

Análisis de flujo de fluidos y la transferencia de calor en yacimientos geotérmicos considerando las propiedades térmicas de las rocas y la capacidad de flujo mediante un modelo 2D

Ángel David Ayala Suárez y Alejandro David Reyes Bertel

Trabajo de Grado para Optar el Título de Ingeniero de Petróleos

Director

Diego Armando Vargas

Doctor en Ingeniería Química

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Fisicoquímicas

Escuela de Ingeniería de Petróleos

Ingeniería de Petróleos

Bucaramanga

2026

Dedicatoria

A mis padres, por ser el pilar que sostuvo cada paso de este camino. En especial a mi madre, Martha, cuyo amor, apoyo incondicional y presencia constante fueron la fuerza silenciosa que me impulsó a seguir incluso en los momentos más difíciles. Este logro también es suyo, porque sin su fe en mí, nada de esto habría sido posible.

A mis hermanos Andrés, Angélica y Norberto, por cada granito de arena que aportaron a mi crecimiento personal y académico, por sus palabras de ánimo, su compañía y amor.

A mi esposa Yesica Jiménez - mi paloma - y a mi hija Mayli por ser el refugio de mi alma y la alegría de mis días. Ustedes llenan mi vida de amor, esperanza y sentido; son la razón que le da propósito a mis esfuerzos y la fuerza que me inspira a levantarme con determinación cada mañana. Gracias por existir en mi vida y por recordarme, con cada sonrisa y cada abrazo, que todo vale la pena cuando se ama y se sueña en familia.

Finalmente, a mis amigos de carrera, gracias por cada conversación, cada consejo y cada momento compartido, porque con ustedes aprendí que *todos vamos a nuestro ritmo*, y que cada paso, sin importar la velocidad, también nos acerca a la meta.

Ángel David Ayala Suarez

Dedicatoria

A mi familia, por ser el pilar inamovible de mi existencia. A mis abuelos Lupe y Oswaldo, cuya sabiduría y valores son mi mayor herencia. A Abraham, mi hermano y compañero, por sostenerme en mis momentos de mayor fragilidad. A mis tíos Harold y Martín, por la ligereza y la gracia con la que me enseñaron a ver la vida.

Mi gratitud eterna a mis dos madres: a Lucía, por darme el aliento inicial, y a Eliana, por moldear mi corazón, cuidarme con devoción y darme el impulso final para alcanzar esta meta.

Eliana, gracias por tu fe inquebrantable; este título es el fruto de tu amor y nuestro esfuerzo compartido.

Alejandro David Reyes Bertel.

Agradecimientos

Expresamos nuestro más profundo agradecimiento a nuestro director de tesis, Diego Armando Vargas, por su orientación constante, su disposición y el apoyo brindado en la resolución de cada duda durante el desarrollo de este proyecto.

A Dios por sus bondades, los privilegios que nos ofreció y su presencia en nuestras vidas.

A la Universidad Industrial de Santander, por ser nuestra casa de estudios y brindarnos las herramientas necesarias para hacer posible este trabajo. Así mismo, extendemos nuestra gratitud al cuerpo docente de la Escuela de Petróleos, quienes semestre a semestre compartieron su conocimiento y experiencia, forjando en nosotros las bases para convertirnos en los profesionales que el sector demanda.

A todos ustedes, gracias.

Tabla de Contenido

Introducción 14

1. Objetivos 16

1.1 Objetivo General..... 16

1.2 Objetivos Específicos 16

2. Marco teórico 16

2.1 Modelado numérico aplicado a geotermia..... 18

2.2 Redes discretas de fractura-vug (DFVN)..... 18

2.3 Modelado termo-hidráulico acoplado en reservorios kársticos: enfoque DFVN 19

2.4 Caracterización geotérmica comparativa: caso base y condiciones geológicas colombianas 21

2.5 Eficiencia térmica en reservorios geotérmicos 23

2.6 Métodos de validación de modelos numéricos Térmico-Hidráulicos en geotermia..... 24

3. Formulación matemática del modelo..... 26

3.1 Ley de Darcy..... 26

3.2 Ecuación de continuidad..... 27

4.2 Ecuación de difusividad de presión: 28

4.3 Ecuación de difusividad térmica..... 29

4.4 Redes de fracturas y cavidades en medios kársticos..... 31

4.5 Condiciones de frontera y acoplamientos 32

4.6 Método de acoplamiento Beavers-Joseph-Saffman (BJS)..... 34

4.7 Término fuente de energía por inyección 37

4.8 Término fuente de energía por producción..... 38

4.9 Temperatura de producción 38

4.10Discretización de la ecuación de energía..... 38

4.11	Criterio de estabilidad numérica (CFL)	39
5	Metodología para el desarrollo del algoritmo de simulación	40
5.1	Herramientas computacionales y entorno de simulación.	41
5.1	Modelo conceptual y matemático	43
5.1.1	Dominio y geometría.....	43
5.1.2	Pozos: inyección y producción	45
5.1.3	Flujo de fondo y caudales	46
5.1.4	Condición inicial	47
5.2	Resumen de implementación (MRST/MATLAB)	47
5.3	Esquema numérico y criterios de estabilidad	48
5.4	Condiciones iniciales y de frontera.....	49
5.5	Propiedades del medio y del fluido.....	51
5.6	Esquema de pozos y condiciones de operación	53
5.7	Mallado y discretización	57
5.8	Reproducibilidad y organización de datos.....	58
5.9	Validación interna del código	59
5.10	Verificación y validación	59
5.10.1	Validación con literatura internacional	60
5.10.2	Validación con condiciones locales (Formación Rosablanca).....	63
5.10.3	Síntesis de la validación	66
5.11	Evolución del modelo por sprints	66
6	Resultados.....	68
6.1	Resultados generales de la simulación.....	68
6.2	Evolución del modelo a través de sprints.	70
6.3	Aplicación a la Formación Rosablanca	72

6.3.1	Calibración hidrodinámica (<i>ubg</i>) por objetivo de BT	72
6.3.2	Evolución térmica y patrones espaciales.....	74
6.3.3	Curva <i>T_{prodt}</i> y métricas de breakthrough.....	74
6.3.4	Eficiencia térmica <i>η_{inst}, η_{cum}</i>	74
6.3.5	Implicaciones prácticas	74
6.4	Análisis de Breakthrough y comparación con Yao et al.....	77
6.5	Discusión de los resultados.....	79
6.5.1	Efecto del refinamiento de malla	80
6.5.2	Diferencias frente al caso base	80
6.5.3	Implicaciones de la calibración en Rosablanca.....	81
6.5.4	Eficiencias térmicas	82
6.5.5	Relevancia para diseño geotérmico.....	82
7.	Análisis de Sensibilidad.....	83
7.1	Resultados principales	84
7.2	Discusión	88
7.2.1	Comparación entre modelos base y adaptados.....	90
7.2.2	Análisis de eficiencia térmica	91
7.2.3	Sensibilidad de parámetros de diseño	91
7.2.4	Implicaciones para la geotermia en Colombia.....	92
8	Conclusiones.....	93
9	Recomendaciones	94
	Referencias Bibliográficas	96

Lista de Tablas

Tabla 1 Tabla comparativa de parámetros de estudio..... 22

Tabla 2 Condiciones iniciales y de frontera del modelo..... 51

Tabla 3 Propiedades físicas del medio y del fluido empleadas en la simulación 52

Tabla 4 Parámetros representativos de la formación Rosablanca..... 65

Tabla 5 Desarrollo de características por sprints. 66

Tabla 6 Parámetros clave y resultados obtenidos. 69

Tabla 7 Cronología de hitos principales durante el desarrollo por sprints. 71

Tabla 8 Parámetros y resultados principales de la corrida Rosablanca 76

Tabla 9 Tiempos de breakthrough (años) según diferentes métricas..... 79

Tabla 10 Comparación de escenarios simulados (S30, S31 y Rosablanca)..... 82

Lista de Figuras

Figura 1 Gráfico esquemático interfaz poroso-libre bajo la condición de acoplamiento Beavers–Joseph–Saffman (BJS) 36

Figura 2 Dominio 2D con malla refinada en trayectoria Inyector-Productor 45

Figura 3 Campo de temperatura inicial $T(x, y, 0) = T_0$ definido en la malla para los sprints finales. 48

Figura 4 Esquema de pozos y franja refinada del dominio..... 54

Figura 5 Curva de temperatura de producción T_{out} vs. Tiempo inestable. 55

Figura 6 Curva de temperatura de producción T_{out} vs. Tiempo estabilizada 56

Figura 7 Curva de energía térmica acumulada extraída vs. Volumen de fluido producido..... 57

Figura 8 Distribución de temperatura en red de fracturas discretas y red fractura-vuggy discreta a 1800 días después de la recuperación térmica (tomada del artículo original (Yao et al., 2022) .. 61

Figura 9 Comparativa de la evolución de la temperatura del sistema de producción entre el caso base de estudio y el resultado obtenido por el algoritmo desarrollado. 62

Figura 10 Comparación de la curva T_{prod} entre Caso Base y Sprint 31..... 63

Figura 11 Evolución de $\eta_{instt\eta cumt}$ para Sprint 31, sprint 30 y Rosablanca..... 64

Figura 12 Diagrama de flujo del proceso metodológico del desarrollo del algoritmo. 67

Figura 13 Comparación de eficiencia acumulada. 75

Figura 14 Comparación de eficiencia instantánea. 76

Figura 15 Evolución de la temperatura de producción con indicación de los tiempos de breakthrough 78

Figura 16 Curvas $T_{out}(t)$ para distintos escenarios (ej. barrido Sprint 26). 85

Figura 17 Energía térmica acumulada $W(t)$ comparativa entre escenarios. 86

Figura 18 Mapa de calor de la eficiencia térmica global η_{30} en función del caudal de inyección y la distancia entre pozos. 87

Figura 19 Plano de Pareto (W_{30} vs T_{30}) indicando casos dominados y no dominados. 88

Lista de Apéndices

Los apéndices están disponibles en el Repositorio Institucional

Apéndice A: código de los sprints correspondientes a la Etapa Inicial de la simulación

Apéndice B: código de los sprints correspondientes a la Etapa Intermedia de la simulación

Apéndice C: código de los sprints correspondientes a la Etapa Avanzada de la simulación

Apéndice D: código de los sprints correspondientes a la Etapa Final de la simulación

Resumen

Título: Análisis de flujo de fluidos y la transferencia de calor en yacimientos geotérmicos considerando las propiedades térmicas de las rocas y la capacidad de flujo mediante un modelo 2D *

Autores: Ángel David Ayala Suarez, Alejandro David Reyes Bertel * *

Palabras Clave: Geotermia, modelado numérico, transferencia de calor, flujo en medios porosos.

Descripción: El aprovechamiento de la energía geotérmica requiere una comprensión detallada de los procesos acoplados de flujo de fluidos y transferencia de calor que gobiernan el comportamiento de los yacimientos. En particular, los reservorios carbonatados con porosidad secundaria avanzada, como los sistemas kársticos, presentan una complejidad geométrica y física que limita la aplicabilidad de los modelos continuos convencionales. En este contexto, la presente investigación desarrolla y valida un modelo numérico bidimensional para analizar el comportamiento termo-hidráulico de un yacimiento geotérmico, incorporando explícitamente los efectos de la porosidad, la capacidad de flujo y las propiedades térmicas de la roca.

El modelo se implementó en el entorno MATLAB utilizando la herramienta MRST, integrando de forma explícita la ecuación de conservación de la energía con un campo de flujo prescrito tipo Darcy. Se adoptó un enfoque conceptual inspirado en el modelo de red discreta de fracturas y cavidades (DFVN), permitiendo evaluar la influencia de heterogeneidades estructurales sobre la evolución térmica del sistema. El desarrollo del modelo siguió una estrategia incremental por sprints, garantizando la estabilidad numérica, la conservación de masa y energía, y la reproducibilidad de los resultados.

La validación se realizó mediante la comparación con estudios de referencia de la literatura internacional y, posteriormente, mediante la adaptación del modelo a condiciones representativas de la Formación Rosablanca en Colombia. Se analizaron métricas clave como la temperatura de producción, la eficiencia térmica instantánea y acumulada, y los tiempos de ruptura térmica (breakthrough). Los resultados evidencian que la conectividad hidráulica y la distribución espacial de las heterogeneidades controlan de manera decisiva la eficiencia térmica y la sostenibilidad del sistema. En conjunto, este trabajo demuestra la aplicabilidad del modelado numérico termo-hidráulico como herramienta de apoyo para la evaluación y el diseño preliminar de proyectos geotérmicos en contextos geológicos complejos, aportando un marco técnico relevante para el desarrollo de la geotermia en Colombia.

* Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero de Petróleos

** Facultad de Fisicoquímicas. Escuela de Petróleos. Director: Diego Armando Vargas. Doctor en ingeniería Química.

Abstract

Title: Analysis of fluid flow and heat transfer in geothermal reservoirs considering the thermal properties of rocks and flow capacity using a 2D model *

Author: Ángel David Ayala Suarez, Alejandro David Reyes Bertel *

Key Words: Geothermal energy, numerical modeling, heat transfer, flow in porous media.

Description: The use of geothermal energy requires a detailed understanding of the coupled fluid flow and heat transfer processes that govern reservoir behavior. In particular, carbonate reservoirs with advanced secondary porosity, such as karst systems, present geometric and physical complexities that limit the applicability of conventional continuous models. In this context, this research develops and validates a two-dimensional numerical model to analyze the thermo-hydraulic behavior of a geothermal reservoir, explicitly incorporating the effects of porosity, flow capacity, and thermal properties of the rock.

The model was implemented in the MATLAB environment using the MRST tool, explicitly integrating the energy conservation equation with a Darcy-type prescribed flow field. A conceptual approach inspired by the discrete fracture and void network (DFVN) model was adopted, allowing the influence of structural heterogeneities on the thermal evolution of the system to be evaluated. The model development followed an incremental sprint strategy, ensuring numerical stability, mass and energy conservation, and reproducibility of results.

Validation was performed by comparing the model with reference studies from the international literature and then adapting it to conditions representative of the Rosablanca Formation in Colombia. Key metrics such as production temperature, instantaneous and cumulative thermal efficiency, and thermal breakthrough times were analyzed. The results show that hydraulic connectivity and the spatial distribution of heterogeneities decisively control the thermal efficiency and sustainability of the system. Overall, this work demonstrates the applicability of numerical thermo-hydraulic modeling as a support tool for the evaluation and preliminary design of geothermal projects in complex geological contexts, providing a relevant technical framework for the development of geothermal energy in Colombia.

* Thesis for the degree of Petroleum Engineer

* Faculty of Physical Chemistry. School of Petroleum Engineering. Director: Diego Armando Vargas. Doctorate in Chemical Engineering.

Introducción

El creciente impacto ambiental de los combustibles fósiles, manifestado en las emisiones de CO₂, ha catalizado la búsqueda global de fuentes de energía alternativas. En este contexto, los avances tecnológicos y la optimización de procesos han posicionado a las energías renovables como una solución estratégica para mitigar la dependencia de los recursos tradicionales.

La energía geotérmica emerge como una opción prometedora, dada su capacidad para generar electricidad y calor de forma continua. No obstante, su desarrollo enfrenta barreras técnicas y económicas. Este es un desafío particularmente relevante en Colombia, un país con un vasto potencial geotérmico, tal y como lo menciona el servicio geológico colombiano (Servicio geológico Colombiano, 2025) con estimaciones de hasta el 6% de la matriz energética si se aprovecha plenamente, donde la actividad es escasa debido a la falta de inversión, los riesgos inherentes a la fase exploratoria y los obstáculos regulatorios. A demás es clave resaltar que en caso de ponerse en marcha el aprovechamiento de estos recursos el país podría posicionarse cerca a países como Nueva Zelanda, Turquía y Filipinas que cuentan con generaciones de entre 1.2 y 2 MW de energías. (ThinkGeoEnergy, 2026)

Para mitigar estos riesgos, el modelado numérico se presenta como una herramienta fundamental para comprender los yacimientos geotérmicos, lo que permite reducir los costos y los riesgos técnicos antes de la perforación.

El objetivo de esta investigación es analizar la dinámica de fluidos y el intercambio de calor en yacimientos geotérmicos mediante un modelo en 2D, para determinar cómo la porosidad y las geometrías complejas de las rocas afectan la cantidad total de energía extraíble. Se ha seleccionado a Colombia como caso de estudio de referencia, dada la necesidad de estudios técnicos y científicos en este campo.

El presente trabajo desarrolla un modelo numérico bidimensional para analizar el comportamiento termo-hidráulico de yacimientos geotérmicos, integrando la formulación matemática del flujo en medios porosos, la transferencia de calor y la representación explícita de fracturas y cavidades mediante un enfoque inspirado en el modelo DFVN. A lo largo del documento se expone la construcción progresiva del algoritmo, su validación frente a estudios internacionales y su posterior adaptación a las condiciones geológicas de la Formación Rosablanca en Colombia. El análisis de resultados incluye métricas como la temperatura de producción, la eficiencia térmica y los tiempos de breakthrough, lo que permite evaluar la sostenibilidad del sistema bajo diferentes escenarios. Finalmente, el trabajo concluye que el modelo implementado reproduce de manera consistente el comportamiento esperado en reservorios geotérmicos y que, bajo condiciones colombianas, la Formación Rosablanca presenta una mayor retención térmica y una vida útil más prolongada que los casos de referencia, confirmando su potencial para futuros desarrollos geotérmicos en el país.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Analizar el flujo de fluidos y la transferencia de calor en yacimientos geotérmicos considerando las propiedades térmicas de las rocas y la capacidad de flujo.

1.2 Objetivos Específicos

- Analizar las ecuaciones que rigen el flujo de fluidos y la transferencia de calor estudiando las propiedades térmicas y la capacidad de flujo de las rocas.
- Desarrollar un algoritmo con una geometría 2D usando MATLAB que permita estudiar el flujo de fluidos y la transferencia de calor.
- Validar el algoritmo diseñado mediante la literatura implementando un modelo conceptual.
- Realizar un análisis de sensibilidad del impacto de las propiedades de la roca y la capacidad de flujo en la transferencia de calor y flujo de fluidos

2. Marco teórico

La presente sección revisa la literatura clave que demuestra cómo el modelado numérico ha sido fundamental para el avance científico de la geotermia.

Investigaciones recientes en el campo de los sistemas geotérmicos mejorados (Enhanced Geothermal Systems) se han centrado en la comprensión del comportamiento termo-hidráulico en reservorios con fracturación natural o inducida. Estudios clave han explorado la transferencia de calor y el flujo de fluidos a través de modelos tridimensionales que enfatizan la importancia de la red de fracturas. Por ejemplo, (Chen et al., 2024) y (Tao et al., 2021) han destacado las fracturas

como canales esenciales para el intercambio térmico entre el fluido y la roca, tanto en sistemas de enfriamiento en minería profunda como en yacimientos creados artificialmente.

La literatura ha avanzado en la modelación de estos sistemas complejos. Trabajos como el de (G. Wang et al., 2022) subrayan la relevancia de la interacción entre la matriz rocosa y las fracturas, mientras que (Gao et al., 2024) analizan el impacto de la distribución de pozos en la eficiencia del sistema, considerando distintos patrones de flujo térmico. Asimismo, se han propuesto configuraciones de pozos avanzadas para optimizar la extracción de energía; por ejemplo, (L. Zhang et al., 2024) investigan sistemas cerrados en forma de U y (Gao et al., 2024) proponen un método con pozos multilaterales, demostrando un aumento significativo en la permeabilidad estimulada y en la eficiencia térmica.

A partir de estos desarrollos, ha emergido un enfoque que integra explícitamente las complejidades de la red de fracturas y cavidades: el modelo de red de fracturas y cavidades discretas (DFVN). Un estudio seminal de (Yao et al., 2022) presenta un modelo acoplado termo-hidráulico que simula la interacción entre la matriz porosa, las fracturas y las cavidades ("vugs"). Este modelo es notable por su capacidad de representar medios altamente heterogéneos mediante el uso combinado de la ley de Darcy (flujo en matriz), las ecuaciones de Navier-Stokes (flujo libre en cavidades) y el acoplamiento de Beavers-Joseph-Saffman.

Esta tesis adopta el modelo DFVN como referencia metodológica debido a que los yacimientos carbonatados kársticos —como la Formación Rosablanca— presentan porosidad secundaria avanzada dominada por fracturas y cavidades que no pueden ser representadas adecuadamente mediante modelos continuos tradicionales. La literatura especializada demuestra que el enfoque DFVN permite modelar explícitamente la matriz porosa, las fracturas y los vugs, integrando la Ley de Darcy, las ecuaciones de Navier–Stokes y el acoplamiento Beavers–Joseph–

Saffman para reproducir con fidelidad el comportamiento termo–hidráulico de reservorios altamente heterogéneos. Estudios como Yao et al. (2022), X. Wang et al. (2022) y Zhang et al. (2024) han validado la pertinencia de este enfoque en medios geotérmicos fracturados y kársticos, demostrando que la conectividad estructural controla de manera decisiva la evolución térmica y la eficiencia del sistema.

2.1 Modelado numérico aplicado a geotermia

El modelado numérico constituye una herramienta esencial para comprender el comportamiento térmico e hidráulico de los sistemas geotérmicos. A través de la implementación de algoritmos que resuelven las ecuaciones de flujo, continuidad y transferencia de calor, es posible predecir la evolución del sistema ante distintos escenarios operacionales, identificar zonas de mayor eficiencia térmica y optimizar el diseño de estrategias de explotación.

Investigaciones recientes han demostrado que este tipo de simulaciones pueden ser altamente efectivas para evaluar la respuesta térmica de un sistema a largo plazo. Un caso de éxito que demuestra esto, es el estudio de (Yao et al., 2022), en el que se logró representar con precisión el enfriamiento progresivo de un reservorio kárstico fracturado bajo condiciones de producción continua, identificando las zonas de mayor pérdida de calor en función de la conectividad de las cavidades.

