

**DISEÑO DE UN ALGORITMO QUE SIMULE LA ADQUISICIÓN DE IMÁGENES
SÍSMICAS 3D USANDO LA ESTRATEGIA DE SENSADO COMPRIMIDO**

Por:

**RAUL HERNEY GONZALEZ DUARTE
JOSE RICARDO YANCY AVENDAÑO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2012**

**DISEÑO DE UN ALGORITMO QUE SIMULE LA ADQUISICIÓN DE IMÁGENES
SÍSMICAS 3D USANDO LA ESTRATEGIA DE SENSADO COMPRIMIDO**

**RAUL HERNEY GONZALEZ DUARTE
JOSE RICARDO YANCY AVENDAÑO**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Ingeniero Electrónico**

Director:

PhD(C) Ana Beatriz Ramirez

Codirector

Codirector: MIE. Sergio Abreo

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2012

TABLA DE CONTENIDO

	Pag
I. INTRODUCCIÓN.....	14
II. Muestreo comprimido.....	15
A. Señales sparse o “poco densas”	15
B. Propiedad de incoherencia	16
III. transformadas curvelet y wavelet.....	16
A. Transformada wavelet.....	16
B. Transformada Curvelet	16
IV. Determinación del espacio ideal para aplicar CS en imágenes sísmicas	17
V. Diseño de la matriz de medición	19
VI. simulaciones	21
A. Simulaciones con datos sísmicos 2D.....	21
B. Simulaciones con datos sísmicos 3D.....	21
C. Simulaciones con datos sísmicos 3D en el diccionario curvelet.	22
D. Simulaciones con datos sísmicos 3D en el diccionario wavelet.....	26
VII. Conclusiones.....	30
VIII. agradecimientos.....	30
Referencias.....	30

LISTA DE TABLAS

	Pag
Tabla 1. Resultados de la calidad de imágenes reconstruidas a partir de la aplicación de tres matrices de medición usando diccionarios curvelet y wavelet.	21
Tabla 2. Resultados de la aplicación de la matriz de medición determinística y aleatoria (Figura 17). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 pixeles.	23
Tabla 3. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente determinística (Figura 18). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 pixeles.	24
Tabla 4. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente aleatoria (Figura 16). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 pixeles.	25
Tabla 5. Resultados de la aplicación de la matriz de medición aleatoria con componente determinístico. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 pixeles.	26
Tabla 6. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente determinística. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 pixeles.	27
Tabla 7 Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente aleatoria. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 pixeles.	29

LISTA DE FIGURAS

	Pag
Figura 1. Representación grafica de la técnica CS.	15
Figura 2. Representación “poco densa” de una señal senoidal en el dominio Fourier. [Autores]	16
Figura 3. Imagen sísmica original, 256x256 pixeles.	17
Figura 4. Coeficientes obtenidos al aplicar la transformación wavelet a la imagen original.	17
Figura 5. Imagen obtenida al aplicar la transformación wavelet inversa. [Autores]	18
Figura 6. Representación de los coeficientes wavelet después de volver cero el 71.5% de ellos.	18
Figura 7 Imagen obtenida al aplicar la transformación curvelet inversa.	18
Figura 8. Representación de los coeficientes curvelet.	18
Figura 9. Representación de los coeficientes curvelet después de volver cero el 94% de ellos.	18
Figura 10. Imagen sísmica 3D original 100x133x96 pixeles.	19
Figura 11. Imagen sísmica 3D obtenida después de realizar la transformación wavelet inversa. 65,4% de los coeficientes tenían magnitud inferior a $5,8e+003$ y fueron vueltos cero. PSNR respecto a la imagen original 37.3 dB.	19
Figura 12. Imagen sísmica 3D obtenida después de realizar la transformación curvelet inversa. 71% de los coeficientes tenían magnitud inferior a $3,5e+003$ y fueron vueltos cero. PSNR respecto a la imagen original 37 dB.	19
Figura 13. Obtención del vector comprimido y mediante la matriz de medición Φ a partir de la señal x	20
Figura 14. Diferentes matrices de medición que adquieren 42% de las muestras. a) Aleatoria b) Aleatoria y Determinística c) Determinística.	20
Figura 15. Imagen 3D original de 64x64x64 pixeles.	21
Figura 16. Ejemplo de matriz de medición 3D de 64x64x64 pixeles con distribución completamente aleatoria.	22
Figura 17. Ejemplo de matriz de medición 3D de 64x64x64 pixeles con distribución aleatoria y determinística.	22
Figura 18. Matriz de medición 3D de 64x64x64 pixeles con distribución completamente determinística.	22
Figura 19. Gráfica comparativa PSNR de la imagen reconstruida Vs porcentaje de muestras tomadas para las diferentes matrices de medición.	23
Figura 20. Imagen reconstruida a partir de 20,1% de la información de la imagen original.	23
Figura 21. Imagen reconstruida a partir del 30,08% de la información de la imagen original.	23

Figura 22. Imagen reconstruida a partir del 30,02% de la información de la imagen original.	24
Figura 23. Imagen reconstruida a partir del 49,97% de la información de la imagen original.	24
Figura 24 . Imagen reconstruida a partir del 20,53% de la información de la imagen original.	24
Figura 25. Imagen reconstruida a partir del 29,90% de la información de la imagen original.	24
Figura 26. Imagen reconstruida a partir del 41,04% de la información de la imagen original.	25
Figura 27. Imagen reconstruida a partir del 49,43% de la información de la imagen original.	25
Figura 28. Imagen reconstruida a partir del 20% de la información de la imagen original.	25
Figura 29. Imagen reconstruida a partir del 30% de la información de la imagen original.	25
Figura 30. Imagen reconstruida a partir del 40% de la información de la imagen original.	26
Figura 31. Imagen reconstruida a partir del 50% de la información de la imagen original.	26
Figura 32. Gráfica comparativa PSNR de la imagen reconstruida Vs porcentaje de muestras tomadas para las diferentes matrices de medición. [Autores]	26
Figura 33. Imagen reconstruida a partir del 20,13% de la información de la imagen original.	27
Figura 34. Imagen reconstruida a partir del 30,05% de la información de la imagen original.	27
Figura 35. Imagen reconstruida a partir del 39,94% de la información de la imagen original.	27
Figura 36. Imagen reconstruida a partir del 49,98% de la información de la imagen original.	27
Figura 37. Imagen reconstruida a partir del 20,53% de la información de la imagen original.	28
Figura 38. Imagen reconstruida a partir del 29,90% de la información de la imagen original.	28
Figura 39. Imagen reconstruida a partir del 41,04% de la información de la imagen original.	28
Figura 40. Imagen reconstruida a partir del 49,43% de la información de la imagen original.	28
Figura 41. Imagen reconstruida a partir del 20% de la información de la imagen original.	29
Figura 42. Imagen reconstruida a partir del 30% de la información de la imagen original.	29
Figura 43. Imagen reconstruida a partir del 40% de la información de la imagen original.	29

Figura 44. Imagen reconstruida a partir del 50% de la información de la imagen original.29

RESUMEN

TITULO: DISEÑO DE UN ALGORITMO QUE SIMULE LA ADQUISICIÓN DE IMÁGENES SÍSMICAS 3D USANDO LA ESTRATEGIA DE SENSADO COMPRIMIDO.¹

AUTORES: Raul Herney Gonzalez Duarte, Jose Ricardo Yancy Avendaño.²

PALABRAS CLAVE: Curvelet, Muestreo Comprimido, Poca Densidad, Matriz Aleatoria, Wavelet.

Actualmente la adquisición de trazas sísmicas en tres dimensiones se basa en el clásico teorema de muestreo propuesto por Shannon y Nyquist, el cual genera millones de datos que representan la información del subsuelo. En este trabajo se presenta la simulación de una nueva estrategia de adquisición conocida como muestreo comprimido, específicamente para aplicación de sísmica 3D. Esta técnica se fundamenta en el hecho de que un pequeño número de proyecciones lineales aleatorias de una señal compresible (poco densa), contiene información suficiente para reconstruir la imagen 3D completamente. Esta técnica requiere que la señal a ser adquirida sea poco densa en algún dominio y que la matriz de muestreo sea incoherente con la base de representación de la señal de interés.

Convencionalmente, durante la adquisición de datos en diferentes aplicaciones, se realizan dos etapas: muestreo y compresión. Estas dos etapas se realizan en forma separada y tradicionalmente requieren circuitería analógica o digital separada para ser ejecutadas. Por otro lado la teoría de Muestreo Comprimido (CS por las siglas en inglés Compressive Sampling) indica que es posible realizar estos dos procesos de forma simultánea. En particular, en este trabajo se analizan dos bases en las cuales las trazas sísmicas son poco densas: wavelet y curvelet. Además se proponen 3 diferentes tipos de matrices de medición para la adquisición de las trazas sísmicas en 3D.

¹ Proyecto de grado desarrollado en la modalidad de investigación

² Facultad de ingenierías Físico-Mecánicas, Escuela de Ingenierías Eléctrica Electrónica y telecomunicaciones
Director: PhD(C) Ana B. Ramirez, Codirector: MIE. Sergio Abreo

ABSTRACT

TITLE: Design of an algorithm wich simulates the aduisition of 3D seismic images using compressive sampling.¹

AUTHORS: Raul Herney Gonzalez Duarte, Jose Ricardo Yancy Avendaño.²

KEY WORDS: Curvelet, Compressed sampling, sparsity, random matrix, Wavelet.

The acquisition of three dimensional seismic traces is based in the classic Shannon-Nyquist sampling theorem which generates a huge amount of data that represents the underground information. This article presents the simulation of a new acquisition technique known as Compressive Sampling, specifically applied to 3D seismic. This technique is based in the fact that a small number of linear random projections of a compressible signal (sparse signal) have enough information to completely recover a 3D image. This technique requires the underground image to be sparse in some domain, also requires that the sampling matrix to be incoherent with the signal of interest representation basis.

Conventionally, during the acquisition of data in various applications, there are two steps: sampling and compression. These two steps are performed separately and traditionally require separate analog or digital circuitry to be executed. Furthermore Compressive Sampling theory suggests that it is possible to perform two processes simultaneously. This strategy requires a single stage of analog or digital circuitry to perform the two phases, sampling and compression simultaneously. In this article, two basis in which 3D seismic traces are sparse are presented: Wavelet and Curvelet. In addition, a design of a random measuring matrix is proposed to sample 3D seismic traces.

¹ Degree's Project developed for investigation purposes

² Physical-Mechanical Faculty, Electric, Electronic and Telecommunications department,
Director: PhD(C) Ana B. Ramirez.
Co-director: MIE Sergio Abreo.

Diseño de un algoritmo que simule la adquisición de imágenes sísmicas en 3D usando la estrategia de sensado comprimido

Raul Herney González Duarte, Jose Ricardo Yancy Avendaño, Ana Beatriz Ramírez Silva, Sergio Alberto Abreo Carrillo

Resumen

Actualmente la adquisición de trazas sísmicas en tres dimensiones se basa en el clásico teorema de muestreo propuesto por Shannon y Nyquist, el cual genera millones de datos que representan la información del subsuelo. En este trabajo se presenta la simulación de una nueva estrategia de adquisición conocida como muestreo comprimido, específicamente para aplicación de sísmica 3D. Esta técnica se fundamenta en el hecho de que un pequeño número de proyecciones lineales aleatorias de una señal compresible (poco densa), contiene información suficiente para reconstruir la imagen 3D completamente. Esta técnica requiere que la señal a ser adquirida sea poco densa en algún dominio y que la matriz de muestreo sea incoherente con la base de representación de la señal de interés. En particular, en este trabajo se analizan dos bases en las cuales las trazas sísmicas son poco densas: wavelet y curvelet. Además se proponen 3 diferentes tipos de matrices de medición para la adquisición de las trazas sísmicas en 3D.

