

**OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES
(BIOMÍMESIS)**

YENY VICTORIA ARDILA ARDILA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2018

**OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES
(BIOMÍMESIS)**

YENY VICTORIA ARDILA ARDILA

**Trabajo de Grado de Investigación para optar al título de
Ingeniera Civil**

Director

OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARILLO

Ingeniero Civil, M.Sc., Ph.D.

Codirector

JESÚS DANIEL VILLALBA MORALES

Ingeniero Civil, M.Sc., Ph.D.

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL
BUCARAMANGA**

2018

A mis padres.

Gracias por ser testigos de mis esfuerzos y necesidades,
por estar simplemente ahí.

AGRADECIMIENTOS

- Al profesor Oscar Begambre y a Jesús Daniel Villalba, por el acompañamiento a lo largo del proyecto, sus observaciones, sugerencias y apoyo brindado.
- A los arquitectos Lina Ortega y Alfonso Gómez por su valioso tiempo, por las charlas que tuvimos y por todo lo que me enseñaron.
- A Gonzalo Peña, por estar pendiente de los avances del proyecto y por todas sus críticas en pro de mejorar el código programado.
- Los resultados de los experimentos presentados en esta publicación, fueron obtenidos usando la plataforma GridUIS-2, desarrollada por el Centro de Supercomputación y Cálculo Científico de la Universidad Industrial de Santander (SC3UIS). Esta acción es soportada por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión de la UIS (VIE-UIS) y diferentes grupos de investigación de la universidad. (<http://www.sc3.uis.edu.co>).

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. ALGORITMO HEURISTICO DE OPTIMIZACIÓN.....	19
1.1 PSO (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION)	19
1.2 UPSO (UNIFIED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION)	21
2. FORMULACIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.....	22
3. METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES	24
3.1 LAS FORMAS NATURALES	26
3.1.1 Teselados voronoi.....	26
3.1.2 Estructura de la hoja de un nenúfar (Victoria Amazónica)	27
3.1.3 La espiral en la concha del Nautilus Pompilius.	28
3.1.4 Geometría hexagonal de los panales de abejas.....	30
3.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES.....	31
3.3 GENERACIÓN AUTOMÁTICA DE LA GEOMETRÍA.....	33
3.4 CONFIGURACIÓN DEL ALGORITMO UPSO	34
3.4.1 Parámetros de la función de penalización	34
3.4.2 Parámetros del UPSO.....	35
3.4.3 Tamaño del enjambre	37

3.5 ANÁLISIS ESTRUCTURAL	38
3.5.1 Método matricial de la rigidez	38
3.5.2 Validación del análisis estructural	39
3.6 DISEÑO ESTRUCTURAL.....	43
4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA	44
4.1 EJEMPLOS DE APLICACIÓN	44
4.2 RESULTADOS.....	46
4.2.1 Determinación de los parámetros de la función de penalización	46
4.2.2 Influencia de los parámetros del UPSO	48
4.2.3 Influencia del tamaño de la población.....	51
4.2.4 Convergencia del algoritmo	53
4.2.5 Radios de capacidad de los elementos estructurales	57
4.2.6 Análisis de la forma.....	58
4.2.7 Tiempo computacional.....	59
5. CONCLUSIONES	60
BIBLIOGRAFÍA.....	62

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1 Parámetros de la función de penalización.....	35
Tabla 2 Combinaciones de los parámetros del UPSO para realizar pruebas con variación lineal.....	36
Tabla 3 Coordenadas de los nodos del ejemplo de validación del análisis estructural.....	40
Tabla 4 Conectividades de los elementos del ejemplo de validación del análisis estructural.....	40
Tabla 5 Desplazamientos en los nodos de la estructura propuesta para la validación del análisis estructural.....	41
Tabla 6 Reacciones de la estructura propuesta para la validación del análisis estructural.....	42
Tabla 7 Datos de entrada para generar la geometría de los ejemplos de aplicación.....	45
Tabla 8 Pesos mínimos obtenidos para cada combinación de parámetros de la función de penalización.....	46
Tabla 9 Pesos mínimos obtenidos para cada combinación de parámetros del UPSO.....	48
Tabla 10 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología voronoi (correspondiente a 10 corridas distintas).....	53
Tabla 11 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología espiral (correspondiente a 10 corridas distintas)	54
Tabla 12 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología hexagonal (correspondiente a 10 corridas distintas).....	55
Tabla 13 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología nenúfar (correspondiente a 10 corridas distintas).....	56

Tabla 14 Comparación entre el peso obtenido por los techos con topologías naturales y la topología convencional.....58

Tabla 15 Tiempo computacional empleado en cada ejemplo de aplicación de los techos con topologías naturales.....59

Tabla 16 Tiempo computacional empleado en cada ejemplo de aplicación de los techos con topologías convencionales.....59

LISTA DE FIGURAS

Pág.

Figura 1 Estructura en la parte externa del hotel Marriot (Frankfurt, Alemania)...	18
Figura 2 Diagrama de flujo para la optimización del peso de techos planos con formas naturales.....	24
Figura 3 (a) Trazado voronoi de una nube de puntos. (b) Teselados voronoi en los tejidos vegetales de las hojas. (c) Teselados voronoi en el “Cubo de Agua”	26
Figura 4 (a) Hojas flotantes de un nenúfar en el jardín botánico de Bergius (Estocolmo-Suecia), (b) Estructura inferior de la hoja de un nenúfar.....	27
Figura 5 (a) Radiografía de una concha Nautilus Pompilius. (b) Espiral equiangular: generación por crecimiento de triángulos.....	28
Figura 6 Topología creada a partir de una espiral equiangular generada por crecimiento de triángulos.....	30
Figura 7 (a) Sinosteel International Plaza (Tianjin, China), (b) Configuración estructural (Vista 3D), (c) Configuración estructural (Fachada).....	30
Figura 8 Datos de entrada para la generación automática de la geometría.....	33
Figura 9 Planta de la estructura utilizada para la validación del análisis estructural.....	39
Figura 10 Modelo de la estructura ejemplo para la validación del análisis estructural en el software SAP2000.....	41
Figura 11 Geometrías de los techos de los ejercicios de aplicación (Dimensiones en m).....	45
Figura 12 Resultados de las pruebas de los parámetros de la función de penalización para cada topología analizada. (a) voronoi, (b) espiral, (c) hexagonal, (d) nenúfar.....	47
Figura 13 Resultados de las pruebas de los parámetros del UPSO para cada topología analizada. (a) voronoi, (b) espiral, (c) hexagonal, (d) nenúfar.....	49

Figura 14 Curvas de convergencia de las pruebas 1 a 9 de la influencia de los parámetros del UPSO para el techo con topología espiral.....	51
Figura 15 Resultados de la variación del número de partículas, para cada topología analizada. (a) hexagonal, (b) nenúfar.....	52
Figura 16 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología voronoi.....	53
Figura 17 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología voronoi.....	53
Figura 18 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología espiral.....	54
Figura 19 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología espiral.....	54
Figura 20 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología hexagonal.....	55
Figura 21 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología hexagonal.....	55
Figura 22 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología nenúfar.....	56
Figura 23 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología nenúfar.....	56
Figura 24 Radios de capacidad de los elementos estructurales de los techos. (a) voronoi, (b) Espiral, (c) Hexagonal, (d) Nenúfar.....	57
Figura 25 Topologías cuadriculadas.....	58

RESUMEN

TÍTULO: OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES (BIOMÍMESIS)*

AUTOR: YENY VICTORIA ARDILA ARDILA**

PALABRAS CLAVE: Algoritmo, techo, formas naturales, peso.

DESCRIPCIÓN: Los techos planos cumplen la función de cubrir y resguardar un espacio frente a todo aquello que se suscite en el exterior. Así mismo, componen un elemento visual dentro y fuera del espacio que cubre, constituyéndose así como un elemento esencial que en su proceso de diseño requiere la integración de disciplinas como la arquitectura y la ingeniería estructural. En esta investigación se propone una metodología para la optimización de techos planos con formas naturales. Se implementan cuatro formas naturales como topología interna de los techos y se configura un algoritmo heurístico UPSO (Unified Particle Swarm Optimization) en Python como herramienta para la optimización. La función objetivo del problema tiene el propósito de minimizar el peso de la estructura. Las variables son las secciones de cada uno de los elementos que conforman los techos, que para este caso, corresponden a Perfiles Tubulares Estructurales (PTE) Circulares. El problema presenta restricciones funcionales y geométricas. Las primeras tienen la finalidad de encaminar el resultado a una solución donde la resistencia en los elementos soporte las solicitaciones, mientras que las segundas, restringen el valor que toman las secciones (Diámetro exterior y espesor) a un rango especificado por el usuario. Las topologías presentadas se evalúan bajo condiciones de carga muerta, viva y granizo. El proceso de optimización se realiza también para topologías cuadriculadas con el fin de evaluar el desempeño tanto funcional como estético de las formas naturales. Finalmente se determina la eficiencia de la metodología por la calidad de la solución obtenida, el tiempo computacional y la robustez. Como resultado, la metodología propuesta logró reducir el peso de techos planos con formas naturales entre un 36% y 39% de su peso inicial.

* Trabajo de Grado de Investigación.

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo. Co-Director: Jesús Daniel Villalba Morales

ABSTRACT

TITLE: WEIGHT OPTIMIZATION OF FLAT ROOFS WITH NATURAL SHAPES
(BIOMIMICRY)*

AUTHOR: YENY VICTORIA ARDILA ARDILA**

KEY WORDS: Algorithm, roof, natural shapes, weight

DESCRIPTION: Flat roofs perform the function of covering and protecting a space from all that is caused in the outside. Moreover, they compose a visual element in and out of the space that is covered, constituting themselves as essential elements that, in their design process, require the assimilation of disciplines such as Architecture and Structural Engineering. In this research, a methodology for the optimization of flat roofs with natural shapes is proposed. Four natural shapes have been implemented as roofs internal topology and a heuristic UPSO (Unified Particle Swarm Optimization) algorithm has been configured in Python as a tool for the optimization. The objective function of the problem has the purpose of reducing the structure's weight. The variables are the sections of each one of the elements that compose the roof and, for this case, correspond to Circular Hollow Structural Sections (HSS). The problem shows functional and geometrical restrictions. The first have as a meaning to lead the result to a solution in which the resistance in the element supports the loads, as the second limit the value taken by the sections (outer diameter and thickness) to a range specified by the user. The topologies presented are assessed under several conditions such as dead load, live load and hail load. The process of optimization is also done for squared topologies in order to assess the functional and aesthetic performance of natural shapes. Finally, it is determined the efficiency of such methodology through the quality of the resulting solution, the computational time and the robustness. As result, the proposed methodology aimed to reduce the weight of flat roofs with natural shapes between 36% and 39% from the initial one.

* Research Graduation Project.

** Physical-Mechanical Engineering Faculty. Civil Engineering School. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo. Co-Director: Jesús Daniel Villalba Morales.

INTRODUCCIÓN

La necesidad de construir sistemas estructurales eficientes ha propiciado en arquitectos e ingenieros estructurales un acercamiento a los métodos de diseño y construcción que operan en la naturaleza, ya que la regla natural de supervivencia del más apto ha perfeccionado la estructura y forma de los organismos para adaptarse al entorno cambiante¹. La palabra biomímesis proviene del griego bios, vida y mímesis, imitación². Este nuevo término fue acuñado para hacer referencia a una práctica antigua: observar los modelos, sistemas y procesos naturales para imitarlos o inspirarse en ellos con el fin de dar solución a problemas de escala humana³.

Imitar la forma y geometría de las estructuras biológicas es el modo más conocido de practicar el biomimetismo en la ingeniería. LeRicolais (1894-1977), quien orientó su trabajo profesional al desarrollo de construcciones ligeras y al estudio de sistemas tridimensionales estructurales, aseguraba que: “No hay mejor disciplina para enfrentarse al imprevisible problema de la forma que la observación de los prodigios creados por la naturaleza”⁴. Este ingeniero dirigió su atención hacia las radiolarias, organismos en los cuales veía una sorprendente economía de material, un andamiaje estructural tridimensional que presentaba una curiosa síntesis entre estructuras trianguladas y láminas resistentes y una sorprendente organización espacial⁵.

¹ YUAN, Yapping, et al. Bionic building energy efficiency and bionic green architecture: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol 74, 2017, p. 771-787.

² BENYUS, Janine. *Biomimicry: Innovation Inspired by Nature*. New York, Harper Perennial, 1997.

³ KSHIRSAGAR, Anjali; MALANI, Seema; TIWARE, Vikramsinh. *Biomimicry- Nature Inspired Building Structures*. *International Journal of Engineering Research and Technology*, Vol 10, 2017, p.162-166.

⁴ MALLO, Maria. *Sistemas radiolarios: Geometrías y arquitecturas derivadas*. Disertación doctoral, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2015.

⁵ JUAREZ, Antonio. *El arte de construir con agujeros. Reflexiones en torno a Robert Le Ricolais*. *Circo*, No 39, 1996, p. 1-12.

Otra aplicación de la biomímesis se presenta en el campo computacional. Los problemas de optimización al ser numerosos y variados y al requerir enormes esfuerzos computacionales ha motivado la búsqueda de nuevas técnicas para resolverlos. Los algoritmos bio-inspirados son técnicas heurísticas que permiten solucionar problemas que no se han podido resolver con la inteligencia artificial convencional y por lo tanto, son técnicas avanzadas que resuelven problemas en muchos dominios dado que su aplicabilidad es muy amplia. Los algoritmos bio-inspirados más predominantes y exitosos se basan en evolución computacional y en inteligencia de enjambres. Estos algoritmos se han inspirado en la teoría Darwiniana y en el comportamiento colectivo de un conjunto de seres vivos respectivamente⁶. PSO (Particle Swarm Optimization)⁷, hace parte de los algoritmos basados en inteligencia de enjambres y pertenece al grupo conocido como algoritmos de inteligencia computacional. Desde su aparición, este algoritmo ha mostrado tener éxito en la solución de problemas en múltiples aplicaciones⁸. Un ejemplo de ello se muestra en el trabajo de Luh y Lin (2011), quienes implementaron un algoritmo PSO para la optimización del peso de armaduras variando la topología de ésta y las secciones transversales de los elementos. Para mostrar la efectividad del algoritmo utilizaron una estructura base de 12 nodos y 39 elementos y observaron que los resultados fueron mejores a los reportados en la literatura en cuanto al tiempo de cálculo, al peso de la estructura y a la diversidad topológica obtenida⁹.

⁶ BINITHA, S; SATHYA, S. A Survey of Bio inspired Optimization Algorithms. International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE). Vol 12, 2012, p. 137-151.

⁷ EBERHART, Russel; KENNEDY, James. Particle Swarm Optimization. International Conference on Neural Networks. Perth (Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995, p. 1942-1948.

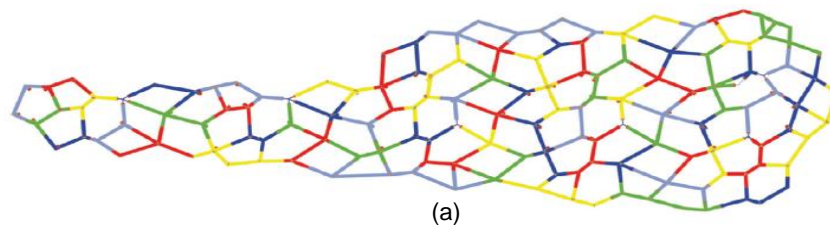
⁸ POLI, Riccardo. Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation. Journal of Artificial Evolution and Applications. Vol 2008, 2007.

