

VISIÓN RETROSPECTIVA DE LA ARITMÉTICA EGIPCIA

DEYANIRA GÓMEZ SERRANO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2004**

VISIÓN RETROSPECTIVA DE LA ARITMÉTICA EGIPCIA

DEYANIRA GÓMEZ SERRANO

Monografía para optar al título de Licenciada en Matemáticas

**Director:
Luis Hernando Rodríguez
Matemático**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2004**

A mis padres Jorge y Tulia, con amor

AGRADECIMIENTOS

La autora del presente trabajo expresa sus agradecimientos:

A Dios, por permitirme alcanzar esta meta.

A mis padres, Jorge y Tulia, quienes con su apoyo y comprensión lograron que no desfalleciera en la consecución de este objetivo.

A mis hermanos, en especial a Laura Cecilia, quien siempre ha sido un apoyo para toda la familia.

Al profesor Luis Hernando Rodríguez, director de la presente monografía, por sus valiosas sugerencias e indicaciones en el desarrollo de este trabajo.

A mis amigos y compañeros de universidad, en especial a Juliana, Martha, Ligia, Freddy, William, Ingrid y Nelly, con quienes compartí gratos y duros momentos.

A Carlos, quien con su ternura, comprensión y amor me impulsó a seguir adelante.

CONTENIDO

	pag.
INTRODUCCIÓN	1
1. FORMAS DE ESCRITURA Y SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIO	3
2. LAS CUATRO OPERACIONES ARITMÉTICAS	8
2.1. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN	
8	
2.2. MULTIPLICACIÓN. MÉTODO DE LAS DUPLICACIONES	9
2.3. DIVISIÓN. MÉTODO DE LAS DUPLICACIONES Y MEDIACIONES	13
3. FRACCIONARIOS	15
3.1. FRACCIONES	
15	
3.2. OPERACIONES ARITMÉTICAS CON FRACCIONES	19
3.3. USO DE LA FRACCIÓN $\frac{2}{3}$ EN LA ARITMÉTICA EGIPCIA	23
3.4. EJEMPLO DE CÓMO CALCULAR LOS $\frac{2}{3}$ DE UNA CANTIDAD EN EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND	25
3.5. LA REGLA D EN LA ARITMÉTICA EGIPCIA	27
3.5.1. Extensión de la Regla D	29
4. EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND	
4.1. ORIGEN DEL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND	30

4.2. CONTENIDO DEL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND	
31	
4.3. EL ÁLGEBRA EN EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND	38
4.4. REPARTOS PROPORCIONALES, REGLAS DE TRES, PROGRESIONES	39
4.5. UNIDADES DE PESOS Y MEDIDAS	44
5. OTRAS FUENTES DE REFERENCIA	50
5.1. EL PAPIRO DE MOSCÚ	50
5.2. LOS PAPIROS DE AJMIN, KAHUN, BERLÍN Y REISNER	52
BIBLIOGRAFÍA	54

LISTAS DE TABLAS

	pag.
Tabla 1. Papiro de Rhind: fracciones de numerador 2 17	
Tabla 2. Contenido del papiro matemático de Rhind	31
Tabla 3. Descomposición de $n/10$	33
Tabla 4. Equivalencias para medidas de volumen	46
Tabla 5. Equivalencias para medidas de longitud	46
Tabla 6. Contenido del papiro de Moscú	51

RESUMEN

TITULO: VISIÓN RETROSPECTIVA DE LA ARITMÉTICA EGIPCIA*

Autor

GÓMEZ SERRANO Deyanira*

Palabras claves

Egipto, matemáticas, historia, aportes

Contenido

Este trabajo monográfico consiste en hacer un recorrido por la cultura egipcia, buscando con ello dar a conocer los aportes más sobresalientes que esta cultura brindó al desarrollo de las matemáticas.

La monografía consta de cinco capítulos, titulados Formas de Escritura y sistema de numeración egipcio, Las cuatro operaciones aritméticas, Fracciones, El papiro matemático de Rhind, Otras fuentes de referencia.

En el primer capítulo se analizan las formas de escritura empleadas por los egipcios en sus papiros e inscripciones y el sistema de numeración utilizado en sus cuentas y operaciones. En el segundo capítulo, Las cuatro operaciones aritméticas, se centra el análisis en los métodos de duplicación y mediación utilizados por los egipcios en sus operaciones aritméticas. El tercer capítulo está dedicado a los fraccionarios, siendo éstos el rasgo más peculiar de la matemática egipcia por los métodos utilizados para realizar las operaciones entre fraccionarios y por el uso de las fracciones unitarias. El cuarto capítulo, El papiro matemático de Rhind, analiza el origen y el contenido de algunos problemas contenidos en el mejor documento existente, en el que se revelan los conocimientos matemáticos de los egipcios. El quinto capítulo, Otras fuentes de referencia, se muestran algunos datos relacionados con el origen y el contenido de otros documentos escritos, como son el papiro de Moscú, el de Ajmin, Kahun, Berlín y Reisner.

* Monografía

* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. RODRÍGUEZ, Luis H.

ABSTRACT

TITLE: RETROSPECTIVE VISION ON EGYPTIAN ARITHMETIC*

Author

GÓMEZ SERRANO, Deyanira*

Keywords

Egypt, mathematics, history, contributions.

Description

This graduation paper includes an overview of the Egyptian culture in order to highlight its most outstanding contributions toward the development of mathematics.

This work consists of five chapters entitled: Egyptian Writing and Numbering Systems; The Four Arithmetic; Ratios; The Rhind Mathematical Papyrus; Other Source of Information.

The writing forms utilized by Egyptian in their papyruses and inscriptions and the numbering system used in their operations are described in the first chapter. The second chapter entitled The Four Arithmetic Operations focuses on the analysis of duplication and division methods utilized by the Egyptian in their arithmetic operations. The Third chapter is devoted to ratios, since this is the most particular characteristic of Egyptian mathematics, considering the methods to carry out operations and the use of unitary rations. The fourth chapter, the Rhind Mathematical Papyrus, analyzes the origin and content of the best mathematical document available that reveals the Egyptian mathematical knowledge. In the fifth chapter, Other Sources of Information, some data related to the origin and content of other written documents are presented. Such documents include the Moscow papyrus, the Ajmin papyrus, the Kahun papyrus, the Berlin and Reisner documents.

* Research work

* Faculty of Sciences. School of Mathematics. RODRÍGUEZ, Luis H.

INTRODUCCIÓN

Cuando se habla de matemática egipcia se debe antes que nada hacer notar que, a diferencia de la matemática babilónica y más tarde la griega, la Egipcia es ante todo una matemática empírica, o al menos esa es la única conclusión a la que se puede llegar después de analizar sus fuentes. Si hay algo que caracteriza a la ciencia del antiguo Egipto es que se enseñaba a los escribas de la misma forma que durante siglos se había aprendido. No existen demostraciones de los métodos que se emplean, ni siquiera se conoce el origen de las fórmulas. Lo máximo que se puede ver son comprobaciones, pero nunca una demostración, en el sentido moderno que se tiene de demostración, ya que muy seguramente en esta época la simple verificación de un resultado era válido como demostración.

Como en todos los aspectos cotidianos los egipcios fueron fieles a sus tradiciones, y la evolución producida a lo largo de 2000 o 3000 años fue mínima. En matemáticas los conocimientos demostrados a mediados del primer milenio a.C. eran posiblemente los mismos que en el tercer milenio a.C. Las operaciones se realizaban de una determinada forma porque siempre se habían hecho así. Los antiguos métodos de sumas y divisiones o resolución de ecuaciones simples se seguían empleando durante el reino nuevo y hasta la llegada de la matemática griega.

Sobre la base de los dos papiros más importantes de matemáticas egipcias, el papiro de Rhind y el papiro de Moscú, no se pueden sacar conclusiones claras de los conocimientos reales de los escribas egipcios en cuestiones de cálculo. Los papiros tenían una intención puramente pedagógica muy básica; estaban destinados posiblemente a la enseñanza de la contabilidad y la aritmética a los funcionarios del estado, y no es para nada una obra de conocimientos matemáticos. De ellos no se pueden extraer más que conocimientos básicos en

matemáticas.

No es posible conocer si realmente los egipcios conocían sistemas más avanzados de cálculo, pero sí que la base de sus matemáticas era bastante árida. Como se verá en el presente trabajo, los métodos empleados para el cálculo de productos de fracciones o divisiones básicas no eran para nada sencillos. No se puede afirmar que los conocimientos en aritmética de los egipcios se cerrasen con lo que aparece en el papiro de Rhind o en el de Moscú, pero tampoco se tienen pruebas de que fuesen más allá, o de que existiesen otros sistemas.

En el papiro Rhind se tienen operaciones de suma, resta, multiplicación y división de números enteros y fraccionarios; también aparece la resolución de ecuaciones con una incógnita, cálculos de áreas y algunos volúmenes. Los métodos se usaban tal y como durante generaciones se habían aprendido. Existía una fórmula para el cálculo de ciertas áreas y volúmenes, igual que tenían un método para sumar y restar, pero esa fórmula cometía los mismos errores de precisión que 1000 años antes y nadie se debió molestar en encontrar otra más precisa. ¿Por qué? ¿Quiere esto decir que la fórmula era lo bastante exacta para las mediciones cotidianas? ¿Existía algún método de corrección de estos errores?

En la presente monografía se ha querido mostrar el panorama general de la aritmética desarrollada por los egipcios, sin pretender abarcar todos los aspectos, pero haciendo énfasis en los papiros mencionados aquí, por tratarse de los únicos documentos existentes que muestran el trabajo matemático desarrollado por esta cultura. Durante el trabajo se ha hecho un amplio uso de las fuentes que aparecen al final en la bibliografía.

