

**DISEÑO DE LOS PARÁMETROS DE SENSADO
COMPRESIVO EN UNA ARQUITECTURA DE
TOMOGRFÍA COMPUTARIZADA 3D CON UN HAZ
DE RAYOS-X CÓNICO**

HELMUTH DANIEL MALDONADO ANTOLINEZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÑICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2016

DISEÑO DE LOS PARÁMETROS DE SENSADO COMPRESIVO EN UNA ARQUITECTURA DE TOMOGRFÍA COMPUTARIZADA 3D CON UN HAZ DE RAYOS-X CÓNICO

HELMUTH DANIEL MALDONADO ANTOLINEZ

Trabajo de grado para optar por el título de:
Ingeniero de Sistemas

Director:

Ph.D HENRY ARGUELLO FUENTES

Codirector:

M.Sc. MIGUEL ÁNGEL MÁRQUEZ CASTELLANOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECAÓNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE SISTEMAS E INFORMÁTICA
BUCARAMANGA

2016

A Dios por darme una familia que siempre me ha apoyado y ha creído en mí.

A mi madre por darme ánimos en los momentos difíciles, motivarme dándome su confianza y enseñarme a soñar.

A mi padre que me enseñó a aprovechar mis talentos y me instruyó a dar lo mejor de mí.

A mi tía por ser mi segunda madre, por siempre bendecirme y apoyarme en todos los planes que emprendo.

A mis nonos y a mi tío, que, a pesar de no estar presentes físicamente, sé que me bendicen, me acompañan y me brindan su apoyo incondicional.

A todos mis amigos y a aquellas personas que fueron parte de mi formación, acompañándome en los momentos que necesite, otorgándome lecciones de vida, por confiar en mí y animarme.

HELMUTH DANIEL MALDONADO ANTOLINEZ

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa su agradecimiento:

Al profesor Henry Arguello por sus enseñanzas, confianza, consejos y guía, por introducirme al mundo de la investigación .

A Miguel Márquez por su dedicación, paciencia y valiosos aportes en mi formación. Por demostrarme que con esfuerzo cualquier meta se puede cumplir.

A Dayanna Espinosa, mi novia, por su constante apoyo, compañía, motivación, fuente de inspiración en su forma de luchar con valentía ante cualquier adversidad.

Índice general

INTRODUCCIÓN	13
1 TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA	15
1.1 Diseño e historia del escáner CT	15
1.2 Generaciones de CT	18
1.3 Dosis de radiación	22
2 Modelos de representación en tomografía computarizada	23
2.1 Modelo de representación continuo a continuo	23
2.2 Modelo de representación discreto	24
3 SENSADO COMPRESIVO	26
3.1 Dispersión	26
3.2 Incoherencia	26
4 RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES CT A PARTIR DE PROYECCIONES CAPTURADAS EN UNA ARQUITECTURA CT COMPRESA	28
5 SIMULACIONES Y RESULTADOS	32
5.1 Algoritmos para captura y reconstrucción de imágenes CT	32
5.1.1 Herramienta ASTRA	32
5.1.2 Algoritmo SpaRSA	33
5.2 Imágenes de tomografía computarizada	36
5.3 Métricas	39
5.4 Reconstrucciones	39
6 CONCLUSIONES	52
REFERENCIAS	53
BIBLIOGRAFÍA	56

Índice de figuras

1.1	Wilhelm Conrad Röntgen y la primera fotografía por rayos-X	15
1.2	Escaner utilizado por Hounsfield y imagen de un cerebro	17
1.3	Diferentes generaciones de la tomografía computarizada	21
4.1	Estrategia DRD visualmente	29
4.2	Estrategia SRD visualmente	30
4.3	Estrategia SDRD visualmente	31
5.1	Arquitectura CT con haz de rayos-X cónico en (a) sin código de apertura, y en (b) con código de apertura.	32
5.2	Relación entre tiempo de computación con respecto a cantidad de cortes transversales.	33
5.3	Variación PSNR con respecto al Tau	34
5.4	Variación PSNR con respecto a la cantidad de iteraciones en el algoritmo SpaRSA	35
5.5	Variación del tiempo con respecto a la cantidad de iteraciones en el algoritmo SpaRSA	36
5.6	Imagen real de CT 1	37
5.7	Imagen real de CT 2	37
5.8	Imagen sintética de CT 1	38
5.9	Imagen sintética de CT 2	38
5.10	Imagen real de tórax humano(1) reconstruido por estrategias de sensado	43
5.11	Imagen sintética reconstruida por estrategias de sensado	44
5.12	Imagen real de tórax humano(2) reconstruido por estrategias de sensado	45
5.13	Análisis de la reconstrucción transversal para imagen real de tórax humano(1)	46
5.14	Análisis de la reconstrucción transversal para una imagen sintética	47
5.15	Análisis de la reconstrucción transversal para imagen real de tórax humano(2)	48
5.16	Análisis de la reconstrucción horizontal para imagen real de tórax humano(1)	49
5.17	Análisis de la reconstrucción horizontal para una imagen sintética	50

5.18 Análisis de la reconstrucción horizontal para imagen real de tórax humano(2)	51
---	----

Índice de cuadros

1.1	Tabla de dosis de radiación en diferentes aplicaciones medicas. Datos tomados de [1]	22
5.1	Tiempo para generar un angulo de la matriz del sistema según cantidad de cortes transversales.	33
5.2	Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.6 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales	40
5.3	Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.7 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales	41
5.4	Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.8 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales	41
5.5	Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.9 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales	42

Resumen

TITULO: DISEÑO DE LOS PARÁMETROS DE SENSADO COMPRESIVO EN UNA ARQUITECTURA DE TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA 3D CON UN HAZ DE RAYOS-X CÓNICO.^(*)

AUTOR: HELMUTH DANIEL MALDONADO ANTOLINEZ ^(**)

PALABRAS CLAVE: Tomografía computarizada, sensado compresivo, haz de rayos-X cónico, estrategias de sensado, códigos de apertura.

La tomografía computarizada (CT, de su sigla en ingles) es una técnica no invasiva que permite la detección y clasificación de la estructura interna de un objeto. Sin embargo, en varias aplicaciones científicas y comerciales, las altas dosis de radiación generadas pueden ocasionar alteraciones en la muestra. Con el fin de reducir las dosis de radiación, se han desarrollado diferentes estrategias de muestreo, donde se modifican ciertos parámetros como la cantidad de ángulos de visión. Sin embargo, la reducción de las medidas (ángulos) causa un problema inverso mal planteado que genera problemas de modelado. La tomografía computarizada con códigos de apertura es una alternativa para estas limitaciones. En otros trabajos se han planteado estrategias de muestreo que por medio de códigos de apertura han logrado reducir radiación y el tiempo de toma de la muestra, sin embargo, estos trabajos han sido realizado en una arquitectura CT bidimensional. La arquitectura de haz de rayos-X cónico, a diferencia de la bidimensional, obtiene imágenes tridimensionales del objeto de interés, de esta manera reduciendo el tiempo que se expone a radiación. En este proyecto, se investiga y simulan estrategias de sensado, por medio de modificación de parámetros, para una arquitectura de haz de rayos-X cónico en tomografía computarizada compresiva, de esta manera utilizando menos medidas que las necesitadas por la teoría de muestreo clásico sin perder información. Estas estrategias son probadas en una arquitectura de haz cónico de rayos-X, mientras otros estudios se han realizado en arquitecturas de haz bidimensional, por lo tanto reduciendo menor calidad y logrando ser mas eficientes en las reconstrucciones. Los resultados indican que con tan solo el 25 % de las muestras, es posible obtener desde 26dB hasta 50dB en las imágenes reconstruidas.

^(*) Trabajo de Investigación.

^(**) Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería de Sistemas e Informática. Director, Henry Arguello Fuentes. Codirector, Miguel Ángel Márquez Castellanos.

Abstract

TITLE: DESIGN OF THE COMPRESSIVE SAMPLING PARAMETERS IN A CONE-BEAM COMPUTED TOMOGRAPHY ARCHITECTURE^(*)

AUTHOR: HELMUTH DANIEL MALDONADO ANTOLINEZ ^(**)

KEYWORDS: Computed tomography, compressive sampling, cone-beam, sampling strategies, coded apertures.

Computed tomography (CT) is a non-invasive and non-intrusive technique that allows the detection and classification of the internal structure of an object. However, in several scientific and commercial applications, the high doses of radiation generated by the CT scanner significantly increase the risk of damaging the object of interest. To reduce the radiation, several sampling strategies have been developed where certain parameters such as the amount of vision angles are modified. However, the reduction of measurements leads to a highly ill-posed inverse problem, sensitive to measurements and modeling errors. Coded aperture X-ray tomography is one approach that can overcome these limitations. In previous works, sampling strategies implementing coded apertures have been proposed and have achieved a reduction in the doses of radiation and the capture time for the measurements, however, these works have a fan-beam approach. The cone-beam architecture for computed tomography obtains 3D images of the complete object of interest, thus reducing the time it is exposed to radiation. In this paper we investigate and test sampling strategies for a cone-beam architecture in compressive computed tomography, in this way employing fewer measurements than expected from the classical sampling theory without a significant loss of information. These strategies are tested for a cone-beam architecture, whereas previous approaches were developed in a fan-beam architecture. The results indicate that by using just 25 % of the samples, it is possible to obtain from 26 dB until 50 dB in the reconstructed images.

^(*) Research Work.

^(**) School of Physical-Mechanical Engineering. Department of Systems Engineering and Informatics. Advisor, Henry Arguello Fuentes. Co-advisor, Miguel Ángel Márquez Castellanos.

INTRODUCCIÓN

La tomografía computarizada (CT, de sus siglas en inglés) es una técnica no invasiva que permite la detección y clasificación de la estructura interna de un objeto. Tradicionalmente en CT, se implementan escáneres de rayos-X, los cuales emiten un haz de rayos-X a través de un objeto. Estos rayos son atenuados, en función de la densidad del objeto, y captados por un sensor ubicado en el lado opuesto de la fuente [2]. Los datos adquiridos por el sensor se traducen a imágenes de atenuación de rayos-X que están dadas por la ley de Beer-Lambert [3].

La tomografía computarizada se ha convertido en un método indispensable tanto en aplicaciones comerciales y científicas, tales como: diagnóstico médico [4], petróleo [5], análisis de materiales [6], aceleradores lineales [7], hidrología [8], laminografía [9], tomosíntesis [10] y metrología [11], entre otras. Sin embargo, en diversas aplicaciones, el uso de altas dosis de radiación pueden resultar destructivas o, en el caso de los seres humanos, cancerígenas [12]. Debido a esto, el estudio de técnicas de muestreo que permitan reducir las dosis de radiación sin sacrificar la calidad de las imágenes CT ha sido de gran interés.

La teoría del muestreo compresivo (CS, de sus siglas en inglés) establece que una señal puede ser reconstruida a partir de menos medidas que las establecidas por los métodos tradicionales de reconstrucción, siempre y cuando se cumplan dos criterios fundamentales [13]. El primer criterio es que la señal sea dispersa en algún dominio, y el segundo criterio consiste en la incoherencia entre las medidas [14]. Actualmente, la teoría de CS es aplicada al problema de reconstrucción de imágenes CT [15], mediante la implementación de códigos de apertura. Estos códigos están ubicados al frente de la fuente de rayos-X y permiten bloquear o dejar pasar los rayos-X a través del objeto. Debido a esto, CS en CT permite obtener reconstrucciones de buena calidad con menores dosis de radiación.

Múltiples trabajos de CS en CT han sido desarrollados con el fin de obtener reconstrucciones de mayor calidad sin aumentar las dosis de radiación [16]. Uno de los trabajos más recientes y con gran impacto es el desarrollado por David Brady, el cual desarrolla y evalúa estrategias de sensado para CS en CT [17], por medio de la modificación de ciertos parámetros (detectores, ángulos).

Sin embargo, estas estrategias de sensado están orientadas a arquitecturas bidimensionales. Por lo tanto, la reducción de dosis de radiación está limitada a cada corte transversal por separado, ignorando la estructura tridimensional del objeto. La arquitectura con haz de rayos-X cónico es más eficiente que la bidimensional y emite una menor dosis de radiación, debido a que son necesarias menos capturas, y cabe resaltar que además genera reconstrucciones tridimensionales. No es necesario tomar medidas de muchos cortes transversales para reconstruir una imagen tridimensional. En este trabajo se propone el modelo matemático para las estrategias de sensado compresivo en una arquitectura de tomografía computarizada en 3D con haz de rayos-X cónico. Mediante el cual se busca obtener imágenes de mayor calidad que las obtenidas con las estrategias tradicionales de sensado.

1. TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA

La tomografía computarizada (CT, de sus siglas en inglés), se utiliza para determinar la estructura interna de un objeto a partir de las medidas de sus proyecciones. Las exploraciones CT se utilizan en numerosas aplicaciones, donde el objeto de interés no tiene un acceso directo, por ejemplo el interior de un cuerpo humano. De esta manera, podemos adquirir una imagen del interior de un objeto por medio de proyecciones sin necesidad de generar una apertura en el objeto. Uno de los ejemplos más aplicados y conocidos es el uso de los escáneres CT en medicina, donde se adquieren imágenes de un paciente utilizando rayos-X.

1.1. DISEÑO E HISTORIA DEL ESCÁNER CT

El 8 de noviembre de 1895 el profesor y científico alemán de la universidad de Wurzburg, Wilhelm Conrad Röntgen, Fig. 1.1a, descubrió accidentalmente la radiación conocida como rayos-X. Para Röntgen esta radiación fue algo tan inexplicable y misteriosa que tomó la inspiración de los matemáticos y llamó a la radiación con el símbolo x: el símbolo de lo desconocido en matemáticas. Este descubrimiento fue tan importante que culminó con Röntgen ganando el primer premio Nobel en física [18]. En su reporte oficial de su investigación adjuntó la imagen por rayos-X de la mano de su esposa figura 1.1b.

Figura 1.1: Wilhelm Conrad Röntgen (a) y la primera fotografía por rayos-X (b).



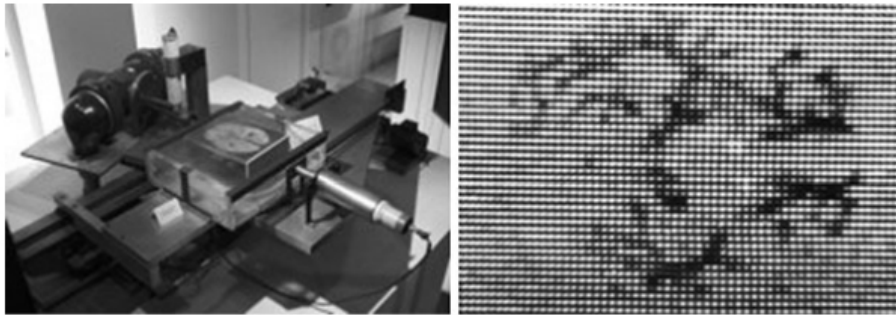
Fuente: [Libro] X-ray computed tomography in biomedical engineering, 2011.