⁹ LUH, Guan-Chun; LIN, Chun-Yi. Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization. Computers and Structures, Vol 89, 2011. p. 2221-2232.

Por otro lado, el uso de herramientas computacionales eficientes sumado a las posibilidades constructivas actuales está propiciando la distorsión de las formas estructurales preestablecidas, permitiendo que la estructura resistente tome su valor expresivo y que el producto final represente un equilibrio entre estética y funcionalidad. En la figura 1 se puede apreciar una estructura diseñada para proteger el área exterior del hotel Marriot (Frankfurt, Alemania). El diseño debía generar un impacto visual positivo que aumentará la percepción del hotel como lugar de prestigio y lujo. Para lograr el objetivo, se apostó por el uso de formas naturales. Teselaciones voronoi se optaron para el mallado del techo (figura 1. (a)), mientras que las columnas se pensaron como ramificaciones de un árbol (figura 1. (b)). Una vez establecida la geometría, se realizó un proceso de optimización, que redujo significativamente el peso de la estructura y que cambió la apariencia física de la geometría planteada inicialmente. Finalmente su forma y comportamiento estructural se parecían más a las formas naturales y a los procesos de transmisión de cargas que se llevan a cabo en la naturaleza. Este proyecto siguió el enfoque promovido por Otto y Rash, en el que se recomienda iniciar la geometría del proyecto con formas naturales y luego refinar la forma con base en las restricciones y la optimización ¹⁰.

¹⁰ AGKATHIDIS, Asterios; BROWN, Andre. Tree-Structure Canopy: A Case Study in Design and Fabrication of Complex Steel Structures using Digital Tools. International Journal of Architectural Computing. Vol 1, 2013, p. 87-104.

Figura 1 Estructura en la parte externa del hotel Marriot (Frankfurt, Alemania)



(b)

Fuente: (a) AGKATHIDIS, Asterios; BROWN, Andre¹⁰. (b) Jesús D. Villalba.

En este trabajo, la pregunta que se aborda es: ¿Es posible conseguir funcionalidad y estética en un techo plano haciendo uso de formas naturales como topología interna y de un algoritmo bio-inspirado como herramienta para la optimización? Para responder a ello se propone una metodología donde se busca optimizar el empleo de material en techos planos usando el algoritmo heurístico UPSO (Unified Particle Swarm Optimization)¹¹ y partiendo de configuraciones geométricas inspiradas en la naturaleza. De entrada, las formas naturales aportan el valor estético a los techos, mientras que la funcionalidad dependerá del peso que se obtenga en el proceso de optimización y de la respuesta estructural ante las solicitaciones impuestas.

¹¹ PARSOPOULOS, Konstantinos; VRAHATIS, Michael. A Unified Particle Swarm Optimization Scheme. Lecture Series on Computer and Computational Sciences. Vol 1, 2004, p. 868-873.

1. ALGORITMO HEURISTICO DE OPTIMIZACIÓN

1.1 PSO (PARTICLE SWARM OPTIMIZATION)

Particle Swarm Optimization (PSO) es un algoritmo de optimización estocástico que fue propuesto en 1995 por el psicólogo social James Kennedy y el Dr. Russel C. Eberhart y cuyos planteamientos se originan en la simulación del comportamiento social en las bandadas de aves¹².

En el algoritmo PSO el sistema es iniciado con una población (enjambre) de soluciones aleatorias (partículas), las cuales presentan tres importantes características: velocidad adaptable, una memoria individual donde almacena la mejor posición que haya visitado en el espacio de búsqueda (posición que arroja el menor valor de la función), y la capacidad de intercambiar información con las demás partículas, es decir, cada partícula tendrá el conocimiento de la mejor posición visitada en su vecindario¹³. Estas tres características definen el enfoque de búsqueda del algoritmo en el cual cada partícula que se mueve en el espacio de búsqueda ajusta su trayectoria hacia una mejor posición de acuerdo con su propia experiencia y la experiencia de las demás partículas.

Cada partícula posee un vecindario. Estos se definen comúnmente por los índices de las mismas, siendo la topología de “anillo” la alternativa más empleada. En esta topología la partícula con índice k se conecta con las partículas con índices $k-1$ y $k+1$, en otras palabras, cada partícula solo se verá afectada por sus vecinos inmediatos¹⁴. El número de partículas que componen el vecindario es un factor que

¹² EBERHART, Russel; KENNEDY, James. Op. Cit.

¹³ KENNEDY, James. The Behaviour of Particles. Proceeding: 7th International Conference on Evolutionary Programming VII, EP98, San Diego-California, USA. 1998, p. 581-589.

¹⁴ ROJAS GARCÍA, Ángel Arturo. Topologías de optimización por enjambre de partículas basadas en información mutua. M.C Tesis, Departamento de Ciencias de la Computación, CIMAT, Guanajuato, México, 2015.

da lugar a las dos variantes principales del PSO. Cuando el vecindario de cada partícula se compone por el número total de partículas, es decir, por todo el enjambre, se da lugar a la variante global, mientras en la variante local, el número de partículas de cada vecindario es menor al número de partículas del enjambre.

Asumiendo un problema de minimización con una función D-dimensional, $\min_{X \in S} f(X)$, con $S \subset \mathbb{R}^D$, el enjambre S estará compuesto por un número arbitrario de partículas, $S = [X_1, X_2, \dots, X_N]$, las cuales están definidas como puntos que se mueven en el espacio de búsqueda D-dimensional.

En una iteración t, la partícula i-ésima tiene la información de su posición actual, $X_i^t = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD}]$, de la velocidad con la cual alcanzo dicha posición, $V_i^t = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD}]$, y de la mejor posición encontrada por ella hasta el momento, $P_i^t = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD}]$. Además, todas las partículas conocen cual ha sido la mejor posición encontrada en su vecindario hasta la iteración t, $P_{gi}^t = [p_{gi1}, p_{gi2}, \dots, p_{giD}]$. Conociendo esta información, la velocidad y la posición de cada partícula en cada iteración, se puede actualizar de acuerdo con las ecuaciones (1) y (2).

$$V_i^{t+1} = WV_i^t + C_1 r_1 (P_i^t - X_i^t) \quad (1)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (2)$$

donde W es un factor de inercia (Shi y Eberhart, 1998), el cual tiene como objetivo balancear la búsqueda global y la búsqueda local¹⁵; C₁ y C₂, son constantes positivas llamadas parámetro de aceleración cognitiva y social respectivamente; y r₁ y r₂, son valores aleatorios distribuidos uniformemente en el rango [0,1].

¹⁵ SHI, Y; EBERHART, Russel. A Modified Particle Swarm Optimizer. Proceeding: IEEE International Conference on Evolutionary Computation. USA, 1998, p. 69-73.

1.2 UPSO (UNIFIED PARTICLE SWARM OPTIMIZATION)

El UPSO (Parsopoulos y Vrahatis, 2004) es una alternativa en la que se combinan las propiedades de exploración y explotación de las variantes local y global del PSO¹⁶. Sea X_i la i -ésima partícula del enjambre, g el índice de la mejor partícula del enjambre y g_i el índice de la mejor partícula del vecindario de X_i , \mathcal{G}_i^{t+1} la velocidad actualizada de X_i para la variante global del PSO y \mathcal{L}_i^{t+1} la velocidad actualizada para la variante local. De acuerdo con la ecuación (1) tenemos que:

$$\mathcal{G}_i^{t+1} = WV_i^t + C_1r_1(P_i^t - X_i^t) + C_2r_2(P_g^t - X_i^t) \quad (3)$$

$$\mathcal{L}_i^{t+1} = WV_i^t + C_1r_1(P_i^t - X_i^t) + C_2r_2(P_{g_i}^t - X_i^t) \quad (4)$$

Posteriormente la actualización de la velocidad de cada partícula se realiza combinando las ecuaciones (3) y (4) como sigue:

$$u_i^{t+1} = u\mathcal{G}_i^{t+1} + (1 - u)\mathcal{L}_i^{t+1} \quad (5)$$

u , es llamado factor de unificación y representa la influencia de los componentes de búsqueda local y global. Así, con un valor de u igual a 1 se obtiene la actualización de la velocidad para la variante global, mientras con un valor de u igual a 0, se obtiene la actualización de la velocidad para la variante local. Finalmente, la actualización de la posición de cada partícula se realiza de acuerdo con la ecuación (6).

$$X_i^{t+1} = X_i^t + u_i^{t+1} \quad (6)$$

¹⁶ PARSOPOULOS, Konstantinos; VRAHATIS, Michael. Op. Cit.

2. FORMULACIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

La optimización se puede definir como la búsqueda de la solución a un problema en el cual es necesario maximizar o minimizar una o varias funciones objetivo dentro de un dominio que contiene los valores aceptables de las variables mientras algunas restricciones deben ser satisfechas¹⁷. Según lo anterior, un problema de optimización cualquiera puede formularse matemáticamente por medio de tres elementos: función objetivo, variables y restricciones. A continuación se conceptualizan brevemente estos elementos.

Variables de diseño: Cualquier sistema de ingeniería o componente se define por un conjunto de cantidades, algunos de los cuales son vistos como variables durante el proceso de diseño. Aquellas cantidades que no cambian su valor durante el proceso de diseño se conocen como parámetros de diseño. Las demás cantidades se conocen como variables de diseño¹⁸.

Función objetivo: El propósito de la optimización es encontrar la mejor solución a un problema dado. En general, puede haber más de una solución aceptable. Por ende, debe existir un criterio para comparar las diferentes soluciones encontradas y así poder seleccionar la mejor. La función objetivo es este criterio. Ésta debe ser una función escalar de las variables, cuyo valor numérico es la medida de comparación entre las diferentes soluciones encontradas.¹⁹

Restricciones: Las restricciones limitan las variables y definen los espacios de búsqueda. Éstas pueden clasificarse en geométricas y funcionales y se expresan por medio de ecuaciones e inecuaciones, que al satisfacerse, aseguran el buen

¹⁷ RAO, R. Ventaka. Teaching Learning Based Optimization Algorithm. 1ª ed., Springer Intern. Publishing, 2016.

¹⁸ RAO, Singiresu. S. Engineering Optimization: Theory and Practice. 4ª ed. New Jersey, John Willey & Sons. INC, 2009.

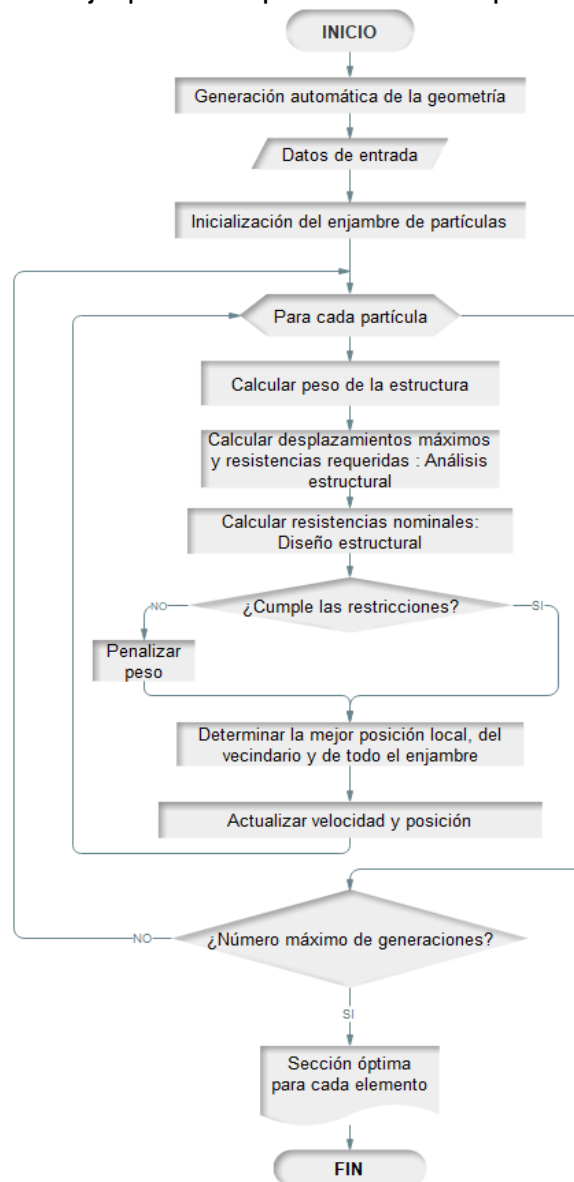
¹⁹ Ibid.

comportamiento de los diseños. En los problemas de optimización con restricciones debe implementarse una estrategia de penalización que castigue a la función objetivo cuando las soluciones dadas no cumplan las restricciones planteadas. Utilizar una función de penalización puede ser una de estas estrategias, la cual convierte el problema restringido a uno sin restricciones.

3. METODOLOGÍA PARA LA OPTIMIZACIÓN DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES

La metodología propuesta en esta investigación se sintetiza en la Figura 2. Ésta abarca el diseño de techos planos con formas naturales, desde su configuración geométrica hasta su desarrollo estructural, a fin de obtener una estructura liviana y arquitectónicamente llamativa.

Figura 2 Diagrama de flujo para la optimización del peso de techos planos con formas naturales.



La metodología inicia con la generación automática de la geometría, la cual arroja la información de los nodos y los elementos de la estructura. Una vez determinada la geometría, se procede a ingresar los datos de entrada para el problema de optimización. Estos datos corresponden por una parte a los parámetros del UPSO (factor de unificación, constantes de aceleración cognitiva y social y número de partículas) y los parámetros de la función de penalización (β y γ). También, los relacionados con el material y la geometría (los rangos de las secciones permitidas y los datos que fueron generados inicialmente), y por último el número máximo de iteraciones, que en este caso, es el criterio de parada del algoritmo. Posteriormente se da paso a la inicialización del enjambre de soluciones. Ésta se crea de forma aleatoria teniendo en cuenta los rangos de las secciones ingresadas (restricciones en el espacio de búsqueda) y número de partículas. Después, con la población generada se calcula el peso de la estructura y se realiza un análisis y diseño estructural con el fin de evaluar las restricciones funcionales del problema y penalizar el peso de cada partícula en caso de existir restricciones violadas. Si no se cumple el criterio de parada, se actualiza las posición y velocidad de cada partícula (Ecuaciones (5) y (6)) en base a la mejor solución obtenida por cada una de ellas, por su vecindario y por todo el enjambre. Al finalizar, el algoritmo arroja las posiciones (secciones de cada elemento) de la partícula que posee la mejor respuesta en el enjambre.

Para la programación de la metodología se usó Python V-3.6. Este lenguaje de programación es de código abierto y posee una gran cantidad de módulos y bibliotecas de cálculo científico que permite la creación de códigos más eficientes²⁰.

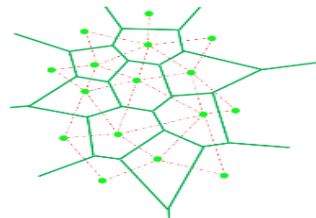
²⁰ Python. Python [en línea]. <<https://www.python.org/>>

3.1 LAS FORMAS NATURALES

Las formas de la naturaleza poseen una lógica que se sustenta por la acción de fuerzas de torsión, compresión y torsión²¹. Por otro lado, estas también son el producto de una adaptación de los organismos para dar solución a problemas morfológicos. Por ejemplo: la espiral, presente en algunos mamíferos, plantas y moluscos es la manera más eficaz de agrupar, manteniendo la misma forma a medida que el tamaño aumenta²². En esta investigación las formas naturales se usarán como topología interna de los elementos estructurales de los techos. Se seleccionaron 4 formas naturales que sirvieron como modelo de imitación o inspiración para crear las topologías. A continuación se dan a conocer.