Palabras Claves—Curvelet, Muestreo Comprimido, Poca Densidad, Matriz Aleatoria, Wavelet.

Jose R. Yancy es estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Industrial de Santander, Cll 38 No 34-49 Apto 401 Bucaramanga, Colombia. (e-mail: j_yancy@hotmail.com)

Raul H. Gonzalez es estudiante de Ingeniería Electrónica de la Universidad Industrial de Santander, Cll 17 No 29-28 Bucaramanga, Colombia. (e-mail: fibonacci739@gmail.com)

Ana B. Ramirez es, Ingeniera electrónica de la Universidad Industrial de Santander, Colombia. Master of Science in Electrical Engineering, Universidad de Puerto Rico, USA. PhD(C) in Electrical Engineering, University of Delaware, USA. (e-mail: anieramirez@gmail.com)

Sergio A. Abreo Ingeniero electrónico de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Colombia. Master en ingeniería electrónica, Universidad Industrial de Santander, Colombia. (e-mail: abreosergio@gmail.com)

I. INTRODUCCIÓN

La generación de imágenes sísmicas es un proceso mediante el cual las reflexiones sísmicas obtenidas en los geófonos durante el proceso de muestreo se despliegan en su forma correcta. El muestreo de las reflexiones provenientes del subsuelo se realiza en tiempo y en espacio. Por medio del uso del teorema del muestreo (teorema de Nyquist). Convencionalmente, durante la adquisición de datos en diferentes aplicaciones, se realizan dos etapas: muestreo y compresión. Estas dos etapas se realizan en forma separada y tradicionalmente requieren circuitería analógica o digital separada para ser ejecutadas.

Por otro lado la teoría de Muestreo Comprimido (CS por las siglas en inglés Compressive Sampling) indica que es posible realizar estos dos procesos de forma simultánea, siempre que se cumplan ciertas condiciones, tal como se verá más adelante. Con esta estrategia se requiere una sola etapa de circuitería analógica o digital para realizar las dos etapas, muestreo y compresión, en forma simultánea.

La técnica de muestreo comprimido consta de 3 etapas claves que permiten la adquisición adecuada de los datos:

1. **Análisis de la señal a ser adquirida:** En esta etapa se debe estudiar el tipo de señales que serán muestreadas. Esto se debe a que solo señales poco densas en algún dominio (o espacio vectorial) pueden ser muestreadas usando esta técnica.
2. **Análisis de la matriz de muestreo:** El muestreo comprimido requiere el uso de una matriz de proyección. Diferentes tipos de matrices de proyección han sido propuestas en la literatura [16].

3. Reconstrucción de los datos a partir de las muestras comprimidas: En esta etapa, se utiliza un algoritmo de optimización no-lineal para la reconstrucción completa de las señales o imágenes, a partir de las muestras adquiridas en la etapa anterior.

En este trabajo se estudian las dos primeras etapas para la adquisición de imágenes sísmicas usando muestreo comprimido. Para la primera etapa, se estudian dos dominios (o espacios vectoriales) en los cuales las imágenes sísmicas son poco densas: wavelet y curvelet. En la segunda etapa se proponen 3 diferentes tipos de matrices de muestreo: una matriz aleatoria, una matriz determinística y una matriz combinada (parte aleatoria y parte determinística)

Este artículo presenta los resultados del estudio de las dos primeras etapas para la adquisición de imágenes sísmicas usando muestreo comprimido y se encuentra organizado de la siguiente forma: en la sección II, se presenta la teoría de CS, algunas definiciones básicas como señales *sparse* o poco densas y la propiedad de incoherencia en las matrices de medición. En la sección III y IV, se presentan los espacios en los que las imágenes sísmicas 3D son poco densas y se determina el mejor espacio vectorial para representar las imágenes. En la sección V se presentan las matrices de muestreo propuestas que permiten capturar la mayor cantidad de información de la imagen sísmica 3D. En cada sección se presentan simulaciones y resultados obtenidos usando Matlab y las imágenes sísmicas reales 2D y 3D. Finalmente se presentan las conclusiones de este trabajo.

II. MUESTREO COMPRIMIDO

Muestreo Comprimido (CS) es una estrategia que plantea que es posible reconstruir una señal con un número de muestras mucho menor al número de muestras requeridas por los métodos tradicionales (usando el teorema de Nyquist).

Esta teoría indica que una señal x de tipo *sparse* o poco densa en un dominio al que se llamará diccionario Ψ , puede ser reconstruida con un número reducido de muestras y , las cuales se obtienen a partir de la proyección aleatoria de la señal x sobre la matriz de medición Φ , la cual debe ser incoherente con el diccionario Ψ [3].

Las ventajas de la técnica de CS son:

- Menor frecuencia de muestreo.
- Menor cantidad de datos muestreados.
- Menor uso de recursos de almacenamiento.
- Menores requerimientos de velocidad en convertidores analógicos-digitales.

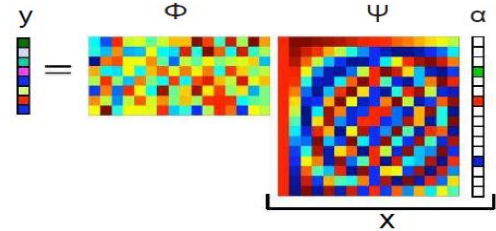


Figura 1. Representación grafica de la técnica CS. [Autores]

$$y = \Phi x = \Phi \Psi \alpha \quad (1)$$

A. Señales sparse o "poco densas"

Se dice que una señal x es k -sparse en alguna base Ψ , cuando la señal puede ser representada por una combinación lineal de solo k átomos, donde los átomos son los vectores columna que forman la base Ψ [4].

Sea $\Psi = [\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_m]$, una base conformada por m vectores columna Ψ_i ortogonales entre sí, entonces la señal x se define de la siguiente forma:

$$x \approx \sum_{i=1}^k \Psi_i \alpha_i = \Psi \alpha \quad (2)$$

Donde α es el vector de coeficientes que representan la señal x en la base Ψ . La señal x se dice entonces que es *sparse* o poco densa en Ψ si el número de coeficientes diferentes de cero en el vector α es pequeño (k es pequeño). Ejemplos de señales poco densas en el dominio de Fourier son aquellas formadas únicamente por componentes armónicas. Una señal senoidal con una sola componente armónica se puede observar en la Figura 2. Note que esta señal contiene información en todo el dominio temporal pero es poco densa en el dominio de Fourier. En la sección III se determinará el dominio más adecuado para representar las imágenes sísmicas 3D en forma *sparse*.

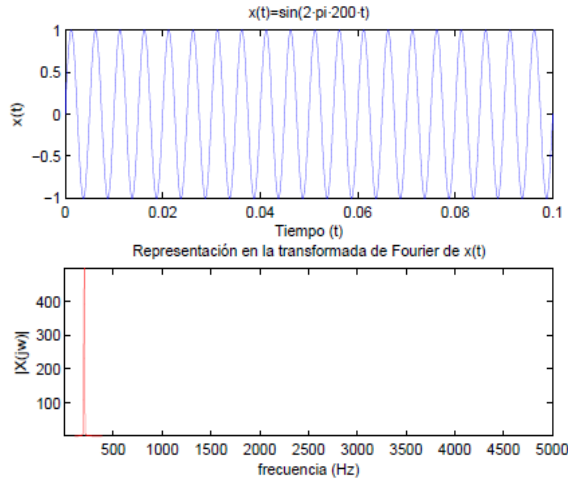


Figura 2. Representación “poco densa” de una señal senoidal en el dominio Fourier. [Autores]

B. Propiedad de incoherencia

La incoherencia entre dos matrices Ψ y Φ indica que ningún elemento de la matriz Φ puede ser obtenido mediante una combinación lineal de los elementos de la matriz Ψ y viceversa. Así, por ejemplo, si una señal es poco densa en el dominio de Fourier, esta no puede ser muestreada en este mismo dominio. Las matrices aleatorias son altamente incoherentes con respecto a cualquier base determinística Ψ [1], [2]. Por esta razón, en este trabajo se propone el diseño de matrices de medición que incluyen aleatoriedad en su diseño.

III. TRANSFORMADAS CURVELET Y WAVELET

A. Transformada wavelet

La transformada wavelet es un tipo de transformada desarrollada en los años 80, similar a la de Fourier, que expresa una función o señal en términos de traslaciones y escalamiento de una función wavelet madre $\Psi(x)$ [5]. Un ejemplo de traslaciones y escalamiento de una wavelet madre es:

$$\Psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \Psi(2^j x - k)$$

Donde j y k son enteros representando el escalamiento y traslación de la wavelet madre, respectivamente. Las funciones $\Psi(j,k)$ hacen el papel de los funciones senoidales en las series de Fourier.

B. Transformada Curvelet

La transformada curvelet es una herramienta que permite la representar señales que tienen direccionalidad. De esta forma, la transformada curvelet permite representar objetos con curvas en direcciones específicas, de forma óptima mediante una representación poco densa. Por esta razón, la transformada curvelet es ampliamente usada para procesamiento de imágenes sísmicas.

Es posible pensar en la transformada curvelet como una extensión de la transformada wavelet a la cual se le añade una componente rotacional para obtener la transformación curvelet. De esta forma, la transformada curvelet se obtiene tras realizar escalamientos, traslaciones y además rotaciones a una función madre Ψ [8], [9], [10], [11].

$$\Psi_{a,b,\theta}(x) = a^{3/4} \Psi(D_a R_\theta(x-b)) \quad (4)$$

$$D_a = \begin{pmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/\sqrt{a} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Donde $(0 < a < 1)$ es el factor de escala, b el factor de posición y θ finalmente el factor de orientación.

Se sabe que los saltos abruptos y discontinuidades aumentan la densidad de coeficientes de una señal en el dominio de Fourier, debido al fenómeno de Gibbs. Así que para reconstruir la discontinuidad de una señal en el dominio del tiempo se necesitan muchas ondas senoidales para lograr obtener una buena aproximación. Wavelet funciona mucho mejor que Fourier en una dimensión, pero debido a su poca selectividad en la orientación no representa bien las discontinuidades (por ejemplo líneas en una imagen) en altas dimensiones como 2D y 3D para el caso de imágenes [6].

Las transformadas wavelet y curvelet permiten representar las imágenes sísmicas con pocos coeficientes, lo que lleva a una representación poco densa de la imagen en estos dominios. Sin embargo debido a que las trazas sísmicas que forman las imágenes tienen diferentes direcciones debido a la presencia de reflectores a diferentes ángulos, la transformada curvelet puede representar de mejor forma las imágenes sísmicas. De esta forma es posible aplicar la técnica de muestreo comprimido para la adquisición de imágenes sísmicas, usando

específicamente wavelet y curvelet como dominios de representación *sparse*.