1. FORMAS DE ESCRITURA Y SISTEMA DE NUMERACIÓN EGIPCIA

La civilización egipcia nació probablemente en un número de pequeñas comunidades urbanas y rurales que se unieron progresivamente en dos reinos: El alto y el bajo Egipto. El primer rey que según parece reunió el alto y el bajo Egipto fue Menes. De Menes a Alejandro Magno, época que comienza hacia el año 3100 a.C. y termina con la conquista griega en el 322 a.C, se suceden distintos imperios y periodos intermedios.

Los egipcios desarrollaron tres tipos de escritura, la jeroglífica y las dos formas de cursiva: la hierática (hasta el año 650 a.C.) y la demótica (del 650 a.C. al 450 a.C.)

En las tres formas de escritura los símbolos han representado ideogramas, sílabas (consonánticas únicamente), una sola letra y determinadores (ayudas para interpretar los símbolos que tengan más de un significado); las vocales no están representadas en la escritura, e incluso quienes la han estudiado no pueden seguir la evolución fonética de esta lengua más que a través de sus consonantes.

Los jeroglíficos estaban reservados a las inscripciones sobre tumbas y monumentos de piedra. Los escribas para realizar los documentos de tipo administrativo, astronómico, etc., fueron simplificando el trazo hasta obtener los llamados símbolos hieráticos.

Los conocimientos directos que se tienen de la matemática de la antigua cultura egipcia provienen de muy pocos papiros, entre los cuales se pueden resaltar:

- El papiro de Rhind o de Ahmes: Es un rollo de papiro de unos 30 cm de ancho por casi 6 metros de largo. Fue comprado por Henry Rhind; Ahmes es el

nombre del escriba egipcio que lo copió hacia el año 1650 a.C. aproximadamente. No está escrito en forma jeroglífica, sino en una escritura más rápida que se adapta mejor al uso del pincel y la tinta sobre las hojas de papiro, se la conoce como escritura hierática (sagrada).

Este papiro es conservado en el Museo Británico. El capítulo 4 del presente trabajo está dedicado completamente al papiro de Rhind; allí se expondrán más detalles sobre su origen y contenido.

- El papiro de Moscú:

Es casi tan largo como el papiro de Rhind, pero su anchura es de sólo 8 cm aproximadamente. Contiene 25 problemas resueltos, la mayor parte de ellos de la vida corriente; fue copiado por un escriba desconocido hacia el año 1890 a.C.

- El papiro de Kahum:

Corresponde hacia el siglo XX a.C.

- El papiro de Berlín

En este papiro se intentan resolver sistemas de ecuaciones y se muestra el empleo de raíces cuadradas.

- El papiro de Rollm

Corresponde hacia el siglo XIV a.C.

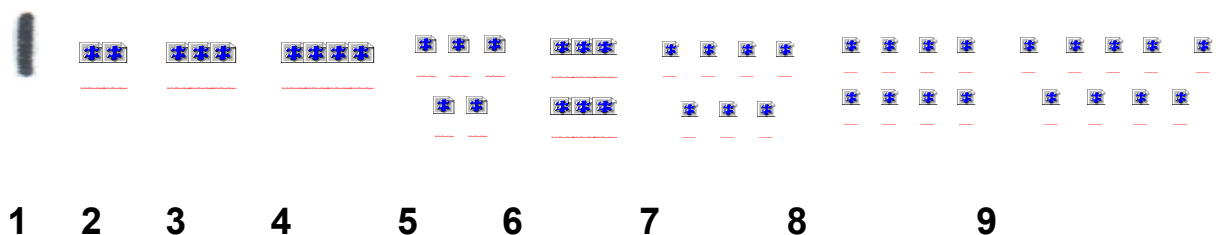
En el capítulo quinto se dan algunas referencias sobre estos papiros y otros no mencionados aquí. Realmente no se puede hablar de un único sistema de numeración, puesto que de hecho existieron dos: el sistema jeroglífico, que como su nombre lo indica utiliza jeroglíficos, y el sistema hierático, que utiliza símbolos cursivos y que en el siglo VIII a.C. desembocará en el sistema demótico o sistema del pueblo.

El sistema de numeración jeroglífico es de base 10, no posicional, en el que el principio aditivo determina la disposición de los símbolos. La utilización de este principio permite expresar cualquier número y cada símbolo se repite el número de veces necesarias.







Este, al igual que en todos los sistemas aditivos, no tuvo en cuenta el cero, por tanto no tenía representación alguna; simplemente cada símbolo representaba la misma cantidad, sin importar el lugar donde se colocara al escribir los signos que expresaban el número. El principio en el que se basa el sistema de numeración jeroglífico fue descifrado fácilmente; es tan antiguo como las pirámides, por lo menos data de hace de unos 5000 años y está estructurado como podría esperarse en una escala numérica de base 10.

- Un palote vertical aislado representa una unidad
- Un arco que se usa para el diez
- Una especie de lazo representa el cien
- Una flor de loto para el mil
- Un dedo doblado para el diez mil
- Un tipo de pez parecido a una lota para el cien mil
- Una figura humana de rodillas y con los brazos en alto representaba un millón.

Los primeros signos que utilizaron fueron:








Los signos descritos anteriormente para las seis primeras potencias de diez fueron:

10	
100	
1000	
10000	
100000	
1000000	

Los egipcios tallaron esos jeroglíficos y escribieron en hierática, cursiva y luego en demótica de derecha a izquierda justo como los hebreos y como los árabes hasta hoy. Muchas veces los jeroglíficos y la escritura hierática eran grabados verticalmente hacia abajo, pero el estilo también es de derecha a izquierda.

Repitiendo convenientemente estos símbolos, puede escribirse por ejemplo el número 11432:

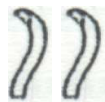
	+		+		+		+	
2	+	30	+	400	+	1000	+	10000

Algunos números en el sistema de numeración jeroglífica requieren de un largo número de caracteres, mientras que para otros números se requiere de una cantidad más pequeña.

Así por ejemplo, el número 1967 es igual a:



Requiere de 23 caracteres, mientras que el número 20000 que es representado como



así que requiere sólo de 2 caracteres.



2. LAS CUATRO OPERACIONES ARITMÉTICAS

2.1. ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Como ya hemos visto en el capítulo primero, las matemáticas egipcias se basaban en un sistema de numeración decimal, no posicional como el nuestro, sino aditivo. Las operaciones básicas de suma y resta se limitaban a la combinación o cancelación de símbolos. La adición era la base del conocimiento matemático, las operaciones de multiplicación se basaban en adiciones como se verá en la siguiente sección.

Para sumar simplemente se añadían los símbolos correspondientes. Como los símbolos se podían repetir desde uno hasta nueve veces, si excedían de nueve se eliminaban todos y se añadía el siguiente. El funcionamiento es similar al ábaco. Así:

$$27 + 24 = 51$$



Al obtener 11 símbolos  se eliminaban 10 y se añadía el equivalente 
Obteniendo como resultado



Como se ve, el sistema es bastante trivial. Para la resta simplemente se eliminaban los símbolos; el funcionamiento es exactamente el mismo al de un ábaco chino.

$$225 - 135 = 90$$



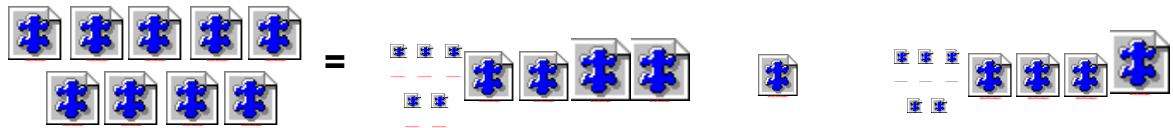
Los egipcios utilizaban dos jeroglíficos  y  para representar los símbolos de sustracción y adición, respectivamente.

Teniendo en cuenta que se escribía de derecha a izquierda y utilizando los jeroglíficos respectivos las operaciones descritas anteriormente quedarían así:

$$51 = 24 + 27$$



$$90 = 225 - 135$$



2.2. MULTIPLICACIÓN

Las operaciones de multiplicación y división se basaban en el mismo proceso aditivo. Para multiplicar se empleaba un sistema llamado de duplicación adición,

que requiere un poco de práctica para su manejo. Se basa en la propiedad de poder expresar cualquier número natural como suma de potencias de dos, que quizás ya hubiesen descubierto por métodos empíricos.

Si queremos multiplicar por ejemplo $N \times M$, el proceso es el siguiente:

Se escribe una tabla de dos columnas por N filas, cada fila se obtiene por duplicación de la anterior. Para multiplicar $N \times M$, la primera fila consta del número 1 y del número M , la segunda del número 2 y del número $2M$, la tercera del número 4 y del número $2(2M)$. La tabla se construye hasta que el siguiente valor es mayor que N ; entonces se puede obtener el número N como suma de todos o parte de los números de la primera columna. El resultado de la operación es la suma de todos los miembros de la segunda columna o de los equivalentes a los que sumamos en la primera columna para obtener N .

Entonces para escribir $N \times M$ se escribía:

1	M
2	M1 = 2M
4	M2 = 2M1
8	M3 = 2M2
.	
.	
.	
2ⁱ	M_i = 2(M_{i-1})

La tabla continúa hasta que el siguiente valor es mayor que N . Una vez hecho esto, se trata de descomponer el número N como suma de una cantidad j de

números de la primera columna, de modo que el número de sumandos sea el menor posible.

Como ejemplo 1, para multiplicar 41×59 se realizan las siguientes operaciones:

- 1. Se construye la tabla:

1	59
2	118
4	236
8	472
16	944
32	1888

- 2. El siguiente valor en la columna 1 es 64 que es mayor que 41, por lo que no se continúa con la tabla. Empieza ahora el proceso de adición, se trata de encontrar la forma de expresar 41 como suma del menor número de miembros de la columna 1.

Para ello se utilizan los números 32, 8 y 1. Ya que $41 = 32 + 8 + 1$, así $41 \times 59 = 1888 + 472 + 59 = 2419$.

Lo primero a tener en cuenta en este sistema es elegir como multiplicando el más pequeño de los números a multiplicar, pues se simplifica el número de potencias de 2 y por tanto el de operaciones a realizar.