3.1.1 Teselados voronoi

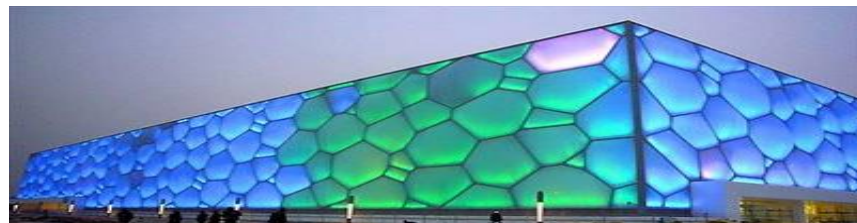
Figura 3 (a) Trazado voronoi de una nube de puntos. (b) Teselados voronoi en los tejidos vegetales de las hojas. (c) Teselados voronoi en el “Cubo de Agua”.



(a)



(b)



(c)

Fuente: (a) Elaboración propia. (b) Lyda Romero. (c) <http://www.china.org.cn/>

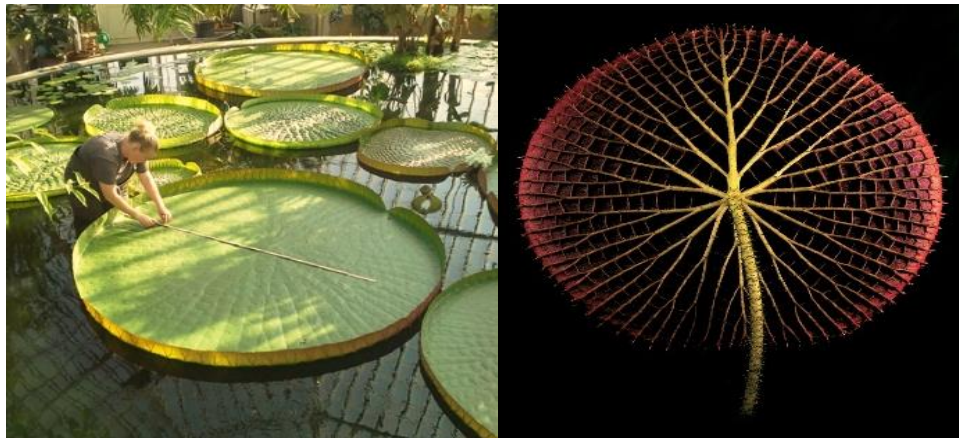
²¹ THOMPSON, D'arcy. On form and mechanical efficiency, en: On Growth and Form, 1ª ed., New York, The Macmillan Company, 1945, p. 958-1025.

²² FONTANA, Juan. El diseño estructural en las formas complejas de la arquitectura reciente. Disertación doctoral, Departamento de expresión gráfica y cartografía, Universidad de Alicante, España, 2012.

Los teselados voronoi, se pueden encontrar en las alas de algunos insectos, en el tejido vegetal de las hojas, en el barro seco, en las formaciones de burbujas de jabón, entre otros (ver figura 3). Estas formas se pueden modelar matemáticamente y actualmente tienen aplicaciones en arquitectura e ingeniería estructural. Conceptualmente, se pueden definir como: Dado un conjunto finito de puntos dispersos a través de un plano, asociar todos los puntos en ese plano con el conjunto de puntos más cercano. El resultado es una partición del plano en un conjunto de regiones de forma poligonal en el que cada borde es una línea que bisecta perpendicularmente la línea que conecta dos puntos en el conjunto dado.

3.1.2 Estructura de la hoja de un nenúfar (Victoria Amazónica). Los nenúfares son plantas acuáticas cuyas hojas no cuelgan sobre su tallo, sino toda su superficie se apoya sobre el agua, como se muestra en la figura 4 (a). Estas hojas pueden alcanzar hasta los tres metros de diámetro y su cara inferior posee nervaduras radiales y concéntricas que le otorgan una gran rigidez.

Figura 4 (a) Hojas flotantes de un nenúfar en el jardín botánico de Bergius (Estocolmo-Suecia), (b) Estructura inferior de la hoja de un nenúfar.



(a)

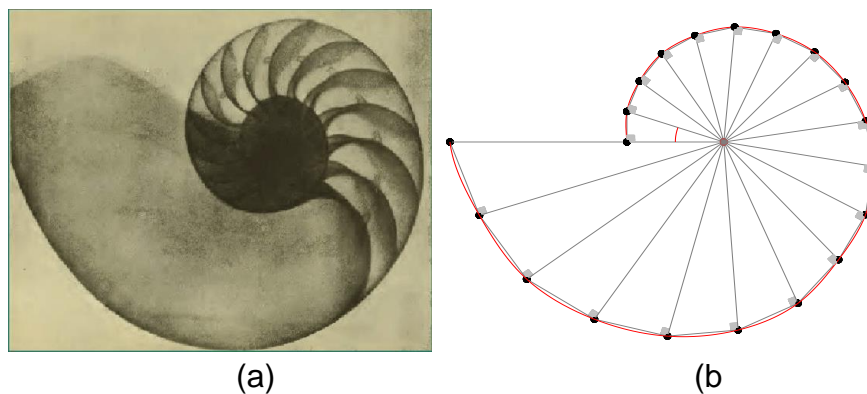
(b)

Fuente: (a) <https://www.su.se/>. (b) <https://www.audubon.org/>

Cervera y Pioz (2016), investigaron la respuesta estructural de la hoja de un nenúfar considerándola como una losa en voladizo con puntos centrales de apoyo. Los resultados fueron comparados con un modelo estructural convencional (topología cuadriculada). Encontraron que la geometría idónea de los elementos estructurales para esas condiciones de apoyo correspondía al patrón orgánico del nenúfar. Con el modelo convencional los diagramas de cortante y momento se dispararon y los desplazamientos fueron considerablemente mayores a los del modelo del nenúfar²³.

3.1.3 La espiral en la concha del Nautilus Pompilius. Nautilus Pompilius es un molusco cuya concha es una estructura compleja (figura 5 (a)) que tiene múltiples funciones: regular la flotabilidad, proteger al animal de la depredación, la presión y las fuertes corrientes. Esta concha crece formando una espiral logarítmica o equiangular casi perfecta (figura 5. (b)).

Figura 5 (a) Radiografía de una concha Nautilus Pompilius. (b) Espiral equiangular: generación por crecimiento de triángulos.



Fuente: (a) Thompson, 1945. (b) Elaboración propia.

²³ CERVERA, Rosa; PIOZ, Javier. Bio-inspired Lightweight Structural Systems: Learning from Microcomponents in the Nature for the Energy Efficiency in the Architecture, F. Pacheco et al, Nano and Biotech Based Materials for Energy Building Efficiency, Springer, 2016, p. 391-409.

Los puntos marcados sobre la espiral (figura. 5 (b)) se obtienen a partir de una estructura triangular inicial que se transforma mediante rotación y dilatación. El triángulo inicial es rectangular y se apoya sobre un cateto de lado unidad que forma un ángulo α con su hipotenusa y cuyo extremo derecho coincide con el origen de coordenadas. En seguida se construye otro triángulo rectángulo sobre la hipotenusa del primero de forma que la hipotenusa de este nuevo triángulo forme α grados con la hipotenusa del triángulo anterior (su cateto adyacente), y así sucesivamente. Los puntos marcados se determinan por los extremos de las hipotenusas, cuyas coordenadas polares se calculan como:

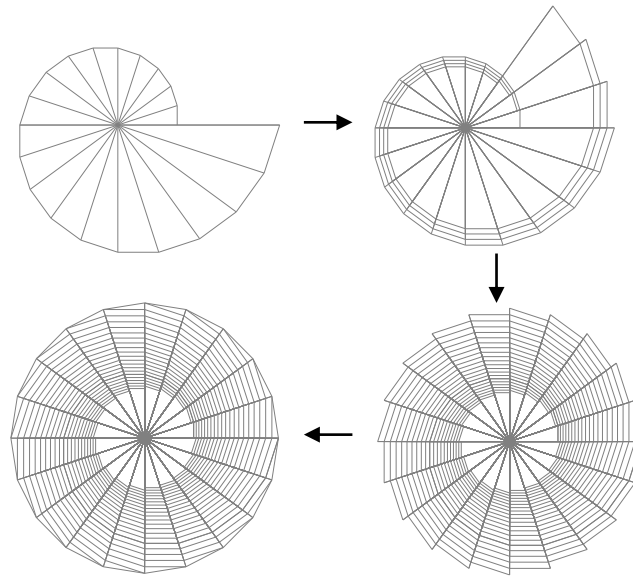
$$R = \left(\frac{1}{\cos \alpha} \right)^n \quad (7)$$

$$\theta = n\alpha \quad (8)$$

Tomando como modulo la espiral generada por triángulos y haciendo con ella una serie de ejercicios de rotación y superposición se consigue una topología que resulta interesante para la aplicación en esta investigación. Para llegar a esta nueva topología se debe: superponer sobre ella la misma espiral pero rotada desde el origen de coordenadas un ángulo α , después nuevamente superponer otra espiral que está rotada 2α y así sucesivamente hasta que el número de superposiciones sea igual a $360/\alpha$. Por último, se unen los vértices exteriores (ver figura 6).

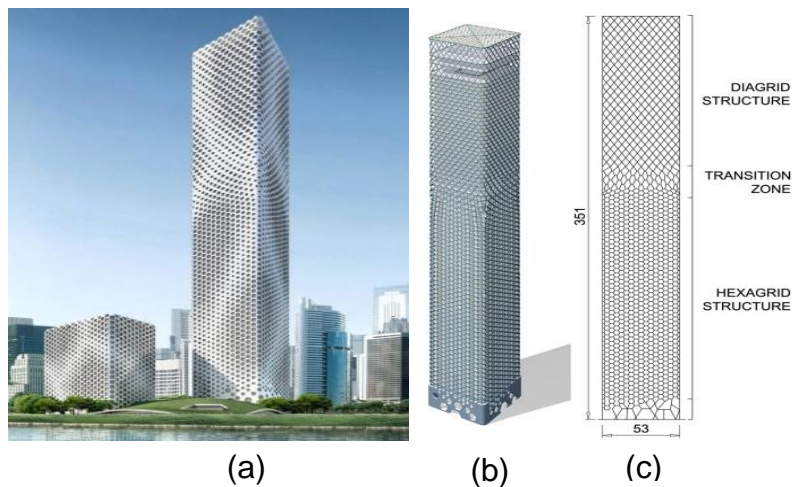
De esta forma, se obtiene un polígono regular de $360/\alpha$ lados, que en el caso del ejemplo resulto ser de 20 lados.

Figura 6 Topología creada a partir de una espiral equiangular generada por crecimiento de triángulos.



3.1.4 Geometría hexagonal de los panales de abejas. Las estructuras inspiradas en la geometría hexagonal de los panales de abejas se han utilizado en ingeniería durante mucho tiempo, como un medio de minimizar material sin perder resistencia estructural.

Figura 7 (a) Sinosteel International Plaza (Tianjin, China), (b) Configuración estructural (Vista 3D), (c) Configuración estructural (Fachada).



Fuente: <https://www.i-mad.com>.

Sinosteel (Figura 7) es el primer rascacielos que usa como sistema estructural una malla hexagonal (hexagrid), lo que obvia la necesidad del uso de columnas más allá del núcleo del edificio ²⁴. El uso de este sistema estructural también mejora la eficiencia energética, ya que los diferentes hexágonos varían en su tamaño de acuerdo a modelos del clima, para regular la temperatura y la luz del día.

3.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DEL PESO DE TECHOS PLANOS CON FORMAS NATURALES

Variables de diseño: Las variables en el problema de optimización de los techos serán las secciones de los elementos, además éstas serán tratadas como variables de naturaleza discreta, es decir se actualizarán de acuerdo con una base de datos de perfiles comerciales. El tipo de secciones que se utilizarán serán Perfiles Tubulares Estructurales (PTE) Circulares, por lo cual las dos variables de diseño quedan expresadas como:

D_{ext} = Diámetro exterior, m

t = Espesor, m

Parámetros: Los parámetros del problema se relacionan con el material y la geometría del techo la cual será fija durante todo el proceso. Estos son:

ρ_{acero} = Densidad del acero, Kg/m³

L = Longitud de los elementos, m

Función objetivo: La función objetivo está orientada a la minimización del peso de los techos y se calculará de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$W = \rho_{acero} * g * \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4} [D_{ext_i}^2 - (D_{ext_i} - 2t_i)^2] L_i \quad (9)$$

²⁴ FU, X.Y. Structural Design of Sino Steel International Plaza. Proceeding: CTBUH 9th World Congress, Shanghai-China, 2012.

donde n es el número de elementos y g el valor de la gravedad.

Restricciones: En el problema se presentan restricciones geométricas y funcionales.

Restricciones geométricas:

$$D_{ext}^{\min} \leq D_{ext_i} \leq D_{ext}^{\max} \quad (10)$$

$$t^{\min} \leq t_i \leq t^{\max} \quad (11)$$

Restricciones funcionales:

$$V_{u_i} \leq \phi_v V_{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$M_{u_i} \leq \phi_b M_{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$T_{u_i} \leq \phi_T T_{n_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

$$\left(\frac{M_{u_i}}{\phi_b M_{n_i}} \right) + \left(\frac{V_{u_i}}{\phi_v V_{n_i}} + \frac{T_{u_i}}{\phi_T T_{n_i}} \right)^2 \quad (15)$$

$$\delta_i \leq \delta_{\max} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (16)$$

Donde V_{u_i} , M_{u_i} y T_{u_i} son las resistencias requeridas del i-ésimo elemento a cortante, flexión y torsión respectivamente; $\phi_v V_{n_i}$, $\phi_b M_{n_i}$ y $\phi_T T_{n_i}$ son las resistencias de diseño del i-ésimo elemento a cortante, flexión y torsión respectivamente; δ_i , es el desplazamiento vertical del i-ésimo nodo y δ_{\max} es el desplazamiento máximo vertical permitido.

Penalización: Ya que el problema presenta restricciones se debe castigar la función objetivo cuando estas se incumplan. El castigo se hará por medio de la siguiente función de penalización:

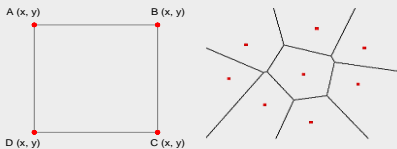
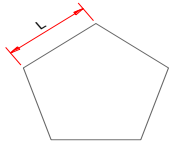
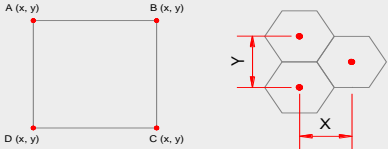
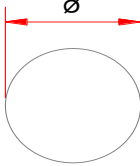
$$W_{rest} = W \left(1 + \gamma \frac{NRV}{NRT} \right)^\beta \quad (17)$$

Donde W_{rest} y W son la función objetivo penalizada y la función objetivo original respectivamente, NRV son el número de restricciones violadas, NRT el número de restricciones totales, β y γ son parámetros que el usuario deberá definir y que en este trabajo se definen en la sección 3.4.

