

DISEÑO DE UN EQUIPO DIDÁCTICO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA
CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE SÓLIDOS

JOSUE LUIS ARIAS BARAJAS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA

2012

DISEÑO DE UN EQUIPO DIDÁCTICO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA
CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE SÓLIDOS

JOSUE LUIS ARIAS BARAJAS

Documento presentado como requisito para optar el título
de Ingeniero Químico

Director:

Prof. ARLEX CHAVES GUERRERO

Codirector

Prof. MARÍA PAOLA MARADEI GARCÍA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA

2012

DEDICATORIA

Hoy he culminado una etapa más de mi vida, quiero dedicar este triunfo:

A Dios por darme la vida y sabiduría para lograrlo.

A mi madre, María, por su amor y estar siempre incondicional todos los años de mi vida.

A mi padre, Juan B, que siempre me da la voz de aliento para seguir adelante.

A mis hermanos Juan, Belcy y Diocelina, por toda su comprensión.

Y a mis amigos y compañeros por la alegría y apoyo.

Josue Arias

AGRADECIMIENTOS

Un agradecimiento especial al Doctor Arlex Chaves Guerrero, profesor de la Escuela de Ingeniería Química en la Universidad Industrial de Santander, por toda su comprensión y apoyo todos los días en la realización de este proyecto.

A todos mis profesores que me ayudaron en la formación profesional y personal, en el transcurso de todos estos años.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	12
1. MARCO TEÓRICO	14
1.1 Principios fundamentales de la conducción de calor	14
1.2 Ecuación de Difusión de Calor.....	16
2. METODOLOGÍA	19
3. DISEÑO DEL EQUIPO	21
3.1 DISEÑO PRELIMINAR	21
3.2 Simulación de la Conducción de Calor en el Dispositivo	22
3.2.1 Modelo matemático para la conducción de calor de las barras	22
3.2.2 Resultados de la Simulación.....	25
3.3 Diseño del Sumidero de Calor y Cálculo del Coeficiente de Transferencia de Calor	27
3.4 Aislante	29
3.4.1 Criterios para la elección de aislante.	29
4. MATERIALES E INSTRUMENTACIÓN	32
4.1 Materiales para la construcción del equipo	32
4.2 Instrumentación	33
4.3 Fuente de calor superficial	33
4.4 Registro de temperaturas.....	34
5. ESQUEMA DETALLADO.....	36
6. ESTIMACIÓN DE COSTOS.....	37
7. PRÁCTICA DE LABORATORIO	39
7.1 Práctica de laboratorio: Estudio de la transferencia de calor por conducción en un sistema de tres barras en serie.....	39
7.2 Desarrollo Experimental.....	39
7.2.1 Análisis en estado no estable del sistema	39
7.2.2 Determinación de la Conductividad Térmica.....	40

CONCLUSIONES41
BIBLIOGRAFIA.....42
ANEXOS.....44

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. VARIACIÓN DE K CON LA TEMPERATURA PARA ALGUNOS GASES Y LÍQUIDOS A PRESIONES ATMOSFÉRICA [6].	16
FIGURA 2. METODOLOGÍA USADA EN EL DESARROLLO DEL PROYECTO.	20
FIGURA 3. ESQUEMA GENERAL DEL EQUIPO.	21
FIGURA 4. ZONAS EN LA QUE SE SUBDIVIDE EL EQUIPO CON FINES DE LLEVAR A CABO LA SIMULACIÓN.	23
FIGURA 5. (A) DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURAS PARA LAS BARRAS DE REFERENCIA DE LONGITUD 8 CM Y LA BARRA DE MUESTRA DE 4 CM, TODAS CON UN DIÁMETRO DE 2 CM, Y UNA FUENTE DE CALOR DE 20000 W/M ² .K. (B) LAS FLECHAS MUESTRAN EL VECTOR DE FLUJO DE CALOR EN UNA BARRA DE REFERENCIA Y LA BARRA DEL SUMIDERO CALOR. EL DIÁMETRO PARA TODAS LAS BARRAS ES DE 2 CM.	26
FIGURA 6. ESQUEMA DEL SUMIDERO DE CALOR.	28
FIGURA 7. COMPORTAMIENTO DE LA TEMPERATURA Y FLUX DE CALOR EN LA SUPERFICIE DEL AISLANTE PARA DISTINTOS ESPESORES DEL AISLANTE A UNA ALTURA DE $Z=0,22$ M.	31
FIGURA 8. DISTINTAS CONFIGURACIONES GEOMÉTRICAS PARA RESISTENCIAS DE CALENTAMIENTO .	34
FIGURA 9. INDICADOR Y REGISTRADOR DE TEMPERATURA PCE –T 800 .	35
FIGURA 10. ESQUEMA DETALLADO DEL EQUIPO DE TRANSFERENCIA CALOR.	36
FIGURA 11. DISTRIBUCIÓN DE LA TEMPERATURA PARA LA BARRA DE ALUMINIO PURO AISLADA DE LONGITUD 0.16 M. LAS LÍNEAS DISCONTINUAS ES LA SOLUCIÓN ANALÍTICA DE LA ECUACIÓN (11), Y LAS LÍNEAS CONTINUAS ES LA SOLUCIÓN OBTENIDA USANDO EL PAQUETE FEMLAB .	45

LISTADO DE TABLAS

TABLA 1 MODELO MATAMÁTICO EMPLEADO EN LA SIMULACIÓN DEL DISPOSITIVO DE MEDICIÓN DE CONDUCTIVIDADES TÉRMICAS	24
TABLA 2 GRADIENTES DE TEMPERATURA PARA FLUJOS DE CALOR Y DIÁMETROS DIFERENTES OBTENIDOS POR MEDIO DE LA SIMULACIÓN DEL EQUIPO.....	25
TABLA 3 COSTOS APROXIMADOS DE LOS MATERIALES Y EQUIPOS PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL DISEÑO.....	37

ANEXOS

ANEXO A. VALIDACIÓN DEL MÉTODO NUMÉRICO.....	44
---	-----------

RESUMEN

TITULO:

DISEÑO DE UN EQUIPO DIDÁCTICO PARA LA DETERMINACIÓN DE LA CONDUCTIVIDAD TÉRMICA DE SÓLIDOS.

AUTOR:

ARIAS Barajas Josué Luis.

PARABLAS CLAVES: Conductividad térmica, Ley de Fourier, Ecuación de Difusión de Calor, Condiciones de contorno, Aislamiento térmico.

DESCRIPCIÓN

En este trabajo fue realizado el diseño de un equipo de laboratorio que permite medir la conductividad térmica de sólidos. El equipo tiene como fin principal, la realización de prácticas de laboratorio que permitan afianzar al estudiante conceptos relacionados al fenómeno de conducción de calor, a través de la aplicación de la Ley de Fourier y la ecuación de difusión de calor. La configuración del equipo consiste en disponer de tres barras metálicas cilíndricas dispuestas en serie, de igual diámetro y aisladas térmicamente. Las barras de los extremos son usadas como material de referencia con propiedades físicas bien definidas, para este caso aluminio, y una tercera barra de estudio el cual se va a determinar la conductividad térmica. Esta configuración dispone de una fuente de calor constante en un extremo y un sumidero de calor en el otro.

El fenómeno de conducción de calor a través de la barras fue simulado en condiciones de estado estable, y bajo la presunción que el campo de temperatura solo varía en dirección radial y axial (simetría axial). La simulación mostró que el flujo de calor en dirección radial es despreciable, como se esperaba, por el efecto del aislante y por el hecho que $D/L \ll 1$, siendo predominante el flujo de calor axial. Estas simulaciones fueron usadas para elegir las dimensiones óptimas del equipo, el número de termocuplas necesarias y su ubicación, y el requerimiento de potencia para la superficie calefactora.

Se planteó una experiencia de laboratorio que permite realizar prácticas sobre la ley de Fourier, y balances de energía del sistema en estado estable y transitorio.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico químicas. Escuela de Ingeniería Química. Director: Prof. CHAVES Guerrero Arlex
Codirector Prof. MARADEI García María Paola

ABSTRACT

TITLE:

DESIGNING OF A DIDACTIC EQUIPMENT FOR THE DETERMINATION THE THERMAL CONDUCTIVITY OF SOLIDS.*

AUTHOR:

ARIAS Barajas Josué Luis.**

PARABLAS CLAVES:

Thermal Conductivity, Fourier's Law, Heat Diffusion Equation.