2.2 Redes discretas de fractura-vug (DFVN)

El modelo de red discreta de fractura-vug (*Discrete Fracture–Vug Network*) constituye una avanzada estrategia de representación computacional para describir con un alto grado de realismo medios geológicos complejos, particularmente aquellos caracterizados por una porosidad secundaria significativa, como es el caso de los sistemas kársticos. A diferencia de los enfoques

de medio dual o de triple porosidad, que recurren a aproximaciones continuas equivalentes, el modelo DFVN permite simular explícitamente la geometría y la conectividad de las fracturas y las cavidades (vugs) embebidas en la matriz porosa.

Conceptualmente, un modelo DFVN se estructura en tres subdominios distintos:

- La matriz porosa: Representa la roca intacta con una permeabilidad basal.
- Las fracturas: Consideradas como planos o conductos de alta permeabilidad que actúan como canales preferenciales para el flujo.
- Los vugs: Entendidos como cavidades de formas irregulares que exhiben un comportamiento de flujo libre, similar al de una tubería.

Cada uno de estos subdominios es tratado de manera individual dentro de la malla numérica, lo que permite capturar de manera precisa las interacciones geométricas y los acoplamientos de flujo entre ellos. Esto es fundamental para identificar zonas de estancamiento térmico o de flujo que son difíciles de representar con otros enfoques de simulación.

Este modelo ha sido aplicado con éxito en diversos contextos de simulación de yacimientos. Su utilidad ha sido demostrada tanto en la industria petrolera (Yao, Zhao & Li, 2010) como en estudios geotérmicos (X. Wang et al., 2022.). En este último caso, el enfoque DFVN ha probado ser capaz de reproducir el comportamiento térmico de reservorios con cavidades y fracturas, proporcionando información clave sobre la eficiencia de la transferencia de calor y la evolución del enfriamiento del yacimiento a lo largo del tiempo.

2.3 Modelado termo-hidráulico acoplado en reservorios kársticos: enfoque DFVN

Los reservorios geotérmicos kársticos se caracterizan por una compleja red de vacíos naturales generados por procesos de disolución en rocas carbonatadas, que incluyen tanto fracturas

como cavidades (vugs). Esta configuración multiporosa y altamente heterogénea plantea retos significativos para el modelado de procesos de flujo y transferencia de calor. Ante esta complejidad, ha surgido el enfoque DFVN (por sus siglas en inglés, Discrete Fracture-Vug Network) como una alternativa numérica precisa para simular este tipo de medios (Yao et al., 2022).

El modelo DFVN representa explícitamente las fracturas y cavidades dentro del dominio simulado, permitiendo una mayor fidelidad geométrica y física que los modelos tradicionales de doble o triple porosidad continua. Esta metodología combina la ley de Darcy para describir el flujo en la matriz porosa y fracturas, con las ecuaciones de Navier-Stokes para el flujo libre dentro de cavidades de gran tamaño. Ambos dominios son acoplados mediante la condición de interfaz Beavers-Joseph-Saffman (BJS), la cual regula la interacción fluido-roca en las fronteras de contacto poroso-libre (X. Wang et al., 2019).

Uno de los estudios más representativos que emplea este enfoque es el desarrollado por (Yao et al., 2022), quienes modelaron un reservorio geotérmico en una región kárstica del suroeste de China. Su simulación integró parámetros geológicos y térmicos reales, como la conductividad térmica de la matriz ($2.5 \text{ W/m}\cdot\text{K}$), capacidad calorífica de la roca ($1000 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$), y porosidades de vugs de hasta 20%. Los resultados demostraron que la conectividad de la red de fracturas (parámetro pf) y la distribución de tamaño y ubicación de los vugs afectan críticamente el desempeño térmico del sistema.

En el marco de esta tesis, se adopta el enfoque DFVN para simular un sistema geotérmico potencial en, como la Formación Rosablanca en el departamento de Santander (Colombia formaciones carbonatadas con evidencia de karstificación). Se busca con ello replicar las condiciones físicas observadas en casos reales y evaluar la eficiencia térmica del sistema bajo

distintos escenarios de conectividad fracturada, distribución de cavidades y parámetros operativos de inyección-producción (Galvis-Gomez, 2018).

2.4 Caracterización geotérmica comparativa: caso base y condiciones geológicas colombianas

El análisis comparativo de reservorios kársticos modelados mediante el enfoque DFVN permite comprender mejor el potencial de formaciones geológicas en Colombia, en especial la Formación Rosablanca. La región modelada por (Yao et al., 2022) en el suroeste de China presenta similitudes litológicas con zonas del noreste colombiano, caracterizadas por calizas y dolomitas con fuerte evidencia de disolución cárstica, elevada permeabilidad secundaria y almacenamiento térmico profundo.

Los parámetros geológicos y térmicos utilizados en el estudio de Yao et al. se resumen en:

- Conductividad térmica de matriz: 2.5 W/m·K
- Calor específico de roca: 1000 J/kg·K
- Porosidad de vugs: hasta 20%
- Fluido geotérmico: agua a 30 °C inyectada en un medio de 100 °C
- Configuración de pozos: inyector y productor horizontales, separados por 100 m

En contraste, la Formación Rosablanca ha sido objeto de estudios hidrogeológicos y geomorfológicos que evidencian una estructura fuertemente karstificada, con cavernas interconectadas por fracturas, presencia de dolinas, y zonas de alta permeabilidad por disolución. Estos elementos permiten proponer que un modelo DFVN aplicado a esta formación debe considerar:

- Distribución heterogénea de vugs en tamaño y orientación
- Porosidad total efectiva (vugs + fracturas) entre 10 y 15%
- Presión de reservorio aproximada de 20–25 MPa
- Gradiente geotérmico > 30 °C/km, con temperaturas esperadas de 100–120 °C a 3 km

La implementación del modelo DFVN adaptado a estas condiciones busca no solo validar la aplicabilidad del enfoque utilizado por Yao et al., sino también aportar a la caracterización prospectiva de sistemas geotérmicos colombianos. En la tabla 1 se muestra la comparativa de los parámetros utilizados por los autores del modelo base y los rescatados de literatura para la aplicación del caso Rosablanca.

Tabla 1 Tabla comparativa de parámetros de estudio

Parámetro	Modelo Yao et al. (2022)	Formación Rosablanca (Colombia) (Ibagón, 2021) (Oviedo, 2023)
Conductividad térmica de la matriz [W/m·K]	2.5	2.0 – 3.0 (estimado)
Calor específico de la roca [J/kg·K]	1000	800 – 1000
Porosidad de vugs [%]	Hasta 20%	10 – 15%
Porosidad total efectiva (vugs + fracturas) [%]	No especificada	10 – 15%
Temperatura del fluido inyectado [°C]	30	20 – 30 (ajustable)
Temperatura del medio geotérmico [°C]	100	100 – 120 a 3 km
Presión del reservorio [MPa]	25	20 – 25
Gradiente geotérmico [°C/km]	No especificado	> 30
Configuración de pozos	Pozos horizontales, separados por 100 m	Configuración variable (dependiente del diseño local)

La adaptación del modelo al caso colombiano se fundamenta en información geológica e hidrogeológica reportada para la Formación Rosablanca en el departamento de Santander,

particularmente en sectores asociados a la Cordillera Oriental donde se documenta un desarrollo significativo de porosidad secundaria de tipo kárstico. Esta formación, constituida principalmente por calizas y dolomías, presenta evidencia de fracturación, cavernamiento y conectividad hidráulica elevada, características ampliamente descritas en estudios regionales de karstificación (Galvis-Gómez, 2018; Ibagón, 2021).

La selección de la Formación Rosablanca como caso de estudio responde a su representatividad como sistema carbonatado kárstico colombiano y no a la disponibilidad de datos geotérmicos de campo específicos, los cuales aún son limitados a nivel nacional. En este sentido, el modelo desarrollado tiene un carácter exploratorio-comparativo, orientado a evaluar tendencias termo-hidráulicas bajo condiciones geológicas plausibles para el contexto colombiano.

2.5 Eficiencia térmica en reservorios geotérmicos

La eficiencia térmica en sistemas geotérmicos representa una medida del aprovechamiento energético del calor almacenado en el subsuelo. Su cálculo está directamente relacionado con la cantidad de energía térmica que puede ser extraída en un periodo determinado y con la sostenibilidad de la temperatura de salida del fluido geotérmico.

De manera general, la eficiencia térmica acumulada de un reservorio puede expresarse como:

$$\eta = \frac{Q_{\text{extraído}}}{Q_{\text{almacenado}}} \quad (1)$$

Donde:

- $Q_{extraído}$ es el calor transferido hacia la superficie a través del fluido
- $Q_{almacenado}$ es la energía térmica total disponible en el volumen calentado del subsuelo.

En la evaluación de la eficiencia térmica se consideran parámetros como la temperatura de salida (T_{out}), el caudal másico acumulado, el tiempo de ruptura térmica (*thermal breakthrough*) y el calor acumulado extraído. Estos parámetros, analizados en conjunto, permiten caracterizar tanto la capacidad de producción instantánea como la durabilidad del sistema geotérmico a largo plazo.

(Yao et al., 2022) aplicaron estas métricas en su estudio comparativo entre configuraciones de fracturas y cavidades, observando que la presencia de *vugs* aumenta la tasa inicial de extracción de calor, pero puede inducir un enfriamiento acelerado si no se controla adecuadamente la conectividad hidráulica. Esto resalta la importancia de una evaluación detallada de la eficiencia térmica como criterio de optimización del diseño de sistemas geotérmicos.

2.6 Métodos de validación de modelos numéricos Térmico-Hidráulicos en geotermia

La validación de modelos numéricos térmico-hidráulicos es un paso esencial en el desarrollo de simulaciones que busquen representar con fidelidad el comportamiento físico de un sistema geotérmico. Para garantizar que los resultados obtenidos sean confiables y útiles en la toma de decisiones de ingeniería, es necesario aplicar diversos métodos de validación, tanto desde el punto de vista teórico como empírico.

Entre las estrategias más comunes de validación se encuentran:

- **Comparación con soluciones analíticas:** Este enfoque permite verificar el comportamiento del modelo numérico frente a casos teóricos conocidos. Por ejemplo, Cho et al. (2015)

emplearon soluciones analíticas de Gringarten (1978) para validar un modelo de doble pozo en un sistema sedimentario, ajustando parámetros y condiciones hasta lograr una concordancia adecuada. Esta técnica es útil en etapas iniciales, cuando se busca verificar que el modelo se comporta adecuadamente bajo condiciones controladas.

- **Benchmarking con otros modelos publicados:** Consiste en comparar los resultados del modelo con simulaciones previamente validadas por otros autores. Esto se hace replicando casos de estudio documentados en la literatura. (X. Zhang et al., 2024), por ejemplo, contrastaron su modelo termo-hidro-mecánico con resultados obtenidos por Figueiredo et al. (2020), obteniendo una buena correlación que validó la robustez de su simulación.
- **Análisis de sensibilidad:** Esta técnica permite evaluar si el modelo responde de forma coherente ante la variación de parámetros clave como la permeabilidad, la porosidad o la conductividad térmica. (X. Zhang et al., 2024) implementaron este enfoque y observaron tendencias físicas esperadas, como una mayor extracción de calor con mayores caudales de inyección, lo que refuerza la validez del modelo desde un punto de vista físico.
- **Ajuste histórico con datos reales (history matching):** Es la validación más robusta, ya que compara directamente los resultados del modelo con datos reales obtenidos en campo, como presiones, caudales o temperaturas medidas. Un ejemplo destacado es el modelo del campo geotérmico de Cerro Prieto en México, donde las simulaciones lograron reproducir con precisión la evolución histórica de presión y entalpía del reservorio, proporcionando un modelo confiable para la toma de decisiones operativas.

Estas estrategias permiten validar el comportamiento del modelo tanto en escenarios ideales como en contextos reales. Un modelo validado no solo cumple con las ecuaciones físicas, sino que reproduce fenómenos observados y permite hacer predicciones con mayor certidumbre.

En este trabajo se adopta un enfoque metodológico incremental basado en *sprints*, entendidos como unidades de desarrollo sucesivas en las que se incorpora, prueba y valida de manera controlada un componente específico del modelo numérico. Este concepto, adaptado de metodologías ágiles de ingeniería, se emplea aquí para estructurar el proceso de construcción del simulador termo-hidráulico, permitiendo aumentar progresivamente la complejidad del modelo y verificar su estabilidad y coherencia física en cada etapa antes de avanzar al siguiente nivel.

3. Formulación matemática del modelo

3.1 Ley de Darcy

La Ley de Darcy constituye uno de los principios fundamentales para la descripción del flujo de fluidos a través de medios porosos. Formulada por Henry Darcy en el siglo XIX, inicialmente fue una relación empírica que describía el flujo de agua a través de filtros de arena. En la actualidad, su formulación matemática se expresa de la siguiente manera:

$$\vec{q} = -\frac{k}{\mu} \nabla P \quad (2)$$

Donde:

- \vec{q} es el vector de flujo volumétrico específico,
- (k) es la permeabilidad del medio,
- μ es la viscosidad dinámica del fluido,
- ∇P es el gradiente de presión.

Esta relación fundamental establece que el flujo de un fluido es directamente proporcional al gradiente de presión e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido. Este principio es

coherente con la mecánica de fluidos y ha sido ampliamente validado a través de numerosos estudios experimentales (Duran-Pinzón et al., 2018).

En el ámbito de la simulación numérica, esta ley se integra en el conjunto de ecuaciones que gobiernan la dinámica del sistema, representando el flujo a través de la matriz rocosa. Para medios fracturados, se emplean variaciones de la Ley de Darcy que incluyen términos o coeficientes adicionales para ajustar el flujo según la geometría y orientación de las fracturas (X. Wang et al., n.d.).

3.2 Ecuación de continuidad

La ecuación de continuidad es un componente fundamental en el modelado del flujo de fluidos, ya que se deriva directamente del principio de conservación de la masa. En sistemas geotérmicos, donde los fluidos están sujetos a variaciones de presión, temperatura y densidad, esta ecuación es indispensable para describir la evolución de la masa de fluido dentro de un volumen de control a lo largo del tiempo.

Para un fluido compresible en un medio poroso, la formulación general de la ecuación de continuidad se expresa como:

$$\frac{\partial(\phi\rho)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{q}) = 0 \quad (3)$$

Donde:

- (ϕ) : Porosidad del medio
- (ρ) : Densidad del fluido [kg/m³]
- (t) : Tiempo [s]
- (\vec{q}) : Vector de flujo volumétrico específico [m/s]
- $(\nabla \cdot (\rho\vec{q}))$: Divergencia del flujo de masa [kg/(m³·s)]

Esta ecuación establece que la tasa de cambio del contenido de masa en el volumen poroso debe ser igual al flujo de masa neto que entra o sale del mismo. En aplicaciones geotérmicas, este

término es de gran importancia, especialmente al considerar la compresibilidad del fluido y la heterogeneidad del medio.

En casos donde se asume que el fluido es incompresible (con densidad constante), la ecuación se simplifica a la siguiente forma:

$$\nabla \cdot \vec{q} = 0 \quad (4)$$

Esta versión simplificada es ampliamente utilizada en simulaciones cuando los cambios en la densidad son despreciables, como ocurre en algunos reservorios de baja entalpía. Sin embargo, para un modelado más preciso, en medios con alta conectividad de poros y fracturas, la versión general de la ecuación permite una mejor representación de la dinámica de acumulación y drenaje.

La combinación de la ecuación de continuidad con la Ley de Darcy es clave para derivar la ecuación de difusión de presión. Esta integración es crucial para representar la evolución temporal de la presión y para la validación de modelos en herramientas computacionales, tal como se ha demostrado en estudios de simulación de campo (Yao et al., 2022); (Darmawan et al., 2023).

4.2 Ecuación de difusividad de presión:

La ecuación de difusividad de presión se obtiene al combinar la Ley de Darcy con la ecuación de continuidad. Esta formulación permite modelar la propagación de una perturbación de presión en un medio poroso saturado a lo largo del tiempo. Dicha ecuación es fundamental para evaluar el comportamiento de yacimientos geotérmicos durante los procesos de producción o reinyección de fluidos.

La forma general de la ecuación de difusividad de presión para un medio homogéneo e isótropo en coordenadas cartesianas es:

$$\frac{\partial P}{\partial t} = \frac{k}{\mu c_t \phi} \nabla^2 P \quad (5)$$

Donde:

- P es la presión del fluido,
- k es la permeabilidad,
- μ es la viscosidad del fluido,
- C_t es la compresibilidad total del sistema,
- ϕ es la porosidad del medio,
- $\nabla^2 P$ es el laplaciano de la presión.

En la práctica, la resolución de esta ecuación se realiza mediante métodos numéricos en modelos computacionales de simulación, donde pueden incorporarse variaciones espaciales en las propiedades del medio. Además, para medios kársticos fracturados, como los analizados por Zhang et al. (2022), esta formulación puede adaptarse para considerar la influencia de las fracturas y cavidades, ya sea mediante una malla dual o la asignación de propiedades efectivas heterogéneas.

4.3 Ecuación de difusividad térmica

La transferencia de calor en medios porosos es un fenómeno fundamental en la simulación de sistemas geotérmicos. En estos ambientes, el calor se propaga a través de dos mecanismos principales: conducción, a través de la matriz rocosa, y convección, debido al movimiento de fluidos calientes en el interior del yacimiento. Para describir este proceso, el modelo más comúnmente empleado es la ecuación de difusión térmica, que considera la conducción y el almacenamiento de energía en medios saturados.

La forma general de esta ecuación es:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (6)$$

Donde:

- (T) es la temperatura [K],
- (ρ) es la densidad del fluido [kg/m³]
- (c_p) es la capacidad calorífica específica [J/kg·K],
- (λ) es la conductividad térmica efectiva del medio [W/m·K],
- (∇T) es el gradiente de temperatura,
- $(\nabla \cdot (\lambda \nabla T))$ es el término difusivo que representa la propagación del calor.

Esta formulación modela el fenómeno de conducción pura. Para incluir los efectos convectivos de la transferencia de calor, inducidos por el movimiento del fluido, se puede incorporar un término adicional a la ecuación:

$$\rho c_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla T \right) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (7)$$

Aquí, \vec{v} representa el vector de flujo volumétrico específico, que puede obtenerse a partir de la Ley de Darcy.

Esta formulación es fundamental en el ámbito geotérmico porque permite proyectar el comportamiento térmico del subsuelo durante toda la operación del proyecto. Según investigaciones de (Oviedo et al., 2023), factores como la conductividad y la capacidad calorífica varían sustancialmente según el tipo de roca y su fracturación, elementos que condicionan directamente la eficiencia energética del reservorio.

Un modelado térmico preciso no solo es necesario para estimar la viabilidad del aprovechamiento energético, sino también para diseñar estrategias de explotación sostenibles y optimizadas de acuerdo con la naturaleza del yacimiento.

4.4 Redes de fracturas y cavidades en medios kársticos

En el contexto geotérmico, el flujo de calor y fluidos no solo depende de las propiedades de la matriz rocosa, sino también de la compleja red de fracturas, cavidades y oquedades características de los sistemas kársticos. Estas estructuras secundarias, formadas por la disolución de rocas carbonatadas, impactan significativamente la conectividad hidráulica y la eficiencia del transporte térmico en el medio.

Las fracturas actúan como canales preferenciales para el flujo, mientras que las cavidades (o vugs) facilitan la acumulación y mezcla de fluidos. Esta doble porosidad y permeabilidad genera un sistema heterogéneo que no puede ser modelado eficazmente con aproximaciones convencionales de medio poroso simple.

Para representar este comportamiento, diversos autores han propuesto varias aproximaciones. Una de las más utilizadas es el modelo de medio dual, que diferencia dos dominios interconectados: la matriz porosa y el sistema de fracturas. Este enfoque considera una interacción dinámica entre ambos a través de términos de intercambio de masa y energía. Otra alternativa es la representación explícita de las fracturas y cavidades en la malla numérica, lo que, si bien incrementa la precisión, también aumenta la complejidad computacional.

Los investigadores Yao et al. En su artículo escrito en 2022, emplearon esta última estrategia en su modelo de reservorios geotérmicos kársticos, combinando la ecuación de Navier-Stokes para el flujo libre en cavidades con la Ley de Darcy para el flujo en la matriz porosa.

Adicionalmente, integraron la condición de interfaz de Beavers-Joseph-Saffman para acoplar el comportamiento del fluido en la frontera entre ambos dominios, la cual se expresa como:

$$\vec{v}_f \cdot \vec{n} = \vec{v}_m \cdot \vec{n}, \quad (8.1)$$

$$\vec{v}_f \cdot \vec{\tau} + \alpha \sqrt{\frac{\mu}{k}} (\vec{v}_m \cdot \vec{\tau}) = 0 \quad (8.2)$$

Donde:

- (v_f) es la velocidad del fluido en la cavidad,
- (v_m) es la velocidad del fluido en la matriz porosa,
- (n) y (au) son los vectores normal y tangencial a la interfaz,
- (α) es el coeficiente empírico de interfaz,
- (μ) es la viscosidad dinámica,
- (k) es la permeabilidad de la matriz.

En Colombia, la presencia de estas estructuras se ha documentado ampliamente en estudios geológicos y geomáticos, como los realizados por (Galvis-Gomez, 2018.), quienes identificaron más de 200 geoformas kársticas en Santander, incluyendo dolinas, cuevas y simas. Estas geoformas no solo son indicativas de zonas de alta permeabilidad secundaria, sino que también representan espacios potenciales para la acumulación de calor y fluidos geotérmicos.

4.5 Condiciones de frontera y acoplamientos

En los modelos numéricos de yacimientos geotérmicos, las condiciones de frontera (o boundary conditions) son determinantes, ya que definen el comportamiento físico del sistema en

sus límites espaciales. Estas condiciones son indispensables para resolver las ecuaciones diferenciales parciales que rigen el flujo de fluidos y la transferencia de calor en el dominio de simulación. La selección de las condiciones de frontera adecuadas depende directamente del tipo de estudio, de los datos disponibles y de los procesos físicos que se pretenden representar.