3.3 GENERACIÓN AUTOMÁTICA DE LA GEOMETRÍA

La generación automática de la geometría permite trazar el mallado de un techo con cualquiera de las topologías expuestas en la sección 3.1.

Figura 8 Datos de entrada para la generación automática de la geometría

TOPOLOGÍA	DATOS DE ENTRADA PARA GENERAR LA GEOMETRÍA	
Voronoi		<p>Coordenadas de los nodos del contorno del techo y número de puntos del voronoi.</p>
Espiral		<p>Número de lados del techo y longitud del lado</p>
Hexagonal		<p>Coordenadas de los nodos del contorno del techo y distancia vertical y horizontal entre hexágonos.</p>
Nenúfar		<p>Diámetro del techo.</p>

Los datos de entrada para generar la geometría varían para cada topología y se pueden observar en la Figura 8. Como resultado de este proceso se obtiene la información de los nodos de la estructura, permitiéndole al usuario definir las condiciones de apoyo. También el programa arroja los datos de cada elemento: conectividades, áreas tributarias, longitudes y cosenos directores, ya que la geometría se mantendrá fija a lo largo de la optimización y resulta eficiente hacer estos cálculos inicialmente. Finalmente los datos obtenidos se exportan ordenadamente en archivos de texto para ser llamados en el desarrollo de la optimización.

3.4 CONFIGURACIÓN DEL ALGORITMO UPSO

Para lograr un buen resultado en el proceso de optimización se debe hacer una correcta selección de los parámetros del UPSO y de la función de penalización. También del tamaño del enjambre. Para ello se propone probar el algoritmo en diferentes escenarios en los cuales se adopten diversas configuraciones entre estos parámetros, con el fin de determinar cuáles muestran el mejor comportamiento en la convergencia del algoritmo. Las pruebas que se proponen constan de tres etapas. En la primera etapa se analiza la influencia de los parámetros β y γ de la función de penalización, en la segunda los parámetros de entrada que toma el UPSO como el factor de unificación (u) y los parámetros de aceleración cognitiva y social (C_1 y C_2), y en la tercera y última etapa se analiza la influencia del tamaño del enjambre. A continuación se explican brevemente las configuraciones adoptadas y las pruebas a realizar:

3.4.1 Parámetros de la función de penalización. Los valores para la calibración de estos parámetros fueron tomados de la investigación realizada por Fontalvo y Moya (2017)²⁵, quienes utilizaron la función de penalización ⁽¹⁷⁾ para castigar el peso

²⁵ FONTALVO, Juan; MOYA, Maria. Metodología para la optimización de techos planos metálicos utilizando algoritmos genéticos modificados y teselados voronoi. M.C Tesis, Departamento de ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia, 2017.

de techos planos con topología voronoi. Esta primera etapa consta de 9 pruebas en las cuales se varían los valores de los parámetros de la función de penalización, mientras que los parámetros del UPSO y el tamaño del enjambre se mantienen constantes en todas las pruebas. En la tabla 1 se muestran las pruebas a realizar.

Tabla 1 Parámetros de la función de penalización

Prueba	γ	β
1	1	3
2	1.25	3
3	1.5	3
4	1	5
5	1.25	5
6	1.5	5
7	1	8
8	1.25	8
9	1.5	8

3.4.2 Parámetros del UPSO. Se plantean 4 escenarios, donde el factor de unificación (u) y las constantes de aceleración cognitiva y social (C_1, C_2) se determinan de acuerdo con el nivel poblacional (a todas las partículas se les asignan los mismos parámetros) o el nivel individual (cada partícula tiene sus propios parámetros)²⁶. En el nivel poblacional el enjambre presenta un comportamiento uniforme de las partículas, ya que estas comparten las mismas habilidades de exploración y explotación, mientras que en el nivel individual, el enjambre presenta diversidad de comportamientos debido a que cada partícula posee su propia habilidad de exploración y explotación. Los valores para el factor de unificación se tomarán en el rango $[0,1]$, mientras que las constantes de aceleración cognitiva y social deberán cumplir la relación $C_1 + C_2 = 4$.

²⁶ ANGELINE, Peter. Adaptive and self-adaptive evolutionary computations. En: M. Palaniswami, Y. Attikiouzel, R. Marks, D. Fogel, T. Fukuda (Eds.), Computational Intelligence: A Dynamic Systems Perspective, IEEE Press, 1995, pp. 152–163

Escenario 1: Todas las partículas tienen el mismo factor de unificación y parámetros de aceleración cognitiva y social, de manera que este escenario consta de 9 pruebas en las cuales el factor de unificación u varía en cada una de ellas ($u = \{0.1, 0.2, 0.3, \dots, 0.9\}$), mientras que las constantes de aceleración cognitiva y social se toman con un valor igual a 2 tal y como lo recomiendan Kennedy y Eberhart ²⁷.

Escenario 2: Los parámetros varían linealmente en cada iteración como se muestra en las ecuaciones (18), (19) y (20).

$$u^t = (u_i - u_f) \left(\frac{\text{Iter}_{\text{máx}} - t}{\text{Iter}_{\text{máx}}} \right) + u_f \quad (18)$$

$$C_1^t = (C_{1_i} - C_{1_f}) \left(\frac{\text{Iter}_{\text{máx}} - t}{\text{Iter}_{\text{máx}}} \right) + C_{1_f} \quad (19)$$

$$C_2^t = 4 - C_1^t \quad (20)$$

donde, $\text{Iter}_{\text{máx}}$ es la iteración máxima y t es la iteración actual. En la tabla 2 se muestran las combinaciones propuestas.

Tabla 2 Combinaciones de los parámetros del UPSO para realizar pruebas con variación lineal.

Prueba	u	C_1	u_i	u_f	C_{1_i}	C_{1_f}
1	Creciente	Constante	0.1	0.9	2	2
2	Creciente	Creciente	0.1	0.9	1.5	2.5
3	Creciente	Decreciente	0.1	0.9	2.5	1.5
4	Decreciente	Constante	0.9	0.1	2	2
5	Decreciente	Creciente	0.9	0.1	1.5	2.5
6	Decreciente	Decreciente	0.9	0.1	2.5	1.5

²⁷ EBERHART, Russel; KENNEDY, James. Op. Cit.

Escenario 3: El factor de unificación u y el parámetro de aceleración cognitiva C_1 , se inician aleatoriamente para cada partícula en los rangos $[0,1]$ y $[1.5, 2.5]$ respectivamente. Posteriormente se actualizan en cada iteración de la siguiente forma:

$$u_{Part_i}^t = u_{Part_i}^{t-1} + (u_{Mejor}^t - u_{Part_i}^{t-1})^{0.5} \quad (21)$$

$$C_{1\ Part_i}^t = C_{1\ Part_i}^{t-1} + (C_{1\ Mejor}^t - C_{1\ Part_i}^{t-1})^{0.5} \quad (22)$$

$$C_{2\ Part_i}^t = 4 - C_{1\ Part_i}^t \quad (23)$$

Donde u_{Part_i} , $C_{1\ Part_i}$ y $C_{2\ Part_i}$, son el factor de unificación y parámetros de aceleración cognitivo y social respectivamente de la i -ésima partícula en la iteración t ; u_{Mejor} y $C_{1\ Mejor}$ son el factor de unificación y el parámetro de aceleración cognitiva respectivamente de la partícula que encontró la mejor posición en la iteración t .

Escenario 4: Los valores de u y C_1 se obtienen aleatoriamente para cada partícula en los rangos de $[0, 1]$ y $[1.5, 2.5]$ respectivamente y se mantienen constantes en todas las iteraciones.

$$u_{Part_i} = \text{aleatorio}[0, 1] \quad (24)$$

$$C_{1\ Part_i} = \text{aleatorio}[1.5, 2.5] \quad (25)$$

$$C_{2\ Part_i} = 4 - C_{1\ Part_i} \quad (26)$$

3.4.3 Tamaño del enjambre. Una vez determinados los mejores parámetros para el algoritmo se propone realizar variaciones en el tamaño del enjambre, ya que éste afecta directamente la convergencia del algoritmo. Un tamaño muy pequeño de la población no permite explorar diferentes regiones del espacio de la solución, mientras que un tamaño muy grande, aumenta el número de evaluaciones de la función y por ende, el tiempo computacional. Por lo tanto, el número de individuos

debe ser uno que compense la exploración y explotación en el espacio de búsqueda.

Otro parámetro importante en la configuración del algoritmo es el factor de inercia W . Este se tomará variando linealmente en el tiempo, donde W decrece de un valor máximo $W_{\text{máx}} = 0.9$ a un valor mínimo $W_{\text{mín}} = 0.4$ ²⁸ como se puede ver en la siguiente ecuación:

$$W^t = (W_{\text{máx}} - W_{\text{mín}}) \left(\frac{\text{Iter}_{\text{máx}} - t}{\text{Iter}_{\text{máx}}} \right) + W_{\text{mín}} \quad (27)$$

Donde w^t es el factor de inercia en la iteración t , $\text{Iter}_{\text{máx}}$ es la iteración máxima y t es la iteración actual.

3.5 ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Las parrillas son estructuras reticulares sometidas a cargas que actúan perpendicular a su plano. Los nudos se suponen rígidos y en consecuencia las acciones principales sobre sus miembros son torsión, flexión y corte²⁹. Para obtener las reacciones y desplazamientos en los nodos de los techos, se consideraron como parrillas y se realizó un análisis estático lineal por el método matricial de la rigidez.

3.5.1 Método matricial de la rigidez

$$\{F\} = [K]\{D\} \quad (28)$$

Siguiendo los planteamientos expuestos en Uribe Escamilla (2000), las reacciones y desplazamientos se calcularon de acuerdo con la ecuación (28), donde $\{F\}$

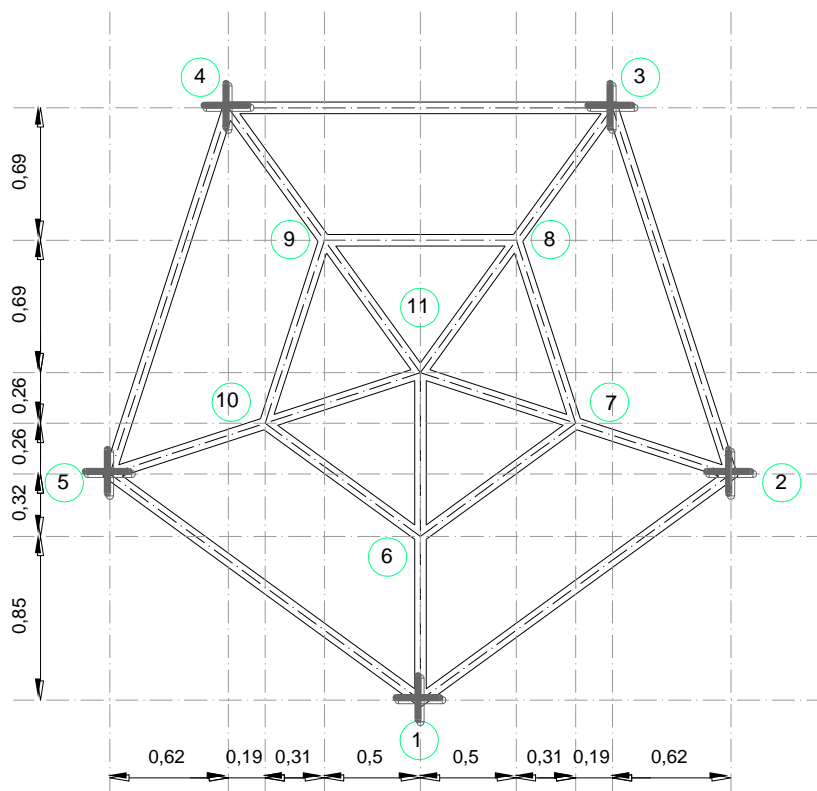
²⁸ SHI, Y; EBERHART, Russel. Empirical study of particle swarm optimization. in Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation, Washington, DC, USA, 1999, p. 1945–1950.

²⁹ URIBE ESCAMILLA, Jairo. Análisis matricial, en: Análisis de Estructuras, 2ª ed., Colombia, Escuela Colombiana de Ingeniería, 2000, cap. 11, p. 537-560.

corresponde al vector de fuerzas nodales, $[K]$ a la matriz de rigidez de la estructura tipo parrilla, y $\{D\}$ al vector de desplazamientos.

3.5.2 Validación del análisis estructural. El ejemplo consiste en una estructura compuesta por 20 elementos y 11 nodos, con apoyos articulados en todos los nodos de su contorno. Al techo le fue aplicada una carga distribuida constante en el sentido de la gravedad de 125 N/m en todos sus elementos.

Figura 9 Planta de la estructura utilizada para la validación del análisis estructural.



Los datos de entrada para el análisis fueron las coordenadas de los nodos, las conectividades de los elementos, el material y la sección transversal.

Tabla 3 Coordenadas de los nodos del ejemplo de validación del análisis estructural.

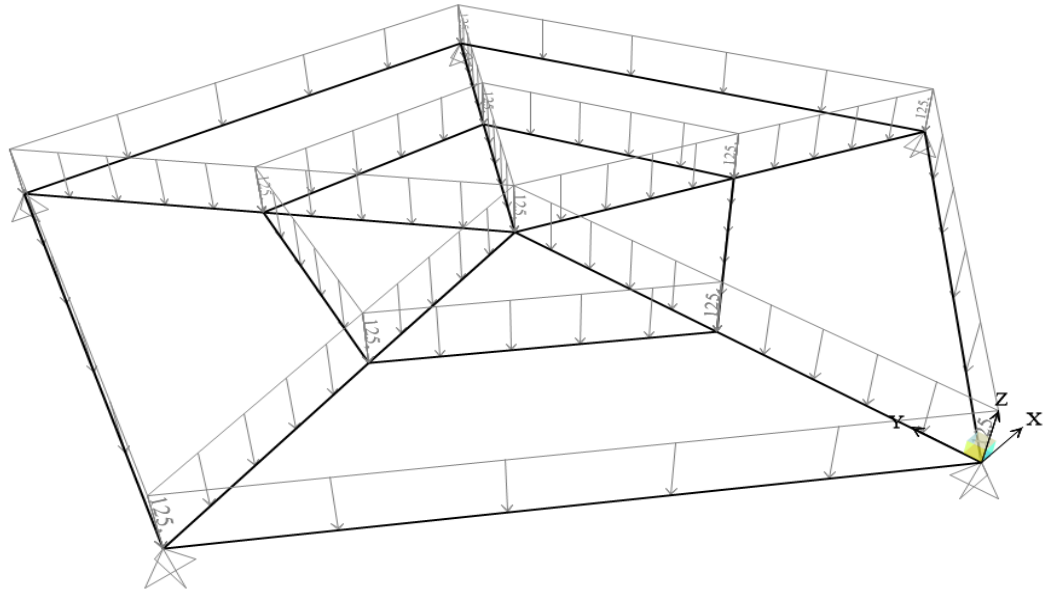
Nodo	Coordenadas	
	X [m]	Y[m]
1	0,00	0,00
2	1,62	1,17
3	1,00	3,07
4	-1,00	3,07
5	-1,62	1,17
6	0,00	0,85
7	0,81	1,43
8	0,50	2,38
9	-0,50	2,38
10	-0,81	1,43
11	0,00	1,69

Tabla 4 Conectividades de los elementos del ejemplo de validación del análisis estructural.