La técnica de generar imágenes de rayos-X permitió la observación de las estructuras internas de una persona sin necesidad de una intervención quirúrgica, por lo tanto la prioridad fue construir dispositivos para tomar estas imágenes en aplicaciones medicas. Para el año 1897, William Morton tomo la primera imagen de un esqueleto completo por medio de rayos-X. A través de los años el diseño de maquinas de rayos-X fue mejorado para obtener imágenes bidimensionales del interior del cuerpo humano de mejor calidad. Thomas Alva Edison realizo una gran contribución al desarrollo de técnicas de imágenes medicas, fue el autor de varias mejoras al diseño de los tubos de rayos-X. El alemán Hermann von Helmholtz, investigo la naturaleza de los rayos-X; su interés estaba relacionado con las ecuaciones matemáticas que describían las propiedades de los rayos y median que tanto podían penetrar diferentes materiales.

El descubrimiento de los rayos-X fue algo necesario, pero no era suficiente para desarrollar la teoría de la tomografía computarizada, se requería el desarrollo de técnicas computacionales y dispositivos mas avanzados. Por lo tanto solo hasta el año 1956 fue que el investigador Allan MacLeod Cormack comenzó a trabajar en el problema de la reconstrucción de una imagen a partir de proyecciones de rayos-X. Primeramente el resolvió el problema teóricamente y luego confirmo sus resultados experimentando con chuletas de cerdo y un aparato que el mismo construyo [19]. Cormack no se enfoco en la aplicación practica de su investigación debido a que era un físico teórico, por lo tanto el trabajo del ingles Godfrey Newbold Hounsfield fue necesario para la construcción del primer escáner CT. En 1967 Hounsfield comenzó su investigación en tomografía, desarrollando un enfoque diferente al problema de la reconstrucción y utilizando el poder de los computadores disponibles a su alcance para hacer complicados cálculos.

Inicialmente Hounsfield utilizo radiación gama, la cual tiene propiedades similares a los rayos-X, pero genera menor cantidad de radiación y debido a esto generar una imagen demoraba hasta nueve dias. El primer experimento se realizo en un cerebro humano preparado en formalina, y luego de 28 mil medidas y un proceso de reconstrucción que demoro al rededor de dos horas y media, una imagen se obtuvo con suficiente contraste como para poder observar las diferencias en los tejidos del cerebro. La resolucion de la imagen fue de 80×80 pixeles figura 1.2.

Figura 1.2: Escaner utilizado por Hounsfield(a) y imagen reconstruida de un cerebro para experimentos(b).



a. b.
Fuente: [Libro] X-ray computed tomography in biomedical engineering, 2011.

Hounsfield finalmente patentó su máquina en 1968 [20]. Para confirmar su investigación necesitó probar sus experimentos en tejidos humanos vivos. Hounsfield tomó esta oportunidad para mejorar el diseño de su escáner, cambiando la fuente de rayos gamma por una de rayos-X. De esta manera el tiempo de tomar medidas bajó a nueve horas y el proceso de la reconstrucción de la imagen se redujo a 20 minutos.

Es interesante notar cómo dos personas que son reconocidos como los padres de la tomografía computarizada, Allan MacLeod Cormack y Godfrey Newbold Hounsfield, se vieron personalmente por primera vez en 1979 en la ceremonia donde ambos ganaron el premio Nobel en medicina por la creación de la tomografía computarizada [18]. Después de estas bases en la tomografía computarizada muchos más aportes fueron realizados, los cuales se pueden conocer más detalladamente en [21]. Sin embargo, en la siguiente sección se incluye un resumen de las diferentes generaciones y arquitecturas que se dieron con los avances en el área del CT. Escáneres CT contemporáneos pueden escanear en pocos milisegundos y reconstruir una imagen de alta resolución.

1.2. GENERACIONES DE CT

Un modelo inicial de los escáneres CT esta compuesto por una fuente que emite rayos-X los cuales pasan a través de un objeto, y son absorbidos o dispersados. Este proceso genera una diferencia de intensidad en los rayos-X y esta diferencia se mide en lado contrario a la fuente, donde se ubican unos sensores o detectores que almacenan esta información. Actualmente existen 7 generaciones de tomografos explicados a continuación.

■ Primera generación (1G) figura 1.3 a

La primera generación de CT consta de una fuente de rayos-X que emite un único rayo-X en forma de aguja, que se genera del haz cónico de rayos-X por medio de un colimador con un solo agujero. Esta arquitectura se conoce como unidimensional. Un único detector es ubicado a lado contrario de de la fuente. El detector se mueve en sincronía con la fuente. Este desplazamiento es lineal y se repite para diferentes ángulos de visión. Según las propiedades específicas de atenuación de un tejido, la intensidad del rayo-X es atenuada y proyectada a un cuerpo. La atenuación del rayo-X es medida por el detector y almacenada digitalmente. Para cada angulo este proceso genera una imagen unidimensional sencilla, con la cual aun no es posible determinar la distribución espacial de los coeficientes de atenuación. Por lo tanto para poder observar la ubicación de dos objetos consecutivos en una línea de proyección, se debe de realizar el proceso a lo largo también. Por este motivo CT visualiza a un objeto por todos los lados, y el angulo de proyección va variando entre 0°y 180°.

■ Segunda generación (2G) figura 1.3 b

La segunda generación de la tomografía computarizada cuenta con una fuente de rayos-X de haz bidimensional estrecho y un corto arreglo de detectores que consiste de aproximadamente 30 elementos. Sin embargo, debido a que el angulo que se genera del haz bidimensional es estrecho, la fuente de rayos-X y el arreglo de detectores necesitan moverse de manera lineal de lado a lado antes de pasar a otro ángulo de visión para hacer otra proyección. Este angulo que se genera del haz bidimensional es de aproximadamente 10°. A pesar de necesitar un movimiento lineal de lado a lado, el tiempo de adquisición se redujo en algunos minutos por cada corte transversal, debido a que el arreglo de detectores puede medir diferentes intensidades simultáneamente. Sin embargo solo se podía usar esta arquitectura con un objeto o un área muy pequeña, debido a esta razón y a los largos tiempos de adquisición, los escáneres de primera y segunda generación fueron principalmente utilizados para generar imágenes del cráneo. El cráneo no se mueve mientras se adquieren las

medidas, a diferencia de el área del tórax, pulmones, corazón, y debido a esto se podía generar una mejor reconstrucción.

■ **Tercera generación (3G) figura 1.3 c**

Cuando se desarrollo esta arquitectura la meta era reducir el tiempo de adquisición de las medidas a menos de veinte segundos. Esto con el motivo de adquirir una imagen del abdomen con un mínimo error mientras el paciente sostenía la respiración. Un paso para llegar a esta meta se dio cuando se tomo la segunda generación de CT y se introdujo un mayor angulo generado por el haz bidimensional y de manera correspondiente un arreglo de detectores mas extenso. Esta arquitectura sigue utilizándose actualmente con un haz bidimensional de rayos-X de entre 40° y 60°, y el arreglo de detectores tiene una forma de arco contando con desde 400 hasta 1000 elementos. De esta manera es posible escanear simultáneamente todo un torso humano en cada ángulo de visión. Por lo tanto los escáneres de tercera generación abandonaron el concepto de moverse linealmente de lado a lado. El tiempo de adquisición se redujo notablemente debido a que se genera una rotación continua.

■ **Cuarta generación (4G) figura 1.3 d**

La cuarta generación de escáneres CT no difiere de la tercera en cuanto a la fuente de rayos-X. La fuente rota de manera continua alrededor del área de interés. La diferencia esta en el anillo cerrado estacionario de detectores, el cual consta de hasta 5000 elementos. La fuente de rayos-X rota ya sea exterior o interior al anillo de detectores. Si la fuente de rayos-X esta por fuera del anillo de detectores, es necesario prevenir que los rayos-X irradien los detectores. Por lo tanto el anillo de detectores en este caso se mueve un segmento corto del camino de la fuente.

■ **Quinta generación (5G) figura 1.3 e**

Una propuesta para reducir aun más los tiempos de adquisición es utilizando una tomografía computarizada con una un haz de electrones. Esta arquitectura de CT fue desarrollada para las imágenes cardíacas. En esta arquitectura la fuente no rota alrededor del paciente como en las otras. En vez, el paciente se ubica dentro de la fuente. Un haz de electrones se enfoca en varios anillos que se organizan alrededor del paciente, y con este paso se genera el haz bidimensional de rayos-X . La radiación de los rayos-X es medida por un anillo estacionario de detectores.

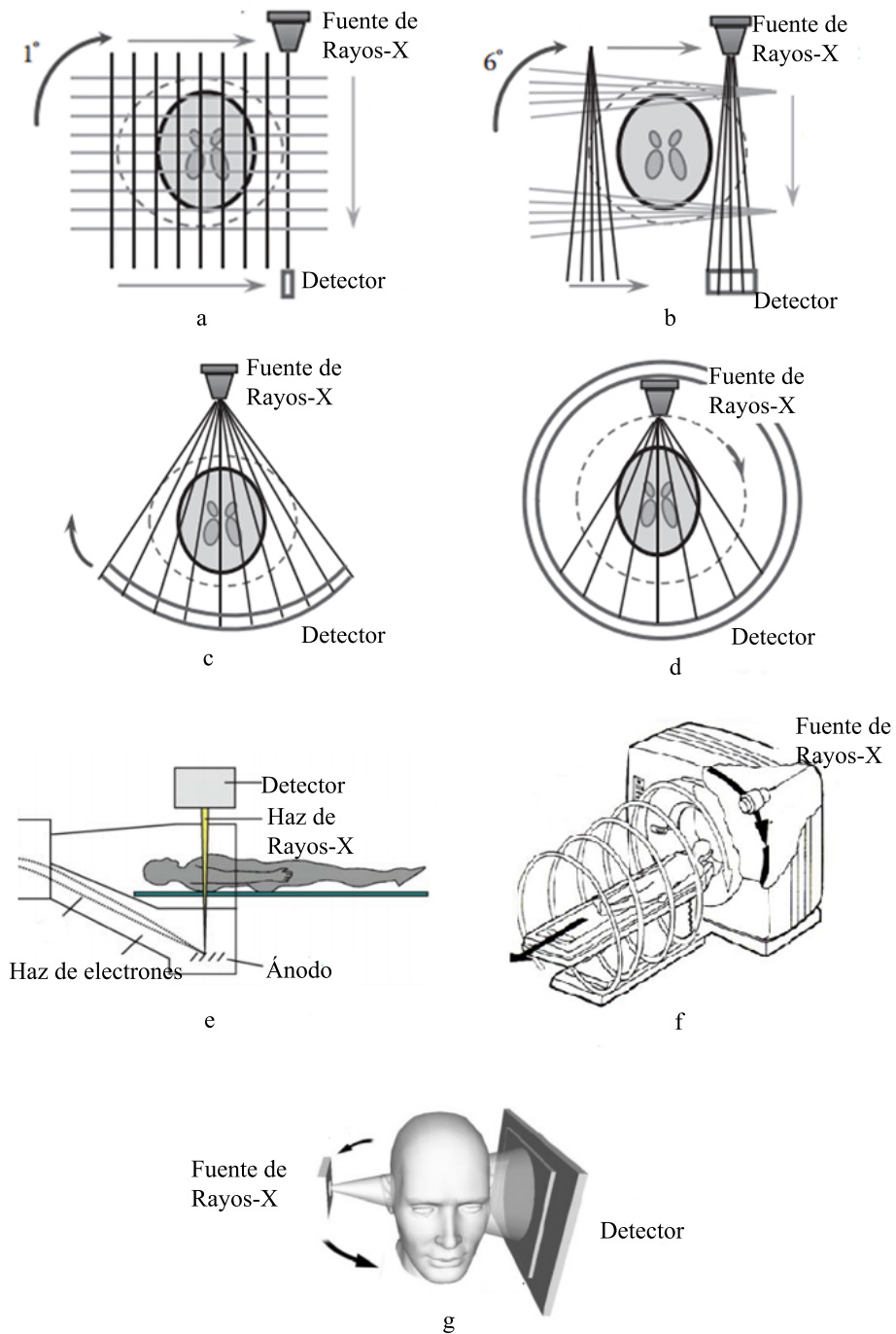
- **Sexta generación (6G) figura 1.3 f**

Esta generación introdujo una nueva tecnología la cual permite un muestreo en forma de espiral. Como es conocido, la fuente de rayos-X debe ser suministrada continuamente con energía, por lo tanto la cantidad de movimiento circular se limitaba al cable eléctrico. Esto representaba un obstáculo para la reducción de los tiempos de adquisición de medidas, debido a que la escáner tenía que detenerse y volver a comenzar de nuevo en otro ángulo de rotación. Este problema se solucionó con la introducción de una nueva tecnología, en esta tecnología la energía se suministra mediante contactos deslizantes ubicados entre el exterior del área de interés y el escáner. Esto permitía que la fuente de rayos-X y el arreglo de detectores giraran continuamente. Con esta nueva tecnología se generó una nueva técnica para adquirir medidas, las medidas se podían obtener en forma de espiral.

- **Séptima generación (7G) figura 1.3 g**

Esta arquitectura es conformada por una fuente de haz de rayos-X cónico y una matriz de detectores. El haz lineal y bidimensional tienen un problema, son creados a partir de colimadores que cambian la forma del rayo-X y reducen la eficiencia. En esta generación el rayo-X se toma en su forma original, cónica, sin necesidad de ningún elemento. Esto solo fue posible cuando se obtuvo la tecnología para lograr un panel plano de detectores, y con esto se logran resultados más eficientes y con menos dosis de radiación a la muestra, debido a que son necesarias menos capturas. Cabe resaltar que esta arquitectura a diferencia del haz bidimensional, genera reconstrucciones tridimensionales. No es necesario tomar medidas de muchos cortes transversales para reconstruir una imagen tridimensional. Otra gran ventaja es el hecho de poder escanear partes del cuerpo que se mueven, como lo es el tórax humano, sin ningún problema, esto debido a que al no ser transversalmente la toma de medidas, siempre hay correlación.

Figura 1.3: Diferentes generaciones de la tomografía computarizada, (a) primera generación, (b) segunda generación, (c) tercera generación, (d) cuarta generación, (e) quinta generación, (f) sexta generación, (g) séptima generación



Fuente: [Libro] Computed tomography: from photon statistics to modern cone-beam CT, 2008.

1.3. DOSIS DE RADIACIÓN

Los rayos-X emiten radiación, la cual puede afectar una muestra, o en el caso de aplicaciones medicas a una persona. Por lo tanto es necesario hacer un compromiso entre la calidad de las imágenes obtenidas y las dosis de radiación, buscando la mejor calidad diagnostica para el radiólogo y al mismo tiempo el mejor resultado para el paciente. Varios estudios [1] - [22], reconocen la importancia de CT, por lo tanto resaltan que hay que realizar la técnica de manera responsable, evitando tomografías innecesarias.

Las estrategias para reducir las dosis de radiación dependen de la parte del proceso de adquisición y procesamiento de los datos que se seleccione. Una forma de optimizar la dosis de radiación es teniendo en cuenta el hardware del equipo, con detectores mas eficientes como los que se basan en estado solido [23]. Otra forma de reducir las dosis de radiación es teniendo en cuenta la reconstrucción de la imágenes utilizando menos información por medio se sensado compresivo [24] - [14].