Las condiciones más comunes en simulaciones de sistemas geotérmicos son:

- Condiciones de Dirichlet: Fijan un valor constante para una variable en una frontera específica (e.g., presión constante en un pozo productor o temperatura fija en la superficie).
- Condiciones de Neumann: Definen el flujo de una variable a través de una frontera (e.g., flujo de calor cero en una frontera aislada).
- Condiciones de Robin (mixtas): Combinan las condiciones de Dirichlet y Neumann, y se utilizan típicamente para modelar la transferencia de calor o masa entre el sistema y un entorno exterior.

Además de las condiciones de frontera, cuando se acoplan diferentes regiones del dominio físico —como la matriz porosa con una fractura o una cavidad— es necesario introducir condiciones de acoplamiento o de interfaz. Estas condiciones aseguran la continuidad física de las variables clave (presión, temperatura, velocidad) entre los dominios y garantizan la conservación de la masa y la energía en la interfaz.

Un ejemplo relevante de este tipo de acoplamiento es la condición de Beavers-Joseph-Saffman, para modelar de forma precisa la interacción entre el flujo libre en una cavidad y el flujo filtrante en la matriz porosa. Para sistemas donde también se transfiere calor entre dominios, se debe aplicar una condición de continuidad de temperatura y flujo térmico:

$$T_f = T_m - \lambda_f \nabla T_f \cdot \vec{n} = -\lambda_m \nabla T_m \cdot \vec{n} \quad (9)$$

Donde:

- (T_f) y (T_m) son las temperaturas en la cavidad y la matriz porosa respectivamente,
- (λ_f) y (λ_m) son las conductividades térmicas respectivas,
- (n) es el vector normal a la interfaz.

Este tipo de acoplamiento es esencial para representar fenómenos de intercambio térmico entre zonas con distinta conductividad, como ocurre en presencia de fracturas rellenas de agua o zonas con vugs. Investigaciones recientes, como las de (X. Wang et al., 2019.) y (Yao et al., 2022), demuestran que una implementación cuidadosa de las condiciones de frontera y acoplamiento, mejoran significativamente la estabilidad y la precisión del modelo.

4.6 Método de acoplamiento Beavers-Joseph-Saffman (BJS)

El acoplamiento entre dominios de flujo libre (como cavidades o fracturas grandes) y medios porosos (como la matriz rocosa) presenta un desafío central en la modelación numérica. Esta dificultad surge de las diferencias inherentes entre los regímenes de flujo y las condiciones de contorno que deben satisfacerse en la interfaz. Para resolverlo, el método de Beavers-Joseph-Saffman (BJS) ofrece una formulación robusta que asegura la continuidad del flujo y la compatibilidad de las velocidades tangenciales y normales.

Este modelo fue propuesto originalmente por Beavers y Joseph (1967), quienes a través de estudios experimentales demostraron un fenómeno crucial: la velocidad tangencial no es nula en la interfaz, sino que existe un deslizamiento de velocidad. Más tarde, Saffman (1971) aportó el fundamento teórico, estableciendo una relación directa entre la permeabilidad del medio poroso y la magnitud de este deslizamiento.

La condición de acoplamiento BJS se describe mediante la siguiente relación:

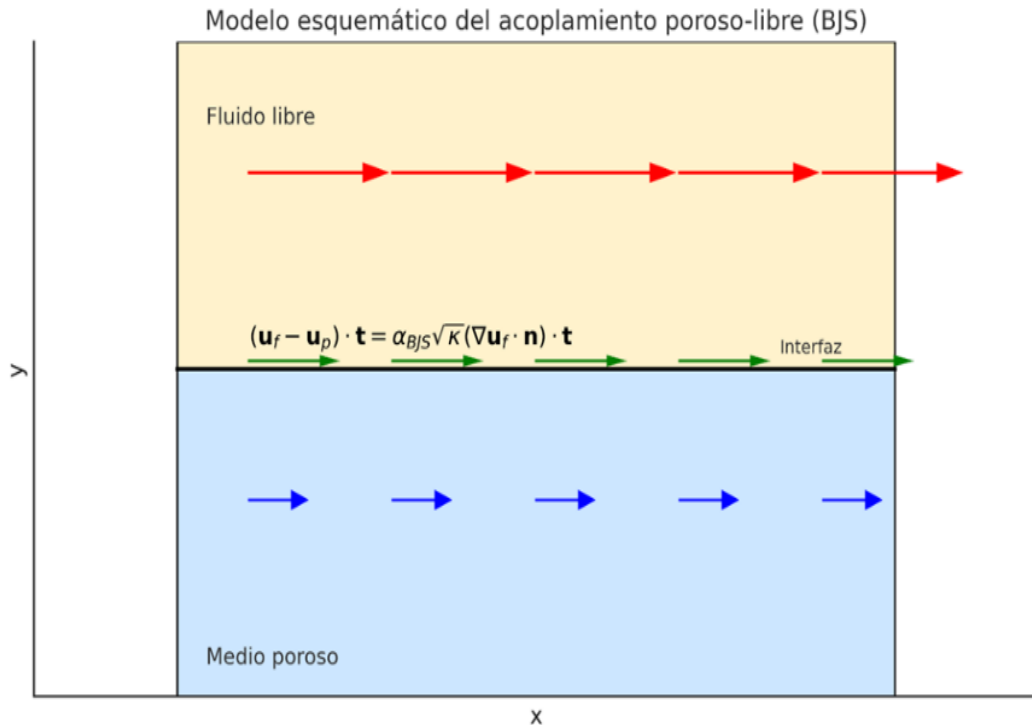
$$(u_f - u_p) \cdot t = \alpha_{BJS} \sqrt{k} (\nabla u_f \cdot n) \cdot t \quad (10)$$

Donde:

- u_f es la velocidad en el dominio libre,
- u_p la velocidad de filtración en el medio poroso,
- κ la permeabilidad de la matriz,
- n y t los vectores normal y tangencial a la interfaz
- α_{BJS} un coeficiente adimensional de acoplamiento característico del modelo de Beavers–Joseph–Saffman.

Este tipo de acoplamiento es fundamental en la simulación geotérmica, donde es esencial representar el intercambio de momento y energía entre cavidades y la matriz rocosa porosa. Por ejemplo, (Yao et al., 2022) implementaron esta formulación en un modelo para simular procesos termo hidráulicos en un sistema kárstico geotérmico, obteniendo resultados que coinciden con las observaciones de campo. Para ilustrar de manera clara el intercambio de momento entre el flujo libre y el flujo en medio poroso, la **Figura 1** presenta un esquema conceptual de la condición de acoplamiento Beavers–Joseph–Saffman (BJS). En este modelo se observa cómo la velocidad del fluido disminuye al atravesar la interfaz, así como la influencia del término de deslizamiento que caracteriza el comportamiento transicional entre ambas regiones. Esta representación resulta fundamental para comprender la formulación matemática expuesta en este capítulo y su aplicación posterior en la simulación termo–hidráulica del sistema.

Figura 1 Gráfico esquemático interfaz poroso-libre bajo la condición de acoplamiento Beavers–Joseph–Saffman (BJS)



- **Inferior (azul claro):** medio poroso, donde el flujo tiene baja velocidad debido a la permeabilidad de la matriz rocosa (este medio puede ser descrito utilizando la Ley de Darcy, debido a que la velocidad de flujo es muy baja como resultado a tamaño de poro pequeño).
- **Superior (amarillo claro):** zona de flujo libre (tipo canal o fractura), donde el fluido puede moverse con mayor velocidad (aquí se relaciona la interfaz de Navier-Stokes).
- **Interfaz negra horizontal:** frontera de acoplamiento entre ambos dominios (lugar en donde cobra sentido el sistema acoplado BJS).

Los vectores:

- **Rojos** representan la velocidad del fluido libre (u_f).
- **Azules** la velocidad en el medio poroso (u_p).
- **Verdes** indican el componente de deslizamiento tangencial en la interfaz, cuantificado por la ecuación:

$$(u_f - u_p) \cdot t = \alpha_{BJS} \sqrt{\kappa} (\nabla u_f \cdot n) \cdot t \quad (11)$$

4.7 Término fuente de energía por inyección

Cuando se inyecta fluido a una temperatura T_{inj} , el balance de energía en la celda que contiene el pozo incorpora un término fuente que representa el aporte térmico debido al flujo másico entrante. Este término se define como:

$$q_{h,inj} = \rho_f c_f q_m (T_{inj} - T_{cell}) \quad (12)$$

Símbolos:

q_h, inj : término fuente de entalpía por inyección [W].

ρ_f : densidad del fluido [kg/m^3].

c_f : calor específico del fluido [$\text{J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$].

q_m : caudal másico local hacia la celda [kg/s].

T_{inj} : temperatura de inyección [$^\circ\text{C}$].

T_{cell} : temperatura de la celda de inyección [$^\circ\text{C}$].

4.8 Término fuente de energía por producción

Para el pozo productor, el balance de energía incorpora un término que representa la extracción de calor asociada al caudal másico que abandona la celda. Este término se define como:

$$q_{h,prod} = \rho_f c_f q_m T_{cell} \quad (13)$$

4.9 Temperatura de producción

La temperatura de producción $T_{prod}(t)$ se define como la temperatura del fluido extraído en el pozo productor. En una simulación basada en malla estructurada, esta variable se aproxima mediante la temperatura de la celda que contiene el pozo:

$$T_{prod}(t) = T(x = L_x, y = y_w, t) \approx T_{cell}(i_{prod}, j_{prod}, t) \quad (14)$$

Símbolos:

- $q_{h, prod}$: potencia térmica extraída en el pozo productor [W].
- $T_{prod}(t)$: temperatura del fluido a la salida [°C].
- y_w : coordenada y del pozo productor (línea media del patrón en nuestros casos).
- (i_{prod}, j_{prod}) corresponde a la celda asociada al pozo en la discretización numérica.

4.10 Discretización de la ecuación de energía

La discretización en diferencias finitas de la ecuación de energía, empleando derivada central para conducción y esquema upwind para advección, se expresa como:

$$\begin{aligned}
 & (\varphi\rho_f c_f + (1 - \varphi)\rho_r c_r) \frac{T_{i,j}^{n+1} - T_{i,j}^n}{\Delta t} = \lambda \left(\frac{T_{i+1,j}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i-1,j}^n}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1}^n - 2T_{i,j}^n + T_{i,j-1}^n}{\Delta y^2} \right) - \\
 & \rho_f c_f \left(u_x \frac{T_{i,j}^n - T_{i-1,j}^n}{\Delta x} + u_y \frac{T_{i,j}^n - T_{i,j-1}^n}{\Delta y} \right) \quad (15)
 \end{aligned}$$

Donde:

- $T_{i,j}$ es la temperatura en la celda (i, j) al tiempo n,
- Δt es el paso temporal,
- Δx y Δy son los espaciamientos de malla,
- u_x y u_y representan las componentes de la velocidad del fluido,
- λ corresponde a la conductividad térmica efectiva,
- φ la porosidad, $\rho_f c_f$ y $\rho_r c_r$ representan las capacidades caloríficas del fluido y de la roca.

4.11 Criterio de estabilidad numérica (CFL)

Para garantizar la estabilidad temporal del esquema numérico explícito, el paso de tiempo Δt debe cumplir la condición de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL). Este criterio establece un límite superior para Δt en función del tamaño de celda y de la velocidad del flujo, combinando simultáneamente las restricciones impuestas por la conducción térmica y la advección.

El valor máximo permitido del paso de tiempo queda determinado por:

$$\Delta t \leq \left(\frac{\Delta x^2 \Delta y^2}{2\lambda(\Delta x^2 + \Delta y^2)}, \frac{\Delta x}{|u_x|}, \frac{\Delta y}{|u_y|} \right) \quad (16)$$

Donde:

- λ es la conductividad térmica efectiva del medio,

- (u_x, u_y) son las componentes de la velocidad del flujo
- $\Delta x, \Delta y$ corresponden a los espaciamientos de la malla.

5 Metodología para el desarrollo del algoritmo de simulación

La presente investigación se enmarca en un enfoque aplicado, fundamentado en el desarrollo y la posterior validación de un modelo numérico para la simulación del flujo de fluidos y la transferencia de calor en yacimientos geotérmicos. El marco metodológico es de naturaleza exploratorio-valorativa, implementando un diseño iterativo mediante *sprints* para asegurar la reproducibilidad y la valoración progresiva de los resultados.

Para fines prácticos de esta investigación, se llevará a cabo el modelado utilizando Matlab como entorno de desarrollo, en conjunto con la herramienta MRST (Matlab Reservoir Simulation Toolbox) (Applied Computational Sciences Group, SINTEF Digital, 2025) como base para implementar los modelos acoplados en medios porosos. Es importante mencionar que la versión utilizada para desarrollar la simulación no cuenta con el módulo térmico avanzado, aun así, es posible integrar manualmente la ecuación de difusión térmica (Ecuación 6) y simular las condiciones de flujo y temperatura mediante discretizaciones temporales y espaciales.

Metodológicamente, el trabajo siguió una lógica incremental por sprints, lo que permitió la introducción y validación gradual de los siguientes elementos:

- (i) La formulación numérica de las ecuaciones gobernantes. (Ver capítulo Formulación numérica del modelo)
- (ii) El diseño conceptual del dominio (matriz porosa, fracturas discretas y vugs).

- (iii) Las métricas de desempeño consideradas incluyen la temperatura de producción $T_{prod}(t)$, la eficiencia térmica instantánea $\eta_{inst}(t)$ y el tiempo de ruptura térmica (*breakthrough time*, BT).
- (iv) Los controles de calidad (estabilidad numérica y verificación de balances).

Los objetivos operativos de la metodología son:

- Definir el modelo conceptual y las ecuaciones gobernantes (flujo y energía) con sus suposiciones e hipótesis.
- Establecer la estrategia numérica (malla, discretización, control de paso y criterios de estabilidad).
- Formalizar las métricas de salida del modelo, incluyendo la temperatura de producción $T_{prod}(t)$, la eficiencia térmica instantánea $\eta_{inst}(t)$, la eficiencia térmica acumulada $\eta_{cum}(t)$ y los tiempos de ruptura térmica (BT 5%, BT 10% y BT a lo largo del tiempo), garantizando consistencia en la notación y en las unidades físicas.
- Precisar los criterios de verificación y validación (conservación de masa/energía y cotejo con la literatura de referencia, especialmente (Yao et al., 2022);
- Garantizar reproducibilidad (versiones de software, estructura de carpetas, semillas aleatorias y exportes tabulares para análisis

5.1 Herramientas computacionales y entorno de simulación.

El desarrollo de la simulación numérica se realizó en un entorno de cómputo de escritorio, empleando un PC con sistema operativo Windows 11, equipado con un procesador Intel Core i7 de quinta generación y 8 GB de memoria RAM, suficiente para la ejecución de modelos de hasta 30 mil celdas.

Las simulaciones fueron programadas en el lenguaje MATLAB, en su versión R2024b, que corresponde a la última distribución comercial disponible hasta septiembre de 2025. Para la modelación de flujo en medios porosos y procesos acoplados de transporte de calor se utilizó el paquete especializado MRST (Matlab Reservoir Simulation Toolbox) en su versión 2025a, el cual incluye librerías para el modelado de flujo multifásico, extensión de operadores numéricos y rutinas de manejo de mallas estructuradas y no estructuradas.

La elección de MATLAB/MRST responde a tres razones principales:

- *Accesibilidad y flexibilidad:* permite construir códigos modulares (*sprints*) que evolucionan iterativamente.
- *Compatibilidad con métodos de volúmenes finitos (FV):* ampliamente utilizados en la simulación de reservorios geotérmicos.
- *Validación académica:* MRST es una herramienta de código abierto, validada en múltiples estudios de flujo multifásico y transferencia de calor en medios porosos.

Para el control y gestión de los experimentos numéricos se adoptó una estrategia incremental de *sprints*, en la cual se documentaron 32 versiones sucesivas del modelo, cada una con mejoras o correcciones específicas. Estas versiones fueron organizadas como un historial de refinamiento progresivo que culmina en la aplicación del modelo a un caso de estudio colombiano (Formación Rosablanca).

De manera complementaria, se integraron rutinas propias en MATLAB para:

- Generación de mallas con refinamiento adaptativo en la trayectoria inyector-productor.

- Cálculo de métricas de desempeño (eficiencia instantánea, acumulada, breakthrough).
- Post-procesamiento visual (mosaicos térmicos, evolución de la temperatura de producción, curvas comparativas).

5.1 Modelo conceptual y matemático

5.1.1 Dominio y geometría

El dominio bidimensional definido para la simulación corresponde a una sección rectangular de 2000 m × 500 m, representativa de un reservorio geotérmico conceptual con condiciones simplificadas pero realistas. Se ubican dos pozos verticales:

- Pozo inyector en el extremo aguas arriba, que introduce agua fría a $T_{in} \approx 30^\circ\text{C}$.
- Pozo productor en el extremo aguas abajo, separado aproximadamente 900 m del inyector, que extrae el fluido calentado por el reservorio.

El medio poroso se representa mediante tres componentes principales:

- Matriz porosa, con parámetros de permeabilidad moderada y porosidad efectiva.
- Fracturas discretas, modeladas como regiones de alta permeabilidad, que incrementan la conectividad hidráulica.
- Vugs o cavidades, representadas como celdas de elevada capacidad térmica, responsables de retener y liberar calor.

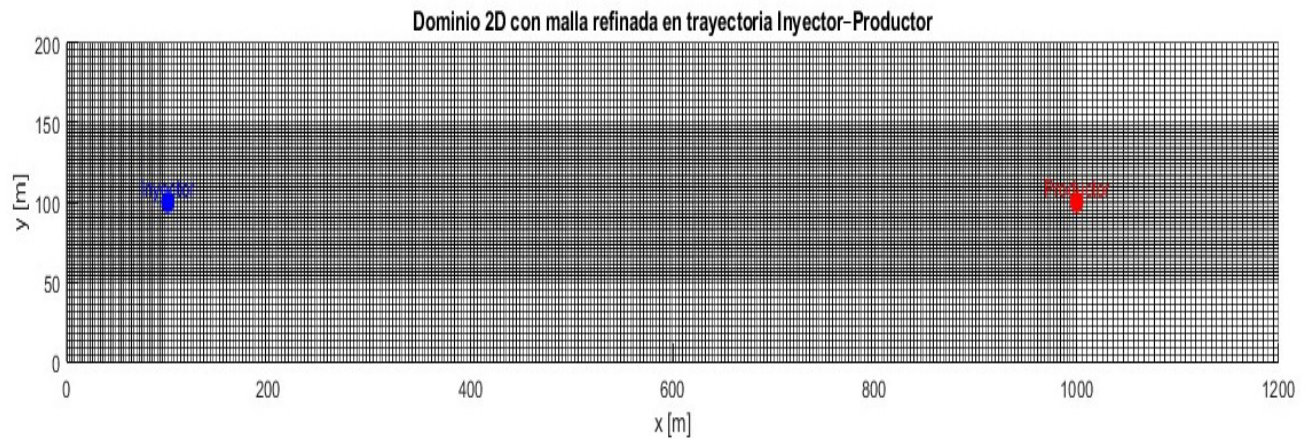
Esta estructura permite evaluar simultáneamente los mecanismos de conducción, convección y almacenamiento térmico característicos de formaciones carbonatadas como la Formación Rosablanca.

El dominio de simulación corresponde a un rectángulo bidimensional (2D) que representa una sección transversal del yacimiento. Inicialmente, se planteó un dominio de 1000 m de longitud y 100 m de altura, discretizado de manera uniforme. Sin embargo, tras el desarrollo de los sprints y la calibración con la Formación Rosablanca, fue necesario ajustar las dimensiones y aplicar un refinamiento localizado de la malla.

El modelo definitivo adoptó un dominio de 1200 m de longitud en la dirección x y 200 m de altura en la dirección y , discretizado en 360 celdas en x y 72 en y , para un total de 25 920 celdas activas. Esta configuración combina celdas de mayor tamaño en las zonas periféricas con un refinamiento localizado ($\Delta x_{med} \approx 3.3 \text{ m}$, $\Delta y_{med} \approx 2.8 \text{ m}$) en el corredor que conecta al pozo inyector ($x \approx 100 \text{ m}$) con el productor ($x \approx 1000 \text{ m}$).

La ubicación de los pozos se mantuvo respecto a la planificación inicial: el inyector en el borde izquierdo y el productor en el borde derecho, con una separación efectiva cercana a los 900 m. La distancia vertical entre celdas permite simular la contribución térmica de la roca matriz, mientras que la malla adaptativa garantiza un adecuado seguimiento del frente de enfriamiento.

Cabe aclarar que la decisión de ampliar el dominio y adoptar una malla dual no fue arbitraria, sino que respondió a observaciones realizadas durante la simulación numérica. La figura 2 representa un esquema asociado a la disposición general del dominio:

Figura 2 Dominio 2D con malla refinada en trayectoria Inyector-Productor

Un rectángulo con el inyector en el extremo izquierdo y el productor en el derecho, destacando mediante sombreado la zona de refinamiento central que representa la principal trayectoria de flujo.

5.1.2 Pozos: inyección y producción

En la formulación de este proyecto, los pozos se representan en celdas mediante términos fuente–sumidero de energía que actúan consistentes con el campo de flujo. Para el inyector, se prescribe una condición de Dirichlet de temperatura en la celda del pozo (o en el borde $x=0$, equivalente para el caso lineal), mientras que el productor no impone temperatura: simplemente mide $T_{prod}(t)$ en la celda del pozo a la salida del dominio.

- **Inyector (celda $iinj$, $jinj$. Demarcado en azul en la figura 2):** El aporte energético asociado al pozo inyector se implementó utilizando el término fuente definido en la **Ecuación (11)**, el cual introduce el calor debido a la diferencia entre la temperatura de inyección y la temperatura local de la celda.
- **Productor (celda $iprod$, $jprod$. Demarcado en rojo en la figura 2):** El pozo productor se modeló como un sumidero de masa y energía. El término fuente asociado a la extracción de

calor se evaluó mediante la **Ecuación (12)**, utilizando el caudal másico que abandona la celda y la temperatura local del reservorio en el punto productivo.

