

**LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL  
CONCEPTO DE INTEGRAL, EN ESTUDIANTES DE UNA INSTITUCIÓN DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE LA CIUDAD DE BUCARAMANGA**

**OLGA LUCÍA DUARTE BOLÍVAR**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA  
2009**

**LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL  
CONCEPTO DE INTEGRAL, EN ESTUDIANTES DE UNA INSTITUCIÓN DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE LA CIUDAD DE BUCARAMANGA**

**OLGA LUCÍA DUARTE BOLÍVAR**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Magíster en pedagogía**

**Directora  
Mg. MARÍA HELENA QUIJANO HERNÁNDEZ**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS  
ESCUELA DE EDUCACIÓN  
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA  
BUCARAMANGA  
2009**

A Dios Todopoderoso  
A mi madre Mariana  
A mi esposo Hernan  
A mis suegros Hernan y Julia

Todos ellos Personas insustituibles en mi vida quienes me han estimulado hacia la consecución de mis metas tanto profesionales como personales convirtiéndose en apoyos imprescindibles para la culminación de esta investigación.

## **AGRADECIMIENTOS**

A todas las personas que contribuyeron con su esfuerzo intelectual y con su motivación en la realización de esta investigación; principalmente a mi amado esposo.

Un agradecimiento muy especial a mi directora de proyecto, profesora María Helena, quien me ha guiado con sabiduría y exigencia por el camino adecuado de la investigación.

A la doctora Aura Luz Castro de Pico por su orientación, apoyo y constante motivación en gran parte de los estudios de Maestría en Pedagogía.

Al doctor José Manuel Franco por su orientación como coordinador de la Maestría en Pedagogía.

Al Dr. Víctor Raúl Castro Neira, Rector de las Unidades Tecnológicas de Santander y al Dr. Alfredo Reyes Serpa, Vicerrector de la misma Institución de Educación Superior; por darme la oportunidad de desempeñarme como docente catedrática, labor que me ha hecho crecer como persona y como profesional.

A los estudiantes de la Facultad de Ciencias e Ingenierías de las Unidades Tecnológicas de Santander y en especial, a los alumnos de tecnología en Electromecánica que participaron activamente en el desarrollo del presente estudio.

Al Ingeniero Emil Hernández Arroyo, por su orientación en el manejo estadístico y procesamiento de los resultados de la presente investigación.

A quienes siempre han valorado de forma crítica las ideas que pongo a disposición de todos y además me han estimulado y apoyado.

A todos, mil gracias.

## CONTENIDO

Pág.

INTRODUCCIÓN.....	15
1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO.....	17
1.1. DESCRIPCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	17
1.2 JUSTIFICACIÓN.....	19
1.3 OBJETIVOS.....	21
1.3.1 Objetivo General.....	21
1.3.2 Objetivos Específicos.....	21
2. MARCO TEÓRICO.....	22
2.1 ANTECEDENTES.....	22
2.1.1 Contexto Internacional.....	22
2.1.2 Contexto Nacional.....	26
2.1.3 Contexto Local.....	30
2.2 CONSIDERACIONES CONCEPTUALES.....	32
2.2.1 Didáctica de la Matemática.....	33
2.2.2 La Enseñanza Problémica.....	35
2.2.3 Las habilidades y los conceptos en el desarrollo del pensamiento matemático.....	50
2.2.4 Generalidades del Cálculo.....	54
2.2.5 Enfoque didáctico de la Enseñanza Problémica en el Cálculo Integral.....	58
2.2.6 Los contenidos actitudinales del campo de conocimiento matemático.....	59
3. METODOLOGÍA DEL PROYECTO.....	60
3.1 MUESTRA.....	60
3.2 VARIABLES.....	61
3.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS.....	62
3.3.1 TÉCNICAS.....	62
3.3.2 INSTRUMENTOS.....	63
3.4 DISEÑO.....	66
3.5 PROCEDIMIENTO.....	67
3.5.1 Fase I: Fundamentación Teórica.....	67
3.5.2 Fase II: Elaboración de las pruebas y de las situaciones problémicas.....	67
3.5.3 Fase III: Proceso de validación.....	67
3.5.4 Fase IV: Diseño de la Estrategia Enseñanza Problémica.....	72
3.5.5 Fase V: Indagación – exploración. Aplicación prueba pretest.....	74
3.5.6 Fase VI: Aplicación de la Estrategia Enseñanza Problémica.....	74
3.5.7 Fase VII: Aplicación prueba postest.....	75
3.5.8 Fase VIII: Análisis de los resultados.....	76
3.6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO.....	76
4. DISEÑO DE LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA.....	79
4.1 OBJETIVOS GENERALES DE LA ESTRATEGIA.....	79
4.2 METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE SITUACIONES PROBLÉMICAS.....	79

4.3 METODOLOGÍA PARA LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLÉMICAS .....	81
4.4 PUESTA EN PRÁCTICA DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA .....	82
5. ANÁLISIS Y RESULTADOS .....	88
5.1 RESULTADOS ASPECTO: ACTITUD HACIA EL CÁLCULO .....	88
5.1.1 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA MOTIVACIÓN ...	88
5.1.2 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA PERCEPCIÓN ACERCA DEL CÁLCULO .....	96
5.1.3 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA DEDICACIÓN AL CÁLCULO .....	97
5.2 ADQUISICIÓN DEL CONCEPTO DE INTEGRAL.....	98
5.2.1 HABILIDAD DE ANÁLISIS: Relación y comparación.....	99
5.2.2 HABILIDAD DE MODELACIÓN .....	100
5.2.3 HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN Y APLICACIÓN .....	101
5.2.4 HABILIDAD DE SÍNTESIS.....	102
6. CONCLUSIONES .....	108
7. RECOMENDACIONES.....	110
BIBLIOGRAFÍA.....	111
ANEXOS .....	115

## LISTA DE TABLAS

		Pág
Tabla 1	Análisis correlacional entre la Estrategia EnseñanzaProblémica y la motivación para aplicar conceptos de Cálculo con el fin de explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria.	88
Tabla 2	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problémica y la motivación para intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros.	90
Tabla 3	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problémica y la motivación para la ejercitación continua, indispensable en el estudio de los conceptos	92
Tabla 4	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problémica y la motivación para superar obstáculos y dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo y no abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor	94
Tabla 5	Prueba de Hipótesis sobre proponer el concepto de Integral apropiado para solucionar ciertos planteamientos.	99
Tabla 6	Prueba de hipótesis sobre la existencia de Correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo.	100
Tabla 7	Prueba de hipótesis sobre el planteamiento de expresiones matemáticas que ilustran el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones.	100
Tabla 8	Prueba de hipótesis sobre descripción de la del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados.	101
Tabla 9	Prueba de hipótesis sobre la determinación correcta del concepto de Integral.	102
Tabla 10	Cuadro comparativo sobre resultados obtenidos en las habilidades de análisis y modelación de la prueba Pre-test.	103
Tabla 11	Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en las habilidades de interpretación – aplicación y síntesis de la prueba Pre-test.	104
Tabla 12	Cuadro comparativo sobre resultados obtenidos en las habilidades de análisis y modelación de la prueba Pos-test.	105
Tabla 13	Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en las habilidades de interpretación – aplicación y síntesis de la prueba Pos-test	107

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Metodología de la Enseñanza Problemática en el aula de clases	Pág 73
Figura 2	Procedimiento metodológico generalizado para la elaboración de situaciones problémicas de aprendizaje por parte del docente	80
Figura 3	Procedimiento metodológico generalizado para la solución de situaciones problémicas de aprendizaje en el aula de clases por parte del estudiante	81
Figura 4	Mentefacto concepto de Integral	84

## LISTA DE GRÁFICAS

		Pág
Gráfica 1	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para aplicar conceptos de Cálculo con el fin de explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria.	89
Gráfica 2	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros.	91
Gráfica 3	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para la ejercitación continua, indispensable en el estudio de los conceptos.	93
Gráfica 4	Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para superar obstáculos y dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo y no abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor.	95
Gráfica 5	Representación de resultados en las pruebas pretest y postest sobre percepciones acerca del Cálculo.	96
Gráfica 6	Representación de resultados en las pruebas pretest y postest sobre la dedicación al Cálculo.	97

## LISTA DE ANEXOS

		Pág
Anexo A	TEST EPC $\int$ PARA EVALUAR LA ACTITUD	116
Anexo B	PRUEBA PRETEST PARA EVALUAR UN CONCEPTO DE CÁLCULO.	120
Anexo C	PRUEBA POSTEST PARA EVALUAR UN CONCEPTO DE CÁLCULO.	125
Anexo D	ANÁLISIS DE RESULTADOS SOBRE VALIDACION DE LA PRUEBA DE ACTITUD EN LA PRUEBA PILOTO.	129
Anexo E	ANÁLISIS DE RESULTADOS VALIDACIÓN DE LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS SOBRE EL CONCEPTO DE INTEGRAL EN LA PRUEBA PILOTO.	131
Anexo F	ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS EN EL TRABAJO CON CADA SITUACIÓN, DURANTE EL PROCESO DE VALIDACIÓN EN LA PRUEBA PILOTO	135
Anexo G	RESULTADOS VALIDACIÓN DE LOS EXPERTOS	138
Anexo H	FORMATO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE CONSENSO DE LOS EXPERTOS, SOBRE LA PRUEBA PRETEST Y POSTEST QUE EVALÚA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL.	145
Anexo I	FORMATO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE CONSENSO DE LOS EXPERTOS, SOBRE EL TEST PARA EVALUAR LA ACTITUD HACIA EL CÁLCULO	149

## RESUMEN

**TÍTULO** LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL, EN ESTUDIANTES DE UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE LA CIUDAD DE BUCARAMANGA<sup>1</sup>

**AUTORA:** DUARTE BOLÍVAR, Olga Lucía\*\*

**Palabras claves:** Enseñanza Problémica, Transposición Didáctica y concepto de Integral.

La Enseñanza Problémica se constituye en una estrategia didáctica significativa en la comprensión científica y el aprendizaje de algunas áreas del conocimiento, porque a través de ésta, es posible problematizar conceptos, teoría y principios situados en experiencias prácticas de quien quiere aprender. El proyecto de investigación *“La Enseñanza Problémica y su incidencia en el aprendizaje del concepto de integral, en estudiantes de una Institución de Educación Superior, en la ciudad de Bucaramanga”*, tiene como finalidad determinar la incidencia de la Enseñanza Problémica en el aprendizaje del concepto de integral, en el marco de la experiencia curricular cálculo integral; se fundamenta teóricamente en la didáctica de la Matemática y en ella la Enseñanza Problémica como estrategia didáctica, la transposición didáctica en la interacción comunicativa de los conceptos; sigue el método cuantitativo desde un enfoque cuasiexperimental y un diseño pretest-postest con un grupo de control no equivalente, y una muestra constituida por cuarenta estudiantes distribuidos en dos grupos: experimental y control, cada uno de ellos con igual número de estudiantes. El análisis de la información se realiza a nivel descriptivo e inferencial, con la aplicación de las pruebas Chi cuadrado y t de Student, correspondientes a correlaciones y pruebas de hipótesis para hallar diferencias significativas entre proporciones de los dos grupos, respectivamente.

---

<sup>1</sup> Tesis de Maestría.

\*\* Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en Pedagogía. Asesora: Mg. María Helena Quijano Hernández.

## ABSTRACT

**TÍTULO\*** LA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y SU INCIDENCIA EN EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL, EN ESTUDIANTES DE UNA INSTITUCIÓN DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE LA CIUDAD DE BUCARAMANGA

**AUTHOR:** DUARTE BOLÍVAR, Olga Lucía\*\*

**Keywords:** Mathematics Education, Educational Achievement, Problem Based Learning, Learning Strategies.

The Problemic Method is constituted in significant a didactic strategy in the scientific understanding and the learning of some areas of the knowledge, because to traverse of this one, is possible to problematize concepts, theory and principles located in practical experiences of that it wants to learn. The investigation project "problémica education and its incidence in the learning of the integral concept, in students of an Institution of Superior Education, in the city of Bucaramanga", has like purpose of determining the incidence of Problemic Method in the learning of the integral concept, within the framework of the curricular experience integral calculation; it is based theoretically on the Didactics of mathematical and her problémica education like didactic strategy, the didactic transposition in the communicative interaction of concepts; it follows the quantitative method from a cuasiexperimental approach, with a group control and an experimental group constituted by an average of 20 students each one; the analysis of the information is made at descriptive and inferencial level, with the application of tests t Student and Chi Square, mainly.

---

\* Thesis

\*\*Ability of Human Sciences. School of Education. Master in Pedagogy. It advises: Mg. María Helena Quijano Hernández.

## INTRODUCCIÓN

La época actual se caracteriza por los grandes cambios culturales, sociales, económicos y políticos que inciden en los procesos formativos del ciudadano del siglo XXI, y exponen la necesidad de nuevas tendencias educativas y de estrategias didácticas orientadas a «enseñar a pensar», en este sentido, la educación se asume como “un proceso en el cual los estudiantes se hacen autónomos para interpretar, procesar, utilizar y crear la información, así como para producir los artefactos y «mentefactos» necesarios para el desarrollo de sus comunidades”<sup>2</sup>.

En respuesta a la necesidad de nuevas estrategias didácticas que permitan al estudiante desarrollar estrategias de pensamiento y encontrar aplicabilidad a los conocimientos, se define un problema de investigación relacionado con *la Enseñanza Problémica como estrategia didáctica en el aprendizaje del concepto de Integral en estudiantes de Tecnología en Electromecánica de una institución de educación superior de la ciudad de Bucaramanga*.

En la investigación se asume la Enseñanza Problémica como una estrategia didáctica que concibe el conocimiento como un proceso en el cual se desarrollan formas de pensamiento que conllevan al análisis crítico de la realidad, con el fin de transformarla. Este proceso consiste en «un sistema de procedimientos y métodos basado en la modificación del tipo de actividad a la cual se enfrenta el alumno, para producir la activación de su pensamiento» (Martínez Llantada, 1986; Majmutov, 1983), en el que se proponen al estudiante situaciones problémicas que lo orientan a la construcción del conocimiento y al desarrollo de sus habilidades de pensamiento básicas y superiores, en lugar de ejercicios de mecanización y aplicación de fórmulas; esta estrategia exige al estudiante pensar, participar, proponer y diseñar, es decir, activar su mente en lugar de callar, oír, escribir y memorizar, que es lo usual en la enseñanza tradicional.

El propósito de la investigación es, en primer lugar implementar la Enseñanza Problémica como una alternativa en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de *Integral*, por considerarse éste como fundamental para comprender modelos matemáticos aplicados en el funcionamiento de instrumentos, equipos y máquinas; en segundo lugar, establecer interacciones y aplicaciones a través de la Enseñanza Problémica con otras áreas del conocimiento como la Física Mecánica,

---

<sup>2</sup> GARCÍA G, JOSÉ JOAQUÍN. La Resolución de Problemas en la Enseñanza de las Ciencias. La Gaceta Didáctica. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia. Medellín, Colombia: Colciencias, 2000. p. 6 – 7.

Física Eléctrica, Circuitos Eléctricos, Resistencia de Materiales, Estática y Dinámica, entre otras.

La investigación sigue un método cuantitativo que permite analizar el aprendizaje del concepto de Integral comparando los resultados obtenidos al aplicar la Enseñanza Problémica con los resultados al utilizar la didáctica tradicional en la enseñanza del concepto de Integral. Para este propósito se comparan dos grupos, cada uno de 20 estudiantes de Tecnología en Electromecánica de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería de una institución educativa en el nivel Superior, aplicando a uno la estrategia en mención y al otro se le usa como grupo de control.

El trabajo con la Estrategia Enseñanza Problémica permite comprender como del contexto amplio se pueden generar situaciones problémicas que al ser utilizadas como recurso de mediación pedagógica modifican y enriquecen el conocimiento logrando aprendizajes más significativos porque generan preguntas y planteamientos interesantes que conducen a la comprensión del concepto de Integral, y que por estar relacionadas con el entorno son relevantes para el estudiante y le dan sentido a las Matemáticas y en especial al Cálculo.

## 1. PRESENTACIÓN DEL PROYECTO

### 1. 1. DESCRIPCIÓN Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Tradicionalmente, los docentes se han esforzado por transmitir información; dar al estudiante reglas, principios, conceptos, entre otros, despojados de sentido y significado para él. Para muchos docentes basta con hacer repetir un algoritmo para que lo comprendan y lo puedan utilizar posteriormente. Como consecuencia de esta enseñanza basada en la transmisión mecánica de contenidos, se presenta un nivel alto de fracaso en Matemáticas.

El currículo de los Programas tecnológicos y de las carreras de ingeniería está organizado con el supuesto de que los cursos de Cálculo proveen a los estudiantes de las herramientas matemáticas que les permitan interpretar, modelar y resolver problemas en áreas específicas propias de esas carreras.

En el Departamento de Matemáticas y Física de las Unidades Tecnológicas de Santander, una de las asignaturas de mayor fracaso académico es Cálculo II donde los estudiantes adquieren conocimiento acerca de procedimientos y / o artificios matemáticos para resolver ejercicios sobre derivadas e integrales, entre las principales temáticas; pero no llegan a comprender dichos conceptos cuyo conocimiento es clave en la formación de un futuro ingeniero o profesional en programas afines como Electromecánica, Electrónica, Topografía y Telecomunicaciones.

Algunas causas de errores y dificultades en el aprendizaje del Cálculo en las Unidades Tecnológicas de Santander, son<sup>3</sup>:

- o Dificultades relacionadas con los contenidos matemáticos. A los estudiantes se les dificulta la abstracción y generalización de los conceptos. Muchos docentes no realizan un análisis del contenido del Cálculo que permite prever su grado de dificultad potencial e identificar las variables a tener en cuenta para facilitar su Enseñanza. A veces el error no se produce por una falta de conocimiento, sino porque el alumno usa un conocimiento que es válido en algunas circunstancias, pero no en otras en las cuales se aplica indebidamente.

---

<sup>3</sup> DUARTE, Olga. Entrevistas no estructuradas y entrevistas a grupos focales conformados por una muestra de estudiantes que cursaron la asignatura de Cálculo II de los Programas de Tecnología en Electromecánica y Telecomunicaciones; con la finalidad de obtener elementos que soportaran el análisis y la formulación del problema en las Unidades Tecnológicas de Santander UTS. Bucaramanga, febrero de 2007.

- Dificultades causadas por la secuencia de actividades propuestas. Se da el caso de que la propuesta de actividades que presenta el profesor a los estudiantes no es potencialmente significativa, por causas diferentes:
  - El profesor no estructura bien los contenidos que quiere enseñar.
  - Los materiales que ha escogido el profesor, como por ejemplo los libros de texto, no son claros. Los ejercicios y problemas que propone son confusos, mal graduados, rutinarios y repetitivos, en ocasiones contienen errores de edición, etc.
  - La presentación del tema que hace el profesor no es clara ni está bien organizada. No se le entiende cuando habla, habla demasiado rápido, la utilización del tablero es caótica, no hace suficiente énfasis en los conceptos claves del tema, etc.
- Dificultades que se originan en la organización del curso. En ocasiones el horario del curso es inapropiado (6:30 a 9:45 pm), el número de estudiantes es demasiado grande (aproximadamente 43 por salón), no se dispone de materiales o recursos didácticos, como video beam y/o proyector de acetatos.
- Dificultades relacionadas con la motivación de los estudiantes. Las actividades propuestas por el profesor a los estudiantes pueden ser potencialmente significativas y la metodología puede ser la adecuada, pero los estudiantes no están en condiciones de hacerlas suyas porque no están motivados. Este tipo de dificultades está relacionado con la autoestima y la historia académica de los estudiantes.
- Dificultades relacionadas con la falta de dominio de los contenidos anteriores. Los estudiantes no tienen los conocimientos previos necesarios para poder aprender el nuevo contenido, y por tanto, la "distancia" entre el nuevo contenido y lo que sabe el alumno no es la adecuada.

Por consiguiente, los aprendizajes en el área de Cálculo, en la mayoría de los casos, se han convertido en procesos mecánicos, memorísticos “entendiendo por memoria la mera repetición rutinaria de la información y por recuerdo una copia literal de ésta (Carretero, 1993; 64)” y sin sentido que se recuerdan con dificultad y que al poco tiempo desaparecen.

En particular, la enseñanza y por ende el aprendizaje de uno de los conceptos claves en Cálculo: el concepto de Integral, se pasa por alto, en la mayoría de los casos, convirtiéndose el Cálculo Integral en la memorización y aplicación mecánica de algoritmos, según diferentes métodos de integración.

La manera de enseñar esta asignatura y la forma en que se aprende consiste muchas veces, en resolver ejercicios o problemas no contextualizados mediante el planteamiento y solución de integrales siguiendo patrones establecidos con un nivel mínimo de análisis.

El deficiente conocimiento del concepto de integral dificulta el aprendizaje de otras asignaturas que requieren de la aplicación del mismo; tal es el caso de la Física, Circuitos, Resistencia de Materiales y Estática, entre otras asignaturas.

Finalmente, se puede observar cómo a pesar del énfasis puesto en la solución de problemas desde la década de los 80's<sup>4</sup>, en el aula se sigue dedicando mucho más tiempo a la solución de ejercicios que a la solución de problemas. No obstante, los dos tipos de tareas tienen consecuencias muy distintas en el aprendizaje y responden a diferentes tipos de objetivos. Los ejercicios sirven para consolidar y automatizar ciertas técnicas, destrezas y procedimientos que son necesarios para la posterior solución de problemas, pero difícilmente pueden ayudar a que estas técnicas se utilicen en diferentes contextos de los que se han aprendido o ejercitado, o no pueden servir para el aprendizaje y / o comprensión de conceptos.

Como consecuencia del análisis anterior, se plantea el siguiente problema a investigar: ¿Cómo influye la estrategia Enseñanza Problemática en el aprendizaje del concepto de Integral en estudiantes de las Unidades Tecnológicas de Santander (UTS)?.

## **1.2 JUSTIFICACIÓN**

La época actual se caracteriza por un acelerado ritmo de desarrollo en todos los órdenes y en especial en la producción de conocimientos que los estudiantes deben asimilar en un corto período de tiempo, además, la vigencia de estos conocimientos es superada constantemente, por lo que resulta un requisito indispensable la cualificación del Proceso Docente Educativo y del uso de los métodos de enseñanza destinados a la formación del pensamiento creador, de los hábitos y habilidades necesarios para especialistas en las actuales condiciones.

Los docentes conscientes de la gran responsabilidad tienen que luchar arduamente por penetrar cada vez más en la esencia del proceso que deben dirigir, para evitar todo tipo de rutina y esquematismo en la labor cotidiana, para eliminar las dificultades características del tipo tradicional de enseñanza y que

---

<sup>4</sup> POZO, Juan Ignacio. La solución de problemas. Madrid: Aula XXI Santillana, 1994. p. 61.

conducen al aprendizaje memorístico que acaba la iniciativa, el deseo de aprender, la inteligencia y provoca el desinterés, la pasividad y la apatía.

Es así como, entre los propósitos que incentivan los cambios educativos se tiene el de fomentar en los alumnos la capacidad de aprender a aprender. Por consiguiente, es necesario que los estudiantes aprendan no sólo conocimientos ya elaborados, sino que adquieran habilidades y estrategias que les permitan aprender por sí mismos nuevos conocimientos, que sean capaces de enfrentarse a situaciones y contextos cambiantes, que requieran de ellos aprender conocimientos y habilidades nuevas. De esta manera, los estudiantes estarán previsiblemente en mejores condiciones de adaptarse a los cambios culturales, tecnológicos y laborales que suceden.

Pero, para que el estudiante aprenda eficientemente es necesario la implementación de estrategias que le permitan en el aula aprender a través del diálogo indagador y problematizador a: construir sus metas de aprendizaje, organizar estratégicamente el proceso de aprender, controlar su desempeño, preguntar cuestiones relevantes, evaluar la calidad de las preguntas, realizar juicios sobre lo que otros digan, extraer inferencias, elaborar analogías y ofrecer argumentos al elaborar hipótesis; que le ayuden a comprender el mundo.

Sin embargo, existen algunas brechas y vacíos sobre qué tipo de estrategias serían efectivas para mejorar la calidad de los aprendizajes y por ende el rendimiento académico de los estudiantes, y es en este sentido que se desea contribuir con la realización de este proyecto, al proponer la enseñanza problémica como la estrategia que le muestra al alumno el camino para la comprensión de los conceptos, las contradicciones que surgen en este proceso y las vías para su solución, contribuyendo a que éste, objeto de influencias pedagógicas se convierta en sujeto activo del proceso; convirtiéndose el docente en un innovador en la práctica creando situaciones problémicas y no problemas, un guía que estimula a los estudiantes a aprender, a descubrir y sentirse satisfecho por el saber acumulado<sup>5</sup>; y la estrategia que permite realizar acercamientos a la vinculación de los componentes: académicos, laborales e investigativos importantísimos en la formación de un futuro profesional.

Investigar sobre la incidencia de estrategias como la Enseñanza Problémica, permite reconfirmar una vez más que la primera condición para aprender es la problematización; pues, ¿Qué puede aprender un sujeto de algo que le es ajeno, que no le inquieta, que no motiva su reflexión? Realmente nada, o casi nada. Al respecto, Majmutov ha hecho énfasis en motivar al alumno para la asimilación de los contenidos desde la presentación de una situación problémica a resolver<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup> MAJMUTOV, M. I. La Enseñanza Problémica. La Habana. Ed. Pueblo y Educación. 1983.

<sup>6</sup> *Ibíd.*, p 170.

Por consiguiente, se propone la estrategia didáctica: Enseñanza Problémica como una opción para orientar el aprendizaje del concepto de Integral desde experiencias cotidianas y desarrollando la creatividad en docentes y estudiantes, mediante la estructuración de cada encuentro académico a través de situaciones problémicas que reflejen la contradicción dialéctica entre lo conocido y lo desconocido del concepto, con el fin de estimular la actividad cognoscitiva y desencadenar todo el proceso de solución del problema que conlleve a la comprensión y al aprendizaje del concepto de integral.

Con este proyecto se motivará al grupo de docentes del Departamento de Ciencias Básicas, en especial al profesorado de Matemáticas y Física, a orientar sus asignaturas aplicando estrategias como la Enseñanza Problémica a través de la cual se relaciona el conocimiento matemático con experiencias cotidianas, contribuyendo de esta manera a la comprensión del mundo desde un lenguaje matemático y haciendo ver y creer que las matemáticas y en especial el Cálculo tienen sentido y son útiles para la vida, siendo parte normal de la habilidad mental de todas las personas, no solamente de unos pocos dotados.

### **1.3 OBJETIVOS**

**1.3.1 Objetivo General.** Determinar la incidencia de la Enseñanza Problémica en el aprendizaje del concepto de Integral en estudiantes de una Institución de Educación Superior de Bucaramanga.

#### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Diseñar situaciones problémicas que permitan orientar el aprendizaje del concepto de integral.
- Aplicar la Enseñanza Problémica en el aprendizaje del concepto de Integral.
- Generar procesos de pensamiento que permitan relacionar el conocimiento matemático y el conocimiento cotidiano.
- Analizar los procedimientos que siguen los estudiantes en la construcción del concepto de integral durante la aplicación de la Enseñanza Problémica.
- Comparar los resultados de aplicar la Enseñanza Problémica con los resultados de utilizar las didácticas tradicionales en la enseñanza del concepto de Integral.
- Determinar la actitud de los estudiantes hacia el Cálculo antes y después de la aplicación de cada tipo de Estrategia: Enseñanza Problémica y Tradicional.

## 2. MARCO TEÓRICO

### 2.1 ANTECEDENTES

Al realizar una amplia revisión de antecedentes investigativos relacionados con el problema de investigación, en los diferentes contextos: Internacional, Nacional y Local, se destacan los siguientes proyectos.

**2.1.1 Contexto Internacional.** A nivel Iberoamericano se encontraron estudios realizados en Cuba, donde se ha investigado y profundizado sobre el desarrollo de la Enseñanza Problémica. Al respecto se tiene la investigación titulada: "Algunas aplicaciones de la Enseñanza Problémica en el tema Programación Lineal"<sup>7</sup> cuyos autores son: Raquel Diéguez Batista, Otoniel Riverón Portela, Juan A. Martín Alfonso, Ángel Gómez Argüelles, Idalia González Companionis y Pedro Mario Server García (Universidad de Ciego de Ávila. Cuba, 2000). Esta investigación definió como objetivo exponer algunas experiencias de la aplicación de la Enseñanza Problémica en el desarrollo del Proceso Docente Educativo de la Enseñanza de la Matemática como vía para el desarrollo del pensamiento creador de los estudiantes y la vinculación de los componentes: académicos, laborales e investigativos para la formación de un egresado de perfil amplio. La investigación a través del módulo Programación Lineal busca resolver problemas de Programación Lineal utilizados para la optimización de procesos relacionados con la rama agropecuaria, utilizando programas de computación, construyendo previamente el modelo matemático más adecuado de forma reflexiva, con estética y constancia, haciendo el análisis crítico de la solución obtenida, acrecentando el razonamiento lógico para la toma correcta de decisiones en el ejercicio de su profesión.

Entre los resultados de este estudio se destacan los siguientes aspectos:

La utilización de la Enseñanza Problémica para reestructurar la forma como se han impartido los contenidos de la disciplina Matemática.

Los esfuerzos pedagógicos orientados de tal modo que los estudiantes en mayor medida asimilen las materias mediante el trabajo activo, impregnando a toda costa esta labor con elementos de independencia y creación. Luego, existe la necesidad del uso de los métodos activos de enseñanza que no son más que aquellos que

---

<sup>7</sup> DIÉGUEZ, Raquel. Algunas aplicaciones de la Enseñanza Problémica en el tema Programación Lineal. En: Revista educativa "el hornero" No. XVII (2000). Cuba. Disponible en Internet <<http://www.paginadigital.com.ar/articulos/varios1/elhornero20u.html>>

sitúan al alumno en una posición activa, al incrementar su participación y ofrecerle a través de ella la adquisición de conocimientos y el desarrollo de hábitos, habilidades y capacidades, para enfrentar problemáticas de su vida laboral. Una de las formas más efectivas de desarrollar el pensamiento creador es la enseñanza mediante la utilización de métodos problémicos.

La aplicación de la Enseñanza Problemática en el desarrollo del Proceso Docente Educativo para prever el desarrollo de los tres componentes esenciales del plan de estudio: El componente académico, el componente laboral y el componente investigativo. La vinculación de estos tres componentes permite encaminar el proceso hacia la formación de un egresado capaz de enfrentarse a los problemas de su entorno con independencia y creatividad.

En Cuba también se destaca un estudio realizado por Reinaldo Hernández Camacho<sup>8</sup>, llamado: “Propuesta didáctica para identificar cuándo la Integral Definida es aplicable para resolver un problema”. Mediante este trabajo se pudo comprobar que los estudiantes universitarios y los egresados de ese nivel de enseñanza, no adquieren las habilidades necesarias para identificar problemas nuevos que pueden ser resueltos mediante una integral definida, cuando son utilizados los métodos tradicionales de enseñar el Cálculo Integral. Como resultado de esta investigación, se logró precisar un conjunto de propiedades que representan condiciones necesarias y suficientes, para que la solución de un problema pueda ser obtenida directamente mediante el cálculo de una Integral Definida. Eso ha sido enunciado y demostrado en un teorema.

En el contexto Mexicano se encuentra la investigación relacionada con: “Problemas de aprendizaje de la integral de línea en el contexto de la teoría electromagnética”<sup>9</sup>, autoría de Sergio Flores García de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez y María Dolores González Quezada del Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez; define como objetivos: implementación de una modificación en la instrucción para el desarrollo conceptual de integral de línea como herramienta para el entendimiento del concepto de diferencia de potencial; uso y manejo de la integral de línea como el límite de una suma de productos punto entre el vector campo eléctrico y el vector desplazamiento; detectar, caracterizar y analizar las

---

<sup>8</sup> HERNANDEZ CAMACHO, Reinaldo. Propuesta didáctica para identificar cuándo la integral definida es aplicable para resolver un problema. *En* actualidades Investigativas en Educación. Revista Electrónica indexada publicada por el Instituto de Investigación en Educación Universidad de Costa Rica. Volumen 7, Número 2. Agosto, 2007; p. 1 - 20 . ISSN 1409-4703. Disponible en Internet <<http://revista.inie.ucr.ac.cr>>

<sup>9</sup> FLORES G, Sergio. Problemas de aprendizaje de la integral de línea en el contexto de la teoría electromagnética. *En* Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. CULCYT// No 14-15 (Mayo–Agosto, 2006), Disponible en < <http://www.uacj.mx/IIT/CULCYT/mayo-agosto2006/7ARTAPRENDIZAJE2.pdf>>

dificultades de orden cognitivo de los estudiantes durante el aprendizaje de la integral de línea y el producto punto.

Esta investigación se realizó con estudiantes del Instituto de Ingeniería y Tecnología de la Universidad Autónoma de Ciudad Juárez de la carrera de Mecatrónica adscritos a la materia de Electricidad y Magnetismo. El reto consistió en trabajar con estudiantes cuyo historial epistemológico es del corte tradicional, intentar un cambio en la instrucción, observar los efectos que éste produce en la forma en que ellos acceden al concepto de integral de línea como suma de productos punto en el contexto de potencial eléctrico y observar si después de esta instrucción son capaces de aplicarlo en otros contextos.

La metodología utilizada parte de exámenes de diagnóstico junto con el análisis de los mismos y finalmente la elaboración de tres tutoriales (cuadernos de trabajo). Los dos primeros, titulados Proyecciones el primero y Producto punto el segundo, con el objetivo de proveer al estudiante de los conocimientos previos, que, como se pudo observar durante el análisis de los exámenes de diagnóstico, no poseen o son insuficientes. Y el tercero, *Integral de línea*, en el que se conjugan los conceptos de los tutoriales previos y se intenta arribar al concepto de integral de línea, utilizando la suma de productos punto y ubicándolos en el contexto de potencial eléctrico.

Se planteó como pregunta de investigación ¿Qué implicaciones de tipo cognitivo e instruccional producen el uso del producto punto e integral de línea para el aprendizaje del concepto de diferencia de potencial en el contexto de la teoría electromagnética bajo una propuesta didáctica fundamentada en las teorías del constructivismo, la Enseñanza Problémica y las técnicas del aprendizaje colaborativo? Entre los principales resultados, se destaca:

De acuerdo a investigaciones relacionadas con el aprendizaje de la integral de línea en los cursos introductorios de matemáticas y física en universidades de México, la mayoría de los estudiantes presentaron dificultades de entendimiento de este concepto, sobre todo cuando este carecía de contexto. Muchos de estos estudiantes no alcanzaron un entendimiento significativo que les permitiera utilizar la integral de línea para resolver problemas de contexto físico. Esta investigación mostró evidencia de los problemas de entendimiento conceptual que la mayoría de los estudiantes presentaban cuando pretendían entender el concepto de integral de línea en el contexto de la diferencia de potencial de campos eléctricos.

A pesar del énfasis conceptual en la instrucción, la mayoría de los estudiantes continuaron presentando dificultades de entendimiento conceptual fundamental para aprender diversos tópicos de teoría electromagnética. Algunos estudiantes no entendieron la integral de línea como una suma de productos punto. Además, algunos de ellos tuvieron severas dificultades para contestar preguntas conceptuales en las cuales se demandaba un proceso intelectual en varias etapas.

En Bolivia se desarrolló el proyecto “Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas”<sup>10</sup>, cuyo autor es Gonzalo Mariscal Antezana de la Universidad Técnica Privada de Santa Cruz. República de Bolivia. El objetivo de la investigación fue desarrollar una síntesis de las principales corrientes didácticas en el aprendizaje de las matemáticas y determinar por qué el mecanicismo fue inadecuado para cumplir con los fines propuestos.

Entre los resultados del estudio se tienen:

El uso adecuado del lenguaje es uno de los afluentes para el aprendizaje de las matemáticas, desde el principio de su formación el estudiante no puede captar que el lenguaje es tan importante como el pensar; el entorno no le permite diferenciar la comunicación natural de la comunicación matemática. Los símbolos y las estructuras de símbolos que se utilizan en matemáticas tienen su origen y finalidad en la historia, de ahí la importancia de su estudio para comprender mejor las matemáticas.

