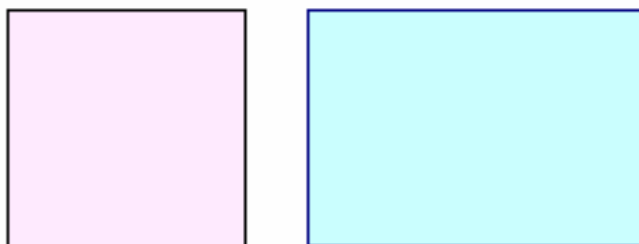
PRUEBA DIAGNÓSTICA

1. Dibuja algunos polígonos que recuerdes.

2. Identifica aquellas figuras en las cuales sus mitades son iguales.

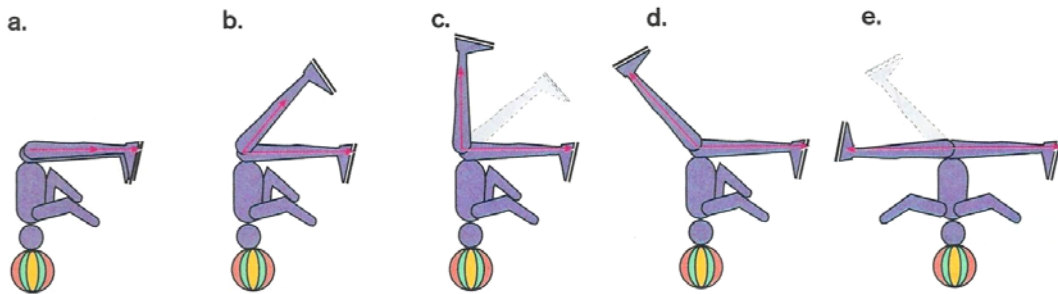


3. Identifica el número de ejes de simetría en el cuadrado y el rectángulo:



¿Ambas figuras geométricas tienen el mismo número de ejes de simetría?
Justifica tu respuesta.

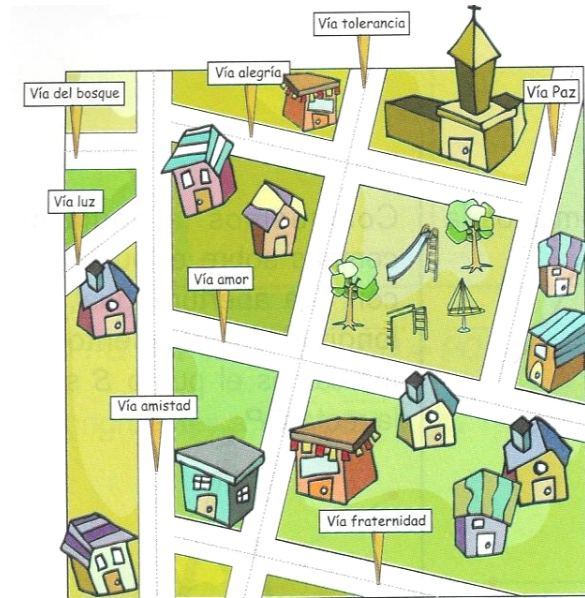
4. Carlos está preparando su presentación para el espectáculo de circo:



¿Qué puedes decir respecto a la amplitud de la rotación o giro de sus piernas?

¿Los ángulos que se van formando tienen siempre la misma medida?
Justifica tu respuesta.

5. Observa el siguiente dibujo:



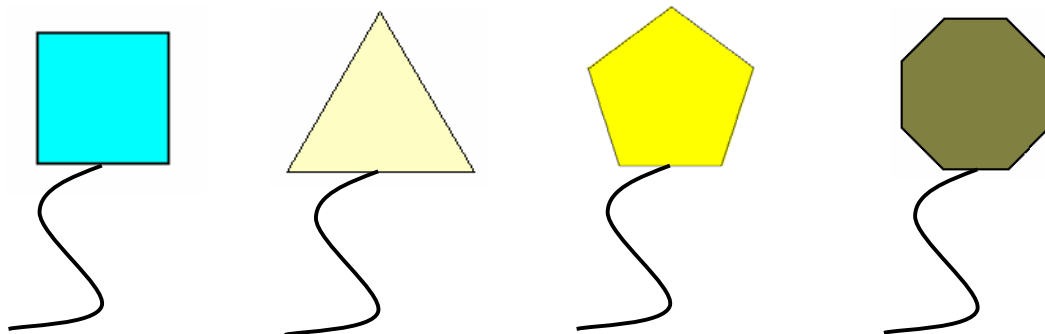
Identifica y escribe la razón de tu respuesta.

- Las vías paralelas a la vía Alegría:

- Las vías perpendiculares a la vía Tolerancia:

- Las vías paralelas a la vía Amistad:

6. Cada cometa tiene un color y forma diferente.



• Identifica con cada color el nombre de la figura y el número de lados.

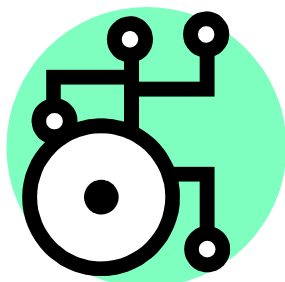
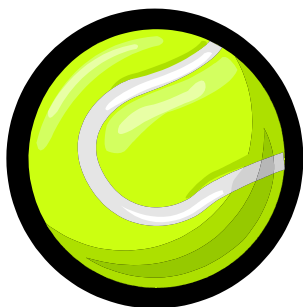
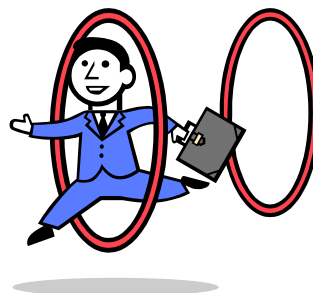
Celeste Pentágono 6 Lados

Crema Cuadrado 3 Lados

Amarillo Hexágono 5 Lados

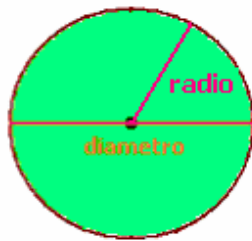
Marrón Triángulo 4 Lados

7. Identifica círculos y circunferencias.



- ¿Qué diferencias observas entre la circunferencia y el círculo?

8. Contesta las siguientes preguntas teniendo en cuenta el gráfico.



- ¿La longitud del radio varía en cada parte del círculo?

- ¿La longitud del diámetro es dos veces la longitud del radio?

9. Contesta las siguientes preguntas.

- ¿La suma de las longitudes de los lados de un polígono corresponde a su perímetro?.

- Si conocemos la medida de uno de los lados de un cuadrado ¿podemos calcular su perímetro?. Justifica tu respuesta.

... *Suerte*...

Anexo B.**POLÍGONOS REGULARES CONSTRUIDOS POR MEDIO DE
TRIÁNGULOS ISÓSCELES CONGRUENTES****TALLER No. 4**