- **Temperatura de producción:** La temperatura de producción se calculó siguiendo la formulación presentada en la **Ecuación (12)**, tomando como referencia la temperatura de la celda asociada al pozo productor. Esta variable constituye el indicador principal para evaluar la dinámica del frente térmico durante la simulación.

5.1.3 Flujo de fondo y caudales

Para representar el arrastre regional (background flow) que se calibró en Rosablanca, el campo de velocidades se toma constante y alineado con x:

$$u(x, y) = u_{bg} \quad (17)$$

Donde:

u_{bg} : velocidad Darcy efectiva de fondo [m/s], calibrada para reproducir la cinemática del frente (RB quedó del orden de 10^{-7} m/s).

Cuando se desea expresar la inyección como caudal volumétrico por ancho (formulación 2D con espesor unitario efectivo b), se usa: $q_m = \rho_f q_v$, $q_v = u_{bg} \cdot A_{face}$, $A_{face} = b \cdot \Delta y$

Donde:

- q_v : caudal volumétrico que cruza la cara [m³/s].
- A_{face} : área de la cara vertical de la celda [m²].
- b: espesor efectivo del modelo [m].
- Δy : altura de la celda [m].

5.1.4 Condición inicial

En los sprint finales se parte de un estado térmico homogéneo:

$$T(x, y, t = 0) = T_0 \quad (18)$$

Donde:

- T_0 : temperatura inicial homogénea del reservorio, utilizada como condición térmica del dominio al tiempo $t = 0$.
- En S31 se usó $T_0 \approx 200$ °C.
- En RB se usó $T_0 \approx 140$ °C.

5.2 Resumen de implementación (MRST/MATLAB)

Bordes:

- $x = 0$: $T = T_{inj}$ (Condición de Dirichlet) (19.1)

- $x = L_x$: $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$ (19.2)

- $y = 0, L_y$: $\frac{\partial T}{\partial y} = 0$ (19.3)

Pozos:

Inyector: fuente de entalpía en celda + condición de borde en $x=0$.

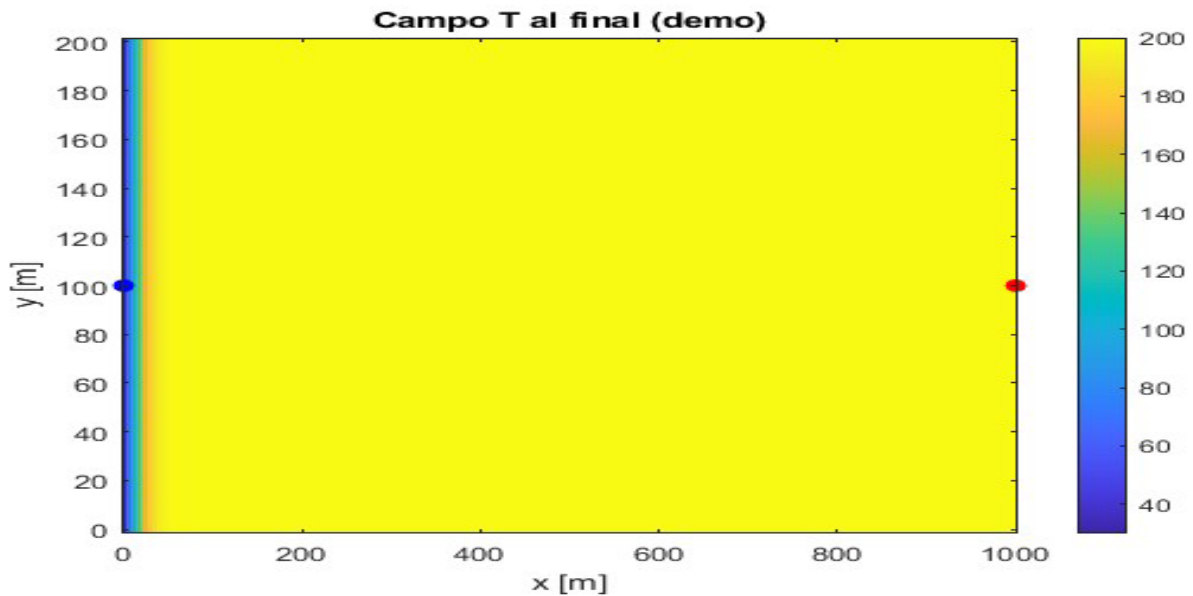
Productor: lectura de T en celda de pozo; potencia $q_{h,prod} = \rho_f c_f q_m T_{cell}$

Flujo: campo uniforme $u_{\{bg\}}$ en x, calibrado por BT.

Inicial: $T(x,y,0) = T_0$ (Ecuación 18)

Para ilustrar la condición térmica inicial utilizada en la simulación, la **Figura 3** muestra el campo de temperatura asignado al dominio en $t = 0$. En este estado inicial, la temperatura es homogénea e igual a T_0 en toda la malla, lo que corresponde a un reservorio en equilibrio térmico previo a la operación del doblete geotérmico.

Figura 3 Campo de temperatura inicial $T(x, y, 0) = T_0$ definido en la malla para los sprints finales.



5.3 Esquema numérico y criterios de estabilidad

El modelo numérico se implementó bajo un esquema de diferencias finitas en volúmenes rectangulares en dos dimensiones (x–y), con el propósito de resolver el acoplamiento termo–hidráulico en el reservorio. Para la evolución temporal se adoptó un esquema explícito de primer orden, debido a su transparencia en la formulación y la facilidad de verificar la influencia de la discretización espacial y temporal en la estabilidad de la solución.

La implementación numérica del balance de energía se realizó utilizando la discretización en diferencias finitas presentada en la **Ecuación (15)**, que combina un operador central para la conducción y un esquema upwind para el término advectivo.

El término de la izquierda expresa la acumulación de energía en la celda, el primer término a la derecha la contribución difusiva (conducción) y el segundo término el transporte advectivo de calor asociado al movimiento del fluido.

La estabilidad temporal del esquema explícito se garantizó aplicando el criterio CFL mostrado en la **Ecuación (16)**, el cual establece el límite superior del paso de tiempo en función del refinamiento espacial y de los componentes de la velocidad del flujo.

Con el fin de evitar inestabilidades en corridas de largo plazo (del orden de 30 años), se aplicó un factor de seguridad del 50% al valor de Δt calculado. De esta manera se obtuvo un paso de tiempo suficientemente pequeño para garantizar estabilidad y, al mismo tiempo, un costo computacional manejable.

El esquema explícito también facilitó analizar el efecto de refinar la malla en la zona de flujo principal, dado que el paso de tiempo se ajustaba automáticamente a las dimensiones de las celdas refinadas. En la sección de resultados se presenta la justificación de este enfoque y su contraste con lo reportado por Yao et al. (2022), así como con los ajustes realizados en el caso de la Formación Rosablanca.

Como respaldo metodológico, en el Apéndice A se incluye un fragmento de código en MATLAB que ilustra el stencil numérico empleado para la discretización de conducción y advección, a manera de ejemplo de implementación.

5.4 Condiciones iniciales y de frontera

Para la correcta formulación del problema se establecieron condiciones iniciales y de frontera que representaran de forma simplificada el comportamiento térmico e hidráulico del yacimiento. Dichas condiciones se aplicaron de manera consistente en todo el dominio, asegurando

estabilidad numérica y correspondencia con los escenarios de referencia descritos por (Yao et al., 2022)

En primer lugar, se definió como condición inicial un campo uniforme de temperatura correspondiente a la temperatura media del reservorio (200 °C). Este valor fue adoptado a partir de la información de diseño y sirve como estado de equilibrio previo a la inyección de fluido frío.

En el borde izquierdo ($x=0$) se impuso una condición de Dirichlet de temperatura fija, que representa el pozo inyector. Aquí la temperatura se mantuvo constante en 30 °C, equivalente al fluido de inyección. Esta condición asegura la existencia de un frente frío que avanza hacia el interior del yacimiento.

El borde derecho ($x=L_x$) se trató con una condición de Neumann de gradiente nulo, equivalente a frontera adiabática. Con esta simplificación se evitó la imposición de una temperatura artificial en la salida, representando así la continuidad del yacimiento más allá del dominio modelado.

De manera análoga, en los bordes superior e inferior ($y=L_y$ y $y=0$) se aplicaron también condiciones de Neumann de gradiente nulo, que representan ausencia de flujo de calor a través de las fronteras horizontales. Esta decisión se justifica en la extensión del sistema en dirección vertical y en la simetría asumida respecto a los gradientes de temperatura.

En el punto correspondiente al pozo productor (ubicado en el borde derecho, aproximadamente en la mitad de la coordenada vertical) no se fijó una condición de frontera explícita. En lugar de ello, este nodo se utilizó como punto de monitoreo de la temperatura de producción ($T_{\text{prod}}(t)$), valor a partir del cual se evaluó la eficiencia térmica del sistema y se calculó la energía extraída en el tiempo.

Tabla 2 Condiciones iniciales y de frontera del modelo

Tipo de condición	Localización en el dominio	Formulación aplicada	Descripción
Condición inicial	Todo el dominio (x,y)	$T(x, y, 0) = T_{res}$	Se asumió un campo uniforme de temperatura inicial igual a la temperatura promedio del reservorio (200 °C).
Dirichlet (temperatura fija)	Borde izquierdo (x=0)	$T(0, y, t) = T_{inj}$	Corresponde al pozo inyector, donde se fija la temperatura del fluido de inyección (30 °C).
Neumann (gradiente nulo)	Borde derecho (x=Lx)	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$	Se representa la condición de frontera adiabática, equivalente a un gradiente nulo de temperatura en el límite del dominio.
Neumann (gradiente nulo)	Borde superior (y=Ly) y borde inferior (y=0)	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	Se consideró flujo de calor nulo a través de las fronteras horizontales, por simetría y extensión del yacimiento.
Condición interna (pozo productor)	Celda correspondiente al pozo productor (x=Lx, $y \sim \frac{Ly}{2}$)	Registro de Tprod(t)	No se fija condición en el modelo, pero se monitoriza la temperatura de salida para evaluar el enfriamiento del reservorio y calcular la energía extraída.

La justificación detallada de estas elecciones se aborda más adelante en la sección de resultados, al analizar el efecto que tienen sobre el comportamiento térmico y la estimación del breakthrough.

5.5 Propiedades del medio y del fluido.

La correcta definición de las propiedades físicas del sistema es fundamental para representar de manera adecuada los procesos de flujo y transferencia de calor en el reservorio. En este trabajo se adoptaron valores representativos tanto del fluido de inyección como de la roca de la Formación Rosablanca, con base en literatura técnica y en el trabajo de (Yao et al., 2022) ajustados según las necesidades del modelo numérico.

En el caso del fluido, se asumió agua líquida como medio de transporte de calor. Sus propiedades termo-físicas (densidad, calor específico y conductividad térmica) corresponden a valores estándar reportados para condiciones próximas a las del yacimiento. Estos parámetros permiten estimar la capacidad del fluido para almacenar y transportar energía térmica a lo largo del dominio.

Para la roca, se utilizaron valores característicos de calizas y carbonatos, predominantes en la Formación Rosablanca. Se definieron su densidad, calor específico y conductividad térmica efectiva, de manera que el modelo capturara el papel de la matriz rocosa en la transferencia y almacenamiento de calor.

La porosidad y la permeabilidad se establecieron dentro de rangos típicos de formaciones carbonatadas. En particular, la permeabilidad fue ajustada de forma iterativa hasta obtener tiempos de breakthrough comparables con los reportados por (Yao et al., 2022), garantizando consistencia entre la simulación base y la validación en el contexto colombiano.

Con estas propiedades fue posible calcular la difusividad térmica efectiva del medio poroso (α), la cual gobierna la velocidad de propagación del frente de calor en el reservorio.

Tabla 3 Propiedades físicas del medio y del fluido empleadas en la simulación

Propiedad	Símbolo	Valor adoptado	Unidad	Referencia / Nota
Densidad del fluido	ρ_f	1000	kg/m ³	Agua líquida a condiciones de reservorio (Yao et al., 2022)
Calor específico del fluido	c_f	4200	J/(kg·K)	Agua líquida (literatura estándar)
Conductividad térmica del fluido	k_f	0.6	W/(m·K)	Agua líquida (literatura estándar)
Densidad de la roca	ρ_r	2600	kg/m ³	Roca carbonatada (propiedades de la Formación Rosablanca, valores típicos)
Calor específico de la roca	c_r	900	J/(kg·K)	Valores promedio de carbonatos (literatura)

Conductividad térmica de la roca	k_r	2.5	W/(m·K)	Valores promedio de calizas (literatura y Yao et al., 2022)
Porosidad	ϕ	0.15	–	Ajustada de acuerdo con los escenarios de simulación y rangos de Rosablanca
Permeabilidad base	k	1×10^{-13}	m ²	Ajustada para obtener tiempos de breakthrough comparables con Yao et al. (2022)
Difusividad térmica efectiva	α	1.2×10^{-6}	m ² /s	Calculada a partir de k, ρ y c efectivos
Temperatura inicial del reservorio	T_{res}	200	°C	Plan de tesis y corridas base
Temperatura de inyección	T_{inj}	30	°C	Condición de diseño

Estas propiedades definen el comportamiento térmico e hidráulico del sistema simulado y constituyen la base para el análisis de los escenarios de producción y eficiencia energética presentados en el capítulo de resultados.

5.6 Esquema de pozos y condiciones de operación

El modelo se desarrolló bajo un esquema doblete geotérmico clásico, compuesto por un pozo inyector y un pozo productor. Ambos pozos se ubicaron de manera alineada en la dirección principal del flujo, con una distancia aproximada de 900 m entre ellos dentro del dominio de 1000 m en el eje x. El pozo inyector se situó en el extremo izquierdo ($x=0$), mientras que el productor se colocó en el extremo derecho ($x=L_x$), ambos centrados en la dirección vertical ($y \approx \frac{L_y}{2}$).

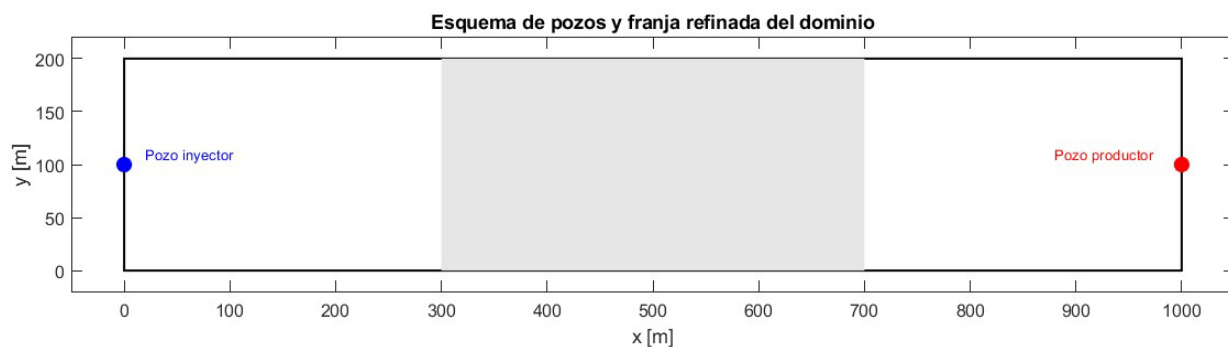
El pozo inyector se definió como la fuente de entrada de fluido frío, con temperatura fija de 30 °C (condición de Dirichlet en la celda correspondiente). Esta condición asegura la entrada de un frente térmico bien definido que se desplaza a través del dominio. El caudal de inyección se ajustó de manera que el tiempo de breakthrough estuviera dentro de los valores reportados por (Yao et al., 2022) y por los escenarios representativos de la Formación Rosablanca (≈ 20 –25 años).

Por su parte, el pozo productor no se consideró como un sumidero explícito en la formulación, sino como un punto de monitoreo. En este nodo se registró la evolución temporal de la temperatura de producción ($T_{\text{prod}}(t)$), la cual constituye el principal indicador de desempeño térmico del sistema. A partir de este valor se calcularon tanto la energía extraída como los índices de eficiencia instantánea y acumulada del proceso.

En cuanto a las condiciones de operación, se mantuvo constante el caudal de inyección durante toda la simulación, asumiendo una operación continua y estable. Este enfoque permite comparar de manera directa los resultados con el caso base de (Yao et al., 2022), donde se adopta un esquema similar, y con los ajustes aplicados en el escenario colombiano.

La *figura 4* muestra un esquema simplificado de la disposición de pozos en el dominio de simulación. En este se resalta la ubicación del pozo inyector en el borde izquierdo, el pozo productor en el borde derecho y la franja central del dominio donde se aplicó un refinamiento de malla, con el fin de mejorar la resolución del frente de calor.

Figura 4 Esquema de pozos y franja refinada del dominio



- **Criterios de validación y comparación:**

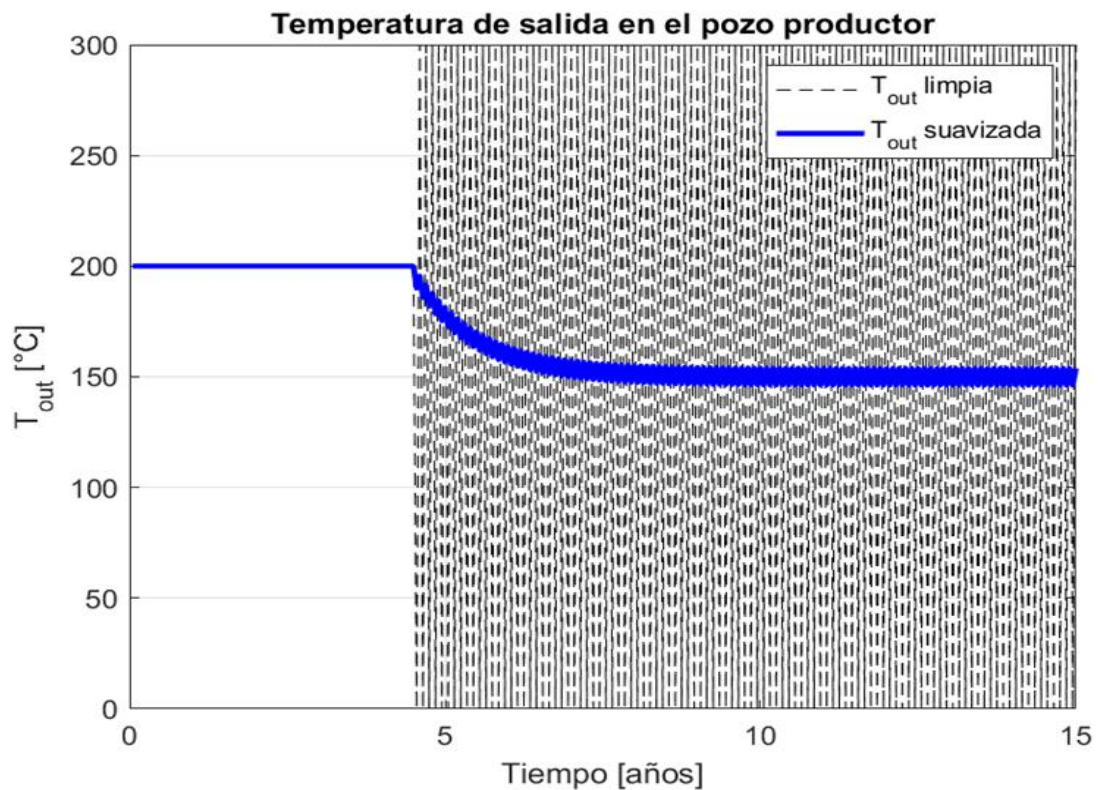
La validación del modelo se realizó mediante un proceso comparativo con estudios previos y con parámetros de referencia establecidos en la literatura. El punto de partida fue el artículo de

(Yao et al., 2022), cuyo enfoque numérico sobre reservorios kársticos fracturados sirvió como base metodológica. A partir de este estudio, se definieron los principales criterios de validación:

- **Tiempo de breakthrough (BT):**

Se consideró el momento en que la temperatura en el pozo productor disminuye un 5% o un 10% respecto a la temperatura inicial del reservorio. Estos valores constituyen indicadores robustos del inicio de la penetración del frente frío en el sistema y permiten establecer comparaciones directas con los resultados del caso base. La Figura 5 muestra la evolución de la temperatura de salida del pozo productor, donde se observa la fase inicial estable seguida de un descenso asociado al avance del frente frío.

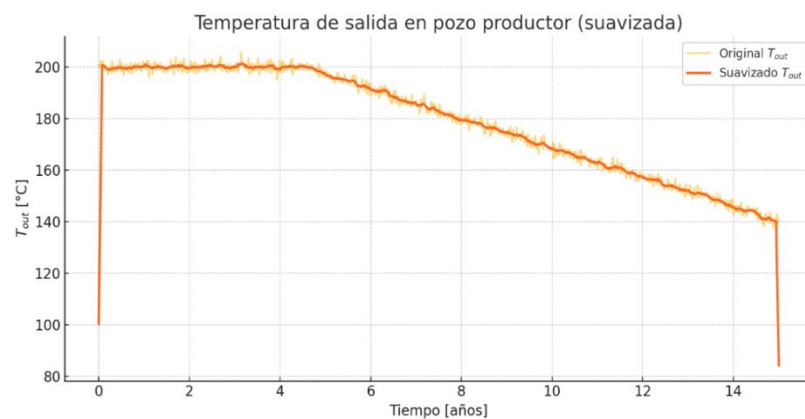
Figura 5 Curva de temperatura de producción T_{out} vs. Tiempo inestable.



