

SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL  
ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA EL  
PROCESO DE NEUTRALIZACIÓN DE pH EN UN TANQUE  
REACTOR DE MEZCLADO CONTINUO

JOSÉ YUSEP DAVILA ARIAS  
MICHEL DE ORO GENES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIA FISICOMECHANICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA

2005

SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL  
ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA EL  
PROCESO DE NEUTRALIZACIÓN DE pH EN UN TANQUE  
REACTOR DE MEZCLADO CONTINUO

JOSÉ YUSEP DAVILA ARIAS  
MICHEL DE ORO GENES

Proyecto de grado para optar al título de Ingenieros

Electrónicos

Director  
PhD. CARLOS RODRIGO CORREA CELY

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA  
2005

## CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCION.....	1
1. OBJETIVOS.....	2
1.1. OBJETIVO GENERAL.....	2
1.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS.....	2
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	4
3. LOGROS.....	6
4. CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE pH.....	8
4.1. ACIDOS Y BASES.....	8
4.2. NIVEL DE pH.....	9
5. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO.....	11
5.1. TANQUE REACTOR DE MEZCLADO CONTINUO.....	11
5.2. REACCIONES ÁCIDO FUERTE – BASE FUERTE EN UN CSTR.....	12
6. CONCEPTOS DE CONTROL ADAPTATIVO.....	15
6.1. DEFINICIÓN.....	16
6.2. PERSPECTIVA HISTÓRICA.....	16
6.3. ESQUEMAS DE CONTROL ADAPTATIVO.....	18
6.3.1. Programación de ganancia.....	18
6.3.2. Sistemas de control adaptativo con modelo de referencia.....	19
6.3.3. regulador autosintonizado.....	21
7. CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA.....	23

7.1. MECANISMO DE AJUSTE .....	25
7.1.1. Identificación con modelo de referencia.....	25
7.1.2. Regla MIT o metodo del gradiente.....	29
8. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL.....	31
8.1. MODELO DE REFERENCIA .....	33
8.2. CONTROLADOR .....	34
8.3. MECANISMO DE AJUSTE .....	35
8.3.1. Estabilidad del mecanismo de ajuste.....	36
9. ANÁLISIS DEL SISTEMA DE CONTROL.....	38
9.1. MODELO DE REFERENCIA .....	39
9.2. CONTROLADOR .....	46
9.3. MECANISMO DE AJUSTE .....	50
9.4. CSTR .....	56
10. CONCLUSIONES .....	58
11. RECOMENDACIONES .....	61
BIBLIOGRAFÍA.....	62
ANEXOS.....	64

## LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Descripción de las variables involucradas en la ecuación de balance de materia en un CSTR.....	33
Tabla 2. Valores de flujo inicial, máximo y final de base para el controlador ante incrementos del flujo de ácido en el CSTR.....	48
Tabla 3. Valores de flujo mínimo, máximo y final de base para el controlador ante incrementos de la concentración de ácido en el CSTR.....	49
Tabla 4. Valor de los parámetros adaptativos para diferentes valores de concentración de ácido en el CSTR. ....	51
Tabla 5. Valor de los parámetros adaptativos para diferentes valores de flujo de ácido en el CSTR. ....	52

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema del proceso a controlar .....	5
Figura 2. Tanque Reactor de Mezclado Continuo.....	11
Figura 3. Relación Q - pH .....	14
Figura 4. Esquema de control adaptativo con programación de ganancia ..	20
Figura 5. Esquema de Alta Ganancia .....	20
Figura 6. Regulador Auto - Sintonizado .....	21
Figura 7. Sistema de control adaptativo con modelo de referencia .....	24
Figura 8. Salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 como señal de referencia .....	40
Figura 9. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo 1 segundo.....	41
Figura 10. Respuesta del CSTR en lazo abierto.....	42
Figura 11. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo de 0.1 segundos y ganancia adaptativa igual a 10. ....	43

Figura 12. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo de 0.1 segundos y ganancia adaptativa igual a 40. ....	44
Figura 13. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo igual a 4 segundos. ....	45
Figura 14. Salida de controlador para la simulación por defecto. ....	46
Figura 15. Salida del controlador cuando se aumentan las ganancias adaptativas. ....	47
Figura 16. Respuesta del mecanismo de ajuste ante un cambio brusco en el flujo de ácido en el CSTR. ....	53
Figura 17. Respuesta del mecanismo de ajuste para $\theta_1$ ácido utilizando ganancias adaptativas de 2 y 20. ....	54
Figura 18. Nivel de pH utilizando ganancias adaptativas de 2 y 20. ....	55
Figura 19. Nivel de pH en el CSTR ante cambios bruscos en los parámetros. ....	57

## LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. TEOREMA DE BARBALAT.....	64
ANEXO B. TEORÍA DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV .....	66
ANEXO C. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL PROPUESTO CUANDO SE APLICA A LA NEUTRALIZACIÓN DE UNA SUSTANCIA BÁSICA.....	72
ANEXO D. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO UTILIZADO PARA LA SIMULACIÓN. ....	74
ANEXO E. DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRAFICA IMPLEMENTADA	81
ANEXO F. GUÍA DE LABORATORIO.....	90

## RESUMEN

### TITULO

SIMULACIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA PARA EL PROCESO DE NEUTRALIZACIÓN DE pH EN UN TANQUE REACTOR DE MEZCLADO CONTINUO\*

### AUTORES

MICHEL DE ORO GENES  
JOSÉ YUSEP DAVILA ARIAS\*\*

### PALABRAS CLAVES

MRAS, regla MIT, pH, teoría de Lyapunov, CSTR.

### DESCRIPCIÓN

El proceso de neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo (CSTR), se constituye en la actualidad, a nivel industrial, en una de las aplicaciones más exigentes, críticas y comunes de los sistemas de control automático. Algunas de las características que posee esta aplicación son su alta no linealidad y parámetros de proceso variantes en el tiempo. Es por estas razones que las técnicas de control utilizadas tradicionalmente no se adecuan a este proceso, y se propone utilizar como estrategia de control un esquema de control adaptativo con modelo de referencia (MRAS). Este trabajo tiene por objetivo la implementación una interfaz grafica de usuario en MATLAB 6.5 que permita apreciar las principales características y forma de funcionamiento del sistema de control adaptativo con modelo de referencia.

Dentro del presente trabajo, se esboza una visión general sobre el control adaptativo y sus diversos esquemas, se realiza el desarrollo teórico que permite la correcta aplicación del esquema de control adaptativo con modelo de referencia al proceso de neutralización de pH en un CSTR y se explica el algoritmo mediante el cual se implementa su simulación.

Por medio de simulación se realizó la evaluación del comportamiento de la estrategia seleccionada para realizar el control del proceso de neutralización de pH en un CSTR presentándose un buen desempeño al ser sometida a cambios de parámetros y diversas señales de entrada. Con el fin de dar a conocer a los estudiantes esta estrategia de control no convencional se desarrollaron guías que permiten a los usuarios aprender el manejo y utilización de la interfaz grafica implementada como práctica de laboratorio.

---

\* Proyecto de grado

\*\* Facultad de ingenierías Físico-mecánicas; Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones; Carlos Rodrigo Correa Cely.

## **ABSTRACT**

### **TITLE**

SIMULATION OF A MODEL REFERENCE ADAPTATIVE CONTROL SYSTEM FOR THE Ph NEUTRALIZATION PROCESS IN A CONTINUOUS STIRRED TANK REACTOR\*.

### **AUTHORS**

MICHEL DE ORO GENES  
JOSÉ YUSEP DAVILA ARIAS\*\*

### **KEYWORDS**

pH, MRAS, MIT rule, Lyapunov theory, Continuous stirred tank reactor, Graphical User Interface.

### **DESCRIPTION**

The pH control process in a continuous stirred tank reactor is one of the most typical, criticals and demanding applications of the control systems in the industry. Some of its main features are: Highly non-linear and time-varying process parameters. Due to these special features, the traditional control techniques are not well suited for this process and is proposed a model reference adaptative control system (MRAS) technique. The objective of this work is to implement a graphical user interface in MATLAB 6.5 that shows the main features and functioning of the control technique proposed when it is applied in a CSTR pH neutralization process.

Within this work an overview on control adaptative systems and its schemes is given, the fundamentals that allows the application of a model reference adaptative control system in the CSTR pH neutralization process are studied, an explained the implemented algorithm.

The control system is evaluated using the implemented graphical user interface, showing a good performance when changes in the process parameters and several input signals are introduced in the system. To let the students to know this non conventional control technique were developed a laboratory and a user guide that allow them to use the implemented graphical user interface as a laboratory practice.

---

\* Final Project

\*\* Physical and Mechanical Engineering Faculty; School of Electrical, Electronics and Telecommunications Engineering; Carlos Rodrigo Correa Cely.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, el aumento en la complejidad de los diversos procesos industriales ha significado un gran reto para los diseñadores de los sistemas de control. Quizás el aspecto más importante que se ha tenido que enfrentar es el conocimiento de la planta a controlar, debido a que en algunos casos se tiene solo una información parcializada del valor de las variables que rigen su comportamiento, lo que convierte el diseño de este tipo de sistemas de control en un proceso complejo de mucho análisis y recursividad por parte del diseñador.

Debido a lo anterior, formas de control, tales como PID y compensadores, no son una opción en aplicaciones con las características enunciadas. Es en este contexto donde se debe pensar en otras alternativas tales como el control adaptativo con modelo referencia, que busca mediante una estimación en línea de los parámetros adecuados del proceso, alcanzar el comportamiento deseado por el diseñador del sistema de control introducido en forma de un modelo de referencia.

El proceso a controlar en el presente trabajo de grado es la neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo. Este es un caso especial entre una clase de sistemas dinámicos no lineales que además de las características mencionadas anteriormente (parámetros desconocidos y variantes en el tiempo) posee una fuerte no linealidad, alta sensibilidad, y se constituye en la aplicación más típica, común y exigente de los esquemas de control adaptativo, por lo que se utiliza ampliamente como punto de referencia al evaluar el desempeño de diversas alternativas de control.

## **1. OBJETIVOS**

### **1. 1. OBJETIVO GENERAL**

Implementar una interfaz grafica de usuario en MATLAB para simular el proceso de neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo por medio de control adaptativo con modelo de referencia, que permita apreciar sus características y forma de funcionamiento.

### **1. 2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Evaluar el comportamiento de la estrategia de control propuesta, cuando se aplica al proceso de neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo.
- Diseñar una interfaz grafica de usuario en MATLAB que permita el ajuste de los parámetros del proceso por el usuario y la visualización de la dinámica del proceso.

- Poner a disposición de estudiantes, docentes y demás interesados en la escuela de ingenierías eléctrica, electrónica y telecomunicaciones una guía que permita realizar prácticas con la interfaz grafica implementada.
- Elaborar un manual que enseñe al usuario como utilizar la interfaz grafica implementada.
- Explicar el algoritmo utilizado para la simulación y su respectiva programación para futuras mejoras y/o modificaciones.

## 2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En el transcurso del ejercicio profesional de un ingeniero electrónico en el ramo de los sistemas de control, es bastante común encontrarse con procesos que presentan algunas características especiales, tales como:

- No linealidades.
- Parámetros de proceso cambiantes.

Estas son incompatibles con las técnicas de control tradicionales estudiadas en el transcurso de la carrera, haciendo que se requiera por parte de los estudiantes, un conocimiento acerca de estrategias alternativas que puedan suplir estas necesidades. Con este fin se pretende poner a disposición de todos los interesados una interfaz grafica desarrollada en MATLAB que permita apreciar la forma como este funciona y las características de una de estas estrategias, denominada Control adaptativo con modelo de referencia o MRAS<sup>1</sup>.

El trabajo de grado gira en torno a un proceso de neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo (CSTR<sup>2</sup>), que cuenta con las características enunciadas anteriormente.

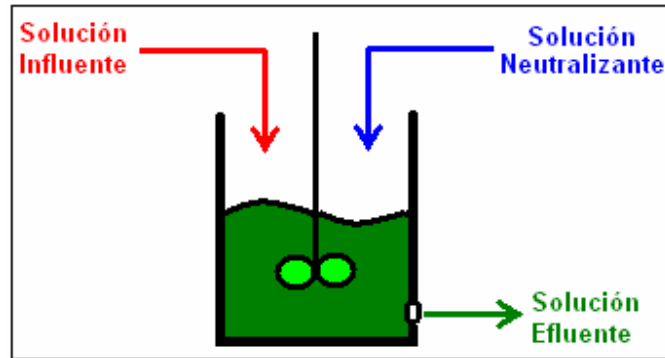
El esquema del proceso a controlar se muestra en la figura 1:

---

<sup>1</sup> MRAS: Model Referente Adaptative control System

<sup>2</sup> CSTR: Continuous stirred tank reactor.

Figura 1. Esquema del proceso a controlar.



Fuente: Autores.

La solución a tratar, ya sea un ácido o una base cuyos parámetros de flujo y concentración son desconocidos y variantes, llega al interior del tanque, donde mediante la variación del flujo de una solución neutralizante de concentración constante conocida se busca establecer un valor de pH neutro ( $\text{pH}=7$ ). Finalmente, la solución es evacuada (solución efluente) siendo requisito mantener en todo momento constante el volumen dentro del reactor.

El presente trabajo de grado propone la implementación de una interfaz grafica de usuario desarrollada en MATLAB que permita mostrar las características y operación del sistema de control adaptativo con modelo de referencia para la neutralización de pH en un CSTR.

### 3. LOGROS

La culminación exitosa del presente trabajo de grado pone a disposición de todos los interesados una interfaz grafica de usuario desarrollada en MATLAB que permite la experimentación con un sistema de control no tradicional y una de las aplicaciones mas criticas a nivel industrial de estos.

Los logros del presente trabajo de grado son los siguientes:

- Desarrollar una interfaz grafica que permita simular el sistema de control, interactuar con sus diferentes componentes, cambiar sus parámetros y apreciar gráficamente su comportamiento.
- Poner a disposición de los interesados un manual para explicar la forma de utilizar la interfaz grafica desarrollada.
- Crear una guía de laboratorio que permita desarrollar prácticas con la interfaz grafica implementada.
- Evaluar el comportamiento del sistema de control propuesto.

- Contribuir a la investigación en nuevas técnicas de control del grupo CEMOS de la escuela de ingenierías eléctrica, electrónica y telecomunicaciones.

## **4. CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE pH**

### **4. 1. ÁCIDOS Y BASES.**

Existen muchas definiciones de ácidos y bases, para el presente trabajo de grado se definirán de acuerdo a Bronsted-Lowry: Un ácido es una sustancia con capacidad de donar protones a otras sustancias y una base es una sustancia con capacidad de aceptar protones de otras sustancias.

Para el estudio de las reacciones químicas no es suficiente decir que tal sustancia es base o ácido, es necesario también saber que tanta fuerza tiene esta para interactuar con otras, lo cual se determina a partir del comportamiento de la sustancia de interés en solución acuosa.

Cuando un ácido o base reacciona con el agua (sustancia neutra), tiene la capacidad de formar iones (positivos para los ácidos y negativos para las bases), la cantidad de la sustancia que reacciona con el agua indica que tanta fuerza tiene la sustancia para interactuar con otras. Se dice que una base y/o un ácido es fuerte si la totalidad de la sustancia forma iones en solución acuosa.

## 4. 2. NIVEL DE PH

La presencia de iones indica que una sustancia tiene capacidad para reaccionar con otra, por lo cual una concentración molar (moles/litro) de estos indica que tan grande es esta capacidad y se expresa mediante la notación pH:

$$pH = \log \frac{1}{[H^+]} \quad (1)$$

Donde  $[M]$  se refiere a la concentración molar iónica.

De igual manera, para iones negativos, existe la notación pOH:

$$pOH = \log \frac{1}{[OH^-]} \quad (2)$$

A partir del estudio de la ionización del agua, es posible encontrar una relación entre  $[H^+]$  y  $[OH^-]$ :

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}[M] \quad (3)$$

De las tres ecuaciones anteriores se deduce que:

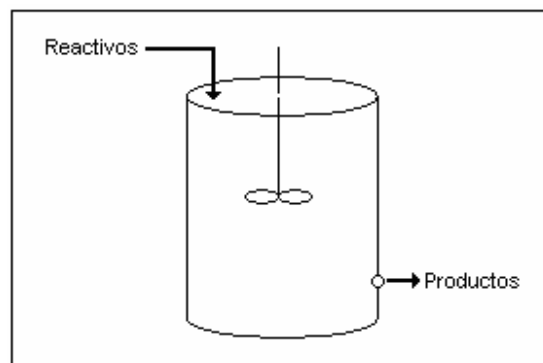
- En la escala de pH el nivel máximo es 14 y el mínimo 0.
- Para una sustancia neutra:  $[H^+] = [OH^-] = 10^{-7} [M]$ , por lo que su pH es 7.
- Para sustancias básicas:  $pH = \log 10^{14} [OH^-] = 14 + \log [OH^-]$ . Por tanto, para estas sustancias el rango de pH es:  $7 < pH < 14$ .
- Para sustancias ácidas el rango de pH es:  $0 < pH < 7$ .

