

Simulación del mapa de intensidades en discos de acreción magnéticamente polarizados
alrededor de agujeros negros de Kerr

Juan Manuel Velásquez Cadavid

Trabajo de Investigación para optar al título de Magíster en Matemática Aplicada

Director

Fabio Duván Lora Clavijo

Doctorado en Física

Codirector

Óscar Mauricio Pimentel Díaz

Doctorado en Física

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2022

Tabla de Contenido

Introducción	8
1. Objetivos	13
2. Transferencia radiativa	14
2.1. Ecuación de la transferencia radiativa	14
2.2. Forma covariante de la ecuación de la transferencia radiativa	19
3. Modelo del disco alrededor de agujeros negros de Kerr	25
4. Modelo numérico	28
5. Resultados	31
5.1. Explorando el espacio de parámetros	31
5.2. Perfiles de emisión	34
5.3. Mapa de intensidades	39
6. Trabajo futuro	40
7. Conclusiones	42
Referencias Bibliográficas	43

Lista de Figuras

Figura 1.	Ilustración de un rayo atravesando un área infinitesimal	14
Figura 2.	Ilustración de las partículas absorbentes dentro de un material de volumen infinitesimal	17
Figura 3.	Esquemmatización de un rayo de luz con vector de onda \vec{k} atravesando un material	21
Figura 4.	Esquemmatización del trazado inverso de rayos	29
Figura 5.	Valores máximos de intensidad emitidos por un toro ópticamente grueso y ópticamente delgado alrededor de un agujero negro Kerr	35
Figura 6.	Espectros de flujo de un toroide ópticamente grueso	37
Figura 7.	Espectros de flujo de un toroide ópticamente delgado	38
Figura 8.	Toros magnetizados ópticamente gruesos y delgados alrededor de un agujero negro de Kerr	41

Lista de Tablas

Tabla 1.	Conjunto de parámetros y constantes empleadas en las simulaciones	33
----------	---	----

Glosario

Agujero negro objeto compacto cuyo campo gravitacional es tan intenso que ni siquiera la luz puede escapar de él.

Disco de acreción masa de gas y polvo que gira alrededor del agujero negro.

Esfera de fotones órbita esférica más cercana alrededor del agujero negro en la cual pueden orbitar los fotones antes de ser atrapados por la atracción gravitacional.

Geodésica nula camino libre que siguen los fotones en un espacio-tiempo.

Sombra de un agujero negro imagen aparente de un agujero negro delimitado por la esfera de fotones.

Resumen

Título: Simulación del mapa de intensidades en discos de acreción magnéticamente polarizados alrededor de agujeros negros de Kerr. *

Autor: Juan Manuel Velásquez Cadavid. **

Palabras Clave: Discos de acreción, agujeros negros, campos magnéticos, geodésicas, radiación, modelado numérico.

Descripción: Los campos magnéticos presentes en los discos de acreción alrededor de agujeros negros están asociados con procesos de acreción y amplificación de energía. El aporte del campo magnético debido a la polarización magnética del material induce efectos sobre las propiedades físicas del medio que repercuten en la radiación proveniente de los discos de acreción. Por ende, a partir de las observaciones sería posible determinar el impacto generado por la polarización magnética en el perfil de emisión y establecer posteriormente las propiedades del agujero negro. Como primer paso se reprodujo la ecuación de la transferencia radiativa, a partir de la cual se calculó la intensidad específica para cada fotón emitido desde el disco. Posteriormente, se realizaron simulaciones para llevar a cabo un análisis sistemático de los posibles efectos observables producidos por las propiedades magnéticas de un toro alrededor de un agujero negro de Kerr. Se encontró que al considerar radiación sincrotrón no térmica, los efectos de la polarización magnética son insignificantes cuando el plasma está dominado por la presión del gas. Sin embargo, cuando los discos están dominados por la presión magnética, a medida que disminuye la magnetización la emisión se intensifica. En particular, se encontró una tendencia en la cual los discos paramagnéticos más intensamente en relación al caso de Komissarov, y que estos a su vez emiten mayor intensidad que los discos diamagnéticos. Además, se encontró que la compacidad del disco cambia con la susceptibilidad magnética, siendo los discos paramagnéticos más compactos que los discos de Komissarov, y estos últimos más compactos que los diamagnéticos. Esto conlleva a que los discos diamagnéticos emitan un mayor flujo dado que cada fotón tiene mayor camino óptico para viajar dentro del disco. Asimismo, al aumentar la magnetización también aumenta el flujo emitido, puesto que se desprecian los efectos de la susceptibilidad magnética.

* Trabajo de investigación.

** Escuela de Física, Facultad de Ciencias. Director: Fabio Duván Lora Clavijo, Doctorado en Física. Codirector: Óscar Mauricio Pimentel Díaz, Doctorado en Física.

Abstract

Title: Simulation of the intensity map in magnetically polarized accretion disks around Kerr black holes *

Author: Juan Manuel Velásquez Cadavid **

Keywords: Accretion disks, black holes, magnetic fields, geodesics, radiation, numerical modeling.

Description: Magnetic fields in the accretion disks around black holes are associated with processes of accretion and amplification of energy. The contribution of the magnetic field due to the magnetic polarization of the material induces effects on the physical properties of the medium that affect the radiation coming from the accretion disks. Therefore, from the observations it would be possible to determine the impact generated by the magnetic polarization in the emission profile and subsequently establish the properties of the black hole. As a first step, the radiative transfer equation was reproduced, from which the specific intensity for each photon emitted from the disk was calculated. Subsequently, simulations were carried out to carry out a systematic analysis of the possible observable effects produced by the magnetic properties of a torus around a Kerr black hole. It was found that when considering non-thermal synchrotron radiation, magnetic polarization effects are negligible when the plasma is dominated by gas pressure. However, when the disks are dominated by magnetic pressure, as the magnetization decreases, the emission intensifies. In particular, a tendency was found in which the paramagnetic disks more intensely in relation to the Komissarov case, and that these in turn emit greater intensity than the diamagnetic disks. In addition, it was found that the compactness of the disk changes with magnetic susceptibility, with paramagnetic disks being more compact than Komissarov disks, and the latter more compact than diamagnetic ones. This leads to diamagnetic disks emitting a higher flux since each photon has a longer optical path to travel within the disk. Likewise, as the magnetization increases, the emitted flux also increases, since the effects of magnetic susceptibility are neglected.

* Research Work

** Escuela de Física, Facultad de Ciencias. Director: Fabio Duván Lora Clavijo, Doctorado en Física. Codirector: Óscar Mauricio Pimentel Díaz, Doctorado en Física.

Introducción

La radiación electromagnética conforma la principal fuente de información que se puede obtener del espacio exterior. Escenarios astrofísicos como microcuasares, cuasares o núcleos activos de galaxias (AGNs, por sus siglas en inglés) representan eventos en donde se emite radiación de alta luminosidad, cuyo motor se cree es una fuente de gravedad extrema como lo son los agujeros negros (Scheuer, P., 1974). Así, estos escenarios representan un laboratorio natural para poner a prueba teorías que pretenden describir la física en condiciones de gravedad extrema.

La relatividad general es una de las teorías que mejor describe la física asociada a los fenómenos gravitatorios en un gran número de eventos astrofísicos. Desde un punto de vista teórico y observacional, los agujeros negros son una de las predicciones más exitosas de la relatividad general. Debido a que estos no emiten ni reflejan la radiación, una forma de detectarlos es a través de la luz que pasa marginalmente cerca al horizonte de eventos y escapa de la atracción gravitatoria. Estos fotones delimitan la sombra del agujero negro (Falcke, H. et al., 2000), la cual corresponde a la imagen más cercana que se puede obtener de estos objetos compactos. Las observaciones del EHT al interior de la galaxia M87 en el 2019 (The Event Horizon Telescope Collaboration, 2019) y la más reciente en el centro de la Vía Láctea (The Event Horizon Telescope Collaboration, 2022a,b,c,d,e,f), concluyeron que los objetos compactos detectados corresponden con agujeros negros de Kerr con masas aproximadas de 6.5×10^9 y 4.15×10^6 masas solares, y parámetros de rotación $a = 0.9$ y $a = 0.93$, respectivamente. Estas observaciones fueron posibles al detectar la radiación proveniente del disco de acreción que orbita alrededor del agujero negro, la cual puede ser ocasionada debido al calentamiento del gas y polvo que conforma el disco (Shields, G., 1978) o debido a la presencia de campos magnéticos que aceleran las cargas al interior del fluido (Pineault, S., 1982).

Los discos de acreción están íntimamente ligados a los agujeros negros, y por lo tanto es posible extraer información tanto del propio espacio-tiempo como de la materia que compone el disco, permitiendo describir escenarios astrofísicos como los ya mencionados previamente (Abramowicz, M.A. and Fragile, P.C., 2013). Soluciones analíticas para modelar discos de acreción en equilibrio alrededor de agujeros negros han sido propuestas desde hace varias décadas (Kozłowski, M. et al., 1978; Fragile, P. C. et al., 2009; Pugliese, D. et al., 2012), donde se destaca, en particular,

el estudio de los campos magnéticos al interior de los discos. El interés por estos campos surge debido a que podrían ser responsables de la generación de inestabilidades en el disco que darían lugar al proceso de acreción (Balbus, S.A. and Hawley, J.F., 1991). Además, podrían también colimar y acelerar el gas presente en chorros relativistas que se emiten hacia el medio interestelar desde el disco de acreción (Blandford and Znajek, 1977).

Algunos modelos de discos describen toros magnetizados alrededor de agujeros negros (Komissarov, S., 2006; Font, J. A. et al., 2007; Fragile, P. C. et al., 2015; Gimeno-Soler, S. and Font, J. A., 2017), destacando el trabajo de Komissarov, donde presenta por primera vez una solución analítica para describir toros en equilibrio magnetohidrodinámico alrededor de agujeros negros de Kerr. A partir de este modelo es posible mostrar que los discos magnetizados son inestables a las perturbaciones no axiales, y que la disipación de energía y el transporte de momento angular son consecuencia de la inestabilidad magnetorrotacional (Wielgus, M. et al., 2015).

Un aspecto interesante a tener en cuenta es el grado de polarización magnética del material y sus efectos sobre la dinámica del disco. Con base en el trabajo de Komissarov, se planteó un modelo para describir toros magnetizados con susceptibilidad magnética arbitraria alrededor de agujeros negros de Kerr (Pimentel, O. M. et al., 2018a). En este trabajo se encontró que la susceptibilidad magnética afecta la compacidad del disco, haciéndolo más compacto para discos paramagnéticos y menos compacto para discos diamagnéticos en relación al caso sin polarización magnética. Adicionalmente, se estudió el impacto de la susceptibilidad magnética en el desarrollo de la inestabilidad magnetorrotacional en discos de acreción débilmente magnetizados (Pimentel, O. M. et al., 2021). Se encontró que los discos paramagnéticos presentan estructuras turbulentas más grandes que los discos diamagnéticos. Además, el grado de magnetización del plasma muestra que el disco paramagnético se magnetiza más que el disco no polarizado, y que este último se magnetiza más que el disco diamagnético.

Como se puede apreciar, la inclusión de las propiedades magnéticas del material en la dinámica de los discos de acreción relativistas es relevante para entender los diferentes procesos físicos que ocurren en estos sistemas. Cabe mencionar que la polarización magnética ha sido considerada en otros escenarios astrofísicos como estrellas de neutrones (Blandford, R.D. and Hernquist, L., 1982; Suh, I. and Mathews, G., 2010; Chatterjee, D. et al., 2015; Wang, Z. et al., 2016), ondas relativistas (Pimentel, O. M. et al., 2018b), la inestabilidad de Kelvin-Helmholtz en plasmas

relativistas (Pimentel, O. M. and Lora-Clavijo, F. D., 2019), entre otros.

Adicionalmente, la contribución de los campos magnéticos, producto de la polarización magnética, puede afectar directamente el proceso radiativo. Por ejemplo, en el caso de la radiación sincrotrón la emisión de fotones se ve alterada al considerar el carácter diamagnético del medio como respuesta de las cargas moviéndose en órbitas helicoidales alrededor de las líneas del campo magnético. Esto genera un efecto de apantallamiento que permite una emisión más energética (Bodo, G. et al., 1992). Este tipo de consideraciones son importantes al momento de interpretar las observaciones en distintos escenarios astrofísicos, como AGNs o *jets* extragalácticos, en donde se observa luz polarizada que sugiere que la radiación proviene de cargas aceleradas por campos magnéticos (Ishibashi, W. and Courvoisier, T., 2011; Beall, J., 2016).