La falta de creatividad en los estudiantes es un reflejo de la falta de creatividad en el profesor; existen profesores que utilizan los mismos ejercicios y los mismos problemas de ejemplo periodo tras periodo, y en la mayoría de los casos son copias de algún libro que el profesor guarda como un secreto.

No se puede incentivar la creatividad en un ambiente en el que hace falta el ejemplo del profesor. Por otra parte el no aplicar los conocimientos adquiridos por el estudiante a situaciones de la realidad del contexto no hace que el conocimiento sea significativo para el mismo.

La utilización de las matemáticas como instrumento para el desarrollo de la creatividad es un recurso que no debe desaprovecharse, el mecanicismo con la rigidez solo contribuye a crear una especie de estereotipos mentales que son una barrera para la creatividad, las matemáticas como todas las ciencias poseen un método para estructurar el sistema de conocimientos pero al método no se le debe considerar como un conjunto de reglas rígidas.

---

<sup>10</sup> ANTEZANA, Gonzalo. Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas. Bolivia, 2003. Código ISPN de la Publicación: EPYAVEKPZLANPWTFZV. Disponible en Internet < <http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EpyAVEkpZlAnpWtfZv.php> >

Lo más adecuado según la presente propuesta para afrontar el proceso de aprendizaje de las matemáticas es la corriente realista, la misma intenta humanizar las matemáticas, puesto que los avances se producen como una necesidad social para resolver alguna clase de problemas, es decir que en el pasado existieron situaciones concretas que sirvieron como factores motivantes para quienes dedicaron su vida a las matemáticas, lo que hace necesario estudiar la historia de las matemáticas.

**2.1.2 Contexto Nacional.** A nivel Nacional se han realizado investigaciones sobre Resolución de Problemas y Aprendizaje Basado en Problemas, es el caso de la Universidad del Valle, el grupo colombiano de investigación matemática perteneciente a la línea de Historia y Didáctica de las Matemáticas, adelantó un estudio llamado “Matemáticas y experiencia: la generalización de la noción de espacio abstracto en Maurice Fréchet”<sup>11</sup>; autores: Luis Carlos Arboleda y Luis Cornelio Recalde.

En la investigación se hizo evidente el beneficio de las numerosas lecturas realizadas sobre aspectos históricos, epistemológicos y filosóficos de la relación entre matemáticas y experiencia.

Entre los principales resultados derivados del Proyecto sobresalieron los siguientes:

Análisis crítico de las concepciones de Fréchet sobre la relación matemática y experiencia. Inicialmente se estudiaron las concepciones de Fréchet a partir de sus comentarios a las ideas de Poincaré sobre el convencionalismo, el lenguaje matemático, intuición y lógica, y geometría y experiencia. Se identificaron las filiaciones entre uno y otro pensamiento, y las dificultades que enfrentaron al tratar de explicar la relación genética de las convenciones con la realidad empírica; es decir, al explicar las convenciones como producto de la actividad del sujeto cognitivo. Después se mostró que las ideas de Fréchet sobre el origen de las nociones matemáticas en la experiencia, están estrechamente relacionadas con sus posiciones críticas frente al uso del método axiomático-deductivo en la investigación y la enseñanza.

Se caracterizaron la función cognoscitiva e investigativa de ciertas categorías que Fréchet introdujo como la desaxiomatización y la síntesis inductiva, y se mostró que éstas eluden una explicación filosófica de los criterios que el sujeto moviliza en su conciencia para individualizar objetos matemáticos. Idéntica situación se

---

<sup>11</sup> ARBOLEDA, Luis Carlos. Matemáticas y experiencia: la generalización de la noción de espacio abstracto en Maurice Fréchet. 2002. Disponible en Internet <<http://matematicas.univalle.edu.co/index.php?page=hv/nombre&nm=LuisR>>

presentó con el uso de la categoría de la experiencia como instancia fundadora de entidades matemáticas.

Las concepciones de Fréchet sobre la generalización de conceptos matemáticos: el caso de la diferencial en espacios abstractos. Esta concepción le permitió a Fréchet determinar la siguiente propiedad como aquella que permitía caracterizar la diferencial con toda generalidad: la diferencial es la parte principal del crecimiento de la función cuando el crecimiento de la variable se considera infinitamente pequeño.

Las concepciones de Fourier sobre matemática y experiencia, y la instauración de la teoría analítica del calor. También se estudiaron las reacciones contrarias a la teoría como las de Poisson. Se caracterizó el método de matematización utilizado en la teoría del calor, y se establecen conexiones entre este método y las concepciones de Fourier sobre matemáticas y realidad.

Particularmente se consideró la distinción entre análisis matemático - distinguir las relaciones cuantitativas existentes entre las cualidades específicas del fenómeno-, y el análisis especial -resolver por los métodos de las matemáticas las ecuaciones que permiten analizar los fenómenos.

En el ámbito de la investigación formativa, la Corporación Universitaria Remington de Medellín, Colombia, adelantó un proyecto investigativo para el desarrollo de potenciales creativos a través de la educación matemática, denominado “Proyecto Macreático: Un modelo metodológico que establece relaciones entre las Matemáticas, la Creatividad y la Informática en el contexto de la Complejidad”<sup>12</sup> En este proyecto se combinó la interacción entre el análisis matemático simbólico, la creatividad y la informática dentro del contexto de la teoría de la complejidad, por medio de una metodología que interpretó la educación desde la Sistémica como un sistema viable basado en la Ley de Ashby. Los autores son: Libardo Londoño Ciro y Gustavo Ruiz Rojas.

Este estudio surgió a partir de la existencia de una población de estudiantes con carencias en la aplicación de pensamiento alternativo a la hora de solucionar problemas, un pensamiento autónomo sujeto a permanente auto corrección y la generalización de métodos a partir de una solución específica. Esto se explicó por la herencia de una formación conductista que ha dado preeminencia a objetivos instruccionales basados en la acumulación de información y en el dominio de técnicas, por encima de la reflexión en torno a procesos de pensamiento, porque

---

<sup>12</sup> LONDOÑO, Libardo. Proyecto Macreático: Un modelo metodológico que establece relaciones entre las Matemáticas, la Creatividad y la Informática en el contexto de la Complejidad Corporación Universitaria Remington. Medellín, Colombia. En: Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías. Número 8. Junio, 2000. Disponible en <URL: <http://contexto-educativo.com.ar/2000/6/nota-05.htm>>

no hay un aprovechamiento significativo del saber, en contextos distintos al aula de clase, por la descontextualización existente entre lo que se enseña y lo que ocurre cotidianamente, porque se utiliza inadecuadamente el lenguaje matemático en la resolución de problemas reales, en la toma de decisiones y en la creación de ciencia, debido a la no interiorización conceptual del lenguaje matemático, a las carencias en el desarrollo del pensamiento matemático y al no reconocimiento cultural del pensamiento matemático, como parte integral del pensamiento creativo. Por consiguiente hay problemas en la interpretación de la realidad a la luz de la construcción de un modelo que represente los objetos, sus relaciones y sus operaciones, debido a deficiencias en las estructuras conceptuales matemáticas.

Este proyecto planteó el problema desde tres enfoques:

Con respecto al modelo de pensamiento, ¿Con qué tipo de metodología de enseñanza se puede favorecer un modelo de pensamiento por medio del cual se interprete y transforme la información asociada a una situación problémica y que, además, le dé a la persona habilidades para problematizar, modelar, tomar decisiones, ser creativa e investigar?

Con relación al uso de las matemáticas, ¿Cómo lograr que los usuarios de las matemáticas las usen óptimamente en la modelación y la definición de horizontes de predictibilidad de situaciones problémicas cotidianas, empresariales, financieras e industriales?

Referente al recurso informático, ¿Cómo lograr que sea una herramienta que agilice los procesos operativos inherentes a un modelo sin que ello disminuya la habilidad para plantear problemas y analizar resultados?

Objetivos generales de la investigación: diseñar una red conceptual de subsistemas para controlar, direccionar y evaluar el flujo de información de un modelo de pensamiento de flujo sistémico de la información; diseñar una metodología de enseñanza basada en la combinatoria y la alteración de las fases del patrón de flujo del modelo de pensamiento de flujo sistémico de la información.

Objetivos específicos del estudio: diseñar las estrategias, las tácticas, los indicadores y los instrumentos de medición de la metodología de enseñanza; aplicar la metodología de enseñanza en relación con las matemáticas, la creatividad y la informática; diseñar para cada asignatura un conjunto de situaciones problémicas de los tipos A, B y C, asociadas a los conceptos; diseñar, construir y publicar una serie de textos de cada asignatura con la propuesta metodológica.

Entre los resultados, se destacan como logros: la enseñanza de las asignaturas que soportan el desarrollo del proyecto se caracteriza por la contextualización, la problematización, el análisis simbólico y retrospectivo del conocimiento, de tal forma que el aprendizaje de los estudiantes sea significativo y les permita una aproximación a los conceptos desde su saber específico y cotidiano.

El quehacer pedagógico de los docentes ha permitido que los estudiantes se enfrenten al pensamiento complejo, al reto de aprender a pensar y potencializa en ellos competencias en el análisis simbólico y la creatividad.

La capacitación, que dentro de los cursos convencionales se brinda en el manejo del recurso informático, ha permitido que la operatividad de las matemáticas se aligere dando pie a que el alumno y su profesor ocupen gran parte del espacio tiempo de clase en la problematización y el análisis de resultados obtenidos contextualizados en el entorno cotidiano y en el saber específico.

En la Universidad de Medellín, el docente Luis Albeiro Zabala Jaramillo realizó la investigación: Construcción de conceptos Cálculo Diferencial e Integral usando Cabri<sup>13</sup>. En este estudio se afirmó que para un mejor entendimiento de los conceptos Cálculo Diferencial e Integral es conveniente presentar desde el principio el concepto de función y hacer el estudio de “variación” aplicado a problemas de la ciencia y la industria, sin terminología técnica y por medio de interpretaciones gráficas. El concepto de función se convierte en el concepto central a enseñar en la secundaria y debe introducirse en forma plástica para despegarlo y ampliarlo paulatinamente en los cursos superiores y con mayor fuerza, en la enseñanza universitaria. Los gráficos son un gran vehículo para llevar a la mente de los alumnos el concepto de función y la herramienta informática Cabri ofrece excelentes aportes al respecto.

En el Departamento de Nariño, se encontró el proyecto relacionado con: “La Enseñanza Problémica como herramienta de apoyo al desarrollo del pensamiento crítico y creativo en el aula, para el área de Ciencias Básicas de la Facultad de Ingeniería de la IUCESMAG<sup>14</sup>, realizado por el Núcleo de Investigación en Ciencias Básicas “Remigio Fiore Fortezza”, cuyos autores fueron: Jaime Arturo Lagos Figueroa e Ignacio David Revelo Vivas. El objetivo de esta investigación fue proponer orientaciones metodológicas para el uso de la enseñanza problémica en el desarrollo del pensamiento crítico y creativo de los estudiantes, mediante la aplicación de su sistema categorial, considerando como eje central la pregunta problémica; para tal fin, se consideró a los estudiantes de la Facultad de Ingeniería de la IUCESMAG, que cursaron asignaturas del ciclo de formación en ciencias básicas y a los docentes orientadores de Ciencias Básicas, y se hizo énfasis en el tipo de preguntas que el docente usualmente utiliza en el desarrollo de una clase.

---

<sup>13</sup> ZABALA, Luis Albeiro. Sociedad Colombiana de Matemáticas. Medellín. 2007. Disponible en Internet < <http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

<sup>14</sup> LAGOS, Jaime Arturo. Institución Universitaria CESMAG: Centro de Estudios Superiores María Goretti. Ciudad de Nariño. 2005. Disponible en Internet < <http://www.monografias.com/trabajos14/ensenanza-probl/ensenanza-probl.shtml>>

Entre los resultados se destacan: la búsqueda de explicaciones de los ¿por qué? y los ¿cómo? de los fenómenos que se producen en el entorno sería la forma más apropiada de guiar las clases de ciencias básicas; el empleo de preguntas problémicas y el planteamiento de situaciones problémicas es muy útil para facilitar el trabajo cooperativo de los estudiantes disminuyendo el rol protagónico del docente; mediante la enseñanza problémica se aproxima el proceso docente al de la investigación y los estudiantes asimilan el conocimiento siguiendo la misma vía que el hombre de ciencia, lo cual contribuye no sólo a que los conocimientos sean más sólidos sino también a que los estudiantes puedan, después obtener nuevos conceptos de forma independiente y creadora y aplicar prácticamente los resultados; considerar los métodos utilizados en la enseñanza problémica, ya que estos inciden profundamente en el fortalecimiento de la formación investigativa, de vital importancia para las instituciones universitarias, dado que se fundamentan en el carácter contradictorio del conocimiento con el objetivo de que el estudiante, como sujeto de aprendizaje, asimile el método dialéctico materialista del pensamiento al reflejar y resolver las contradicciones de la ciencia. La enseñanza problémica, bien estructurada y concebida puede ser un medio para el desarrollo de los estudiantes en lo que respecta a sus habilidades y capacidades creadoras, favorece la aproximación de la docencia con el proceso investigativo y propicia la elevación de la calidad de la enseñanza universitaria así como de la superación del personal docente.

**2.1.3 Contexto Local.** En la ciudad de Bucaramanga no se encontraron investigaciones sobre la Estrategia Enseñanza Problémica. No obstante, se hallaron estudios que de una u otra forma resaltan la importancia de orientar la enseñanza de la Matemática a resolver problemas de la vida real.

Al respecto, en la Universidad Industrial de Santander, la docente MS Diana Victoria Jaramillo Quiceno del grupo de investigación EDUMAT – UIS realizó estudios de investigación, entre ellos el llamado: Entre el saber cotidiano y el saber escolar: ¿Qué matemática se construye?<sup>15</sup> Este estudio mostró la dicotomía entre los saberes considerados Académicos y los no académicos, identificando dos tendencias en la organización curricular: en primer lugar, una superposición de los saberes escolares (reconocidos o legitimados) sobre los saberes cotidianos, donde las estructuras curriculares, además de legitimar los saberes escolares impiden la inclusión de los saberes que están fuera de la escuela y en segundo lugar, las estructuras curriculares a través de las evaluaciones externas ejercen un ejercicio de poder y de control sobre las propias instituciones, los educadores y los educandos. De esta forma en la escuela sigue predominando la enseñanza de

---

<sup>15</sup> JARAMILLO, Diana. Entre el saber cotidiano y el saber escolar: ¿Qué Matemática se construye? En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en Internet <<http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

los saberes de las ciencias exactas pero descontextualizados histórica y socialmente, bajo un abordaje teórico, donde dichos saberes son transformados en códigos y desposeídos de significado, la escuela a demás de desconsiderar los saberes presentes en el cotidiano, continúa compartimentalizando el conocimiento escolar y privilegiando unos contenidos en detrimento de otros. Por tal motivo se ejemplifica la incorporación al currículo de matemáticas de aquellos saberes y prácticas de matemáticas que tradicionalmente han sido excluidos del contexto escolar, desde la mirada de la Etnomatemática, basada en los resultados de un estudio - a partir de dos investigaciones- en una institución de educación pública de la ciudad de Floridablanca (Santander); esta institución atiende a los estudiantes de estrato bajo, y a algunos educandos víctimas del desplazamiento. La pregunta central de este estudio fue: ¿cómo es la relación que se establece entre las habilidades de numeramiento desarrolladas por los niños y el aprendizaje de las matemáticas escolar? Desde este estudio se asume que dialogar con los saberes presentes en las diferentes prácticas cotidianas y sus posibilidades de incorporación en la escuela se torna necesario para proponer nuevas realidades y recuperar el papel del sujeto en las distintas prácticas educativas.

En la Fundación Colegio UIS, el Grupo EDUMAT- UIS, realizó un estudio de la autoría de la profesora Belki Yolima Torres Rueda, titulado: Relación entre numeramiento y matemática escolar; un estudio de caso<sup>16</sup>. En esta investigación con la palabra numeramiento se hizo referencia a un conjunto de habilidades que una persona posee para leer, escribir y resolver problemas que se presentan en situaciones de la vida cotidiana. Este estudio se centró en entender cómo es la relación que se establece entre las habilidades de numeramiento y la matemática enseñada en la escuela. En la investigación se encontró que la matemática que se enseña en la escuela es ajena a la vida del niño.

En la Universidad Pontificia Bolivariana de Bucaramanga la docente Graciela Morantes Moncada realizó el estudio: Caracterización de los procedimientos incorrectos realizados por los estudiantes de la Universidad Pontificia Bolivariana, de primer semestre del año 2002, en la asignatura de Cálculo Diferencial<sup>17</sup>. En este estudio se afirma que aunque las matemáticas hayan sido reconocidas como columna vertebral en la formación del ingeniero, los dominios matemáticos de la

---

<sup>16</sup> TORRES, Belki Yolima. Relación entre numeramiento y Matemática escolar; un estudio de caso. En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en <URL: <http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

<sup>17</sup> MORANTES, Graciela. Caracterización de los procedimientos incorrectos realizados por los estudiantes de la Universidad Pontificia Bolivariana, de primer semestre del año 2002, en la asignatura de Cálculo Diferencial. En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en Internet < <http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

mayoría de estudiantes que ingresan a las facultades de ingeniería, no son los esperados y los bajos desempeños en el área constituyen una causa importante de repitencia y abandono de los estudios de ingeniería. Por esta razón, es necesario identificar los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes así como las prácticas de estudio y los procesos de resolución de problemas para contribuir en el diseño e implementación de estrategias e instrumentos pedagógicos orientados a la nivelación de instrumentos básicos necesarios para el buen desempeño y mejoramiento en los niveles de comprensión del área.

En las Unidades Tecnológicas de Santander, no hay investigaciones relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza de las Matemáticas, sobre didáctica ni sobre la enseñanza problémica. No obstante, tanto las directivas como los docentes del Departamento de Ciencias Básicas y estudiantes, son conscientes de los bajos resultados académicos en el área, especialmente en la asignatura de Cálculo Integral, originados por deficiencias en la comprensión de conceptos básicos; y de las dificultades en el aprendizaje de otras asignaturas como: Física, Circuitos, Resistencia de Materiales y Estática, ocasionadas por la falta de dominio del concepto de Integral, fundamental en el aprendizaje de estas áreas.

En conclusión, al analizar los estudios expuestos a nivel internacional, nacional y local, se puede afirmar que: a nivel internacional y nacional, existen evidencias sobre una de las formas más efectivas de desarrollar el pensamiento creador en Matemáticas, a través de la enseñanza y el aprendizaje mediante la utilización de métodos problémicos, ya que el estudiante se sitúa en una posición activa, reflexiva y crítica al incrementar su participación y ofrecerle a través de ella la adquisición de conocimientos y el desarrollo de hábitos, habilidades y capacidades para enfrentar problemáticas de su vida laboral; eliminando en gran medida las dificultades características del tipo tradicional de enseñanza que conducen al aprendizaje memorístico, que acaba con la iniciativa, con la creatividad, con el pensamiento crítico, con el deseo de aprender, con la inteligencia y promueve el desinterés, la pasividad y la apatía.

A nivel local, específicamente en las Unidades Tecnológicas de Santander y en el Departamento de Ciencias Básicas, lugar en el que se sitúa la investigación, se ve la necesidad de desarrollar proyectos de investigación de tipo pedagógico enfocados especialmente a la enseñanza del Cálculo Integral, asignatura básica en la formación de todo tecnólogo y / o profesional en programas afines a la Ingeniería.

## **2.2 CONSIDERACIONES CONCEPTUALES.**

El enfoque teórico que se utilizó en la investigación, tuvo en cuenta planteamientos sobre: Didáctica de la Matemática, Enseñanza Problémica, los

conceptos y las habilidades de pensamiento matemático, generalidades del Cálculo, enfoque didáctico de la Enseñanza Problemática en el Cálculo Integral y los contenidos actitudinales del campo de conocimiento matemático.

**2.2.1 Didáctica de la Matemática.** J. Amos Komensky, llamado Comenius, introdujo la palabra “Didáctica como sustantivo en 1640 para designar «el arte de enseñar», es decir, el conjunto de medios y procedimientos que tienden a hacer conocer, a hacer saber algo, generalmente una ciencia, una lengua, un arte.

La didáctica estudia la comunicación de los conocimientos y tiende a teorizar su objeto de estudio. Los objetivos de los estudios de la didáctica consisten en describir y explicar las actividades ligadas a la comunicación de conocimientos y las transformaciones de los protagonistas de esta comunicación, así como las transformaciones del conocimiento mismo<sup>18</sup>.

¿Qué puede aportar la Didáctica a los enseñantes de la Matemática?<sup>19</sup>. Como a situaciones diferentes les corresponden distintos conocimientos, el saber nunca es exactamente el mismo para sus creadores, para sus usuarios, para los alumnos, etc., éste cambia. El estudio y el control de estas modificaciones, llamado transposición didáctica es el objeto principal de la teoría. Por tanto, lo único que se puede hacer es, en el mejor de los casos, modelizar las situaciones características de un saber.

La transposición didáctica es el proceso mediante el cual tiene lugar la acción de transponer un saber hacia un sitio didáctico; es decir, llevar el saber al ámbito escolar. Luego, la presencia en clase de un objeto a enseñar es la consecuencia de una historia particular, el resultado de un tratamiento didáctico que obedece a limitaciones precisas; y son esos mecanismos los que permiten la transformación de un objeto de saber a un objeto de enseñanza. Al respecto, fue Yves Chevallard quien realizó estudios en este sentido en el campo de las Matemáticas<sup>20</sup>.

Teniendo en cuenta el pensamiento de Brousseau<sup>21</sup>: la didáctica de la Matemática realiza, entre otros, los siguientes aportes:

- Técnicas para el profesor: La didáctica proporciona a los profesores lo esencial de las técnicas específicas del conocimiento que hay que enseñar (nociones, conceptos, entre otros), compatibles con sus concepciones educativas y pedagógicas generales. Técnicas locales, técnicas comunes (preparación de

---

<sup>18</sup> CANTORAL, Ricardo. Desarrollo conceptual del Cálculo. México: Thomson, 2004. p. 7 - 8.

<sup>19</sup> BROUSSEAU, G. Irem, ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? Francia: Versión castellana de Luis Puig Université de Bordeaux, 1987. Disponible en Internet: <<http://lem.usach.cl/biblioteca/BD/Brousseau%201.pdf>>

<sup>20</sup> CANTORAL, Op. Cit. p. 2.

<sup>21</sup> BROUSSEAU, Op. Cit. p. 2 - 8

lecciones, materiales de enseñanza, métodos listos para usar, instrumentos de gestión, objetivos y evaluaciones), técnicas especiales para ciertos alumnos que presentan dificultades particulares y técnicas globales (currículos para todo un sector de las matemáticas, programas para varios años, etc).

De igual manera, la didáctica produce también conceptos unificadores, reagrupa los saberes, los problemas, las situaciones, los comportamientos de los alumnos o las actividades, de manera que se puedan enunciar formas de intervención genéricas, según los tipos obtenidos, para ser razonablemente comunicable a los alumnos el número elevado de conocimientos que hay que enseñar y, por tanto, el de situaciones específicas que hay que proponerles.

Además de las citadas situaciones de enseñanza, la didáctica ha introducido situaciones muy variadas y mejor adaptadas a intenciones específicas, como, por ejemplo, hacer que se adquiriera un conocimiento mediante la acción, hacer que se adquiriera un lenguaje, o una teoría, tratar un obstáculo epistemológico...

Al definir y al hacer respetar la parte técnica del oficio del profesor, la didáctica hace posible la negociación social de su trabajo; es decir, el fundamento de la profesionalización de la actividad docente.

- Conocimientos sobre la enseñanza: la didáctica se manifiesta también mediante conocimientos relativos a aspectos diferentes del trabajo docente: sobre los alumnos, sus comportamientos, sus resultados en las condiciones específicas de la enseñanza, sobre las condiciones que hay que crear en las situaciones de enseñanza y de aprendizaje, sobre las condiciones que hay que mantener en la gestión o la conducción de la enseñanza, sobre los fenómenos de didáctica a los que se enfrenta el docente, tanto ellos como todos los que intervienen en la comunicación de saberes.

Los saberes comunicables son los «oficiales» o «institucionalizados», es decir, aquellos que se les pueden exigir a los alumnos, y esos saberes sólo son utilizables por el estudiante si establece con ellos una relación privada y si pone en funcionamiento conocimientos de otra naturaleza (personales, contextualizados, temporalizados...)

El único medio que tiene el profesor de conocer las circunstancias de la creación de los conocimientos es o bien haber enseñado en persona la noción o concepto a ese alumno, o bien disponer de un conjunto de referencias culturales, ya sean éstas efecto de la tradición o de un conocimiento.

El docente debe tener claro que el alumno debe, por tanto, no sólo aprender conocimientos nuevos, sino también volver a aprender y volver a organizar los antiguos y olvidar, o mejor, desaprender una parte de ellos. Ante las dificultades y las incomprensiones de numerosos alumnos en el uso de conocimientos sencillos, es forzoso constatar el fracaso (del alumno, de la enseñanza, del método, del programa...) y pedir que todo (el alumno, la enseñanza...) se centre sobre lo que mejor sabe definir, evaluar y enseñar: los algoritmos; es decir, sobre lo que quizá falla menos; por ejemplo, el alumno sabe hacer una división, pero no sabe cuándo hay que hacerla.

En consecuencia, hay que admitir una cierta «reorganización didáctica» del saber, que cambia su sentido, y hay que admitir, al menos a título transitorio, una cierta dosis de errores y contrasentidos, no sólo del lado de los alumnos, sino también del de la enseñanza.

En la enseñanza, especialmente de la Matemática, es urgente encarar bien el aprendizaje desde el punto de vista de cambios de relaciones con el saber o desde el punto de vista de transformaciones de los conocimientos del alumno, describir bien el papel de los conocimientos antiguos en la construcción de los conocimientos nuevos. Luego, el maestro debe efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino la transmisión de un problema correcto por que se sabe que el único medio de hacer Matemáticas es buscar y resolver ciertos problemas específicos y, a ese respecto, plantear nuevos interrogantes.

Por lo tanto, en la enseñanza debe entablarse una relación que determine de manera explícita y sobre todo implícitamente, lo que cada participante del proceso, el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de producir y de lo que será, de una u otra manera, responsable ante el otro; asemejándose a un contrato, el contrato didáctico<sup>22</sup>, es decir, la parte de ese contrato que es específica del “contenido”: el conocimiento matemático considerado. Si esta adquisición no se produce, se abre un proceso al estudiante que no ha hecho lo que se está en derecho de esperar de él, y otro al maestro que no ha hecho lo que debiera (implícitamente).

**2.2.2 La Enseñanza Problémica.** En la enseñanza del Cálculo y en general de las Matemáticas, hay que explicar conceptos que requieren de cierto nivel de abstracción y de generalización, por tanto, si no se ha creado un interés por oírlos

---

<sup>22</sup> Citado por CANTORAL, Op. Cit. p. 9. “El término contrato didáctico de aquel de contrato social introducido por Jean Jacques Rousseau en 1762 en el terreno de la filosofía social”

y aprenderlos, le será muy difícil al profesor captar la atención de sus alumnos; y si lo logra, será producto de coacciones (la nota) y malabarismos pero sería un interés no nacido de lo que se explica, y la explicación como tal seguiría sin interesar. Por lo tanto, ya que sólo se atiende a lo que interesa, hay que crear en el alumno expectativas y deseos de oír una explicación que sea atractiva.

Al orientar el estudio de la Matemática, especialmente de conceptos, a través de la Enseñanza Tradicional se permite integrar en una misma secuencia didáctica diversos tipos de actividades, pero siempre con una dirección explícita por parte del profesor. Por lo tanto, la comunicación se da en la vía docente – alumno donde las decisiones sobre objetivos, ritmo, actividades, etc., las toma el profesor, que presenta explícitamente un contenido, o estructura conceptual científica, organizado en su forma final, para que el alumno lo asimile y relacione con sus ideas previas. Como consecuencia, en la mayoría de los casos, no se orienta a los estudiantes en el descubrir de las relaciones conceptuales sino que son ellos los que tienen que hacerlo solos, recurriendo al aprendizaje memorístico, almacenando cada concepto (si logran conseguirlo) como una entidad independiente, limitando por tanto la transferencia de dicho aprendizaje. De esta manera se presentaría el conocimiento matemático a los estudiantes como algo cerrado, completo y alejado de la realidad.

De la situación anterior, surge la necesidad de activar el conocimiento matemático mediante el estudio de problemas reales que despierten el interés del estudiante hacia la exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas; articulándolos a lo largo de la enseñanza a través de la organización de tipos de situaciones didácticas que los tengan en cuenta, al respecto, muchos autores han ayudado a desarrollar este punto de vista como, por ejemplo, Lakatos quien presenta un choque de opiniones, razonamientos y refutaciones entre un profesor y sus alumnos. En lugar de presentar el producto de la actividad matemática, presenta el desarrollo de la actividad matemática a partir de un problema y una conjetura<sup>23</sup>.

La importancia que se da a la resolución de problemas en el estudio de las Matemáticas actuales es el resultado de un punto de vista sobre las Matemáticas que considera que su esencia es precisamente la resolución de problemas. Al respecto se destaca, entre otros autores (M.F. Rubinstein. J.R. Hayes, R. Feuerstein y A.Schoenfeld), Polya.

Para Polya<sup>24</sup>, la resolución de un problema consiste, a grandes rasgos, en cuatro fases: Comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida. Cada fase se acompaña de una serie de preguntas cuya

---

<sup>23</sup> LAKATOS. Pruebas y refutaciones. Alianza editorial, 1978.

<sup>24</sup> POLYA, G. ¿Cómo plantear y resolver problema? México: Trillas, 1945

intención clara es actuar como guía para la acción. Los trabajos al respecto, se pueden considerar como un intento de describir la manera de actuar de un resolutor ideal; es decir, tienen un enfoque heurístico de la enseñanza de la resolución de problemas<sup>25</sup>.

En el marco del enfoque histórico-cultural de Vigotsky se encuentra la llamada Enseñanza Problémica. Esta concepción pedagógica fue influida en sus inicios por la Psicología de la Gestalt y sus primeros trabajos se deben a pedagogos alemanes y alcanza un desarrollo notable en la extinta Unión Soviética y otros países socialistas europeos. Autores como I. Ya. Lerner. M. N. Skatkin y M. I. Majmutov se encuentran entre sus principales cultivadores. En Cuba, esta tendencia ha estado encabezada por los trabajos de Marta Martínez Llantada del Instituto Superior Pedagógico "Enrique José Varona" de la Ciudad de la Habana, en torno a la cual se han centrado investigadores de diferentes disciplinas, los cuales han desarrollado experiencias docentes en diversos niveles de enseñanza<sup>26</sup>.

La Enseñanza Problémica, es una estrategia alternativa en la asimilación de conocimientos con el propósito de lograr ir más allá de la resolución de problemas siguiendo un algoritmo o de la simple memorización del material docente para llegar a la elaboración lógica del mismo, desarrollando no solo la memoria, sino las diferentes habilidades y capacidades del estudiante. No es un conjunto de métodos de enseñanza, sino un sistema de enseñanza. Majmutov considera la Enseñanza Problémica como "...la actividad del maestro encaminada a la creación de un sistema de situaciones problémicas, a la exposición y a su explicación..., y a la dirección de la actividad de los alumnos... en la asimilación de conocimientos nuevos, tanto en forma de conclusiones ya preparadas, como el planteamiento independiente de problemas docentes y su solución."<sup>27</sup>(Majmutov, 1977; 266)

El objetivo fundamental de la Enseñanza problémica se enmarca en que el alumno transite de manera abreviada e inteligible por senderos similares a los que experimentaron los conocimientos de las ciencias. En este tránsito el sujeto no solo se apropia activamente del conocimiento sino de la lógica de la ciencia en cuestión en la solución de un problema determinado. Para lograr lo anterior, Majmutov parte de no brindar el conocimiento elaborado, sino que el docente refleje las contradicciones del fenómeno que se estudia, en forma de problema

---

<sup>25</sup> GODINO, Juan D. Matemáticas y su Didáctica para Maestros. Manual para el Estudiante. Proyecto Edumat – Maestros. Edición Febrero 2003. p. 34. Disponible en Internet <[http://www.webpersonal.net/vfont/Fundamentos\\_completo.pdf](http://www.webpersonal.net/vfont/Fundamentos_completo.pdf)>

<sup>26</sup> HERNÁNDEZ, H; DELGADO, J. R. y FERNANDEZ B. Cuestiones de didáctica de la matemática. Serie Educación. Argentina: Ediciones Homo Sapiens, 1997.

<sup>27</sup> MAJMUTOV, M. I. La Enseñanza Problémica. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1983. p. 266

motivando a los estudiantes para darle solución a través de métodos y razonamientos científicos.

La Enseñanza Problémica en Matemáticas problematiza el contenido de la enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la solución de una situación real en el curso (ya sea de la disciplina del conocimiento, o un problema de contexto), de la cual se elaboran los conceptos, algoritmos o procedimientos requeridos. En esta forma de enseñanza, el maestro supone y determina en gran medida la forma en que debe proceder el estudiante. La Enseñanza Problémica parte de la creación de una situación problémica, lo que significa que durante el proceso de actividad, el estudiante tropiece con algo incomprensible, que lo alarme, que lo asombre. La Enseñanza Problémica es un estado psíquico de dificultad que surge en el alumno cuando en la tarea que está resolviendo no puede explicar un hecho nuevo mediante los conocimientos que tiene, o realizar un acto conocido a través de los procedimientos generales y debe por lo tanto buscar un nuevo procedimiento de actuación.

Según Ortiz Ocaña (2004), remitiendo a Majmutov, la enseñanza problémica se analiza desde tres perspectivas: filosóficas, pedagógicas y psicológicas<sup>28</sup>.

- **Bases filosóficas:** La formación técnica y profesional exige que se encuentren los métodos para hacer que los estudiantes aprendan a razonar, a operar con conceptos de un mayor o menor grado de abstracción y generalización, y a su vez empleen más conscientemente el método dialéctico materialista, del conocimiento científico, en tales razonamientos.

De ahí que, desde una proyección filosófica, la Enseñanza Problémica se basa en la teoría Marxista – Leninista. Se fundamenta en la concepción dialéctico – materialista del conocimiento científico, que se desarrolla por etapas relacionadas entre sí y que suceden una a la otra, proceso que considera la práctica como fuente primaria para desarrollar el pensamiento abstracto y de ahí volver a la práctica al aplicar y sistematizar el conocimiento alcanzado; es decir que, los nuevos modelos metodológicos deben concebir que en las aulas se haga ciencia y no se trabaje con marcos conceptuales totalmente acabados, que no son susceptibles de perfeccionarse teórica y metodológicamente.

El principal fundamento filosófico de la Enseñanza Problémica es la contradicción como fuente y motor del desarrollo. Resolver un problema es solucionar la contradicción, que manifiesta no sólo la dificultad que se debe superar (dinámica de lo conocido y lo desconocido) sino que refleja y proyecta el camino de solución y, con ello, la propia superación dialéctica del problema.

---

<sup>28</sup> ORTIZ OCAÑA, Alexander Luis. Metodología de la Enseñanza Problémica en el aula de clases. Colombia: ASIESCA, 2004. p. 9 – 14.

- **Bases pedagógicas:** La actitud cognoscitiva que se debe crear en los estudiantes de formación técnica y profesional y los procedimientos de pensamiento a ella asociados han de ser expresión de una nueva motivación, de una nueva actitud hacia la asimilación de los conocimientos profesionales. Esto depende de la capacidad del docente de conformar alternativas metodológicas de aprendizaje que motiven al alumno, lo que resulta posible con la activación de su aprendizaje, cuya posibilidad la ofrece la problemicidad del contenido técnico.

Al respecto vemos que los intentos por enseñar a pensar pueden ser hallados en la actividad instructiva de Sócrates (470- 399 a. n. e), quien creía en la superioridad de la discusión sobre la escritura e inventó un método a través de preguntas denominado Mayéutica.

