

**MORFOGÉNESIS DE ESTRUCTURAS TIPO CASCARÓN A PARTIR DEL
MODELO COMPUTACIONAL DE VIZOTTO**

NÉSTOR JULIÁN SALGAR NAVARRO

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2014**

**MORFOGÉNESIS DE ESTRUCTURAS TIPO CASCARÓN A PARTIR DEL MODELO
COMPUTACIONAL DE VIZOTTO**

NÉSTOR JULIÁN SALGAR NAVARRO

Trabajo de grado presentado para optar por el Título de
Ingeniero Civil

Codirector

LEONARDO MORENO DE LUCA

Ingeniero Civil, M.Sc. & Arquitecto.

Director

OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO

Ingeniero Civil, M.Sc., PhD.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA
2014**

A DIOS, por bendecirme siempre y guiar cada uno de mis pasos

*A mis padres, por ser mi mayor ejemplo de constancia,
sacrificio, paciencia y amor*

A mis hermanos, por estar siempre ahí para mí

¡Muchas Gracias!

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	13
1. MODELOS Y EXPERIMENTOS FÍSICOS Vs. MODELOS COMPUTACIONALES	16
2. MODELO COMPUTACIONAL DE VIZOTTO	19
2.1 RELACIÓN CONSTITUTIVA	19
2.2 DEFINICIÓN DEL ELEMENTO FINITO	19
3. MODIFICACIÓN DEL MODELO DE VIZOTTO	22
3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	22
4. PROCEDIMIENTO MORFOGENÉTICO PARA ESTRUCTURAS TIPO CASCARÓN	24
4.1 PARÁMETROS GEOMÉTRICOS Y DEL MATERIAL.....	24
4.2 DISCRETIZACIÓN DEL CASCARÓN	25
4.2.1 Determinación de los nodos y creación de la primera malla de conectividad	25
4.2.2 Adición de la segunda malla de conectividad.....	26
4.3 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.....	28
4.3.1 Matriz de rigidez global	28
4.3.2 Fuerzas actuantes en el cascarón	28
4.3.3 Reducción del sistema.....	29
4.4 GEOMETRÍA FINAL DEL CASCARÓN	29
4.4.1 Deformación de la primera malla de conectividad.....	29
4.4.2 Creación de la superficie del cascarón	29
4.5 CALIBRACIÓN DEL MODELO	31
5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y RESULTADOS	32
5.1 EJEMPLOS REPORTADOS POR VIZOTTO	32
5.1.1 Ejemplo de aplicación para un cascarón hexagonal apoyado en las esquinas	32
5.1.2 Ejemplo de aplicación para un cascarón rectangular apoyado en las esquinas	35
5.2 EJEMPLOS DE APLICACIÓN PROPUESTOS	38
5.2.1 Ejemplo de aplicación para un cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes	38

5.2.2 Ejemplo de aplicación para un cascarón triangular apoyado en las esquinas ¡Error! Marcador no definido.

6. CONCLUSIONES ¡Error! Marcador no definido.

REFERENCIAS..... ¡Error! Marcador no definido.

BIBLIOGRAFÍA..... ¡Error! Marcador no definido.

LISTA DE FIGURAS

- Figura 1.** Ejemplos de cubiertas tipo cascarón (a) Restaurante submarino del complejo L'Oceanogràfic en Valencia, España (b) Capilla de San Antonio de las Huertas en Tacuba, México (c) Aeropuerto Internacional John F. Kennedy en Nueva York (d) Estación de servicio en Deitingen, Suiza (e) Iglesia San Felipe en Cuernavaca, México (f) Cubierta de la piscina del Hotel Splendide Royal en Massagno, Suiza. **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 2.** (a) Forma generada por una pompa de jabón en un marco (b) Pabellones industriales en Bad Münde, Alemania (1998)..... **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 3.** (a) Modelo de telas colgantes de Heinz Isler (b) Cubierta del Vivero Wyss Gartencenter en Solothurn, Suiza (1962) **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 4.** (a) Maqueta de cadenas suspendidas de Gaudí (b) Basílica de La Sagrada Familia en Barcelona, España. **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 5.** Estructura de cascarón en la entrada del complejo L'Oceanogràfic en Valencia , España (a) Forma generada en un modelo computacional (b) Cascarón en construcción (c) Estructura en la actualidad..... **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 6.** Elemento finito Triángulo de Deformación Constante (CST) **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 7.** Metodología implementada por Vizotto para la obtención de la geometría en las estructuras tipo cascarón..... **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 8.** Cosenos directores para un elemento tipo barra biarticulada en tres dimensiones **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 9.** Ejemplo de ingreso de la geometría inicial de la estructura para una planta hexagonal. **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 10.** Malla de conectividad formada por los nodos de la planta arquitectónica del cascarón **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 11.** Diagrama de cuerpo libre en uno de los nodos de la primera malla de conectividad. **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 12.** Adición de la segunda malla de conectividad..... **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 13.** Diagrama de cuerpo libre en uno de los nodos de la primera malla de conectividad, para el sistema formado por las dos mallas **¡Error! Marcador no definido.**
- Figura 14.** Áreas aferentes a los nodos correspondientes para una planta hexagonal **¡Error! Marcador no definido.**

Figura 15. Representación de la deformación de la primera malla de conectividad ...	¡Error! Marcador no definido.
Figura 16. Geometría final para un cascarón hexagonal apoyado en la esquinas.....	30
Figura 17. Pasos generales empleados por el modelo computacional propuesto, para la generación de la geometría de las estructuras tipo cascarón.	30
Figura 18. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón hexagonal apoyado en las esquinas.....	32
Figura 19. Detalle del apoyo del cascarón hexagonal apoyado en las esquinas	32
Figura 20. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 21. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 22. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$).....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 23. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y ($X=0$).....	¡Error! Marcador no definido.
Figura 24. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva.	34
Figura 25. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón rectangular apoyado en las esquinas	35
Figura 26. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.....	35
Figura 27. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.....	36
Figura 28. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$).....	36
Figura 29. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y ($X=0$).....	37
Figura 30. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el para el borde paralelo al eje X ($Y=6.75$).	37
Figura 31. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el borde paralelo al eje Y ($X=9.75$).	37
Figura 32. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva	38
Figura 33. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes	39
Figura 34. Forma obtenida para el cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Dimensiones en la proyección del plano XZ.....	39

Figura 35. Forma obtenida para el cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Dimensiones en la proyección del plano YZ.....	39
Figura 36. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$) y el borde paralelo al eje X ($Y=4$).....	40
Figura 37. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y ($X=0$).....	40
Figura 38. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Vista en perspectiva	41
Figura 39. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón triangular apoyado en las esquinas.....	41
Figura 40. Forma obtenida para el cascarón triangular apoyado en las esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.....	42
Figura 41. Forma obtenida para el cascarón triangular apoyado en las esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.....	42
Figura 42. Cascarón Hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$).....	43
Figura 43. Cascarón Hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y ($X=0$).....	4
Figura 44. Cascarón triangular apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva.	

¡Error! Marcador no definido.

¡Error! Marcador no definido.

RESUMEN

TITULO: MORFOGÉNESIS DE ESTRUCTURAS TIPO CASCARÓN A PARTIR DEL MODELO COMPUTACIONAL DE VIZOTTO*

AUTOR: NÉSTOR JULIÁN SALGAR NAVARRO**

PALABRAS CLAVE: Estructuras tipo cascarón, Morfogénesis, Modelos y experimentos físicos, Modelo computacional, Método de elementos finitos.

DESCRIPCIÓN:

En el diseño de las estructuras tipo cascarón, se ha determinado que la eficiencia estructural (resistencia) se debe principalmente a la forma que estas posean. La búsqueda de estas formas ha estado influenciada por algunos principios, leyes y comportamientos de la naturaleza, los cuales se han aplicado en diferentes modelos y experimentos físicos, llevados a cabo hace algunos años por reconocidos arquitectos e ingenieros. Actualmente, estos modelos y experimentos han sido reemplazados por modelos computacionales, los cuales permiten obtener los mismos resultados, pero de una manera más eficiente y precisa. Por tanto, éste documento presenta el desarrollo de un modelo computacional (propuesto a partir del desarrollado por el ingeniero Isaías Vizotto), que permite la obtención de la morfogénesis de las estructuras tipo cascarón. El modelo funciona para las condiciones de planta arquitectónica, carga y de contorno (apoyo) que el usuario desee aplicar en el diseño de la estructura. Para lograr lo anterior, se realizó, mediante el software matemático MatLab y el software de modelado en tres dimensiones Rhinoceros, incluyendo un plug-in de este último llamado Grasshopper, una programación matemática y la aplicación de un método de elementos finitos. Con el fin de garantizar el correcto funcionamiento del modelo propuesto, se realizaron algunos de los ejemplos reportados por Vizotto empleando el código programado y se compararon los resultados obtenidos en cada modelo. Finalmente se proponen algunos ejemplos con distintas plantas arquitectónicas y diferentes condiciones de carga y de contorno, para mostrar la versatilidad del procedimiento computacional morfogenético empleado.

* Proyecto de Grado

** Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo, Ingeniero Civil. Codirector: Leonardo Moreno De Luca, Ingeniero Civil.

ABSTRACT

TITLE: MORPHOGENESIS OF SHELL STRUCTURES AS FROM VIZOTTO'S COMPUTATIONAL MODEL*

AUTHOR: NÉSTOR JULIÁN SALGAR NAVARRO**

KEYWORDS: Shell structures, Morphogenesis, Models and physical experiments, Computational model, Finite element method.

DESCRIPTION:

In the design of shell structures, it has been found that the structural behavior (strength) is given essentially by the form they have. The search for these forms has been influenced by some principles, laws and behaviors of nature, which have been applied in different models and physical experiments developed some years ago by renowned architects and engineers. Currently, these models and experiments have been replaced by computational models, which can obtain the same results but in a more efficiently and accurately way. Therefore, this study presents the development of a computational model (generated from the developed by the engineer Isaías Vizotto), which allows obtaining the morphogenesis of shell structures. The model works for any architectural plant, loading and boundary conditions that user wants to apply in the design of the structure. To achieve this, a mathematical programming and implementation of a finite element method, using the MatLab mathematical software and the modeling software in three dimensions Rhinoceros, including a plug-in called Grasshopper, was performed. In order to ensure the correct functioning of the proposed model, some of the examples reported by Vizotto were performed using the programmed code and the results in each model were compared. Finally some examples with different architectural plants, loading and boundary conditions are proposed to show the versatility of the morphogenetic computational process used.

* Undergraduate work

** Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo, Ingeniero Civil. Codirector: Leonardo Moreno De Luca, Ingeniero Civil.

INTRODUCCIÓN

Las estructuras tipo cascarón son aquellas estructuras delgadas compuestas por losas continuas curvas y rígidas, las cuales trabajan principalmente a compresión, y en donde los esfuerzos cortantes y flectores son mínimos [1]. Su diseño representa un gran reto para la ingeniería estructural, en donde uno de los principales interrogantes a tener en cuenta es la determinación de su geometría, puesto que se ha logrado establecer que su eficiencia estructural surge principalmente de la forma que estas posean [2]. Es por eso que el principal reto se fundamenta en la necesidad de aproximarse a una geometría particular que garantice un estado de esfuerzos ideal, en donde la compresión, como se mencionó anteriormente, debe ser la forma principal (y si es posible la única) de la transmisión de cargas verticales en la estructura.