Aunado a lo anterior, el grado de polarización de la luz también se ve alterado por los campos magnéticos. Un ejemplo de esto es la rotación de Faraday, fenómeno en donde el plano de polarización de una onda electromagnética rota al interactuar con un campo magnético (Piller, H., 1972). Entonces, al considerar el campo eléctrico se puede ver afectado por el campo magnético debido al alineamiento de los momentos dipolares magnéticos, la polarización de la luz también dependería de la polarización magnética. En particular, esto puede resultar relevante al momento de calcular la rotación de un agujero negro mediante observaciones polarimétricas de un disco de acreción (Silant'ev, N. A. et al., 2011).

Con esta motivación, surge el interés por determinar el impacto que la polarización magnética pueda tener en posibles observaciones futuras. Para ello, es necesario estudiar las geodésicas que trazan los fotones que se emiten del interior del disco de acreción, que consiguen escapar de la atracción gravitacional del agujero negro y logran ser detectados por un observador distante. Para este fin las simulaciones numéricas juegan un papel fundamental. Hoy en día, los códigos en trazado de rayos representan una herramienta esencial para probar varios modelos de discos de acreción alrededor de agujeros negros. Entre estos códigos se destacan GRTRANS (Dexter, J., 2016), *ipole* (Mościbrodzka, M. and Gammie, C, 2017) o RAPTOR (Bronzwaer, T. et al., 2018), los cuales se han construido específicamente para acoplar la transferencia radiativa a las simulaciones magnetohidrodinámicas. Códigos híbridos como *Athena++* (White, C. et al., 2016) o BHAC (Olivares, H et al., 2017) resuelven en primera instancia las ecuaciones de la magnetohidro-

dinámica y posteriormente se calcula la transferencia radiativa mediante el trazado de rayos para dar como resultado simulaciones más realistas.

Anteriormente, se ha mencionado que la polarización magnética también podría afectar el mapa de intensidades proveniente del disco de acreción, y hasta donde se sabe este es un tópico que permanece sin explorar. Para determinar el impacto de la polarización magnética en el mapa de intensidades se empleó el código OSIRIS¹ (Velásquez-Cadavid, J. M. et al., 2022), del cual el autor del presente proyecto de investigación es coautor. Este código se basa en el formalismo hamiltoniano y resuelve la ecuación de la geodésica para fotones mediante el trazado inverso de rayos (Falcke, H. et al., 2000). OSIRIS ha sido validado reproduciendo con éxito órbitas tipo-tiempo y nulas alrededor de agujeros negros de Kerr, así como simulando la sombra (analítica y numérica), el lente gravitacional y la imagen de discos de acreción geoméricamente delgados en este mismo espacio-tiempo. Además, con este código se simularon trayectorias tipo-tiempo alrededor de objetos compactos con parámetro de deformación cuadrupolar arbitrario que puede representar singularidades desnudas, así como también la sombra y el lente gravitacional producido por dichos objetos. (Arrieta-Villamizar, J. A. et al., 2020).

De esta forma, en el presente proyecto de investigación para optar por el título de magíster en Matemática Aplicada, se muestran por primera vez simulaciones del mapa de intensidad y los perfiles de emisión para un toro magnetizado considerando la polarización magnética del fluido alrededor de un agujero negro de Kerr. Se encontró que la susceptibilidad magnética modifica la intensidad y los perfiles de emisión dependiendo de qué tan magnetizado esté el disco. Además, el grado de compacidad del toro se muestra en el mapa de intensidades, comportamiento que es concorde con los resultados de Pimentel, O. M. et al. (2018a).

Así, la estructura del presente documento es la siguiente: en el capítulo (2) se describe la teoría del transporte radiativo y el mecanismo de radiación sincrotrón utilizado en el cálculo de la intensidad específica; en el capítulo

¹ Antiguamente bautizado como PUNCH, el código es resultado del proyecto de grado con el cuál el presente autor obtuvo el título de físico. El cambio de nombre fue debido a la existencia de un código homónimo que se desconocía al momento de la escritura de dicho trabajo.

(3) se realiza una breve descripción del modelo de disco empleado en este trabajo, el cual es un disco de Komissarov polarizado magnéticamente; en el capítulo (4) se describe el código OSIRIS utilizado para las simulaciones, así como la configuración numérica correspondientes para cada simulación; finalmente, en el capítulo (5) se muestran los resultados de las simulaciones correspondientes a toros polarizados magnéticamente alrededor de un agujero negro de Kerr. A lo largo de este documento se empleó una signatura mayormente positiva, $(-, +, +, +)$, y unidades geometrizadas donde $G = c = 1$, siendo G la constante gravitatoria y c la velocidad de la luz en el vacío.

1. Objetivos

Objetivo general

Simular el mapa de intensidades proveniente de discos de acreción magnéticamente polarizados alrededor de agujeros negros de Kerr.

Objetivos específicos

Reproducir las ecuaciones que describen la transferencia radiativa de forma covariante.

Incorporar un módulo numérico al código OSIRIS que resuelva las ecuaciones de la transferencia radiativa.

Determinar la validez del código al calcular el mapa de intensidades proveniente de un disco de acreción toroidal, considerando la teoría de radiación sincrotrón.

Establecer el impacto de la polarización magnética en el perfil de intensidades específico producido por un disco de acreción toroidal, considerando la teoría de radiación sincrotrón.

2. Transferencia radiativa

La teoría del transporte radiativo se desarrolla en el marco de la óptica geométrica a escala macroscópica, la cual estudia la transferencia de energía que se da cuando la luz se propaga por un medio material (Chandrasekhar, S., 1960). En este proceso, la materia interactúa con la radiación a través de procesos de emisión y absorción, dejando una “huella” en la luz que puede ser detectada posteriormente por un observador (Rybicki, G. and Lightman, A., 1979), convirtiéndose en una herramienta útil para obtener información acerca de las propiedades de la materia a partir de la observación. En este marco de trabajo se supone que la luz se propaga en forma de rayo, que la longitud de onda de la radiación emitida es mucho menor que la longitud característica de la fuente emisora y que los efectos de la dispersión, refracción y difracción son despreciables.

2.1. Ecuación de la transferencia radiativa

La principal magnitud física que se estudia en el marco de la transferencia radiativa es la intensidad específica, I . Para interpretar esta magnitud, considérese un elemento de área, dA , atravesado por un rayo de luz de frecuencia ν que tarda un tiempo dt en cruzar dentro de un elemento de ángulo sólido $d\Omega$, como se muestra en la figura (1). El flujo

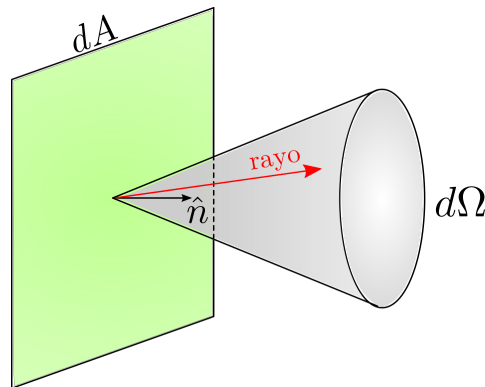


Figura 1. Ilustración de un rayo atravesando un área infinitesimal, dA , en un elemento de ángulo sólido, $d\Omega$, orientado a lo largo de un vector unitario perpendicular al plano, \hat{n} .

de energía que atraviesa dicha porción de área se define como

$$F = \frac{dE}{dAdt}, \quad (1)$$

donde dE es un diferencial de energía. Ahora, es posible escribir dicho flujo en términos de la frecuencia del rayo y del elemento del ángulo sólido por medio de la intensidad específica. Así,

$$dF_\nu = I_\nu d\nu d\Omega, \quad (2)$$

donde el subíndice ν indica dependencia sobre la frecuencia. En contraste a la intensidad específica, la intensidad total integrada (o simplemente intensidad) se calcula al sumar todas las intensidades específicas para cada frecuencia

$$I = \int_\nu I_\nu d\nu, \quad (3)$$

y el flujo total integrado entonces adopta la forma estándar

$$F = \int I d\Omega. \quad (4)$$

Por otra parte, cuando un rayo de luz atraviesa un medio la energía puede amplificarse o disminuir a través de los procesos de emisión y absorción, los cuales se describen a continuación.

1. Emisión: se define como la cantidad de energía emitida proporcional a un elemento de volumen, dV , por unidad tiempo y por unidad de ángulo sólido a una frecuencia específica

$$dE_\nu = j_\nu dV d\nu d\Omega dt, \quad (5)$$

donde j_ν se conoce como coeficiente de emisión. El elemento de volumen atravesado por el rayo puede escribirse como $dV = dA ds$, con ds la distancia recorrida por el rayo dentro del material. De esta forma

$$dE_\nu = j_\nu ds dv d\Omega dA dt, \quad (6)$$

tal que al comparar (6) con (1) se escribe el flujo específico en términos del coeficiente de emisión

$$F_\nu = j_\nu ds dv d\Omega, \quad (7)$$

y al igualar (7) con (2) considerando un diferencial de intensidad que se propaga a lo largo del medio se obtiene que

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu. \quad (8)$$

Suponiendo un coeficiente de emisión constante para cada frecuencia, con base en lo anterior, la intensidad específica aumenta conforme el rayo se propaga a lo largo del material.

2. Absorción: representa la pérdida de intensidad de un rayo a medida que se propaga por un medio material en una distancia ds . Esta ley se entiende en términos de un modelo macroscópico, en el cual las partículas absorbentes presentan un área de absorción. Así, al considerar una sección transversal, dA , con ángulo sólido, $d\Omega$, como se muestra en la figura (2), el número total de absorbentes se calcula como

$$N = n dA ds, \quad (9)$$

con n la densidad de partículas. Si el área de absorción por partícula es σ_ν , entonces área total de las partículas absorbentes es

$$\Sigma_\nu = N \sigma_\nu = n \sigma_\nu dA ds. \quad (10)$$

De esta forma, se establece que la energía de un rayo que se absorbe al atravesar dicho material es proporcional

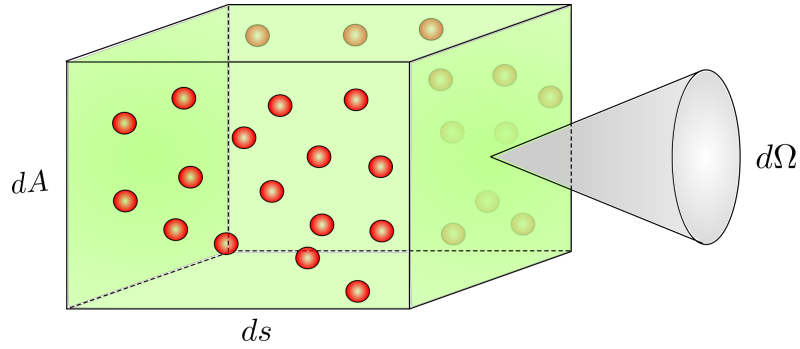


Figura 2. Ilustración de las partículas absorbentes dentro de un material de volumen infinitesimal $dV = dA ds$.

a esta sección transversal total

$$dE = \kappa_v \Sigma_v, \quad (11)$$

donde κ_v es el coeficiente de opacidad. Al realizar un análisis dimensional se puede determinar que κ_v debe tener unidades de $[\text{erg}/m^{-2}]$, por lo cual es posible relacionar dicho coeficiente con la intensidad específica mediante la relación

$$\kappa = \frac{dE}{dA} = \frac{I_v d\nu d\Omega dt}{dA}. \quad (12)$$

Con base en lo anterior,

$$\frac{I_v d\nu d\Omega dt}{dA} \Sigma_v = dI_v d\nu d\Omega dt, \quad (13)$$

donde para efectos prácticos se escribe la intensidad específica como un diferencial para indicar su cambio a lo largo del material. Así

$$\frac{dI_v}{ds} = -\alpha I_v, \quad (14)$$

donde $\alpha_v = n\sigma_v$ se conoce como coeficiente de emisión y el signo menos denota una disminución de la intensidad específica al propagarse dentro del medio.