IV. DETERMINACIÓN DEL ESPACIO IDEAL PARA APLICAR CS EN IMÁGENES SÍSMICAS

Para que sea posible aplicar la técnica de muestreo comprimido se requiere que las señales a ser muestreadas sean señales poco densas en algún dominio [2]. La teoría de muestreo comprimido explota la característica de que las señales físicamente son poco densas o compresibles en cuanto tienen representaciones poco densas cuando se expresan en el dominio adecuado [1]. Por lo tanto es necesario explorar en que dominios las imágenes sísmicas pueden ser representadas de manera poco densa.

Para estudiar los dominios de representación de las imágenes sísmicas, se parte de las imágenes previamente obtenidas a partir de métodos tradicionales de muestreo. Estas imágenes serán expresadas en términos de sus coeficientes wavelet¹ y curvelet², dominios en los cuales se ha comprobado que estas imágenes son poco densas [12]. Este análisis de las transformaciones permite identificar cuál de estos dos dominios provee una mejor representación en cuanto a poca densidad se refiere.

Para el desarrollo de este análisis se empezará por imágenes sísmicas 2D. El primer paso es aplicar las transformadas wavelet y curvelet a las imágenes de interés. Luego se hace un análisis de los coeficientes resultantes, representándolos de tal forma que pueda apreciarse la cantidad de coeficientes diferentes de cero de la imagen en el dominio seleccionado. Una vez obtenidos los coeficientes de las dos transformadas, se pasa a “eliminar” la mayor cantidad posible de estos coeficientes, en este caso el uso de la palabra “eliminar” no es literal, sino que se refiere a convertir algunos coeficientes en cero. Para *eliminar* estos coeficientes se fija un valor numérico límite, así los coeficientes cuya magnitud estén por debajo de este valor, son convertidos en cero. Para no dejar este límite al azar se usa el PSNR [13] como una medida de calidad entre la imagen original y la imagen obtenida al aplicar la transformación inversa wavelet y curvelet al conjunto de coeficientes que quedan tras la *eliminación*.

¹ Utilizando la Toolbox *wavelet*. Disponible en Matlab 7.10.0 (R2010a)

² Utilizando la Toolbox *curvelet*. Disponible en www.curvelet.org

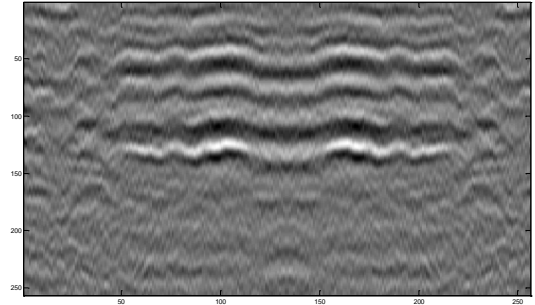


Figura 3. Imagen sísmica original, 256x256 píxeles. [Autores]

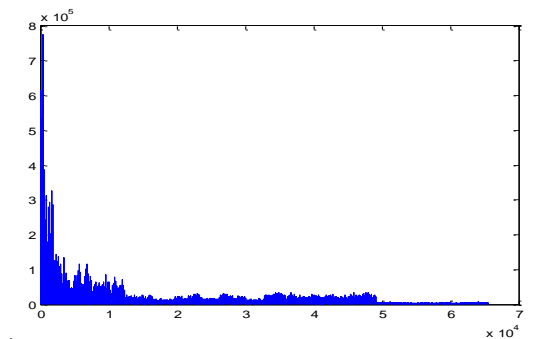


Figura 4. Coeficientes obtenidos al aplicar la transformación wavelet a la imagen original.

La representación de los coeficientes de aproximación y de detalle wavelet con 6 niveles de descomposición usando el filtro (Wavelet Madre) Daubechies1, deja ver que la mayoría de coeficientes tienen magnitudes bajas y que los de mayor magnitud, que son relativamente pocos, son los que contienen la mayor cantidad de información de la imagen. Con los coeficientes de aproximación se puede obtener la mayor cantidad de información de la imagen, y los coeficientes de detalle no contienen información significativa. Para la imagen presentada en la Figura 3 la magnitud de los coeficientes wavelet oscila entre cero y $7.7643e+005$, observando la Figura 4, se infiere que la mayoría de los coeficientes tiene magnitud menor que $1e+005$, se corrió un algoritmo que tomaba los coeficientes y volvía cero todos aquellos cuya magnitud estuviera por debajo de un umbral seleccionado. Para este caso específico se volvieron cero todos los coeficientes wavelet cuya magnitud estuviera por debajo de $8e+003$. Al conjunto de coeficientes truncado se le aplicó la transformación wavelet inversa para obtener una imagen.

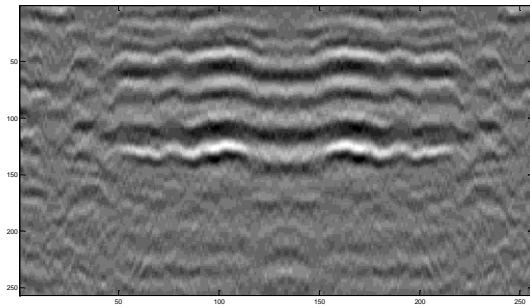


Figura 5. Imagen obtenida al aplicar la transformación wavelet inversa. [Autores]

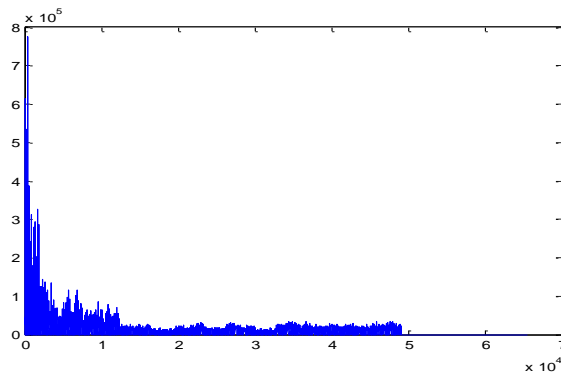


Figura 6. Representación de los coeficientes wavelet después de volver cero el 71.5% de ellos. [Autores]

El algoritmo arrojó que el 71.5% de los coeficientes wavelet tenían magnitud menor a $8e+003$, los cuales fueron convertidos en cero. Al aplicar la transformación inversa se obtuvo la imagen mostrada en la Figura 5, que al ser comparada con la imagen original (Figura 3) sostiene un PSNR de 31.87 dB. Esta relación señal a ruido es aceptable ya que consideraremos, en este trabajo, que una imagen de buena calidad presenta PSNRs superiores a 30dB [13]. Todo lo anterior implica que solo el 24,5% de los coeficientes wavelet contenía información suficiente para obtener una imagen aceptable. Esto implica que este tipo de imagen es poco densa en el dominio wavelet.

Para el análisis de los coeficientes curvelet se hizo el mismo procedimiento, se aplicó la transformación curvelet con 6 niveles y 16 ángulos en el nivel 2, sobre la imagen original (Figura 3) y se analizaron sus coeficientes. La magnitud de los coeficientes curvelet en la transformación de esta imagen oscila entre cero y $4.2474e+005$, el algoritmo se configuró para que volviera cero los coeficientes cuya magnitud fuera menor a $7e+003$, como resultado se obtuvo que aproximadamente el 94% de los

coeficientes curvelet cumplía con esta condición, los cuales fueron convertidos en cero, al aplicar la transformación inversa se obtuvo la imagen presentada en la Figura 7, cuya comparación con la imagen original corresponde a un PSNR de 31.5 dB. Este resultado demuestra que la mayor cantidad de información de la imagen está contenida en solo el 6% de los coeficientes curvelet lo que indica que esta imagen es poco densa en el dominio curvelet.

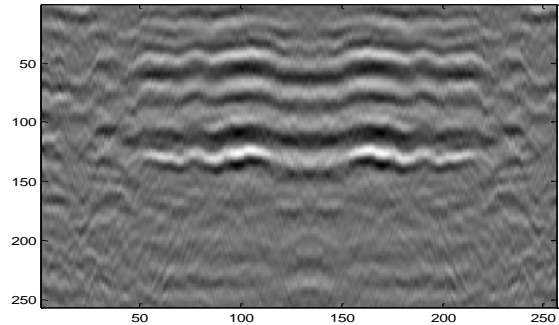


Figura 7 Imagen obtenida al aplicar la transformación curvelet inversa. [Autores]

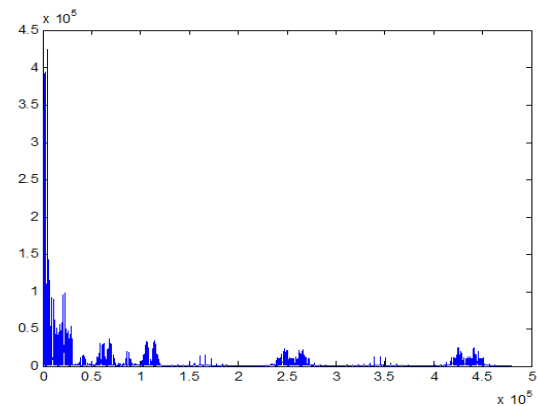


Figura 8. Representación de los coeficientes curvelet. [Autores]

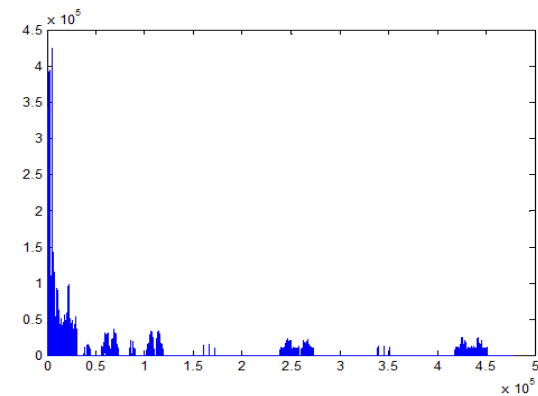


Figura 9. Representación de los coeficientes curvelet después de volver cero el 94% de ellos. [Autores]

Con los resultados previos, se puede concluir que las imágenes sísmicas 2D son poco densas en ambos dominios, curvelet y wavelet. Sin embargo, comparando los resultados, el dominio curvelet es más adecuado para la aplicación del muestreo comprimido ya que ofrece una representación mucho menos densa de las imágenes que la transformación wavelet. Lo anterior se deduce del hecho de que fue posible obtener un PSNR adecuado con solo el 6% de los coeficientes curvelet comparado con el 24% de coeficientes wavelet necesario para obtener un PSNR similar.

Las imágenes sísmicas 3D que se tratan en este artículo son producto de la generación en forma sintética de un cubo conteniendo varias imágenes sísmicas 2D. De esta forma, el análisis de los coeficientes de las transformaciones tiene el mismo fundamento que el tratamiento hecho a las imágenes 2D. A partir de una imagen sísmica 3D original, se le aplican transformaciones wavelet 3D (4 niveles, filtro Daubechies1) y curvelet 3D (4 niveles, 8 ángulos en el segundo nivel), los coeficientes resultantes son sometidos al algoritmo que vuelve cero los coeficientes cuya magnitud sea menor a un valor establecido y realiza la transformación inversa para obtener una imagen.