Los cascarones también se han venido presentando como excelentes soluciones arquitectónicas desde el punto de vista funcional, ya que permiten una configuración arquitectónica totalmente libre y flexible debido a la ausencia de apoyos intermedios; y desde un punto de vista estético, pues presentan un alto valor formal como resultado de su configuración geométrica.

Debido a que este tipo de estructuras son utilizadas en su gran mayoría para cubrir grandes superficies, es posible encontrarlas en lugares tales como teatros, iglesias, centros comerciales, escenarios deportivos, aeropuertos, entre otros. En la Figura 1 se encuentran algunos ejemplos de estos cascarones construidos alrededor del mundo.

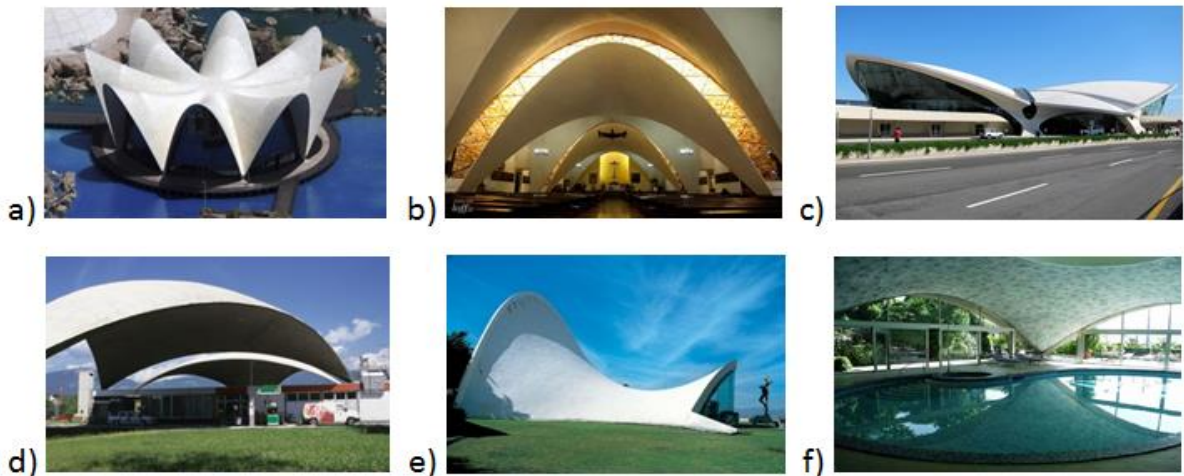
Se puede evidenciar en la literatura, que la búsqueda de estas formas ha sido por mucho tiempo, un proceso de generación y transformación, que ha utilizado algunos principios, leyes y comportamientos de la naturaleza para su concepción, ya que se ha demostrado que los modelos basados en ésta permiten obtener esfuerzos mínimos y uniformes, importantes para este tipo de estructuras [3]. Ejemplos de esto se pueden encontrar en los experimentos con pompas de jabón del ingeniero estructural y arquitecto Frei Otto [4], en los modelos de telas o redes de hilos suspendidos llevados a cabo por Heinz Isler [5] y en el diseño de arcos y bóvedas nervadas a partir de modelos de cadenas suspendidas realizado por Antoni Gaudí [6].

En los últimos años, este tipo de modelos para la consecución de la forma estructural se ha extrapolado al ámbito computacional, dejando a un lado la necesidad de analizar la geometría por medio de maquetas o experimentos físicos, debido a la posibilidad de

desarrollar modelos computacionales semejantes (inspirados en estos anteriores) que dan los mismos resultados óptimos, pero de una manera más eficiente, simplemente cambiando los parámetros de entrada al modelo.

Por lo tanto el enfoque de este proyecto de investigación es la morfogénesis (entendida como la búsqueda de la forma o geometría) de este tipo de estructuras. Para esto, se propone una metodología mediante un modelo computacional, basado en el desarrollado por el ingeniero brasilero Isaías Vizotto [5,7] con el fin de aproximarse a la geometría requerida de estos cascarones, teniendo en cuenta sus condiciones de carga y de contorno, así como también el tipo de planta arquitectónica.

Figura 1. Ejemplos de cubiertas tipo cascarón (a) Restaurante submarino del complejo L'Oceanogràfic en Valencia, España (b) Capilla de San Antonio de las Huertas en Tacuba, México (c) Aeropuerto Internacional John F. Kennedy en Nueva York (d) Estación de servicio en Deitingen, Suiza (e) Iglesia San Felipe en Cuernavaca, México (f) Cubierta de la piscina del Hotel Splendide Royal en Massagno, Suiza.



Fuente: (a) Restaurante Submarino Oceanogràfic - Valencia (<http://www.verema.com/restaurantes/1508-submarino-oceanografic-valencia>) (b) Félix Candela (<http://loffit.abc.es/2014/01/27/felix-candela>) (c) NYC - JFK Airport: TWA Flight Center (<https://www.flickr.com/photos/wallyg/6293719768/>) (d,f) An Engineer's Aspect: (<http://anengineersaspect.blogspot.com/2009/10/27-heinz-isler-concrete-thin-shells-on.html>) (e) SibDESIGN (<http://www.sibdesign.ru/statyi.php?nomrub=3&nompro=13&in=1>) .

A continuación se explican de manera breve los modelos y experimentos físicos realizados por Otto, Isler y Gaudí, y se introducen los modelos computacionales. En la sección 3 se establecen los principales parámetros que Vizotto tuvo en cuenta para la realización de su

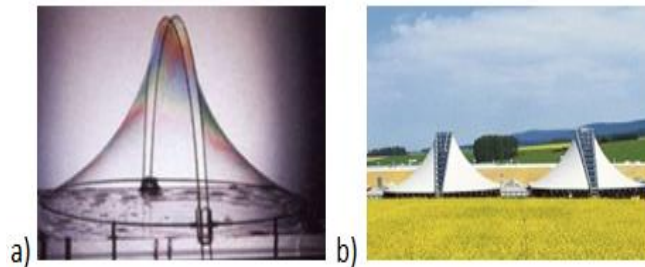
modelo, y en la sección 4 se exponen las modificaciones realizadas a este para la ejecución del modelo propuesto. La metodología empleada para obtener la geometría de las estructuras tipo cascarón se presenta en la sección 5. En la sección 6 se muestran algunos ejemplos de aplicación, y por último en la sección 7 se establecen las conclusiones y recomendaciones más importantes, producto de la realización de este proyecto de investigación.

1. MODELOS Y EXPERIMENTOS FÍSICOS Vs. MODELOS COMPUTACIONALES

Como se explicó en la anterior sección, la morfogénesis de estas estructuras se desarrolló en un principio a partir de modelos y experimentos físicos, inspirados en la naturaleza, con la característica de que estos permiten obtener esfuerzos mínimos y uniformes. Los exponentes más importantes en la ejecución de estos métodos de búsqueda de la forma han sido principalmente Frei Otto, Heinz Isler y Antoni Gaudí.

Otto, desarrolló sus experimentos mediante el uso de pompas de jabón, estos consistían en sumergir un marco con un contorno determinado en agua jabonosa, y al retirarlo, la burbuja generada en él, tomaría la forma que implicara una menor superficie (ver Fig. 2).

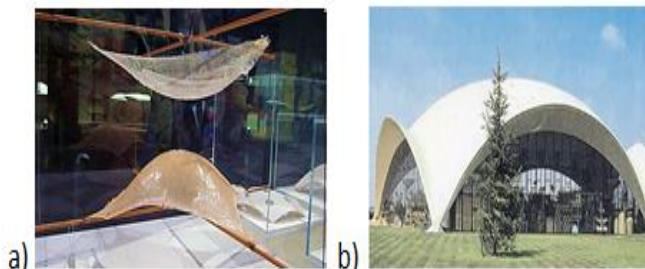
Figura 2. (a) Forma generada por una pompa de jabón en un marco (b) Pabellones industriales en Bad Münden, Alemania (1998)



Fuente: (a) WinTess3: Buscando Formas (<http://blogwintess.blogspot.com/2012/07/buscando-formas.html>) (b) Wilkhahn Wilkening + Hahne GmbH+Co.KG (http://www.baunetz.de/herstellernews/Wilkhahn_Wilkening_Hahne_GmbH_Co.KG_1054525.html)

Isler por su parte, trabajó con modelos de telas suspendidas, las cuales bañaba en algún tipo de fluido con el fin de solidificarlas, para posteriormente invertirlas y de esta manera obtener modelos rígidos capaces de resistir su propio peso (ver Figura 3).

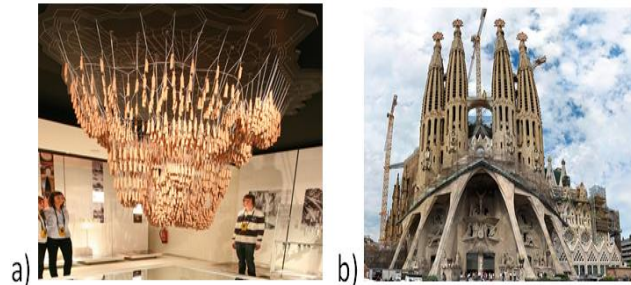
Figura 3. (a) Modelo de telas colgantes de Heinz Isler (b) Cubierta del Vivero Wyss Gartencenter en Solothurn, Suiza (1962)



Fuente: (a) 13th international architecture exhibition (<http://www.designboom.com/architecture/13th-international-architecture-exhibition-arum-by-zaha-hadid/>) (b) Architecture – Isler lebt! (<http://architektur.kaywa.ch/architektur-ustaedtebau/isler-lebt.html>)

Por último, Gaudí, en la obra la Sagrada Familia, determinó su forma construyendo una maqueta invertida de cadenas colgantes, dejando que la gravedad actuara sobre ellas formando catenarias, logrando así optimizar los recursos y resaltar la apariencia estética de esta gran obra (ver Figura 4) [8].