Cuadro 1.1: Tabla de dosis de radiación en diferentes aplicaciones medicas. Datos tomados de [1]

Aplicación	Órgano afectado	Dosis de radiación recibida por el organo
Radiografía dental	cerebro	0.005mSv
Radiografía frontal en el area del pecho	pulmón	0.01mSv
Radiografía lateral en el pecho	pulmón	0.15mSv
Revisión en mamografía	senos	3mSv
Radiografía CT abdominal de un adulto	estomago	10mSv
Enema de bario	colon	15mSv
Radiografía CT neonatal abdominal	estomago	20mSv

2. MODELOS DE REPRESENTACIÓN EN TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA

En esta sección se describen las dos formas en que clásicamente se da la reconstrucción de imágenes CT: los métodos analíticos, los cuales están basados en una formulación continua, y los métodos algebraicos, los cuales están basados en una formulación discreta. A pesar de las similitudes de los modelos de representación, existen diferencias importantes entre ellos. En la literatura, comúnmente no se establece qué modelo de representación es utilizado en aplicaciones particulares, y esto puede llevar a errores.

El modelo de representación continuo a continuo (CC) es el modelo fundamental con el cual es posible estudiar muchas características importantes de una señal, como lo son su existencia, su originalidad y estabilidad de una solución. Cuando el modelo se aplica a información real, se debe tener en cuenta el conjunto finito de medidas de la integral de línea que son adquiridas por el escáner. Cuando se obtiene este conjunto finito, se genera un modelo de representación continuo a discreto (CD). Los métodos de reconstrucción analíticos están basados en invertir el modelo de representación CD, por lo tanto ellos producen una imagen continua. Es el opuesto a los métodos algebraicos, los cuales están basados en invertir el modelo de representación discreto a discreto (DD) y por lo tanto generar una imagen discreta.

2.1. MODELO DE REPRESENTACIÓN CONTINUO A CONTINUO

En CT, la ley de Lambert-Beer se aplica para todos los mecanismos físicos que conducen a la atenuación de la intensidad de radiación de un haz de rayos-X (reducción de fotones), i.e., permite expresar cómo la materia absorbe la luz al pasar a través un objeto tridimensional con coeficientes de atenuación definidos por su ubicación espacial, $\mu(x, y, z)$. Matemáticamente, la intensidad de radiación de un haz de rayos-X después de pasar a través de un objeto se puede expresar como:

$$I(\eta + \Delta\eta) = I(\eta) - \mu(\eta)I(\eta)\Delta\eta, \quad (2.1)$$

donde $\eta = \{(x, y, z) | x, y, z \in \mathbb{R}, \}$ representa la posición espacial y $\Delta\eta = \{(\Delta x, \Delta y, \Delta z) | \Delta x, \Delta y, \Delta z \in \mathbb{R}, \}$ representa el desplazamiento espacial del haz de rayos-X. Aplicando límites y reorganizando la ecuación (2.1), se puede reescribir como

$$\lim_{\Delta\eta \rightarrow 0} \frac{I(\eta + \Delta\eta) - I(\eta)}{\Delta\eta} = -\mu(\eta)I(\eta). \quad (2.2)$$

Si asumimos un medio homogéneo, la ecuación (2.2) se puede reescribir como una ecuación diferencial de primer orden

$$\frac{dI}{d\eta} = -\mu I(\eta), \quad (2.3)$$

donde al integrar ambos lados de la ecuación (2.3) y despejar I , se obtiene

$$I(\eta) = I_0 e^{-\mu\eta} \quad (2.4)$$

donde I_0 es la intensidad inicial. En un cuerpo no homogéneo, la atenuación de los rayos-X puede ser modelado por el calculo de múltiples elementos de tamaño muy pequeño. Si cada elemento, es lo suficientemente pequeño, este puede ser considerado con un objeto homogéneo. Por lo tanto, con base en la ecuación (2.4) la atenuación de rayos-X en un cuerpo no homogéneo se puede expresar matemáticamente como

$$I(\eta) = I_0 e^{-\mu_1 \Delta\eta} e^{-\mu_2 \Delta\eta} e^{-\mu_3 \Delta\eta} \dots e^{-\mu_n \Delta\eta}, \quad (2.5)$$

donde $\Delta\eta$ representa la longitud de cada elemento, μ_i es la constante de atenuación en el i -th elemento y n es el total de elementos en el que se divide el cuerpo no homogéneo. Mediante la reorganización de la ecuación (2.5), y asumiendo que el número de elementos que componen el cuerpo tienden a infinito y la longitud de cada elemento tiende a cero, se obtiene

$$p = \lim_{n \rightarrow \infty, \Delta\eta \rightarrow 0} -\ln(I/I_0) = \int_L \mu(x, y, z) d\Delta x d\Delta y d\Delta z, \quad (2.6)$$

donde \int_L es la integral de línea y L a trayectoria de cada haz de rayos-X al pasar a través del cuerpo.

2.2. MODELO DE REPRESENTACIÓN DISCRETO

En la práctica, las imágenes CT son capturadas por escáneres médicos, los cuales están compuestos por un detector de rayos-X y un arreglo de detectores que rotan simultáneamente alrededor del objeto. Por lo tanto, las proyecciones capturadas por un arreglo de detectores, en cada ángulo de visión, se puede expresar matemáticamente como

$$\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (2.7)$$

donde $\mathbf{p} \in \mathbb{R}^U$ es el vector que contiene los valores de atenuación de la imagen de rayos-X y $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{U \times n}$ representa la matriz que simula la geometría del sistema. Se debe tener en cuenta que U representa la cantidad de detectores en el arreglo de detectores. Sin embargo, la información que se obtiene por 2.7 solo corresponde a un ángulo de visión y no es suficiente para determinar la distribución espacial de las diferentes estructuras internas de un objeto de D dimensiones. Por lo tanto el objeto necesita ser irradiado en diferentes

ángulos de visión, mas formalmente como:

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}, \quad (2.8)$$

donde \mathbf{p}_i y \mathbf{A}_i representan las medidas y la matriz de sensado para el i -ésimo ángulo de visión, teniendo en cuenta que $i = 0, \dots, V - 1$ y V son los ángulos de visión.

3. SENSADO COMPRESIVO

El sensado compresivo (CS, de sus siglas en ingles) es una técnica de muestreo que define que una señal puede ser reconstruida a partir de menos medidas que las establecidas por métodos de reconstrucción tradicionales, teniendo en cuenta que la señal sea dispersa en algún dominio y que exista incoherencia en las medidas [25],[26],[27]. CS puede describirse matemáticamente como:

$$\mathbf{y} = \Phi \mathbf{x}, \quad (3.1)$$

donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ es la señal, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$ es el vector que contiene las muestras, y $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times n}$ es la matriz de sensado con $m \ll n$. Para recuperar exitosamente \mathbf{x} a partir \mathbf{y} , dos condiciones deben cumplirse (i) la imagen \mathbf{x} debe ser dispersa en alguna base $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, por lo tanto $\mathbf{x} = \Psi \boldsymbol{\theta}$ puede ser aproximado por una combinación lineal de S elementos de $\boldsymbol{\theta}$, con $S \ll n$. (ii) La matriz de sensado Φ debe ser implementada en una base de sensado aleatoria apropiada [14]. De esta manera CS hace posible recuperar \mathbf{x} de m proyecciones aleatorias cuando $m \geq S \log(n) \ll (n)$.

3.1. DISPERSIÓN

El concepto de dispersión expresa la idea de que los coeficientes representativos de una señal, en alguna base de representación $\Psi \in \mathbb{R}^{n \times n}$, son menores al total de valores de la imagen. Este concepto implica que los coeficientes más pequeños de una señal, en alguna base de representación, pueden ser descartados (convertidos a cero) sin tener pérdidas significativas en la señal. Esto se puede expresar matemáticamente como:

$$|\mathbf{x} - \Psi^T G(\boldsymbol{\theta})|^2 < \tau, \quad (3.2)$$

donde $G(\cdot)$ es un operador que descarta un porcentaje de los coeficientes más pequeños de la señal, $\tau \in \mathbb{R}$ es el error. Es importante notar, que Ψ es una matriz ortonormal por lo tanto $\Psi^{-1} = \Psi^T$ y $\Psi^T \Psi = \mathbf{I}$.

3.2. INCOHERENCIA

El concepto de incoherencia, mide la correlación entre los elementos de Φ y Ψ . CS se enfoca principalmente en problemas de reconstrucción con matrices de sensado con baja coherencia. La coherencia entre la matriz de sensado Φ y la base de representación Ψ puede expresarse matemáticamente como:

$$\mu(\Phi, \Psi) = \sqrt{n} \cdot \max |\Phi \cdot \Psi|, \quad (3.3)$$

donde $|\cdot|$ representa la función valor absoluto, y $\mu(\Phi, \Psi) \in [1, \sqrt{n}]$ la función de correlación entre dos matrices. Si Φ y Ψ contienen muchos elementos correlacionados, la coherencia es grande, de lo contrario, la coherencia es pequeña. Por lo tanto, para que la señal \mathbf{x} sea recuperada a partir de m medidas con una alta probabilidad, se debe cumplir la siguiente relación:

$$m \geq C \cdot S \cdot \log(m) \cdot \mu^2(\Phi, \Psi), \quad (3.4)$$

donde $C \in \mathbb{R}$ es alguna constante positiva, y $S \in \mathbb{R}$ representa el total de coeficientes diferentes de cero.

4. RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES CT A PARTIR DE PROYECCIONES CAPTURADAS EN UNA ARQUITECTURA CT COMPRESA

En la tomografía computarizada la reducción de dosis de radiación se puede lograr mediante la implementación de un objeto físico que bloquee o deje pasar los rayos-X. Este objeto es comúnmente conocido como código de apertura y permite modular el haz de rayos-X lo cual produce una proyección codificada en el arreglo de detectores. Con base en la ecuación 2.8, el proceso de captura de proyecciones comprimidas, en una arquitectura con códigos de apertura, se puede expresar matemáticamente como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{H}\mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (4.1)$$

donde $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_0^T, \dots, \mathbf{p}_{V-1}^T]^T$ representa la concatenación de las proyecciones capturadas en el i -ésimo ángulo de visión, y $\mathbf{A} = [\mathbf{A}_0^T, \dots, \mathbf{A}_{V-1}^T]^T$ representa la concatenación de las matrices que simulan la geometría del sistema en cada ángulo de visión. La matriz $\mathbf{H} = \text{diag}(\mathbf{T})$ representa los códigos de apertura, donde $\text{diag}(\cdot)$ es un operador que genera una matriz diagonal y $\mathbf{T} = [\mathbf{t}_0^T, \mathbf{t}_1^T, \dots, \mathbf{t}_{V-1}^T]^T$ es un vector de longitud UV que contiene la concatenación de la representación vectorial de los códigos de apertura. Además, $\mathbf{t}_i \in \mathbb{R}^U$ es la representación vectorial de los códigos de apertura en el i -ésimo ángulo de visión. Por lo tanto para analizar , la estructura de $\mathbf{H} \in \mathbb{R}^{UV \times UV}$ puede expresarse como:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\mathbf{t}_0) & \mathbf{0}_{U \times U} & \cdots & \mathbf{0}_{U \times U} \\ \mathbf{0}_{U \times U} & \text{diag}(\mathbf{t}_1) & \cdots & \mathbf{0}_{U \times U} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0}_{U \times U} & \mathbf{0}_{U \times U} & \cdots & \text{diag}(\mathbf{t}_{V-1}) \end{bmatrix}, \quad (4.2)$$

donde $\text{diag}(\mathbf{t}_i)$ es una matriz diagonal de tamaño $U \times U$. Recientes investigaciones han demostrado que el diseño óptimo de los códigos de apertura \mathbf{H} , permiten obtener mejoras en la calidad de las imágenes reconstruidas. En CT existen tres estrategias principales para el diseño de los códigos de apertura:

- **Estrategia de detector dinámico aleatorio (DRD)**

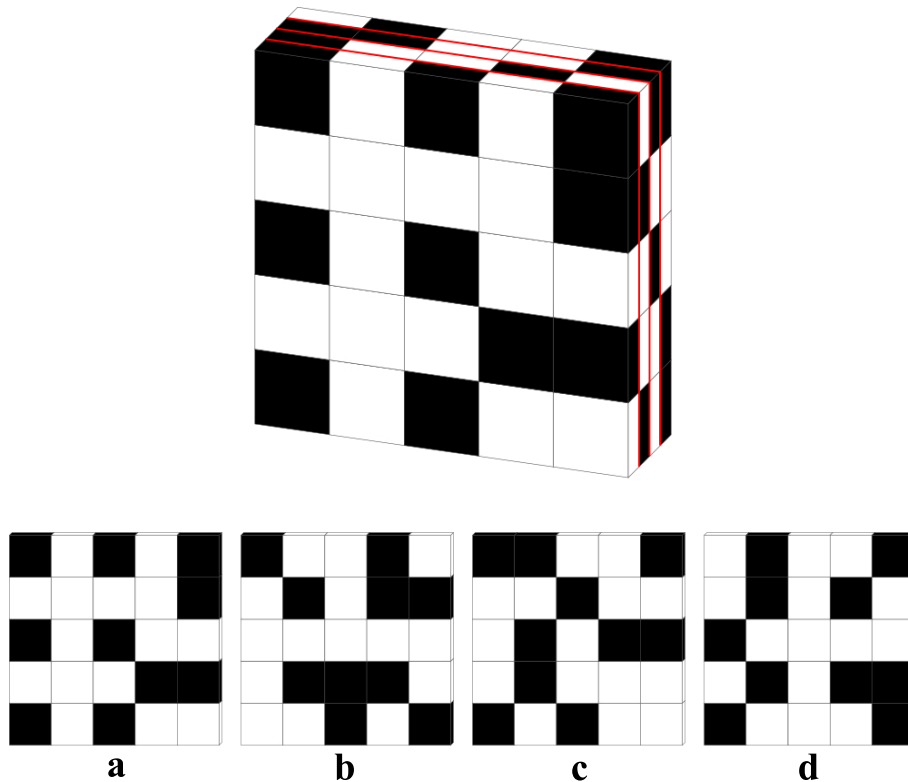
Esta estrategia se basa en la implementación de códigos de apertura aleatorios en cada ángulo de visión. Lo cual se puede expresar ma-

temáticamente como:

$$\mathbf{H}_{kl} = \begin{cases} \left(\mathbf{t}_{k - \lfloor \frac{k}{U} \rfloor U} \right)_{\lfloor \frac{k}{V} \rfloor} & \text{si } k = l \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases}, \quad (4.3)$$

donde $k = 0, \dots, UV - 1$ y $l = 0, \dots, UV - 1$ son los índices de la matriz \mathbf{H} . Esto se puede apreciar visualmente en la figura 4.1.

Figura 4.1: Estrategia DRD visualmente, donde se pueden apreciar los códigos de apertura todos diferentes en (a)-(d).