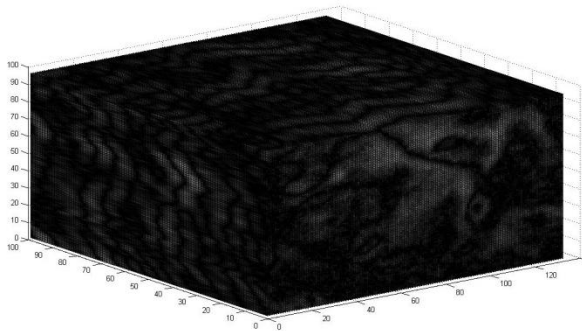


Figura 10. Imagen sísmica 3D original 100x133x96 píxeles. [Autores]

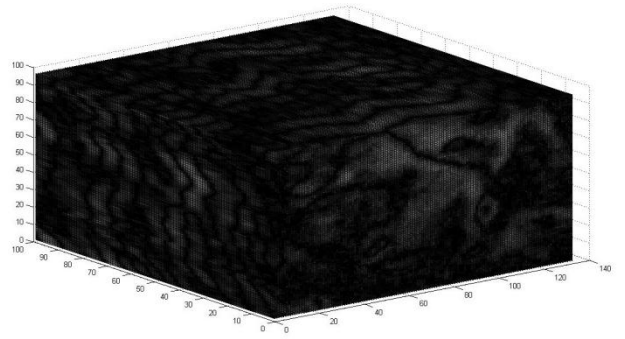


Figura 11. Imagen sísmica 3D obtenida después de realizar la transformación wavelet inversa. 65,4% de los coeficientes tenían magnitud inferior a $5,8e+003$ y fueron vueltos cero. PSNR respecto a la imagen original 37.3 dB. [Autores]

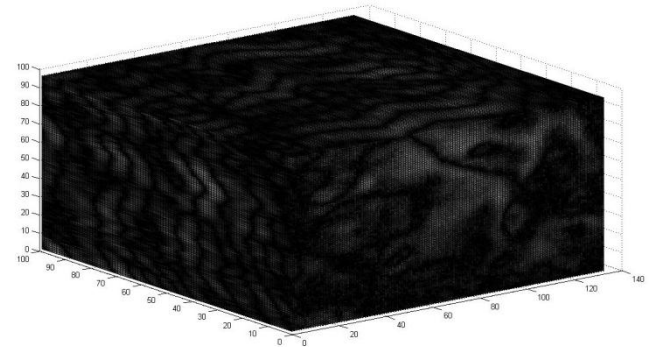


Figura 12. Imagen sísmica 3D obtenida después de realizar la transformación curvelet inversa. 71% de los coeficientes tenían magnitud inferior a $3,5e+003$ y fueron vueltos cero. PSNR respecto a la imagen original 37 dB. [Autores]

Nuevamente, a partir de los resultados obtenidos en la transformaciones inversas con coeficientes truncados, mostrados en las Figuras 11 y 12, se puede concluir que tanto el dominio curvelet como el wavelet permiten representar las imágenes sísmicas 3D en forma poco densa. Sin embargo el dominio curvelet se muestra como el más adecuado para la aplicación del muestreo comprimido de imágenes sísmicas 3D ya que la información relevante de la imagen se concentra en un menor número de coeficientes en comparación con la transformación wavelet.

V. DISEÑO DE LA MATRIZ DE MEDICIÓN

La segunda etapa en el proceso de muestro comprimido es el diseño y análisis de la matriz de

proyección usada para el muestreo. Las matrices aleatorias son tomadas frecuentemente como matrices de medición debido a que son incoherentes con cualquier dominio *sparse* [2].

La Figura 13 muestra el proceso de CS, donde un paquete de datos comprimidos y es obtenido al multiplicar la matriz de medición Φ con la señal de interés x en forma de vector columna. Para poder hacer esta multiplicación matricial, Φ debe tener tantas columnas como filas tenga x ; el número de filas de Φ depende de la cantidad de muestras que se requiere adquirir.

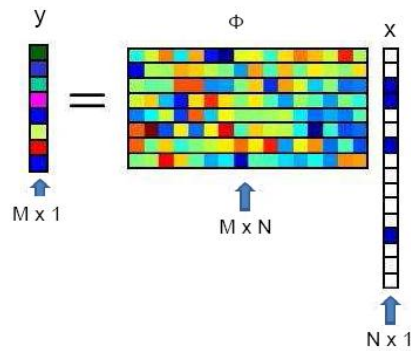


Figura 13. Obtención del vector comprimido y mediante la matriz de medición Φ a partir de la señal x [Autores]

Ejemplificando lo anterior, si se quiere diseñar una matriz de medición para aplicar CS a una imagen 2D de 128×128 píxeles se requiere reorganizar la imagen como un vector x de 1 columna y 16384 filas por lo tanto Φ debe tener 16384 columnas. Si se desea que el tamaño de muestras adquiridas y corresponda a un cuarto del tamaño de x , entonces Φ debe tener 4096 filas, tal que Φ es una matriz de 4096×16384 . En total, para este ejemplo, Φ es una matriz de 67108864 elementos. Matlab emplea 8 Bytes de memoria para almacenar cada elemento de una matriz en precisión doble, se necesitan 512 MB para almacenar esta matriz de medición, lo anterior implica que algunas matrices de medición pueden exceder la memoria máxima disponible para arreglos de Matlab. El proceso más crítico se da cuando se trata de hacer una matriz de medición para aplicarse a una imagen sísmica 3D de $64 \times 64 \times 64$ píxeles, esta matriz puede tener un tamaño en memoria de 109 Gigabytes si se quiere adquirir únicamente el 20% del tamaño del cubo sísmico original.

A pesar de que la matriz de muestreo puede ser grande para algunas aplicaciones, usualmente esta matriz no requiere ser almacenada sino que sus

elementos pueden ser generados si se conoce el tipo de distribución que siguen sus elementos.

Para sortear el problema de tamaño de las matrices en el proceso de simulación, se realiza una combinación lineal de todos los píxeles de las imágenes o conjunto de imágenes sísmicas y luego se seleccionan solo un porcentaje de estas combinaciones lineales. Esta selección se hace de acuerdo a las matrices de medición planteadas en la Figura 14. Estas matrices están formadas de elementos con diferentes distribuciones de unos y ceros: Figura 14-(a) muestra una matriz de selección con distribución puramente aleatoria. Figura 14-(b) tiene una componente determinística en la esquina superior izquierda y una componente aleatoria, y la Figura 14-(c) es una matriz completamente determinística. En estas matrices, un píxel blanco indica la presencia de un uno (1) mientras los píxeles negros indican ceros (0).

Para todos los experimentos, tanto 2D como 3D, las matrices de medición tienen las mismas dimensiones que la imagen de interés. Esto porque la posición cada "1" presente en la matriz de medición indica la posición del píxel que se seleccionará de la imagen original después de la combinación lineal de sus elementos. La cantidad de "unos" en la matriz de medición constituye el porcentaje de muestras a ser tomadas y el tamaño final del vector de datos comprimidos y .

Para comparar cual matriz de medición permite adquirir mayor información de la imagen durante el muestreo comprimido, las imágenes son reconstruidas usando un algoritmo de optimización diseñado para reconstrucción de imágenes sísmicas a partir de datos comprimidos [7].

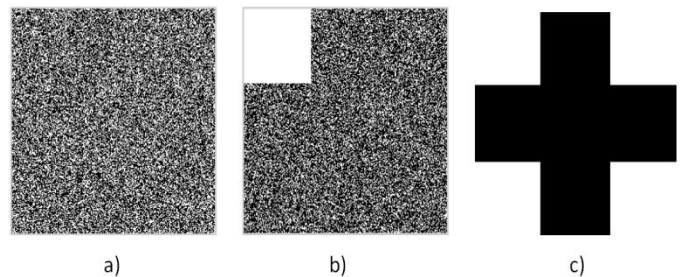


Figura 14. Diferentes matrices de medición que adquieren 42% de las muestras. a) Aleatoria b) Aleatoria y Determinística c) Determinística. [Autores]

VI. SIMULACIONES

A. Simulaciones con datos sísmicos 2D

Para verificar y validar los experimentos realizados con las matrices de medición y a fin de determinar cuál es la matriz más idónea, se utilizaron algoritmos para reconstruir imágenes sísmicas 2D a partir de datos comprimidos [7]. En esta parte del trabajo se comparan los resultados obtenidos al reconstruir imágenes a partir de datos comprimidos obtenidos utilizando las 3 diferentes matrices de medición mostradas anteriormente. La comparación se hace en términos del PSNR obtenido entre la imagen reconstruida y la original, el número de muestras tomadas, el tipo de matriz de medición utilizada y el diccionario seleccionado (curvelet o wavelet). De esta forma se pretende escoger la matriz de medición que arroje mejores resultados teniendo en cuenta el mejor PSNR en cada una de las pruebas hechas y detectar el mínimo número de muestras para hacer una reconstrucción exitosa. Este proceso será aplicado de igual forma a las imágenes sísmicas 3D usando matrices de medición 3D.

En esta prueba fue hecha a 100 iteraciones en el algoritmo de reconstrucción y con un paquete de datos comprimidos que posee cerca del 42% de la información de la imagen original muestreada según la forma de cada matriz de medición propuesta (Figura 14), se obtuvieron los siguientes resultados:

	<i>Matriz a</i>	<i>Matriz b</i>	<i>Matriz c</i>
Curvelet	14.60 dB	15.04 dB	15.03 dB
Wavelet	14.61 dB	14.90 dB	14.84 dB

Tabla 1. Resultados de la calidad de imágenes reconstruidas a partir de la aplicación de tres matrices de medición usando diccionarios curvelet y wavelet.

[Autores]

Es posible mejorar el PSNR siempre que se eleve la cantidad de iteraciones. Sin embargo esto implica un incremento en el tiempo de cómputo para obtener un resultado. Debido al tamaño de las imágenes a ser reconstruidas, computación de alto rendimiento es requerida para disminuir el tiempo de cómputo.

B. Simulaciones con datos sísmicos 3D.

A partir del análisis de la *eliminación* de los coeficientes hecha en la sección IV para imágenes sísmicas 3D, se puede decir que el número mínimo de muestras requeridas para realizar una reconstrucción, está directamente relacionado con el porcentaje de coeficientes en el que se encuentra la mayor parte de la información necesaria para representar una imagen sísmica en un dominio (wavelet o curvelet) [14].

En esta sección se aplica la técnica de muestreo comprimido sobre una imagen sísmica 3D original de 64x64x64 píxeles, se busca obtener un paquete de datos comprimidos a partir de la aplicación de 3 tipos de matrices de medición 3D con diferentes porcentajes de muestras tomadas y aplicarle a este paquete de datos algoritmos de reconstrucción 3D (vistos en [7]) utilizando los dominios curvelet y wavelet, el resultado de la reconstrucción es comparado con la imagen original mediante el PSNR para obtener una medida de la similitud de las dos imágenes.