Figura 4. (a) Maqueta de cadenas suspendidas de Gaudí (b) Basílica de La Sagrada Familia en Barcelona, España

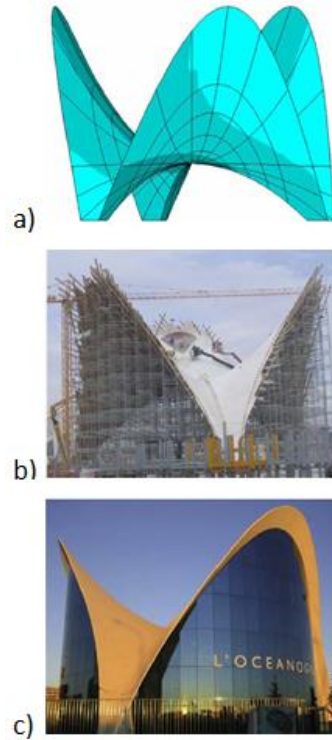


Fuente: (a) Magia Invertida; recordando a Gaudí (<http://www.grupgcd.com/magia-invertida-recordando-a-gaudi/>) (b) AD Architecture Classics | ArchDaily (<http://www.archdaily.com/category/ad-classics/page/2/>)

Con el avance de la tecnología informática en los últimos años, se han desarrollado diversas herramientas de software que se pueden emplear para obtener la forma de este tipo de estructuras (proceso denominado Morfogénesis Computacional). Algunas de estas herramientas utilizan técnicas de programación matemática basadas en métodos numéricos, como por ejemplo el método de elementos finitos, los cuales pueden combinarse con otras técnicas como las de modelado en 3D para facilitar el planteamiento geométrico de la estructura a resolver. Vale la pena resaltar la versatilidad de la utilización de modelos computacionales frente a los modelos y experimentos físicos, ya que es posible obtener la forma de los cascarones, para cualquier tipo de planta y condiciones de carga y de contorno que se requieran, simplemente introduciéndola al modelo desde un software de modelado 3D, mientras que con los anteriores, es necesario hacer un modelo para cada una de estas configuraciones, es decir: solo una combinación de planta, de carga y de contorno.

Dentro de los modelos computacionales desarrollados, se destacan los propuestos por Peter Smith y Edward Wilson [9], Ekkehard Ramm y Gerhard Mehlhorn [10], Kai-Uwe Bletzinger y Ekkehard Ramm [11] e Isaías Vizotto [5],[7]. En la Figura 5 se presentan la forma obtenida mediante un modelo computacional para el cascarón ubicado en la entrada del complejo L'Oceanogràfic de Valencia, en España.

Figura 5. Estructura de cascarón en la entrada del complejo L'Oceanogràfic en Valencia, España (a) Forma generada en un modelo computacional (b) Cascarón en construcción (c) Estructura en la actualidad



Fuente: Tómas, A., Martí, P. (2010). Shape and size optimisation of concrete shells.

2. MODELO COMPUTACIONAL DE VIZOTTO

Isaías Vizotto, desarrolló un modelo computacional que permite la generación de la geometría de los cascarones. Para lograr esto, utilizó la programación matemática combinada con la técnica de elementos finitos, con el fin de simular la deformación de una membrana isotrópica que inicialmente se encuentra en un plano horizontal. Esta membrana puede representar cualquier tipo de planta arquitectónica y condiciones de contorno. Al estar sometida a cargas como las debidas a peso propio o de presión, se deforma hasta alcanzar el equilibrio (el cual corresponde a un estado de esfuerzo axial, favoreciendo a la estructura debido a que no se desarrollan momentos en ella) y el resultado de la deformación, representará la geometría que deberá tener la estructura.

Haciendo una analogía entre el modelo computacional realizado por Vizotto, y los modelos y experimentos físicos realizados años atrás, se puede evidenciar que el procedimiento empleado por el ingeniero brasilero para obtener la geometría de los cascarones, simula el trabajo realizado por Heinz Isler en sus modelos de telas colgantes.

En la aplicación de la técnica de elementos finitos, es necesario definir la ecuación constitutiva y el elemento finito con el cual se desarrollará el método. Vizotto en su siguiente modelo computacional, define estos parámetros de la siguiente manera:

2.1 Relación constitutiva

Para describir el comportamiento del material, se adopta la relación lineal de esfuerzo-deformación (Ley de Hooke), teniendo la expresión [5]:

$$\sigma = D\varepsilon \quad (1)$$

Donde:

σ = vector de esfuerzo

D = matriz para un estado de esfuerzo plano

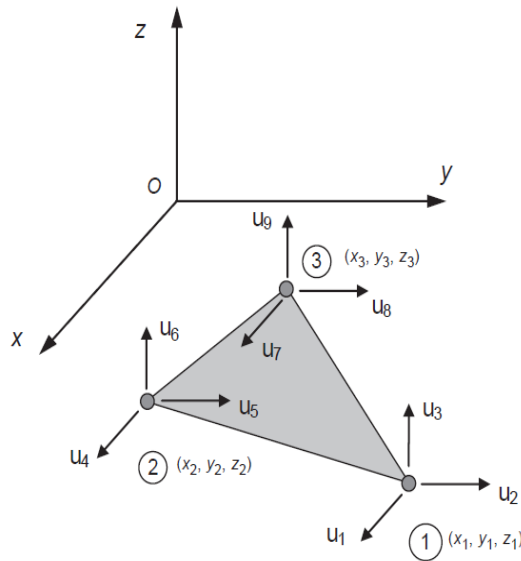
ε = vector de deformación

2.2 Definición del elemento finito

En el desarrollo del modelo matemático, Vizotto realiza la discretización de la membrana, utilizando el elemento finito conocido como triángulo de deformación constante o elemento CST (por sus siglas en inglés), en el cual se considera la hipótesis de esfuerzo – deformación constante [5]. Este elemento se encuentra inicialmente en el plano xy del

sistema de referencia mostrado en la Figura 6. Al producirse la deformación, cada uno de sus nodos se desplaza a alguna posición del sistema de referencia, hasta alcanzar una configuración de equilibrio, la cual determina la superficie media del cascarón para ser construido.

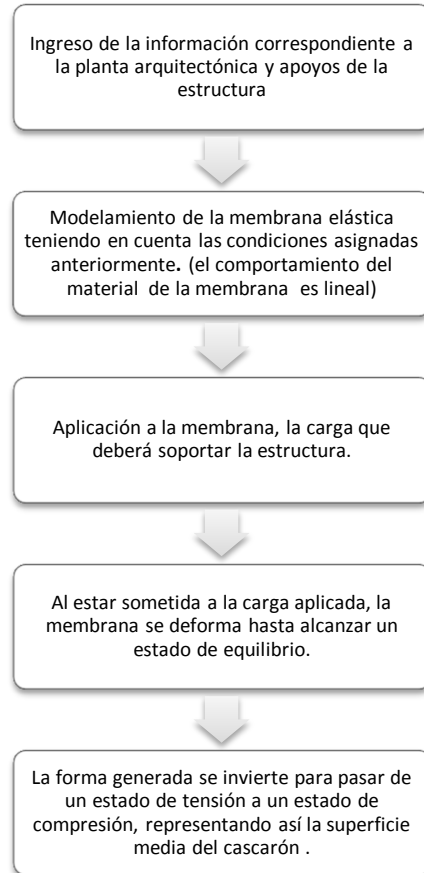
Figura 6. Elemento finito Triángulo de Deformación Constante (CST)



Fuente: Vizotto, I. (2010). Computational generation of free-form shells in architectural design and civil engineering

En el esquema de la Figura 7 se resumen los pasos de la implementación metodológica realizada por Vizotto en su modelo computacional.

Figura 7. Metodología implementada por Vizotto para la obtención de la geometría en las estructuras tipo cascarón.



3. MODIFICACIÓN DEL MODELO DE VIZOTTO

La metodología propuesta en este documento, que permitirá obtener la morfología estructural de los cascarones, presenta una forma diferente de modelar la estructura a la presentada en el modelo computacional de Vizotto, ya que el elemento finito empleado en el desarrollo de este modelo, es el elemento tipo barra biarticulada, el cual es un elemento lineal (1-D), en comparación al elemento plano (2-D) tipo membrana (CST) utilizado por Vizotto. Esta modificación se realizó con el propósito de facilitar el proceso de programación, debido a que se hace más sencillo modelar la estructura mediante elementos lineales, sin que los resultados se vean afectados.

Al utilizar el elemento finito tipo barra para la discretización del cascarón, se adopta al modelo computacional, los modelos de cadenas colgantes de Antoni Gaudí. Cabe resaltar que aunque Gaudí fue el máximo exponente en el diseño de estructuras a partir de estos modelos, mucho tiempo atrás estos ya eran utilizados. Hacia el año 1676 Robert Hooke después de haber planteado la pregunta “¿Cuál es la forma ideal de un arco?”, encontró que “del mismo modo que cuelga el hilo flexible, así pero invertido, se sostendrá el arco rígido” [12], desde ese entonces han sido muchos los estudios enfocados en la verificación y aplicación de este concepto.

A continuación se presentan los parámetros más importantes del método de elementos finitos desarrollado en el modelo computacional propuesto.

3.1 Método de elementos finitos

Como se mencionó anteriormente, el elemento finito empleado en este modelo, fue el elemento tipo barra biarticulada, el cual se caracteriza por estar sometido únicamente a esfuerzos axiales (condición que se debe garantizar en los cascarones). Estos elementos estarán conectados entre sí a través de unos puntos llamados nodos, discretizando así, la planta arquitectónica del cascarón que se quiera modelar. Al igual que como sucede con el sistema formado por elementos CST, al aplicar la carga, los nodos del sistema de elementos tipo barra, se desplazarán, hasta alcanzar una configuración de equilibrio y con el resultado de esta configuración, se determinará la forma del cascarón para las condiciones de planta arquitectónica, de carga y de contorno que se haya asignado.

Para determinar los desplazamientos generados en cada uno de los nodos del sistema, se plantean una serie de ecuaciones, que pueden expresarse de forma matricial de la siguiente manera:

$$[\mathbf{K}] \cdot \{\boldsymbol{\delta}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (2)$$

Donde:

[K] = matriz de rigidez del sistema

{δ} = vector de desplazamientos

{F} = vector de fuerzas

La matriz de rigidez del sistema está compuesta por cada una de las matrices de rigidez de los elementos en los que se ha discretizado el cascarón. Para los elementos tipo barra biarticulada estas matrices están dadas así:

- **Matriz de rigidez para el elemento tipo barra biarticulada**

$$K = \frac{EA}{L} * \begin{bmatrix} l^2 & lm & ln & -l^2 & -lm & -ln \\ ml & m^2 & mn & -ml & -m^2 & -mn \\ nl & nm & n^2 & -nl & -nm & -n^2 \\ -l^2 & -lm & -ln & l^2 & lm & ln \\ -ml & -m^2 & -mn & ml & m^2 & mn \\ -nl & -nm & -n^2 & nl & nm & n^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Donde:

E = módulo de elasticidad

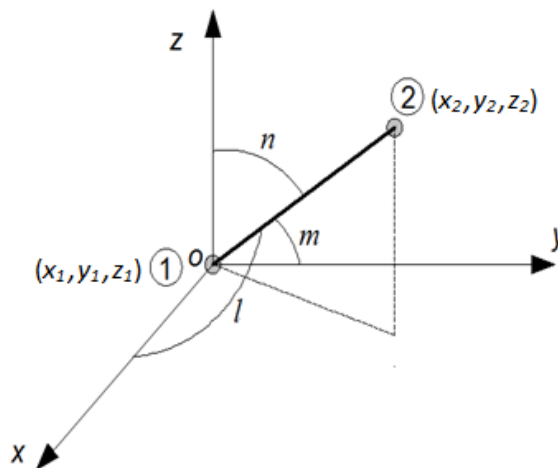
A = área de la sección transversal

L = longitud del elemento

l, m, n = cosenos directores del elemento

Aunque inicialmente el sistema de elementos se encuentra ubicado en el plano, su configuración final estará dada en el espacio, por tal razón los cosenos directores de cada uno de los elementos está dado en las tres direcciones X,Y,Z, (ver Figura 8).