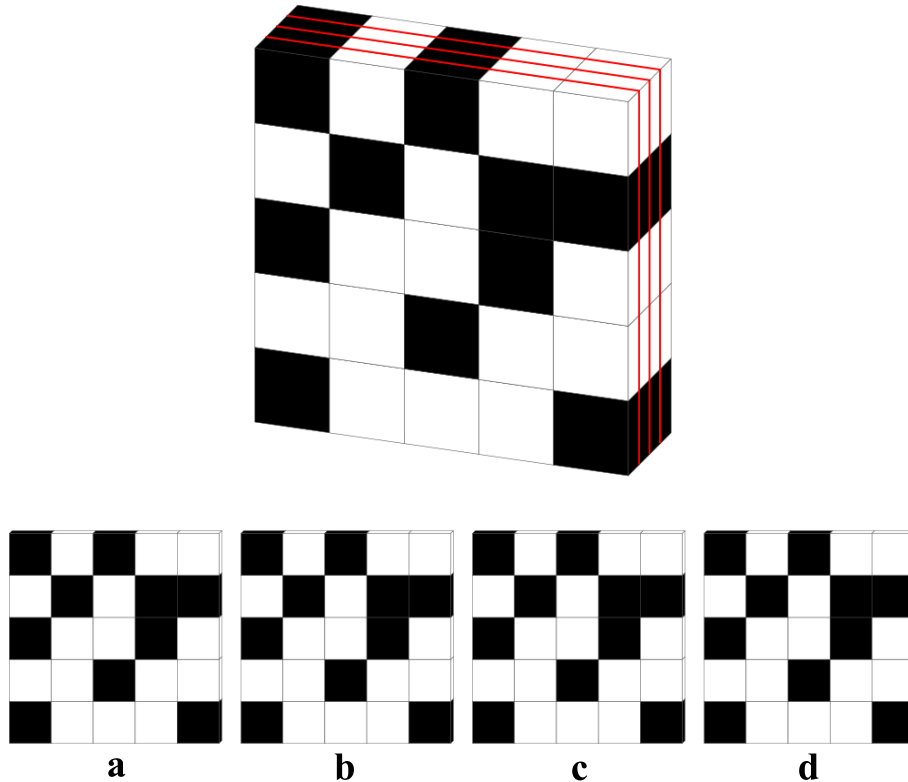


■ **Estrategia de detector estático aleatorio (SRD)**

En esta estrategia se genera un único código de apertura aleatorio y se repite en todos sus ángulos de visión, visualmente se puede apreciar en la figura 4.2. Matemáticamente la estructura de \mathbf{H} puede expresarse como:

$$\mathbf{H}_{kl} = \begin{cases} \left(\mathbf{t}_{k - \lfloor \frac{k}{U} \rfloor U} \right)_0 & \text{si } k = l \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases}. \quad (4.4)$$

Figura 4.2: Estrategia SRD visualmente, donde se pueden apreciar los códigos de apertura iguales en (a)-(d).



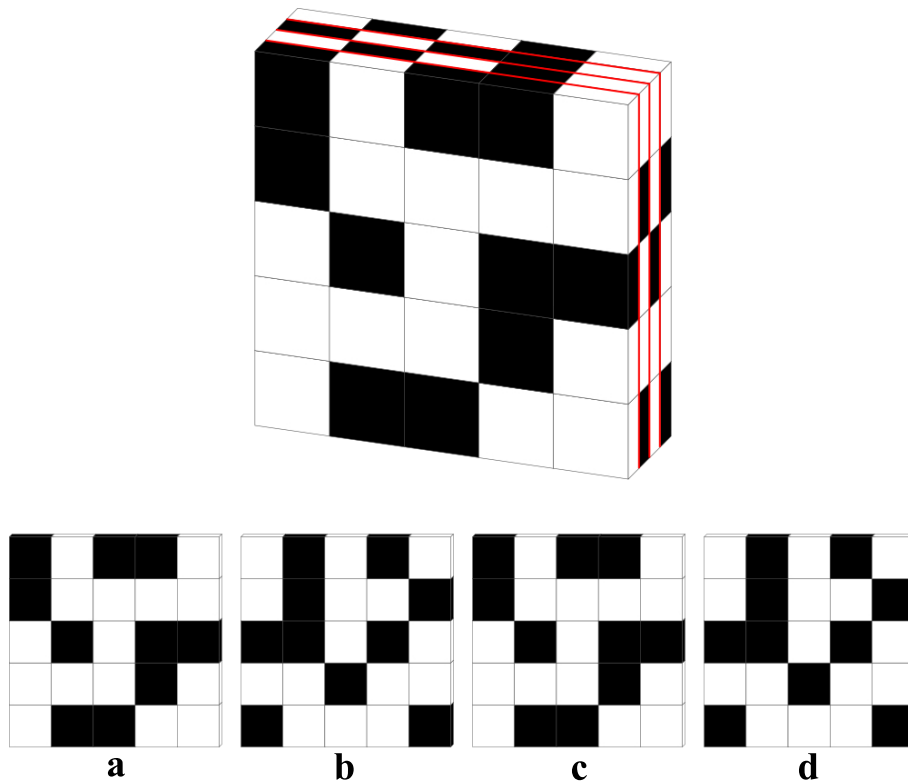
■ **Estrategia de detector semidinámico aleatorio (SDRD)**

En esta estrategia se genera un número de códigos de apertura aleatorios menor al número de ángulos y estos códigos de apertura se repiten de manera periódica con los ángulos de visión. Matemáticamente la estructura de \mathbf{H} se puede expresar como:

$$\mathbf{H}_{kl} = \begin{cases} \left(\mathbf{t}_{k - \lfloor \frac{k}{U} \rfloor U} \right)_{\lfloor \frac{k}{V} \rfloor - \lfloor \frac{k}{qV} \rfloor q} & \text{si } k = l \\ 0 & \text{otros casos} \end{cases}, \quad (4.5)$$

donde $q \in \mathbb{R}$ es el número de códigos de apertura generados. Esto se puede apreciar visualmente en la figura 4.3.

Figura 4.3: Estrategia SDRD visualmente, donde se pueden apreciar los códigos de apertura que se repiten periódicamente en (a)-(d), para un caso donde $q = 2$.



La principal diferencia entre estas estrategias de sensado es la correlación entre los códigos de apertura en cada ángulo de visión. Por lo tanto, para realizar un análisis detallado de las estrategias de sensado se establece una representación matemática de cada estrategia en función de los códigos de apertura \mathbf{t}_i . Finalmente para reconstruir una imagen CT a partir de las proyecciones obtenidas mediante la ecuación (4.1), es necesario resolver un sistema indeterminado lineal de ecuaciones. Este sistema indeterminado se resuelve mediante el planteamiento de un problema de minimización, el cual con base en la ecuación 4.1,3.1, se puede expresar matemáticamente como

$$\hat{\mathbf{x}} = \Psi^T \{ \operatorname{argmin}_{\theta} \| \mathbf{p} - \mathbf{H}\mathbf{A}\Psi\theta \|_2^2 + \tau \| \theta \|_1 \}, \quad (4.6)$$

donde θ es un S -representación dispersa de \mathbf{x} , τ es una constante de regularización y $\| \cdot \|_1$ y $\| \cdot \|_2$ corresponden a las normas l_1 y l_2 , respectivamente.

5. SIMULACIONES Y RESULTADOS

En este capítulo se realiza un análisis cuantitativo y cualitativo de la calidad de las imágenes CT reconstruidas a partir de proyecciones compresas. Tanto en el análisis cuantitativo y cualitativo se hará énfasis en la estrategia de sensado y el porcentaje de compresión. Además, se analiza y establecen los parámetros requeridos por los algoritmos que simulan el proceso de captura y reconstrucción. Se realizaron diez pruebas para cada análisis y cálculo, sus promedios fueron encontrados y representados. Todas las simulaciones se realizaron en un computador con un procesador Dual Intel Xeon 2,7 GHz Turbo 30 MB E5-2597 con 192 GB de memoria.

5.1. ALGORITMOS PARA CAPTURA Y RECONSTRUCCIÓN DE IMÁGENES CT

5.1.1 Herramienta ASTRA Con el fin de simular el proceso de captura de proyecciones compresas en una arquitectura CT ecuación 4.1, se hace uso de la herramienta ASTRA (All Scale Tomographic Reconstruction Anrwerp) la cual permite obtener la matriz que simula la geometría del tomógrafo. Para la creación de la matriz de sensado **A**, se selecciona una geometría de haz de rayos-X cónico 5.1 con los siguientes parámetros: un arreglo de detectores de 512×117 con tamaño de detector de $0,377[\text{mm}]$, una distancia fuente-objeto de $484,6[\text{mm}]$, una distancia objeto-detector de $290,2[\text{mm}]$, para un objeto con dimensiones de $128 \times 128 \times 24$, y un barrido angular de 128 posiciones.

En la figura 5.2 se analizan los tiempos de computo gastan en crear una matriz de sensado **A**, en la cual se varia el numero de cortes transversales y los ángulos de visión. En este análisis es importante resaltar que los tiempos de computo crecen principalmente por el numero de cortes transversales. En el cuadro 5.1, se resumen los tiempos promedios que gasta la herramienta ASTRA en crear la matriz **A**; en función de sus cortes transversales. En este

Figura 5.1: Arquitectura CT con haz de rayos-X cónico en (a) sin código de apertura, y en (b) con código de apertura.

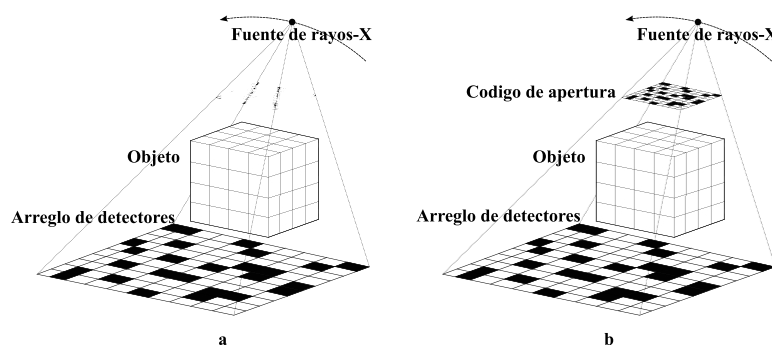
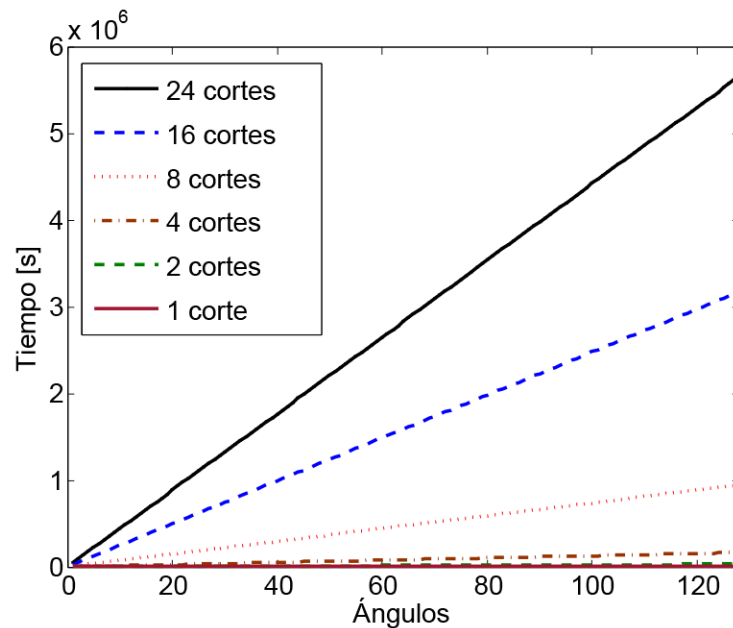


Figura 5.2: Relación entre tiempo de computación con respecto a cantidad de cortes transversales.



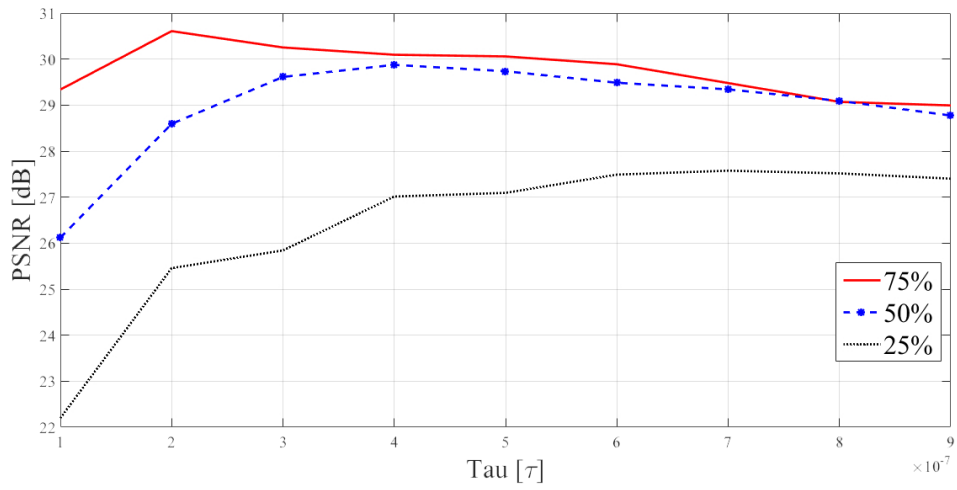
Cuadro 5.1: Tiempo para generar un ángulo de la matriz del sistema según cantidad de cortes transversales.

Cortes transversales	promedio de tiempo [s]	desviación estándar
1	38.0076	0.5083
2	249.07	3.5759
4	1292.9	18.45
8	7400.9	111.4711
16	24827	342.34
24	44281	636.9192

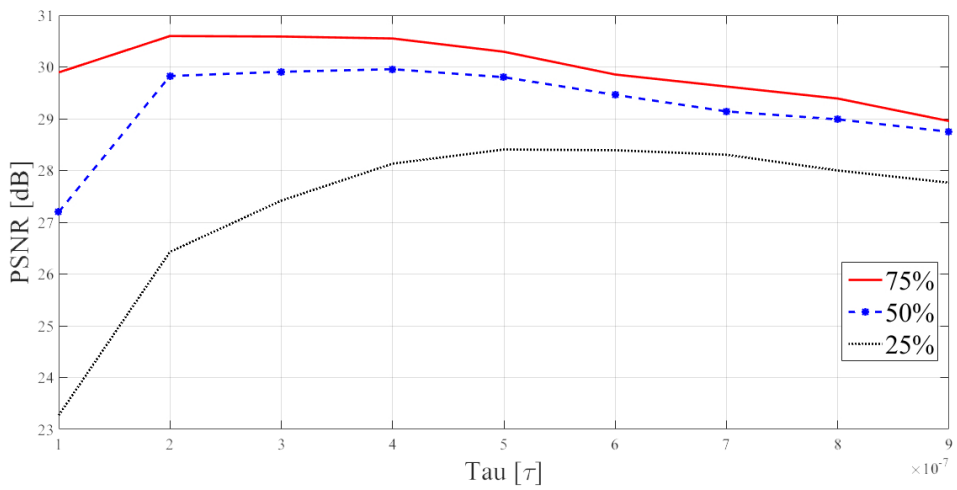
proyecto se tienen 128 posiciones de ángulos diferentes, y tenemos 24 cortes transversales, por lo tanto tan solo generar la matriz que simule el sistema **A** tomaría un aproximado de 65 días. Por lo tanto se implementaron hasta 5 instancias simultaneas, con lo cual disminuimos el tiempo de generación de la matriz **A** fue aproximadamente de 13 días.