Por otro lado, los puntos de vista empiristas del filósofo inglés Bacon (1561 – 1626) exigían la búsqueda de la verdad mediante el estudio de la realidad. Comenius (1592 – 1670) introduce ideas en contra del dogmatismo en la enseñanza, plantea enseñar a los niños a pensar con su propia inteligencia. Rousseau (1712 – 1778) exigía métodos de enseñanza que tuvieran en cuenta las particularidades del alumno y se estableciera una estrecha relación de la enseñanza con la vida. Pestalozzi (1746 – 1827) difundió ideas encaminadas a activar el aprendizaje de los estudiantes mediante la observación, la generalización y las conclusiones personales para desarrollar el pensamiento de éstos. Planteaba que el niño debía ser guiado para aprender a través de la práctica y la observación, y por medio de la utilización natural de los sentidos. El pedagogo alemán Diesterweg (1790 – 1866) decía que el mal maestro informa la verdad mientras que el bueno enseña cómo encontrarla. Dewey (1859 – 1952) planteó el uso de las conclusiones científicas de los psicólogos acerca de que el pensamiento es la solución de problemas<sup>29</sup>.

La aspiración de estimular la actividad cognoscitiva y en consecuencia enseñar a pensar está contenida en el ideario pedagógico cubano, enriquecido con las sabias observaciones del Padre Caballero (1762 – 1835), quien se manifestó en contra del dogmatismo y en pro de reformas en los estudios universitarios. En la obra de este insigne pedagogo (1800 – 1862) existen criterios de avanzada sobre los métodos de enseñanza y sobre el trabajo, y a la juventud le pedía que no repitiera ni aprendiera de memoria. Desarrolló un pensamiento de marcado carácter empirista. Martí (1853 – 1895) consideraba que la educación debía responder a la época. Expresaba que educar “... es depositar en cada hombre toda la obra humana que le ha antecedido, es hacer a cada hombre resumen del mundo viviente, hasta el día en que vive; es ponerlo al nivel de su tiempo, con lo que no podría salir a flote, es preparar al hombre para la vida”.

---

<sup>29</sup> Ibid., p.11.

Desde esta proyección pedagógica es necesario desarrollar una pedagogía que estimule y haga realidad la integración entre docencia, producción e investigación.

- **Bases psicológicas.** Para lograr efectividad en la enseñanza problémica, es preciso conocer, desde el punto de vista psicológico, a quien va dirigida la labor del docente; es decir, distinguir las particularidades psicológicas que caracterizan la personalidad del sujeto a quien se enseña: el estudiante.

La estructuración de situaciones problémicas que ofrezcan al estudiante la posibilidad de emplear los conocimientos de la asignatura en su actividad social se convierte en un poderoso mecanismo que estimula el pensamiento independiente del estudiante y despierta el interés por el programa que estudia.

Desde la perspectiva psicológica, la enseñanza problémica se basa en el paradigma Histórico – cultural desarrollado por Vygotsky (1981), cuyas tesis incluyen revelaciones que de una u otra forma plantean exigencias al proceso de enseñanza – aprendizaje. La enseñanza debe estar encaminada a desarrollar la zona de desarrollo próximo en los estudiantes, lo cual dependerá de los conocimientos y de las acciones que sea capaz de lograr de manera independiente, con ayuda del profesor, del grupo, de la familia o de la comunidad<sup>30</sup>.

**2.2.2.1 Categorías fundamentales de la Enseñanza Problémica<sup>31</sup>.** La Enseñanza Problémica tiene como base el sistema conceptual de la Didáctica, pero adquiere una connotación diferente, modifica su contenido y extensión en dirección a la solución de los problemas de la sociedad.

En la Enseñanza Problémica se consideran cuatro categorías fundamentales: la situación problémica de aprendizaje, el problema docente, las tareas problémicas (Docentes integradoras) y las preguntas problémicas.

- **La situación problémica de aprendizaje:** Ésta es la primera etapa de la actividad cognoscitiva independiente, es el momento inicial del pensamiento. Provoca la necesidad cognoscitiva del estudiante y crea las condiciones internas para la asimilación en forma activa de los nuevos conocimientos y los procedimientos de la actividad.

Dicha necesidad se manifiesta cuando el estudiante muestra el deseo de comprender algo, cuando descubre una contradicción en su sistema de

---

<sup>30</sup> Ibid., p. 13.

<sup>31</sup> Ibid., p. 23.

conocimientos, cuando posee una imagen confusa, no muy clara, que da una señal de que algo no es así. La contradicción entre los nuevos conocimientos y los anteriores, entre lo conocido y lo desconocido, entre lo claro y lo no claro es el fundamento de la situación problemática.

Desde el punto de vista metodológico, desde el ángulo de la enseñanza, el profesor crea la situación y la dirige conscientemente hacia la asimilación de los conocimientos por parte de los estudiantes. Algunos autores como Silvestre proponen un procedimiento para la creación de situaciones problemáticas denominado “contraejemplo” y consiste en plantear al alumno una situación a partir de una contradicción que tiene que resolver (Silvestre, 2000; 94).

El Contraejemplo permite estimular el razonamiento de los estudiantes y disminuir los procedimientos memorísticos de aprendizaje. La contradicción a resolver para encontrar la solución, lleva al estudiante a la esencia del concepto que debe adquirir.

Otros autores como Martínez argumentan que las situaciones problemáticas deben satisfacer rangos como: la validez, que provoca al estudiante el deseo de salir de ella; la asequibilidad, la cual se debe ajustar al nivel de desarrollo de habilidades generalizadas en el estudiante, despertando el interés por resolverla (Martínez, 1987;130).

Según Matiushkin, las situaciones problemáticas, deben cumplir con ciertas funciones como servir como eslabón inicial del proceso de asimilación, asegurar las condiciones para el proceso de asimilación, servir como medio de control del proceso de asimilación y como medio para revelar el nivel de desarrollo de habilidades de los alumnos (Matiushkin, 1972; 85).

Para llevar a los estudiantes a una situación problemática en el proceso de enseñanza aprendizaje no basta con señalarles la contradicción entre lo que se estudia y los conocimientos que ellos ya tienen, sino que es necesario organizar su actividad para que ellos mismos descubran esa contradicción cuando estén inmersos en la solución de determinado proyecto o problema.

Por consiguiente, ¿cómo determinar la preparación del estudiante para el aprendizaje problemático? Se determina por su habilidad para descubrir la contradicción planteada por el docente. El estudiante no siempre logra por sí mismo resolver una dificultad creada, ya que ésta puede ser resuelta total o parcialmente por parte del docente, con la participación de los estudiantes, o puede ser resuelta por éstos de manera independiente o con la ayuda del docente.

Existen diversos criterios de clasificación de las situaciones problemáticas, entre los cuales se destacan: Las situaciones abiertas y cerradas que surgen ante el

estudiante y determinan su actividad intelectual (Matiushkin (1973) y Vergasov (1977))<sup>32</sup>, en las primeras no se encuentran todos los datos en el documento y aparecen otros elementos que plantean otras vías de solución, son complejas por sus propias características; mientras que en las segundas, el estudiante puede resolver el problema con los materiales que tiene, ya que cuenta con todos los datos, pueden ser simples y complejas.

Los tipos de situaciones problémicas sobre la base de las diferentes variedades de contradicciones existentes entre el conocimiento y los desconocimientos, las que constituyen las condiciones para su surgimiento. Estas son: no correspondencia entre los conocimientos y las exigencias de la tarea a resolver; contradicción entre lo teórico y la posibilidad práctica de su realización y contradicción entre los conocimientos y nuevas condiciones de aplicación (Kudriatsev (1969) Y Guevos (1973))

Las situaciones problémicas, según Ilin (1976)<sup>33</sup> de acuerdo con: la esfera de conocimientos científicos (o disciplina), los niveles de lo problémico (nivel de profundidad de la contradicción), la orientación en la búsqueda (nuevos conocimientos, modos de acción o revelación de posibilidades de aplicación), y de acuerdo con el tipo y carácter del aspecto conceptual de la contradicción (entre lo cotidiano y lo científico, entre lo inesperado y la imposibilidad de explicarlo),

- **El problema docente:** Es muy importante diferenciar el problema docente de la situación problémica y ésta se puede advertir en el plano cognoscitivo.

La situación problémica revela la contradicción y el problema expresa la asimilación de esa propia contradicción por el sujeto de aprendizaje para organizar la búsqueda científica.

Si la situación problémica representa lo desconocido, el problema docente, lo buscado. El problema docente es el reflejo subjetivo de la situación problémica, no puede existir independientemente de ésta. Es por ello que el problema es también objetivo porque es el elemento que objetivamente une a la escuela con la realidad de la sociedad; es la forma más concreta de expresión de la contradicción dialéctica. (Martínez, 1998, 69); y en él se manifiesta el carácter objetivo, por cuanto parte de una situación presente en el objeto y el carácter subjetivo, por que genera una necesidad en el sujeto.

Lo que para un estudiante es un problema, no tiene que serlo necesariamente para otro, ya sea porque conoce la solución o porque no ha interiorizado el problema. Es por ello que el problema es subjetivo. Es decir, que es un fenómeno subjetivo que existe en la conciencia del estudiante, que al

---

<sup>32</sup> Ibid., p. 26.

<sup>33</sup> Ibid., p. 27.

interiorizarlo ya sabe qué es lo que tiene que buscar, por eso su rasgo esencial es lo buscado. Es la situación problémica presente en el cuerpo teórico práctico de los contenidos de enseñanza y que exige la participación del estudiante para solucionarlo.

Muchos autores coinciden en que la solución del problema docente depende de la actividad investigativa del estudiante provocada en la situación problémica que originó la contradicción. “No es posible que los estudiantes identifiquen el problema si no asimilan la contradicción” (Martínez, 1987, 149).

El estudiante debe percibir en el problema “... la contradicción entre lo que conoce y lo que le falta por conocer para encontrar la solución, así como que sienta el interés por resolverlo, pues de lo contrario este pierde el carácter de problema” (Silvestre, 1999,45).

La contradicción que presenta el problema para el estudiante entre lo que conoce y lo que debe descubrir, implica el análisis, la reflexión, la formulación de suposiciones, la búsqueda y aplicación de estrategias de solución, la profundización en el conocimiento, su interconexión, lo cual deberá representar un esfuerzo mental sistemático, que estimule su propio desarrollo y facilite la interiorización de los procedimientos que emplea y su control.

El docente les puede proponer a los estudiantes la solución de determinado problema, pero si éstos no lo asimilan, si no lo hacen suyo, no es problema aún; se convertirá en problema cuando el estudiante de una manera voluntaria lo acepte en función de satisfacer sus necesidades, cuando lo subjetiviza, cuando se apropia de la situación problémica, cuando la lleva a su mente y a su corazón.

- **La tarea problémica (docente integradora):** La tarea es el factor fundamental de la búsqueda cognoscitiva.

Las tareas problémicas se definen como las acciones que se organizan para la búsqueda de elementos nuevos, en cuya base subyace la contradicción entre lo que hay y lo que el estudiante quiere lograr.

Por su forma de organización las tareas deben abarcar”... acciones colectivas individuales que aseguren la interacción de los alumnos entre sí y con el docente, y la interacción individual del alumno con el conocimiento”. (Silvestre, 1999, 33).

Es necesario organizar el proceso de asimilación de los contenidos de manera tal que el aprendizaje de los estudiantes sea un proceso ilimitado de planteamiento y solución de nuevos problemas y tareas. La tarea no puede

verse como un trabajo aislado que se le propone al estudiante, sino como un sistema en función de solucionar el problema.

En este sentido, se coincide con los criterios de Zilberstein (1999) y Silvestre (2000)<sup>34</sup>, quienes plantean que la tarea debe ser: variada, refiriéndose a las propias exigencias en la planificación de la tarea, es decir, que se manifiesten los diferentes niveles de complejidad, y aumentar siempre el grado de dificultad, de manera tal que el estudiante haga un mayor esfuerzo intelectual en función de estimular su desarrollo y tenga una mejor asimilación y una utilización más productiva del conocimiento; suficiente, determinado por el grado en que se asegura la ejercitación necesaria del estudiante para la formación del concepto, para la aplicación de los conocimientos obtenidos a nuevas situaciones o para la adquisición de la habilidad; diferenciada, requiere que el docente conciba la tarea en función de las diferencias individuales de los estudiantes, sus intereses, motivos y potencialidades. De ahí que el profesor tenga que planificar tareas específicas para algunos estudiantes, en dependencia de su nivel de preparación para enfrentarse a tareas más o menos complejas.

Autores como Zhuikov (1966), agrupa las tareas en<sup>35</sup>: tareas que son características del proceso de adquisición del conocimiento y habilidades, y tareas aplicadas para fijar el material estudiado.

El Pedagogo Polaco Okón (1968), subdivide las tareas cognoscitivas en<sup>36</sup>: Problémicas y no problémicas. También destaca varios tipos de tareas problémicas: las que pueden estructurarse desde el punto de vista metodológico con texto y sin texto, con un contenido común o abstracto.

- **La pregunta problémica:** La pregunta expresa de forma concreta la contradicción entre los conocimientos y los nuevos hechos.

La pregunta es "...una de las formas de revelar la esencia del objeto en forma directa, su planteamiento correcto indica que la actividad del pensamiento ha determinado la tendencia fundamental del objeto, sus contradicciones" (Kopnin,1961;236)

La pregunta problémica "...conduce a la reflexión del estudiante en la búsqueda de un conocimiento nuevo, ella aparece cuando las explicaciones al problema general se han agotado en el conocimiento común y se hace necesario incursionar en el conocimiento académico científico." (Medina,1997;114)

---

<sup>34</sup> Ibid., p. 33.

<sup>35</sup> Ibid., p. 34.

<sup>36</sup> Ibid., p. 35.

En el conjunto de categorías de la Enseñanza Problemática, la tarea problemática refleja un paso concreto de la actividad de búsqueda que ayuda a concretar la solución del problema docente y con ello propicia la asimilación de los conocimientos.

Se debe cambiar poco a poco el carácter de las preguntas hechas a los estudiantes; no se debe exigir la reproducción de los conocimientos, sino el análisis y la elaboración de deducciones e hipótesis propias.

La reiteración de la pregunta durante el desarrollo de la clase provoca nuevas versiones por parte de los estudiantes, lo cual genera la duda y obliga a pensar primero en ella más que en la respuesta. Una buena dirección y utilización de interrogantes prepara un adecuado ambiente para la asimilación productiva de los conocimientos.

Hay que enseñar a los estudiantes a dudar. La vida es mucho más compleja que la descripción que se lee en los libros. El estudiante se forma con el apoyo de la teoría pero inmerso en la práctica.

**2.2.2.2 Metodología de la enseñanza problemática en el aula de clases.** Según Ortiz O. (2004), en el proceso pedagógico, para lograr la asimilación de los conocimientos acumulados por la ciencia a lo largo de su desarrollo, es necesario "...recrear, aunque sea en forma breve, las principales vías que llevaron a la formulación de un concepto" (Martínez, 1987, 146). El término "asimilación" caracteriza el dominio o apropiación de los conocimientos por parte de los estudiantes.

Cuando la situación presente es nueva y el alumno reproduce procedimientos ya elaborados, se trata de una aplicación reproductiva. Si por el contrario, los procedimientos empleados por el estudiante son construidos por él, entonces adquiere una connotación productiva y creadora. Para lograr la asimilación productiva de los conocimientos es necesario aplicar métodos de enseñanza que propicien la participación de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje. Cuando se habla de participación se refiere a la interna, a la actividad mental y al desarrollo del pensamiento lógico, que es una vía para asimilar creadoramente los conocimientos.

**2.2.2.3 Elaboración de situaciones problemáticas de aprendizaje<sup>37</sup>.** La metodología para la elaboración de situaciones problemáticas comprende las cinco etapas siguientes:

- **Etapas 1. Caracterización de la comunidad:** El objetivo de esta etapa es determinar el problema; para tal fin, se seleccionan problemas de la comunidad

---

<sup>37</sup> Ibid., p. 81 – 90.

que sean portadores del concepto a estudiar; es decir, se definen los contenidos de la ciencia o de la sociedad que presentan posibles contradicciones para los estudiantes estableciendo el tipo de contradicciones inherentes a la ciencia y la comunidad.

- **Etapa 2. Delimitación de las categorías de análisis y las variables de reflexión:** En esta etapa se deben tener presente los siguientes aspectos: Actores particulares, escenario concreto, acciones de interrelación: hechos, fenómenos, procesos y momento específico o período de tiempo

En la descomposición del problema en categorías de análisis y variables de reflexión, se siguen tres pasos: identificar el grado de responsabilidad del hombre en el problema determinado el resultado de esta confrontación entre el estado actual y el estado deseado, es precisamente la esencia de la contradicción que porta la situación problémica de aprendizaje; determinar la esencia, regularidades y condiciones en que ocurre el hecho, fenómeno o proceso, se formula el problema docente ya sea en forma de pregunta o de descripción de la necesidad y se precisa el conocimiento que falta (lo desconocido); y delimitar la variable de reflexión. La variable predominante puede ser económica, política, social o jurídica, entre otras; ellas determinan el tipo de conocimiento que se persigue, aún cuando en la ciencia la tendencia interdisciplinaria debe ser la predominante ya que ésta permite un conocimiento más profundo y amplio de los problemas que se tratan.

- **Etapa 3. Formulación metodológica de la situación problémica de aprendizaje:** Es un proceso que implica: convertir el problema en situación problémica de aprendizaje y desglosar la situación problémica de aprendizaje en preguntas y / o tareas problémicas.

En el planteamiento de la situación problémica de aprendizaje se hace una lectura especial de la realidad social siempre en función de una necesidad e interés. La lectura de la realidad exige capacidad para percibir, comprender, interpretar, descubrir contradicciones, relaciones y tendencias de la información y de los datos con que ha sido descrita la situación. La situación problémica de aprendizaje surge de la experiencia del hombre, de la cotidianidad, no es una situación inventada con el objetivo de atrapar a los estudiantes en las redes del conocimiento científico, es un recurso metodológico de motivación hacia la búsqueda de ese conocimiento, a partir de la necesidad individual y colectiva real, de aquello que le ocurre e inquieta a diario en su interacción con la sociedad.

El proceso en su conjunto sigue los pasos del pensamiento científico: identificar situaciones problémicas, delimitar y definir problemas, formular

hipótesis, buscar, organizar y analizar información, y dar respuestas y arribar a resultados que solucionan la contradicción planteada.

- **Etapa 4. Selección de los métodos de Enseñanza Problemática:** El análisis y selección de los métodos problemáticos de enseñanza permite plantear un nuevo enfoque curricular y favorece el desarrollo de una concepción metodológica facilitadora de una articulación interdisciplinaria que propicie al estudiante un conocimiento más amplio y profundo de la realidad social en que vive, la cual se concibe como base del conocimiento y punto de partida de la situación problemática de aprendizaje.

Los métodos problemáticos “educan el pensamiento creador y la independencia cognoscitiva de los estudiantes, aproximan la enseñanza y la investigación científica”(Martínez, 1987; 90). Para lograr que la situación problemática se convierta en problema docente, es preciso el empleo adecuado de los métodos problemáticos de enseñanza.

Martínez (1987) define dentro de los métodos problemáticos los relacionados con: la exposición problemática, la conversación heurística, la búsqueda parcial y el investigativo.

- **Exposición Problemática:** Este método consiste en que el docente, al desarrollar su actividad docente, crea situaciones problemáticas, de manera que logra la actividad mental independiente de los estudiantes, introduce preguntas reflexivas que estimulan el interés de los mismos y establece un diálogo mental con ellos.

Se utilizan preguntas para dirigir el pensamiento del estudiante hacia la consecución de la verdad. El descubrimiento del concepto lo hace el docente con la participación del estudiante.

- **Conversación Heurística:** En este método el profesor establece un diálogo con el estudiante dirigido mediante preguntas que van orientando el proceso de razonamiento de los estudiantes para que lleguen a conclusiones que solucionen el problema. Las preguntas deben ser expresadas de manera clara, es decir, comprensibles para los estudiantes, no deben tener respuestas obvias sino deben requerir una reflexión y elaboración previas, necesitando de un proceso de razonamiento y esfuerzo intelectual; y deben estar concatenadas de tal forma que dirijan ese razonamiento paso a paso y de etapa en etapa.

Se produce un proceso interactivo profesor – estudiante y estudiante – estudiante, el cual debe ser bien aprovechado por el docente para propiciar el debate, la discusión y el intercambio de criterios en la actividad docente.

- **Búsqueda Parcial:** Este método se caracteriza por la solución de problemas de manera independiente por parte de los estudiantes, en los cuales el profesor organiza la participación de éstos para la realización de determinadas tareas docentes que contribuirán a la solución de una situación o al descubrimiento de un concepto.

En este método el docente plantea preguntas y tareas problémicas y el análisis de sus respuestas o soluciones se realiza mediante la conversación heurística y los debates que sostiene con los estudiantes. Este método depende no sólo del contenido del tema, sino del nivel de preparación y capacidad de trabajo de los estudiantes.

El descubrimiento del concepto lo lleva a cabo el estudiante con la ayuda del profesor, a diferencia de la exposición problémica en la que el descubrimiento lo hace el docente con la participación de los estudiantes.

- **Método Investigativo:** La esencia de este método puede definirse como el método de organización de la actividad creadora de los estudiantes, tendiente a solucionar problemas nuevos para ellos. Los estudiantes resuelven problemas ya resueltos por la sociedad y por la ciencia, pero que son nuevos para ellos. El profesor presenta uno u otro problema para la investigación independiente, conoce su resultado, el proceso que conduce a su solución y las habilidades y conocimientos que son necesarios para su resolución.

Este método permite el uso de las estrategias y recursos heurísticos en general, así como el desarrollo de procedimientos en la investigación o aplicación de este método. Debe tomar en cuenta las características particulares de los alumnos y aunque en principio es aplicable a cualquier estudiante, resulta muy útil en la atención a los alumnos de alto rendimiento. Pueden orientarse trabajos individuales o colectivos, donde se asegure la participación activa de cada miembro del equipo de trabajo.

Entre los criterios de selección de los métodos problémicos están los siguientes:

- Determinar contenidos que demandan una mayor utilización de formas de pensamiento no algorítmicas, dando preferencia a aquellos para los cuales se exigen los niveles de asimilación aplicativo o creador.
- Considerar: niveles de preparación de los estudiantes, grado de desarrollo de habilidades básicas, tiempo disponible en el programa, condiciones organizativas y materiales del centro escolar, para determinar en qué medida pueden ser utilizados los métodos problémicos y cómo modificar aquellos que dificultan su aplicación.

- Decidir el método problémico más apropiado de acuerdo con el nivel de relación con los contenidos precedentes y las particularidades físicas – psicológicas de los estudiantes, sobre la base del método de búsqueda parcial, que es el que puede ser utilizado con más frecuencia, aunque es necesario incorporar en la medida de lo posible los tres restantes métodos.

- **Etapa 5. Utilización de las técnicas y procedimientos metodológicos generalizados en correspondencia con las condiciones psicopedagógicas:** La utilización reiterada de las acciones propias de las técnicas para la solución de problemas y la sistematización de las mismas, conlleva a los estudiantes a generalizar un procedimiento de solución de problemas.

En correspondencia con las técnicas y procedimientos específicos de solución de situaciones problémicas de aprendizaje y el análisis del proceso lógico del pensamiento del alumno en dicha situación, existe el siguiente procedimiento metodológico generalizado para la solución de situaciones problémicas en el aula de clases:

- ¿Cuál es la contradicción que se debe resolver? Se analiza la información social.
- ¿Cómo se resuelve la contradicción? Se buscan las vías de solución. Se resuelve la contradicción.
- ¿Es correcta la solución desde el punto de vista social? Se comprueba si la solución es pertinente o no, sobre la base de las normas generales de la sociedad.
- ¿Se puede encontrar una solución más racional? Se busca una solución más racional.

La sucesión anterior de pasos no se produce de una manera esquemática, ni rígida. Las acciones no se dan como una secuencia lineal, sino en espiral; ya que en determinados momentos del proceso de solución del problema, el estudiante repite, en un nivel superior, el mismo tipo de acción que caracteriza un paso determinado; y la respuesta correcta a las preguntas constituye un paso de avance en la solución del problema docente por parte del estudiante.

Por último, la estructura didáctica para la formulación metodológica de situaciones problémicas de aprendizaje desarrollador debe estar basada en las acciones concretas que utilizan los estudiantes para la solución de las situaciones problémicas de aprendizaje.

**2.2.2.4 Técnicas para la solución de situaciones problémicas en el aprendizaje.** Cada técnica constituye un procedimiento de trabajo, abarca un

conjunto de acciones concretas y constituye una importante herramienta de control y reestructuración del proceso lógico del pensamiento.

Para la solución de problemas docentes se utilizan la técnica de análisis y reflexión y la técnica de comprobación. En la primera mediante el análisis de la situación de aprendizaje planteada, el estudiante determina la información que brinda la misma y, por tanto, precisa la relación entre las categorías de análisis y la variable de reflexión; para ello, identifica el grado de responsabilidad del hombre en el problema determinado, determina el hecho o fenómeno social que se evidencia en la situación problémica (variable de reflexión) y determina la esencia, regularidades y condiciones en que ocurre el hecho o fenómeno social. Mientras que la segunda técnica permite comprobar si el procedimiento empleado en la solución planteada es correcto.

**2.2.3 Las habilidades y los conceptos en el desarrollo del pensamiento matemático.** Las habilidades son capacidades humanas orientadas hacia las ideas rectoras que permiten revelar o profundizar en la esencia del conocimiento, las que se forman apoyándose en las leyes del proceso de asimilación y con la calidad programada previamente y están orientadas hacia la solución de tareas y la formación de los modos de actuación profesional que permitan el logro de los objetivos de la especialidad y de la sociedad en general.

Las principales habilidades de pensamiento matemático a desarrollar en la enseñanza de las matemáticas se clasifican en<sup>38</sup>:

- Habilidades sobre operaciones y métodos del pensamiento: análisis y síntesis, abstracción y concretización, globalización y particularización, deducción e inducción.
- Habilidades lógico formales: comparar, identificar, definir, clasificar, describir, explicar, interpretar, predecir y transferir.
- Habilidades lógico dialécticas: revelar las manifestaciones de las leyes y las categorías generales del desarrollo en el objeto de la matemática y la profesión, mediante el enfoque dialéctico de los conocimientos y durante el proceso de formación de las restantes habilidades por todas las disciplinas como tendencia esencial en la dirección del proceso docente -educativo.

Leyes correspondientes a la unidad y lucha de contrarios, de los cambios cuantitativos en cualitativos, de la negación; y las categorías con referencia a la

---

<sup>38</sup> RODRÍGUEZ, Yoisell. La matemática en el desarrollo de las habilidades intelectuales. Costa Rica. En: Sección lógica y matemáticas. Revista Interacción de las Ciencias. Volumen 7, número 2. ISPN EEKEAAYZUYXKEXVJRD. ISSN 1409-4703. Disponible en Internet:< <http://revista.inie.ucr.ac.cr>>

esencia y el fenómeno, lo general y lo singular, el todo y la parte, el contenido y la forma, la causa y el efecto, la necesidad y la casualidad, la posibilidad y la realidad.

- Habilidades específicas de la profesión: abstracción matemática, uso de asistentes y de software.
- Otra clasificación: H. Hernández presenta su Sistema Básico de Habilidades Matemáticas como parte del contenido de su Tesis Doctoral (Hernández, 1989). Como integrantes de dicho Sistema Básico se encuentran las habilidades definir y demostrar, "que son las que por su propia naturaleza establecen el vínculo primario con el sistema de conocimientos" (Hernández, 1989), así como identificar, interpretar, recodificar, graficar, algoritmizar y calcular mediante las cuales hacemos matemática, es decir resolvemos problemas matemáticos en su acepción amplia. El sistema de estas habilidades fue ampliado posteriormente con la habilidad modelar y más recientemente con las habilidades comparar, resolver, aproximar y optimizar.

Cuando se tiene en cuenta el trabajo de forma conciente para el desarrollo de las habilidades intelectuales, los alumnos mejoran su aprovechamiento docente, son copartícipes de los conocimientos y logran una mayor madurez en el hacer. Por lo tanto, la estructuración de los programas para la formación de un profesional poseedor de un pensamiento creativo, presupone la determinación de un sistema de habilidades gracias al cual se expresen los conocimientos.

En las aulas donde naturalmente se tienen alumnos con diferentes caracteres, diferentes niveles del conocimiento y diferentes ritmos de aprendizaje, la asignatura de Cálculo Integral, puede potenciar el desarrollo de las habilidades intelectuales de los estudiantes.

Entre las habilidades intelectuales básicas de pensamiento matemático a desarrollar, se destacan:

- Interpretar: atribuir el significado a las expresiones matemáticas de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problema real que se aborde.
- Identificar: distinguir el objeto de estudio matemático sobre la base de sus rasgos esenciales. Determinar si el objeto pertenece a una determinada clase de objetos que presentan ciertas características distintivas.
- Recodificar: transferir la denominación de un mismo objeto de un lenguaje matemático a otro. Expresar el mismo tipo de objetos a través de formas diferentes, no es más que la utilización de signos diferentes para un mismo modelo.

- Calcular: es la forma esencial de existencia de un algoritmo que puede llevarse a cabo de forma manual, verbal (oral o escrita), mental y mediante el uso de tablas, calculadoras u ordenadores.
- Algoritmizar: plantear una sucesión estricta de operaciones matemáticas que describan un procedimiento conducente a la solución de un ejercicio o problema.
- Graficar: representar relaciones entre objetos matemáticos, tanto desde el punto de vista geométrico, como a través de diagramas y tablas, y recíprocamente, inferir las relaciones y propiedades existentes, a partir de su representación gráfica.
- Definir: establecer mediante una proposición las características necesarias y suficientes del objeto de estudio.
- Demostrar: establecer una sucesión finita de pasos para fundamentar la veracidad de una proposición o su refutación.
- Modelar: asociar a un objeto no matemático un objeto matemático que represente determinados comportamientos, relaciones o características suyos.
- Comparar: establecer una relación entre lo cuantitativo o cualitativo que hay entre dos entes matemáticos de un mismo conjunto o clase.
- Resolver: encontrar un método o vía que conduzca a la solución de un problema matemático.
- Optimizar: encontrar el objeto (valor numérico, función, conjunto, etc.,...) que maximiza o minimiza (en algún sentido) la clase de objeto a la que pertenece o el método óptimo de resolución de determinado problema.
- Aproximar: sustituir un objeto por otro el cual se considera modelo suyo.
- Sintetizar: componer todo un conocimiento matemático a través de la reunión de las partes que lo conforman.

El desarrollo de habilidades básicas de pensamiento hace posible la adquisición de conceptos matemáticos. Los conceptos junto con los juicios y los razonamientos son formas lógicas del pensamiento que conforman su correspondiente estructura; son el reflejo en la conciencia del hombre de la esencia de los objetos o clases de objetos, de los nexos esenciales sometidos a ley de los fenómenos de la realidad objetiva; pueden ser definidos buscando el sentido y la referencia, ya sea en función de la intensión de ellos, del lugar que el objeto ocupa en la red conceptual que el individuo posee; o haciendo alusión a sus atributos; nos sirven para limitar el aprendizaje, reduciendo la complejidad del entorno y para identificar objetos, para ordenar y clasificar la realidad; y nos permiten predecir lo que va a ocurrir.

Los conceptos se forman a través de dos corrientes: empirista, mediante el desarrollo de la asociación; y europea, por medio de la reconstrucción.

Para la corriente empirista o asociacionista no hay nada en el intelecto que no haya pasado por los sentidos. Todos los estímulos son neutros. Los organismos

son todos equivalentes. El aprendizaje se realiza a través del proceso recompensa-castigo (teoría del conductismo: se apoya en la psicología fisiológica de Pavlov). Es antimentalista. El recorte del objeto está dado por la conducta, por lo observable. El sujeto es pasivo y responde a las complejidades del medio.

Para las corrientes europeas, que están basadas en la acción y que tienen uno de sus apoyos en la teoría psicogenética de Piaget, el sujeto es activo. Los conceptos no se aprenden sino que se reconstruyen y se van internalizando. Lo importante es lo contextual, no lo social.

Las corrientes del procesamiento de la información tienen algo de las dos vías formadoras de conceptos. El sujeto no es pasivo. Aparece un nuevo recorte del objeto: la mente y sus representaciones. Las representaciones guían la acción. Los estados mentales tienen intencionalidad. El programa, que tiene en su núcleo la metáfora del ordenador, es mentalista; privilegia la memoria.

Las teorías del aprendizaje tratan de explicar como se constituyen los significados y como se aprenden los nuevos conceptos.

Según algunos psicólogos y filósofos empiristas las personas adquieren conceptos mediante un proceso de abstracción (teoría inductivista) que suprime los detalles idiosincráticos que difieren de un ejemplo a otro, y que deja sólo lo que se mantiene común a todos ellos. Este concepto, llamado prototipo, está bien definido y bien delimitado y tiene sus referentes en cada uno de sus atributos. En consecuencia, la mayoría de los experimentos han utilizado una técnica en la cual los sujetos tienen que descubrir el elemento común que subyace a un concepto<sup>39</sup>.

Los conceptos cotidianos, en cambio, no consisten en la conjunción o disyunción de características, sino más bien en relaciones entre ellas. Otro aspecto de los conceptos de la vida diaria es que sus ejemplos puede que no tengan un elemento común. Wittgenstein<sup>40</sup> en sus investigaciones filosóficas: sostuvo que los conceptos dependen, no de los elementos comunes, sino de redes de similitudes que son como las semejanzas entre los miembros de una familia. Estos conceptos no son entidades aisladas e independientes, están relacionados unos con otros; sus límites están establecidos, en parte, por la taxonomía en que aparecen; las relaciones más claras son las jerarquías generadas mediante la inclusión de un concepto dentro de otro.

En el estudio de los conceptos, sobresale la teoría de los esquemas.

---

<sup>39</sup> DE ZULOWIKI. Adquisición de conceptos. La enciclopedia libre, 2007. Disponible en <URL: <http://www.zulopraha.com/wiki/index.php?title=4. Adquisici%C3%B3n de conceptos>>

<sup>40</sup> Ibid.

La teoría de los esquemas se puede considerar como una teoría de la representación y utilización de los conceptos almacenados en la memoria. Es una teoría general del procesamiento (RUMELHART, 1984). Esta teoría se ocupa de cómo se representa el conocimiento y de cómo se usa el conocimiento almacenado. La unidad básica de procesamiento serían los esquemas, consistentes en "paquetes de información" sobre conceptos genéricos. Los esquemas representan conocimientos, son representaciones prototípicas de los conceptos, son estructuras de datos para representar conceptos genéricos almacenados en la memoria."<sup>41</sup> (RUMELHART, 1984, pág. 163).

Una de las características de los esquemas es su posición con respecto a la distinción entre conocimiento declarativo y procedimental. Los esquemas tienen una naturaleza flexible que les permite ser utilizados tanto de modo declarativo como procedimental.

Los esquemas son paquetes de conocimiento en los que, además del propio conocimiento hay información sobre cómo debe usarse ese conocimiento. El carácter jerárquico de la organización de los esquemas conlleva necesariamente la existencia de conceptos genéricos de diverso nivel de abstracción. Entre los esquemas para la enseñanza y aprendizaje de conceptos está el Mentefacto Conceptual.

Un mentefacto conceptual es una forma gráfica, muy esquematizada, elaborada a fin de representar la estructura interna de los conceptos<sup>42</sup>. Este organizador del pensamiento está compuesto principalmente por cuatro operaciones conceptuales: supraordinación, identifica el género de la clase en cuestión; exclusión, opone ideas, clases o nociones, muy próximas entre sí; isoordinación, relaciona o vincula ideas entre sí; e infraordinación, divide el concepto en subclases.

**2.2.4 Generalidades del Cálculo.** La palabra Cálculo proviene del latín *calculus*, que significa contar con piedras, y precisamente desde que el hombre ve la necesidad de contar, comienza la historia del Cálculo, o de las matemáticas; convirtiéndose de esta forma en una de las disciplinas más antiguas y útiles.

Se puede atribuir que el origen del Cálculo Integral se remonta ya a la época de Arquímedes (287-212 a.C.), matemático griego de la antigüedad, quien obtuvo resultados tan importantes como el valor del área encerrada por un segmento parabólico. La derivada apareció veinte siglos después para resolver otros problemas que en principio no tenían nada en común con el Cálculo Integral.