Para calcular el PSNR entre la imagen sísmica 3D reconstruida y original, hay que tener en cuenta que estas se componen de una superposición de varias imágenes sísmicas 2D, que en este caso llamaremos láminas, así la imagen sísmica 3D es descompuesta en n láminas, (n es el número de píxeles que mide la imagen sísmica 3D, para este caso 64). Se calcula el PSNR entre cada lámina de la imagen reconstruida respecto a las correspondientes de la imagen sísmica 3D original, luego los n PSNRs obtenidos son promediados obteniendo finalmente el PSNR de la imagen sísmica 3D. El objetivo es mostrar cuál estrategia de medición produce los mejores resultados teniendo en cuenta la matriz de medición seleccionada, el porcentaje de muestras tomadas, el diccionario utilizado y el PSNR obtenido.

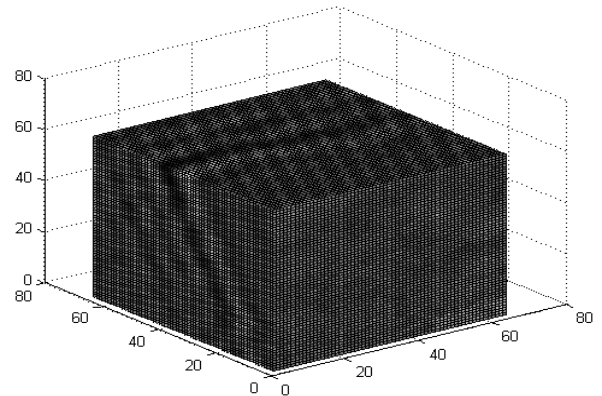


Figura 15. Imagen 3D original de 64x64x64 píxeles.
[Autores]

Para los experimentos se proponen matrices de medición 3D que conservan las mismas características que las matrices de medición 2D utilizadas en la sección V (Distribución completamente aleatoria, distribución aleatoria y determinística y distribución completamente determinística).

El porcentaje de muestras tomadas corresponde aproximadamente al 20, 30, 40 y 50% de la información de la imagen original. A continuación se muestran representaciones gráficas que ejemplifican las matrices de medición 3D utilizadas en los experimentos.

Cabe recordar que tanto los algoritmos para determinar el espacio adecuado para aplicar muestreo comprimido y los usados para simular la adquisición de imágenes sísmicas 2D y 3D se usó el software Matlab en sus versiones 7.10.0 (R2010a) ejecutado en el sistema operativo Windows 7 de 32 bits así como la versión 7.12.0 (R2011b) ejecutado en el sistema operativo Ubuntu 11.10 de 64 bits.

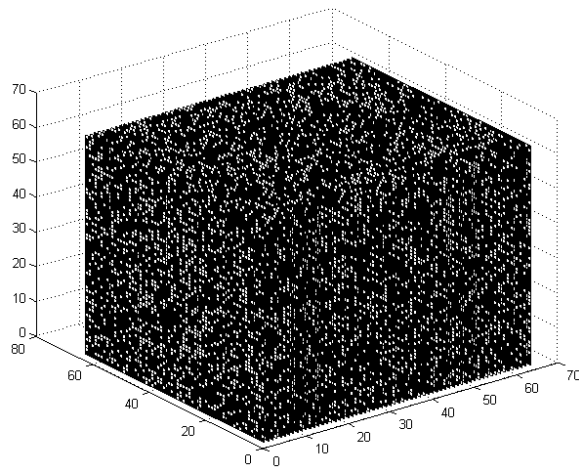


Figura 16. Ejemplo de matriz de medición 3D de 64x64x64 píxeles con distribución completamente aleatoria. [Autores]

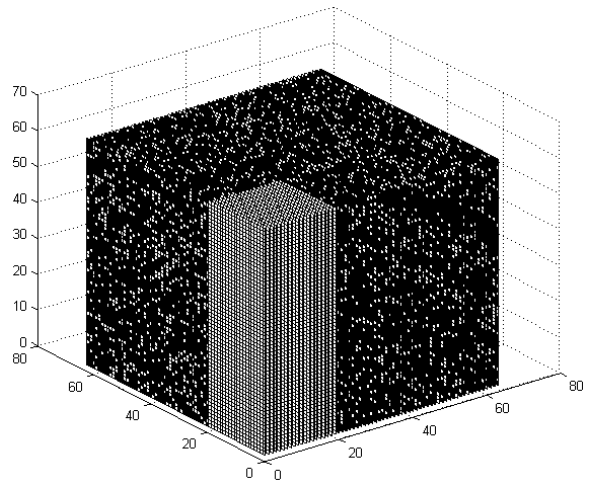


Figura 17. Ejemplo de matriz de medición 3D de 64x64x64 píxeles con distribución aleatoria y determinística. [Autores]

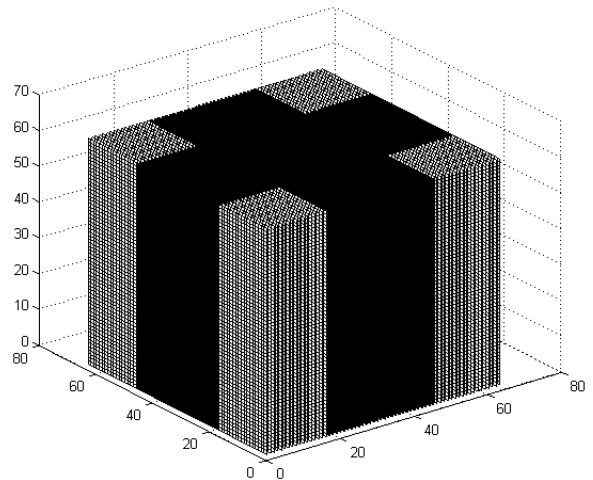


Figura 18. Matriz de medición 3D de 64x64x64 píxeles con distribución completamente determinística. [Autores]

C. Simulaciones con datos sísmicos 3D en el diccionario curvelet.

La Figura 19 muestra el comportamiento de la calidad de la imagen reconstruida (comparada con la imagen original) a partir de paquetes de datos comprimidos, utilizando las tres propuestas de matrices de medición 3D, a medida que se aumenta el número de muestras tomadas.

Los resultados indican que al aplicar matrices de medición que contienen un componente determinístico estas pudieron captar información más relevante que permitió una reconstrucción más fiel a la imagen original.

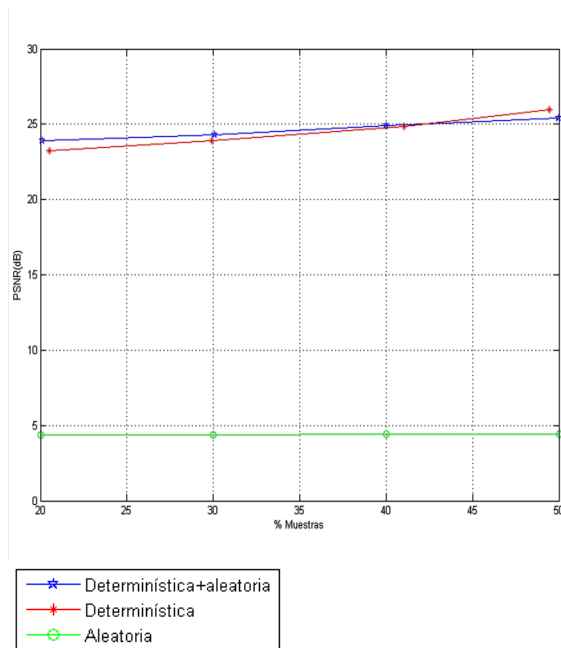


Figura 19. Gráfica comparativa PSNR de la imagen reconstruida Vs porcentaje de muestras tomadas para las diferentes matrices de medición. [Autores]

La tabla 2 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición aleatoria con componente determinístico sobre la imagen 3D original, se incluye el tamaño del paquete de datos comprimidos para mostrar la compresión lograda también se muestra el porcentaje de muestras tomadas y el PSNR obtenido después de hacer la reconstrucción a partir del paquete de datos comprimidos.

Todas las pruebas se realizaron con 20 iteraciones en el algoritmo de reconstrucción ya que se encontró que al momento de elevar la cantidad de iteraciones, el algoritmo de reconstrucción [7] no presentaba cambios significativos en la calidad de la imagen 3D reconstruida, es decir al calcular el PSNR con un número mayor a 20 iteraciones no se presentaron cambios significativos en este.

Tamaño de imagen original, X (MB)	Tamaño de vector comprimido, Y (KB)	Porcentaje de muestras tomadas.	PSNR obtenido (dB)
2,097	422	20,1%	23,90
2,097	629,80	30,08%	24,30
2,097	837,55	40,02%	24,90
2,097	1072,12	49,97%	25,40

Tabla 2. Resultados de la aplicación de la matriz de medición determinística y aleatoria (Figura 17). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 pixeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario curvelet y matriz de medición con componente determinística).

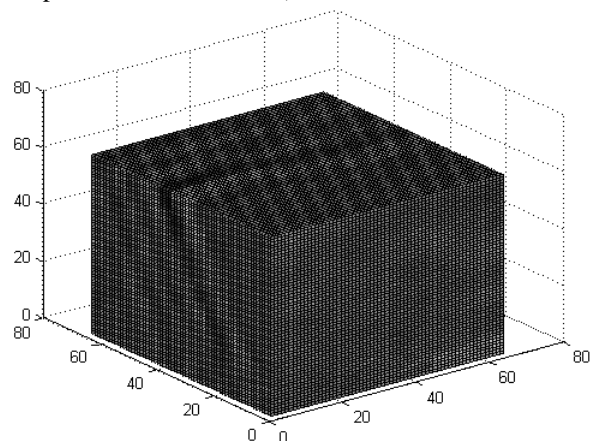


Figura 20. Imagen reconstruida a partir de 20,1% de la información de la imagen original. [Autores]

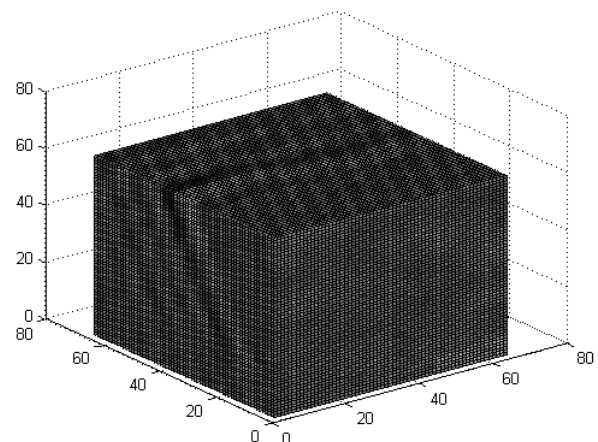


Figura 21. Imagen reconstruida a partir del 30,08% de la información de la imagen original. [Autores]

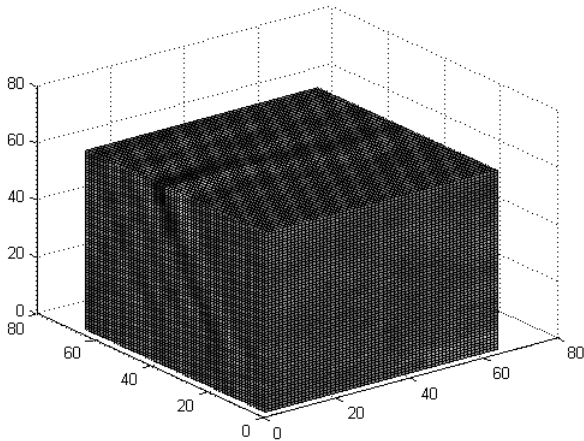


Figura 22. Imagen reconstruida a partir del 30,02% de la información de la imagen original. [Autores]

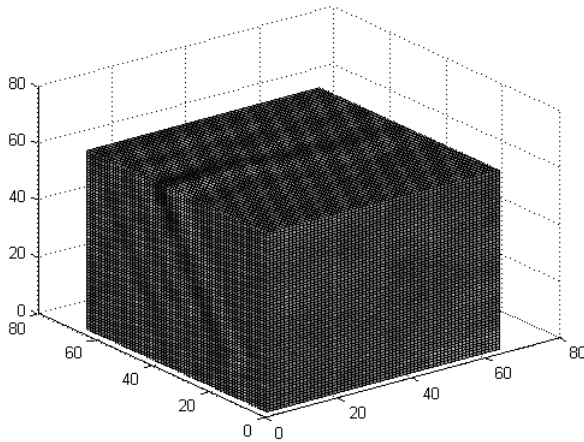


Figura 23. Imagen reconstruida a partir del 49,97% de la información de la imagen original.