Elemento	Nodo		Elemento	Nodo	
	Inicial [i]	Final [j]		Inicial [i]	Final [j]
1	1	2	11	1	6
2	2	3	12	2	7
3	3	4	13	8	3
4	5	4	14	9	4
5	1	5	15	5	10
6	6	7	16	6	11
7	7	8	17	7	11
8	8	9	18	11	8
9	10	9	19	11	9
10	6	10	20	10	11

Como material se utilizó un acero A500GrB46 con un módulo de elasticidad de 199947.98 Mpa y con un coeficiente de Poisson de 0.3, y se uso un Perfil Estructural Tubular (PTE) Circular, con un diámetro de 59.9 mm (2") y un espesor de 2 mm.

Figura 10 Modelo de la estructura ejemplo para la validación del análisis estructural en el software SAP2000.



Una vez realizado el análisis estructural, los resultados obtenidos (en SAP2000 y en el código programado) que se compararon fueron las reacciones en cada uno de los elementos y los desplazamientos en los nodos, ya que estos valores constituyen parte de las restricciones en el proceso de optimización. A continuación se muestran los resultados.

Tabla 5 Desplazamientos en los nodos de la estructura propuesta para la validación del análisis estructural.

Nodo	Desplazamientos					
	R1 [Radianes]		R2 [Radianes]		U3 [mm]	
	Código	SAP2000	Código	SAP2000	Código	SAP2000
1	-0,004966	-0,004966	0	0	0	0
2	-0,001531	-0,001531	-0,004703	-0,004703	0	0
3	0,004011	0,004011	-0,002910	-0,00291	0	0
4	0,004011	0,004011	0,002910	0,00291	0	0
5	-0,001531	-0,001531	0,004703	0,004703	0	0
6	-0,002929	-0,002929	0	0	-3,83337	-3,83337
7	-0,000911	-0,000911	-0,002776	-0,002776	-3,824016	-3,824016
8	0,002358	0,002358	-0,001718	-0,001718	-3,833695	-3,833695
9	0,002358	0,002358	0,001718	0,001718	-3,824016	-3,833695
10	-0,000911	-0,000911	0,002776	0,002776	-3,824016	-3,824016
11	-0,000019	-0,000019	0	0	-5,158888	-5,158888

Tabla 6 Reacciones de la estructura propuesta para la validación del análisis estructural.

Reacciones							
Elemento	Nodo	M1 [N-m]		M2 [N-m]		F3 [N]	
		Código	SAP2000	Código	SAP2000	Código	SAP2000
1	i	-0,362514	-0,362514	46,9424	46,9424	125,2922	125,2922
	j	0,362514	0,362514	-47,7356	-47,7356	124,4983	124,4983
2	i	0,169315	0,169315	47,5289	47,5289	124,7205	124,7205
	j	-0,169315	-0,169315	-47,1452	-47,1452	125,1045	125,1045
3	i	0,000000	0,000000	47,1302	47,1302	125,0000	125,0000
	j	0,000000	0,000000	-47,1302	-47,1302	125,0000	125,0000
4	i	-0,169315	-0,169315	47,5289	47,5289	124,7205	124,7205
	j	0,169315	0,169315	-47,1452	-47,1452	125,1045	125,1045
5	i	0,362514	0,362514	46,9424	46,9424	125,2922	125,2922
	j	-0,362514	-0,362514	-47,7356	-47,7356	124,4983	124,4983
6	i	-0,570932	-0,570932	94,5482	94,5482	62,7680	62,7680
	j	0,570932	0,570932	-95,0491	-95,0491	61,7623	61,7623
7	i	0,185445	0,185445	94,4666	94,4666	62,6421	62,6421
	j	-0,185445	-0,185445	-94,6524	-94,6524	62,2703	62,2703
8	i	0,000000	0,000000	94,4265	94,4265	62,5000	62,5000
	j	0,000000	0,000000	-94,4265	-94,4265	62,5000	62,5000
9	i	-0,185445	-0,185445	94,4666	94,4666	62,6421	62,6421
	j	0,185445	0,185445	-94,6524	-94,6524	62,2703	62,2703
10	i	0,570932	0,570932	94,5482	94,5482	62,7680	62,7680
	j	-0,570932	-0,570932	-95,049	-95,0491	61,7623	61,7623
11	i	0,000000	0,000000	-55,556	-55,5564	338,1924	338,1924
	j	0,000000	0,000000	-186,751	-186,7509	-231,9424	-231,9424
12	i	0,038694	0,038694	-55,724	-55,7239	337,1376	337,1376
	j	-0,038694	-0,038694	-185,850	-185,8497	-230,7994	-230,7994
13	i	-0,121529	-0,121529	186,312	186,3125	-230,5248	-230,5248
	j	0,121529	0,121529	55,502	55,5025	337,0392	337,0392
14	i	0,121529	0,121529	186,312	186,3125	-230,5248	-230,5248
	j	-0,121529	-0,121529	55,502	55,5025	337,0392	337,0392
15	i	-0,038694	-0,038694	-55,724	-55,7239	337,1376	337,1376
	j	0,038694	0,038694	-185,850	-185,8497	-230,7994	-230,7994
16	i	0,000000	0,000000	75,733	75,7330	106,4063	106,4063
	j	0,000000	0,000000	-121,014	-121,0144	-1,4063	-1,4063
17	i	0,025544	0,025544	74,438	74,4381	106,3949	106,3949
	j	-0,025544	-0,025544	-119,718	-119,7176	-0,0567	-0,0567
18	i	-0,116167	-0,116167	119,855	119,8549	0,7599	0,7599
	j	0,116167	0,116167	-75,121	-75,1211	105,7545	105,7545
19	i	0,116167	0,116167	119,855	119,8549	0,7599	0,7599
	j	-0,116167	-0,116167	-75,121	-75,1211	105,7545	105,7545
20	i	-0,025544	-0,025544	74,438	74,4381	106,3949	106,3949
	j	0,025544	0,025544	-119,718	-119,7176	-0,0567	-0,0567

3.6 DISEÑO ESTRUCTURAL

El diseño estructural de los elementos se realizó siguiendo la filosofía de diseño LRFD (Load and Resistance Factor Design). Los cálculos para determinar las resistencias nominales se realizaron según los procedimientos descritos en el Reglamento Colombiano de Construcción Sismo Resistente NSR-10, Título F (Estructuras metálicas)³⁰. Los diseños requeridos fueron flexión, corte y torsión para Perfiles Tubulares Estructurales (PTE) Circulares, específicamente detallados en las secciones F.2.6.8 Diseño de miembros a flexión F.2.7.6 Diseño de elementos por cortante y F.2.8.3.1 Resistencia a la torsión.

³⁰ ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño sismo-resistente, NRS-10, Bogotá-Colombia, 2010.

4. APLICACIÓN DE LA METODOLOGÍA

Para determinar si la metodología propuesta cumplía el objetivo de optimización del peso sujeto a las restricciones, se plantearon 4 ejemplos. Uno para cada una de las topologías expuestas.

4.1 EJEMPLOS DE APLICACIÓN

Para todos los análisis se utilizó como material acero ASTM A500 Grado B, con densidad de 7800 Kg/m³, módulo de elasticidad de 200000 Mpa, límite de fluencia de 290 Mpa y coeficiente de Poisson de 0.3. Las secciones se variaron discretamente, los diámetros en el intervalo de [4", 20"] y los espesores en el intervalo de [6mm, 16mm]. A cada partícula se le asignó un diámetro, mientras que los espesores se asignaron uno a cada elemento estructural. En cuanto a las cargas, los elementos fueron solicitados con cargas distribuidas constantes (muerta, viva y granizo), y para su mayoración se utilizó la combinación B.2.4.3 de la NSR-10:

$$1.2D + 1.6L_r + 1.6G \quad (29)$$

Donde D es la carga muerta, L_r la carga viva sobre el techo y G la carga debido al granizo. Para el recubrimiento de los techos se utilizó ETFE (Etiltetrafluoroetileno), un material plástico bastante ligero (3.5 Kg/m²), mientras que la carga viva mínima y de granizo se tomaron con valores iguales a 50 Kg/m² y 100 Kg/m² respectivamente, según la NSR-10 (Capítulo B4- Cargas Vivas).

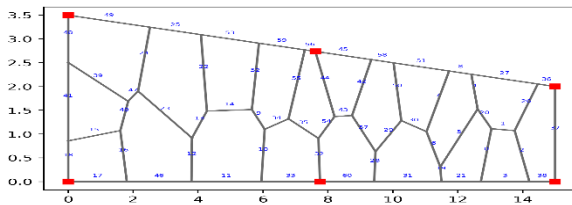
Para la restricción de los desplazamientos, se fijó un desplazamiento máximo para cada techo. Para el techo con topología voronoi el desplazamiento máximo permitido en los nodos fue de 32 mm, para el techo con topología espiral de 25 mm, para el de topología hexagonal 35 mm y por último para el de topología nenúfar 15 mm. Los tipos de apoyos que se utilizaron en todos los ejemplos fueron articulados. Los parámetros para generar la geometría de cada topología se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 7 Datos de entrada para generar la geometría de los ejemplos de aplicación.

TOPOLOGÍA	DATOS DE ENTRADA
Voronoi	-Coordenadas del contorno en metros: (0,0), (15,0), (15,2), (0,3.5) -Número de puntos voronoi: 20
Espiral	-Número de lados del techo: 8 -Longitud del lado: 4 [m]
Hexagonal	-Coordenadas del contorno en metros: (10,0), (14, -6.93), (20, -6.93), (23, -1.73), (16, 10.39), (-16, 10.39), (-23, -1.73), (-20, -6.93), (-14, -6.93), (-10,0) - Distancia vert. entre hexágonos: 3.46 [m] - Distancia hor. entre hexágonos: 3 [m]
Nenúfar	- Diámetro del techo = 7 [m]

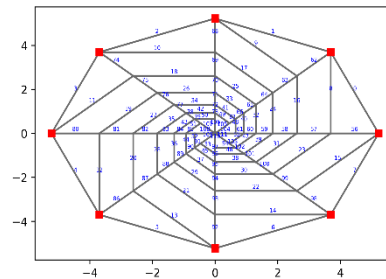
En la Figura 11 se pueden observar las geometrías de cada techo. También se muestran las condiciones de apoyo escogidas (puntos rojos), el número de nodos, de elementos y el área total que ocupan.

Figura 11 Geometrías de los techos de los ejercicios de aplicación (Dimensiones en m).



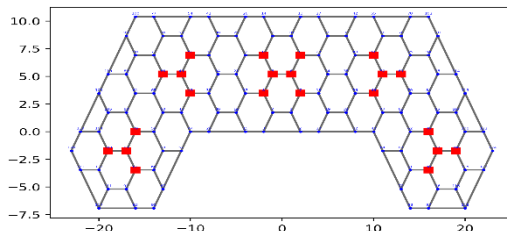
TECHO CON TOPOLOGÍA VORONOI

Número de nodos: 42- Número de elementos: 61
Área total: 41.25 m²



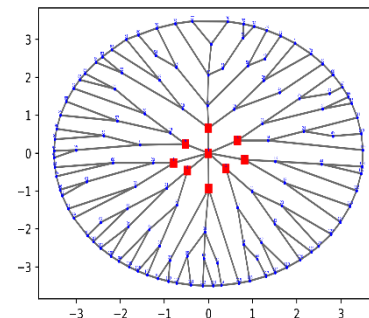
TECHO CON TOPOLOGÍA ESPIRAL

Número de nodos: 57- Número de elementos: 112
Área total: 77.2128 m²



TECHO CON TOPOLOGÍA HEXAGONAL

Número de nodos: 124 - Número de elementos: 183
Área total: 530 m²



TECHO CON TOPOLOGÍA NENÚFAR

Número de nodos: 131- Número de elementos: 197
Área total: 38.5 m²

4.2 RESULTADOS

Para la selección de los parámetros del algoritmo, en cada ejemplo se realizaron las pruebas descritas en la sección 3.4. Para cada una de ellas se efectuaron 10 corridas, y se permitieron 200 iteraciones. Los mejores parámetros se seleccionaron en base al mínimo peso obtenido.

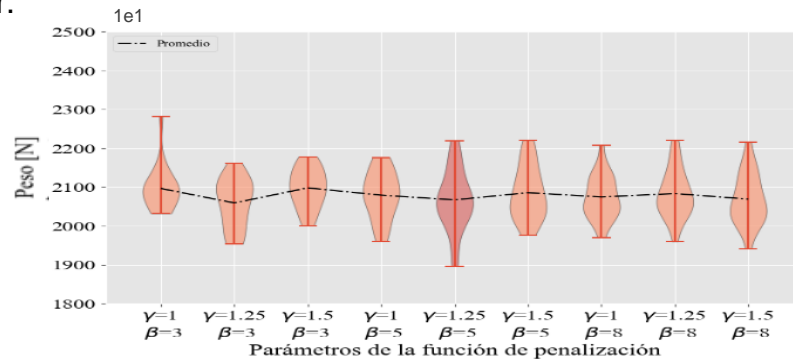
4.2.1 Determinación de los parámetros de la función de penalización. Todas las pruebas se corrieron con $u = 0.5$, $C_1 = C_2 = 2$ y 100 partículas. Los pesos mínimos obtenidos en cada prueba para cada techo se presentan en la siguiente tabla. (Tener en cuenta que: V.=Voronoi, E.=Espiral, H.=Hexágonos, N.=Nenúfar).

Tabla 8 Pesos mínimos obtenidos para cada combinación de parámetros de la función de penalización

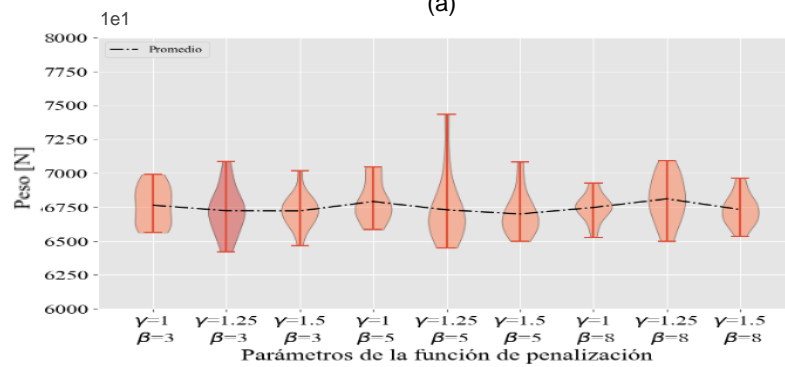
Prueba	Parámetros de la función de penalización		Peso mínimo obtenido en las 10 corridas de cada prueba [N]			
	γ	β	Techo V.	Techo E.	Techo H.	Techo N.
1	1	3	19924	64383	301098	47225
2	1.25	3	19159	62990	300873	45342
3	1.5	3	19649	63431	313940	45008
4	1	5	19228	64579	313763	47382
5	1.25	5	18610	63265	305326	46146
6	1.5	5	19394	63736	303855	46411
7	1	8	19316	64030	302835	45195
8	1.25	8	19218	63736	302442	48059
9	1.5	8	19051	64118	298783	48177

De la Tabla 8 se puede concluir que cada techo tiene su propia combinación de parámetros. La Figura 12 explica de manera más clara los datos obtenidos. Estos gráficos (*violín plots*) representan la distribución de los pesos de las 10 corridas para cada prueba y su densidad de probabilidad. La línea punteada une los promedios de los pesos obtenidos en cada combinación de parámetros.