Con el Cálculo aparecen las matemáticas del movimiento y el cambio. Esta disciplina fue creada en los siglos XVI y XVII básicamente para resolver problemas

---

<sup>41</sup> RODRÍGUEZ, Op. Cit.

<sup>42</sup> DE ZUBIRÍA, Miguel. Tratado de Pedagogía Conceptual. Pedagogías del siglo XXI: Mentefactos I, Fundación Alberto Merani. Colombia: Fondo de Publicaciones Bernardo Herrera Merino, 1998. p. 227.

relacionados con la Mecánica, en particular el cálculo integral permitió entonces calcular el recorrido total de un cuerpo en movimiento con velocidad variable en un intervalo de tiempo dado así como el trabajo realizado por una fuerza variable y en general calcular el resultado global de la acción de una magnitud variable a lo largo de cierto intervalo.

Después de esta larga trayectoria, atravesando por el renacimiento, época también importante en la historia de las matemáticas; luego en el siglo XVIII es finalmente la etapa donde se introducen los conceptos del Cálculo y sus ramificaciones, con el gran desarrollo del Análisis Matemático al crear las ramas del Cálculo Diferencial e Integral.

El descubrimiento más importante del cálculo infinitesimal, creado por Barrow, Newton y Leibniz, es la íntima relación entre la derivada y la integral definida, a pesar de haber seguido caminos diferentes durante veinte siglos. Una vez conocida la conexión entre derivada e integral (Teorema de Barrow), el cálculo de integrales definidas se hace tan sencillo como el de las derivadas. Johann Bernoulli escribió el primer curso sistemático de cálculo integral en 1742, sin embargo, fue Euler quien llevó la integración hasta sus últimas consecuencias. La acumulación de las investigaciones de aquel entonces dio lugar a la creación de la estructura del Cálculo, de tal forma que los métodos de integración indefinida alcanzaron prácticamente su nivel actual.

Si se tratara de enumerar las utilidades del Cálculo, en especial del Cálculo Integral, en las diversas ciencias o áreas del conocimiento, el tiempo que demandaría sería demasiado.

Algunas aplicaciones básicamente en el área de la Ingeniería. Por ejemplo, en Ingeniería de Instrumentación y Control, con frecuencia se presenta el problema de nivel de tanque o recipiente, y para solucionar el problema de control de nivel se puede hacer uso de la integral. Un modelo matemático puede ayudar a la producción de gas natural, Ingeniería en Hidrocarburos. Modelos de propagación de enfermedades contagiosas, Medicina. En la Informática, en proyectos que involucran modelos matemáticos complejos representados con ecuaciones integrales, cuya solución demanda una gran cantidad de cálculos con alta precisión, es necesaria la utilización de algoritmos que conduzcan hacia una buena estimación del resultado final. Y en grandes ámbitos como la tecnología espacial, la nanotecnología, entre otros.

Los alcances del Cálculo Integral también se manifiestan en otras áreas del conocimiento científico-técnico que utilizan sus conceptos básicos para crear y resolver modelos matemáticos que ayudan a comprender fenómenos de la más diversa naturaleza. El Cálculo es aplicado en problemas de la Mecánica, la Termodinámica, la Mecánica de Fluidos, la Electricidad y el Magnetismo, el Balance de Materia y Energía, la Economía, entre otros.

No podemos hablar de una formación científica real en una persona del área de las ciencias técnicas o experimentales, si no está capacitado para identificar, representar y resolver problemas con la ayuda de modelos matemáticos que conllevan la utilización de las herramientas del Cálculo, en especial de la Integral; pues esto precisamente le confiere el carácter científico al proceso. Por todo lo mencionado, es importante el estudio del Cálculo en la formación de los profesionales en Ingeniería o áreas afines. La enseñanza de los principios del Cálculo implica un conjunto de aspectos posibles de ser revisados.

Concretamente se observa que si bien se puede enseñar a los estudiantes a realizar de forma medianamente mecánica algunos cálculos de derivadas e Integrales y a resolver algunos problemas estándar, se encuentran grandes dificultades para que ingresen en el campo del Cálculo y para hacerlos alcanzar una comprensión satisfactoria de los conceptos y métodos de pensamiento que son el centro de este campo de la Matemática.

El trabajo en el aula, debe básicamente romper cierto círculo vicioso donde el trabajo de los alumnos se centra en prácticas algorítmicas y algebraicas del Cálculo solamente, siendo luego evaluadas en esencia las competencias adquiridas en este dominio.

El acceso al Cálculo se ve dificultado por cuestiones diversas que se entrelazan y refuerzan mutuamente en redes complejas. Su análisis permite identificarlas reagrupándolas en tres categorías:

La primera categoría, asociada con la complejidad de los objetos básicos del Cálculo (números reales, sucesiones, funciones) y al hecho de que estos objetos se conceptualizan plenamente cuando se inicia una enseñanza del Cálculo que va a contribuir fuertemente a tal conceptualización. Los números reales y las funciones no son objetos desconocidos por los alumnos cuando se inicia la enseñanza del Cálculo. El Cálculo con números irracionales, las situaciones funcionales ligadas a las funciones lineales y afines son objetos “en construcción” que no pueden considerarse “inertes” a medida que se efectúa el aprendizaje del mismo. Justamente el aprendizaje del Cálculo se convertirá en uno de los motores de su conceptualización.

La segunda, asociada a la conceptualización y a la formalización de la noción de límite, derivada e integrales centros del campo del Cálculo. Los alumnos tienden a considerarlos como dos procesos distintos: uno que se efectúa sobre la variable y el otro sobre los valores de la función. El concepto formalizado aparece como un concepto hecho para “probar”, lo cual rompe parcialmente con las formas de conocimientos anteriores. Y su función de concepto unificador del campo del Cálculo es en este momento tan fundamental como su función en la producción matemática.

La tercera y última, vinculada con las rupturas necesarias con relación a los modos de pensamiento puramente algebraicos, muy familiares, y a las especificaciones del trabajo técnico en el Cálculo. El Cálculo es un dominio donde la actividad matemática se apoya bastante en las competencias algebraicas. Pero al mismo tiempo es un dominio donde se hace necesaria una ruptura con ciertas prácticas algebraicas para acceder a él; particularmente se consideran las rupturas necesarias en el nivel del tratamiento de la igualdad, así como en el nivel de las formas de razonamiento.

El Cálculo, como disciplina, aborda conceptos muy importantes.

Desde tiempo de los griegos el problema de cálculo de áreas de figuras de formas irregulares acaparó la atención para los agrimensores y desde luego para los propios matemáticos de su tiempo, al igual que el de derivada como razón de cambio; por lo que la importancia en la historia respecto del Cálculo radica en la conexión de dos procesos distintos en apariencia como son la derivación y la integración y probar que estos son procesos mutuamente inversos. La estrecha relación que existe entre la Derivada y la Integral se puede entrever entendiendo la Integral como una antiderivada.

El concepto de Integral se obtiene del Teorema del cambio total<sup>43</sup>: “La integral de

una razón de cambio es el Cambio Total:  $\int_a^b F'(x)dx = F(b) - F(a)$ ”

Este principio se puede aplicar a todas las razones de cambio que se presentan en las Ciencias Naturales y las Ciencias Sociales.

La utilización de la integral como "antiderivada", se fundamenta en la resolución de ecuaciones diferenciales, y su aplicación geométrica como el cálculo del área bajo la curva ligándola con conceptos de la teoría de la probabilidad.

No obstante, el proceso de integración no se encuentra restringido al cálculo de áreas, sino que se aplica de manera más completa en todos los procesos de acumulación en los que la variación del fenómeno se manifiesta comúnmente de manera imperceptible.

Por lo tanto, los procesos del límite son esenciales para poder conformar interpretaciones adecuadas de fenómenos acumulativos o simplemente de variación, por lo que descubrir en un proceso como se dan los incrementos y después llevar al límite esas propuestas, son una fuente inagotable de interpretaciones de la integral y por tanto de su aplicación.

---

<sup>43</sup> STEWART, James. Cálculo en una variable. Cuarta edición. México: Thomson, 2002. p. 404.

La Integral se aplica al Cálculo infinitesimal y tiene que ver con el concepto de suma de porciones; el símbolo que se usa es  $\int$  (no tiene equivalente en ningún alfabeto). En este caso se cambia el símbolo  $\Delta$  por la letra  $d$  (diferencial).

Igual que en el caso de  $\Sigma$  (sumatoria), también se indica dentro de que límites se hará la integración, aunque con frecuencia se usa la expresión en forma más general sin indicar los límites. En el primer caso se le llama integral definida (con límites) y en el segundo caso se la denomina integral indefinida (sin aclarar los límites).

Dentro de los problemas típicos, en el estudio de aplicaciones de la integral, que se pueden expresar de manera directa mediante integrales y complementarios al problema básico de “área bajo la curva” se tienen: área entre curvas, sólidos de revolución, longitud de curvas, centroides de figuras planas y momentos de Inercia de cuerpos planos.

### **2.2.5 Enfoque didáctico de la Enseñanza Problemática en el Cálculo Integral.**

Para lograr la asimilación productiva del concepto de Integral, es necesario aplicar métodos de enseñanza que propicien la participación interna, mental en la búsqueda del desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes en el proceso de enseñanza aprendizaje como una vía para asimilar creadoramente los conocimientos.

La Estrategia Enseñanza Problemática aporta elementos muy valiosos para satisfacer la citada necesidad, entre ellos:

- Las situaciones problemáticas de aprendizaje, que crean y dirigen conscientemente situaciones hacia la asimilación del concepto de Integral, a través de métodos como el “contraejemplo” donde se plantea al alumno una situación a partir de una contradicción que tiene que resolver, estimulando el razonamiento y logrando disminuir los procedimientos memorísticos de aprendizaje.

La contradicción a resolver para encontrar la solución, lleva al estudiante a la esencia del concepto de Integral que debe adquirir.

- La pregunta problemática “...conduce a la reflexión del estudiante en la búsqueda de un conocimiento nuevo, ella aparece cuando las explicaciones al problema general se han agotado en el conocimiento común y se hace necesario incursionar en el conocimiento académico científico.” (Medina, 1997; 114)

El carácter de las preguntas hechas a los estudiantes no exige la reproducción de los conocimientos, sino el análisis y la elaboración de deducciones e

hipótesis propias. La buena dirección y utilización de interrogantes prepara un adecuado ambiente para la asimilación productiva del concepto de Integral.

### **2.2.6 Los contenidos actitudinales del campo de conocimiento matemático.**

Con respecto a la construcción de contenidos actitudinales, es necesario considerar que el hacer matemática en el aula debe desarrollar en el alumno la tenacidad, el esfuerzo y disciplina como condiciones necesarias del quehacer matemático y como actitudes que contribuyen a llevar a cabo su proyecto de vida. Las situaciones de discusión y debate le deben enseñar a valorar la tolerancia y el pluralismo de ideas tanto en la clase de Matemática como en su participación en la vida en sociedad, como así también valorar el análisis de situaciones para la comprensión de las mismas y la toma de decisiones.

De igual manera, el resolver situaciones, corroborar hipótesis y comunicar soluciones; le deben enseñar al estudiante a valorar el lenguaje preciso, claro y conciso de la Matemática como organizador del pensamiento y a cuestionar la validez y generalidad de las afirmaciones propias y ajenas en relación con el conocimiento matemático.

Por consiguiente, la búsqueda de soluciones sobre las dificultades que el aprendizaje de las Matemáticas lleva implícito y los intensos bloqueos que los estudiantes padecen ante muchas actividades que guardan relación con las Matemáticas, debe llevar a los maestros hacia la búsqueda de modificaciones en el trabajo del aula para promover el aprendizaje en los alumnos desarrollando sus potencialidades para aplicarlas en el hacer cotidiano. Aquellos cambios que ajusten el proceso de enseñanza / aprendizaje acercándose a la motivación permiten reconocer mejoras en las actitudes de los estudiantes; porque puede ocurrir que las actividades propuestas por el profesorado a los alumnos sean potencialmente significativas y que la metodología sea la adecuada, pero que el alumnado no esté en condiciones de hacerlas suyas porque no esté motivado. Este tipo de dificultades está relacionado con la autoestima y la historia escolar del alumno.

### 3. METODOLOGÍA DEL PROYECTO

Se ejerció una influencia directa sobre el problema de investigación, controlando y manipulando los factores o fenómenos que influían en el aprendizaje del concepto de Integral.

El estudio fue cuantitativo porque el problema metodológico central se relacionó con la medición de la proporción de estudiantes que aprendieron el concepto de Integral. Sin embargo, durante el proceso metodológico se tuvieron en cuenta aspectos cualitativos para determinar la actitud de los estudiantes hacia el Cálculo.

El diseño de la investigación fue de corte cuasiexperimental. Según Hernández S. R. (1998) en este tipo de diseño, “los sujetos no son asignados al azar a los grupos ni emparejados; sino que dichos grupos ya están conformados antes del experimento, son grupos intactos (la razón por la que surgen y la manera como se formaron fueron independientes o aparte del experimento)”<sup>44</sup>.

Se seleccionó el método cuasiexperimental por la siguiente razón: los grupos son intactos, no se crean, ya son conformados por motivos diferentes al cuasiexperimento, en este caso, la elección de estudiar el Programa Académico correspondiente a Electromecánica y la asignación de estudiantes a los grupos por parte de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingenierías.

#### 3.1 MUESTRA

La muestra motivo de estudio estuvo conformada por 40 estudiantes de Tecnología en Electromecánica de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería de las Unidades Tecnológicas de Santander, jornada nocturna, que iniciaban en el I semestre de 2008 el curso de Cálculo Integral.

En la selección de la muestra, se tuvo en cuenta el siguiente procedimiento:

- La investigadora visitó dos grupos de Cálculo Integral conformados previamente en la época de matrículas por las Unidades Tecnológicas de Santander, en horarios ya definidos para dichos cursos e hizo la invitación a participar en un estudio relacionado con la respectiva materia. La motivación estuvo enfocada a conocer más aspectos del Cálculo importantes en su

---

<sup>44</sup> HERNANDEZ S. Roberto. Metodología de la Investigación. Segunda edición México: Mc Graw Hill, 1998. p. 169.

preparación como futuros profesionales en Electromecánica. Se convocó a una primera reunión a todos los interesados en participar en dicho estudio.

- En la primera reunión de estudiantes interesados en el estudio, se determinaron dos horarios de encuentro, uno para cada grupo invitado, según disponibilidad de los participantes de cada curso, llamando al grupo de 20 estudiantes del horario de lunes, miércoles y viernes de 5:00 a 6:30 pm, grupo control y al otro grupo de 20 estudiantes del horario de martes y jueves de 5:00 a 6:30 pm y sábados de 2:30 a 4:00 pm, grupo experimental; sin comunicarles a los participantes la asignación del nombre de cada grupo. Por consiguiente, la asignación no se hizo al azar, porque los dos grupos ya estaban constituidos por la asignación de estudiantes a los diferentes cursos por parte del Programa de Electromecánica (razones distintas al cuasiexperimento), solo se propuso un horario distinto para las sesiones de trabajo con los estudiantes interesados en participar en dicho estudio.

Una vez conformados los dos grupos, se elaboraron los listados correspondientes y se aplicó, en la misma sesión, las dos pruebas pretest: la de actitud y la correspondiente a conocimientos sobre el concepto de Integral.

A los participantes de cada grupo se le asignó un código, correspondiente a un número consecutivo de 1 a 40, según el orden de entrega de la solución correspondiente a las pruebas pretest, este número o código asignado se registró tanto en las hojas de las pruebas como en la planilla de cada grupo, elaborada previamente.

De esta manera, el grupo control quedó conformado por los estudiantes con números: 1, 2, 4, 6, 8, 10, 16, 20, 22, 23, 26, 29, 30, 31, 32, 34, 35, 36, 39 y 40; y el grupo experimental por los estudiantes con números: 3, 5, 7, 9, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 21, 24, 25, 27, 28, 33, 37 y 38.

La investigadora, fue quien dirigió el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de Integral en los dos grupos.

### **3.2 VARIABLES.**

- **Variable Independiente:** La Enseñanza Problemática  
Definición constitutiva: La Enseñanza Problemática consiste en problematizar el contenido de la enseñanza, de tal forma que la adquisición del conocimiento se convierte en la resolución de un problema en el curso del cual se elaboran los

conceptos, algoritmos o procedimientos requeridos, con miras a comprender situaciones propias del campo de formación, desde un lenguaje matemático.

Definición operativa: La aplicación de esta variable se realizó en el grupo experimental durante todo el proceso de aprendizaje del concepto de integral basada en las acciones concretas que deben utilizar los estudiantes y docentes para la solución de las situaciones problémicas de aprendizaje.

- **Variable Dependiente:** Aprendizaje del concepto de Integral.

Definición constitutiva: Proceso por el cual el estudiante adquiere la capacidad de comprender el concepto de "integral" como un cambio total aplicado en procesos de acumulación.

Definición operativa: La medición de esta variable se realizó en términos de proporciones según los resultados de los estudiantes, tanto del grupo experimental como del grupo control, en las pruebas: pretest y postest teniendo en cuenta las cuatro habilidades matemáticas básicas: Análisis (relación y comparación), modelación, interpretación – aplicación y síntesis.

También se analizó tanto en el grupo experimental como en el grupo control la variable actitud hacia el Cálculo, con el fin de determinar si se evidenciaba, especialmente en el grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problemática, algún cambio en el sentir hacia el Cálculo.

- **Variable extraña o enmascarada.** A través de la prueba pretest se pudo determinar que los estudiantes de los dos Grupos: Experimental y Control eran homogéneos en cuanto a conocimientos del concepto de Integral (no poseían dicho concepto), por lo tanto no se determinaron variables extrañas al respecto, que en un momento dado sesgaran los resultados.

Se consideró la actitud como la disposición que demostraron los estudiantes en torno al aprendizaje del concepto de Integral, antes y después de la aplicación de las estrategias de aprendizaje (Enseñanza Problemática y Tradicional). De esta manera, la actitud fue sólo un indicador de la conducta, pero no la conducta en sí.

En el estudio se utilizaron los niveles de medición nominal y ordinal.

El método utilizado para medir por escalas fue el de escalamiento tipo Likert.

### 3.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

**3.3.1 TÉCNICAS.** En el presente estudio se utilizaron tres tipos de técnicas: entrevista semi estructurada, observación participante y protocolos.

- **Entrevista semi estructurada.** Dirigida a docentes del área de Matemáticas del Departamento de Ciencias Básicas de las Unidades Tecnológicas de Santander. El tópico considerado fue enfocado hacia la utilización de estrategias de trabajo en la Enseñanza de las Matemáticas, en especial del Cálculo, ventajas y desventajas según las experiencias vividas. La finalidad de esta técnica fue registrar y analizar qué estrategias utilizaban los docentes en sus actividades instruccionales y sus respectivas opiniones, con el fin de soportar la descripción y el planteamiento del problema del presente estudio.
- **Entrevistas no estructuradas y entrevistas a grupos focales.** Conformados por una muestra de estudiantes que cursaron la asignatura de Cálculo II de los Programas de Tecnología en Electromecánica y Telecomunicaciones; con la finalidad de obtener elementos que soportaran el análisis y la formulación del problema en las Unidades Tecnológicas de Santander UTS.
- **Observación participante (Diario de campo).** Dirigida a estudiantes de la asignatura Cálculo Integral de Tecnología en Electromecánica de las Unidades Tecnológicas de Santander. El tópico considerado fue la valoración de la estrategia propuesta en el presente estudio sobre Enseñanza Problémica.

Esta técnica tuvo como finalidad, valorar la aplicación de dicha estrategia con el fin de determinar sus efectos tanto en actitud como en conocimientos en el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de Integral.

- **Protocolos.** Dirigidos a estudiantes de la asignatura Cálculo Integral de Tecnología en Electromecánica de las Unidades Tecnológicas de Santander y a los expertos que participaron en el proceso de validación. Los tópicos considerados fueron: Validez, confiabilidad y objetividad en las pruebas y situaciones problémicas.

La finalidad de los protocolos fue lograr información sobre el sentir hacia el Cálculo y conocimientos de la Integral. De la misma forma adquirir elementos relevantes en la validación de las pruebas y situaciones problémicas, para el diseño final de las mismas.

### **3.3.2 INSTRUMENTOS.** Se utilizaron dos tipos de instrumentos.

Instrumentos destinados a la enseñanza y aprendizaje del concepto de Integral aplicando el tratamiento: la estrategia Enseñanza Problémica e instrumentos orientados a obtener datos sobre la actitud hacia el Cálculo, sobre los efectos del tratamiento Enseñanza Problémica y a comprobar la validez de la hipótesis.

Se describen a continuación las pruebas y situaciones problémicas utilizadas.

**3.3.2.1 Prueba pretest y postest de actitud hacia el Cálculo.** Se adecuó y validó una prueba ya existente sobre actitud hacia el Cálculo: “Influencia de un modelo didáctico en la opinión / actitud de los alumnos hacia las Matemáticas”<sup>45</sup>, seleccionando y adecuando aspectos que se consideraron de mayor importancia para evaluar el sentir hacia el Cálculo. El pretest y el postest fueron completamente iguales.

La finalidad de esta prueba fue determinar la actitud general de los estudiantes hacia el Cálculo y se estructuró teniendo en cuenta cuatro dimensiones o componentes: Afectivo, sentimientos positivos o negativos hacia el Cálculo; competencia cognitiva, percepción de la propia capacidad sobre conocimientos y habilidades intelectuales en Cálculo; valor, utilidad, relevancia y valor percibido del Cálculo en la vida; dificultad: percepción de obstáculos en la asignatura de Cálculo, teniendo presente que aunque un estudiante pueda reconocer el valor de una materia, sentir interés hacia la misma (componente afectivo) y pensar que tiene suficientes conocimientos y habilidades (componente cognitivo), puede llevarlo a considerar la materia como fácil o difícil.

La prueba pretest y postest del estudio sobre actitud hacia el Cálculo, se encuentra en el anexo A

Las cuatro dimensiones anteriormente relacionadas, se agruparon en seis categorías que se describen a continuación:

- **Motivación hacia el Cálculo:** compuesta por cinco ítems enfocados a determinar el interés en: aspectos indispensables en el estudio de conceptos, en la aplicación del Cálculo para explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria, y en la superación de obstáculos y dificultades en el aprendizaje del Cálculo. Se utilizó la escala de valoración Likert: totalmente de acuerdo, de acuerdo, medianamente de acuerdo, en desacuerdo y totalmente en desacuerdo.
- **Percepción acerca del Cálculo:** conformada por 6 opciones de respuesta, con posibilidad de seleccionar una de ellas, sobre aspectos para considerar la importancia del Cálculo.
- **Dedicación:** conformada por 4 opciones de respuesta, según experiencias en lo que a tiempo de estudio del Cálculo se refiere, con posibilidad de seleccionar una.
- **Posibles causas de la actitud global hacia el Cálculo:** Conformada por causas internas y externas, con la opción de escribir otra causa que no estuviera relacionada en el listado de las seis presentadas y que se consideraran de mayor influencia en la correspondiente actitud.

---

<sup>45</sup> CUBILLO, Op. Cit. p.189 – 206.

Además de seleccionar la respectiva causa externa e interna, se solicitó mencionar la causa de mayor influencia en la actitud global hacia el Cálculo.

- **Resultados Académicos:** constituida por tipos de resultados obtenidos en asignaturas de Cálculo, utilizando la escala: Excelentes, buenos, aceptables y deficientes.
- **Percepción sobre el aprendizaje del concepto de Integral:** formada por la determinación de aspectos que influyeron en el nivel de aprendizaje que se considera poseer sobre el concepto de Integral, a partir de la(s) experiencia(s) de aprendizaje vivida (s) recientemente sobre la adquisición del concepto; y puntos de vista sobre la manera como se orientó dicho aprendizaje.

**3.3.2.2 Prueba pretest y postest de conocimiento del concepto de Integral.** En el diseño de las dos pruebas se tuvo en cuenta la siguiente estructura: encabezado (nombre de la prueba, programa académico al cual se aplicaba, nombre y correo electrónico de la autora), código del estudiante (número asignado luego, según el orden de entrega del pretest), objetivo de la aplicación de la prueba, explicación de las dos partes en que se dividía la prueba, y desarrollo del test teniendo en cuenta cuatro habilidades matemáticas básicas en la adquisición de conceptos: Análisis (relación y comparación), modelación, interpretación – aplicación y síntesis. Las respectivas pruebas evaluaron el aprendizaje del concepto de Integral con base en las habilidades mencionadas.

La estructura tanto del pretest como del postest estuvo enfocada en dos partes: En la primera, se determinó si mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados, los estudiantes conocían el concepto de Integral; y la segunda parte, permitió conocer el grado de interpretación y aplicación que poseían los estudiantes sobre el concepto motivo de estudio.

Tanto en la prueba pretest como en la prueba postest se incluyó un glosario sobre terminología utilizada en la prueba. La prueba pretest y la prueba postest sobre conocimientos del concepto de Integral se encuentra en los anexos B y C, respectivamente.

De esta manera, las dos pruebas pretest y postest evaluaron conocimientos sobre el concepto de Integral, siguiendo la misma estructura interna contenida en las dos partes en que se dividió cada prueba.

Las pruebas no fueron idénticas, en el sentido de incluir en la prueba postest los mismos planteamientos de situaciones matemáticas de la prueba pretest. Este aspecto obedece a la observación hecha por el experto de Cuba, en el proceso de validación, quien considera que "...Las posibilidades de que los estudiantes respondan correctamente las preguntas, está en dependencia no sólo del grado de adquisición del concepto de integral, sino también,...Depende además, de cuán nuevas sean esas preguntas para cada estudiante. Recuérdese que un problema

deja de serlo para una persona que ya lo haya resuelto anteriormente. En ese sentido cabría preguntarse si deben ser iguales las preguntas en el PRETEST y el POSTEST...”

**3.3.2.3 Situaciones Problémicas.** Inicialmente las situaciones problémicas elaboradas conllevaban a la comprensión de la Integral para resolver un problema de tipo geométrico; luego, se dirigían a la comprensión del concepto de Integral de una manera más general y por último, fueron orientadas a proponer enunciados o situaciones aplicadas a la vida real que ilustraran dicho concepto. Tanto las pruebas pretest y posttest como las situaciones problémicas, fueron creadas en su totalidad por la autora del presente estudio.

### 3.4 DISEÑO

Se utilizó un diseño pretest - posttest con un grupo de control no equivalente. El diseño cuasiexperimental incorpora la administración de prepruebas a los grupos que componen el experimento, las cuales sirven para verificar la equivalencia inicial de los grupos; si son equiparables no hay diferencias significativas entre los pretest de los grupos.

En todos los diseños cuasiexperimentales es posible la no equivalencia entre los grupos y no hay asignación al azar o emparejamiento.

Luego de la aplicación simultánea en los dos grupos de la preprueba o pretest, un grupo recibe el tratamiento experimental (en este caso, la Enseñanza Problémica) y el otro no (grupo control); y finalmente se les aplica, también simultáneamente una postprueba o posttest.

El siguiente esquema ilustra el tipo de diseño utilizado en el estudio.

<b>GRUPO</b>	<b>PRE TEST</b>	<b>TRATAMIENTO</b>	<b>POS TEST</b>	<b>COMPARACIÓN</b>
<b>GE</b>	O <sub>1</sub>	X	O <sub>2</sub>	O <sub>2</sub> - O <sub>1</sub> = d <sub>1</sub>
-----				
<b>GC</b>	O <sub>3</sub>		O <sub>4</sub>	O <sub>4</sub> - O <sub>3</sub> = d <sub>2</sub>

El tratamiento “Enseñanza Problémica”, habrá tenido un efecto si la diferencia O<sub>2</sub>-O<sub>1</sub> del grupo experimental es significativamente mayor que la diferencia O<sub>4</sub> - O<sub>3</sub> encontrada en el grupo de control.

Las O indican mediciones de la adquisición del concepto de Integral. X corresponde al TRATAMIENTO del grupo experimental, es decir, la “Estrategia Problémica”.

### 3.5 PROCEDIMIENTO

El proceso metodológico de la investigación tuvo en cuenta las siete fases siguientes:

**3.5.1 Fase I: Fundamentación Teórica.** En primera instancia fue necesario adquirir un afianzamiento en las diferentes temáticas que se involucraron en la presente investigación, relacionadas con:

- Didáctica de la Matemática.
- Enseñanza Problémica.
- Las habilidades y los conceptos en el desarrollo del pensamiento matemático.
- Generalidades del Cálculo.
- Enfoque didáctico de la Enseñanza Problémica en el Cálculo Integral.
- Los contenidos actitudinales del campo de conocimiento matemático.

**3.5.2 Fase II: Elaboración de las pruebas y de las situaciones problémicas.** En la elaboración de las pruebas y situaciones problémicas se tuvo en cuenta los siguientes aspectos:

- Conocimiento de la variable que se pretendía medir y la teoría que la sustentaba.
- Lenguaje claro y preciso acorde al nivel de los estudiantes.
- Instrucciones precisas y que se proporcionara un espacio adecuado para contestar.

El planteamiento de situaciones problémicas y las pruebas diseñadas con el fin de evaluar la actitud hacia el Cálculo y el aprendizaje del concepto de Integral, fueron elaboradas recurriendo a revisión bibliográfica y a la experiencia (ocho años) de la autora del presente estudio en la enseñanza de Cálculo Integral.

Las pruebas y situaciones problémicas fueron descritas en los instrumentos.

**3.5.3 Fase III: Proceso de validación.** La validación de las pruebas pretest, postest y de actitud, junto con las situaciones problémicas; se realizó con la participación de una muestra de 17 estudiantes que estaban terminando de cursar en el segundo semestre del año 2007 la asignatura Cálculo Integral y pertenecían a la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería de las Unidades Tecnológicas de Santander, institución donde se realizó la investigación.

La validación de las situaciones problémicas y de las pruebas tuvo como objetivos:

- Determinar si la aplicación de las situaciones problémicas planteadas, posibilitaban el aprendizaje del concepto de Integral.
- Establecer la coherencia de los ítems seleccionados y definidos en la elaboración de la prueba de Actitudes hacia el Cálculo, a partir de la prueba ya

existente tomada del estudio denominado: Influencia de un modelo didáctico en la opinión / actitud de los alumnos hacia las Matemáticas.<sup>46</sup>; teniendo en cuenta las apreciaciones de expertos y los resultados de una prueba piloto.

- Determinar el grado en que las pruebas pretest - postest medían el aprendizaje del concepto de integral, a través del análisis de las mismas por expertos y la realización de una prueba piloto con un grupo de estudiantes que cursaban la asignatura Cálculo Integral.
- Rediseñar las situaciones problemáticas y las pruebas pretest y postest, teniendo en cuenta el juicio de los expertos y los resultados de la prueba piloto.

En el proceso de validación se tuvo en cuenta los criterios de confiabilidad y de validez.

**3.5.3.1 Confiabilidad.** La confiabilidad de las pruebas se determinó aplicando a toda la muestra de estudiantes las pruebas y preguntando verbalmente a varios de ellos, al azar, por los resultados de cada ítem; con el fin de determinar el grado en que la aplicación repetida a los mismos estudiantes, producía iguales resultados. De esta forma se concluyó que la aplicación repetida de las pruebas, dos veces, producía resultados similares, luego las pruebas eran confiables.

**3.5.3.2 Validez.** La validez que más interésó obtener en esta investigación fue la validez de contenido. Con el propósito de obtener dicha validez, se analizó el contenido de los ítems que conformaban la prueba con el fin de apreciar su grado de representatividad respecto del universo de contenido del cual formaban parte, determinando si medían o no la actitud hacia el Cálculo o conocimientos del concepto de Integral, según el caso. Para tal fin se tuvo en cuenta el siguiente procedimiento:

- Revisión del tratamiento de las variables por otros investigadores. Al respecto, para la revisión de las pruebas que evaluaban el concepto de Integral y las situaciones problemáticas, se analizó el resultado de una investigación realizada por Reinaldo Hernández Camacho, uno de los expertos que participó en el proceso de validación, titulada: "Propuesta didáctica para identificar cuándo la Integral definida es aplicable para resolver un problema"<sup>47</sup>. En dicha investigación se logró precisar un conjunto de propiedades que representan condiciones necesarias y suficientes, para que la solución de un problema

---

<sup>46</sup> CUBILLO, Carmen y ORTEGA, Tomás. Influencia de un modelo didáctico en la opinión / actitud de los alumnos hacia las Matemáticas. En: Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Volumen 3, 002 (Julio, 2000); p 189 – 206. México. Disponible en Internet <<http://www.clame.org.mx/bdigital/relime/pdf/2000-3-2/4.pdf>>

<sup>47</sup> HERNANDEZ CAMACHO, Op. Cit. p. 1 - 20

pueda ser obtenida directamente mediante el cálculo de una Integral Definida; se enuncian y se demuestran en un teorema.

- Realización de la Prueba Piloto. La muestra piloto en el proceso de validación, estuvo conformada por 17 estudiantes de la Facultad de Ciencias Naturales e Ingeniería que estaban terminando de cursar la asignatura cálculo integral. El trabajo con el grupo piloto, permitió la validación de las situaciones problemáticas y de las pruebas pretest, postest.

El proceso de validación de la prueba pretest - postest de actitud hacia el Cálculo y de las pruebas pretest y postest sobre conocimientos del concepto de Integral, se inició motivando a los estudiantes explicándoles los tipos de pruebas que se iban a aplicar y pidiendo al grupo participante ser muy sincero, trabajar primero aquellas preguntas en las que tuviera mayor seguridad y luego retomar las que consideraran con cierto grado de dificultad.

En la ejecución de cada prueba, los 17 estudiantes las leían mentalmente y se proporcionaba un espacio para preguntar sobre aspectos textuales: palabras desconocidas, claridad en la instrucción, omisiones, etc que no comprendieran, pero que no tuvieran relación con aclaración de conceptos u otro tipo de conocimiento. No se permitió hablar entre ellos.

En una misma sesión se aplicaron dos pruebas pretest: actitud hacia el Cálculo y conocimientos del concepto de Integral. La prueba de actitud se aplicó en 40 minutos aproximadamente y la prueba pretest de conocimiento tuvo una duración aproximada de hora y media. Sin embargo, el tiempo de aplicación de las dos pruebas fue flexible puesto que no se pretendía medir la velocidad de ejecución.

Se explicó a los estudiantes que el tercer test, prueba postest, se iba a realizar luego de un trabajo con situaciones aplicadas a la vida real, que ilustraban un concepto, con el fin de determinar el aprendizaje del mismo.

Los resultados obtenidos en la aplicación de las tres pruebas en el pilotaje se encuentran en los anexos D, E, F y G.

El trabajo con las situaciones problemáticas durante la respectiva validación fue dirigido por la docente autora del proyecto; teniendo en cuenta, métodos de Enseñanza Problemática: Exposición problemática, conversación heurística y búsqueda parcial. Para tal fin, la docente: Presentaba una situación problemática, las posibles hipótesis, debatía las variantes de solución y planteaba preguntas problemáticas que guiaban a los estudiantes en el análisis. De esta manera mostraba el camino para la solución de las contradicciones que se presentaban, exponía ante los estudiantes la propia vía del pensamiento científico y los hacía partícipes con ella en la búsqueda de la solución, estimulando el razonamiento dialéctico e incrementando la motivación y el interés por el proceso; establecía un diálogo con los estudiantes mediante

preguntas planteadas con anterioridad, que iban orientando el proceso de razonamiento de los estudiantes para que mediante el trabajo de búsqueda independiente solucionaran la situación planteada y proponía tareas problémicas exponiendo elementos para solucionar la situación, pero sin resolverlos completamente con el objetivo de estimular la búsqueda de los estudiantes llegando por si mismos a la solución.