DESCRIPTION

In this work was carried out the design of laboratory equipment to measure the thermal conductivity of solids. The equipment has as main purpose, conducting laboratory practices that allow the student to understand concepts related to the phenomenon of heat conduction through the implementation of the Fourier Law and Heat Diffusion Equation. The equipment consists of three metal bars of round cross section and arranged in series. All the bars are of equal diameter and were thermally isolated on their surface. The end bars are used as reference material with well-defined physical properties; in this case aluminum and a third bar placed between the references bars, which is made in the material which will be determined the thermal conductivity. This configuration has a constant heat source on one end and a heat sink at the other end.

The phenomenon of heat conduction through the bar was simulated under the presumptions of steady state condition and dependence of the temperature field on radial and axial direction (axial symmetry). The simulation showed that the heat flow in the radial direction is negligible, as expected, by the effect of the insulation and the fact that $D / L \ll 1$. These simulations were used to select the optimal size of the equipment, the necessary number of thermocouples and their location, and the power requirement for the superficial heating source.

Finally, it is proposed a laboratory practice on Fourier's law and energy balances of the system in steady and transient state.

* Grade work

** Physical Chemical Engineering Faculty. Chemical Engineering School. Director: Prof. CHAVES Guerrero Arlex Codirector Prof. MARADEI García María Paola

INTRODUCCIÓN

En la formación académica en áreas de las ciencias e ingeniería, las prácticas de laboratorio son herramientas indispensables ya que éstas permiten experimentar fenómenos físicos básicos y brindan a los estudiantes una experiencia directa, que ayudan a afianzar los conocimientos teóricos adquiridos en el aula de clase que a la postre redundará en un buen desempeño profesional. En particular, el trabajo en el laboratorio contribuye al pensamiento creativo, a la capacidad para resolver problemas, promover el pensamiento científico y desarrollar habilidades prácticas como: registro, análisis e interpretación de datos, así como adquirir la capacidad de formular hipótesis y hacer suposiciones [1]. Esto indiscutiblemente afianza los conocimientos y amplía la visión de los estudiantes sobre los fenómenos que se estudian. El trabajo práctico en el laboratorio enseña además, que los resultados obtenidos difieren a los adquiridos de manera teórica, mostrando que las decisiones que se toman requieren de un profundo análisis. Esto obliga a integrar o investigar otros fenómenos que pueden estar incidiendo en dicho resultado. En la investigación, el trabajo de laboratorio permite que se generen nuevos conocimientos y se haga investigación de punta. Cabe destacar que los laboratorios validan la teoría y ajustan datos para simuladores por computadora, ya que estos cada día buscan obtener resultados más cercanos a la realidad; también sirven para ajustar modelos matemáticos para diferentes condiciones fenomenológicas.

El objetivo de este trabajo es diseñar un equipo de laboratorio didáctico para prácticas de transferencia de calor por conducción. Por tanto, el equipo permitirá determinar la conductividad térmica de un material sólido basado en la Ley de Fourier, a partir de la distribución de temperatura del material y de la densidad de flujo de calor que viaja a través del mismo.

Con ayuda del paquete de simulación FEMLAB Multiphysics [2] y basados en la revisión de literatura, se propuso un diseño preliminar el cual se simuló para determinar la conveniencia de la distribución de temperaturas generada en relación a: instrumentación necesaria y sus requerimientos técnicos; requerimiento de potencia de la fuente de calor y de las especificaciones del sumidero de calor. Posteriormente, basado en estos resultados se obtuvo el diseño final del equipo. Las prácticas se harán con materiales de composición química conocida para poder comparar datos con los reportados en la literatura y tener conclusiones sobre esta práctica.

1. MARCO TEÓRICO

1.1 PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA CONDUCCIÓN DE CALOR

El transporte de energía en forma de calor es un fenómeno espontáneo que se lleva a cabo de un cuerpo de mayor temperatura a uno de menor. Existen tres mecanismos por el cual se realiza la transferencia de calor: conductivo o molecular, convectivo y por radiación.

La convección se refiere a la energía transportada como resultado del movimiento macroscópico del fluido; entre más rápido sea el movimiento mayor es la transferencia de calor [3]. Así mismo, la transferencia de calor por convección puede ser natural (o libre) o convección forzada. Este último tipo de convección se da cuando el movimiento del fluido es generado por una fuerza externa como una bomba o un ventilador. La convección libre se produce por fuerzas de empuje, generadas por gradientes de densidades los cuales a su vez pueden ser generados por gradientes de concentración o de temperatura en el seno del fluido. Otro mecanismo es la transferencia de calor por radiación. En éste no se necesita de un medio material para que haya intercambio de energía, ya que el transporte se da a través de ondas electromagnéticas emitidas por los cuerpos debido a cambios en las configuraciones electrónicas. Estas viajan a la velocidad de la luz en el vacío y se caracterizan por su frecuencia y longitud de onda y son descritas en el espectro electromagnético, que abarca aproximadamente desde 0,1 hasta 100 μm de longitud de onda [3] el cual incluye toda la radiación visible, infrarroja y parte de la radiación ultravioleta.

El transporte de energía que interesa en éste trabajo es la transferencia de calor molecular o por conducción. Este se lleva a cabo a través de la estructura de los materiales y se produce por la vibración de las moléculas y al movimiento de los

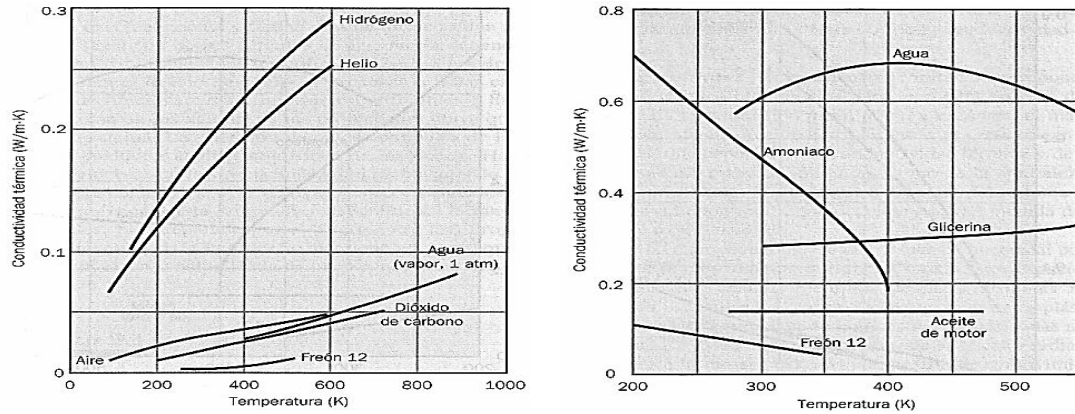
electrones libres. La velocidad con que se transfiere el calor depende de la configuración geométrica, espesor, características del material, estado de la materia y de los gradientes de temperatura. La ecuación constitutiva que describe este mecanismo es la Ley de Fourier de conducción de calor (Ecuación 1), llamada así en honor a J. Fourier, quien la expresó por primera vez en su texto sobre transferencia de calor en 1822.

$$\mathbf{q} = -k \left(\frac{\partial T}{\partial x} \mathbf{i}_x + \frac{\partial T}{\partial y} \mathbf{i}_y + \frac{\partial T}{\partial z} \mathbf{i}_z \right) = -k \nabla T \quad (1)$$

En esta ecuación \mathbf{q} representa el vector de densidad de flujo de calor, sus unidades son $[W/m^2]$, \mathbf{i}_x , \mathbf{i}_y e \mathbf{i}_z son vectores unitarios en coordenadas cartesianas, k es la conductividad térmica del material y tiene unidades de $[W/(m.K)]$. Como es conocido, el calor es conducido en dirección decreciente de la temperatura, por lo tanto, el signo negativo en la ecuación (1) es una convención de signos que asegura que q_x , q_y y q_z son positivos cuando el calor viaja en la dirección positiva de sus respectivos ejes. La conductividad térmica es una propiedad del material que cuantifica su capacidad para conducir el calor. Así por ejemplo, los sólidos son mejores conductores de calor que líquidos y gases (el orden de magnitud de k es aproximadamente 2 veces mayor que la de un líquido y 3 veces mayor en orden de magnitud que para gases).

