RAZONAMIENTO MATEMÁTICO: ¿UNA O VARIAS HABILIDADES?

CAROLINA ROJAS CELIS

HENRY ALEXANDER VEGA RAMÍREZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE MATEMÁTICAS

BUCARAMANGA

2007

RAZONAMIENTO MATEMÁTICO: ¿UNA O VARIAS HABILIDADES?

CAROLINA ROJAS CELIS
HENRY ALEXANDER VEGA RAMÍREZ

Trabajo para optar al título de
Licenciados en Matemáticas

Director
GABRIEL YÁÑEZ CANAL
Ph.D en Matemática Educativa

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2007

A Dios por ser el fundamento y timón de mi vida.
A mi familia por su incondicional apoyo y comprensión.
Carolina Rojas

AGRADECIMIENTOS

A nuestros queridos estudiantes de 8-9 del Instituto Técnico Superior Dámaso Zapata del año escolar 2006, por su ánimo en la realización de nuestros trabajos y pruebas y por brindarnos su cariño y admiración.

A nuestros padres por su amor, apoyo incondicional y comprensión en cada situación durante estos cinco años de estudio de pregrado.

Al profesor Gabriel Yánez Canal, por sus enseñanzas, colaboración y apoyo durante nuestra vida universitaria y en el desarrollo de este Proyecto.

A nuestros amigos durante la carrera universitaria por su apoyo, ánimo, respaldo y colaboración durante la realización del trabajo de Grado.

A mi hermano Germán por creer en mí y su empeño en verme crecer profesionalmente (Carolina Rojas).

TABLA DE CONTENIDO

Pág.

TÍTULO:[*]

EL RAZONAMIENTO MATEMÁTICO: ¿UNA O VARIAS HABILIDADES?

AUTORES:
CAROLINA ROJAS CELIS
HENRY ALEXANDER VEGA RAMÍREZ[**]

PALABRAS CLAVES: Razonamiento Matemático. Inteligencia, Habilidad.

Basados en las experiencias que se viven diariamente en los salones de clases, surgió una inquietud acerca del Razonamiento Matemático, ya que allí se puede observar casi a diario la problemática del estudiante cuando estudia la matemática, pero resulta no tener buenos resultados en todas las subdivisiones de esta.
Bajo esta inquietud se ha realizado este Trabajo de Grado, cuyo objetivo es el de comprobar si el razonamiento matemático es único o multivariado, basados en autores como Gardner y Sternberg.

Este tipo de identificación sería de gran ayuda para los docentes, pues modificaría de manera significativa el currículo, los métodos de evaluación y la metodología a tratar en el salón de clase enfocándola según las habilidades matemáticas de los estudiantes.

En cuanto a la metodología de investigación, la forma como se desarrolló fue por medio de cuestionarios para algunas de las subdivisiones de la matemática, como lo son la Lógica, la Aritmética, el Álgebra y la Geometría. Cada cuestionario está apoyado en los Estándares Nacionales, los estadounidenses y los Lineamientos curriculares.

De los resultados obtenidos se realizó un análisis cuantitativo en el que se categorizó a los estudiantes según los resultados en cada uno de los test, una vez identificados, se realizó un análisis cualitativo, estudiando no solo la exactitud de la respuesta sino, también, la originalidad de ella. Para terminar el análisis y para llegar a dar respuesta al interrogante, se estudió a cada estudiante sobresaliente en cada test con respecto a sus resultados en los demás test.

Como conclusiones se puede decir que aunque los resultados obtenidos no dejaron ver claramente si el razonamiento matemático podía ser visto como una sola habilidad o como vanas, sí dejó una inquietud más acerca de cómo se podría ver y evaluar el razonamiento matemático.

---

[*] Trabajo de Grado
[**] Facultad de Ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Director: Gabriel Yánez Canal. PhD En Matemática Educativa

TITLE[*]:
MATHEMATICAL REASONING: ONE OR SEVERAL SKILLS?

AUTHORS:
CAROLINA CELIS
HENRY ALEXANDER VEGA RAMIREZ[**].

KEY WORDS: Mathematical reasoning, Intelligence, Skill.

Taking the experience that we live in the classroom every day, it came a question about the Math Reasoning., that because there you can observe, almost every day, the students´ problem when they are studying Math, but it become that will not have good results in all the Math's subdivisions.
Under this question, it has done this grade project, which principal objective is to prove if the math Reasoning is unique or has subdivisions, basing in Gardner and Sternberg's theories.

This identification will be really helpful for the teachers, because it'll change significantly the curriculum, the evaluation methods and the methodology to use in the classroom, focusing it in relation with the math abilities of each student.

About the research methodology, the way it have done was with the help of tests for some of the math's subdivisions, like are Logics, Arithmetic, Algebra and Geometry, each test was support by the National and American Standards and the Curricular Guidelines.

With the results, we make a Quantitative analysis in which we categorized every students according with his grades in each test, after we identificated the students, we made a Qualitative analysis, studying not only their accuracy in the answer but also, the originality. Finishing the analysis and looking for the answer of our question, we studied every outstanding student in each test with the results in his other tests.

As a conclusion we can affirm that although the results that we got, it didn't show clearly if the math reasoning could see like a unique ability or more, it let another doubt about how it could see and evaluate the Math Reasoning.

[*] Degree work.
[**] Sciences Faculty. Licenciatura en Matemáticas. Director: Gabriel Yáñez Canal Ph D in Educative Mathematics

PRESENTACIÓN

"Poca observación y muchas teorías llevan al error. Mucha observación y pocas teorías llevan a la verdad" Alexis Carrel.

La visión que orienta la docente es un factor de motivación importante para desarrollar nuestra capacidad investigativa y creativa. Esta visión debe estar enmarcada y guiada por un cuestionamiento constante de la actividad, en especial la de los estudiantes que hacen posible la experiencia del ejercicio docente, para así lograr identificar aquellas deficiencias que afectan de una manera relevante el aprendizaje de los estudiantes y el nuestro.

Es claro que la práctica educativa, rica en experiencias, marca un camino para que el futuro docente-investigador indague, observe y evalúe de una manera clara la problemática que encuentra en el salón de clase.

Durante nuestro Proyecto de Grado I (dicho proyecto lo realizamos en el Instituto Tecnológico Dámaso Zapata con estudiantes de octavo grado en el primer semestre del 2006), nos encontramos con muchas sorpresas que se tradujeron en interrogantes, y por qué no decirlo, en posibles ejes temáticos para futuras investigaciones

Además, tal vez nuestra expectativa por enfrentarnos al salón de clase nos permitió ver claramente situaciones que consideramos relevantes aunque para otros eran solo "situaciones que a todos les pasa". Quizás "a todos les pasa" pero el inconveniente de esta observación y posición es que la mayoría de veces se opta por "dejar las cosas así" sin tratar de buscar un por qué que permita encontrar una posible solución, por lo menos, para mejorar la falencia que "a todos les pasa".

Por tal razón, decidimos tomar una de estas situaciones que a cualquier maestro le puede suceder en un salón de clase, investigar un poco más a fondo, para así confirmar nuestra hipótesis y buscar nuevas alternativas y soluciones.

En nuestra primera experiencia docente, "En busca de la utopía", mientras realizábamos diferentes tipos de actividades con nuestros estudiantes encontramos que algunos de ellos presentaban mayor habilidad en algunos procesos matemáticos que en otros. Fue así como pasamos de ser observadores pasivos a ser observadores activos del proceso educativo de estudiantes de octavo grado.

Nuestras observaciones comenzaron en las clases de aritmética que buscaban que los estudiantes recordaran los conceptos aprendidos en el grado anterior. Fue en estas observaciones pasivas cuando comenzamos a ver que ciertos estudiantes tenían mejor desempeño en actividades de carácter aritmético.

Con el correr de los días, las clases comenzaron a intensificarse y llegamos a involucrarnos en actividades de clase de geometría y de estadística en las que otros estudiantes se mostraron mucho más adelantados que sus compañeros.

Finalmente, fue en las actividades geométricas en donde se observó que la mayoría de estudiantes del salón entendían y comprendían mejor los conceptos. Esto nos llevó a tomar la decisión de enmarcar nuestro proyecto de práctica con Geometría.

Fue así como, teniendo en cuenta los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), diseñamos una metodología de enseñanza con los Polígonos que permitió que los estudiantes identificaran, de manera deductiva, los patrones de sus diferentes propiedades para que por sí mismos generalizaran.

Durante la generalización, se observó que la habilidad geométrica que algunos estudiantes poseían les permitió manejar algebraicamente algunas expresiones que ellos no habían comprendido fácilmente en clases anteriores de álgebra –esto aumentó nuestros interrogantes y especulaciones.

Por otro lado, el trabajo que realizamos con los estudiantes nos dejó explorar temas de un alcance totalmente distinto al objetivo principal de cada clase lo que nos permitió corroborar, una vez más, que las Matemáticas no son un conjunto de tópicos aislados sino un todo integrado.

Siendo consecuentes con nuestras observaciones y con la misma experiencia que vivíamos, concluimos que uno de los mayores problemas en la Educación Matemática es el verla como un todo: la escuela comete el error de diversificarla de manera tal que los estudiantes ven las Matemáticas como un conjunto de diferentes asignaturas que lo único que poseen en común son los caracteres numéricos.

Paralelamente, dichas asignaturas son tratadas de manera excluyente: algunas tienen una mayor relevancia en el currículo[1] y en la misma práctica educativa. Esto hace que los estudiantes no logren desarrollar todo su potencial ni sus capacidades matemáticas; por tal razón, consideramos que, sus pensamientos matemáticos algunas veces se restringen hasta el punto de cohibir su iniciativa de

[1] **Currículo**: Conjunto de criterios, planes de estudios, programas, metodologías, y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local, incluyendo también los recursos humanos, académicos y físicos para poner en práctica las políticas y llevar a cabo el proyecto educativo institucional. Proyecto educativo institucional (MEN, 1994, p. 43).

aprendizaje autónomo y sus mismas ideas, limitando, de este modo, su aprendizaje y su superación personal.

Además, si a esto añadimos el "desinterés" del docente por evaluar su práctica educativa, por cuestionarla y analizar a cada uno de sus estudiantes y el todo de su salón de clase, podemos fácilmente llegar a la conclusión de que el docente desconoce, por lo general, las capacidades de sus estudiantes y las dificultades que este tiene para descubrir e identificar sus propias habilidades.

Como dijimos anteriormente, si el profesor identifica dichas capacidades y orienta debidamente al estudiante para que las descubra y tome consciencia de ellas, estas pueden ser desarrolladas hasta al punto de hacer del estudiante un "experto en la materia".

Fue así como las diferentes situaciones que se presentaron en nuestra práctica nos llevaron a cuestionarnos sobre las habilidades matemáticas de nuestros estudiantes, a reconocer que algunos de estos estudiantes evidenciaron tener mayor habilidad en geometría que en álgebra; y, en consecuencia, a preguntarnos si estas habilidades estaban desarrolladas como un todo o separadas por saberes.

Esta es la inquietud que orienta este Trabajo de Grado: ¿El razonamiento matemático puede ser visto como una o varias habilidades? Es decir, nuestro principal objetivo es comprobar si el razonamiento matemático es único o multivariado.

Este tipo de identificación en los estudiantes[2] sería de gran ayuda para los docentes pues modificaría de manera significativa el currículo, los métodos de

[2] En cuanto a la identificación de los estudiantes, obviamente no queremos llegar a entrar en controversias discriminatorias con respecto a la capacidad intelectual de nuestros alumnos, ni llegar a catalogarlos como "talentosos" y "poco talentosos".

evaluación y la pedagogía a tratar en el salón de clase, enfocándola según las habilidades matemáticas de los estudiantes con el fin de lograr el tan anhelado aprendizaje significativo.