## 5. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO

### 5. 1. TANQUE REACTOR DE MEZCLADO CONTINUO (CSTR).

El tanque reactor de mezclado continuo o CSTR mostrado en la figura 2 es uno de los dispositivos mas utilizados en la industria química.

*Figura 2. Tanque reactor de mezclado continuo.*



Fuente: Fogler, H. Scout. "Elementos de ingeniería de las reacciones químicas". Pág. 10.

Como se aprecia en la figura 2, los reactivos son introducidos al tanque, donde con la ayuda de un mezclador se realizan las reacciones químicas requeridas para luego ser evacuados los productos. Las condiciones al interior de un CSTR están

muy bien controladas, por lo que se acepta generalmente que en todos los puntos del tanque las concentraciones y temperatura son las mismas.

## 5. 2. REACCIONES ÁCIDO FUERTE – BASE FUERTE EN UN CSTR.

En el presente trabajo de grado se trabaja con la reacción entre un ácido fuerte y una base fuerte al interior de un CSTR con mezcla instantánea a temperatura, volumen (V), y densidad constante de la mezcla.

Como reactivos se tiene:

- Un ácido fuerte con concentración ( $C_a$ ) y flujo ( $F_a$ ).
- Una base fuerte con concentración ( $C_b$ ) y flujo ( $F_b$ ).

Como producto se obtiene una solución que mediante la variación del flujo de la base fuerte, se ha llevado a un nivel de pH neutro.

Definiendo  $Q$ , como la distancia a la electro neutralidad, es decir el estado en que la concentración de iones negativos y positivos es igual, se tiene:

$$Q = [OH^-] - [H^+] \quad (4)$$

Y del balance de materia al interior del CSTR<sup>3</sup> se obtiene:

$$V \frac{dQ}{dt} = -[F_a + F_b]Q + C_a \cdot F_a - C_b \cdot F_b \quad (5)$$

El nivel de pH es por tanto:

$$pH = -\log(Q) \quad ; \quad \text{Si} \quad Q > 0 \quad (6)$$

$$pH = \log(-Q) + 14; \quad \text{Si} \quad Q < 0 \quad (7)$$

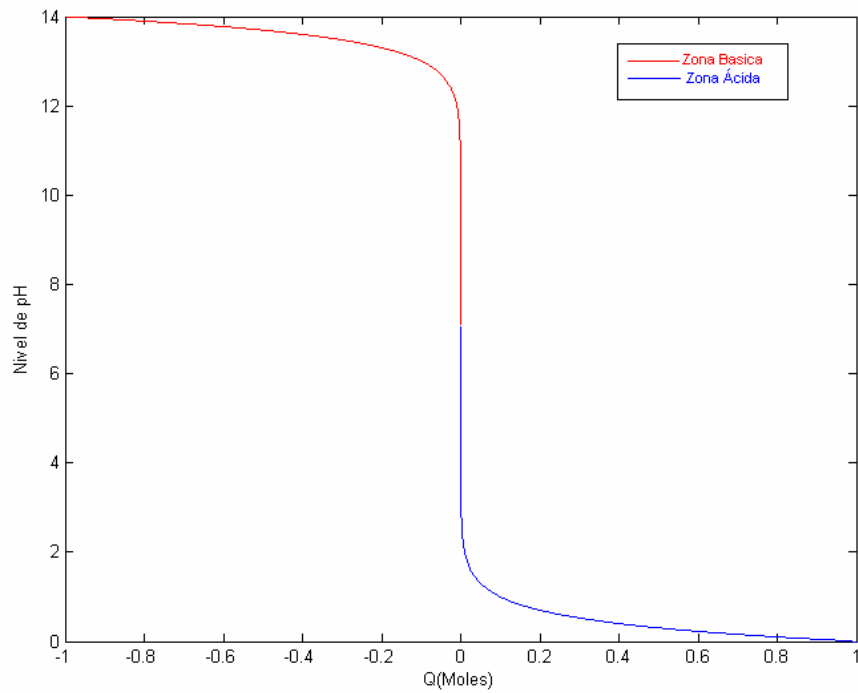
$$pH = 7 \quad ; \quad \text{Si} \quad Q = 0 \quad (8)$$

La gráfica del nivel de pH en función de Q, se muestra a continuación en la figura 3:

---

<sup>3</sup> DHURUBA SANKAR DE; AI-POH LOH; P.R.KRISHNASWAMY. A Nonlinear Adaptative Controller for a pH Neutralization Process.. En : Proceedings of the American control conference. junio de 2000. p. 2250 - 2254

Figura 3. Relación Q- pH



Fuente: Autores.

En la gráfica se aprecia la razón que hace del control de pH en un CSTR un proceso sumamente complicado: una pequeña variación en la diferencia de concentraciones de los componentes puede llevar a una gran variación del nivel de pH debido a su alta no linealidad, especialmente en los alrededores de  $\text{pH} = 7$ .

## 6. CONCEPTOS DE CONTROL ADAPTATIVO

El buen conocimiento de la planta a controlar y su ambiente es la base de la mayoría de las técnicas de control actuales. Sin embargo, esto no siempre es posible, puesto que ciertos parámetros de control en determinadas aplicaciones son desconocidos y/o variantes en el tiempo; por lo tanto es necesario incorporar a los esquemas de diseño de sistemas de control técnicas de identificación que permitan incrementar progresivamente el conocimiento del proceso a controlar, lo cual hace que este se divida en dos componentes: identificación y regulación. En la mayoría de los casos la parte de identificación esta separada de la etapa de regulación, sin embargo, si el modelo de la planta se actualiza constantemente con nuevos datos y estimados, ambos procesos pueden ser desarrollados simultáneamente.

El concepto de identificación tal como se enuncia aquí, puede ser muy amplio, puesto que implica para el sistema la determinación de aspectos como linealidad del sistema, componentes discretos o continuos del sistema y dimensionalidad. El presente trabajo de grado se restringe a un sistema con componente de identificación paramétrico, es decir, un sistema en el que se tiene un conocimiento completo de la planta pero no del valor de sus parámetros.

Los conceptos aquí presentados son los mínimos requeridos para el completo entendimiento del sistema desarrollado; se invita al lector a consultar la bibliografía

referenciada en el presente documento donde encontrarán los temas aquí tratados pero en una mayor cobertura y profundidad.

## **6. 1. DEFINICIÓN**

Control adaptativo es una familia de esquemas de control que aplican alguna técnica de identificación para obtener los parámetros del modelo del proceso y su ambiente a partir de experimentos de entrada-salida y el uso de este modelo como controlador.

## **6. 2. PERSPECTIVA HISTORICA**

La historia del control adaptativo empieza en la década de 1950 con la aparición de los sistemas de piloto automático para aeronaves, los que debían operar en un amplio rango de velocidades y direcciones. Al principio se diseñaron estos sistemas de control automático de vuelo con una ganancia fija, pero se observó que algunos parámetros importantes para el sistema de control, tales como peso de la aeronave y velocidad del viento, hacían de la ganancia fija insuficiente para lograr un funcionamiento adecuado del sistema de control. La solución inmediata a este problema fue una ganancia variable de acuerdo a una programación definida basada en medidas auxiliares de la velocidad del viento. Es en este momento donde se desarrolla el primer esquema de control adaptativo: programación de ganancia; aparecen a la par de este desarrollo los primeros conceptos de modelo de referencia cuyo objetivo era construir un controlador auto ajustable con una función de transferencia en lazo cerrado que siguiera la del modelo de referencia. Diversos esquemas de auto ajuste de parámetros del controlador fueron

propuestos, tales como reglas de sensibilidad y método del gradiente, apreciándose su buen desempeño bajo ciertas condiciones. En 1958 se desarrolla e implementa el primer esquema de controlador auto sintonizado con identificación explícita de los parámetros para una planta lineal SISO y se utilizan estos para actualizar un controlador óptimo.

La década de 1960 fue una época de vital importancia en el desarrollo teórico del control adaptativo. La teoría de estabilidad de Lyapunov se establece como herramienta común para probar convergencia, los esquemas de aprendizaje propuestos mostraron tener raíces en un mismo marco de trabajo unificado basado en ecuaciones recursivas. Los métodos de identificación de sistema también experimentaron un gran avance. En 1966 se rediseñaron los esquemas de control adaptativo con modelo de referencia propuestos en la década de 1950 de tal manera que pudiera probarse la convergencia del controlador en cualquier esquema.

En la década de 1970, se terminaron con éxito los esfuerzos de varios investigadores para desarrollar pruebas de estabilidad completas para los diversos esquemas de control adaptativo. El final de la década marcó la culminación de los esfuerzos analíticos desarrollados desde 1950, que incluyen enfoques a espacio de estados y variables discretas.

Para 1980 se empezó una exhaustiva evaluación de los desarrollos analíticos obtenidos y se encuentra una gran variedad de falencias al momento de llevar al mundo real estos desarrollos. Estas incluían principalmente las debidas a errores de modelamiento, y comportamientos a alta frecuencia que no eran tenidos en cuenta para limitar la complejidad del controlador. En esta etapa se realizan

evaluaciones y desarrollos encaminados a determinar y mejorar la robustez de los esquemas adaptativos.

Los grandes avances de la industria en los 90 y principios de del siglo XXI, significaron para el control adaptativo nuevos y desafiantes retos debido al desarrollo de procesos industriales que representaron una gran exigencia para este, sin embargo, también se ha visto de igual forma favorecido por el aumento ostensible en la capacidad de procesamiento de los sistemas de computo, aspecto de vital importancia para estos esquemas de control.

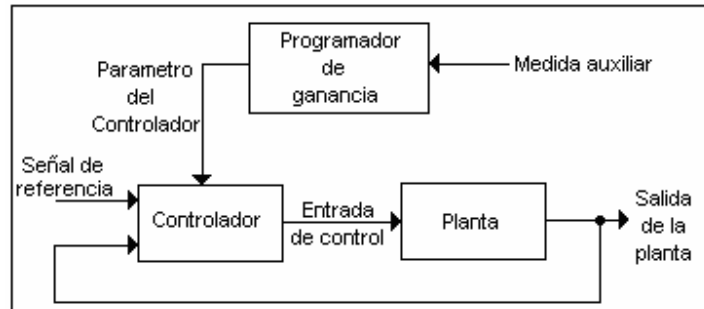
### **6. 3. ESQUEMAS DE CONTROL ADAPTATIVO**

Los diversos esquemas de control adaptativo (exceptuando programación de ganancia) se agrupan en dos familias de acuerdo a la relación existente entre la etapa de identificación de parámetros y el regulador, estas son: Directos o indirectos. Los de la primera familia, conocidos como esquemas de control adaptativo con modelo de referencia calculan los parámetros del controlador directamente sin recurrir a los parámetros de la planta. En la segunda familia, representada por los reguladores auto sintonizados, los parámetros del controlador se obtienen a partir de los calculados para la planta por medio de una transformación fija.

**6. 3. 1. Programación de ganancia:** Es el primer esquema de control adaptativo que apareció. Su comportamiento es muy intuitivo: Se busca encontrar variables auxiliares del proceso que tengan una buena correlación con los cambios en la dinámica del proceso y por medio de estas realizar una programación de la

ganancia que tendrá el proceso. Su diagrama de bloques se presenta en la figura 4.

*Figura 4. Esquema de control adaptativo con programación de ganancia*



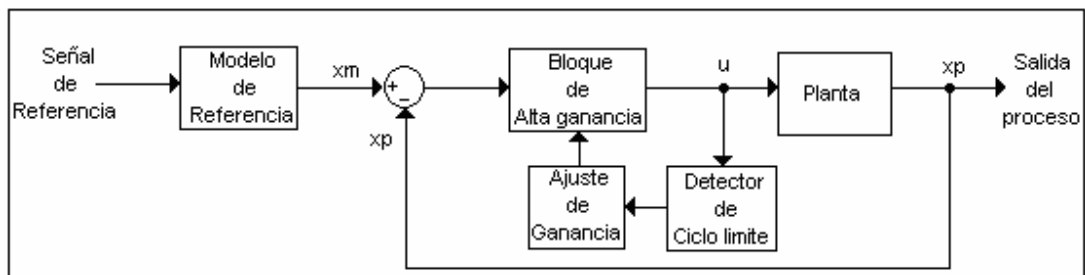
Fuente: Autores.

El principal aspecto a tener en cuenta al trabajar con este esquema de control es encontrar medidas auxiliares que tengan una buena relación con la dinámica del proceso, ya que de estas dependerá la eficiencia y rapidez de respuesta del sistema. Se puede apreciar igualmente que el conocimiento de la planta por el sistema de control no aumenta con el tiempo (aspecto fundamental del control adaptativo), sino que está predeterminado en el programador de ganancia, por todo esto es considerado un sistema de control adaptativo rudimentario, hecho que no le ha restado popularidad.

**6. 3. 2. Sistemas de control adaptativo con modelo de referencia:** Existen dos enfoques distintos de este esquema de control adaptativo, ambos desarrollados principalmente a partir de los sistemas de pilotos automáticos para aeronaves: Esquema de alta ganancia, y paralelo. En este punto solo se enunciará el primero, puesto que el esquema paralelo es el objeto de estudio en el presente trabajo de grado y por tanto se analizará con mayor profundidad en el capítulo seis.

- Esquema de alta ganancia: Un modelo de referencia se utiliza para definir el comportamiento deseado del sistema de control en lazo cerrado, y el objetivo de la estrategia de control es alcanzar que en el transcurso del tiempo la salida de la planta siga al modelo de referencia. La figura 5 muestra el diagrama de bloques del sistema.

Figura 5. Esquema de alta ganancia.



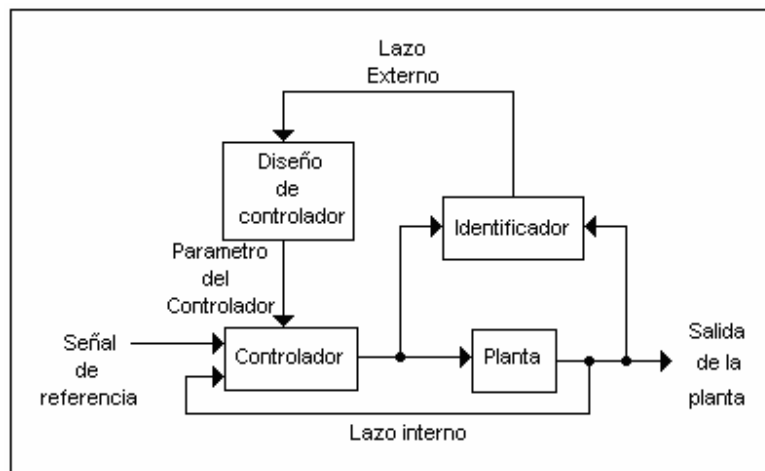
Fuente: Autores

Para un análisis sencillo del funcionamiento del sistema considérese  $p(s)$  la función de transferencia de una planta LTI y  $k$  la ganancia del bloque de alta ganancia. Entonces la función de transferencia entre la salida de la planta y el modelo de referencia es  $\frac{x_p}{x_m} = \frac{k \cdot p(s)}{1 + k \cdot p(s)}$ , por lo que si  $k$  se hace lo suficientemente grande entonces  $x_p \approx x_m$ . El detector de ciclo limite es el encargado de evitar que el sistema entre en región de inestabilidad mediante la manipulación del valor de la ganancia.

Este esquema de control adaptativo con modelo de referencia esquema de alta ganancia, es el menos utilizado debido a resultados trágicos en las pruebas con aeronaves.