De la validación de las situaciones problémicas a través de la prueba piloto, se pudo concluir que:

- Las situaciones propuestas ejemplificaban el concepto de Integral. Al respecto, los estudiantes que participaron en esta prueba piloto expresaron que de esta forma, a través de las situaciones trabajadas, habían comprendido el sentido de una integral por que durante todo el semestre se habían limitado a la solución de algoritmos que requerían de integrales y en el mejor de los casos, habían resuelto problemas sobre áreas, volúmenes y centros de masa, donde tan solo se aplicaba una fórmula relacionada con una Integral pero no se analizaba el por qué de la aplicación de la misma.
- Todas las situaciones presentaron en cuanto al dominio del concepto de Integral, un nivel adecuado de dificultad y fueron estudiadas en un orden que aumentaba gradualmente la dificultad; esto favoreció la adquisición del concepto motivo de estudio.
- En la situación # 4, los estudiantes ya habían aprendido el concepto de integral, situación que fue resuelta en su gran totalidad por los mismos estudiantes.
- El planteamiento de situaciones problémicas (actividad # 5), fue un trabajo muy interesante porque se pudo observar que hubo dificultades relacionadas con la creación de escritos en cuanto a redacción, pero no en cuanto a la claridad en el concepto de Integral; los estudiantes sabían qué querían encontrar en la situación que iban a plantear y cómo la iban a solucionar, pero divagaban en plasmar por escrito lo que pensaban y expresaban oralmente. Investigar al respecto sería muy interesante, un excelente tema para otro estudio.

El análisis de resultados obtenidos en el trabajo con cada una de las situaciones problémicas se encuentra en el anexo F.

- Validación por expertos. Se consultó con investigadores familiarizados con el tema y las variables a medir para determinar si el contenido era exhaustivo. Los expertos diligenciaron dos formatos (presentados en los anexos H e I) con el fin de decidir en qué medida las pruebas diseñadas proporcionaban información acerca del sentir de los estudiantes por el Cálculo y evaluaban el concepto de Integral, según el caso.

El formato para validar la prueba de actitud y las de pretest - postest, se estructuró en cuatro partes:

- Descripción de la prueba. Apreciaciones con respecto a los ítems utilizados en la prueba, para decidir si los ítems utilizados proporcionaban suficiente información de la actitud de los estudiantes hacia el cálculo o si las dos partes de que constaba la prueba pretest – postest medían el grado de identificación y adquisición del concepto de Integral mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados.
- Análisis de los ítems. Consideraciones sobre claridad en las instrucciones de cada ítem, utilización de un lenguaje claro y preciso en la formulación de cada enunciado y utilización de escalas de valor apropiadas. En la evaluación de cada uno de los ítems de la prueba pretest – postest, se tuvieron en cuenta, en especial, los siguientes aspectos: claridad en la formulación de cada pregunta, nivel adecuado de estructuración del proceso y de los ítems para determinar el concepto de Integral, claridad en el planteamiento de los enunciados, adecuada ejemplificación del concepto de Integral a través de los respectivos enunciados, claridad en los enunciados e interrogantes precisos para evaluar el concepto de integral y planteamientos adecuados para determinar el grado de conceptualización de la Integral.
- Tiempo de aplicación de la prueba con estudiantes: Impresiones sobre el tiempo planificado para la ejecución de cada una de las pruebas.
- Otras observaciones. Sugerencias o recomendaciones generales.

Los expertos que participaron en el proceso de validación fueron:

- Élgar Gualdrón Pinto: Licenciado en Matemáticas, Magister en Educación Matemática (Colombia) y candidato a doctor en Ciencias Matemáticas en España. Investigador Universidad de Pamplona.
- Reinaldo Hernández Camacho: Licenciado en Matemáticas, Doctor en Matemáticas, docente investigador de la Universidad de Matanzas, Cuba.
- Emil Hernández Arroyo: Ingeniero Mecánico, licenciado en Física – Matemática, candidato a Master en controles Industriales. Docente investigador de la Universidad Pontificia Bolivariana de la ciudad de Bucaramanga.
- Nazly Salas: Licenciada en Matemáticas, Magister en Matemáticas. Docente Universidad Santiago de Cali y Universidad Javeriana.

Teniendo presente la apreciación de los expertos, especialmente del experto de Cuba, las pruebas postest y pretest para evaluar el concepto de Integral, que se aplicaron tanto en el grupo control como en el grupo experimental, correspondieron a pruebas distintas en cuanto a las situaciones expuestas, pero conservaron la misma estructura interna.

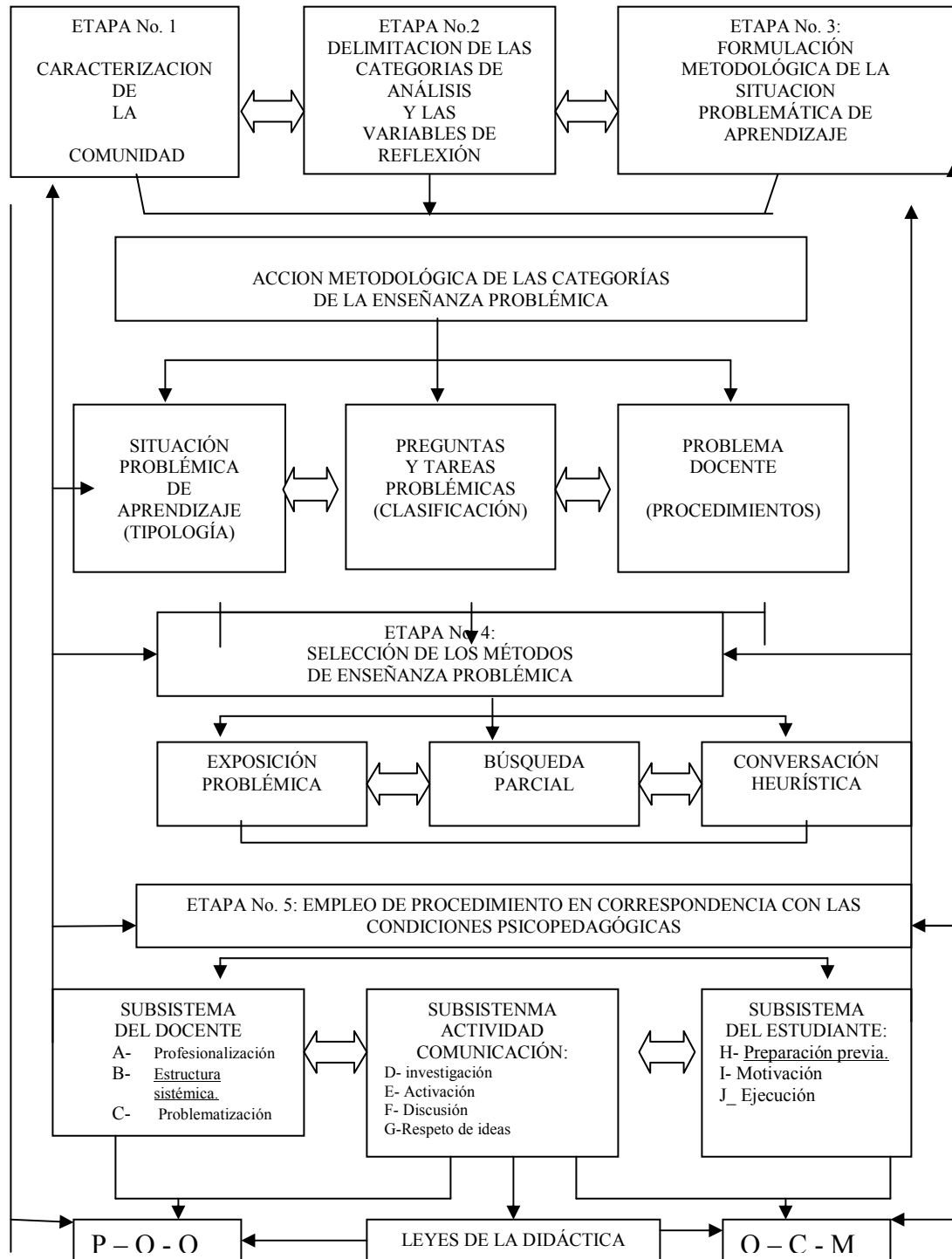
El análisis de resultados correspondiente a la valoración de los expertos se encuentra en el anexo G.

**3.5.4 Fase IV: Diseño de la Estrategia Enseñanza Problemática.** Paralelamente a los pasos anteriores se realizó la planificación de la estrategia, teniendo en cuenta la siguiente metodología de la Enseñanza Problemática en el aula de clases <sup>48</sup>.

---

<sup>48</sup> ORTIZ OCAÑA, Op. Cit. p. 99.

**Figura 1. Metodología de la Enseñanza Problemática en el aula de clases.**



**Fuente: ORTIZ OCAÑA, 2004.**

**3.5.5 Fase V: Indagación – exploración. Aplicación prueba pretest.** Se aplicaron dos tipos de pruebas pretest a los dos grupos de estudiantes que participaron en el estudio (grupo experimental y grupo control); una sobre actitud hacia el Cálculo y otra sobre conocimientos del concepto de Integral.

Se tuvo en cuenta las condiciones en que se aplicaba el instrumento: libre de ruidos, no presionar para que los estudiantes contestaran las pruebas y que estuvieran motivados para responder.

Los aspectos evaluados con la prueba pretest en cada una de las habilidades básicas del pensamiento matemático, fueron:

- **Análisis:** Relación y comparación: descomposición de cada uno de los cinco interrogantes determinando los aspectos conocidos y los aspectos desconocidos; establecimiento de nexos entre los elementos que conforman cada tipo de aspectos buscando similitudes que le proporcionen argumentos para proponer y justificar el concepto de Cálculo que se aplicaría con el fin de hallar la información pedida partiendo de la información proporcionada.
- **Modelación:** Ilustración de una situación mediante una expresión o modelo matemático que representa el concepto a aplicar para resolverla.
- **Interpretación y aplicación:** Atribuye significado al concepto de integral describiendo la aplicación del mismo en las situaciones que se plantean.
- **Síntesis:** Determinación y conceptualización, en términos generales, de la Integral como concepto ilustrado y necesario para solucionar los interrogantes y situaciones planteadas en toda la prueba.

Con base en los resultados de la prueba pretest, se pudo determinar que ningún estudiante poseía el concepto de Integral. Los estudiantes mencionaron en la prueba conceptos sobre: Derivadas, funciones, límites, desigualdades y ecuaciones; sobresaliendo el concepto de Función y de ecuación.

**3.5.6 Fase VI: Aplicación de la Estrategia Enseñanza Problémica.** Se aplicó el tratamiento Enseñanza Problémica, al grupo experimental; el trabajo con el grupo control se realizó con el enfoque de la Enseñanza Tradicional.

En el trabajo con el grupo experimental se estudiaron las cinco situaciones problémicas descritas en el apartado correspondiente al diseño de esta investigación; con una duración de 10 horas.

Antes de iniciar el estudio de la primera situación problémica, se dirigió la realización de una lectura sobre los infinitesimales y finalmente, se prosiguió a elaborar un Mentefacto conceptual<sup>49</sup>, explicando claramente en qué consistía el

---

<sup>49</sup> DE ZUBIRÍA, Op. Cit. p. 227.

respectivo organizador del pensamiento, con el fin de construir más adelante y de manera estructurada el concepto de Integral.

Durante la aplicación de la Estrategia Enseñanza Problémica, los estudiantes trabajaron de manera individual, por parejas, en grupos de cuatro estudiantes, de ocho, etc con el fin de analizar varias vías de solución de las situaciones, discutir al respecto y seleccionar con la participación de todos, incluyendo a la docente, la solución más adecuada que resolviera la situación planteada. La solución y socialización de cada actividad; y en general, el trabajo con las situaciones se hizo teniendo presente los métodos problémicos de la Enseñanza Problémica: exposición problémica, conversación heurística y búsqueda parcial. Se insistió en el desarrollo del procedimiento de cuatro pasos para resolver situaciones problémicas.

**3.5.7 Fase VII: Aplicación prueba postest.** En el grupo experimental, la prueba postest se aplicó en la sesión inmediatamente siguiente a la finalización de la intervención con la Estrategia Enseñanza Problémica.

De igual manera en el grupo control la prueba fue aplicada una vez se terminó el estudio del concepto de Integral bajo la metodología tradicional.

Los resultados de la prueba postest fueron analizados teniendo en cuenta las mismas cuatro habilidades básicas del pensamiento matemático estudiadas en la prueba pretest, con algunas variaciones en cuanto al tipo de ítem empleado, como se describe a continuación:

- **Análisis:** Relación y comparación. Determinación del concepto a aplicar para solucionar cada uno de los dos planteamientos a partir de la separación de la información conocida y el aspecto a encontrar; establecimiento de correspondencias entre el concepto que se propuso y la justificación del mismo.
- **Modelación:** Planteamiento mediante simbología matemática de una expresión que ilustre el concepto a aplicar para resolver la situación propuesta.
- **Interpretación y aplicación:** Propuesta de enunciados de situaciones donde se aplique el concepto de Integral a partir de variables previamente definidas y del planteamiento de expresiones matemáticas que lo ilustren.
- **Síntesis:** Determinación, en términos generales, del significado de Integral como el concepto ilustrado en el planteamiento de enunciados y en las distintas situaciones de toda la prueba.

**3.5.8 Fase VIII: Análisis de los resultados.** El respectivo análisis se realizó en dos dimensiones: la cualitativa y la cuantitativa con el fin de dar respuesta al problema planteado y a los objetivos, además de permitir verificar la hipótesis. Se utilizó para el análisis de los datos, el software estadístico SPSS.

Se organizaron los resultados de la validación de las pruebas, en tablas y gráficos estadísticos (histogramas), teniendo en cuenta el nivel de medición de las variables (análisis descriptivo).

Desde el punto de vista inferencial, se utilizó la prueba t de Student para comparar los resultados en cuanto al conocimiento del concepto de Integral, en los dos grupos (experimental y de control), con respecto a los dos tipos de pruebas: pretest y posttest. También se tuvo en cuenta la prueba Chi cuadrado con el fin de medir correlaciones entre la prueba de actitud y la estrategia empleada, permitiendo de esta manera determinar si la actitud hacia el Cálculo había sido alterada o no con la aplicación de la Estrategia Enseñanza Problemática.

### **3. 6 ANÁLISIS ESTADÍSTICO**

Para determinar la efectividad de la estrategia Enseñanza Problemática, se puso a prueba la siguiente hipótesis central:

“Los estudiantes que aprenden el concepto de Integral mediante la estrategia de la Enseñanza Problemática obtienen resultados significativamente superiores en la prueba X en comparación con los estudiantes que aprenden el concepto de integral bajo la metodología tradicional”

Una vez obtenidos los datos de las diferentes pruebas, los cálculos se realizaron con la ayuda de un paquete de programas estadísticos: el Statistic Package for the Social Sciences (SPSS 10.1) por considerarlo idóneo para este estudio.

El tratamiento y análisis de los resultados se efectuó a través de técnicas tanto cuantitativas como cualitativas. Las técnicas cualitativas referidas al análisis de las respuestas de las pruebas pretest y posttest sobre la actitud hacia el Cálculo y las técnicas cuantitativas referidas a la aplicación de pruebas para probar las hipótesis planteadas. El respectivo análisis se realizó a dos niveles. A nivel descriptivo, realizando un análisis a través de representaciones gráficas que permitieron comparar los resultados obtenidos en el pretest y posttest correspondientes a la prueba de actitud.

El nivel inferencial permitió conocer qué diferencias de las halladas se debían al azar y cuáles no. Al respecto, se utilizaron dos tipos de estadísticos de prueba: Chi Cuadrado y t - Student

La Prueba Chi Cuadrado es una prueba estadística para evaluar correlaciones entre dos variables categóricas, con un nivel de medición de las variables nominal u ordinal (o intervalos o razón reducidas a ordinales).

Con el estadístico de Prueba Chi Cuadrado se estudió la matriz de correlaciones de las variables analizadas en la prueba de actitud correspondientes al tipo de enseñanza y a las variables: motivación, percepción, dedicación y actitud global; determinando las posibles asociaciones entre ellas.

La Prueba t – Student cumple con las siguientes características:

- Es una prueba estadística para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus medias o proporciones (como en este estudio).
- La comparación se realiza sobre una variable. Si hay varias, se efectúa una prueba de diferencia de medias o de proporciones por variable.
- El nivel de medición de las variables corresponde al de intervalos o razón, expresados en proporciones o porcentajes, en este caso.

En esta investigación se usó la Prueba t – Student para probar la hipótesis central. Se plantearon 5 hipótesis derivadas de ésta de acuerdo a cada una de las habilidades matemáticas involucradas en el estudio del concepto de Integral, fijando un nivel de confianza del 95%; es decir, 95% de que los grupos en realidad difieran significativamente entre sí y 5% de posibilidad de error.

#### **a. Hipótesis en la habilidad de análisis.**

- o **H<sub>0</sub>**: La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que propone el concepto de Integral apropiado para solucionar ciertos planteamientos es igual a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que propone el mismo concepto.

**H<sub>1</sub>**: La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que propone el concepto de Integral apropiado para solucionar planteamientos es mayor que la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que propone el mismo concepto.

- o **H<sub>0</sub>**: La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que presenta correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo, es igual a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que establece dicha relación.

**H<sub>1</sub>**: La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que presenta correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo, es mayor a la proporción de estudiantes

del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que establece dicha relación.

**b. Hipótesis en la habilidad de modelación.**

**H<sub>0</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que plantea expresiones matemáticas adecuadas para ilustrar el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones, es igual a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que propone dichos modelos.

**H<sub>1</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que plantea expresiones matemáticas adecuadas para ilustrar el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que propone dichos modelos.

**c. Hipótesis en la habilidad de interpretación y aplicación.**

**H<sub>0</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que describe la aplicación del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados, es igual a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que propone dichos modelos.

**H<sub>1</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que describe la aplicación del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que realiza dichos planteamientos.

**d. Hipótesis en la habilidad de síntesis.**

**H<sub>0</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que determina correctamente el concepto de Integral, es igual a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que define en forma correcta el respectivo concepto.

**H<sub>1</sub>:** La proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que determina correctamente el concepto de Integral, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Enseñanza Tradicional que define en forma correcta el respectivo concepto.

## **4. DISEÑO DE LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA**

Partiendo de la recopilación bibliográfica y teniendo como referente los antecedentes citados y los objetivos propuestos en el presente trabajo de investigación, se presenta a continuación la propuesta de trabajo que se desarrolló con el fin de dirigir el aprendizaje del concepto de Integral a partir de la Estrategia Enseñanza Problemática.

### **4.1 OBJETIVOS GENERALES DE LA ESTRATEGIA**

- Comprender el concepto geométrico de la Integral mediante el estudio de su origen y el análisis de gráficas.
- Hallar diferentes vías para la solución de una situación problemática, seleccionando la más adecuada para resolverla
- Despertar la actividad mental independiente al solucionar la situación planteada revelando la lógica de la misma.
- Incentivar el pensamiento creador e independiente de los estudiantes.
- Generar procesos de pensamiento que permitan relacionar el conocimiento matemático y el conocimiento cotidiano.

### **4.2 METODOLOGÍA PARA LA ELABORACIÓN DE SITUACIONES PROBLÉMICAS.**

La estructura didáctica que se tuvo en cuenta para la formulación metodológica de situaciones problemáticas de aprendizaje por parte de la docente se presenta en la siguiente figura.

**Figura 2. Procedimiento metodológico generalizado para la elaboración de situaciones problémicas de aprendizaje por parte del docente**

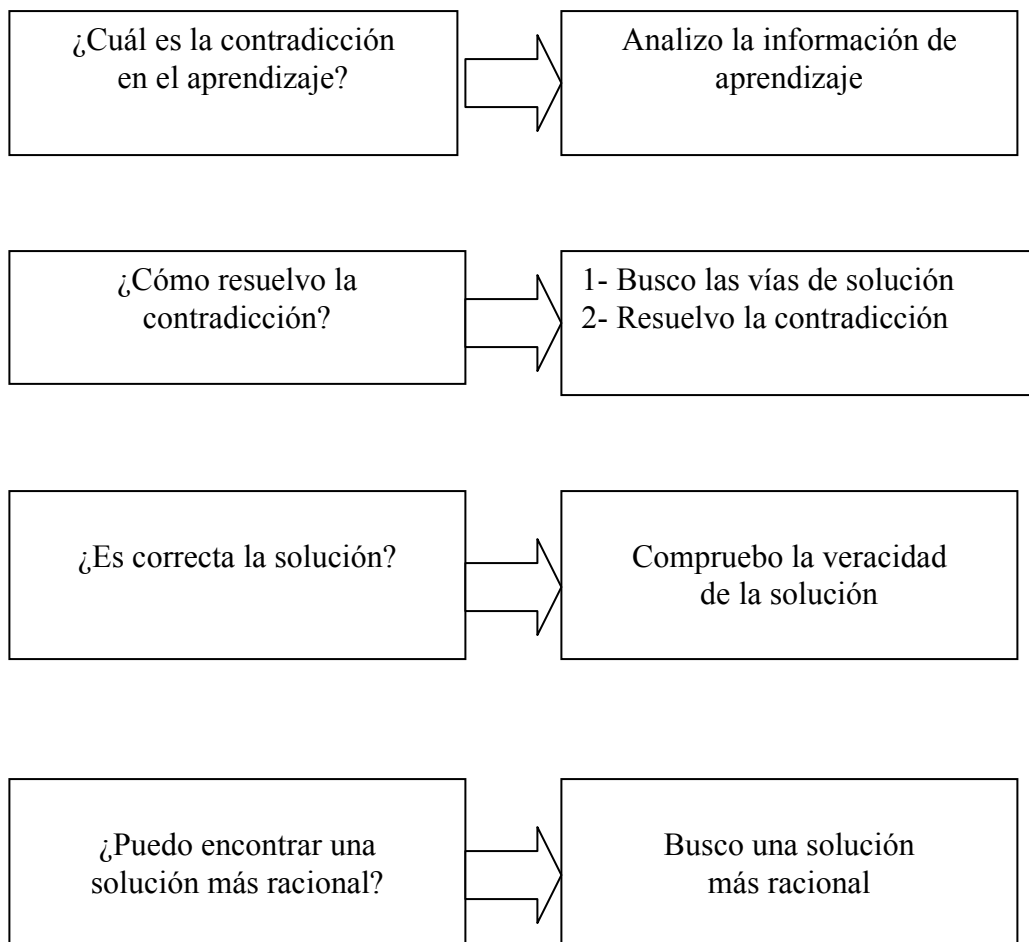


**Fuente: ORTIZ OCAÑA, 2004.**

### 4.3 METODOLOGÍA PARA LA SOLUCIÓN DE SITUACIONES PROBLÉMICAS

La siguiente figura señala las acciones concretas que utilizaron los estudiantes para la solución de las situaciones problémicas de aprendizaje.

**Figura 3. Procedimiento metodológico generalizado para la solución de situaciones problémicas de aprendizaje en el aula de clases por parte del estudiante**



**Fuente: ORTIZ OCAÑA, 2004.**

#### 4.4 PUESTA EN PRÁCTICA DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

Con el desarrollo de la estrategia se pudo comprobar que la mayor parte de los estudiantes había aprendido el concepto de Integral. Igualmente pudo apreciarse una mejoría en la actitud hacia el Cálculo. Estos aspectos se pueden observar en la siguiente descripción de las situaciones problémicas estudiadas.

➤ **Primera situación:** ¡A sumar porciones de pizza!

Esta situación tuvo como objetivos específicos:

- Establecer que el concepto de suma de porciones también se aplica al Cálculo Infinitesimal, que comprende la integral.
- Determinar el área aproximada debajo de la curva a partir de elementos diferenciales.

En el estudio de esta situación se aplicó el método problémico: La Exposición Problemática

Como complemento en el análisis de la situación, se realizó una lectura muy interesante sobre los infinitesimales de manera individual y luego con toda la muestra de estudiantes. Al realizar la segunda lectura, se observó que los estudiantes comprendieron mejor el contenido de ésta, puesto que se hizo énfasis en subrayar las ideas principales y en aclarar el significado de las palabras desconocidas

La lectura propuesta que orientó el trabajo de la situación mencionada y el estudio de gráficas incluidas en ésta, hicieron posible que se cumpliera el primer objetivo de la estrategia.

A través de esta experiencia los estudiantes determinaron, aplicando el concepto de Integral, el número de porciones equivalentes a media pizza, un cuarto, tres cuartos,... de ella y comprendieron la evolución del concepto de sumatoria para dar origen a la Integral, usando la siguiente notación matemática:

$$\sum_{n=1}^8 \Delta (\text{pizza}) = 1 \text{ pizza}$$

Se logró concluir aspectos muy importantes como:

-Si se hubieran tomado distintos límites para la suma, por ejemplo entre  $n=3$  y  $n=6$ , se estarían sumando 4 porciones, lo que daría como resultado media pizza.

-Con frecuencia la notación matemática se simplifica, dando por supuesto los límites y haciendo que la expresión sea más general, pero esto hay que usarlo con prudencia para no cometer errores. Por ejemplo:

$$\Sigma \Delta (\text{pizza}) = \text{pizza}$$

- El concepto de suma de porciones también se aplica al cálculo infinitesimal, pero en este caso se habla de integrar; el símbolo que se usa es  $\int$  (no tiene equivalente en ningún alfabeto). En este caso se cambia el símbolo  $\Delta$  por la letra  $d$  (diferencial).

- Las tres gráficas muestran una forma distinta de hallar la misma área bajo la curva, llenando la superficie con tres figuras diferentes: círculos, cuadrados y triángulos, siendo el rectángulo la figura que permite determinar con mayor precisión dicha superficie a medida que crece el número de éstos, de ahí que la

$\sum_{i=1}^n f(x_i) \cdot \Delta x_i$  permite hallar el área total bajo la curva. Al evolucionar la sumatoria, teniendo en cuenta los infinitesimales, una aproximación del área bajo la curva se puede representar por:  $\int f(x)dx$  (12 / 20 estudiantes).

- Se destacó la siguiente apreciación realizada por un estudiante, quien enfocó su análisis a casos de la vida real: “Estas gráficas van en aumento de alguna medida, ya sea volumen o cantidad. En la primera gráfica se puede observar el crecimiento del área, ya sea un lago o terreno, la segunda gráfica muestra el aumento de una tasa de inflación, la tercera gráfica muestra el aumento de velocidad por tiempo recorrido”

Una vez terminada la actividad, se realizó la respectiva retroalimentación haciendo énfasis en los siguientes aspectos:

“Un diferencial es un número que es infinitamente pequeño, casi cero, pero no es cero. Por ejemplo, un diferencial ( $d$ ) de una longitud ( $l$ ) es más pequeño ( $\angle$ ) aún que un nanómetro ( $dl \angle 1$  nanómetro). La letra “ $d$ ” (diferencial) reemplaza al símbolo  $\Delta$  (porción) y cuando se suman porciones se está integrando, el símbolo que se utiliza es  $\int$ . Los precursores de esta idea fueron Sir Isaac NEWTON (1642-1727) y Gottfried Wilhelm Von LEIBNITZ (1646 – 1716), adoptándose la terminología y la simbología de integral  $\int$  de LEIBNITZ”.

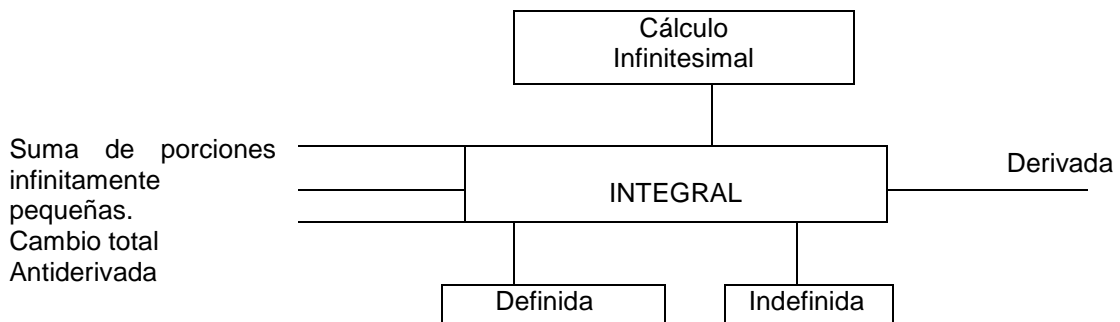
De igual manera, para cerrar el interesante trabajo con la situación relacionada con porciones de pizza y determinar el concepto de Integral, se elaboró el siguiente Mentefacto conceptual<sup>50</sup>, explicando claramente en qué consistía el

---

<sup>50</sup> DE ZUBIRÍA, Op. Cit. p. 227

respectivo organizador del pensamiento, con el fin de ir construyendo el concepto de Integral.

**Figura 4. Mentefacto concepto de Integral**



**Fuente: DUARTE, 2008.**

➤ **Segunda situación:** Recuento de mi último viaje en automóvil.

Esta situación tuvo como objetivo específico, aplicar el concepto de Integral para hallar áreas bajo la curva.

El método problémico utilizado fue: la conversación heurística. El estudio de esta situación hizo posible el cumplimiento del segundo objetivo de la estrategia.

Los estudiantes realizaron por parejas la actividad en clase, con los datos reales suministrados por la docente y expusieron en resumen cinco vías diferentes para la solución de la situación presentada que fueron discutidas por y entre parejas, logrando seleccionar con la participación de todos los estudiantes la más adecuada que resolviera la situación planteada.

Terminada la sesión, se dejó como trabajo independiente, consultar en textos y / o en enciclopedias sobre el tema de la actividad, para presentar en el próximo encuentro, con el fin de deducir más argumentos que soportaran las conclusiones halladas de los cinco tipos de soluciones que se habían encontrado para la situación problémica. De igual manera, se orientó a los estudiantes para que por parejas se desplazaran de un lugar a otro en automóvil o en motocicleta tomando datos sobre la respectiva velocidad cada 5 minutos con el fin de hallar el desplazamiento en el respectivo recorrido.

Dos parejas de estudiantes realizaron con responsabilidad la tarea asignada, encontrando cada una, otra forma de solución:

La docente orientó la exposición de las dos formas de solución consultadas, guiando a los estudiantes para que no se limitaran a explicar la fórmula aplicada y el resultado, sino que presentaran su respectivo análisis a través del procedimiento para solucionar situaciones problémicas de aprendizaje.

Se observó que todo el grupo de estudiantes comprendió el por qué de cada resultado, manifestando su agrado por este tipo de procedimiento que guían el análisis y solución de una situación. Se destacó el punto de vista de un estudiante al respecto: “uno corre el riesgo de no encontrar un resultado lógico, porque casi siempre le interesa buscar cualquier forma, la que recuerde, donde pueda aplicar los datos dados y la solución es el número encontrado..... y esta forma lo orienta a uno para pensar antes de resolver un problema, mirando al final que quizás no sea la única forma de solucionar la situación...”

Inicialmente se dejó libremente que cada pareja de estudiantes resolviera la situación planteada con el fin de determinar si seguían un orden lógico para resolver situaciones. Se llegó a la conclusión que los estudiantes en el mejor de los casos, posee el siguiente procedimiento para resolver situaciones:

- Hacen un listado de los datos dados.
- Determinan la incógnita a hallar.
- Realizan un dibujo de la situación
- Recurren a una fórmula para hallar el resultado.

En términos generales, el análisis que se hacía de la situación a resolver antes de determinar la técnica a aplicar para dar solución a la misma era muy escaso y si la docente no lograba que los estudiantes comprobaran la solución hallada para determinar si el resultado era lógico o no, los estudiantes terminaban la solución sin la respectiva verificación. A demás, se observó que los estudiantes se “conformaban” con una posible forma de solución o un método utilizando solo conocimientos previos, a no ser que la docente los motivara para encontrar otro u otros métodos.

➤ **Tercera situación:** Curiosidades en el diseño de frascos para aceite de automotores.

El objetivo específico de la actividad fue aplicar el concepto de Integral para hallar áreas y volúmenes de sólidos de revolución.

En el estudio de esta situación se empleó el método problémico de búsqueda parcial. El estudio de la situación permitió el alcance del tercer objetivo de la estrategia, logrando que los estudiantes aplicaran el concepto de Integral para determinar aspectos que se deben considerar en la fabricación de frascos para envasar aceite siendo más económicos y de mejor calidad en comparación con algunos que ya existen en el mercado.

Se determinó la contradicción, a través de la información conocida, la desconocida, la variable de reflexión y en especial las categorías de análisis: área y volumen que orientaron a los estudiantes en el siguiente paso. Para solucionar la

contradicción se determinaron tareas problemáticas especificándose los pasos a seguir y las técnicas para resolverla y encontrar el resultado deseado.

Se comprobó si la solución era correcta o no, desde el punto de vista lógico. Se llegó a la conclusión que la solución hallada por los estudiantes se había adquirido a través de procedimientos básicos de Geometría. Al preguntar si era posible encontrar una solución más racional, teniendo presente el concepto que se había trabajado en las dos situaciones anteriores, se llegó a la conclusión que el área se hallaría a través de una integral y de igual manera el volumen.

La docente orientó a los estudiantes para que llegaran a la conclusión que el volumen es igual a la integral del área.

En la realización de esta actividad los estudiantes manifestaron que en escasas oportunidades resolvían situaciones cuya respuesta no correspondían a un valor específico como en ésta en donde se desea describir el concepto a aplicar para solucionar una situación, luego de un profundo análisis de la misma.

➤ **Cuarta situación:** Cómo disminuir el costo del consumo de energía en la casa o apartamento.

El objetivo específico de la actividad fue aplicar el concepto de integral en situaciones que ilustran procesos de acumulación.

El método problemático utilizado fue: la conversación heurística. Con esta actividad se logró el cuarto objetivo de la estrategia, gracias al interés que despertó la situación problemática en los estudiantes, manifestada en la curiosidad por conocer la aplicación del concepto de integral en un tema muy real como es el consumo de energía y aún más cuando fueron invitados a plantear y resolver una situación similar con base en el último recibo de la luz de su casa o apartamento, la cual les permitió determinar qué artefactos consumían la mayor cantidad de energía en su casa o apartamento y plantear alternativas de solución para disminuir el consumo de energía y por ende reducir gastos.

Todos los estudiantes participaron activamente en la solución de la actividad, observándose que en ésta, los estudiantes ya sabían que aplicando el concepto de integral, era posible dar solución a la situación problemática que ilustraba un proceso de acumulación donde la potencia eléctrica suministrada correspondía al cambio de la energía y por consiguiente aplicando dicho concepto se hallaba el cambio total del proceso que correspondía al consumo total de energía en un día determinado.

Fue gratificante observar que los estudiantes ya seguían el procedimiento de cuatro pasos en la solución de la situación y que toda la muestra de alumnos realizó el trabajo independiente relacionado con determinar el valor a cancelar por el consumo de energía del lugar donde viven actualmente tomando como base el

último recibo de la luz y las estadísticas del consumo semestral que allí se suministra, hallándose de esta forma la energía consumida en su lugar de vivienda en un semestre y el valor a cancelar por la misma.

En esta actividad no solo se trabajó el concepto de integral, sino también la determinación de puntos correspondiente a una curva, intervalos, regla del punto medio, conversión de unidades en que se mide la energía a la vez que se comprendió el concepto de potencia eléctrica como un elemento esencial para calcular el costo de operación de cualquier dispositivo eléctrico, por ejemplo un bombillo.

➤ **Quinta situación:** Demostremos creatividad planteando situaciones que apliquen la integral.

El objetivo específico de esta actividad fue formular una situación donde se ilustrara claramente el concepto estudiado de integral.

En el estudio de esta situación se empleó el método problémico: la búsqueda parcial. Los estudiantes organizados en parejas elaboraron enunciados de situaciones con aplicación del concepto de integral, entre ellos: manufacturación y consumo de bujes para muelle durante un año, total de ventas en una empresa automovilística en un lapso de ocho meses, ingreso anual de una empresa productora de alimentos, distancia recorrida por un objeto al cabo de siete segundos, trabajo realizado al vaciar por manguera el contenido de un recipiente a otro, trabajo realizado al mover de forma horizontal un cuerpo por la aplicación de una fuerza y cantidad de agua recogida por un canal conociendo sus dimensiones.

En conclusión, el objetivo de plantear el enunciado de una situación inherente a la sociedad con aplicación del concepto de Integral, se cumplió a mediana escala, puesto que se observó que los estudiantes plantearon situaciones donde aplicaban el concepto de integral, pero muy parecidas a las trabajadas y resueltas en clase, a excepción de dos grupos que formularon planteamientos que tienen en cuenta el tema de trabajo.