De la Figura 1 se puede observar que la conductividad térmica para gases incrementa con el aumento de la temperatura mientras que, para los líquidos, la conductividad térmica no tiene una dependencia definida respecto a la temperatura, lo que hace necesario recurrir a su determinación experimental en la mayoría de los casos. Por otro lado, la variación de la conductividad térmica con la presión es despreciable excepto para gases cerca de su punto crítico [4].

FIGURA 1. Variación de k con la temperatura para algunos gases y líquidos a presiones atmosféricas [6].



Fuente: M. R. ESPIEGEL, Ecuaciones Diferenciales Aplicadas., México: Prentice Hall, 1983.

1.2 ECUACIÓN DE DIFUSIÓN DE CALOR

Uno de los objetivos principales en transferencia de calor es conocer la distribución de temperatura para un material determinado con el fin de calcular la densidad de flujo de calor o el flujo de calor total a través de una superficie. Este cálculo es de primordial importancia en la mayoría de operaciones unitarias que involucren equipos de intercambio térmico como evaporadores e intercambiadores de calor, etc. En particular, para el caso de materiales en reposo (no convección) la distribución de temperatura se puede obtener por medio de la Ecuación de Difusión de Calor (EDC), la cual es obtenida a partir de un balance de energía para un elemento diferencial de volumen como se puede ser observado de la referencia [5].

Para un material isotrópico y con una débil dependencia de la conductividad térmica respecto a la temperatura, la EDC es:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T + \dot{g}_v \quad (2)$$

donde $\alpha \equiv k / \rho \hat{C}_p$ es la difusividad térmica del material; $\nabla^2 T$ es el Laplaciano de la temperatura, y representa la densidad de flujo de calor que sale o entra a través de la superficie del volumen de control por transporte molecular; \dot{g}_v tiene en cuenta la posibilidad de que exista una fuente volumétrica de calor generada por una fuente externa.

La Ecuación (2) puede tener un gran número de soluciones, por lo cual se hace necesario el uso de condiciones de frontera y la condición inicial en que se encuentra el sistema, para así obtener una solución particular de un problema específico. Estas condiciones de frontera son obtenidas a partir de un balance de energía en una interfase el cual da como resultado:

$$\left[\left(\mathbf{q} + \rho \hat{C}_p T (\mathbf{v} - \mathbf{v}_I) \right)_{\mathbf{B}} - \left(\mathbf{q} + \rho \hat{C}_p T (\mathbf{v} - \mathbf{v}_I) \right)_{\mathbf{A}} \right] \cdot \mathbf{n}_I = q_s \quad (3)$$

donde \mathbf{n}_I representa el vector normal unitario a la interfase; q_s representa una fuente de calor superficial \mathbf{v} y \mathbf{v}_I representan la velocidad del fluido evaluada en la interfase y la velocidad de la interfase respectivamente. Para nuestro caso $\mathbf{v} = \mathbf{v}_I = \mathbf{0}$. Adicionalmente a la ecuación (3) se usa la condición de equilibrio térmico en la interface ($T_1 = T_2$) y la condición de simetría ($q_r|_{r=0} = 0$) en problemas que involucren simetría axial o esférica.

La solución de la ecuación (2) con sus respectivas condiciones de frontera puede ser obtenida usando el Método de Separación de Variables [6] o el Método de Transformadas Finitas de Fourier. El primer método, separación de Variables, consiste en primera medida en plantear una solución general como el producto de dos funciones las cuales involucran las variables independientes del problema en particular. Esto permite obtener dos ecuaciones diferenciales ordinarias en cada

una de las variables independientes, las cuales podrían ser más sencillas de resolver. Posteriormente, estas soluciones se remplazan en la solución general y se aplican las condiciones de frontera para luego obtener la solución particular. Ösik [7] presenta la solución de la Ecuación (2) para diferentes combinaciones de condiciones de frontera en estado estable. Cuando el sistema presenta dependencia espacial de la temperatura en más de una variable independiente y además no es estable en el tiempo, es difícil obtener la solución analítica de la EDC, haciéndose necesario el uso de métodos numéricos.

2. METODOLOGÍA

En la Figura 2, se muestra brevemente la metodología usada a lo largo del proyecto.

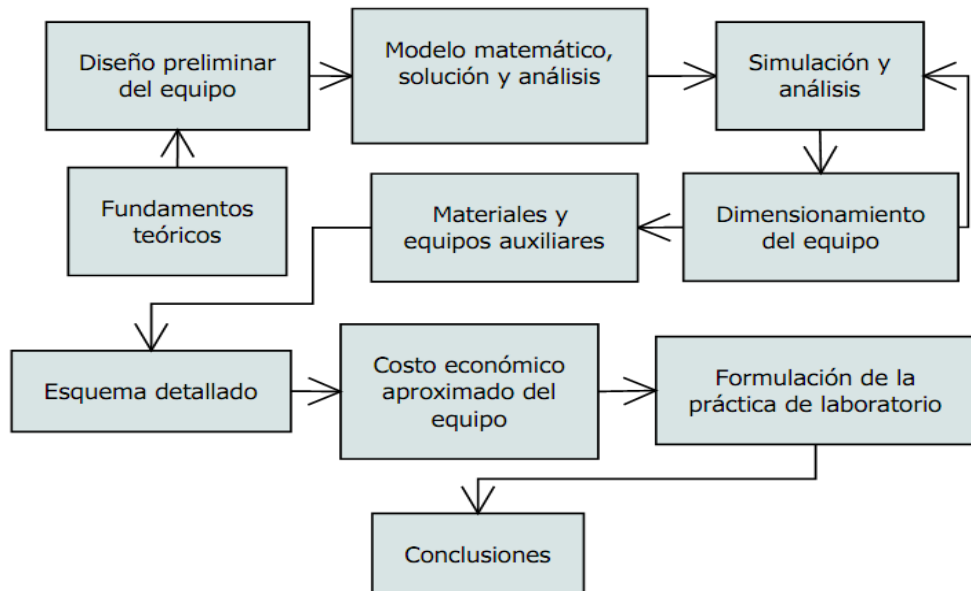
Para lograr el objetivo planteado en este trabajo se llevaron a cabo las siguientes actividades:

- ** A partir de la revisión de la literatura se determinó el sistema más conveniente para llevar a cabo el diseño preliminar del equipo para la medición de la conductividad térmica de sólidos. Se realizó un dimensionamiento preliminar del equipo.

- ** Se llevó a cabo una modelación de la conducción de calor en una barra de aluminio (ver anexo) puro usando el software comercial FEMLAB Multiphysics y se comparó con la solución analítica obtenida de la literatura. Esto con el fin de validar el método numérico antes de simular el sistema más complejo.

- ** Se realizó una simulación del diseño preliminar usando el software comercial antes mencionado para obtener la distribución de temperatura, así como calcular los espesores del aislamiento.

FIGURA 2. Metodología usada en el desarrollo del proyecto.



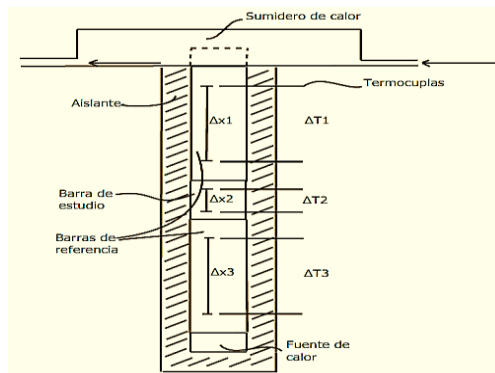
- ** Con base en los resultados de la simulación se realizó el diseño “final” del equipo el cual consistió de los siguientes pasos: Selección de materiales, dimensionamiento final del equipo, determinación del flujo de calor suministrado y espesor del aislamiento.
- ** Con base a un caudal que sale de un grifo común se hizo el diseño térmico y mecánico del sumidero de calor, y también se eligió la fuente de calefacción. Adicionalmente, se determinó el requerimiento de equipos de instrumentación necesarios para la determinación de la conductividad térmica del material.
- ** Con base a todos los requerimientos del sistema se hizo un esquema detallado final del equipo.
- ** En base a la mínima cantidad de materiales que se venden en el mercado se calcularon los costos aproximados de equipo.
- ** Se formulo una practica de laboratorio para la determinación de la conductividad térmica de diferentes muestras, así como de determinar perfiles de temperatura y calcular el calor disipado por el sumidero de calor.
- ** Se formularon las conclusiones por la realización de este trabajo.