A partir de las ecuaciones (8) y (14) se puede generalizar una expresión para determinar los cambios en la intensidad a medida que el rayo se propaga por el material debido a los coeficientes de emisión y absorción. De esta forma,

$$\frac{dI_\nu}{ds} = j_\nu - \alpha_\nu I_\nu. \quad (15)$$

la cual se conoce como ecuación de transferencia radiativa (Rybicki, G. and Lightman, A., 1979). Para resolver esta ecuación es conveniente realizar un cambio de variable en términos de qué tanto puede penetrar el rayo al interior del material. Se define entonces la penetración óptica, τ_ν , como

$$\tau_\nu = \int_{s_0}^s \alpha_\nu(s') ds', \quad (16)$$

la cual establece una noción de la oposición que ejerce el medio a la propagación del rayo. En esta ecuación, s_0 es un punto de partida arbitrario y s representa qué tanto penetra el rayo al interior del material. Si un rayo de frecuencia ν se puede propagar enteramente dentro del medio sin ser absorbido, entonces $\tau_\nu \rightarrow \infty$ y se dice que el medio es ópticamente delgado o translúcido. En cambio, si el rayo no puede propagarse a través del medio, $\tau_\nu \rightarrow 0$ y se dice que el material es ópticamente grueso u opaco. Usualmente, la penetración óptica es medida “hacia atrás” en el camino de la luz y aparece un signo menos en la ecuación (16). Ahora, al dividir a ambos lados de la ecuación (15) entre α_ν se obtiene que

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu, \quad (17)$$

donde $S_\nu = j_\nu/\alpha_\nu$ se conoce como función de fuente. La ecuación (17) se puede resolver mediante un cambio de variable apropiado. Así, la intensidad específica se puede calcular como

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_{0,\nu} e^{-\tau_\nu} + \int_0^{\tau_\nu} S_\nu(\tau'_\nu) e^{(\tau'_\nu - \tau_\nu)} d\tau'_\nu. \quad (18)$$

Con base en esto, basta con conocer la función de fuente y resolver la ecuación (16) para encontrar la intensidad específica del rayo a lo largo de su recorrido por el material. Suponiendo el caso en el cual la función de fuente es constante, entonces

$$I_V(\tau_V) = I_V(0)e^{-\tau_V} + S_V(1 - e^{-\tau_V}), \quad (19)$$

en donde es claro que a si $\tau_V \rightarrow \infty$ entonces $I_V(\tau_V) \rightarrow S_V$. Es decir, si se le da suficiente recorrido al rayo dentro del material la intensidad tiende a ser constante.

2.2. Forma covariante de la ecuación de la transferencia radiativa

Una interpretación para la intensidad específica desde el punto de vista de la estadística está relacionada con un conteo del número de fotones que atraviesan una superficie (Rybicki, G. and Lightman, A., 1979). Sea \mathcal{O}' un marco de referencia momentáneamente inercial comóvil con las partículas, las cuales ocupan un volumen en el espacio de fase

$$d\mathcal{V}' = d^3x' d^3p', \quad (20)$$

en donde $d^3x' = dx'dy'dz'$ es el volumen en el espacio de las coordenadas y $d^3p' = dp'_x dp'_y dp'_z$ es el volumen en el espacio de los momentos. Considérese ahora que \mathcal{O} es un marco de referencia inercial que se traslada con velocidad constante, $\vec{\beta}$, con respecto a \mathcal{O}' . Si se supone un movimiento unidimensional en dirección \hat{e}_x , un observador ubicado en \mathcal{O}' registraría una contracción de la coordenada dx en el marco inercial, por lo cual

$$dx = \gamma^{-1} dx', \quad (21)$$

con $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ el factor de Lorentz. En el caso de los momentos, la transformación correspondiente al momento en dirección al movimiento se escribe como

$$dp_x = \gamma(dp'_x + \beta dp'_t). \quad (22)$$

Al considerar radiación monocromática no hay cambio de energía en el marco comóvil, así

$$dp_x = \gamma(dp'_x + \beta dp'_t). \quad (23)$$

Las componentes ortogonales al movimiento permanecen invariantes, por lo cual $dy = dy'$, $dz = dz'$, $dp_y = dp'_y$, $dp_z = dp'_z$. Con base en lo anterior se obtiene que

$$d^3\vec{x}d^3\vec{p} = dx dy dz dp_x dp_y dp_z = \gamma^{-1}(dx' dy' dz')\gamma(dp'_x dp'_y dp'_z) = d^3\mathcal{V}', d^3\mathcal{V} = d^3\mathcal{V}'.$$

De esto se concluye que el volumen en el espacio de fase es un invariante de Lorentz, a partir del cual es posible construir otros invariantes. El número de partículas, dN , puede ser calculado a través de una distribución de probabilidad, f , que depende, en principio, de la posición, los momentos y el tiempo. De esta forma

$$dN = f(\vec{x}, \vec{p}, t)d^3\mathcal{V}. \quad (24)$$

Sin embargo, el número de partículas es un invariante de Lorentz, por lo cual es posible concluir que la densidad de probabilidad también es un invariante de Lorentz

$$f = \frac{dN}{d^3\mathcal{V}}. \quad (25)$$

A partir esta distribución es posible escribir la densidad de energía para los fotones. Con base en esto

$$\frac{dE}{d^3\mathcal{V}} = h\nu f, \quad (26)$$

con h la constante de Planck, y a partir de la ecuación (2) se establece una relación entre la intensidad específica y la densidad de probabilidad:

$$h^4\nu^3 f = I_\nu \Rightarrow f \propto \frac{I_\nu}{\nu^3}. \quad (27)$$

De esta forma, se concluye que la razón I_ν/v^3 también es un invariante de Lorentz. Por otra parte, ya que la penetración óptica depende del número de absorbentes y el número de partículas es un invariante, es posible suponer que la penetración óptica también es un invariante de Lorentz. Sea \mathcal{O} un marco de referencia inercial y considérese un material que se mueve con velocidad constante con respecto a \mathcal{O} a lo largo del eje \hat{e}_x . Este material es atravesado por un rayo de luz con vector de onda \vec{k} entre los puntos s_0 y s , como se muestra en la figura (3). La penetración óptica se

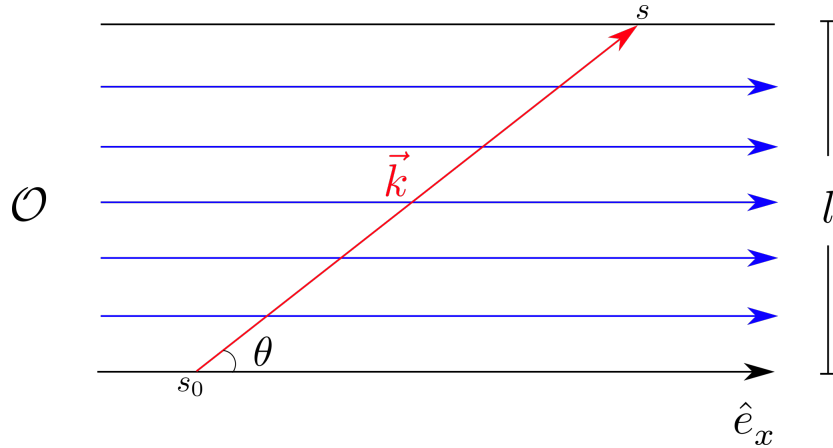


Figura 3. Esquemmatización de un rayo de luz con vector de onda \vec{k} atravesando un material que se mueve a lo largo del eje \hat{e}_x con respecto a \mathcal{O} entre los puntos s_0 y s . El rayo recorre una distancia l perpendicular a la dirección de movimiento del material.

considera solamente para la componente del rayo que atraviesa el material, entonces $k_y = l$. Con base en la ecuación (16), asumiendo un coeficiente de absorción constante a lo largo del camino óptico del fotón, se llega a que

$$\tau(s) = (v\alpha_\nu) \frac{l}{v \sin \theta}. \quad (28)$$

Si $k = 2\pi\nu$, entonces la cantidad $v \sin \theta$ es proporcional a la componente del vector de onda a lo largo del eje y . Ahora, al considerar un marco de referencia comóvil con el material, \mathcal{O}' , la ley de transformación para k_y y l deja invariante dichas cantidades pues son perpendiculares a la dirección del movimiento. De esta forma, $v \sin \theta$ también permanece invariante. Así, la cantidad $v\alpha_\nu$ es un invariante de Lorentz.

Finalmente, la ley de transformación para el coeficiente de emisión, $j_\nu = \alpha_\nu S_\nu$, se obtiene a partir de los

resultados anteriores. De acuerdo a la ecuación (17), S_v/v^3 debe tener las mismas propiedades que I_v/v^3 . De esta forma

$$\frac{j_v}{v^2} = (v\alpha_v) \frac{S_v}{v^3}. \quad (29)$$

Por lo cual, j_v/v^2 también es un invariante de Lorentz. Con base en todo lo anterior, la ecuación de la transferencia radiativa (17) se puede escribir en términos de los invariantes de Lorentz

$$\frac{d}{d\tau_v} \left(\frac{I_v}{v^3} \right) = \left(\frac{j_v}{v^2} \right) \frac{1}{v\alpha_v} - \frac{I_v}{v^3}. \quad (30)$$

En el contexto de discos de acreción, en donde el medio corresponde con el fluido orbitando alrededor de un agujero negro, para calcular qué tanto penetra el rayo al interior del disco se calcula la componente ortogonal del cuadrivector de onda con respecto a la dirección de movimiento del fluido. Con este fin, se emplea el tensor proyección ortogonal

$$P^{\alpha\beta} = g^{\alpha\beta} + u^\alpha u^\beta, \quad (31)$$

donde $g^{\alpha\beta}$ son las componentes contravariantes del tensor métrico y u^α son las componentes de la cuadrivelocidad del fluido. Al proyectar las componentes del cuadrivector de onda, k_α , con respecto al medio se obtiene que $v^\beta = P^{\alpha\beta} k_\alpha$. Entonces, la variación del elemento de línea del fotón a lo largo la trayectoria ortogonal al fluido se expresa como

$$\frac{ds}{d\lambda} = -\sqrt{g_{\alpha\beta} v^\alpha v^\beta}, \quad (32)$$

donde ds ahora representa el elemento de línea ortogonal al movimiento del fluido y λ es un parámetro afín. El signo menos se elige debido a la signatura de la métrica empleada. Expandiendo los índices se llega a que

$$\frac{ds}{d\lambda} = -k_\alpha u^\alpha. \quad (33)$$

Para este resultado se emplearon las condiciones de normalización del cuadrivector de onda y de la cuadrivelocidad

del fluido, $k_\alpha k^\alpha = 0$ y $u_\alpha u^\alpha = -1$, respectivamente. Por definición, la ecuación (33) corresponde con la frecuencia medida en el marco del fluido o la frecuencia emitida

$$-k_\alpha u^\alpha = \nu. \quad (34)$$

Así, la ecuación (30) puede parametrizarse con respecto a λ empleando la regla de la cadena por medio de la ecuación (16). Así,

$$d\tau_\nu = \nu \alpha_\nu d\lambda, \quad (35)$$

y con base en esto,

$$\frac{d}{d\lambda} \left(\frac{I_\nu}{\nu^3} \right) = \left(\frac{j_\nu}{\nu^2} \right) - (\nu \alpha_\nu) \left(\frac{I_\nu}{\nu^3} \right). \quad (36)$$

La ecuación (36) se conoce como ecuación covariante de la transferencia radiativa, a partir de la cual es posible realizar el cálculo de la intensidad específica en espacio-tiempos curvos. Para expresar la transferencia radiativa en términos de la penetración óptica basta con dividir por $\nu \alpha_\nu$ a ambos lados de la ecuación (36), de lo cual se obtiene que

$$\frac{dI_\nu}{d\tau_\nu} = S_\nu - I_\nu, \quad (37)$$

que es exactamente igual a la expresión en (17), cuya solución es análoga a (18)

$$I_\nu(\tau_\nu) = I_{0,\nu} e^{-\tau_\nu(\lambda)} + \int_0^{\tau_\nu(\lambda)} S_\nu(\tau'_\nu) e^{[\tau'_\nu - \tau_\nu(\lambda)]} d\tau'_\nu. \quad (38)$$

Ya que la ecuación (36) está escrita en términos de invariantes, es posible relacionar la intensidad emitida desde el disco (ecuación 38), I_{em} , con la intensidad medida por un observador en un marco de referencia minkowskiano localizado en el infinito, I_{obs} , mediante la expresión

$$I_{V_{obs}} = \left(\frac{V_{obs}}{V_{em}} \right)^3 I_{V_{em}} = g^3 I_{V_{em}}. \quad (39)$$