**6. 3. 3. Reguladores auto sintonizados:** Esta técnica utiliza un sistema de control diseñado para una planta modelo conocida, mediante la cual se establece una estructura de controlador, así como una relación entre los parámetros de la planta y del controlador. Los parámetros desconocidos de la planta se obtienen mediante un algoritmo recursivo de identificación de parámetros. Entonces, los parámetros del controlador son obtenidos a partir de los hallados para la planta modelo utilizando las relaciones encontradas, y se usan como si fueran los parámetros verdaderos de la planta. En la figura 6. Se aprecia el diagrama de bloques de esta técnica de control.

*Figura 6. Regulador auto sintonizado.*



Fuente: autores

La principal diferencia con las técnicas anteriores está en la separación explícita entre identificación y control, esto se puede apreciar en la figura 6 al notar que la salida del identificador no se aplica directamente al controlador sino que pasa por un bloque de diseño de controlador que se encarga de realizar la estimación de los parámetros del controlador con base en los parámetros de la planta. Se denomina auto sintonizado debido a su capacidad para auto ajustar sus parámetros.

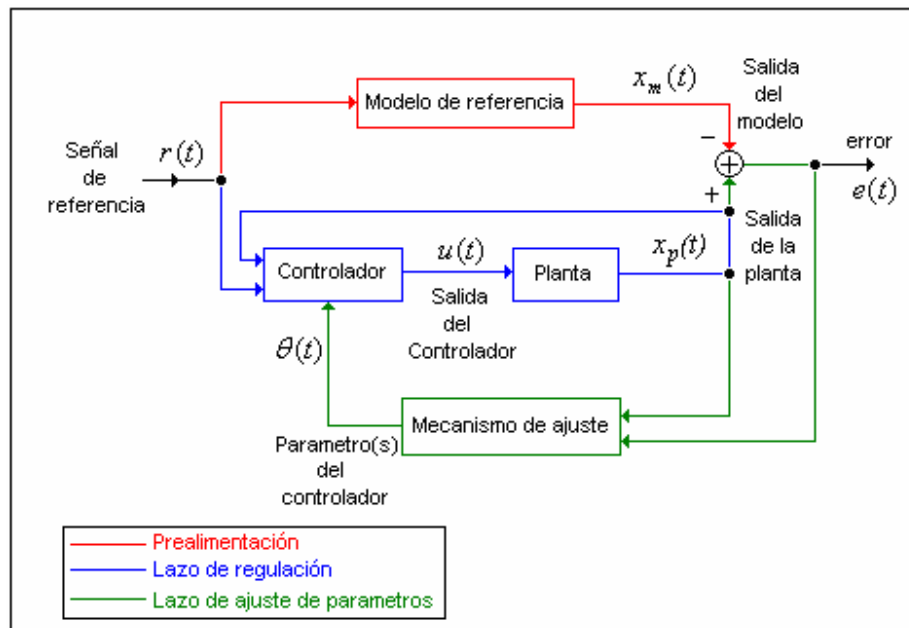
## **7. CONTROL ADAPTATIVO CON MODELO DE REFERENCIA**

La estrategia de control implementada en el presente trabajo de grado es un control adaptativo con modelo de referencia, esquema paralelo, sin embargo, en lo que sigue, se enunciará simplemente control adaptativo con modelo de referencia o MRAS.

Como se ha dicho, todo sistema de control adaptativo tiene dos actividades fundamentales: Identificación y regulación. Un buen balance en el manejo de estas determina el éxito o fracaso del sistema de control. Por tanto, se estudiará el esquema de control basado en estos dos aspectos; mas adelante se apreciará la ventaja que tiene esta división para la comprensión de la estabilidad y convergencia de parámetros del sistema de control.

El diagrama de bloques de este esquema de control se muestra a continuación en la figura 7:

Figura 7. Sistema de control adaptativo con modelo de referencia.



Fuente: autores.

Aspectos fundamentales:

- Presencia del modelo de referencia, cuya función es establecer la función de transferencia en lazo cerrado que se desea tenga la salida de la planta.
- Existencia de dos diferentes tipos de lazo en el sistema, un lazo interior de ajuste de parámetros y un lazo exterior de regulación consistente en planta y controlador.
- Una etapa de prealimentación (feedforward) que introduce al sistema la señal obtenida del modelo de referencia.

El objetivo de esta técnica de control es lograr un error mínimo entre el modelo de referencia y la salida de la planta, para lo que se implementa un mecanismo de ajuste de parámetros de controlador mediante algún mecanismo de ajuste de parámetros, tal como la regla MIT. En lo que sigue se enunciará simplemente como mecanismo de ajuste.

### **7. 1. MECANISMO DE AJUSTE.**

Una vez señalado en que consiste la estrategia de control en sí, se puede enfocar la atención al segundo componente de un sistema de control adaptativo: el mecanismo con el que se logra una adaptación adecuada en los parámetros del proceso, que debe llevar a un mínimo error entre el modelo de referencia y la salida de la planta. Al diseñar este mecanismo se debe tener en cuenta las condiciones que garanticen su estabilidad y convergencia a un valor adecuado. La estabilidad en la variación de los parámetros se presenta en el anexo B dedicado a la estabilidad de sistemas dinámicos, logrando mediante un acople con la teoría presentada aquí, alcanzar resultados que se apliquen de manera satisfactoria al proceso que se desea controlar en este trabajo de grado.

En los numerales 7.1.1 – 7.1.2 se utilizarán los resultados y teoremas de la teoría de estabilidad de Lyapunov sin ofrecer explicaciones inmediatas, en el anexo B se ofrecen mayores detalles.

**7. 1. 1. Identificación con modelo de referencia:** Si bien el proceso a controlar en el presente trabajo de grado es no lineal, se presentará el desarrollo teórico para un

sistema LTI, haciendo a su debido tiempo las modificaciones que permitan aplicarlo a cualquier tipo de sistema.

Considérese la planta a controlar un sistema LTI con función de transferencia:

$$P(s) = \frac{X_p(s)}{U(s)} = \frac{k_p}{s + a_p} \quad (9)$$

$k_p, a_p$  parámetros desconocidos.

El modelo de referencia es un sistema LTI con función de transferencia de primer orden:

$$M(s) = \frac{X_m(s)}{R(s)} = \frac{k_m}{s + a_m} \quad (10)$$

$k_m, a_m > 0$

Estableciendo la entrada al modelo de referencia  $r(t)$  como:

$$r(t) = \theta_1(t)u(t) + \theta_2(t)x_m(t) \quad (11)$$

Donde  $\theta_1(t)$  y  $\theta_2(t)$  son parámetros adaptativos. El algoritmo de identificación busca valores nominales de estos parámetros tal que el sistema en lazo cerrado siga cualquier modelo de referencia.

Definiendo los siguientes vectores:

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\theta^* = \begin{bmatrix} \theta_1^* \\ \theta_2^* \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$w(t) = \begin{bmatrix} r(t) \\ x_m(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

El vector  $\theta^*$  representa los valores de los parámetros de la planta a controlar.

Y estableciendo el error de identificación como:

$$e(t) = x_p(t) - x_m(t) \quad (15)$$

La estabilidad es indispensable en cualquier algoritmo recursivo de identificación, por lo que se hace necesario garantizar las condiciones que lleven a esta (Condiciones de Lyapunov); es en este punto donde se presentan los resultados de la teoría de Lyapunov sin entrar en mayores detalles.

Se define una función de Lyapunov<sup>4</sup> de la siguiente forma:

$$v(e, \theta) = \frac{e^2}{2} + \frac{k_m}{2} (\theta^T - \theta^{*T})(\theta - \theta^*) \quad (16)$$

Donde  $\theta^T, \theta^{*T}$  son los vectores transpuestos correspondientes a (12) y (13) respectivamente.

---

<sup>4</sup> SASTRY, SHANKAR; BODSON, MARK. ADAPTATIVE CONTROL: Stability, Convergence and robustness. Prentice hall information and system sciences series, 1989. pag.52

Derivando (16) de acuerdo a la teoría de Lyapunov<sup>5</sup>:

$$\dot{v}(e, \theta) = -a_m e^2 + k_m e(\theta^T - \theta^{*T})w + k_m (\theta^T - \theta^{*T})\dot{\theta} \quad (17)$$

Haciendo:

$$\dot{\theta} = -ew \quad (18)$$

Esta última ecuación se conoce como ley recursiva de actualización de parámetros, lo cual representa el mecanismo de ajuste.

Reemplazando (18) en (17), se obtiene:

$$\dot{v}(e, \theta) = -a_m e^2 \leq 0 \quad (19)$$

Por tanto, se cumplen las condiciones de Lyapunov y el mecanismo de ajuste es estable. Se recurre al análisis de Lyapunov para que mediante la generación de una función de energía del sistema (17) que lleve a un sistema estable, encontrar una ley recursiva de actualización de parámetros adecuada, por lo que lo que la ecuación 18 también se denomina ley recursiva de actualización de parámetros basada en el análisis de Lyapunov. Aun queda por ampliar el concepto de identificación a sistemas no lineales, por lo que se recurre al método del gradiente o regla MIT.

---

<sup>5</sup> SASTRY, SHANKAR; BODSON, MARK. "ADAPTATIVE CONTROL: Stability, Convergence and robustness". Prentice hall information and system sciences series, 1989. pag.52

**7. 1. 2.** Regla MIT o método del gradiente<sup>6</sup>: Este método se basa en el esquema de descenso más rápido necesario para minimizar el error ( $e$ ) medio cuadrático entre la salida del modelo de referencia y la salida de la planta. Por tanto:

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = -g \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{2} e^2 \right) = -ge \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (20)$$

Donde  $g$  es la velocidad de adaptación del proceso, que sirve para establecer cuan rápido se desea converjan los parámetros del proceso.

El método del gradiente no impone restricciones sobre la linealidad de la planta. Se puede ver la gran semejanza entre la ley recursiva de actualización de parámetros dada por el método del gradiente (20) y la obtenida a partir de el análisis de Lyapunov (18). Unir ambas ecuaciones da la ventaja de tener un mecanismo de ajuste que puede ser usado para sistemas lineales o no; además garantiza que la convergencia a los parámetros adaptativos adecuados para seguir al modelo de referencia se hace de la manera más rápida posible.

Para unir la ley recursiva de actualización de parámetros basada en el análisis de Lyapunov y la regla MIT, se define la función  $w$  de la ecuación 18 de la siguiente manera:

$$w = g \frac{\partial e}{\partial \theta} \quad (21)$$

---

<sup>6</sup> RODRIGUEZ PECHARROMÁN, RAMÓN. Control adaptativo: Ideas básicas. Universidad Pontificia Comillas de Madrid, Pág.9, 2002.

Además de la estabilidad del mecanismo de ajuste, para garantizar el correcto funcionamiento del sistema de control es necesario comprobar que los parámetros adaptativos llevan a un error nulo y que estos son únicos para las mismas condiciones.

Para demostrar que estos parámetros son únicos, se analiza la ecuación 20, debido a que el error es continuamente diferenciable, se concluye que la ecuación diferencial tiene solución y es única, esto constituye otra ventaja, puesto que garantiza que el valor de los parámetros adaptativos necesarios para el seguimiento del modelo de referencia son únicos.

Para demostrar que el error entre el modelo de referencia y la salida de la planta es nulo se recurre al teorema de Barbalat, que se menciona en el anexo C del presente documento.

## 8. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL

En el presente trabajo de grado se utiliza un esquema adaptativo con modelo de referencia (MRAS) como estrategia de control.

Es necesario para la neutralización de pH tener en cuenta dos consideraciones para la solución a tratar:

- Si el pH es superior a 7 se debe inyectar ácido al proceso.
- Si el pH es inferior a 7 se debe inyectar base al proceso.

Por esta razón se utilizan dos variables manipuladas:

- Flujo de ácido para soluciones con pH inferior a 7.
- Flujo de base para soluciones con pH superior a 7.

Es de importancia anotar que en ningún momento se necesitará la presencia de ambos tipos de flujo. Para detalles acerca de la implementación del algoritmo utilizado para la simulación y su programación véase el anexo D.

Las descripciones del sistema de control dadas a continuación estarán enfocadas a la neutralización de un ácido; para el caso de la neutralización de una base, las deducciones de las diferentes ecuaciones se encuentran en el anexo C y se realizan mediante los mismos procedimientos y con las mismas consideraciones, solo que para tal caso el flujo que llega al CSTR es una solución básica con concentración y flujo desconocido y se neutraliza con un flujo ácido de concentración conocida.

Para neutralizar una sustancia ácida, se inyecta una sustancia básica de concentración conocida. Reemplazando para la ecuación de balance de materia en el CSTR (5), se obtiene:

$$V \frac{dQ}{dt} = -[F_a + u] \cdot Q + C_a \cdot F_a - C_b \cdot u(t) \quad (22)$$

Por tanto:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{1}{V} (F_a(C_a - Q) - u(t) \cdot (C_b + Q)) \quad (23)$$

Lo cual constituye la ecuación de la planta a controlar. La explicación de las variables involucradas en las dos ecuaciones anteriores se ofrece en la tabla 1:

Tabla 1. Descripción de las variables involucradas en la ecuación de balance de materia en un CSTR.

Variable	Unidades	Descripción
$Q$	Mol/litro	Diferencia en la concentración molar iónica entre iones básicos y ácidos.
$V$	Litros	Volumen al interior del tanque (Constante conocida).
$Fa$	Litros/seg	Flujo ácido (Constante desconocida).
$Fb$	Litros/seg	Flujo básico (Variable manipulada).
$Ca$	Mol/litro	Concentración del ácido (Constante desconocida).
$Cb$	Mol/litro	Concentración de la base (Constante conocida).

Fuente: Autores

A continuación se describen cada uno de los componentes del sistema de control, con sus respectivas ecuaciones.

## 8. 1. MODELO DE REFERENCIA

Se escoge un sistema LTI de primer orden de la forma:

$$H(s) = \frac{X_m(s)}{R(s)} = \frac{k_m}{s + a_m}; k_m, a_m > 0 \quad (24)$$

Se hace  $k_m = a_m$  con el fin de tener en estado estacionario un valor en la salida del modelo que corresponda a la entrada de referencia  $r(t)$ . El valor de  $a_m$  representa el inverso de la constante de tiempo que se desea tenga el sistema en lazo cerrado y es escogida por el diseñador.

## 8. 2. CONTROLADOR

Expresando (24) en el dominio del tiempo:

$$\dot{x}_m(t) = a_m r(t) - a_m x_m(t) \quad (25)$$

Y reescribiendo (23):

$$\dot{x}_p(t) = \frac{1}{V} (F_a (C_a - x_p(t)) - u(t) \cdot (Cb + x_p(t))) \quad (26)$$

$$Q = x_p$$

El mecanismo de ajuste debe calcular valores para las variables  $F_a$  y  $C_a$  de tal manera que el sistema de control sea capaz de seguir al modelo de referencia, por tanto se reemplazan por los parámetros adaptativos  $\theta_1$  para  $F_a$  y  $\theta_2$  para  $C_a$  en (26), por lo que:

$$\dot{x}_p(t) = \frac{1}{V}(\theta_1(\theta_2 - x_p(t)) - u(t) \cdot (Cb + x_p(t))) \quad (27)$$

En estado estable como  $\dot{x}_p(t) = \dot{x}_m(t)$ , por tanto, despejando la variable de control:

$$u(t) = \frac{[\theta_1(\theta_2 - x_p) + V(a_m x_m - a_m r)]}{C_b + x_p} \quad (28)$$

### 8. 3. MECANISMO DE AJUSTE

Si se define el error como:

$$e = x_p(t) - x_m(t) \quad (29)$$

Se tiene que:

$$\dot{e} = \dot{x}_p(t) - \dot{x}_m(t) \quad (30)$$

Reemplazando (28) en (27):

$$\dot{x}_p = \frac{[Fa \cdot (Ca - x_p) - \theta_1 \cdot (\theta_2 - x_p)]}{V} - a_m x_p + a_m r \quad (31)$$

De (31), el modelo de referencia (25) y (30), se tiene que:

$$\dot{x}_p - \dot{x}_m = \frac{[Fa \cdot (Ca - x_p) - \theta_1 \cdot (\theta_2 - x_p)]}{V} - a_m x_p + a_m r - (-a_m x_m + a_m r) \quad (32)$$

Y:

$$e = \frac{[Fa(Ca - xp) - \theta_1(\theta_2 - x_p)] \frac{1}{V} - \dot{e}}{k_m} \quad (33)$$

Por tanto:

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_1} = \frac{-(\theta_2 - x_p)}{k_m \cdot V} \quad (34)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \theta_2} = \frac{-\theta_1}{k_m \cdot V} \quad (35)$$

Reemplazando (34) y (35) en (20), la ley recursiva de actualización de parámetros para el mecanismo de ajuste queda de la siguiente manera:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = g \cdot e \cdot \frac{(\theta_2 - x_p)}{k_m \cdot V} \quad (36)$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = g \cdot e \cdot \frac{\theta_1}{k_m \cdot V} \quad (37)$$

**8. 3. 1.** Estabilidad del mecanismo de ajuste: De (17), la función de Lyapunov para el sistema es:

$$v(e, \theta) = \frac{e^2}{2} + \frac{k_m}{2} [(Fa - \theta_1)^2 + (Ca - \theta_2)^2] \quad (38)$$

Y su derivada es igual a (19).