3. DISEÑO DEL EQUIPO

3.1 DISEÑO PRELIMINAR

Según Lira Cortés [8], un método efectivo para determinar la conductividad térmica de un material, consiste en disponer de tres barras metálicas del mismo diámetro en serie, y envueltas con un material aislante. Las barras de los extremos son del mismo material y sirven como referencia, mientras que la tercera barra de muestra (hecha del material estudiado) se ubica en medio de las barras de referencia. El material de referencia debe tener propiedades físicas bien definidas.

FIGURA 3. Esquema general del equipo.



En el trabajo de Lira Cortés, la longitud de las barras de referencia y de la muestras son de 0,1 y 0,03 m respectivamente. En este trabajo se comenzó con una longitud de las barras de referencia y de la muestra de 0,08 y 0,04 m respectivamente y un diámetro de 0,02 m. Adicionalmente, se asume un flujo de calor constante de 9000 W y una temperatura en el sumidero de calor de 25 °C. Las medidas de temperatura en las barras de referencia se hicieron a distancias

iguales a ambos lados, y para la muestra se hizo a conveniencia, esto con el fin de evitar errores de medición. En la Figura 3 se puede ver el esquema general.

3.2 Simulación de la Conducción de Calor en el Dispositivo

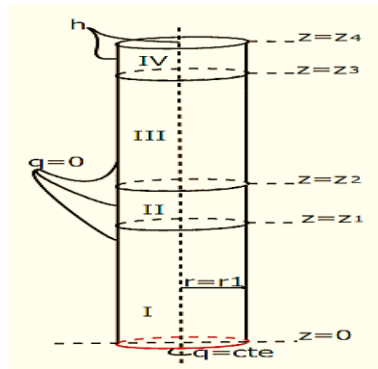
3.2.1 Modelo matemático para la conducción de calor de las barras.

A continuación se describe el modelo matemático basado en el estudio que se hizo para la validación del método numérico en el paquete FEMLAB (ver anexo), que describe la transferencia de calor en el equipo antes descrito. A continuación se presenta el modelo matemático para la transferencia de calor del sistema mostrado en la Figura 3. Para tal fin, el sistema ha sido dividido en cuatro zonas a saber: Zona I, barra constituida con material de referencia en cuya base se encuentra una fuente superficial de calor que aporta un flux constante. Zona II: está compuesta por una barra hecha del material de estudio. Zona III: material barra de referencia. Zona IV: barra construida de un material diferente al de las barras de estudio y de muestra, y que está inmerso en un fluido que remueve el flujo de calor a una velocidad constante. Dichas zonas son especificadas en la Figura 4.

En la Tabla 1, se detalla el modelo matemático para cada una de estas zonas y que comprende la ecuación de Difusión de Calor en coordenadas cilíndricas para cada una de las zonas ilustradas en la Figura 4 con sus respectivas condiciones de frontera (CF). El coeficiente de transferencia de calor que es una condición de frontera en el material IV es determinado en la sección 4.3.3

Éste sistema fue resuelto numéricamente usando el programa FEMLAB Multithysics.

FIGURA 4. Zonas en la que se subdivide el equipo con fines de llevar a cabo la simulación.



Adicionalmente, para garantizar una distribución lineal de temperatura en las barras, se requiere que el material de las barras de referencia sea buen conductor del calor. Por lo tanto, se seleccionó aluminio puro con conductividad térmica de 237 W/m.K [3] para las barras de referencia y para el material de prueba se seleccionó hierro, pudiéndose tomar cualquier otro material metálico para este fin. Como ya se había mencionado en la sección 4.1 se realizó una primera simulación para longitudes de las barras de referencia de 8 cm y una barra de estudio de 4 cm, posteriormente se aumento la longitud de las barra de referencia a 11 cm manteniendo constante la longitud de la barra de estudio. Para estos dos casos se usaron diámetros de 0,04 y 0,02 cm para las tres barras. Todo esto con el fin de determinar un rango amplio de temperatura en el sistema.

Tabla 1 Modelo matemático empleado en la simulación del dispositivo de medición de conductividades térmicas

Material I: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^I}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T^I}{\partial z^2} = 0$			
De ecuación (3)	De ecuación (3)	CF Simetría	De ecuación (3)
$-k^I \frac{dT^I}{dz} \Big _{z=0} = q_s$	$k^I \frac{dT^I}{dz} \Big _{z=z1} = k^{II} \frac{dT^{II}}{dz} \Big _{z=z1}$	$-k^I \frac{dT^I}{dr} \Big _{r=0} = 0$	$-k^I \frac{dT^I}{dr} \Big _{r=r1} = 0$
Material II: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{II}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T^{II}}{\partial z^2} = 0$			
Equilibrio T Interfase	De ecuación (3)	CF Simetría	De ecuación (3)
$T^I(z_1) = T^{II}(z_1)$	$k^{II} \frac{dT^{II}}{dz} \Big _{z=z2} = k^{III} \frac{dT^{III}}{dz} \Big _{z=z2}$	$-k^{II} \frac{dT^{II}}{dr} \Big _{r=0} = 0$	$-k^{II} \frac{dT^{II}}{dr} \Big _{r=r1}$
Material III: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{III}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T^{III}}{\partial z^2} = 0$			
Equilibrio T Interfase	De ecuación (3)	CF Simetría	De ecuación (3)
$T^{II}(z_2) = T^{III}(z_2)$	$k^{III} \frac{dT^{III}}{dr} \Big _{z=z3} = k^{IV} \frac{dT^{IV}}{dr} \Big _{z=z3}$	$-k^{III} \frac{dT^{III}}{dr} \Big _{r=0} = 0$	$-k^{III} \frac{dT^{III}}{dr} \Big _{z,r=r1} = 0$
Material IV: $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T^{IV}}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T^{IV}}{\partial z^2} = 0$			
Equilibrio T Interfase	De ecuación (3)	CF Simetría	De ecuación (3)
$T^{III}(z_3) = T^{IV}(z_3)$	$-k^{IV} \frac{dT^{IV}}{dz} \Big _{z=z4} = h(T_s - T_\infty)$	$-k^{IV} \frac{dT^{IV}}{dr} \Big _{r=0} = 0$	$-k^{IV} \frac{dT^{IV}}{dr} \Big _{r=r1} = h(T_s - T_\infty)$

3.2.2 Resultados de la Simulación.

En la Tabla 2 se muestran datos para el gradiente de temperatura para el sistema completo (entre fuente de calor y sumidero) obtenidos en la simulación, para diferentes valores del flujo de calor (q_s).

Tabla 2 Gradientes de temperatura para flujos de calor y diámetros diferentes obtenidos por medio de la simulación del equipo.