Por otro lado, volviendo a nuestro trabajo, para lo que nos compete, y debido al escaso tiempo de ejecución para este proyecto y por su carácter de pregrado, decidimos tomar como muestra de tipificación todo el curso 8-09 con 42 estudiantes del Colegio Tecnológico Dámaso Zapata, y teniendo en cuenta su normatividad, clasificar a los estudiantes de acuerdo a los resultados de cada uno de los test. La muestra nos pareció totalmente significativa, ya que los estudiantes provienen de diferentes razones sociales, demuestran diferentes capacidades, además de que no hay diferenciación de sexo.

En cuanto a la metodología de investigación, la forma como lo desarrollamos fue por medio de cuestionarios para algunos de los campos de la matemática, como lo son la Lógica Matemática, la Aritmética, el Álgebra y la Geometría. Cada cuestionario está apoyado en los Lineamientos Curriculares Nacionales y los estándares estadounidenses, así como de los Estándares Nacionales para octavo grado.

De los resultados obtenidos hicimos un análisis cuantitativo en el que categorizamos a los estudiantes según los resultados en cada uno de los test, para identificar a aquellos que sobresalieron. Una vez identificados, realizamos un análisis cualitativo, estudiando no solo la exactitud de la respuesta sino, también, la originalidad de ella, como lo describimos en el capítulo de "Creación de Test y Análisis de Resultados".

Por último, y para llegar a dar respuesta a nuestro interrogante, estudiamos a cada estudiante sobresaliente en cada test con respecto a sus resultados en los demás test. Y allí fue en donde nos dimos cuenta de que aunque los resultados obtenidos no nos dejaron ver claramente si el razonamiento matemático podía ser visto como una sola habilidad o como varias, sí nos dejó una inquietud más acerca de cómo podríamos ver y evaluar el razonamiento matemático, pues aunque encontramos estudiantes con calificaciones excelentes en todas las pruebas, mostrando ya no solo una habilidad sino muy posiblemente una inteligencia matemática[3], también encontramos estudiantes con excelentes resultados en uno de los test, pero no muy buenos en los demás.

Según los resultados obtenidos no podemos concluir como veraz o falso lo conjeturado en un principio. Pero lo que sí podemos asegurar es que este trabajo de grado nos ha dejado una gran inquietud frente a la dimensión del razonamiento matemático.

[3] Entendiendo la inteligencia -según Gardner- como la capacidad para resolver problemas y crear productos valorados en una determinada cultura.

1. MARCO TEÓRICO

"La investigación científica en educación, como en cualquier disciplina empírica y experimental, sería completamente inconcebible sin instrumentos de medición confiables y válidos y sin los datos que éstos suministran" Ausubel (1987).

La inteligencia a través de la historia ha sido un término que ha creado controversia, diferentes autores difieren en su concepto, generalización, medición y caracterización. Para nuestro caso, diremos que la inteligencia es la capacidad que tiene un individuo para resolver un problema, encontrar diferentes soluciones, además de los procesos cognitivos que el sujeto realiza.

Entre las discusiones que hay en el mundo de la psicología y el aprendizaje acerca de la inteligencia y la caracterización de los talentos y capacidades excepcionales se encuentra la que contrapone a la unidimensionalidad con la multidimencionalidad de la inteligencia. Entre las teorías que afirman que la inteligencia no es una sino varias, se destaca la Teoría de las Inteligencias Múltiples (TIM) de Gardner.

Gardner (1983) postula la existencia de siete inteligencias, que más tarde amplía a ocho. Para este autor la inteligencia es la capacidad para resolver problemas y crear productos valorados en una determinada cultura. La TIM plantea una perspectiva amplia y pragmática de la inteligencia y desde esta perspectiva multidimensional asume que la inteligencia es funcional y que se manifiesta de diferentes maneras en diversos contextos.

Es decir, que la TIM apuesta por un nuevo modelo de enseñar y aprender centrado en el estudiante y en el desarrollo de habilidades y estrategias de las diferentes inteligencias.

Entre otros modelos multidimencionales se encuentra el modelo Triárquico de Stemberg, quien intenta explicar los procesos intelectuales desde tres dimensiones: la Inteligencia Contextual, la Inteligencia Componencial y la Inteligencia Experiencial, que hacen referencia a la inteligencia práctica, estructural y creativa respectivamente (MEN, 2004, p. 15).

Desde esta perspectiva las inteligencias múltiples propuestas por Gardner pueden ser comprendidas como componentes de la inteligencia componencial o como elementos transversales a las dimensiones propuestas por Sternberg. (Vega y De Zubiría, 1998).

Además, Sternberg define la Inteligencia Contextual como aquella que se requiere para resolver asuntos del mundo de la vida cotidiana así como las respuestas inteligentes que son aprendidas de, y en, un contexto o en una cultura particular. La Inteligencia Componencial explica los mecanismos y los componentes internos y universales que son utilizados para actuar de manera inteligente. Y, la Inteligencia Experiencial encierra los procesos de automatización de la información y la capacidad de responder a situaciones nuevas.

De esta manera, la inteligencia para Sternberg no es primordialmente un problema de cantidad, sino de equilibrio, de saber cuándo y cómo usar las habilidades analíticas, las creativas y las prácticas (De Zubiría, 2002, p. 45).

El estudio de estas teorías nos permite analizar más directamente el tema de las capacidades y los talentos excepcionales ya que estos se encuentran ligados a las nociones de inteligencia. Así como las diferentes teorías caracterizan la inteligencia en diferentes formas, los talentos y capacidades excepcionales también se pueden asumir desde diferentes puntos de vista. Algunos de ellos son:

- **Psicometría.**

Algunos autores como Hollingworth (1942), Eynseck (1995) y Freeman (1997) conciben la superdotación desde el punto de vista de la normalidad psicométrica y han desarrollado sus estudios clasificando la población considerada superdotada exclusivamente por la puntuación global o parcial del Coeficiente Intelectual (CI).

Otros, a pesar de hacer un fuerte énfasis en la importancia que tiene la valoración del CI, han cuestionado la evaluación cada vez que aceptan que existen factores culturales y actitudinales que intervienen en el resultado de las pruebas (Freeman, 1997); estos cuestionamientos relativizan la confiabilidad de las pruebas (Eynseck, 1995) y las limitaciones para detectar la creatividad y la originalidad de los estudiantes con capacidades o talentos excepcionales (Hollingworth, 1942).

- **Geográfica**

La excepcionalidad se considera como una habilidad general que logra explicar los procesos cognitivos globales en el comportamiento de los sujetos.

Entre los autores ubicados en esta tendencia se resaltan Renzulli (1994), Verhaaren (1990) y *Commissioned Advisory Council of Education of The United States* (1990), quienes sostienen que los factores generales se determinan por los procesos de creatividad y los específicos por las habilidades de los sujetos; además, plantean que los procesos cognitivos de niños, niñas y jóvenes con capacidades o talentos excepcionales involucran superioridad en memoria, creatividad, capacidad de observación, combinación de ideas, métodos y capacidad de generalización.

De este modo, se considera que esta tendencia da cuenta de los procesos específicos en el aprendizaje de las personas con capacidades o talentos excepcionales y logra explicar que dichas personas, a pesar de su condición, pueden presentar problemas en el aprendizaje.

- **De Desarrollo.**

Otro grupo de estudiosos se ha centrado en explicar la excepcionalidad desde el punto de vista del desarrollo, entre ellos Mönks (1994), Cantos, Díaz & Galisteo (2000), y Schwart (1997) quienes aportan estudios de estructuración cognitiva y de desarrollo diferencial en las esferas humanas de la persona con capacidades o talentos excepcionales. Afirman, además, que la excepcionalidad se define teniendo en cuenta un desarrollo precoz en una o varias esferas (Mönks, 1994; Cantos, Díaz y Galisteo, 2000; Schwartz, 1997).

Igualmente, sugieren que dicho proceso depende en gran parte de las características culturales del entorno ya que estimulan a una o a varias esferas del desarrollo humano. Esta tendencia sostiene que la excepcionalidad no implica ser hábil en todas las áreas, sino precoz en algunas de ellas, con posibilidad de ser deficientes en otras, de forma similar a la tendencia geográfica.

- **Sistemática.**

Por último, esta tendencia teórica agrupa autores tales como Benbow (1992); Benbow, Arjmand & Walberg (1991). Este enfoque señala que las capacidades o talentos excepcionales son una consecuencia de la interacción entre los procesos cognitivos y las habilidades específicas. Cada habilidad tendrá un proceso de desarrollo específico y el sujeto con capacidades o talentos excepcionales podrá presentar desempeños superiores en una o varias de ellas.

Sin embargo, las fortalezas en los procesos metacognitivos, es decir, las habilidades para monitorear, autodirigir y crear las propias estrategias de aprendizaje, independientemente del contenido, caracterizarán cualquier tipo de capacidad o talento.

El concepto de capacidad o talento excepcional comprende el planteamiento de inteligencias múltiples desarrollado por Gardner (1998), superando una concepción globalizante y academicista. Winner (1996) afirma también que no existe un solo tipo de capacidad o talento excepcional, sino múltiples. Él desarrolla exhaustivamente el concepto a través de diferentes casos y procesos de desarrollo en niños, niñas y jóvenes con capacidades o talentos excepcionales específicos (artísticos, gráficos y musicales, con talentos excepcionales lingüísticos y matemáticos, entre otros), e incluso describe diagnósticos de capacidades o talentos excepcionales en personas con alguna discapacidad[4].

Además de las diferentes tendencias de estudio de los talentos y capacidades, se debe tener en cuenta que existe una categorización de los talentos. Algunos se refieren a personas con capacidades excepcionales globales, y personas con talentos especiales específicos como lo de los deportistas, músicos etc.

Debemos reconocer, como bien lo afirma Winner (1996. p. 3) y otros, que las personas con capacidades y talentos excepcionales no necesariamente son sobresalientes académicamente[5], pero aún así estos individuos deben poseer las siguientes características: habilidades meta-cognitivas superiores, desarrollo precoz en una o varias de las esferas del desarrollo humano, y, automaestría en una o varias áreas del saber.

[4] Es el caso del *idiot savant.* El término *Idiot savant* se refiere a sujetos que presentan un desorden social o comunicativo severo, pero un talento en otras áreas (Winner, 1996).
[5] Aquí nos referimos a uno de las preguntas primordiales de nuestro documento, alumnos que no poseían buen rendimiento académico, y en actividades específicas obtenían resultados sobresalientes muy fuera de la normalidad del curso. Llegamos a creer que ellos puedan tener capacidades y talentos excepcionales pero los tienen disfrazados para poder encajar en la escuela.

Reiterando, el término capacidades excepcionales globales hace referencia a un enfoque de inteligencia general que posibilita al sujeto tener maestría en múltiples áreas del conocimiento y excepcionalidad en las diferentes esferas del desarrollo. Raramente un niño, niña y joven con capacidades o talentos excepcionales presentan excepcionalidad en todas las esferas de su desarrollo. Generalmente, presentan un muy alto CI; entre ellos se cuentan a aquellos sujetos denominados en la literatura como extremadamente excepcionales o profundamente dotados (Winner, 2004).

Por su parte, Terman (citado por García y González, 2004, p. 40) considera que son características fundamentales del estudiante excepcional: condiciones físicas ligeramente superiores al promedio (mayor rendimiento en actividades que requieran de destreza física); habilidad en lectura, lenguaje, razonamiento aritmético, ciencia, literatura y artes; intereses espontáneos, múltiples y marcadas aficiones; autovaloración ajustada acerca de su propio conocimiento; puntajes altos en pruebas de estabilidad emocional; y, actitudes sociales marcadas.

Por otro lado, cuando hablamos de talentos excepcionales específicos nos referimos a los sujetos que presentan aptitudes en diferentes áreas del saber o esferas del desarrollo humano, desde los talentos matemáticos a los talentos artísticos.

Entre los talentos matemáticos, lo que nos compete, se han identificado tres manifestaciones diferentes de niños con este talento: aquellos que usan razonamiento visual-espacial para resolver problemas matemáticos, aquellos que usan estrategias verbales, y aquellos que usan ambos. (MEN, 2004, p.20).