Figura 8. Cosenos directores para un elemento tipo barra biarticulada en tres dimensiones



4. PROCEDIMIENTO MORFOGENÉTICO PARA ESTRUCTURAS TIPO CASCARÓN

Para poder determinar la geometría de las estructuras tipo cascarón, se procedió a realizar una programación mediante dos herramientas computacionales, las cuales fueron usadas de manera interactiva. La primera de estas herramientas es el software de modelado en tres dimensiones Rhinoceros, incluyendo el plug-in Grasshopper, la otra, es el software matemático MatLab.

Para llevar a cabo la interacción entre los dos programas, fue necesario exportar los datos generados en Grasshopper a MatLab y viceversa, en formato de archivos de texto (.txt)

A continuación se explica el procedimiento morfofenético propuesto, utilizando como ejemplo un cascarón de planta hexagonal, apoyado en las esquinas.

4.1 Parámetros geométricos y del material

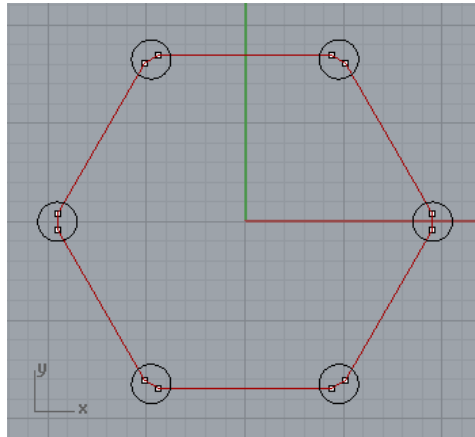
El usuario debe definir en Grasshopper la geometría inicial del cascarón, la cual comprende los puntos de control, la planta arquitectónica y la zona de apoyos (ver Figura 9). Así mismo debe ingresar el espesor y las propiedades del material (módulo de elasticidad y peso específico) con el que se construirá la estructura.

Puntos de Control: Los puntos de control son aquellos puntos de referencia que delimitarán la planta arquitectónica. Generalmente estos puntos son los mismos puntos de apoyo de la estructura.

Planta Arquitectónica: Para su representación, se debe dibujar una polilínea que pase por los puntos de control ingresados anteriormente; si la planta arquitectónica tiene una forma regular, la polilínea se puede ingresar directamente con algunos comandos del programa, si por el contrario es una figura compuesta, se debe ingresar por separado cada una de las partes de la planta por medio de líneas y/o curvas. En el proceso, es indispensable que la polilínea creada se cierre en el mismo punto donde se inició.

Zona de Apoyos: Después de identificar los puntos de control en la planta arquitectónica, se debe dibujar las zonas que contendrán cada uno de los apoyos de la estructura, de tal manera que los puntos de control que correspondan a puntos de apoyo queden contenidos en las zonas de apoyo.

Figura 9. Ejemplo de ingreso de la geometría inicial de la estructura para una planta hexagonal.



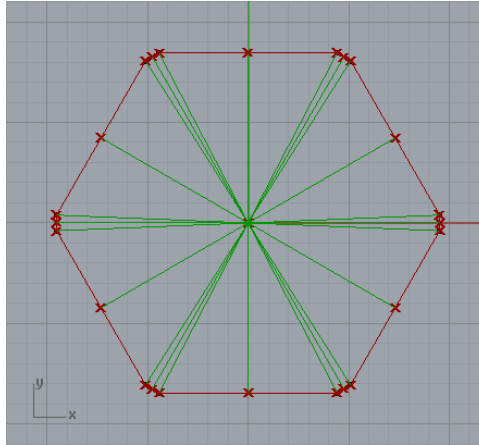
4.2 Discretización del cascarón

4.2.1 Determinación de los nodos y creación de la primera malla de conectividad

Posterior al ingreso de estos datos, Grasshopper determina el centroide de la planta arquitectónica y los puntos intermedios en cada uno de los tramos de la polilínea. Estos puntos, junto con los puntos de control ingresados, formarán los elementos tipo barra con los que se realizará el método de elementos finitos; para obtener estos elementos, Grasshopper guarda esta información en diferentes archivos de texto, que luego serán exportados a MatLab.

Con el código desarrollado, MatLab procede a crear un archivo con la información (coordenadas) de todos los nodos que harán parte del modelo, a su vez, crea también la conectividad existente entre estos permitiendo obtener así cada uno de los elementos en los que se discretizará el cascarón. Ésta información es exportada a Grasshopper para dibujar la conectividad determinada. En la Figura 10 se observa la malla de elementos formada por la conectividad de los nodos de la planta arquitectónica del cascarón.

Figura 10. Malla de conectividad formada por los nodos de la planta arquitectónica del cascarón.

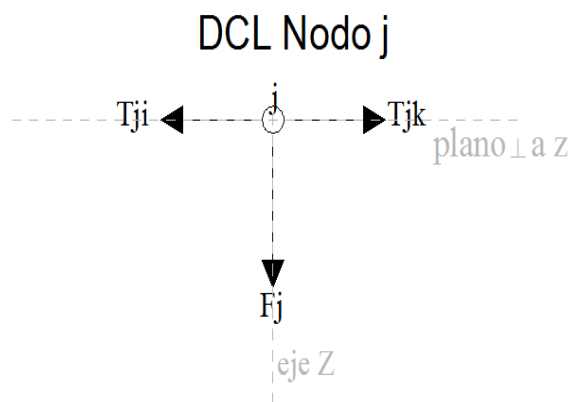


Con la lista de puntos que exporta MatLab, y las zonas de apoyo ingresadas por el usuario, Grasshopper determina los nodos que pertenecen a los apoyos de la estructura, dándoles un parámetro definido en la programación, el cual será tenido en cuenta por esta al momento de desarrollar el método de elementos finitos.

4.2.2 Adición de la segunda malla de conectividad

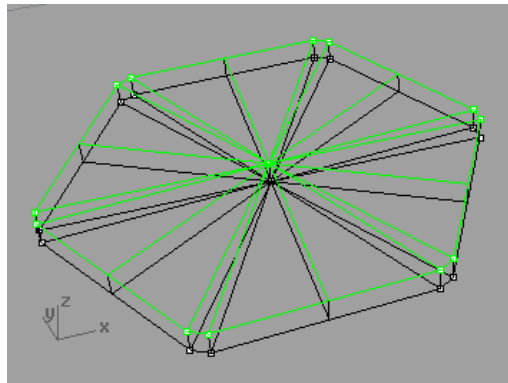
Hasta este instante la estructura se encuentra representada por una malla de elementos ubicados en un plano (plano XY), las fuerzas que actúan en el cascarón serán aplicadas perpendicularmente a este plano, es decir en el eje Z. Matemáticamente, no se podría dar una solución a este sistema, debido a que en el instante de aplicar las cargas en el cascarón, no existe ninguna componente que contrarreste la acción de estas. En la figura 11 se presenta un diagrama de cuerpo libre de un nodo del sistema para la condición descrita anteriormente.

Figura 11. Diagrama de cuerpo libre en uno de los nodos de la primera malla de conectividad.



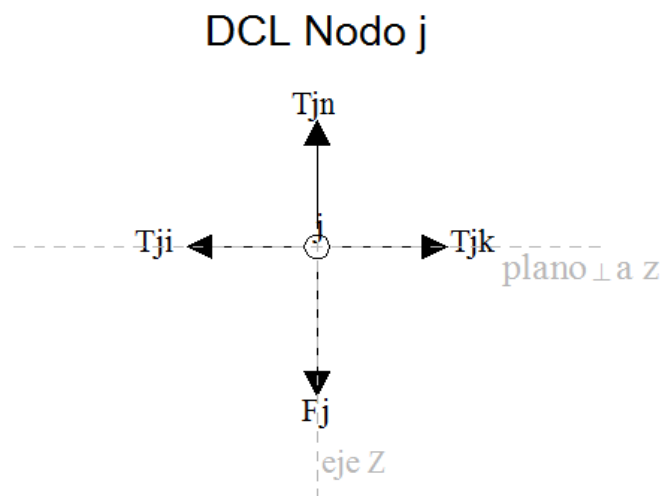
Entonces, para dar solución a esto y obtener resultados congruentes en los desplazamientos de los nodos, se ha optado por crear una segunda malla de conectividad con las mismas características de la primera para adjuntarla encima de ésta por medio de elementos verticales, los cuales contrarrestaran la carga aplicada al cascarón. La figura 12 muestra la adición de la segunda malla de conectividad a la primera, finalizando así la discretización del cascarón.

Figura 12. Adición de la segunda malla de conectividad.



Con el sistema propuesto con las dos mallas, el diagrama de cuerpo libre para los nodos de la primera malla de conectividad, quedaría de la siguiente manera (ver Figura 13), con lo cual se puede dar solución al sistema y de esta forma proceder a aplicar el método de elementos finitos.

Figura 13. Diagrama de cuerpo libre en uno de los nodos de la primera malla de conectividad, para el sistema formado por las dos mallas.



4.3 Método de elementos finitos

En esta parte se procede a desarrollar el cálculo para el método de elementos finitos programado, comprende el ensamble de la matriz de rigidez global, la obtención de las fuerzas que actúan en el cascarón y la reducción del sistema.

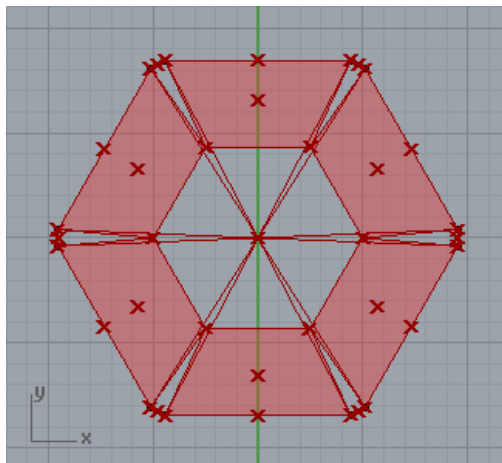
4.3.1 Matriz de rigidez global

Teniendo definidos cada uno de los elementos del sistema, y la conectividad que hay entre ellos, la programación en MatLab determina los cosenos directores y la longitud de cada uno, para posteriormente armar las respectivas matrices de rigidez. Una vez hecho esto, se ensambla la matriz de rigidez global del sistema de acuerdo a la conectividad existente entre los elementos.

4.3.2 Fuerzas actuantes en el cascarón

La carga principal a la que estará sometido el cascarón es la debida al peso propio, el cual será distribuido en los nodos de la primera malla de conectividad, y para determinar el valor correspondiente a cada nodo, la programación realizada en Grasshopper junto con MatLab ejecuta una distribución por medio de las áreas aferentes para calcular las porciones del cascarón que se concentrarán en cada uno de estos. En la figura 14, se puede observar el esquema de las áreas aferentes para el ejemplo de la planta hexagonal.

Figura 14. Áreas aferentes a los nodos correspondientes para una planta hexagonal.