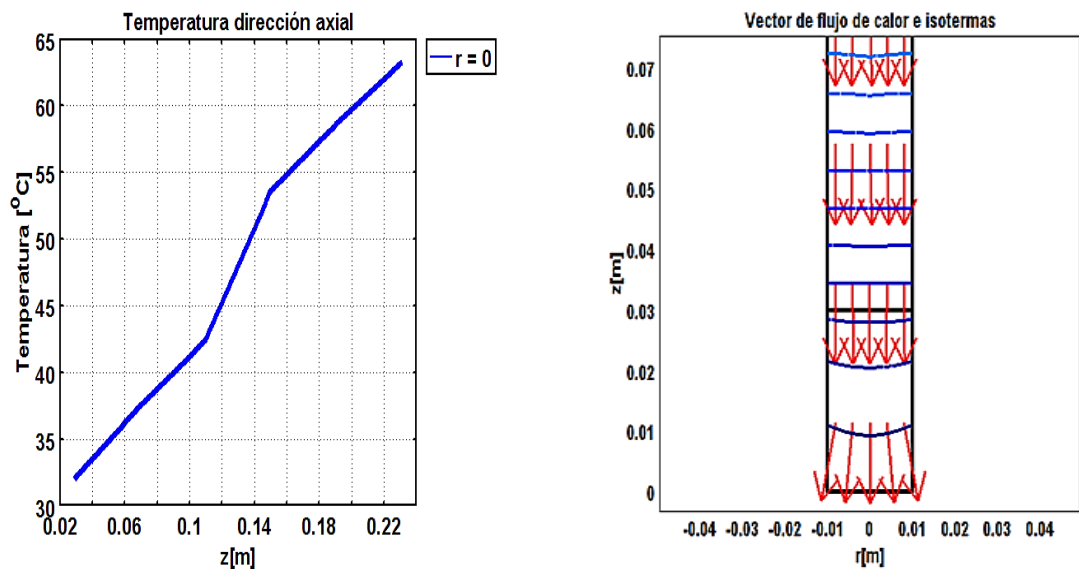
q_s [W/m ²]	Longitudes barras [cm]	Diámetro [m]	Rango de T [°C]	
5000	Barras de referencia de 8 cm. Barra de muestra 4 cm.	0,04	7,719	
		0,02	8,242	
10000		0,04	15,506	
		0,02	16,546	
15000		0,04	23,362	
		0,02	24,911	
20000		0,04	31,287	
		0,02	33,340	
5000		Barras de referencia de 11 cm. Barra de muestra 4 cm.	0,04	8,236
			0,02	8,482
10000	0,04		16,548	
	0,02		17,038	
15000	0,04		24,937	
	0,02		25,667	
20000	0,04		33,403	
	0,02		34,369	

Se puede notar de los datos de la tabla, que el diámetro de la barra para un valor constante de q_s tiene un efecto insignificante sobre el gradiente de temperatura en dirección axial. Teniendo en cuenta que para facilidad de las mediciones de temperatura se prefiere gradientes de temperatura amplios, se decidió usar un valor de q_s de 20000 W/m². Además, para garantizar un flujo de calor

aproximadamente unidireccional (q_z) se tomó el diámetro de 0,02 m con una longitud de 20 cm.

En la Figura 6(a) se muestra la distribución de temperatura axial para las tres barras que componen el sistema para una línea tomada en $r=0$, que a demás es válida para cualquier línea paralela al eje de la barras. Como ha de esperarse hay un cambio de pendiente en la temperatura de la barra de estudio debido a la diferencia de la conductividad térmica del material. Adicionalmente, de la Figura 6(b) se puede observar que el gradiente de temperatura en dirección radial es despreciable, excepto en la zona IV, lo que causa que la líneas rojas que muestran la dirección del vector de flujo de calor tiendan a cambiar de dirección (Figura 6b).

FIGURA 5. (a) Distribución de temperaturas para las barras de referencia de longitud 8 cm y la barra de muestra de 4 cm, todas con un diámetro de 2 cm, y una fuente de calor de $20000 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$. (b) Las flechas muestran el vector de flujo de calor en una barra de referencia y la barra del sumidero calor. El diámetro para todas las barras es de 2 cm.



3.3 Diseño del Sumidero de Calor y Cálculo del Coeficiente de Transferencia de Calor

En la Figura 6 se detalla la estructura del sumidero de calor, el cual contiene una barra metálica en contacto íntimo con el fluido de refrigeración (en este caso agua).

La barra metálica inmersa en el fluido debe ser resistente a la corrosión y eficiente en el transporte de calor. Por tal razón, se seleccionó como material latón rojo de composición química de 85% Cu y 15% Zn (UNS 23000) [9]; el cual es normalmente usado en intercambiadores de calor. La longitud asignada a la barra es de 0,03 m y el diámetro de 0,02 m. El otro extremo de la barra está en contacto con la barra de referencia. Las dimensiones asignadas al recipiente son: altura 0,04 m, ancho 0,06 m y una longitud de 0,1 m. El agua entra y sale del recipiente por medio de una tubería de diámetro de 0,01 m, que se conectará directamente a un grifo, el cual aporta aproximadamente un caudal (\dot{V}) de 20 cm³/s.

Para determinar el valor del coeficiente de transferencia de calor, se usó la siguiente correlación:

$$Nu = 0,683 Re^{0,466} Pr^{1/3} \quad (4)$$

Esta correlación fue obtenida de la referencia [3], y es válida para el flujo cruzado sobre cilindros circulares y no circulares, y es valida para rango de Reynolds entre 40 y 4000. Los números adimensionales en la ecuación (4), son Nusselt, Reynolds y Prandtl los cuales son definidos como:

$$Nu = \frac{h Lc}{k}, \quad Re = \frac{\rho v Lc}{\mu}, \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (5)$$

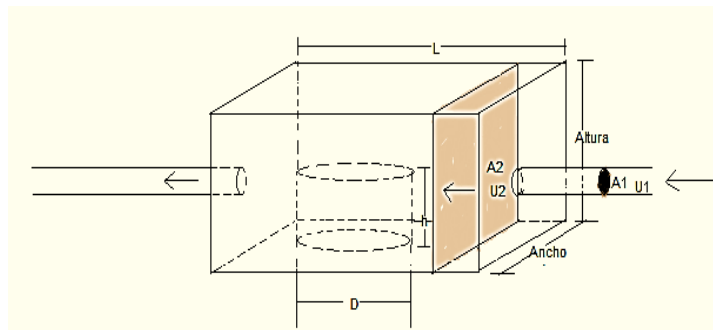
Donde h es el coeficiente convectivo de transferencia de calor, L_c es la longitud característica que es igual al diámetro de la barra, k es la conductividad térmica del fluido, ρ es la densidad del fluido, v es la velocidad para el fluido, μ es la viscosidad para el fluido y C_p es el calor específico en el fluido. Las propiedades del agua a 25°C usadas para determinar Re , Pr y posteriormente Nu son: $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$, $C_p = 4180 \text{ J/kg.K}$, $k = 0,607 \text{ W/m.K}$, $\mu = 0,819 \times 10^{-3} \text{ kg/m.s}$ [3]. Como longitud característica (L_c) para Nu y Re , fue tomado el diámetro de la barra [3] con un valor de 0,04 m.

Para determinar la velocidad promedio (v) del fluido necesaria para calcular el número de Re , se realizó el siguiente balance de masa:

$$v_1 A_1 = v_2 A_2 \quad (6)$$

Donde v_1 y v_2 son las velocidades del fluido en la tubería en la entrada y en el recipiente respectivamente; y A_1 y A_2 son las respectivas áreas indicadas en la Figura 6. Teniendo en cuenta que $A_1 = \left(\frac{\pi}{4}\right) cm^2$, $v_1 = \frac{\dot{V}}{A_1}$ lo que da un valor de $v_1 = 0,2546 \text{ m/s}$, y con la ecuación (6) se obtiene, $v_2 = 8,333 \times 10^{-3} \text{ m/s}$.

FIGURA 6. Esquema del sumidero de calor.



Con estos valores se obtuvo que: $Re=373$, $Pr=6,1$ y $Nu=19,7$, para finalmente obtener un valor de $h=299,6 \text{ W/m}^2\text{K}$. El mismo procedimiento se llevó a cabo para

una barra con un diámetro 0,02 m obteniendo los siguientes valores: $Re=186,5$, $Nu=14,3$, $h=599,1 \text{ W/m}^2 \text{ K}$.

Aislante

3.4.1 Criterios para la elección de aislante.

A diferencia de superficies planas, en superficies cilíndricas o esféricas, las pérdidas de calor se pueden incrementar con el aumento del espesor de la capa de aislante. Esto es una consecuencia del aumento del área de transferencia de calor que experimentan estos últimos, cuando el espesor de la capa de aislante se incrementa, lo que a su vez favorece al transporte de energía por convección. No obstante, cuando el radio del aislante es mayor a un radio crítico, estas pérdidas empiezan a disminuir. El radio crítico esta dado por la expresión:

$$R_{cr} = k(\text{aislante, cilindro}) / h . \quad (7)$$

De tal forma que para evitar la pérdidas de calor, el radio del aislante debe ser mayor al radio crítico determinado a partir de la ecuación 9.