## 9. ANALISIS DEL SISTEMA DE CONTROL

Los análisis que se presentan a continuación se enfocan sólo para el caso de la neutralización de un ácido, sin embargo, los resultados obtenidos se pueden extender al proceso de neutralización de una sustancia básica, puesto que el sistema se comporta de manera similar para ambos casos.

Con el fin de proporcionar al lector una mejor comprensión de este capítulo, se analizará cada componente del sistema en forma individual, apreciando sus principales características de funcionamiento y la manera en que este afecta el comportamiento del sistema de control en general.

Los parámetros por defecto utilizados para los diferentes análisis fueron tomados de valores típicos de CSTR reales<sup>7</sup> y son los siguientes:

Volumen	= 1.75 litros.
Flujo	= 0.1 litros/segundo.
Concentración	= 0.06 moles/litro.
Tipo de sustancia	= ácido.

Para el sistema de control:

---

<sup>7</sup> DHURUBA SANKAR DE; AI-POH LOH; P.R.KRISHNASWAMY. A Nonlinear Adaptive Controller for a pH Neutralization Process. En: Proceedings of the American control conference, Pág. 2250 - 2254, junio de 2000.

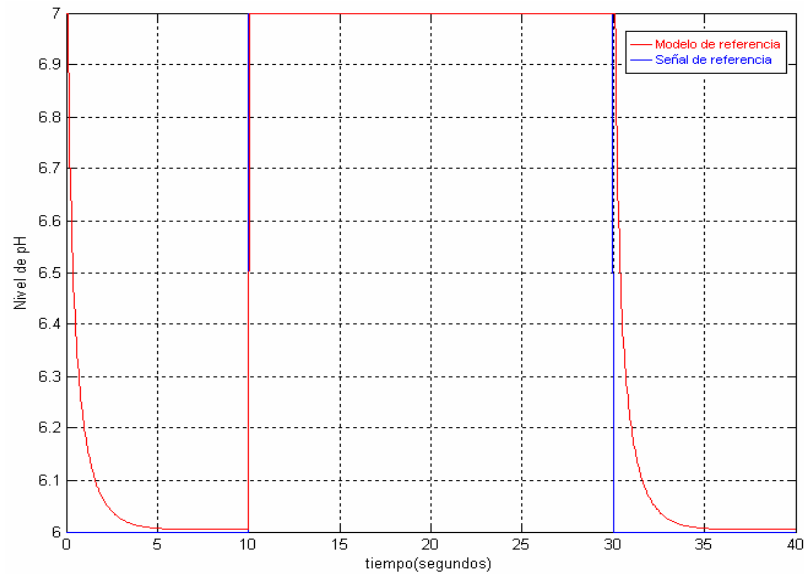
Concentración de la base	= 0.06 moles/litro.
Constante de tiempo del modelo de referencia	= 1 segundo.
Ganancias del mecanismo de ajuste	= 2.
Señal de referencia (pH)	= 7 (constante).

### **9. 1. MODELO DE REFERENCIA**

El parámetro que determina su comportamiento es la constante de tiempo, y la salida del modelo en estado estable es igual a la señal de referencia. La precisión del sistema de control se determina a partir de su capacidad para seguir al modelo.

Para ilustrar este punto se aplicara como señal de referencia una onda cuadrada de valor mínimo 6 y valor máximo de 9. La salida del modelo de referencia y la entrada de referencia se muestran en la figura 8.

Figura 8. Salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 como señal de referencia.



Fuente: Autores

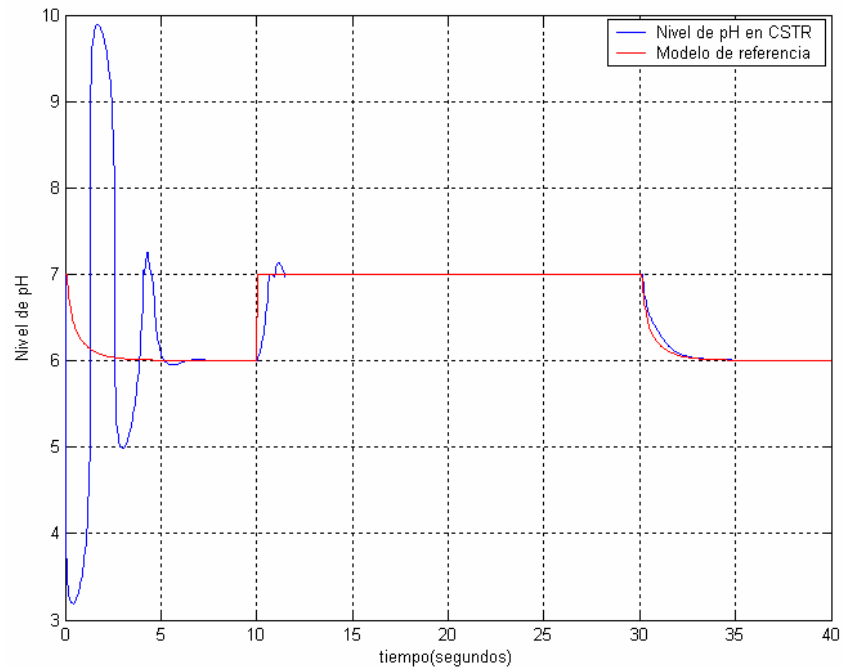
Se aprecia como la salida del modelo de referencia<sup>8</sup> en estado estacionario es igual a la señal de referencia; de igual forma la manera como influye la constante de tiempo del modelo en el tiempo que toma al modelo seguir la señal de referencia.

Ahora se muestra en la figura 9 del nivel de pH en el CSTR, ante la misma entrada y el mismo modelo de referencia.

---

<sup>8</sup> En adelante se enunciará modelo de referencia simplemente como modelo.

Figura 9. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo 1 segundo.

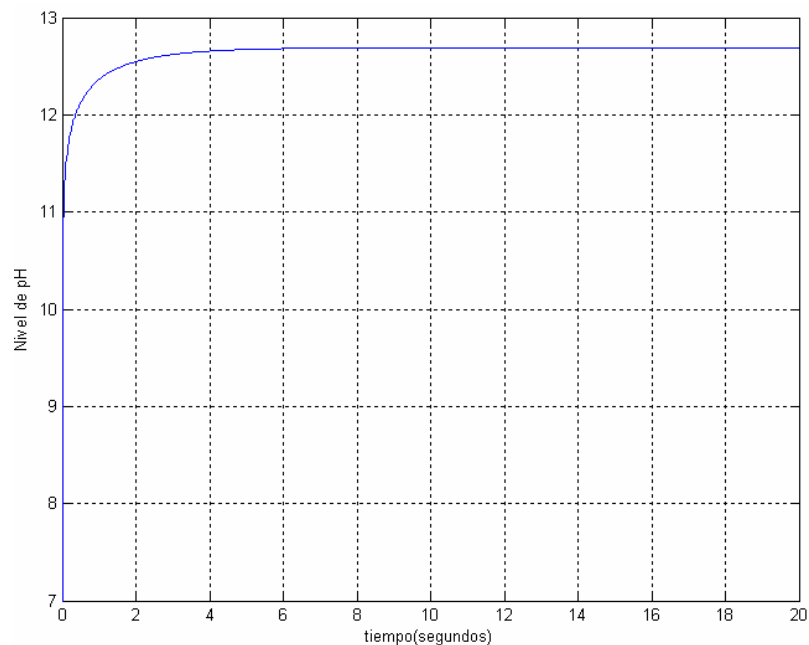


Fuente: Autores

En la figura 9 se ve un gran número de oscilaciones iniciales, esto se debe a que en la simulación, el valor inicial para el modelo de referencia es 0 y para el nivel de pH en el CSTR es 7 y por tanto las oscilaciones representan el esfuerzo del sistema de control para alcanzar al modelo de referencia. Para el siguiente cambio (ocurrido en 30 segundos) el sistema ya está ajustado al modelo y por tanto los cambios en la señal de referencia no generan oscilaciones.

En el diseño del sistema de control es un aspecto fundamental escoger tanto el modelo de referencia adecuado como los parámetros que se deben manipular en el sistema de control para el seguimiento de este, los cuales dependen del comportamiento en lazo abierto de la planta a controlar. Para el proceso a controlar en el presente trabajo de grado la respuesta en lazo abierto de la planta ante un escalón de entrada de amplitud 1 se muestra en la figura 10.

*Figura 10. Respuesta del CSTR en lazo abierto.*

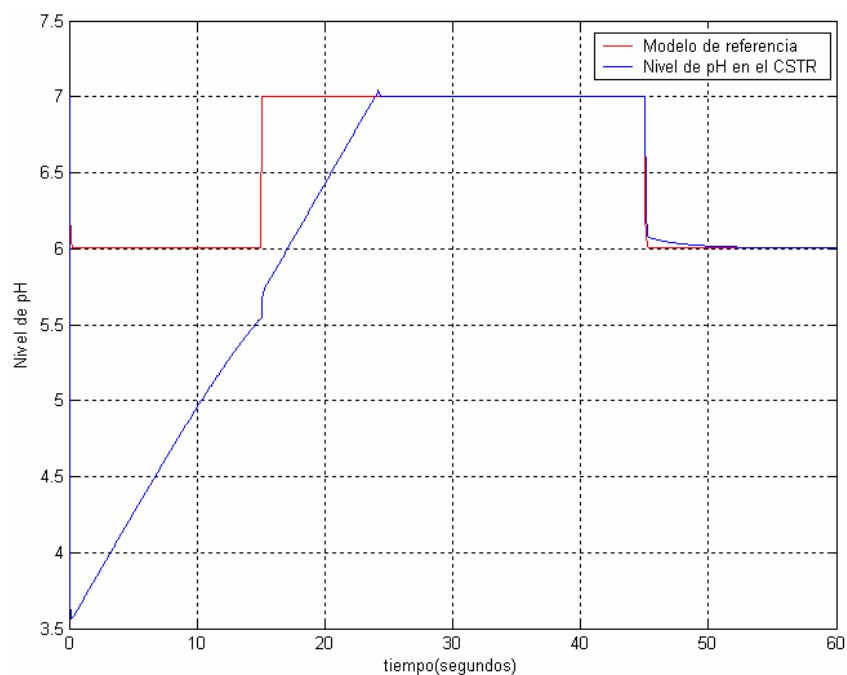


Fuente: Autores

Como se aprecia en la figura el CSTR en lazo abierto tarda en llegar a su estado estable alrededor de 6 segundos, es decir, tiene una constante de tiempo aproximada de 1.2 segundos.

En gráficas anteriores se observó un buen comportamiento del sistema ante un modelo de referencia con constante de tiempo de 1 segundo, en la figura 11 se muestra la respuesta del sistema a un modelo de referencia con una constante de tiempo diez veces menor, es decir, 0.1 segundos.

*Figura 11. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo de 0.1 segundos y ganancia adaptativa igual a 10.*

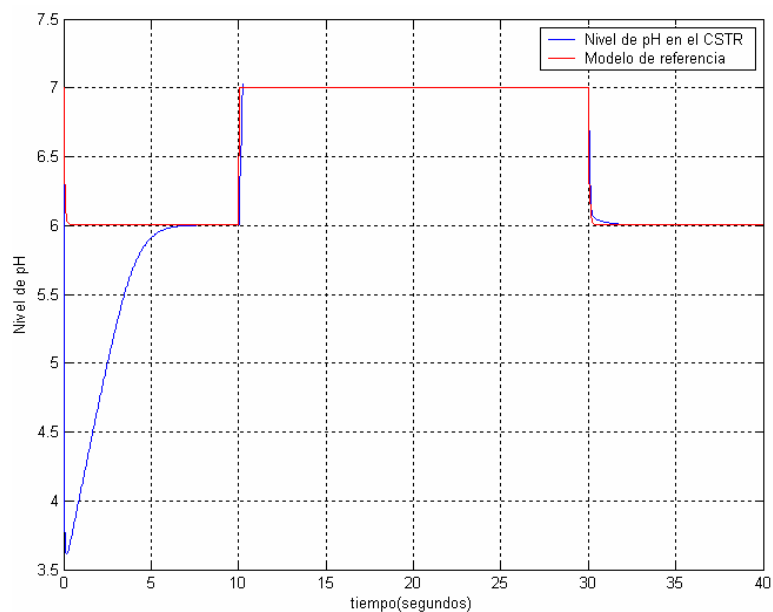


Fuente: Autores

Se aprecia que el sistema tarda un cerca de 25 segundos en seguir al modelo de referencia, esto se debe al tiempo que toma al mecanismo de ajuste calcular los valores de los parámetros adaptativos que le permitan seguir al modelo de referencia, y a que las ganancias adaptativas para esta simulación son bajas.

Aumentando el valor de dichas ganancias se mejora en gran medida el seguimiento al modelo, razón por la que se repite la simulación aumentando en cuatro veces las ganancias adaptativas, es decir, a un valor de 40, obteniéndose el resultado mostrado en la figura 12.

*Figura 12. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada y modelo de referencia con constante de tiempo de 0.1 segundos y ganancia adaptativa igual a 40.*



Fuente: Autores

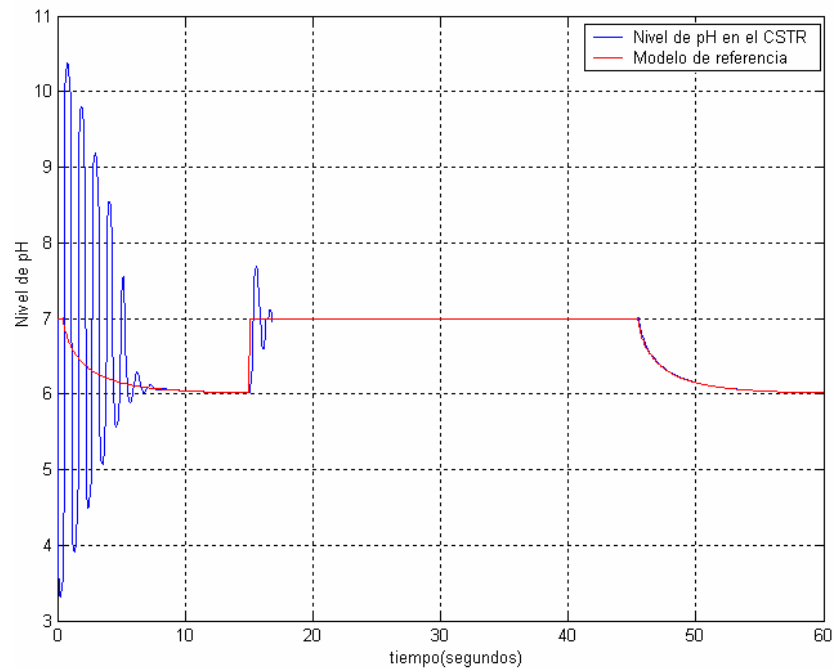
Comparado con el resultado anterior se aprecia una notable disminución en el tiempo de seguimiento<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup>Tiempo que toma a la planta seguir el modelo de referencia.

Para la figura 13 se reestablecen las ganancias adaptativas a su valor por defecto (2) y se establece la constante de tiempo del modelo de referencia en 4 segundos.