En esta ecuación, $g = (z + 1)^{-1}$, con z el corrimiento al rojo. Así, la intensidad registrada por un observador distante queda completamente definida al establecer la frecuencia con la cual se propaga la radiación, el rango de penetración óptica a lo largo del medio y los coeficientes de emisión y absorción, los cuales dependen del mecanismo de emisión al interior del material. Para el presente proyecto de investigación se empleó radiación sincrotrón como mecanismo de emisión. Esta radiación proviene de las cargas eléctricas que describen un movimiento helicoidal a velocidades comparables con la velocidad de la luz alrededor de una línea de campo magnético (Rybicki, G. and Lightman, A., 1979). La radiación sincrotrón está presente en diversos escenarios astrofísicos como en la radiación proveniente de las nebulosas, pulsares, radiogalaxias o núcleos activos de galaxias (Bradt, 2008), en donde la polarización de la luz observada sugiere que la radiación surge de electrones girando en espiral alrededor campos magnéticos. Usualmente, el espectro proveniente de la radiación sincrotrón se escribe como una ley de potencias dependiente del campo magnético y de la frecuencia, en donde la intensidad específica decrece con el aumento de esta última. En contraste a la radiación de cuerpo negro, en donde la intensidad aumenta con el aumento de la frecuencia, se dice que este tipo de radiación sincrotrón es “no térmica”. Los coeficientes de emisión y absorción se escriben entonces como (Rybicki, G. and Lightman, A., 1979)

$$j_\nu \propto B^{(\gamma+1)/2} \nu^{(1-\gamma)/2}, \quad \alpha_\nu \propto B^{(\gamma+2)/2} \nu^{-(\gamma+4)/2}, \quad (40)$$

donde B es el campo magnético y ν la frecuencia emitida, los cuales se suponen dependientes únicamente de las coordenadas, y $\gamma = 2s + 1$ con s el índice espectral, parámetro que se ajusta de acuerdo a las observaciones (Pacholczyk, 1970). A partir de estos coeficientes es claro que una modificación en el campo magnético causa un cambio en la radiación emitida. Por lo cual, es de intuir que si el material está polarizado magnéticamente la contribución de la susceptibilidad magnética afectaría en la intensidad emitida y observada. Con base en lo anterior, al trazar las trayectorias para un conjunto de fotones emitidos desde el disco y que sean detectados por un observador distante, el conjunto de las intensidades calculadas para cada fotón conforma un mapa en donde el valor de cada intensidad se puede calcular por medio de las ecuaciones (38) y (39). En ese sentido, se requiere de herramientas computacionales para resolver la ecuación de la geodésica para un gran número de fotones en un espacio-tiempo curvo. De esta forma, al acoplar la

ecuación de la transferencia radiativa se obtiene un mapa de intensidades que corresponde con la imagen directa de un disco de acreción alrededor de un agujero negro.

3. Modelo del disco alrededor de agujeros negros de Kerr

Para lograr simular un mapa de intensidades es necesario establecer primero un modelo de disco a estudiar. En particular, el modelo elegido para este proyecto de investigación es una solución analítica para toros magnetizados con polarización magnética alrededor de agujeros negros de Kerr (Pimentel, O. M. et al., 2018a). En este se considera un fluido de prueba en el cual se desprecian los efectos gravitacionales generados por el disco. En este contexto, el tensor de energía-impulso para un fluido perfecto con magnetización constante y polarización magnética se escribe como

$$T^{\mu\nu} = [w + b^2(1 - \chi)] u^\mu u^\nu + \left[p + \frac{1}{2} b^2(1 - 2\chi) \right] g^{\mu\nu} - (1 - \chi) b^\mu b^\nu, \quad (41)$$

donde w es la entalpía específica, b^μ son las componentes del campo magnético medido en el marco comóvil al fluido, con $b^2 = b_\mu b^\mu$; u^μ son las componentes de la cuadrivelocidad del fluido, p es la presión hidrostática y $g^{\mu\nu}$ son las componentes contravariantes del tensor métrico de Kerr en coordenadas de Boyer-Lindquist, $\{t, r, \theta, \phi\}$. Además,

$$\chi = \frac{\chi_m}{\chi_m + 1}, \quad (42)$$

con χ_m la susceptibilidad magnética del material, la cual es positiva para materiales paramagnéticos y negativa para materiales diamagnéticos. En este modelo se supone que el disco es estacionario y axialmente simétrico, de forma que las variables de estado no dependen del tiempo coordenado, t , ni del ángulo azimutal, ϕ . Además, se restringe al movimiento del fluido a órbitas circulares, de forma que $\{u^\mu\} = \{u^t, 0, 0, u^\phi\}$; y se considera un campo magnético es toroidal, $\{b^\mu\} = \{b^t, 0, 0, b^\phi\}$. Con estas consideraciones se satisfacen idénticamente las ecuaciones de Maxwell y la ecuación de continuidad. Ahora, la estructura de equilibrio del toro se obtiene a partir de la conservación del tensor de

energía-momento, de la cual se obtiene que

$$(\ln|u_t|)_{,i} - \frac{\Omega l_{,i}}{1-l\Omega} + \frac{p_{,i}}{w} - \frac{(\chi p_m)_{,i}}{w} + \frac{[(1-\chi)\mathcal{L}p_m]_{,i}}{\mathcal{L}w} = 0, \quad (43)$$

donde $p_m = b^2/2$ es la presión magnética, $\mathcal{L} = g_{t\phi}^2 - g_{tt}g_{\phi\phi}$, el subíndice $,i$ representa la derivada usual con respecto a r y θ , y l y Ω son el momento y velocidad angular, respectivamente, definidos como

$$l(\Omega) = -\frac{g_{\phi t} + \Omega g_{\phi\phi}}{g_{tt} + \Omega g_{\phi t}} \quad \text{y} \quad \Omega(l) = -\frac{g_{\phi t} + l g_{tt}}{g_{\phi\phi} + l g_{\phi t}}. \quad (44)$$

En la ecuación (43) se distinguen las contribuciones al equilibrio del disco. El primer término describe la interacción gravitacional entre el agujero negro y el disco, el segundo hace referencia a la fuerza centrífuga debido a la rotación, el tercero es el gradiente de presión y los últimos términos son los asociados a las interacciones magnéticas. Para resolver las ecuaciones que determinan el equilibrio del toro se realizan las siguientes suposiciones:

- ★ La susceptibilidad magnética se supone dependiente de las coordenadas, de forma que $\chi = \chi(\mathcal{L})$.
- ★ El fluido satisface una ecuación de estado politrópica de la forma $p = Kw^\kappa$, con K la constante politrópica y κ el índice adiabático.
- ★ Las superficies de l y Ω constante coinciden, de manera que $\Omega = \Omega(l)$.

Con estas asunciones, la solución a la ecuación de Euler (43) se escribe como

$$W - W_{in} + \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{p}{w} + (1-2\chi) \frac{\eta}{\eta-1} \frac{p_m}{w} = 0, \quad (45)$$

donde se define el potencial efectivo, W , de la siguiente forma

$$W = \ln|u_t| = (1/2) \ln|\mathcal{L}/\mathcal{A}|, \quad (46)$$

con $\mathcal{A} = g_{t\phi} + 2lg_{t\phi} + l^2g_{tt}$ y W_{in} el potencial en el borde interno del disco. A partir de la ecuación (45) es posible

determinar la presión del fluido y la presión magnética en el centro del disco, en donde se supone que el gradiente de presión es cero y el momento angular del disco es el kepleriano, $l_k = l(\Omega_k)$, con Ω_k la velocidad angular kepleriana.

Así,

$$p_c = w_c (W_{in} - W_c) \left(\frac{\kappa}{\kappa - 1} + \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{1 - 2\chi_c}{\beta_c} \right)^{-1}, \quad p_{m_c} = \frac{p_c}{\beta_c}, \quad (47)$$

con el subíndice “c” haciendo referencia a los parámetros evaluados en el centro del disco. El parámetro β se conoce como “beta-plasma” y mide el grado de magnetización del material y es importante en los resultados, ya que este determina qué tan grande es la presión magnética con respecto a la presión del fluido. Con esto, las variables físicas del disco como la entalpía específica, la densidad de masa y la presión magnética se pueden escribir como

$$w = \left(\frac{W_{in} - W}{\frac{\kappa}{\kappa - 1} K + \frac{\eta}{\eta - 1} (1 - 2\chi) K_m \mathcal{L}^\lambda f} \right)^{\frac{1}{\eta - 1}}, \quad \rho = w - \frac{\kappa p}{\kappa - 1}, \quad p_m = K_m \mathcal{L}^\lambda w^\eta f, \quad (48)$$

y al suponer una susceptibilidad magnética de la forma

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 \mathcal{L}^\alpha, \quad (49)$$

con χ_0, χ_1 y α constantes, es posible calcular las funciones K_m, f y λ

$$K_m = \frac{p_{m_c}}{\mathcal{L}_c^\lambda w_c^\eta f_c}, \quad f = (1 - 2\chi)^{\frac{1-\eta}{2\alpha(1-2\chi_0)} - 1}, \quad \lambda = \frac{1 - \chi_0}{1 - 2\chi_0} (\eta - 1). \quad (50)$$

Con base en lo anterior, la morfología del disco queda completamente caracterizada por los parámetros $\beta_c, w_c, W_{in}, \kappa, \eta, \chi_0, \chi_1, \alpha$, y un momento angular constante, l_0 .

Por otra parte, el grado de magnetización del disco cambia la magnitud del campo magnético, pues las com-

ponentes b^t y b^ϕ dependen directamente de la presión magnética

$$b^t = l_0 b^\phi, \quad b^\phi = \sqrt{\frac{2p_m}{\mathcal{A}}}. \quad (51)$$

Con base en esto, es posible establecer el impacto de la susceptibilidad magnética y del grado de magnetización sobre la intensidad proveniente del disco de acreción. Como se mencionó en el capítulo anterior, los coeficientes de emisión y absorción cambian conforme lo hace el campo magnético, por lo cual es natural pensar que al variar el beta-plasma y la susceptibilidad magnética estos cambios se evidencien en la intensidad registrada por el observador. Con este fin, las herramientas computacionales permiten realizar un estudio sistemático de la dependencia de la intensidad en función del grado de magnetización y de la susceptibilidad magnética. Además, a través de las simulaciones es posible visualizar tanto la morfología del disco de acreción alrededor del agujero negro como su mapa de intensidades, lo que puede servir de base para comparar los resultados numéricos con los datos observacionales.

4. Modelo numérico

Las simulaciones numéricas fueron llevadas a cabo por medio de OSIRIS (*Orbits and Shadows In Relativistic Space-times*, por sus siglas en inglés) (Velásquez-Cadavid, J. M. et al., 2022), un código basado en el método de trazado inverso de rayos en espacio-tiempos estacionarios y axialmente simétricos. OSIRIS evoluciona geodésicas nulas “hacia atrás en el tiempo” empleando un integrador Runge-Kutta Dormand-Prince 4(5) para resolver las ecuaciones de movimiento en el formalismo hamiltoniano

$$\frac{dp_\mu}{d\lambda} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial x^\mu}, \quad \frac{dx^\mu}{d\lambda} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_\mu}, \quad (52)$$

donde p_μ son las componentes del cuadrimomento, x^μ las coordenadas del fotón, λ es un parámetro afín y \mathcal{H} es el hamiltoniano para una partícula de prueba. En particular, para fotones

$$\mathcal{H} = g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = 0. \quad (53)$$

Esta ligadura hamiltoniana se emplea para corroborar la exactitud del código, pues en cada paso de integración se verifica que se preserve el hamiltoniano por debajo de 10^{-12} . Además, el código está optimizado para adaptar el paso de integración, agrandándolo en las regiones en donde la dinámica del fotón no es tan alta y refinándolo en donde el error tiende a aumentar. Con este método, el tiempo de integración se reduce permitiendo realizar simulaciones de alta resolución. Por otra parte, el código está programado siguiendo el modelo de “plano imagen”, una suposición en donde los fotones son emitidos de la pantalla de observación en dirección hacia el agujero negro, como se esquematiza en la figura (4). Algunos autores emplean este método en sus códigos para simular sombras alrededor de agujeros negros

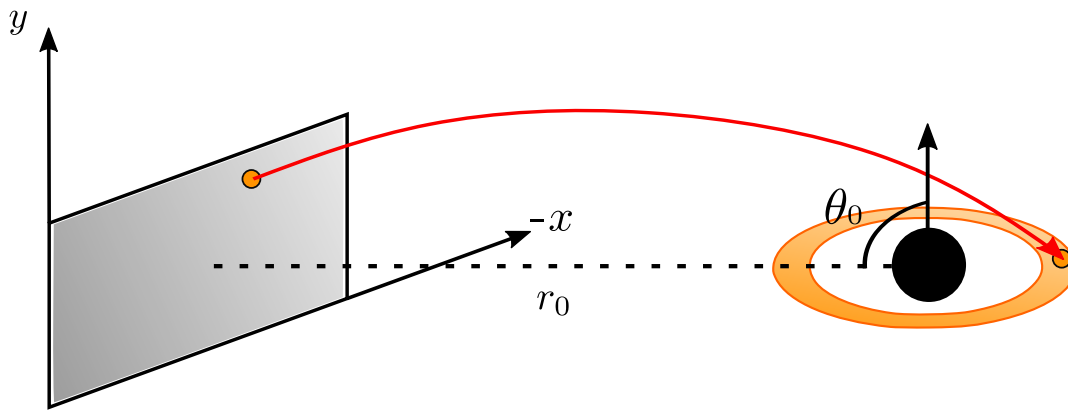


Figura 4. Esquematización del trazado inverso de rayos, en donde el fotón (representado por la flecha en rojo) se supone sale del plano imagen en dirección hacia el agujero negro.