Si aparte de las cargas debidas al peso propio, se desea aplicar a la estructura otro tipo de cargas externas, estas deben ser ingresadas por el usuario en la programación.

4.3.3 Reducción del sistema

Con la matriz de rigidez y las cargas presentes en el sistema es posible determinar el desplazamiento de la estructura, pero antes es necesario reducir el sistema, esto es: eliminar las filas y columnas de la matriz de rigidez y las filas del vector de fuerzas correspondientes a los nodos que hacen parte de los puntos de apoyos del cascarón, debido a que en estos puntos el desplazamiento es nulo. De esta manera, se procede a resolver la ecuación (2) y dar solución al sistema planteado.

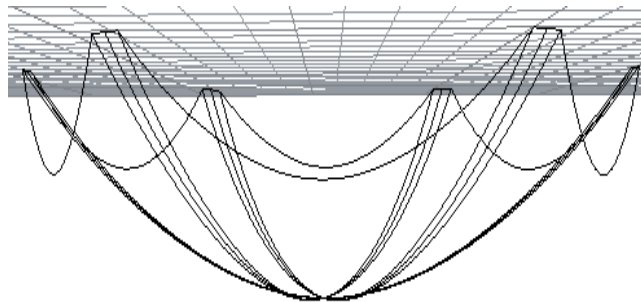
4.4 Geometría final del cascarón

Teniendo las coordenadas iniciales de cada uno de los nodos de la primera malla de conectividad y sus respectivos desplazamientos, se calculan las posiciones finales de estos, las cuales definirán la geometría requerida por el cascarón, para la planta, condiciones de carga y de contorno ingresadas inicialmente.

4.4.1 Deformada de la primera malla de conectividad

Grasshopper importa desde MatLab las coordenadas finales de los nodos de la primera malla, y con estos, crea una nueva conectividad por medio de curvas planas que conectarán todos los nodos que se encuentren en cada tramo del perímetro de la estructura y también los puntos de apoyo entre sí, pasando por el centroide del cascarón. Esta conectividad representará la deformación del sistema, (ver Figura 15).

Figura 15. Representación de la deformación de la primera malla de conectividad.

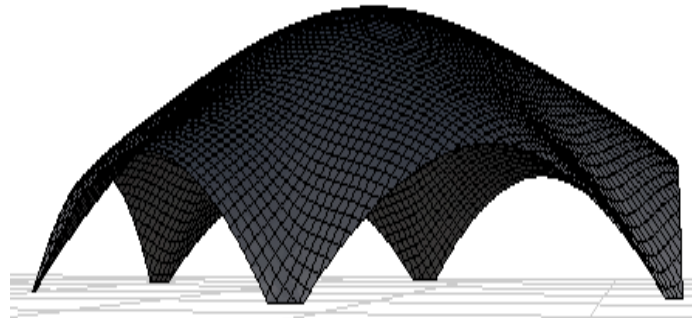


4.4.2 Creación de la superficie del cascarón

Finalmente, para obtener la forma del cascarón, el modelo ajusta una superficie NURBS a la red de curvas creadas con las posiciones finales de los nodos. Para su creación, Rhinoceros encuentra primero el plano que mejor se ajuste a los puntos que se encuentran a lo largo de cada una de las curvas. Luego, la superficie se deforma para

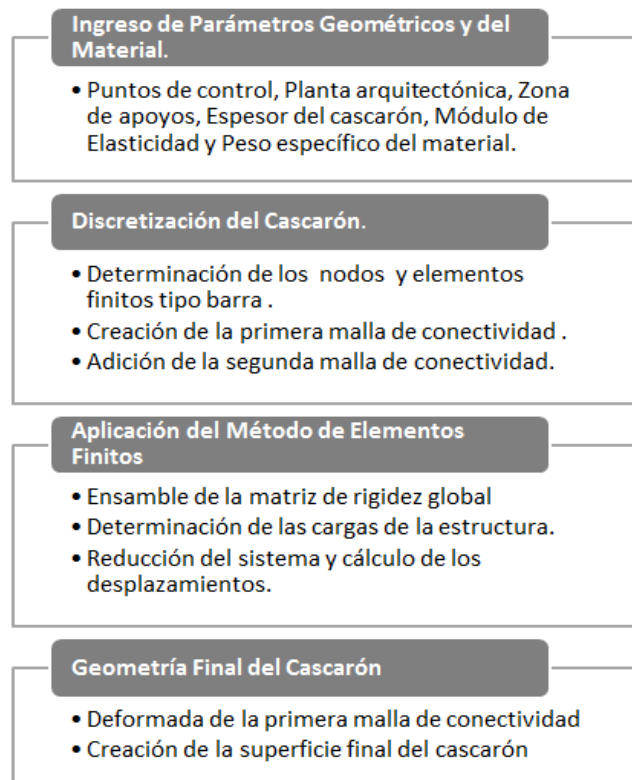
igualar dichas curvas, finalizando así, el proceso de generación de la forma del cascarón. La figura 16, presenta la geometría final para el ejemplo mostrado en el proceso morfogenético.

Figura 16. Geometría final para un cascarón hexagonal apoyado en la esquinas.



En el esquema de la Figura 17 se puede ver de manera sucesiva los pasos generales empleados por el modelo computacional propuesto, para la generación de la geometría de las estructuras tipo cascarón.

Figura 17. Pasos generales empleados por el modelo computacional propuesto, para la generación de la geometría de las estructuras tipo cascarón.



4.5 Calibración del modelo

Con el fin de establecer la correspondencia entre las posiciones finales (desplazamientos) de los nodos de ambos modelos computacionales, se realizó una calibración al modelo propuesto mediante la variación del parámetro área de la sección transversal (A), correspondiente a la matriz de rigidez de los elementos del sistema. Dicha variación se efectuó hasta encontrar un factor común que se ajustara a los ejemplos reportados por Vizotto en su modelo.

5. EJEMPLOS DE APLICACIÓN Y RESULTADOS

5.1 Ejemplos reportados por Vizotto

A continuación se presentan 2 ejemplos de aplicación del modelo computacional propuesto, los resultados de estos ejemplos serán comparados con los obtenidos por Vizotto en su modelo computacional

5.1.1 Ejemplo de aplicación para un cascarón hexagonal apoyado en las esquinas

Este cascarón está definido por una planta hexagonal (ver Figura 18), de 9.75 m de lado, sometido a su propio peso y apoyado en todas las esquinas, la dimensión de cada uno de estos apoyos se determinó realizando un chaflán en las esquinas del hexágono (ver Figura 19). El espesor del cascarón es de 0.04 m y las propiedades del material corresponden a un módulo de elasticidad de 21 MPa y un peso específico de 24.525 kN/m³.

Figura 18. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón hexagonal apoyado en las esquinas.

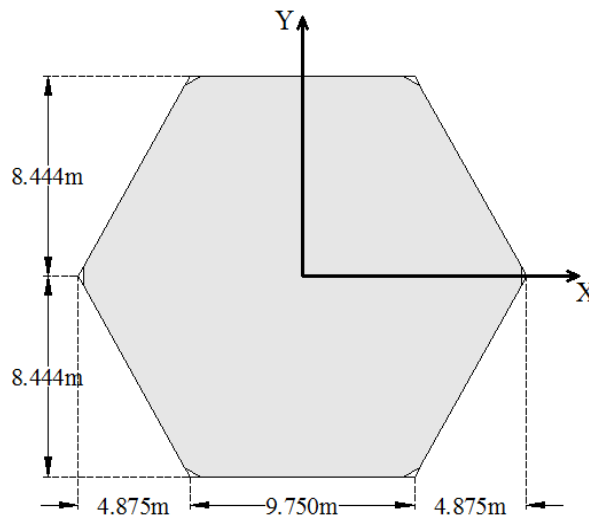
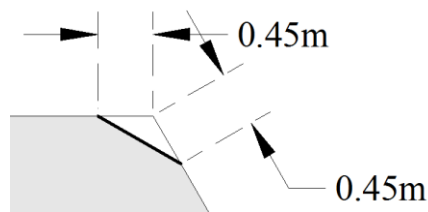


Figura 19. Detalle del apoyo del cascarón hexagonal apoyado en las esquinas.



Después de realizar el procedimiento morfogenético, se obtuvo la forma de este cascarón, encontrando un desplazamiento máximo en el centro de la estructura correspondiente a 5.25 m y un desplazamiento en la mitad de cada uno de sus lados de 2.32 m. Las dimensiones para la proyección vertical en los planos XZ y YZ se muestran en las Figura 20 y 21, respectivamente.

Figura 20. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.

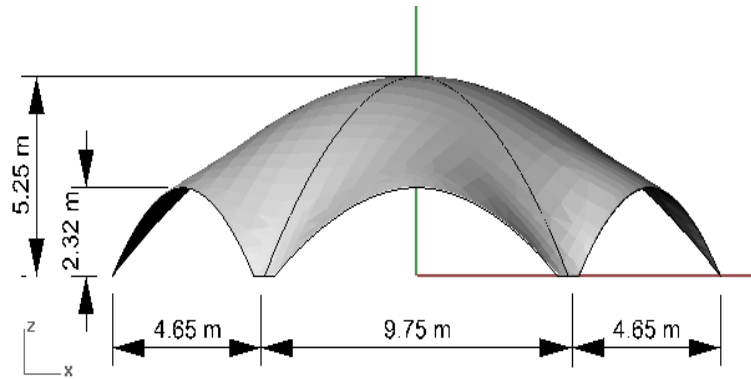
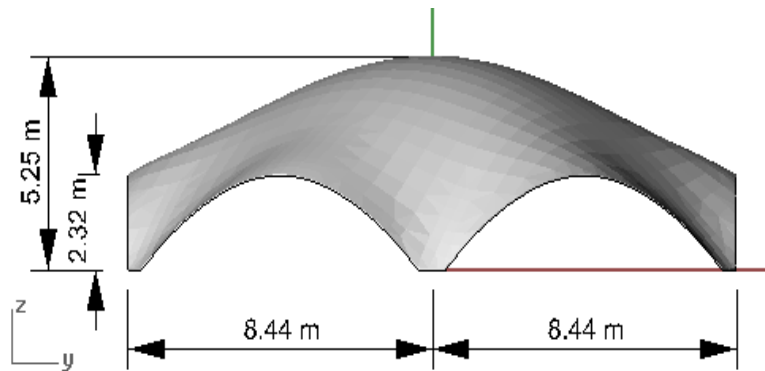


Figura 21. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.



Para comparar los resultados obtenidos en ambos modelos y evidenciar el correcto funcionamiento del modelo propuesto, en la Figura 22 se encuentran representadas las coordenadas de la estructura en la dirección Z para la sección del eje de simetría X ($Y=0$) obtenidas por Vizotto en su modelo computacional y obtenidas con el presente modelo, y en la Figura 23 las correspondientes para la sección del eje de simetría Y ($X=0$). En la Figura 24 se presenta una vista en perspectiva de la forma del cascarón hexagonal.

Figura 22. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X (Y=0).