*Figura 13. Nivel de pH en el CSTR y salida del modelo de referencia ante una onda cuadrada de amplitud 1 y modelo de referencia con constante de tiempo igual a 4 segundos.*



Fuente: Autores

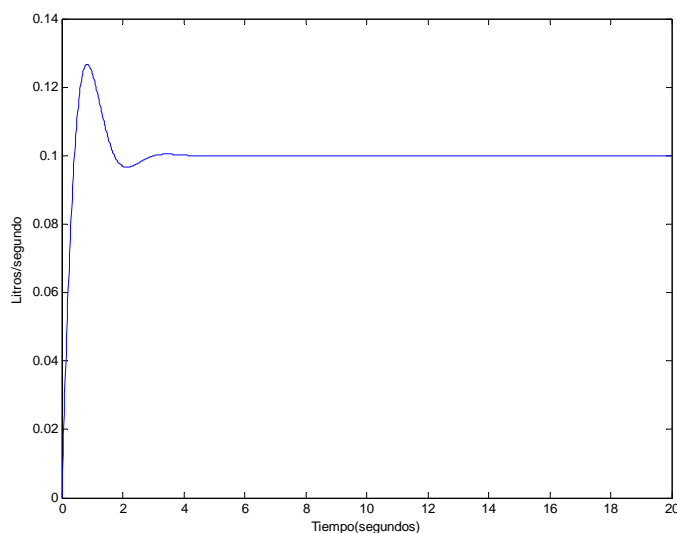
Ante constantes de tiempo grandes como esta (comparada con la de la planta en lazo abierto), el mecanismo de ajuste tiene suficiente tiempo para calcular los valores adecuados, y un aumento de las ganancias no alterará apreciablemente el resultado.

En resumen: es muy importante conocer el comportamiento de la planta en lazo abierto para la elección del modelo de referencia y las ganancias adaptativas adecuadas.

## 9. 2. CONTROLADOR

Para la simulación por defecto, la salida de control se muestra en la figura 14.

*Figura 14. Salida de controlador para la simulación por defecto.*

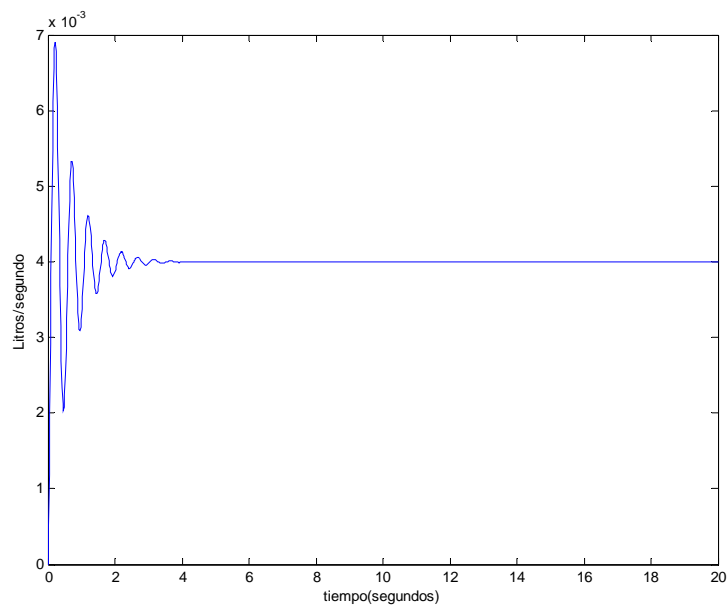


Fuente: Autores

Se aprecia en la figura que no existen en el flujo oscilaciones fuertes, lo cual se constituye en una ventaja al momento de implementar en la práctica este sistema de control. Sin embargo, al aumentar los valores de las ganancias adaptativas se empieza a notar la presencia de oscilaciones. Para la cual se repite la simulación aumentando los valores de las ganancias adaptativas a un valor de treinta.

Sin embargo, la salida de control es afectada directamente por la variación en las ganancias adaptativas, lo cual se refleja en el número de oscilaciones presentes en esta señal, mas no significativamente en el tiempo de asentamiento. Esto se muestra en la figura 15.

*Figura 15. Salida del controlador cuando se aumentan las ganancias adaptativas.*



Fuente: Autores

En el siguiente análisis se toman los valores por defecto, se empieza a variar el flujo de ácido en el CSTR de 0.1 a 1 litro/segundo<sup>10</sup>, registrando en la tabla 2 los valores de flujo de base inicial, máximo y final (estado estable). Estos datos se

---

<sup>10</sup> El rango de valores establecido se considera suficiente para hacer el análisis del comportamiento del sistema

toman con el fin de mostrar la capacidad del sistema de control para adaptarse a cambios en el flujo de ácido en el CSTR.

*Tabla 2. Valores de flujo inicial, máximo y final de base para el controlador ante incrementos del flujo de ácido en el CSTR.*

<b>Flujo de ácido (Litros/segundo)</b>	<b>Flujo Inicial de base (Litros/segundo)</b>	<b>Flujo Máximo de base (Litros/segundo)</b>	<b>Flujo Final de base (Litros/segundo)</b>
0,1	0	0,138344	0,1
0,2	0	0,27243	0,2
0,3	0	0,402558	0,3
0,4	0	0,529113	0,4
0,5	0	0,652358	0,5
0,6	0	0,77251	0,6
0,7	0	0,889884	0,7
0,8	0	1,00474	0,8
0,9	0	1,1172	0,9
1	0	1,22747	1

Fuente: Autores

Los valores de flujo ácido y flujo final de base son idénticos, esto se debe a que los valores de concentración de ácido y base son iguales (0.06 moles/litro), por

tanto el flujo de base tiene que ser igual al de ácido para lograr el objetivo de mantener con pH neutral la mezcla en el CSTR.

En la siguiente tabla (Tabla 3), todos los parámetros retornan a sus valores por defecto y se empieza a aumentar la concentración de ácido en el CSTR de 0.06 a 1 moles/litro, con el fin de mostrar la capacidad del sistema de control para adecuarse a concentraciones cambiantes en el CSTR.

*Tabla 3. Valores de flujo mínimo, máximo y final de base para el controlador ante incrementos de la concentración de ácido en el CSTR.*

<b>Concentración de ácido (Moles/Litro)</b>	<b>Flujo Inicial de base (Litros/segundo)</b>	<b>Flujo Máximo de base (Litros/segundo)</b>	<b>Flujo Final de base (Litros/segundo)</b>
0,06	0	0,138344	0,1
0,08	0	0,184104	0,133333
0,1	0	0,22972	0,166667
0,12	0	0,275175	0,2
0,14	0	0,32047	0,233333
0,16	0	0,365604	0,266667
0,18	0	0,41058	0,3
0,2	0	0,445399	0,333333
0,22	0	0,500131	0,366667
0,24	0	0,544719	0,4
0,26	0	0,589165	0,433333
0,28	0	0,633467	0,466667
0,3	0	0,677628	0,5

*Fuente: Autores*

Se aprecia en la tabla 3 la capacidad que tiene el controlador para ajustarse a condiciones cambiantes en el proceso, puesto que en todos los casos el nivel de pH en el CSTR se estabilizó en siete.

Para los dos casos enunciados anteriormente (variación del flujo de ácido y de la concentración del ácido), al aumentar la concentración de base en el controlador, los valores de flujo de esta disminuyen, como es de esperarse en un proceso de neutralización de una sustancia ácida.

### **9. 3. MECANISMO DE AJUSTE**

Aspectos relacionados con el mecanismo de ajuste ya han sido mencionados en el análisis dedicado al modelo de referencia, por lo que ahora se enfoca la atención en la capacidad que tiene el mecanismo para ajustarse a condiciones cambiantes provenientes de la señal de referencia o del CSTR.

En las tablas 4 y 5 se utilizan las mismas condiciones que para las tablas 3 y 4, anotándose los valores correspondientes a los parámetros adaptativos del mecanismo de ajuste (ver ecuaciones (36) y (37)) cuando se ha alcanzado al modelo de referencia.

*Tabla 4. Valor de los parámetros adaptativos para diferentes valores de concentración de ácido en el CSTR.*

<b>Concentración de ácido (Moles/litro)</b>	<b>Parámetro adaptativo <math>\theta_1</math></b>	<b>Parámetro adaptativo <math>\theta_2</math></b>
0,06	-3,5	-0.00171429
0,08	-3,5	-0.00228571
0,1	-3,5	-0.00285714
0,12	-3,5	-0.00342857
0,14	-3,5	-0.00399999
0,16	-3,50001	-0.00457142
0,18	-3,50001	-0.00514285
0,2	-3,50001	-0.00571427
0,22	-3,50001	-0.00628569
0,24	-3,50001	-0.00685712
0,26	-3,50002	-0.00742854
0,28	-3,50002	-0.00799996
0,3	-3,50002	-0.00857138

Fuente: Autores.

Tabla 5. Valor de los parámetros adaptativos para diferentes valores de flujo de ácido en el CSTR.

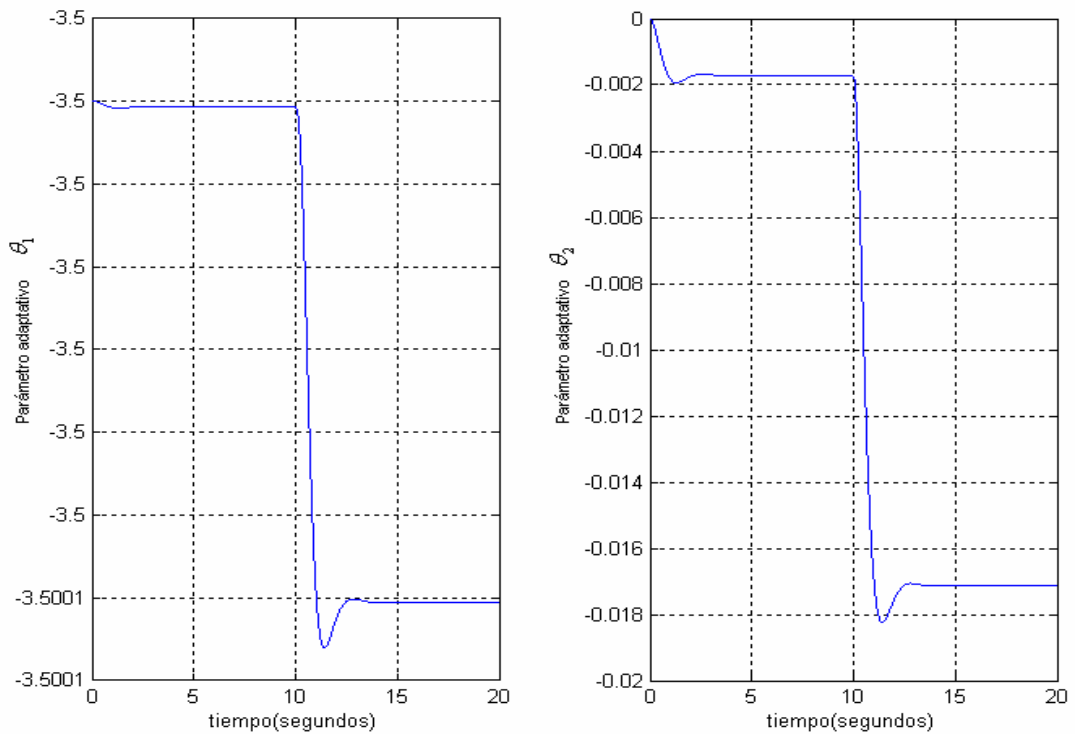
Flujo de ácido (Litros/segundo)	Parámetro adaptativo $\theta_1$	Parámetro adaptativo $\theta_2$
0,1	-3,5	-0.00171429
0,2	-3,5	-0.00342857
0,3	-3,50001	-0.00514285
0,4	-3,50001	-0.00685712
0,5	-3,50002	-0.00857138
0,6	-3,50003	-0.01028560
0,7	-3,50004	-0.01199990
0,8	-3,50005	-0.01371410
0,9	-3,50006	-0.01542830
1	-3,50007	-0.01714250

Fuente: Autores.

Como se aprecia en la tabla, el rango de valores en el que oscilan los parámetros adaptativos es muy estrecho, por lo que se han escogido como valores iniciales de simulación para las variables adaptativas  $\theta_1$  y  $\theta_2$ , -3.5 y 0 respectivamente.

Ahora en la figura 16 se muestra el comportamiento del mecanismo de ajuste ante un cambio brusco de flujo ácido en el CSTR de 100(mililitros/segundo) a 1000(mililitros/segundo).

Figura 16. Respuesta del mecanismo de ajuste ante un cambio brusco en el flujo de acido en el CSTR.

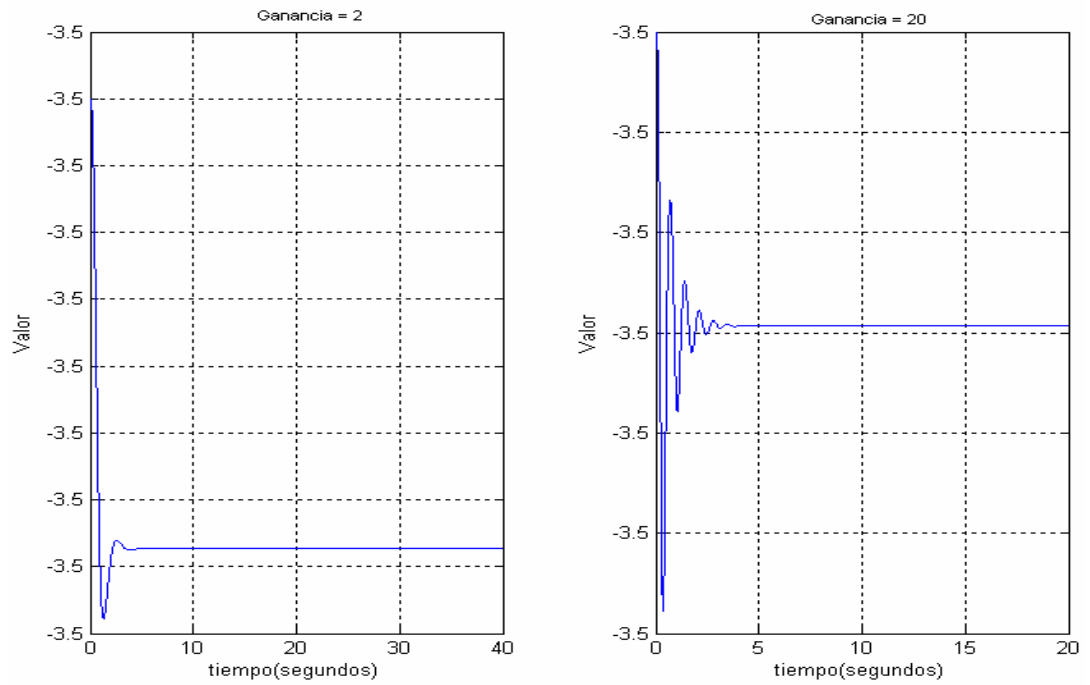


Fuente: Autores

La gráfica muestra que a pesar de cambiar solo uno de los parámetros desconocidos, el mecanismo de ajuste actúa sobre ambos (el cambio ocurre en 10 segundos).

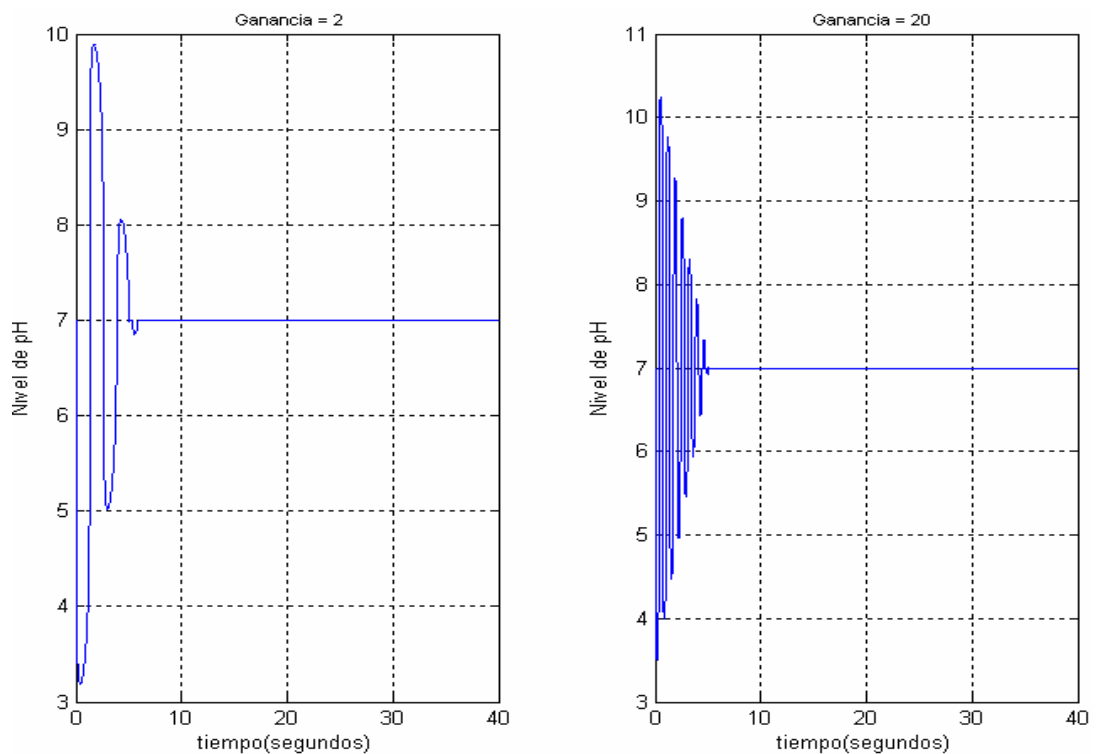
Para observar la manera como las ganancias adaptativas afectan tanto al mecanismo de ajuste (figura 17) como el nivel de pH en el CSTR (figura 18), se repite la simulación utilizando dos valores de ganancia para el parámetro adaptativo  $\theta_1$ :

Figura 17. Respuesta del mecanismo de ajuste para  $\theta_1$  acido utilizando ganancias adaptativas de 2 y 20.