(Johannsen, 2013; Cunha, P. et al., 2016; Long, F. et al., 2020), clasificando las órbitas de los fotones de acuerdo a si alcanzan el horizonte de eventos o si escapan hacia el infinito. Cada pixel en el plano imagen corresponde a una condición inicial para cada fotón, las cuales se calculan a partir de las expresiones

$$p_t = \frac{1}{A_t} + \frac{xg_{t\phi}}{r_0\sqrt{g_{\phi\phi}}}, \quad p_r = \sqrt{g_{rr} \left[1 - (\mathcal{P}^\theta)^2 - (\mathcal{P}^\phi)^2 \right]}, \quad p_\theta = \frac{y\sqrt{g_{\theta\theta}}}{r_0}, \quad p_\phi = -\frac{x\sqrt{g_{\phi\phi}}}{r_0}, \quad (54)$$

con \mathcal{P}^μ las componentes del cuadrimomento medidas en el marco de referencia del observador, siendo $\mathcal{P}^t = v_{obs} = 1$ una condición de normalización elegida sin pérdida de generalidad, (x, y) es una coordenada sobre el plano imagen

correspondiente con un pixel, r_0 es la distancia del observador con respecto al agujero negro y

$$A_t = \sqrt{\frac{g_{\phi\phi}}{g_{t\phi}^2 - g_{tt}g_{\phi\phi}}}. \quad (55)$$

Con base en estas condiciones iniciales, y estableciendo las coordenadas del observador en $\{t_0, r_0, \theta_0, \phi_0\}$, es asignando un color a cada pixel de acuerdo a la clasificación mencionada previamente. Para la simulación del disco de acreción alrededor del agujero negro se añade una clasificación adicional: si el código interpreta que el fotón proviene de algún punto del toro, a ese pixel se le asigna un color en particular correspondiente al valor de la intensidad calculado por medio de la ecuación de la transferencia radiativa (38). De esta forma se obtiene un mapa de intensidades proveniente de la radiación emanada del disco de acreción. La superficie del toro se establece numéricamente suponiendo una región de densidad de masa constante. Por ende, si el código calcula que ρ es mayor que algún valor arbitrario se interpreta que el fotón se encuentra dentro del disco. Para la aplicabilidad de este modelo se supone un disco no auto-gravitante, así como ignorar los términos asociados a los potenciales en el hamiltoniano cuando el fotón se encuentra al interior del disco. Así, la trayectoria de los fotones se calcula únicamente mediante la ecuación de la geodésica y toda la información de la interacción entre la luz y la materia se supone que está contenida en los coeficientes de emisión y absorción.

Por otra parte, al considerar toros ópticamente gruesos la penetración óptica es igual a cero, lo que implica que los fotones son constantemente absorbidos y emitidos por el fluido al interior del disco. Así, se supone que la radiación es emitida únicamente de la superficie del toro. Con base en esto, la imagen del disco de acreción alrededor del agujero negro corresponde con un mapa del corrimiento al rojo, esto es, si $\tau_\nu = 0$ entonces de las ecuaciones (38) y (39) se obtiene que $I_{obs} \propto g^3$. En caso de que el disco sea ópticamente delgado, el valor de la penetración óptica se calcula resolviendo numéricamente la ecuación (35) empleando el método de Euler. El valor de λ_0 se obtiene cuando el código interpreta que el fotón alcanzó la superficie del disco y se suman las contribuciones a la intensidad total solo cuando el fotón se encuentra al interior del disco.

Finalmente, las coordenadas del observador se localizan para todas las simulaciones en $\{0, 1000, \theta_0, 0\}$ con

$\theta_0 = 45^\circ$ y $\theta_0 = 85^\circ$, y la pantalla de observación tiene un rango $-12 \leq x, y \leq 12$, con una resolución de 1024×1024 píxeles para todas las simulaciones del mapa de intensidades. Para la determinación del impacto del beta-plasma y de la susceptibilidad magnética en el máximo de intensidades se emplearon simulaciones con una resolución de 512×512 píxeles, y para el cálculo del flujo observado se emplearon simulaciones de 256×256 píxeles. En todas las simulaciones se consideró la masa del agujero negro $M_{BH} = 1$ y una densidad $\rho_0 = 0.01$ para delimitar la superficie del disco.

5. Resultados

5.1. Explorando el espacio de parámetros

Para la elección de los valores correspondientes al beta-plasma y la susceptibilidad magnética en el mapa de intensidades a simular, primero se realiza una comparación de los valores que se registra de la intensidad específica en función de ambos parámetros. Para ello, en primera instancia se supone una susceptibilidad magnética independiente de las coordenadas, lo que implica que $\chi_1 = 0$ en la ecuación (49). De esta forma, a partir de (42) y (49) se obtiene una susceptibilidad magnética constante de la forma

$$\chi_0 = \chi_m / (\chi_m + 1), \quad (56)$$

en donde la elección del exponente α es irrelevante en este modelo. Esta suposición implica que las variables calculadas en el centro del disco también son constantes, por lo cual al fijar los valores de χ_m y β_c los parámetros que determinan la morfología del disco también quedan completamente definidos. La ubicación del centro del disco se calcula igualando el momento angular del disco, l_0 , con el kepleriano, l_k

$$l_0 = \frac{M_{BH}^{1/2} [r^2 - 2a(M_{BH}r)^{1/2} + a^2]}{r^{3/2} - 2M_{BH}r^{1/2} + aM_{BH}^{1/2}}, \quad (57)$$

donde M_{BH} es la masa y a es el parámetro de rotación adimensional del agujero negro. Al resolver (57) para radios mayores que el horizonte de eventos, $r > M_{BH} + \sqrt{M_{BH}^2 - a^2}$, se obtienen dos soluciones correspondientes a la cúspide

(borde interno) y al centro del disco, r_c . En la tabla (1) se muestran los parámetros que definen la morfología de los toros estudiados, así como los valores de la susceptibilidad magnética y las correspondientes funciones calculadas en el centro del disco que dependen de esta susceptibilidad. El rango de valores para la susceptibilidad magnética se basó en considerar plasmas fríos cuyas densidades se encuentran entre $10^2 - 10^4$ [g/cm^3] y temperaturas desde $10^{-2}[K]$ (Murchikova, E. M. et al., 2019). Para materiales diamagnéticos, la susceptibilidad magnética puede ser calculada como (Weber, W., 2010)

$$\chi_m = -\frac{e^2 \mu_0}{6m_e} \sum_Z \langle R^2 \rangle, \quad (58)$$

donde μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío, e y m_e son la carga y masa del electrón, respectivamente, Z es el número de átomos y $\langle R \rangle$ es el radio promedio del electrón orbitando alrededor del núcleo en donde se supone una simetría esférica. Para el caso de materiales paramagnéticos, la magnetización del material tiene la forma (Weber, W., 2010)

$$M = ng\mu_B J B_j(T), \quad (59)$$

con n la densidad de partículas, g el factor de Landé, μ_B el magnetón de Bohr, J el momento angular total, $B_j(T)$ la función de Brillouin dependiente de la temperatura, T . Con esto, la susceptibilidad magnética, $\chi_m = \partial M / \partial H$, con H la intensidad de campo magnético, puede alcanzar valores del orden de 10^{-1} tanto para discos diamagnéticos como para discos paramagnéticos.

Aunado a lo anterior, los efectos de la polarización magnética deberían cambiar con el beta-plasma, pues este parámetro indica la importancia relativa de las interacciones magnéticas en comparación con las fuerzas hidrodinámicas. Con base en lo anterior, se realizó un estudio de parámetros para establecer qué combinación permite la mejor visualización de los efectos de polarización magnética. Así, se consideraron los casos en donde el disco está dominado por la presión magnética:

$$\beta = 0.001, 0.005, 0.1, 0.5, 0.01, 0.05,$$

y donde domina la presión hidrostática:

$$\beta = 1.0, 5.0, 10.0.$$

Por último, el índice espectral se fijó como $s = 0.75$ motivado por observaciones de fuentes de radio tipo S² (Pacholcezyk, 1970). Este valor conduce a $\gamma = 2.5$ en los coeficientes de (40).

χ_m	χ_c	f_c
0.4	0.28	3.24
0.3	0.23	2.24
0.2	0.16	1.66
0.1	0.09	1.27
0.0	0.00	1.00
-0.1	-0.11	0.79
-0.2	-0.25	0.63
-0.3	-0.42	0.50
-0.4	-0.66	0.40
$a = 0.9$	$W_{in} = -0.05$	$l_0 = 2.8$
$r_c = 4.622$	$\mathcal{L} = 12.932$	$W_c = -0.103$
$w_c = 1$	$\kappa = 4/3$	$\eta = 4/3$

Tabla 1

Conjunto de parámetros y constantes empleadas en todas las simulaciones. En la parte superior se muestran las funciones χ y f evaluadas en el centro del disco para cada valor de la susceptibilidad magnética. Al estar considerando un modelo con susceptibilidad magnética constante, estas funciones en el centro del disco también permanecen constantes y se fijan al considerar un valor de χ_m . Los valores de la parte inferior fueron elegidos basados en el trabajo de Komissarov, siendo W_c y \mathcal{L}_c calculados al evaluar las funciones W y \mathcal{L} en r_c y $\theta = \pi/2$.

Como resultado, en la figura (5) se muestra el valor máximo de la intensidad observada para diferentes com-

² Fuentes de radio de emisión discreta cuyo mecanismo de emisión es radiación sincrotrón. Para este tipo de fuentes, como Cygnus A, se supone una distribución de energía para los electrones del tipo $N(E) = N_0 E^{-(2s+1)}$, donde s es el índice espectral, E es la energía y N es una constante de normalización.

binaciones de χ_m y β_c , tanto para discos ópticamente gruesos como discos ópticamente delgados. En esta, se puede apreciar que para valores altos del beta-plasma los efectos de la polarización magnética son prácticamente despreciables y el rango de valores para la intensidad observada es la más baja de los cuatro casos. Esto es consecuencia de que para valores altos del beta-plasma el disco se encuentra dominado por la presión hidrostática y los efectos de la polarización magnética no son relevantes. Por otro lado, para valores bajos de beta-plasma los efectos de susceptibilidad magnética cobran relevancia, mostrando una tendencia en cuanto al valor máximo de la intensidad emitida, siendo mayor en discos paramagnéticos. Al comparar ambos tipos de discos con sus respectivos ángulos de inclinación se encuentra que la emisión es más intensa para discos ópticamente delgados ($I_{max} = 1.66$) con respecto a los ópticamente gruesos ($I_{max} = 1.26$) si se observa desde un ángulo de 45° . Al observarse a 85° la intensidad es mayor para discos ópticamente gruesos ($I_{max} = 3.0$) en contraste a los ópticamente delgados ($I_{max} = 2.25$). Asimismo, se aprecia que un mismo tipo de disco emite más intensamente al aumentar el ángulo de inclinación. Es decir, la emisión es más intensa tanto para discos ópticamente gruesos y ópticamente delgados entre más cerca se encuentre del plano ecuatorial.