Así como se han identificado entre los talentos matemáticos tres tipos de niños, de una manera similar nuestro objetivo en este Proyecto es el de identificar la existencia de varias habilidades en el razonamiento matemático. Lo que pretendemos no es clasificar al estudiante de poseer una o varias habilidades en el razonamiento matemático sino analizar, primero, si existen estas habilidades.

Por tal razón, nos basamos en los criterios de psicólogos como Gardner y otros ya mencionados pues en sus teorías encontramos las bases para ver qué es lo que se debe tener en cuenta a la hora de elaborar y evaluar un test que nos permita determinar el grado de veracidad de nuestra hipótesis.

DE LA EVALUACIÓN

> *"El término evaluación suele usarse con distintos significados. En cualquiera de las acepciones que se tome, la evaluación significa la emisión de juicios sobre un asunto determinado e implica un proceso de investigación. En principio la evaluación es un sinónimo de apreciación, estimación o valoración." MEN (1997).*

Es claro que la evaluación en nuestra escuela es un elemento de poder que está inscrito en un continuo proceso de evolución; nuevos métodos de evaluación que no se fijan solo en el elemento cuantitativo se han ido incorporando poco a poco en la escuela. Estos últimos son nuestra base y orientación para el diseño de los test.

Al revisar lo que nuestros test evaluaban, pudimos ver que estos no buscaban cuantificar conceptos relacionados al área de matemáticas de octavo grado pero tampoco obviarlos. Como bien sabemos, en la educación colombiana los Estándares nos muestran cuáles conocimientos debe poseer un estudiante que se encuentre en este grado. El test fue una herramienta para conocer las destrezas que poseía el estudiante y con él, además, se trató de evaluar diferentes aspectos poco relacionados con una simple respuesta de "sí" o "no".

Así que el abordaje evaluativo que se le dio al test fue, por una parte, cuantitativo y, por otra, cualitativo. Al evaluar cuantitativamente las pruebas quisimos tener en cuenta los criterios de evaluación de las personas con talentos y capacidades globales descritas en orientaciones para la atención educativa de niños, niñas y jóvenes con capacidades o talentos excepcionales del MEN.

Teniendo en cuenta las características universales de la persona con capacidades o talentos excepcionales se consideran fundamentales tener en cuenta las siguientes condiciones en su valoración: (MEN, 2004, p.33).

- Anamnesis. Indagación profunda del desarrollo y antecedentes del sujeto evaluado así como las prácticas y relaciones familiares a través de la entrevista familiar e individual.

- Evaluación de aptitudes y habilidades. Este proceso, ajustándose a la tendencia teórica que sustente al evaluador, puede desarrollarse a través de la utilización de pruebas formales e informales que permitan la valoración de habilidades generales y específicas, entre ellas: inteligencia, creatividad, habilidades numéricas, espaciales, verbales, desempeño en áreas académicas comunes (matemáticas, ciencias, lenguaje), deporte, habilidades artísticas, entre otras. Esta exploración ofrece un panorama general del desempeño del sujeto en las múltiples áreas de actuación.

- Indagación de Intereses y motivaciones. A través de esta se podrá direccional el plan de atención hacia las necesidades e intereses particulares del sujeto atendiendo así a la diversidad.

Y en especial, ya que se trata de la hipótesis principal de nuestro trabajo, tendremos en cuenta los criterios de evaluación de capacidades o talentos excepcionales específicos del MEN. Es decir, se considera que la persona con capacidades o talentos excepcionales posee algunas características universales para su identificación.

Por tal razón, el proceso de valoración en esta población sigue los parámetros planteados para la evaluación en el caso de los sujetos con capacidades o talentos excepcionales globales con las siguientes adaptaciones:

- El proceso de valoración de las habilidades debe centrarse en el área que, a través de la indagación informal, se considera como dominio teniendo en cuenta condiciones de precocidad y automaestría.

- La valoración del desempeño en este dominio debe ser realizado por expertos en el área específica.
- El talento, considerado como potencialidad, debe ser valorado a través de la vinculación de los individuos a experiencias de enriquecimiento que les permitan identificar y desarrollar al máximo su capacidad.
- Como criterio fundamental de identificación del talento se encuentra el interés o motivación hacia el dominio específico. (MEN, 2004, p.34).

Para realizar nuestra evaluación cualitativa también decidimos seguir los estándares de evaluación para la educación matemática de la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics). Estos se dividen en estándares de evaluación general y estándares de evaluación de los alumnos.

El primer estándar de evaluación general es la Coherencia el cual afirma que los métodos y tareas que se usen para evaluar el aprendizaje de los alumnos deben ser coherentes con el currículo en cuanto a:

- Metas, objetivos y contenidos matemáticos.
- El énfasis relativo que se dé a diversos temas y procesos y a sus relaciones.

Para nuestro caso, como se mencionó anteriormente, no intentamos evaluar los diferentes conceptos del grado octavo, pero sí tuvimos en cuenta el currículo para conocer cuáles eran los conocimientos y procesos que los estudiantes debían poseer en este punto de su escolaridad. Además, para evitar evaluar procesos que ellos desconocieran.

El siguiente estándar es el de Múltiples Fuentes de Evaluación. Las decisiones que se tomen sobre el aprendizaje de los alumnos deben basarse en la convergencia de información obtenida a partir de diversas fuentes. Estas fuentes deben abarcar tareas que requieran diferentes tipos de pensamiento matemático y que presenten un mismo concepto o procedimiento matemático en contextos, formatos y situaciones de problema diferente. (MEN, 2004).

Por lo tanto, la calidad de los juicios que se emitan sobre el conocimiento de los estudiantes depende tanto de la consistencia de los resultados obtenidos como de la coherencia que exista entre la evaluación y el conocimiento que se pretende medir. Aunque los exámenes escritos estructurados en torno a una sola respuesta correcta pueden ser medidas fiables de realización, no ofrecen, sin embargo, mucha información sobre los tipos de pensamiento y de estructuras que se defienden en los estándares curriculares.

Por otro lado, pueden resultar útiles las discrepancias en cuanto a realización, ya que indican una dificultad que podría quedar sin descubrir en el caso que la evaluación se realizara con un solo instrumento. Por ejemplo, un estudiante puede realizar bien las tareas escritas individuales, pero puede mostrarse reacio o incapaz de describir su enfoque de resolución del problema durante una discusión de grupo. Otro estudiante puede ser capaz de aplicar una regla en un contexto conocido, pero no llegar a identificar el procedimiento más adecuado cuando se le presenta la tarea en un contexto desconocido.

Entonces, el utilizar diversos tipos de evaluación o preguntas supone la ventaja de poder observar de forma continua el desarrollo de las estructuras conceptuales de los estudiantes.

Los siguientes siete estándares de evaluación de los estudiantes se centran en la evaluación de sus estructuras conceptuales matemáticas, así como de su actitud hacia la materia. Lo estándares son (NTCM, 1998):

LA POTENCIA MATEMÁTICA. La evaluación del conocimiento matemático de los estudiantes debe dar información sobre su:

- Capacidad de aplicar lo que saben a la resolución de problemas dentro y fuera de un contexto matemático.
- Actitud hacia las matemáticas.
- Capacidad de utilizar el lenguaje matemático para comunicar ideas.
- Comprensión de la naturaleza de las matemáticas.
- Conocimiento y estructuras conceptuales y procesuales.
- Capacidad de razonamiento y análisis.
- Integración de estos aspectos del conocimiento matemático.

En cualquier otro campo de conocimiento se supone tener una información y saber manejarla. Para que esta destreza, en matemáticas, lleve a la potencia matemática requiere la capacidad de utilizar la información para razonar y pensar de forma creativa y de formular y resolver problemas, además de reflexionar críticamente sobre ellos.

La evaluación del potencial en matemáticas de los estudiantes supone algo más que medir cuánta información poseen; también supone incluir todo cuanto se refiere a la capacidad y disposición que tengan de utilizar, aplicar y comunicar dicha información.

Además, la evaluación debe examinar hasta qué grado han integrado los estudiantes la información y le han dado sentido, si pueden o no aplicarla a situaciones que requieran razonamiento y pensamiento creativo, y si pueden o no utilizar las matemáticas para comunicar sus ideas. Dicha evaluación no debe construirse a partir de la evaluación de competencias separadas o aisladas aunque en una determinada evaluación se pueda poner más énfasis en un aspecto del conocimiento matemático que en otro, tiene que quedar claro que la potencia matemática engloba todos los aspectos del conocimiento matemático y su interconexión.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. La evaluación de la capacidad que tenga el estudiante de utilizar las matemáticas para la resolución de problemas debe mostrar los siguientes ítems como evidencia de dicha capacidad:

- Formular problemas.
- Aplicar diversas estrategias para resolver problemas.
- Resolver problemas.
- Comprobar e interpretar resultados.
- Generalizar soluciones.

La capacidad de resolver problemas de los estudiantes se va desarrollando con el tiempo como resultado de haber recibido una amplia enseñanza, haber tenido oportunidad de resolver diferentes problemas, incluso, oportunidad de haber enfrentado situaciones del mundo real.

Consecuentemente, el avance de los estudiantes debe evaluarse sistemática, deliberada y continuamente para que se pueda ejercer una influencia efectiva sobre la confianza de los estudiantes y su capacidad de resolver problemas en diferentes contextos.

Entre los métodos para evaluar la capacidad de resolver problemas que tenga el estudiante se incluye su observación al resolver problemas por separado, en grupos pequeños o en discusiones del grupo; escuchar a los otros, discutir sus procesos de resolución de problemas; indagarlo de una manera mayéutica y analizar sus diferentes trabajos escritos. Los sistemas de calificación pueden incluir dos puntuaciones distintas, una por las respuestas y otra por las estrategias utilizadas.

COMUNICACIÓN. La evaluación de la capacidad de los alumnos para comunicar matemáticas debe mostrar evidencias de que son capaces de:

- Expresar ideas matemáticas hablando, escribiendo, demostrándolas y representándolas visualmente.
- Entender, interpretar y juzgar ideas matemáticas presentadas de forma escrita, oral o visual.
- Utilizar vocabulario matemático, notaciones y estructuras para representar ideas, describir relaciones y modelar situaciones.

Los estándares aspiran a un contexto en el que los estudiantes se ocupen de forma activa de la adquisición del conocimiento matemático mediante la exploración, la discusión, la descripción y la demostración. La comunicación es parte integrante de todo este proceso social. Las ideas se discuten, los hallazgos se ponen en común, las hipótesis se confirman y el conocimiento se adquiere a base de explicar, escribir, hablar, escuchar y leer. El acto mismo de la comunicación clarifica las ideas y fuerza a los estudiantes a dedicarse a hacer matemáticas.

EL RAZONAMIENTO. La evaluación de la capacidad que tengan los estudiantes para razonar matemáticamente debe ofrecer evidencia de que son capaces de:

- Utilizar el razonamiento inductivo para reconocer patrones y formular conjeturas.
- Utilizar el razonamiento para desarrollar argumentos plausibles de enunciados matemáticos.
- Utilizar el razonamiento proporcional y espacial para resolver problemas.
- Utilizar el razonamiento deductivo para verificar una conclusión, juzgar la validez de un argumento y construir argumentos válidos.
- Analizar situaciones para hallar propiedades y estructuras comunes.
- Reconocer la naturaleza axiomática de las matemáticas.

Los tipos de razonamiento que se identifican en este estándar resultan fundamentales para hacer matemáticas pero no siempre pueden ser observados en las respuestas verbales de los estudiantes o en su trabajo escrito.

Es natural que los estudiantes formulen conjeturas sobre la base de los ejemplos que han visto o manejado y que desarrollen argumentos basados en lo que saben que es cierto. Los estudiantes pueden también tener nociones intuitivas sobre razonamiento proporcional y relaciones espaciales. Todos lo estudiantes deben tener la oportunidad expresa de ocuparse en este razonamiento intuitivo y formal y, por tanto, toda evaluación de la capacidad de razonamiento del estudiante debe obtener evidencias de estos procesos.

