

Digitalización Tridimensional por la Técnica de Luz Estructurada

Para Objetos con Alta Variación de Reflectividad:

Placas de Fijación para la Recuperación Ósea

Daniel José Agudelo Angarita

Trabajo de Grado para optar al título de Físico

Director

Jaime Enrique Meneses Fonseca

Doctor en Física.

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2019

Tabla de Contenido

Introducción	17
0.1. Planteamiento del problema	19
0.2. Justificación	21
0.3. Objetivos	26
0.3.1. Objetivo principal	26
0.3.2. Objetivos específicos	26
0.4. Estructura del documento	26
1. Marco teórico	29
1.1. Modelo pinhole de la cámara digital y formación de imagen	29
1.2. Digitalización 3D por vía óptica	36
1.3. Proyección de franjas	39
1.3.1. Proyección	41
1.3.2. Adquisición	42
1.3.3. Procesamiento	43
1.3.4. Visualización de la nube de puntos	52
1.4. Reflectividad	53
2. Implementación de las metodologías de modulación de intensidad	55

2.1. Estado del arte	55
2.2. Modulación por intensidad proyectada y optimización vía función de respuesta del sensor	58
2.3. Modulación por tiempos de exposición usando polarizadores	67
3. D3D de placas de fijación ortopédicas	73
3.1. Metodología	73
3.1.1. Elementos del método de FPP	73
3.2. Calibración experimental	79
3.2.1. Calibración de la CCD	79
3.2.2. Calibración del sistema CCD-LCD	84
3.2.3. Evaluación metrológica del dispositivo	85
3.3. D3D de las placas de fijación	89
Conclusiones y trabajo posterior	104
3.3.1. Trabajo posterior	105
Referencias Bibliográficas	108

Lista de Figuras

Figura 1.	Los estereogramas son dos imágenes tomadas desde posiciones ligeramente diferentes, utilizan la estereopsis, por lo que si se ve con un ojo una imagen y con el otro, la otra, se tiene sensación de profundidad. Fuente: (Potin, 1900) .	17
Figura 2.	Pérdida de la información tridimensional. Fuente:(Contreras, 2006) .	18
Figura 3.	Esquema del equipo utilizado en el método de proyección de franjas. Fuente: (Ariza and Vesga, 2012).	20
Figura 4.	Placas ortopédicas de compresión. Fuente: (OrthoSolutions, 2019).	22
Figura 5.	Mapa de intensidad de franjas en niveles de gris (izquierda), Fase discontinua (derecha), imágenes utilizando $t = 21,3$ ms.	23
Figura 6.	Mapa de intensidad de franjas en niveles de gris (izquierda), Fase discontinua (derecha), imágenes utilizando $t = 106,6$ ms.	23
Figura 7.	Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región <i>I</i> con $t = 21,3$ ms.	24
Figura 8.	Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región <i>II</i> con $t = 21,3$ ms.	24
Figura 9.	Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región <i>II</i> con $t = 106,6$ ms.	25
Figura 10.	Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región <i>I</i> con $t = 106,6$ ms.	25
Figura 1.1.	Esquema sencillo del modelo pinhole.	30
Figura 1.2.	Elementos del modelo pinhole.	31
Figura 1.3.	Diferentes sistemas coordenados utilizados en el modelo pinhole.	32

- Figura 1.4. Ejemplos de planos con magnificación: a) constante (libre de distorsión) , b) disminuyendo para puntos alejados del eje óptico (distorsión tipo barril) , c) aumentando para puntos alejados del eje óptico (distorsión tipo cojín). Fuente: (Jenkins and White, 2001, cap 9). 34
- Figura 1.5. Esquema del principio de triangulación. 37
- Figura 1.6. Esquema del principio básico del desfase en el método de FPP, los planos isofase (izquierda) proyectados intersecan en puntos diferentes al objeto dados por su topografía (centro), visto desde la cámara, estos puntos de intersección con el plano isofase tendrán corrimientos diferentes si se compara con una imagen de un plano de referencia generalmente normal al eje óptico de la CCD (derecha). 39
- Figura 1.7. Elementos básicos utilizados en el método de proyección de franjas, . 40
- Figura 1.8. Etapas del método de proyección de franjas. 41
- Figura 1.9. Imágenes de la función seno y coseno, respectivamente, tomando 8 puntos igualmente espaciados a lo largo de un periodo completo, puede verse gráficamente que el área bajo la curva de los rectángulos formados por $y = f(x) \cdot \Delta x$ es 0 en un periodo. 46
- Figura 1.10. Fase discontinua calculada para un plano (izquierda), perfil de fase para una recta $y=cte$. Fuente: (Rodriguez, 2016). 48
- Figura 1.11. Tres etapas del desenvolvimiento temporal, izquierda : se tienen las dos distribuciones de fase calculadas para pasos diferentes, centro : la fase continua, se multiplica por k , derecha : se calcula la nueva fase continua a partir de la diferencia entre las dos fases. 50
- Figura 1.12. Diferentes fases empleadas en la etapa de proyección. 51

- Figura 1.13. Izquierda : el rayo incidente (R1) puede ser reflejado en la dirección especular (R3) o puede tener una distribución a lo largo de varias direcciones (R2), derecha : Los rayos de luz en detalle, cada uno puede tener múltiples reflexiones y diferentes ángulos de reflexión por la rugosidad del material. 54
- Figura 2.1. Diagrama de flujo del proceso de MIT. 58
- Figura 2.2. Al sensor pueden ingresar 3 rayos dependiendo de su fuente, por un lado se tiene la luz proveniente del objeto relacionada a la luz proyectada por el píxel (m, n) del LCD (I^p , roja), la luz que proviene del ambiente y reflejada por el objeto (I^0 , gris) y la luz de ambiente que incide directamente sobre el sensor (I^A , verde). Adicional a estas fuentes se tiene la intensidad asociada con el ruido electrónico (I^N) 60
- Figura 2.3. Salero de porcelana. 61
- Figura 2.4. Imágenes representativas de la proyección de franjas para $I^p=0.05, 0.4, 0.7, 1$, se presenta el problema de saturación del sensor, incluso usando el proyector al 5% de capacidad. 62
- Figura 2.5. Izquierda: digitalización global del objeto, pueden observarse puntos donde el proceso no fue satisfactorio, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto que fueron calculados de forma errónea. 63

- Figura 2.6. Izquierda, arriba: $a(u, v)$, la distribución de valores resulta acorde a lo esperado dada la reflectividad observada en las imágenes (derecha). Izquierda, abajo: $b(u, v)$, puede verse un resultado anómalo en donde se tienen niveles de gris negativos (derecha) que puede ser resultado de una no linealidad adicional en el sensor. Los perfiles de ambas funciones corresponden a la línea que atraviesa la zona de saturación . 64
- Figura 2.7. Píxeles a lo largo de la línea roja (fig 2.6), puede verse como influencia la reflectividad, la intensidad en puntos de saturación aporta muy poca información. Además de una relación sólo aproximadamente lineal (línea punteada) para puntos alejados de los niveles 0 y 1 (valores normalizados) de intensidad registrada por el sensor. 65
- Figura 2.8. Histograma del parámetro a . 66
- Figura 2.9. Izquierda: digitalización global del objeto, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto que fueron calculados de forma errónea. 68
- Figura 2.10. Izquierda: Imagen de franjas adquirida con una intensidad de proyección de 0.8 con la configuración de polarizadores paralelos, derecha : perfil de intensidad de los píxeles (650:750, 1150). 70
- Figura 2.11. Izquierda: Imagen de franjas adquirida con una intensidad de proyección de 0.8 con la configuración de polarizadores cruzados, derecha : perfil de intensidad de los píxeles (650:750, 1150). 70
- Figura 2.12. Izquierda: digitalización global del objeto, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto, puede observarse que el objeto fue digitalizado exitosamente para un único tiempo de exposición. 71

- Figura 3.1. Equipo de proyección utilizado con sus respectivas partes. Fuente : (Inc, 2009) 74
- Figura 3.2. Superior izquierda : placa recta angosta autocompresiva, superior derecha :placa humero distal medial, inferior izquierda : placa radio distal volar doble de columna mediana, inferior derecha : placa fémur lateral distal condilar. Fuente : (SAS, 2018) 76
- Figura 3.3. Placa de fijación elegida para digitalización en el presente estudio. 77
- Figura 3.4. Montaje experimental utilizado, cámara y proyector con los polarizadores a sus salidas. 78
- Figura 3.5. Esquema del montaje experimental, vista superior. 79
- Figura 3.6. Relación entre el rango de áreas proyectadas en un plano normal al eje óptico del proyector para diferentes distancias. Fuente : (Inc, 2009). 80
- Figura 3.7. Algunas de las orientaciones dispuestas, número 4, 10, 11, 15 de la serie. 81
- Figura 3.8. Izquierda: superposición de los puntos calculados y los de la imagen, la distorsión radial impide que los puntos coincidan, derecha: superposición de los puntos calculados y los de la imagen luego de aplicar la corrección a la distorsión, los puntos coinciden. 82
- Figura 3.9. Nube de error final, el error es satisfactorio. 83
- Figura 3.10. Diferentes orientaciones del plano en el volumen de calibración, vistas desde el sistema coordinado centrado en la cámara. 83
- Figura 3.11. Izquierda : imagen de los puntos de control y un plano ajustado a éstos, derecha : puntos de control en la imagen, se observa la ausencia de distorsiones. 85
- Figura 3.12. Arriba : mapa de errores final a lo largo del plano, abajo : valores de los errores luego del filtrado adicional. 86

- Figura 3.13. Según 39 una vez conocidos los coeficientes α_i se puede encontrar Z_c una vez encontrada la fase, para todo punto dentro del volumen de calibración. 87
- Figura 3.14. Izquierda : Digitalización del plano difuso . derecha : vista lateral del plano. 88
- Figura 3.15. Izquierda : modelo lineal ajustado (rojo) a los puntos 3D de la digitalización . derecha : vista lateral del ajuste. 89
- Figura 3.16. Izquierda : modelo lineal ajustado (rojo) a los puntos 3D de la digitalización . derecha : vista lateral del ajuste. 90
- Figura 3.17. Regiones a analizar de la placa 91
- Figura 3.18. Izquierda : franjas con $t = 250$ ms, derecha : franjas con $t = 2666$ ms, configuración de polarizadores cruzados 91
- Figura 3.19. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región I , derecha : fase discontinua calculada. 92
- Figura 3.20. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región II , derecha : fase discontinua calculada. 92
- Figura 3.21. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 2666$ ms para la región I , derecha : fase discontinua calculada. 93
- Figura 3.22. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 2666$ ms para la región II , derecha : fase discontinua calculada. 93
- Figura 3.23. Izquierda : franjas con $t=33.3$ ms, derecha : franjas con $t=250$ ms, configuración de polarizadores paralelos 94

- Figura 3.24. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 33.3$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada. 94
- Figura 3.25. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 33.3$ ms para la región *II*, derecha : fase discontinua calculada. 95
- Figura 3.26. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada. 95
- Figura 3.27. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región *II*, derecha : fase discontinua calculada. 96
- Figura 3.28. Amplitud calculada en niveles de gris, se pueden apreciar las zonas de baja reflectividad, una máscara con un solo nivel de gris como nivel de corte global es inadecuada dadas las zonas de baja reflectividad. 97
- Figura 3.29. Izquierda : imagen del plano difuso tomada, derecha : máscara calculada en base a dicha imagen 97
- Figura 3.30. Fase continua calculada una vez se ha aplicado la máscara. 98
- Figura 3.31. Digitalización repetida para la misma placa, orientación 1. 99
- Figura 3.32. Digitalización repetida para la misma placa, orientación 2. 99
- Figura 3.33. Izquierda : mapa de reflectividad local, derecha : histograma de la reflectividad local, se pueden ver 3 regiones delimitadas por los valores $a'=[0.41, 1.58, 3.08, 4.42]$ y que de acuerdo a (42) los tiempos óptimos con $b'_{max} = 0.1$ son $t = [2.19, 0.56, 0.29, 0.20]$ segundos, respectivamente. 101
- Figura 3.34. Arriba : D3D inicial, abajo : Zoom de la zona derecha de la placa 102

Figura 3.35. Arriba : D3D final, abajo : Zoom de la zona derecha de la placa

103

Lista de Tablas

- Tabla 1. Resultados experimentales de los parámetros límites de a para cada región, así como las intensidades óptimas a proyectar. 67
- Tabla 2. En específico puede apreciarse que el proyector tiene una capacidad energética adecuada para compensar la atenuación mencionada en el capítulo anterior producto de los polarizadores 75

Resumen

Título: Digitalización tridimensional por la técnica de luz estructurada para objetos con alta variación de reflectividad: placas de fijación para la recuperación ósea *

Autor: Daniel José Agudelo Angarita **

Palabras Clave: Instrumentación y metrología, profilometría por proyección de franjas, cálculo de fase, superficies de alta reflectividad, placas de fijación ortopédicas.

Descripción: El método de proyección de franjas es en la actualidad uno de los métodos de caracterización metrológica más reconocidos, se basa en la codificación de información mediante el desfase en un patrón sinusoidal de franjas proyectado debido a la presencia del objeto a tratar.

La conversión de dicha fase a coordenadas axiales respecto a un nivel de referencia se calcula mediante el principio de triangulación, teniendo en cuenta la calibración previa del sistema. El hecho de que la efectividad de este método dependa de recuperar correctamente la información de la fase hace que sea crítica la manera en la que la información de la intensidad es codificada en el dispositivo de adquisición (sensor CCD), los cuales son conocidos por tener en su mayoría la codificación digital a 8 bits. De esta manera, objetos con alta variación en la reflectividad generan inconvenientes para recuperar correctamente la fase.

Superficies metálicas pulidas generan regiones especulares de reflexión y regiones de reflectividad cercana a cero, obteniéndose regiones con saturación y regiones con baja relación señal/ruido, dificultándose la extracción de la fase. En el presente estudio se analizan las estrategias encontradas en la literatura para obtener una fase óptima. Se analizan en concreto dos metodologías, la primera involucra el uso de diferentes intensidades proyectadas elegidas con el criterio de la función de respuesta de la cámara. La segunda, utiliza un elemento óptico adicional, un par de polarizadores a la salida del proyector y la entrada de la cámara, con el fin de filtrar la componente especular de la reflexión de la imagen adquirida, complementando el bajo contraste en la imagen implícito por el uso de los polarizadores, con la variación del tiempo de exposición del sensor.

Los resultados experimentales obtenidos dan como la metodología más efectiva a la segunda mencionada. Se diseña el dispositivo de medida 3D con el propósito de realizar un control de calidad óptimo en la fabricación de placas de fijación ortopédicas para la recuperación ósea por la empresa colombiana PRECIMEC S.A.S.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física.
Director: Jaime Meneses Fonseca, Doctor en Física.

Abstract

Title: Tridimensional digitalization of high changing reflectivity objects based on the structured light method : orthopedic bone recovery plates *

Author: Daniel José Agudelo Angarita **

Keywords: Instrumentation and metrology, fringe projection profilometry, phase calculation, high changing reflectivity surfaces, orthopedic bone recovery plates .

Description: The fringe projection profilometry method is in the present one of the most recognized metrological characterization methods, it is based on the information codification through the phase difference in a projected sinusoidal pattern because the object to be treated.

The conversion of this phase to axial coordinates with respect to a reference level is calculated using the triangulation principle, taking into account the previous calibration of the system. The fact that the effectiveness of this method depends on correctly recovering the phase information makes it critical the way on the intensity information is encoded in the acquisition device (CCD sensor), which are known to have mostly 8-bit digital coding. In this way, objects with high variation in reflectivity generate inconveniences to correctly recover the phase. Polished metallic surfaces generate mirror regions of reflection and regions of near zero reflectivity, obtaining regions with saturation and regions with low signal-to-noise ratio, making phase extraction difficult.

In the present study, we analyze the strategies found in the literature to obtain an optimal phase. Two methodologies are analyzed in particular, the first involves the use of different projected intensities chosen with the criterion of the camera's response function. The second uses an additional optical element, a pair of polarizers at the output of the projector and the camera input, in order to filter the specular component of the reflection of the acquired image, complementing the low contrast in the implicit image by the use of polarizers, with the variation of the exposure time of the sensor.

The experimental results obtained give as the most effective methodology to the second mentioned. The 3D measuring device is designed with the purpose of performing optimal quality control in the manufacture of orthopedic fixation plates for bone recovery by the Colombian company PRECIMEC S.A.S.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Física.
Director: Jaime Meneses Fonseca, Doctor en Ciencias Naturales.

Introducción

Pese a que el mundo que nos rodea en la cotidianidad es tridimensional, nuestra visión solo puede acceder a él a través imágenes bidimensionales.

Nuestro cerebro necesita entonces datos adicionales en la imagen bidimensional para tener alguna percepción de la profundidad. Uno de los desarrollos por parte del cuerpo humano en este sentido fue la estereopsis, la capacidad del cerebro de unir dos imágenes vistas desde dos puntos cercanos para formar una sola con una sensación de profundidad (fig 1).



Figura 1. Los estereogramas son dos imágenes tomadas desde posiciones ligeramente diferentes, utilizan la estereopsis, por lo que si se ve con un ojo una imagen y con el otro, la otra, se tiene sensación de profundidad. Fuente: (Potin, 1900) .

Pese a que nuestros ojos son muchas veces el sentido más valioso, tienen sus limitaciones. Como parte de nuestro cuerpo, están sujetos a sufrir enfermedades y extenuarse, además de que tienen dificultad para medir distancias con una precisión de milímetros. Se hace necesario, en el preámbulo de la era de la automatización, el enseñar a las máquinas a ver y medir las dimensiones de un objeto, a digitalizar un objeto.

El instrumento óptico más cercano en cuanto a función del ojo es la cámara, que capta se-

ñales de intensidad y las ordena en una matriz bidimensional de píxeles. La cámara al igual que nuestros ojos solo ve proyecciones bidimensionales del mundo tridimensional; hay una pérdida de información asociada a la distancia medida en dirección de la línea de visión del ojo humano, o análogamente, al eje óptico de la cámara (fig 2).

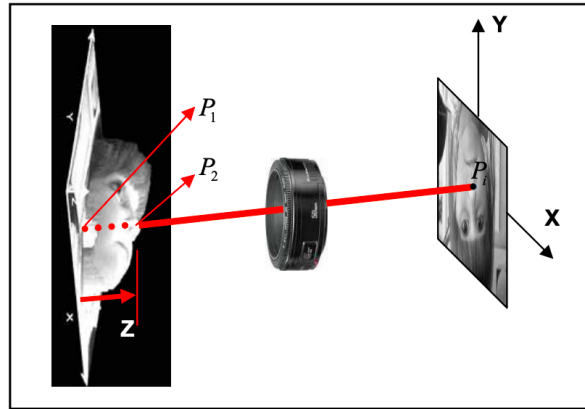


Figura 2. Pérdida de la información tridimensional. Fuente:(Contreras, 2006) .

Con base en la visión estereoscópica humana, los físicos e ingenieros han construido dispositivos ópticos de medida 3D que permiten digitalizar la superficie de un objeto que se encuentre en el campo de visión del dispositivo. Existen diferentes metodologías que permiten esto, cada una con una característica que la hace práctica para una determinada necesidad. Se destacan la visión estéreo, luz estructurada, e interferometría láser entre otras.

La digitalización tridimensional "D3D"(Digitalización 3D) de un objeto se define como el almacenamiento dentro de una computadora o dispositivo digital de un conjunto de puntos que representa la información del contorno superficial del mismo. Es decir, que la superficie del objeto puede representarse como una nube de puntos ubicados en un sistema de referencia tridimensional único que describe el mundo real. La D3D tiene importantes aplicaciones en áreas de la socie-

dad que van desde la industria, donde se realiza control de calidad sobre objetos manufacturados (Löwenhamn, 2017; Wolfa et al., 2000) , hasta la criminalística, donde se puede utilizar para encontrar modificaciones ilegales al número de placa de un automóvil (Avellaneda and Rodriguez, 2012), también se puede hablar de aplicaciones a ramas mucho más modernas, como lo son la extracción de características topográficas de la piel (Ariza and Vesga, 2012),reconocimiento facial (Yufeng Zheng, 2014) y la posibilidad de reproducir físicamente el objeto digitalizado bajo formatos CAD como el "STL"(Standard Triangle Language) gracias a las modernas impresoras 3D (Matter and form, 2017; Wang et al., 2018) , entre otros.

La gran mayoría de métodos ópticos utilizados para obtener adecuadamente la D3D de un objeto se basan en interpretar adecuadamente mediante modelos matemáticos, la información que llega al dispositivo de adquisición a partir de lecturas de intensidad luminosa. El poder codificar de forma digital adecuadamente dichos valores de intensidad incidente permiten encontrar la información axial perdida.

0.1. Planteamiento del problema

En el presente estudio, se emplea un método de D3D conocido como proyección de franjas "FPP"(fringe projection profilometry) ¹, la topografía del objeto es codificada en la diferencia de fase espacial de un patrón sinusoidal proyectado respecto a un plano de referencia (fig 3), una vez se ha calibrado correctamente el dispositivo de medida se plantea la siguiente relación:

¹ El método será cubierto en detalle en el siguiente capítulo, por ahora es mencionado para dar contexto del planteamiento del problema.

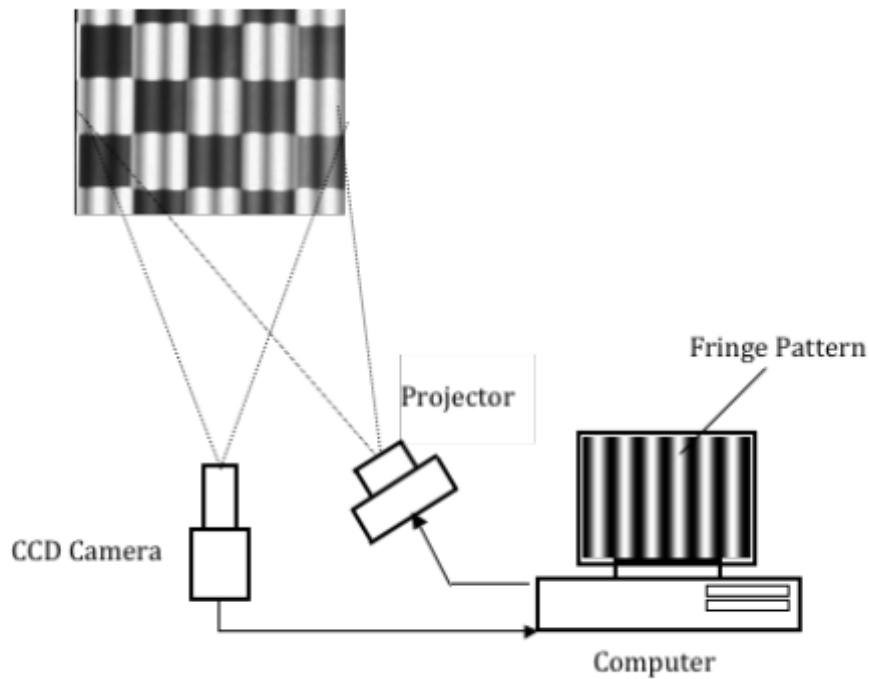


Figura 3. Esquema del equipo utilizado en el método de proyección de franjas. Fuente: (Ariza and Vesga, 2012).

$$\Delta\phi(u, v) \propto f(z), \quad (1)$$

dicha relación indica que la variación de la fase detectada en el píxel de posición (u, v) en el plano imagen del sensor es proporcional a una función de la variable z , la cual es la altura medida en unidades métricas de la superficie respecto al plano de referencia para un sistema centrado en la lente de la cámara. La función f puede encontrarse a partir de la geometría del sistema mediante el principio de triangulación, sin embargo, en muchos casos dicha función puede aproximarse a un polinomio de segundo grado donde sus coeficientes son calculados durante el proceso de calibración. Vemos que para obtener la D3D de un objeto es necesario conocer el desfase $\Delta\phi(u, v)$, y dicho desfase sólo puede ser calculado correctamente cuando se obtienen adecuadamente los valores de intensidad por parte de la cámara. La intensidad puede no ser obtenida de forma correcta

cuando existe saturación en el sensor, esto quiere decir que la intensidad es tan alta que no puede ser codificada de forma correcta dentro del rango digital de 8 bits, sobre el que trabajan la mayoría de microsensores en un arreglo CCD. De igual forma, intensidades demasiado bajas tampoco se codifican de forma correcta, ya que la señal luminosa puede ser de magnitud comparable al ruido de la electrónica, o lo que es igual, la tasa señal ruido (s/r) es muy baja.

El método del FPP ha sido a lo largo de los años, el método predilecto para encontrar la topografía superficial de objetos difusos. Tanto por su alto grado de resolución, del orden de las dimensiones del píxel usado en el sensor, como por la practicidad relativa comparado con otros métodos de metrología óptica. Por último, como no se genera el patrón proyectado mediante la interferencia de dos ondas monocromáticas planas coherentes no requiere condiciones de control rigurosas en el laboratorio características de los métodos de interferometría en general.

El presente estudio presenta una metodología para modular la intensidad luminosa, de manera que no afecte el rendimiento del FPP, en específico se usa esta técnica para encontrar la D3D de placas de fijación para la recuperación ósea. Utilizados para la recuperación de fracturas, hechos principalmente con aleaciones de titanio.

0.2. Justificación

Acorde con los lineamientos del grupo de investigación, el planteamiento del problema responde a las necesidades de diferentes sectores de la sociedad. Dentro del sector industrial, la empresa Jaimes Rueda & Compañía - PRECIMEC S.A.S. produce placas de fijación ortopédicas para la recuperación ósea de fracturas (fig 4). Estas placas son hechas con aleaciones de titanio, y debido a errores en la etapa de producción, se pueden rechazar lotes enteros de productos en la etapa de control de calidad, lo que genera pérdidas para la empresa por la materia prima desperdiciada.



Figura 4. Placas ortopédicas de compresión. Fuente: (OrthoSolutions, 2019).

La D3D de objetos con alta reflectividad responde a esta necesidad: al caracterizar de forma relativamente práctica y a una escala de precisión del orden de las micras, permite comparar las D3D con los modelos digitales. De esta forma se pueden encontrar y corregir los errores antes de la etapa de producción, sin desperdiciar así grandes cantidades de materia prima. El problema de este enfoque para corregir la producción radica en que la intensidad luminosa se codifica de forma incorrecta en la cámara CCD debido principalmente a la alta variación en la reflectividad de la superficie metálica de la placa.

Con el fin de evidenciar la influencia de la reflectividad en el cálculo de la fase, se realiza un montaje experimental donde se ajustaron los tiempos de exposición de la cámara para obtener imágenes de una placa de fijación metálica. Al variar el tiempo se puede controlar la intensidad capturada, de modo que se emplea el método con tiempos de exposición de 21,3 ms y 106,6 ms. Las imágenes 7,8,9 y 10 muestran los cortes de intensidad de las franjas y fase discontinua para las 2 regiones resaltadas en las imágenes 5 y 6, respectivamente.