## 5. ANÁLISIS Y RESULTADOS

El análisis de los resultados se realizó desde el punto de vista descriptivo e inferencial. Se presentan a continuación gráficas y tablas que resumen resultados de los estadísticos de prueba Chi Cuadrado y t – Student, correspondientes a correlaciones y pruebas de hipótesis para hallar diferencias significativas entre proporciones de los dos grupos: Experimental y control, respectivamente.

### 5.1 RESULTADOS ASPECTO: ACTITUD HACIA EL CÁLCULO.

#### 5.1.1 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA MOTIVACIÓN

**Tabla 1. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para aplicar conceptos de Cálculo con el fin de explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria.**

PRETEST				POSTEST			
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	
Pearson Chi-Square	5,116 (a)	3	,164	Pearson Chi-Square	5,016(a)	2	,081
Likelihood Ratio	6,031	3	,110	Likelihood Ratio	5,138	2	,077
Linear-by-Linear Association	1,811	1	,178	Linear-by-Linear Association	4,132	1	,042
N of Valid Cases	40			N of Valid Cases	40		

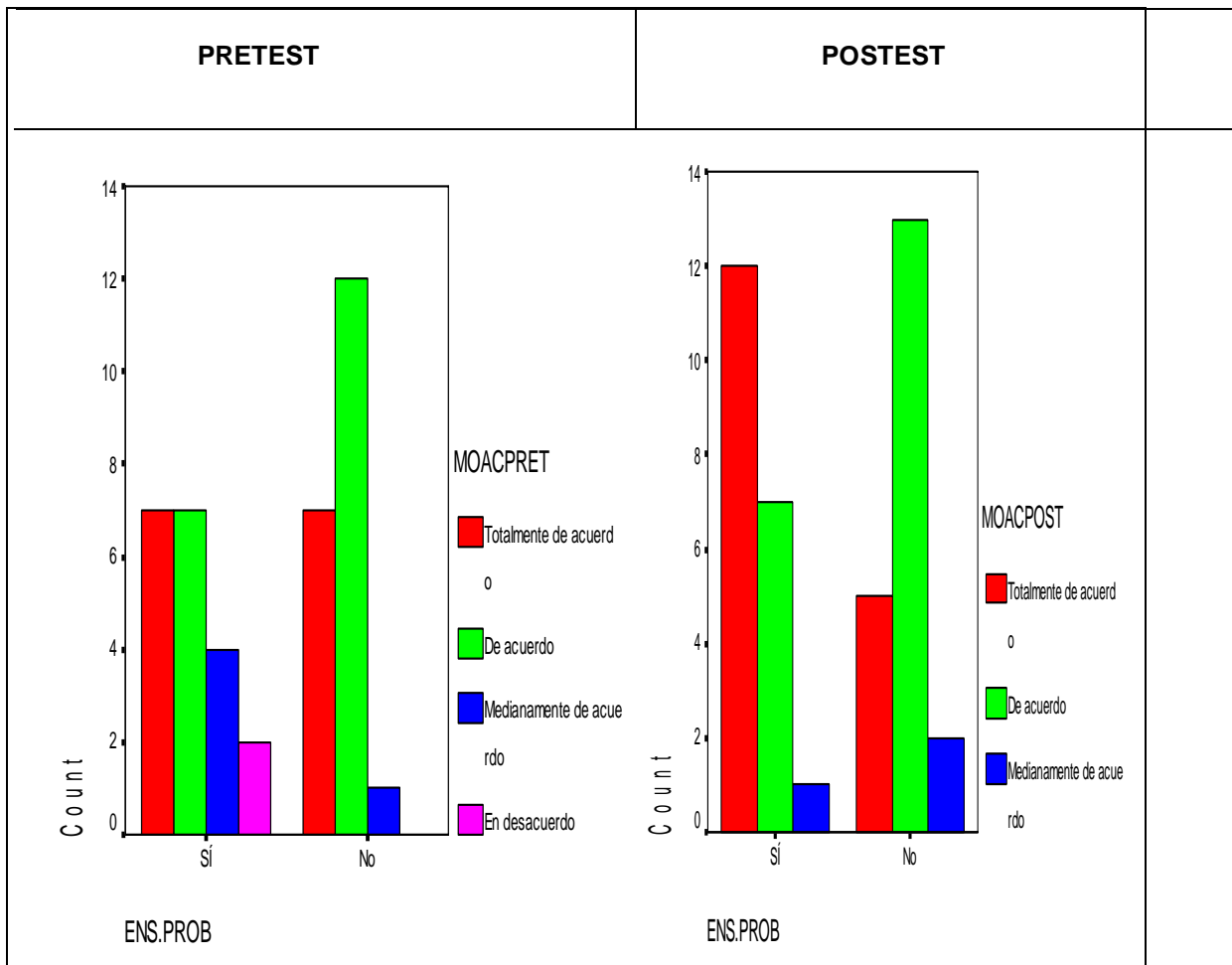
**Fuente: DUARTE, 2008.**

En la tabla 1 se puede observar que en el pretest, Chi Cuadrado = 0.164 es mayor que 0.05 (nivel de significación) ; por lo tanto, no existe correlación entre los resultados

obtenidos en el pretest, en el aspecto: motivación para aplicar conceptos de Cálculo tanto en el grupo experimental como en el grupo control.

Los resultados de la prueba postest indican que no existe correlación entre las variables analizadas por que Chi Cuadrado = 0.081 es mayor que 0.05 (nivel de significación).

**Gráfica 1. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problémica y la motivación para aplicar conceptos de Cálculo con el fin de explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria.**



**Fuente: DUARTE, 2008.**

En la gráfica 1 se evidencia claramente un cambio del pretest al postest, observándose un aumento mayor en la motivación para aplicar conceptos de Cálculo en el grupo experimental que en el grupo control; en el grupo intervenido con la Enseñanza Problémica, aumenta el número de estudiantes que está totalmente de acuerdo en aplicar dichos conceptos y desaparece el número de estudiantes en desacuerdo. Sin embargo, no se puede afirmar, con validez, que el cambio se deba al tratamiento Enseñanza Problémica.

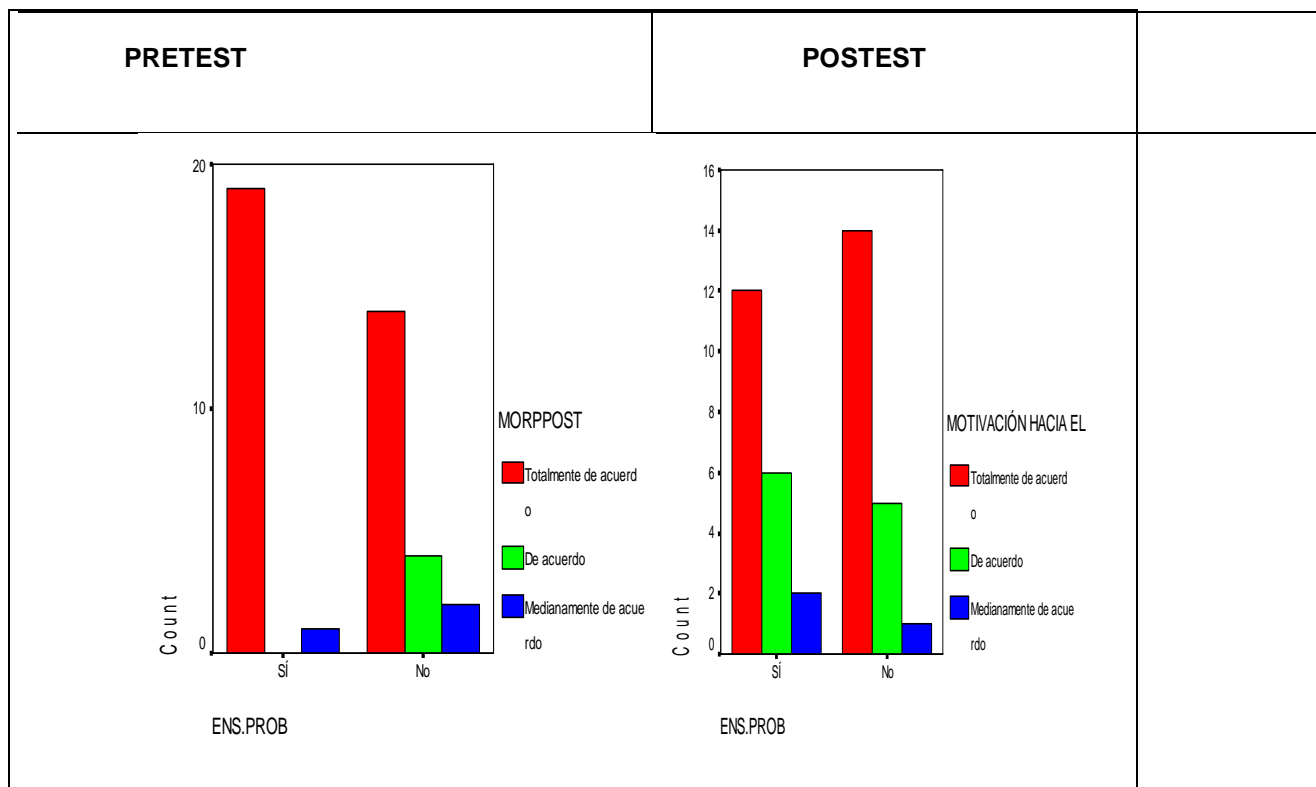
**Tabla 2. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros.**

PRETEST				POSTEST				
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)		Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	
Pearson Chi-Square	,578 (a)	2	,749	<b>Fuente: DUARTE, 2008.</b> En la tabla 2, el valor de Chi Cuadrado = 0.749 muestra que no existe correlación en los resultados obtenidos en el pretest,	Pearson Chi-Square	5,091(a)	2	,078
Likelihood Ratio	,585	2	,746		Likelihood Ratio	6,645	2	,036
Linear-by-Linear Association	,556	1	,456		Linear-by-Linear Association	2,600	1	,107
N of Valid Cases	40				N of Valid Cases	40		

entre las variables: motivación para resolver problemas y la intervención o no de la Estrategia Enseñanza Problemática.

Un Chi Cuadrado = 0.078 en la Prueba Postest muestra un cambio en comparación con el pretest. Pero, no es significativo teniendo como referencia un nivel de significación de 0.05

**Gráfica 2. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros.**



**Fuente: DUARTE, 2008.**

En la gráfica 2 se observa que el número de estudiantes intervenido con la Estrategia Enseñanza Problemática de acuerdo, en la motivación para intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros, aumentó más de la prueba pretest a la postest, en comparación con el número de estudiantes del grupo control. Sin embargo, no se puede afirmar, con validez y con tan solo este estudio, que el cambio se deba al tratamiento Enseñanza Problemática; se necesitaría de un estudio más riguroso al respecto, para poder generalizar el efecto de dicha estrategia.

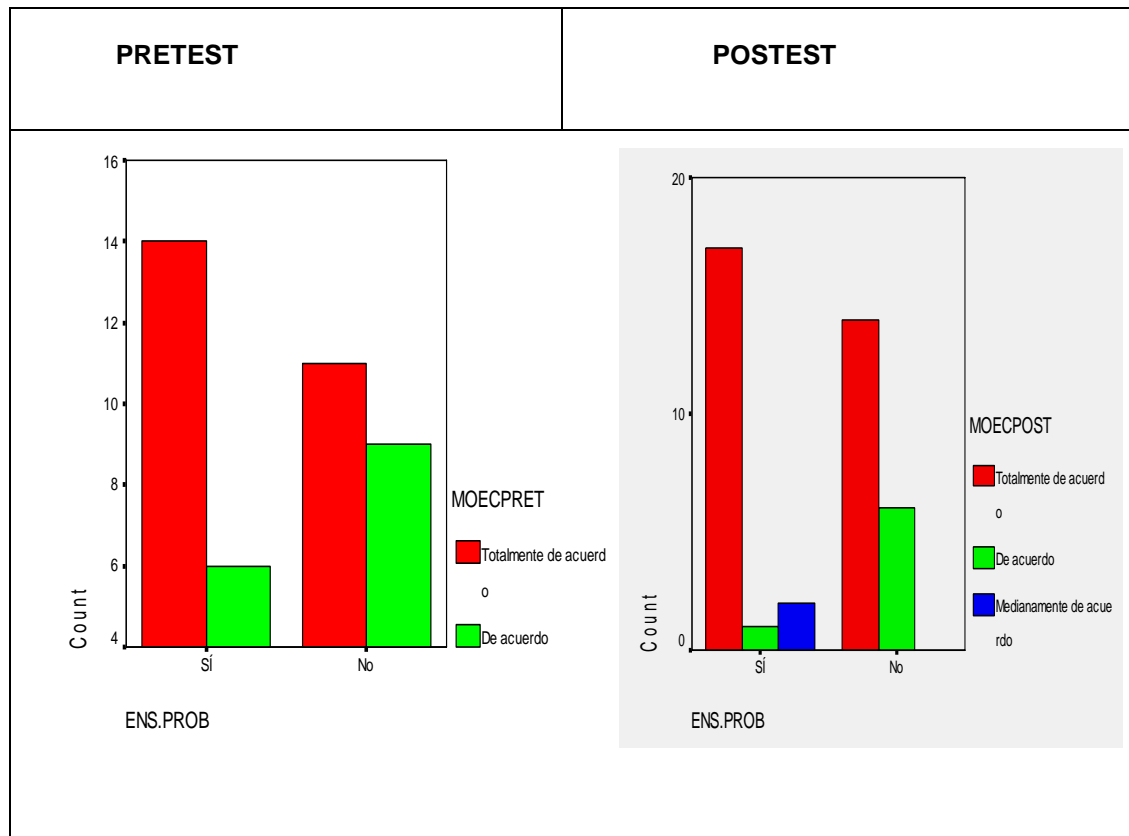
**Tabla 3. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para la ejercitación continua, indispensable en el estudio de los conceptos.**

PRETEST						POSTEST				
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	Exact Sig. (2-sided)	Exact Sig. (1-sided)		Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	
Pearson Chi-Square	,960(b)	1	,327			<b>Fuente: DUA RTE, 2008.</b>  En la tabla 3, Chi Cuadrado = 0.327 señala que no existe correlación en los resultados obtenidos en el	Pearson Chi-Square	5,862 (a)	2	,053
Continuity Correction(a)	,427	1	,514	x			Likelihood Ratio	7,026	2	,030
Likelihood Ratio Fisher's Exact Test	,965	1	,326	,514	,257		Linear-by-Linear Association	,081	1	,775
Linear-by-Linear Association	,936	1	,333				N of Valid Cases	40		
N of Valid Cases	40									

pretest, con respecto al aspecto: motivación para ejercitarse continuamente, indispensable en el estudio de conceptos, tanto del grupo definido como experimental y el grupo control.

Un Chi Cuadrado = 0.053 en la Prueba Postest muestra un acercamiento más intenso a una correlación entre las variables estudiadas, en comparación con el pretest. Los resultados muestran que no hay marcadas diferencias del pretest al postest en los dos grupos: Experimental y Control.

**Gráfica 3. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problémica y la motivación para la ejercitación continua, indispensable en el estudio de los conceptos.**



**Fuente: DUARTE, 2008.**

En la gráfica 3 se observa que los estudiantes que se encuentran motivados para la ejercitación continua, indispensable en el estudio de los conceptos, en el grupo experimental aumentó de la prueba pretest a la posttest aunque en un pequeño número. Pero, no se puede afirmar con tan solo este estudio que ese cambio se deba a la aplicación del respectivo tratamiento.

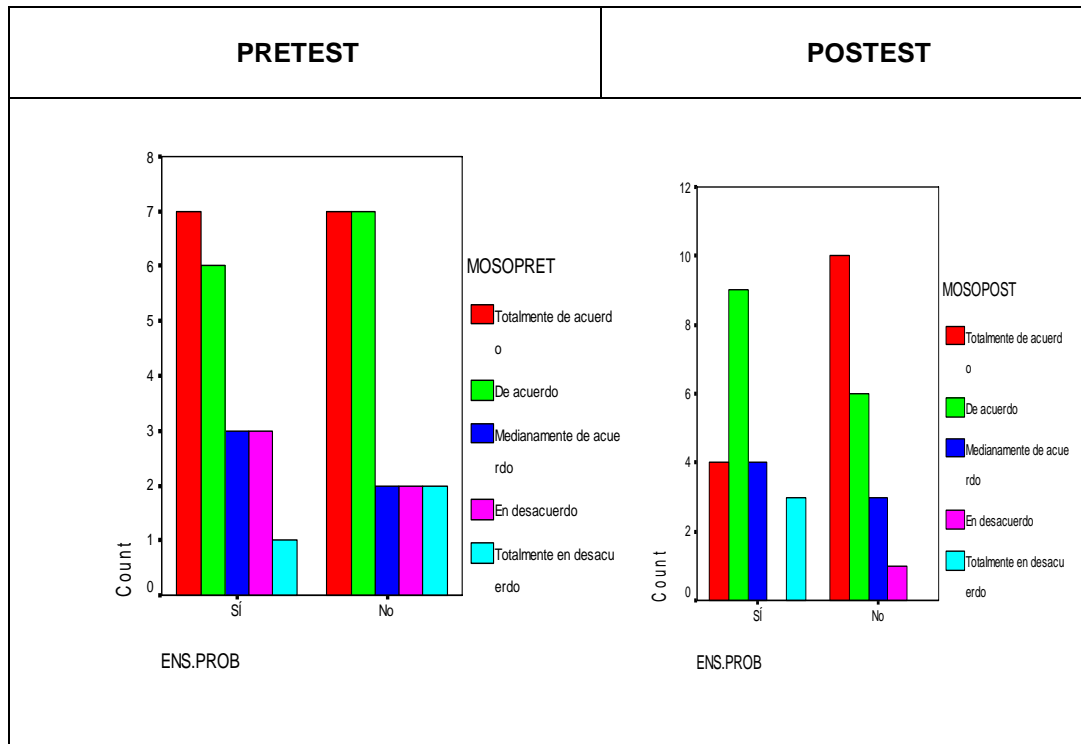
**Tabla 4. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para superar obstáculos y dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo y no abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor.**

PRETEST				POSTEST				
	Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)	<b>Fuente: DUARTE, 2008.</b> En la tabla 4 se puede observar claramente que no existe asociación entre		Value	df	Asymp. Sig. (2-sided)
Pearson Chi-Square	,810(a)	4	,937		Pearson Chi-Square	7,314(a)	4	,120
Likelihood Ratio	,820	4	,936		Likelihood Ratio	8,949	4	,062
Linear-by-Linear Association	,000	1	1,000		Linear-by-Linear Association	3,703	1	,054
N of Valid Cases	40				N of Valid Cases	40		

las variable Enseñanza Problemática y la variable resultados obtenidos en el pretest, con respecto al aspecto: motivación para superar obstáculos y dificultades presentadas al realizar una tarea o resolver un problema, Chi Cuadrado = 0.937

De igual manera, un Chi Cuadrado = 0.120 en la Prueba Postest muestra que no hay correlación entre las dos variables estudiadas.

**Gráfica 4. Análisis correlacional entre la Estrategia Enseñanza Problemática y la motivación para superar obstáculos y dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo y no abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor.**

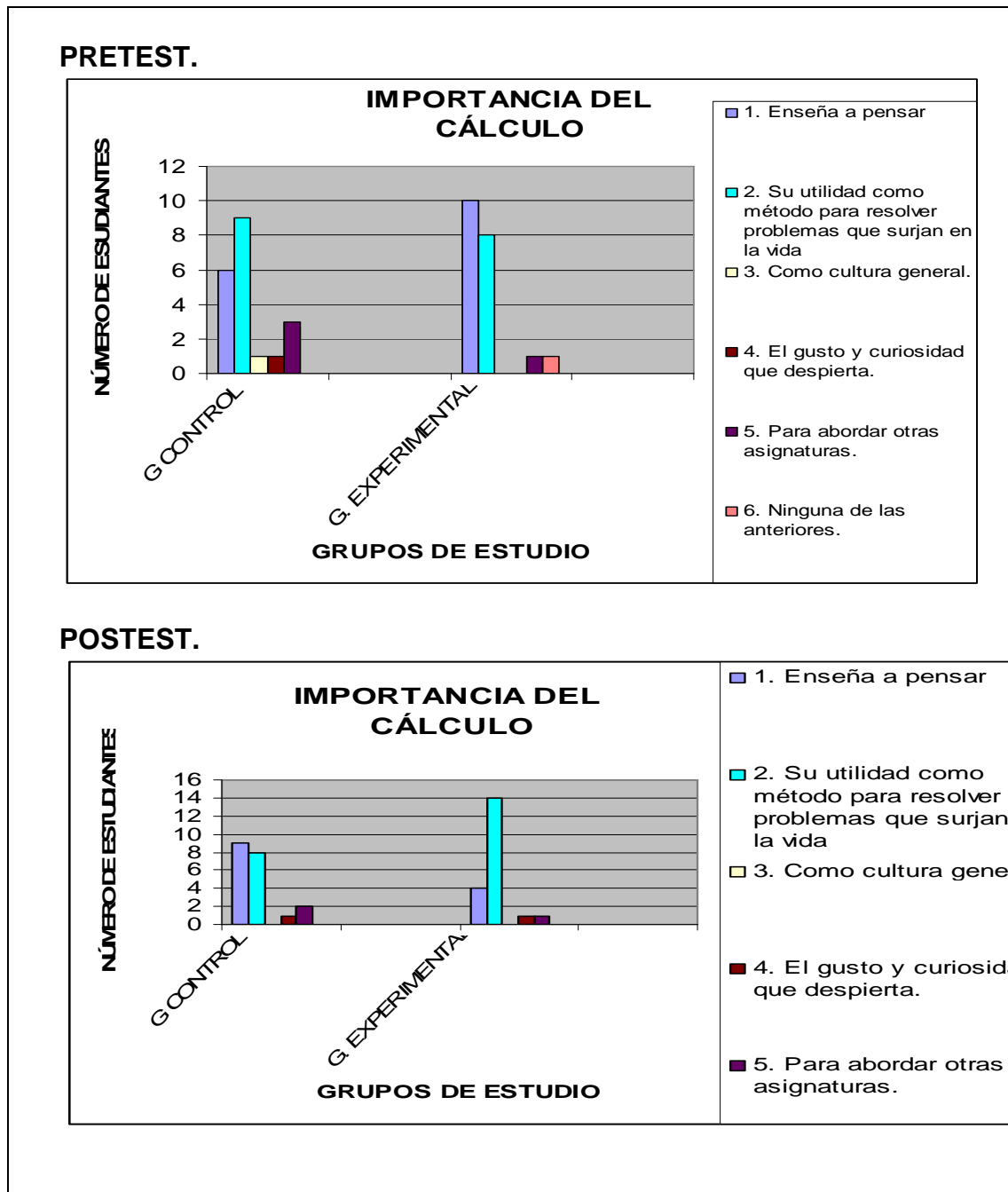


**Fuente: DUARTE, 2008.**

La gráfica 4 no muestra mayores cambios en la motivación para superar obstáculos y dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo y no abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor, en el pretest y posttest del grupo experimental; sin embargo, el número de estudiantes totalmente de acuerdo en dicho aspecto disminuye, aumentando los estudiantes que están de acuerdo y desaparecen los que están en desacuerdo; en el grupo control desaparece del pretest al posttest el número de estudiantes totalmente en desacuerdo con el aspecto señalado. No obstante, no se puede concluir que esas diferencias se deban a la Estrategia Enseñanza Problemática

### 5.1.2 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA PERCEPCIÓN ACERCA DEL CÁLCULO.

Gráfica 5. Representación de resultados en las pruebas pretest y postest sobre percepciones acerca del Cálculo.



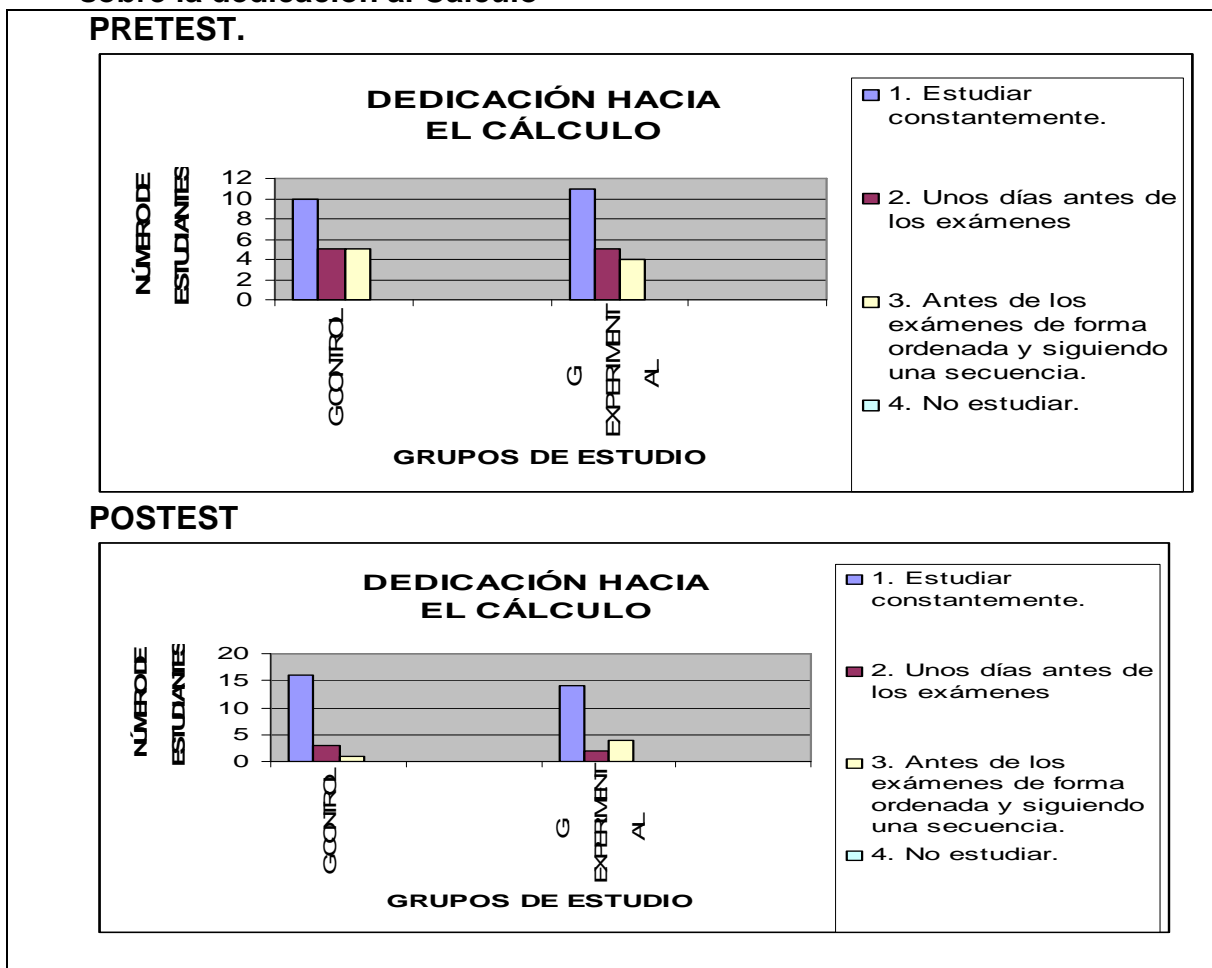
Fuente: DUARTE, 2008.

Se observa en la gráfica 5 que luego de aplicar el tratamiento Enseñanza Problemática, aumenta el número de estudiantes que consideran el Cálculo útil como método para resolver problemas que surjan en la vida ( de 8/20 a 14/20) y aparece la opinión de considerar al Cálculo importante por el gusto y la curiosidad que despierta y para abordar otras asignaturas.

En el grupo bajo la Enseñanza Tradicional, se observa un pequeño aumento en el número de estudiantes que consideran que el Cálculo enseña a pensar (de 6/20 a 9/20)

### 5.1.3 LA ESTRATEGIA ENSEÑANZA PROBLÉMICA Y LA DEDICACIÓN AL CÁLCULO

**Gráfica 6. Representación de resultados en las pruebas pretest y postest sobre la dedicación al Cálculo**



Fuente: DUARTE, 2008.

Los resultados ilustrados en la gráfica 6, muestran que tanto en el grupo bajo el tratamiento de la Enseñanza Problemática como en el grupo con intervención del Método Tradicional, hay un aumento en el número de estudiantes que considera importante estudiar constantemente el Cálculo, presentándose un mayor incremento en el grupo control por que pasó de 10/20 a 16/20 estudiantes y en el grupo experimental de 11/20 a 14/20.

## 5.2 ADQUISICIÓN DEL CONCEPTO DE INTEGRAL

➤ Para mayor rigor en el análisis y procesamiento de la información se tabularon todas las respuestas.

➤ El significado de la escala de valoración en la habilidad de ANÁLISIS: Relación y comparación, en cuanto a la "correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo" es la siguiente:

**Sí existe:** Menciona en los dos planteamientos la Integral y justifica bien el respectivo concepto.

**Regular:** No se menciona el mismo concepto: La Integral, en los dos planteamientos, sino en uno de ellos. No obstante, cuando justifica la Integral la conceptualiza bien.

**No existe:** Menciona la Integral como concepto, pero no justifica la pertinencia del mismo en los dos planteamientos.

➤ La valoración empleada en la habilidad de MODELACIÓN, tiene el siguiente significado.

**Excelente:** Ilustra con todos los elementos y de manera correcta, cada una de las Integrales a resolver para solucionar los dos planteamientos.

**Bien:** Ilustra las Integrales a resolver para solucionar los planteamientos, pero no define los límites de la Integral y / o no explica la función a integrar.

**Regular:** Hace referencia a ilustrar un planteamiento bien y el otro mal.

**Mal:** El modelo matemático propuesto no corresponde o no se adecua al concepto de Integral.

➤ En la habilidad de INTERPRETACIÓN Y APLICACIÓN, el significado de la escala de valoración es la siguiente:

**Excelente:** Se observa con claridad la aplicación del concepto de Integral en las tres situaciones.

**Bien:** Se observa con claridad la aplicación del concepto de Integral en dos de las tres situaciones.

**Regular:** Se observa con claridad la aplicación del concepto de Integral en una de las tres situaciones.

**Mal:** No se observa con claridad la aplicación del concepto de Integral en ninguna de las tres situaciones.

Con la aplicación de la prueba pretest, se pudo determinar que ningún estudiante poseía el concepto de Integral. De esta forma, los dos grupos asignados para el estudio se conformaron de manera equivalente en cuanto a dominio del concepto de Integral. Los conceptos propuestos por los estudiantes en la prueba fueron los correspondientes a: Derivadas, funciones, límites, desigualdades y ecuaciones; sobresaliendo el concepto de Función y de ecuación. Seis estudiantes no determinaron concepto alguno.

Se realizaron cinco pruebas de hipótesis con el fin de analizar los resultados obtenidos en la Prueba Postest.

### 5. 2.1 HABILIDAD DE ANÁLISIS: Relación y comparación.

Las siguientes tablas corresponden a valores obtenidos en la Prueba de hipótesis t – Student con el fin de aceptar o rechazar cada una de las cinco hipótesis nulas  $H_0$ .

#### a. Prueba de Hipótesis sobre proponer el concepto de Integral apropiado para solucionar ciertos planteamientos.

**Tabla 5. Prueba de Hipótesis sobre proponer el concepto de Integral apropiado para solucionar ciertos planteamientos.**

Resultados Prueba t – Student.

Tamaño muestral	$n_c = 20$	$n_e = 20$
Grados de libertad	$G_c = 19$	$G_e = 19$
Error muestral	0.125	
Valor t crítico	1.68	
Valor t encontrado	4.8	

**Fuente: DUARTE, 2008**

De la tabla 5 se puede deducir que como el valor t encontrado es mayor que el valor t crítico, a un nivel de significación de 0.05 se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la hipótesis alternativa ( $H_1$ ).

Luego, se concluye que con un 95% de probabilidad, la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que propone el concepto de Integral apropiado para solucionar planteamientos es mayor que la proporción de estudiantes del grupo control que propone el mismo concepto.

**b. Prueba de hipótesis sobre la existencia de correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo.**

**Tabla 6. Prueba de hipótesis sobre la existencia de correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo.**

Resultados Prueba t – Student.

Tamaño muestral	nc = 20	ne = 20
Grados de libertad	Gc = 19	Ge = 19
Error muestral	0.1118	
Valor t crítico	1.68	
Valor t encontrado	6.2612	

**Fuente: DUARTE, 2008**

La tabla 6 muestra que el valor t encontrado excede el valor t crítico. Luego, con un nivel de significación de 0.05 se rechaza la hipótesis nula ( $H_0$ ) y se acepta la alternativa  $H_1$ . Eso significa que con un 95% de probabilidad, la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que presenta correspondencia entre el concepto de Integral y la justificación del mismo, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo control que establece dicha relación.

### **5.2.2 HABILIDAD DE MODELACIÓN.**

**Prueba de hipótesis sobre el planteamiento de expresiones matemáticas que ilustran el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones.**

**Tabla 7. Prueba de hipótesis sobre el planteamiento de expresiones matemáticas que ilustran el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones.**

Resultados Prueba t – Student.

Tamaño muestral	nc = 20	ne = 20
Grados de libertad	Gc = 19	Ge = 19
Error muestral	0.1255	
Valor t crítico	1.68	
Valor t encontrado	4.7809	

**Fuente: DUARTE, 2008**

De la tabla 7 se puede deducir que el valor t hallado excede el valor t crítico. Luego, se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la alternativa  $H_1$ , con un nivel de significación de 0.05

Se concluye que la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problemática que plantea expresiones matemáticas adecuadas para ilustrar el concepto de integral a aplicar en la solución de situaciones, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo control que propone dichos modelos.

### 5.2.3 HABILIDAD DE INTERPRETACIÓN Y APLICACIÓN.

**Prueba de hipótesis sobre descripción de la aplicación del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados.**

**Tabla 8. Prueba de hipótesis sobre descripción de la aplicación del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados.**

Resultados Prueba t – Student.

Tamaño muestral	$n_c = 20$	$n_e = 20$
Grados de libertad	$G_c = 19$	$G_e = 19$
Error muestral	0.1095	
Valor t crítico	1.68	
Valor t encontrado	3.6530	

**Fuente: DUARTE, 2008**

Según la tabla 8, con un nivel de confianza de 0.05 se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ , porque el valor t encontrado excede al valor t crítico.

Por consiguiente, la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problemática que describe la aplicación del concepto de Integral a través del planteamiento de situaciones con datos suministrados, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo control que realiza dichos planteamientos.

#### 5.2.4 HABILIDAD DE SÍNTESIS.

Prueba de hipótesis sobre la determinación correcta del concepto de Integral.

Tabla 9. Prueba de hipótesis sobre la determinación correcta del concepto de Integral.

Resultados Prueba t – Student.

Tamaño muestral	nc = 20	ne = 20
Grados de libertad	Gc = 19	Ge = 19
Error muestral	0.1410	
Valor t crítico	1.68	
Valor t encontrado	3.1915	

Fuente: DUARTE, 2008

En la tabla 9 se puede observar que el valor t hallado excede el valor t crítico. Luego, se rechaza la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alternativa  $H_1$ . Significa que la proporción de estudiantes del grupo intervenido con la Estrategia Enseñanza Problémica que determina correctamente el concepto de Integral, es mayor a la proporción de estudiantes del grupo control que define en forma correcta el respectivo concepto.