De igual forma, las técnicas de evaluación deben evaluar específicamente el uso que hagan los estudiantes de los diferentes tipos de razonamiento. Aunque algunos aspectos del razonamiento pudieran ser más adecuados que otros en un determinado curso, pueden utilizarse todos los aspectos en todos los cursos. (Vega, De Zubiría, 1998).

CONCEPTOS MATEMÁTICOS. La evaluación de los conocimientos y estructuras conceptuales de los estudiantes sobre conceptos matemáticos debe ofrecer evidencia de que son capaces de:

- Dar nombre, verbalizar y definir conceptos.
- Identificar y generar ejemplos válidos y no válidos.
- Utilizar modelos, diagramas y símbolos para representar conceptos.
- Pasar de un modo de representación a otro.
- Reconocer los diversos significados e interpretaciones de los conceptos.
- Identificar propiedades de un concepto determinado y reconocer las condiciones que determinan un concepto en particular.
- Comparar y contrastar conceptos.

Los conceptos son la sustancia del conocimiento matemático. Las matemáticas solo tendrán sentido para los estudiantes si estos llegan a entender sus conceptos y sus significados e interpretaciones. Ya que las estructuras conceptuales resultan básicas para hacer matemática significativamente, la evaluación del conocimiento de los estudiantes debe examinar la idea que tengan de los conceptos matemáticos.

PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS. Para la evaluación de este conocimiento procesal de los estudiantes debe ofrecer evidencia de que son capaces de:

- Reconocer cuándo es adecuado un procedimiento.
- Explicar las razones para los distintos pasos de un procedimiento.
- Llevar a cabo un procedimiento de una forma fiable y eficaz.
- Verificar el resultado de un procedimiento empíricamente o analíticamente.
- Reconocer procedimientos incorrectos y correctos.
- Generar procedimientos nuevos y ampliar o modificar los ya conocidos.
- Reconocer la naturaleza y el papel que cumplen los procedimientos dentro de las matemáticas.

Aunque es importante que los estudiantes sepan cómo llevar a cabo un procedimiento matemático de forma fiable y eficaz, el conocimiento procesal implica mucho más que la simple puesta en práctica. Los estudiantes deben saber cuándo aplicarlos, por qué funcionan, y cómo verificar que las respuestas que ofrece son correctas. También deben entender los conceptos sobre los que se apoya un proceso y la lógica que lo sustenta. (Vega, De Zubiría, 1998).

Asimismo, el conocimiento procesal implica la capacidad de diferenciar los procedimientos que funcionan de los que no funcionan, y la capacidad de modificarlos o de crear otros nuevos. Como último estándar tenemos la actitud.

ACTITUD. La cual busca en los estudiantes información sobre:

- La confianza que tengan en el uso de las matemáticas para resolver problemas, comunicar ideas y razonar.
- La flexibilidad que demuestren al explorar ideas matemáticas y probar métodos alternativos para la resolución de problemas.
- Su deseo de continuar hasta el final con una tarea matemática.
- El interés, curiosidad e inventiva de los alumnos al hacer matemáticas.
- La inclinación que muestren a revisar y reflexionar sobre su propio pensamiento y actuación.
- Como valoren la aplicación de las matemáticas a situaciones que surjan de otras materias y de la experiencia diaria.
- El reconocimiento que hagan del papel que cumplen las matemáticas en nuestra cultura, y el valor que tiene como herramienta y como lenguaje.

El aprendizaje de las matemáticas se extiende más allá del aprendizaje de conceptos, algoritmos y de sus aplicaciones. También implica desarrollar una actitud hacia las matemáticas y ver que las matemáticas son un modo muy potente de considerar una situación. Actitud se refiere no solo a las actitudes mismas sino también a la tendencia a pensar y actuar de forma positiva.

Por tal razón, para evaluar la actitud se debe trabajar de una manera conjunta, teniendo en cuenta los pequeños detalles que reflejen la actitud del estudiante como la forma de hacer o contestar preguntas, trabajar con problemas y enfocar el aprendizaje de contenidos nuevos.

Por consiguiente, para poder recolectar los datos a evaluar de nuestros estudiantes y dar seguimiento a su actitud con respecto a las matemáticas, durante el proceso de resolución de los test, a cada estudiante se le acompañó, preguntándoles de forma oral el por qué de sus respuestas, para así determinar si el estudiante realmente sabía y no lo supo expresar o si no tenía idea de su solución.

2. CREACIÓN DE TEST Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la creación de los test era necesario tener en cuenta las diferentes subdivisiones de la matemática como lo son: Numérica, Algebraica, Geométrica y Lógica.

Cada prueba evaluó cada una de estas subdivisiones de diferentes formas, no sólo de una manera cuantitativa y con problemas sencillos, sino buscando que el estudiante hiciera gala de esa capacidad y además interrelacionara sus diferentes procesos cognitivos.

Decidimos que cada una de las pruebas tuviera un máximo de cinco preguntas, y pudiera ser realizada en un lapso de una hora escolar, es decir 55 minutos. En un momento dudamos del espacio que se le daba a la prueba, pero debemos ser claros que lo que se pretende no es que cada estudiante responda todas las preguntas, sino solo aquel que tenga facilidad para hacerlo.

Para la creación de la prueba, uno de los criterios que pautaron su diseño fueron los ya mencionados estándares de la NCTM para los niveles de quinto a octavo, cuya principal característica es el uso de las destrezas matemáticas, no tiene muy en cuenta los cálculos rápidos, pero si la conceptualización de las bases matemáticas.

Las características fundamentales de estos estándares son la utilización del contexto, la comunicación, la resolución de problemas y las conexiones matemáticas.

Para nuestras pruebas tratamos de incluir el contexto, como dicen los estándares estadounidenses. Las pruebas usan como contexto situaciones problemas que establezcan la necesidad de ideas nuevas y motiven a los estudiantes. Por ejemplo, en los problemas utilizamos los nombres de los estudiantes para que ellos se sintieran identificados, además de situaciones que no fueran completamente ajenas a ellos.

Con ello queríamos probar si el estudiante, a partir de unos conocimientos básicos, era capaz de resolver problemas que lo involucraran a él y su entorno.

Así pues al no realizar las pruebas de selección múltiple se dio un espacio al estudiante para que creara estrategias para llegar a la solución de la situación planteada. Esto nos permitió, por un lado, evaluar la originalidad de la respuesta, como lo explican los Lineamientos Curriculares, y verificar –dada la libertad que el estudiante tenía para la respuesta– si realizó la prueba con este u otro proceso matemático dependiendo de su habilidad. Por ejemplo, si en la prueba de álgebra trabajó con los procesos aritméticos, esto nos informaría sobre el buen desempeño del joven en aritmética.

A causa de esto, para la elaboración de los test tuvimos en cuenta los diferentes pensamientos matemáticos por los que debió pasar el estudiante a lo largo de los temas vistos, y evaluar en cuál se enfatizaban más en cada uno de los test. A continuación los pensamientos matemáticos a los que nos referimos:

- Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos.

Las situaciones que involucran el desarrollo del pensamiento numérico deben hacer referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones y representaciones, a la utilización de su poder descriptivo, el reconocimiento del valor absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones y propiedades (MEN, 2004, p. 26).

- Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos

Para comunicar y representar la información espacial que se percibe al observar los objetos tridimensionales se hace uso de las representaciones bidimensionales de estas figuras, las cuales demuestran las diferentes percepciones que los estudiantes poseen del espacio (MEN, 2004, p. 28).

El pensamiento geométrico no podía dejar atrás la capacidad de solucionar problemas referentes a conceptos geométricos determinados por un contexto significativo.

- Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos Analíticos

Con este tipo de pensamientos se pretende cambiar el camino de una matemática fragmentada, a una matemática mucho más conceptualizada y general que permita analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de las actividades prácticas del hombre como en las ciencias y las matemáticas donde la variación se encuentre presente.

Esta variación matemática puede incluirse en los siguientes núcleos conceptuales: el continuo numérico, reales, su tendencia, aproximaciones sucesivas, y divisibilidad; la función como dependencia y modelos de función; las magnitudes; el álgebra en su sentido simbólico; modelos matemáticos e tipos de variación.

Además, las situaciones que evalúen este pensamiento deben seleccionarse para enfrentar a los estudiantes con las construcciones de expresiones algebraicas o con la construcción de las fórmulas.

Frente a este referente, Demana (1990), afirma que la exposición repetida de construcciones de fórmulas, como expresiones que explicitan un patrón de variación, ayuda a los estudiantes a comprender la sintaxis de las expresiones algebraicas que aparecerán después del estudio del Álgebra.

Otra de las herramientas necesarias para el estudio de la variación lo constituye el estudio de patrones. La utilización de tablas puede llevar a los estudiantes a la identificación de las variables independientes y dependientes y para la graficación de situaciones de problemas, además de generalización de la información de la tabla mediante un algoritmo algebraico. (MEN, 2004).

A continuación sustentaremos cada uno de los puntos de la prueba y los análisis de resultados de cada test.

2.1 TEST DE ARITMÉTICA[6]

"El pensamiento numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida en que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos".
(MEN, 1998, p. 26)

1.¿Cuál es el dígito de las decenas en 11^{11}?
Encuentre el patrón.

En primer lugar debemos decir que este punto, y los dos siguientes fueron tomados los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, pp. 63, 64, 66). A través de este se pretendía indagar la comprensión que el estudiante tenía acerca de las operaciones aritméticas, la capacidad de encontrar patrones, de hacer estimaciones, de entender enunciados matemáticos que tengan que ver con alguna propiedad o concepto matemático –decena y potencia en este caso.

En este punto se esperaba que el estudiante distinguiera y diferenciara estos conceptos de otros conceptos similares. Es importante decir que por las características del ejercicio se permitió que los estudiantes utilizaran calculadora. Pero ya que en la calculadora 11^{11} tiene una solución exponencial, solo los que encontraran el patrón podrían responder adecuadamente.

1. Hay botones con 2, 3 y 4 huecos para pasar el hilo. Fernando tenía una colección de botones de cada uno de estos tipos y afirmó lo siguiente: "Huecos hay en total 100 y poseo un número impar de cada uno de los tres tipos". ¿Es Fernando buen matemático?

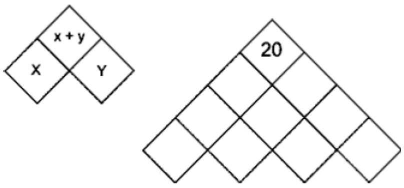
Con este buscábamos que el estudiante demostrara sus capacidades para detectar las relaciones que existen con los números y su suma, en este caso

[6] El Anexo 1 contiene la plantilla del test completo.

pares e impares, y mediante la determinación de las diferentes propiedades de los números evaluar si era posible encontrar una solución al problema.

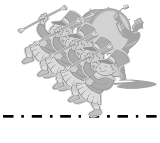
En este caso los estudiantes también tenían que tener en cuenta la solución al problema, contextualizarla y definir si era buena o no. Además, para resolver este problema más que un proceso de cálculo aritmético se requería un análisis de posibilidades numéricas.

3. La pirámide se ha construido con la siguiente regla:



A través de este queríamos observar si el estudiante comprendía las principales propiedades aritméticas, saber si podía jugar con los números, y comprendía y seguía una regla básica que se da de forma simbólica

4. Mientras Patricia y Edward paseaban por la cancha se cruzaron con la banda del colegio, que ensayaba un desfile. La banda pasó desfilando de 4 en línea, salvo uno de los músicos, el pobre Juan David con su tambor, que cerraba la marcha. El director de la banda estaba molesto. Para encajar el músico en la formación, el director mandó formar en filas de tres. Pero Juan David seguía estando solo en la última fila. Incluso cuando la banda desfila de dos en dos Juan David sigue solo de Farolillo rojo. ¿De qué manera acomodaría usted la banda para que no sobrara el pobre Juan David?