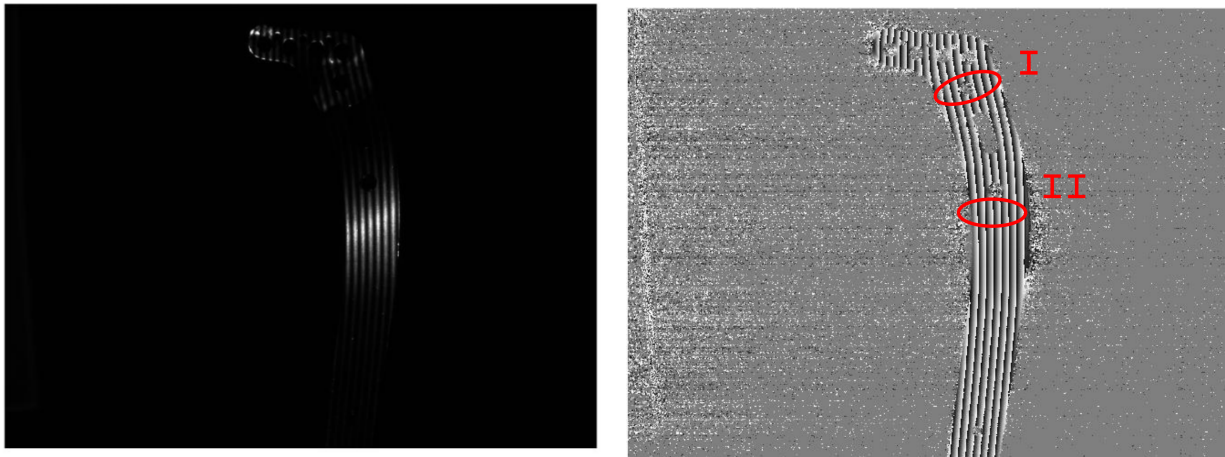


Figura 5. Mapa de intensidad de franjas en niveles de gris (izquierda), Fase discontinua (derecha), imágenes utilizando $t = 21,3$ ms.

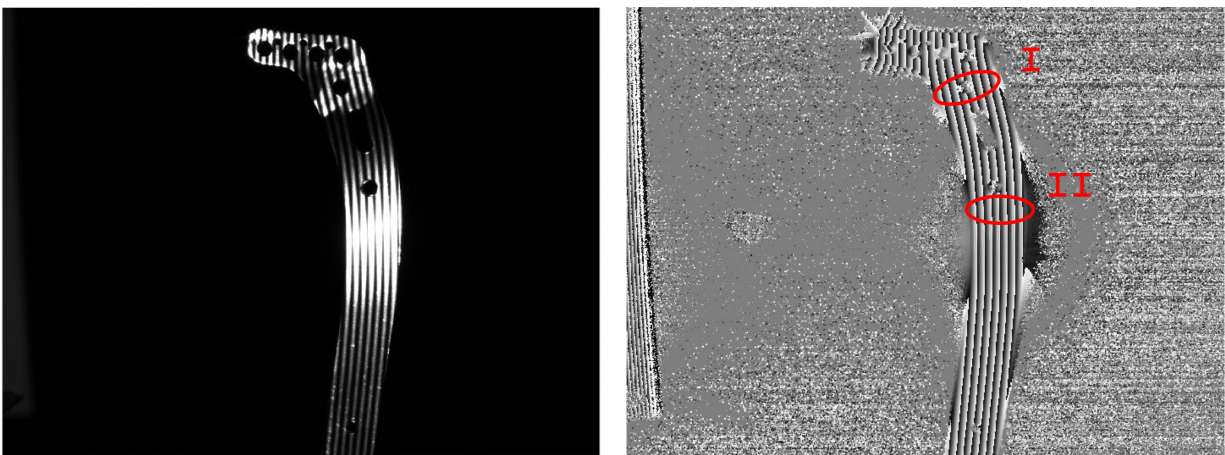


Figura 6. Mapa de intensidad de franjas en niveles de gris (izquierda), Fase discontinua (derecha), imágenes utilizando $t = 106,6$ ms.

Para $t = 21,3$ ms las imágenes (figs 7, 8), donde los perfiles corresponden a las zonas *I* y *II*, respectivamente. Puede verse que la región *I* para bajo tiempo de exposición tiene el problema de tener muy bajo contraste, de manera que su tasa s/r es muy baja, haciendo que la fase discontinua posea mucho ruido. A su vez, en la región *II* puede verse que debido a su reflectividad, incluso

con bajo tiempo de exposición existe muy buen contraste en las franjas y por ende, alta tasa s/r, observándose una fase discontinua con menos ruido.

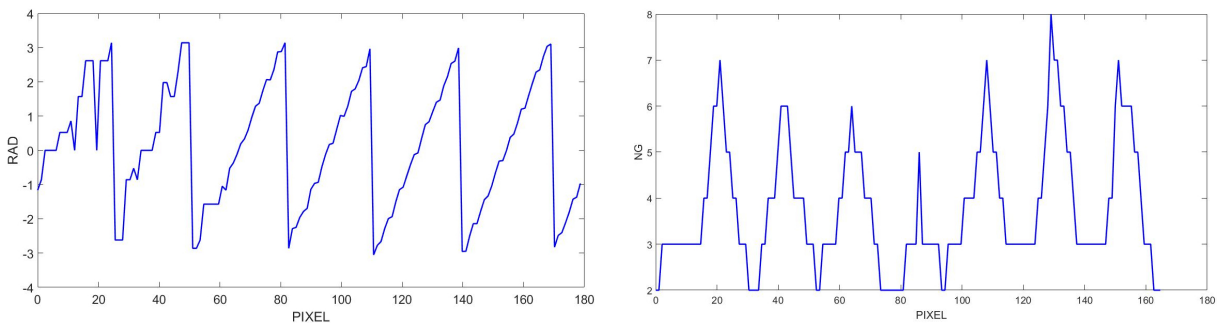


Figura 7. Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región I con $t = 21,3$ ms.

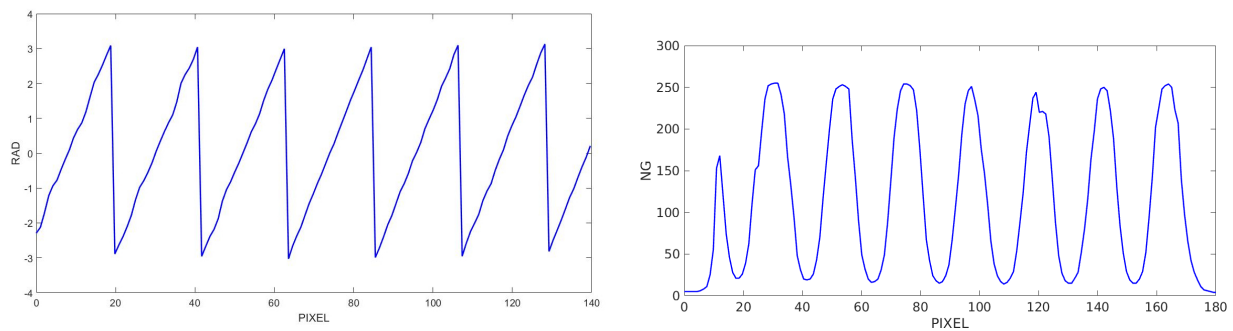


Figura 8. Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región II con $t = 21,3$ ms.

Por otro lado para $t = 106,6$ ms tenemos las imágenes (figs 9, 10). Donde los perfiles corresponden a las regiones I y II, respectivamente. Puede verse que la región I para alto tiempo de exposición ya no tiene el problema del bajo contraste y la fase discontinua no tiene mucho ruido. En la región II debido a su alta reflectividad existe una saturación de la señal, no es posible codificar la intensidad para el número de bits de la CCD y la fase no puede calcularse correctamente.

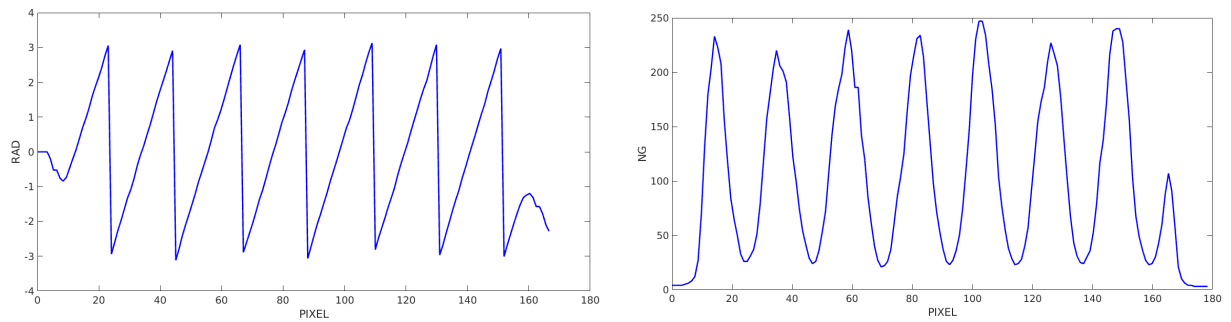


Figura 9. Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región II con $t = 106,6\text{ms}$.

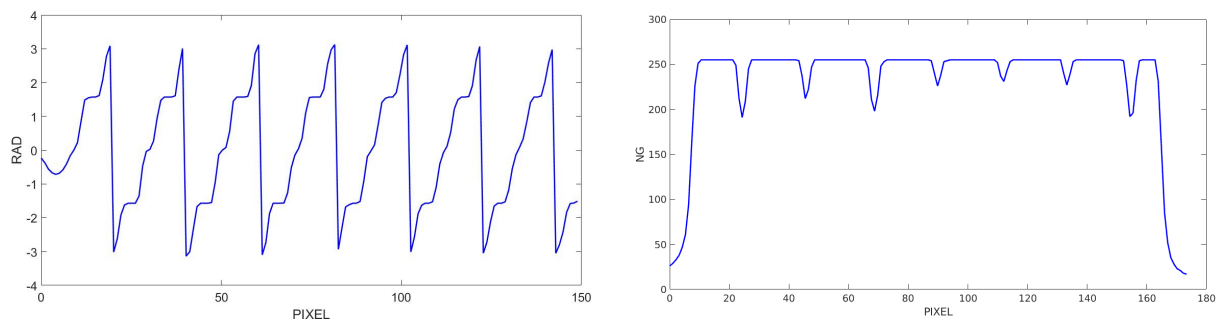


Figura 10. Perfiles de (izquierda) fase discontinua, (derecha) franjas para región I con $t = 106,6\text{ms}$.

Se evidencia el problema; se debe digitalizar la placa en el proceso de construcción, para corregir la forma 3D y evitar errores en la forma final deseada. La superficie metálica afecta el método de FPP, debido a las regiones de reflectividad especular y las regiones de baja reflectividad. De esta manera, se justifica la necesidad de plantear un procedimiento que adapte el método de FPP y permita encontrar una D3D correcta de la superficie de las placas.

0.3. Objetivos

0.3.1. Objetivo principal. Implementar una metodología en la D3D por proyección de franjas que permita su uso en objetos con alta variación de reflectividad en su superficie.

0.3.2. Objetivos específicos.

- Definir condiciones metrológicas que se deben imponer al dispositivo de medida 3D.
- Diseñar y construir el dispositivo de medida 3D.
- Evaluar metrológicamente el dispositivo.
- Implementar métodos para recuperar la forma 3D de objetos con alta reflectividad.
- Realizar las correcciones necesarias para extraer la información 3D y definir la metodología apropiada.

0.4. Estructura del documento

El presente estudio se divide en 4 capítulos, el presente capítulo denominado introducción, comprende las ideas globales que se desarrollan a lo largo de todo el documento, el problema planteado y los objetivos a alcanzar.

Marco teórico. Este capítulo habla de la técnica de reconstrucción tridimensional por proyección de franjas, explica a fondo cada una de sus etapas y las variantes que existen de éstas, para poder proveer una base sobre la cual se implementarán las metodologías de modulación de intensidad.

También habla de modelos físicos necesarios para describir el comportamiento de la cámara CCD y el proyector LCD como actores principales en la D3D por FPP, por último se mencionarán

de los modelos físicos involucrados en la descripción de la reflectividad de los metales.

Metodologías de modulación de intensidad. Se habla de las diversas aproximaciones que existen a la hora de resolver el problema planteado como objetivo principal, se hace un recuento breve del estado del arte relativo a esto, las metodologías relevantes para el presente estudio se examinan a fondo y se hace una comparación de su rendimiento con objetos de prueba que presenten características similares a las placas de fijación, de manera que se evidencien las fortalezas y debilidades de cada una.

D3D de placas de fijación ortopédicas. Se ataca el objetivo principal del documento, se realizan las etapas de metodología planteadas en la propuesta de grado:

- Diseñar y fijar las condiciones metrológicas iniciales del dispositivo de medida. Se estudian y definen los parámetros de las franjas a proyectar, la geometría del sistema y las condiciones de iluminación del laboratorio.
- Construcción del dispositivo. Se especifican los modelos de los elementos a utilizar en el método de FPP. El campo de visión se especifica de acuerdo a las dimensiones del objeto a tratar, y los parámetros digitales tales como el paso de las franjas proyectadas o el tiempo de exposición de la CCD se fijan de acuerdo a valores que han brindado buenos resultados en estudios anteriores que involucran al método de FPP.
- Realizar la D3D de objetos de topografía suave que no posean alta variación de reflectividad, de esta forma se obtiene un error inicial del método, que debe estar acorde con los requisitos impuestos por la empresa. Si el resultado obtenido en esta etapa no está acorde con dichos requisitos se vuelve a la etapa anterior, en pro de encontrar parámetros iniciales

más adecuados.

- Implementar las metodologías de modulación. Se procede a tratar cada una de las metodologías tratadas en el capítulo anterior, de manera que se prueben las fortalezas y debilidades de cada una en función de la efectividad con el objeto en específico con el que se trabaja.

Conclusiones y trabajo posterior. Se plantean las conclusiones del proyecto, se plantea cuál debe ser la metodología a utilizar en base a los resultados obtenidos en el capítulo anterior. Dicha conclusión se hace a partir de varios criterios, como lo son, el tiempo de procesamiento, el uso de hardware adicional, o los procesos que deben ser llevados a cabo antes de la reconstrucción. También se plantea la continuación del estudio.

1. Marco teórico

Para cubrir en detalle cada uno de las etapas que se llevan a cabo en la técnica de proyección de franjas es necesaria una revisión de los fundamentos sobre los cuales se basa la técnica. Dichos fundamentos atacan problemas esenciales en la óptica, como lo es el proceso de formación de imagen. Para describir el comportamiento de una cámara ideal se utiliza el **modelo de pinhole**. A pesar de la aparente simplicidad en términos matemáticos del mismo, ha sido el modelo predilecto para describir el proceso de formación de imagen en una cámara en áreas de investigación como la visión computacional.

En el grupo de óptica y tratamiento de señales (GOTS) se ha trabajado con el método de calibración de cámaras digitales propuesto por Zhang (Zhang, 2000), e incluso se han hecho modificaciones al mismo (Ballesteros, 2014; González et al., 2014). En estos métodos se utiliza el modelo de pinhole. El modelo se basa en la óptica geométrica para describir el proceso de formación de imagen como la proyección del objeto en el espacio tridimensional sobre un plano bidimensional. El método de calibración añade modelos numéricos de aberraciones geométricas como la distorsión, generada principalmente por la no colinearidad entre los ejes ópticos de las lentes usadas, o defectos como irregularidades en la curvatura generados por errores en la producción de las lentes.

1.1. Modelo pinhole de la cámara digital y formación de imagen

Una cámara digital está conformada por una lente de focal f y una matriz de microsensores ubicada perpendicularmente al eje óptico de la lente. Se asume que existe un punto muy pequeño sobre el cual pasa un solo rayo de cada punto del objeto al plano imagen.

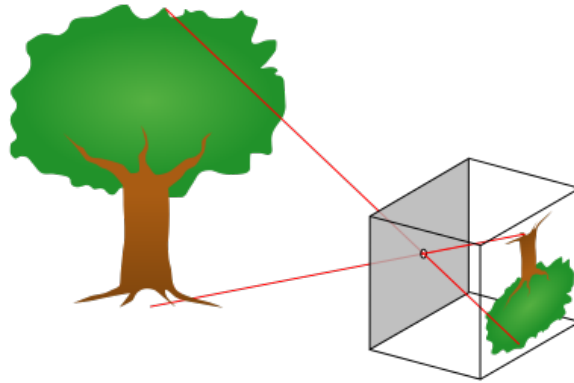


Figura 1.1. Esquema sencillo del modelo pinhole.

A lo largo de dicho eje se define un plano llamado el plano imagen ², cuando el plano imagen y la matriz de microsensors coinciden se dice que la imagen está focalizada. Matemáticamente se aproxima a f la distancia del plano imagen a la lente de la cámara. ³

La imagen se focaliza cuando la matriz de sensores se ubica en el plano imagen de la lente; la cámara digital genera una matriz de uv (u = número de filas y v = número de columnas) de números enteros que varía de 0 a $2^n - 1$ donde n es el número de bits empleado en la digitalización de la intensidad luminosa que recibe cada sensor.

En el modelo de pinhole un punto en el espacio es proyectado al plano imagen con una línea recta que une al punto con el centro óptico de la lente e intersecando al plano imagen. El centro óptico O coincide con el centro de la lente. Se define el punto central C de la cámara como el punto

² La imagen final se reorganiza de manera que se corrija la inversión.

³ De la óptica geométrica se sabe que si el objeto está en el infinito, el plano imagen se ubica en el foco. Para distancias más cercanas, la imagen se encuentra a una distancia levemente superior al foco de la lente, experimentalmente esta distancia se aproxima al foco.

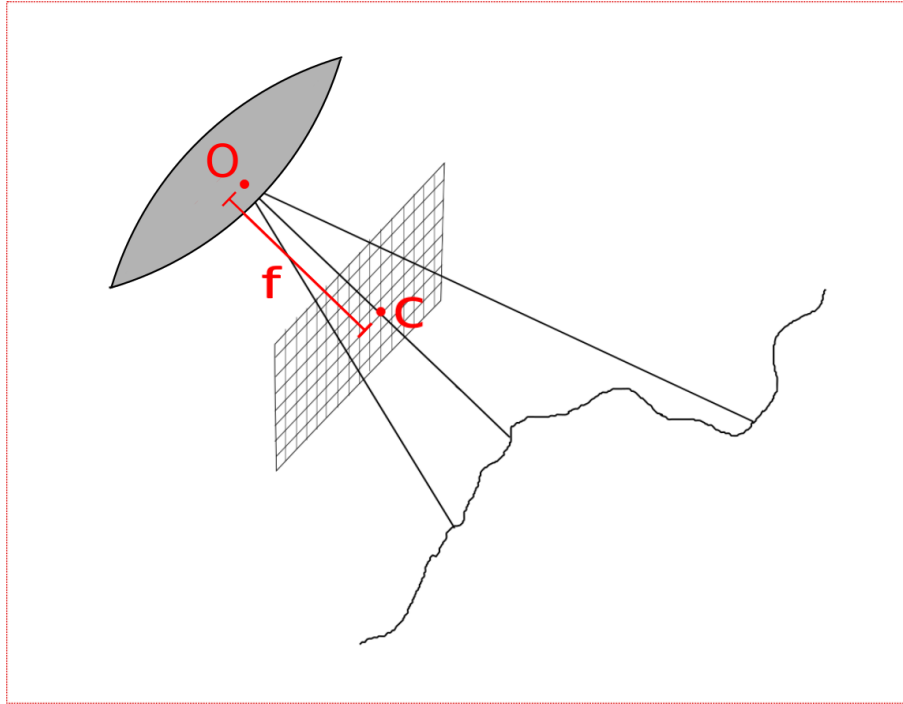


Figura 1.2. Elementos del modelo pinhole.

donde el eje óptico interseca el plano imagen (fig 1.2).

Se define el sistema coordenado de la cámara, cuyo origen es el centro óptico O , el eje Z_c es paralelo al eje óptico y los ejes X_c y Y_c son paralelos a las filas y columnas de la matriz de sensores. De esta manera, la imagen P' del punto en el espacio P de coordenadas (X_c, Y_c, Z_c) tiene coordenadas (u, v) en píxeles y (X'_c, Y'_c) en milímetros (fig 1.3).

$$\{X_c, Y_c, Z_c\} \mapsto \{u, v\}. \quad (2)$$

Se puede ver fácilmente la primera de las relaciones geométricas entre los dos sistemas coordenados, un punto P en el espacio \mathbb{R}^3 se proyecta a través del segmento \overline{OP} que atraviesa el plano imagen en \mathbb{R}^2 de la cámara en el punto P' y llega al punto O . Los triángulos \mathbf{OPZ}_c y $\mathbf{OP}'f$ son

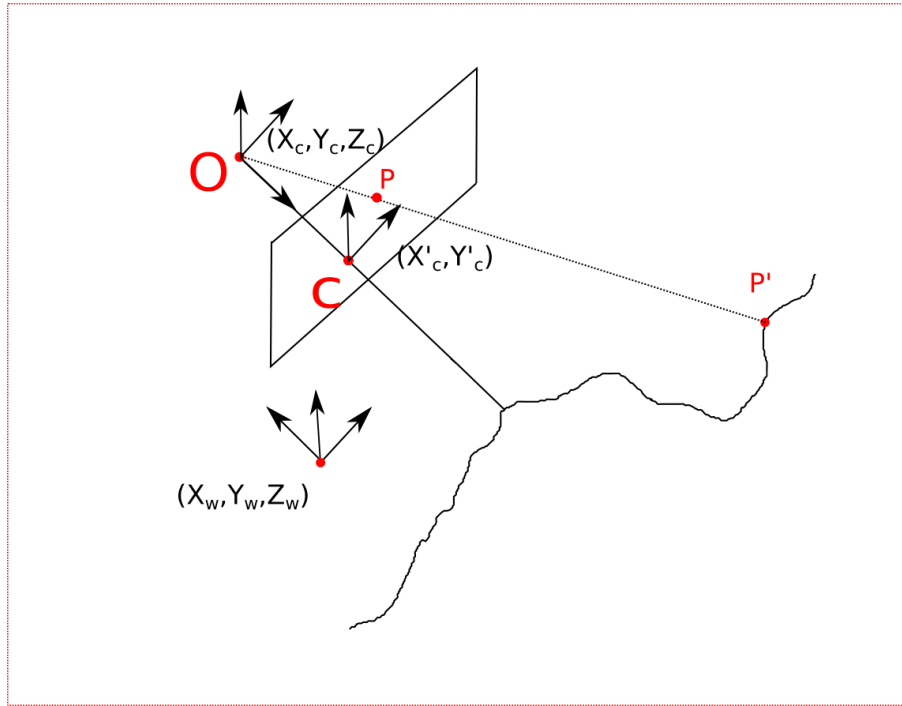


Figura 1.3. Diferentes sistemas coordenados utilizados en el modelo pinhole.

semejantes, de manera que :

$$\frac{X_c}{X'_c} = \frac{Z_c}{f} \quad \wedge \quad \frac{Y_c}{Y'_c} = \frac{Z_c}{f}.$$

La relación (2) se completa utilizando la geometría proyectiva (Zhang, 2016b, cap 2), en la cual se define la matriz homográfica \mathbf{A} de dimensiones 4·3 que garantiza la siguiente ecuación:

$$fX_c = Z_cX'_c \quad \wedge \quad fY_c = Z_cY'_c \quad \Rightarrow \quad Z_c \begin{pmatrix} X'_c \\ Y'_c \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

se encuentra por inspección, que :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Se añade además que el arreglo bidimensional de píxeles no es un espacio continuo si no que se aproxima a un espacio discreto con un factor de conversión generalmente calculado en unidades de píxel/mm y que, además, el origen de coordenadas X'_c, Y'_c del arreglo de microsensores puede no coincidir con el punto C . Se puede comprobar que :

$$Z_c \begin{pmatrix} u \\ v \\ 1 \end{pmatrix} = \mathbf{A} \begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \mathbf{A} = \begin{pmatrix} m_x f & 0 & u_0 & 0 \\ 0 & m_y f & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Donde m_x y m_y son los factores de conversión en [px/mm](de forma general se toman como diferentes) y el punto (u_0, v_0) es la posición de intersección del eje óptico con el plano imagen coordenadas de píxeles.

Un modelo un poco más realista de (4) no asume una abertura o diafragma de dimensiones que se pueden considerar como despreciables, de hecho, el modelo asume la existencia de una lente, por lo que, puede poseer en principio toda clase de aberraciones que sufra un sistema que se aleje hasta el tercer orden de la teoría paraxial (Jenkins and White, 2001, cap 9). Generalmente al modelo de pinhole se puede incorporar la aberración geométrica conocida como **distorsión**, esta

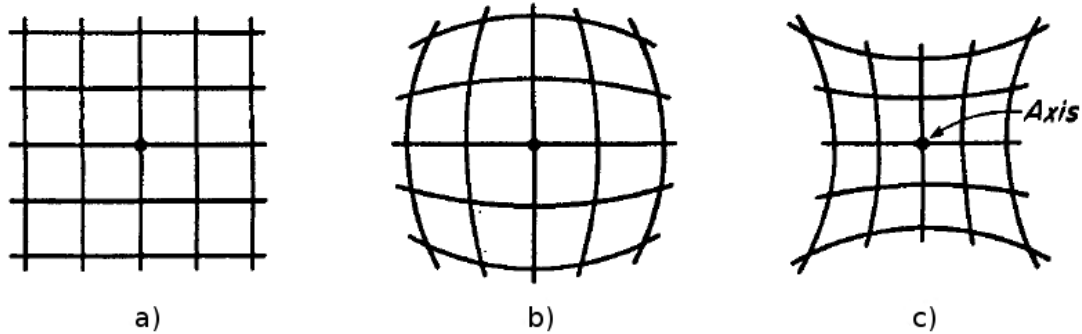


Figura 1.4. Ejemplos de planos con magnificación: a) constante (libre de distorsión) , b) disminuyendo para puntos alejados del eje óptico (distorsión tipo barril) , c) aumentando para puntos alejados del eje óptico (distorsión tipo cojín). Fuente: (Jenkins and White, 2001, cap 9).

aberración es responsable de hacer que la magnificación transversal cambie para puntos en función de su distancia en el plano imagen al eje óptico de la cámara. Esta aberración es producida por el uso de diafragmas sencillos antes o después de la lente.

La relación entre las coordenadas capturadas por la cámara y su contraparte sin distorsiones está dada por :

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = L(r_{uv}) \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix}, \quad (5)$$

donde las coordenadas primadas serán las coordenadas ideales o sin distorsión y la función L de la variable $r_{uv} = \sqrt{(u - u_0)^2 + (v - v_0)^2}$ puede ser expandida a partir de $L_0 = 1$ en una serie de Taylor alrededor de $u = u_0$ y $v = v_0$.

$$L(r_{uv}) \approx 1 + k_1 r_{uv}^2 + k_2 r_{uv}^4 + \dots \quad (6)$$

De esta forma, el efecto de la distorsión en cada píxel puede modelarse una vez conocidos los

parámetros k_i , y de hecho, en la literatura usualmente se toma sólo el término de primer orden k_1 , si se introduce esta corrección a la matriz de (4) se obtienen los factores a_{ij} en dicha matriz que son conocidos como parámetros intrínsecos de la cámara.