Como aislante se escogió fibra de vidrio por ser resistente a altas temperaturas, no combustible y no inflamable [10]. Usando un valor de $k= 0,046 \text{ W/m.K}$ [8] y $h= 5 \text{ W/m}^2.\text{K}$ [11] se obtiene un valor de $R_{cr} = 0,0092 \text{ m}$, que es menor al radio de las barras. Este resultado indica que para cualquier espesor de aislante siempre estaremos disminuyendo las pérdidas de calor.

Para determinar la pérdida de calor a través del aislante para una configuración cilíndrica se utiliza la ecuación (8) [3]:

$$Q = \frac{T_s - T_\infty}{\frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi L k_{\text{aislante}}} + \frac{1}{h(2\pi r_2 L)}} \quad (8)$$

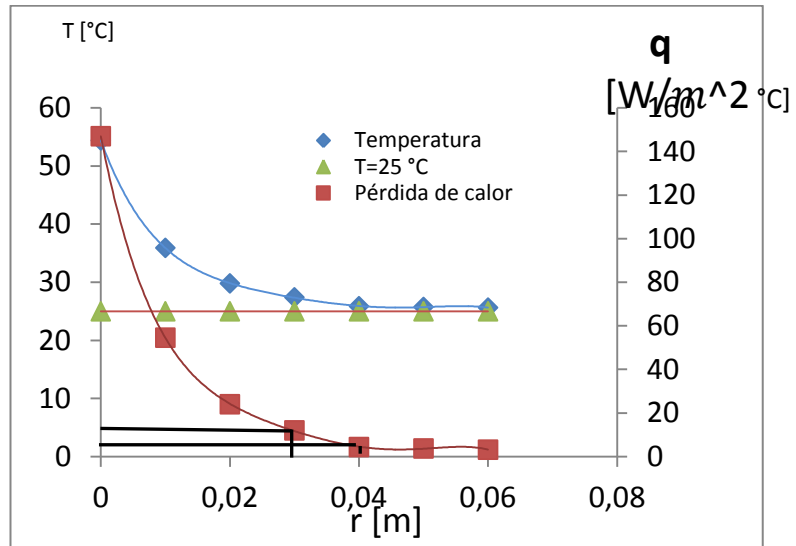
donde Q es el flujo de calor a través del aislante, T_s es la temperatura en la superficie de las barras, r_1 y r_2 son el radio del sistema de barras y aislante,

respectivamente. Debido a que T_s debe ser constante en la ecuación en cuestión para una superficie cilíndrica, situación que no sucede para este caso, no se pudo hacer uso de ésta.

Para determinar el espesor conveniente del aislante, se hicieron 7 simulaciones con distintos espesores del aislante y se registró el valor de la temperatura a un valor fijo de $z=0,22$ m sobre la superficie del mismo. Los resultados de estas simulaciones son mostrados en la Figura 7. El valor de z fue seleccionado cercano a la fuente de calor en donde la temperatura es más elevada, por lo tanto, el espesor que aísla esta parte es válida para el resto de las barras.

Con una primera simulación en la cual el sistema esta sin aislamiento y con un coeficiente convectivo de $5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$, la temperatura en la superficie de la barra para $z=0,22$ m es de $54 \text{ }^\circ\text{C}$, y esta temperatura desciende a medida que se añade aislante, hasta el valor de la temperatura de $25,63 \text{ }^\circ\text{C}$ y muy cercana a la temperatura exterior de $25 \text{ }^\circ\text{C}$, el mismo análisis se puede hacer para la pérdida de calor en la superficie del aislante para el punto en cuestión.

FIGURA 7. Comportamiento de la temperatura y flux de calor en la superficie del aislante para distintos espesores del aislante a una altura de $z=0,22$ m.



Como se puede observar de la Figura 7, para un espesor de la capas de aislante de 4 cm la pérdida de calor es de aproximadamente 3 %. Un posterior aumento de la capa de aislante no tiene un efecto significativo sobre la pérdida de calor del sistema, por lo que se decidió utilizar un espesor de la capa de aislante de 5 cm.

4. MATERIALES E INSTRUMENTACIÓN

4.1 MATERIALES PARA LA CONSTRUCCIÓN DEL EQUIPO

Para la construcción del equipo de medición de conductividades térmicas son necesarios los siguientes materiales:

- ** Aislante de fibra de vidrio con forma de cinta para envoltura de superficies sólidas que es vendida con un espesor de 2,54 cm.
- ** Material para la construcción del sumidero de calor resistente a la corrosión y con buena maquinabilidad, ya que se requieren cortes y soldaduras. Por tal razón se decidió una lámina de aleación de aluminio 6061 de espesor de 0,4 cm, con un ancho 10,16 cm y largo de 121,92 cm.
- ** Barra para disipar el calor de una aleación de Cobre-Zinc 260, resistente a la corrosión con diámetro de 0,238 cm y 3 cm de longitud.
- ** Dos mangueras para el suministro y extracción del agua de refrigeración de diámetro de 1 cm y 2 m longitud cada una.
- ** Cuatro barras de referencia: Dos barra de aluminio 1100 con composición 99% de Al, con medidas de 8 cm de longitud cada una y diámetro de 2 cm, y dos barras de cobre 101 con una pureza de 99,99% [12]. Ambos materiales tienen altos valores de conductividad térmica.
- ** Barras de muestra o estudio con propiedades químicas y físicas conocidas que se puedan consultar en la literatura, se pueden escoger diferentes materiales a los aquí propuestos, con dimensiones de 4 cm de longitud y radios de 2 cm; se propone los siguientes materiales: Aceros 1045 y 4140, Níquel 200 con contenido de 99% de Ni y Bronce 954.
- ** Para contener el aislante se utiliza un tubo de PVC con radio interior 6 cm y longitud de 20 cm.

4.2 INSTRUMENTACIÓN

Termopares: Con el fin de determinar experimentalmente los gradientes de temperatura en la dirección axial se estipulan el uso de 9 termopares tipo J con cable conector para multímetros, y permiten medir temperaturas en el rango de -190 a 760 °C [13]. Adicionalmente, se usaran dos termopares a la entrada y salida del agua de refrigeración del sumidero.

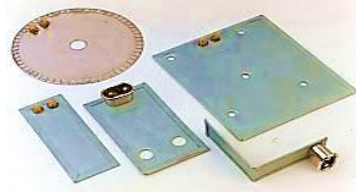
4.3 FUENTE DE CALOR SUPERFICIAL

Se usará una resistencia eléctrica de superficie plana como fuente calefactora para suministrar el flujo calor en la parte inferior de una de las barras de referencia. Esta está compuesta de un alambre de resistencia níquel-cromo de 80/20 % [14] que resiste altas temperaturas y que está cubierta por un caparazón de acero inoxidable [15] [16]. Las especificaciones son las siguientes:

- Forma circular.
- Diámetro exterior 2 cm.
- Funda de acero inoxidable.
- Tensión de alimentación 120 V.
- Potencia de 12 W.
- Alambre níquel-cromo de 80/20 %
- El espesor mínimo con que se construyen es de 4,5 mm [15].
- Alambre de alimentación de corriente de 2 m resistentes al calor.

En la industria se construyen resistencias para diferentes potencias y formas como se ve en la Figura 8 [17], de acuerdo a petición del cliente.

FIGURA 8. Distintas configuraciones geométricas para resistencias de calentamiento [16].



Fuente «Electricfor S.A.,» 2009. [En línea]. Available: <http://www.electricfor.es/es/44448/Resistencias-tipo-abrazadera-lapas/Resistencias-planas/Resistencias-Planas.htm>. [Último acceso: 14 Julio 2012].

4.4 REGISTRO DE TEMPERATURAS

Para registrar las tensiones eléctricas generadas en los termopares es necesario de un instrumento de medición. La empresa PCE Instruments Chile S.A. [18], una empresa que comercializa instrumentos de medición y procesamiento de datos, ofrece un indicador y registrador de temperaturas referenciado como PCE –T 800 (ver figura 9), con 8 canales y permite trabajar hasta con 11 diferentes tipos de sondas tipo K, J, K, E, T, y otras. En la pantalla se muestran simultáneamente los valores de las 8 temperaturas, además permite el registro de datos en una tarjeta SD de 2 GB para su posterior valoración en una computadora.