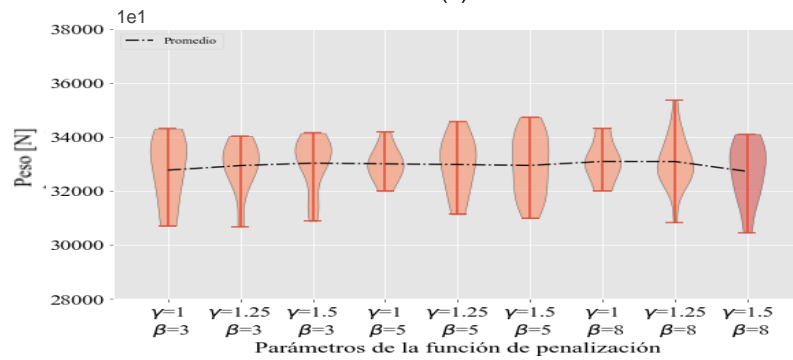
Figura 12 Resultados de las pruebas de los parámetros de la función de penalización para cada topología analizada. (a) voronoi, (b) espiral, (c) hexagonal, (d) nenúfar.



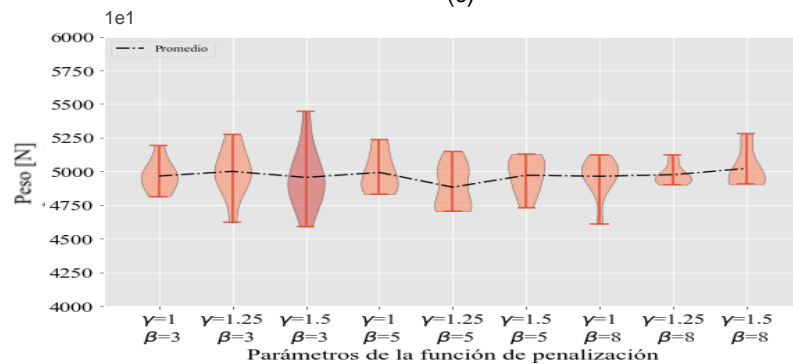
(a)



(b)



(c)



(d)

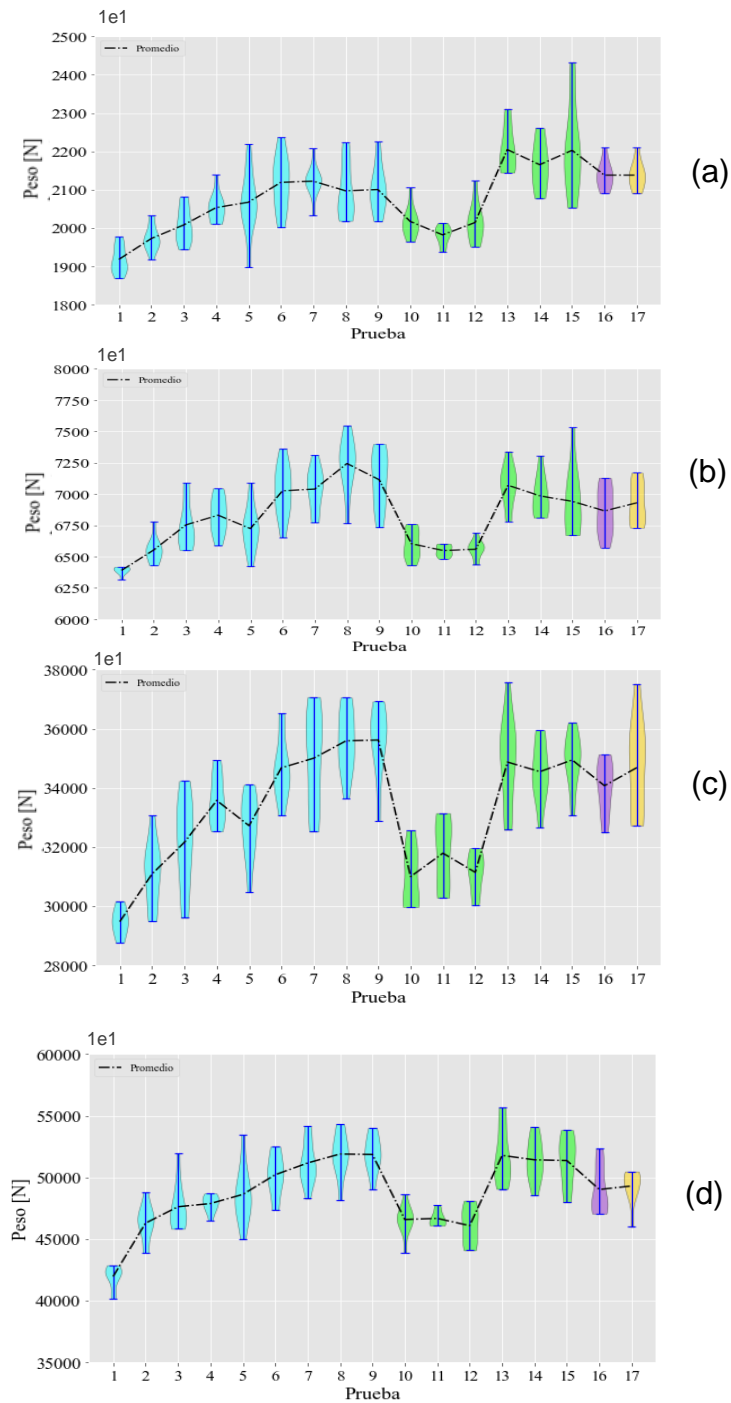
Las combinaciones propuestas no mostraron una tendencia o comportamiento definido, sin embargo es claro ver que los promedios de los pesos en cada combinación, tienden a un valor específico en todos los casos, por lo que podemos concluir que las combinaciones adoptadas no representan una influencia marcada en el resultado del algoritmo. No obstante la selección de parámetros para cada techo se hizo en base al mínimo valor del peso obtenido como se mostró en la tabla 8, donde los valores subrayados, representan el peso de la mejor combinación para cada techo.

4.2.2 Influencia de los parámetros del UPSO. Una vez obtenidos los mejores parámetros de la función de penalización se procedió a realizar las pruebas concernientes a los parámetros del UPSO. Todas las pruebas se corrieron con 100 partículas y con los mejores parámetros de la función de penalización para cada techo que fueron obtenidos anteriormente.

Tabla 9 Pesos mínimos obtenidos para cada combinación de parámetros del UPSO

Prueba	Parámetros del UPSO	Peso mínimo obtenido en las 10 corridas de cada prueba [N]				Prueba	Parámetros del UPSO	Peso mínimo obtenido en las 10 corridas de cada prueba [N]			
		Techo V.	Techo E.	Techo H.	Techo N.			Techo V.	Techo E.	Techo H.	Techo N.
1	$u = 0.1$ $C_1=C_2=2$	<u>18315</u>	<u>61970</u>	<u>282087</u>	<u>40133</u>	10	u crece Lin. $C_1=C_2=2$	19267	63088	293927	43851
2	$u = 0.2$ $C_1=C_2=2$	18806	63029	289179	43851	11	u crece Lin. C_1 crece Lin.	19012	63579	296959	46078
3	$u = 0.3$ $C_1=C_2=2$	19061	64256	290337	45813	12	u crece Lin. C_1 decrece Lin.	19139	63167	294575	44067
4	$u = 0.4$ $C_1=C_2=2$	19718	64658	319021	46470	13	u decrece Lin. $C_1=C_2=2$	21033	66541	319571	49060
5	$u = 0.5$ $C_1=C_2=2$	18610	62990	298783	45008	14	u decrece Lin. C_1 crece Lin.	20375	66806	320336	48530
6	$u = 0.6$ $C_1=C_2=2$	19630	65276	324348	47323	15	u decrece Lin. C_1 decrece Lin.	20140	65403	324515	47961
7	$u = 0.7$ $C_1=C_2=2$	19934	66443	318982	48265	16	u mejor part.	20503	64501	320983	47039
8	$u = 0.8$ $C_1=C_2=2$	19797	66355	330067	48118	17	u aleatorio	20503	65992	318658	45970
9	$u = 0.9$ $C_1=C_2=2$	19797	66041	322465	49011						

Figura 13 Resultados de las pruebas de los parámetros del UPSO para cada topología analizada. (a) voronoi, (b) espiral, (c) hexagonal, (d) nenúfar



En la tabla 9. Se muestran los pesos mínimos obtenidos para cada una de las pruebas. A diferencia de las pruebas anteriores, los resultados muestran una tendencia. Para todos los techos la combinación de parámetros con la que se obtuvo el mejor resultado fue la de $u = 0.1$ y $C_1 = C_2 = 2$. Esto nos permite caracterizar el problema.

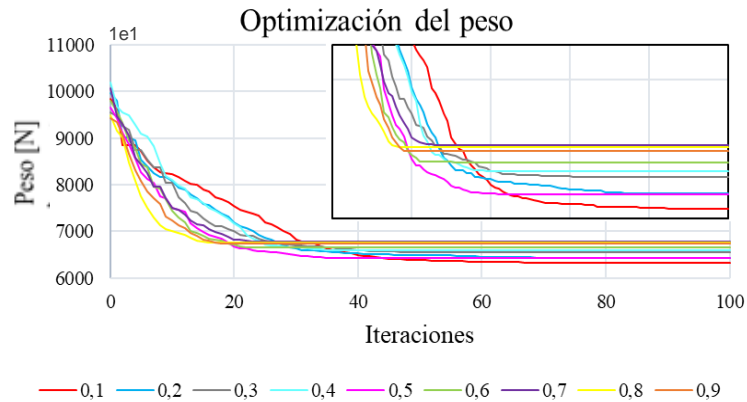
La población tiende a realizar la búsqueda por exploración. Esto lo podemos ver más claro en la figura 13. En las primeras 9 pruebas, a medida que el factor de unificación se acerca a 1, el promedio del peso de las 10 corridas aumenta considerablemente en comparación al peso que se obtiene con $u = 0.1$. También es posible observar este comportamiento en la variación lineal de los parámetros. Cuando la variación es creciente ($u_i = 0.1, u_f = 0.9$), la búsqueda inicial es en exploración y muestra mejores resultados que la variación lineal decreciente, no obstante estos resultados no son mejores si la búsqueda local se mantiene a lo largo del tiempo.

Otra conclusión a la que se llega es que los parámetros para el algoritmo se deben asignar a nivel poblacional, las pruebas 16 y 17 (u mejor part. y u aleatorio), donde cada partícula tenía sus propios parámetros y por ende su propio comportamiento de búsqueda, no arrojó los mejores resultados en ninguno de los casos.

En la figura 14 se presentan las curvas de convergencia de las pruebas 1 a 9 de los parámetros del UPSO, para el techo con topología espiral. En ella podemos observar que existe un comportamiento estable y similar en las curvas. Sin embargo, estas también muestran que, para valores de u cercanos a 1 se necesitan menos iteraciones para lograr la convergencia, mientras que con valores de u cercanos a cero, la convergencia es más lenta. Esto también sustenta la conclusión de que la búsqueda para la mejor convergencia se debe hacer por exploración, ya

que los valores de u cercanos a 1 muestran mayor probabilidad de encontrar óptimos locales.

Figura 14 Curvas de convergencia de las pruebas 1 a 9 de la influencia de los parámetros del UPSO para el techo con topología espiral.

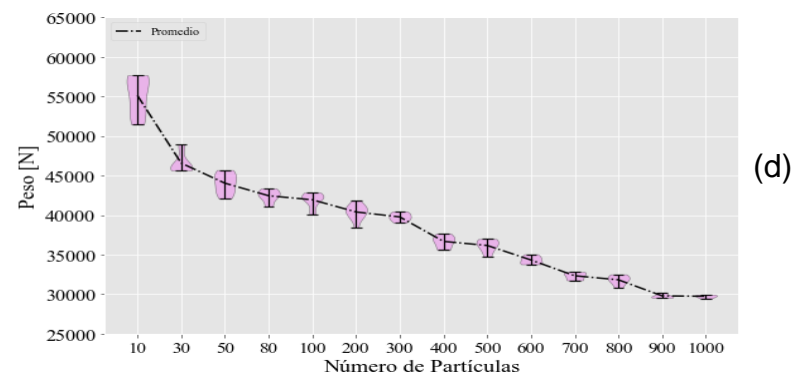
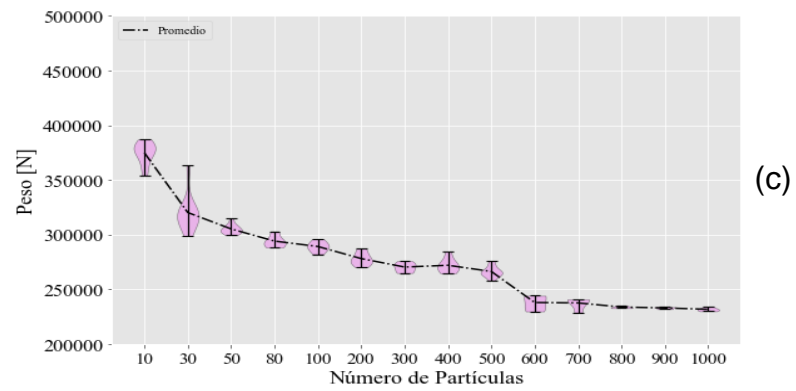
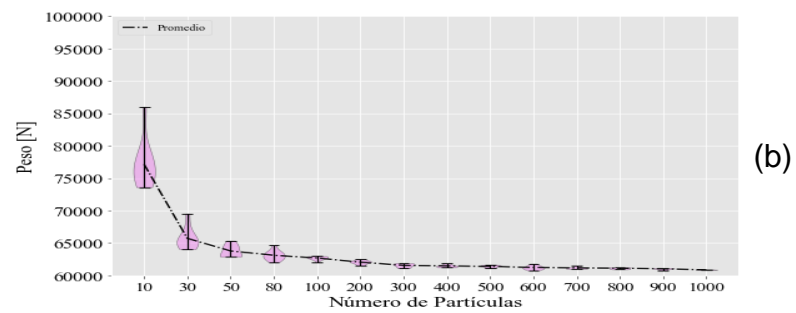
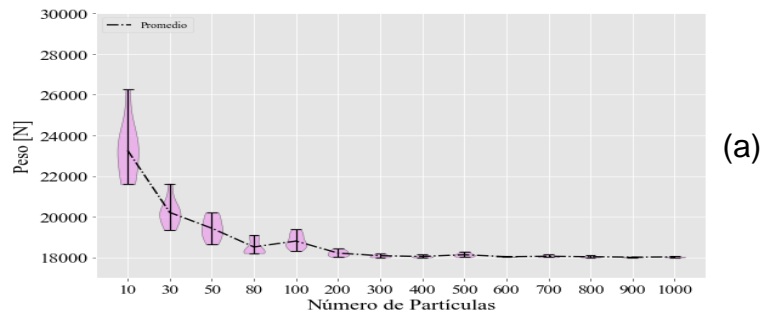


4.2.3 Influencia del tamaño de la población. Se realizaron variaciones con 10, 30, 50, 80, 100, 200, 500, 600, 700, 800, 900 y 1000 partículas, para un total de 12 pruebas. Los resultados de la variación del tamaño de la población se muestran en la figura 15.

Como era de esperarse, el valor del peso y la desviación estándar de las 10 corridas disminuyó a medida que aumentaba la población. Sin embargo este comportamiento tiende a estabilizarse en un punto, cuando el número de partículas es el suficiente para abarcar el espacio de búsqueda.