Este problema (tomado del libro "Ajá" de Martín Gardner, 1987) buscaba mirar lo buenos que eran los estudiantes para determinar e identificar las propiedades numéricas, en este caso el mínimo común múltiplo, y hacerlas tangibles para la realización de un ejercicio.

En este se dan muchas respuestas, el estudiante debía determinar cuál de ellas son, o no, coherentes con el contexto de la situación.

5. Dame una manzana y tendré el doble que tú, le dijo un escolar a otro.
-Eso sería injusto. Es preferible que tú me des a mí una manzana, y entonces tendremos las mismas, le respondió su camarada.
¿Podría usted decir cuántas manzanas tenía cada escolar?

La última situación (tomada de Lógica, 2006) buscaba que el estudiante hiciera uso de su lectura tanto matemática como literaria ya que esta se enfoca a la interacción entre comprensión de lectura y comprensión matemática en las situaciones problema.

Por otro lado, el estudiante contaba para abordar esta situación con dos herramientas: el ensayo y error o el planteamiento de las ecuaciones. En forma, el enunciado parece simple pero su planteamiento podía complicarse dependiendo de las habilidades del estudiante.

2.2 TEST DE GEOMETRÍA[7]

"La mejor forma de librarse de un problema es resolverlo".
Brendan Francis

1. Los cuadrados que ve a continuación son de igual área. Andrés y Cristina debían recortar círculos desperdiciando la menor cantidad posible de papel ¿Quién desperdició más, Andrés con la figura **a)** o Cristina con la figura **b)**?

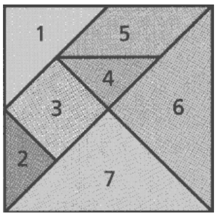
Al igual que los tres primeros problemas del test anterior, este fue tomado los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p. 61), en la parte del razonamiento de los Procesos Generales.

En este punto queríamos analizar si el estudiante podía llegar a encontrar la relación entre las áreas de las dos figuras, así como evaluar el análisis y los procesos cognitivos que llevaran a la respuesta del ejercicio.

Por su parte, el ejercicio está planteado para encontrar diferentes caminos para alcanzar la respuesta deseada, ya sea usando procesos algebraicos o construcciones geométricas alternas. El enunciado también nos muestra la forma de contextualizar un ejercicio y caracterizar la geometría en un ambiente familiar al estudiante.

[7] El Anexo 3 contiene la plantilla del test completo.

2. La siguiente hoja de papel ha sido dividida en siete partes por el profesor para siete estudiantes. Los números representan el sector que le dio a cada uno. ¿Qué fracción del cuadrado se le dio a cada uno de los estudiantes?

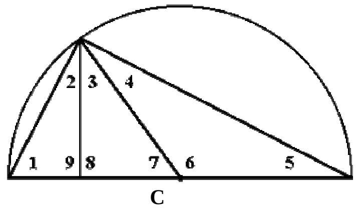


1	______
2	______
3	______
4	______
5	______
6	______
7	______

Con el segundo enunciado (Escudero, 2006) pretendíamos evaluar la capacidad para representar de manera diferente un concepto geométrico como es el caso del área, en este caso utilizando los fraccionarios. El estudiante debía ser capaz de identificar cada área como parte de un todo y relacionar su valor frente a la unidad.

En el desarrollo de este ejercicio el estudiante podría hacer uso de sus habilidades con las figuras planas y mediante la construcción de líneas alternas encontrar la solución al problema.

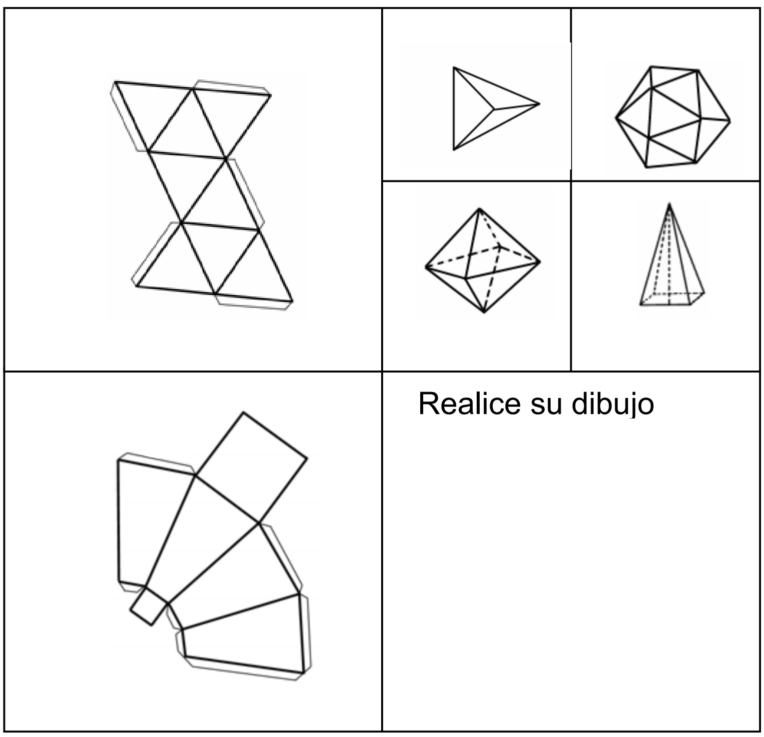
3. Calcula el valor de todos los ángulos de la figura sabiendo que el ángulo 1 vale 70°, y *c* es el centro de la circunferencia.



De Geometría (Escudero, 2006), tomamos el problema anterior; con él esperábamos que los estudiantes nos demostraran cómo utilizaban para la resolución de problemas algunos conceptos básicos y esenciales de ángulos y triángulos dado que en su edad escolar ya conocen las propiedades básicas de los ángulos en las figuras geométricas, en especial de los triángulos.

Para los últimos puntos (cuarto y quinto) se requería que el estudiante manejara las proyecciones de un elemento del espacio y pudiera plasmarlo en el plano.

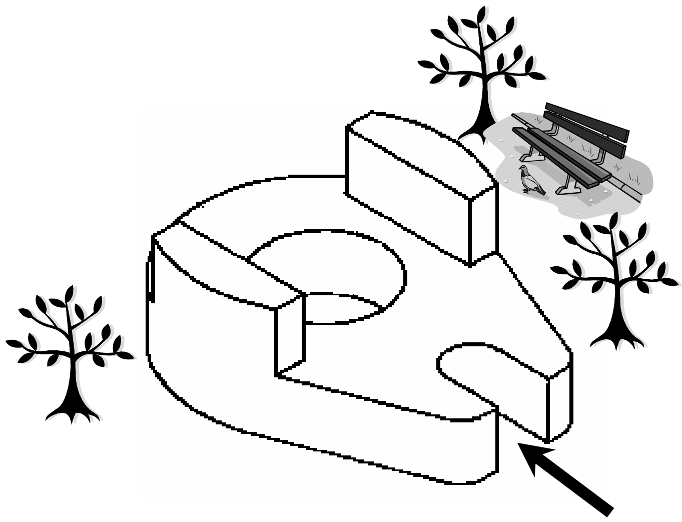
4. En clase de Geometría con el profesor Fernando se crearon estos moldes para formar una figura sólida con el fin de decorar el salón. Sin necesidad de armar la figura ¿puede decir qué figuras sólidas se forman? Con el segundo molde dibuje la figura que crea se formará.



Para este problema el estudiante debe, por lo tanto, dominar su sentido de ubicación además de su relación en el espacio; además de estar en capacidad de fusionar contextos cotidianos con matemáticos a través de las habilidades de lecto-escritura.

Aunque suena complicado, al momento de plantearlo consideramos que los estudiantes, muy seguramente, tengan las capacidades necesarias para abordarlo y resolver ya que el colegio tiene una orientación técnica; es decir que de la experiencia académica que han tenido con el Dibujo Técnico les puede ofrecer herramientas para trabajarlo.

5. Desde un helicóptero Alexandra da un paseo por una ciudad caracterizada por sus bellos monumentos. ¿Qué imagen ve desde allí? Alexandra desea tomarse una foto de frente al monumento. Si se ubica donde lo indica la flecha, ¿que puede observar? Dibuje sus observaciones.



La geometría espacial siempre ha estado a un lado en las aulas en la educación básica muy a pesar de que su contextualización es importante para el desarrollo diario del joven ya que la geometría es una herramienta de uso diario no solo en la escuela sino en la vida misma.

El cuarto punto nos permite evaluar si el estudiante puede pasar de un modelo en dos dimensiones y crear una figura, un octaedro en este caso, de tres dimensiones. Obviamente los estudiantes no poseen la estructura en sí, sino deben recurrir a su imaginación, creatividad y habilidad espacial para crear el objeto.

La segunda parte de este punto intenta que el estudiante represente el camino inverso al punto anterior. Observa una figura tridimensional y debe intentar encontrar su estructura en el plano, en este caso cabe recalcar que no hablamos de una proyección de la figura si no la figura en sí, en el plano para su futura construcción.

Finalmente, queremos clarificar que estos dos últimos puntos son de nuestra autoría, basados en lo que nos dice el Pensamiento Espacial en los Lineamientos Curriculares.

2.3 TEST DE ALGEBRA[8]

"El álgebra es generosa: a menudo da más de lo que se le pide".
D' Alambert

En este test de Álgebra queríamos reflejar claramente el pensamiento Variacional y de sistemas algebraicos analíticos que se encuentran en los Lineamientos Curriculares. Por eso decidimos, para evaluar más claramente este pensamiento, que el primer punto del test tuviera que ver con un modelo matemático sencillo y que los estudiantes pudieran estar familiarizados.

1. Edward desea viajar en su carro con sus amigos hacia Santa Marta de vacaciones. Parte del reposo a 30 km del Café Madrid hacia Santa Marta. En la siguiente tabla se registran los datos del espacio transcurrido con el pasar de las horas:

Tiempo (horas)	**Distancia (km)**
0	30
1	70
2	110
3	150
4	190
t	**¿?**

- ¿A qué velocidad va viajando Edward?
- Al cabo de 9 horas, ¿cuánto espacio habrá andado?
- Para un tiempo ***t*** ¿cómo puede expresar el espacio transcurrido?

A través de la situación pretendíamos que los estudiantes relacionaran el modelo de la vida real con sus conceptos matemáticos; además de que utilizaran su

[8] El Anexo 2 contiene la plantilla del test completo.

intuición y sus herramientas algebraicas para reconocer el patrón que la velocidad mostraba.

Es claro que el modelo propuesto no es un modelo totalmente realista porque no se tuvieron en cuenta elementos como la aceleración, pero deseábamos que el estudiante encontrara el modelo lineal.

Además, queríamos probar si el estudiante era capaz de leer acertadamente la información que se encontraba en la tabla y pudiera hacer su análisis matemático dependiendo de los valores que en ella se encontrara, y que tratara de determinar cuáles eran las variables dependiente e independiente ya fuera de una manera directa o indirecta.

2. Descomponer el número 48 en dos partes, tales que dividiendo una por otra se obtenga 3 de cociente y 4 de residuo.

5. Un número se multiplica por 3. El resultado se divide por 4 y luego se le resta 5. Este nuevo resultado se multiplica por 10, obteniéndose así la cuarta parte del número aumentada en 37. ¿Cuál es el número?

Con los puntos enmarcados, segundo y quinto, queríamos que los estudiantes, mediante preguntas solo literales, pudieran encontrar las incógnitas ayudándose de expresiones algebraicas que ellos mismos construirían teniendo en cuenta sus conocimientos de las propiedades numéricas y el algoritmo de la división.

Por lo anterior, consideramos que este punto fue importante ya que la resolución correcta del estudiante reflejaba su dominio en la utilización de procesos algebraicos en la resolución de problemas, así como su habilidad interpretativa al pasar de un lenguaje vernáculo a un lenguaje algebraico.

> **3.** Un padre proyecta colocar en un baúl \$ 1 el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl luego?