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} m_x f & 0 & u_0 + \delta_u & 0 \\ 0 & m_y f & v_0 + \delta_v & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Donde :

$$\delta_u = (u - u_0)k_1 r_{uv}^2 \quad \wedge \quad \delta_v = (v - v_0)k_1 r_{uv}^2. \quad (8)$$

A menudo se añade un tercer sistema de referencia conocido como sistema del mundo, ubicado fuera del punto C , cuyas coordenadas cartesianas en el espacio tridimensional $\{X_w, Y_w, Z_w\}$ se relacionan con las del sistema coordenado de la cámara como:

$$\{X_c, Y_c, Z_c\} \mapsto \{X_w, Y_w, Z_w\} \Rightarrow$$

$$(X_c, Y_c, Z_c)^T = \mathbf{R}(X_w, Y_w, Z_w)^T - \mathbf{R}(X_{w0}, Y_{w0}, Z_{w0})^T. \quad (9)$$

Donde la matriz \mathbf{R} es una matriz de rotación y $(X_{w0}, Y_{w0}, Z_{w0})^T$ son las coordenadas del origen del sistema coordenado de la cámara medidas respecto al sistema del mundo.

De la misma manera que el caso anterior, debemos expresar estas matrices de transformación y vectores en sus versiones homográficas :

$$(X_c, Y_c, Z_c, 1)^T = \mathbf{B}(X_w, Y_w, Z_w, 1)^T, \quad (10)$$

Donde \mathbf{B} será :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & -\mathbf{R}\vec{P}_{w0} \\ \mathbf{0} & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{P}_{w0} = (X_{w0}, Y_{w0}, Z_{w0})^T. \quad (11)$$

Los factores b_{ij} de (11) que componen la matriz \mathbf{B} se conocen como parámetros extrínsecos de la cámara.

Para el proyector se utiliza el mismo modelo de pinhole, en teoría la única diferencia radica en que los rayos de luz salen desde el punto central del proyector en vez de entrar a él (Zhang, 2016b, cap 7). Una vez se tienen todas las matrices de homografía se puede relacionar los píxeles en la cámara, con los puntos en la matriz del proyector y el sistema coordenado del mundo, por lo que el sistema de adquisición se considera como calibrado. Sin embargo aún no se ha hablado del principio general por el cual se puede obtener información axial de un objeto una vez identificado el mismo punto en dos perspectivas distintas.

1.2. Digitalización 3D por vía óptica

El principio básico por el que se codifica la información axial en una imagen se basa en la triangulación, un esquema sencillo que ilustra este principio se puede ver en la figura 1.5.

Asumiendo ausencia de aberraciones en los instrumentos ópticos y el régimen de la óptica geométrica, el rayo $\overline{O_2A}$ es proyectado e identificable en la imagen de la cámara. El plano PR define la superficie de focalización de la cámara y el proyector. O_1 y O_2 definen los centros ópticos de la cámara y el proyector, respectivamente. Cuando no se encuentra el objeto en el rango de visión del detector el rayo $\overline{O_2A}$ interseca PR en A y es focalizado en A' . Cuando el objeto está presente, el rayo se interseca en P y es focalizado en B' .

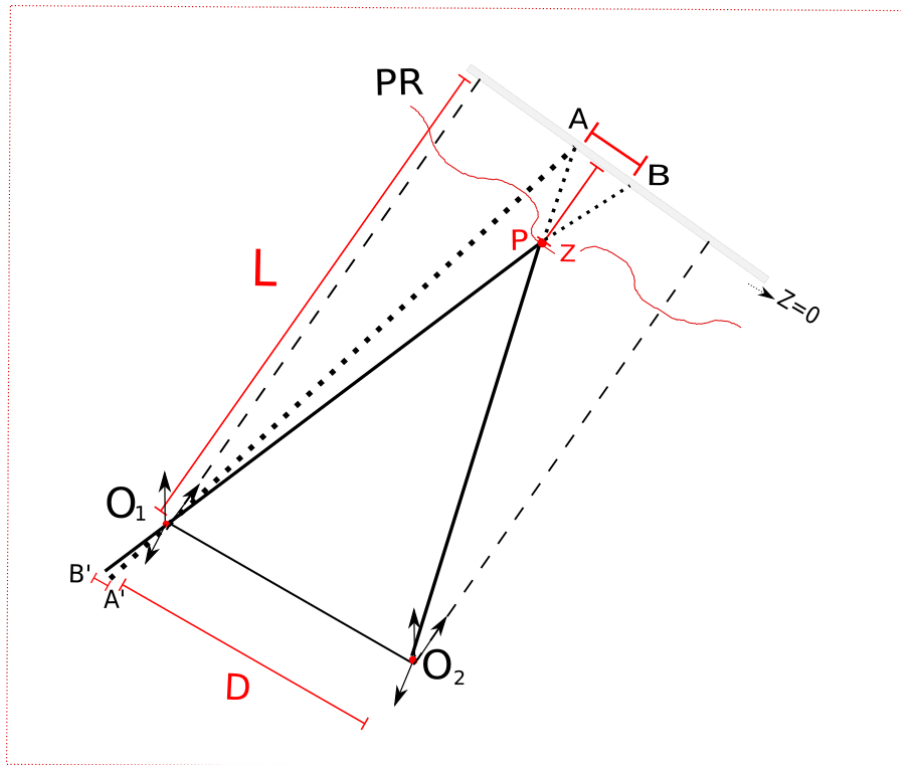


Figura 1.5. Esquema del principio de triangulación.

El cálculo de la coordenada Z medida respecto a O se basa enteramente en las relaciones de los triángulos O_1O_2P y ABP de manera que :

$$\frac{D}{L-Z} = \frac{\overline{AB}}{Z}. \quad (12)$$

Los parámetros D y L del sistema se toman como fijos y conocidos con precisión. siendo la única incógnita encontrar la longitud del segmento \overline{AB} . Los puntos A' y B' sobre el plano imagen de la cámara se relacionan aproximadamente linealmente con su contraparte en el plano PR.

$$\overline{AB} = \mu \cdot \overline{A'B'}. \quad (13)$$

Donde μ se conoce como factor de ampliación transversal de la lente de la cámara, finalmente reemplazando :

$$Z = \frac{L \cdot \overline{A'B'}}{D/\mu + \overline{A'B'}}. \quad (14)$$

El punto crucial en el desarrollo consiste en identificar utilizando tratamiento digital de imágenes, adecuadamente los puntos A' y B' . Como el rayo $\overline{O_2A}$ es controlado, el procesamiento digital de imagen depende de la técnica óptica empleada. Por ejemplo, si se tratara de triangulación láser se debe calcular el centro del spot láser en cada imagen, si es visión estéreo se deben calcular en cada imagen la posición del mismo punto de la superficie del cuerpo o si es proyección de franjas se debe calcular la línea isofase del patrón proyectado y su respectivo corrimiento por la presencia del objeto.

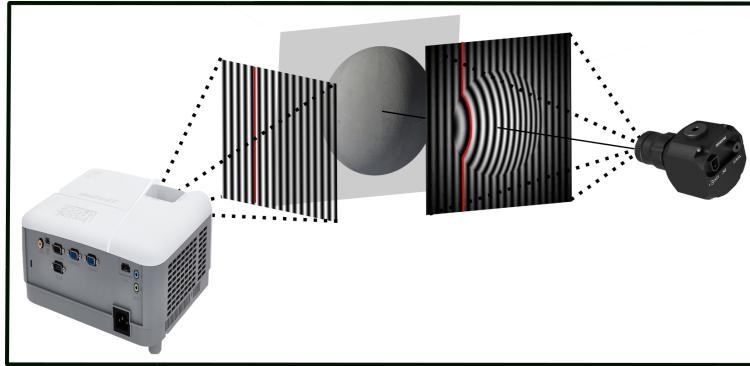


Figura 1.6. Esquema del principio básico del desfase en el método de FPP, los planos isofase (izquierda) proyectados intersecan en puntos diferentes al objeto dados por su topografía (centro), visto desde la cámara, estos puntos de intersección con el plano isofase tendrán corrimientos diferentes si se compara con una imagen de un plano de referencia generalmente normal al eje óptico de la CCD (derecha).

1.3. Proyección de franjas

El método de proyección de franjas "FPP" (Fringe projection profilometry) hereda el principio básico de la interferometría láser, la información es codificada en una diferencia de fase de un patrón sinusoidal proyectado respecto a un plano de referencia. Dicho desfase se produce exclusivamente por la geometría del sistema y la topografía superficial del objeto (fig 1.6).

A diferencia de la interferometría láser, el patrón sinusoidal es producido por el uso de un video-proyector. Esto reduce considerablemente la resolución del método si se compara con la interferometría, sin embargo, significa una mejora notable en términos de practicidad. El método es robusto frente a la iluminación externa; al utilizar un video-proyector como fuente de iluminación es menos sensible frente a las vibraciones, permite la digitalización simultánea del campo entero de la cámara (Zhang, 2016a, cap 1); y dependiendo del algoritmo usado es posible obtener reconstrucciones en vivo. Estas ventajas frente a otros métodos han hecho que el FPP sea altamente conocido en el mundo de la metrología óptica en la actualidad. El FPP utiliza un montaje esquematizado en (fig 1.7).

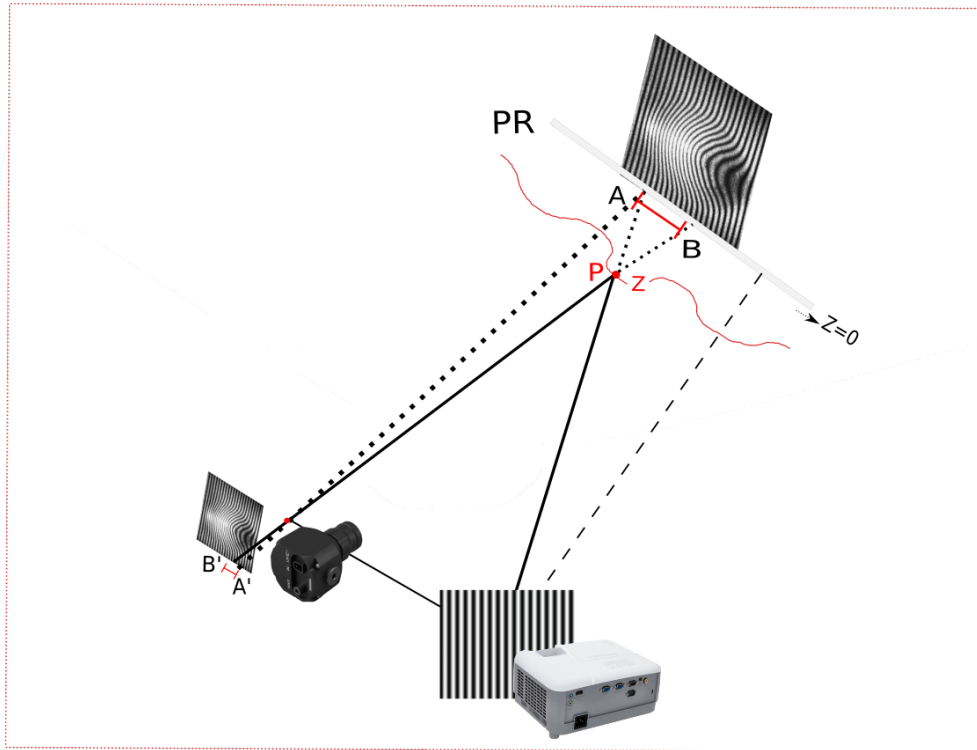


Figura 1.7. Elementos básicos utilizados en el método de proyección de franjas, .

El video proyector ilumina de forma oblicua el objeto a reconstruir con patrones de intensidad sinusoidales generados desde una computadora. La cámara captura las imágenes de la superficie del objeto con las franjas deformadas. Si se ubica una superficie plana en el plano de focalización de la cámara llamado plano PR, la imagen es un sistema de franjas paralelas, con una separación promedio entre franjas constante, aproximadamente. Cuando se ubica el objeto 3D, la imagen corresponde a un sistema de franjas deformado, donde la separación y orientación cambian con la posición.

Por lo visto anteriormente, el método de FPP consiste en encontrar de forma adecuada el término de desfase para el objeto y relacionarlo de forma adecuada con su información axial para

obtener así una D3D de dicho objeto.

El método se divide en 4 etapas representadas en el siguiente esquema :

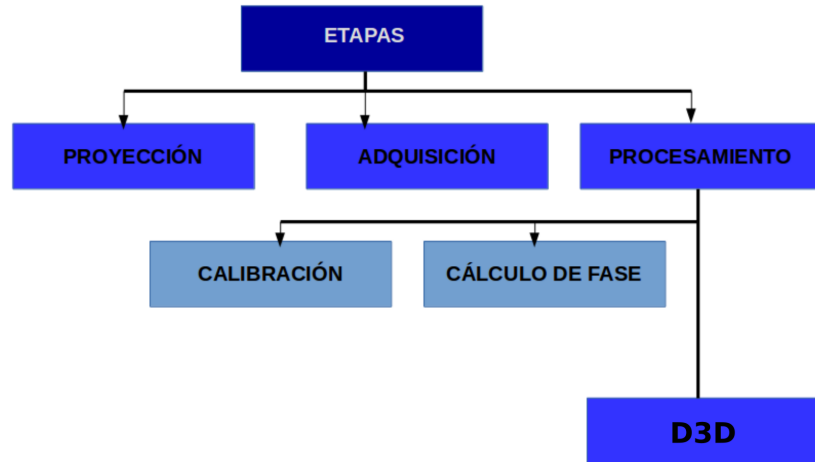


Figura 1.8. Etapas del método de proyección de franjas.

1.3.1. Proyección. Se genera una imagen a través de cualquier software, en este caso se trabaja con MatLab ® por su facilidad para controlar la señal de video del proyector y cámara gracias a su lenguaje estructurado, su tratamiento matricial de datos y los resultados en trabajos anteriores en el grupo. La imagen proyectada obedece a una intensidad distribuida en un arreglo bidimensional $m \times n$ donde m y n serán números enteros que cubren la resolución total de la matriz de sensores del proyector (cantidad de píxeles en dirección horizontal y vertical).

Para este caso se genera la imagen con una función sinusoidal; las variables se eligen de manera que la forma proyectada sea de franjas paralelas verticales. La forma básica usada en el software será :

$$I(m, n) = A + B \cdot \cos\left(\frac{2\pi(m - m_0)}{p_0}\right), \quad (15)$$

Donde la función se repite para todas las filas (variable n), el valor p_0 define un paso o separación entre dos franjas consecutivas en píxeles, una frecuencia espacial. Los valores de las constantes A y B se definen para evitar valores negativos en la señal y para permitir el máximo contraste, usualmente :

$$A = B = \frac{1}{2}, \quad (16)$$

m corresponde a la variable lineal y va de 0 a $M - 1$, siendo M el número de columnas del proyector y n se define de forma análoga con las filas del proyector, m_0 representa la columna central del proyector y define la columna de fase absoluta igual a 0.

1.3.2. Adquisición. En esta etapa una cámara CCD es utilizada para capturar imágenes monocromáticas del objeto, si inicialmente se tiene la imagen del plano PR definido en las secciones anteriores la fase tendrá aproximadamente una relación lineal, cuyo modelo matemático corresponde a la fase en (1.7) Posteriormente por la presencia del objeto las deformaciones de las franjas son causadas por las variaciones de Z_c , que generan el cambio de fase $\Delta\phi(u, v)$, como está expresado en (17).

$$\begin{aligned} I'(u, v) &= I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos\left(\frac{2\pi u}{p}\right), \\ I'(u, v) &= I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos\left(\frac{2\pi u}{p} + \Delta\phi(u, v)\right). \end{aligned} \quad (17)$$

La función I_0 es la intensidad captada causada por fuentes ajenas al proyector, I_C la intensidad de contraste de las franjas y $\Delta\phi$ será la diferencia de fase con respecto a la fase del plano de referencia y las coordenadas (u, v) serán las componentes horizontal y vertical en el arreglo bidi-

mensional de píxeles en la cámara. Nótese que al realizar la resta entre las fases de la imagen con el objeto y en el plano PR se eliminan las distorsiones no lineales iniciales en las franjas causadas por distorsiones en las lentes y proyección no telecéntrica.

Cabe resaltar lo mencionado durante la introducción, sobre esta etapa se asume de forma implícita que la señal $I'(u, v)$ puede ser codificada adecuadamente en el rango digital de la cámara, si existe saturación en el sensor, existirá una ambigüedad en el valor de la señal, en concreto, para una cámara de 8 bits:

$$I'(u, v) = \begin{cases} I''(u, v) & \text{si } I'' < 255 \\ 255 & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (18)$$

Donde $I''(u, v)$ será la señal verdadera que recibe el sensor.

1.3.3. Procesamiento.

Cálculo de fase. Al realizar la sustitución $\frac{2\pi u}{p} + \Delta\phi(u, v) = \phi(u, v)$ vemos que las ecuaciones (17) adoptan la forma $I' = A + B\cos(\phi)$, donde A , B y ϕ son incógnitas e I' es una matriz que posee información de las variaciones de intensidad y corresponde a los datos de entrada. El problema consiste en realizar un procesamiento digital que permita calcular las incógnitas (A, B, ϕ) a partir de los datos de entrada (I'_i) para cada píxel en el arreglo de sensores de la cámara.

El proceso común entre la calibración y la digitalización 3D es el cálculo de fase de un sistema de franjas. Existen dos ramas principales para aproximarse al cálculo del desfase, la primera de ellas utiliza la forma compleja de la ecuación (17), tendremos:

$$I'(u, v) = I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot 1/2 \left(e^{i\phi(u, v)} + e^{-i\phi(u, v)} \right), \quad (19)$$

al calcular la transformada de dicha señal, es posible filtrar las componentes correspondientes a A así como la transformada de la conjugada para dejar el término de desfase $\Delta\phi(u, v)$ en función de las componentes reales e imaginarias de la transformada inversa \tilde{I} de la señal una vez aplicados los filtros:

$$\Delta\phi(u, v) = \tan^{-1} \left(\frac{\Im\tilde{I}(u, v)}{\Re\tilde{I}(u, v)} \right) \quad (20)$$

A pesar de la versatilidad de utilizar un solo patrón de franjas para el cálculo de fase, la transformada de Fourier en realidad está aproximada a un espacio discreto, por lo que esta forma de obtener el desfase puede tener complicaciones en píxeles donde debido a la intensidad en sus alrededores se consideren discontinuidades.

El algoritmo de corrimiento de fase fue desarrollado por primera vez por P. Carré (Carré, 1966), actualmente es el más popular en el proceso de cálculo de fase para el método de FPP. Se introducen en (15) diferentes desfases adicionales de θ_n para obtener ecuaciones linealmente independientes y resolver el sistema algebraico. El intervalo que se subdivide tiene longitud 2π y dado que se tienen tres incógnitas, se necesitan al menos 3 subdivisiones, por ejemplo: $\theta_n = 0, -\frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ con $n = 1, 2, 3$ que darán 3 ecuaciones linealmente independientes con las cuales se resolverá el sistema para I_0, I_m y ϕ . Para este caso la ecuación (17) se modifica en el término de desfase adicional:

$$\begin{aligned}
I'_1(u, v) &= I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos \phi(u, v), \\
I'_2(u, v) &= I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos \left(\phi(u, v) - \frac{2\pi}{3} \right), \\
I'_3(u, v) &= I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos \left(\phi(u, v) + \frac{2\pi}{3} \right).
\end{aligned}$$

Este sistema algebraico puede resolverse para los tres términos:

$$\begin{aligned}
\Delta\phi(u, v) &= \tan^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}(I'_2 - I'_3)}{2I'_1 - I'_2 - I'_3} \right), \\
I_0(u, v) &= (I'_1 + I'_2 + I'_3)/3, \\
I_C(u, v) &= [3(I'_2 - I'_3)^2 + (2I'_1 - I'_2 - I'_3)^2]^{1/2}.
\end{aligned} \tag{21}$$

Es posible generalizar la solución analítica del sistema mencionado introduciendo más de 3 desfases adicionales espaciados uniformemente, se tiene entonces :

$$I'_n(u, v) = I_0(u, v) + I_C(u, v) \cdot \cos \left(\phi(u, v) + \frac{n2\pi}{N} \right). \tag{22}$$

Donde se tiene una serie de n patrones que forman ecuaciones linealmente independientes, Cabe resaltar la importante propiedad de las funciones trigonométricas (fig 1.9):

$$\sum_{n=1}^N \cos(n2\pi/N) = 0,$$

$$\sum_{n=1}^N \text{sen}(n2\pi/N) = 0.$$

(23)

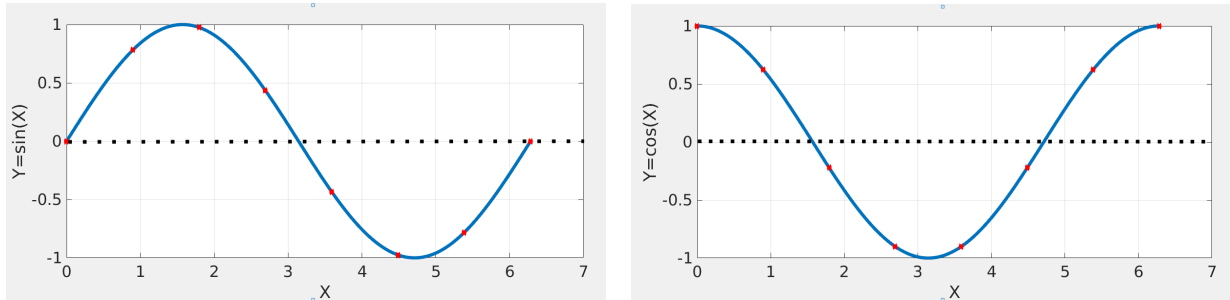


Figura 1.9. Imágenes de la función seno y coseno, respectivamente, tomando 8 puntos igualmente espaciados a lo largo de un periodo completo, puede verse gráficamente que el área bajo la curva de los rectángulos formados por $y = f(x) \cdot \Delta x$ es 0 en un periodo.

Si ahora se definen :

$$I'_{cn} = I'_n \cdot \cos(\theta_n),$$

$$I'_{sn} = I'_n \cdot \text{sen}(\theta_n),$$

(24)

las sumatorias:

$$\sum_{n=1}^N I'_{sn} = \sum_{n=1}^N (I_0 \text{sen } \theta_n + I_C \cdot \cos \phi \cos \theta_n \text{sen } \theta_n - I_C \cdot \text{sen} \phi \text{sen}^2 \theta_n), \quad (25)$$

$$\sum_{n=1}^N I'_{cn} = \sum_{n=1}^N (I_0 \cos \theta_n + I_C \cdot \cos \phi \cos^2 \theta_n - I_C \cdot \text{sen } \phi \text{sen } \theta_n \cos \theta_n). \quad (26)$$

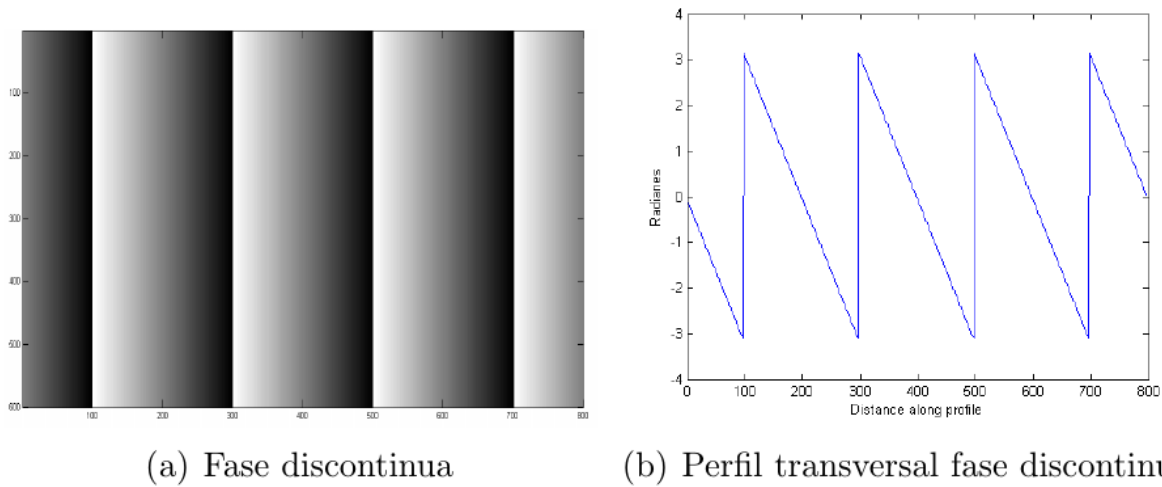
Como se muestra en (23), los términos que son factor de I_0 se eliminan, también lo hacen los términos cruzados dada la relación $\sin 2X = 2 \sin X \cos X$ y los únicos términos que no se anulan son los cuadráticos en las funciones seno y coseno dadas las relaciones $\sin^2 X = 1/2(1 - \cos 2X)$ \wedge $\cos^2 X = 1/2(1 + \cos 2X)$. Así:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^N I'_{sn} &= -NI_C/2 \sin \phi, \\ \sum_{n=1}^N I'_{cn} &= NI_C/2 \cos \phi. \end{aligned} \tag{27}$$

y por ende:

$$\begin{aligned} \phi(u, v) &= \tan^{-1} \left(\frac{\sum_{n=1}^N -I'_{sn}}{\sum_{n=1}^N I'_{cn}} \right), \\ I_C(u, v) &= \frac{2}{N} \left[\left(\sum_{n=1}^N I'_{sn} \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^N I'_{cn} \right)^2 \right]^{1/2}, \\ I_0(u, v) &= \frac{\sum_{n=1}^N I'_n}{N}. \end{aligned} \tag{28}$$

Una vez calculadas las incógnitas de (17), el término ϕ es el de mayor importancia, las otras dos cantidades suelen usarse al momento de definir máscaras para aislar al objeto estudiado. Para relacionar ϕ con la distancia axial medida respecto al plano de referencia Z_c se debe acudir al proceso de calibración del dispositivo de digitalización 3D.



(a) Fase discontinua

(b) Perfil transversal fase discontinua

Figura 1.10. Fase discontinua calculada para un plano (izquierda), perfil de fase para una recta $y=\text{cte}$. Fuente: (Rodríguez, 2016).

Cuando se llega a este punto se puede observar que, el resultado de (28) está definido por la función trigonométrica inversa (\tan^{-1}), lo que hace que esté acotada por intervalos de $(-\pi, \pi)$ (fig 1.10), si se plantea la fase absoluta como una función continua se debe entonces realizar un proceso de desenvolvimiento de fase.

Desenvolvimiento de fase. En esta etapa se busca eliminar las discontinuidades añadiendo o substrayendo valores de 2π a lo largo de la función en todo su dominio. En el grupo se han trabajado con los dos métodos principales de desenvolvimiento de fase: desenvolvimiento espacial y temporal (Rodríguez, 2016).

El **desenvolvimiento espacial**, como su nombre lo indica define la la diferencia entre fases calculadas a partir de dos píxeles vecinos en la variable u horizontal definida usualmente respecto a u_0 o el centro de la CCD, cuando el algoritmo encuentra un una discontinuidad suma o resta el

correspondiente valor de $n2\pi$ dependiendo si se mueve a izquierda o derecha del origen definido. El resultado es robusto para objetos de superficie suave, sin embargo, cuando la fase de un objeto tiene discontinuidades asociadas a cambios abruptos en la forma de su superficie, el algoritmo puede identificar dicha discontinuidad y añadir un salto que no corresponde al comportamiento de la función (\tan^{-1}), dicho error se propaga a píxeles vecinos, afectando la calidad de la fase continua.