La tabla 3 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición completamente determinística sobre la imagen 3D original.

<i>Tamaño de imagen original, X (MB)</i>	<i>Tamaño de vector comprimido, Y (KB)</i>	<i>Porcentaje de muestras tomadas.</i>	<i>PSNR obtenido (dB)</i>
2,097	430,59	20,53%	23,21
2,097	627,20	29,90%	23,92
2,097	860,67	41,04%	24,86
2,097	1060,86	49,43%	25,96

Tabla 3. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente determinística (Figura 18). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 pixeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario curvelet y matriz de medición completamente determinística).

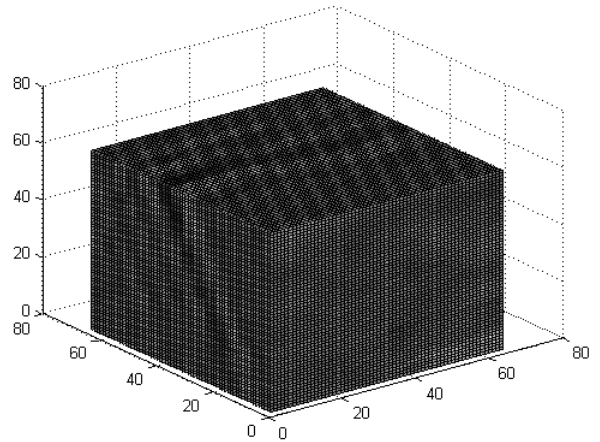


Figura 24 . Imagen reconstruida a partir del 20,53% de la información de la imagen original. [Autores]

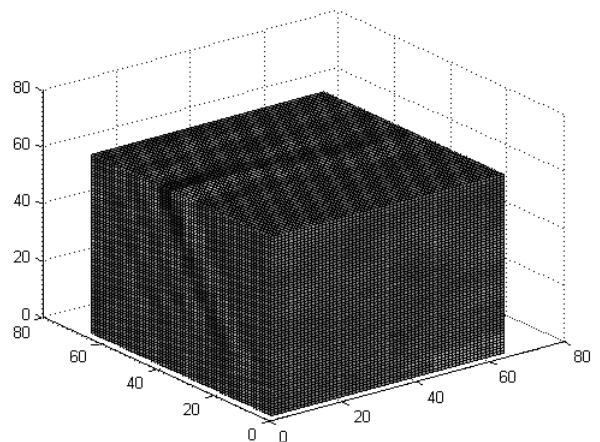


Figura 25. Imagen reconstruida a partir del 29,90% de la información de la imagen original. [Autores]

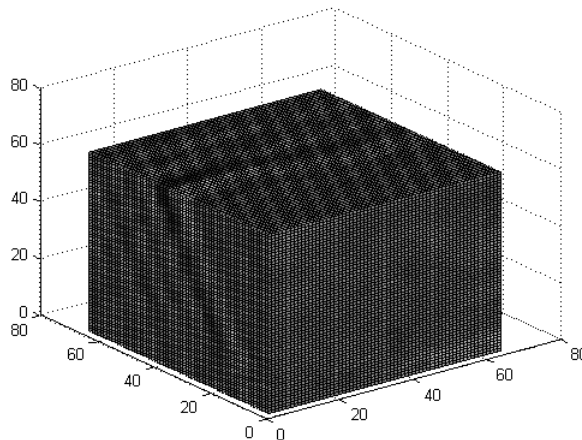


Figura 26. Imagen reconstruida a partir del 41,04% de la información de la imagen original. [Autores]

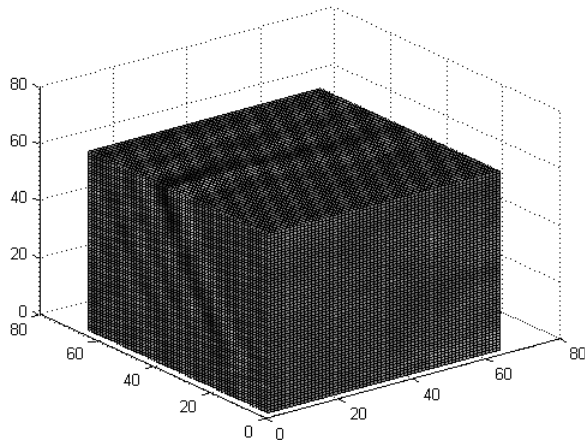


Figura 27. Imagen reconstruida a partir del 49,43% de la información de la imagen original. [Autores]

La tabla 4 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición completamente aleatoria sobre la imagen 3D original.

Tamaño de imagen original, X (MB)	Tamaño de vector comprimido, Y (KB)	Porcentaje de muestras tomadas.	PSNR obtenido (dB)
2,097	419,43	20%	4,37
2,097	629,14	30%	4,39
2,097	838,86	40%	4,40
2,097	1073,15	50%	4,41

Tabla 4. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente aleatoria (Figura 16). Reconstrucción en el dominio curvelet, imagen 3D de 64 x64x64 píxeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario curvelet y matriz de medición completamente aleatoria).

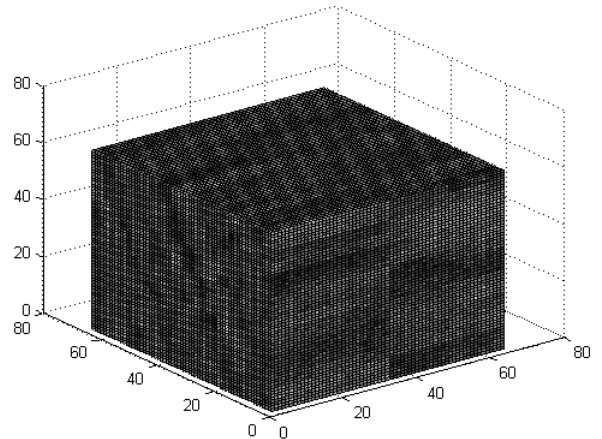


Figura 28. Imagen reconstruida a partir del 20% de la información de la imagen original. [Autores]

Cabe resaltar que la aplicación de esta matriz de medición fue la que logró captar menos información relevante de la imagen original, esto se observa en los PSNRs bajos obtenidos en la reconstrucción, también es posible notar a simple vista la mala calidad de las imágenes reconstruidas.

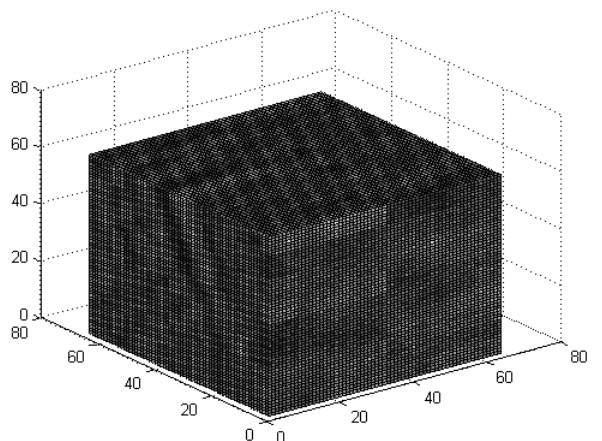


Figura 29. Imagen reconstruida a partir del 30% de la información de la imagen original. [Autores]

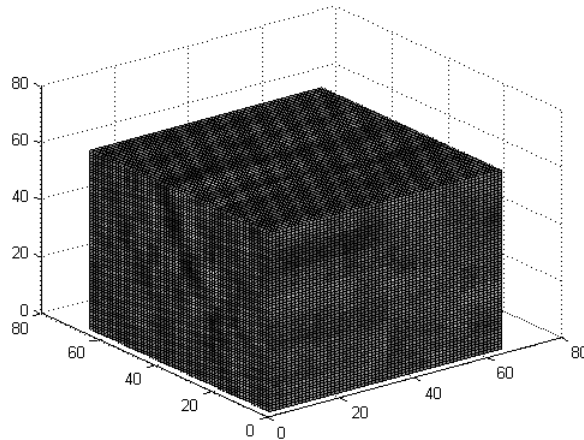


Figura 30. Imagen reconstruida a partir del 40% de la información de la imagen original. [Autores]

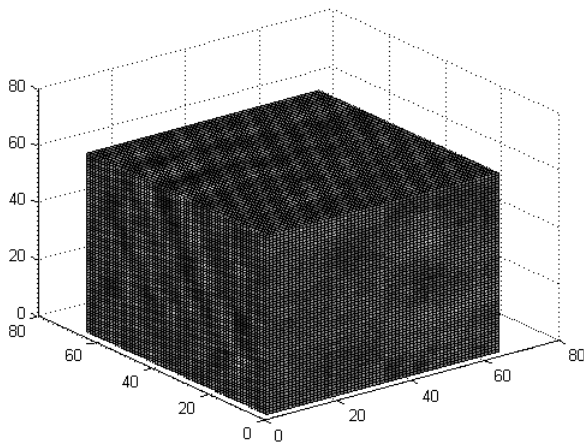


Figura 31. Imagen reconstruida a partir del 50% de la información de la imagen original. [Autores]

D. Simulaciones con datos sísmicos 3D en el diccionario wavelet.

La Figura 32 muestra el comportamiento de la calidad de la imagen reconstruida (comparada con la imagen original) utilizando como diccionario el dominio wavelet a partir de paquetes de datos comprimidos, utilizando las tres propuestas de matrices de medición 3D, a medida que se aumenta el número de muestras tomadas.

Los resultados indican que el dominio wavelet arroja resultados de PSNRs similares a los obtenidos

en los experimentos con el dominio curvelet sin embargo estos últimos siguen siendo mejores, esto demuestra nuevamente que el dominio curvelet ofrece mejores condiciones que el dominio wavelet para la aplicación del CS en imágenes sísmicas 3D.