Ejemplo 2: Multiplicar 8×7 .

1	8
2	16
4	32







$7 = 4 + 2 + 1$, entonces $8 \times 7 = 32 + 16 + 8 = 56$.

Ejemplo 3: Multiplicar 25×19 .

1	25
2	50
4	100
8	200
16	400

$19 = 16 + 2 + 1$, entonces $25 \times 19 = 400 + 50 + 25 = 475$.

Cuando se tenía que efectuar una multiplicación por alguna potencia de 10, sencillamente se desplazaban los símbolos una, dos, tres o más posiciones hacia la derecha según la tabla siguiente:

					
1	10	100	1000	10000	100000

Ejemplo:

$$21 \times 10 = 210$$

2.3. DIVISIÓN

El método empleado para la división es realmente curioso. Se basa en la multiplicación y obtenían cantidades enteras o fraccionaras exactas. No se puede asegurar que desconociesen el resto, pero no existen pruebas de divisiones en las que aparezca.

Si se quiere dividir N/M la idea consiste en obtener el número de partes de M entre N . El sistema se basa en la multiplicación, pero ahora es el divisor el que se duplica. Se genera una tabla de dos columnas que tiene en la primera fila el número denominador M . El método consiste en obtener en la columna de la derecha el número N con la suma de sucesivas filas, obtenidas por duplicación. El dividendo se obtiene entonces como suma de los elementos duplicados de la columna del divisor y el cociente es la suma de los números en la columna base de la duplicación.

Por ejemplo, para dividir $21/3$ se hacía:

1	3
2	6
4	12

Al igual que en la multiplicación, el siguiente número de la tabla sería 8 y corresponde a 24 que es mayor que 21, por tanto no se sigue con el proceso.

Si el número 21 se puede obtener como suma de los valores de la columna de la derecha, entonces la división es exacta y corresponde a la suma de los respectivos valores de la columna de la izquierda. En este caso $21 = 12 + 6 + 3$, entonces:

$$21/3 = 4 + 2 + 1 = 7$$

Este ejemplo es el más sencillo, pues la división es exacta. El problema surgía cuando no se tenían divisiones exactas y había que utilizar fracciones. Como se verá más adelante, el manejo de fracciones se basaba en la reducción de la fracción como suma de fracciones de numerador uno. Por ejemplo para dividir $21/6$ se hacía el mismo proceso anterior, pero cuando se obtiene un número mayor que el numerador, se continúa con la tabla pero dividiendo; este método se conocía como división por mediaciones:


1	6
2	12
$\frac{1}{2}$	3

$6 + 12 + 3 = 21$, entonces $21/6 = 1 + 2 + \frac{1}{2} = 3,5$.

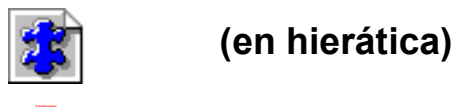
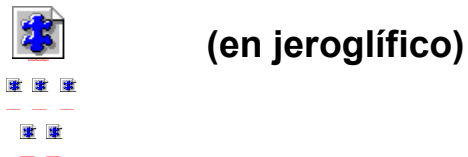
En este ejemplo ya no tendría sentido colocar en la tabla el correspondiente a 4, o sea 24, porque 24 es mayor que 21. Tampoco se puede obtener el valor 21 como suma de los valores de la columna de la derecha; por tanto, se continúa con divisiones ($\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$,...), hasta obtener el dividendo como suma de los valores de la derecha.

3. FRACCIONARIOS

3.1. FRACCIONES


El uso de las fracciones es sin duda el rasgo más peculiar de la matemática egipcia. El método empleado por los escribas para operar con fracciones es mucho más complicado que el nuestro. La base de la representación de una fracción se encontraba en la descomposición como suma de fracciones de numerador uno, todas distintas. En la representación de fracciones se utilizaba el símbolo , que en hierática se convirtió en un punto y significaba “parte”. Cuando se quería escribir un fraccionario, se representaba el símbolo anterior por el valor numérico del denominador.

Por ejemplo, para representar $1/5$ se escribía:



y tenía el sentido de un ordinal, nunca de un cardinal. Las únicas excepciones eran $1/2$, $2/3$, $1/4$ y $3/4$ que se representaban con un jeroglífico especial.

En aritmética sólo se usaba la fracción $2/3$ que en hierática se representaba como

. Era muy frecuente el uso de fracciones denominadas “fracciones ojo de Horus” que representaban cada una de las partes en las que fue seccionado el

ojo de Horus en la batalla con Seth. Las cejas equivalía a un $1/8$, la pupila era $1/4$, la parte izquierda de la pupila $1/2$, la parte derecha $1/16$, la parte inferior vertical bajo el ojo $1/32$, y la parte inferior diagonal del ojo representaba $1/64$. Es decir, las fracciones “ojo de Horus” eran $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$, $1/64$. Las fracciones con numerador distinto de uno se reducían a suma de fracciones con numerador uno, pero siempre los sumandos tenían que ser diferentes. Así Ahmes en el papiro de Rhind, escribía $2/5 = 1/3 + 1/15$ y nunca se podría emplear $1/5 + 1/5$. La propia expresión $2/5$ no tenía sentido en el pensamiento egipcio.

Cualquier cantidad se expresaba como una parte entera más una suma de fracciones unitarias y, a lo sumo, $2/3$. El símbolo “+” o mejor dicho el símbolo ^ , no se empleaba y las fracciones aparecían secuencialmente. Lógicamente el problema era encontrar estas reducciones. Actualmente se pueden hallar algoritmos de cálculo que nos permiten tales adiciones, pero hace 4000 años los egipcios no conocían un método rápido para efectuar las transformaciones, por lo que se limitaban a emplear tablas ya escritas y a efectuar el proceso de división aprendido.

Cuando un egipcio se encontraba con una fracción como $5/8$, no pensaba: “¿Cómo puedo transformar $5/8$ en una suma de fracciones unitarias?” , sino que se limitaba a dividir 5 entre 8 utilizando la técnica usual de este tipo de fracciones. El papiro de Rhind incluye al principio una tabla en la que se expresan todas las fracciones de numerador 2 y denominador impar entre 5 y 101 como suma de fracciones unitarias. Como es lógico, se eliminaban las descomposiciones en las que el denominador es par.

La siguiente tabla es una reproducción de la hecha por Ahmes; en la primera y tercera columnas aparecen los denominadores de las fracciones cuya forma es $2/n$, en la segunda y cuarta columna los denominadores de las fracciones de forma $1/m$ cuya suma da $2/n$.

Tabla 1. Papiro de Rhind: fracciones de numerador 2

2/n	1/p + 1/q + 1/r + 1/s	2/n	1/p + 1/q + 1/r + 1/s
5	3 , 15	55	30 , 330
7	4 , 28	57	38 , 114
9	6 , 18	59	36 , 236 , 531
11	6 , 66	61	4 , 244 , 488, 610
13	8 , 52 , 104	63	42 , 126
15	10 , 30	65	39 , 195
17	12 , 51 , 68	67	40 , 335 , 536
19	12 , 76 , 114	69	46 , 138
21	14 , 42	71	40 , 568 , 710
23	12 , 276	73	60 , 219 , 292 , 365
25	15 , 75	75	50 , 150
27	18 , 54	77	44 , 308
29	24 , 58 , 174 , 232	79	60 , 237 , 316 , 790
31	20 , 124 , 155	81	54 , 162
33	22 , 66	83	60 , 332 , 415 , 498
35	30 , 42	85	51 , 255
37	24 , 111 , 296	87	58 , 174
39	26 , 78	89	60 , 356 , 534 , 890
41	24 , 246 , 328	91	70 , 130
43	42 , 86 , 129 , 301	93	62 , 186
45	30 , 90	95	60 , 380 , 570
47	30,141,470	97	56 , 679 , 776
49	28 , 196	99	66 , 198
51	34 , 102	101	101 , 202 , 303 , 606
53	30 , 318 , 795		

Esta tabla hace pensar que los egipcios conocían ciertas relaciones matemáticas y quizás alguna regla para generar la tabla en el caso de números mayores.

Para expresar 2/61 la tabla da el siguiente valor:

$$1/4 + 1/244 + 1/488 + 1/610$$

¿Cómo los egipcios descubrieron y elaboraron esta tabla? Actualmente no existen pruebas de que conociesen y aplicasen un método para la construcción de la tabla.

¿Por qué usaban los egipcios las fracciones unitarias en sus cálculos? Realmente es difícil suponer una aritmética basada en fracciones unitarias hoy en día.

Actualmente el concepto $3/5$ nos es familiar, pero para los egipcios esto parecía representar un problema. Se han dado diferentes teorías para justificar el uso de este tipo de fracciones en Egipto.

En matemática moderna se emplea el uso de fracciones unitarias en determinadas situaciones, y el argumento más convincente para el empleo por parte de los egipcios es la facilidad de dividir un todo en n partes. Si tenemos 3 panes y queremos dividirlos entre 5 personas nosotros aceptamos que a cada persona le corresponde exactamente $3/5$ del total. Pero si aplicamos el método de las fracciones unitarias a $3/5$ obtenemos que $3/5 = 1/3 + 1/5 + 1/15$ por lo que para empezar podemos dividir un pan en tres partes iguales, los otros dos en cinco partes cada uno y luego cada una de las cinco partes de uno de los panes últimos, las dividimos a su vez en tres partes iguales.

Este concepto es más sencillo para un niño que fácilmente aprende a dividir un todo en n partes iguales y tomar una de ellas, que un intento de aplicar $3/5$ directamente, o bien como suma de $2/5 + 1/5$.

3.2. ARITMÉTICA DE FRACCIONES

Se van a analizar en esta sección los métodos de multiplicación, división y sustracción de fracciones y números expresados como suma de fracciones unitarias. “Los problemas 7 al 20 del papiro de Rhind se refieren a estas

operaciones”¹ y algunos de estos se analizarán con detalle en el siguiente capítulo.