Fuente: Autores

Figura 18. Nivel de pH utilizando ganancias adaptativas de 2 y 20.



Fuente: Autores

De las figuras 17 y 18, se puede decir que el aumento en los valores de las ganancias adaptativas afecta notablemente tanto al mecanismo de ajuste, como a la señal de salida, lo cual se ve reflejado en el aumento del número de oscilaciones de dichas señales entre una ganancia y otra, durante un periodo de tiempo igual (4 segundos aproximadamente), lo cual no es favorable para el sistema.

Por ésta razón, y teniendo en cuenta lo que ocurre con dichas ganancias en el modelo de referencia, se llega a la conclusión que para un buen diseño, se debe tener un factor de compromiso entre la rapidez de respuesta al modelo y el número de oscilaciones, para establecer el valor de las ganancias adaptativas.

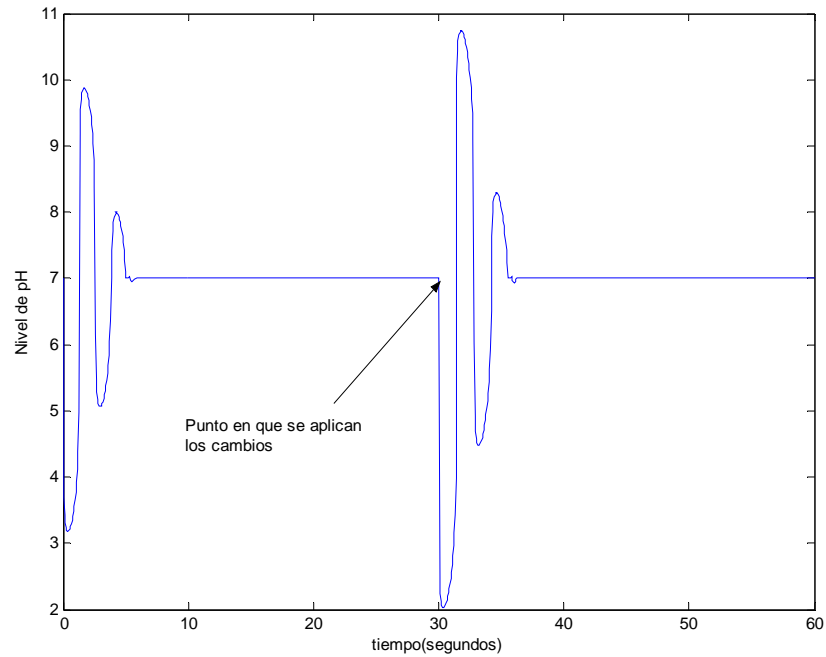
Con respecto a su relación con los demás componentes del sistema de control solo resta decir que al cambiar la constante de tiempo del modelo de referencia, los valores de los parámetros adaptativos no cambian.

#### **9. 4. CSTR**

En apartes anteriores se evidencio que la planta sigue al modelo de referencia.

Para mostrar como afectan los cambios en los parámetros al sistema, se aplica un cambio repentino en el flujo acido de 100 a 1000 ml/seg y en la concentración de acido de .06 a .1 moles/litro. El nivel de pH se mantiene constante en 7. Los resultados de la simulación para el nivel de pH en el CSTR se muestran en la figura 20.

Figura 19. Nivel de pH en el CSTR ante cambios bruscos en los parámetros.



Fuente: Autores

En la grafica se aprecia la característica más importante del sistema de control adaptativo con modelo de referencia: Ante un cambio considerable y/o repentino en cualesquiera de los parámetros del proceso (además de ser desconocidos), el sistema de control tiene la capacidad de ajustarse automáticamente a estas nuevas condiciones y seguir controlando el proceso.

## 10. CONCLUSIONES

- Por medio de simulación se realizó la evaluación del comportamiento de la estrategia seleccionada para realizar el control del proceso de neutralización de pH en un CSTR, la cual presentó un buen desempeño al ser sometida a cambios de parámetros y diversas señales de entrada.
- El aplicar los sistemas de control a procesos novedosos para los estudiantes de la escuela de ingenierías eléctrica, electrónica y telecomunicaciones, como la neutralización de pH, permite expandir el campo de acción y la visión personal de los estudiantes acerca de la importancia de los sistemas de control.
- Se brinda a los estudiantes la oportunidad de conocer alternativas de control distintas que puedan aplicarse a sistemas no LTI y que podrían ser de gran ayuda al momento de desempeñarse profesionalmente.
- Se implementó una interfaz grafica para el control del proceso, con el fin de dar a conocer de manera didáctica todas las características que tiene tanto el proceso de neutralización de pH, como la estrategia utilizada en este trabajo de grado para realizar dicho control. Esta interfaz permite al usuario además de

- ajustar los parámetros del proceso a sus requerimientos, visualizar el comportamiento de las diferentes variables, lo que se constituye en herramienta fundamental para hacer una valoración personal de la estrategia de control.
- Con el objetivo de brindar las mejores herramientas al usuario para el manejo del software y su aprendizaje en general, se desarrolló una guía de laboratorio dirigida a estudiantes de la asignatura sistemas de control, y un manual de usuario para todas aquellas personas interesadas en la materia, dejando abierta la posibilidad de realizar cambios y mejoras al proceso en aras de contribuir con el desarrollo de esta aplicación y de la investigación en general.
- El programa de aplicación fue desarrollado en MATLAB 6.5, haciendo uso de una toolbox denominada GUI (Graphical User Interface), que permite una interacción con el usuario de manera gráfica y didáctica, además de brindar todas las herramientas de las que dispone MATLAB.
- El control adaptativo como una familia de esquemas de control que aplican alguna técnica de identificación para obtener los parámetros del modelo del proceso, representa una alternativa muy viable en el control de procesos, especialmente en aplicaciones donde ciertos parámetros son desconocidos y/o variantes en el tiempo y procesos no lineales.
- El estudiar nuevas estrategias y algoritmos de control, diferentes a los convencionales y muy estandarizados como PD, PI, PID y Compensadores, lleva a un continuo enriquecer del conocimiento y ofrece la oportunidad de abrir nuevos campos de exploración en esta área de la ingeniería tan amplia y llena de alternativas como lo es el control de procesos.

- Además de la interfaz gráfica implementada y del presente documento, este trabajo de grado proporciona por medio de la bibliografía, documentación acerca de control adaptativo para ser utilizado en el desarrollo de futuras nuevas aplicaciones y para la ampliación de conocimientos en esta área.
- Un aspecto fundamental y que vale la pena resaltar de todo este proyecto de grado, es el trabajo en equipo, pues es la base para la consecución de cualquier objetivo, ya que además de permitir ese intercambio de conocimientos que lleva al perfeccionamiento de una idea, enriquece al profesional como persona y como miembro de una sociedad interactuante, fortaleciendo valores fundamentales del ser humano como la tolerancia, el respeto y la responsabilidad.

## 11. RECOMENDACIONES

- Continuar el trabajo comenzado por esta tesis y profundizar más en el estudio de alternativas y algoritmos de control diferentes a los clásicos, ya que existen áreas que tienen un campo de investigación muy amplio y cada día ofrecen nuevas alternativas y aplicaciones; de igual manera los procesos en la industria son cada vez más complejos y requieren de un mayor estudio y análisis.
- Analizar las posibilidades de implementar un hardware de control del proceso que permita hacer un análisis más real y objetivo de la estrategia de control, comparando resultados y llegando a nuevas conclusiones.
- Haciendo uso de las diversas herramientas y/o toolbox que ofrece MATLAB tales como *Realidad Virtual* y *Simulink*, introducir mejoras y rutinas que optimicen la interfaz gráfica implementada y la hagan más versátil y didáctica.
- Realizar un estudio comparativo de las diversas estrategias de control existentes, para establecer semejanzas y diferencias, fortalezas y debilidades, con el fin de poseer criterios de selección que permitan tener una certeza de cual es la más adecuada para determinado tipo de procesos.

## BIBLIOGRAFIA

- DHURUBA SANKAR DE; AI-POH LOH; P.R.KRISHNASWAMY. "A Nonlinear Adaptative Controller for a pH Neutralization Process.". Proceedings of the American control conference, Pág. 2250 - 2254, junio de 2000.
- RODRIGUEZ PECHARROMÁN, RAMÓN. "Control adaptativo: Ideas básicas". Universidad Pontificia Comillas de Madrid, Pág. 2 – 10, 2002.
- SASTRY, SHANKAR; BODSON, MARK. "ADAPTATIVE CONTROL: Stability, Convergence and robustness". Prentice hall information and system sciences series, 1989.
- ZANINI, ANIBAL. "Introducción al control adaptativo: Fundamentos de su teoría y practica". 1989.
- THE MATHWORKS, INC. "Creating Graphical User Interfaces with MATLAB". Sexta edición.
- A.L. NORTHCLIFFE, LOVE J. "A variable transformation approach to in-line pH control". UKACC conference on control '98. pag. 931. 1998.

- P.RESENDE y E.ZARATE-GALVEZ. "Control of a pH process using variable structure regulador and Smith predictor".IECON'91. pag.2102. 1991.

## ANEXO A. TEOREMA DE BARBALAT<sup>1</sup>

Si  $f(t)$  es una función continua uniforme tal que  $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau$  existe y es finito, entonces  $f(t) \rightarrow 0$  Cuando  $t \rightarrow \infty$ .

Para el caso particular del mecanismo de ajuste (ecuación 20), puesto que  $\dot{v}(e, \theta) = -a_m e^2 \leq 0$ , entonces:

$$\int_0^{\infty} \left| \dot{v}(e, \theta) \right| dt = \left| -a_m \right| \int_0^{\infty} e^2 dt \leq \infty \quad (\text{A.1})$$

Esto debido a que el sistema es estable y por tanto la derivada de la función de Lyapunov esta acotada.

Haciendo  $f(\tau) = \left| -a_m \right| e^2(\tau)$ , entonces:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t f(\tau) d\tau = \left| -a_m \right| \int_0^{\infty} e^2 dt \leq \infty \quad (\text{A.2})$$

Por tanto  $e^2(t) \rightarrow 0$  cuando  $t \rightarrow \infty$ .

---

<sup>1</sup> SASTRY, SHANKAR; BODSON, MARK. "ADAPTATIVE CONTROL: Stability, Convergence and robustness". Prentice hall information and system sciences series, 1989. pag. 19

La conclusión obtenida a partir del teorema de Barbalat es muy importante puesto que garantiza que con el transcurso del tiempo, la planta seguirá al modelo de referencia con un error tendiendo a cero.

## ANEXO B. TEORÍA DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV<sup>1</sup>

En sistemas de control adaptativo con modelo de referencia se presentan dos tipos de estabilidad:

- **Estabilidad del mecanismo de ajuste (Estabilidad de punto de equilibrio):** Está relacionada con el mecanismo de ajuste. Debido a que el sistema debe estar realizando una actualización continua de los parámetros adaptativos que le permitan seguir al modelo de referencia, se debe garantizar que estos alcancen un punto de equilibrio al transcurrir el tiempo. Esta estabilidad se comprueba por medio de la teoría de Lyapunov.
- **Estabilidad del modelo de referencia (estabilidad entrada-salida):** El modelo de referencia es un sistema LTI, es por tanto necesario que la función de transferencia del modelo de referencia cumpla con las condiciones que garantizan la estabilidad de un sistema LTI.

En cualesquiera de los dos tipos de estabilidad que no se cumplan, llevará a un comportamiento errático de todo el sistema. En este capítulo solo se tratará acerca de la estabilidad de punto de equilibrio, puesto que el otro tipo de estabilidad ya es bastante conocido a partir de los cursos de ecuaciones diferenciales y solo es necesario recordar que se debe garantizar las raíces de la ecuación característica

---

<sup>1</sup> SASTRY, SHANKAR; BODSON, MARK. "ADAPTATIVE CONTROL: Stability, Convergence and robustness". Prentice hall information and system sciences series, 1989.pags. 25-27.

del modelo de referencia se encuentren en el semiplano izquierdo del plano complejo.

En este punto surge la pregunta: ¿Por qué utilizar el análisis de Lyapunov para demostrar la estabilidad del mecanismo de ajuste? La respuesta viene dada por el hecho que los parámetros adaptativos del mecanismo de ajuste están cambiando de valor mientras no se logre que la planta siga al modelo de referencia. Por tanto, el mecanismo de ajuste constituye un sistema variante en el tiempo para el que no son validas las consideraciones de estabilidad de los sistemas LTI.

## B. 1. DEFINICIONES GENERALES

Todos los sistemas dinámicos considerados están caracterizados por ecuaciones diferenciales de la forma:

$$\dot{\theta} = f(t, \theta) \quad (\text{B.1})$$

$$\theta(t_0) = \theta_0$$

$$\theta \in R^n, t \geq 0.$$

Definiendo  $B_h$  como una bola cerrada de radio  $h$  centrada en 0 en  $R^n$ , dentro de la cual se encuentran las soluciones  $\theta(t)$  de la ecuación B.1.

**B.1.1.** Estabilidad en el sentido de Lyapunov:  $\theta = 0$  es un punto de equilibrio estable si la trayectoria  $\theta(t)$  se mantienen cerca de 0 cuando la condición inicial  $\theta_0$  es cercana a 0.

Formalmente:

$\theta = 0$  es llamado punto de equilibrio *estable* de (B.1), si, para todo  $t_0 \geq 0$  y  $\varepsilon > 0$ , existe  $\delta(t_0, \varepsilon)$  tal que:

$$|\theta_0| < \delta(t_0, \varepsilon) \Rightarrow |\theta(t)| < \varepsilon; \text{Para toda } t \geq t_0 \quad (\text{B.2})$$

Donde  $\theta(t)$  es la solución de (B.1) empezando desde  $\theta_0$  en  $t_0$ .

## B. 2. TEORÍA DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV

Una vez definida la estabilidad de punto de equilibrio en un sistema dinámico, se puede pensar cómo determinarla basándose en la teoría de estabilidad de Lyapunov.

El método de Lyapunov permite determinar la naturaleza de un punto de equilibrio de un sistema de la forma  $\dot{\theta}(t) = f(t, \theta)$  sin integrar explícitamente la ecuación diferencial. El método es una generalización de la idea que si alguna "*Medida de la*

*energía*” de un sistema esta decreciendo, entonces el sistema estable tiende a su equilibrio. Por tanto es necesario definir en que consiste una función “*Medida de la energía*” para un sistema dinámico (*Función de energía*).

**B. 2. 1. Funciones de energía:** A continuación se presentan algunas definiciones necesarias para determinar que es una función de energía:

- **Funciones clase K:** una función pertenece a la clase K si es continua, incremental, y  $\alpha(0) = 0$ .
- **Funciones definidas positivas:** Una función continua  $v(t, \theta): R_+ \times R^n \rightarrow R_+$  se denomina *definida positiva (p.d.f)* si, para alguna  $\alpha \in K$  :

$$v(t,0) = 0 \quad \text{y} \quad v(t,\theta) \geq \alpha(|\theta|) \quad (\text{B.3})$$

Para todo  $\theta \in R^n, t \geq 0$  y  $\alpha(p) \rightarrow \infty$ , si,  $p \rightarrow \infty$

Las funciones *p.d.f* son funciones del tipo *Función de energía*. Esto sin embargo no implica que la función de energía este acotada. Por esto se hace la siguiente definición:

- **Función decreciente:** La función  $v(t, \theta)$  se denomina decreciente, si existe una función  $\beta \in K$ , tal que:

$$v(t, \theta) \leq \beta(\|\theta\|) \quad \text{Para toda } \theta \in B_h, t \geq 0 \quad (\text{B.4})$$

La que es la ultima de de las condiciones que debe cumplir toda *función de energía*.