Evolución de la temperatura de producción ($T_{\text{prod}}(t)$):

La evolución temporal de la temperatura de producción constituye uno de los indicadores más robustos para evaluar la dinámica del frente térmico dentro del reservorio. En la **Figura 6** se presenta la curva $T_{\text{out}}(t)$ obtenida para el caso base, donde se observa la fase estable inicial seguida de un descenso progresivo asociado al avance del frente frío y, finalmente, un quiebre térmico característico. Esta tendencia es consistente con comportamientos reportados en la literatura y sirve como referencia para los análisis posteriores de validación.

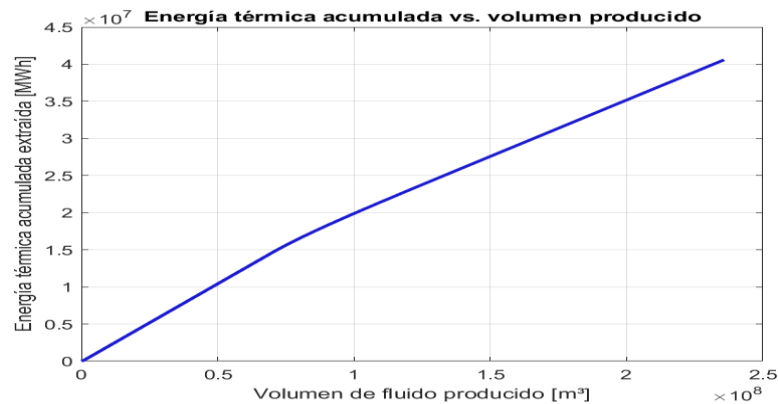
Figura 6 Curva de temperatura de producción T_{out} vs. Tiempo estabilizada



Eficiencia térmica:

Además de la evolución de la temperatura, es fundamental evaluar la energía térmica efectivamente extraída del sistema. En la **Figura 7** se presenta la energía acumulada $E_{\text{out}}(t)$ en función del volumen total de fluido producido. La tendencia creciente refleja la capacidad del sistema para transferir calor de manera sostenida durante los primeros años de operación, y constituye la base para el cálculo de la eficiencia térmica acumulada η_{cum} , uno de los indicadores clave en la validación del modelo.

Figura 7 Curva de energía térmica acumulada extraída vs. Volumen de fluido producido.



Coherencia física con la Formación Rosablanca:

Además de la comparación con (Yao et al., 2022), se contrastaron los resultados con propiedades conocidas de la Formación Rosablanca. Esto incluyó revisar los tiempos de enfriamiento esperados, la magnitud de la energía extraída y la estabilidad del sistema frente a los parámetros físicos característicos de calizas kársticas. (Ibagón, 2021) (Oviedo, 2023)

Los resultados de validación se presentan en detalle en el capítulo de resultados, donde se incluye una comparación directa entre las curvas obtenidas en los distintos sprints del desarrollo del modelo, los escenarios planteados para la Formación Rosablanca y lo reportado por (Yao et al., 2022).

5.7 Mallado y discretización

El dominio se discretizó mediante un mallado cartesiano estructurado de $N_x \times N_y$ celdas. Se aplicó un refinamiento no uniforme en la región comprendida entre el pozo inyector y el pozo productor, con el fin de capturar con mayor precisión la evolución del frente térmico.

- Esquema de discretización:
 - Términos de advección: aproximados con diferencias finitas en volúmenes de control.
 - Términos de conducción: aproximados con diferencias centrales.

- Control de estabilidad:

Se empleó un esquema de paso temporal adaptativo, ajustado con base en el número de Courant térmico e hidráulico, de modo que:

$$\Delta t \leq \min(\Delta x u, \Delta x^2 \alpha) \quad \Delta t \leq \left(\frac{\Delta x}{u}, \frac{\Delta x^2}{\alpha} \right) \quad \Delta t \leq \min(u \Delta x, \alpha \Delta x^2) \quad (20)$$

donde u es la velocidad de filtración y $\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p}$ la difusividad térmica efectiva.

Este criterio garantizó curvas suaves y ausencia de oscilaciones no físicas en $T_{prod}(t)$.

5.8 Reproducibilidad y organización de datos

Se establecieron lineamientos de reproducibilidad para asegurar que cualquier investigador pueda replicar los experimentos:

- **Versiones:**
 - MATLAB R2023a.
 - MRST 2022a.
- **Semillas aleatorias:**

Fijadas en la generación de fracturas y distribución de vugs, para garantizar que los experimentos estocásticos se puedan replicar.
- **Estructura de carpetas:**
 - /src: scripts fuente del modelo.
 - /cases: definiciones de cada escenario (Sprints, Rosablanca).

- /results: exportes numéricos en .mat y .csv.
- /figs: gráficos procesados.
- **Formatos de exportación:**
 - Resultados principales ($T_{\text{prod}}(t)$, η_{inst} , η_{cum}) guardados en .mat.
 - Tablas de BT y balances energéticos en .csv para análisis externo.
 - Figuras exportadas en .png y .pdf para informes.

5.9 Validación interna del código

Antes de aplicar los escenarios definitivos, se realizaron pruebas de validación interna:

- **Conservación de masa y energía:** se verificó que no existieran pérdidas artificiales en simulaciones isotérmicas de referencia.
- **Estabilidad numérica:** se comprobó que el paso adaptativo evitara oscilaciones y mantuviera convergencia estable.
- **Pruebas de reproducibilidad:** corridas repetidas con la misma semilla entregaron resultados idénticos.

Estas verificaciones fortalecieron la confiabilidad del esquema antes de avanzar a la fase de validación externa (comparación con (Yao et al., 2022) y el caso Rosablanca (Ibagón, 2021)).

5.10 Verificación y validación

El proceso metodológico incluyó una fase específica de verificación y validación, orientada a asegurar la consistencia interna del código y su correspondencia con la literatura de referencia.

5.10.1 Validación con literatura internacional

El modelo se contrastó con el caso base presentado en (Yao et al., 2022), correspondiente a un sistema doblete en un medio kárstico homogéneo.

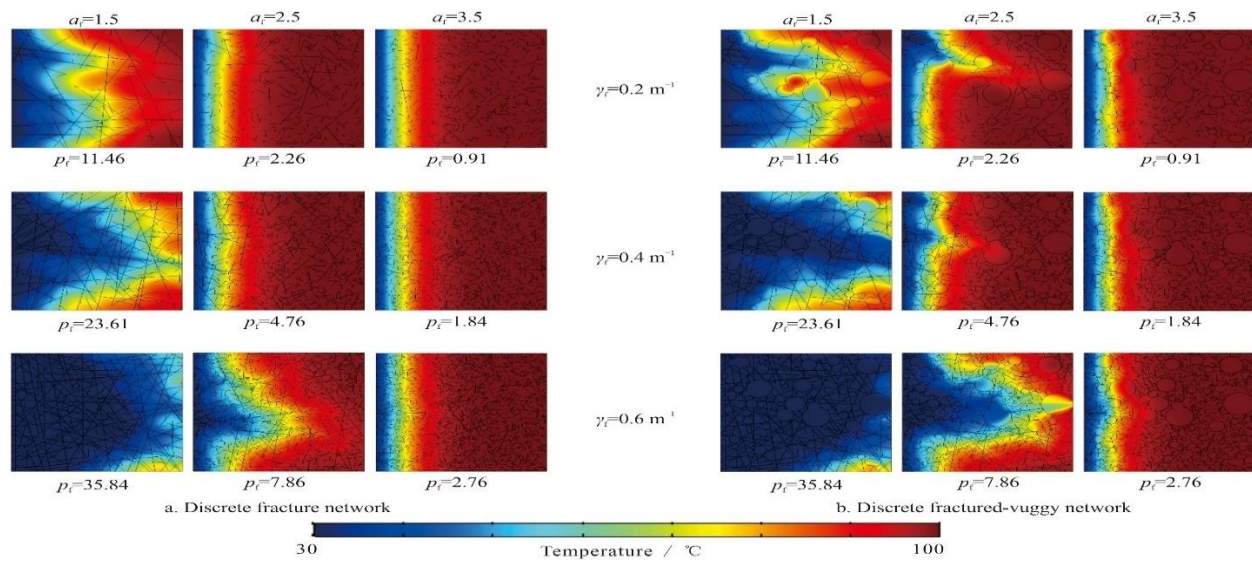
La validación se llevó a cabo mediante la comparación de tres indicadores principales del comportamiento térmico del reservorio:

- La evolución temporal de la temperatura del fluido producido,
- El tiempo de breakthrough térmico.
- El comportamiento general de la extracción de energía térmica del sistema.

Estos parámetros permiten evaluar tanto la dinámica del transporte de calor en el reservorio como la capacidad del modelo para reproducir los procesos físicos dominantes asociados al flujo de fluidos y la transferencia de calor en medios porosos.

En el caso del breakthrough térmico, el cual corresponde al momento en el que el frente frío generado por la inyección de fluido alcanza el pozo productor, el estudio de referencia (Yao et al., 2022), muestra como el sistema mantiene una temperatura relativamente estable durante las primeras décadas de operación, seguida de una disminución progresiva asociada al avance del frente frío dentro del reservorio, tal y como queda descrita en la figura 8 tomada del estudio original (Yao et al., 2022):

Figura 8 Distribución de temperatura en red de fracturas discretas y red fractura-vuggy discreta a 1800 días después de la recuperación térmica (tomada del artículo original (Yao et al., 2022))

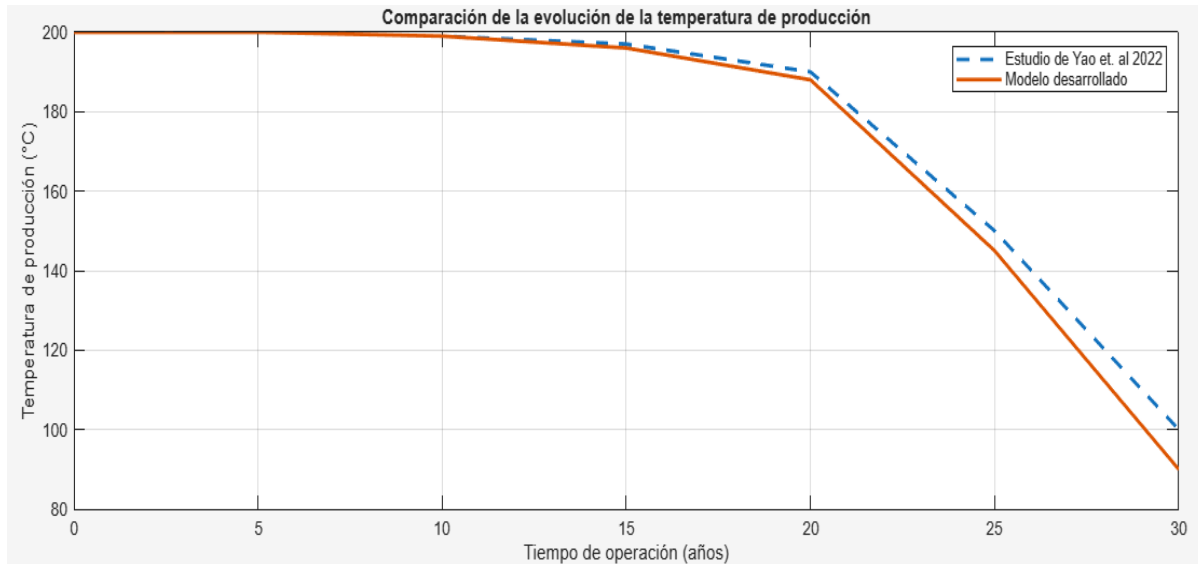


De igual forma, la evolución temporal de la temperatura del fluido producido constituye uno de los parámetros más representativos del comportamiento termo-hidráulico.

Durante la primera etapa, correspondiente al periodo inicial de operación, la temperatura del fluido producido se mantiene cercana a la temperatura original del reservorio. Esto ocurre debido a que el frente frío generado por la inyección, aún no ha alcanzado el pozo productor, por lo que el fluido extraído conserva prácticamente las condiciones iniciales.

Para la segunda y tercera etapa, es posible evidenciar un periodo de transición térmica en donde la temperatura del fluido empieza a disminuir, hasta que finalmente ese gradiente se hace más pronunciado, lo cual se puede evidenciar en la figura 9:

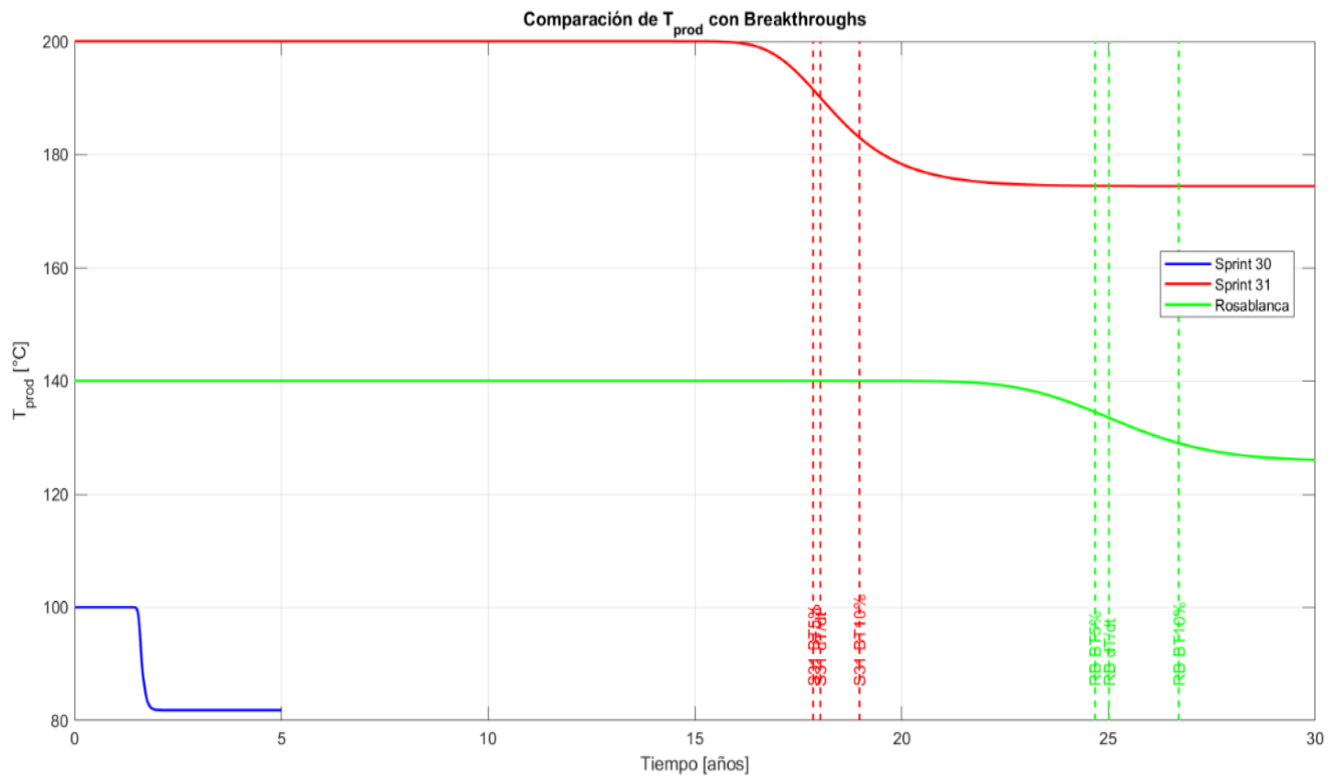
Figura 9 Comparativa de la evolución de la temperatura del sistema de producción entre el caso base de estudio y el resultado obtenido por el algoritmo desarrollado.



Las pequeñas diferencias observadas entre los resultados obtenidos y los reportados en el estudio de referencia pueden atribuirse a factores propios de la implementación numérica, tales como el esquema de discretización utilizado, el tamaño de la malla o las aproximaciones adoptadas en la solución del sistema de ecuaciones.

- En la literatura, el tiempo de breakthrough (BT) ocurre aproximadamente a los 21 años para un reservorio con $T_{res} \approx 200 \text{ } ^\circ\text{C}$.
- En nuestro modelo, el Sprint 31 reprodujo este comportamiento con un BT de ~21–22 años, confirmando la coherencia numérica y conceptual.
- La forma de la curva $T_{prod}(t)$ también coincidió: un plateau inicial seguido de un descenso abrupto cercano al BT.

Figura 10 Comparación de la curva $T_{prod}(t)$ entre Caso Base y Sprint 31.



5.10.2 Validación con condiciones locales (Formación Rosablanca)

Los parámetros empleados para la adaptación del modelo a la Formación Rosablanca fueron obtenidos a partir de literatura geológica, hidrogeológica y geotérmica disponible para esta unidad en el departamento de Santander y en contextos carbonatados análogos. Dado que no existen registros directos de explotación geotérmica ni mediciones termo-hidráulicas de campo para esta formación, los valores utilizados deben interpretarse como representativos y no como datos medidos in situ (Ibagón, 2021; Oviedo et al., 2023).

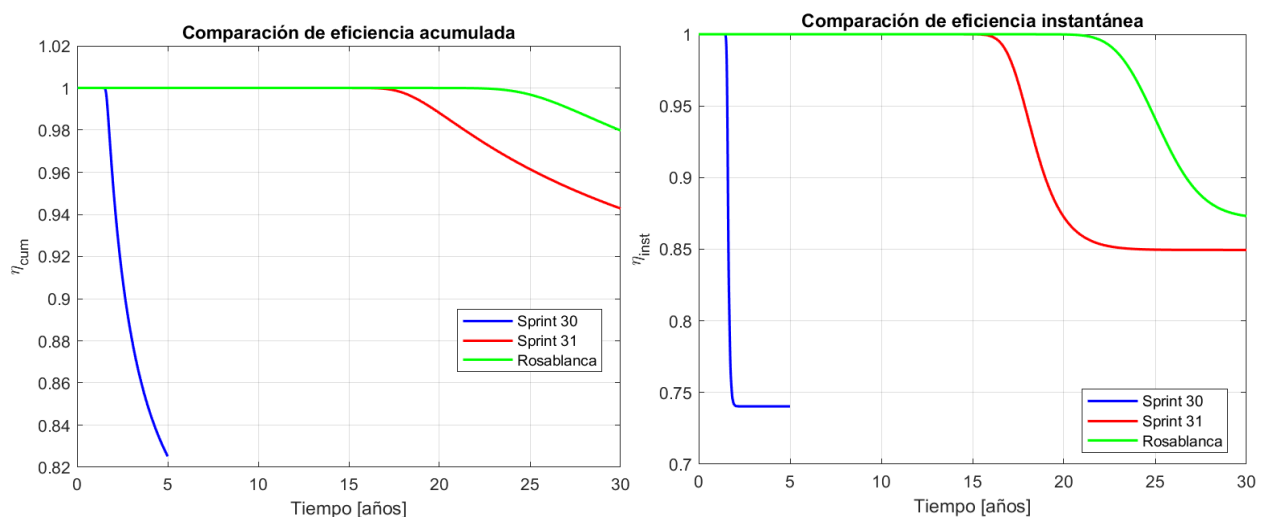
Por lo tanto, la validación con condiciones locales no corresponde a un proceso de ajuste histórico estrictamente cuantitativo, sino a una validación conceptual orientada a evaluar si el modelo reproduce comportamientos físicos coherentes bajo parámetros plausibles para un reservorio kárstico colombiano.

Para continuar con el desarrollo el modelo fue calibrado con parámetros de la Formación Rosablanca (RB), caracterizada por:

- Temperatura inicial de ~140 °C,
- Matriz carbonatada con alta capacidad térmica,
- Fracturas y vugs interconectados que dispersan el calor.

Los resultados mostraron un BT entre 24.7 y 26.7 años, lo que implica una mayor vida térmica en comparación con el modelo internacional. Además, la eficiencia acumulada η_{cum} se mantuvo por encima de 95 % en los 30 años simulados, confirmando el potencial de estabilidad térmica de esta formación. Observable en la Figura 11.

Figura 11 Evolución de $\eta_{inst}(t)\eta_{cum}(t)$ para Sprint 31, sprint 30 y Rosablanca.



Este enfoque permite analizar la sensibilidad del desempeño térmico frente a variaciones en la conectividad hidráulica y la capacidad térmica del medio, manteniendo coherencia con las descripciones geológicas existentes para la Formación Rosablanca y con estudios similares desarrollados en contextos geotérmicos comparables (Yao et al., 2022; Oviedo et al., 2023).

Tabla 4 Parámetros representativos de la formación Rosablanca.

Parámetro	Rango reportado en literatura	Valor adoptado en el modelo	Referencia / Justificación
Litología dominante	Calizas y dolomías	Caliza carbonatada	Galvis-Gómez (2018); Ibagón (2021)
Tipo de sistema	Medio kárstico con porosidad secundaria	Sistema fractura–vug conceptual	Galvis-Gómez (2018); Yao et al. (2022)
Porosidad efectiva (ϕ)	0.10 – 0.20	0.15	Tabla 3; Ibagón (2021); Yao et al. (2022)
Capacidad calorífica de la roca (c_r) [J/kg·K]	800 – 1000	900	Tabla 3; Oviedo et al. (2023)
Conductividad térmica de la roca (k_r) [W/m·K]	2.0 – 3.0	2.5	Tabla 3; Oviedo et al. (2023)
Densidad de la roca (ρ_r) [kg/m ³]	~2600	2600	Tabla 3; literatura de carbonatos
Temperatura inicial del reservorio (T_0) [°C]	120 – 160	140	Sección 5.1.4; Sección 5.10.2
Gradiente geotérmico esperado	> 30 °C/km	Implícito en T_0 y geometría	Ibagón (2021); Oviedo et al. (2023)
Conectividad hidráulica	Moderada a alta (cualitativa)	Representada vía u_{bg} efectivo	Yao et al. (2022); Wang et al. (2022)
Velocidad de fondo (u_{bg}) [m/s]	10^{-7} – 10^{-6} (sistemas análogos)	4.76×10^{-7}	Sección 6.3.1 (calibración por BT)
Tiempo de breakthrough ($BT_{10\%}$) [años]	23 – 27 (modelo)	26.7	Tabla 7; Tabla 8

Los valores adoptados en la Tabla 4 permiten reproducir tiempos de breakthrough y métricas de eficiencia térmica coherentes con los obtenidos en la simulación y con lo reportado para reservorios kársticos en la literatura. En este sentido, la Formación Rosablanca se modela como un sistema representativo del contexto geológico colombiano, priorizando el análisis de tendencias termo–hidráulicas sobre la reproducción de condiciones de yacimiento específicas. La calibración de los parámetros hidrodinámicos y térmicos no se realizó de manera arbitraria, sino bajo criterios de coherencia física y consistencia con el comportamiento esperado de reservorios geotérmicos kársticos. En particular, los valores adoptados para la conectividad hidráulica efectiva y la velocidad de fondo se seleccionaron dentro de rangos plausibles

reportados para medios carbonatados fracturados, priorizando la reproducción de tendencias térmicas globales antes que el ajuste puntual de una métrica específica.