La multiplicación de expresiones fraccionarias se hacía de manera directa o mediante el empleo de los números rojos. Estos son unos números auxiliares que aparecen de color rojo en el papiro. El método directo aparece en el problema número 9 y consiste en aplicar la propiedad distributiva del producto respecto de la suma.

Para multiplicar $(1/2 + 1/14) \times (1 + 1/2 + 1/4)$ se multiplicaba cada fracción del primer factor por cada una de las del segundo, así:

1	1/2+1/14
1/2	1/4 + 1/28
1/4	1/8 + 1/56

y el resultado es la suma de los resultados parciales de la columna es decir, 1.

El ejemplo anterior es uno de los más sencillos, pues no es más que aplicar las divisiones por 2 que muy bien manejaban los egipcios, y los resultados parciales constan de fracciones sencillas.

El método de los números rojos es algo más complicado. Consiste en aplicar un número auxiliar (el número rojo) a cada una de las fracciones de la columna de la derecha cuando en esta se obtienen resultados no sencillos.

Aparece por ejemplo, en el problema 14, que el escriba propone calcular $(1+1/2+1/4) \times 1/28$. Este es el procedimiento seguido:

Se aplica el método normal obteniendo

¹ GILLINGS, Richard. Mathematics in the Time of Pharaohs. New York: Dover Publications. p. 109

1	1/28
1/2	1/56
1/4	1/112

ahora en lugar de sumar las fracciones de la columna de la derecha, siguiendo el método aprendido, se selecciona un número tal que al aplicarlo a éstas se obtengan otras más sencillas. En este caso se selecciona el 28 y el razonamiento es el siguiente:

- 1/28 partes de 28 es igual a 1,
- 1/56 partes de 28 es igual a 1/2,
- 1/112 partes de 28 es igual a 1/4,

y hay que saber cuántas partes de 28 son iguales a $1 + 1/2 + 1/4$, es decir ¿cuál es el número por el que hay que multiplicar $1 + 1/2 + 1/4$ para obtener 28? Entonces se debe dividir 28 entre $1 + 1/2 + 1/4$ y se hace la siguiente tabla:

1	1	1/2	1/4
2	3	1/2	
4	7		
8	14		
16	28		

el resultado es 16, entonces 1/16 partes de 28 es precisamente $1 + 1/2 + 1/4$.

Para una mentalidad actual el método de los números rojos puede parecer una forma absurda de complicarse la vida, pero hay que tener en cuenta que, aunque los egipcios manejaban las fracciones, una expresión como la obtenida en el

primer ejemplo sí era fácil, pero una del tipo $1/28 + 1/56 + 1/112$ no era manejable, mientras que el concepto de $1/16$ sí podían controlarlo.

La resta de fraccionarios está explicada con ejemplos en los problemas 21 al 23 del papiro de Rhind y en todos se emplean los *números rojos*.

Para realizar la operación $1 - (2/3 + 1/30)$ se siguen los siguientes pasos:

- 1. Se elige como número auxiliar el 30
- 2. $2/3 + 1/30$ partes de 30 es igual a 21
- 3. 30 es mayor que 21 en 9 unidades, entonces hay que obtener cuántas partes de 30 dan 9.

1	30
1/10	3
1/5	6

como $6 + 3 = 9$, entonces la respuesta es $1/5 + 1/10$.

Lógicamente esta es la “teoría”, pero los cálculos pueden complicarse enormemente siguiendo este método. En el capítulo siguiente dedicado al estudio de algunos problemas del papiro de Rhind se analizarán algunos ejemplos más complejos del método.

La división de fracciones aparece en los problemas 30 al 34 del papiro de Rhind; en todos los problemas el escriba hace uso de los números rojos. No son problemas directos de divisiones, sino en los que hay que aplicar el resultado de alguna división.

Si queremos dividir N/D siendo D una fracción, el método consiste en efectuar las duplicaciones sucesivas del denominador hasta que la siguiente duplicidad

exceda al numerador, como en el proceso de división de números enteros. Se selecciona la mejor aproximación al numerador como suma de los valores obtenidos en la columna de la derecha que se llamará C. Se calcula la diferencia (N-C) y ahora se trata de saber cuántas partes de D son iguales a C que llamaremos F. El resultado final será la suma de las cantidades de la columna de la izquierda más este valor F.

Por ejemplo en el problema 30 hay que dividir $10/(2/3+1/10)$; en este caso $N = 10$, $D = 2/3 + 1/10$.

Para obtener el resultado se hace lo siguiente:

1	$2/3+1/10$
2	$1+1/3+1/5$
4	$3+1/15$
8	$6+1/10+1/30$

Si ahora se suman los valores de la columna de la derecha para 1, 4 y 8, se obtiene:

$$2/3 + 1/10 + 3 + 1/15 + 6 + 1/10 + 1/30 = 9 + 2/3 + 1/5 + 1/15 + 1/30,$$

entonces, $C = N - (9 + 2/3 + 1/5 + 1/15 + 1/30)$, luego $C = 1/30$.

Hay que ver ahora cuántas partes de $2/3 + 1/10$ son iguales a $1/30$, es decir cuántas partes de D son iguales a C.

Se selecciona ahora como número rojo al 30 y se realiza el proceso anterior:

$2/3 + 1/10$ de 30 es 23 y $1/30$ de 30 es 1, entonces 1/23 partes de $2/3 + 1/10$ es igual a $1/30$, luego $F = 1/23$. El resultado de la división será por tanto:

$$8 + 4 + 1 + 1/23 = 13 + 1/23.$$

Como en ejemplos anteriores, en este caso se ha llegado a esta conclusión sin reproducir todos los pasos necesarios, pero el escriba que quisiese hacer este problema aplicando los métodos que conocía hasta ese momento, debía realizar gran cantidad de operaciones de multiplicaciones y restas de fraccionarios antes de obtener el resultado final.

3.3. LA FRACCION 2/3 EN LA ARITMÉTICA EGIPCIA

La fracción $2/3$ constituye la principal excepción en el uso de fracciones unitarias por los escribas egipcios. Al final del imperio nuevo se utilizó el $3/4$ e incluso aparece el $2/4$ en algunos papiros administrativos, pero este último a efectos exclusivamente descriptivos, sin llegar a operarse nunca con otros números. De manera que dentro de la limitación conceptual que suponía entender la fracción como expresión de un reparto, ¿qué significado se le debe atribuir a $2/3$?

Una de las acciones matemáticas más frecuentes consistía en el cálculo de la capacidad de graneros y depósitos en general. Por ejemplo el problema 41 del papiro de Rhind muestra la forma de hallar el volumen de un granero cilíndrico. Dado que las dimensiones están en codos, el resultado final 640 resultan ser codos cúbicos, una unidad de volumen.

Pero el volumen ha de transformarse en capacidad de grano y esta se medía en khar. De manera que la acción a realizar consiste en transformar codos cúbicos en khar.

Pues bien, para ello era necesario considerar que

$$1 \text{ codo cúbico} = 2/3 \text{ khar,}$$

de manera que disponiendo de 640 codos cúbicos se llega al resultado de

$$640 \times \frac{2}{3} = 426 + \frac{2}{3} \text{ khar.}$$

De igual manera resultaría necesario transformar khar en codos cúbicos para resolver el problema inverso. Disponer de una cantidad de grano determinada (por ejemplo 320 khar) y desear calcular el volumen en codos cúbicos del que es necesario disponer para su almacenamiento. Para lo cual, hay que tener en cuenta que

$$1 \text{ khar} = 1 + \frac{1}{2} \text{ codo cúbico,}$$

de modo que se llegaría a la solución de $320 \times (1 + \frac{1}{2}) = 480$ codos cúbicos, que permitiría por ejemplo, sabiendo la superficie de la base del granero, hallar la altura a la que debe llegar el grano.

En resumen $\frac{2}{3}$ es una fracción con una entidad propia por resolver este problema, ya que matemáticamente resulta ser el inverso de $(1 + \frac{1}{2})$ ya que $\frac{2}{3} \times (1 + \frac{1}{2}) = 1$.

Esto significa que $\frac{2}{3}$ no es una fracción expresión de un reparto como en el caso de las fracciones unitarias, sino que tiene una naturaleza de tipo operativo. Es el operador por el que hay que multiplicar los codos cúbicos para obtener su expresión en khar.

3.4. EJEMPLO DE CÓMO OBTENER LOS $\frac{2}{3}$ DE UNA CANTIDAD EN EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND.

Dada la importancia de la fracción $\frac{2}{3}$ en la vida administrativa y económica, el papiro de Rhind le dedica de forma excepcional una regla operativa:

PROBLEMA 61B: Regla para tomar $\frac{2}{3}$ de una fracción desigual (es decir la

recíproca de un número impar).

Si te piden cuáles son los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$, tomas los recíprocos de 2 veces 5 y 6 veces 5. Lo que se quiere decir es que para hallar los $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{5}$ se deben considerar $\frac{1}{(2 \times 5)} + \frac{1}{(6 \times 5)}$.

Y en general $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{n}$ es igual a $\frac{1}{2n} + \frac{1}{6n}$, con n impar.

La forma como se llega a esta regla procede de nuevo de la idea de reparto. Si se quieren dividir 2 panes entre 3 personas lo más sencillo consiste en dividir cada pan en 2 partes iguales, tras dar $\frac{1}{2}$ a cada una, sobra una mitad que a su vez se divide en 3 partes iguales cada una de las cuales se da a cada persona para concluir el reparto. En otras palabras se llega a que $\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$, de modo que, para hallar los $\frac{2}{3}$ de cualquier número (incluyendo los de la forma $\frac{1}{n}$ con n impar), basta hallar la mitad de ese número y luego la tercera parte de esa mitad añadiéndosela a la anterior.

Obsérvese cómo naturaleza conceptual de la fracción propia de los egipcios impide la acción más sencilla de hallar una tercera parte de esa cantidad original repitiéndola de nuevo ($\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$).

Ello significaría tratar a las fracciones como números generalizables, consideración no coherente con el marco conceptual en que habían construido el concepto de fracción.