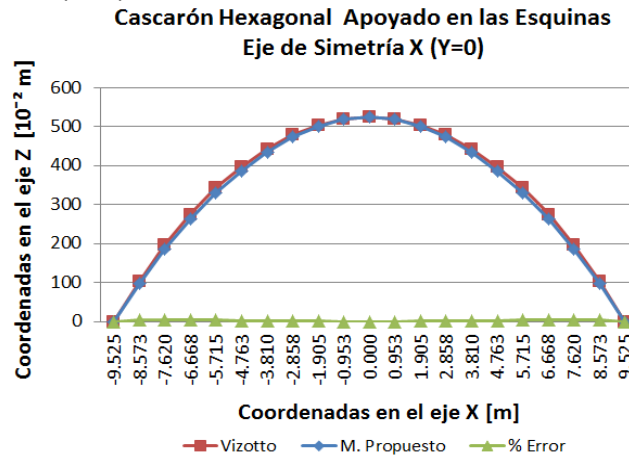


Figura 23. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y (X=0).

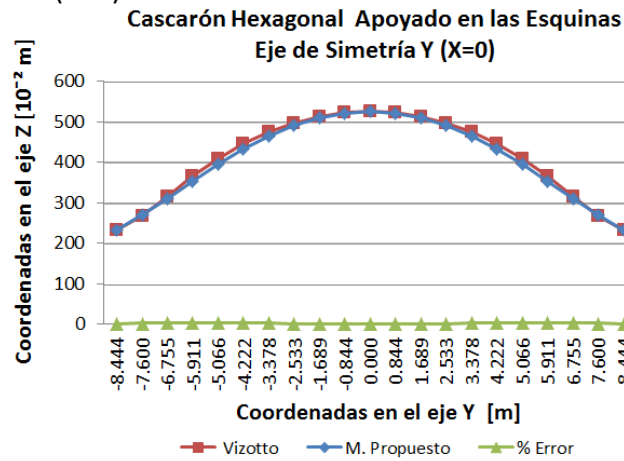
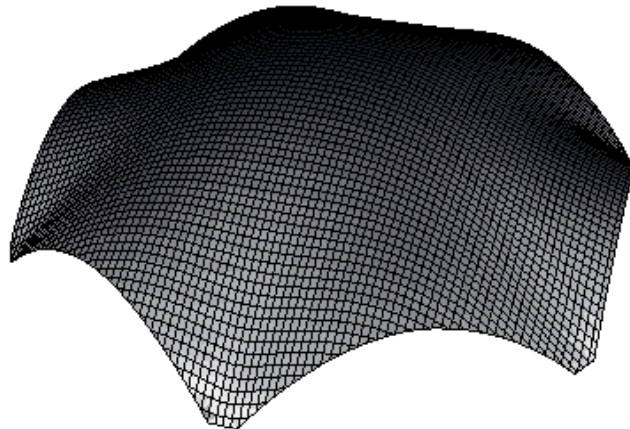


Figura 24. Cascarón hexagonal apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva.



5.1.2 Ejemplo de aplicación para un cascarón rectangular apoyado en las esquinas

Este ejemplo de aplicación reportado por Vizotto consiste en un cascarón con planta arquitectónica rectangular (ver Figura 25), con dimensiones de 19.5 m X 13.5 m, sometido a su propio peso y apoyado en todas las esquinas, el espesor del cascarón es de 0.04 m y las propiedades del material corresponden a un módulo de elasticidad de 21 MPa y peso específico de 23.544 kN/m³.

Para este cascarón se obtuvo un desplazamiento máximo en el centro de la estructura correspondiente a 5.25 m, un desplazamiento de 4.56 m en la zona media del lado mayor y 2.76 m en la del menor. Las dimensiones para la proyección vertical en los planos XZ y YZ se muestran en las Figura 26 y 27, respectivamente.

Figura 25. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón rectangular apoyado en las esquinas.

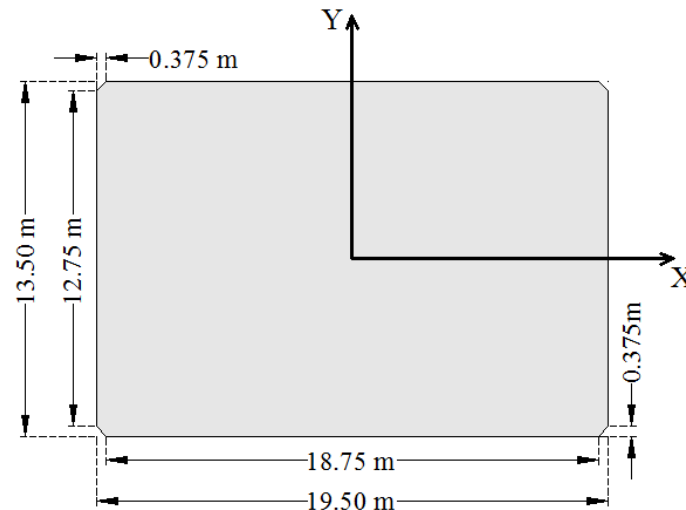


Figura 26. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.

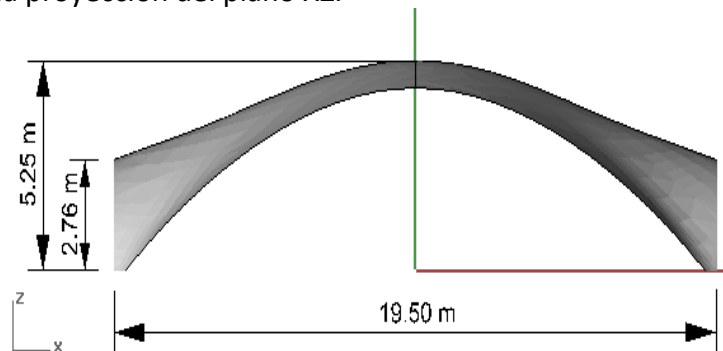
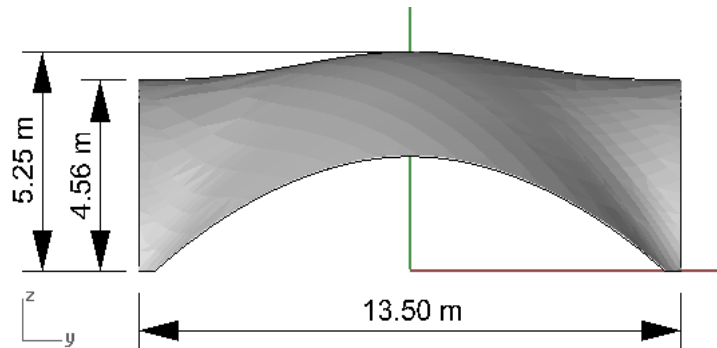


Figura 27. Forma obtenida para el cascarón hexagonal apoyado en las seis esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.



Los resultados de las coordenadas de la estructura en la dirección Z para la sección de los ejes de simetría X ($Y=0$) y Y ($X=0$) obtenidas por ambos modelos se encuentran graficados en las Figuras 28 y 29, respectivamente. Las coordenadas en la dirección Z para el borde paralelo al eje X ($Y=6.75$) y el borde paralelo al eje Y ($X=9.75$) se encuentran en las Figuras 30 y 31, respectivamente. En la Figura 32 se presenta una vista en perspectiva de la forma del cascarón rectangular.

Figura 28. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$).

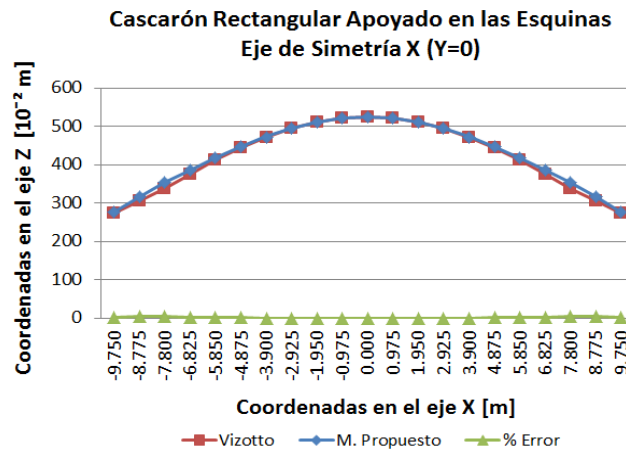


Figura 29. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y (X=0).

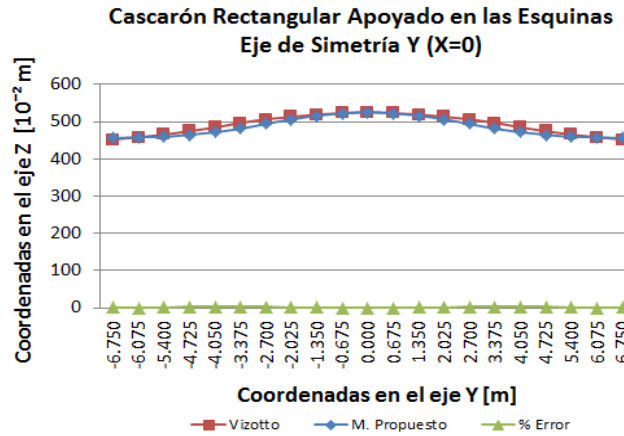


Figura 30. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X (Y=0).

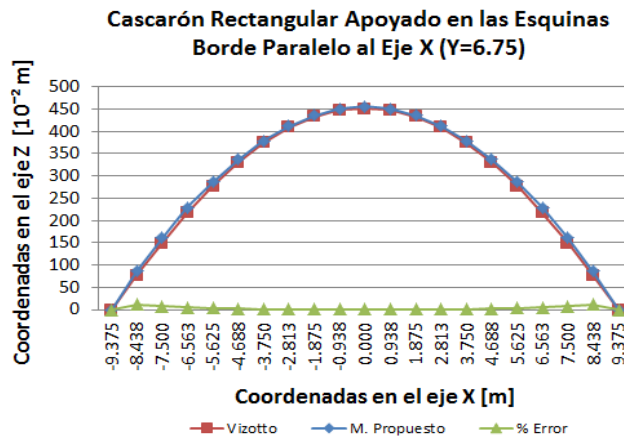


Figura 31. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y (X=0).