5.1.2 Algoritmo SpaRSA Para solucionar el problema de minimización planteado en la ecuación 4.6, se hace uso del algoritmo SpaRSA (Sparse Reconstruction by Separable Approximation) [28]. Este algoritmo permite obtener una aproximación de la imagen original a partir de las medidas obtenidas por la ecuación 4.1. Es importante resaltar que en este algoritmo es necesario estimar el parámetro regularizador τ , el cual permite obtener una mejor aproximación de la imagen original. En la figura 5.3 se realiza un análisis del τ para la

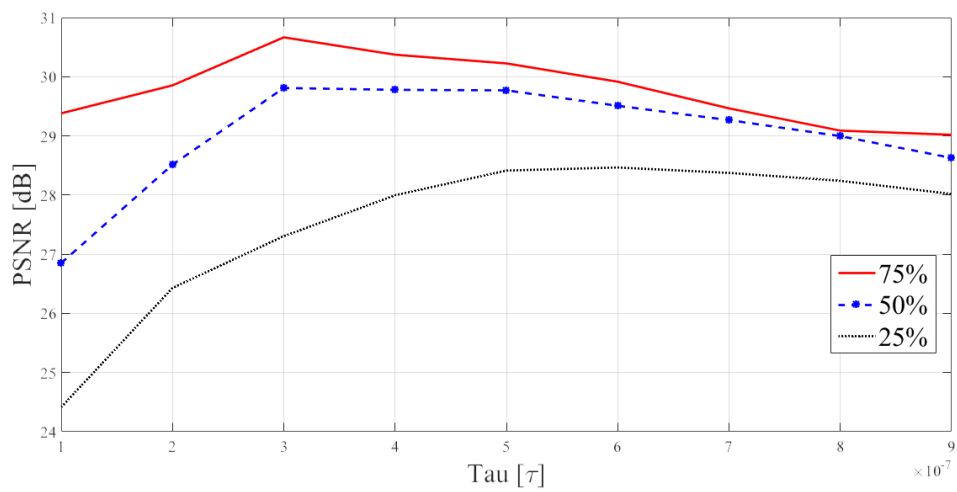
Figura 5.3: Variación del valor del PSNR en diferentes tau τ para una imagen CT en diferentes estrategias. En a se tiene la estrategia DRD, en b la estrategia SDRD y en c la estrategia SRD.



a



b



c

reconstrucción de una imagen CT a partir de proyecciones, con diferentes porcentajes de compresión, capturadas por las estrategias de sensado (a)DRD, (b)SDRD y (c)SRD. En la figura 5.3 se observa que la calidad de reconstrucción de la imagen en función del τ , tiene un comportamiento gaussiano. Para los experimentos realizados en este trabajo se encontró que el τ optimo se encuentra en un rango de $\tau \in [1e^{-7}, 9e^{-7}]$.

El algoritmo SpaRSA al igual que la herramienta ASTRA depende de un parámetro que afecta su tiempo de computación, en este caso las iteraciones. Las iteraciones que realiza el algoritmo aumentan la calidad de la reconstrucción de la imagen CT, sin embargo una mayor cantidad de iteraciones lleva mas tiempo de computación. En la figura 5.4 se puede apreciar la mejora de la métrica PSNR para la cantidad de iteraciones con diferente porcentaje de información original, y en la figura 5.5 se puede apreciar el aumento en el tiempo de computación según la cantidad de iteraciones. En este trabajo todas las simulaciones se realizaron con mil iteraciones, por lo tanto el tiempo aproximado de computación en una sola reconstrucción es de dos horas y media con el 75% de la información original. Este proceso se realizo diez veces para cuatro imágenes diferentes, y también para hallar el tau optimo se probó al menos con 10 valores, previamente a realizar las reconstrucciones, de tal manera el tiempo aproximado de computo en reconstrucción fue de 8 días para las imágenes CT con 75 % de la información original.

Figura 5.4: Variación del valor del PSNR con diferente cantidad de iteraciones al reconstruir una imagen CT.

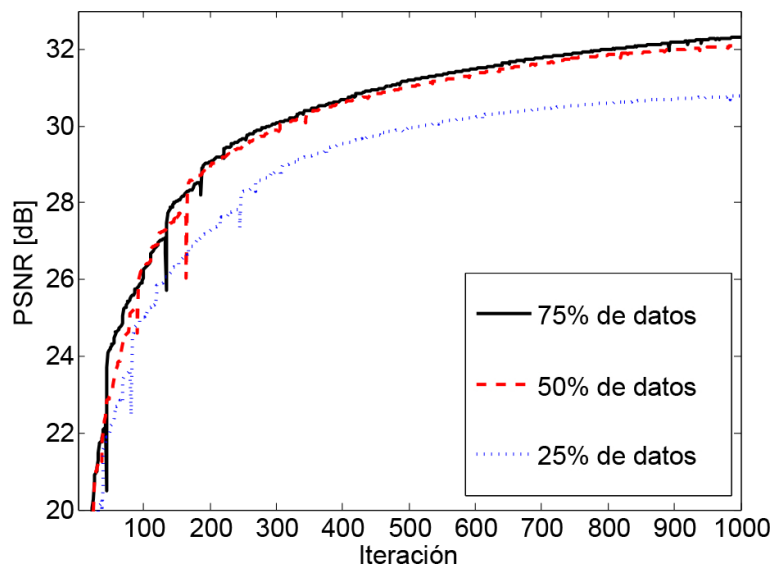
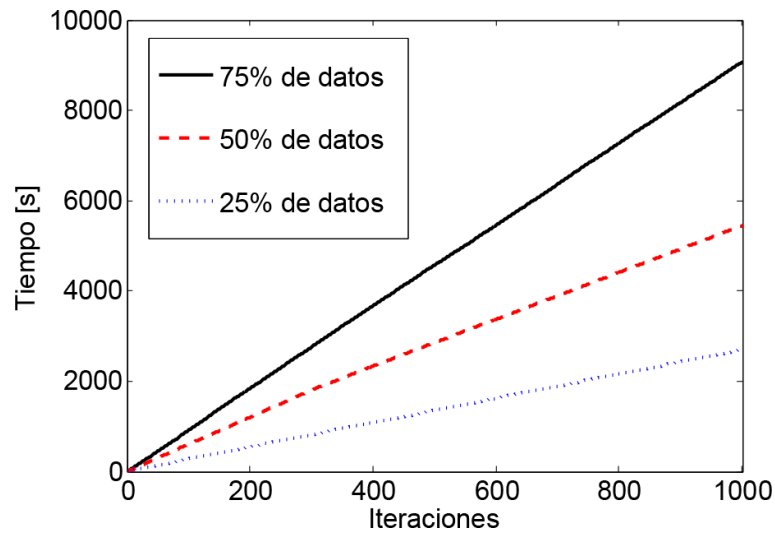


Figura 5.5: Variación del tiempo con diferente cantidad de iteraciones al reconstruir una imagen CT.



5.2. IMÁGENES DE TOMOGRAFÍA COMPUTARIZADA

Con el fin de evaluar y analizar el desempeño de las diferentes estrategias de sensado, se reconstruyen cuatro imágenes de CT diferentes. Las dos imágenes reales (figuras 5.6-5.7) fueron obtenidas del banco de datos Dir lab 4D-CT, las cuales fueron adquiridas con un escáner General Electric Discovery ST PET / CT (GE Medical Systems, Waukesha, WI), como parte de la planificación de la radioterapia para el tratamiento de tumores malignos torácicos en la Universidad de Texas [29]. En cuanto a las dos imágenes sintéticas, la primera fue obtenida de la base de datos de MATLAB@figura 5.8, Shepp-logan, y la otra fue generada para este trabajo figura 5.9. En todas las simulaciones, las imágenes tienen un tamaño espacial de 128×128 píxeles y $L = 24$ cortes transversales.

Figura 5.6: Imagen CT real de un tórax humano.

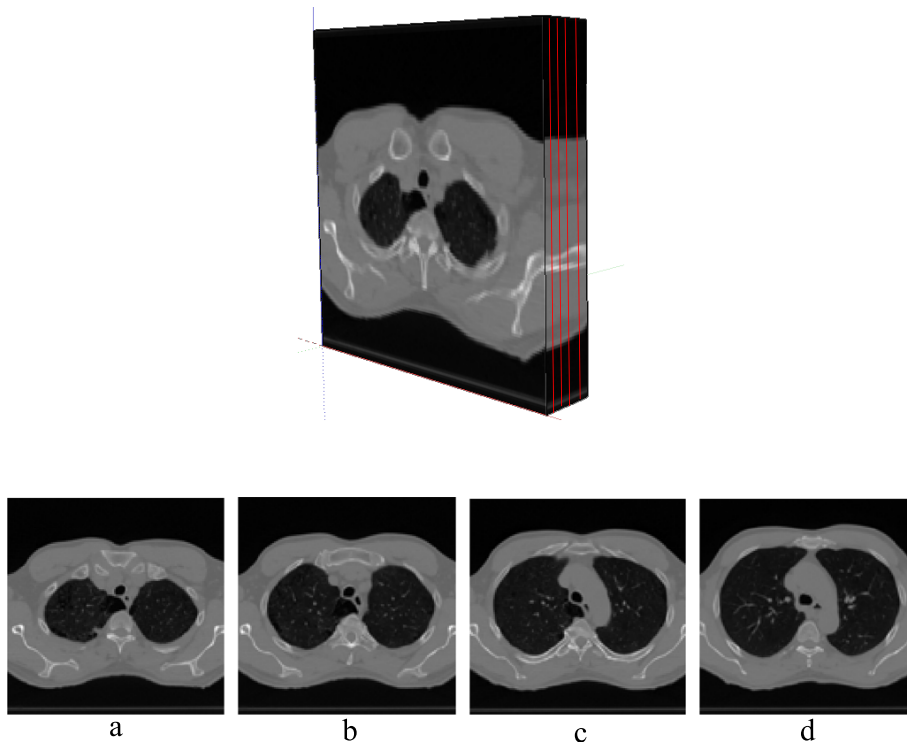


Figura 5.7: Imagen CT real de un tórax humano.

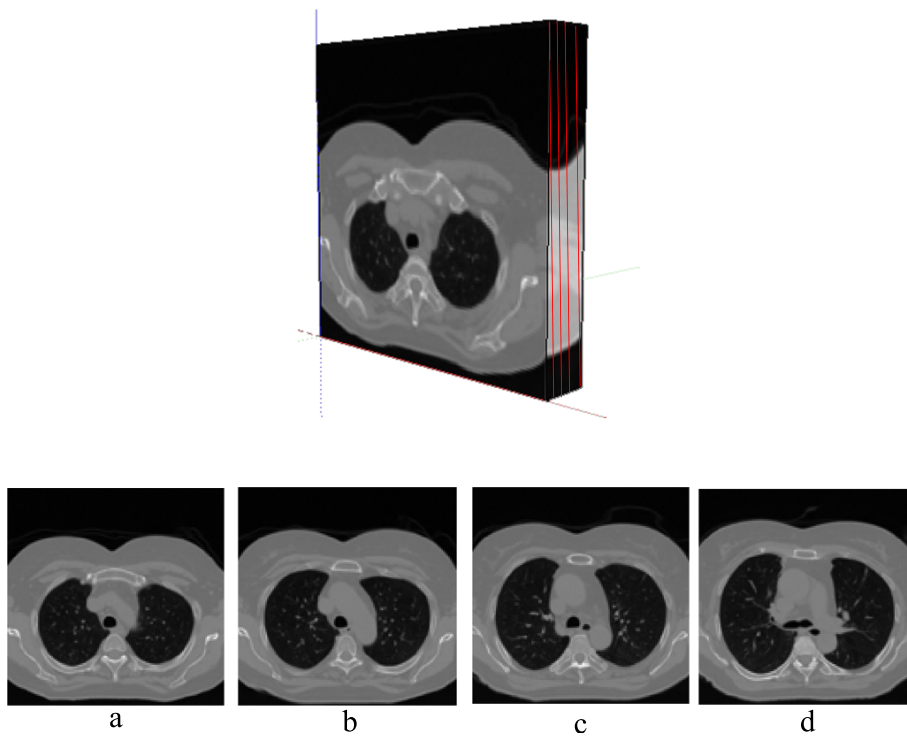


Figura 5.8: Imagen CT sintética.

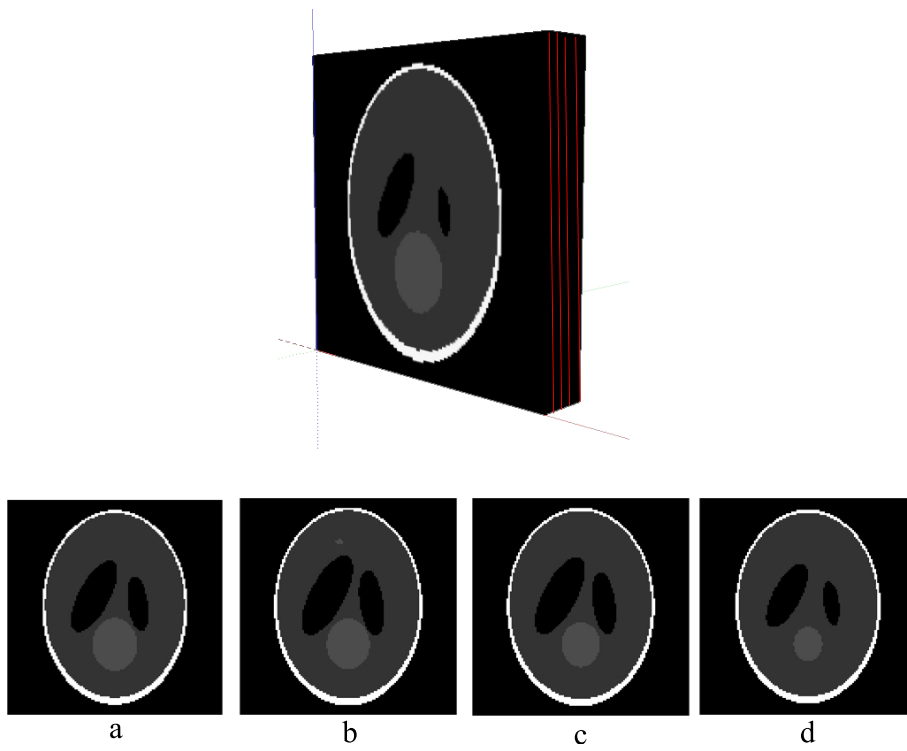
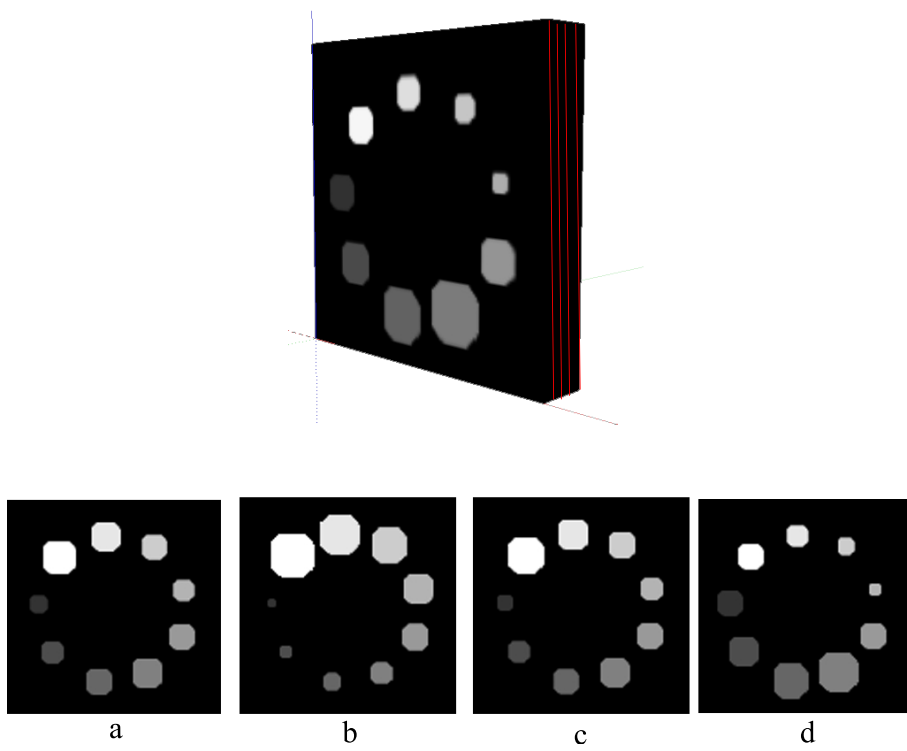


Figura 5.9: Imagen CT sintética.