A través de este punto quisimos evaluar las progresiones. Es decir, se requiere que el estudiante encuentre el patrón que lo llevará a una progresión geométrica y después a una sumatoria. Lo importante a observar será, si el estudiante puede encontrar de una manera fácil el resultado de la suma o solo utilizará la calculadora. Por eso la importancia de la justificación en cada respuesta.

Los anteriores ejercicios los diseñamos apoyándonos en el material didáctico publicado en el medio electrónico del profesor de matemáticas Jesús Escudero Martín del Instituto Fray Luis de León de Salamanca (España).

Finalmente, siendo conscientes de que en el desarrollo y ejecución de nuestro proyecto debíamos tener en cuenta el bagaje matemático que los chicos tenían en ese momento, diseñamos el cuarto punto de tal manera que su resolución llevara al estudiante a recurrir a la factorización como herramienta de trabajo.

Dado que no queríamos darle la opción al estudiante de que aplicara métodos mecánicos, decidimos incluir un análisis que requería la interpretación de la expresión matemática que se presenta, y la argumentación de su afirmación.

> **4.** Si a y b representan números enteros, explique por qué la expresión $\mathbf{4a^2 - 12ab + 9b^2}$ siempre da como resultado un número mayor o igual que cero.

Este punto, como otros, fue tomado de los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998, p. 63) y –a decir verdad– era un poco complicado pero fue precisamente esa cualidad la que nos permitió darle la oportunidad al estudiante para que ideara y aplicara estrategias de solución.

2.4 TEST DE LÓGICA[9]

“La imaginación es más importante que el conocimiento”.

Albert Einstein

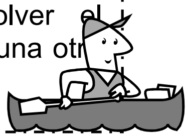
La lógica es una parte importante de la matemática que, muchas veces, en la mayoría de las instituciones no es trabajada por los estudiantes. Incluso, ha llegado a ser ignorada como parte de la matemática en los salones de clase.

Respecto a esto, si el lector lee cuidadosamente los Lineamientos Curriculares notará que el pensamiento lógico no es tomado en cuenta. Así que esta particularidad podría ser la primera justificación para el por qué de su ausencia en el diario de la academia.

Nosotros decidimos trabajar esta subdivisión de la matemática a sabiendas de los posibles resultados en el test debido a la falencia ya mencionada en los planes académicos de la escuela de hoy. Lo incluimos porque el razonamiento con este pensamiento podría ser tomado como una habilidad.

A continuación explicaremos qué se pretende con cada uno de los puntos.

1. Giovanni dispone de una barca para atravesar un río desde una orilla a la otra, tiene que pasar un lobo, una cabra y un arbusto. El problema es que en cada viaje solo puede transportar a uno de los tres y no puede dejar solos, en ninguna de las dos orillas, al lobo y a la cabra porque el lobo la mataría, y tampoco puede dejar solos a la cabra y al arbusto porque la cabra se lo comería. ¿como podría esa persona resolver el problema con la barca que dispone y sin ninguna otra ayuda externa?



[9] El Anexo 4 contiene la plantilla del test completo.

4. Se tienen tres cajas con canicas de diferentes colores, cada caja tenia un letrero de su contenido. Una tapa dice "verde y rojo", otra tapa dice "azul y la tercera tapa dice "rojo". Sin embargo, las tapas de las cajas se revolvieron y ahora ninguna de ella está donde debería. Para determinar qué caja tiene qué canicas, puedes abrir la tapa de solo una de las cajas, y sin ver en el interior, sacar una canica. ¿Cuál caja es la que no debes abrir? ¿Por qué?

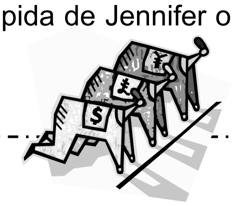
En los dos puntos anteriores, primero y cuarto, se plantearon situaciones en las que el estudiante podía por medio de análisis y reflexión llegar a la respuesta, demostrando de esta manera la capacidad de manejar situaciones lógicas de la vida real por medio de un análisis matemático implícito.

Asimismo, a través de la siguiente situación pretendíamos conocer la capacidad de interpretación de los estudiantes en la consecuencia de un suceso.

2. En las interclases del Tecnológico se enfrentaron en una carrera de 100 m, Karen de 8-12, Jennifer de 8-9 y Maya de 8-10; en el momento de la carrera el profesor Fernando dijo que Karen era más rápida que Jennifer, y Maya más lenta que Karen. Según lo que el Prof. dijo, es correcto decir:

a. Maya es más rápida que Jennifer.
b. Maya es más lenta que Jennifer.
c. Maya es tan rápida como Jennifer.
d. Es imposible saber quien es más rápida de Jennifer o Maya.

Explique su respuesta.



Para resolver la anterior situación el estudiante debería analizar las implicaciones de las proposiciones a través de la reflexión de tablas de verdad ya que se podía asignar un valor de verdad a cada una de ellas para confrontarlas y establecer la veracidad el resultado.

En cuanto a la tercera situación, su estructura es más práctica ya que los estudiantes podían imaginar la situación y visualizarla para plasmarla en una hoja para llegar a la solución correcta.

> 3. Un tonelero quiso repartir entre dos personas, a partes iguales, una jarra con 8 litros de vino, pero al intentar hacer las medidas se vio con el problema que solamente disponía, aparte de la jarra de 8 litros, de dos jarras con capacidades de 3 y de 5 litros. Dijo: "no interesa", Trasvasando adecuadamente el vino, puede hacerse la medición de forma que queden 4 litros en la jarra que ahora contiene 8 y otros 4 litros en la jarra de capacidad para 5. ¿Cómo lo va a hacer?

Al realizar este punto, lo estudiantes podían demostrar de alguna manera la capacidad de plasmar correctamente sus pensamientos ya sea de forma oral o escrita –como lo era en este caso–, pues aunque no podían contextualizar por ausencia de una jarra real, sí podían buscar estrategias para plasmar sus pensamientos y llegar a la solución correcta.

Es decir que a través de su solución para esta situación el estudiante contaba con la oportunidad para desplegar su ingenio al buscar y encontrar el camino más corto para llegar a la solución; además de la atención para no quedarse dando vueltas en un mismo punto del problema.

Finalmente, en el cuarto y último punto, dimos a los estudiantes la oportunidad de analizar y de crear soluciones partiendo de unas premisas, de tal manera que manifestaran su capacidad para analizar respuestas en las que una frase u oración no sea ni verdad o mentira. Es decir que a través de esta situación se plasmaba la capacidad creadora de soluciones no únicas que se salen, en cierto modo, de lo que trabajamos en nuestro lenguaje cotidiano.

4. En un determinado país donde la ejecución de un condenado a muerte solamente puede hacerse mediante la horca o la silla eléctrica, se da la situación siguiente, que permite a un cierto condenado librarse de ser ejecutado. Llega el momento de la ejecución y los verdugos le piden que hable, y le manifiestan “si dices una verdad, te mataremos en la horca, y si mientes te mataremos en la silla eléctrica”. El preso hace entonces una afirmación que deja a los verdugos tan perplejos que no pueden, sin contradecirse, matar al preso ni en la horca, ni en la silla eléctrica. ¿qué crees que pudo dec el reo?

Queremos reiterar que en este test, al igual que en los demás, las preguntas no se hicieron de selección múltiples pues, a nuestra manera de ver, estos test conducen a malas interpretaciones respecto a las conclusiones acerca de si un estudiante es bueno o no para un determinado tema ya que no está acompañado de una parte argumentativa.

3. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El talento, considerado como potencialidad, debe ser valorado a través de la vinculación de los individuos a experiencias de enriquecimiento que les permitan identificar y desarrollar al máximo su capacidad (MEN, 1998).

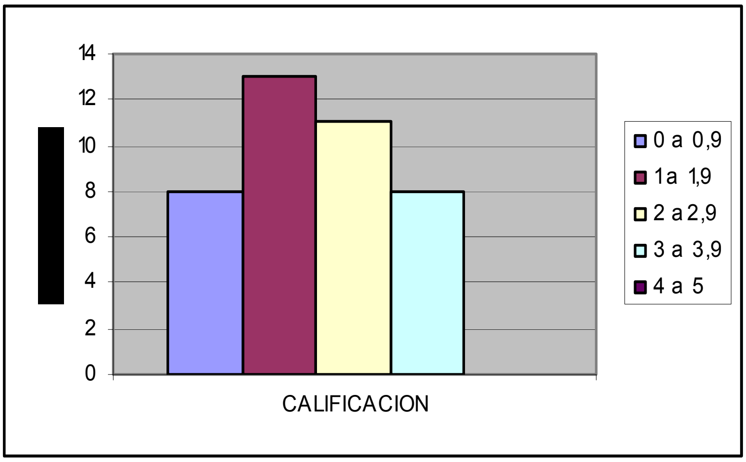
Teniendo en cuenta los criterios de evaluación de las personas con talentos y capacidades excepcionales descritas por el MEN, evaluamos cada test de forma cuantitativa para analizar cómo está cada estudiante en cada uno de los test para, así, poder determinar si el haber sobresalido en un test implica directamente sobresalir en los demás.

Para comenzar debemos aclarar que analizamos los resultados del Test de Lógica Matemática, teniendo presente que por ser cuantitativo no se tiene en cuenta la originalidad de la respuesta sino, lo acertado o no de ella.

Para el análisis cuantitativo al que nos referimos, creamos cinco categorías: En la primera, estarán los estudiantes cuya calificación haya sido de 0 a 0.9; en la segunda, los que estén en el intervalo de 1 a 1.9; en la tercera, los de 2 a 2.9; en la cuarta categoría estarán los estudiantes que hayan sacado de 3 a 3.9 en la prueba; y, en la quinta y última categoría estarán los estudiantes cuya calificación esté entre 4 y 5.

3.1. DEL TEST DE LÓGICA[10]

Recordemos que son cinco preguntas y cada una de ellas con un valor de uno, siendo cinco la puntuación máxima a obtener en este test. En la siguiente gráfica podemos observar la cantidad estudiantes en las diferentes categorías.



Gráfica 1. Estudiantes por categoría del Test de Lógica

Como se observa arriba, en la categoría cinco, que es la que nos interesa en estos momentos, nos damos cuenta que no hay ningún estudiante. Al analizar encontramos los siguientes factores por los cuales consideramos no se alcanzó lo que queríamos:

- No hubo comprensión de las preguntas. Los estudiantes muchas veces por leer rápido, no lo hacen bien; por ejemplo, en el primer punto notamos que aunque podían dar la respuesta correcta, no lo hicieron por no leer bien la pregunta hecha; claramente se preguntó “¿cuál caja no se debía abrir?”, a lo que algunos respondieron como si se les hubiese preguntado “¿cuál caja deberían abrir?”.

[10] Este test se realizó el 28 de agosto de 2006.

- Falta de tiempo. El tiempo para realizar el test fue de 55 minutos, pero este no fue suficiente para trabajarlo todo. En un momento pensamos en dar un poco más de tiempo, pero después de ciertas consideraciones con nuestro Orientador decidimos dejar lo estipulado ya que nuestro interés no debía centrarse en que todos los estudiantes respondieran, sino en mirar la capacidad que tienen para la lógica.