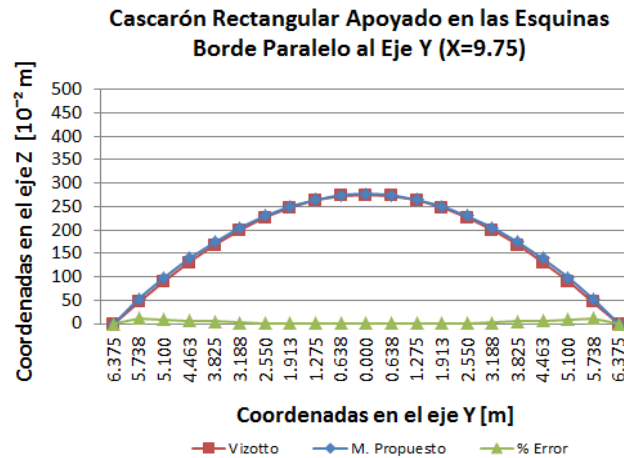
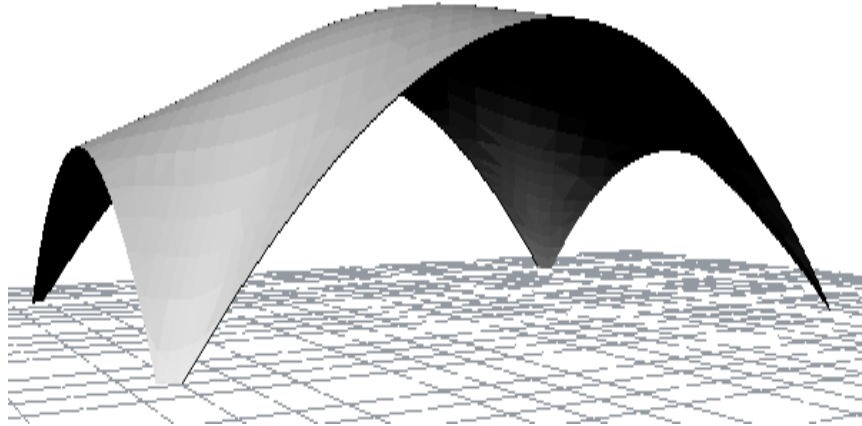


Figura 32. Cascarón rectangular apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva.



Al realizar el análisis de las gráficas para los ejemplos anteriores, se evidencia una similitud considerable entre los resultados obtenidos mediante el método computacional propuesto y el método de Vizotto, se observa también que donde se presentó un leve aumento en la variación de los resultados, corresponde a las zonas medias comprendidas entre los bordes y el centroide de los cascarones. En los Anexos (Tablas A1-A11) se presentan los valores de cada una de las secciones graficadas para los ejemplos de aplicación presentados en este documento.

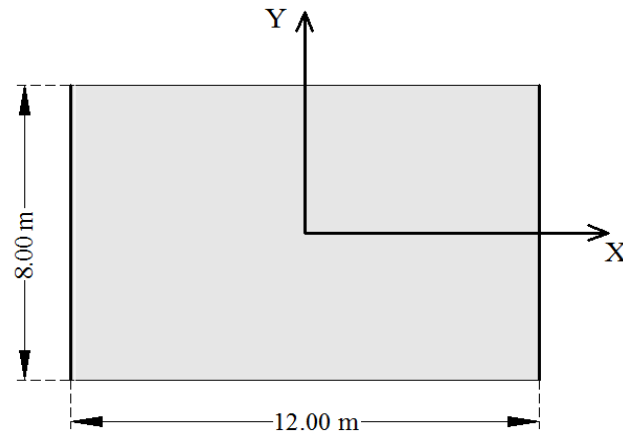
5.2 Ejemplos de aplicación propuestos

Con el fin de demostrar la versatilidad del modelo computacional programado, a continuación se presentan 2 ejemplos de aplicación para condiciones de planta arquitectónica, carga y de contorno diferentes.

5.2.1 Ejemplo de aplicación para un cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes

La siguiente estructura tipo cascarón, está definida por una planta rectangular (ver Figura 33), de dimensiones 12 m X 8 m, tiene un espesor de 0.07 m y se encuentra sometido a su propio peso, adicionalmente cuenta con una carga aplicada en su centroide de 15 kN. El cascarón se encuentra apoyado en los bordes de longitud de 8 m. El módulo de elasticidad es de 21 MPa y el peso específico de 23.544 kN/m³.

Figura 33. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes.



Los resultados obtenidos para esta configuración fue la siguiente: en el centroide donde se aplicó la carga puntual, se produjo un desplazamiento de 2.02 m y en los bordes libres un desplazamiento máximo de 3.11 m. Las dimensiones para la proyección vertical en el plano XZ se encuentran en la Figura 34 y para el plano YZ en la Figura 35.

Figura 34. Forma obtenida para el cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Dimensiones en la proyección del plano XZ.

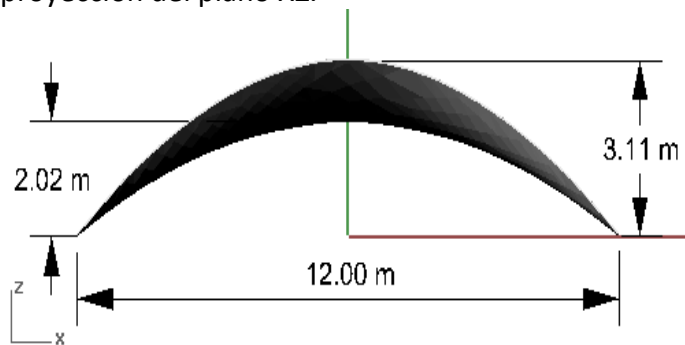
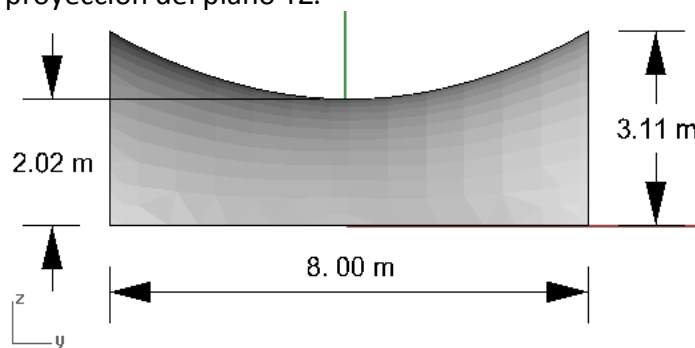


Figura 35. Forma obtenida para el cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Dimensiones en la proyección del plano YZ.



En la Figura 36 se encuentran representadas las coordenadas de la estructura en la dirección Z obtenidas por el modelo computacional propuesto para la sección del eje de simetría X ($Y=0$) y la sección del borde paralelo al eje X ($Y=4$), en la Figura 37 las correspondientes a la sección del eje de simetría Y ($X=0$). La vista en perspectiva del resultado de esta configuración se ubica en la Figura 38.

Figura 36. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X ($Y=0$) y el borde paralelo al eje X ($Y=4$).

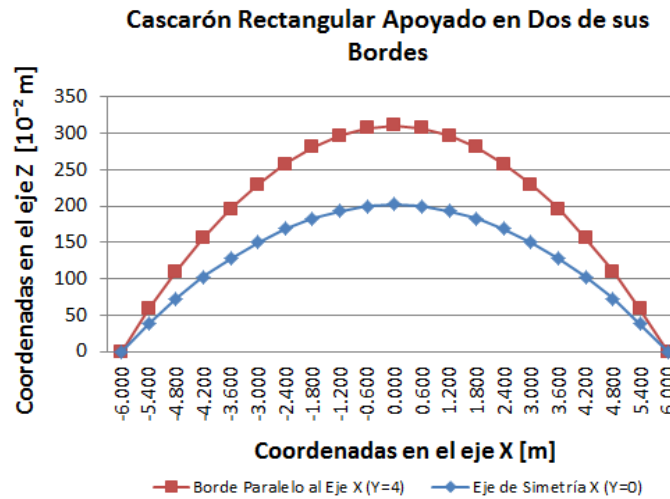


Figura 37. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y ($X=0$).

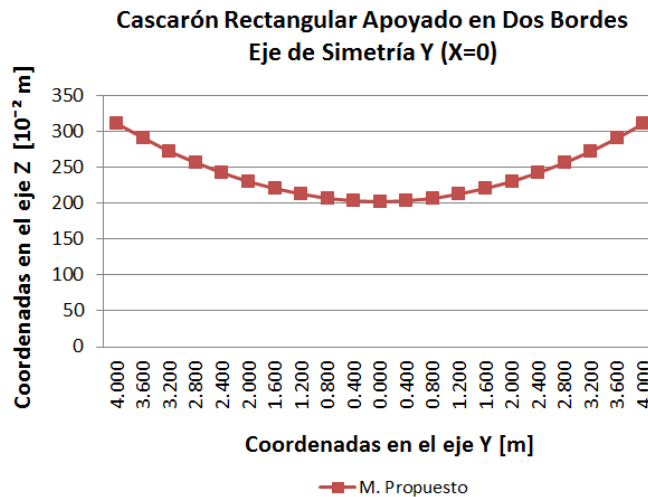
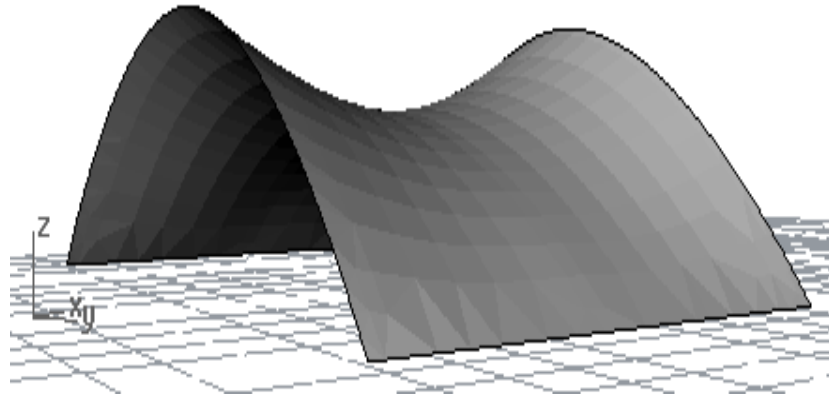


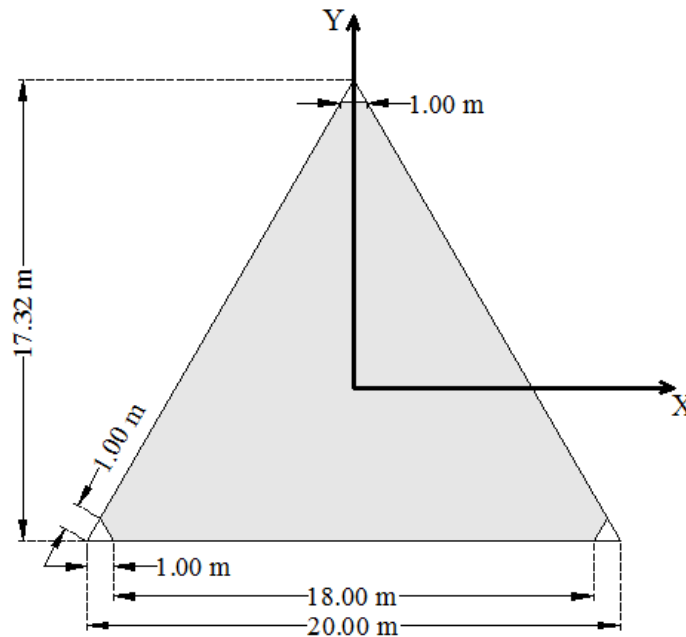
Figura 38. Cascarón rectangular apoyado en dos de sus bordes. Vista en perspectiva.



5.2.2 Ejemplo de aplicación para un cascarón triangular apoyado en sus esquinas

La configuración aplicada en este ejemplo, consiste en un cascarón con planta triangular equilátera de 20 m de lado (ver Figura 39), sometido a su propio peso y con una carga adicional en el centroide de 35 kN. Los apoyos se localizan en la esquinas del triángulo, el espesor del cascarón es de 0.06 m y las propiedades del material corresponden a un módulo de elasticidad de 21 MPa y peso específico de 31.392 kN/m³.