#### 5.3 CUADROS COMPARATIVOS SOBRE RESULTADOS OBTENIDOS EN LA PRUEBA PRE-TEST Y POS-TEST SOBRE APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL, EN LAS HABILIDADES DE ANÁLISIS Y MODELACIÓN E INTERPRETACIÓN – APLICACIÓN Y SÍNTESIS

**Tabla 10. Cuadro comparativo sobre resultados obtenidos en las habilidades de análisis y modelación de la prueba Pre-test.**

Aspectos	Grupo control	Grupo experimental
Correspondencia entre el concepto, la justificación y el modelo matemático	<p>Se observó que no existía correspondencia entre los conceptos, las respectivas justificaciones de los mismos y las expresiones matemáticas utilizadas para modelar las situaciones.</p> <p>Ningún estudiante determinó el concepto de Integral necesario en el análisis de los planteamientos presentados.</p> <p>Se observó desconocimiento de otros conceptos propuestos como: derivadas, porque la justificación del mismo no se ajustaba al concepto como tal, sino a características de aspectos involucrados en los planteamientos. Otros conceptos de dificultad fueron: funciones y límites, trabajados en Cálculo Diferencial, materia que precede y es requisito para la asignatura a la cual pertenece el concepto de integral.</p>	<p>Hubo inconsistencias en las respuestas expuestas por los estudiantes; proponían un concepto y daban una característica que no se ajustaba al mismo.</p> <p>Ningún estudiante propuso el concepto de Integral</p> <p>Se observó con claridad la no apropiación de conceptos por parte de los estudiantes, especialmente conceptos de Funciones, Derivadas y Límites propias de Cálculo Diferencial, materia requisito para el estudio de Cálculo Integral.</p>
Justificación del concepto	<p>Como ningún estudiante llegó a proponer el concepto de Integral para abordar los diferentes planteamientos, no hubo justificación del mismo.</p>	<p>Ningún estudiante propuso el concepto de Integral para el estudio de los diferentes planteamientos, luego no hubo justificación del mismo.</p>
Planteamiento del modelo matemático	<p>Se observaron dificultades para ilustrar conceptos propuestos a través de modelos matemáticos. Se detectaron deficiencias en comprensión de lectura.</p> <p>Como no se determinó el concepto de Integral, no se llegó a establecer el respectivo modelo.</p> <p>Solo una persona, el estudiante 4 intentó representar una Integral, pero no lo hizo bien ni tampoco propuso el respectivo concepto para la solución de planteamientos de la prueba.</p>	<p>Se observó dificultad para modelar conceptos propuestos por los mismos estudiantes. Ningún estudiante modeló el concepto de Integral y se observó falta de análisis y comprensión de lectura.</p>

**Fuente: DUARTE, 2008.**

**Tabla 11. Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en las habilidades de interpretación – aplicación y síntesis de la prueba Pre-test.**

Aspectos	Grupo control	Grupo experimental
Conceptualización de la Integral	Se observó que los estudiantes no sugirieron y por consiguiente no conceptualizaron la Integral.	Los estudiantes no mencionaron al Integral como concepto a tener presente en los diferentes planteamientos.
Determinación de otros conceptos	<p>Los conceptos determinados fueron:</p> <p>Derivadas: Estudiantes 23, 29 y 40.</p> <p>Funciones: Estudiantes 1, 2, 4 y 10.</p> <p>Límites: Estudiantes 6, 20, 34 y 36</p> <p>Desigualdades: Estudiantes 31 y 39</p> <p>Ecuaciones: Estudiantes 30 y 32.</p> <p>No determinaron concepto: Estudiantes 8, 16, 22, 26 y 35.</p>	<p>Los conceptos determinados fueron:</p> <p>Derivadas: Estudiantes 3, 12 y 15.</p> <p>Funciones: Estudiantes 5, 7, 11, 14, 21 y 25..</p> <p>Límites: Estudiante 13</p> <p>Desigualdades: Estudiante 9.</p> <p>Ecuaciones: Estudiantes 17, 18, 19, 27, 28, 33 y 37.</p> <p>Suma, resta y multiplicación: Estudiante 38</p> <p>No determinó concepto: Estudiante 24.</p>

**Fuente: DUARTE, 2008.**

**Tabla 12. Cuadro comparativo sobre resultados obtenidos en las habilidades de análisis y modelación de la prueba Pos-test.**

Aspectos	Grupo control	Grupo experimental
<p>Correspondencia entre el concepto, la justificación y el modelo matemático</p>	<p>Se observó que no existía total correspondencia entre el concepto, la justificación del mismo y la expresión matemática utilizada para modelar las situaciones. Sólo 2 de 20 estudiantes de la muestra (10%) mostraron dicha correspondencia, estudiantes: 22 y 32</p> <p>La falta de correspondencia entre el concepto, la justificación y el modelo matemático propuesto en las dos situaciones, se vió reflejada en casos como:</p> <p>El estudiante 4 propuso, en el primer planteamiento, como concepto la derivada para hallar un intervalo de tiempo y planteó una Integral con límites definidos. No obstante, en el segundo planteamiento dió una respuesta correcta con referencia al concepto, a la justificación y al modelo matemático.</p> <p>Los estudiantes 1, 2 aunque en el segundo planteamiento sugirieron la derivada como concepto, intentaron ilustrar como modelo matemático una Integral pero ésta presentó errores en cuanto a límites y función a integrar.</p> <p>El estudiante 34 ilustró en el primer planteamiento una Integral, pero presentó dificultades en la función a Integrar y en los límites de ésta.</p> <p>El estudiante 10 en el planteamiento 2 propuso como concepto una antiderivada (Integral), pero no lo justificó e ilustró como modelo una derivada.</p>	<p>14 de 20 estudiantes de la muestra (70%), estudiantes: 5, 7, 11, 12,13, 15, 18, 21, 24, 27, 28, 30, 37, 38; hallaron total correspondencia entre el concepto de Integral, la justificación y el modelo matemático planteado.</p> <p>Hubo estudiantes que presentaron en sus respuestas ciertas inconsistencias, entre las cuales estuvieron:</p> <p>El estudiante 3 propuso aplicar el concepto de Integral, pero no lo explicó con claridad, aunque planteó bien los respectivos modelos matemáticos en las dos situaciones.</p> <p>El estudiante 17 propuso como concepto para resolver las dos situaciones la Derivada, pero la justificación y el modelo matemático correspondieron a Integrales.</p>

Continúa

Aspectos	Grupo control	Grupo experimental
Justificación del concepto	<p>Los estudiantes 10 (situación 2) y estudiante 20 (situación 1), no justificaron el concepto que propusieron.</p> <p>Incorrecto pensar que con una Integral se hallan intervalos de tiempo. Estudiantes 4, 16 y 34.</p> <p>Aunque el estudiante 34 obtuvo en la justificación del concepto de Integral: REGULAR, en el planteamiento 2 mencionó la Integral para hallar un cambio total y este concepto es precisamente el que corresponde a una Integral.</p> <p>Se observó que la expresión: "intervalo de tiempo", llevó, en especial, al estudiante 16 a pensar en una integral definida y a plantear el modelo matemático, pero no presentó claridad en el concepto de Integral por que no lo justificó bien.</p>	<p>Toda la muestra de estudiantes, justificó los conceptos propuestos.</p> <p>Ningún estudiante expresó que con una Integral se hallaban intervalos de tiempo.</p> <p>16 de 20 (80%) de la muestra de estudiantes acertó en el concepto de Integral, justificándolo como un cambio total aplicado en procesos de acumulación donde se suman incrementos o porciones pequeñas.</p> <p>Aunque la justificación estuvo bien, se observó en expresiones como: "...tenemos la razón de cambio, ...los límites de la Integral...su delta de tiempo..." que faltó mayor análisis para justificar la aplicación de la Integral en una situación específica.</p>
Planteamiento del modelo matemático	<p>Dos de 20 estudiantes (10%) de la muestra no plantearon modelos matemáticos. El estudiante 22 no planteó la expresión en las dos situaciones y el estudiante 31 en la situación 1.</p> <p>En el planteamiento de la expresión matemática, se observó que:</p> <p>Los estudiantes 2, 4, 16, 20, 29, 34, 35 y 36 de la muestra intentaron plantear una integral como modelo matemático, pero presentaron dificultades al definir los límites del intervalo de integración, lo hicieron mal. Hubo estudiantes que omitieron los límites de la integral (2, 26, 31, 32) y no definieron la función empleada en el modelo matemático.</p> <p>Los estudiantes 2, 4, 26, 29 y 32 definieron los límites, pero no la función.</p>	<p>Uno de 20 estudiantes (5%), el estudiante 33 en la situación 2 no planteó el modelo matemático.</p> <p>En el planteamiento de la expresión matemática, se observó que:</p> <p>Los estudiantes 7, 12, 25 y 37 de la muestra presentaron dificultades en los límites de la integral, lo hicieron mal.</p> <p>Hubo estudiantes (3, 5, 9, 13, 17, 19, 24, 27 y 33) de la muestra que no definieron los límites de la Integral ni la función utilizada en la expresión matemática.</p>

Fuente: DUARTE, 2008.

**Tabla 13. Cuadro comparativo de los resultados obtenidos en las habilidades de interpretación – aplicación y síntesis de la prueba Pos-test.**

Aspectos	Grupo control	Grupo experimental
Planteamiento de enunciados de situaciones	<p>No escribió enunciados de situaciones; intentó resolver las integrales. Estudiante 20.</p> <p>Se le dificultó ilustrar en el planteamiento de las situaciones, el concepto de Integral que explicara bien su aplicación, estudiante 34.</p> <p>Se observaron dificultades de redacción, especialmente en los planteamientos de situaciones propuestas por los estudiantes: 1 y 26</p>	<p>No escribieron enunciados de situaciones sino que se dedicaron a escribir como se leían las integrales planteadas, estudiantes 7 y 9.</p> <p>Presentaron dificultad al ilustrar el concepto de Integral en las situaciones, pero lo explicaron bien, estudiante 7.</p> <p>Se observaron dificultades de redacción, en especial en los planteamientos de situaciones propuestas por los estudiantes 12, 19, 27, 28 y 33.</p>
Conceptualización de la Integral	<p>Se observó que conceptualizan la Integral como una antiderivada, estudiantes 4, 30, 31 y 34.</p> <p>Sugirieron la Integral como concepto, pero no la explicaron bien, es decir, no hubo claridad en el mismo, estudiantes 4, 23, 26, 29, 36 y 39</p>	<p>Los estudiantes 12, 18 y 38 conceptualizaron la Integral como una antiderivada, pero, además mencionaron que la Integral era un cambio total.</p> <p>2. Sugirieron la Integral como concepto, pero no la explicaron bien, es decir, no hubo claridad en el mismo, estudiantes 25 y 33. El estudiante 9 no explicó el concepto de Integral que propuso.</p>
Determinación de otros conceptos	<p>Los estudiantes que mencionaron otro concepto distinto al de Integral, fueron:</p> <p style="padding-left: 40px;">Derivadas: 1, 2 y 40</p> <p style="padding-left: 40px;">Ecuaciones: 8</p> <p style="padding-left: 40px;">Cálculo: 6, 10 y 20</p> <p>Hubo un estudiante que mencionó la utilización de dos conceptos en la prueba: Variables e Integrales, el estudiante 16.</p> <p>Los estudiantes que no escribieron concepto alguno fueron: 22, 32, 35.</p> <p>Mencionaron como concepto el cálculo, pero no especificaron qué concepto: estudiantes: 6, 10 y 20.</p> <p>Además de la falta de claridad en el concepto de Integral, se observaron dificultades al explicar el significado de otros conceptos planteados, fue el caso del concepto de derivada, estudiante 1 y 2</p>	<p>Hubo un estudiante que mencionó otro concepto distinto al de Integral: Derivadas, el estudiante 17.</p> <p>Hubo tres estudiantes que mencionaron el empleo de dos o tres conceptos en la prueba, a saber:</p> <p>Integrales y Derivadas: Estudiantes 5 y 8. Derivadas, Integrales y Límites: Estudiante 13</p> <p>Todos los estudiantes determinaron concepto (s) aplicados en el test.</p> <p>Todos los estudiantes escribieron concretamente qué concepto (s) consideraban aplicar en la prueba, así no fuera el de Integral.</p> <p>En las respuestas diferentes a la Integral como concepto utilizado en toda la prueba, se observó dificultad al explicar el concepto de derivada, estudiante 17.</p>

**Fuente: DUARTE, 2008.**

## 6. CONCLUSIONES

El análisis y la reflexión sobre los resultados de la aplicación de la Estrategia Enseñanza Problémica en el aprendizaje del concepto de Integral permiten determinar las siguientes conclusiones:

- Para la muestra de estudiantes que participaron en el estudio, a un nivel de confianza del 95%, la Enseñanza Problémica es mejor que la Tradicional en relación con el aprendizaje del concepto de Integral, destacándose que las situaciones problémicas generan conflicto cognitivo que lleva a desarrollar procesos creativos y productivos en la solución del problema y la enseñanza tradicional manifiesta la reproducción de procedimientos ya elaborados. No obstante, se requieren otros estudios para ampliar el nivel de generalización de los resultados a nivel institucional, local, regional y nacional.
- La Enseñanza Problémica conduce a la reflexión por la búsqueda de un nuevo conocimiento permitiendo la comprensión y aplicabilidad del mismo.
- Se logra efectividad en el aprendizaje de conceptos a través de la Enseñanza Problémica, si hay apropiación del problema o situación.
- La Estrategia Enseñanza Problémica genera procesos de pensamiento que permiten relacionar el conocimiento matemático y el conocimiento cotidiano, desarrollando las habilidades de análisis, modelación, interpretación – aplicación y síntesis, indispensables en la adquisición de conceptos.
- La Estrategia Enseñanza Problémica permite en mayor medida la adquisición del concepto de Integral, en comparación con el método tradicional.
- El aprendizaje del concepto de Integral mediante la Estrategia de la Enseñanza Problémica, tuvo efectos positivos en la actitud global hacia el Cálculo, logrando que los estudiantes participantes en el estudio mostraran mayor seguridad y acierto en el aprendizaje del concepto de Integral.
- Las pruebas y situaciones problémicas trabajadas en la investigación contaron con una rigurosidad admisible para programas afines a la ingeniería. Los resultados obtenidos con los instrumentos que se diseñaron para emitir un juicio sobre el aprendizaje del concepto de Integral, contrastaron positivamente la hipótesis central que se planteó, pues una buena proporción de los estudiantes con los cuales se trabajó logró los objetivos y en su mayoría,

reconocieron la importancia del aprendizaje de este concepto para su formación profesional.

- La participación de los expertos fue muy importante para determinar la validez de los instrumentos indispensables en el estudio. Se aceptaron como válidos los criterios de la mayoría modificando aquellos donde se consideró necesario; gracias a este proceso se logró mayor claridad y congruencia en los contenidos de los ítems y se logró el propósito en cada prueba.
- Los procesos de motivación que surgieron en los estudiantes estuvieron relacionados con la importancia que ellos atribuyeron a las situaciones problemáticas planteadas; importancia que dependió de que éstas fueran reconocidas como solucionables y de interés y, además, con el grado de utilidad que le dieron a la estrategia propuesta para el aprendizaje del concepto de Integral.

## **7. RECOMENDACIONES.**

Luego de participar de manera directa en la respectiva investigación, se plantean las siguientes recomendaciones:

- Teniendo en cuenta los resultados del trabajo con la estrategia aplicada, se sugiere en la realización de este tipo de estudios tener claridad conceptual entre la Enseñanza Problémica y la Resolución de Problemas con el fin de enfocar la enseñanza y el aprendizaje de conceptos por senderos científicos despertando el espíritu crítico y creador, aspectos propios de la estrategia desarrollada.
- Con base en la experiencia vivida a través de la presente investigación, se sugiere realizar un estudio sobre planteamiento de situaciones problémicas y sobre comprensión de textos científicos de índole matemático con el fin de reforzar este aspecto en los futuros profesionales.

## BIBLIOGRAFÍA

ANTEZANA, Gonzalo. Una aproximación a la Didáctica en el Proceso del Aprendizaje de las Matemáticas. Bolivia, 2003. Código ISPN de la Publicación: EPYAVEKPZLANPWTFZV. Disponible en Internet <<http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EpyAVEkpZIANpWtfZv.php>>

ARBOLEDA, Luis Carlos. Matemáticas y experiencia: la generalización de la noción de espacio abstracto en Maurice Fréchet. 2002. Disponible en Internet <<http://matematicas.univalle.edu.co/index.php?page=hv/nombre&nm=LuisR>>

ARTIGUE, M Ingeniería Didáctica en Educación Matemática. México: Grupo Iberoamericano, 1995.

BIANCHI, Edgardo. Del aprendizaje a la creatividad. Buenos Aires: Braga, 1990.

BRIONES, Guillermo. Métodos y Técnicas de investigación para las Ciencias Sociales. México: Trillas, 1985. 288 p.

BROUSSEAU, G. Irem, ¿Qué pueden aportar a los enseñantes los diferentes enfoques de la Didáctica de las Matemáticas? Francia: Versión castellana de Luis Puig Université de Bordeaux, 1987. Disponible en Internet: <<http://lem.usach.cl/biblioteca/BD/Brousseau%201.pdf>>

CANTORAL, Ricardo. Desarrollo conceptual del Cálculo. México: Thomson, 2004. 197 p.

CUBILLO, Carmen y ORTEGA, Tomás. Influencia de un modelo didáctico en la opinión / actitud de los alumnos hacia las Matemáticas. En: Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa. Volumen 3, 002 (Julio, 2000); p 189 – 206. México. Disponible en Internet <<http://www.clame.org.mx/bdigital/relime/pdf/2000-3-2/4.pdf>>

CARRETERO, Mario. Constructivismo y educación. Argentina: Aique didáctica, 1993. 126 p.

CURCIO BORRERO, Carmen Lucía. Investigación cuantitativa: Una Perspectiva Epistemológica y Metodológica. Universidad de Caldas: Kinesis, 2002. 138 p.

CHEVALLARD, Y. La transposition didactique. Grenoble: La Pensée Sauvage, 1991

DE ZUBIRÍA, Miguel. Tratado de Pedagogía Conceptual. Pedagogías del siglo XXI: Mentefactos I, Fundación Alberto Merani. Colombia: Fondo de Publicaciones Bernardo Herrera Merino, 1998. 239 p

DE ZULOWIKI. Adquisición de conceptos. La enciclopedia libre, 2007. Disponible en <http://www.zulopraha.com/wiki/index.php?title=4. Adquisici%C3%B3n de conceptos>

DIÉGUEZ, Raquel. Algunas aplicaciones de la Enseñanza Problemática en el tema Programación Lineal. En: Revista educativa "el hornero" No. XVII (2000). Cuba. Disponible en Internet <<http://www.paginadigital.com.ar/articulos/varios1/elhornero20u.html>>

FLORES G, Sergio. Problemas de aprendizaje de la integral de línea en el contexto de la teoría electromagnética. En Universidad Autónoma de Ciudad Juárez. CULCyT// No 14-15 (Mayo–Agosto, 2006), Disponible en <<http://www.uacj.mx/IIT/CULCYT/mayo-agosto2006/7ARTAPRENDIZAJE2.pdf>>

GARCÍA, José Joaquín. La Resolución de problemas en la Enseñanza de las Ciencias. La Gaceta Didáctica. Facultad de Educación. Universidad de Antioquia Colciencias. Medellín. Colombia: Magisterio, 2000.

GIL PÉREZ, Daniel y Guzmán Ozamis, Miguel. Enseñanza de las ciencias y las matemáticas: tendencias e innovaciones. España: Popular, 1993. Disponible en Internet <<http://www.oei.org.co/oeivirt/edu,mat.htm>>

GODINO, Juan D. Matemáticas y su Didáctica para Maestros. Manual para el Estudiante. Proyecto Edumat – Maestros. Edición Febrero 2003. 150 p. Disponible en Internet <[http://www.webpersonal.net/vfont/Fundamentos\\_completo.pdf](http://www.webpersonal.net/vfont/Fundamentos_completo.pdf)>

HERNANDEZ CAMACHO, Reinaldo. Propuesta didáctica para identificar cuándo la integral definida es aplicable para resolver un problema. En actualidades Investigativas en Educación. Revista Electrónica indexada publicada por el Instituto de Investigación en Educación Universidad de Costa Rica. Volumen 7, Número 2. Agosto, 2007; 20 p. ISSN 1409-4703. Disponible en Internet <<http://revista.inie.ucr.ac.cr>>

HERNÁNDEZ, H; DELGADO, J. R. y FERNANDEZ B. Cuestiones de didáctica de la matemática. Serie Educación. Argentina: Ediciones Homo Sapiens, 1997.

HERNANDEZ S. Roberto. Metodología de la Investigación. Segunda edición México: Mc Graw Hill, 1998.

JARAMILLO, Diana. Entre el saber cotidiano y el saber escolar: ¿Qué Matemática se construye? En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en Internet <  
<http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

LAGOS, Jaime Arturo. Institución Universitaria CESMAG: Centro de Estudios Superiores María Goretti. Ciudad de Nariño. 2005. Disponible en Internet <  
<http://www.monografias.com/trabajos14/ensenanza-probl/ensenanza-probl.shtml>>

LAKATOS. Pruebas y refutaciones. Alianza editorial, 1978.

LARSON, EDWARDS B., Cálculo I. México: Mc Graw Hill Interamericana, 2006.

LEITHOLD, Louis, El Cálculo. Séptima edición, México: Oxford, 1998.

LONDOÑO, Libardo. Proyecto Macreático: Un modelo metodológico que establece relaciones entre las Matemáticas, la Creatividad y la Informática en el contexto de la Complejidad Corporación Universitaria Remington. Medellín, Colombia. En: Revista Digital de Educación y Nuevas Tecnologías. Número 8. Junio, 2000. Disponible en <URL: <http://contexto-educativo.com.ar/2000/6/nota-05.htm>>

MAJMUTOV, M. I. La Enseñanza Problémica. La Habana: Ed. Pueblo y Educación, 1983.

MORANTES, Graciela. Caracterización de los procedimientos incorrectos realizados por los estudiantes de la Universidad Pontificia Bolivariana, de primer semestre del año 2002, en la asignatura de Cálculo Diferencial. En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en Internet <  
<http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

MORENO, Luis. Acerca del conocimiento y sus mediaciones en la educación matemática. En: Revista EMA, investigación e innovación en educación matemática. Marzo, 1999. Vol. 4, No 2.

ORTIZ OCAÑA, Alexander Luis. Metodología de la Enseñanza Problémica en el aula de clases. Colombia: ASIESCA, 2004. 109 p.

POLYA, G. ¿Cómo plantear y resolver problema? México: Trillas, 1945

POZO, Juan Ignacio y GÓMEZ, M. Aprender y enseñar ciencia. Segunda edición. Madrid: Morata, S. L, 2000. 331 p.

POZO, Juan Ignacio. La solución de problemas. Madrid: Aula XXI Santillana, 1994. 230 p.

PUIGGRÓS, Nuria Rajadell. Los procesos formativos en el aula: estrategias de enseñanza y aprendizaje. Facultad de Pedagogía Universidad de Barcelona. Didáctica general para psicopedagogos. Madrid: Ediciones de la UNED, 2001

PURCELL, Edwin J. Cálculo. Octava edición. México: Pearson, 2001. 827p.

STEWART, James. Cálculo en una variable. Cuarta edición. México: Thomson, 2002. 715 p.

RODRÍGUEZ, Yoisell. La matemática en el desarrollo de las habilidades intelectuales. Costa Rica. En: Sección lógica y matemáticas. Revista Interacción de las Ciencias. Volumen 7, número 2. ISPN EEKEAAYZUYXKEXVJRD. ISSN 1409-4703. Disponible en Internet:< <http://revista.inie.ucr.ac.cr>>

TORRES, Belki Yolima. Relación entre numeramiento y Matemática escolar; un estudio de caso. En XVI Congreso Nacional de Matemáticas: Medellín, 2007. Disponible en Internet <URL: <http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

ZABALA, Luis Albeiro. Sociedad Colombiana de Matemáticas. Medellín. 2007. Disponible en Internet < <http://www.scm.org.co/index.php?hoja=Congreso2007Invitados&condicion=3>>

# ANEXOS

## **ANEXO A. TEST EPC ∫ PARA EVALUAR LA ACTITUD HACIA EL CÁLCULO.**

**Programas académicos: Tecnología en Electromecánica y  
Tecnología en Electrónica. Semestre II  
Docente Olga Lucía Duarte Bolívar.  
[olgalu359@hotmail.com](mailto:olgalu359@hotmail.com)**

Estudiante \_\_\_\_\_

Esta prueba tiene como finalidad determinar la actitud hacia el Cálculo, información necesaria en la investigación: “La Enseñanza problemática y su incidencia en el aprendizaje del concepto de Integral, en estudiantes de una Institución de Educación Superior de la ciudad de Bucaramanga”; cuyo objetivo primordial es determinar la incidencia de la Enseñanza Problemática en el aprendizaje del concepto de Integral.

Los resultados que arroje el test se darán a conocer una vez concluya la investigación; la información suministrada es confidencial y sólo será utilizada con fines investigativos.

**Inicialmente Usted encuentra una serie de afirmaciones, según su criterio debe marcar la opción que considere más adecuada siguiendo la escala de valoración:**

- A: Totalmente de acuerdo.**
- B: De acuerdo.**
- C: Medianamente de acuerdo.**
- D: En desacuerdo.**
- E: Totalmente en desacuerdo.**

## I. MOTIVACIÓN HACIA EL CÁLCULO.

AFIRMACIÓN	RESPUESTAS				
	A	B	C	D	E
1. Hay que intentar de diferentes formas dar solución a los problemas que el profesor propone en las clases y a los problemas que nos presentan los libros.					
2. Los conceptos de Cálculo pueden y deben ser aplicados para explicar e interpretar situaciones y problemas de la vida diaria.					
3. La ejercitación continua es indispensable en el estudio de los conceptos					
4. Los obstáculos y las dificultades que se encuentran al realizar una tarea o solucionar un problema en clase de Cálculo no son causas suficientes para abandonar el trabajo y preferir preguntar al profesor.					
5. Cuando se soluciona un problema en clase de Cálculo, es conveniente reunir otros datos diferentes a los dados por el problema y a los solicitados por él.					

**A continuación se presenta una serie de apreciaciones sobre el Cálculo. Marque con una X solo una opción que Usted considere según sus experiencias con la asignatura.**

## II. PERCEPCIÓN ACERCA DEL CÁLCULO.

Usted considera que el Cálculo es:

1. Es muy importante porque enseña a pensar.
2. Es muy importante por su utilidad, como método para resolver problemas que surjan en la vida.
3. Es muy importante como cultura general.
4. Es muy importante el gusto y curiosidad que despierta.
5. Es un requisito para abordar otras asignaturas.
6. Ninguna de las anteriores.

## III. DEDICACIÓN.

Teniendo en cuenta sus experiencias en lo que a tiempo de estudio del Cálculo se refiere, qué es lo más cercano a sus intenciones.

1. Estudiar constantemente.
2. Estudiar unos días antes de los exámenes.
3. Estudiar antes de los exámenes de forma ordenada y siguiendo una secuencia.
4. No estudiar.

#### **IV. POSIBLES CAUSAS DE LA ACTITUD GLOBAL HACIA EL CÁLCULO.**

**A. Señale solo una causa externa que usted considere ha influido en su actitud GLOBAL hacia el Cálculo:**

1. La escasa intensidad horaria determinada para orientar la asignatura en la Institución.
  2. la poca disponibilidad de tiempo para estudiar Cálculo.
  3. La escasa aplicación práctica del Cálculo.
  4. El exceso de lenguaje formal del Cálculo.
  5. El método seguido por los profesores para enseñar.
  6. La relación que se ha tenido con los profesores de Cálculo.
  7. Otra causa externa, ¿cuál?
- 

**B. Señale solo una causa interna que usted considere ha influido en su actitud GLOBAL hacia el Cálculo:**

1. El método de estudio utilizado.
  2. la facilidad en este tipo de materias.
  3. La carencia de conocimientos previos.
  4. Los resultados obtenidos en cursos anteriores.
  5. Las limitaciones para la comprensión del Cálculo.
  6. La desmotivación por la Matemática.
  7. Otra causa interna, ¿cuál?
- 

**C. Teniendo en cuenta la causa interna y la causa externa que usted señaló anteriormente, la que usted considera que más ha influido en su actitud GLOBAL hacia el Cálculo es:**

1. La causa externa seleccionada.
2. La causa interna seleccionada.

#### **V RESULTADOS ACADÉMICOS.**

Sus resultados académicos obtenidos en asignaturas relacionadas con el Cálculo, han sido:

1. EXCELENTES
2. BUENOS.
3. ACEPTABLES.
4. DEFICIENTES.

## VI. PERCEPCIÓN SOBRE EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL.

**Teniendo en cuenta su experiencia de aprendizaje vivida recientemente sobre la adquisición del concepto de Integral:**

1. Escriba qué aspectos influyeron en el nivel de aprendizaje que usted considera tener en este momento sobre el concepto de integral.

---

---

---

---

---

---

2. ¿Cuál es su punto de vista sobre la manera como se orientó el aprendizaje del concepto de Integral?

---

---

---

---

---

---

**ANEXO B. PRUEBA PRETEST PARA EVALUAR UN CONCEPTO DE  
CÁLCULO**

**Unidades Tecnológicas de Santander.  
Programas de Tecnología.  
Docente Olga Lucia Duarte B.  
[olgalu359@hotmail.com](mailto:olgalu359@hotmail.com)**

Estudiante \_\_\_\_\_

El objetivo de la aplicación de esta prueba es determinar el aprendizaje de un concepto de Cálculo muy importante en la formación de un tecnólogo en áreas afines a la ingeniería o a la economía, información necesaria en la investigación sobre la Enseñanza Problémica y su incidencia en el aprendizaje del respectivo concepto.

La prueba está dividida en dos partes:

En la *Primera Parte*, se desea determinar si mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados; usted conoce el concepto motivo de estudio.

En la *Segunda Parte*: se quiere conocer el grado de interpretación y aplicación que usted posee sobre el concepto que se estudia.

Los resultados que arroje esta prueba se darán a conocer una vez concluya la investigación; la información suministrada es confidencial y sólo será utilizada con fines investigativos.

**PARTE A.**

I. A continuación encuentra cuatro preguntas que contienen información sobre aspectos que se estudian en Cálculo.

1. Léalas y analícelas cuidadosamente; no las conteste.

Para una mejor comprensión, tenga en cuenta el siguiente glosario.

- **Velocímetro:** Aparato que mide la velocidad de un vehículo.

- **Movimiento rectilíneo:** Desplazamiento que desarrolla un móvil en línea recta.
- **Tasa:** Razón de cambio. Variación.
- **Inflación:** Es la medida del incremento continuo en los precios de los bienes y servicios a través del tiempo.

**PREGUNTAS A ANALIZAR.**

- ¿Cómo usar las lecturas del velocímetro de un automóvil para calcular la distancia que ha recorrido el auto en un tiempo dado?
- ¿Cuál es la velocidad de un objeto en movimiento rectilíneo con aceleración conocida?
- ¿Cómo se puede emplear una tasa de inflación conocida para determinar precios futuros?
- ¿Cómo se puede usar la tasa a la cual cambia la población para predecir niveles futuros de población?
- ¿Cómo conocer el número de bacterias en un recipiente transcurrido cierto período de tiempo, conociendo la tasa de crecimiento de dichas bacterias en un tiempo determinado?

**2. A continuación, relacione y compare las 5 preguntas analizadas anteriormente determinando los aspectos solicitados en los siguientes enunciados .**

**2.1 Escriba los aspectos conocidos (datos o suministrados) en cada una de las preguntas anteriores.**

Pregunta.	Aspectos conocidos.
a.	
b.	
c.	
d.	
e.	

**2.2 Determine los aspectos desconocidos (a calcular, hallar, determinar, a predecir y / o a conocer) en cada uno de los anteriores interrogantes.**

Pregunta.	Aspectos desconocidos.
a.	
b.	
c.	
d.	
e.	

**2.3 Analice los aspectos conocidos en las 5 preguntas y escriba qué similitud o parecido hay entre ellos.**

---



---



---



---



---

**2.4 Analice los aspectos desconocidos en las 5 preguntas y escriba qué similitud o parecido hay entre ellos.**

---



---



---



---



---

**2.5 Si usted tuviera que hallar los aspectos desconocidos en las preguntas anteriores, partiendo de la información conocida, ¿qué concepto del Cálculo aplicaría y por qué?**

---



---



---



---



---

**II. Las siguientes situaciones también ejemplifican el concepto analizado; sintetícelas planteando la expresión pedida; no las resuelva.**

1. Los promotores de cierta feria estiman que  $t$  horas después de que se abran las puertas, los visitantes ingresarán a la feria a una tasa de  $N'(t)$  personas por hora. ¿Cuál el número de personas que ingresará a la feria en un tiempo determinado?

**Plantee mediante simbología matemática una expresión para el número de personas que ingresará a la feria en un lapso de tiempo establecido.**

---

---

---

---

2. Se estima que dentro de  $t$  semanas, el número de viajeros que usa una línea nueva del metro crecerá a una tasa dada por  $V'(t)$  por semana. Si actualmente cierto número de viajeros usan el metro, ¿cuántos lo usarán dentro de un determinado número de semanas?

**Plantee mediante simbología matemática una expresión para el número de viajeros que usan el metrolínea en un número determinado de semanas.**

---

---

---

---

## PARTE B.

**III. Interprete las siguientes afirmaciones y describa cómo aplicaría en cada una de ellas, el concepto de Cálculo determinado por usted en la PARTE A de esta prueba.**

1. Si se desea mover un objeto a lo largo de una línea de un punto a otro entonces se debe aplicar una fuerza variable de magnitud  $F(X)$ . Por lo tanto, al mover el objeto, se estaría realizando un trabajo ( $W$ ).

**Descripción de la aplicación del concepto de Cálculo determinado en la PARTE A.**

---

---

---

---

2. Para hallar la cantidad de aceite derramado de un tanque, se debe conocer la razón de cambio de la fuga de aceite en dicho recipiente  $R(t)$  dado en galones por minuto en el tiempo  $t$ .

**Descripción de la aplicación del concepto de Cálculo determinado en la PARTE A.**

---

---

---

---

- IV. Escriba el concepto de Cálculo que se aplica en los numerales anteriores, con su significado en términos generales.**

---

---

---

---

**ANEXO C. PRUEBA POSTEST PARA EVALUAR UN CONCEPTO DE  
CÁLCULO**

**Unidades Tecnológicas de Santander.  
Programas de Tecnología.  
Docente Olga Lucia Duarte B.  
[olgalu359@hotmail.com](mailto:olgalu359@hotmail.com)**

Estudiante \_\_\_\_\_

El objetivo de la aplicación de esta prueba es determinar el aprendizaje de un concepto de Cálculo muy importante en la formación de un tecnólogo en áreas afines a la ingeniería o a la economía, información necesaria en la investigación sobre la Enseñanza Problémica y su incidencia en el aprendizaje del respectivo concepto.

La prueba está dividida en dos partes:

En la ***Primera Parte***, se desea determinar si mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados; usted conoce el concepto motivo de estudio.

En la ***Segunda Parte***: se quiere conocer el grado de interpretación y aplicación que usted posee sobre el concepto que se estudia.

Los resultados que arroje esta prueba se darán a conocer una vez concluya la investigación; la información suministrada es confidencial y sólo será utilizada con fines investigativos.

**PARTE A.**

**Analice cada uno de los siguientes planteamientos y complete los espacios en blanco con la respuesta solicitada.**

1. Conociendo la razón de cambio a la que fluye el agua hacia adentro de un depósito en el instante  $t$ , se desea determinar el cambio total en la cantidad almacenada de agua en un intervalo de tiempo.
  - a. ¿Qué concepto del Cálculo aplicaría para determinar el cambio total en la cantidad almacenada de agua en un intervalo de tiempo? Justifique su respuesta.

---

---

---

- b. Plantee mediante simbología matemática una expresión donde se evidencie el concepto que usted aplicaría para hallar el cambio total en la cantidad almacenada de agua en un intervalo de tiempo.

---

---

---

2. Se desea hallar el incremento de habitantes en una ciudad en cierto intervalo de tiempo, a partir de la tasa de crecimiento de dicha población.

- a. ¿Qué concepto del Cálculo aplicaría para encontrar el incremento de dicha población en un intervalo de tiempo dado? Justifique su respuesta.

---

---

---

- b. Plantee mediante simbología matemática una expresión donde se observe claramente el concepto a aplicar para hallar el respectivo incremento poblacional en cierto intervalo de tiempo.

---

---

---

## PARTE B.

- I. Escriba en cada numeral, el enunciado de una situación teniendo en cuenta:

- La definición de variables.
- El significado de la representación de la expresión matemática.