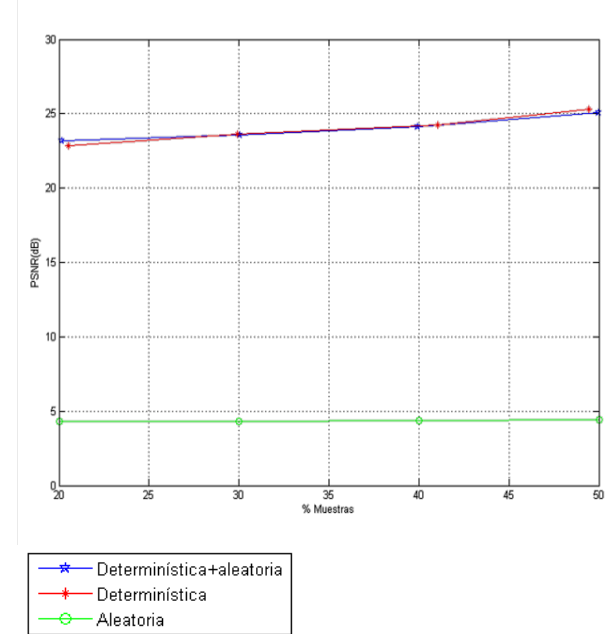


Figura 32. Gráfica comparativa PSNR de la imagen reconstruida Vs porcentaje de muestras tomadas para las diferentes matrices de medición. [Autores]

La tabla 5 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición aleatoria con componente determinístico sobre la imagen 3D original.

Tamaño de imagen original, X (MB)	Tamaño de vector comprimido, Y (KB)	Porcentaje de muestras tomadas.	PSNR obtenido (dB)
2,097	422,06	20,13%	23,19
2,097	630,22	30,05%	23,58
2,097	837,60	39,94%	24,11
2,097	1073,15	49,98%	25,05

Tabla 5. Resultados de la aplicación de la matriz de medición aleatoria con componente determinístico. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 píxeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario wavelet y matriz de medición con componente determinístico).

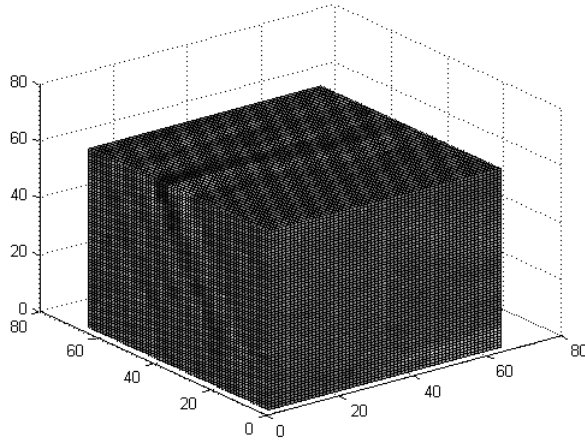


Figura 33. Imagen reconstruida a partir del 20,13% de la información de la imagen original. [Autores]

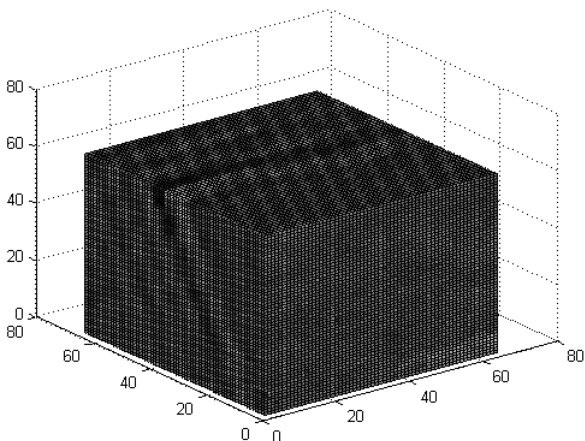


Figura 34. Imagen reconstruida a partir del 30,05% de la información de la imagen original. [Autores]

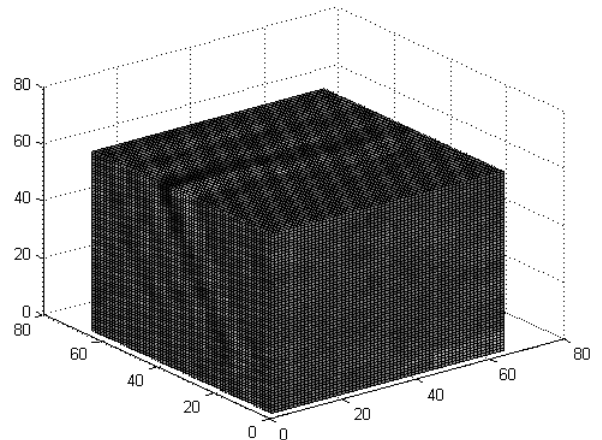


Figura 35. Imagen reconstruida a partir del 39,94% de la información de la imagen original. [Autores]

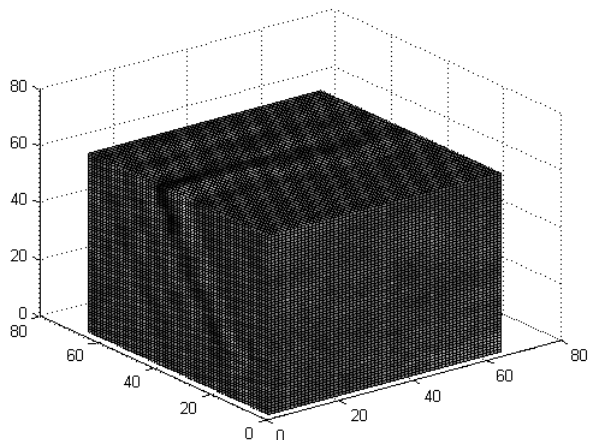


Figura 36. Imagen reconstruida a partir del 49,98% de la información de la imagen original. [Autores]

La tabla 6 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición completamente determinística sobre la imagen 3D original.

<i>Tamaño de imagen original, X (MB)</i>	<i>Tamaño de vector comprimido, Y (KB)</i>	<i>Porcentaje de muestras tomadas.</i>	<i>PSNR obtenido (dB)</i>
2,097	430,55	20,53%	22,86
2,097	627,01	29,90%	23,62
2,097	860,60	41,04%	24,26
2,097	1036,54	49,43%	25,31

Tabla 6. Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente determinística. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 píxeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario wavelet y matriz de medición completamente determinística).

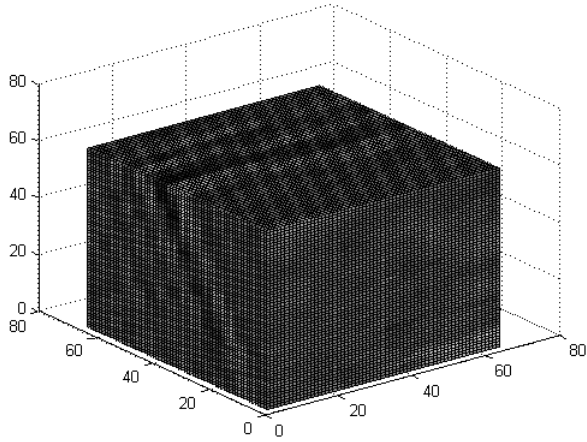


Figura 37. Imagen reconstruida a partir del 20,53% de la información de la imagen original. [Autores]

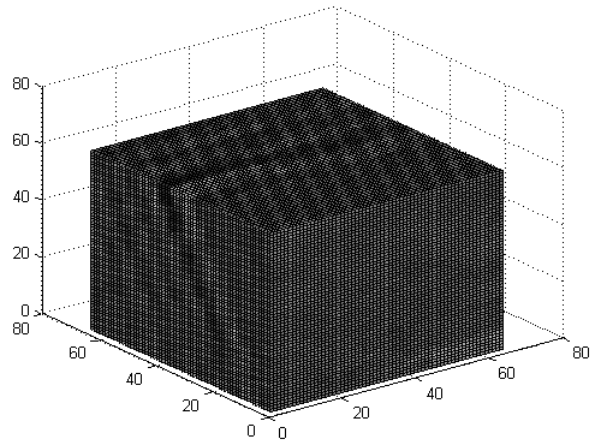


Figura 39. Imagen reconstruida a partir del 41,04% de la información de la imagen original. [Autores]

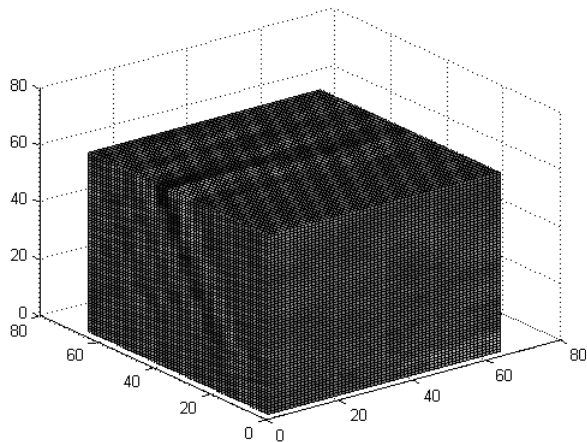


Figura 38. Imagen reconstruida a partir del 29,90% de la información de la imagen original. [Autores]

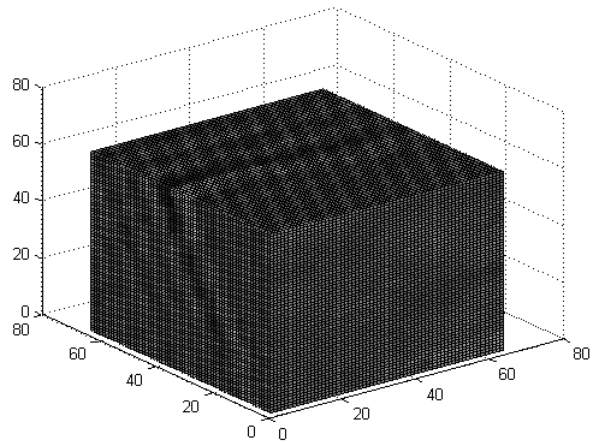


Figura 40. Imagen reconstruida a partir del 49,43% de la información de la imagen original. [Autores]

La tabla 7 muestra la relación de resultados al aplicar la matriz de medición completamente aleatoria sobre la imagen 3D original.

Tamaño de imagen original, X (MB)	Tamaño de vector comprimido, Y (KB)	Porcentaje de muestras tomadas.	PSNR obtenido (dB)
2,097	419,40	20%	4,32
2,097	629,10	30%	4,34
2,097	838,80	40%	4,38
2,097	1048,50	50%	4,40

Tabla 7 Resultados de la aplicación de la matriz de medición completamente aleatoria. Reconstrucción en el dominio wavelet. Imagen 3D de 64x64x64 pixeles.

A continuación se muestran las imágenes 3D reconstruidas a partir de cada paquete de datos obtenido para esta estrategia de medición (Diccionario wavelet y matriz de medición completamente aleatoria).