La alternativa para este tipo de objetos se conoce como **desenvolvimiento temporal**, la variable temporal se obtiene al proyectar sistemas de franjas con valores de p_0 en (15) variables. Para cada valor se proyectan 4 sistemas de franjas corridos $\frac{\pi}{2}$ y se calcula la fase discontinua usando (28). Si ϕ_i corresponde a la fase discontinua calculada para el i ésimo sistema de franjas con paso p_{0i} se busca la fase continua Φ_i que se puede calcular usando :

$$\Phi_i = \phi_i + 2\pi \left[\frac{k\Phi_{i-1} - \phi_i}{2\pi} \right]. \quad (29)$$

Donde el parámetro $k = \frac{p_{0i-1}}{p_{0i}}$. Φ_{i-1} es la fase continua obtenida para el sistema con p_{0i-1} y el operador $[\cdot]$ redondea el argumento al entero más cercano. El problema consiste en como obtener Φ_i . Esto se realiza experimentalmente proyectando un sistema de franjas ($i = 1$) para el que p_{01} sea igual al número de columnas del proyector. De esta manera, existe una sola franja para todo el campo visual de la cámara y la fase discontinua ϕ_i es igual a la fase continua Φ_i . Al proyectar un sistema con p_{02} donde $p_{02} < p_{01}$ se puede calcular Φ_2 usando $k = \frac{p_{01}}{p_{02}}$ y Φ_1 según (29) (fig 1.11). El proceso se repite hasta que p_{0n} es igual al paso de proyección usado para la digitalización. Un problema se puede presentar si para algunos valores k es muy grande, amplificándose una señal ruidosa que afecta al proceso de redondeo a entero, esto se puede evitar variando los valores p_{0i} progresivamente (fig 1.12). Para la presente aplicación, el tiempo de adquisición puede ser arbitrario debido a que el objeto es inerte.

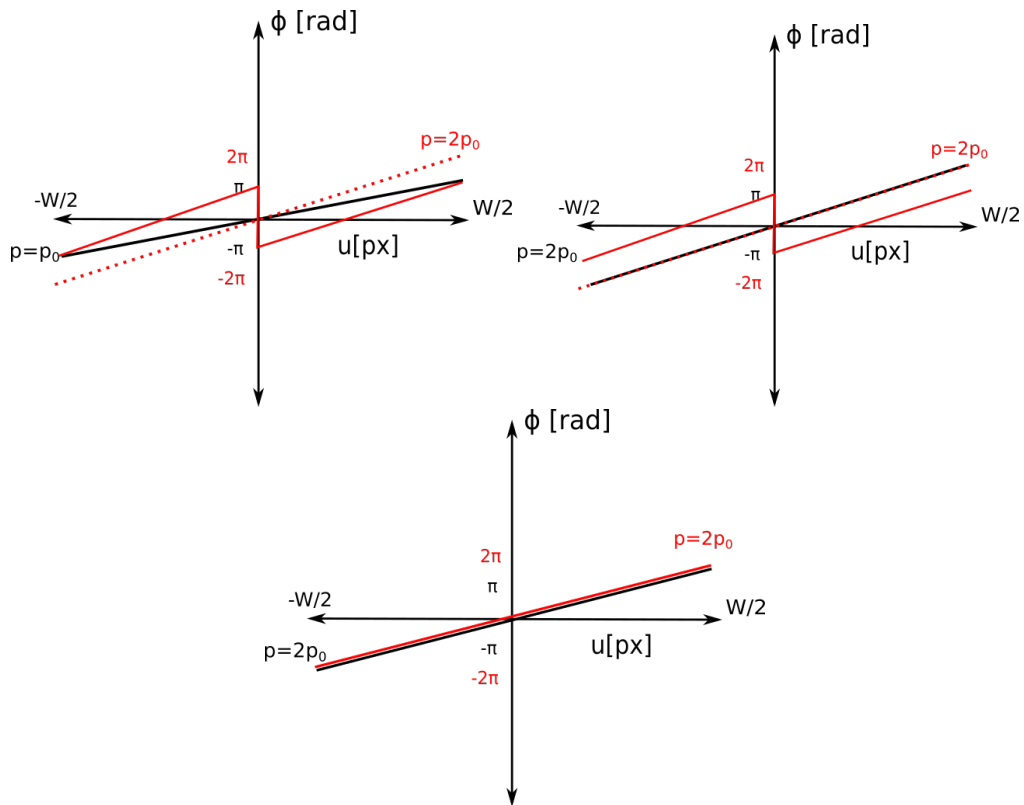


Figura 1.11. Tres etapas del desenvolvimiento temporal, izquierda : se tienen las dos distribuciones de fase calculadas para pasos diferentes, centro : la fase continua, se multiplica por k , derecha : se calcula la nueva fase continua a partir de la diferencia entre las dos fases.

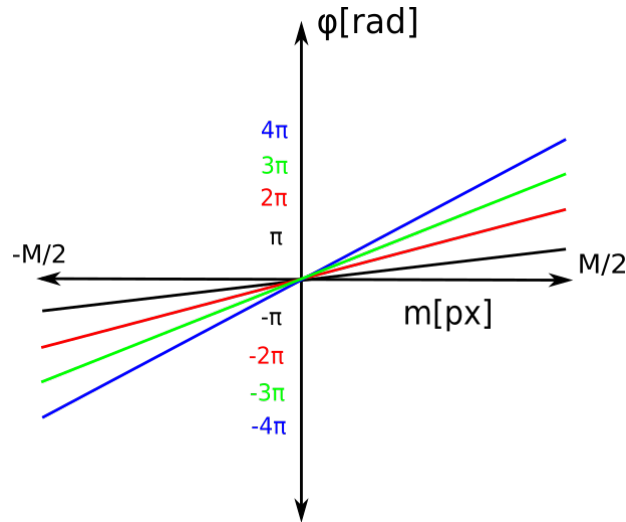


Figura 1.12. Diferentes fases empleadas en la etapa de proyección.

Obtenida la fase absoluta para cada píxel, se busca encontrar la relación de dicha fase con la coordenada Z_c el proceso llevado a cabo para tal fin se denomina calibración.

Calibración. El propósito del proceso de calibración es encontrar una relación entre la diferencia de fase con la coordenada Z_c medida respecto al plano de referencia PR. Existen métodos analíticos que hacen uso del mencionado modelo del pinhole. Se encuentran los elementos matriciales que describen los parámetros extrínsecos e intrínsecos de los dos instrumentos, y gracias a esto se realiza la conversión fase altura. Diferentes metodologías han sido planteadas dentro del GOTS que pueden ser utilizadas (Ballesteros, 2014; González et al., 2014).

Sin embargo existe una alternativa experimental relativamente sencilla, el principio consiste en relacionar la diferencia de fase directamente con la profundidad Z_c , mediante un ajuste de mínimos cuadrados, en este caso :

$$Z_c(u, v) = \alpha_1 \phi(u, v)^2 + \alpha_2 \phi(u, v) + \alpha_3, \quad (30)$$

donde los tres coeficientes α_i con $i = 1, 2, 3$ son constantes que deben ser calculadas para cada píxel. El proceso experimental consiste en utilizar un tablero ajedrezado, colocarlo de manera que su vector normal sea aproximadamente paralelo al eje óptico de la cámara, proyectar, obtener la fase mediante los métodos explicados y repetir este procedimiento a lo largo de un volumen de calibración.

El volumen de calibración se define a partir del movimiento del tablero sobre el eje óptico de la CCD, generalmente se usan intervalos conocidos estableciendo una fase inicial ubicada en el plano que se encuentra sobre el punto de focalización del sensor. de manera que para cada intervalo conocido a la coordenada Z_c se asocia una diferencia de fase $\Delta\phi$ mediante la relación cuadrática (30). Las coordenadas transversales se calculan teniendo en cuenta los parámetros intrínsecos del sensor CCD.

Esta metodología necesita movimientos del plano precisos. Dentro del grupo se ha planteado una alternativa, que no necesita movimientos precisos, ni un plano estrictamente normal al eje óptico del sensor, brindando flexibilidad a la calibración del sistema. Dicha metodología, así como la calibración experimental de los parámetros intrínsecos del sensor CCD será cubierta en el capítulo 4.

1.3.4. Visualización de la nube de puntos. La parte final consiste en la visualización correcta de la superficie del objeto en cuestión entendida como la interpolación entre los diferentes puntos de la nube de puntos calculada. Existen algoritmos como point2cloud y plot3

que dan estas visualizaciones directamente en el entorno de Matlab con ayuda de la interpolación conocida como triangulación de Delaunay, una extensa revisión de esta parte del proceso puede encontrarse en (Vergel, 2016).

Todo este proceso asume que la ambigüedad descrita en (18) no se produce, es decir, que la intensidad que incide en la cámara puede ser codificada adecuadamente en el rango digital de los 8 bits, para ver el efecto que tiene el hecho de que los objetos a tratar sean metálicos en esto es necesario realizar una descripción física elemental de lo que sucede cuando la luz es reflejada en un metal.

1.4. Reflectividad

Tal y como está constatado en las leyes de la reflexión, el ángulo del rayo reflejado medido respecto a la normal del plano de interfase entre dos medios es igual al ángulo del rayo incidente. Sin embargo, un análisis más realista permite considerar el material en la interfase como una sucesión de microfacetas con diversas orientaciones e impurezas, dando como resultado que del rayo incidente inicial se desprendan un número de rayos secundarios y terciarios, a partir de los fenómenos de reflexión y refracción. Haciendo que de un mismo punto en el objeto provengan diversos rayos, originando así, una reflexión difusa. Un material es considerado como perfectamente difuso si la intensidad reflejada sigue la ley de Lambert, la cual es directamente proporcional del coseno del ángulo entre la normal y el rayo incidente (fig 1.13).

Para algunos sólidos, se puede presentar reflexión especular, si la estructura interna del material antes mencionada es eficiente al atenuar las interreflexiones como un metal, o si se trata de un material puro y altamente ordenado como algunos sólidos monocristalinos.

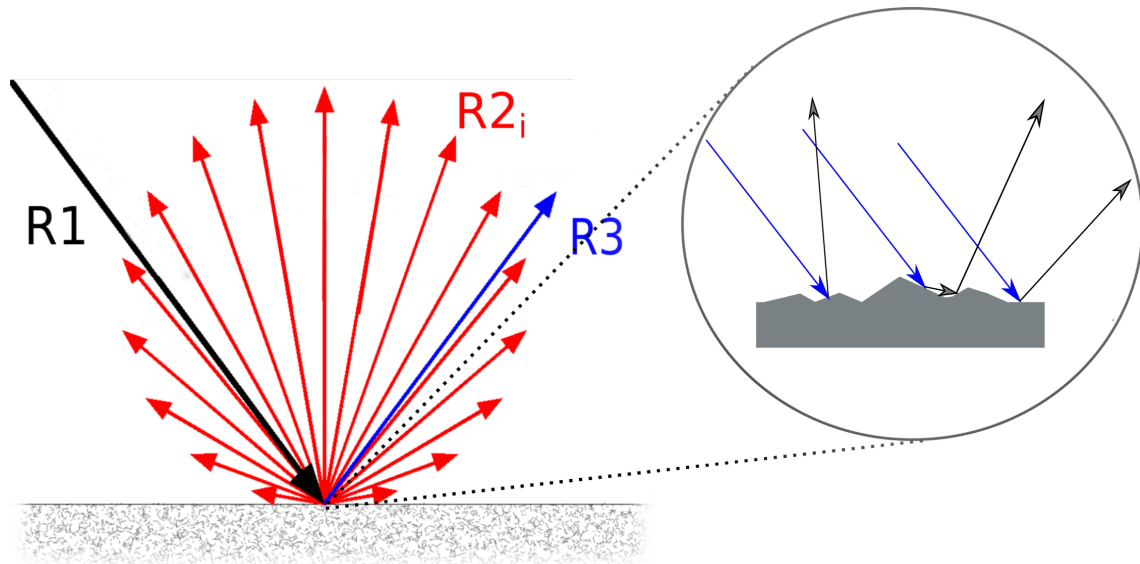


Figura 1.13. Izquierda : el rayo incidente (R1) puede ser reflejado en la dirección especular (R3) o puede tener una distribución a lo largo de varias direcciones (R2), derecha : Los rayos de luz en detalle, cada uno puede tener múltiples reflexiones y diferentes ángulos de reflexión por la rugosidad del material.

De esta forma se pueden tener las siguientes conclusiones útiles para el desarrollo del estudio:

- La reflexión especular coincide con las ondas reflejadas mencionadas anteriormente, por ende su estado de polarización tiende a ser el mismo de las ondas incidentes.
- La reflexión difusa para el metal puede relacionarse con la luz que pierde su estado de polarización por los procesos de dispersión mencionados anteriormente.
- La amplitud de la onda difusa con respecto a la especular depende del material y el grado de rugosidad.

2. Implementación de las metodologías de modulación de intensidad

2.1. Estado del arte

Existen diversas aproximaciones para resolver el problema planteado de realizar la D3D de un objeto con alta variación de reflectividad. Éstas pueden clasificarse en dos grandes grupos, en donde el primero busca implementar hardware o dispositivos ópticos adicionales con el fin de modular correctamente los valores de intensidad captados por el sensor CCD. Por otro lado, el segundo grupo busca implementar metodologías dentro del software como variar parámetros de forma digital, para que se obtengan buenos resultados sin la necesidad de elementos adicionales a costa de un mayor tiempo de procesamiento.

Modulación por elementos adicionales

Dentro del primer grupo, el método usado con más frecuencia plantea utilizar la propiedad de la polarización de la luz, como se vio en el capítulo anterior, la componente especular de la luz reflejada conserva el estado de polarización la luz incidente, mientras que la componente difusa tendrá un estado no polarizado. Así, se plantea polarizar la luz del proyector de forma lineal mediante una lámina polaroid, para posteriormente colocar una lámina con sus ejes de transmisión perpendiculares a la anterior justo antes del arreglo CCD, de manera que la reflexión especular sea eliminada en su mayoría y se conserve la reflexión difusa (Feng et al., 2014). El principal problema del método viene del hecho de que durante todo el proceso la intensidad de la luz se ve altamente atenuada, por lo que la tasa de señal ruido empieza a influir negativamente en el desempeño del método.

Se puede concluir que esta estrategia minimiza de forma eficiente la reflexión especular pero sacrifica el rendimiento del método por la atenuación de la luz. Una forma de sobrellevar este

problema radica en usar un proyector de alta potencia comparada con el rango dinámico con el que cuenta el sensor, de manera que aunque se atenúe la luz, ésta siga teniendo alta intensidad para el sensor CCD.

Otra aproximación implica el uso de dos o más cámaras simultáneamente, o lo que es igual, el variar la posición espacial de la cámara para evitar zonas de reflexión especular, de manera que para diversas orientaciones se obtengan diferentes zonas de reflexión y mediante un algoritmo de fusión se integre toda la información que permita una digitalización de alta calidad (Feng et al., 2017). La principal desventaja radica en la pérdida de la practicidad en el método, ya que se deben relacionar las diversas orientaciones mediante matrices homográficas.

Dentro del presente estudio se realizaron análisis con el método de modulación de intensidad proyectada y su optimización mediante el cálculo de la función de respuesta. También se trabaja con el método de polarización complementada con la modulación de intensidad capturada vía tiempos de exposición.

Modulación por estrategias en los elementos propios del método

Dentro del segundo grupo se encuentran estrategias que trabajan sobre los elementos propios del método para modular la intensidad. Se tienen dos estrategias principales, la primera, implica controlar la intensidad proyectada (C. Waddington, 2010; ?), de manera que se realice el método hasta la extracción de la fase para diferentes intensidades, y mediante un algoritmo se integren las fases obtenidas a partir de intensidades por debajo del rango de saturación para cada uno de los píxeles en la imagen. Este método implica implícitamente el uso del algoritmo de corrimiento de fase, ya que bajo dicho algoritmo es posible encontrar la fase para cada píxel de forma independiente.

La otra aproximación de esta clase implica controlar los parámetros propios de la CCD como el tiempo de exposición o la apertura del diafragma para controlar la intensidad obtenida, y de manera análoga a la estrategia anterior se obtiene una imagen compuesta donde se integren las regiones con el criterio de que la intensidad sea la más alta posible sin llegar al punto de saturación (Song and Yau, 2009).

Ambas estrategias cuentan con la misma desventaja, que es la falta de un criterio adicional que permita minimizar el número de imágenes a analizar, si se tiene en cuenta que por cada parámetro que se varía se realiza el método completamente hasta la etapa del cálculo de la fase, los tiempos de procesamiento se hacen muy largos y no hacen prácticas las variantes que le dan más precisión al método, como las que incluyen un número grande de desfases en el algoritmo de corrimiento o el uso de unwrapping temporal para obtener la fase continua. Además existen efectos adicionales sobre la lectura de niveles de gris al llegar a saturación, como lo es el efecto de destello, en donde píxeles saturados afectan la señal digital de píxeles vecinos.

Existen estrategias para encontrar el criterio de minimización de imágenes mencionado anteriormente. Un estudio reciente trabaja directamente con la intensidad proyectada por el LCD y adapta ésta última de acuerdo a la reflectividad local del objeto. Se realiza un estudio de la reflectividad de las diferentes secciones de píxeles que captura la CCD: se proyectan patrones de luz monocromática uniformes de manera que se relaciona la intensidad proyectada con la intensidad capturada por el sensor mediante la llamada función de respuesta del sensor. A partir un histograma de dicha función se segmentan los píxeles y se calcula la intensidad que se debe proyectar para que la intensidad capturada un buen contraste. Posteriormente se realiza el método con las intensidades calculadas y se obtiene una imagen integrada de la fase. La diferencia con los métodos anteriores

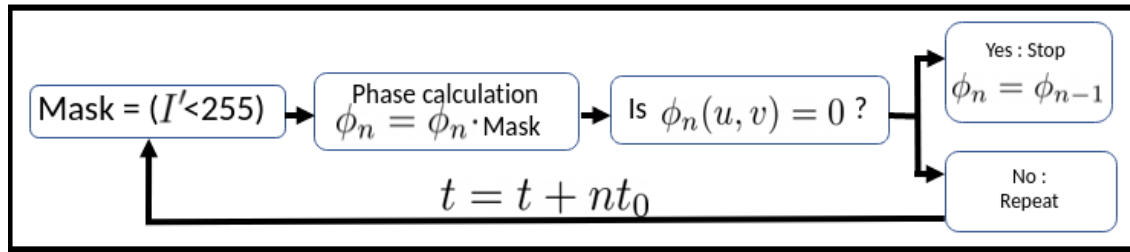


Figura 2.1. Diagrama de flujo del proceso de MIT.

radica en que se utilizan menos intensidades proyectadas teniendo en cuenta la información obtenida a priori por la función de respuesta (Liang et al., 2018).

2.2. Modulación por intensidad proyectada y optimización vía función de respuesta del sensor

El problema tiene una solución simple que sin embargo requiere generalmente un gran número de imágenes. Se pueden variar los parámetros A y B de la ecuación (15) de forma que la intensidad proyectada en las etapas de FPP no sature píxeles del sensor. Esta metodología utiliza el hecho de que el cálculo de ϕ es independiente para cada píxel del sensor, de manera que se barre un rango de intensidades proyectadas a través de A y B para realizar el cálculo por píxel y filtrar dejando así aquellos que tengan un valor máximo de contraste sin generar saturación. La metodología puede ser modulación por intensidad proyectada (MIP) o modulación por tiempos de exposición (MIT), un diagrama de flujo resume el proceso para el caso de MIT:

Una vez se tienen las imágenes para el proceso de corrimiento de fase, todo píxel que pase el umbral de saturación, será filtrado por medio de una máscara digital, de manera que se obtengan fases únicamente de píxeles válidos. Para mejorar la calidad señal-ruido del proceso, la fase cal-

culada se reemplaza tomando ahora las imágenes con un mayor tiempo de exposición⁴, hasta que el píxel esté saturado, en cuyo caso se toma el último valor no nulo. Se presenta un inconveniente : es necesario proyectar muchas intensidades con el fin de garantizar un alto contraste en las franjas.

En (Liang et al., 2018) se plantea un metodología para reducir el número de intensidades para el caso de MIP. Inicialmente se plantea la intensidad recibida por el píxel (u, v) del sensor CCD como una función lineal de la forma:

$$I^c(u, v) = \alpha t [\rho(u, v) I^p(m, n) + \rho(u, v) I^0 + I^A] + I^N. \quad (31)$$

Donde se identifican 4 fuentes de la intensidad capturada por el sensor que pueden ser visualizadas gráficamente en la figura 2.2; cada uno de los rayos incidentes es afectado por parámetros propios del sensor como la sensibilidad α y el tiempo de exposición t , de igual forma los reflejados por la superficie son afectados por el término de reflectividad $\rho(u, v)$. Para una posición fija del sensor y el proyector, este último parámetro depende de la geometría y composición del objeto.

Reorganizando la ecuación de acuerdo a la intensidad proyectada se tiene:

$$I^c(u, v) = a(u, v) I^p(m, n) + b(u, v), \quad (32)$$

⁴ se toma como un valor múltiplo entero del inverso de la frecuencia de refrescado del proyector para evitar fenómenos adicionales que afectan al proceso.

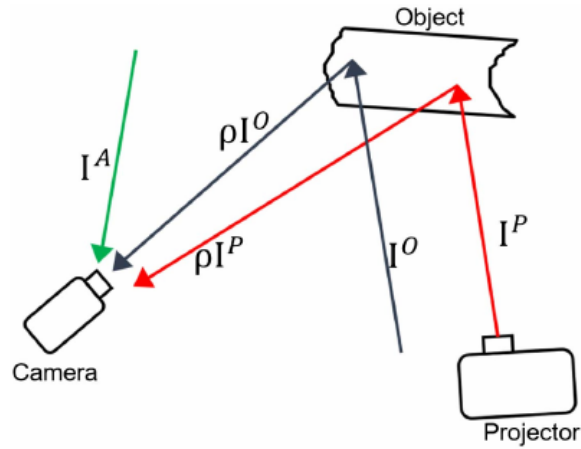


Figura 2.2. Al sensor pueden ingresar 3 rayos dependiendo de su fuente, por un lado se tiene la luz proveniente del objeto relacionada a la luz proyectada por el píxel (m, n) del LCD (I^P , roja), la luz que proviene del ambiente y reflejada por el objeto (I^0 , gris) y la luz de ambiente que incide directamente sobre el sensor (I^A , verde). Adicional a estas fuentes se tiene la intensidad asociada con el ruido electrónico (I^N)

Donde:

$$a(u, v) = \alpha t \rho(u, v) \quad \wedge \quad b(u, v) = \alpha t (\rho(u, v) I^0 + I^A) + I^N. \quad (33)$$

Para resolver esta ecuación siendo a y b las incógnitas e I^c y I^p sin recurrir a la matriz de homografía $((m, n) \mapsto (u, v))$ se puede proyectar un patrón de intensidad homogénea $I^p(m, n) = I^p$; de esta forma es posible proyectar diferentes (al menos 2) intensidades que no saturen el sensor para resolver el problema por mínimos cuadrados; asumiendo que la iluminación del ambiente se mantiene aproximadamente constante.

Una vez obtenidos a y b se plantea la ecuación:

$$I_{opt}^p(m, n) = \frac{I_{opt}^c - b(u, v)}{a(u, v)}, \quad (34)$$

Que relaciona la intensidad I_{opt}^p que debe ser proyectada con los parámetros de función de respuesta y la intensidad ideal capturada que es la máxima intensidad del sensor antes de llegar a



Figura 2.3. Salero de porcelana.

la saturación, en nuestro caso $I_{opt}^c = 255$.

Acá de nuevo, idealmente se podría relacionar la intensidad ideal proyectada por cada píxel si se tuviera la matriz de transformación de coordenadas. Sin embargo, es posible estudiar la distribución de los parámetros a y b sobre el objeto de manera que se puedan segmentar los valores de intensidad proyectada. Así el número de patrones en el proceso iterativo de MIP es disminuido.

Se utiliza un objeto de prueba con una moderada variación de reflectividad para comprobar la efectividad del método propuesto por Zhang a la hora de reducir el tiempo de cálculo y las imágenes. Se utiliza una cámara CCD monocromática de resolución 1600x1200 digital a 8 bits y un proyector Dell-M210X con una resolución de 1024x768 px y 2000 lúmenes de potencia.

Se utilizan 9 desfases adicionales y un total de 20 intensidades proyectadas, así como el unwrapping espacial. Los detalles adicionales de la calibración experimental del montaje serán cubiertos en el siguiente capítulo.

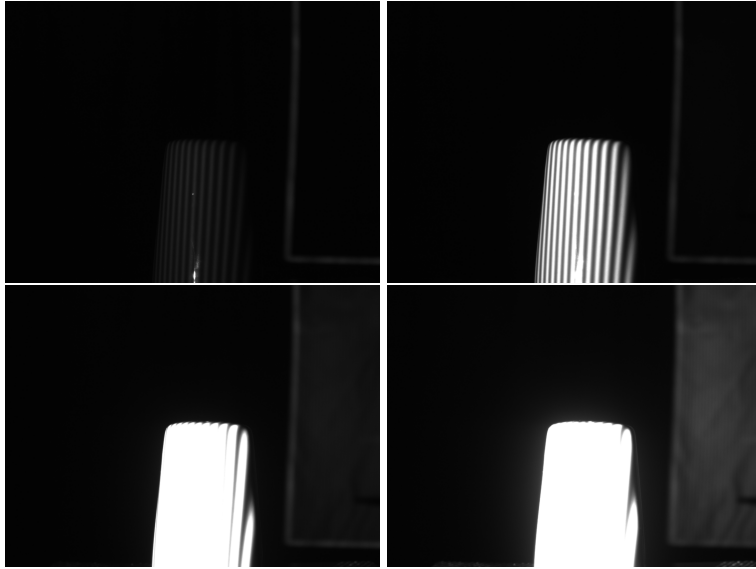


Figura 2.4. Imágenes representativas de la proyección de franjas para $I^p=0.05,0.4,0.7,1$, se presenta el problema de saturación del sensor, incluso usando el proyector al 5% de capacidad.

En primer lugar se realiza el proceso de MIP convencional para el objeto, se utilizan 20 intensidades proyectadas que cubren todo el rango de capacidad del proyector (fig 2.4).

$$A/2 = B/2 = I^p = 0 : 0.05 : 1.$$

El resultado final de la digitalización (fig 2.5) evidencia la ineficiencia de la metodología de la variación de intensidades, la zona de reflexión especular no fue digitalizada correctamente.

Posteriormente se calculan las variables a y b de la función de respuesta por píxel de la CCD. El cálculo se realiza usando ajuste lineal por mínimos cuadrados. Se toman como datos válidos, las intensidades menores que la $I_s = 255$. Para reducir la influencia del ruido se toman como válidos píxeles con al menos 4 puntos experimentales antes de saturación.