1. Definición de variables:

$$C'(x)$$

Es el costo marginal o razón de cambio del costo de cierta producción.

$x_1$  Es la cantidad inicial de unidades producidas.

$x_2$  Es la cantidad final de unidades producidas.

Expresión matemática:  $\int_{x_1}^{x_2} C'(x) dx$

**Enunciado de una situación:**

---

---

---

---

2. Definición de variables:

$w'(t)$  Es la tasa de crecimiento de un niño en kilogramos.

$t_1$  Es la edad del niño al inicio del período que se desea analizar.

$t_2$  Es Edad del niño a final del período en estudio.

Expresión matemática  $\int_{t_1}^{t_2} w'(t) dt$

**Enunciado de una situación:**

---

---

3. Definición de variables:

$f(x)$  Es la pendiente de cierta vereda.

$x$  Es la distancia en kilómetros desde el inicio de la vereda.

Expresión matemática  $\int_2^6 f(x) dx$

**Enunciado de una situación:**

---

---

---

**II. Escriba el concepto de Cálculo que se ilustra en las expresiones matemáticas planteadas en los numerales anteriores, con su significado en términos generales.**

---

---

---

---

---

---

## ANEXO D. ANÁLISIS DE RESULTADOS SOBRE VALIDACIÓN DE LA PRUEBA DE ACTITUD EN LA PRUEBA PILOTO.

- **Utilidad del Cálculo.** Este ítem fue muy claro, no hubo preguntas al respecto. No obstante, al revisar nuevamente el contenido de las afirmaciones, se vio la necesidad de modificar el nombre de este primer aspecto: Utilidad del Cálculo, por: motivación hacia el cálculo, porque los ítems definidos se relacionaban más con aspectos motivacionales de los estudiantes que con aspectos de utilidad del Cálculo.
- **Percepción acerca del Cálculo.** Este ítem fue muy claro, no hubo preguntas al respecto ni necesidad de realizar modificaciones.
- **Dedicación.** En este ítem los estudiantes solicitaron aclaración de las afirmaciones 1 y 3.
  1. Estudiar con regularidad.
  3. Estudiar además de antes de los exámenes pero de forma sistemática.

Por lo tanto, las respectivas afirmaciones se plantearon de la siguiente manera:

1. Estudiar constantemente.
3. Estudiar además de antes de los exámenes pero de forma ordenada y siguiendo una secuencia.

Se modificó en el texto correspondiente a la instrucción, la expresión método de estudio por tiempo de estudio, puesto que las opciones de respuesta se referían a períodos de tiempo.

- **Actitud global hacia el Cálculo.** Este ítem fue eliminado, puesto que no se estimó pertinente determinar la actitud global a través de un ítem, cuando este aspecto debía ser el resultado de toda la prueba.
- **Posibles causas de la actitud hacia el Cálculo.** En el ítem número 1 de las causas externas, hubo necesidad de aclarar el significado de la palabra intrínseca.

Se estimó conveniente:

- Omitir el primer numeral en las causas externas por que al analizar esta posible causa: “1. La dificultad intrínseca hacia el Cálculo”, se consideró que no correspondía a una causa externa, era interna y en las causas internas ya estaba implícito este aspecto en los diferentes ítems.
- Incluir las siguientes dos posibles causas externas las cuales fueron propuestas por los mismos estudiantes.

- a. “La escasa intensidad horaria determinada para orientar la asignatura en la Institución”.
- b. “La poca disponibilidad de tiempo para estudiar Cálculo”.
- o Incluir como otras opciones:
  - Otra causa externa, ¿cuál? \_\_\_\_\_
  - Otra causa interna, ¿cuál? \_\_\_\_\_

Con el fin de permitir que el estudiante si tiene otra causa, la exponga.

- o Incluir la siguiente causa interna, propuesta también por los mismos estudiantes.  
“La facilidad en este tipo de materias”.

Observación general sobre los resultados obtenidos en la aplicación de la prueba de actitud.

Al encontrar que las causas más determinantes de la actitud hacia el Cálculo de la muestra de 17 estudiantes eran: La escasa aplicación práctica del Cálculo, el método seguido por los profesores para enseñar y la carencia de conocimientos previos; la autora del estudio se motivó más en la aplicación de la propuesta de investigación con la meta de determinar si se obtiene algún efecto cuando se aplican estrategias como la Enseñanza Problémica que propone precisamente una forma de trabajo que incentiva la reflexión y la creatividad con miras obtener mejores aprendizajes mediante el tratamiento de situaciones aplicadas a la vida real.

## ANEXO E. ANÁLISIS DE RESULTADOS VALIDACIÓN DE LA PRUEBA DE CONOCIMIENTOS SOBRE EL CONCEPTO DE INTEGRAL EN LA PRUEBA PILOTO.

### 1. PRUEBA PRETEST.

#### Parte A.

**Numeral I.** Se observó falta de comprensión del enunciado por parte de algunos estudiantes. Se presentó el caso de estudiantes que leían cada pregunta planteada y la contestaban; y según la instrucción solo debían analizar cuidadosamente cada uno de los interrogantes.

Ante la duda de estudiantes sobre en qué lugar debían contestar las preguntas, la autora del proyecto aclaró el enunciado y sin embargo, dos estudiantes realizaron mal el ejercicio porque contestaron desde el inicio las preguntas planteadas.

Al respecto un estudiante expresó lo siguiente: “al comienzo uno trata de empezar a contestar y cuando lee lo que sigue se da cuenta que no era lo que pensaba”

Por tal motivo se modificó el enunciado de este numeral, para evitar confusiones.

El nuevo enunciado: “a continuación encuentra cuatro preguntas que contienen información sobre aspectos que se estudian en Cálculo, léalas y analícelas cuidadosamente; no las conteste”.

Después de las preguntas, el enunciado: “Responda según la información que cada pregunta le proporciona”, también se cambió porque hubo tres estudiantes que se confundieron y preguntaron a qué hacía referencia; el enunciado quedó: “a continuación, responda las siguientes preguntas según el análisis anterior”.

Analizando los resultados de este numeral, se encontró que:

- En general, 15 de los 17 estudiantes concluyeron de alguna forma que el concepto ilustrado por los interrogantes planteados era el de Integral. Por lo tanto, el objetivo de la parte de la prueba se cumplió por que precisamente ese era el concepto que se pretendía ilustrar.
- De los 15 estudiantes que determinaron que el concepto ilustrado era el de Integral, 8 estudiantes expresaron que la integral era una antiderivada, 2 no explicaron el concepto y 5 no puntualizaron al respecto sino que mencionaron la integral definida.

- Aunque 5 estudiantes conceptualizan la Integral como una antiderivada y este concepto no es equívoco, es muy restringido y conduce a la aplicación de la integral para resolver ejercicios de tipos algorítmicos o mecánicos.

**Numeral II.** Con respecto a la tabla presentada sobre la determinación de algunas situaciones que ilustraban el concepto de Integral, hubo estudiantes que manifestaron lo siguiente:

“Confuso. Para la justificación faltan conceptos, uno se guía por los intervalos pero sin ellos no sabría qué hacer”.

“Es confuso cuando empiezan a hablar de distancia, por ejemplo, por la costumbre de fórmulas”

“Sería muy bueno un glosario para aclarar terminología”

“Debería ir la solución para saber lo que debe dar”

Por tal motivo, se replanteó el numeral II haciendo las siguientes modificaciones:

- Reorganización de los enunciados por otros más claros y precisos.
- En lugar de justificación, pedir a los estudiantes que argumenten la respuesta.
- En cambio de ecuación, pedir que los alumnos planteen el procedimiento a seguir para determinar la magnitud deseada.

Analizando los resultados de la realización de este numeral de la prueba, se determinó:

Omitir la tabla y reformular la información incluida en ella para mayor claridad, indagando por aspectos como justificación y ecuación de manera conjunta porque, en este caso, la formulación de la ecuación dependía precisamente de la justificación de si el enunciado presentado ejemplificaba o no el concepto de integral determinado en los ítems anteriores por la casi totalidad de la muestra de estudiantes (15 de los 17 que participaron en la prueba piloto).

Tener presente en el rediseño de la prueba, el no incluir conocimientos sobre fenómenos físicos que seguramente desconozcan los estudiantes. Al respecto, de los enunciados expuestos en esta parte, sólo el “d” no ejemplificaba el concepto de Integral y precisamente en él, el número de estudiantes que contestó que sí ejemplificaba el concepto y el correspondiente número de estudiantes que contestó que no lo ilustraba fue muy parecido: 8 y 6 respectivamente y además no contestaron 3 estudiantes. Luego, en términos generales para los estudiantes no hubo claridad en la aplicación o no del concepto de Integral en el enunciado “d”.

## **Parte B.**

**Numeral III.** Se observó dificultad en comprensión de lectura.

Se notó poca claridad en la aplicación de integrales por parte de los estudiantes.

Se pretendía que el estudiante explicara el significado de la integral dada teniendo presente la información suministrada, pero algunos explicaron con sus palabras cómo se leía la integral presentada.

Por tal razón, para evitar dificultades o confusiones sobre la respuesta que se debía dar, no cambió la expresión: “qué significa...”, por las expresiones: “qué resulta de..., qué se obtiene al..., qué se encuentra al..., qué se halla al...”

Al analizar los resultados obtenidos en este numeral, se encontró que la cantidad de estudiantes que contestó correctamente las preguntas planteadas en este apartado fue menor, comparada con la cantidad de estudiantes que contestan incorrectamente. Luego, hubo necesidad de analizar la situación planteada al respecto en las observaciones anteriores y replantear este apartado, con el fin de eliminar dificultades debido al planteamiento de enunciados y / o interrogantes.

**Numeral IV.** Se observó (ya se había encontrado este resultado en la parte A. numeral I) que el concepto de Integral, aprendido por la mayoría de los estudiantes que participaron en la prueba piloto, correspondía al de antiderivada.

Este numeral fue claro, por consiguiente no hubo necesidad de modificaciones.

Por último, fue gratificante escuchar de algunos estudiantes que participaron en la prueba piloto, las siguientes observaciones

“Trabajando muy bien todo el test, entendería qué es la Integral”; “esto me hizo entender que no sabía Integrales”.

El tiempo de ejecución tanto de la prueba pretest como de la prueba postest fue de Hora y media.

## **2. PRUEBA POSTEST.**

Se observó dificultad para lograr que los estudiantes justificaran el concepto determinado para solucionar los planteamientos de la parte A, puesto que la instrucción no fue muy clara. Por tal motivo, en cada pregunta se incluyó: “justifique su respuesta”.

Para mayor claridad en la parte B, hubo necesidad de separar la información suministrada en cuanto a definición de variables y expresión matemática.

Debido a la realización de la prueba piloto con un grupo que ya tenía ciertos conocimientos del concepto de Integral (los 17 estudiantes estaban terminando el curso de Cálculo Integral) y gracias al refuerzo del mismo a través de la aplicación de la Estrategia Enseñanza Problemática para validar las situaciones problemáticas; los resultados obtenidos en el postest fueron muy buenos.

En general, 14 de 17 estudiantes de la muestra piloto, determinó el concepto a aplicar para resolver cada uno de los planteamientos presentados en la parte A del test y planteó de manera correcta la Integral correspondiente.

12 de 17 estudiantes de la muestra piloto, planteó los tres enunciados solicitados con aplicación de la Integral con base en las variables y demás información suministrada en la parte B de la prueba.

14 de 17 estudiantes escribió correctamente el concepto de Integral, aunque 2 de los 14 estudiantes concluyeron que la Integral era una antiderivada, concepto muy superficial que conduce a un aprendizaje mecánico.

## ANEXO F. ANÁLISIS DE RESULTADOS OBTENIDOS EN EL TRABAJO CON CADA SITUACIÓN, DURANTE EL PROCESO DE VALIDACIÓN EN LA PRUEBA PILOTO.

**Primera situación.** En la primera parte del numeral 2 en la cual se orientó a los estudiantes en el análisis de gráficas, con el fin de describirlas, hubo necesidad de explicar el término Describir.

El análisis y descripción de las nueve gráficas presentadas resultó tedioso. Algunos estudiantes manifestaban: “Por qué describir tantas gráficas si terminamos escribiendo casi lo mismo”, “Profesora, ¿puedo sacar una general?”

En el numeral 3, varios estudiantes pidieron explicación sobre el significado de la flecha en la siguiente expresión:  $\sum \rightarrow$  \_\_\_\_\_, manifestaban: ¿Qué quiere decir  $\rightarrow$  ?

En la socialización de la actividad, hubo necesidad de aclarar y profundizar en aspectos como:

La lectura sobre los infinitesimales motivó a los estudiantes a conocer más sobre la historia de la integral, por tal motivo se hizo un recuento de la misma, haciendo énfasis en la manera como históricamente surgió el Cálculo Infinitesimal y por ende la Integral, inicialmente como una herramienta de la mecánica clásica, en los autores gestores de tan importante idea y en la aplicabilidad de la integral.

Cuando se trabajan cantidades como las expuestas en los infinitesimales, es muy importante realizar conversiones de unidades; se hizo un refuerzo de conversiones entre unidades de medida porque se vio la necesidad ante inquietudes de algunos estudiantes al respecto.

En las gráficas B y C de las figuras geométricas expuestas, hubo necesidad de aclarar que se utilizaban círculos y no elipses ni circunferencias, éstas últimas, por que corresponden solo a las líneas curvas cerradas y un círculo está formado por la circunferencia más la región o superficie encerrada por ella.

Debido a la descripción de la gráfica G por parte de un estudiante donde mencionó el método de Simpson, se aclaró a los estudiantes que en la solución de integrales se tienen reglas generales y otras reglas aproximadas, es el caso de la llamada Regla de Simpson que se estudia en el curso de Cálculo Integral.

En conclusión esta actividad cumplió con su finalidad: comprender el concepto geométrico de la Integral.; además de reforzar conceptos como el de circunferencia y círculos y despejar dudas sobre conversión de unidades.

No obstante, luego de revisar con atención los resultados del trabajo con la primera situación, se determinó realizar los siguientes ajustes:

Presentar solo tres gráficas; las que sombrearan el área que no fue posible rellenar con círculos, triángulos y rectángulos, es decir, las gráficas: C, E y G. Dirigir el análisis de las gráficas mediante preguntas que orientaran al estudiante a determinar qué medida se pretendía hallar a través de ellas, cuál de las figuras utilizadas permitía hallar con mayor precisión la medida deseada y qué ocurría a medida que crecía el número de éstas. Esto con el fin de evitar conclusiones muy particulares que no permitieran extraer la idea principal que se pretendía enseñar con la situación.

**Segunda situación.** Debido a los resultados obtenidos donde se presentaron errores conceptuales de velocidad, en la socialización de la actividad, hubo necesidad de dirigir el análisis de la situación en términos de la velocidad del vehículo, determinando con ayuda de una gráfica que al comienzo el vehículo se mueve mucho más despacio que al final.

En conclusión, la situación cumplió con su objetivo: hallar diferentes vías para la solución de una situación problémica, seleccionando la más adecuada para resolverla: la aplicación del concepto de Integral. Además de reforzar el análisis de gráficas, el procedimiento para hallar la ecuación de una función lineal y el análisis de fórmulas físicas.

Esta situación no sufrió modificaciones, el enunciado fue muy claro y a través de ella fue posible determinar el concepto de Integral

**Tercera situación.** La última pregunta: ¿Consideran que los dos aspectos esenciales de la situación motivo de estudio, es decir, Cuánto plástico emplea cada envase y ¿qué volumen puede contener cada envase, pueden ser resueltos mediante integración? orientó a los estudiantes en el análisis del concepto de integral para resolver dicha situación.

En conclusión, se consideró que como los estudiantes tienden a solucionar situaciones de manera muy práctica con base en conocimientos elementales, hay que orientarlos para que determinen y apliquen conceptos a nivel superior desarrollando su espíritu crítico y creativo.

La situación cumplió con su objetivo: despertar la actividad mental independiente al solucionar la situación planteada revelando la lógica de la misma, a través de la aplicación del concepto de Integral.

**Cuarta situación.** Los resultados de esta actividad también fueron muy buenos. Se pudo observar que los estudiantes ya aplicaban el concepto de integral y sin inconvenientes resolvieron la situación por parejas participando activamente en la puesta en común; la actividad fue del total agrado de los estudiantes.

No obstante, hubo necesidad de aclarar el término: Potencia eléctrica (trabajo eléctrico que se realiza en una unidad de tiempo. Es la tasa de cambio de la energía)

Esta actividad cumplió con su objetivo incentivar el pensamiento creador y la independencia cognoscitiva a través de la solución de una situación problemática, aplicando el concepto de Integral. A demás de permitir que los estudiantes demostraran el aprendizaje del concepto de Integral.

**Quinta situación.** Los estudiantes agrupados por parejas formularon situaciones que ilustraban el concepto de integral, incentivando la reflexión e interés de sus compañeros.

Aunque no hubo errores de representación en cuanto al planteamiento de las situaciones, se presentaron algunos dificultades de ejecución, es decir los relacionados con la solución de la situación, al aplicar el concepto de integral y realizar su respectivo cálculo (aunque no era necesario resolver la Integral)  
Las situaciones planteadas por los estudiantes tuvieron en su debido momento algunos ajustes en cuanto a redacción.

El planteamiento de situaciones cumplió con su finalidad: plantear el enunciado de una situación inherente a la sociedad con aplicación del concepto de Integral.

Finalmente, para motivar más a los estudiantes en el estudio de las diferentes situaciones problemáticas, se determinó asignarle a cada una de ellas un título interesante que resumiera su respectivo contenido problemático.

## ANEXO G. RESULTADOS VALIDACIÓN DE LOS EXPERTOS

La siguiente información correspondiente a la respectiva validación se obtuvo del formato diligenciado por los expertos para tal fin y de las observaciones que estos profesionales realizaron en cada una de las pruebas.

Los expertos fueron identificados según el lugar de residencia en la época de realización de la validación.

### 1. Resultados generales de la validación de la prueba de actitud hacia el cálculo

**Descripción de la prueba.** Con respecto a los ítems utilizados en la prueba de actitud, la apreciación de cada uno de los expertos, sobre si consideran que éstos proporcionaban información completa de la actitud de los estudiantes hacia el Cálculo, fue la siguiente:

Aspecto	Expertos			Observaciones		
	Colombia	Cuba	España	Colombia	Cuba	España
¿Considera que los ítems utilizados proporcionan información completa de la actitud de los estudiantes hacia el cálculo?	Sí	Sí	No	“Es importante realizar una pregunta sobre los resultados académicos que el estudiante ha tenido en este campo, para luego llevar a cabo interesantes correlaciones entre la actitud hacia el cálculo y los resultados académicos”.	Ninguna	“No, en la medida en que, prácticamente, nunca lo sería”. Piensa que se obtendría suficiente información para hablar de la actitud de los estudiantes hacia el cálculo. Por esta razón, sugirió cambiar: “proporcionan información completa” por “proporcionan información suficiente”.

## Análisis de ítems.

Aspectos	Expertos			Observaciones		
	Colombia	Cuba	España	Colombia	Cuba	España
Claridad en las instrucciones de cada ítem.	Alto	Alto	Medio			Instrucción del apartado II. Percepción acerca del Cálculo “¿Se puede marcar más de una vez? Esto debe especificarse”. En la instrucción del apartado 5 realiza el comentario: “Si el estudiante desea señalar más de una ¿se puede?”
Utilización de un lenguaje claro y preciso en la formulación de cada enunciado.	Alto	Alto	Medio			Afirmación 1, del apartado I. Utilidad del Cálculo “¿Esto cómo se relaciona con la utilidad? Lo mismo con los demás cuatro puntos”. Afirmación 3, del apartado I. Utilidad del Cálculo “Puede ser ambiguo para el estudiante. Intente reescribir la idea”. En el apartado II. Percepción acerca del Cálculo, el experto pregunta: “¿El cálculo es muy importante para aprobar la materia? Se puede confundir el estudiante”. En esta parte también anotó: “¿se pueden proponer más opciones? Por ejemplo, Es un requisito para abordar otras asignaturas...” En el apartado III Dedicación: “¿No hay más opciones?, por ejemplo, No estudiar”. En esta misma parte hizo una corrección de tipo textual: “3. Estudiar además de antes de los exámenes de forma sistemática”.  Finalmente, en el apartado V. Posibles causas....., hizo un comentario en la primera causa externa: “¿Puede usarse un término más claro para los estudiantes?” Se refiere a la palabra intrínseca.
Utilización de escalas de valor apropiadas	Medio	Alto	Medio	“En la pregunta 2 sobre la percepción acerca del cálculo debe existir una opción de ninguna de las anteriores para que cubra totalmente todas las posibles apreciaciones”.		En la 1. “¿No hay posibilidad para un término medio?” (El experto señaló entre la B y la C.)

## Tiempo de aplicación de la prueba con estudiantes.

Aspecto	Expertos			Observaciones		
	Colombia	Cuba	España	Colombia	Cuba	España
Se estima en la realización de la prueba para evaluar la actitud hacia el cálculo, un tiempo aproximado de 30 minutos.	“Tiempo adecuado”	“Me parece adecuado el tiempo”	“El tiempo me parece adecuado”.			“Es conveniente que sea el mismo investigador quien lleve a cabo el proceso de desarrollo de la prueba. Es decir, que esté presente en el momento de aplicarla. Esto evitaría sesgos en los resultados que se desean obtener”.

### Otras observaciones de los expertos.

#### ➤ Experto de Colombia.

**Observación con respecto al instrumento de validación.** Una observación adicional sería en el planteamiento del objetivo general, “El objetivo no es contar con un instrumento específico..... Sino diseñar y aplicar un instrumento específico.....”

#### ➤ Experto de España.

**Observación general sobre los comentarios respecto a la prueba para evaluar actitud hacia el cálculo.** “En el lugar que consideraba incluí comentarios, la mayoría, en forma de pregunta con el fin de que el investigador se percate si lo que plantea lo lleva a obtener información pertinente y clara”.

**Observación con respecto al instrumento de validación.** La siguiente observación se hizo en el ítem: A. descripción de la prueba.

¿Considera que los seis ítems utilizados proporcionan información completa de la actitud de los estudiantes hacia el cálculo?

Considera cambiar información completa por suficiente información.

Por último, la autora del estudio, en la prueba de actitud, eliminó código del estudiante y dejó Estudiante \_\_\_\_\_, con el fin de asignarle un número a cada estudiante que contestara la prueba logrando mayor confidencialidad de los resultados.

## 2. Resultados generales de la validación de las pruebas pretest y postest.

➤ Descripción de la prueba.

Parte de la prueba	Aspecto a medir	España	Cuba	Colombia
Primera Parte	Mide el grado de identificación y adquisición del concepto de Integral mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados.	"Sí"	<p>"Sí. Las posibilidades de que los estudiantes respondan correctamente las preguntas, está en dependencia no sólo del grado de adquisición del concepto de integral, sino también, de los conocimientos que cada estudiante tenga de los conceptos físicos contenidos en cada una de esas preguntas. Para que una persona pueda identificar cuándo debe aplicar un concepto matemático en la resolución de un problema, debe dominar el contenido del concepto matemático, y además, comprender el contenido del problema en la rama de la ciencia donde esté insertado, desde un punto de vista extramatemático.</p> <p>Depende además, de cuán nuevas sean esas preguntas para cada estudiante. Recuérdese que un problema deja de serlo para una persona que ya lo haya resuelto anteriormente. En ese sentido cabría preguntarse si deben ser iguales las preguntas en el PRETEST y el POSTEST. ¿Entre el PRETEST y el POSTEST los estudiantes no han incrementado sus conocimientos en esos contenidos físicos? ¿No se han resuelto problemas de aplicación de la integral donde estén implicados esos contenidos físicos?"</p> <p>Debido a esta observación, se elaboró otra prueba como postest que tuviera en cuenta la misma estructura y la evaluación del concepto de Integral analizando cada una de la habilidades de pensamiento matemático de la prueba pretest, pero con planteamiento de situaciones diferentes a la primera prueba.</p>	"Sí"
Segunda Parte:	Determina el grado de interpretación y aplicación del concepto de integral.	"Sí"	<p>"Sí"</p> <p>-Observaciones similares a las anteriores.</p> <p>-Considero que debía revisarse la pregunta del inciso d, en cuanto a la integral de la derivada de <math>F(x)</math> para calcular el trabajo".</p>	"Sí"

**Conclusión.** La prueba diseñada como pretest y postest, sí medía el grado de: identificación, adquisición, interpretación y aplicación del concepto de integral.

**Otras observaciones de los expertos.**

**Observaciones realizadas directamente en la prueba por el experto España.**

**Primera Parte**

I. A2. Responda según la información que cada pregunta le proporciona. Explique el concepto que usted ha determinado.

“Este término es muy amplio. Intente ser más específica en lo que quiere que el estudiante responda”. Subraya la palabra concepto.

II. A3. A continuación se presenta una tabla que debe completar, teniendo en cuenta las siguientes instrucciones:

“Pueden ser espacios muy pequeños para la justificación”.

**Segunda Parte (A4)**

Lea el enunciado y conteste la pregunta. Escriba el concepto de integral.

“Igual que el comentario anterior. ¿Qué pretende que los estudiantes respondan?” Subrayó la palabra concepto.

➤ **Análisis de ítems.**

Apartado	Aspectos	Evaluación o apreciación de los expertos.		
		Alto	Medio	Bajo
<b>Primera parte</b>				
I				
A1	Claridad en la Formulación de cada pregunta.	Cuba	Colombia España	
A2	Nivel adecuado de estructuración del proceso y de los ítems para determinar el concepto de integral	Cuba España Colombia		
	Claridad en el planteamiento de los enunciados.	Cuba	Colombia España	

Continúa

Apartado	Aspectos	Evaluación o apreciación de los expertos.		
		Alto	Medio	Bajo
<b>Primera parte</b>				
II				
A3	Adecuada ejemplificación del concepto de Integral, a través de los respectivos enunciados.	España	Cuba Colombia	
	Claridad en los enunciados e interrogantes precisos para evaluar el concepto de integral.	Colombia	Cuba España	
<b>Segunda parte</b>				
A4	Planteamientos adecuados para determinar el grado de conceptualización de la Integral	Colombia España.	Cuba	

**Observaciones.** Según los expertos, el planteamiento de enunciados y la formulación de preguntas de la prueba, debían ser más claros; según lo especificado en la tabla anterior.

Aunque hubo apreciaciones con un nivel medio, en términos generales, según los expertos, la prueba medía en gran medida el grado de adquisición o aprendizaje del concepto de integral.

#### **Otras observaciones de los expertos.**

- **Observaciones Cuba.** “Para que se haga una correcta valoración de la adquisición del concepto de integral es imprescindible que se tengan en cuenta las observaciones hechas anteriormente. Sería recomendable formularse las siguientes preguntas.

- ¿Tiene dominio el estudiante del contenido del problema desde el punto de vista extramatemático?
- ¿Son los problemas realmente nuevos para los estudiantes en el campo de la Matemática?

Aunque puedan parecer contradictorias las preguntas anteriores, lo cierto es que, para aplicar un concepto matemático en la resolución de un problema hay que dominar el concepto matemático y también hay que comprender el problema al margen de la Matemática, para poder identificarlo con el contenido del concepto. Por otra parte, el problema, como problema matemático, debe ser nuevo para la persona, porque de lo contrario no sería un problema para esa persona”.

- **Observaciones Colombia.** “Se debe reestructurar algunas preguntas para que tengan un contenido científico más específico”.

➤ **Tiempo de aplicación de la prueba con estudiantes**

Consideraciones sobre el tiempo estimado para la aplicación de la prueba pretest – postest.

<b>Experto España</b>	<b>Experto cuba</b>	<b>Experto Colombia</b>
“Tiempo adecuado”.	“Da la impresión de que el tiempo planificado es correcto, aunque es difícil dar una valoración objetiva hasta que no se tenga una primera experiencia en su aplicación”.	“Considero el tiempo bien ajustado”.

## **ANEXO H. FORMATO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE CONSENSO DE LOS EXPERTOS, SOBRE LA PRUEBA PRETEST Y POSTEST QUE EVALÚA EL APRENDIZAJE DEL CONCEPTO DE INTEGRAL.**

### **PRESENTACIÓN**

Me dirijo a usted como experto en Didáctica de la Matemática o conocedor de las situaciones problémicas como estrategia en la enseñanza del cálculo y considero que, sus aportes son valiosos para la validación de las pruebas PRETEST Y POSTEST del proyecto de investigación “La Enseñanza Problemática y su incidencia en el aprendizaje del Concepto de Integral en estudiantes de una Institución de Educación Superior de Bucaramanga - Colombia”<sup>1</sup>.

La información suministrada es de carácter confidencial y de uso exclusivo para la investigación.

### **OBJETIVO**

Diseñar y aplicar un instrumento específico que permita decidir en qué medida la prueba diseñada como PRETEST Y POSTEST, evalúa las ideas previas y / o el aprendizaje del concepto de Integral.

### **DATOS PERSONALES**

**Nombre y Apellidos:** \_\_\_\_\_

**Título Profesional:** \_\_\_\_\_

**Nivel de Formación** Doctor ( ) Master ( ) Otro ( ) Cuál?  
\_\_\_\_\_

**Correo electrónico:** \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

### **DATOS PROFESIONALES**

**Institución donde labora:** \_\_\_\_\_

**Cargo:** \_\_\_\_\_

**Nombre de un proyecto relacionado con la enseñanza del cálculo o con las situaciones problémicas, en el cual Usted haya participado:**  
\_\_\_\_\_

**Ciudad:** \_\_\_\_\_ **País:** \_\_\_\_\_

### **DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA.**

**A continuación se presenta una serie de preguntas de respuesta Sí – No.**

<sup>1</sup> Autora: Olga Lucía Duarte Bolívar. Maestría en Pedagogía. Universidad Industrial de Santander - Bucaramanga - Colombia. [olgalu@hotmail.com](mailto:olgalu@hotmail.com) Línea de investigación: Construcción del saber pedagógico y didáctico en ciencias naturales y sociales. Directora Línea de investigación: María Helena Quijano H. [mquijano@uis.edu.co](mailto:mquijano@uis.edu.co)

¿Considera que las dos partes de que consta la prueba miden cada una los aspectos mencionados?

Primera Parte: Mide el grado de identificación y adquisición del concepto de Integral mediante procesos de análisis, relación, comparación, ejemplificación y síntesis a través de interrogantes y enunciados.

SI \_\_\_\_\_

NO \_\_\_\_\_

**OBSERVACIONES:**

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

Segunda Parte: Determina el grado de interpretación y aplicación del concepto de integral.

SI \_\_\_\_\_

NO \_\_\_\_\_

**OBSERVACIONES:**

---

---

---

---

---

---

---

---

**B. ANÁLISIS DE ÍTEMS.**

Realice una evaluación de cada uno de los ítems de la prueba, marcando con una X la casilla que corresponda según su apreciación, siguiendo la escala A = Alto, M = Medio, y B = Bajo.

ASPECTOS	ASPECTOS A EVALUAR	EVALUACIÓN MARQUE UNA CATEGORÍA		
		A	M	B

<b>PRIMERA PARTE</b>				
<b>I</b>				
<b>A1</b>	Claridad en la Formulación de cada pregunta.			
<b>A2</b>	Nivel adecuado de estructuración del proceso y de los ítems para determinar el concepto de INTEGRAL			
	Claridad en el planteamiento de los enunciados.			
<b>II</b>				
<b>A3</b>	Adecuada ejemplificación del concepto de Integral, a través de los respectivos enunciados.			
	Claridad en los enunciados e interrogantes precisos para evaluar el concepto de integral.			
<b>SEGUNDA PARTE</b>				
<b>A4</b>	Planteamientos adecuados para determinar el grado de conceptualización de la Integral			

**OBSERVACIONES:**

---



---



---



---



---



---



---

**C. TIEMPO DE APLICACIÓN DE LA PRUEBA CON ESTUDIANTES**

Se calcula que, la primera parte dura aproximadamente sesenta minutos (60) y la segunda parte cuarenta y cinco (45) minutos aproximadamente.

Se considera que aunque el factor tiempo no sea una variable a analizar en la investigación, el tiempo invertido en la realización del pretest y en el postest, es un aspecto que nos puede proporcionar datos sobre el grado de conceptualización de la Integral.

OBSERVACIONES AL RESPECTO:

---

---

---

---

---

---

---

### **AGRADECIMIENTOS**

**Agradezco sus aportes y valoración; son relevantes en el desarrollo de esta investigación y se constituyen en juicios objetivos que le dan validez a las pruebas y al estudio.**

**Si es de su interés daré a conocer los resultados y alcances de la investigación.**

## **ANEXO I. FORMATO PARA DETERMINAR EL NIVEL DE CONSENSO DE LOS EXPERTOS, SOBRE EL TEST PARA EVALUAR LA ACTITUD HACIA EL CÁLCULO.**

### **PRESENTACIÓN**

Me dirijo a usted como experto en Didáctica de la Matemática o conocedor de las situaciones problémicas como estrategia en la Enseñanza del Cálculo y considero que, sus aportes son valiosos para la validación de la prueba diseñada para evaluar actitudes hacia el Cálculo, del proyecto de investigación “La Enseñanza Problemática y su incidencia en el aprendizaje del Concepto de Integral en estudiantes de una Institución de Educación Superior de Bucaramanga - Colombia”<sup>2</sup>.

La información suministrada es de carácter confidencial y de uso exclusivo para la investigación.

### **OBJETIVO**

Diseñar y aplicar un instrumento específico que permita decidir en qué medida la prueba diseñada para evaluar actitudes hacia el Cálculo, nos proporciona información acerca del sentir de los estudiantes por esta asignatura.

### **DATOS PERSONALES**

**Nombre y Apellidos:** \_\_\_\_\_

**Título Profesional:** \_\_\_\_\_

**Nivel de Formación Doctor ( ) Master ( ) Otro ( ) Cuál?**

\_\_\_\_\_

**Correo electrónico:** \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### **DATOS PROFESIONALES**

**Institución donde labora:** \_\_\_\_\_

**Cargo:** \_\_\_\_\_

**Nombre de un proyecto relacionado con la enseñanza del cálculo o con las situaciones problémicas, en el cual Usted haya participado:**

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

<sup>2</sup> Autora: Olga Lucía Duarte Bolívar. Maestría en Pedagogía. Universidad Industrial de Santander - Bucaramanga - Colombia. [olgalu@hotmail.com](mailto:olgalu@hotmail.com)

Línea de investigación: Construcción del saber pedagógico y didáctico en ciencias naturales y sociales.

Directora Línea de investigación: Maria Helena Quijano H. [mquijano@uis.edu.co](mailto:mquijano@uis.edu.co)

Ciudad: \_\_\_\_\_ País: \_\_\_\_\_

A continuación se presenta una serie de preguntas de respuesta Sí – No.

**A. DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA.**

¿Considera que los seis ítems utilizados proporcionan suficiente información de la actitud de los estudiantes hacia el cálculo?

SI \_\_\_\_\_

NO \_\_\_\_\_

**OBSERVACIONES:**

---

---

---

---

**B. ANÁLISIS DE ÍTEMS.**

Realice una evaluación de cada uno de los ítems de la prueba, marcando con una X la casilla que corresponda según su apreciación, siguiendo la escala A = Alto, M = Medio, y B = Bajo.

ASPECTOS	ASPECTOS A EVALUAR	EVALUACIÓN MARQUE UNA CATEGORÍA		
		A	M	B
A1	Claridad en las instrucciones de cada ítem.			
A2	Utilización de un lenguaje claro y preciso en la formulación de cada enunciado.			
A3	Utilización de escalas de valor apropiadas			

**OBSERVACIONES:**

---

---

---

---

## **TIEMPO DE APLICACIÓN DE LA PRUEBA CON ESTUDIANTES**

Se estima en la realización de la prueba para evaluar la actitud hacia el cálculo, un tiempo aproximado de 30 minutos.

OBSERVACIONES AL RESPECTO:

---

---

---

---

## **AGRADECIMIENTOS.**

**Agradezco sus aportes y valoración; son relevantes en el desarrollo de esta investigación y se constituyen en juicios objetivos que le dan validez a las pruebas y al estudio.**

**Si es de su interés daré a conocer los resultados y alcances de la investigación.**