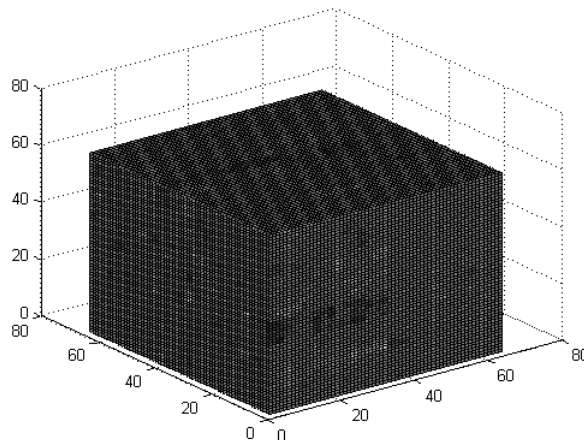


Figura 41. Imagen reconstruida a partir del 20% de la información de la imagen original. [Autores]

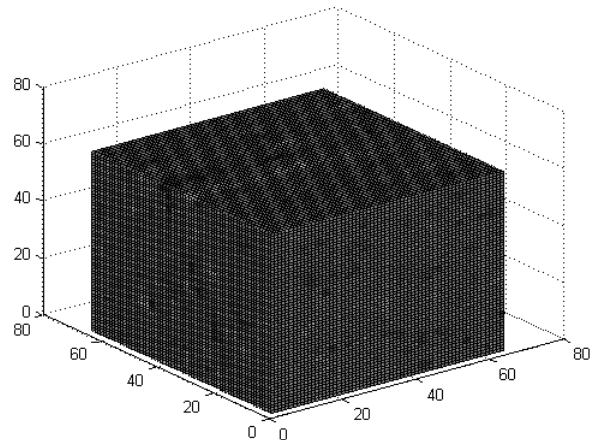


Figura 42. Imagen reconstruida a partir del 30% de la información de la imagen original. [Autores]

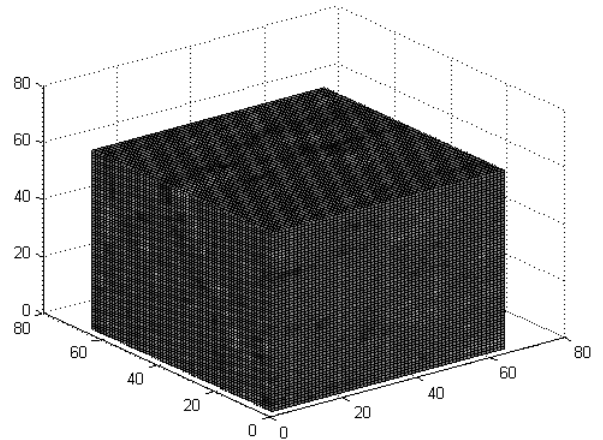


Figura 43. Imagen reconstruida a partir del 40% de la información de la imagen original. [Autores]

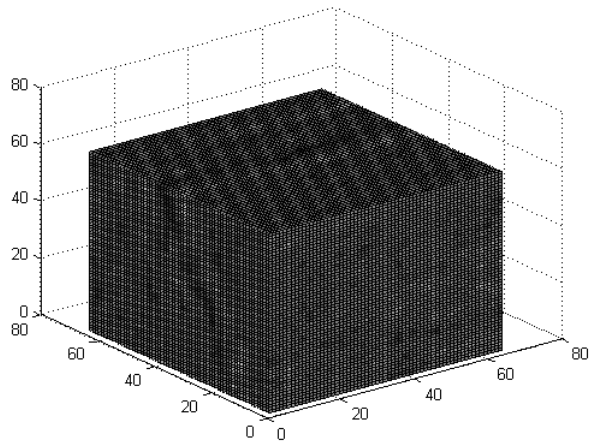


Figura 44. Imagen reconstruida a partir del 50% de la información de la imagen original. [Autores]

VII. CONCLUSIONES

Los experimentos de aplicación de la técnica de muestreo comprimido sobre imágenes sísmicas establecieron que el dominio poco denso o *sparse* curvelet ofrece una distribución más escasa de los coeficientes tanto para imágenes 2D como 3D en comparación con el dominio wavelet, esto hace que la transformada curvelet sea más óptima para la aplicación de la técnica.

Se obtuvieron paquetes de datos comprimidos 3D con hasta un 80% de compresión respecto a la imagen original que pudieron ser reconstruidos con éxito, esto implica una reducción considerable en el espacio de almacenamiento y/o tiempo de transferencia de datos requerido para este tipo de imágenes a través del muestreo comprimido.

La estrategia de sensado a través de la selección de una matriz de medición se basó en el hecho de que la aleatoriedad ofrece un mayor grado de incoherencia respecto al dominio base, sin embargo se propusieron matrices diferentes que incluían incluso un componente determinístico. Los experimentos con imágenes 3D mostraron que las matrices de medición que ofrecieron un PSNR más alto con un índice de compresión menor al 80% fueron las que contenían componentes tanto aleatorios como determinísticos.

Los algoritmos de reconstrucción a partir de datos comprimidos se basan en la solución de sistemas indeterminados por métodos iterativos [7]. Por esta razón, el número de iteraciones de estos algoritmos es un parámetro influyente en el resultado final de la reconstrucción, esto se dio para el caso de las imágenes sísmicas 2D, sin embargo este fenómeno no se presentó en el proceso de reconstrucción de imágenes sísmicas 3D donde al pasar de 20 a 450 iteraciones no se presenta ningún cambio significativo en el PSNR.

Es posible mejorar el PSNR cuando se incrementa la cantidad de iteraciones en el algoritmo de optimización. Sin embargo esto implica un incremento en el tiempo de cómputo para obtener un resultado. Debido a que el tamaño de las imágenes a ser reconstruidas es grande, computación de alto rendimiento es requerida para disminuir el tiempo de cómputo. Esto último ofrece un panorama prometedor para la aplicación de esta técnica en la industria.

Los paquetes de datos comprimidos se obtuvieron aplicando la técnica de sensado comprimido sobre imágenes sísmicas previamente obtenidas de manera tradicional [15], pues este trabajo pretende únicamente simular la técnica. Sin embargo, con los resultados obtenidos, se puede aplicar esta estrategia de muestreo en una adquisición real, usando como matrices de proyección, las matrices propuestas en este trabajo.

VIII. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a la Universidad Industrial de Santander (UIS), especialmente al grupo de investigación en Conectividad y Procesamiento de Señales (CPS), encabezado por el profesor Oscar Reyes, así como cada uno de los profesores miembros del grupo, quienes han apoyado nuestro trabajo de investigación. Agradecemos también al Instituto Colombiano del Petróleo por su constante soporte en años recientes en especial al funcionario Andrés Eduardo Calle Ochoa por su apoyo durante la elaboración de este trabajo.

REFERENCIAS

- [1] CANDES, E.J, WAKIN, M.B.; "An Introduction To Compressive Sampling," *Signal Processing Magazine, IEEE* , vol.25, no.2, pp.21-30, March 2008.
- [2] CANDES, E.J, "Compressive Sampling" Proceedings of the International Congress of Mathematicians, Madrid, Spain, 2006.
- [3] BARANIUK, Richard, "Compressive sensing". *IEEE Signal Processing Magazine*, 24(4), pp. 118-121, July 2007.
- [4] DIAZ SANCHEZ, María José, "Algoritmo y aplicación de Compressive sensing". Proyecto fin de carrera de Ingeniera de Telecomunicaciones. Departamento Teoría de Señal y Comunicaciones. Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla. España.
- [5] TRUJILLO GONZALEZ, Rodrigo. "Ondículas". En *Numero Revista de Didáctica de las Matemáticas*. Volumen 43-44. September 2000.
- [6] CANDES, E.J, "What is a curvelet", *Notices of the AMS*, Volume 50, Number 11.
- [7] ZULUAGA Q, Amat. GONZALEZ Q, Milton, RAMIREZ S, Ana, ABREO C, Sergio. "Diseño de un algoritmo que permita la reconstrucción de imágenes sísmicas en 3D a partir de datos comprimidos", A ser presentado: XVII Simposio de tratamiento de señales, imágenes y visión artificial. Medellín, Colombia. Sept. 2012.
- [8] CANDÈS, Emmanuel. And DUNCAN, Mark R. "Digital Curvelet Transform: Strategy, implementation and Experiments", Department of Statistics Stanford University. November, 1999.
- [9] CANDÈS, Emmanuel. DEMANET, Laurent. DONOHO, David. And YING, Lexing. "Fast Discrete Curvelet Transforms", Department of Statistics Stanford University. November, 1999.

- [10] STARCK, Jean-luck. MURTAGH, Fionn. And FADILI, Jamal M. "Sparse Image and signal processing: wavelets, curvelets, and morphological diversity". 2010.
- [11] MAJUMDAR, A. "Image compression by sparse PCA coding in curvelet domain". March 2008.
- [12] TANG, Wen. MA, Jianwei. HERRMANN, Felix. "Optimized Compressed Sensing for Curvelet-based". December 2008.
- [13] NAGAMANI, K. ANANTH, A.G. "Evaluation of SPIHT Compression Scheme for Satellite Imageries Based on Statistical Parameters" May 2012.
- [14] MENDOZA, Luis. MERIÑO, Lenis. "Compresión robusta usando Compressive sensing (CS)". Universidad de Pamplona. Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada. ISSN: 1692-7257.
- [15] HERRERA, Yajaira. COOPER, Norman. "Manual para la adquisición y procesamiento de sísmica terrestre y su aplicación en Colombia". Universidad Nacional de Colombia. Manual de procedimientos sísmicos terrestres en Colombia. ISBN: 978-958-446026-4. Enero 2010 Bogotá Colombia.
- [16] RAUHUT, Holger. "Compressive Sensing and Structured Random Matrices". Radon Series Comp. Appl. Math, 1–94. June, 2011.



Sergio Alberto Abreo Carrillo Nació en Bucaramanga, Colombia en el año de 1983. Es Ingeniero en Control Electrónico de la Universidad Francisco José de Caldas y magister en ingeniería electrónica de la Universidad Industrial de Santander. Ha sido profesor cátedra en la escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones en los últimos tres años dirigiendo los cursos de señales, sistemas digitales y arquitectura de computadores. Adicionalmente pertenece a los grupos de investigación en Conectividad y Procesamiento de Señales (CPS) de la UIS y Petrosísmica del Instituto Colombiano del Petróleo (ICP). Sus intereses de investigación Incluyen diseño e implementación de procesadores específicos usando FPGAs, computación de alto rendimiento, migración sísmica e imaging.



Raúl Herney González Duarte Nació en Puento Nacional, Santander, Colombia en el año de 1988. Es estudiante de ingeniería electrónica de la Universidad Industrial de Santander, adicionalmente pertenece al grupo de investigación en Conectividad y Procesamiento de Señales (CPS) de la UIS. Sus intereses de investigación incluyen el procesamiento de señales e imágenes y el área de electrónica de potencia.



Jose Ricardo Yancy Avedaño Nació en Valledupar, Cesar, Colombia en el año de 1986. Es estudiante de ingeniería electrónica de la Universidad Industrial de Santander, adicionalmente pertenece al grupo de investigación en Conectividad y Procesamiento de Señales (CPS) de la UIS. Sus intereses de investigación incluyen el procesamiento de señales e imágenes.



Ana Beatriz Ramírez Silva Es Ingeniera Electrónica de la Universidad Industrial de Santander y Master en Ciencias de Ingeniería Eléctrica de la Universidad de Puerto Rico. En la actualidad se encuentra vinculada con la Universidad Industrial de Santander como profesora asistente y es candidata a doctor de la Universidad de Delaware, EU, en el área de procesamiento de señales.