5.2. Perfiles de emisión

Con base en los resultados obtenidos en la sección anterior, se eligieron los valores extremos de la susceptibilidad en donde los discos son más paramagnéticos y más diamagnéticos ($\chi_m = 0.4$ y $\chi_m = -0.4$, respectivamente), con el fin de comparar los efectos de la polarización magnética en el perfil de emisión proveniente de un toro comparado con el caso de Komissarov ($\chi_m = 0$). Para ello, se tomaron los valores del beta-plasma $\beta_c = 0.01, 0.1$ y 1.0 , permitiendo comparar el grado de magnetización del disco en dicho perfil. Para calcular las líneas de emisión se calcula en primera instancia el flujo específico observado

$$F_{obs,\nu} = \int I_{obs,\nu} d\Omega, \quad (60)$$

donde $I_{obs,\nu}$ es la intensidad específica observada para un valor particular de la frecuencia y $d\Omega$ es el elemento de ángulo sólido. Debido a que OSIRIS está programado bajo el modelo de plano de imagen, el elemento de ángulo sólido se puede escribir como $d\Omega = dx dy / r_0^2$ (siguiendo un procedimiento similar al de Wu, S. and Wang, T. (2007)), donde

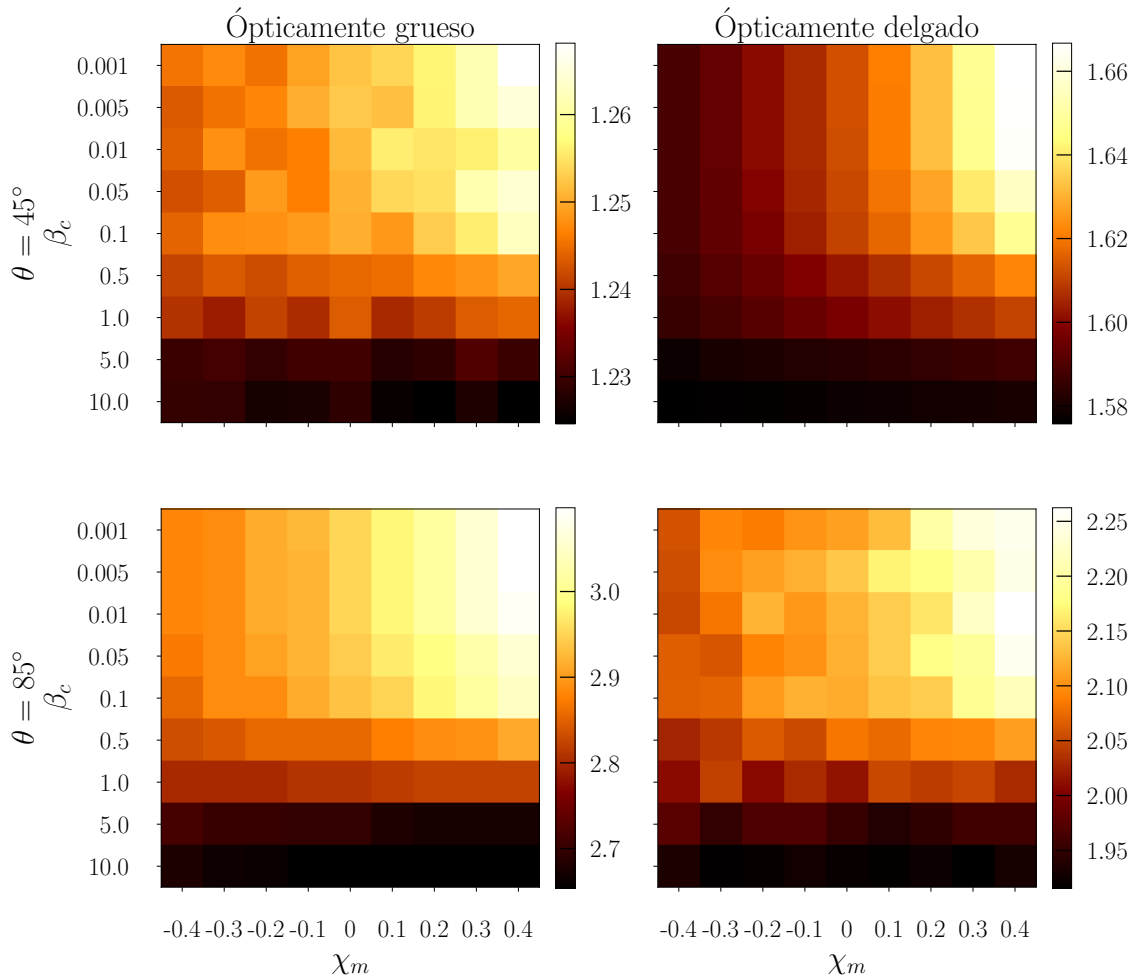


Figura 5. Valores máximos de intensidad emitidos por un toro ópticamente grueso (columna izquierda) y ópticamente delgado (columna derecha) alrededor de un agujero negro Kerr visto desde ángulos de observación $\theta = 45^\circ$ (fila superior) y $\theta = 85^\circ$ (fila inferior). Los efectos de la polarización magnética son más relevantes a medida que el disco es dominado magnéticamente (valores de β_c bajos), mientras que la intensidad aumenta entre más paramagnético sea el disco. Discos ópticamente delgados emiten más intensamente que los ópticamente gruesos vistos a 45° y el comportamiento se invierte a 85° de inclinación. Tanto los discos ópticamente gruesos como ópticamente delgados emiten más intensamente al aumentar el ángulo de inclinación.

$dx dy$ corresponde con el tamaño de un pixel, el cual queda completamente especificado al establecer la resolución de las simulaciones de acuerdo al tamaño de la imagen (los valores para todas las simulaciones fueron establecidos en el capítulo 4). De esta forma, es posible escribir el flujo específico observado como la suma de intensidades por cada

pixel

$$F_{obs,v} = \frac{1}{r_0^2} \sum I_{obs,v} dx dy. \quad (61)$$

Ahora, con respecto a las frecuencias emitidas del disco, el flujo observado corresponde a la suma de intensidades para una única frecuencia, por lo cual para obtener un perfil de emisión es necesario calcular el flujo para cada frecuencia en un rango de valores. Para ello, se define una malla de frecuencias

$$v_{i+1} = v_i + dv, \quad (62)$$

con v_i un valor inicial de la frecuencia, dv la resolución del paso y v_{i+1} el valor siguiente en la malla de frecuencias. Al definir estos datos el código calcula el flujo observado sumando las contribuciones de intensidad para cada frecuencia mientras el fotón se propaga al interior del disco. Mediante la ecuación (33) el código calcula la frecuencia en cada punto del espacio y se supone que un fotón se emite con una frecuencia específica, v_e , si la diferencia $|v_{i+1} - v_e|$ es menor que una tolerancia δ_v . En tal caso, dicha intensidad se considera como contribuyente al flujo total para esa frecuencia en particular. El proceso se repite hasta que v_{i+1} sea mayor o igual que una frecuencia final, v_f . En las figuras (6) y (7) se muestran los flujos para toros ópticamente gruesos y ópticamente delgados, respectivamente, como función del parámetro g , considerando el rango de frecuencias entre $0.5 \leq v_e \leq 2.0$ con un paso $dv = 0.0375$ y tolerancia $\delta_v = 10^{-2}$.

En primer lugar, se puede apreciar que el flujo emitido por el toro paramagnético es menor que el flujo emitido por el toro de Komissarov y el diamagnético en todos los casos considerados. Esto se puede explicar debido a que los toros paramagnéticos son más compactos en relación con los otros dos casos (Pimentel, O. M. et al., 2018a), lo cual implica que el camino óptico que recorre el fotón al interior del disco es menor en toros paramagnéticos. De esta forma, al recorrer menor distancia dentro del disco la suma de contribuciones de la intensidad resulta menor. En contraste, el disco diamagnético emite un flujo mayor en todos los casos debido a que el camino óptico de los fotones al interior del disco aumenta al ser menos compacto, resultando en una contribución mayor de la suma de intensidades

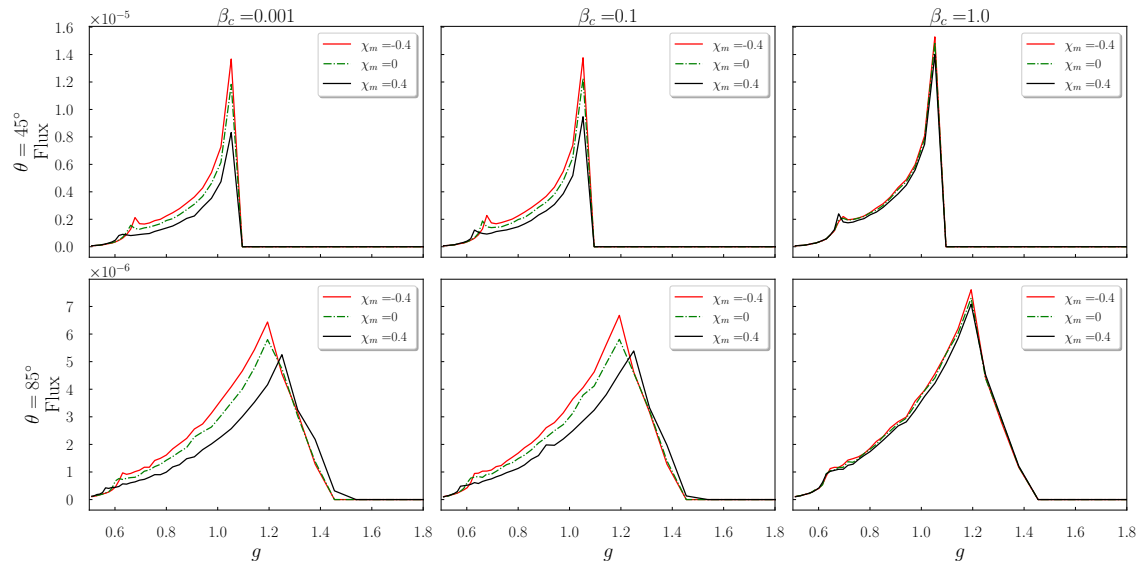


Figura 6. Espectros de flujo de un toroide ópticamente grueso con $\beta = 1.0, 0.1, 0.001$ y para valores de susceptibilidad $\chi_m = -0.4, 0, 0.4$ vistos desde ángulos $\theta = 45^\circ$ (arriba) y $\theta = 85^\circ$ (abajo).

al flujo emitido. Con respecto al grado de magnetización de los discos, en todos los casos es apreciable que entre mayor sea el beta-plasma mayor es el flujo emitido. Esto es debido a que los efectos de la polarización magnética son menos apreciables conforme el disco es más hidrodinámico. Así, el grado de compacidad del disco inducido por la polarización magnética se desprecia en cuanto aumenta el beta-plasma. Con base en esto, los discos dominados por la presión hidrodinámica son más extensos que los discos dominados por la presión magnética, conllevando a un aumento en el flujo emitido.