La figura 2.6 muestra valores de a y b con sus incertidumbres, obtenidas al evaluar (32), se

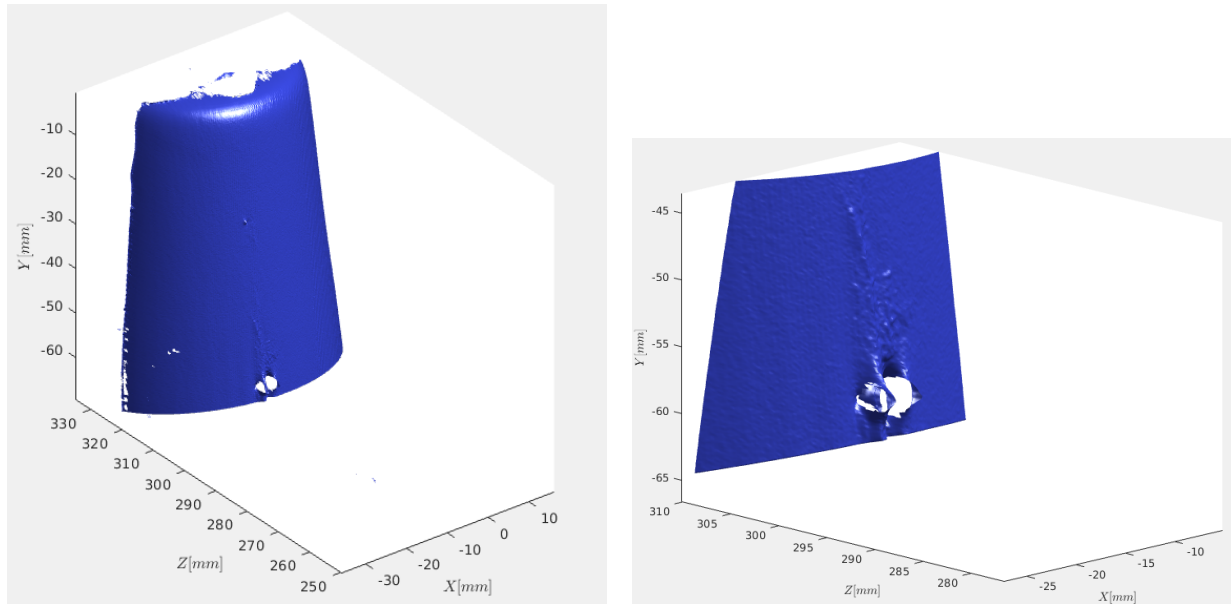


Figura 2.5. Izquierda: digitalización global del objeto, pueden observarse puntos donde el proceso no fue satisfactorio, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto que fueron calculados de forma errónea.

puede interpretar el valor (pequeño) pero negativo del parámetro b en casi toda la superficie del objeto viendo la gráfica de la evolución de la intensidad experimental capturada vs la intensidad proyectada para diferentes píxeles a lo largo de la línea roja punteada (fig 2.6).

En la figura 2.7 se muestra el comportamiento experimental de algunos píxeles sobre zonas de reflexión especular (línea roja en 2.6), las figuras muestran un comportamiento lineal fuera de los extremos de intensidad (0 y 255). Esta no linealidad puede atribuirse al comportamiento del sensor CCD para los rangos de intensidad cercanos a valores nulos o a saturación.

Así, el cálculo de los parámetros a y b es repetido, teniendo en cuenta sólo valores de $25 < I_c < 225$, donde el comportamiento lineal es válido. Este rango se ha definido con el fin de evitar intensidades cercanas a 255, donde efectos de saturación como el destello afectan a los pí-

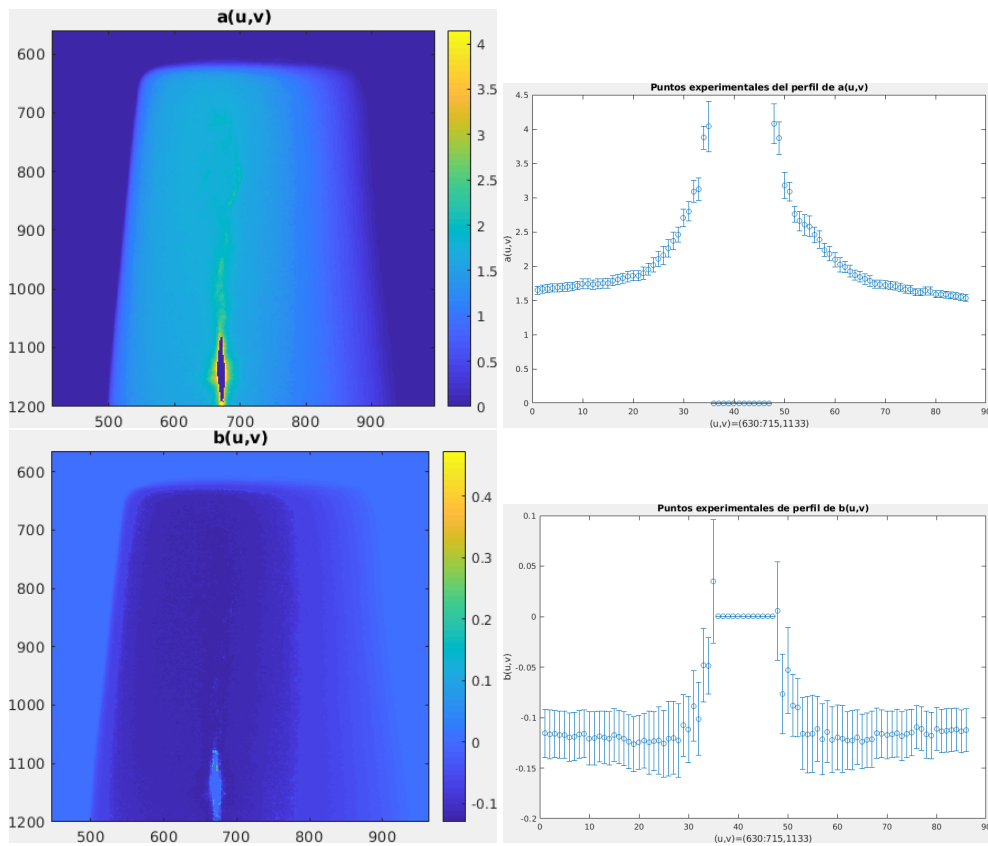


Figura 2.6. Izquierda, arriba: $a(u,v)$, la distribución de valores resulta acorde a lo esperado dada la reflectividad observada en las imágenes (derecha). Izquierda, abajo: $b(u,v)$, puede verse un resultado anómalo en donde se tienen niveles de gris negativos (derecha) que puede ser resultado de una no linealidad adicional en el sensor. Los perfiles de ambas funciones corresponden a la línea que atraviesa la zona de saturación .

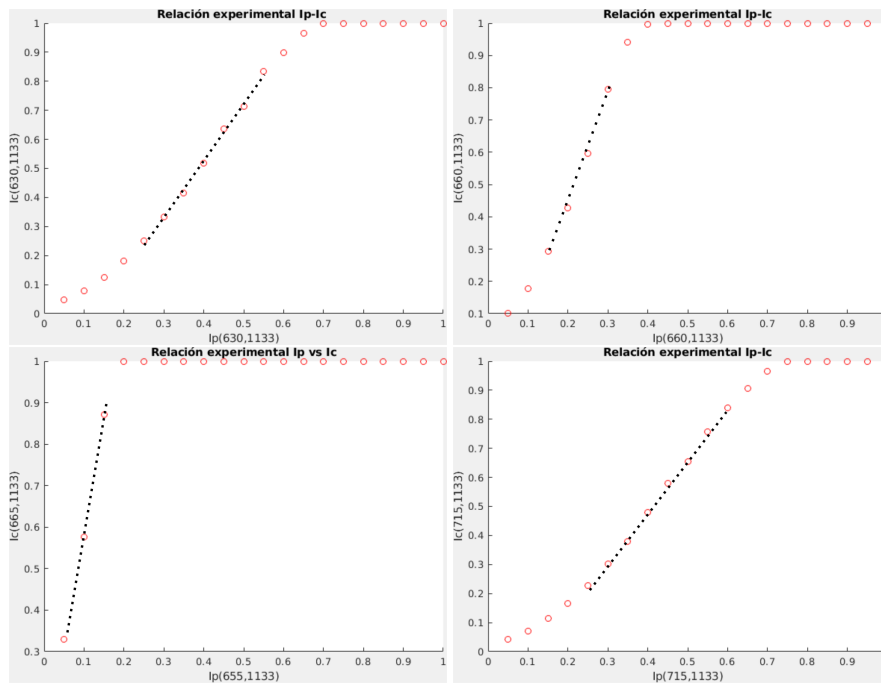


Figura 2.7. Píxeles a lo largo de la línea roja (fig 2.6), puede verse como influencia la reflectividad, la intensidad en puntos de saturación aporta muy poca información. Además de una relación sólo aproximadamente lineal (línea punteada) para puntos alejados de los niveles 0 y 1 (valores normalizados) de intensidad registrada por el sensor.

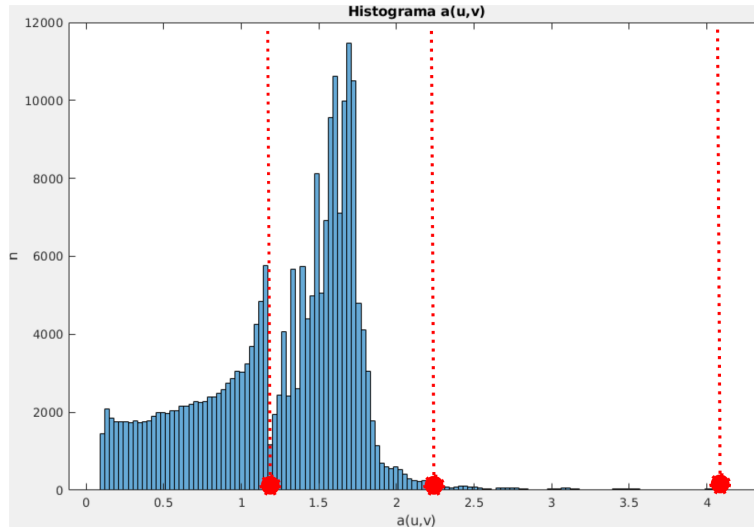


Figura 2.8. Histograma del parámetro a .

xeles vecinos y regiones con intensidades muy bajas donde se reduce la tasa señal-ruido.

Se calculan máscaras para aislar el objeto y poder detallar cuantitativamente la distribución de a sobre el objeto a tratar mediante un histograma. El histograma (fig 2.8) muestra los valores resultantes de a , al analizar dichos valores se pueden identificar regiones del objeto con características reflectivas similares, así como valores que definen los límites de las diferentes secciones. El parámetro b siguiendo al artículo, se toma como el máximo valor medido:

Los valores de a para los 3 límites definidos sobre el histograma permiten establecer, mediante (34), Las intensidades óptimas a proyectar, los resultados se muestran en 1

El resultado de la digitalización, al tomar sólo estos tres valores de intensidad es mostrada en la figura 2.9.

Podemos ver que la digitalización no pierde calidad, y si se pasan de 20 patrones proyec-

Tabla 1 :Resultados del parámetro a

a	$\pm\delta_a$	I_{opt}^p	$\pm\delta_I$
1.2	0.03	0.83	0.04
2.2	0.1	0.45	0.08
4	0.2	0.25	0.05

Tabla 1

Resultados experimentales de los parámetros límites de a para cada región, así como las intensidades óptimas a proyectar.

tados diferentes a sólo 3. Sin embargo, como se pudo observar, el modelo matemático lineal de Zhang es válido únicamente para niveles de gris capturados alejados de 0 y 255. En nuestro caso el encontrar los parámetros de la región lineal se dificulta teniendo en cuenta la naturaleza reflectiva de los objetos en cuestión. Por ende este método no es aplicable a objetos más exigentes, como las placas de fijación ósea dado que la variación de la reflectividad es extrema, en conclusión :

- El cálculo de los parámetros de respuesta de la cámara puede estar comprometido al no tener puntos válidos suficientes para realizar la interpolación debido a la alta reflectividad.
- Dado el objeto, se puede esperar que se deban capturar áreas alejadas de la zona lineal de intensidades de la cámara, como zonas con muy alta o muy baja reflectividad, de las cuales no se tiene información a priori.

2.3. Modulación por tiempos de exposición usando polarizadores

El método desarrollado por (Feng et al., 2014) utiliza dos polarizadores cruzados en la salida del proyector y la entrada de la CCD con el objeto de eliminar por completo las lecturas de intensidad asociadas a la reflexión especular, las cuales como se vio en el capítulo anterior, conservan el estado de polarización de la onda incidente y solo difieren por un desfase de π . La componente de

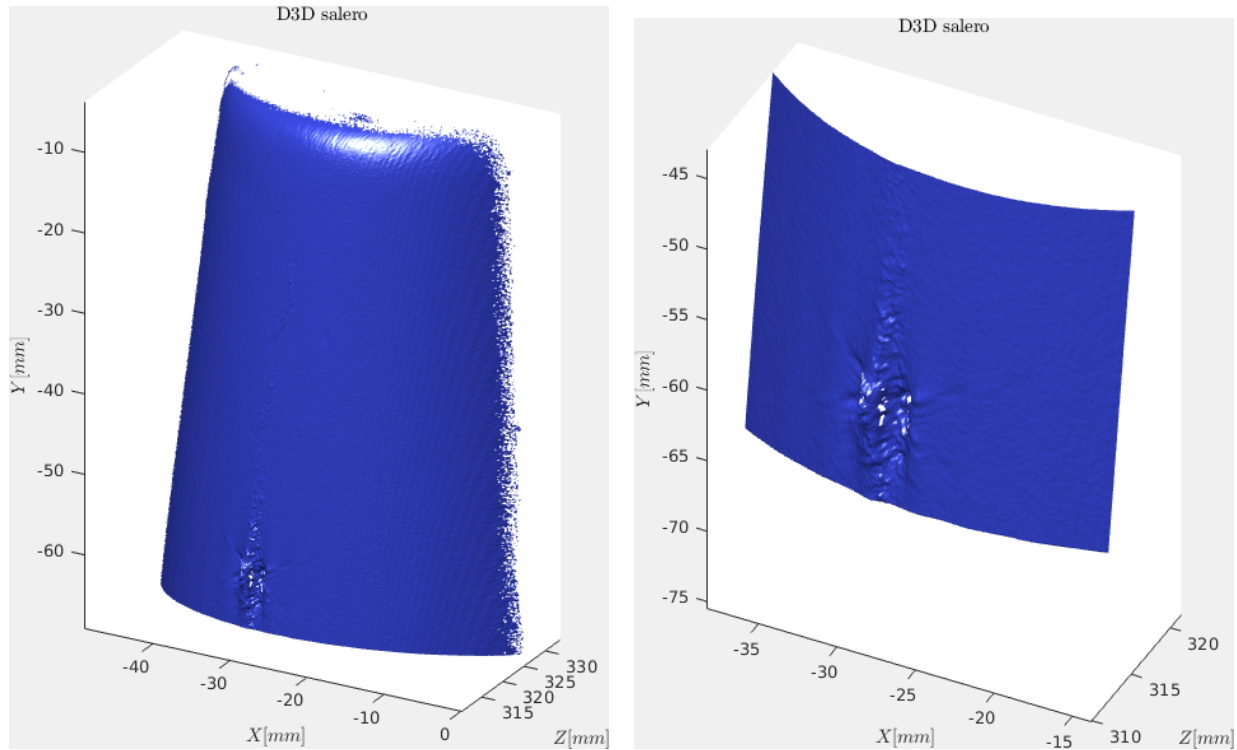


Figura 2.9. Izquierda: digitalización global del objeto, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto que fueron calculados de forma errónea.

la intensidad que pierde el estado de polarización está asociada generalmente a otros procesos de dispersión y se relaciona con la reflexión difusa. El proceso ahora cuenta con una forma de filtrar la reflexión especular, sin embargo la reflexión difusa también es atenuada, dando lugar a una tasa de señal a ruido muy baja. El autor tiene en cuenta esto complementando el uso de los polarizadores con la variación de t en (31), para llevar el método al proceso iterativo del MIT.

El método tiene en cuenta el modelo dicromático de reflexión, en donde se asume la intensidad capturada correspondiente a la iluminación proveniente del proyector como la combinación lineal de dos componentes, la reflexión de interfase, que corresponde a la reflexión especular, y la reflexión de cuerpo, que tiene en cuenta interreflexiones internas, entre diversos procesos de dis-

persión, transmisión y reflexión, que corresponde a la componente difusa. La ecuación (31) toma la forma, para una iluminación ambiente mínima y controlada de:

$$I^c(u, v) = \alpha t [\chi(u, v) I_R + \beta(u, v) I_D] + I^N. \quad (35)$$

En el modelo los valores I_R e I_D de intensidad proveniente del proyector se toman como constantes. mientras que los coeficientes χ y β cambian con la posición relativa de la fuente y el sensor, así como del píxel que se esté considerando. Por otro lado, al aplicar los polarizadores, si se asume que el plano de luz incide de forma normal al primer polarizador, y el plano reflejado incide de forma normal al segundo polarizador se tiene :

$$\chi(u, v) = l_R(u, v) \cos^2 \theta, \quad \wedge \quad \beta(u, v) = \frac{l_D(u, v)}{4}. \quad (36)$$

Donde θ es el ángulo relativo entre los dos ejes de transmisión de los polarizadores, los coeficientes l_R y l_D corresponden a la fracción de la intensidad total que corresponde a cada componente de reflexión y se cumple $l_R + l_D = 1$. Se puede asumir que $l_R \gg l_D$ para píxeles (u, v) que formen la imagen de un punto especular del objeto. Al cruzar los polarizadores $\theta = \frac{\pi}{2}$ y se tiene que :

$$\chi(u, v) = 0, \quad \wedge \quad \beta(u, v) = \frac{l_D(u, v)}{4}. \quad (37)$$

Independiente de si (u, v) corresponda a la imagen de un punto especular. Se tiene entonces que se puede usar esta configuración como filtro para eliminar la componente de reflexión especular bajo todas las suposiciones mencionadas.

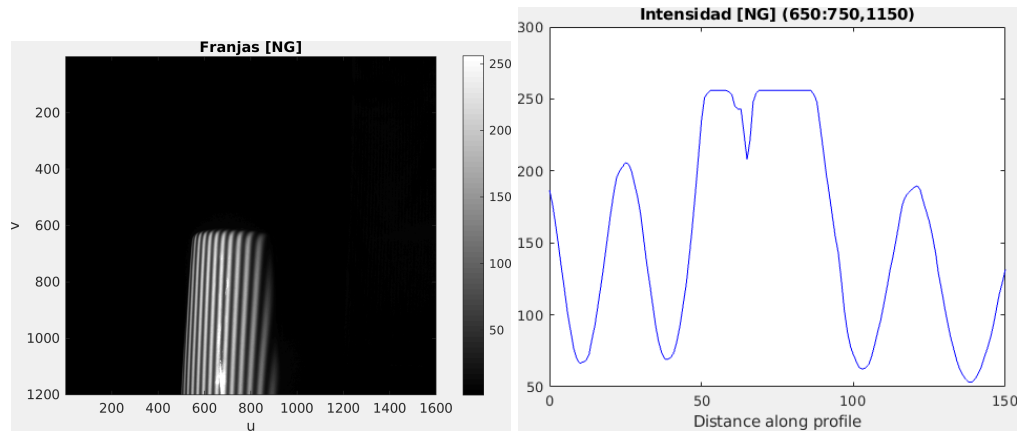


Figura 2.10. Izquierda: Imagen de franjas adquirida con una intensidad de proyección de 0.8 con la configuración de polarizadores paralelos, derecha : perfil de intensidad de los píxeles (650:750, 1150).

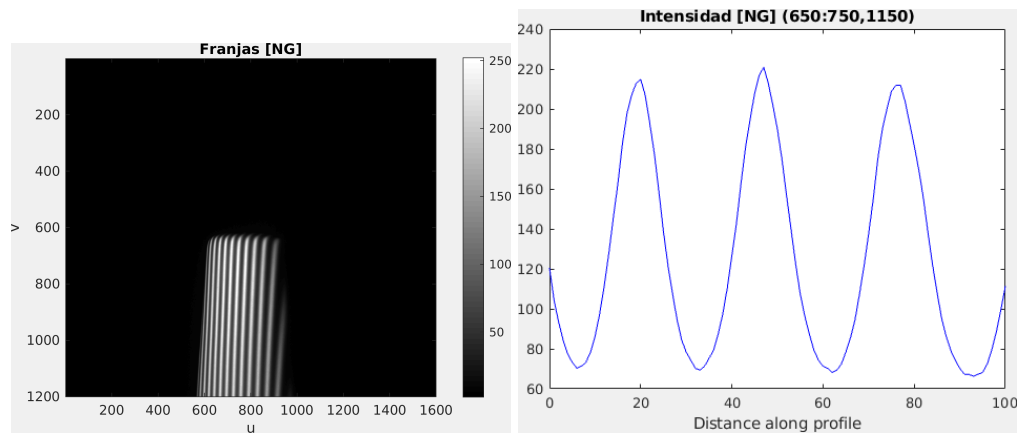


Figura 2.11. Izquierda: Imagen de franjas adquirida con una intensidad de proyección de 0.8 con la configuración de polarizadores cruzados, derecha : perfil de intensidad de los píxeles (650:750, 1150).

Para demostrar la efectividad del método se usa sólo un tiempo de exposición (500 ms), una vez se tuvo la configuración de polarizadores cruzados, en las imágenes de las franjas se puede observar la mejora en cuanto a la eliminación de la reflexión especular:

Se puede observar en la figura 2.10 la imagen de las franjas para la configuración de polarizadores paralelos, donde se tiene la zona de reflexión especular, por otro lado la figura 2.10 muestra la eliminación de la zona reflectiva, , así como una atenuación de la intensidad asociada a

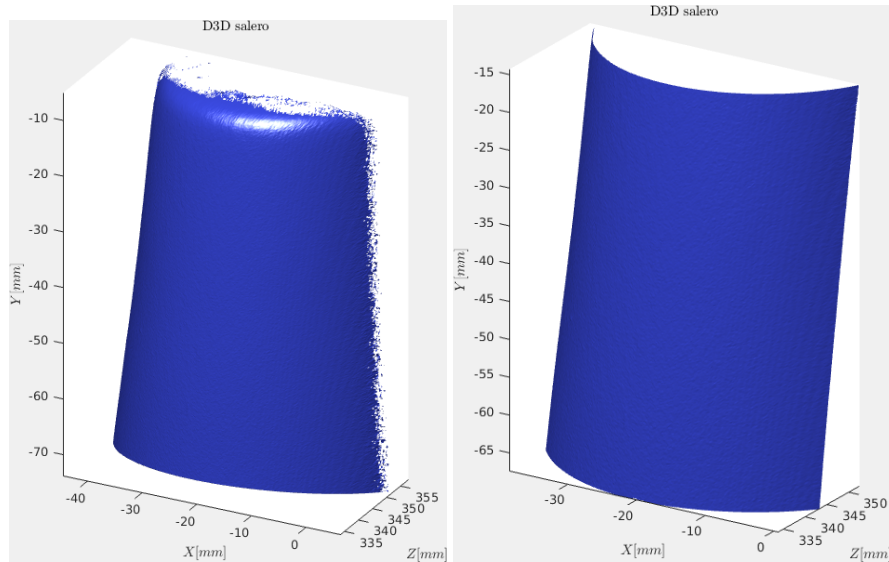


Figura 2.12. Izquierda: digitalización global del objeto, derecha: ampliación de los puntos 3D sobre la base del objeto, puede observarse que el objeto fue digitalizado exitosamente para un único tiempo de exposición.

la componente difusa. Se encuentra validez experimental al modelo matemático planteado en esta metodología.

Dados los resultados experimentales encontrados se concluye que en el presente trabajo; la opción de variar la intensidad de proyección con selección de regiones de reflectividades similares, se reduce el número de imágenes a tomar pero la D3D sigue teniendo inconvenientes producto de errores relacionados con los valores de intensidad extremos (fig 2.9), En el segundo método empleando polarizadores cruzados, se elimina la reflexión especular, obteniéndose una mejor D3D (fig 2.12).

De las dos formas de adaptar el método de proyección de franjas a nuestro objeto se elije la segunda forma para realizar la digitalización, dado que la primera de ellas presenta problemas a la hora del planteamiento del modelo lineal que no pueden ser ignoradas para un objeto con

alta variación de reflectividad como lo son las placas de fijación. El segundo método sólo impone condiciones, como se verá más adelante, en el contraste de las franjas. Sin embargo resuelve el problema de la reflexión especular instantáneamente y reduce considerablemente el número de iteraciones comparando con las metodologías de MIT o MIP.

3. D3D de placas de fijación ortopédicas

La aplicación correcta de la metodología elegida es el propósito del presente capítulo, se define el diseño del montaje experimental a utilizar, teniendo en cuenta las dimensiones de la placa y la resolución requerida por la empresa. Se explica además el detalle de cada una de las etapas experimentales de calibración del dispositivo de medida basado en proyección de franjas y se analiza de forma cualitativa el resultado final de las digitalizaciones, señalando las fortalezas y debilidades de la metodología elegida.

3.1. Metodología

3.1.1. Elementos del método de FPP. Es importante mencionar los equipos a utilizar en el esquema experimental, a saber, el proyector y el sensor CCD, sus propiedades ópticas y energéticas serán importantes a la hora de definir la geometría del montaje y si son adecuados para digitalizar el objeto en cuestión.

Proyector digital. El proyector digital es un modulador espacial de luz, en específico el proyector usado es de tipo DLP (digital light processing), que recibe la señal de entrada definida por el usuario y la transforma en impulsos eléctricos que alternan el estado de posición de un microespejo (DMD) que puede redirigir la luz a un material opaco o a la salida de proyección. Los niveles de intensidad percibidos se obtienen debido a que el ojo ve el promedio de estados (on, off) del arreglo de microespejos que varían usualmente hasta miles de veces por segundo [Pulse width modulation]⁵. Los proyectores comerciales utilizan 3 arreglos de microespejos diferentes

⁵ la señal usualmente tiene no linealidades asociadas a la conversión de señal digital a brillo luminoso, llamadas efecto gamma, el GOTS cuenta con estrategias para linearizar la salida del proyector (Gonzalez and Meneses,

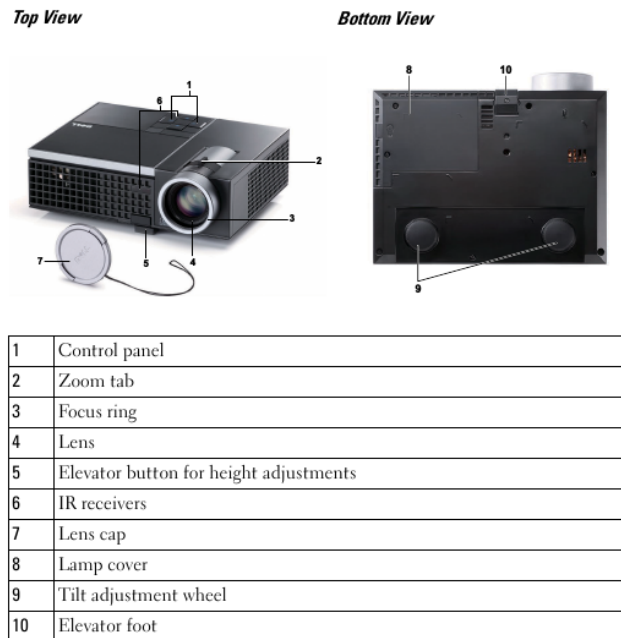


Figura 3.1. Equipo de proyección utilizado con sus respectivas partes. Fuente : (Inc, 2009)

para cada uno de los colores primarios (Red, Green, Blue). Posteriormente un sistema de lentes se usa para enfocar la imagen y el tamaño de la imagen proyectada (funciones zoom y focus).