Teniendo en cuenta lo anterior, se estableció que el número idóneo de partículas para cada ejercicio de aplicación, debe ser igual a 4 o 5 veces el número de variables del problema (número de elementos estructurales del techo más uno).

Figura 15 Resultados de la variación del número de partículas, para cada topología analizada. (a) hexagonal, (b) nenúfar.



4.2.4 Convergencia del algoritmo

Figura 16 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología voronoi

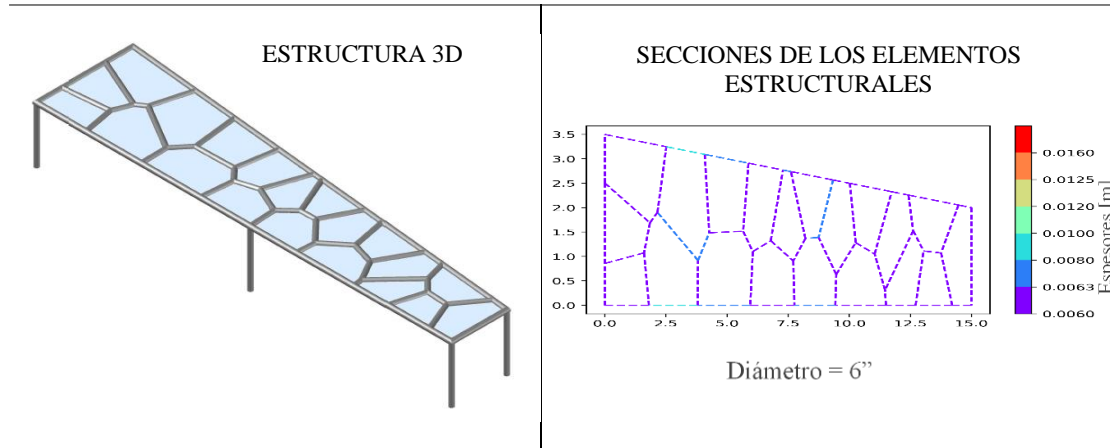


Tabla 10 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología voronoi (correspondiente a 10 corridas distintas).

CORRIDA	PESO INICIAL[N]	PESO FINAL[N]	DIFERENCIA (%)
1	29476,61	18104,38	38,58
2	28611,41	18000,03	37,09
3	29405,43	18121,00	38,38
4	30077,80	18195,76	39,50
5	29169,28	18038,68	38,17
6	29580,40	18010,09	39,11
7	29650,45	18192,08	38,64
8	29651,99	18026,41	39,21
9	28510,60	17999,16	36,87
10	29598,49	18083,66	38,90
PROMEDIO	29373,25	18077,12	38,45

Desviación estándar del peso final = 71,22 [N] (0,39% del promedio de este valor)

Figura 17 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología voronoi.

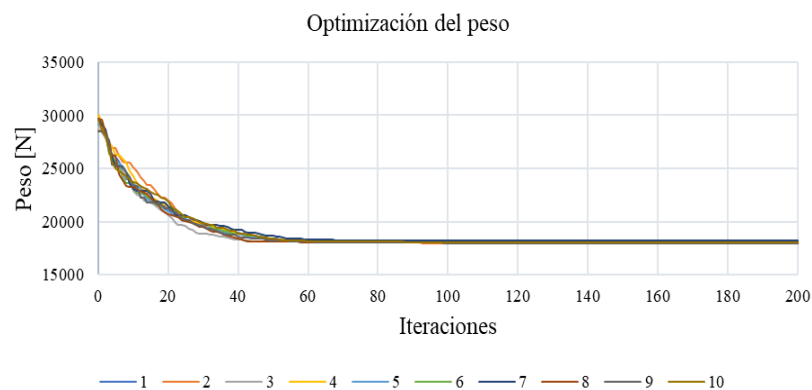


Figura 18 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología espiral

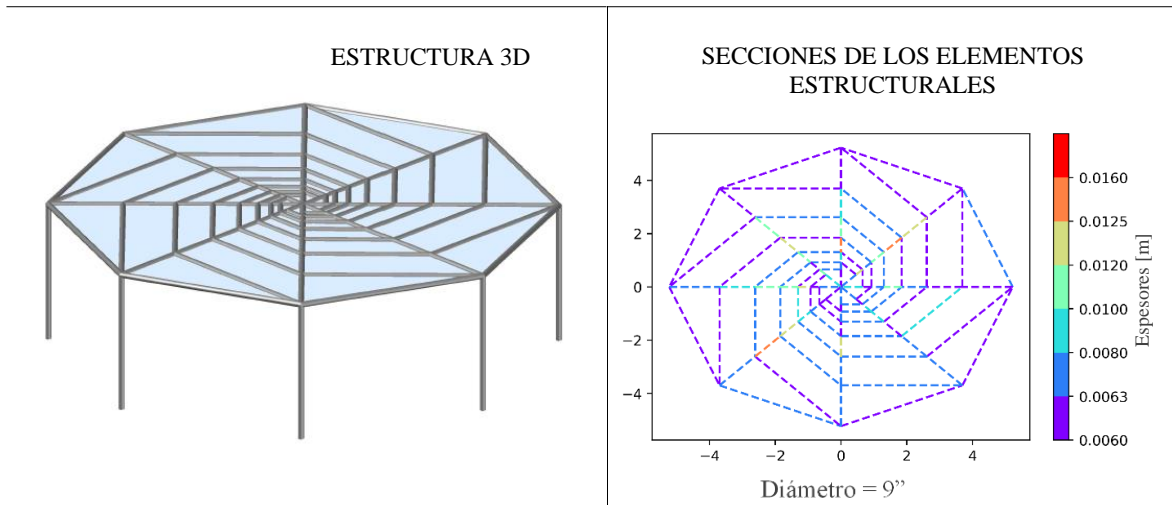


Tabla 11 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología espiral (correspondiente a 10 corridas distintas).

CORRIDA	PESO INICIAL[N]	PESO FINAL[N]	DIFERENCIA (%)
1	91252,59	61558,91	32,54
2	96061,00	61134,56	36,36
3	93375,33	61426,88	34,22
4	96152,06	61082,51	36,47
5	91207,36	61541,39	32,53
6	93636,84	61403,72	34,42
7	93766,05	61654,31	34,25
8	94866,20	61487,32	35,19
9	91616,18	61085,04	33,33
10	93153,63	61464,90	34,02
PROMEDIO	93508,72	61383,95	34,33

Desviación estándar del peso final = 197,58 [N] (0,322% del promedio de este valor)

Figura 19 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología espiral.

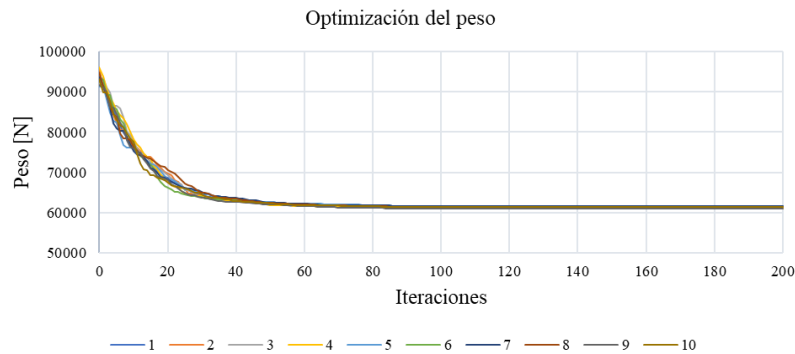


Figura 20 Secciones de los elementos estructurales del techo con topología hexagonal

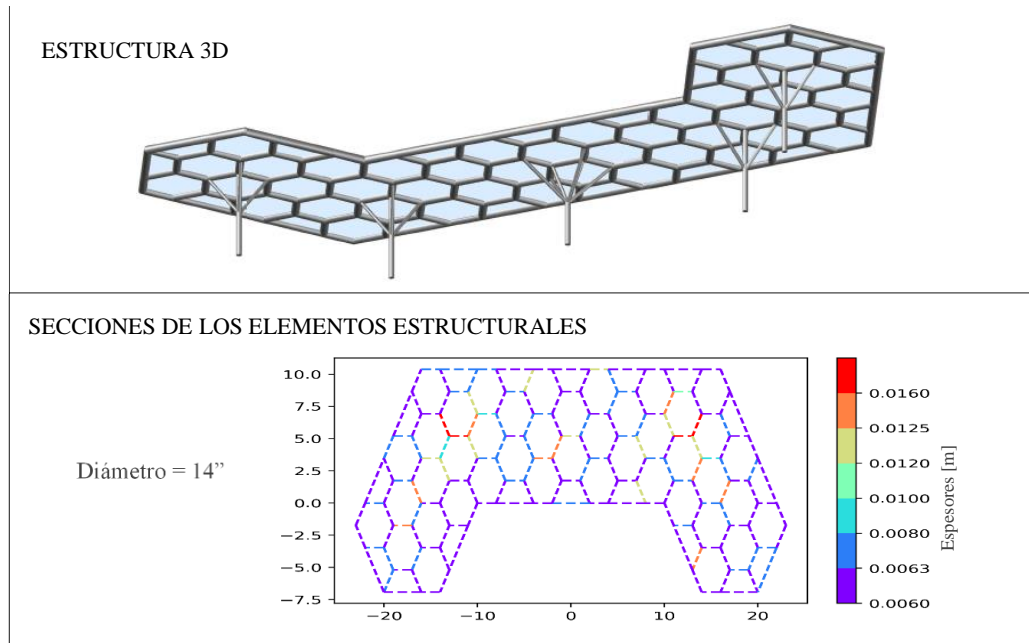


Tabla 12 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología hexagonal (correspondiente a 10 corridas distintas).

CORRIDA	PESO INICIAL[N]	PESO FINAL[N]	DIFERENCIA (%)
1	401715,06	230466,83	42,65
2	369904,01	229902,79	37,86
3	399521,46	231943,06	41,96
4	362552,53	232083,55	36,05
5	391639,57	244073,69	37,68
6	359060,17	229721,33	36,02
7	396726,72	233370,93	41,18
8	401015,78	244241,39	39,12
9	366778,05	234188,20	36,15
10	408082,10	238827,30	41,48
PROMEDIO	382292,18	232166,19	39,13

Desviación estándar del peso final = 2659,15 [N] (1,15% del promedio de este valor)

Figura 21 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología hexagonal.

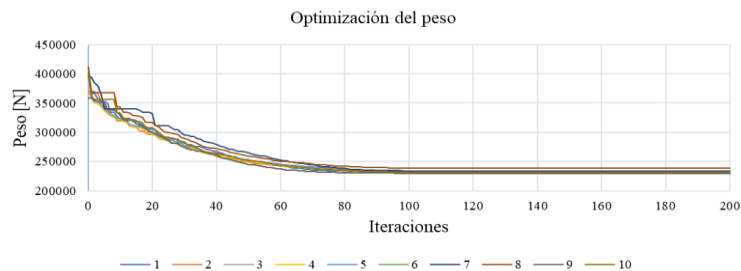


Figura 22 Secciones de los elementos del techo con topología nenúfar

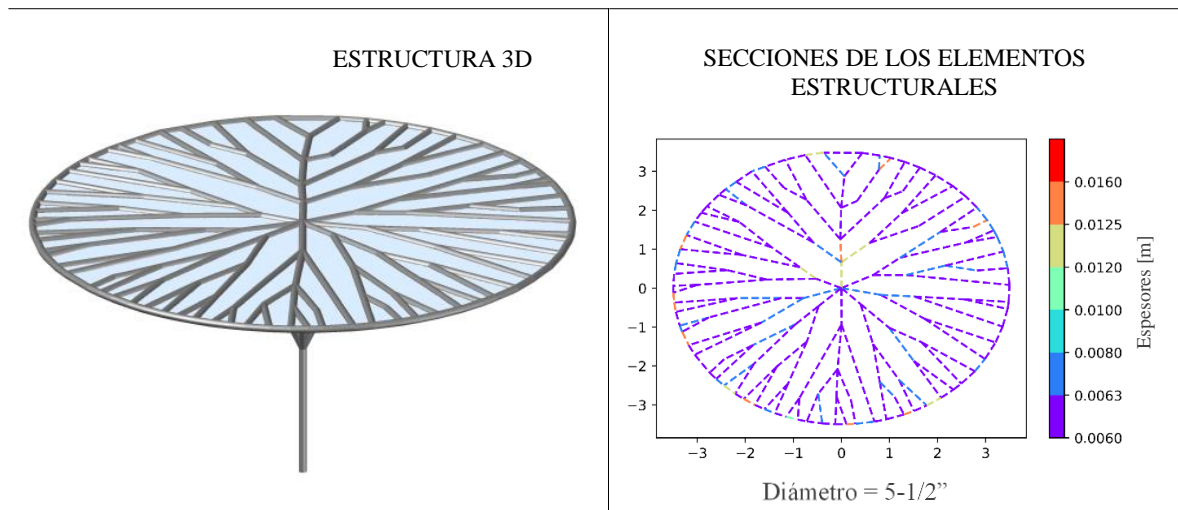
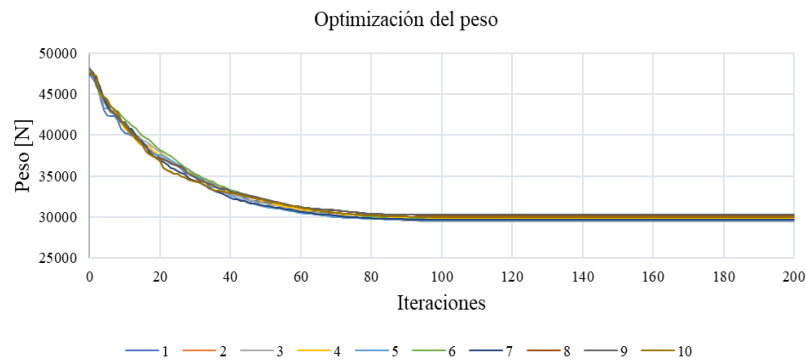


Tabla 13 Resultados de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología hexagonal (correspondiente a 10 corridas distintas).

CORRIDA	PESO INICIAL[N]	PESO FINAL[N]	DIFERENCIA (%)
1	47524,23	29699,66	37,51
2	47354,71	29941,82	36,77
3	48368,78	29463,26	39,09
4	47590,86	29833,79	37,31
5	47180,26	29545,40	37,38
6	47489,48	29695,17	37,47
7	48145,13	29681,32	38,35
8	47368,03	30218,17	36,21
9	47631,22	30248,39	36,49
10	48069,14	29971,77	37,65
PROMEDIO	47672,18	29829,88	37,42

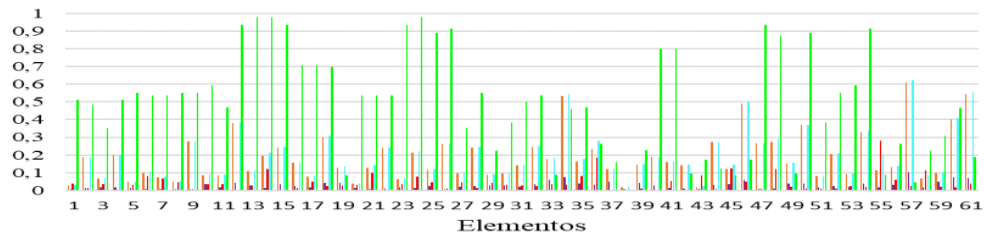
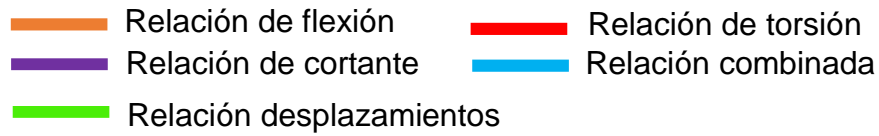
Desviación estándar del peso final = 251,22 [N] (0,84% del promedio de este valor)

Figura 23 Curvas de convergencia de la optimización del peso del techo plano con topología nenúfar.