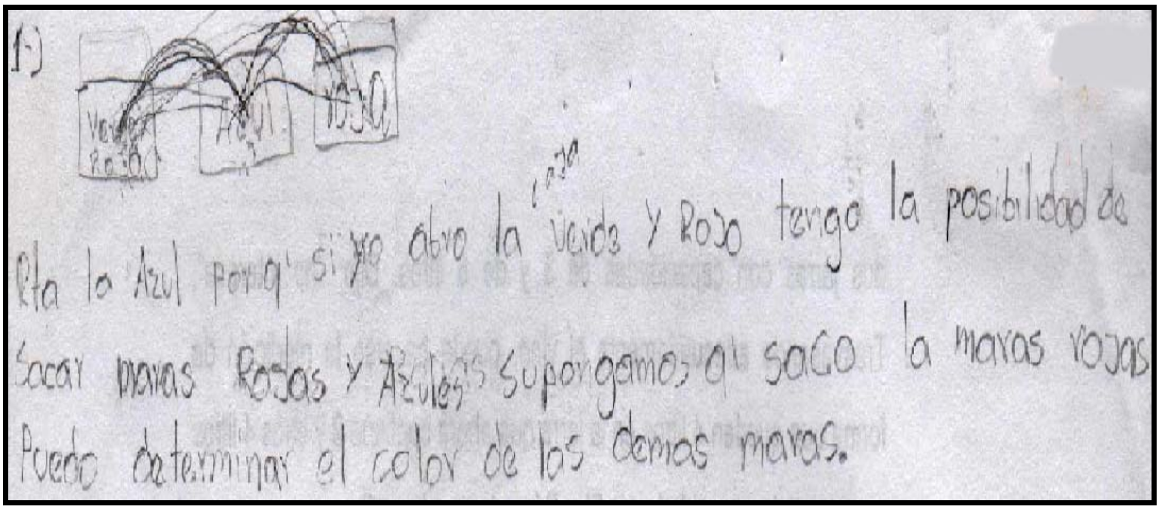
- Problemas de escritura (pasar lo que se tiene en la cabeza a la hoja). Este es un problema que la mayoría de estudiantes tienen incluso a nivel universitario. Por tal razón, optamos por realizarle preguntas orales a algunos estudianes para conocer ciertas cosas que no fueron comunicadas al solucionar el test.

- Ausencia del desarrollo del pensamiento lógico. Aunque los resultados obtenidos no afirmaron que los estudiantes sean o no hábilies para la lógica, es evidente que se ha desperdiciado el tiempo del despertar de la lógica en los estudianes ya que no han contando con la oportunidad escolar de desarrollarlo desde temprana edad.

- El nivel de las preguntas. Aunque este test fue creado teniendo en cuenta el nivel académico del estudiante, es claro que –correlacionando este ítem con el anterior– al no haber primero desarrollado este pensamiento, los resultados no serían los que mejores.

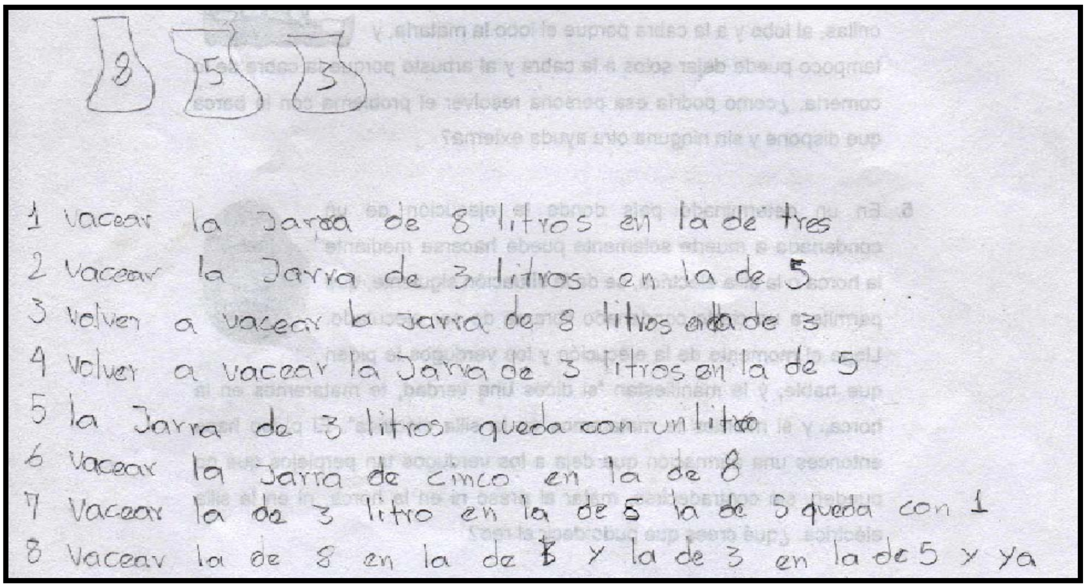
Sin embargo, hubo siete estudiantes que se contaron en la cuarta categoría. A continuación presentamos las observaciones hechas a cada uno de sus trabajos con el test:

♣ **Cristian E. Flórez.** Repondió a las tres primeras preguntas correctamente, aunque en la primera de ellas no supo argumentar. En la tercera pregunta su proceso de resolución es correcto pero la manera de plasmarlo es algo confusa.



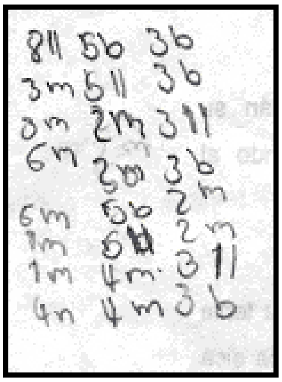
♣ **Edinson J. Garzón.** Respondió las tres primeras preguntas correctamente. En la primera, argumentó por qué era la única opción, mostrando lo que pasaba si abría otra caja de letrero diferente al azul. Pero su argumentación nos mostró que llegó a la respuesta por ensayo y error.

En la segunda pregunta no argumentó nada acerca de su respuesta por lo que no supimos cómo analizó la situación. En la tercera pregunta, parte interesante, el estudiante, aunque no de forma clara, escribió a su manera los pasos para obtener finalmente cuatro litros en la jarra de ocho y cuatro en la de cinco -aunque fue algo confuso, con algo de concentración se logra entender su abordaje.

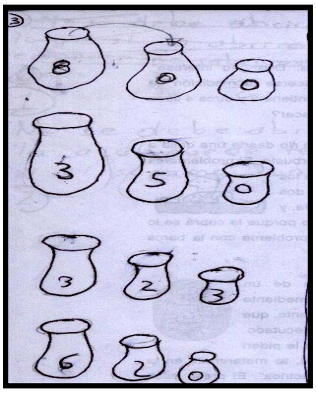


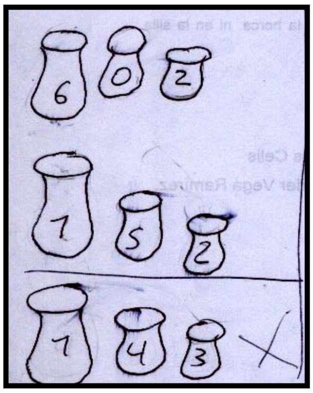
♣ **Jhon J. Suárez.** Respondió las preguntas 2, 3 y 4. A continuación mostramos la solución que le dio al tercer punto.

Su solución es matemátemicamente satisfactoria ya que crea autónomamente su propia nomenclatura para dar a entender lo que quiere y para facilitarse el trabajo de manejar tres situaciones diferentes. Esta iniciativa fue diferente pues la mayoría –aquí nos incluimos– lo hizo narrando cada paso.



♣ **Edward N. Bautista.** Respondió bien las preguntas 2, 3 y 4, todas muy bien argumentadas. En la respuesta número tres, nos llamó mucho la atención la forma como expresó los pasos; aunque es un poco parecida a la de Jhon su iniciativa fue representativa (usó gráficos), esto nos permitió entender mejor su solución.





Por otra parte, consideramos que Edward no terminó el test por, como dijimos anteriormente, falta de tiempo; además, es de mecionarse que perdió algo de tiempo pues en el momento de la prueba se ausentó del salón por un lapso. Pero a pesar de ello, podemos decir que Edward es bueno para el razonamiento lógico.

♣ **Francy G. Blanco.** Respondió las preguntas 1, 3 y 4. Tanto en la tres como en la cuatro la estudiante respondió de forma narrativa y correcta. Al leerlas, nos dimos cuenta de que tiene buenas habilidades lecto-escritoras pues supo narrar sin ninguna complicación y muy claramente los pasos a seguir para llegar a su solución.

Por otro lado, dado que no contestó todos los puntos, quisimos averiguar el motivo de ello. Al hablar con ella, nos dijo que no había entendido los demás puntos y que el tiempo no le alcanzó para concentrarse bien en estos.

Sin embargo, aún con los argumentos dados, no tomamos a Francy como estudiante sobresaliente en este test porque debido al tiempo dedicado en cada una de las preguntas, notamos que no es tan fácil para ella resolver problemas de razonamiento lógico.

♣ **Harwin M. Manrique.** Él respondió las preguntas 1, 3 y 4. Pero en la primera no argumentó, y en las otras tuvo dificultades para expresar bien el razonamiento de su solución.

Referente a esto, recordamos que en el momento de la prueba el estudiante no se concentró en ella, ni prestó mayor interés cuando se estaba hablando al grupo acerca de esta; por lo que nos parece que el resultado no es precisamente por su análisis individual, sino grupal.

♣ **Melissa Bothía.** Ella respondió los puntos 1, 3 y 4. Melissa es una estudiante poco participativa en clase de matemáticas y muchas veces tildada de no ser buena para esta. En nuestro tiempo compartiendo con ella nunca la vimos participando ni cumpliendo totalmente con las tareas o trabajos, nos llamó la atención al ver los resultados en este test.

Sin embargo, no podemos asegurar que Melissa fuera buena para la lógica (no respondió todas las preguntas correctamente), pero sí podemos hablar de que mostró interés por esta en sus respuestas y en el mismo proceso de valoración.

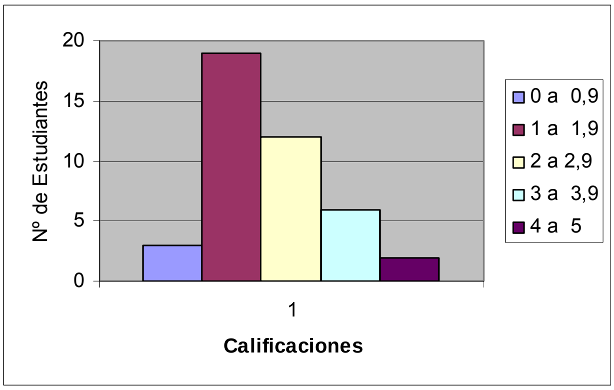
Aún así, destacamos que si se trabajara con ella un poco más en esta parte, Melissa podría estar sobresaliendo pues como no se trabajaba –ni se trabaja– en clase la lógica, por ende, su desarrollo es escaso.

Finalmente, de acuerdo con lo evaluado tanto en los resultados del test, como de la actitud, la motivación y el tiempo requerido para resolverlo, así como de un estudio cuidadoso acerca de su desempeño en la matemática y en la relación con su entorno –esto lo detallaremos en el análisis cualitativo–, podemos decir que de los estudiantes destacados en la muestra tomada Edward es un joven con habilidad para la lógica matemática.

Por último, es importante mencionar que Edward ha tenido la oportunidad de desarrollar su pensamiento matemático en el Semillero Matemático (grupo adscrito a EDUMAT-UIS) de la Universidad; trabajo que se reflejó claramente en los resultados.

3.2. DEL TEST DE ARITMÉTICA[11]

A este test le dimos la misma valoración que al anterior: cinco puntos, cada uno de de una unidad siendo el máximo puntaje de cinco y el mínimo de cero.

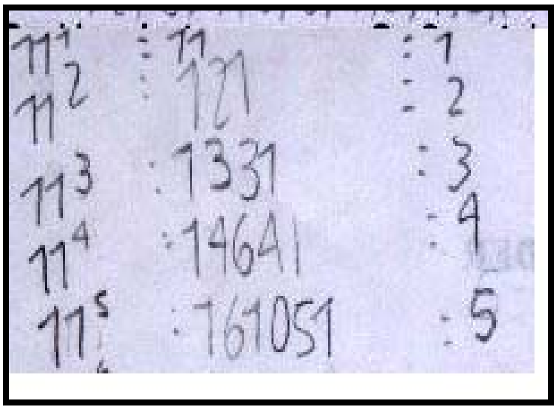


Gráfica 2. Estudiantes por categoría del Test de Aritmética

Los resultados ilustrados en el diagrama de barras muestran que hubo dos estudiantes en la quinta categoría. Veamos lo que analizamos de sus test.