El proyector debe conectarse a una unidad de procesamiento (equipo de cómputo), y es este instrumento el que envía la señal definida por el usuario que forma la imagen a proyectar. En el montaje experimental se utiliza un modelo Dell M210x :

Las propiedades ópticas y características energéticas principales⁶ del proyector son :

2018)

⁶ Un listado completo y detallado puede encontrarse en (Inc, 2009)

Tabla 2 :Especificaciones del proyector

Especificaciones	
Brillo	2000 ANSI Lumens
Tasa de contraste	2100:1
Píxeles	1024x768
Distancia de proyección	~1-12 m
Lentes (dist focal)	f=21.8~24cm
Profundidad (bits)	1024

Tabla 2

En específico puede apreciarse que el proyector tiene una capacidad energética adecuada para compensar la atenuación mencionada en el capítulo anterior producto de los polarizadores

Sensor CCD. El sensor CCD es un dispositivo óptico de estado sólido que puede percibir intensidades de señales ópticas enfocadas mediante lentes y transformarlas en una señal digital. La señal luminosa excita electrones a la banda de conducción del material semiconductor situado en el array de píxeles. Posteriormente un potencial externo aplicado suspende dichos electrones para que no se vuelvan a recombinar con los niveles de valencia. La carga total de los electrones es proporcional a número de fotones (intensidad) que impactaron el píxel en un tiempo de exposición determinado. Por último un sistema amplificador seguido de un conversor análogo-digital pasa de la carga total en cada píxel a una señal digital que indica la intensidad capturada por el sensor.

Como se ha mencionado anteriormente, los bits de profundidad definen el número de niveles de gris (señal digital) en los cuales se puede dividir el intervalo de intensidad máxima-mínima que puede percibir el sensor. Los números asociados a los bits corresponden a la combinación binaria disponible para codificar la señal ⁷.

⁷ 2^n donde n corresponde a los bits



Figura 3.2. Superior izquierda : placa recta angosta autocompresiva, superior derecha :placa humero distal medial, inferior izquierda : placa radio distal volar doble de columna mediana, inferior derecha : placa fémur lateral distal condilar. Fuente : (SAS, 2018)

El sensor CCD usado cuenta con una resolución de 1600x1200 y 8 bits de codificación.

Objeto a digitalizar. La empresa PRECIMEC S.A.S. produce placas ortopédicas de fijación para la recuperación ósea, las cuales son piezas de metal pulido (generalmente aleaciones de titanio) usados por sus características de compatibilidad biológica con la osteosíntesis para la recuperación de eventos traumáticos donde se produjeron fracturas en huesos.

El portafolio de la empresa posee 14 familias de implantes para diferentes huesos del cuerpo humano; dichas familias poseen varios tipos diferentes de placas según su ubicación en la estructura ósea (tales como placas mediales, laterales, distales, entre otras) y por lo menos cinco tallas diferentes.



Figura 3.3. Placa de fijación elegida para digitalización en el presente estudio.

La empresa produce las placas a partir de modelos 3D-CAD digitales que han sido diseñados a lo largo de sus más de 20 años de trayectoria. Dichos modelos son usados por las máquinas de corte, biselado, doblado y mecanizado para obtener una pieza final acorde a la forma y dimensiones previstos en el modelo 3D digital. El proceso también incluye la perforación y roscado de orificios donde se ubicarán tornillos de anclaje óseo. Cabe aclarar que un proceso de control de calidad es crítico para determinar si los errores cometidos en la forma de la curva de la placa o la posición y orientación de los orificios están dentro de un margen aceptable para brindar un buen proceso de recuperación.

Las características de las placas en cuanto a sus dimensiones pueden variar de los 7-15 cm de largo, con 2-4 cm de ancho y cerca .5 cm de espesor, aproximadamente.

Para el presente estudio se elige la placa con características de reflectividad más acentuadas del grupo de placas que brinda la empresa :

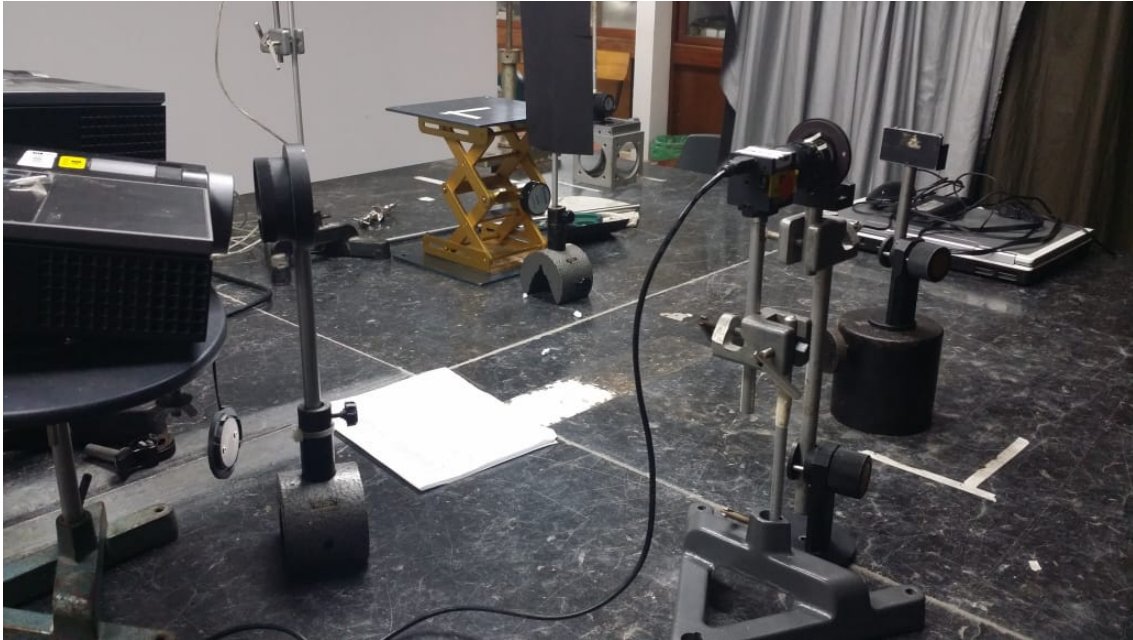


Figura 3.4. Montaje experimental utilizado, cámara y proyector con los polarizadores a sus salidas.

Geometría del montaje experimental. El tamaño del objeto a tratar implica un rango medio de proyección si se quiere capturar la digitalización de un perfil lateral de las placas, esto impone algunas condiciones a tener en cuenta en la geometría del montaje.

La distancia entre el sensor CCD y el objeto a tratar, se establece en 15-21 cm teniendo que el rango distancia axial a la cual puede estar enfocado el sensor es de ≈ 6 cm para una lente de focal de 8 mm. El ángulo entre los ejes ópticos del proyector y el sensor es de ≈ 20 grados, no se busca un ángulo bastante oblicuo ya que la distancia a lo largo del eje óptico del proyector y el objeto es de 110 cm y el enfoque de éste último puede no ajustarse dichos ángulos para toda la imagen formada en el plano de calibración. Se muestra una imagen del montaje :

El área iluminada por el proyector para la distancia establecida va desde $\approx 47 \times 35$ cm² a 51x38 cm² según la tabla 3.6.

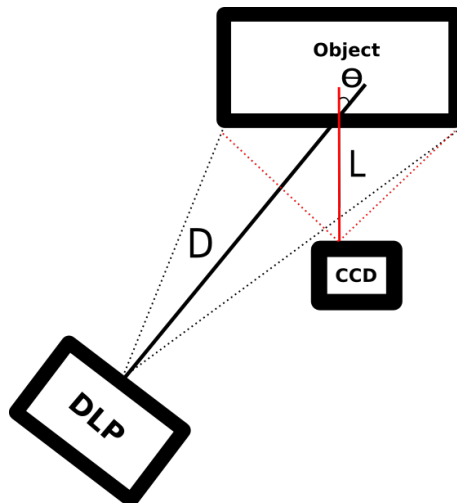


Figura 3.5. Esquema del montaje experimental, vista superior.

3.2. Calibración experimental

3.2.1. Calibración de la CCD. Los instrumentos descritos en el presente capítulo pueden definirse a través de modelos lineales, como se vio en (Feng et al., 2014; Liang et al., 2018). El proceso de encontrar los coeficientes que describen dichos modelos se denomina calibración.

Las condiciones experimentales establecidas anteriormente permiten definir un volumen de calibración de 12cmx10cmx6cm. El eje óptico de la cámara define el eje central del volumen de calibración que se ajusta a la línea media del volumen.

En primer lugar se deben encontrar los parámetros intrínsecos del sensor CCD. Como se vio, estos parámetros contienen información acerca de las propiedades del sensor (distancia focal, magnificación transversal y distorsiones).

La forma de calibración para estos parámetros adoptada en el presente estudio es la de

Screen (Diagonal)	Max.	25" (63.50 cm)	76" (193.04 cm)	126" (320.04 cm)	177" (449.58 cm)	227" (576.58 cm)	302.8" (769.11 cm)
	Min.	22.89" (58.14 cm)	69" (175.26 cm)	115" (292.10 cm)	160" (406.40 cm)	206" (523.24 cm)	275" (698.50 cm)
Screen Size	Max. (WxH)	20.08" X 14.96"	60.63" X 45.28"	100.79" X 75.59"	141.34" X 105.91"	181.89" X 136.22"	242.13" X 181.89"
		(51 cm X 38 cm)	(154 cm X 115 cm)	(256 cm X 192 cm)	(359 cm X 269 cm)	(462 cm X 346 cm)	(615 cm X 462 cm)
	Min. (WxH)	18.50" X 13.78"	55.12" X 41.34"	91.73" X 68.50"	128.35" X 96.06"	164.96" X 123.62"	219.69" X 123.62"
		(47 cm X 35 cm)	(140 cm X 105 cm)	(233 cm X 174 cm)	(326 cm X 244 cm)	(419 cm X 314 cm)	(558 cm X 419 cm)
Hd	Max.	17.32" (44 cm)	52.36" (133 cm)	87.01" (221 cm)	122.05" (310 cm)	156.69" (398 cm)	209.06" (531 cm)
	Min.	15.75" (40 cm)	47.24" (120 cm)	79.13" (201 cm)	110.63" (281 cm)	142.13" (361 cm)	189.37" (481 cm)
Distance		3.28' (1.0m)	9.84' (3.0m)	16.40' (5.0m)	22.97' (7.0m)	29.53' (9.0m)	39.37' (12.0m)

Figura 3.6. Relación entre el rango de áreas proyectadas en un plano normal al eje óptico del proyector para diferentes distancias. Fuente : (Inc, 2009).

S. Zhang (Zhang and Huang, 2006). En este proceso, un plano con una impresión de un tablero ajedrezado fijado a su superficie es colocado en el punto medio del volumen de calibración, se adquieren imágenes del tablero ajedrezado en diferentes posiciones relativas dentro del volumen (fig3.7), alrededor de 20 orientaciones diferentes dan fiabilidad en los parámetros calculados.

Dado que conocemos las características métricas del plano ajedrezado, es posible calcular las posiciones de los puntos de control ⁸, ubicando únicamente las 4 esquinas de la cuadrícula que encierra dichos puntos de forma manual.

Posteriormente se dan valores iniciales al coeficiente de distorsión radial ⁹, de manera que

⁸ Los puntos de control se toman como las intersecciones entre los cuadros

⁹ Se conserva el término lineal en r^2 de (6)

los puntos calculados se superpongan a los de la imagen. Un algoritmo de detección de bordes encuentra las esquinas a partir de análisis de imagen para un área de 13x13 píxeles cuadrados alrededor de los puntos de control calculados. La diferencia entre las posiciones de los puntos encontradas por detección de bordes ¹⁰ y los puntos calculados a partir del modelo pinhole corresponde al error de retroproyección. Un algoritmo de optimización encuentra los valores para los parámetros intrínsecos que minimizan el error de retroproyección. Si el error promedio es inferior a $\pm 1px$ los parámetros intrínsecos se consideran válidos.

En la imagen se observan algunas orientaciones dispuestas. Se tomaron un total de 20 posiciones :

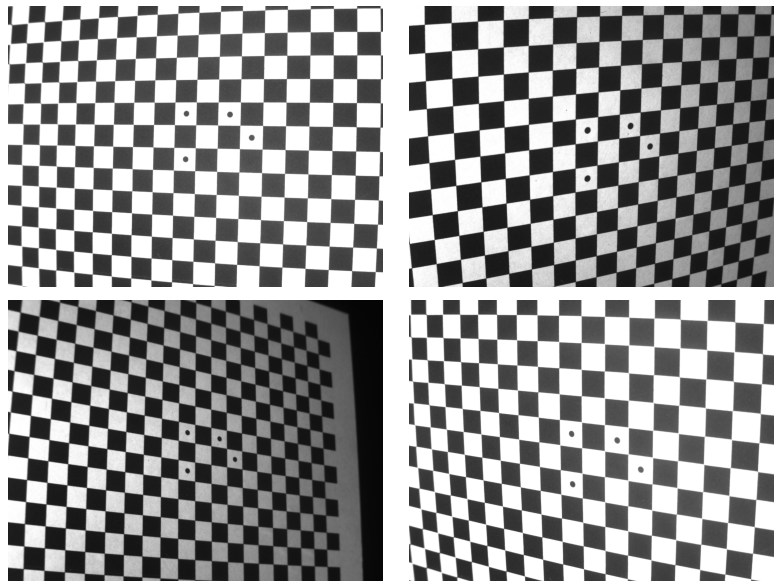


Figura 3.7. Algunas de las orientaciones dispuestas, número 4, 10, 11, 15 de la serie.

¹⁰ los primeros corresponden a las medidas teóricas y los segundos a las experimentales

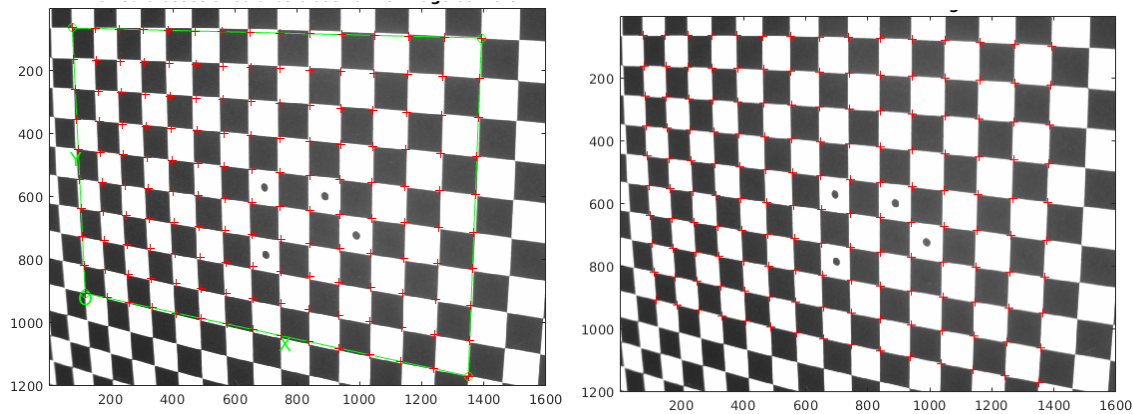


Figura 3.8. Izquierda: superposición de los puntos calculados y los de la imagen, la distorsión radial impide que los puntos coincidan, derecha: superposición de los puntos calculados y los de la imagen luego de aplicar la corrección a la distorsión, los puntos coinciden.

Los coeficientes de distorsión radial para la imagen 15 en la figura 3.7 corrijen la posición de los puntos de control calculados (fig 3.8).

Los parámetros intrínsecos \mathbf{A} de la ecuación (7) encontrados experimentalmente son :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3037.9 & 0 & 937.6 & 0 \\ 0 & 3043.7 & 611.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (38)$$

Y $k_1 = -0.396$. Es importante destacar que para cada posición del tablero ajedrezado se pueden calcular los parámetros extrínsecos (\mathbf{B} en (11)) entre el sistema coordenado de la cámara y el sistema coordenado del objeto centrado en el centro del plano ajedrezado. Esta información permite calcular las coordenadas (X_c, Y_c, Z_c) de cada punto en el tablero de ajedrez visto por la cámara. La figura 3.10 muestra las diferentes orientaciones utilizadas en la calibración de la cámara.

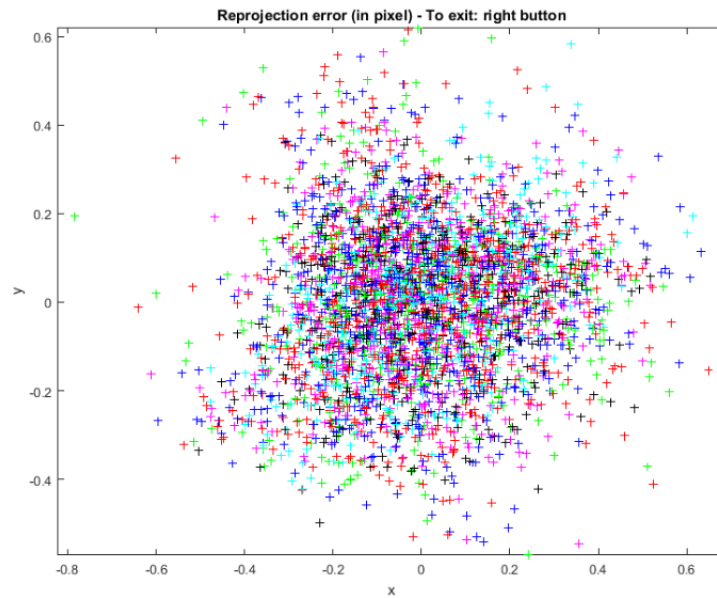


Figura 3.9. Nube de error final, el error es satisfactorio.

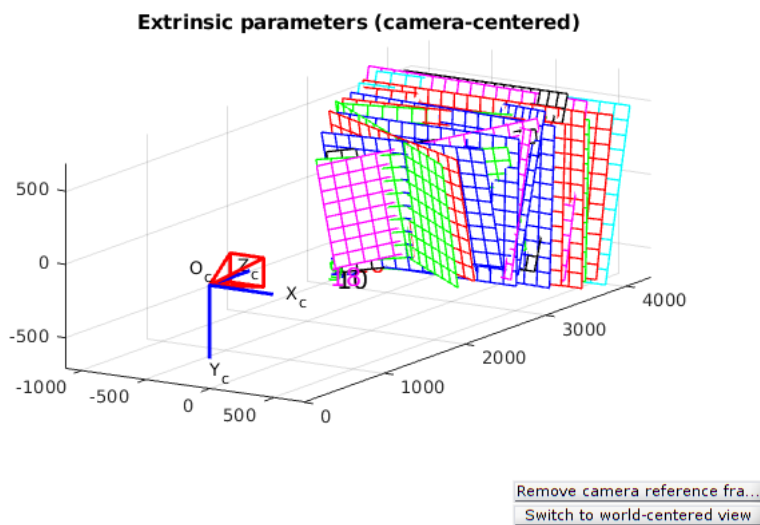


Figura 3.10. Diferentes orientaciones del plano en el volumen de calibración, vistas desde el sistema coordenado centrado en la cámara.

3.2.2. Calibración del sistema CCD-LCD. Como se mencionó, es posible encontrar las matrices de homografía para encontrar los parámetros extrínsecos de la CCD, los parámetros intrínsecos y extrínsecos del proyector ¹¹, y la relación entre estos. Dentro del grupo se han desarrollado varias estrategias para conseguir esto.

Sin embargo, es posible obtener coeficientes en (30) que relacionen la fase calculada por FPP de un plano ubicado a posiciones conocidas dentro del volumen de calibración. Dichos coeficientes contienen de forma implícita los parámetros intrínsecos del proyector. Como se mencionó en el marco teórico, la metodología de calibración del grupo permite una mayor flexibilidad, entre las ventajas mencionadas, ya no es necesario definir una fase inicial, por lo que (30) pasa a ser :

$$Z_c(u, v) = \alpha_1 \phi(u, v)^2 + \alpha_2 \phi(u, v) + \alpha_3. \quad (39)$$

El plano ajedrezado se elige para encontrar los parámetros extrínsecos del proyector. Es claro que para los cuadros negros no se obtiene un buen contraste en las franjas, así, se interpola la fase calculada para puntos con un contraste adecuado (cuadros blancos). Este tablero se desliza a intervalos aproximados de 1 cm en el rango de $\pm 3cm$ alrededor de la posición de focalización sobre el eje óptico.

Se calcula la máscara para las zonas blancas mediante un criterio de la intensidad, de manera que las franjas proyectadas tengan un buen contraste. Esta máscara permite utilizar la fase calculada solo en los cuadros blancos, para interpolar gracias a un polinomio de orden 5. La figura

¹¹ El proyector se modela como una cámara pinhole invertida

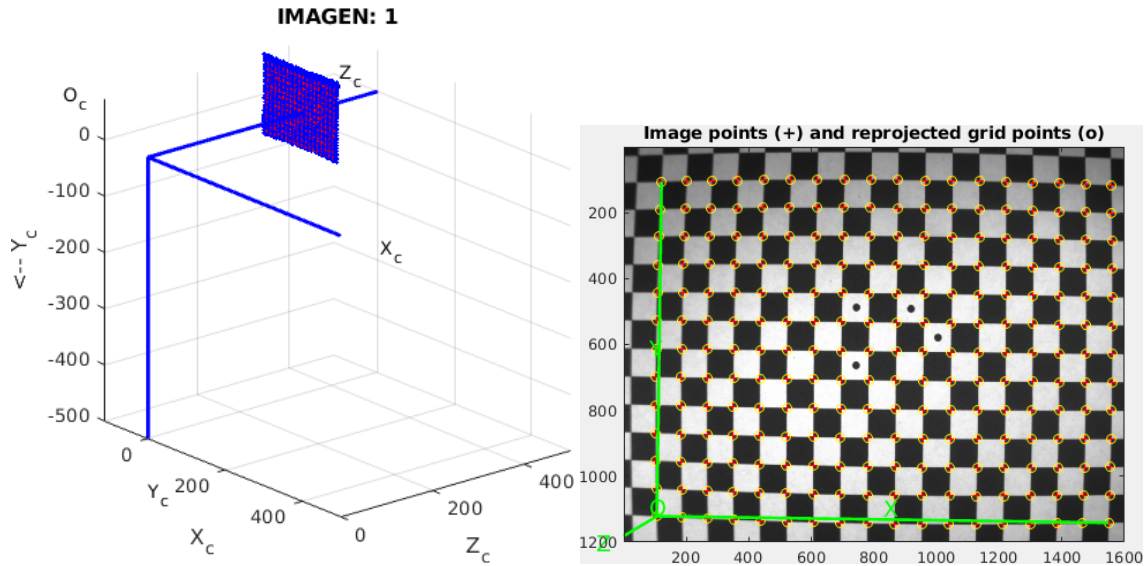


Figura 3.11. Izquierda : imagen de los puntos de control y un plano ajustado a éstos, derecha : puntos de control en la imagen, se observa la ausencia de distorsiones.

3.12 (arriba) muestra el valor de la fase en los cuadros blancos, mientras que abajo se muestran los errores residuales al restar la fase calculada del polinomio de orden 5, éste último permite evaluar y extrapolar la fase a los cuadros oscuros para cubrir todo el campo de visión de la cámara, para esta posición se calcula a su vez (X_c, Y_c, Z_c) , ver figura 3.11.

El proceso se repite para las diferentes posiciones del tablero ajedrezado. Finalmente, para cada píxel se extraen los valores experimentales Φ vs Z_c que se interpolan a un polinomio de orden 2 (α_i de (39)). La figura 3.13 muestra los coeficientes para el campo visual de la cámara.

3.2.3. Evaluación metrológica del dispositivo. Se pretende obtener una idea experimental del error en el dispositivo de digitalización. Para encontrar la resolución del dispositivo se emplea un plano similar al usado en la calibración, con papel blanco difuso fijado a su superficie. De manera que al digitalizarse, pueda ser interpolado a un plano y pueda encontrarse el error del método en la diferencia entre los puntos medidos y los evaluados por el modelo interpolado.

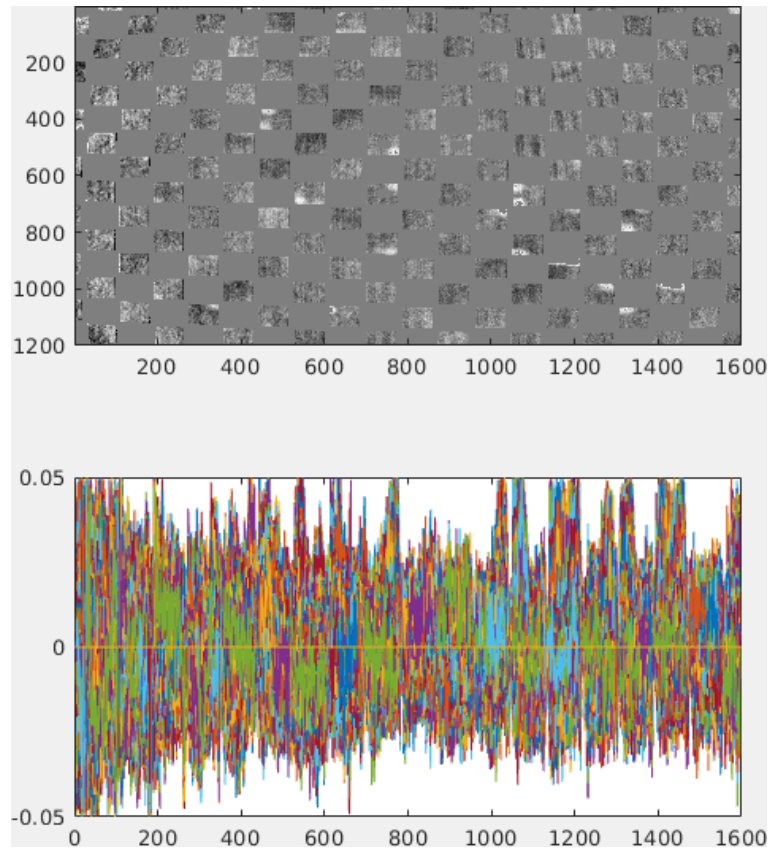


Figura 3.12. Arriba : mapa de errores final a lo largo del plano, abajo : valores de los errores luego del filtrado adicional.