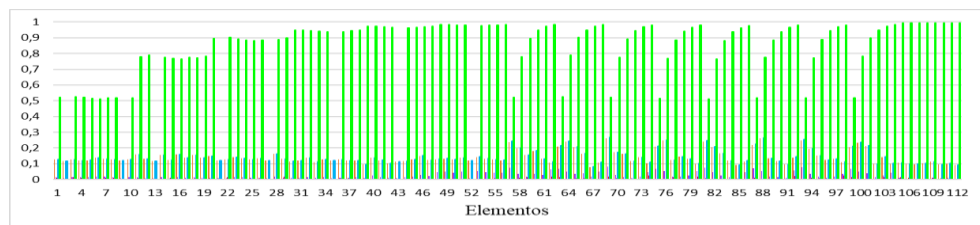


4.2.5 Radios de capacidad de los elementos estructurales

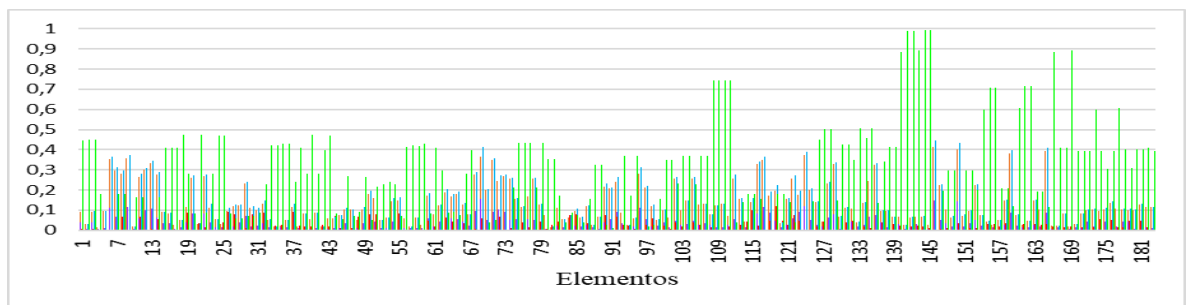
Figura 24 Radios de capacidad de los elementos estructurales de los techos. (a) voronoi, (b) Espiral, (c) Hexagonal, (d) Nenúfar.



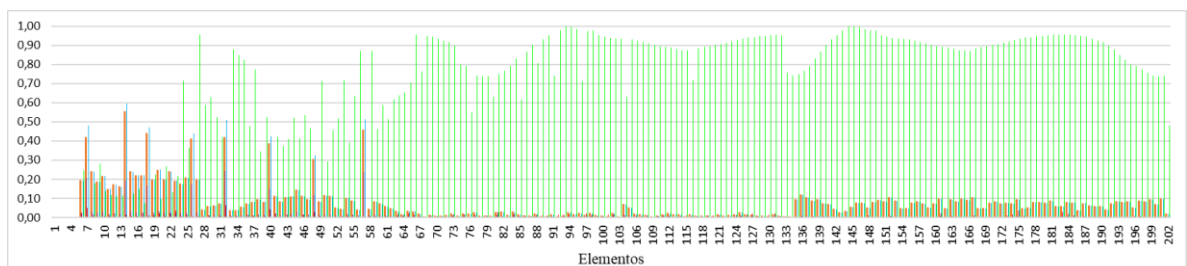
(a)



(b)



(c)



(d)

4.2.6 Análisis de la forma. Para determinar si las formas naturales utilizadas eran eficientes, se compararon los resultados del proceso de optimización de los techos con formas naturales y techos con topologías convencionales. A cada techo propuesto se le realizó una geometría cuadriculada procurando mantener el mismo número de elementos de la topología natural. En la figura 25 se pueden visualizar las nuevas geometrías, los puntos rojos indican las condiciones de apoyo. Estos nuevos modelos se corrieron con los mejores parámetros obtenidos por cada techo en las pruebas realizadas anteriormente. En la tabla 9. se presentan los resultados.

Figura 25 Topologías cuadriculadas

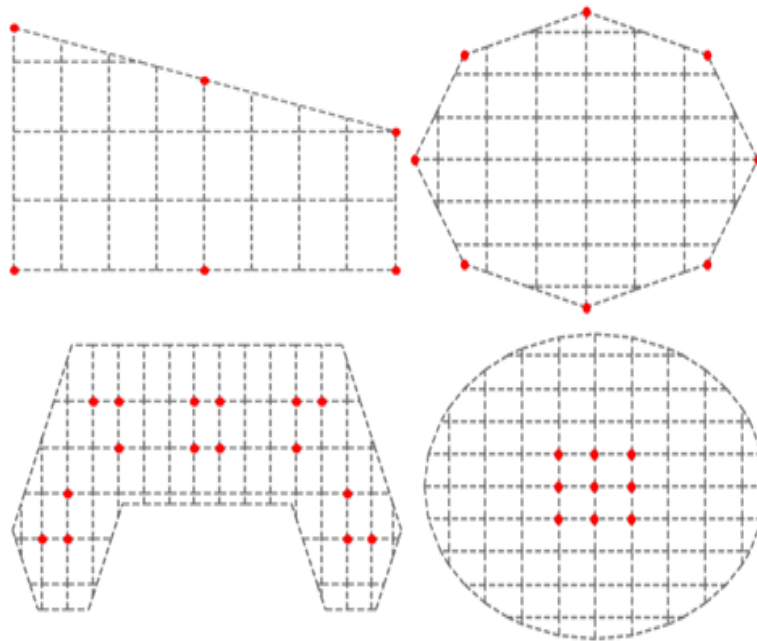


Tabla 14 Comparación entre el peso obtenido por los techos con topologías naturales y la topología convencional.

Topologías naturales		Topología convencional
	Peso [N]	Peso [N]
Voronoi	17998,41	18766,53
Espiral	61082,95	62528,94
Hexagonal	229721,75	231280,56
Nenúfar	29463,35	29253,42

4.2.7 Tiempo computacional. Para realizar las ejecuciones de cada caso, se utilizó la plataforma GridUIS-2, desarrollada por el Centro de Supercomputación y Cálculo Científico de la Universidad Industrial de Santander (SC3UIS). Los tiempos presentados corresponden a un número de iteraciones de 200. El número de partículas se presentan en las tablas 15 y 16.

Descripción del hardware: Esta información corresponde al nodo del clúster Guane de la Universidad Industrial de Santander, donde se realizaron las ejecuciones.

Procesador: Intel(R) Xeon(R) CPU E5645

Capacidad de procesamiento: 2.40GHz.

RAM: 104 GB

Tabla 15 Tiempo computacional empleado en cada ejemplo de aplicación de los techos con topologías naturales

Techo	Número de partículas	Tiempo promedio por ejecución [Segundos]
Voronoi	300	1431,33 (23,86 min)
Espiral	500	4336,8 (1,2 horas)
Hexagonal	900	13134,15 (3,65 horas)
Nenúfar	1000	15519,7 (4,31 horas)

Tabla 16 Tiempo computacional empleado en cada ejemplo de aplicación de los techos con topologías convencionales

Techo	Número de partículas	Tiempo promedio por ejecución [Segundos]
Voronoi	300	1297,74 (21,63 min)
Espiral	500	4240,8 (1,18 horas)
Hexagonal	900	13101,48 (3,64 horas)
Nenúfar	1000	15286,5 (4,25 horas)

5. CONCLUSIONES

En esta investigación se propuso una metodología para optimizar el peso de techos planos con formas naturales, usando como técnica el algoritmo heurístico UPSO (Unified Particle Swarm Optimization). Esta técnica permitió la integración de rutinas de análisis y diseño estructural, con el fin de calcular las resistencias en los elementos estructurales y evaluarlas de acuerdo a la metodología de diseño LRFD, de tal forma que la solución que se encontrará fuera adecuada en el sentido estructural. Además se propuso un proceso de generación automática de la geometría, el cual permite el diseño formal de cualquier techo usando las topologías expuestas en esta investigación.

Se realizó la formulación del problema de optimización, con una función objetivo que está orientada a la minimización del peso de la estructura y cuyas variables son las secciones de los elementos estructurales. Además se plantearon restricciones geométricas y funcionales para el problema. Las restricciones geométricas se hicieron cumplir implícitamente en la actualización de la población del algoritmo UPSO, mientras que para las funcionales se incorporó un método de penalización de la función objetivo en caso de que estas no se cumplieren.

Se plantearon cuatro ejemplos de aplicación. Con cada uno de ellos se realizaron las pruebas planteadas en 3.4. en las que se adoptaron diferentes combinaciones de parámetros con el fin de analizar la influencia de estos en la respuesta y así, configurar el algoritmo y caracterizar el problema. Como resultado se observó que la mejor respuesta se daba para un factor de unificación cerca a cero, es decir la componente local del algoritmo tenía mayor influencia en la búsqueda de la solución. Por otra parte se pudo establecer que el número adecuado de partículas para lograr una respuesta equilibrada entre calidad y tiempo computacional oscilaba entre 4 a 5 veces el número de elementos del techo, teniendo en cuenta que estas eran las variables del problema.

La metodología desarrollada logró reducir el peso de los techos propuestos entre un 36% y 39% de su peso inicial, sin discriminar el número de variables del problema. Esto deja en visto la eficiencia del algoritmo y su uso para la optimización del peso de techos planos.

Las formas naturales a excepción de la topología nenúfar, presentaron mejores valores de convergencia en comparación con la topología convencional, demostrando así que además del uso de un buen material, la distribución geométrica de los elementos aporta a la funcionalidad de la estructura.

Las pruebas realizadas fueron cuarenta (9 de parámetros de la función de penalización, 17 de parámetros del UPSO y 12 de variaciones de las partículas), y con cada una se realizaron 10 ejecuciones para cada ejemplo de aplicación, lo que suma un total de 1600 ejecuciones realizadas en las cuales el algoritmo convergió correctamente en su totalidad, los pesos obtenidos fueron realistas y las restricciones para la mejor partícula fueron cumplidas. Esto indica que las soluciones encontradas presentan calidad en cuanto al comportamiento estructural y al valor del peso encontrado. El desempeño del algoritmo referido al tiempo computacional y la robustez fueron buenos, los tiempos son relativamente bajos teniendo en cuenta las dimensiones de los problemas propuestos y las desviaciones estándar que se lograron oscilan entre el 0.322% y 1.15% del promedio de los pesos finales obtenidos, sin embargo pueden ser mejorados aún más, pero indudablemente se tendría un incremento en el tiempo computacional.

BIBLIOGRAFÍA

AGKATHIDIS, Asterios; BROWN, Andre. Tree-Structure Canopy: A Case Study in Design and Fabrication of Complex Steel Structures using Digital Tools. *International Journal of Architectural Computing*. Vol 1, 2013.

ANGELINE, Peter. Adaptive and self-adaptive evolutionary computations. En: M. Palaniswami, Y. Attikiouzel, R. Marks, D. Fogel, T. Fukuda (Eds.), *Computational Intelligence: A Dynamic Systems Perspective*, IEEE Press, 1995.

ASOCIACIÓN COLOMBIANA DE INGENIERIA SISMICA. Normas Colombianas de diseño sismo-resistente, NRS-10, Bogotá-Colombia, 2010.

BENYUS, Janine. *Biomimicry: Innovation Inspire by Nature*. New York, Harper Perennial, 1997.

BINITHA, S; SATHYA, S. A Survey of Bio inspired Optimization Algorithms. *International Journal of Soft Computing and Engineering (IJSCE)*. Vol 12, 2012.

CERVERA, Rosa; PIOZ, Javier. Bio-inspired Lightweight Structural Systems: Learning from Microcomponents in the Nature for the Energy Efficiency in the Architecture, F. Pacheco et al, *Nano and Biotech Based Materials for Energy Building Efficiency*, Springer, 2016.

EBERHART, Russel; KENNEDY, James. Particle Swarm Optimization. *International Conference on Neural Networks*. Perth (Australia), IEEE Service Center, Piscataway, NJ, 1995.

FONTALVO, Juan; MOYA, Maria. Metodología para la optimización de techos planos metálicos utilizando algoritmos genéticos modificados y teselados voronoi.

M.C Tesis, Departamento de ingeniería Civil, Pontificia Universidad Javeriana, Colombia, 2017.

FONTANA, Juan. El diseño estructural en las formas complejas de la arquitectura reciente. Disertación doctoral, Departamento de expresión gráfica y cartografía, Universidad de Alicante, España, 2012.

FU, X.Y. Structural Design of Sino Steel International Plaza. Proceeding: CTBUH 9th World Congress, Shanghai-China, 2012.

JUAREZ, Antonio. El arte de construir con agujeros. Reflexiones en torno a Robert Le Ricolais. Circo, No 39, 1996.

KENNEDY, James. The Behaviour of Particles. Proceeding: 7th International Conference on Evolutionary Programming VII, EP98, San Diego-California, USA. 1998.

KSHIRSAGAR, Anjali; MALANI, Seema; TIWARE, Vikramsinh. Biomimicry- Nature Inspired Building Structures. International Journal of Engineering Research and Technology, Vol 10, 2017.

LUH, Guan-Chun; LIN, Chun-Yi. Optimal design of truss-structures using particle swarm optimization. Computers and Structures, Vol 89, 2011.

MALLO, Maria. Sistemas radiolarios: Geometrías y arquitecturas derivadas. Disertación doctoral, Escuela Técnica Superior de Arquitectura, Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, España, 2015.

PARSOPOULOS, Konstantinos; VRAHATIS, Michael. A Unified Particle Swarm Optimization Scheme. Lecture Series on Computer and Computational Sciences. Vol 1, 2004.

POLI, Riccardo. Analysis of the Publications on the Applications of Particle Swarm Optimisation. Journal of Artificial Evolution and Applications. Vol 2008, 2007.

RAO, R. Venkata. Teaching Learning Based Optimization Algorithm. 1ª ed., Springer Intern. Publishing, 2016.

RAO, Singiresu. S. Engineering Optimization: Theory and Practice. 4ª ed. New Jersey, John Willey & Sons. INC, 2009.

ROJAS GARCÍA, Ángel Arturo. Topologías de optimización por enjambre de partículas basadas en información mutua. M.C Tesis, Departamento de Ciencias de la Computación, CIMAT, Guanajuato, México, 2015.

SHI, Y; EBERHART, Russel. A Modified Particle Swarm Optimizer. Proceeding: IEEE International Conference on Evolutionary Computation. USA, 1998.

SHI, Y; EBERHART, Russel. Empirical study of particle swarm optimization. in Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation, Washington, DC, USA, 1999.

THOMPSON, D'arcy. On form and mechanical efficiency, en: On Growth and Form, 1ª ed., New York, The Macmillan Company, 1945.

URIBE ESCAMILLA, Jairo. Análisis matricial, en: Análisis de Estructuras, 2ª ed., Colombia, Escuela Colombiana de Ingenieria, 2000, cap. 11.

YUAN, Yapping; YU, Xiaoping; YANG, Xiaojia; BO, Xiang; Wang Yi. Bionic building energy efficiency and bionic green architecture: A review. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*. Vol 74, 2017.