**B.2.2.** Teorema de estabilidad de Lyapunov: si una función  $v(t, \theta)$  es *p.d.f* y  $dv(t, \theta)/dt \leq 0$ , donde esta derivada es tomada a lo largo de las trayectorias que toma  $\dot{\theta}(t)$ , esto es:

$$\frac{dv(t, \theta)}{dt} = \frac{\partial v(t, \theta)}{\partial t} + \frac{\partial v(t, \theta)}{\partial \theta} f(t, \theta) \quad (\text{B.5})$$

Entonces se puede concluir la estabilidad del punto de equilibrio.

En el presente trabajo de grado se presenta el caso en que la función de Lyapunov es *p.d.f* y  $-dv(t, x)/dt \geq 0$ . Por tanto para demostrar la estabilidad del mecanismo de ajuste (18), solo es necesario demostrar que la función de Lyapunov de la que se derivo esta(16), es del tipo función de energía. La condición restante  $-dv(t, x)/dt \geq 0$  ya fue comprobada por medio de (19).

Si la función de Lyapunov es de la forma de (16), entonces, para el caso en que se cuenta con dos variables adaptativas en el proceso  $(\theta_1, \theta_2)$ , se obtiene:

$$v(e, \theta) = \frac{e^2}{2} + \frac{k_m}{2} [(\theta_1^* - \theta_1)^2 + (\theta_2^* - \theta_2)^2] \quad (\text{B.6})$$

Por tanto:

$$v(e, \theta) \geq 0 \tag{B.7}$$

Por lo que la función de Lyapunov para el mecanismo de ajuste (16) es *p.d.f*, quedando completa la demostración de estabilidad para el mecanismo de ajuste.

Un aspecto importante es que los parámetros adaptativos ( $\theta$ ) no deben ser relacionados con los reales de la planta, simplemente se requiere que los primeros sean los necesarios para lograr el seguimiento planta - modelo de referencia.

**ANEXO C. DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE CONTROL PROPUESTO  
CUANDO SE APLICA A LA NEUTRALIZACIÓN DE UNA SUSTANCIA BÁSICA.**

La ecuación 5 se redefine de la siguiente manera<sup>1</sup>:

$$\dot{Q} = \frac{1}{V} [Fb(-Cb - Q) + u_a(Ca - Q)] \quad (\text{C.1})$$

Donde  $u_a$  es el flujo de ácido (variable manipulada). La ecuación C.1 representa al CSTR.

Para el controlador:

$$u_a = \frac{V(-kQ + r) + \phi_1(\phi_2 + Q)}{Ca - Q} \quad (\text{C.2})$$

Donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son los parámetros adaptativos y la ley recursiva de ajuste de parámetros es la siguiente:

---

<sup>1</sup> Ver numeral 4.4, para una descripción de las variables involucradas.

$$\dot{\phi}_1 = -g \cdot e \cdot \frac{(-\phi_2 - Q)}{k_m \cdot V} \quad (\text{C.3})$$

$$\dot{\phi}_2 = -g \cdot e \cdot \frac{(-\phi_1)}{k_m \cdot V} \quad (\text{C.4})$$

Donde  $e$  Es el error entre la salida de la planta y el mecanismo de ajuste,  $k_m$  el inverso de la constante de tiempo del modelo de referencia y  $g$  la ganancia adaptativa.

La función de Lyapunov y su derivada se dan a continuación.

$$v(e, \phi) = \frac{e^2}{2} + \frac{k_m}{2} [(Fb - \phi_1)^2 + (Cb - \phi_2)^2] \quad (\text{C.5})$$

$$\dot{v}(e, \phi) = -k_m \cdot e^2 \quad (\text{C.6})$$

## ANEXO D. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO UTILIZADO PARA LA SIMULACIÓN.

La simulación del sistema de control adaptativo es realizada por una función de MATLAB llamada *mras*, el cual utiliza la regla trapezoidal con tamaño dependiendo del tiempo de simulación y 1000 iteraciones para aproximar las ecuaciones diferenciales del sistema. La variable de salida de la función depende del valor de un identificador. Los parámetros de entrada para la función se muestran en la tabla D.1:

*Tabla D.1 Parámetros de simulación.*

Parámetro	Etiqueta	Unidades
Señal de referencia	$r$	pH
Flujo de la sustancia a neutralizar	$F1$	Litros/segundo
Concentración de la sustancia a neutralizar	$C1$	Moles/litro
Volumen	$V$	Litros
Valor inicial para el parámetro adaptativo $\theta_1$ o $\phi_1$ <sup>1</sup>	$T1$	Adimensional
Valor inicial para el parámetro adaptativo $\theta_2$ o $\phi_2$	$T2$	Adimensional
Ganancia adaptativa para $\theta_1$ o $\phi_1$	$G1$	Adimensional
Ganancia adaptativa para $\theta_2$ o $\phi_2$	$G2$	Adimensional
Constante de tiempo del modelo de referencia	$km$	Segundos
Tiempo de simulación	$ts$	segundos
Sustancia a neutralizar	Tipo	Adimensional
Identificador	Iden	Adimensional

Fuente: autores

---

<sup>1</sup> Ver anexo C.

Las diferentes salidas de la función de acuerdo al valor del parámetro identificador se muestran en la tabla D.2:

*Tabla D.2. Salida de la función mras de acuerdo al valor del identificador.*

Identificador	Salida de la función mras	Etiqueta
1	$Q$ (diferencia de concentración molar iónica)	$xp$
2	Modelo de referencia	$xm$
3	Parámetro adaptativo $\theta_1$ o $\phi_1$	$A1$
4	Parámetro adaptativo $\theta_2$ o $\phi_2$	$A2$
5	Salida del controlador	$u$
6	Función de Lyapunov	$v$
7	Derivada de la función de Lyapunov	$vp$
9	Valor mínimo de la salida del controlador	min
10	Valor máximo de la salida del controlador	max

Fuente: Autores

Como se puede apreciar, la salida del sistema de control no esta en función de pH sino  $Q$ , por tanto, es necesario realizar la transformación a pH, la cual es hecha a través de la función  $phxp$ .

Las variables necesarias para ejecutar la simulación se almacenan en un archivo binario ( $gmras.m$ ). Cada uno de los componentes del sistema de control para ejecutar la simulación efectúa los siguientes pasos:

1. Cuando el usuario da la orden de ejecutar la simulación, el programa lee los parámetros correspondientes y los guarda en el archivo binario.
2. Abre el archivo binario, lee los parámetros para la simulación agrega el identificador de acuerdo a la salida deseada y ejecuta la simulación.

Por tanto, el archivo binario es común a todas las interfaces graficas (ventana principal y componentes del sistema de control), permitiendo de esta manera que los cambios aplicados a uno de los componentes se apliquen al resto.

Existen dos funciones de MATLAB adicionales, las cuales facilitan la presentación en forma grafica de los resultados, estas son:

- Función *modelo*: Sus argumentos de entrada son la señal de referencia y la constante de tiempo del modelo de referencia. Permite obtener de manera rápida la salida del modelo de referencia sin necesidad de ejecutar la simulación completa.
- Función *tiempo*: Su único argumento de entrada es la constante de tiempo del modelo de referencia y permite establecer la escala temporal para las diferentes graficas. Las razones por las que se ha separado de la función *mras* son las mismas explicadas para la función anterior.

## D.1 FUNCIÓN MRAS

```
function[resp] = mras(r,F1,C1,C2,V,T1,T2,G1,G2,km,ts,iden,tipo)
```

```

xp(1) = 0           ; %Condición inicial para la planta(pH=7)
xm(1) = 0           ; %Condición inicial para el modelo de referencia(pH=7)
vp(1) = 0           ; %Condición inicial para la derivada de la función de Lyapunov
v(1) = 0            ; %Condición inicial de la función de Lyapunov
A1(1) = T1          ; %Condición inicial para el mecanismo adaptativo
A2(1) = T2          ; %Condición inicial para el mecanismo adaptativo
u(1) = 0            ; %Condición inicial para la salida del controlador
max = u(1)          ; %Valor máximo de la salida de control
min = u(1)          ; %Valor mínimo de la salida de control
dt = ts/length(r)  ; %Tamaño de paso
km = 1/km           ;
if tipo==1
    for k = 1:length(r)-1,
        if r(k)>14
            r(k)=14;
        end
        if r(k)==7
            r(k) =0;
            xm(k+1)=0;
        else
            r(k) = 10^(-r(k))-10^(-14)/(10^(-r(k))) ;
            xm(k+1) = (-km*xm(k)+km*r(k))*dt + xm(k) ;%Modelo de referencia
        end

        %CSTR
        xp(k+1) = dt/V*(F1(k)*(C1(k)-xp(k))-u(k)*(C2+xp(k)))+xp(k) ;%Planta

        %error de salida%
        e = (xp(k+1)- xm(k+1)) ;%Error

        %Mecanismo adaptativo
        A1(k+1) = G1*e*(A2(k)-xp(k+1))/(km*V)*dt + A1(k) ;%Adaptación de F1
        A2(k+1) = G2*e*A1(k)/(km*V)*dt + A2(k) ;%Adaptación de C1

        %Controlador
        u(k+1) = (A1(k+1)*(A2(k+1)-xp(k+1))+V*(+km*xp(k+1)-km*r(k))) ;
        u(k+1) = u(k+1)/(C2+xp(k+1)) ;

        if u(k+1)<min
            min = u(k+1); %Nivel mínimo de la salida de control
        end
        if u(k+1)>max
            max = u(k+1); %Nivel máximo de la salida de control
    end
end

```

```

end

%Estabilidad
v(k+1) = ((e^2)+(F1(k)-A1(k+1))^2+(C1(k)-A2(k+1))^2)/2 ; %Función de Lyapunov
vp(k+1) = -e*e ; %Derivada
end
r(k+1) = 10^(-r(k+1))-10^(-14)/10^(-r(k+1)) ;

else
for k = 1:length(r)-1,
if r(k)>14
r(k)=14;
end
if r(k)==7
r(k) =0;
xm(k+1)=0;
else
r(k) = 10^(-r(k))-10^(-14)/(10^(-r(k))) ;
xm(k+1) = (-km*xm(k)+km*r(k))*dt + xm(k) ;%Modelo de referencia
end

%CSTR
xp(k+1) = dt/V*(F1(k)*(-C1(k)-xp(k))+u(k)*(C2-xp(k)))+xp(k) ;%Planta
%error de salida
e = (xp(k+1)- xm(k+1)) ;%Error

%Mecanismo adaptativo
A1(k+1) = G1*e*(-A2(k)-xp(k+1))/(km*V)*dt + A1(k) ; %Adaptación de F1
A2(k+1) = -G2*e*A1(k)/(km*V)*dt + A2(k) ; %Adaptación de C1

%Controlador
u(k+1) = (A1(k+1)*(A2(k+1)+xp(k+1))+V*(-km*xp(k+1)+km*r(k))) ;
u(k+1) = u(k+1)/(C2-xp(k+1)) ;

if u(k+1)<min
min = u(k+1); %Nivel mínimo de la salida de control
end
if u(k+1)>max
max = u(k+1); %Nivel máximo de la salida de control
end

%Estabilidad
v(k+1) = ((e^2)+(F1(k)-A1(k+1))^2+(C1(k)-A2(k+1))^2)/2 ;%Función de Lyapunov
vp(k+1) = -e*e ;%Derivada de la función de Lyapunov
end
end

if iden == 1
resp = xp;
end
if iden == 2
resp = xm;
end
if iden == 3

```

```

resp = A1;
end
if iden == 4
resp = A2;
end
if iden == 5
resp = u;
end
if iden == 6
resp = v;
end
if iden == 7
resp = vp;
end
if iden == 9
resp = min;
end
if iden == 10
resp = max;
end

```

## D.2. FUNCIÓN MODELO.

```
function[xm] = modelo(r,km,ts)
```

```
xm(1)=0; %Valor inicial del modelo de referencia
```

```
%Parametros de simulación
```

```
km = 1/km ;
```

```
dt = ts/length(r) ;%Tiempo de simulación
```

```
h = length(r)-1 ;
```

```
for k = 1:h,
```

```
if r(k)==7
```

```
    r(k) = 0;
```

```
    xm(k+1) = 0;
```

```
else
```

```
    r(k) =  $10^{-(r(k))} - 10^{-14} / (10^{-(r(k))})$  ;
```

```
    xm(k+1) = (-km*xm(k)+km*r(k))*dt + xm(k);
```

```
end
```

```

end
if r(h+1)==7
    r(k+1)=0;
else
    r(h+1) = 10^(-r(k+1))-10^(-14)/(10^(-r(k+1))) ;
end

```

### D.3. FUNCIÓN TIEMPO.

```

function[t] = tiempo(km,ts);
dt = ts/1000 ;
t(1) = 0 ;
for k = 1:1000,
t(k+1)=k*dt;
end

```

### D.4. FUNCIÓN PHXP

```

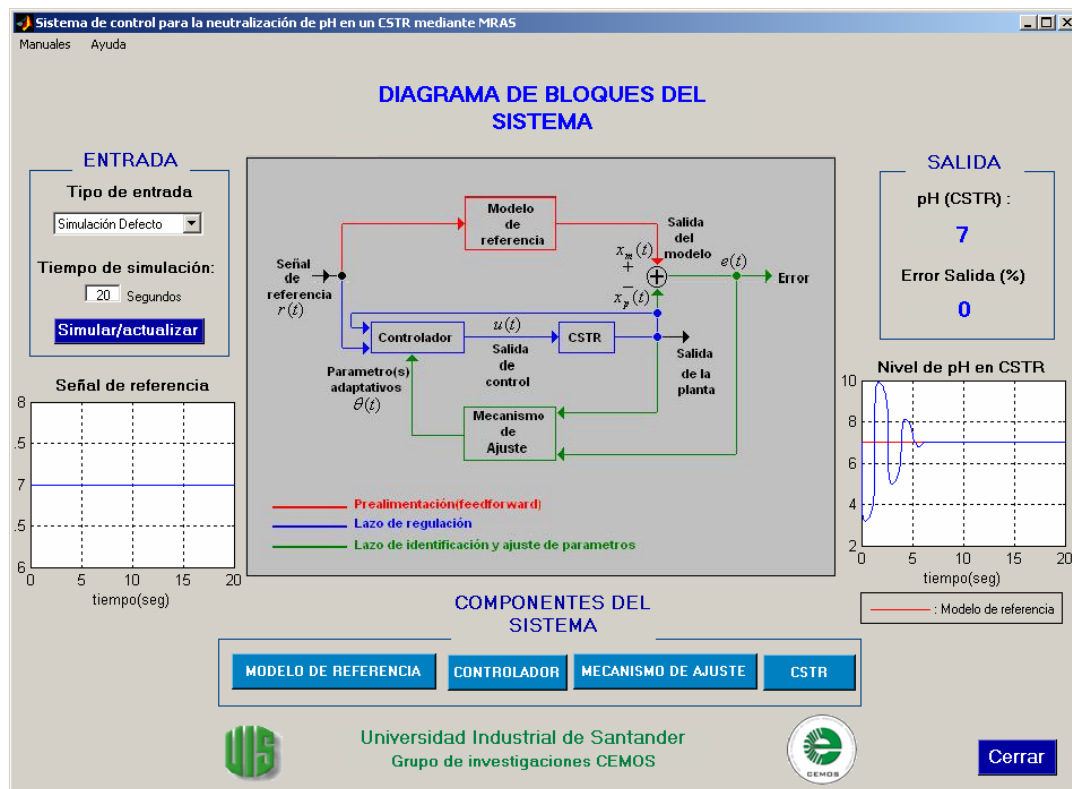
function [out]= phxp(in)
for i=1:length(in),
    if in(i)>9E-8
        ph(i)=-log10(in(i));
    elseif in(i)<-9E-8
        ph(i)=(log10(-in(i))+14);
    else
        ph(i)=7;
    end
end
out=ph;

```

## ANEXO E. DESCRIPCIÓN DE LA INTERFAZ GRAFICA IMPLEMENTADA

Para acceder a la interfaz se digita GUI\_MRAS en el prompt de MATLAB 6.5, apareciendo la ventana mostrada en la figura E.1:

Figura E.1. Ventana principal de la interfaz grafica.