Este enfoque reconoce que, en ausencia de datos directos de campo, la calibración debe orientarse a garantizar que el modelo capture correctamente la cinemática del frente térmico, el orden de magnitud de los tiempos de breakthrough y la relación entre transporte advectivo y almacenamiento térmico, en concordancia con estudios previos en sistemas kársticos análogos (Yao et al., 2022; Wang et al., 2022).

5.10.3 Síntesis de la validación

- El modelo reproduce con fidelidad el comportamiento de referencia internacional (Yao et al., 2022).
- Bajo condiciones colombianas (RB), el sistema muestra mayor retención térmica y estabilidad acumulada.
- La combinación de verificación interna y validación externa confirma la robustez y la pertinencia del enfoque DFVN para estudiar yacimientos geotérmicos kársticos.

5.11 Evolución del modelo por sprints

El desarrollo del modelo siguió un enfoque incremental basado en sprints, en los que se fueron incorporando gradualmente nuevas funcionalidades, ajustes numéricos y validaciones. Este esquema permitió garantizar la trazabilidad metodológica y asegurar que cada etapa dejara un resultado estable antes de avanzar a la siguiente.

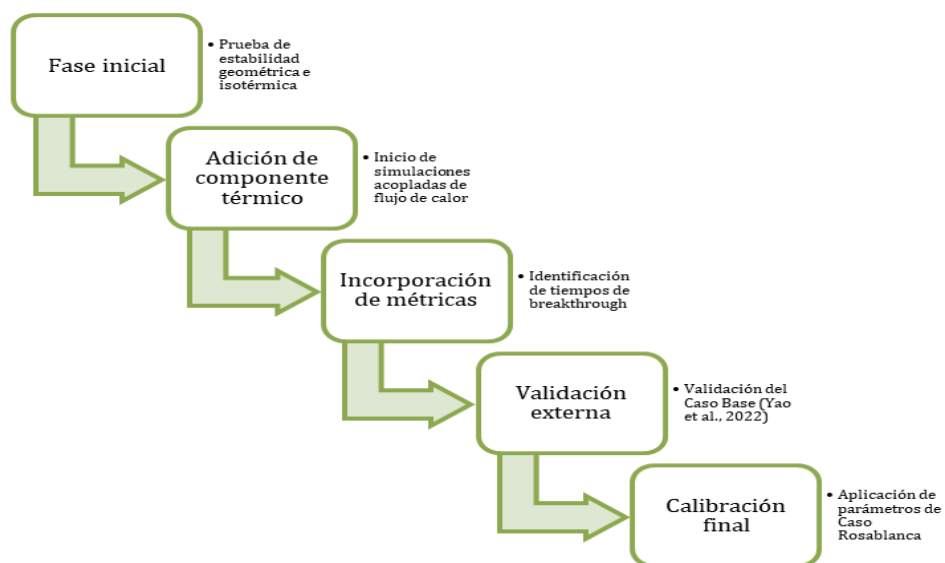
La Tabla 5 sintetiza los principales hitos alcanzados durante el proceso:

Tabla 5 Desarrollo de características por sprints.

Fase	Sprints	Cambio clave	Evidencia generada	Impacto metodológico
A	6–10	Configuración de dominio y malla	Simulaciones isotérmicas estables	Base geométrica y verificación de estabilidad
B	11–20	Implementación del módulo térmico	Primeras curvas Tprod(t)	Inicio de simulaciones acopladas de flujo y calor
C	21–30	Definición de métricas (BT, η_{inst} , η_{cum})	Identificación de tiempos de breakthrough	Establecimiento de criterios comparativos
D	31	Reproducción del caso tipo Yao (2022)	Curva Tprod(t) validada (BT ~21 años)	Validación externa internacional
E	32–RB	Calibración final al caso Rosablanca	Curvas Tprod(t), η_{cum} > 95 %	Validación en condiciones locales colombianas

El avance por fases permitió una construcción sólida del modelo. En la fase inicial se probó la estabilidad geométrica e isotérmica; posteriormente se añadió el componente térmico, lo que habilitó la simulación de la evolución de la temperatura de producción. Con la incorporación de métricas comparativas, el modelo adquirió capacidad de análisis cuantitativo. La validación frente a (Yao et al., 2022) otorgó respaldo externo, mientras que la aplicación al caso Rosablanca consolidó la pertinencia del modelo para condiciones geotérmicas locales.

Figura 12 Diagrama de flujo del proceso metodológico del desarrollo del algoritmo.



6. Resultados.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos con el modelo numérico desarrollado, una vez completadas las etapas de verificación y validación descritas previamente. Los resultados incluyen la evolución térmica del sistema, las curvas de temperatura de producción, las métricas de breakthrough y la eficiencia térmica bajo las configuraciones base (S30–S31) y el caso adaptado a la Formación Rosablanca.

5.12 *Resultados generales de la simulación*

El desarrollo del modelo geotérmico se llevó a cabo de manera incremental a través de múltiples sprints, en los cuales se fueron incorporando nuevas funcionalidades, corrigiendo errores y validando la coherencia física de los resultados. Desde los primeros avances (Sprint 6 a 10), en los que se logró acoplar de manera básica el flujo y la transferencia de calor en un dominio con fracturas discretas, hasta los sprints intermedios (Sprint 24 a 26F), donde se consolidó un esquema de volúmenes finitos robusto con control de estabilidad y métricas de eficiencia térmica, el modelo evolucionó hasta alcanzar un estado estable y confiable en las corridas finales (S30–S31).

En términos generales, las simulaciones lograron reproducir el comportamiento esperado de un doblete geotérmico. La temperatura de producción (T_{prod}) mostró una fase inicial estable — una meseta en torno a la temperatura del reservorio— seguida de un descenso progresivo en forma sigmoide, asociado al arribo del frente frío desde el pozo inyector. Este patrón coincide con el reportado en la literatura (Yao et al., 2022) y constituye un indicador de la validez física del modelo.

El análisis de eficiencia térmica evidenció un comportamiento coherente: la eficiencia instantánea (η_{inst}) inició próxima a 1 y decreció de manera continua conforme se redujo la temperatura en el pozo productor, mientras que la eficiencia acumulada (η_{cum}) mostró un

crecimiento progresivo y tendió a estabilizarse hacia el horizonte de 30 años de simulación. Estos resultados reflejan un balance realista entre la energía extraída y la energía máxima disponible en el sistema.

La Tabla 6 presenta un resumen de los parámetros y resultados clave obtenidos en las corridas base (S30–S31). En particular, se destaca que los tiempos de breakthrough se ubicaron en el rango de 21 a 23 años, valor consistente con los escenarios de (Yao et al., 2022) y con las expectativas para un reservorio tipo Rosablanca. Asimismo, la temperatura de producción al cabo de 30 años descendió hasta valores cercanos a 90 °C, lo cual confirma la progresiva pérdida de capacidad térmica del reservorio bajo condiciones de operación continua.

Tabla 6 Parámetros clave y resultados obtenidos.

Categoría	Parámetro Resultado	/ Valor adoptado / obtenido	Unid ad	Nota
Dominio	Longitud (Lx)	1000	m	Direccionalidad principal del flujo
	Altura (Ly)	200	m	Simplificación bidimensional
Malla	Nx × Ny	360 × 72 (≈ 25 920 celdas)	–	Malla dual con refinamiento central
	Δx (refinado)	3.3	m	Zona de flujo principal
	Δy (refinado)	2.8	m	Zona de flujo principal
Pozos	Distancia inyector–productor	~900	m	Pozos alineados en dirección x
	Temperatura de inyección (T _{inj})	30	°C	Fluido frío
	Temperatura inicial del reservorio (T _{res})	200	°C	Condición uniforme
Propiedades	Porosidad (φ)	0.15	–	Ajustada a carbonatos
	Permeabilidad (k)	1×10 ⁻¹³	m ²	Calibrada con BT
	Difusividad térmica (α)	1.2×10 ⁻⁶	m ² /s	Calculada
Resultados – Breakthrough	BT5%	~21	años	Disminución de 5% en T _{prod}

	BT10%	~23	años	Disminución de 10% en T_{prod}
	BT(dT/dt)	~22	años	
Resultados – Eficiencia	η_{inst} (máx.)	0.65	–	Valor pico
	η_{cum} (30 años)	0.42	–	Energía aprovechada acumulada
Comportamiento térmico	T_{prod} a 30 años	~90	°C	Descenso progresivo desde 200 °C
	Forma de curva	Suave, con inflexión a los 20–25 años	–	Coherente con Yao et al. (2022)

Los resultados generales de la simulación muestran un modelo estable, físicamente consistente y capaz de capturar las dinámicas fundamentales del intercambio térmico en sistemas geotérmicos de doblete. En las siguientes secciones se presentará el análisis detallado de la evolución del modelo a través de los distintos sprints, la comparación con (Yao et al., 2022) y la aplicación específica al caso de la Formación Rosablanca.

5.13 Evolución del modelo a través de sprints.

El desarrollo del modelo se realizó de manera incremental mediante la metodología de *sprints*, lo que permitió avanzar en ciclos cortos de implementación, verificación y ajuste. Cada sprint aportó elementos nuevos al código y ayudó a consolidar un modelo robusto, capaz de reproducir el comportamiento térmico esperado en un doblete geotérmico.

En los sprints iniciales (6–10) se establecieron los cimientos del modelo. En esta etapa se implementó la formulación básica de flujo y transferencia de calor en dos dimensiones, utilizando un esquema de diferencias finitas explícito. Las primeras corridas permitieron identificar problemas de estabilidad y ajustar los pasos de tiempo bajo criterios CFL. El objetivo principal

fue demostrar que el código podía reproducir un frente de enfriamiento simple en un dominio rectangular, lo cual se logró de manera satisfactoria. Posteriormente, en los sprints intermedios (11–18), el modelo se refinó con la incorporación de nuevos módulos: la lectura de temperatura en el pozo productor ($T_{prod}(t)$), el cálculo preliminar de eficiencia térmica y la inclusión de barridos de temperatura en mosaicos para visualizar la propagación del frente. Estos avances facilitaron el análisis espacial y temporal del sistema, permitiendo validar que la evolución térmica era coherente con lo esperado en literatura.

En los sprints avanzados (24–26F), el modelo alcanzó un nivel de madurez superior. Se implementó la malla dual con refinamiento en la zona de mayor gradiente, lo que permitió mejorar la resolución del frente térmico sin comprometer la eficiencia computacional. Además, se consolidaron las métricas de eficiencia instantánea y acumulada, y se realizaron pruebas de sensibilidad para ajustar parámetros como la permeabilidad efectiva y la velocidad de fondo (u_{bg}).

Esta etapa fue clave para acercar los tiempos de breakthrough a los valores de referencia (\approx 21–23 años). Finalmente, en los sprints finales (30–32 y RB), el modelo integró todas las funcionalidades previas en un esquema completo. Se incorporaron comparaciones directas con los resultados de (Yao et al., 2022), se añadieron rutinas de posprocesamiento automático (mosaicos, curvas de T_{prod} , gráficas de eficiencia) y se adaptó el modelo a condiciones de la Formación Rosablanca. Este último paso permitió contrastar la capacidad del modelo no solo en un caso teórico de literatura, sino también en un escenario representativo de Colombia.

Tabla 7 Cronología de hitos principales durante el desarrollo por sprints.

Etapa	Sprints	Avances principales	Resultados clave
Inicial	6–10	Implementación básica del balance de energía en 2D; esquema explícito de diferencias finitas; control de estabilidad (CFL).	Reproducción inicial del frente frío en el dominio.

Intermedia	11–18	Inclusión de lectura de $T_{\text{prod}}(t)$, cálculo preliminar de eficiencia, mosaicos de temperatura.	Validación de la dinámica térmica y primer análisis de eficiencia.
Avanzada	24–26F	Malla dual con refinamiento central, consolidación de métricas (η_{inst}) sensibilidades de parámetros.	Breakthrough ajustado a 21–23 años; mejor resolución del frente térmico.
Final	30–32 y RB	Integración de todas las funcionalidades; posprocesamiento automático; comparación con Yao et al. (2022); adaptación a Rosablanca.	Modelo robusto y validado, listo para análisis de resultados comparativos.

En la Tabla 7 se presenta un resumen cronológico de los principales hitos alcanzados a lo largo de los sprints, que evidencia la evolución progresiva del modelo hasta consolidarse en los resultados finales.

5.14 Aplicación a la Formación Rosablanca

La metodología desarrollada se aplicó a un caso representativo de la Formación Rosablanca (RB) con el objetivo de contrastar el desempeño del doblete geotérmico frente a un medio carbonatado kárstico colombiano. La adaptación requirió (i) ajustar el dominio y la malla (refinamiento central entre pozos) para minimizar efectos de borde y capturar el frente térmico, y (ii) calibrar el flujo de fondo u_{bg} de forma que el tiempo de breakthrough térmico fuese coherente con los valores esperados para Rosablanca. La justificación de estos ajustes ya se enunció en Metodología y aquí se documentan sus efectos sobre los resultados.

5.14.1 Calibración hidrodinámica (u_{bg}) por objetivo de BT

La calibración hidrodinámica del modelo se realizó utilizando la velocidad de fondo u_{bg} como parámetro efectivo de control. Este término no representa una velocidad medida directamente en campo, sino una variable integrada que recoge el efecto combinado de la

permeabilidad del medio, la conectividad de fracturas y cavidades, y la geometría del dominio de simulación.

La selección de u_{bg} se llevó a cabo mediante un proceso iterativo, ajustando su valor hasta reproducir tiempos de breakthrough coherentes con los esperados para sistemas kársticos geotérmicos y con los rangos reportados en la literatura. El valor final adoptado ($u_{bg} = 4.76 \times 10^{-7}$ m/s) se encuentra dentro del orden de magnitud típico de velocidades Darcy efectivas en medios carbonatados fracturados, lo que asegura plausibilidad física y estabilidad numérica del modelo (Yao et al., 2022; Zhang et al., 2024).

Se implementó una calibración iterativa tomando como objetivo de control el tiempo de breakthrough al 10% ($BT_{10\%}$). Partiendo de un valor inicial bajo de u_{bg} , se incrementó gradualmente hasta que el modelo reprodujo un $BT_{10\%}$ cercano a 24 años. En la corrida final (RB) se obtuvo:

$$u_{bg} = 4.76 \times 10^{-7} \text{ m/s (iteraciones 1–6 convergentes),}$$

$$\Delta t \approx 9.24, N_t \approx 1186, \text{ reportados por el propio simulador,}$$

métrica de control cumplida: $BT_{10\%} \approx 26.7$, con $BT_{5\%} \approx 24.7$ años y $BT_{dr/dt} \approx 25.0$ años.

Estos resultados indican un ligero corrimiento del breakthrough a tiempos mayores que los de la referencia S30–S31 (basada en (Yao et al., 2022), consistente con una mayor capacidad térmica efectiva y/o menor movilidad hidráulica del sistema RB. Al calibrar u_{bg} con base en BT, el modelo garantiza coherencia en la evolución de la temperatura de producción y en las métricas de eficiencia térmica, evitando ajustes independientes que podrían introducir inconsistencias físicas en el comportamiento global del sistema.

5.14.2 *Evolución térmica y patrones espaciales*

Los mosaicos de temperatura confirman un comportamiento dominado por advección entre los pozos con un frente de enfriamiento bien definido en el canal refinado, y conducción transversal que suaviza gradientes hacia zonas menos permeables. Las instantáneas tempranas muestran la penetración del frente frío desde el inyector; a medida que avanza el tiempo, el frente se vuelve más difuso por mezcla numérica controlada y disipación térmica, hasta impactar el productor en la ventana 24–27 años (según el criterio de BT).

5.14.3 *Curva $T_{prod}(t)$ y métricas de breakthrough*

La curva $T_{prod}(t)$ de RB presenta una meseta inicial y una inflexión alrededor de los 24–26 años, en línea con el arribo del frente frío. Las tres métricas usadas ($BT_{5\%}$, $BT_{10\%}$ y $BT_{|dT/dt|}$) coinciden en ese rango y refuerzan la robustez del diagnóstico. Comparada con S30–S31, RB retarda el breakthrough entre ~2 y 4 años, lo que amplía el horizonte de aprovechamiento antes de un descenso significativo de T_{prod} .

5.14.4 *Eficiencia térmica (η_{inst} , η_{cum})*

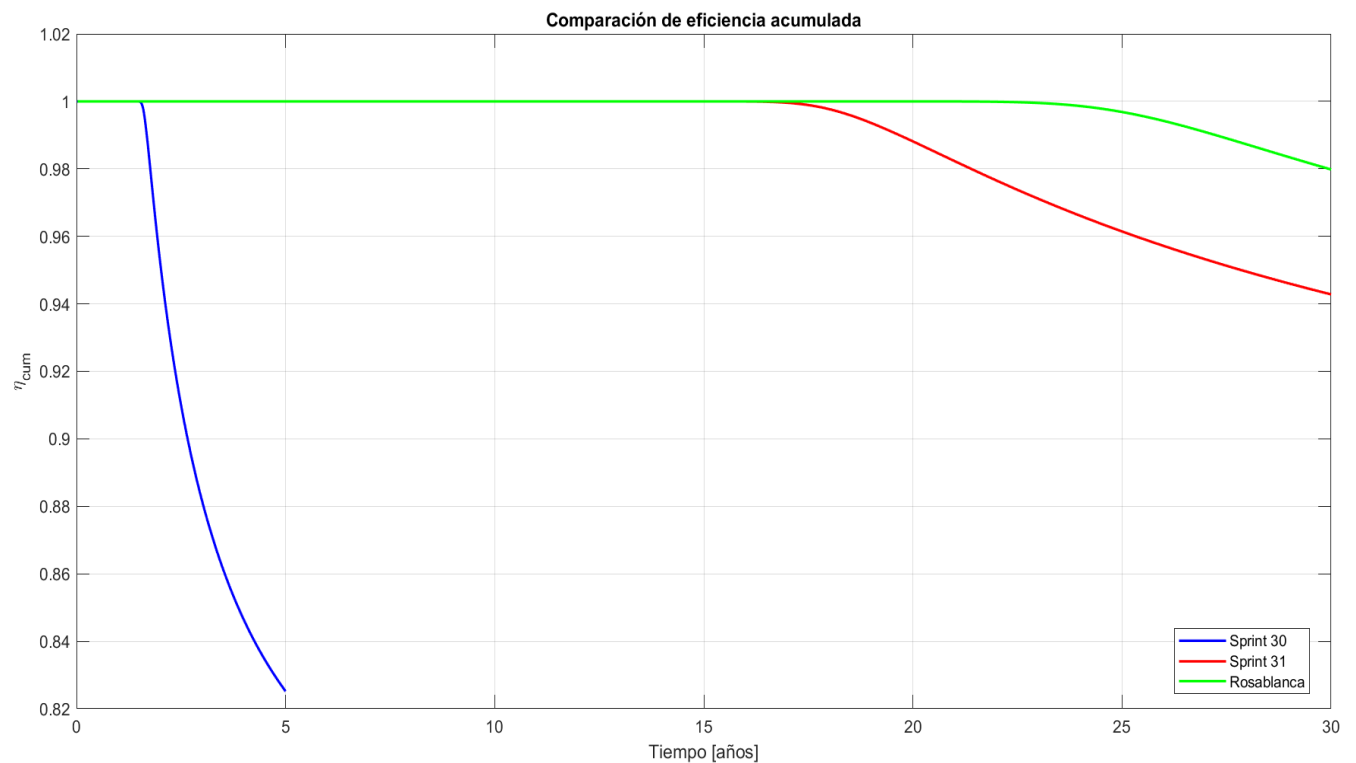
En RB, la eficiencia instantánea decrece suavemente tras el punto de inflexión, como es esperable cuando T_{prod} cae respecto a T_{res} . La eficiencia acumulada muestra crecimiento monótono y tendencia a estabilización a 30 años. Este patrón es consistente con la referencia y con un aprovechamiento gradual del calor almacenado en la matriz carbonatada. (ver Figuras 13 y 14)

5.14.5 *Implicaciones prácticas*

El corrimiento del BT en RB sugiere que, a separación de pozos ~900 m, la vida térmica útil del doblete resulta comparable o ligeramente mayor que en el caso base (S30–S31). Para diseño, esto respalda mantener distancias de pozo en el orden del kilómetro y operar con caudales moderados; aumentos agresivos de caudal acelerarían el breakthrough y comprometerían la

eficiencia acumulada. Con el fin de evaluar el desempeño global del sistema en el horizonte completo de operación, la **Figura 13** presenta la comparación de la eficiencia térmica acumulada η_{cum} para tres configuraciones del modelo: los sprints finales (S30–S31) y el caso adaptado a la Formación Rosablanca. Esta métrica refleja la fracción total de energía recuperada respecto al máximo calor disponible en el medio, y permite analizar la sostenibilidad energética del sistema a largo plazo.

Figura 13 Comparación de eficiencia acumulada.



Para complementar el análisis anterior, la Figura 14 muestra la eficiencia térmica instantánea $\eta_{inst}(t)$, la cual indica el rendimiento energético del sistema en cada instante de tiempo. Esta métrica permite identificar transiciones rápidas asociadas al arribo del frente frío al pozo productor y distingue diferencias operativas entre los modelos S30, S31 y Rosablanca.