En el caso de toros ópticamente gruesos (figura 6), se considera que la radiación emitida proviene únicamente de la superficie del disco. De esta forma, la intensidad corresponde con el corrimiento al rojo de acuerdo a la ecuación (39). Para un ángulo de observación de 45° los flujos son similares a los obtenidos para el caso de un disco geométricamente delgado y ópticamente grueso (Schnittman and Bertschinger, 2004), donde se observan dos picos. Uno a la izquierda que corresponde a la emisión corrida al rojo proveniente del material que gira alrededor del agujero negro y se aleja del observador, y otro más grande a la derecha que corresponde a la emisión corrida al azul que proviene del material que se acerca al observador (Fabian et al., 1989). Este comportamiento se justifica en que los toros ópti-

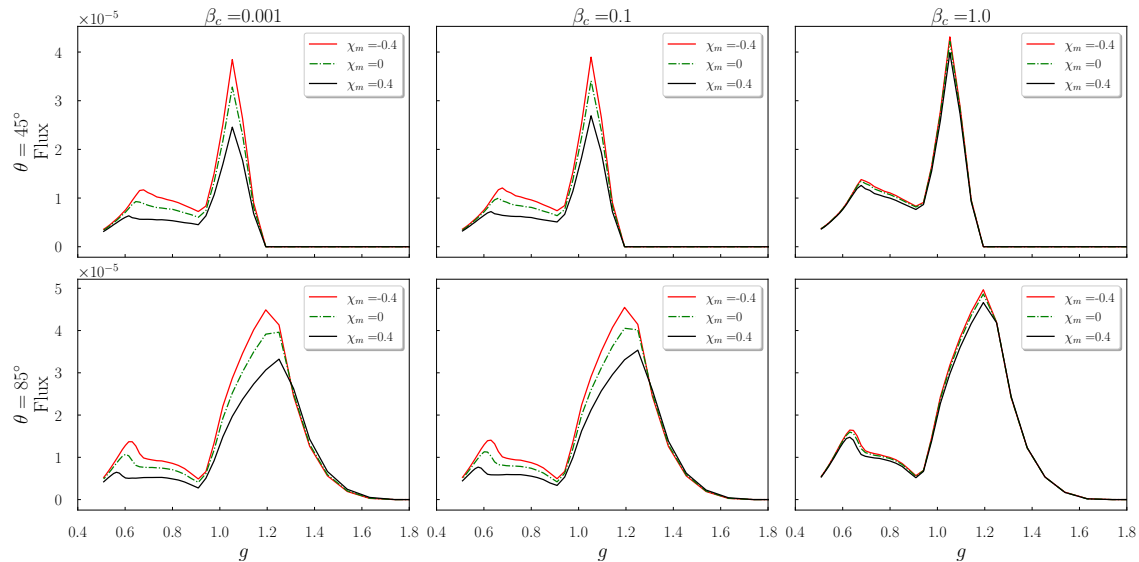


Figura 7. Espectros de flujo de un toroide ópticamente delgado con $\beta = 1.0, 0.1, 0.001$ y para valores de susceptibilidad $\chi_m = -0.4, 0, 0.4$ vistos desde ángulos $\theta = 45^\circ$ (arriba) y $\theta = 85^\circ$ (abajo).

camente gruesos vistos a una inclinación baja se asemejan a discos geoméricamente delgados. Ahora, cambiando de inclinación, a 85° el pico máximo del flujo observado se desplaza hacia el azul y se muestra un ensanchamiento y una disminución del flujo en relación al caso anterior (observación a 45°). Uno de los aspectos a destacar es que se hace prácticamente indistinguible el pico del corrimiento al rojo, mientras que el pico del corrimiento al azul se muestra más prominente al estar más ensanchado Jovanovic (2012). Este comportamiento se podría justificar con base en el autoeclipsamiento que sufre el disco de acreción al ser ópticamente grueso y ser observado a una inclinación cercana al plano ecuatorial. Otro aspecto a resaltar es el hecho de que el pico máximo del flujo se corre más hacia el azul para discos paramagnéticos en relación al disco de Komissarov y al disco diamagnético. Esto podría indicar que la polarización magnética también induciría efectos en el corrimiento al azul que serían más apreciables entre más cerca del plano ecuatorial se observe al toro.

Un comportamiento similar se observa en los discos ópticamente delgados en la figura (7). Al comparar ambos tipos de discos se encuentra que el flujo observado es mayor si el disco es translúcido, lo cual es natural debido a que los fotones pueden penetrar al interior del disco, en contraste a los toros opacos. Además, el pico del corrimiento al

rojo es mayor debido a que en este tipo de discos no ocurre el fenómeno de autoeclipsado. A diferencia del caso de toros opacos, se muestra que la emisión a 85° es ligeramente mayor que a 45° , aunque se sigue manteniendo que el pico correspondiente al corrimiento al azul se ensancha al aumentar el ángulo de inclinación. Otro aspecto a tener en cuenta comparado con el caso de discos opacos, es que en el modelo de radiación sincrotrón empleado la intensidad decrece con el campo magnético en un factor de $B^{-1/2}$, independiente de la frecuencia de emisión y del índice espectral empleado. Esto surge debido a la función de fuente, S , en la expresión (40), lo cual conlleva a que las emisiones más intensas se den para campos magnéticos bajos (discos más hidrodinámicos). Esta puede ser además la razón en las diferencias morfológicas en cuanto a las líneas de emisión en los flujos al comparar los discos ópticamente gruesos y delgados.

5.3. Mapa de intensidades

Finalmente, para la simulación del mapa de intensidades proveniente de un toro alrededor de un agujero negro de Kerr se tomó el valor para el beta-plasma $\beta_c = 0.001$, en donde los efectos de la susceptibilidad magnética son más apreciables. Los valores de χ_m elegidos corresponden a los mismos empleados en la sección anterior. Siguiendo el procedimiento descrito en el capítulo (4), en la figura (8) se muestran toros opacos y translúcidos para los ángulos de inclinación correspondientes a 45° y 85° con sus respectivos mapas de intensidades. En cada una de estas imágenes se logra apreciar la sombra del agujero negro, correspondiente a los fotones que son emitidos del disco y orbitan marginalmente cerca del horizonte de eventos. Estos fotones trazan órbitas esféricas inestables alrededor del agujero negro, que en conjunto conforman el “anillo” o “esfera” de fotones.

Como se esperaba de los resultados de Pimentel, O. M. et al. (2018a), es evidente que los toros paramagnéticos (figura 8 a la izquierda) son más compactos que los diamagnéticos (a la derecha) y que estos últimos son menos compactos en comparación con los toros de Komissarov (en medio). Asimismo, en discos paramagnéticos la región en donde la emisión es más intensa se concentra en una región más pequeña, la cual se esparce a medida que el disco se hace más diamagnético. Esta región se encuentra a la izquierda del disco y corresponde a la emisión proveniente del material que se acerca al observador (emisión corrida al azul). En contraste, se observa una región más oscura a la derecha en donde el fluido se aleja del observador y la emisión es menos intensa (emisión corrida al rojo).

En el caso de los discos ópticamente gruesos se exhibe el efecto de autoeclipsado, en donde la sombra del agujero negro está oculta detrás del toro debido a que los fotones son emitidos únicamente de la superficie del disco. Debido al constante emitir y absorber de los fotones al interactuar con la materia resulta imposible observar a través del disco. En ese sentido, la imagen que se aprecia corresponde con la superficie del toro y los colores en el mapa de intensidades están asociados con el cálculo del corrimiento al rojo.

En cuanto a los discos ópticamente delgados, se considera que los fotones que son emitidos pueden viajar más libremente al interior del disco, haciendo posible apreciar en su totalidad la sombra del agujero y distinguir claramente la esfera de fotones. El mapa de intensidades ahora no corresponde solo al cálculo del corrimiento al rojo, pues en estos casos los fotones al propagarse por el interior del disco interactúan con la materia y la contribución de la intensidad se modifica de acuerdo a los coeficientes de emisión y absorción. Sin embargo, al igual que en el caso de toros opacos, se observan regiones más brillantes y regiones más oscuras correspondientes, nuevamente, a fotones corridos al azul y corridos al rojo, respectivamente.

En ambos casos, debido al intenso campo gravitacional producido por el agujero negro los fotones se deflectan permitiendo ver regiones que deberían estar ocultas al observador, como la parte trasera del toro. Para los discos translúcidos el efecto es más interesante, pues al poder ver a través del fluido se permiten apreciar “imágenes de lente superior”, correspondientes a fotones que cruzan más de una vez por el plano ecuatorial. En este caso, no solo sería apreciable la parte trasera del toro sino también el borde interior del mismo, el cual se encuentra oculto para toros opacos debido al fenómeno de autoeclipsado.

6. Trabajo futuro

Actualmente, se están estudiando toros magnetizados alrededor de singularidades desnudas con deformación cuadrupolar arbitraria. En este trabajo, se pretende determinar el impacto del parámetro de deformación en el perfil de intensidades registrado por un observador distante. Posteriormente, como proyección a trabajos futuros, se pretende estudiar el impacto de la susceptibilidad magnética en este mismo escenario ampliando el espacio de parámetros que influyen en la emisión. Además, en el presente proyecto de investigación se consideró una susceptibilidad constante, por lo cual es de esperar que una susceptibilidad escrita como un campo escalar dependiente de las coordenadas

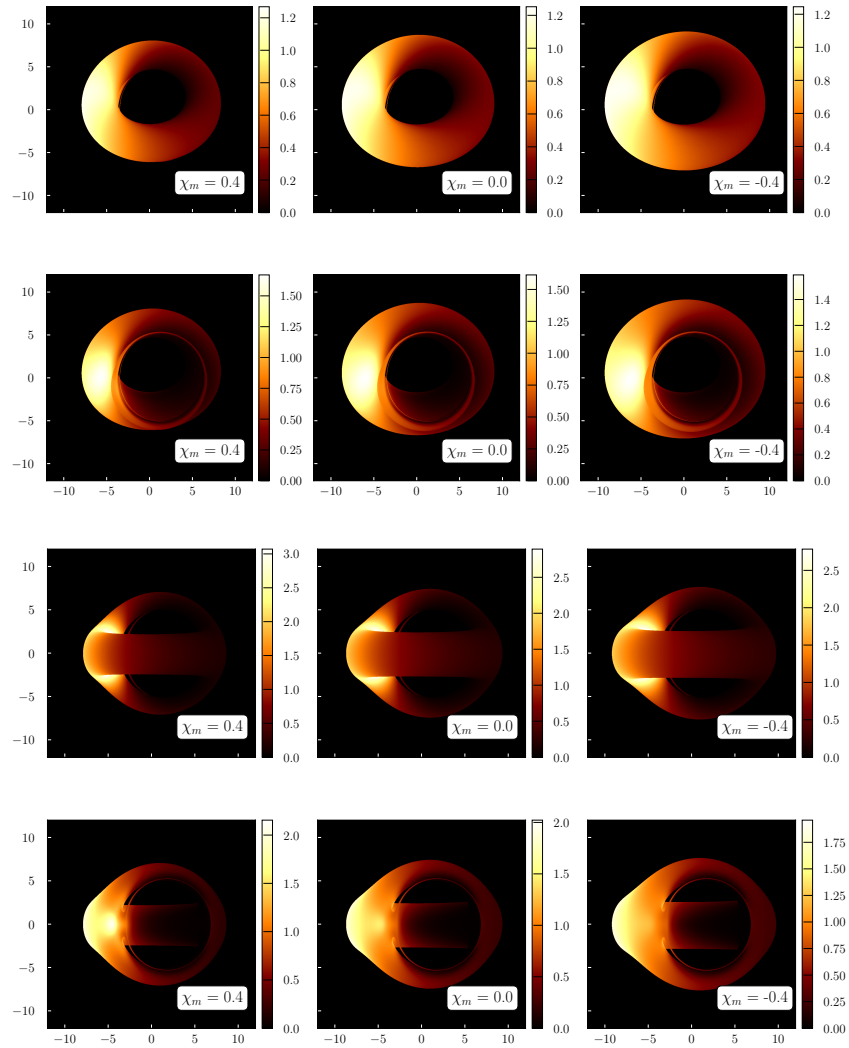


Figura 8. Toros magnetizados ópticamente gruesos y delgados alrededor de un agujero negro Kerr para diferentes valores de susceptibilidad magnética. El parámetro de magnetización beta-plasma es $\beta = 0.001$ y los ángulos de observación son 45° y 85° .

modifique el mapa de intensidades. Por otra parte, ya se han realizado simulaciones del proceso de acreción de discos polarizados magnéticamente, y sería interesante acoplar OSIRIS a este tipo de simulaciones con el fin de medir el

cambio de la intensidad en el tiempo a medida que el fluido se arremolina hacia el interior del agujero negro.

7. Conclusiones

Mediante la teoría de transferencia radiativa y el trazado inverso de rayos se simuló el mapa de intensidades y los perfiles de emisión de la radiación proveniente de un toro de Komissarov polarizado magnéticamente alrededor de un agujero negro de Kerr. En particular, este toro está compuesto por un fluido estacionario y axialmente simétrico que traza órbitas circulares con momento angular constante y presenta un campo magnético toroidal con polarización magnética arbitraria. Además, se realizó un estudio sistemático de la intensidad específica observada y del flujo observado en función de la polarización magnética constante y del grado de magnetización del fluido.

Al considerar la radiación sincrotrón como mecanismo de emisión, se encontró que los efectos de la polarización magnética son insignificantes si el disco está dominado por la presión hidrostática. Por el contrario, si el disco está dominado por la presión magnética y si el fluido es paramagnético, entonces la intensidad alcanza los picos más altos en relación al caso de Komissarov y más altos aun que para fluidos diamagnéticos.