Fuente: Autores.

La ventana principal consta de los siguientes elementos:

- **Entrada:** Permite escoger y ver la grafica del tipo de señal de referencia (Simulación por defecto, pH neutro, escalón, onda cuadrada). También se puede escoger el tiempo durante el que se desea realizar la simulación. El botón actualizar/simular aplica los cambios e inicia la simulación.
- **Salida:** Muestra indicadores del nivel de pH en el CSTR y el porcentaje de error final entre este y la señal de referencia. En la parte inferior se muestra la grafica del nivel de pH en el CSTR (azul) y el modelo de referencia (rojo).
- **Diagrama de bloques del sistema de control.**
- **Componentes:** El presionar alguno de los botones abre una ventana que permite apreciar en detalle el comportamiento del componente respectivo del sistema de control, modificar sus parámetros y apreciar sus graficas. Cada componente es una interfaz grafica diferente, por lo que al regresar a la ventana principal luego de hacer cambios en cualquiera de los componentes, se debe presionar el botón aplicar/simular para hacer efectivos los cambios.

## E. 1. VENTANA PRINCIPAL

La apariencia de la ventana principal ya se ha mostrado en la figura E.1 y como se ha dicho, permite escoger varias señales de referencia, estas son:

- **Simulación defecto:** Valores estándar de simulación tomados de CSTR reales.
- **pH neutro:** Muy similar a la simulación por defecto pero permite hacer variaciones en los diferentes componentes del sistema de control y aplicarlos a la ventana principal.
- **Escalón:** Señal con valor máximo ocho y mínimo seis. Permite apreciar los cambios experimentados por la salida del modelo de referencia si se cambia la constante de tiempo de este.
- **Onda cuadrada:** Crea una señal de referencia de esta forma con valor máximo de 10(básico) y mínimo de 6(acido).

## E.2. MODELO DE REFERENCIA

Al presionar el botón correspondiente al modelo de referencia en la ventana principal se despliega una interfaz cuya apariencia se muestra en la figura E.2 .

Figura E. 2. Interfaz grafica para el modelo de referencia.



Fuente: Autores

En la parte superior se presenta una corta descripción de la función y características del modelo de referencia, en la parte inferior se muestra la gráfica de la respuesta del modelo a la entrada de referencia. La constante de tiempo del modelo de referencia puede ser cambiada con el cuadro de texto en la parte inferior de la ventana introduciendo el valor deseado y presionando enter; en caso de que el valor digitado sea invalido, aparece un cuadro de advertencia y detiene la simulación.

### E.3. CONTROLADOR

Al presionar el botón correspondiente al controlador en la ventana principal, se despliega la interfaz grafica mostrada a continuación en la figura E.3.

Figura E.3. Interfaz grafica para el controlador.



Fuente: Autores

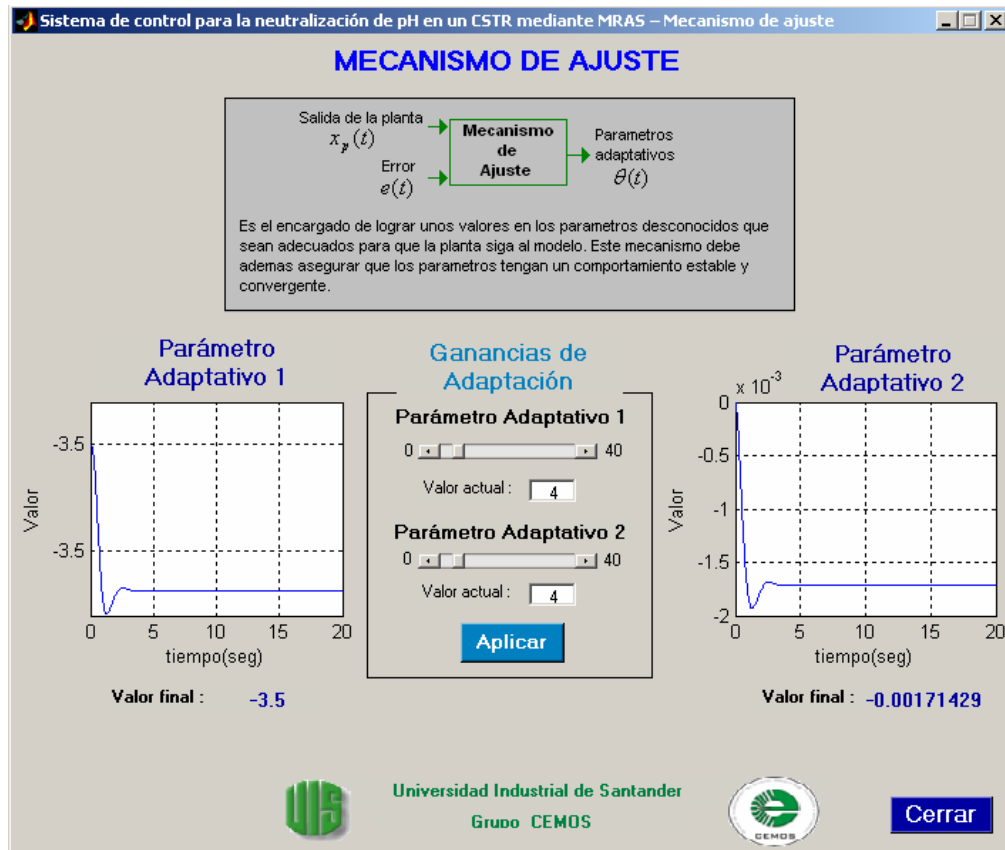
Permite apreciar y cambiar la concentración del neutralizante, y ver la grafica de su flujo (Salida del controlador), Por tanto, el usuario puede cambiar la concentración y ver en la grafica los cambios que se producen en la salida de control. En la parte inferior presenta los valores mínimo, máximo y final de la salida, los cuales son útiles para detectar la presencia de flujos de valor demasiado alto.

Para ejecutar la simulación, se introduce la concentración de la base en el cuadro de texto y se presiona enter; el botón cerrar regresa a la ventana principal.

#### **E.4. MECANISMO DE AJUSTE**

La forma de acceder a este componente es similar a los anteriores y su interfaz se muestra en la figura E.4.

Figura E.4. Interfaz grafica para el mecanismo de ajuste.



Fuente: Autores

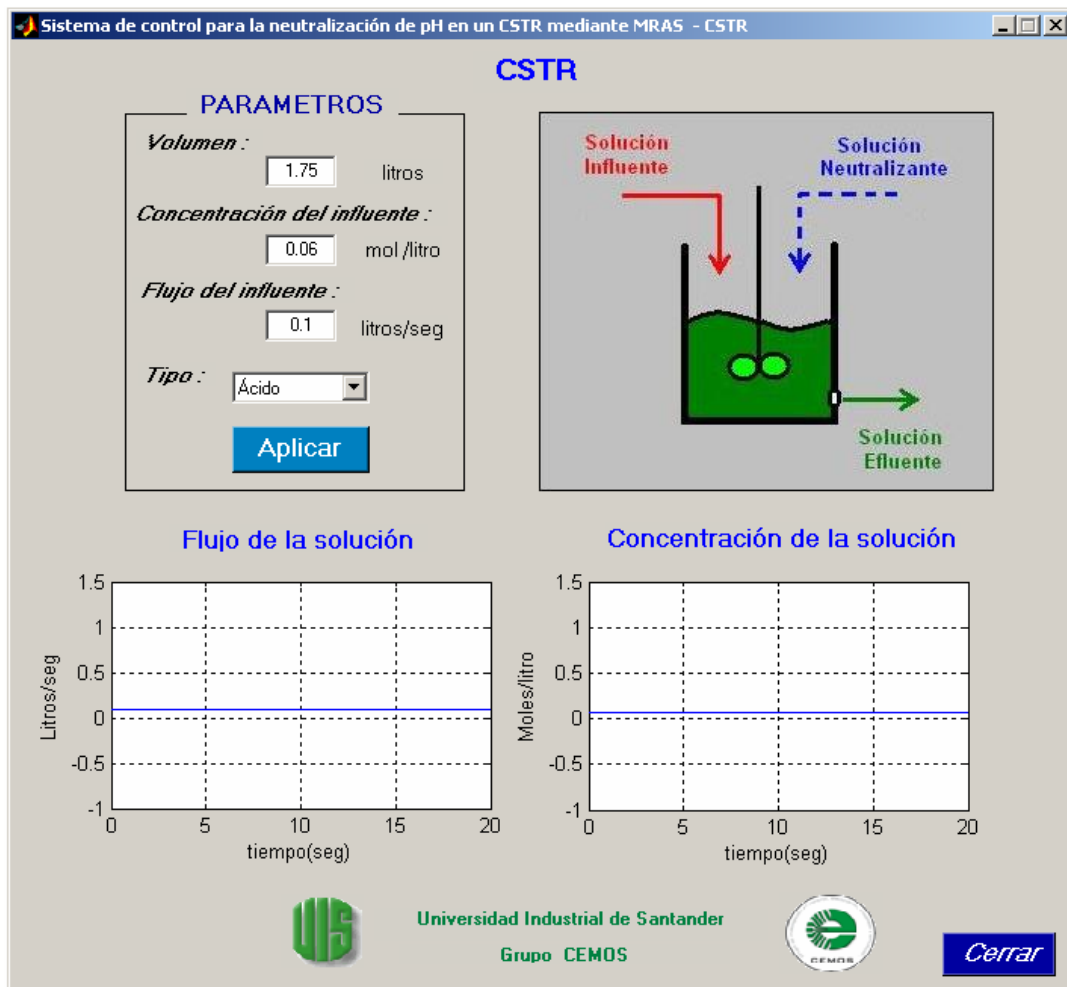
En esta interfaz se muestran las graficas correspondientes a las variables adaptativas del proceso (Variable adaptativa 1 =  $\theta_1$ ; Variable adaptativa 2 =  $\theta_2$ ); permite variar las ganancias y muestra el valor de los parámetros ajustados.

Para ejecutar se introducen los valores deseados en los cuadros de texto correspondiente y se presiona el botón aplicar. Para regresar a la ventana principal se presiona cerrar.

## E.5. CSTR

La interfaz grafica de este componente del sistema de control se muestra en la figura E.6.

Figura E.6. Interfaz grafica para el CSTR.



Fuente: Autores

Muestra las graficas del flujo y concentración de la solución a tratar en el CSTR, los cuales son desconocidos para el resto del sistema de control. También permite cambiar el volumen del CSTR.

Para iniciar la simulación se introducen los valores deseados y se presiona el botón aplicar.

## ANEXO F. GUÍA DE LABORATORIO:

### 1. INTRODUCCIÓN

El proceso de neutralización de pH en un tanque reactor de mezclado continuo (CSTR), es una de las aplicaciones más exigentes, críticas y comunes de los sistemas de control automático. Algunas de las características que posee esta aplicación son:

- Es altamente no lineal.
- Los parámetros del proceso son variantes en el tiempo.

Por estas razones las estrategias de control utilizadas tradicionalmente no se adecuan a este proceso. La presente práctica busca mediante la utilización de un software didáctico de simulación, presentar una estrategia de control diferente a las estudiadas en clase y acorde a estas características: **Control Adaptativo con Modelo de Referencia (MRAS)**.

### 2. REQUISITOS

El estudiante deberá conocer los conceptos básicos acerca de la notación pH, reacciones ácido-base, así como también de los diferentes componentes del sistema de control adaptativo con modelo de referencia.

### 3. OBJETIVOS

Familiarizar al estudiante con una técnica de control no convencional cuya utilización puede ser de importancia durante su ejercicio profesional.

Al finalizar la práctica el estudiante deberá estar en capacidad de:

- Comprender el funcionamiento del proceso de control de pH en un tanque reactor de mezclado continuo.

- Comprender las razones por las cuales este proceso no es compatible con las técnicas de control tradicionales.
- Conocer los diferentes componentes del sistema de control adaptativo con modelo de referencia y su función.

### 4. MARCO TEORICO

#### 4.1. Reacciones ácido-base en un Tanque Reactor de Mezclado Continuo (CSTR).

Cuando una solución ácida reacciona con una solución básica se produce una sustancia cuya característica de acidez, expresada en nivel de pH, dependerá del flujo y concentración de cada una de los reactivos.

Un tanque reactor de mezclado continuo (figura 1), es un dispositivo al que llega una solución influente con parámetros de concentración y flujo desconocidos para mediante la variación del flujo de una solución neutralizante de concentración conocida, establecer un nivel de pH neutro al interior del tanque. La solución neutralizada es evacuada como solución efluente, manteniendo un volumen constante dentro del mismo.

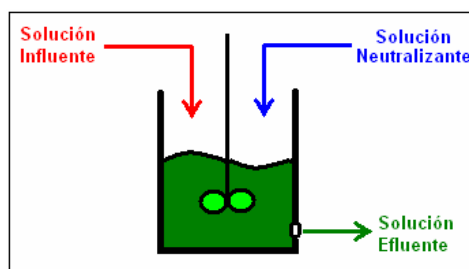


Figura 1. Tanque reactor de mezclado continuo.

## 4.2. Esquema de control adaptativo con modelo de referencia.

Cuando la planta a controlar presenta parámetros desconocidos y/o variantes en el tiempo, es necesario incluir en el sistema de control mecanismos que permitan la estimación de estos parámetros.

Un modelo de referencia es un sistema LTI de primer orden cuya función es establecer el comportamiento en lazo cerrado del sistema.

El esquema de control adaptativo (figura 2) utiliza un mecanismo de ajuste para el cálculo de los parámetros adaptativos del proceso que permitan, en lazo cerrado, que la salida de la planta siga al modelo de referencia.

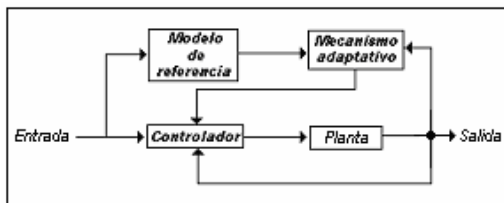


Figura 2. Diagrama de bloques del esquema de control.

Para el control de pH en un CSTR, la entrada es el nivel de pH deseado en la solución efluente. El mecanismo de ajuste realiza la estimación de las variables adaptativas (flujo y concentración de la base) necesarios para que la planta siga al modelo de referencia. El controlador toma la señal proveniente del mecanismo de ajuste y determina el flujo de solución neutralizante a ser inyectada en el CSTR.

## 5. PROCEDIMIENTO

1. Desde el prompt de MATLAB digite GUI\_MRAS y presione enter. Se mostrará la ventana principal de la interfaz grafica.

2. Escoja como tipo de entrada escalón. ¿Qué relación nota entre la gráfica de nivel de pH en el CSTR y la entrada?

¿Qué relación aprecia entre este nivel y el modelo de referencia?

3. Presione el botón correspondiente al modelo de referencia y cambie el valor de la constante de tiempo a 2 segundos. Cierre la ventana del modelo de referencia, regrese a la ventana principal y presione el botón simular/actualizar. Comente los cambios experimentados por la grafica del nivel de pH en el CSTR.

4. Escoja como tipo de entrada pH neutro. Presione simular/actualizar, luego dirijase al mecanismo de ajuste, anote los valores finales de las variables adaptativas. Aumente las ganancias adaptativas a 10, presione aplicar. ¿Qué cambios experimenta el mecanismo de ajuste? ¿Cambia el valor final de las variables adaptativas?, con base en esto deduzca la función de las ganancias adaptativas dentro del mecanismo de ajuste. Regrese a la ventana principal, actualícese la simulación y comente los cambios en el nivel de pH en el CSTR. Regrese las ganancias adaptativas a 2.

5. Dirijase al controlador y anote los valores de flujo mínimo, máximo y final de la salida de control. Ahora cambie el valor de la concentración de la base a 0.9 moles/litro y anote los mismos valores. ¿Explique los cambios experimentados? Regrese el valor de concentración de base a 0.06 moles/litro.

6. Para la misma entrada del numeral anterior, dirijase al CSTR y cambie el valor de flujo de ácido a 0.5 litros/segundo y concentración de ácido a 0.1 mol/litro (esto simula los cambios repentinos que ocurren en un CSTR real). Regrese a la ventana principal y actualice la simulación ¿Qué cambios ocurren en el nivel de pH en el CSTR? ¿Que diferencia encuentra entre el comportamiento de un sistema de control adaptativo y los estudiados en clase? Dirijase al mecanismo de ajuste y al controlador, comente los cambios experimentados.