Para las termopares tipo J tiene un rango de medición de -100 a 1150 °C, con una precisión de: $\pm 2,5$ °C (-200... -100 °C), $\pm 1,5$ °C (-100... +100 °C). Este instrumento es muy conveniente para el registro de las temperaturas que se involucran en el cálculo de la conductividad térmica.

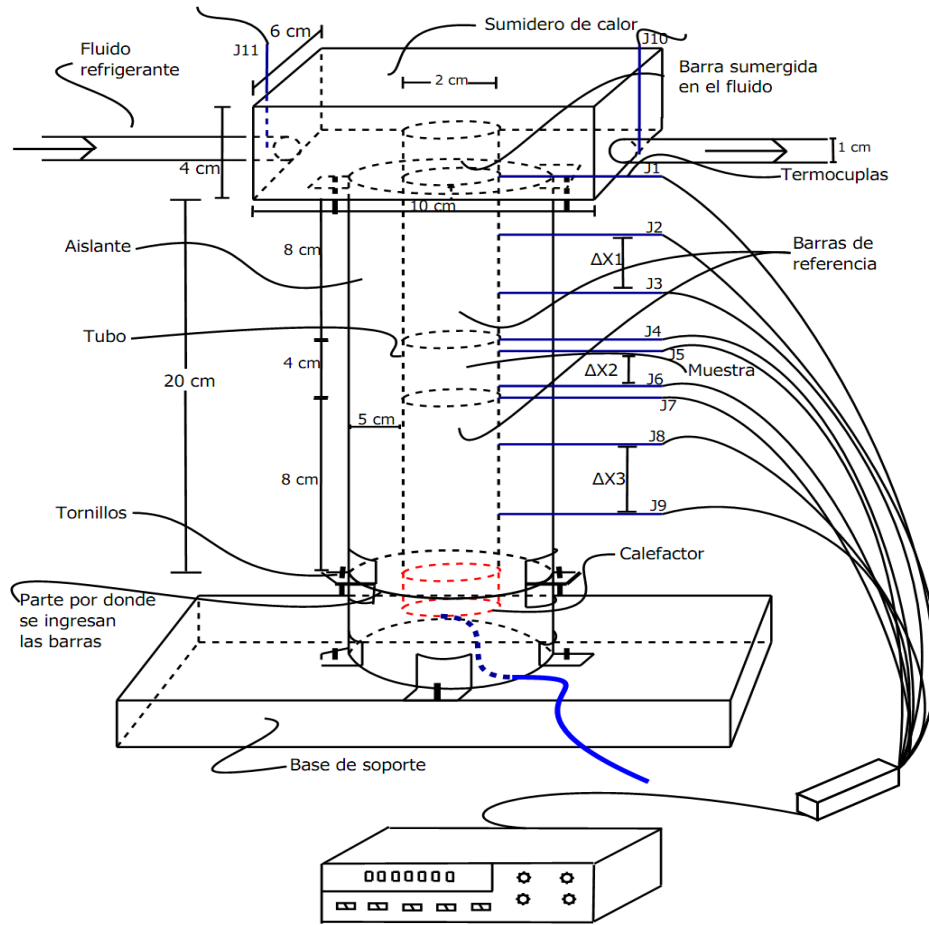
FIGURA 9. Indicador y registrador de Temperatura PCE –T 800 [18].



Fuente: PCE Instruments Chile S.A., «PCE Instruments Chile S.A.» 31 Octubre 2012. [En línea]. Available: http://www.pce-instruments.com/chile/instrumentos-de-medida/medidores/medidores-temperatura-pce-holding-gmbh-medidor-registrador-de-temperatura-pce-t-800-det_249313.htm?_list=qr%2Eart&_listpos=

5. ESQUEMA DETALLADO

FIGURA 10. Esquema detallado del equipo de transferencia calor.



6. ESTIMACIÓN DE COSTOS

Los siguientes costos se tomaron de McMaster-carr [12] (empresa dedicada a la comercialización de materiales y equipos para la industria) para el caso contrario se indicará la referencia, están basados en la mínima cantidad que se venden en el mercado y no incluyen gastos de envío.

Tabla 3 Costos aproximados de los materiales y equipos para la construcción del diseño.

Material	Cantidad mínima	Valor unitario USD	Valor total USD
Fibra de vidrio	---	6,45	6,45
Lamina 6061	30,48cm	21,94	21,94
Barra 260	30,48cm	20,30	20,30
Manguera	30,48cm	1,80	12,60
Barra 1100	30,48cm	35,79	35,79
Barra 101	91,94cm	126,43	126,43
Barra 1045	91,94cm	13,74	13,74
Barra 4140	91,94cm	19,43	19,43
Barra 200	30,48cm	165,07	165,07
Barra 954	188,88cm	17,33	17,33
Calefactor	1 unidad	47,51	47,51
Termocuplas	1 unidad	24,50	269,50
Medidor de Temperatura	1 unidad	*1 205,6	*1 205,6
			Total = USD 1961,69

(*) El costo del equipo fue tomado de PCE Instruments Chile S.A [18].

El costo aproximado del equipo es de USD 1961,69 el cual no incluyen costos de envío, y a demás se deben sumar los costos de construcción que dependen de la persona o empresa que lo construya.

7. PRÁCTICA DE LABORATORIO

En esta sección se propone la práctica de laboratorio que se podrá llevar a cabo usando el dispositivo antes detallado. Con el equipo propuesto se pretende afianzar algunos conceptos como: conducción de calor a través de la aplicación de la ley de Fourier, balances diferenciales de energía, determinación de la distribución de la temperatura en el dispositivo y su comparación con datos experimentales y cálculos de pérdida de calor por medio de balances macroscópicos de energía. En este sentido se propone la práctica de laboratorio que a continuación se detalla.

7.1 PRÁCTICA DE LABORATORIO: ESTUDIO DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN EN UN SISTEMA DE TRES BARRAS EN SERIE.

Preparación del Equipo. Como primera medida se debe introducir la muestra de estudio, ajustar bien el equipo, ubicar los termopares, encender el indicador de temperaturas, posteriormente conectar el agua de refrigeración y, por último, encender la resistencia. Se debe tener cuidado colocar a fluir el agua a través del sumidero de calor, antes de conectar la resistencia para evitar un sobrecalentamiento en el calefactor.

7.2 DESARROLLO EXPERIMENTAL

7.2.1 Análisis en estado no estable del sistema

Determinar el tiempo que el sistema requiere para que llegue al estado estacionario, esto se hace registrando la temperaturas a lo largo de las barras para diferentes instantes de tiempo. El estado estacionario se determina cuando el valor de la temperatura registrado en los termopares permanezca aproximadamente constante.

7.2.2 Determinación de la Conductividad Térmica

Medir los intervalos de temperaturas para las distancias Δx_1 , Δx_2 y Δx_3 como se indica en la Figura 10 y de acuerdo con las características ya mencionadas en este trabajo, teniendo cuidado de que el sistema esté en estado estacionario, calcular la k de la muestra de estudio con la ecuación (9) [8]; donde k_{R1} y k_{R2} son las conductividades de las barras de referencia, ΔT_i son los cambios de temperaturas para las distancias Δx_i , las conductividades para el material de referencia dependiendo el caso son: ($k_{\text{Aluminio}} = 237$, $k_{\text{Cobre}} = 401$) W/m.K [3].

$$K_M = \frac{\Delta x_2}{\Delta T_2} \left[\frac{K_{R1}}{2} \left(\frac{\Delta T_3}{\Delta x_3} \right) + \frac{K_{R2}}{2} \left(\frac{\Delta T_1}{\Delta x_1} \right) \right] \quad (9)$$

** Comparar los valores obtenidos con los reportados en la literatura, teniendo cuidado a que condiciones de estado fueron medidos. Verificar si difieren y en caso que ocurran formular hipótesis e investigar a que se deben las variaciones

** Para cada caso el hallar el perfil de temperatura, tomando mediciones a lo largo de las barras, y graficar la temperatura vs longitud de las barras. Observar el cambio de pendiente cuando se cambia de material.