NOTA:

A manera de ejercicio de egiptología, se hará un breve análisis sobre el significado del símbolo




para la fracción $\frac{2}{3}$.




Primero, analizamos qué significaría . No puede representar al dos, pues el dos se representa como dos barras de igual longitud cada una, es decir:



Entonces el símbolo  significa uno y medio ya que una barra es exactamente la mitad de la otra.

Luego,

$$\text{𐍑} = 1 + 1/2$$

Recordemos que $1 + 1/2 = 3/2$ y que el símbolo  se utilizaba para representar fracciones unitarias, entonces el símbolo



representaría al número $1/3/2$, es decir, al inverso de $3/2$, el cual equivale exactamente a $2/3$, ya que $2/3 = 1/3/2 = 1/(1+1/2)$.

3.5 LA REGLA D EN LA ARITMÉTICA EGIPCIA

Como prueba para establecer que los aritméticos egipcios habrían estado concientes de lo que se denomina la regla D, se establecerán muchos ejemplos de igualdades de 2 términos. Algunas pruebas en donde aparece el uso que le dieron los escribas a la regla D se encuentran en el papiro matemático de Rhind y en el papiro de Kahum.

Sin embargo, sería conveniente escoger igualdades del “rollo de papiro matemático Egipcio” para propósitos de ilustración y de demostración. Obsérvense las 10 líneas siguientes del “rollo de papiro matemático egipcio”.

$$1/9 + 1/18 = 1/6$$

$$1/12 + 1/24 = 1/8$$

$$1/24 + 1/48 = 1/16$$

$$1/18 + 1/36 = 1/12$$

$$1/21 + 1/42 = 1/14$$

$$1/45 + 1/90 = 1/30$$

$$1/30 + 1/60 = 1/20$$

$$1/15 + 1/30 = 1/10$$

$$1/48 + 1/96 = 1/32$$

$$1/96 + 1/192 = 1/64$$

REGLA D: Si una fracción unitaria es el doble de otra, entonces su suma es otra fracción unitaria si y solo si el denominador más grande de las fracciones es divisible por 3. El cociente de la división es la fracción unitaria equivalente a la suma de dichas fracciones. Pero si esta regla hubiese sido expresada por un escriba egipcio probablemente la hubiese expresado como sigue:

Para sumar dos fracciones, si una de ellas es el doble de la otra, divídala por 3.

La primera línea del “rollo de papiro matemático egipcio” ilustra la regla D:

$$1/9 + 1/18 = 1/6.$$

Esto pudo escribirse porque 18 es el doble de 9 y luego 18 dividido en 3 da 6, que es la fracción unitaria de la suma; las otras 9 líneas también obedecen la regla D. La regla D presenta un problema: si el denominador más grande de las fracciones unitarias no es divisible por 3, entonces la regla no es aplicable.

Ejemplo: En la suma de $1/5 + 1/10$ tenemos que 10 es el doble de 5, pero $10/3 = 3 + 1/3$, el cual no es un número entero; por tanto $1/5 + 1/10$ no puede ser expresada como una fracción unitaria simple.

La regla D pudo haber sido extendida por los escribas; por ejemplo, otra de las líneas del “rollo de papiro matemático egipcio” trae: $1/4 + 1/12 = 1/3$.

En este caso una fracción unitaria es 3 veces la otra; por analogía con la regla D, dividiendo ahora 12 entre 4 obtenemos el resultado, el cual es $1/3$.

Los escribas fueron capaces de ir más allá. Obsérvense las siguientes líneas contenidas también en el “rollo de papiro matemático egipcio”.

$$1/10 + 1/40 = 1/8,$$

$$1/5 + 1/20 = 1/4.$$

En cada caso el denominador más grande es 4 veces el otro; ahora, dividiendo el denominador mayor entre 5, se obtiene el denominador del resultado de la suma.

Así los escribas pudieron haber llegado por inducción a la generalización de la regla D, la cual en términos modernos se podría expresar así:

3.5.1. Extensión de la Regla D

Si una de dos fracciones unitarias es K veces la otra, entonces su suma es encontrada al dividir el denominador más grande entre $K + 1$, dando la respuesta como un denominador entero. Además si el cociente no es un entero, entonces es imposible que la suma sea una fracción unitaria, y así la regla D comienza a tener un uso doble.

Durante muchos siglos los egipcios sumaron y restaron fracciones unitarias; ellos muy seguramente hicieron uso de esta regla, aunque quizá no en los mismos términos como se ha expresado aquí. Todos los términos de las igualdades que aparecen en la tabla siguiente parecen haber sido escritas mentalmente por el escriba del papiro matemático de Rhind.

Instancias de los probables usos que los escribas le dieron a la Regla de D en el Papiro matemático de Rhind.

$$1/3 + 1/6 = 1/2$$

$$1/6 + 1/12 = 1/4$$

$$1/9 + 1/18 = 1/6$$

$$1/15 + 1/30 = 1/10$$

$$1/4 + 1/12 = 1/3$$

$$1/8 + 1/24 = 1/6$$

$$1/5 + 1/20 = 1/4$$

$$1/10 + 1/40 = 1/8$$

$$1/7 + 1/42 = 1/6$$

$$1/14 + 1/84 = 1/12$$

$$1/10 + 1/15 = 1/6$$

4. EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND

4.1. ORIGEN DEL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND

En 1858 el viajero escocés Henry Rhind visitó Egipto por motivos de salud y compró en Luxor el papiro que actualmente se conoce como papiro de Rhind o de Ahmes, encontrado en las ruinas de un antiguo edificio de Tebas. Rhind murió cinco años después de la compra y el papiro fue a parar al museo británico. Desgraciadamente, en esa época gran parte del papiro se había perdido, aunque 50 años después se encontraron muchos fragmentos en los almacenes de la sociedad histórica de Nueva York.

Actualmente se encuentra en el museo británico de Londres. Comienza con la frase “Cálculo exacto para entrar en conocimiento de todas las cosas existentes y de todos los oscuros secretos y misterios”. La médula del papiro se cortaba en tiras finas que se dejaban secar, disponiéndose luego en capas entrecruzadas que se golpeaban y humedecían hasta transformarse en una materia lisa. A continuación se procedía a encolarla por una cara (el derecho) al objeto de restarle porosidad y que la tinta se imprimiera bien. En algunas ocasiones también se llegaba a utilizar la otra cara del papiro (el revés) de superficie más rugosa y menos cuidada.

El papiro mide unos 6 metros de largo y 33 centímetros de ancho. Representaba la mejor fuente de información sobre matemática egipcia que se conoce. Está escrito en hierático. Todo el derecho del papiro está ocupado por una tabla que presenta las descomposiciones en suma de fracciones unitarias correspondientes a las fracciones $2/n$ con n impar desde 5 hasta 101. El revés del papiro consta de 87 problemas y su resolución. Da información sobre cuestiones aritméticas básicas: fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, repartos proporcionales, reglas de tres, ecuaciones lineales y trigonometría básica.

Fue escrito por el escriba Ahmes, aproximadamente en el año 1650 a.C. a partir de escritos de 200 años de antigüedad según reivindica el propio Ahmes al principio del texto, aunque resulta imposible saber qué partes corresponden a estos textos anteriores y cuáles no.

Se conoce muy poco sobre el objetivo del papiro. Se ha indicado que podría ser un documento con claras intenciones pedagógicas o un cuaderno de notas de alumno. En todo caso representa una guía de matemáticas del antiguo Egipto, pues es el mejor texto escrito en el que se revelan los conocimientos matemáticos de los egipcios. En el papiro aparecen algunos errores, importantes en algunos casos, que pueden deberse al hecho de haber sido copiados de textos anteriores.

Aunque en la resolución de los problemas aparecen métodos de cálculo basados en prueba y error, sin formulación y muchas veces tomadas de las propias experiencias de los escribas, representa pese a ello, una fuente de información bastante valiosa. En cuanto al autor, poco se conoce de él. Por su escritura parece que Ahmes no era un simple escriba, pero se desconocen los detalles de su educación.

4.2. CONTENIDO DEL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND

El contenido del papiro matemático de Rhind, es el siguiente:

Tabla 2. Contenido del Papiro matemático de Rhind

PROBLEMAS	DESCRIPCIÓN
1 - 6	Reparto de 1, 2, 6, 7, 8 y 9 barras entre 10 hombres
7 - 20	Multiplicación de fracciones
21 - 23	Sustracción
24 - 29	Búsqueda de números (28 y 29) y ecuaciones resueltas por <i>regula falsi</i> (24 al 27)

PROBLEMAS	DESCRIPCIÓN
30 - 34	Ecuaciones lineales más complicadas resueltas mediante divisiones
35 - 38	Ecuaciones lineales más complicadas resueltas mediante la regla de la falsa posición
39 - 40	Progresiones aritméticas
41 - 46	Volúmenes
47	Tabla de fracciones de 1 hekat en fracciones “ojo de Horus”
48 - 55	Áreas de triángulos, rectángulos, trapecios y círculos
56 - 60	Pendientes, alturas y bases de pirámides
60 - 61B	Tabla de una regla para encontrar $2/3$ de impares y fracciones unitarias
62	Peso de metales preciosos
63	Repartos proporcionales
64	Progresión Aritmética
65	División proporcional de gramos en grupos de hombres
66 - 78	Intercambios, proporción inversa, cálculos de “pesu”
79	Progresión geométrica
80 - 81	Tabla de fracciones “ojo de Horus” de grano en términos de hinu
82 - 84	Problemas no claros, sobre cantidades de comidas de gansos, pájaros y bueyes.
85	Escritura enigmática. En el papiro aparece al revés
87	Memorandum, de ciertas cuentas e incidentes, gran parte perdida.