Por otro lado, el flujo observado disminuye a medida que aumenta el grado de magnetización, lo que se observa en los perfiles de emisión. Este comportamiento se debe a que los efectos de la polarización magnética son despreciables y por lo tanto el grado de compacidad del toro no se ve modificado. Así, los fotones tienen más camino óptico para viajar dentro del disco y aumentar la contribución al flujo observado en comparación a los discos diamagnéticos y paramagnéticos cuando el beta-plasma es bajo. De igual forma, los discos diamagnéticos emiten un mayor flujo que los paramagnéticos basado en el mismo argumento. Además de esto, es coherente con el hecho de que la función de fuente, S_ν , decrece como $B^{-1/2}$, por lo que la intensidad específica es menor entre mayor sea la contribución del campo magnético.

Además, los resultados de las simulaciones son consistentes con el comportamiento general de los espectros de emisión de toros alrededor de un agujero negro. Se observan dos picos, uno correspondiente a radiación corrida hacia el rojo que es menos intensa que la radiación corrida hacia el azul. Estos picos se desplazan hacia el azul a medida que aumenta el ángulo de observación, exhibiendo un particular desplazamiento en el pico máximo del flujo para discos paramagnéticos, comportamiento que es más apreciable si el ángulo de observación es cercano al plano

ecuatorial.

En cuanto a los tipos de discos, los toros ópticamente gruesos emiten un flujo mayor desde un ángulo de observación menor con respecto a una observación cercana al plano ecuatorial. Además, la forma de los perfiles es similar al de un disco geoméricamente delgado entre más cerca se observe del eje de giro. Esto debido a que a estas inclinaciones el toro ópticamente grueso se percibe como una superficie plana, emulando ser un disco geoméricamente plano. Para discos ópticamente delgados se encontró que el flujo observado es mayor que el medido en el caso de discos ópticamente gruesos y que las líneas de emisión son más altas para una inclinación más cercana al plano ecuatorial en relación a un ángulo de observación menor. Además, los picos correspondientes al corrimiento al rojo son más apreciables debido a que no ocurre el efecto de autoeclipsado que sí aparece en los toros ópticamente gruesos.

Con esto, el cambio en la compacidad de los toros, el cambio en la emisión de intensidad y en los flujos observados son resultados que podrían ser potencialmente observables. De esta forma, la susceptibilidad magnética no se limitaría solo a una renormalización del campo magnético al interior del toro, sino que podría ser un factor importante a tener en cuenta al momento de comparar los resultados observacionales con las simulaciones numéricas.

Es menester recalcar que la configuración del disco empleado en este proyecto de investigación consideró una susceptibilidad magnética constante, y que los efectos de la susceptibilidad magnética podrían brindar otros efectos sobre el perfil de intensidades al considerar la susceptibilidad magnética como un campo escalar dependiente de las coordenadas. Además, en el modelo de transferencia radiativa que se considera no se tienen en cuenta los efectos de la dispersión, difracción o refracción de la luz debido al cambio de medio. Esto último estaría relacionado con el hecho de que el fluido del toro no es lo suficientemente denso como para considerar, además, el campo gravitacional generado por el toro. Por ende, estos resultados no serían aplicables para el evento de disrupción de marea entre un objeto ultradenso, como una estrella de neutrones, y un agujero negro.

Referencias Bibliográficas

- Abramowicz, M.A. and Fragile, P.C. (2013). Foundations of black hole accretion disk theory. *Reviews in Relativity*, 16(1):294–300.
- Arrieta-Villamizar, J. A., Velásquez-Cadauid, J. M., Pimentel, O. M., Lora-Clavijo, F. D., and Gutiérrez-Piñeres, A. C. (2020). Shadows around the q-metric. *Classical and Quantum Gravity*, 38(1):015008.
- Balbus, S.A. and Hawley, J.F. (1991). A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. I. Linear analysis. *The Astrophysical Journal*, 376:214.
- Beall, J. (2016). Astrophysical jets: a review. *Proceedings of Science*, 237:023.
- Blandford, R. D. and Znajek, R. L. (1977). Electromagnetic extraction of energy from Kerr black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 179:433–456.
- Blandford, R.D. and Hernquist, L. (1982). Magnetic susceptibility of a neutron star crust. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 15(30):6233.
- Bodo, G., Ghisellini, G., and Trussoni, E. (1992). Diamagnetic effects in synchrotron sources. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 3:694–700.
- Bradt, H. (2008). Astrophysics processes. *Cambridge University Press*.
- Bronzwaer, T., Davelaar, J., Falcke, H., Younsi, Z., Rezzolla, L., Moscibrodzka, M., and Kramer, M. (2018). RAPTOR I. Time-dependent radiative transfer in arbitrary space-times. *Astronomy & Astrophysics*, 613(A2).
- Chandrasekhar, S. (1960). Radiative transfer. *Dover Publications*.
- Chatterjee, D., Elghozi, T., Novak, J., and Oertel, M. (2015). Consistent neutron star models with magnetic-field-dependent equations of state. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 447(4):3785–3796.

- Cunha, P., Herdeiro, C., Radu, E., and Rúnarsson, H. (2016). Shadows of Kerr black holes with and without scalar hair. *International Journal of Modern Physics D*, 25(09):1641021.
- Dexter, J. (2016). A public code for general relativistic, polarised radiative transfer around spinning black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 462:115–136.
- Fabian, A. C., Rees, M. J., Stella, L., and White, N. E. (1989). X-ray fluorescence from the inner disc in Cygnus X-1. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 238(3):729–736.
- Falcke, H., Melia, F., and Agol, A. (2000). Viewing the shadow of the black hole at the galactic center. *The Astrophysical Journal*, 528(1):L13–L16.
- Font, J. A., Montero, P. J., Zanotti, O., and Rezzolla, L. (2007). Dynamics of magnetized relativistic tori oscillating around black holes. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 378(3):1101–1110.
- Fragile, P. C., Qian, L., Abramowicz, M. A., Horák, J., Machida, M., and Straub, O. (2009). The polish doughnuts revisited - I. The angular momentum distribution and equipressure surfaces. *Astronomy & Astrophysics*, 498(2):471–477.
- Fragile, P. C., Wielgus, M., Wang, Z., and Wilson, J. (2015). Local stability of strongly magnetized black hole tori. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 447(4):3593–3601.
- Gimeno-Soler, S. and Font, J. A. (2017). Magnetised polish doughnuts revisited. *Astronomy & Astrophysics*, 607:A68.
- Ishibashi, W. and Courvoisier, T. (2011). Synchrotron radio emission in radio-quiet AGNs. *Astronomy & Astrophysics*, 525:A118.
- Johannsen, T. (2013). Photon rings around Kerr and Kerr-like black holes. *The Astrophysical Journal*, 777(2):170.
- Jovanovic, P. (2012). The broad Fe-K α line and supermassive black holes. *New Astronomy Reviews*, 56(2):37–48.

- Komissarov, S. (2006). Magnetized tori around Kerr black holes: analytic solutions with a toroidal magnetic field. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 368(3):993–1000.
- Kozłowski, M., Jaroszynski, M., and Abramowicz, M.A. (1978). The analytic theory of fluid disks orbiting the Kerr black hole. *Astronomy & Astrophysics*, 63(1-2):209–220.
- Long, F., Chen, S., Wang, M., and Jing, J (2020). Shadow of a disformal kerr black hole in quadratic degenerate higher-order scalar-tensor theories. *The European Physical Journal C*, 80(1180):8.
- Mościbrodzka, M. and Gammie, C (2017). ipole - Semianalytic Scheme for Relativistic Polarized Radiative Transport. *arXiv:1712.03057*.
- Murchikova, E. M., Phinney, E. S., Pancoast, A., and Blandford, R. D. (2019). A cool accretion disk around the galactic centre black hole. *Nature*, 570:83–86.
- Olivares, H. P., Davelaar, J., Most, E., Fromm, C., Mizuno, Y., Younsi, Z., and Rezzolla, L. (2017). The black hole accretion code. *Computational Astrophysics and Cosmology*, 4:1.
- Pacholcezyk, A. G. (1970). Radio astrophysics: nonthermal processes in galactic and extragalactic sources. Chapter 6: Interpretation of spectra of discrete radio sources. *W. H. Freeman and Company*, pages 139–161.
- Piller, H. (1972). Semiconductors and semimetals. Chapter: 3 Faraday rotation. *Elsevier*, 8:103–179.
- Pimentel, O. M., Fragile, P. C., Lora-Clavijo, F. D., Ierace, B., and Bollimpalli, D. (2021). Magneto-rotational instability in magnetically polarized discs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 505(3):4278–4288.
- Pimentel, O. M. and Lora-Clavijo, F. D. (2019). On the linear and non-linear evolution of the relativistic MHD Kelvin-Helmholtz instability in a magnetically polarized fluid. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 490(3):4183–4193.

- Pimentel, O. M., Lora-Clavijo, F. D., and González, G. A. (2018a). Analytic solution of a magnetized tori with magnetic polarization around kerr black holes. *Astronomy & Astrophysics*, 619:A57.
- Pimentel, O. M., Lora-Clavijo F. D., and González, G. A. (2018b). Numerical general relativistic MHD with magnetically polarized matter. *The Astrophysical Journal*, 861(2):115.
- Pineault, S. (1982). Non-thermal emission from relativistic accretion disks – a simple model for axisymmetric inhomogeneous sources. *Astronomy and Astrophysics*, 109(2):294–300.
- Pugliese, D., Montani, G., and Bernardini, M. G. (2012). On the Polish doughnut accretion disc via the effective potential approach. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 428(2):952–982.
- Rybicki, G. and Lightman, A. (1979). Radiative processes in astrophysics. *Wiley-VCH*.
- Scheuer, P. (1974). Models of extragalactic radio sources with a continuous energy supply from a central object. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 166:513–528.
- Schnittman, J. D. and Bertschinger, E. (2004). The harmonic structure of high-frequency quasi-periodic oscillations in accreting black holes. *The Astrophysical Journal*, 606(2):1098–1111.
- Shields, G. (1978). Thermal continuum from accretion disks in quasars. *Nature*, 272:706–708.
- Silant'ev, N. A., Piotrovich, M. Y., Gnedin Y. N., and Natsvlishvili, T. M. (2011). Polarimetric differences between Schwarzschild and Kerr black holes in active galactic nuclei. *Astronomy Reports*, 55:683–688.
- Suh, I. and Mathews, G. (2010). Magnetic domains in magnetar matter as an engine for soft gamma-ray repeaters and anomalous x-ray pulsars. *The Astrophysical Journal*, 717(2):843.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2019). First M87 Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 870(L1):17.

- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022a). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. I. The shadow of the supermassive black hole in the center of the Milky Way. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L12.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022b). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. II. EHT and multiwavelength observations, data processing, and calibration. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L13.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022c). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. III. Imaging of the galactic center supermassive black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L14.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022d). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. IV. Variability, morphology, and black hole mass. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L15.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022e). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. V. Testing astrophysical models of the galactic center black hole. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L16.
- The Event Horizon Telescope Collaboration (2022f). First Sagittarius A* Event Horizon Telescope results. VI. Testing the black hole metric. *The Astrophysical Journal Letters*, 930(2):L17.
- Velásquez-Cadavid, J. M., Arrieta-Villamizar, J. A., Lora-Clavijo, F. D., Pimentel, O. M., and Osorio-Vargas, J. E. (2022). OSIRIS: a new code for ray tracing around compact objects. *The European Physical Journal C*, 82:103.
- Wang, Z., Lü, G., Zhu, C., and Wu, B. (2016). The diamagnetic phase transition of dense electron gas: astrophysical applications. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 128(968):104201.
- Weber, W. (2010). Magnetism and Synchrotron Radiation. Chapter 1: Introduction to Magnetism. *Springer Berlin Heidelberg*.
- White, C., Stone, J., and Gammie, C. (2016). An extension of the Athena++ code framework for GRMHD based on advanced riemann solvers and staggered-mesh constrained transport. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 225:22.

Wielgus, M., Fragile, P. C., Wang, Z., and Wilson, J (2015). Local stability of strongly magnetized black hole tori.

Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 447:3593–3601.

Wu, S. and Wang, T. (2007). Iron line profiles and self-shadowing from relativistic thick accretion discs. *Monthly*

Notices of the Royal Astronomical Society, 378(3):841–851.