5.3. MÉTRICAS

Para medir la calidad de las imágenes CT reconstruidas haciendo uso de las estrategias de sensado, se implementan tres métricas tradicionales de la literatura. La primera métrica es el error cuadrático medio (MSE, de sus siglas en inglés) entre la imagen original y la reconstruida, la cual se puede expresar matemáticamente como:

de ellas y esta definida como:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2, \quad (5.1)$$

donde y es la señal original y \hat{y} es la señal reconstruida. La segunda métrica es la Relación Pico de Señal a Ruido (PSNR, de sus siglas en inglés) [30] y esta definida como:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\max(y)}{MSE} \right), \quad (5.2)$$

donde $\max(\hat{y})$ es el valor máximo en la imagen original. La tercera métrica es la similaridad estructural (SSIM, de sus siglas en inglés) y esta definida como:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + c_1)(2\sigma_{xy} + c_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2)}, \quad (5.3)$$

donde μ_x es el promedio de x , μ_y es el promedio de y , σ_x^2 es la varianza de x , σ_y^2 es la varianza de y , σ_{xy} es la covarianza de x y y , $c_1 = (k_1L)^2$, $c_2 = (k_2L)^2$ dos variables para estabilizar la división con el denominador, L el rango dinámico de los valores del píxel, $k_1 = 0,01$ y $k_2 = 0,03$ valores constantes ya establecidos.

5.4. RECONSTRUCCIONES

Para evaluar el desempeño de las estrategias de sensado, DRD, SDRD, SRD, se simula la captura y reconstrucción de 4 imágenes CT con tres porcentajes de compresión de 75 %, 50 % y 25 %. Además, para comparar cuantitativamente el desempeño de las estrategias, se hace uso de las métricas PSNR, MSE y SSIM. Los resultados cuantitativos de cada experimento, calculado en función de las métricas anteriormente mencionadas, están resumidos en los cuadros (5.6-5.9); donde los cuadros se diferencian por la imagen a reconstruir. Con base en los resultados contenidos en los cuadros 5.6-5.9 se concluye que la estrategia de sensado que mejores resultados obtiene es la SDRD

seguida de la DRD.

No obstante las imágenes CT reconstruidas mediante el uso de las tres estrategias de sensado, en sus tres niveles de compresión, permiten identificar y clasificar la estructura interna del objeto; lo cual se puede observar en las figuras 5.10 - 5.12. En la figura 5.10 se visualiza la primera imagen CT real reconstruida mediante el uso de las tres estrategias de sensado con un porcentaje de compresión del 50%. En la figura 5.11 se visualiza la primera imagen CT sintética reconstruida mediante el uso de las tres estrategias de sensado con un porcentaje de compresión del 25%. En la figura 5.12 se visualiza la segunda imagen CT real reconstruida mediante el uso de las tres estrategias de sensado con un porcentaje de compresión del 75%.

Con el fin de realizar un análisis exhaustivo de las reconstrucciones se analizan las firmas transversales y horizontales de 3 imágenes CT. Para cada análisis transversal, se seleccionan cuatro firmas aleatorias y se comparan con respecto a la firma original. En las figuras 5.13-5.15 se analizan las firmas transversales de tres imágenes CT reconstruidas con un 50% de compresión. En las figuras 5.16-5.18 se realiza un análisis de las firmas horizontales de tres imágenes CT reconstruidas con un 50% de compresión.

Cuadro 5.2: Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.6 con el 25%, 50% y 75% de los datos originales

Porcentaje de información [%]		Primera imagen real		
		DRD	SDRD	SRD
25 %	PSNR	30.59	30.56	29.35
	MSE	7.34e-04	7.40e-04	9.91e-04
	SSIM	0.84	0.84	0.81
50 %	PSNR	32.78	32.16	32.57
	MSE	4.43e-04	5.12e-04	4.58e-04
	SSIM	0.90	0.89	0.90
75 %	PSNR	33.49	33.43	34.31
	MSE	3.76e-04	3.82e-04	3.11e-04
	SSIM	0.91	0.91	0.92

Cuadro 5.3: Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.7 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales

Porcentaje de información [%]		Segunda imagen real		
		DRD	SDRD	SRD
25 %	PSNR	27.72	28.06	26.83
	MSE	1.40e-03	1.28e-03	1.70e-03
	SSIM	0.82	0.82	0.79
50 %	PSNR	30.06	29.58	27.68
	MSE	7.96e-04	8.95e-04	1.38e-03
	SSIM	0.88	0.87	0.81
75 %	PSNR	30.52	30.62	30.97
	MSE	7.18e-04	7.01e-04	6.47e-04
	SSIM	0.90	0.90	0.91

Cuadro 5.4: Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.8 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales

Porcentaje de información [%]		Primera imagen sintetica		
		DRD	SDRD	SRD
25 %	PSNR	33.59	33.64	31.48
	MSE	4.57e-04	4.52e-04	7.72e-04
	SSIM	0.93	0.93	0.92
50 %	PSNR	41.23	41.22	38.63
	MSE	7.96e-05	7.96e-05	1.66e-04
	SSIM	0.98	0.98	0.97
75 %	PSNR	46.63	47.48	45.20
	MSE	2.27e-05	1.88e-05	3.2e-05
	SSIM	0.99	0.99	0.99

Cuadro 5.5: Métricas para las reconstrucciones de la figura 5.9 con el 25 %, 50 % y 75 % de los datos originales

Porcentaje de información [%]		Segunda imagen sintetica		
		DRD	SDRD	SRD
25 %	PSNR	45.60	50.20	45.91
	MSE	2.66e-05	9.81e-06	2.74e-05
	SSIM	0.99	0.99	0.99
50 %	PSNR	49.66	58.77	56.99
	MSE	1.00e-05	1.25e-06	4.78e-06
	SSIM	0.99	0.99	0.99
75 %	PSNR	50.19	63.54	63.04
	MSE	8.83e-06	4.13e-07	5.19e-07
	SSIM	0.99	0.99	0.99

Figura 5.10: Imagen reconstruida de un tórax humano visualizada en su primera, sexta, doceava, dieciochoava y veinticuatroava corte transversal respectivamente para cada fila. En la primera columna se muestran los cortes transversales de la imagen original y en (b), (c) y (d) se pueden observar reconstrucciones de la imagen original por medio de las estrategias de sensado DRD, SDRD y SRD respectivamente. Cabe tener en cuenta que para las imágenes reconstruidas solo se tuvo en cuenta un 50 % de la información fuente.

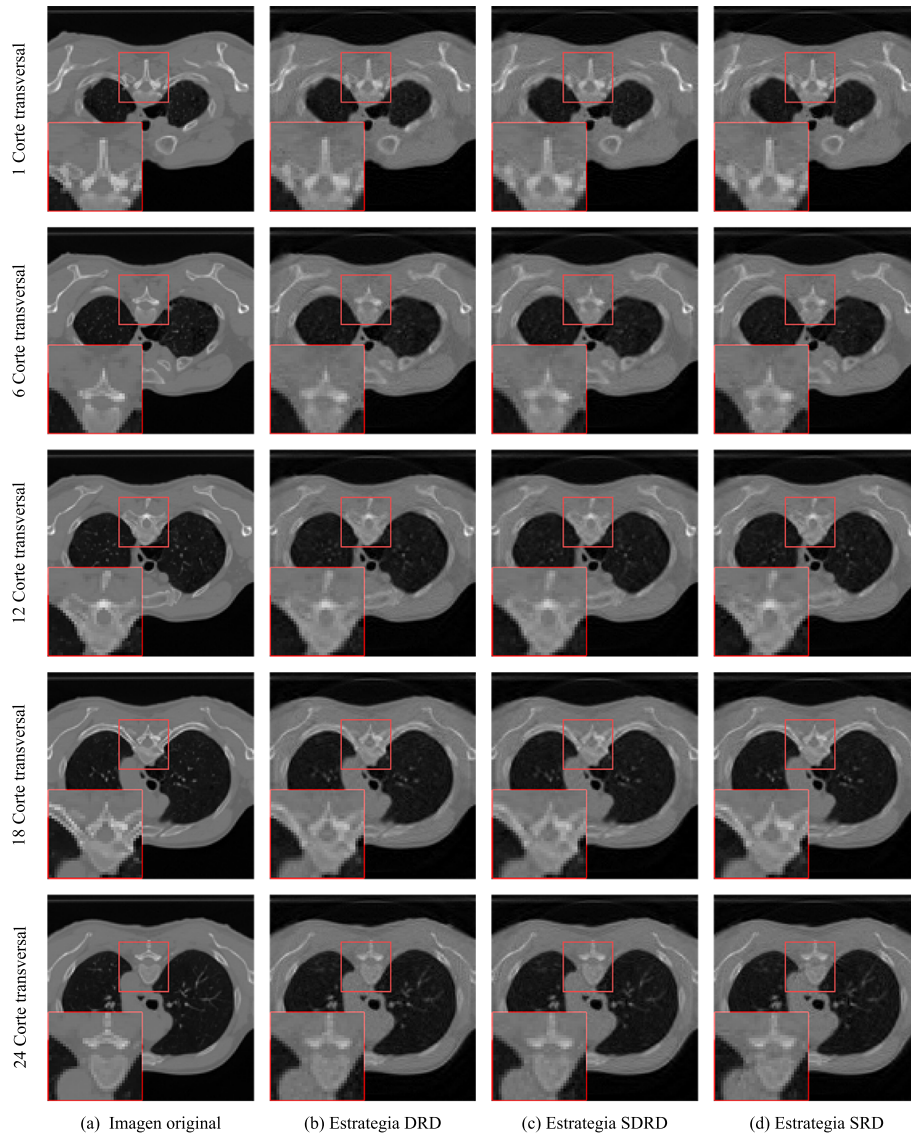


Figura 5.11: Imagen sintética reconstruida visualizada en su primera, sexta, doceava, dieciochoava y veinticuatroava corte transversal respectivamente para cada fila. En la primera columna se muestran los cortes transversales de la imagen original y en (b), (c) y (d) se pueden observar reconstrucciones de la imagen original por medio de las estrategias de sensado DRD, SDRD y SRD respectivamente. Cabe tener en cuenta que para las imágenes reconstruidas solo se tuvo en cuenta un 25% de la información fuente.

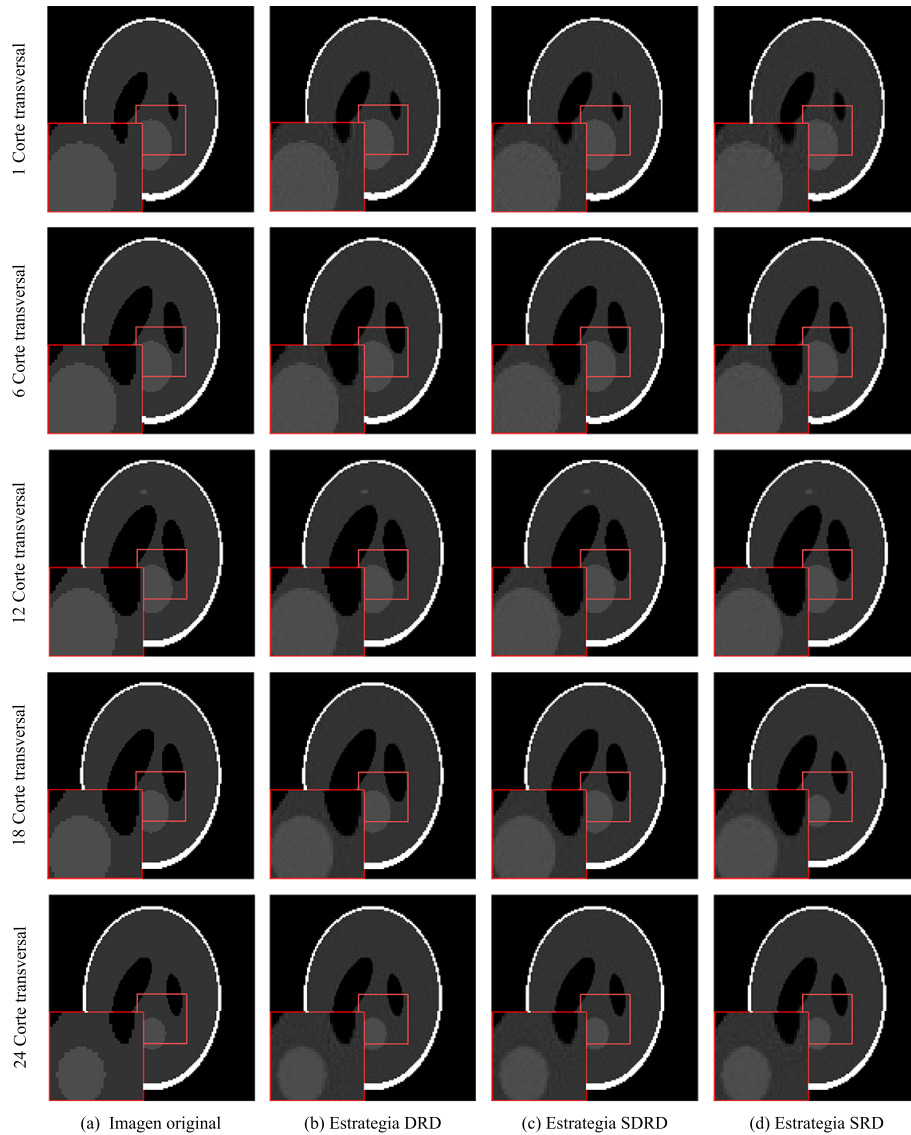


Figura 5.12: Imagen reconstruida de un tórax humano visualizada en su primera, sexta, doceava, dieciochoava y veinticuatroava corte transversal respectivamente para cada fila. En la primera columna se muestran los cortes transversales de la imagen original y en (b), (c) y (d) se pueden observar reconstrucciones de la imagen original por medio de las estrategias de sensado DRD, SDRD y SRD respectivamente. Cabe tener en cuenta que para las imágenes reconstruidas solo se tuvo en cuenta un 75 % de la información fuente.