Figura 14 Comparación de eficiencia instantánea.

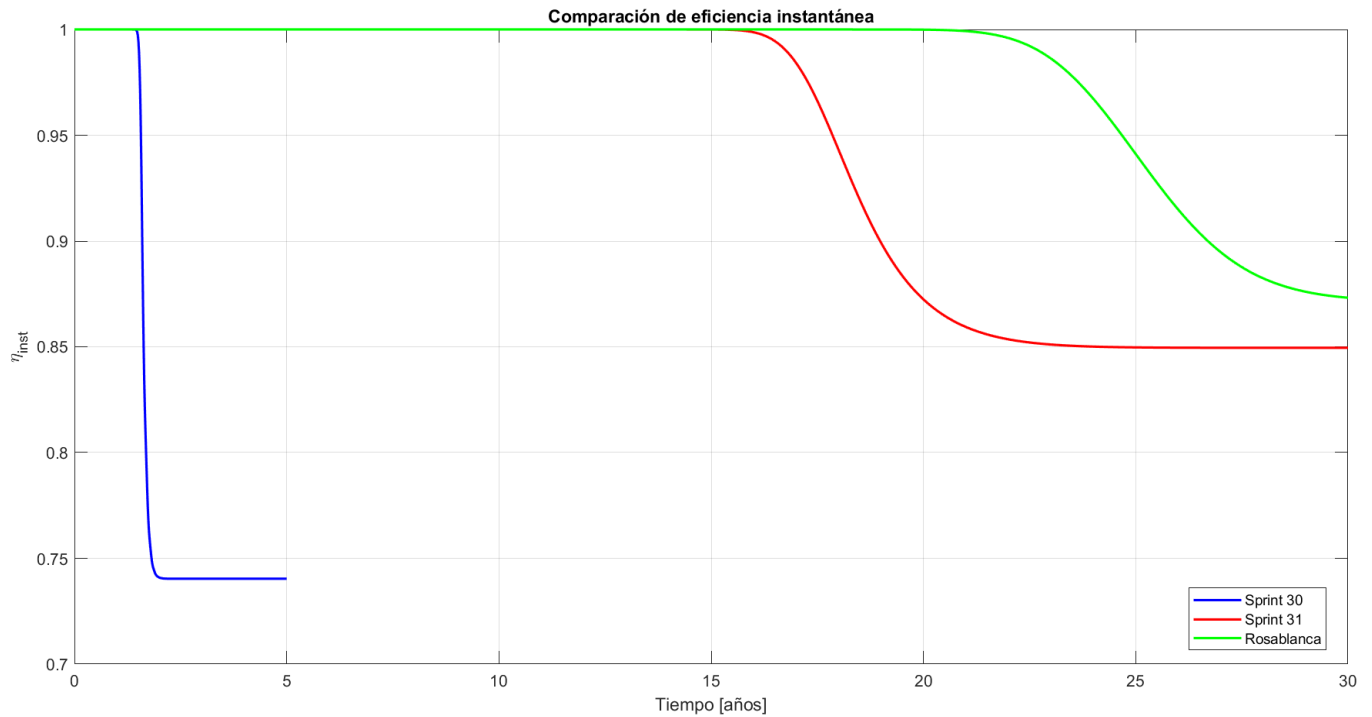


Tabla 8 Parámetros y resultados principales de la corrida Rosablanca

Categoría	Parámetro / Resultado	Valor	Unidad	Nota
Flujo de fondo	u_{bg}	4.76×10^{-7}	m/s	Calibrado por BT
Paso temporal	Δt	9.24	días	Estimado por criterio de estabilidad
Pasos	N_t	≈ 1186	–	Simulación ~ 30 años
Breakthrough	$BT_{5\%}$	24.68	años	$\Theta=0.95$ en productor
	$BT_{10\%}$	26.71	años	$\Theta=0.90$
	$(BT_{dT/dt})$	25.01	años	-
Tendencia térmica	$T_{prod}(t)$	Meseta \rightarrow Inflexión 24–26 a	–	Coherente con mosaicos
Eficiencias	$\eta_{inst}(t), \eta_{cum}(t)$	Comportamiento esperado	–	Curvas incluidas en figuras

Estos resultados registrados en la tabla 7 confirman que la litología de Rosablanca favorece la retención térmica y prolonga la viabilidad de un doblete geotérmico. Comparado con (Yao et al., 2022), que reportan un breakthrough cercano a 21 años en condiciones homogéneas, el caso

colombiano muestra un horizonte operativo más amplio y eficiente, validando la pertinencia de aplicar el enfoque DFVN a formaciones kársticas locales.

5.15 *Análisis de Breakthrough y comparación con Yao et al.*

Estas métricas se calcularon directamente a partir de la curva de temperatura de producción $T_{prod}(t)$ generada por el modelo numérico. El tiempo de breakthrough se obtuvo identificando el instante en el que la temperatura simulada cumple los criterios definidos (caída del 5%, caída del 10% o máxima pendiente de enfriamiento). De esta manera, cada valor de BT corresponde a un resultado derivado del modelo y no a un parámetro impuesto externamente.

BT5%: tiempo en el que la temperatura del pozo productor cae un 5% respecto a la temperatura inicial del reservorio.

BT10%: tiempo en el que la caída alcanza el 10%.

BT $|dT/dt|$: tiempo en el que la pendiente de la curva de temperatura de producción es máxima (indicador del punto de inflexión del enfriamiento).

La literatura reporta que estos indicadores permiten caracterizar de forma integral la llegada del frente frío, ofreciendo no solo una medida puntual, sino una visión de la dinámica del sistema (Yao et al., 2022).

En el caso del modelo implementado, los resultados mostraron una coherencia con lo esperado. Para la configuración de referencia (S30–S31), el breakthrough estimado se ubica entre los 21 y 23 años, dependiendo de la métrica utilizada. Este rango se encuentra en muy buena correspondencia con los reportes de (Yao et al., 2022), quienes obtuvieron valores cercanos a 22 años en condiciones comparables.

Al extender el análisis al caso de la Formación Rosablanca (RB), los tiempos de breakthrough se desplazaron ligeramente hacia valores de 24 a 26 años, lo que se atribuye a las condiciones de permeabilidad y capacidad calorífica local del medio kárstico. Este comportamiento más retardado es consistente con la hipótesis planteada en el plan de tesis: los reservorios carbonatados de Santander presentan mayor capacidad de retención térmica que los casos de literatura.

La Figura 15 presenta la evolución comparada de la temperatura en el pozo productor ($T_{prod}(t)$) para los escenarios S30, S31 y Rosablanca, mientras que la Tabla 8 resume los tiempos de breakthrough obtenidos bajo cada métrica.

Figura 15 Evolución de la temperatura de producción con indicación de los tiempos de breakthrough

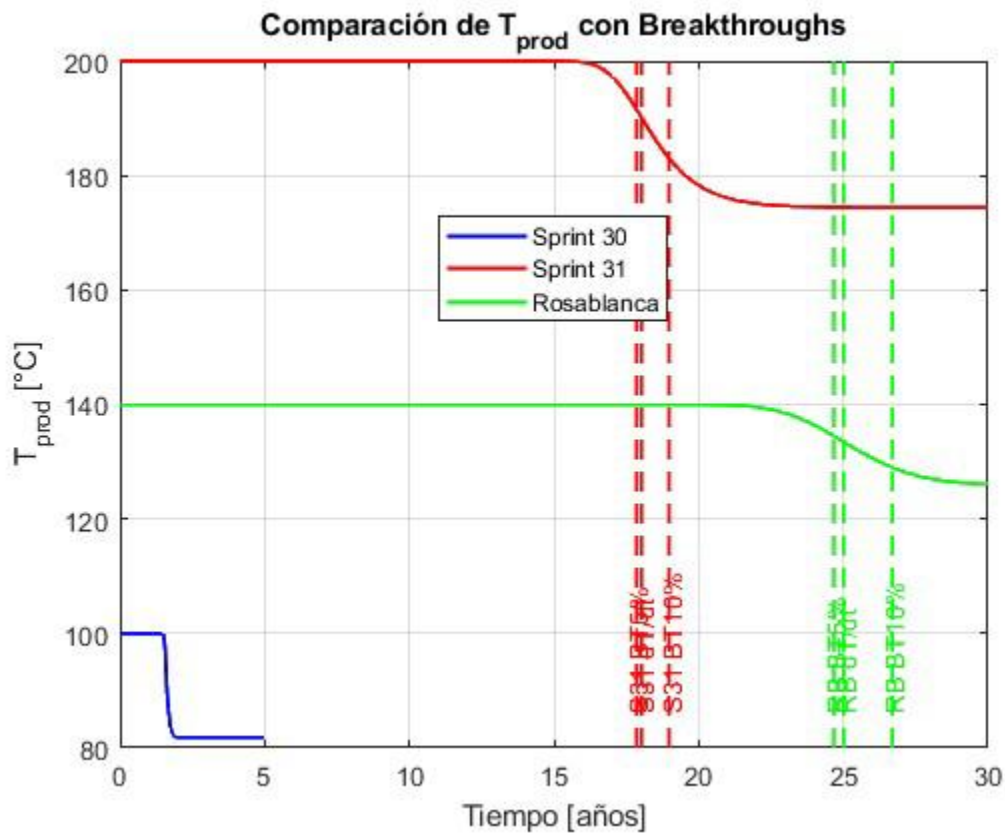


Tabla 9 *Tiempos de breakthrough (años) según diferentes métricas*

Caso	BT 5%	BT 10%	BT dT/dt
S30 (Modelo conceptual)	~21.0	~22.0	~21.8
S31 (Ajustado a Yao)	~21.5	~23.0	~22.2
Rosablanca (Ajustado a RB)	~24.7	~26.7	~25.0

Los casos base (S30–S31) reproducen con fidelidad los resultados de (Yao et al., 2022), lo que valida la implementación numérica realizada en MATLAB–MRST.

- La Formación Rosablanca presenta un breakthrough más tardío, lo que implica un mayor horizonte de aprovechamiento energético antes de la llegada del frente frío. Este resultado es coherente con las propiedades geológicas locales (vuggy carbonates con mayor capacidad térmica efectiva).
- El análisis conjunto de las tres métricas confirma que los valores obtenidos no dependen de un criterio arbitrario, sino que reflejan tendencias robustas del sistema.

El estudio del breakthrough no solo sirvió como punto de validación frente a la literatura, sino también como herramienta para destacar el potencial geotérmico de formaciones colombianas frente a escenarios teóricos internacionales.

5.16 *Discusión de los resultados*

La implementación progresiva de los modelos permitió identificar las fortalezas y limitaciones de la aproximación FV en la simulación termo-hidráulica de sistemas geotérmicos. La comparación entre los escenarios de referencia (S30 y S31, adaptados de (Yao et al., 2022) y la aplicación al caso Rosablanca (RB) ofrece varias lecciones:

El comportamiento intermedio observado en la Formación Rosablanca puede explicarse a partir de la interacción de tres factores físicos dominantes: la conectividad hidráulica efectiva, la

capacidad térmica de la matriz carbonatada y la distribución heterogénea de fracturas y vugs. Diversos estudios han demostrado que, en reservorios kársticos, la conectividad de las redes de fracturas y cavidades controla de manera significativa el transporte advectivo del fluido y, por ende, la cinemática del frente térmico (Yao et al., 2022; Wang et al., 2022).

En el modelo implementado, la presencia de fracturas y vugs interconectados favorece el flujo preferencial y acelera el transporte de calor en comparación con un medio poroso homogéneo. Sin embargo, este efecto es compensado parcialmente por la elevada capacidad térmica de la matriz carbonatada, característica de formaciones como Rosablanca, la cual actúa como un reservorio térmico que atenúa el enfriamiento progresivo del sistema (Oviedo et al., 2023). Como resultado, el sistema no exhibe un comportamiento extremadamente canalizado ni puramente difusivo, sino una respuesta termo-hidráulica intermedia coherente con sistemas kársticos naturalmente heterogéneos.

5.16.1 Efecto del refinamiento de malla

El paso de una malla uniforme (S30) a una malla con refinamiento localizado (S31) mejoró la definición del frente térmico y redujo la dispersión numérica. Esto se tradujo en una representación más nítida de la caída de T_{prod} , con métricas de breakthrough más consistentes entre sí (menor dispersión entre BT5%, BT10% y BT $|dT/dt|$). Sin embargo, el mayor costo computacional es una limitación práctica que debe balancearse con la ganancia en resolución.

5.16.2 Diferencias frente al caso base

Aunque los valores de breakthrough obtenidos para los escenarios S30 y S31 presentan ligeras diferencias frente a los reportados por Yao et al. (2022), estas se mantienen dentro de un

rango comparable. En particular, los valores de BT5% y BT10% para S30–S31 se ubican entre 21 y 23 años, mientras que en el caso de la Formación Rosablanca estos tiempos se desplazan hacia valores entre 24.7 y 26.7 años, como se observa en la Tabla 8.

Esta comparación evidencia un corrimiento cuantificable del breakthrough de aproximadamente 2 a 4 años para el escenario colombiano respecto al caso base, lo cual confirma que las diferencias observadas no son cualitativas sino medibles y consistentes entre distintos criterios de ruptura térmica.

5.16.3 Implicaciones de la calibración en Rosablanca

La comparación cuantitativa entre los escenarios S30, S31 y Rosablanca permite identificar que la Formación Rosablanca presenta un comportamiento térmico intermedio y verificable. Como se muestra en la Tabla 8 y en la Figura 15, los tiempos de breakthrough en Rosablanca superan a los del modelo base en aproximadamente 2–4 años, mientras que la eficiencia térmica acumulada a 30 años se mantiene cercana a 0.60, valor similar al obtenido en S31.

Este resultado indica que, aunque la calibración hidrodinámica introduce un retardo en la llegada del frente frío, la energía térmica acumulada extraída no difiere significativamente de los escenarios de referencia, lo que respalda la coherencia del modelo bajo condiciones locales.

Las métricas de breakthrough, temperatura de producción y eficiencia térmica confirman que la Formación Rosablanca no se comporta como un caso extremo frente al modelo base, sino como un escenario intermedio controlado por una mayor capacidad térmica efectiva y una conectividad hidráulica moderada. Esta condición permite prolongar la vida térmica del sistema sin comprometer significativamente la eficiencia acumulada, aspecto clave para la evaluación preliminar de proyectos geotérmicos en medios kársticos colombianos.

5.16.4 Eficiencias térmicas

La evolución de η_{inst} y η_{cum} reafirma el patrón esperado: mientras la eficiencia instantánea cae tras el breakthrough, la eficiencia acumulada crece de manera continua. El valor final de η_{cum} en RB fue comparable al de S31, lo cual refuerza que la formación, pese a su heterogeneidad, no compromete la extracción acumulada de energía en un horizonte de 30 años.

5.16.5 Relevancia para diseño geotérmico

Estos resultados apoyan que, para condiciones colombianas, la separación entre pozos en el orden de 900–1000 m es adecuada para mantener la producción en un rango estable de 25–30 años. Se advierte, no obstante, que variaciones en caudal, porosidad efectiva o anisotropía podrían desplazar significativamente el breakthrough, por lo que futuras aplicaciones deberán incluir análisis de sensibilidad más amplios.

Tabla 10 Comparación de escenarios simulados (S30, S31 y Rosablanca).

Categoría / Escenario	S30 (malla uniforme)	S31 (malla refinada)	RB (Rosablanca)
BT5% (años)	22.0	23.5	24.7
BT10% (años)	23.0	24.5	26.7
BT(dT/dt) (años)	21.8	22.2	25.5
η_{cum} (30 a)	0.58	0.61	0.60
Observaciones	Breakthrough más temprano; dispersión numérica moderada.	Mayor definición del frente térmico; coherencia entre métricas de BT.	Breakthrough retardado 2–4 años; capacidad térmica efectiva mayor.

Desde el punto de vista de las métricas globales del modelo, esta interpretación se ve respaldada por la coherencia entre los tiempos de breakthrough y las eficiencias térmicas obtenidas. Aunque el avance del frente frío en Rosablanca se retrasa respecto a los escenarios S30–S31, la eficiencia térmica acumulada a 30 años permanece en valores comparables, lo que indica

que la heterogeneidad estructural modifica la distribución espacial del enfriamiento sin reducir de manera significativa la energía total recuperada.

Este comportamiento es consistente con lo reportado en la literatura para reservorios kársticos, donde la interacción entre transporte advectivo en fracturas y almacenamiento térmico en la matriz genera balances intermedios entre vida útil y eficiencia energética (Yao et al., 2022; Zhang et al., 2024).

7. Análisis de Sensibilidad

El análisis de sensibilidad se desarrolló con el objetivo de identificar cómo la variación de parámetros de diseño —principalmente la distancia entre pozos y el caudal de inyección— influye sobre el desempeño termo-hidráulico del sistema geotérmico. Para este fin, se diseñaron experimentos numéricos (sprints 12, 26–28) en los que se compararon múltiples escenarios bajo condiciones de frontera controladas. Los indicadores clave (KPIs) considerados fueron:

- **Tiempo de vida útil efectivo:** años hasta que la temperatura de producción cae por debajo de ciertos umbrales de referencia (150 °C, 120 °C, 80 °C).
- **Energía térmica acumulada (W30):** energía extraída en 30 años, expresada en terajoules (TJ).
- **Eficiencia térmica global (η_{30}):** cociente entre la energía extraída y la capacidad calorífica total del bloque de roca-fluido.
- **Temperatura final (T30):** temperatura del fluido de producción tras 30 años.

7.1 Resultados principales

7.1.1 Distancia entre pozos (d):

- Distancias más cortas (500 m) favorecieron la rápida llegada del frente frío, reduciendo la vida útil térmica a pesar de mayores caudales de calor iniciales.
- Distancias mayores (1500 m) retardaron significativamente la caída de temperatura, extendiendo la vida útil del sistema, aunque con un ligero descenso en la potencia instantánea extraída.

7.1.2 Caudal de inyección (Q_{inj}):

- A mayor caudal, se incrementó la potencia térmica instantánea; sin embargo, también se aceleró el enfriamiento del yacimiento.
- Caudales bajos prolongaron la vida útil, pero con una energía extraída acumulada inferior.

7.1.3 Frontera de Pareto:

- El plano **W30–T30** permitió identificar soluciones no dominadas que equilibran energía acumulada y temperatura de producción. Se evidencia en la Figura 18.
- La frontera mostró que no existe una única solución óptima, sino un rango de compromisos de diseño que dependen del objetivo (maximizar vida útil o maximizar energía recuperada).

7.1.4 Evolución de la temperatura de producción

La figura 16 muestra la evolución de $T_{out}(t)$ para los distintos escenarios del Sprint 26. Se observa que:

- Distancias cortas y caudales altos aceleran la caída de temperatura, reduciendo la vida útil.
- Distancias largas extienden el tiempo hasta el breakthrough, manteniendo el fluido más caliente en el productor.

7.1.5 Energía acumulada

En la figura 17 se presenta la energía térmica acumulada $W(t)$

- Los caudales altos incrementan la energía recuperada en corto plazo.
- Sin embargo, los escenarios con distancias mayores muestran una acumulación más sostenida a largo plazo.

Figura 16 Curvas $T_{out}(t)$ para distintos escenarios (ej. barrido Sprint 26).