Antes de proponer el primer problema, Ahmes da una tabla de descomposición de $n/10$ para $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ y 9 para facilitar los cálculos de los siguientes problemas, y otra en la que se expresan todas las fracciones de numerador 2 y

denominador impar entre 5 y 101 como suma de fracciones unitarias. (Tabla 1)

La primera tabla mencionada es la siguiente:

Tabla 3. Descomposición de $n/10$

$n/10$	DESCOMPOSICIÓN
1/10	1/10
2/10	1/5
3/10	1/5 + 1/10
4/10	1/3 + 1/5
5/10	1/2
6/10	1/2 + 1/5
7/10	2/3 + 1/30
8/10	2/3 + 1/10 + 1/30
9/10	2/3 + 1/5 + 1/30

- Problemas 1 al 6: Los problemas 1 al 6 se refieren al reparto de 1, 2, 6, 7, 8 y 9 hogazas de pan entre 10 hombres, aplicando descomposiciones en fracciones unitarias y $2/3$. En ellos el escriba da el resultado y se limita a comprobar que la solución es correcta.

Llama la atención la forma en la que Ahmes comprueba el resultado para el caso de $n = 1$, el problema 1. Esta es la resolución: cada hombre recibe $1/10$ de hogaza. Se multiplica $1/10$ por 10. Se hace de la siguiente forma:

1	1/10
2	1/5
4	1/3 + 1/5
8	2/3 + 1/10 + 1/30

En efecto, siguiendo el método de multiplicación se hace $8+2 = 10$ luego $1/5+2/3+1/10+1/30 = 1$. Por tanto la solución es correcta pues $10 \times 1/10 = 1$.

Se nota que Ahmes parece complicarse un poco la vida con este tipo de demostraciones y la multiplicación por 10, pero se debe tener en cuenta que los egipcios no manejaban los conceptos aritméticos tal y como se puede hacer ahora. Efectivamente, aunque parezca una comprobación innecesaria, es lo que se enseñaba a los niños de hace 4000 años.

- Problema 3: Repartir 6 barras de pan entre 10 hombres. Aquí, Ahmes da como resultado $1/2 + 1/10$ y así lo escribió:

1	$1/2+1/10$
2	$1+1/5$
4	$2+1/3+1/15$
8	$4+2/3+1/10+1/30$

$8+2 = 10$, por tanto $1 + 1/5 + 4 + 2/3 + 1/10 + 1/30 = 6$, luego el resultado es correcto.

- Problema 6: Repartir 9 barras de pan entre 10 hombres.

En este caso Ahmes sólo da la solución al problema, afirmando que la solución es $2/3 + 1/5 + 1/30$ y verificando que al multiplicar el resultado anterior por 10 da 9.

- Problemas 7 al 20: Son problemas referidos a multiplicaciones de números expresados mediante fracciones unitarias y el empleo de los números rojos.

- Problema 9: Multiplica $(1/2 + 1/14)$ por $(1 + 1/2 + 1/4)$

En este problema aparece aplicada la propiedad del producto respecto de la suma. El escriba multiplica $(1/2 + 1/14)$ por cada uno de los multiplicandos y luego suma los resultados

1	$1/2 + 1/14$
$1/2$	$1/4 + 1/28$

$$\begin{array}{ccccccc}
 & & \mathbf{1/4} & & & & \mathbf{1/8 + 1/56} \\
 \mathbf{1} & \mathbf{1/2} & \mathbf{1/4} & & \mathbf{1/2} & \mathbf{1/4} & \mathbf{1/8} & \mathbf{1/14} & \mathbf{1/28} & \mathbf{1/56}
 \end{array}$$

y suma los resultados parciales obteniendo como producto 1.

El método empleado es sumar primero $1/14 + 1/28 + 1/56$. La suma queda reducida ahora a $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/8$ y después realiza sumas equivalentes para poder aplicar el método de reducción.

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/8 = 1/2 + 1/4 + 1/4 = 1/2 + 1/2 = 1.$$

- Problema 13: Multiplicar $(1/16 + 1/112) \times (1 + 1/2 + 1/4)$; en este problema simplemente se da el resultado $1/8$.
- Problema 14: Debe multiplicarse $1/28$ por $(1 + 1/2 + 1/4)$. En este problema el escriba hace uso de los números rojos explicados anteriormente. El inicio de la solución emplea el mismo método anterior.

$$\begin{array}{ccc}
 1 & & 1/28, \\
 1/2 & & 1/56, \\
 1/4 & & 1/112.
 \end{array}$$

Y ahora, en lugar de proceder como en el caso anterior, se selecciona “el número rojo” 28 de forma que al aplicarlo a las fracciones de la derecha pueda obtener fracciones sencillas. El razonamiento es el siguiente:

$$\begin{array}{llll}
 1/28 & \text{partes de} & 28 & \text{es } 1, \\
 1/56 & \text{partes de} & 28 & \text{es } 1/2, \\
 1/112 & \text{partes de} & 28 & \text{es } 1/4,
 \end{array}$$

y ahora se debe determinar cuántas partes de 28 son iguales a $1 + 1/2 + 1/4$, es decir se halla un número tal que al multiplicarlo por $1 + 1/2 + 1/4$ nos de 28. Ahora

se encuentra una solución bastante sencilla, en otros casos no es tan obvia.

1	1/2	1/4
2	3	1/2
4	7	
8	14	
16	28	

Luego el número buscado es 16. Esto significa que la solución del problema es 1/16.

¿El alumno e incluso el escriba comprendían lo que estaban haciendo?, o ¿se limitaban a aplicar lo que les habían enseñado, cambiando los números según las necesidades? Es difícil responder a este cuestionamiento pero quizás el “profesor” pudiese ver más allá, y comprender el procedimiento, pero si fuese así, lógicamente el método de la multiplicación lo debía tener totalmente asumido y en ese caso deberían haber encontrado una fórmula más sencilla de resolver este tipo de problemas.

- Problemas 21 al 23: Los problemas 21, 22 y 23 son de sustracciones de fracciones, y los 3 se resuelven mediante el uso de los números rojos.
- Problema 21. Averigua la cantidad que falta a $2/3 + 1/15$ para obtener la unidad.

Ahmes toma como número rojo el 15 y aplica:

$2/3$	de	15	es	10
$1/15$	de	15	es	1

Entonces se tiene que $\frac{2}{3}$ de 15 más $\frac{1}{15}$ de 15 es 11. Como 15 el número rojo, supera a 11 en 4 unidades; se debe calcular el número de partes de 15 que dan un total de 4, es decir $\frac{4}{15}$.

1	15
$\frac{1}{10}$	$1 + \frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	3
$\frac{1}{15}$	1

Como $4 = 3 + 1$ entonces $\frac{4}{15} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15}$.

Algunos de los problemas restantes se analizarán en las siguientes secciones por tratarse de problemas relacionados con álgebra, repartos proporcionales, regla de tres y problemas sobre unidades de pesos y medidas.

4.3. EL ÁLGEBRA EN EL PAPIRO MATEMÁTICO DE RHIND

En el papiro matemático de Rhind existe un grupo de problemas que se podrían incluir dentro del concepto del álgebra actual. El egipcio no distinguía entre problemas meramente aritméticos y en los que se pide resolver ecuaciones lineales de la forma: $x + a = b$ ó $ax + bx + x = c$.

Para él todo eran matemáticas y se limitaba a seguir procedimientos aritméticos. Por supuesto no se empleaba la notación usada actualmente sino que se pedía por ejemplo buscar un número que ellos llamaban “aha” o “montón” tal que... El problema más conocido del papiro de Rhind sobre estas cuestiones es el número 24, en el que se pide calcular el valor del aha si el aha y una séptima parte del aha es 19. Este tipo de problemas aparecen resueltos con unas someras instrucciones que llevan al resultado buscado, sin dar ninguna explicación sobre por qué usar el procedimiento.

La resolución de estos problemas se efectúa por el método hoy conocido como *falsa posición* o *regula falsi*. Este método consiste en presuponer un valor para el aha y efectuar operaciones de la ecuación. A menos que se tenga mucha suerte no se acertará con el valor del aha a la primera, pero tampoco importa, porque una vez efectuadas las operaciones se compara el resultado con el que debería obtenerse y con el uso de proporciones se halla el valor correcto.

Por ejemplo en el problema 24 hay que resolver la ecuación: $x + x/7 = 19$. Se supone un valor $x = 7$ (el más fácil de aplicar), entonces $x + x/7 = 8$ y ahora basta con calcular un número n , tal que $19 = 8.n$, y el valor buscado será $x = 7.n$.

Se divide primero $19/8$, efectuando las operaciones de división se obtiene

1	8
2	16
1/2	4
1/4	2
1/8	1

$16 + 2 + 1 = 19$, entonces $19/8 = 2 + 1/4 + 1/8$, luego $n = 2 + 1/4 + 1/8$, entonces, $x = 7.n = 7 \cdot (2 + 1/4 + 1/8)$. Ahora se efectúa la multiplicación:

1	$2 + 1/4 + 1/8$
2	$4 + 1/2 + 1/4$
4	$9 + 1/2$

Entonces, como $7 = 4 + 2 + 1$, el valor buscado es

$$2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + 4 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + 9 + \frac{1}{2} = 16 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}.$$

A pesar de que este es el método más empleado en la resolución de ecuaciones lineales, Ahmes empleó un método de factorización en el problema 30 en el que hay que resolver la ecuación

$$x + \left(\frac{2}{3}\right)x + \left(\frac{1}{2}\right)x + \left(\frac{1}{7}\right)x = 37.$$

Para resolverla factoriza el primer miembro y divide luego 37 entre $(1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7})$, obteniendo como valor de x el número $16 + \frac{1}{56} + \frac{1}{679} + \frac{1}{776}$.

4.4. REPARTOS PROPORCIONALES, REGLAS DE TRES Y PROGRESIONES

Además de los problemas sobre aritmética básica y ecuaciones lineales, existe una serie de problemas referidos a repartos proporcionales, progresiones aritméticas y aplicación de la regla de tres.

El método para resolver repartos proporcionales está basado en las propiedades de las proporciones numéricas. Estos cálculos eran muy importantes a la hora de distribuir las raciones, por ejemplo en los templos, donde no todo el mundo recibía la misma cantidad de comida y bebida.