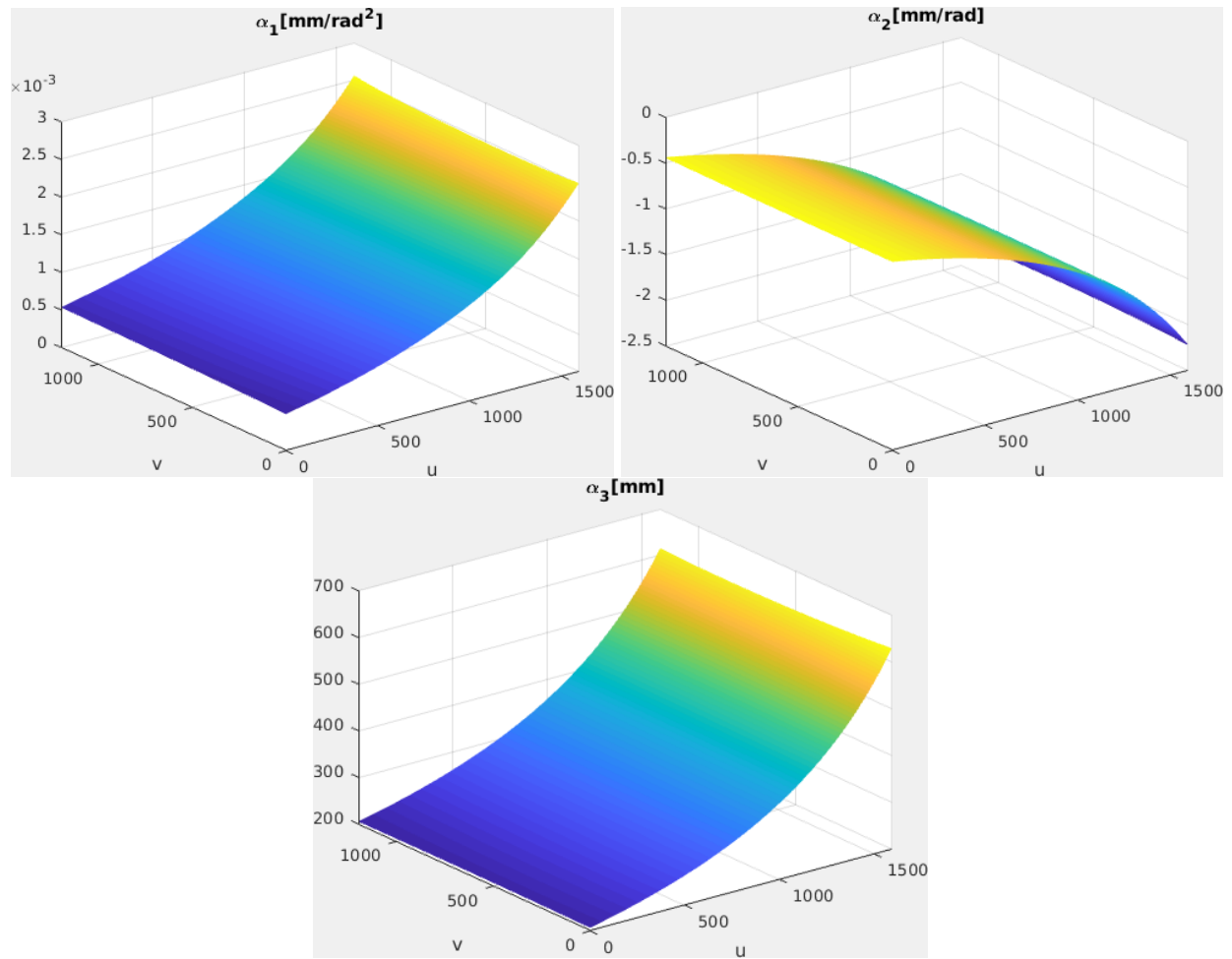


Figura 3.13. Según 39 una vez conocidos los coeficientes α_i se puede encontrar Z_c una vez encontrada la fase, para todo punto dentro del volumen de calibración.

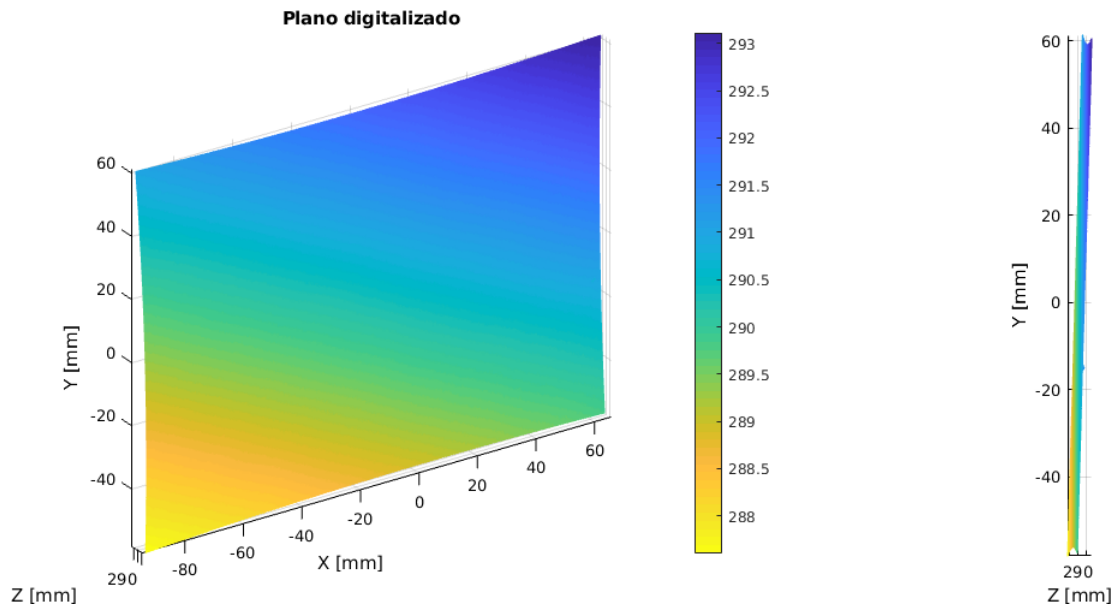


Figura 3.14. Izquierda : Digitalización del plano difuso . derecha : vista lateral del plano.

Se ubica el plano aproximadamente en los dos puntos axiales límites en el volumen de calibración $\pm 3cm$ a partir de la distancia focal, de manera que se tenga en cuenta el error del método a lo largo de todo el volumen.

El primer plano en $+3cm$ es digitalizado ; proyectando franjas de paso 8 con 9 corrimientos de fase, posteriormente gracias a los coeficientes α_i se encuentra la D3D del plano (fig 3.14).

Posterior a esto se ajusta un modelo lineal 3D a los puntos 3D de la digitalización del plano, el resultado del modelo se sobrepone a puntos representativos de la digitalización para ver el ajuste.

La desviación estándar del error medido como la diferencia entre los puntos experimentales y el plano interpolado es de 0.0114 [mm] (fig 3.15, el proceso se repite para el plano en $-3cm$, de igual forma, el error medido es de 0.0137 [mm]).

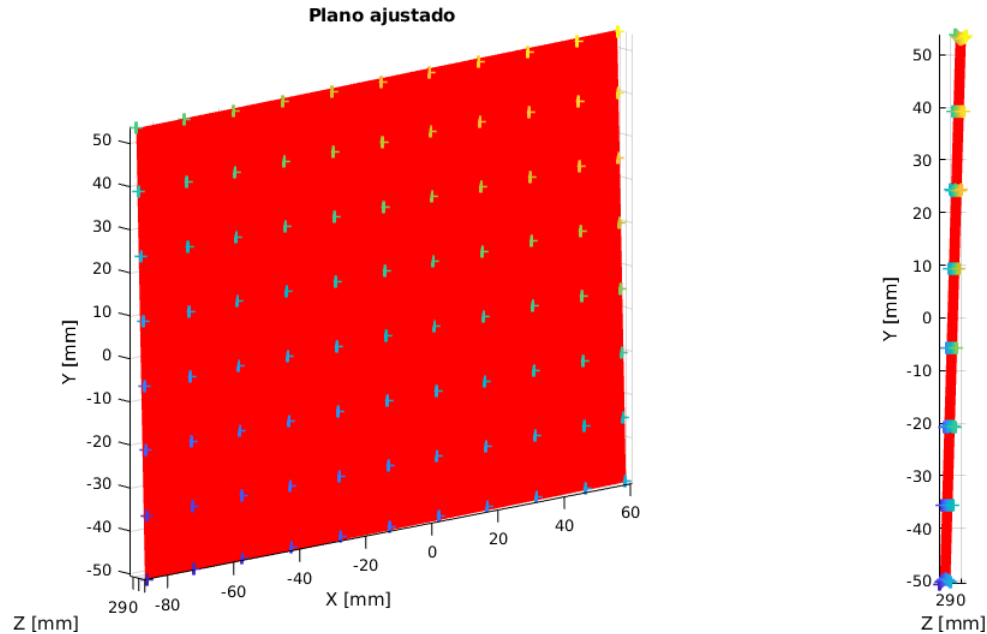


Figura 3.15. Izquierda : modelo lineal ajustado (rojo) a los puntos 3D de la digitalización . derecha : vista lateral del ajuste.

Se concluye que el error máximo no supera los 0.02 [mm] en todo el volumen de calibración. El error ε encontrado cumple con la cantidad fijada por la empresa $\varepsilon < 0.1$ [mm] y está acorde con la resolución estándar encontrada en artículos de investigación que trabajan con proyección de franjas.

3.3. D3D de las placas de fijación

Se implementa la metodología definida en el capítulo anterior, modulación por tiempos de exposición con polarizadores cruzados. La placa a digitalizar es una placa tipo húmero distal medial elaborada de una aleación de Ti 6A14V ELI ASTM F136. Esta placa genera inconvenientes en su proceso de construcción debidos a dos curvaturas en direcciones perpendiculares.

Para la primera se realiza unwrapping temporal a 6 pasos [450, 250, 125, 75, 25, 8], cada

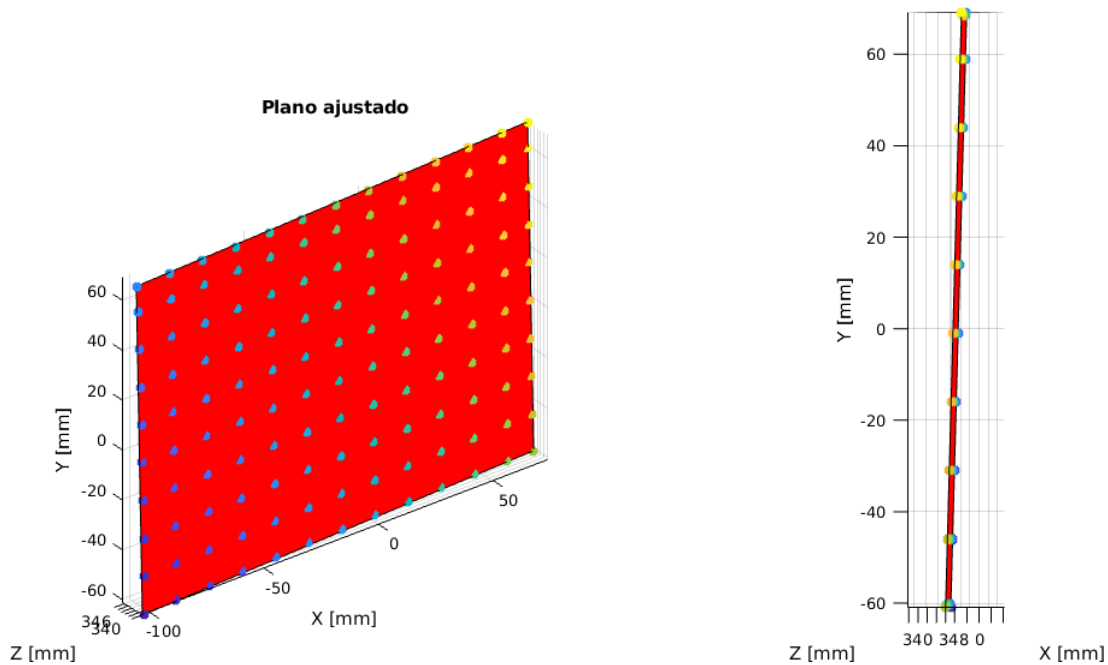


Figura 3.16. Izquierda : modelo lineal ajustado (rojo) a los puntos 3D de la digitalización . derecha : vista lateral del ajuste.

uno calcula la fase discontinua con el algoritmo a 4 desfases excepto el paso menor, el cual utiliza 9. Los tiempos de exposición fueron elegidos de forma arbitraria buscando abarcar el rango posible del sensor CCD [33.33, 250, 2.083e+03, 2.66e+03] ms.

Para resaltar las ventajas de la metodología se realiza un análisis similar al realizado en la introducción, se toman los dos tiempos de exposición de los extremos y se analizan las franjas y la fase discontinua en dos regiones con características reflectivas diferentes del objeto (fig 3.17), también se realiza una comparación de dichas regiones cuando el proceso se realiza con polarizadores en paralelo, para el tiempo mayor y menor en ese caso.

Como vemos, la diferencia en la intensidad de las franjas clara, para la configuración con polarizadores cruzados 3.18 las franjas presentan un buen contraste en la región I para $t = 250$ ms,

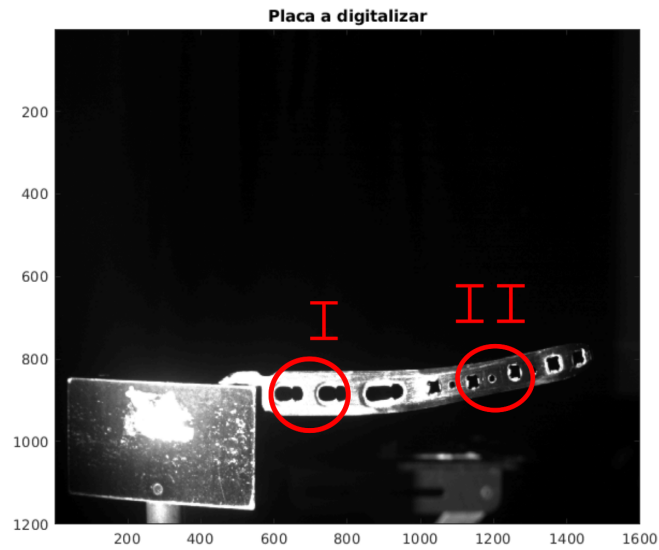


Figura 3.17. Regiones a analizar de la placa

dando como resultado una fase discontinua adecuada (fig 3.19), mientras tanto para la región II, este tiempo no es suficiente y la tasa señal-ruido afecta el cálculo de la fase discontinua (fig 3.20).

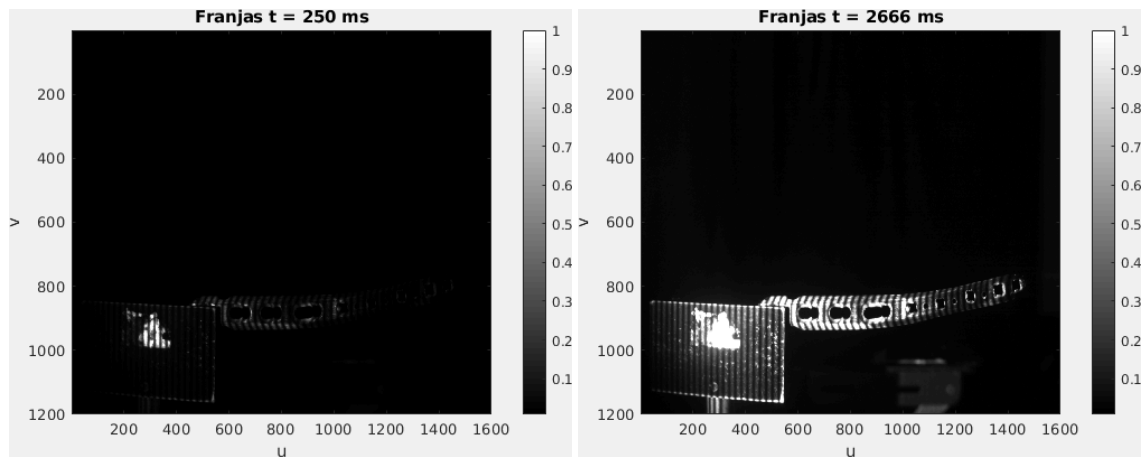


Figura 3.18. Izquierda : franjas con $t = 250$ ms, derecha : franjas con $t = 2666$ ms, configuración de polarizadores cruzados

Por otra parte, para tiempos altos de exposición $t = 2666$ ms en la región I presenta satura-

ción (fig 3.21), mientras tanto el error producto de baja la tasa señal-ruido en la región *II* se reduce considerablemente (fig 3.22).

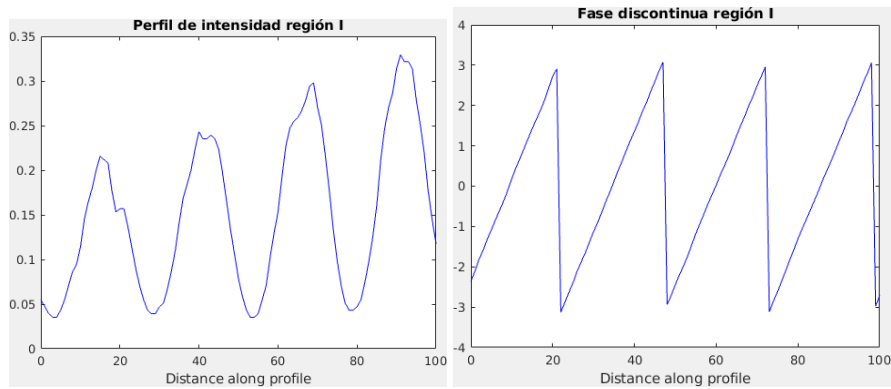


Figura 3.19. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada.

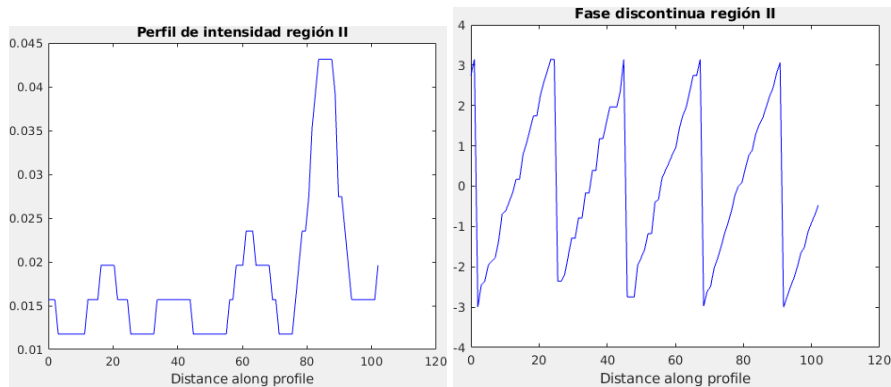


Figura 3.20. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región *II*, derecha : fase discontinua calculada.

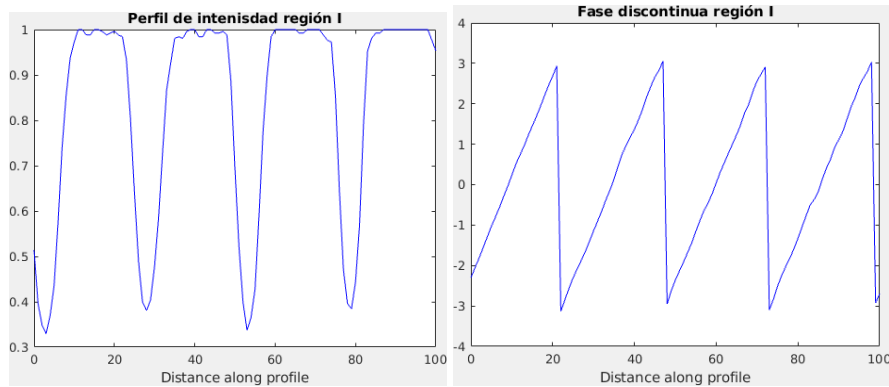


Figura 3.21. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 2666$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada.

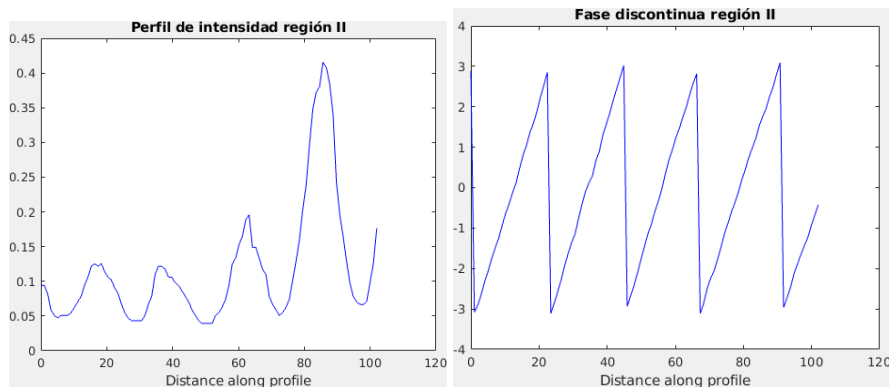


Figura 3.22. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 2666$ ms para la región *II*, derecha : fase discontinua calculada.

Por otra parte se analizaron las imágenes para la configuración de polarizadores paralelos (fig3.23), con el fin de comparar el rendimiento del método MIT sin polarizadores para la placa. Es claro que el efecto de destello juega un papel importante debido a la alta saturación producida por esta configuración.

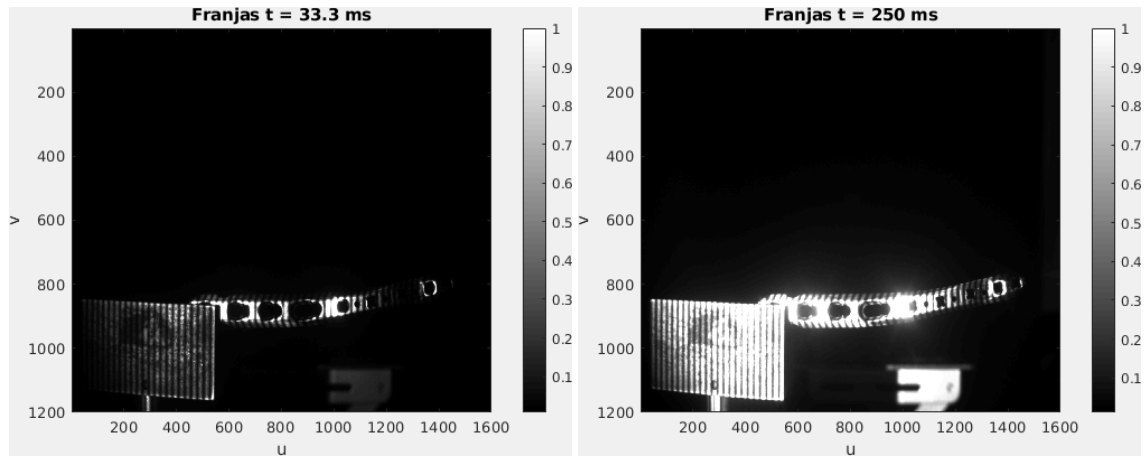


Figura 3.23. Izquierda : franjas con $t=33.3$ ms, derecha : franjas con $t=250$ ms, configuración de polarizadores paralelos

Las franjas presentan buen contraste con el tiempo mínimo de exposición tomado $t = 33.3$ ms en la región *I* (fig 3.24), aunque la tasa señal-ruido en global para este tiempo es bastante baja, esto se refleja en la zona *II*, (fig 3.25).

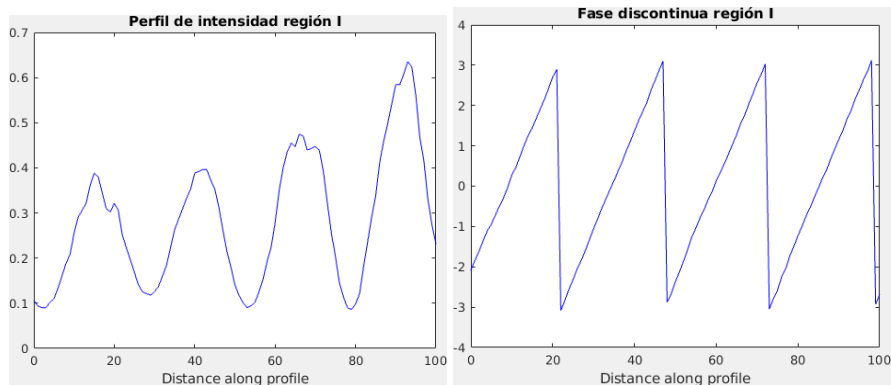


Figura 3.24. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 33.3$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada.

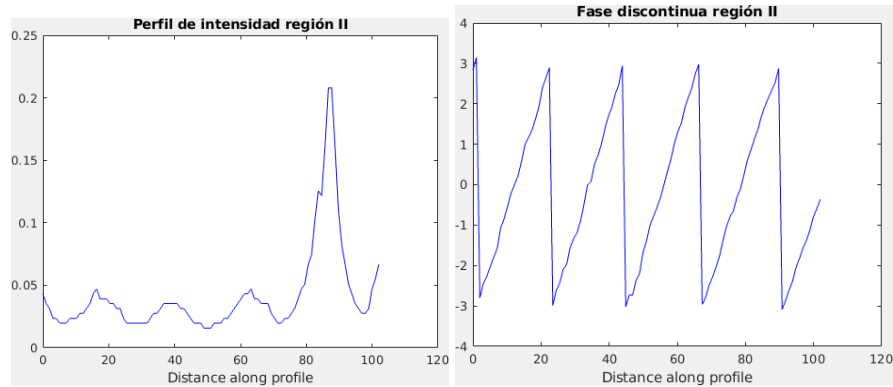


Figura 3.25. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 33.3$ ms para la región *II*, derecha : fase discontinua calculada.

Mientras que para el tiempo máximo tomado $t = 250$ ms la región *I* está completamente saturada, afectando la fase discontinua (fig 3.26), mientras tanto, en la región *II* las franjas tienen un buen contraste (fig 3.27).

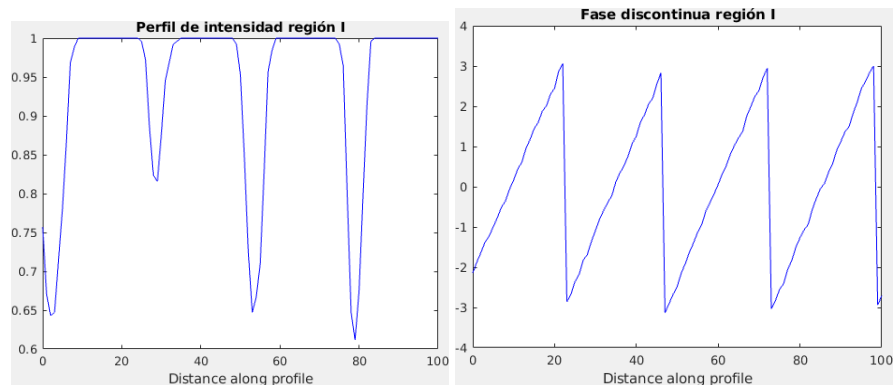


Figura 3.26. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región *I*, derecha : fase discontinua calculada.