** Hacer dos mediciones de temperatura para la entrada y la salida del sumidero de calor y con la ecuación $Q = \dot{m} C_p (T_{\text{salida}} - T_{\text{entrada}})$ calcular el calor entregado al fluido y comparar con el calor suministrado por la fuente de calor, ¿A qué se deben las diferencias?

CONCLUSIONES

Se diseñó un equipo con fines de enseñanza para medir conductividades térmicas de materiales sólidos.

El diseño final del equipo fue basado en resultados de simulación del equipo, teniendo como principal criterio la obtención de gradientes de temperatura fácilmente medibles que disminuyan en lo posible errores asociados a la medición.

Se realizó una estimación de costos de los materiales necesarios para la construcción del equipo, basado en la mínima cantidad disponibles en el mercado. Se da una primera práctica tentativa que permite estudiar perfiles de temperatura dentro de la barra, determinar conductividades térmicas de materiales desconocidos y cálculos de pérdida de calor del sistema.

Es importante un simulador para hacer cálculos de transferencia de calor, en este caso FEMLAB Multiphysics, ya que proporciona cálculos rápidos y aproximados a la realidad, sabiendo que los resultados obtenidos dependen de las condiciones de entrada, los modelos matemáticos y los métodos de solución utilizados.

BIBLIOGRAFIA

- [1] H. AVI y L. VINCENT N, «The Role of the Laboratory in Science Teaching: Neglected Aspects of Research.,» *American Educational Research Association*, p. 16, 1982.
- [2] FEMLAB, «Multiphysics Modeling, Finite Element Analysis, and Engineering Simulation Software.,» Estocolmo, 1998-2012.
- [3] C. YUNUS A, *Transferencia de Calor y Masa. Un enfoque práctico.*, México: McGraw Hill, Intereamericana., 2007.
- [4] W. STEPHEN, *Fundamental Principles of Heat Transfer*, New York: Pergamon Press Inc., 1976.
- [5] B. R BAYRON, S. WARREN E y E. N. LIGHTFOOT, *Fenomenos de Transporte*, México: Reverté, 1987.
- [6] M. R. ESPIEGEL, *Ecuaciones Diferenciales Aplicadas.*, México: Prentice Hall, 1983.
- [7] Ö. M. Necati, *Heat Coduction*, Carolina: Wiley, 1993.
- [8] L. LIRA CORTÉS, E. MÉNDEZ LANGO y O. J. GONZÁLEZ RODRÍGUEZ, «Sistema de Medición de la Conductividad Térmica de Materiales Sólidos,» p. 11, 2008.
- [9] K. SEROPE, S. STEVEN R y U. R. FIGUEROA LOPÉZ, *Manufactura, ingeniería y tecnología.*, Pearson Educación, 2002.
- [10] M. MARGARITA, *Aislamiento térmico. Aplicaciones en la edificación y en la industria. Economía de energía.*, Barcelona: Reverte, 1984.
- [11] J. R. WELTY, C. E. WICKS y R. E. WILSON, *Fundamentos de Transferencia de Momento, Calor y Masa*, México: Limusa.
- [12] McMaster-Carr Supply Company, «McMaster-Carr,» 11 Octubre 2012. [En línea]. Available: <http://www.mcmaster.com/#red-metals/=joj0q6>.
- [13] W. C. G., *Electricidad para estudiantes de ingeniería mecánica*, Sede Bogotá.

Universidad Nacional de Colombia, 2006.

- [14] D. G. FINK, H. WAYNE BEATY y J. M. CAROLL, Manual practico de electricidad para ingenieros, Barcelona: Reverté, 1981.
- [15] J. R. ROS, «Tope,» 1998-2012. [En línea]. Available: http://www.resistenciastope.com/es/productos/descarga_docs.php. [Último acceso: 29 Septiembre 2012].
- [16] «Electricfor S.A.,» 2009. [En línea]. Available: <http://www.electricfor.es/es/44448/Resistencias-tipo-abrazadera-lapas/Resistencias-planas/Resistencias-Planas.htm>. [Último acceso: 14 Julio 2012].
- [17] N. Ágora, «Interempresas net. Feria virtual,» 10 Octubre 2012. [En línea]. Available: <http://www.interempresas.net/MetalMecanica/FeriaVirtual/Producto-Resistencia-plana-con-soporte-de-mica-15765.html>.
- [18] PCE Instruments Chile S.A., «PCE Instruments Chile S.A.,» 31 Octubre 2012. [En línea]. Available: http://www.pce-instruments.com/chile/instrumentos-de-medida/medidores/medidores-temperatura-pce-holding-gmbh-medidor-registrador-de-temperatura-pce-t-800-det_249313.htm?_list=qr%2Eart&_listpos=1.
- [19] T. FRANCIS, Applied Mathematical Methods for Chemical Engineers, Second Edition ed., Boca Raton: Norman W. Loney, 2007.
- [20] S. ESPLUGAS y M. E. CHAMARRO, fundamentos de Tranmisión de calor, Barcelona: Publicaciones de la Universidad de Barcelona, 2005.
- [21] F. P. INCROPERA y D. P. DE WITT, Fundamentos de tranferencia de calor, 4a. ed., México: Prentice Hall., 1999.
- [22] D. ACEVEDO, «INSTRUVAL. INSTRUMENTOS VALENCIA, C.A.,» 10 Octubre 2012. [En línea]. Available: <http://www.instruval.com/web/productos/termocuplas-valencia/termocuplas/item/termocuplas.html>.

ANEXOS

ANEXO A. VALIDACIÓN DEL MÉTODO NUMÉRICO.

Con el fin de validar el método numérico usado para realizar la simulación del equipo, se usó la solución analítica de un caso más sencillo, estudiado ampliamente en textos especializados en conducción de calor. El sistema planteado es una barra de aluminio ($\alpha=97,1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ [3]) de longitud $L=0,16\text{m}$, para el cual la longitud es muy grande comparada con el radio de la barra, y además está recubierta por un aislante térmico. Bajo estas condiciones, se puede asumir que el vector de flux de calor, sólo tiene una componente en la dirección axial ($\mathbf{q}=q_x \mathbf{i}_x$). Inicialmente, la barra tiene una temperatura uniforme de 25°C . Al tiempo $t=0$, la sección transversal de la barra ubicada en $x=L$ es repentinamente puesta a una temperatura de 180°C , mientras que la temperatura en $x=0$, es mantenida a una temperatura constante de 25°C .

El modelo matemático (ecuación diferencial y condiciones iniciales y de frontera) que describe esta situación es el siguiente:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (10)$$

$$T(0, t) = T_0$$

$$T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T(L, t) = T_1$$

$$T_1 = 180 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$T(x, 0) = T_0$$

$$T_0 = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

La solución para este sistema puede ser obtenida usando el Método de Separación de Variables como es detallado en las referencias [7] [19] y esta dada por la siguiente expresión:

$$T(x, t) = (T_1 - T_0) \left\{ \frac{x}{L} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n} * e^{-\alpha \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 t} * \text{sen} \left(\frac{n\pi}{L} x \right) \right\} + T_0 \quad (11)$$

aquí que el término que contiene la sumatoria, describe el estado de temperatura transitorio dentro de la barra, y es insignificante, cuando el tiempo tiende a infinito, permaneciendo solo la parte lineal de la ecuación.

En la Figura 11 se muestran las dos soluciones obtenidas, una por método numérico descrita por las líneas continuas, y la solución analítica (Ecuación 11) descrita con líneas discontinuas. Como se esperaba, la distribución de temperatura en tiempos cercanos a cero, no es lineal, sin embargo, a medida que el tiempo transcurre ($t \approx 200s$), la temperatura de la barra alcanza el estado estable cuando el perfil de la temperatura se vuelve lineal. La comparación de las dos soluciones muestra que, cuando el sistema se aproxima al estado estacionario, las soluciones numéricas y analíticas son casi indistinguibles. No obstante, para tiempos cercanos a cero, existe una discrepancia entre la solución analítica y numérica la cual puede ser tomada como despreciable cuando se compara con la variación de temperatura en dirección axial.

Figura 11. Distribución de la temperatura para la barra de aluminio puro aislada de longitud 0.16 m. Las líneas discontinuas es la solución analítica de la ecuación (11), y las líneas continuas es la solución obtenida usando el paquete FEMLAB [2]