Para repartir una cantidad C en partes proporcionales a 3 números n_1, n_2, n_3 , si x_1, x_2 y x_3 expresaban cada una de esas partes proporcionales, entonces $X_1/n_1 = x_2/n_2 = x_3/n_3 = (x_1 + x_2 + x_3)/(n_1 + n_2 + n_3) = c/(n_1 + n_2 + n_3)$.

El papiro sigue este mismo método. Para distribuir una cantidad N en partes proporcionales n_1, n_2, n_3 y n_4 :

1. Se suman las partes proporcionales n_1, n_2, n_3 y n_4 , obteniendo C .
2. Se divide $1/C = D$.
3. Se multiplica este valor D por N obteniendo el número d .
4. Se aplica el número d a cada una de las partes.

El ejemplo siguiente corresponde al problema número 63 de Ahmes: Repartir 700 hogazas de pan entre cuatro hombres en partes proporcionales $2/3, 1/2, 1/3$ y $1/4$:

$$x/a = x/b = x/c = (x + y + z)/(a + b + c) = N/(a + b + c).$$

La solución que da Ahmes es la siguiente:

1. Se calcula la suma C .

Se halla la suma $2/3 + 1/2 + 1/3 + 1/4 = 1 + 1/2 + 1/4$.

2. Se divide $D = 1/C$.

Se divide $1 / (1 + 1/2 + 1/4)$:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 1/2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1+1/2+1/4, \\ 1/2 + 1/4 + 1/8, \end{array}$$

considerando $1/2$ el resultado de la división es $1/2 + 1/4 + 1/8$ con una diferencia de $1/8$. Entonces hay que determinar qué cantidad hay que multiplicar por $1 + 1/2 + 1/4$ para obtener $1/8$. Se toma al 8 como número rojo y se obtiene

$$8 \times (1 + 1/2 + 1/4) = 14,$$

$$8 \times 1/8 = 1,$$

por lo que la cantidad buscada es $1/14$; entonces $1/(1 + 1/2 + 1/4)$ es igual a $1/2+1/14$.

3. Se multiplica este valor D por N, obteniendo el número d. Se multiplica este resultado por 700:

1	700,
1/2	350,
1/14	50;

$700 \times (1/2 + 1/14) = 350 + 50 = 400$, y este es el número buscado. Ahora sólo queda repartirlos.

4. Se multiplica el número d por cada una de las partes; se multiplica cada una de las partes por 400 obteniendo el resultado solicitado:

$$\begin{aligned}400 \times 2/3 &= 266 + 2/3, \\400 \times 1/2 &= 200, \\400 \times 1/3 &= 133 + 1/3, \\400 \times 1/4 &= 100.\end{aligned}$$

La regla de tres aparece en el problema 72 del papiro Ahmes. Los egipcios no encontraban diferencia entre la aplicación de este método para la resolución de problemas y la aritmética. Aplicaban el procedimiento cuando los problemas se presentaban de forma similar a prácticas que habían realizado ya anteriormente y posiblemente el concepto de regla de tres se les escapase totalmente.

En el problema 72 Ahmes se hace un pequeño lío en la búsqueda de la solución de la regla de tres. Para calcular la siguiente regla de tres:

$$\begin{array}{ll}n1 & v1, \\x & v2,\end{array}$$

Ahmes hace lo siguiente:

1. Halla el exceso de n_1 respecto de v_1 obteniendo un valor e_1 .
2. Divide ahora e_1 entre v_1 y obtiene e_2 .
3. Multiplica e_2 por v_2 y obtiene e_3 .
4. Suma $v_2 + e_3$, y esa es la solución.

Realmente está aplicando el siguiente criterio:

$$v_2/v_1 = x/n_1 = (x - v_2)/(n_1 - v_1), \text{ entonces } x = v_2 + ((n_1 - v_1)/v_1) \times v_2.$$

- Problema 72. ¿Cuántas hogazas de pesu 45 equivalen a 188 hogazas de pesu 10? Ahmes efectúa los pasos a partir del exceso de pesu.
 - Halla el exceso de 45 respecto de 10, que equivalen a 35.
 - Divide 35 por 10 para obtener el exceso por barra:

1	10,
2	20,
1/2	5.

Luego $35/10 = 3 + 1/2$, que equivale al exceso por barra.

- Multiplica $100 \times (3 + 1/2) = 350$, total del exceso sobre las 100 barras.
- Suma 100 a ésta última cantidad, y ese es el resultado 450.

Las progresiones aritméticas aparecen reflejadas en el problema 64 del papiro. No se conoce si la resolución responde a la aplicación de una fórmula o simplemente

a planteamientos lógicos, pero como podrá verse en la solución del problema, el escriba sigue perfectamente el método que se emplea actualmente para resolver esta clase de problemas.

Divide 10 hekat de cebada entre 10 hombres de manera que la diferencia de la cebada recibida por cada hombre y el siguiente sea $1/8$ de hekat. ¿Qué parte le corresponde a cada hombre?

Si se aplica la formulación actual para progresiones aritméticas, se tiene que si a_i son n términos de la progresión, d la diferencia y S la suma, entonces

$$S = (a_i + a_n) \times n/2, \text{ entonces } a_n = S / n + (n-1) \times (d/2).$$

Así es exactamente como lo resuelve Ahmes, no se sabe si por propio razonamiento lógico o aplicando una formulación ya conocida; hace:

- El número de diferencias es 9, una menos que el número de hombres.
- Multiplica este número por la mitad de la diferencia $1/16$,

$$9 \times 1/16 = 1/2 + 1/16.$$

- Se suma este resultado al promedio de las partes $1 + 1/2 + 1/16$.
- Para obtener las partes restantes, se resta sucesivamente la diferencia $1/8$ a esta cantidad y se obtiene:

- | | |
|----------------------|-------------------------|
| 1. $1+1/2+1/16$ | 6. $1/2+1/4 +1/8 +1/16$ |
| 2. $1+1/4 +1/8+1/16$ | 7. $1/2+1/4 +1/16$ |
| 3. $1+1/4 + 1/16$ | 8. $1/2+1/8+1/16$ |
| 4. $1+1/8+1/16$ | 9. $1/2+1/16$ |
| 5. $1+1/16$ | 10. $1/4 + 1/8 + 1/16.$ |

Si se suman todos estos términos se obtiene precisamente 10, y la diferencia

entre un término y otro es $1/8$.

4.5. UNIDADES DE PESOS Y MEDIDAS

Se da a continuación un glosario de las unidades y términos empleados en la matemática egipcia. Se ha intentado poner las equivalencias con unidades del sistema internacional. Cuando no aparece esta equivalencia es porque no se conoce. Hay que tener en cuenta que las unidades variaron a lo largo del tiempo y su equivalencia no siempre fue la misma.

- Medidas de superficie

La unidad básica de superficie era el setat, que equivalía a un cuadrado de lado 100 codos, es decir a 10000 codos cuadrados. Para superficies menores se empleaba el remen, que equivalía a $1/2$ setat; el hebes que corresponde a $1/4$ setat, y el sa, cuya equivalencia era $1/8$ de setat; y además, existía una medida llamada jata, que equivalía a 100 setat y se empleaba en grandes mediciones.

- Medidas de volumen

La unidad de capacidad era el herat, representado como el ojo de Horus. Se empleaba para medir el trigo y la cebada fundamentalmente, y equivalía a unos 4,8 litros. En mediciones más grandes, por ejemplo para almacenes, se empleaba una unidad que se podría llamar “100 heqat cuádruples”, cada una de las partes del ojo de Horus era una fracción de heqat y se conoce como “fracciones ojo de Horus”. La división era considerando el ojo derecho y ya se han mencionado anteriormente.

El oipe o ipet contenía 4 heqat, es decir 19,22 litros; 5 oipes formaban un jar, equivalente aproximadamente a 96 litros, es decir un jar eran 20 heqat.

Una unidad común en la medida de grano era 100 oipes (20 jar). Existía además una unidad llamada Henu, que aparece en el papiro de Rhind definida como $1/10$

de heqat por tanto, unos 0,48 litros, empleada en la medición de perfumes normalmente, aunque parece que también se utilizó en medidas de grano.

El ro equivalía a $1/320$ heqat. Esta unidad se empleó sólo en medidas de grano. Cuando se medía el grano en heqat se usaban las fracciones “ojo de Horus”: $1/2$, $1/4$, $1/8$, $1/16$, $1/32$ y $1/64$. Y para medidas inferiores a $1/64$ de heqat se empleaban múltiplos de ro, de modo que un ro, contenía 5 medidas de $1/64$ de heqat y por tanto nunca se utilizaba $1/128$ de heqat sino $2 + 1/2$ ro, que era también el término para designar las fracciones. Se empleaba el signo seguido del denominador de la fracción, puesto que sólo se utilizaban fracciones unitarias.

Tabla 4. Equivalencia para medidas de volumen

NOMBRE	EQUIVALENCIA
Heqat	4,8 litros
Oipe	19,22 litros
Jar	96 litros
Henu	0,48 litros
Ro	0,015 litros

- Medidas de longitud. La unidad básica de longitud era el codo o cubit. El codo original medía unos 0,457 metros. A partir de la III dinastía se tomó como unidad de medida el codo real que es el codo más un palmo y equivalía a unos 0,523 metros. El codo se dividía en 7 palmos o manos. Existían además otras unidades fraccionarias del codo, como el dedo (yeba) que representaba $1/28$ de codo, es decir un cuarto de mano. El nebiu era un codo y medio y la vara (yet) o cuerda representaba 100 codos. Para unidades de longitud grandes se empleaba el rio (itenu) equivalente a unos 20.000 codos, aunque en algunos textos esta unidad aparece como inferior.

El demen era una unidad un tanto curiosa, el doble demen equivalía a la longitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1 codo. Sería el equivalente a la raíz cuadrada de 2 codos es decir aproximadamente 0,739 metros.