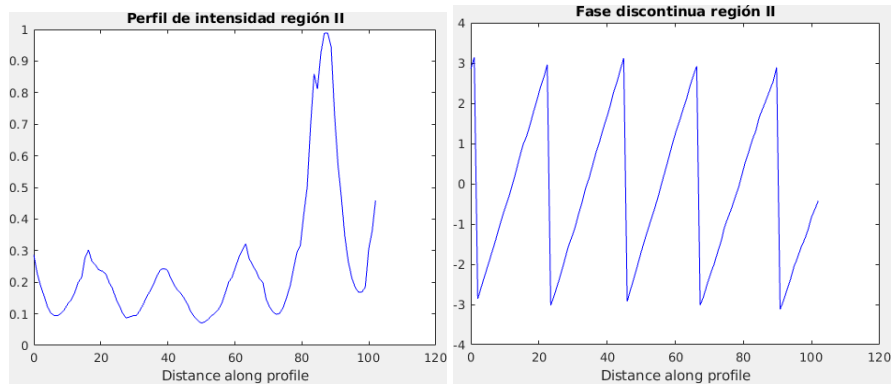


Figura 3.27. Izquierda : perfil de intensidad de las franjas con $t = 250$ ms para la región II, derecha : fase discontinua calculada.

Se puede confirmar que la metodología elegida tiene un buen desempeño para la placa elegida, la metodología con polarizadores paralelos evidencia las debilidades del proceso tradicional del MIT, al llegar a saturación para tiempos muy bajos, el efecto de destello empieza a degradar la calidad de la imagen.

Siguiendo con la metodología elegida, se encuentra que las zonas de baja reflectividad en la superficie de la placa hacen que el criterio de la amplitud para calcular la máscara que separa el objeto del fondo no es inadecuado :

Se plantea una forma diferente de llegar a dicha máscara, se toma la imagen de la placa a contraluz, donde se ilumina un plano blanco difuso puesto a una distancia de 20 cm detrás de la placa. La silueta de la placa es encontrada fácilmente al imponer dos máscaras, la primera una rectangular aislando el objeto y la segunda una de intensidad, donde los puntos válidos serán aquellos de intensidad mínima:

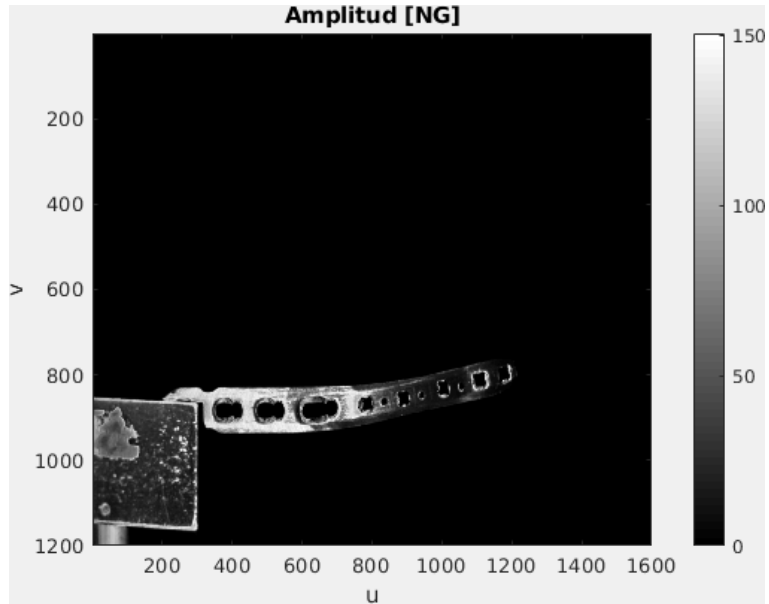


Figura 3.28. Amplitud calculada en niveles de gris, se pueden apreciar las zonas de baja reflectividad, una máscara con un solo nivel de gris como nivel de corte global es inadecuada dadas las zonas de baja reflectividad.

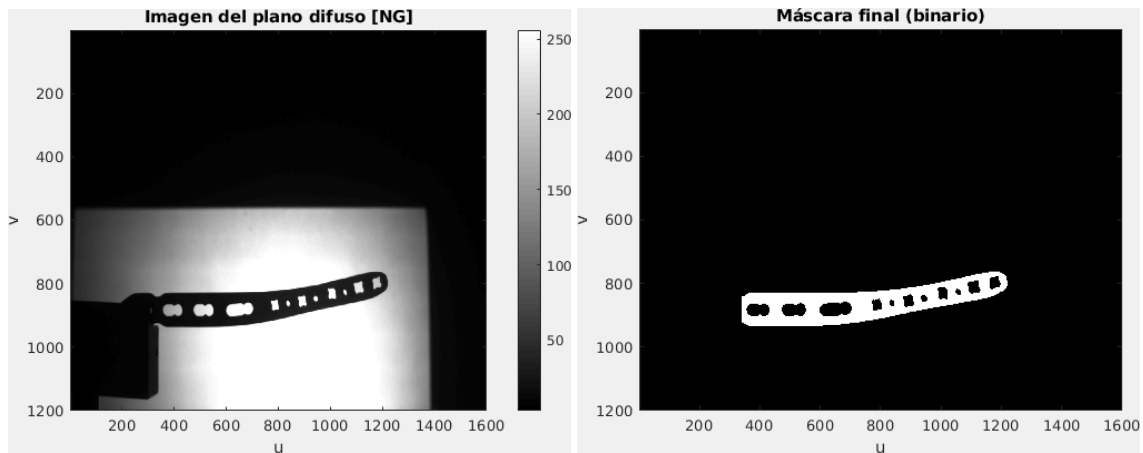


Figura 3.29. Izquierda : imagen del plano difuso tomada, derecha : máscara calculada en base a dicha imagen

Después de calculada la máscara la fase continua del objeto se observa :

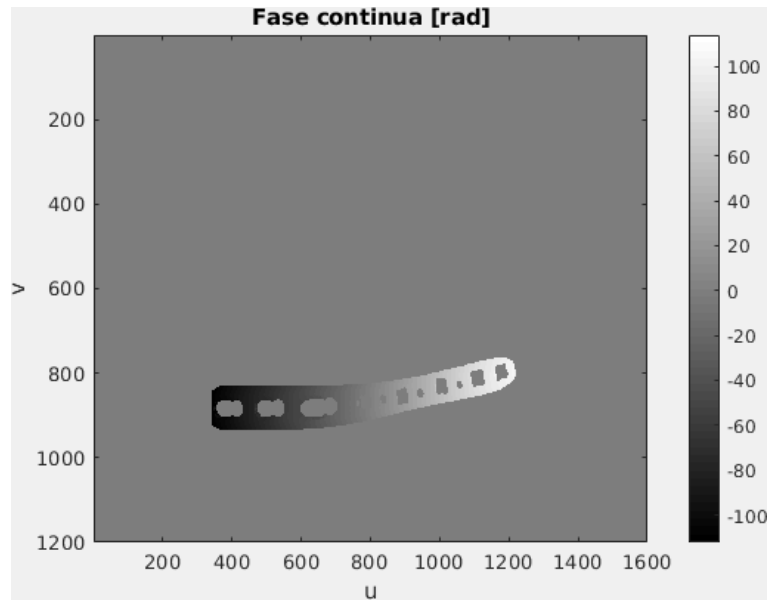


Figura 3.30. Fase continua calculada una vez se ha aplicado la máscara.

Y se llega mediante los coeficientes y los parámetros intrínsecos de la CCD a la nube final de puntos que representan la D3D de la placa seleccionada (fig 3.34).

Se puede observar que existen puntos que no fueron calculados de forma correcta y que no corresponden a la superficie del objeto, estos puntos están asociados en general a discontinuidades que generan errores en el cálculo de la fase o pueden ser puntos que no estén en el campo visual de la cámara y que sean válidos para la máscara.

En cualquier caso dichos puntos se pueden filtrar con un criterio entre vecinos. Asumiendo que el objeto es suave, se toma la posición axial de un número arbitrario de píxeles vecinos de la cual se obtiene un promedio, puntos que estén muy alejados de dicho promedio serán filtrados, en nuestro caso el número de vecinos es de 100 píxeles. Se puede observar la mejora luego de aplicar el filtrado final (fig 3.35).

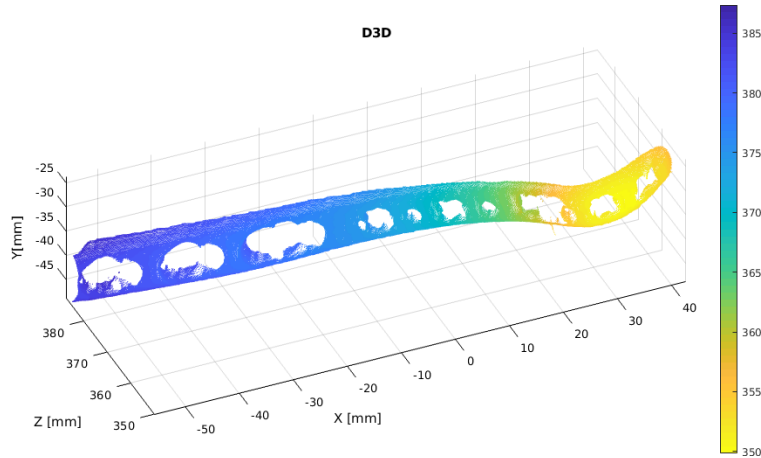


Figura 3.31. Digitalización repetida para la misma placa, orientación 1.

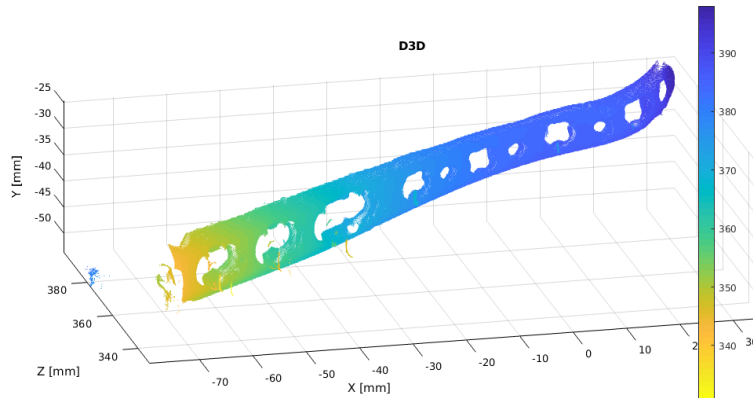


Figura 3.32. Digitalización repetida para la misma placa, orientación 2.

Podemos observar una buena representación, a nivel cualitativo de la D3D de la placa, realizamos el mismo procedimiento para otras dos orientaciones, (fig 3.31, 3.32).

Se puede plantear el uso del histograma para encontrar un criterio de selección de los tiempos de exposición óptimos. El modelo lineal (35) para el caso de la variación de tiempos de exposición se convierte en :

$$I^c(u, v) = a'(u, v)t + b', \quad (40)$$

con :

$$a'(u, v) = \alpha[\beta(u, v)I_D] \quad \wedge \quad b' = I^N. \quad (41)$$

Donde, similar a la ecuación (34) se define el tiempo óptimo de exposición como :

$$I_{opt}^p(m, n) = \frac{I_{opt}^c - b'(u, v)}{a'(u, v)}. \quad (42)$$

El parámetro de intensidad máxima es normalizado $I_{opt}^c = 1$, el parámetro $b' = b'_{max}$ se toma como el máximo valor encontrado y los valores $a'(u, v)$ son definidos a partir del análisis del histograma.

En el caso de la primera placa digitalizada, se emplea el mismo procedimiento del capítulo anterior, se capturan imágenes de la placa estática con diferentes tiempos de exposición para encontrar los parámetros a' , que da información de la reflectividad por píxel (u, v) del objeto :

Sin embargo, dado que se obtienen 4 tiempos de exposición y los tiempos empleados para dicha placa antes del análisis son 4, el análisis a priori de la reflectividad no disminuye los tiempos ni el tiempo de procesamiento, su único propósito sería el de mejorar la tasa de señal-ruido global y se ha visto que, para este caso, dejar los primeros tiempos no disminuye la calidad de la digitalización.

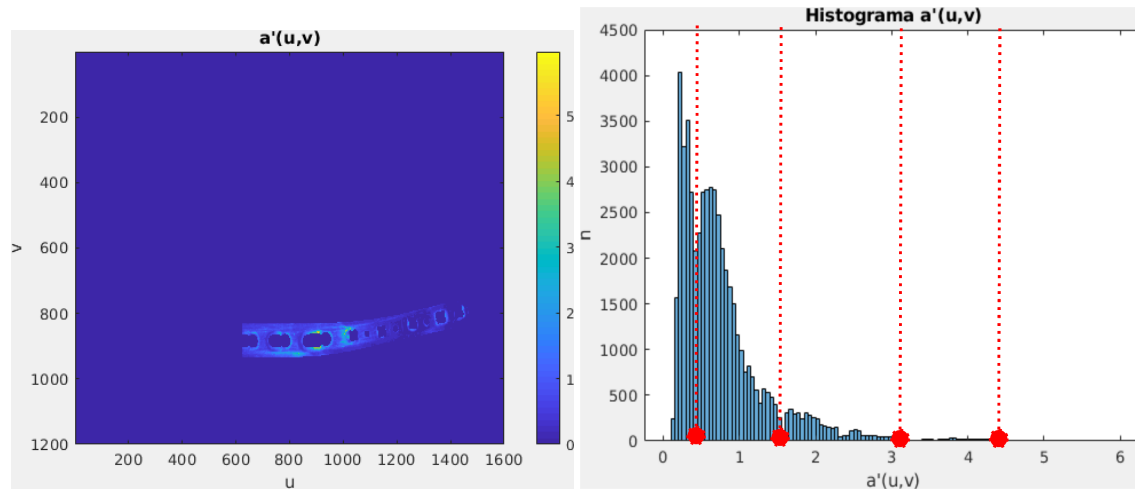


Figura 3.33. Izquierda : mapa de reflectividad local, derecha : histograma de la reflectividad local, se pueden ver 3 regiones delimitadas por los valores $a'=[0.41, 1.58, 3.08, 4.42]$ y que de acuerdo a (42) los tiempos óptimos con $b'_{max} = 0.1$ son $t = [2.19, 0.56, 0.29, 0.20]$ segundos, respectivamente.

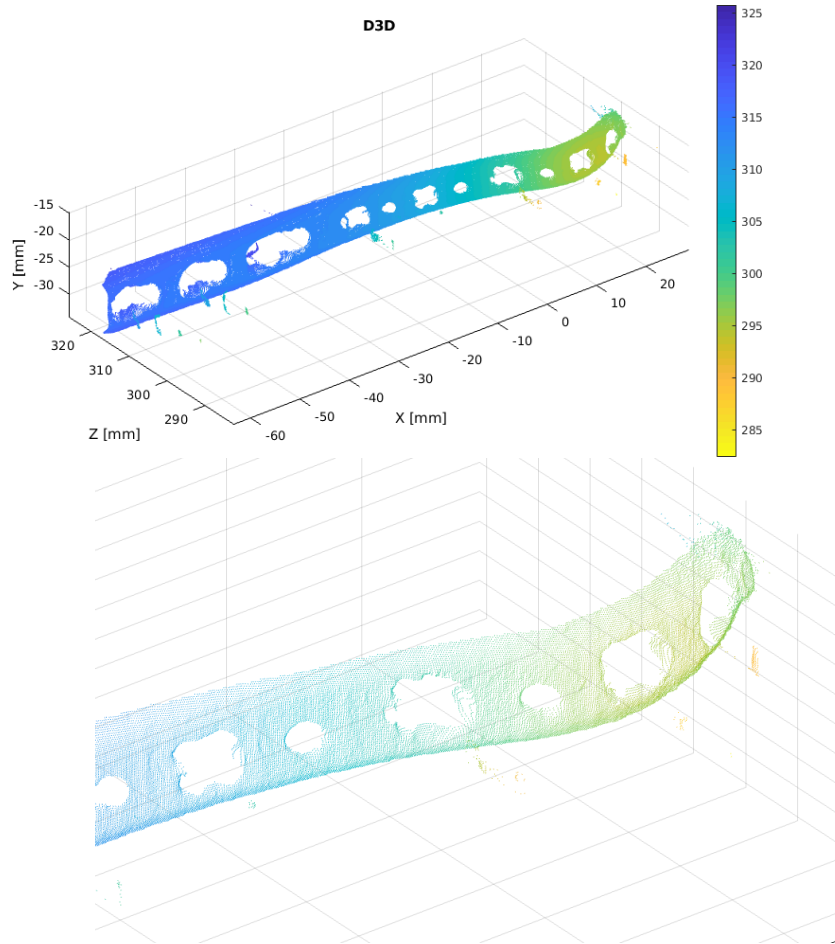


Figura 3.34. Arriba : D3D inicial, abajo : Zoom de la zona derecha de la placa

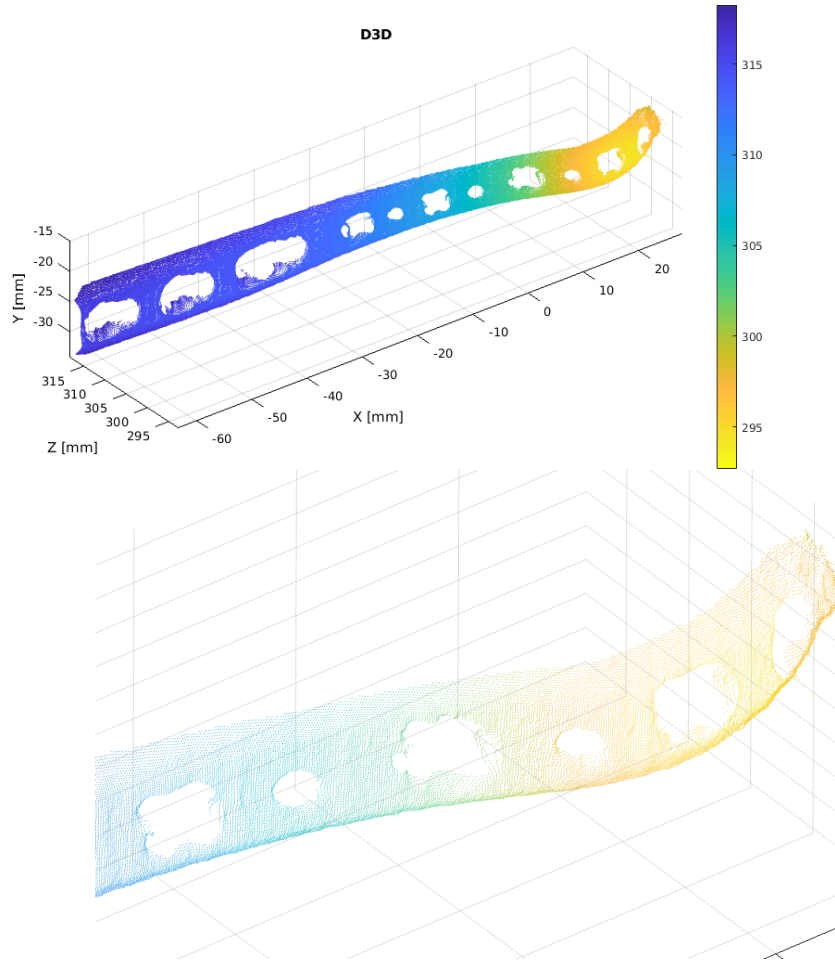


Figura 3.35. Arriba : D3D final, abajo : Zoom de la zona derecha de la placa

Conclusiones y trabajo posterior

De acuerdo al objetivo principal del presente trabajo, el método de digitalización por proyección de franjas fue adaptado exitosamente para objetos con alta variación de reflectividad. Se adoptó en primera instancia la metodología de (Liang et al., 2018) pero se encontraron inconvenientes al momento del planteamiento de la función de respuesta como una función lineal en la intensidad proyectada, específicamente, para valores de nivel de gris cercanos al punto de saturación, para los cuales la no linealidad es explicada por el efecto de destello de píxeles vecinos fuertemente saturados, y para valores de nivel de gris muy bajos, para los que se explican por la influencia del ruido electrónico.

Se adoptó entonces la propuesta de (Feng et al., 2014) donde se usan polarizadores cruzados en la salida del proyector y la entrada de la CCD, complementado con la variación de tiempos de exposición para mejorar la tasa señal-ruido en un ambiente de iluminación externa controlada. Es posible el uso del histograma de la reflectividad del objeto como criterio para reducir el número de tiempos empleados así como mejorar la tasa de señal-ruido global para todos los píxeles válidos que formen la imagen del objeto.

Se definieron las condiciones metrológicas del montaje, se construyó el dispositivo de digitalización usando una geometría en el montaje acorde con las dimensiones físicas del objeto, el objeto en cuestión es una placa ortopédica de recuperación ósea, la cual por su alta variación de reflectividad, así como sus discontinuidades es un objeto desafiante para la técnica convencional. El requisito de la empresa de resolución en el instrumento se cumple usando como criterio el ajuste polinomial de la D3D de un plano difuso, el error RMS máximo está acotado en el rango de ± 0.02 [mm]. Se confirma la ventaja del método elegido al analizar los perfiles de intensidad

y fase calculada para regiones de alta y baja reflectividad, en comparación con la configuración con polarizadores paralelos. La presentación de la nube de puntos final con la máscara calculada por iluminación difusa logra delimitar adecuadamente la placa, facilitando a su vez, el análisis de la calidad de la digitalización para puntos de bajo contraste. Una vez digitalizada, los puntos ruidosos, ya sea por discontinuidades en el objeto, o por el bajo contraste en zonas de muy baja reflectividad fueron eliminados con una herramienta de Matlab que filtra los puntos de acuerdo a los valores vecinos.

3.3.1. Trabajo posterior. Como se mostró, el uso de los polarizadores logra eliminar la reflexión especular en general, sin embargo se tiene ahora un bajo contraste en la imagen del objeto, la cual puede no ser mejorada al aumentar el tiempo de exposición, que también está limitado por el sensor CCD que se esté usando. En este caso se puede pensar en usar una configuración doble, con polarizadores paralelos y tiempos bajos para cubrir zonas de muy baja difusión y con polarizadores cruzados y tiempos altos para el resto de las regiones del objeto. Se pueden plantear otros criterios para reducir el número de imágenes usadas relacionados con el modelo dicromático de la reflexión o el análisis estadístico de las reflectividades locales encontradas de acuerdo a los modelos lineales. Por otro lado, el uso simultáneo de varias cámaras CCD correctamente calibradas entre sí pueden superar el problema de los puntos de muy baja reflectividad, posterior a esto se podría utilizar un algoritmo que fusione las diferentes nubes de puntos, esto haría posible la D3D a 360 de la placa. Todos estas opciones se consideran en trabajos presentes en el grupo de investigación realizados por estudiantes de maestría y doctorado.

Referencias Bibliográficas

- Ariza, D. and Vesga, E. (2012). *Extracción de las características topográficas de la piel humana por medio del método de proyección de franjas*. 1 edition.
- Avellaneda, A. and Rodriguez, O. (2012). *Diseño y construcción de un modelo funcional para la obtención de información topográfica de números de identificación vehicular*. 1 edition.
- Ballesteros, A. (2014). *Evaluación teórico-experimental de una estrategia para la calibración manual de un dispositivo de proyección de franjas*. 1 edition.
- C. Waddington, J. K. (2010). Saturation avoidance by adaptive fringe projection in phase-shifting 3d surface-shape measurement. *2010 International Symposium on Optomechatronic Technologies*.
- Carré, P. (1966). Installation et utilisation du comparateur photoélectrique et interférentiel du bureau international des poids et mesures. *Metrologia*, 2:13–23.
- Contreras, C. (2006). *Dispositivo óptico de medida 3-D con simetría cilíndrica: aplicaciones en balística*. 1 edition.
- Feng, S., Chen, Q., Zuo, C., and Asundi, A. (2017). Fast three-dimensional measurements for dynamic scenes with shiny surfaces. *Optics Communications*, 382:18–27.
- Feng, S., Zhang, Y., Chen, Q., Zuo, C., Li, R., and Shen, G. (2014). General solution for high dynamic range three-dimensional shape measurement using the fringe projection technique. *Optics and Lasers in Engineering*, 59:56–71.
- Gonzalez, A. L. and Meneses, J. E. (2018). Three-dimensional digital reconstruction methodology

- specialized in human skulls. In *Frontiers in Optics / Laser Science*, page JW4A.131. Optical Society of America.
- González, A. L., Contreras, C. R., and Meneses, J. E. (2014). Accurate and flexible calibration technique for fringe projection profilometry by using encoded points and fourier analysis. *Proc.SPIE*, 9110:9110 – 9110 – 7.
- Inc, D. (2009). Dell™ m210x projector, user's guide. [Online; accessed august 15, 2019] https://www.projectorcentral.com/pdf/projector_manual_5479.pdf.
- Jenkins, F. and White, H. (2001). *Fundamentals of optics*. 4 edition.
- Liang, Z., Chen, Q., Zuo, C., and Feng, S. (2018). High dynamic range 3d shape measurement based on the intensity response function of a camera. *Appl. Opt.*, pages 1378–1386.
- Löwenhamn, B. (2017). 3d digitalization in industrial world. [Online; accessed January 5, 2019] <https://www.sogeti.se/utforska/bloggposter/3d-digitalization-in-industrial-world/>.
- Matter and form (2017). How do 3d scanners work with 3d printers? [Online; accessed January 6, 2019] <https://matterandform.net/blog/how-do-3d-scanners-work-with-3d-printers>.
- OrthoSolutions (2019). Large bone fragment compression plate. [Online; accessed february 13, 2019] <http://www.medicalexpo.com/prod/ortho-solutions/product-81552-522876.html>.
- Potin, F. (1900). stereoscopic view, paris, france. [Online; accessed January 5, 2019] <https://www.flickr.com/photos/photographic-heritage/15075096889>.
- Rodriguez, A. (2016). *Desarrollo de una estrategia para la corrección de fase discontinua de objetos con topografía compleja basada en algoritmos de fase temporal*. 1 edition.
- SAS, P. (2018). Soluciones. [Online; accessed february 13, 2019] <https://precimec.co/soluciones>.

- Song, Z. and Yau, S.-T. (2009). High dynamic range scanning technique. *Optical Engineering.*, 48.
- Vergel, J. (2016). *Mallado interactivo y análisis de curvaturas de una nuber de puntos dispersos en el espacio tridimensional obtenida por la técnica de proyección de franjas.* 1 edition.
- Wang, K., Ze-Ming, et al. (2018). Bone organ printing based on surface structure light projection 3d contour measurement. *Proc.SPIE*, 10832:10832 – 10832 – 18.
- Wolfa, K., Rollerb, D., and SchaÈferb, D. (2000). An approach to computer-aided quality control based on 3d coordinate metrology. *Journal of Material Processing Technology*, 107:1–15.
- Yufeng Zheng, E. B. (2014). The advantages of stereo vision in a face recognition system. *Proc.SPIE*, 9091:324 – 336.
- Zhang, S. (2016a). *Handbook of 3D machine vision : optical metrology and imaging.*
- Zhang, S. (2016b). *High-Speed 3D Imaging with Digital Fringe Projection Techniques.*
- Zhang, S. and Huang, P. S. (2006). Novel method for structured light system calibration. *Optical Engineering*, 45(8):1 – 8.
- Zhang, Z. (2000). A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22:1330–1334.