Figura 39. Dimensiones de la planta arquitectónica del cascarón triangular apoyado en las esquinas.



Después de realizar el procedimiento morfogenético, se obtuvo la forma del cascarón, encontrando un desplazamiento en el centro de la estructura de 4.90 m y un desplazamiento máximo en cada uno de sus lados de 6.00 m. En las Figuras 40 y 41, se presentan las dimensiones para la proyección vertical en los planos XZ y YZ, respectivamente.

Figura 40. Forma obtenida para el cascarón triangular apoyado en las esquinas. Dimensiones en la proyección del plano XZ.

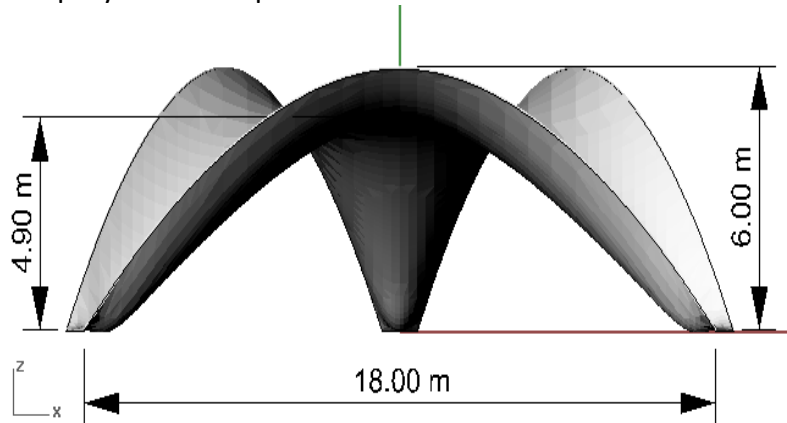
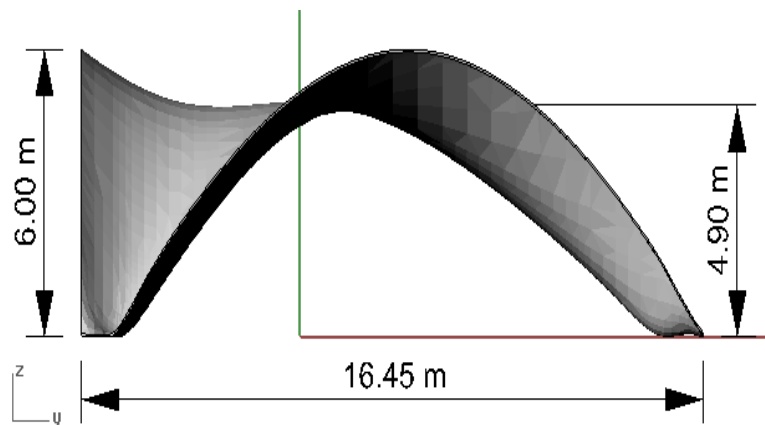


Figura 41. Forma obtenida para el cascarón triangular apoyado en las esquinas. Dimensiones en la proyección del plano YZ.



Los resultados de las coordenadas del cascarón en la dirección Z para la sección del borde paralelo al eje X ($Y=-5.759$) obtenidas por el presente modelo, se encuentran graficados en la Figuras 42, y en la Figura 43 los correspondientes para la sección del eje de simetría Y ($X=0$). Por último, en la Figura 44 se presenta una vista en perspectiva de la forma generada para el cascarón triangular.

Figura 42. Cascarón Hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría X (Y=0).

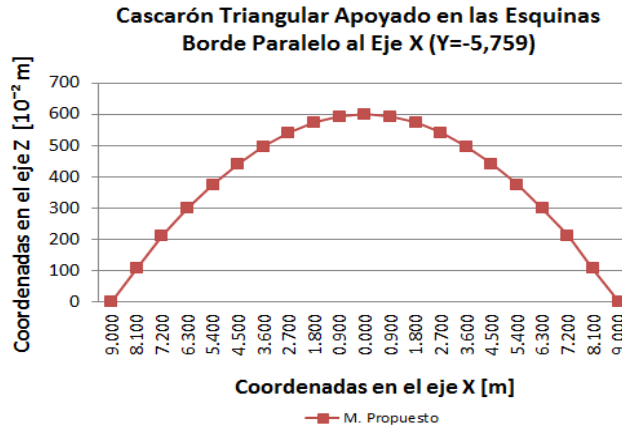


Figura 43. Cascarón Hexagonal apoyado en las esquinas. Coordenadas en la dirección Z para el eje de simetría Y (X=0).

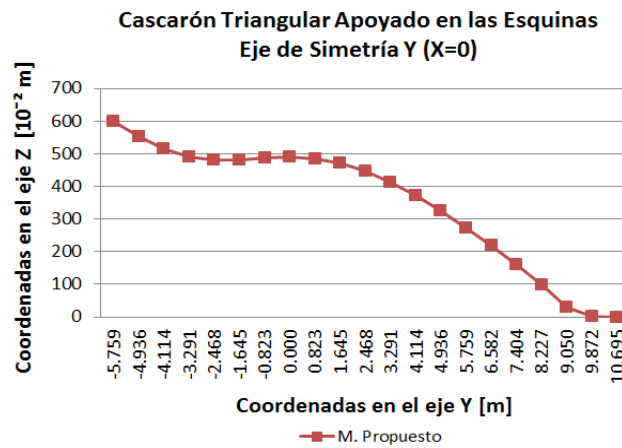
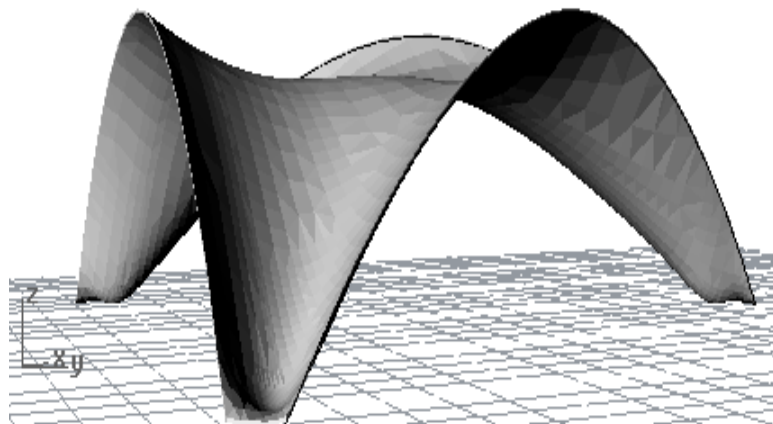


Figura 44. Cascarón triangular apoyado en las esquinas. Vista en perspectiva.



6. CONCLUSIONES

Los modelos y experimentos físicos han permitido obtener la configuración geométrica de las estructuras tipo cascarón, que les garantice un estado de esfuerzos en donde la estructura esté sometida principalmente a cargas axiales (minimizando los esfuerzos cortantes y flectores). No obstante, el enfoque computacional resulta más ventajoso en este proceso, ya que este no requiere el uso de ningún material, y de ser necesario se puede modificar el diseño de una manera más rápida y fácil, simplemente cambiando los parámetros de entrada.

El modelo computacional desarrollado en este trabajo de investigación logra generar la geometría correspondiente para el tipo de planta arquitectónica, condiciones de carga y condiciones de contorno que se deseen aplicar a estas estructuras. La implementación de este modelo computacional resulta amigable al usuario ya que presenta una interfaz gráfica de fácil uso, permitiéndole utilizar una herramienta para la simulación de muchos ejemplos aplicados a este tema.

Los resultados obtenidos con la implementación de este modelo computacional, presentan una gran proximidad con los reportados por Vizotto, dando cumplimiento a lo propuesto en los objetivos de este proyecto.

Para darle continuidad a este proceso de investigación, se propone como paso siguiente, realizar un análisis estructural a las formas generadas para estas estructuras, pues si bien es cierto que la obtención de esta geometría responde a una adecuada eficiencia estructural de los cascarones, al momento de ejecutar un proyecto de construcción, el diseño de dicha estructura debe contar con un adecuado análisis estructural.

REFERENCIAS

- [1] Escuela de Ingeniería de Antioquia – Estructuras I Available: <http://estructuras.eia.edu.co/estructurasI/conceptos%20fundamentales/conceptos%20fundamentales.htm> [citado 19 de mayo de 2014].
- [2] Tomás, A., Martí, P. (2010). Shape and size optimisation of concrete shells. *Engineering Structures*, 32, 1650 -1658.
- [3] Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura Available: http://www.fceia.unr.edu.ar/darquitectonico/darquitectonico/data/pdf/fceia.monografia.frei_otto_2.pdf [citado 22 de mayo de 2014].
- [4] Otto, F., Rasch, B. (1995). *Finding Form: towards an architecture of the minimal*. Germany: Edition Axel Menges.
- [5] Vizotto, I. (2010). Computational generation of free-form shells in architectural design and civil engineering. *Automation in Construction*, 19, 1087 – 1105.
- [6] Bletzinger, KU., Wüchner, R., Daoud, F., Camprubí, N. (2005). Computational methods for form finding and optimization of shells and membranes. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 194, 3438 - 3452.
- [7] Vizotto, I. (2008). A computational model of non-geometrical shells generation. *Thin-Walled Structures*, 47, 163– 171.
- [8] Explorando la Forma Available: <http://explorandolaforma.wordpress.com/> [citado 28 de mayo de 2014].
- [9] Smith, P., Wilson, E. (1971). Automatic design of shell structures. *Journal of the Structural Division*, 97, 191 – 201
- [10] Ram, E., Mehlhorn, G. (1991). On shape finding methods and ultimate load analyses of reinforced concrete shells. *Engineering Structures*, 13, 178 – 198.
- [11] Bletzinger, KU., Ramm, E. (1992). Structural optimization as tool for shape design. *Numerical Methods in Engineering*, 465 – 477.
- [12] El proyecto de estructuras en la obra de Gaudí Available: <http://oa.upm.es/556/> [citado 30 de mayo de 2014].

BIBLIOGRAFÍA

BLETZINGER, Kai-Uwe. WÜCHNER, Roland. DAOUD, Fernab. CAMPRUBÍ, Natalia. Computational methods for form finding and optimization of shells and membranes. Computer methods in applied mechanics and engineering. vol 194. 2005. pp. 3438 - 3452.

LIU, Min. XING, Min. YANG, Qingshan. YANG, Xinmin. Computational morphogenesis of free form shell structures by optimization. Procedia Engineering. vol 31. 2012. pp. 608 – 612.

TOMÁS, Antonio. MARTÍ, Pascual. Shape and size optimisation of concrete shells. Engineering Structures. vol 32. 2010. pp 1650 -1658.

VIZOTTO, Isaías. A computational model of non-geometrical shells generation. Thin-Walled Structures. vol 47. 2008. pp 163– 171.

VIZOTTO, Isaías. Computational generation of free-form shells in architectural design and civil engineering. Automation in Construction. vol 19. 2010. pp 1087 – 1105.