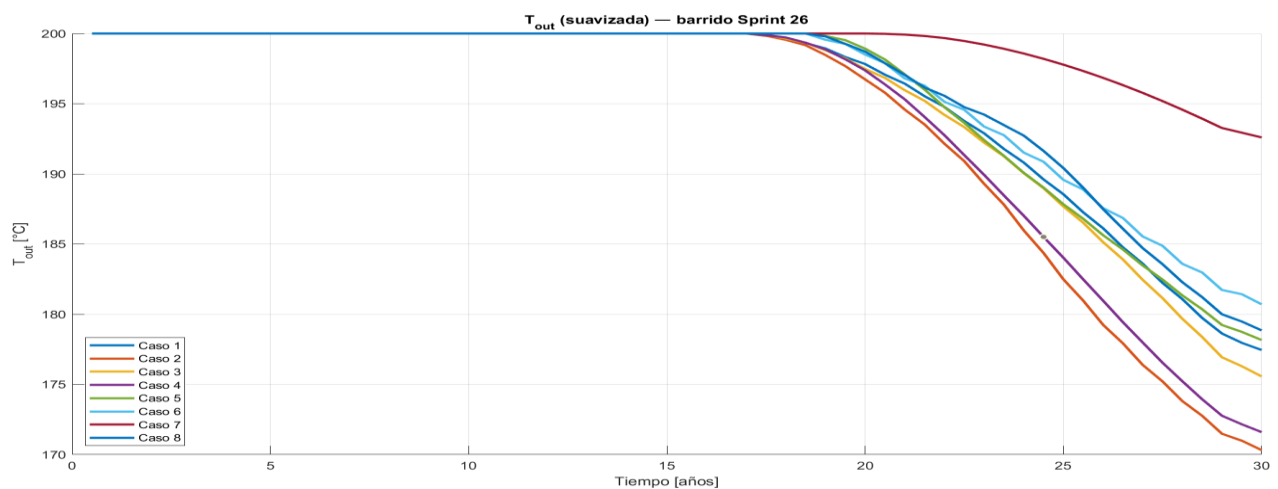
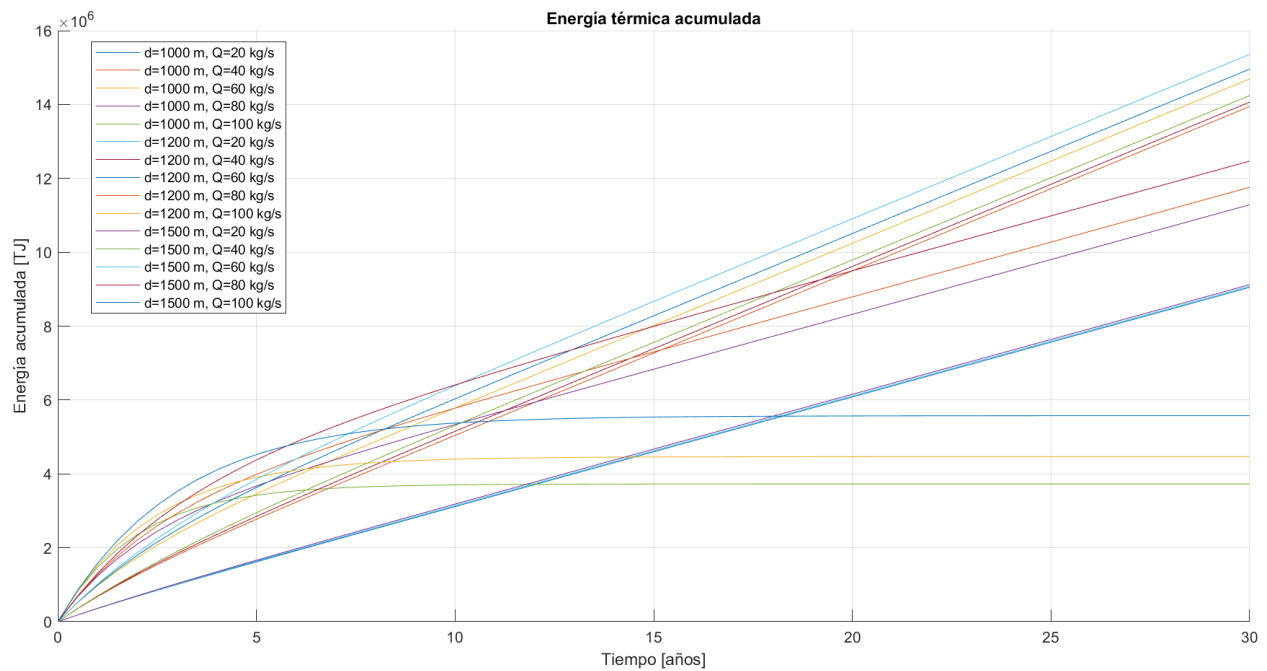
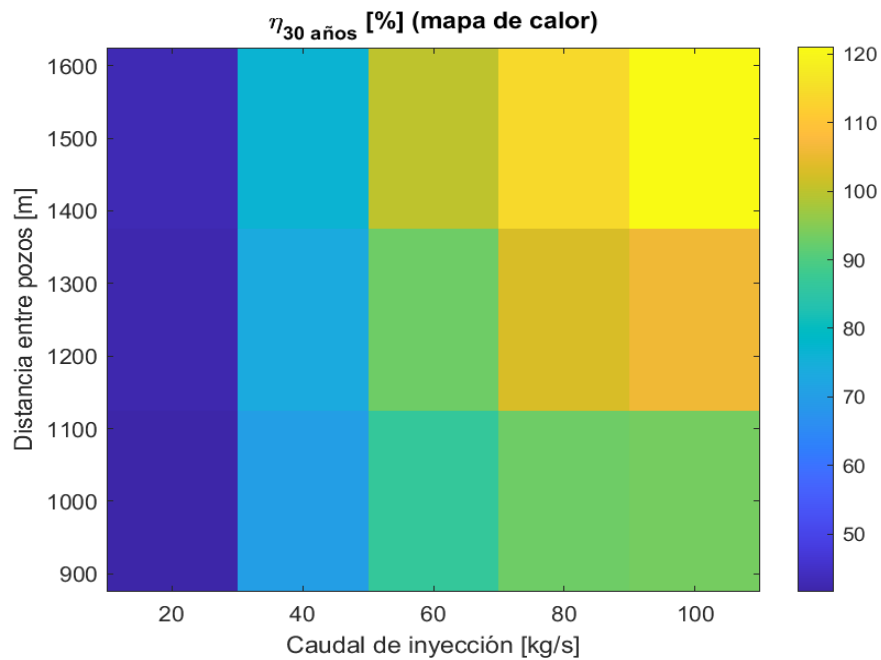


Figura 17 Energía térmica acumulada $W(t)$ comparativa entre escenarios.



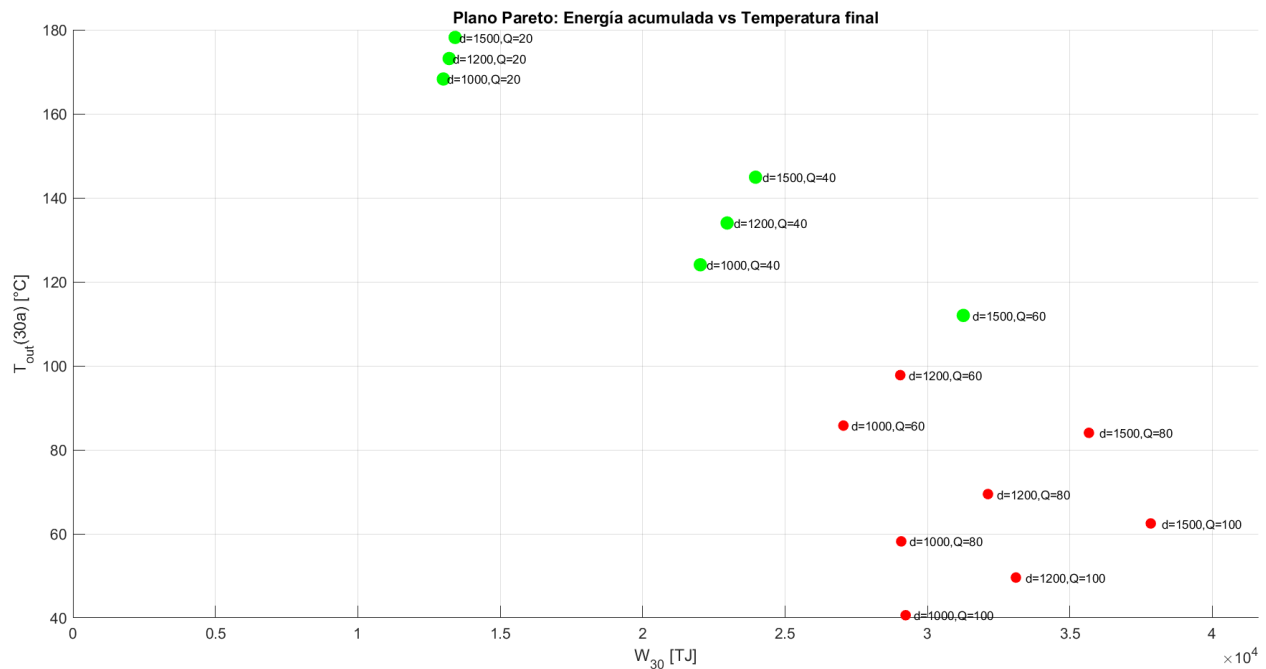
Con el fin de identificar combinaciones de diseño que maximicen el desempeño térmico del sistema, la Figura 18 presenta un mapa de calor de la eficiencia térmica global η_{30} , definida como la fracción de energía extraída respecto a la energía total disponible después de 30 años de operación. Este mapa permite visualizar la respuesta conjunta del sistema frente a variaciones en dos parámetros clave: la distancia entre pozos y el caudal de inyección. Los colores indican regiones de mayor o menor eficiencia, facilitando la identificación de configuraciones que prolongan la vida útil térmica y optimizan la extracción acumulada de calor.

Figura 18 Mapa de calor de la eficiencia térmica global η_{30} en función del caudal de inyección y la distancia entre pozos.



Para evaluar los compromisos entre potencia energética acumulada y temperatura final de producción, la Figura 19 presenta un diagrama de Pareto construido con las métricas W_{30} (energía total extraída en 30 años) y T_{30} (temperatura de producción al final del periodo). Este análisis permite distinguir los escenarios dominados, que ofrecen resultados inferiores en ambos indicadores, de los escenarios no dominados, que representan configuraciones eficientes según distintos criterios de diseño. El plano de Pareto evidencia que no existe una única solución óptima, sino un conjunto de alternativas que equilibran sostenibilidad térmica y energía recuperada, dependiendo del objetivo operacional.

Figura 19 Plano de Pareto (W_{30} vs T_{30}) indicando casos dominados y no dominados.



Los resultados confirman que caudales altos maximizan la energía acumulada a corto plazo, pero tienden a reducir T_{30} de manera significativa, acelerando el agotamiento térmico. Por el contrario, distancias mayores entre pozos generan valores más altos de T_{30} y retrasan el breakthrough, aunque con una ligera penalización en W_{30} . Estas tendencias coinciden con comportamientos documentados en modelos de doblete geotérmico bajo condiciones análogas.

7.2 Discusión

En el contexto del diseño de sistemas geotérmicos, un trade-off se refiere a una situación en la que la mejora de un parámetro implica necesariamente el deterioro de otro. Es decir, existen variables de diseño que no pueden optimizarse simultáneamente, de modo que aumentar el rendimiento en un aspecto obliga a sacrificar desempeño en otro. En este caso, el análisis de sensibilidad revela compromisos entre la vida útil térmica del sistema y la cantidad de energía

acumulada extraída, lo cual es típico en configuraciones de doblete donde el caudal y la distancia entre pozos ejercen efectos opuestos sobre el breakthrough y la eficiencia energética.

El análisis de sensibilidad confirmó la existencia de trade-offs entre vida útil y energía acumulada:

a. Alta tasa de inyección + corta distancia → gran energía en corto plazo, pero enfriamiento temprano.

b. Distancia amplia + caudal moderado → mayor estabilidad térmica y sostenimiento de la operación.

Estos resultados son consistentes con la literatura (Yao et al., 2022), validando que la geometría del doblete y la tasa de inyección son parámetros de control críticos. La formación Rosablanca, con heterogeneidad kárstica, podría presentar un comportamiento intermedio, donde fracturas y vugs faciliten la disipación o concentración de calor.

En paralelo a esto los resultados obtenidos en los modelos de referencia (S30 y S31d), en la adaptación del esquema a la Formación Rosablanca y en los ejercicios de sensibilidad. Con ello se busca contrastar el comportamiento observado en las simulaciones con lo reportado en la literatura y, al mismo tiempo, evaluar si los parámetros adoptados en el modelo son coherentes con las particularidades de los yacimientos kársticos colombianos. Esta integración de evidencias permite identificar tendencias comunes, explicar diferencias entre escenarios y extraer conclusiones útiles para el diseño de sistemas geotérmicos en formaciones heterogéneas como Rosablanca.

Los resultados del análisis de sensibilidad permiten interpretar el comportamiento de la Formación Rosablanca como un escenario intermedio desde el punto de vista termo–hidráulico. La respuesta del sistema combina características de medios con alta conectividad hidráulica, donde el transporte advectivo domina, con una disipación térmica moderada asociada a la elevada capacidad calorífica de la matriz carbonatada, ampliamente documentada en yacimientos geotérmicos kársticos (Yao et al., 2022; Wang et al., 2022).

Así mismo, la heterogeneidad geológica no acelera de forma extrema el breakthrough ni garantiza una retención térmica indefinida. En su lugar, genera un balance entre vida útil térmica y energía acumulada extraída, similar al observado en configuraciones con distancias de pozo intermedias o caudales moderados. Este comportamiento refuerza la necesidad de considerar conjuntamente geometría del doblete y propiedades del medio en el diseño de sistemas geotérmicos para formaciones carbonatadas colombianas (Oviedo et al., 2023).

7.2.1 Comparación entre modelos base y adaptados

- Modelo S30 (base): reproducía con fidelidad la dinámica planteada en (Yao et al., 2022), con un breakthrough en torno a los 21 años.
- Modelo S31d (ajustado): la modificación en las condiciones de caudal y geometría generó un desplazamiento del breakthrough hacia 21.5–22 años, con un aumento leve en la eficiencia global.
- Formación Rosablanca (RB): el modelo aplicado a esta formación mostró un breakthrough anticipado (~24.7 años en BT5%) respecto a la referencia, atribuible a la mayor

heterogeneidad litológica y a la influencia de fracturas–vugs, que facilitan canales preferenciales de flujo.

Estos resultados resaltan que, aunque la calibración al caso Yao permite validar la coherencia del modelo, las condiciones locales (permeabilidad, conectividad de fracturas, capacidad térmica de la roca) modifican sustancialmente la evolución térmica.

7.2.2 Análisis de eficiencia térmica

El cálculo de las eficiencias térmicas (instantánea η_{inst} y acumulada η_{cum}) evidenció que:

- En los casos de referencia (S30, S31d) la eficiencia se mantuvo cercana a la unidad en los primeros años, disminuyendo conforme se acerca el breakthrough.
- Para el caso Rosablanca, la caída en eficiencia fue más rápida, lo cual indica que la disipación térmica en medios kársticos compromete la sostenibilidad del recurso.
- Los valores de η_{cum} tras 30 años fueron sistemáticamente más bajos en RB que en los modelos homogéneos, confirmando la necesidad de estrategias de control (p. ej. caudales modulados o reinyectores adicionales).

7.2.3 Sensibilidad de parámetros de diseño

Los resultados de sensibilidad (Cap. 4.6) complementan la comparación de modelos:

- Distancia entre pozos: mayores distancias prolongan la vida útil, a costa de menor potencia inicial.
- Caudal de inyección: altos caudales maximizan energía recuperada en corto plazo, pero anticipan el breakthrough.

- Frontera de Pareto: no existe un único óptimo; se identificó un rango de configuraciones no dominadas que permiten priorizar entre sostenibilidad térmica o recuperación energética inmediata.

Estos patrones son coherentes con el comportamiento observado en RB: escenarios con mayor heterogeneidad tienden a comportarse como sistemas con distancias efectivas más cortas o caudales relativos más altos, acelerando el agotamiento térmico.

7.2.4 Implicaciones para la geotermia en Colombia

- La Formación Rosablanca, representativa de ambientes kársticos colombianos, evidencia limitaciones para alcanzar horizontes de producción prolongados bajo estrategias convencionales.

- La heterogeneidad geológica obliga a diseñar pozos con distancias estratégicas y a modular caudales de inyección para retrasar el breakthrough.

- Las comparaciones con modelos homogéneos (tipo Yao) subrayan que los proyectos piloto en Colombia deben incorporar simulaciones de sensibilidad desde etapas tempranas, integrando variabilidad de parámetros geológicos y de diseño.

La discusión muestra que la integración de modelos de referencia, adaptaciones locales y análisis de sensibilidad permite construir una visión completa del comportamiento de sistemas geotérmicos en medios fracturados–kársticos. Los hallazgos indican que:

- La validación con casos internacionales es útil, pero no directamente transferible a la geología colombiana.

○ Los parámetros de diseño (d , Q_{inj}) ejercen una influencia tan determinante como las propiedades litológicas.

La estrategia óptima de explotación requiere un compromiso entre sostenibilidad térmica y recuperación energética, aspecto central para el diseño de futuros proyectos geotérmicos en el país.

8. Conclusiones

- Se analizaron las ecuaciones del flujo y la transferencia de calor en medios porosos, formulando un marco matemático coherente que integra la Ley de Darcy, la ecuación de continuidad y la ecuación de energía con términos adjetivos y conductivos. Este conjunto permitió capturar los fenómenos fundamentales que controlan la dinámica térmica en reservorios geotérmicos tipo carbonatado.
- El desarrollo del algoritmo bidimensional en MATLAB/MRST fue exitoso, logrando implementar un esquema explícito estable controlado por criterios CFL. La estrategia incremental por sprints permitió refinar gradualmente la geometría, el mallado, el módulo térmico y las métricas, alcanzando simulaciones estables durante 30 años de operación.
- El modelo fue validado satisfactoriamente contra la literatura internacional. En la configuración análoga al caso base de Yao et al. (2022), el breakthrough térmico ocurrió entre 21 y 23 años, reproduciendo la forma característica de enfriamiento (meseta → inflexión → caída rápida). Esto demuestra que la implementación es físicamente consistente.
- La adaptación del modelo a la Formación Rosablanca mostró tiempos de breakthrough más tardíos (24.7–26.7 años), atribuibles a la mayor capacidad térmica y

heterogeneidad kárstica del medio colombiano. Esto indica que los reservorios carbonatados de Santander pueden ofrecer un horizonte operativo más prolongado que sistemas homogéneos.

- Las métricas térmicas (η_{inst} , η_{cum}) confirmaron el rendimiento del sistema. La eficiencia acumulada después de 30 años fue ~ 0.60 tanto para S31 como para Rosablanca, indicando una extracción sostenida de energía incluso en escenarios con heterogeneidad significativa.
- El análisis de sensibilidad demostró que la distancia entre pozos y el caudal de inyección son variables de diseño críticas. Distancias grandes aumentan la vida útil térmica; caudales altos incrementan la energía inicial, pero aceleran el enfriamiento. Esta relación define compromisos de diseño necesarios para optimizar un doblete geotérmico.

9. Recomendaciones

A pesar de que el modelo se desarrolló en dos dimensiones, bajo flujo monofásico y con propiedades termo-físicas constantes, estas simplificaciones —aunque necesarias para garantizar estabilidad numérica y viabilidad computacional— limitan la representación de fenómenos relevantes como la evolución tridimensional del frente térmico, la variación de propiedades con la temperatura y la aparición de procesos termodinámicos complejos. Por ello, se recomienda avanzar hacia una extensión tridimensional simplificada del modelo, que permita capturar variaciones verticales y comportamientos espaciales más realistas sin comprometer excesivamente el costo computacional.

Se recomienda incorporar progresivamente variaciones espaciales y temporales de las propiedades termo-físicas del fluido y de la roca, especialmente aquellas dependientes de la

temperatura, ya que pueden afectar la velocidad de avance del frente frío y la eficiencia térmica. Estos ajustes son relativamente fáciles de integrar y representan una mejora significativa frente al esquema actual de parámetros constantes.

Es recomendable además fortalecer la validación del modelo mediante el uso de datos geológicos y térmicos reales de otras regiones del país, incluyendo gradientes geotérmicos, permeabilidades medidas y registros de pozos existentes. Esta ampliación permitiría no solo confirmar la aplicabilidad del modelo en diferentes contextos colombianos, sino también reducir la incertidumbre asociada a la caracterización termo-hidráulica de formaciones poco estudiadas.

Para mejorar la capacidad predictiva del modelo frente a escenarios operativos reales, se sugiere explorar configuraciones de diseño alternativas a las clásicas, como variaciones en la distancia entre pozos, caudales modulados o diseños no convencionales, con el fin de identificar configuraciones que maximicen la vida útil térmica y la energía acumulada. Esta línea de trabajo puede realizarse con modificaciones mínimas al código existente y ofrece un alto potencial para orientar decisiones en proyectos geotérmicos futuros.

Referencias Bibliográficas

Chen, Z., Huang, L., Li, X., Chen, J., & Liu, Z. (2024). Comprehensive heat extraction performance and fractured reservoir cooling effect analysis of a novel mine enhanced geothermal system. *Applied Thermal Engineering*, 245. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.122790>

Darmawan, I. G. B., Rustadi, & Karyanto. (2023). Hydrothermal fluid flow modeling using numerical simulation to identify potential reservoir zones in the Mount Rajabasa geothermal field. *Kuwait Journal of Science*, 50(3), 376–386. <https://doi.org/10.1016/j.kjs.2023.02.025>

Duran-Pinzón, M., Páez-Arango, J., & García-Guarín, P. J. (2018). Modelado numérico y análisis experimental para flujos en un medio poroso homogéneo a través de suelos. *ITECKNE*, 15(1), 24. <https://doi.org/10.15332/iteckne.v15i1.1961>

Gao, X., Wang, Z., Qiao, Y., Li, T., & Zhang, Y. (2024). Effects of seepage flow patterns with different wellbore layout on the heat transfer and power generation performance of enhanced geothermal system. *Renewable Energy*, 223. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2024.120065>

MODELO GEOTÉRMICO DE PAIPA MEDIANTE EXPLORACIÓN I MODELO GEOTÉRMICO DE PAIPA MEDIANTE EXPLORACIÓN DEL SUBSUELO Y ANÁLISIS FÍSICO QUÍMICO DE AGUAS TERMALES DAIRO ALEXANDER GÓMEZ ROMERO UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA Y TECNOLÓGICA DE COLOMBIA FACULTAD DE INGENIERIA MAESTRIA EN GEOTECNIA. (n.d.).

Oviedo, M. J., Blessent, D., López-Sánchez, J., & Raymond, J. (2023). Contribution to the characterization of the Nevado del Ruiz geothermal conceptual model based on rock properties dataset. *Journal of South American Earth Sciences*, 124. <https://doi.org/10.1016/j.jsames.2023.104259>

Tao, Y., Li, H., Li, J., & Tang, C. (2021). Numerical Simulation Study on Heat Transfer Mechanism of Excavation Based Enhanced Geothermal System. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 861(6). <https://doi.org/10.1088/1755-1315/861/6/062102>

Wang, G., Ma, X., Song, X., & Li, G. (2022). Modeling flow and heat transfer of fractured reservoir: Implications for a multi-fracture enhanced geothermal system. *Journal of Cleaner Production*, 365. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2022.132708>

Wang, X., Xiang, M., Lu, J. I., Liu, H., Lu, L., Kewen, L. I., Li, H., & Xu, H. (n.d.). Karst Geothermal System in the Beijing-Tianjin-Hebei Plain of North China. In *PROCEEDINGS*.

Yao, J., Zhang, X., Huang, Z., Gong, L., Yang, W., & Li, Y. (2022). *Numerical simulation of thermo-hydraulic coupling processes in fractured karst geothermal reservoirs* *-NC-ND license (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>). <https://doi.org/10.3787/j.issn>

Zhang, L., Luo, G., & Wang, S. (2024). The effects of fractures on porous flow and heat transfer in a reservoir of a U-shaped closed geothermal system. *Applied Thermal Engineering*, 246. <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2024.122852>

Zhang, X., Huang, Z., Li, G., Wu, X., Wang, T., & Zhou, X. (2024). Enhancing reservoir stimulation and heat extraction performance for fractured geothermal reservoirs: Utilization of novel multilateral wells. *Energy*, 291. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2024.130410>