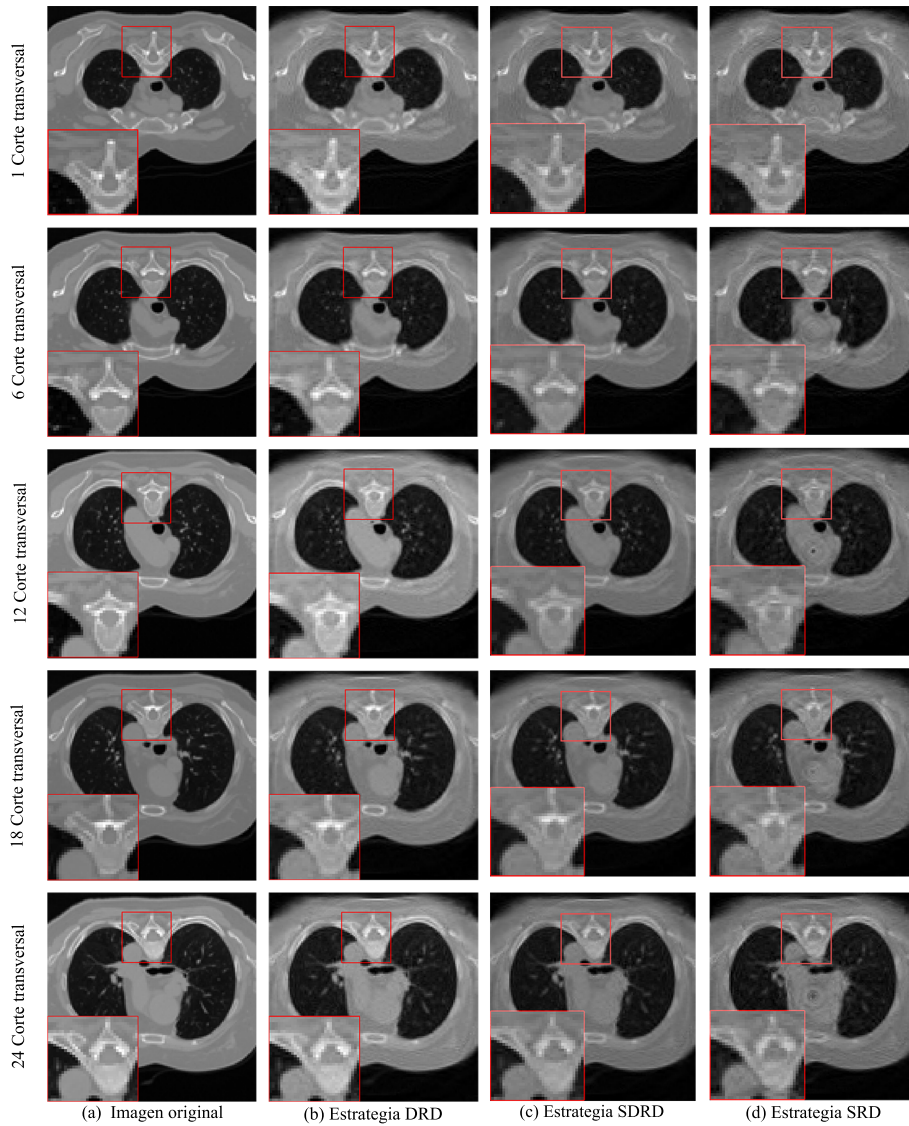


Figura 5.13: Análisis de la reconstrucción transversal para imagen real de tórax humano, donde se calcula el error absoluto para las estrategias de sensado en tres puntos escogidos aleatoriamente. La imagen es reconstruida con el 50% de la información de la imagen original.

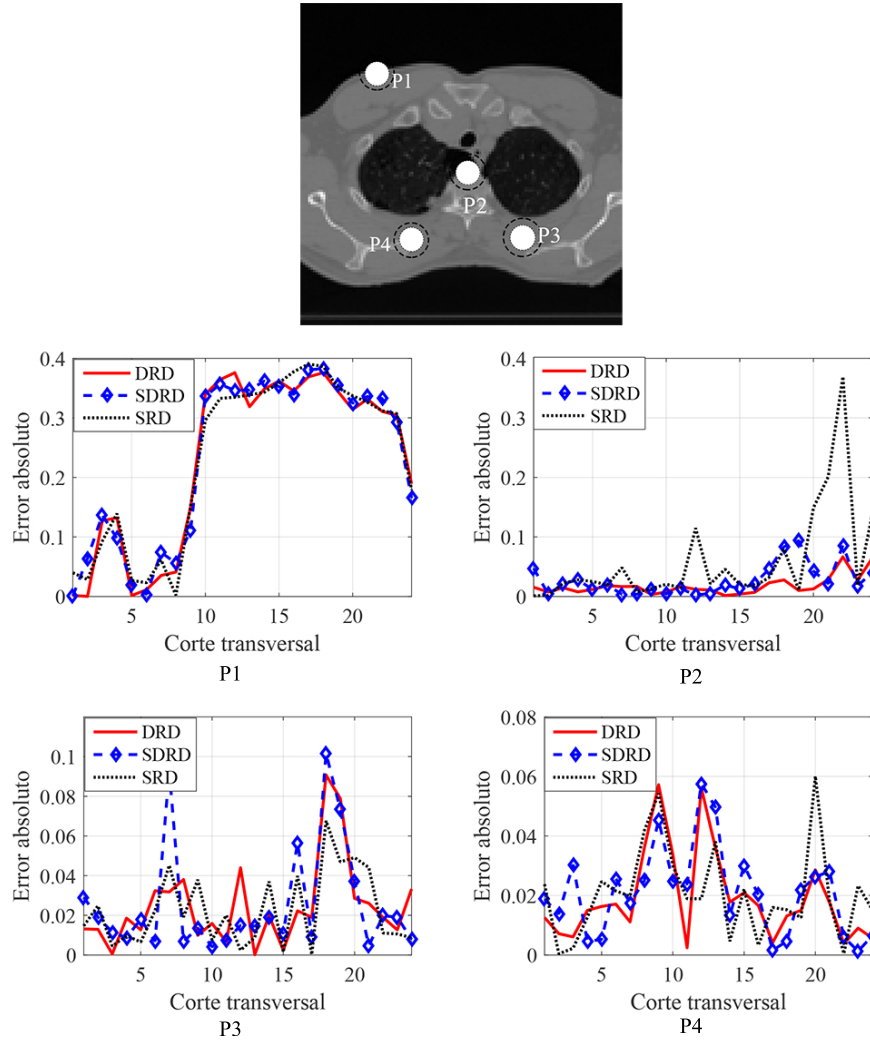


Figura 5.14: Análisis de la reconstrucción transversal para imagen sintética, donde se calcula el error absoluto para las estrategias de sensado en tres puntos escogidos aleatoriamente. La imagen es reconstruida con el 25% de la información de la imagen original.

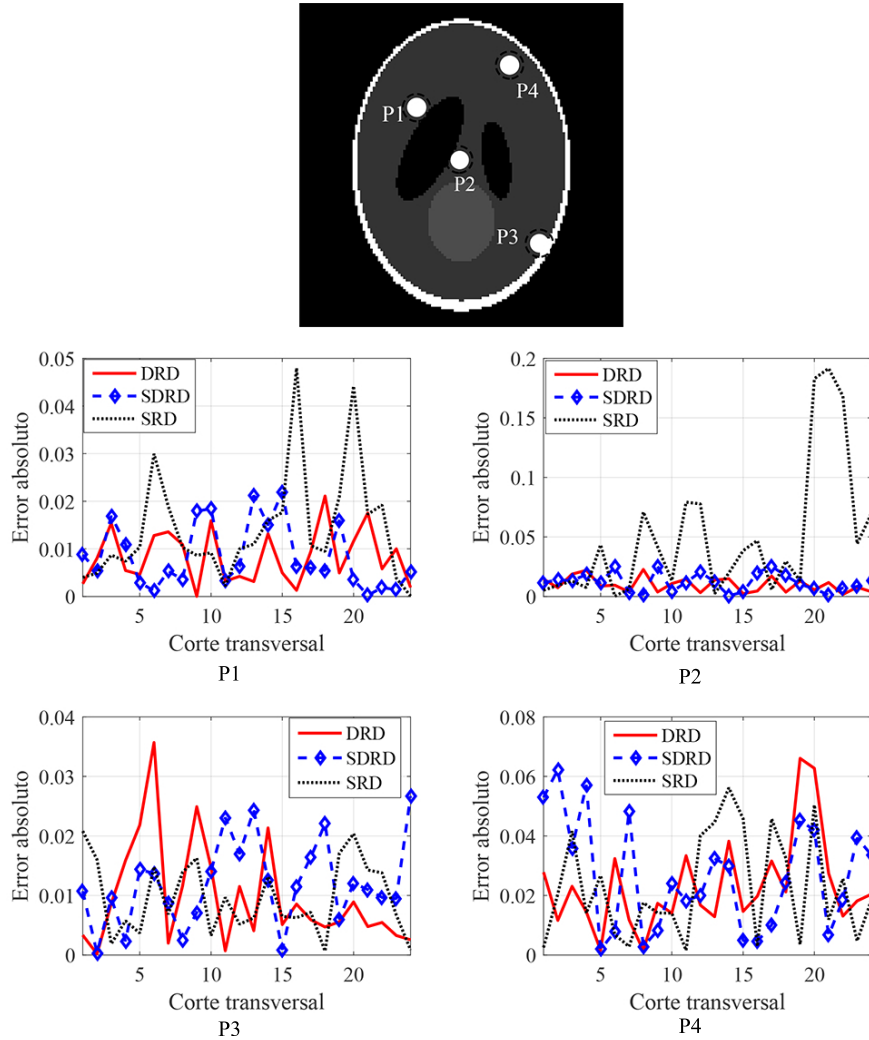


Figura 5.15: Análisis de la reconstrucción transversal para imagen real de tórax humano, donde se calcula el error absoluto para las estrategias de sensado en tres puntos escogidos aleatoriamente. La imagen es reconstruida con el 50% de la información de la imagen original.

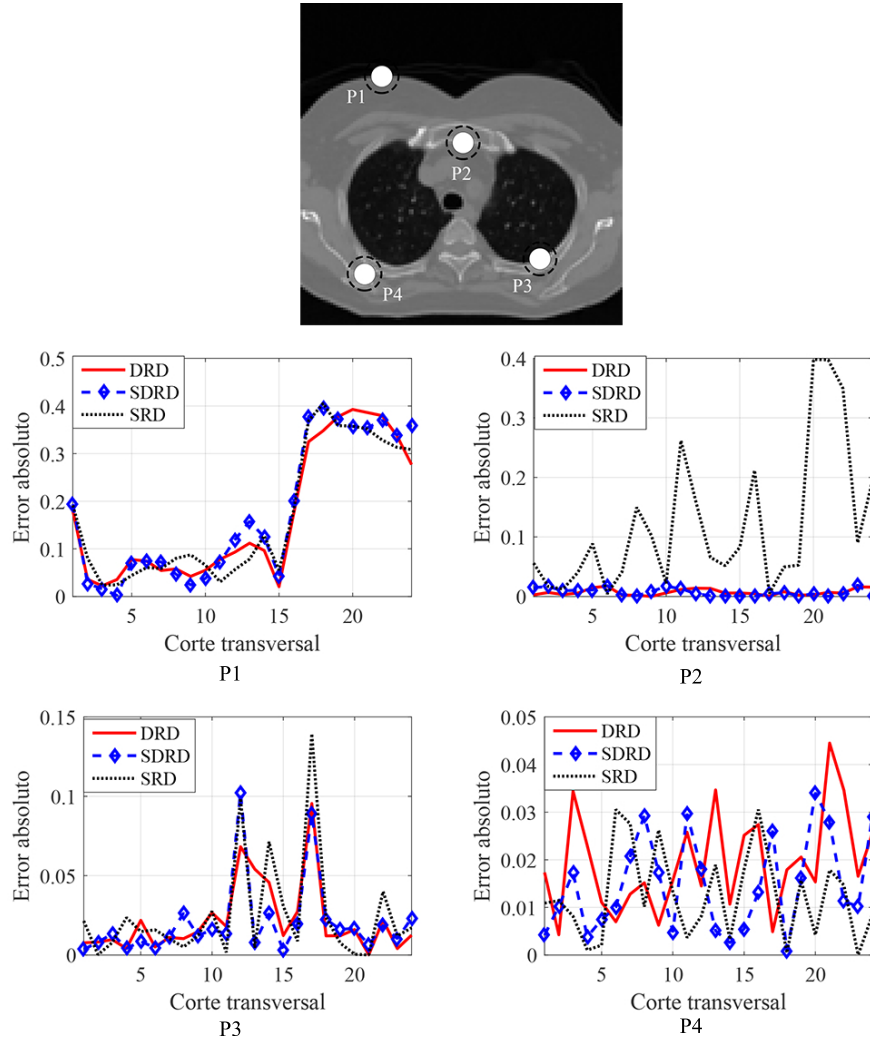


Figura 5.16: Representación gráfica de la comparación de 4 vectores de atenuación a lo largo del eje x de una imagen CT real. Para cada vector se selecciona una posición aleatoria en un corte transversal fijo. El corte transversal es previamente seleccionado aleatoriamente.

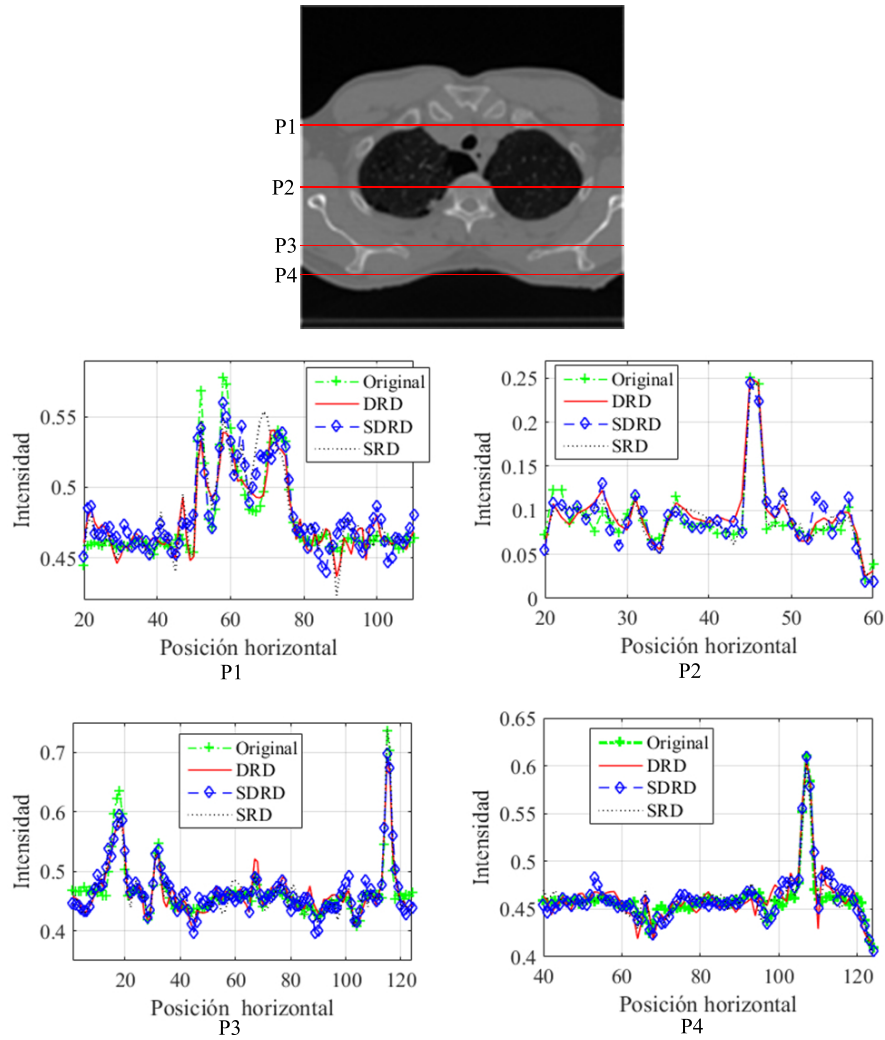


Figura 5.17: Representación gráfica de la comparación de 4 vectores de atenuación a lo largo del eje x de una imagen CT real. Para cada vector se selecciona una posición aleatoria en un corte transversal fijo. El corte transversal es previamente seleccionado aleatoriamente.