Tabla 5. Equivalencia para medidas de longitud

NOMBRE	NOMBRE EGIPCIO	EQUIVALENCIA
Codo	Meh	0,523 metros
Palmo	shesep	7,471 cms
Dedo	yeba	1,87 cms
Vara	jet	52,3 metros
Rio	iteru	10,5 kms

- Medidas de peso

La unidad de peso era el deben, empleada para intercambios y equivalía a 91 gramos normalmente de cobre, aunque el valor de los productos podían aparecer expresado en debenes de oro o plata. El quedety era una décima parte de un deben. El shat o anillo equivalía a medio deben.

- Otras unidades

PESU: Unidad que expresaba la calidad del pan o la cerveza; se refiere al número de panes fabricados por unidad de peso de grano. Cuanto mayor es el pesu peor calidad tiene el producto fabricado. Se medía por el número de unidades que se fabricaban con un heqat. Si con un heqat de grano se fabricaban 20 barras de pan, entonces su pesu era 20.

SHATY: Esta unidad es sólo conocida a través del papiro de Rhind. En el problema 62 se le asigna un valor de 1/12 de un deben de oro. Un deben de plata contiene 6 shaty.

- Problema 62: Metales preciosos pesados. Este problema es el único del papiro de Rhind en el que se mencionan pesos. Una bolsa contiene el mismo peso de oro, plata y plomo. El valor total es de 84 shaty. Se da el valor por deben de cada uno de los metales siendo el oro 12 shaty, la plata 6 shaty y el plomo 3 shaty. Se pide calcular el valor de cada metal y se resuelve así:

Valor total = 84 shaty;

Valor total para un deben de oro, un deben de plata y un deben de plomo = 21 shaty;

Peso de cada metal = $84/21 = 4$ deben:

Valor del oro = $12 \times 4 = 48$ shaty,

Valor de la plata = $6 \times 4 = 24$ shaty,

Valor del plomo = $3 \times 4 = 12$ shaty.

- Problema 69: $3 \frac{1}{2}$ hekats de harina dan lugar a 80 barras. Encontrar la cantidad de harina en barra y el pesu. Para resolver el problema Ahmes lo primero que hace es averiguar el número de ro en $3 \frac{1}{2}$ hekats. En cada hekat hay 320 ro. Entonces multiplica $3 \frac{1}{2}$ por 320:

1	320,
2	640,
$\frac{1}{2}$	160.

Luego en $3 + \frac{1}{2}$ hekat habrá 1120 ro.

Ahora divide 1120 entre 80 barras,

1	80,
10	800,
2	160,
4	320.

Luego $1120 = 800 + 320$, entonces $1120/80 = 10 + 4 = 14$.

Tiene por tanto 14 ro por cada barra. Ahora para determinar el pesu de cada barra divide 80 entre $3 + \frac{1}{2}$:

1	$3 \frac{1}{2}$,
10	35,
20	70,
2	7,

$2/3$	$2 \frac{1}{3},$
$1/21$	$1/6,$
$1/7$	$1/2.$

$70 + 7 + 2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2} = 80$, entonces $80 / (3 + \frac{1}{2}) = 20 + \frac{2}{3} + \frac{1}{21} + \frac{1}{7} = 22 + \frac{2}{3} + \frac{1}{7} + \frac{1}{21}$; este valor es el pesu.

- Problema 71: Este es un problema curioso sobre pesu.

En una jarra de cerveza se tira $\frac{1}{4}$ de su contenido que se reemplaza por agua. Se pide averiguar el nuevo pesu de la cerveza, suponiendo que la cerveza original era el producto de medio hekat de grano.

Se resta $\frac{1}{4}$ de original ($\frac{1}{2}$) a $\frac{1}{2}$: entonces $\frac{1}{2} - (\frac{1}{4} \times \frac{1}{2}) = \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$ hekat, y ahora se divide 1 entre este resultado obteniendo un pesu de $2 + \frac{2}{3}$.

Este problema es importante por el uso del inverso. El escriba no apunta como obtuvo ese inverso, aunque se pueden hacer los cálculos según el sistema ya conocido. Se debe dividir $1 / (\frac{1}{4} + \frac{1}{8})$,

1	$\frac{1}{4} + \frac{1}{8},$
2	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4},$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{6} + \frac{1}{12}.$

De la columna de la derecha se obtiene que $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12}$ es igual a 1. Luego $1 / (\frac{1}{4} + \frac{1}{8}) = 2 + \frac{2}{3}$.

5. OTRAS FUENTES DE REFERENCIA

5.1. EL PAPIRO DE MOSCÚ

El papiro de Moscú es junto con el de Rhind el más importante documento matemático del antiguo Egipto. Fue comprado por Goliénishev en el año 1883, a través de Abd el Radadrd, una de las personas que descubrió el escondite de momias reales de Deir el Bahari. Originalmente se conocía como papiro de Goliénishev, pero desde 1912, cuando fue a parar al museo de Bellas Artes de Moscú, se conoce como papiro de Moscú. Con 5 metros de longitud y tan sólo 8 cm de anchura, consta de 25 problemas, aunque algunos se encuentran demasiado dañados para poder ser interpretados. El papiro fue escrito en hierática en torno al año 1890 a.C. por un escriba desconocido que no era tan meticuloso como Ahmes, el escriba del papiro de Rhind. Se desconoce el objetivo con el que fue escrito.

De los 25 problemas de que consta hay 2 que destacan sobre el resto: son los relativos al cálculo del volumen de una pirámide truncada (problema 14), y el área de una superficie parecida a un cesto (problema 10). Este último es uno de los problemas mas complicados de entender, pues si la superficie buscada fuese un cesto o un hemisferio entonces sería el primer cálculo de tal superficie conocido.

El contenido del papiro de Moscú aparece en la Tabla 6. Los problemas que aparecen en el papiro de Moscú no están tan trabajados como los que escribió Ahmes. En realidad la mayoría de problemas del papiro de Moscú se consideran bastante “oscuros” para ser interpretados.

Tabla 6. Contenido del Papiro de Moscú

PROBLEMA	DESCRIPCION
1-2	Ilegibles
3	Altura de un poste de madera
4	Área de un triángulo
5	“pesus” de barras y pan
6	Área del rectángulo
7	Área de un triángulo
8-9	“pesus” de barras y pan
10	Área de una superficie curva
11-12	“pesus” de cerveza
13	“pesus” de barras y cerveza
14	Volumen de una pirámide truncada
15-16	“pesu” de cerveza
17	Área de un triángulo
18	Mediciones en palmos y codos
19	Ecuación lineal
20	Fracciones de Horus
21	Mezcla del pan sacrificatorio
22	“pesus” de barras y cervezas
23	Cálculo del trabajo de un zapatero (oscuro)
24	Intercambios
25	Ecuación $2x + x = 9$

5.2. LOS PAPIROS DE AJMIN, KAHUM, BERLÍN Y REISNER

Ya se ha visto que la fuente más importante de la matemática egipcia se encuentra en los papiros de Rhind y de Moscú, pero además de estos existen algunas más, escritos también en papiro o arcilla, que se deben destacar. El papiro de Ajmin, escrito en 2 tablillas de madera y fechado en el año 400 a.C. y que actualmente se encuentra en el museo de El Cairo; el papiro de Kahun, perteneciente a la XII dinastía, y se encuentra actualmente en Londres; el papiro de Berlín y el conocido como rollo de cuero. En el museo de Bellas Artes de Boston se encuentra el papiro Reisner, encontrado en 1904 por George Reisner en las excavaciones que el propio museo financiaba en Naga ed Deir.

El papiro se encontraba en el interior de un sarcófago de madera y está formado por 4 fragmentos que se datan en el reinado de Sesostri I. Las operaciones que refleja se refieren a cálculos de excavaciones y volúmenes de rocas y muros.

El papiro conocido como “rollo de cuero” fue comprado por Henry Rhind al mismo tiempo que el papiro de Ahmes. En muy mal estado, no fue analizado hasta 60 años después de su compra. Dividido en 4 partes, es un trabajo sobre equivalencias de fracciones unitarias. No aporta conocimientos matemáticos y parece ser el cuaderno de notas de un estudiante. Se reproduce a continuación algunas de las que aparecen en el texto.

PRIMER GRUPO

$$1/3 + 1/3 = 2/3$$

$$1/6 + 1/6 = 1/3$$

$$1/10 + 1/10 = 1/5$$

$$1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2$$

SEGUNDO GRUPO

$$1/9 + 1/8 = 1/6$$

$$1/12 + 1/24 = 1/8$$

$$1/15 + 1/30 = 1/10$$

$$1/18 + 1/36 = 1/12$$

$$1/21 + 1/42 = 1/14$$

$$1/24 + 1/48 = 1/16$$

$$1/30 + 1/60 = 1/20$$

$$1/45 + 1/90 = 1/30$$

$$1/48 + 1/96 = 1/32$$

$$1/96 + 1/192 = 1/64$$

$$1/4 + 1/12 = 1/3$$

$$1/5 + 1/20 = 1/4$$

$$1/6 + 1/30 = 1/5$$

TERCER GRUPO

$$1/4 + 1/12 = 1/3$$

$$1/5 + 1/20 = 1/4$$

$$1/10 + 1/40 = 1/8$$

BIBLIOGRAFIA

BOYER Carl Benjamín. *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Editorial, 1992.

GILLINGS, Richard. *Mathematics in the Time of the Pharaohs*. New York: Dover Publications Inc, 1982.

MANTILLA, Adriana María. *Reseña histórica de los números y los sistemas de numeración*. Monografía de grado, UIS, Bucaramanga, 1997.

MENDOZA, Javier Alonso. *Evolución Histórica de la notación matemática*. Monografía de grado, UIS, Bucaramanga, 2000.

REY, Julio Pastor. *Historia de la Matemática*. Buenos Aires: Espasa Calpe, 1951.

<http://www.personal.us/cmaza/egipto/aritmética.htm>

<http://www.jimena.com/egipto/apartados/mates.htm>