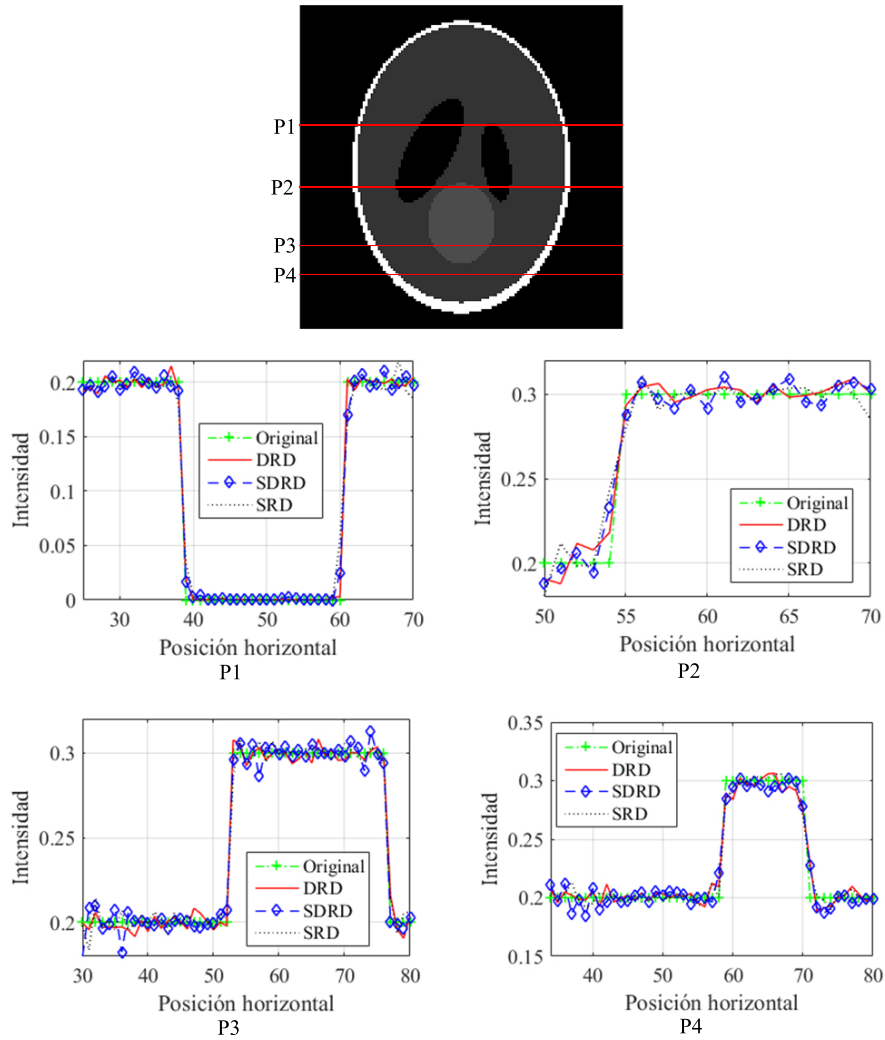
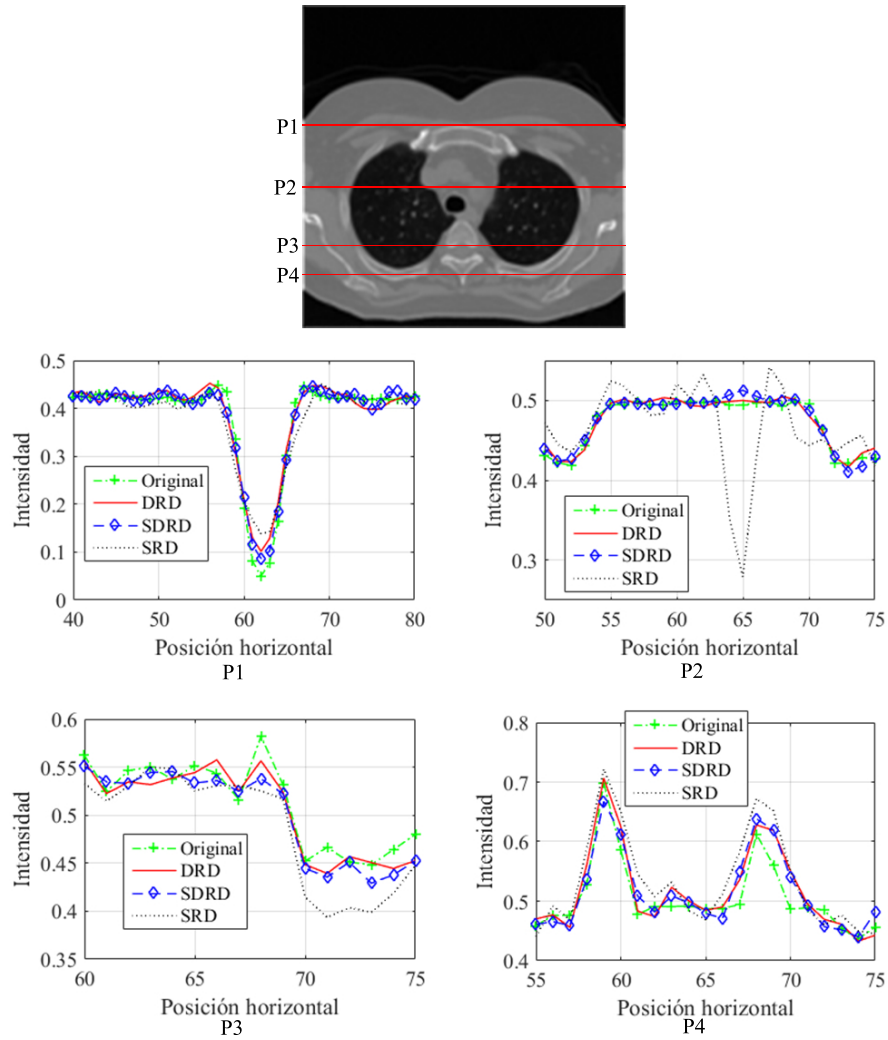


Figura 5.18: Representación gráfica de la comparación de 4 vectores de atenuación a lo largo del eje x de una imagen CT real. Para cada vector se selecciona una posición aleatoria en un corte transversal fijo. El corte transversal es previamente seleccionado aleatoriamente.



6. CONCLUSIONES

En este trabajo se presento el modelo matemático para las estrategias DRD, SDRD, y SRD en una arquitectura CT compresada con haz de rayos-X, los resultados de las simulaciones permiten concluir:

- La reconstrucción de una imagen CT puede obtenerse con tan solo el 25% de la información original obteniendo valores promedio de PSNR de 26[dB] en el peor de los casos.
- La estrategia SDRD obtiene los mejores resultados en la calidad de las imágenes reconstruidas, sin embargo las otras estrategias también obtienen resultados aceptables.
- La aplicación de la estrategia SDRD en medicina es la más viable, esto debido a que obtiene buena calidad en las imágenes reconstruidas y requiere de un número determinado de códigos de apertura, no obstante el estudio de el número óptimo de códigos de apertura para esta estrategia necesita ser estudiado.

Referencias

- [1] David J Brenner and Eric J Hall. Computed tomography—an increasing source of radiation exposure. *New England Journal of Medicine*, 357(22):2277–2284, 2007.
- [2] Avinash C. Kak and Malcolm Slaney. *Principles of computerized tomographic imaging*. IEEE press, 1988.
- [3] Thorsten M Buzug. *Computed tomography: from photon statistics to modern cone-beam CT*. Springer Science & Business Media, 2008.
- [4] M Peter Heilbrun, Theodore S Roberts, Michael L J Apuzzo, Trent H Wells Jr, and James K Sabshin. Preliminary experience with Brown-Roberts-Wells (BRW) computerized tomography stereotaxic guidance system. *Journal of neurosurgery*, 59(2):217–222, 1983.
- [5] M E Coles, E L Muegge, and E S Sprunt. Applications of CAT scanning for oil and gas production. *Nuclear Science, IEEE Transactions on*, 38(2):510–515, 1991.
- [6] Alexander Flisch, Joachim Wirth, Robert Zanini, Michael Breitenstein, Adrian Rudin, Florian Wendt, Franz Mnich, and Roland Golz. Industrial computed tomography in reverse engineering applications. *DGZ-fP-Proceedings BB*, 1999.
- [7] William Swindell, Robert G Simpson, James R Oleson, ChingTai Chen, and Elmer A Grubbs. Computed tomography with a linear accelerator with radiotherapy applications. *Medical physics*, 10(4):416–420, 1983.
- [8] Dorthe Wildenschild, C M P Vaz, M L Rivers, D Rikard, and B S B Christensen. Using X-ray computed tomography in hydrology: systems, resolutions, and limitations. *Journal of Hydrology*, 267(3):285–297, 2002.
- [9] S Gondrom, J Zhou, M Maisl, H Reiter, M Kröning, and W Arnold. X-ray computed laminography: an approach of computed tomography for applications with limited access. *Nuclear engineering and design*, 190(1):141–147, 1999.
- [10] Richard L Webber and Roger A Horton. Method and system for creating three-dimensional images using tomosynthetic computed tomography, sep 2001.
- [11] Jean-Pierre Kruth, M Bartscher, S Carmignato, R Schmitt, Leonardo De Chiffre, and A Weckenmann. Computed tomography for dimensional metrology. *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, 60(2):821–842, 2011.

-
- [12] Rebecca Smith-Bindman, Jafi Lipson, Ralph Marcus, Kwang-Pyo Kim, Mahadevappa Mahesh, Robert Gould, Amy Berrington de González, and Diana L Miglioretti. Radiation dose associated with common computed tomography examinations and the associated lifetime attributable risk of cancer. *Archives of internal medicine*, 169(22):2078–2086, 2009.
- [13] Emmanuel J Candè and Michael B Wakin. An introduction to compressive sampling. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 25(2):21–30, 2008.
- [14] David L Donoho. Compressed sensing. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 52(4):1289–1306, 2006.
- [15] C Özgen. Compressed Sensing Based Computerized Tomography Imaging. (February), 2012.
- [16] Kihwan Choi, Jing Wang, Lei Zhu, Tae-Suk Suh, Stephen Boyd, and Lei Xing. Compressed sensing based cone-beam computed tomography reconstruction with a first-order method. *Medical physics*, 37(9):5113–5125, 2010.
- [17] Yan Kaganovsky, Daheng Li, Andrew Holmgren, HyungJu Jeon, Kenneth P MacCabe, David G Politte, Joseph a O’Sullivan, Lawrence Carin, and David J Brady. Compressed sampling strategies for tomography. *J. Opt. Soc. Am. A*, 31(7):1369–1394, 2014.
- [18] Pagina oficial del premio Nobel. <http://www.nobelprize.org>. En línea; accedida 19-Julio-2016.
- [19] AM Cormack. Reconstruction of densities from their projections, with applications in radiological physics. *Physics in medicine and biology*, 18(2):195, 1973.
- [20] Godfrey N Hounsfield. Computerized transverse axial scanning (tomography): Part 1. description of system. *The British journal of radiology*, 46(552):1016–1022, 1973.
- [21] Robert Cierniak. *X-ray computed tomography in biomedical engineering*. Springer Science & Business Media, 2011.
- [22] Andrew J Einstein, Milena J Henzlova, and Sanjay Rajagopalan. Estimating risk of cancer associated with radiation exposure from 64-slice computed tomography coronary angiography. *Jama*, 298(3):317–323, 2007.
- [23] Thomas Fuchs, Marc Kachelrieß, and Willi A Kalender. Direct comparison of a xenon and a solid-state ct detector system: measurements under working conditions. *IEEE transactions on medical imaging*, 19(9):941–948, 2000.

-
- [24] Emmanuel J Candès, Justin Romberg, and Terence Tao. Robust uncertainty principles: Exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information. *IEEE Transactions on information theory*, 52(2):489–509, 2006.
- [25] Richard G Baraniuk. Compressive sensing. *IEEE signal processing magazine*, 24(4), 2007.
- [26] Mark A Davenport, Marco F Duarte, Yonina C Eldar, and Gitta Kutyniok. Introduction to compressed sensing. *Preprint*, 93(1):2, 2011.
- [27] Mark A Davenport, Petros T Boufounos, Michael B Wakin, and Richard G Baraniuk. Signal processing with compressive measurements. *Selected Topics in Signal Processing, IEEE Journal of*, 4(2):445–460, 2010.
- [28] Stephen J Wright, Robert D Nowak, and Mário AT Figueiredo. Sparse reconstruction by separable approximation. *Signal Processing, IEEE Transactions on*, 57(7):2479–2493, 2009.
- [29] Yu Zhang, Guorong Wu, Pew-Thian Yap, Qianjin Feng, Jun Lian, Wufan Chen, and Dinggang Shen. Reconstruction of super-resolution lung 4d-ct using patch-based sparse representation. In *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2012 IEEE Conference on*, pages 925–931. IEEE, 2012.
- [30] Zhou Wang, Alan Conrad Bovik, Hamid Rahim Sheikh, and Eero P. Simoncelli. Image quality assessment: From error visibility to structural similarity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 13(4):600–612, 2004.

BIBLIOGRAFÍA

BUZUG, Thorsten M. Computed tomography: from photon statistics to modern cone-beam CT. Springer Science & Business Media, 2008.

CANDÈS, Emmanuel J. y WAKIN, Michael B. An introduction to compressive sampling. IEEE signal processing magazine, 2008, vol. 25, no 2, p. 21-30.

DONOHO, David L. Compressed sensing. IEEE Transactions on information theory, 2006, vol. 52, no 4, p. 1289-1306.

BARANIUK, Richard G. Compressive sensing. IEEE signal processing magazine, 2007, vol. 24, no 4.

Brady, David J; MROZACK, Alex; MACCABE, Ken y LLULL, Patrick. Compressive tomography. Advances in Optics and Photonics, 2015, vol. 7, no 4.

KAGANOVSKY, Yan; LI, Daheng; HOLMGREN, Andrew; JEON, HyungJu; MACCABE, Kenneth P; POLITTE, David G; O'SULLIVAN, Joseph; CARIN, Lawrence y BRADY, David J. Compressed sampling strategies for tomography. J. Opt. Soc. Am. A, 2014, vol. 31, no 7, p. 1369-1394.

HEILBRUN, M Peter; ROBERTS, Theodore S; APUZZO, Michael L J; WELLS Jr; TRENT H y SABSHIN, James K. Preliminary experience with Brown-Roberts-Wells (BRW) computerized tomography stereotaxic guidance system. Journal of neurosurgery, 1983, vol. 59, no 2, p. 217-222.

FLISCH, Alexander; WIRTH, Joachim; ZANINI, Robert; BREITENSTEIN, Michael; RUDIN, Adrian; WENDT, Florian; MNICH, Franz y GOLZ, Roland. Industrial computed tomography in reverse engineering applications. DGZ-fP-Proceedings BB, 1999.

BRENNER, David J y HALL, Eric J. Computed tomography—an increasing source of radiation exposure. New England Journal of Medicine, 2007, vol. 357, no 22, p. 2277-2284.

CUADROS, Angela; WANG, Kai; PEITCH, Chris; ARGUELLO, Henry y ARCE, Gonzalo. Coded aperture design for compressive X-ray tomosynthesis. Computational Optical Sensing and Imaging, 2015, p. CW2F-2.