♣ **Carlos Fdo. Arenas.** Respondió todos los puntos correctamente. El primer punto que buscaba que el estudiante encontrara un patrón una vez multiplicado – ya fuera a mano o con la calculadora– varias veces por 11, fue realizado por Carlos en solo cinco pasos, hallando a través de ellos el patrón y dando la solución correcta.

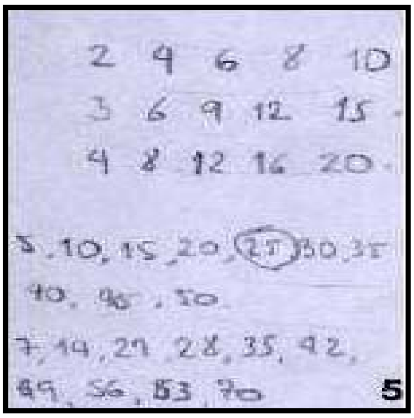
[11] Este test se realizó el 10 de septiembre de 2006.



En el segundo punto el estudiante descubrió por ensayo y error propiedades que desconocía. Por ejemplo, Carlos no sabía –lo decimos porque nos lo comentó emocionado- que un número impar por otro da como resultado un número impar; que todo número multiplicado por dos o cualquier múltiplo de este, el resultado será siempre par. Además, al resumir se dio cuenta de que si tenía dos números, pares y uno impar –cualesquiera–, la suma nunca podría dar cien.

En su solución hubo una gran riqueza matemática pues además de dar una solución, comprobó propiedades que ya ni recordaba haber visto y se demostró a sí mismo que tenía la capacidad de hacer un análisis profundo en la interacción con la parte aritmética.

Pero mejor estuvo el cuarto punto, este fue sorprendente. El análisis que hizo dejó ver en Carlos su motivación hacia la aritmética.



Como se observa arriba, él tomó varios múltiplos de tres, de cuatro, de dos y los escribió. Luego miró cada uno de los valores que no estaban escritos; es decir, el 5 y el 7, y los demás los descartó argumentando que sus múltiplos ya estaban en los anteriores, pues los del 6 y el 9 estarían en los del 3, y así sucesivamente.

Después, tomó al 5 y escribió los múltiplos hasta el 50, lo mismo con el 7 hasta el 70. Así que uno por uno fue analizando que no pertenecieran a los múltiplos de 2, 3 y 4, y luego que la diferencia entre este múltiplo de 5 y el más cercano, ya sea de 2 o 3 sea de uno. Luego se dio cuenta que el 25 es un número que no es múltiplo ni de 2, 3 ó 4 y la diferencia con el más cercano –que es 24– es de uno. Esa fue, finalmente, su respuesta.

Aunque no utilizó explícitamente el m.c.m, Carlos mostró una vez más su interés por la aritmética, por sus procesos aritméticos y por el descubrimiento de sus teoremas. Con esto concluimos que Carlos es un estudiante muy bueno para la aritmética y su desempeño en esta no se compara con el de Lógica.

♣ **Edward N. Bautista.** Respondió todas las preguntas. Una vez más Edward sobresale dentro de la muestra, mostrando una habilidad también en la aritmética.

En cuanto al análisis de los puntos, en el tercero mostró gran habilidad aritmética. Para dar solución al problema utilizó el concepto de m.c.m. y explicó su razonamiento así:

> "Saco el m.c.m entre 2, 3 y 4 y me da 12, luego como sobra siempre uno, el número de integrantes de la banda podría ser 13, pero como 13 no se puede formar de ninguna manera que todas las filas queden iguales, luego no tendría solución. Ahora multiplico por 2 y el siguiente número en común es 24, al sumarle uno me da 25 y como este es múltiplo de 5, luego puedo y los acomodo de a cinco" (Test de Aritmética; Edward N. Bautista; 09/2006).

Fue satisfactorio palpar el dominio aritmético que Edward demostró a través de cada punto del test, además de que mostró facilidad para expresarse matemáticamente y para desenvolverse en problemas contextualizados.

Finalmente, a continuación listamos alguna de las razones –haciendo referencia a los puntos dos y tres del test– por las cuales creemos que los demás estudiantes no respondieron la totalidad de este test:

- El punto dos era textualmente largo lo que requería de concentración y de comprensión. Y fue en estos dos factores indispensables para la interpretación y el planteamiento de una posible solución en donde los chicos fallaron pues si no se comprendia el enunciado correctamente, por ende, la solución a la pregunta no sería la acertada.

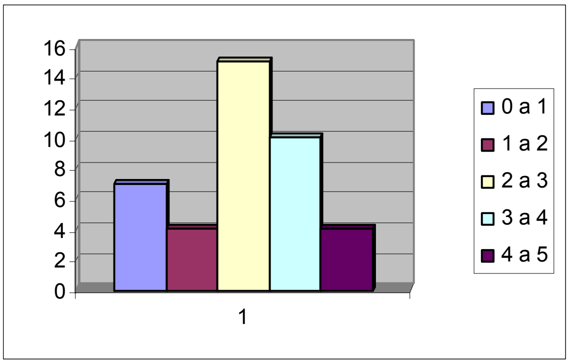
- La explicación incompleta en el enunciado del tercer punto. Aunque para todos era claro que una banda debe tener un arreglo cuadrado (mismo número de integrantes en las filas y columnas), fue fácil para los estudiantes decir que al último –que era Juan David– lo dejaran con los de la última fila.

  Dicha respuesta reflejó que los estudiantes, en su mayoría, no manejaban el concepto del Mínimo Común Múltiplo muy a pesar de que es un tema que se trabaja con constancia en el colegio.

3.3. DEL TEST DE GEOMETRÍA[12]

En este test, tres estudiantes se ubican en la quinta categoría, los cuales analizaremos a continuación, basados en el tipo de respuestas. Ellos son:

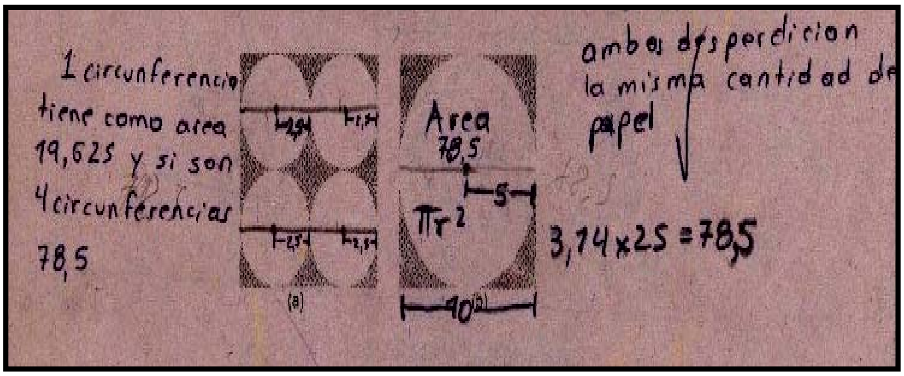
[12] Este test se realizó el 12 de octubre de 2006.



Gráfica 3. Estudiantes por categoría del Test de Geometría

♣ **Diego A. Ardila.** Respondió los cinco puntos correctamente. Diego es un estudiante que por muchos puede pasar por inadvertido, aun por nosotros había pasado por inadvertido por su ausencia en el desarrollo de los anteriores test, pero en este, fue diferente. Diego no solo sacó un excelente resultado. Mostró en el tiempo del desarrollo del test gran motivación por lo que estaba realizando. Dejó claro, para nosotros, su interés y capacidad para la geometría. Veamos el desarrollo de sus puntos.

En el primer punto, Diego dedujo la respuesta bajo un análisis en los dibujos (ver abajo) de por qué ninguno desperdiciaba más papel que otro, mostrando lo siguiente:



Al observar su abordaje, notamos que el estudiante conocía el concepto de radio y diámetro y que tenía la capacidad para aplicar su conocimiento en la solución del problema; además, en su justificación concluyó que una vez conocidos los radios, podía decir que las áreas eran las mismas –aunque Diego no escribió como tal la igualdad demostró dominar el concepto de área y logró realizar la comparación entre áreas sin mayor dificultad.

Para el segundo punto, Diego utilizó líneas alternas que permitieron ver qué fracción era el área de cada región numerada con respecto al cuadrado cuya área era de uno. Por ende, aquí demostró nuevamente el dominio del concepto de área, esta vez de una figura plana y usando fracciones.

Para el tercer enunciado, Diego fue de los pocos estudiantes que resolvió este punto ya que para resolverlo necesitaba saber que la suma de los ángulos internos de un triángulo cualquiera es de 180º, además de conocer algunas propiedades de ángulos y líneas adyacentes.

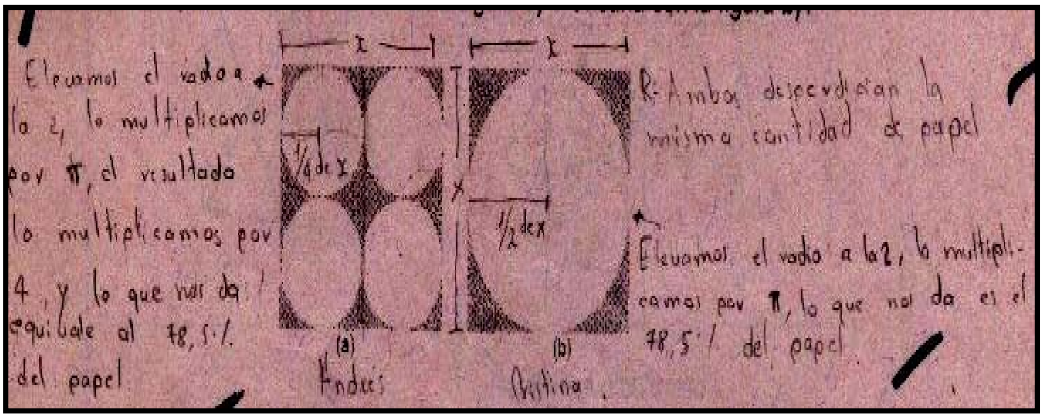
Por otro lado, en el cuarto y quinto enunciados, Diego dejó ver su pensamiento espacial y, por ende, realizó correctamente las proyecciones en el plano requeridas para la situación planteada.

Según los resultados del test, Diego es muy bueno para la geometría ya que no solo domina la proyección y el sentido del espacio, sino que utiliza y explica claramente conceptos geométricos para la resolución de problemas.

- ♣ **Carlos Fdo. Arenas.** Respondió correctamente los puntos 1, 2, 3 y 5. De él resaltamos la solución del primer punto:

> "Elevamos el radio ¼ a la 2, lo multiplicamos por π, el resultado lo multiplicamos por 4, y lo que nos da equivale al 78.5% del papel. Elevamos el radio ½ ala 2, lo multiplicamos por π, lo que nos da el 78.5%

del papel, luego ambos desperdician la misma cantidad de papel" (Test de Geometría; Carlos Fdo. Arenas, 10/2006).



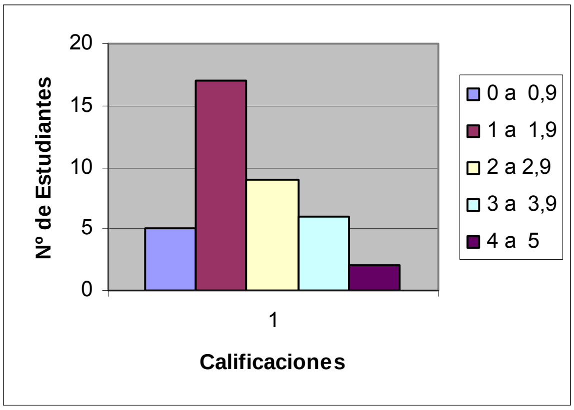
Es interesante porque en ningún momento dijo "voy a calcular áreas", lo hizo y lo escribió en forma narrativa, lo que nos llamó la atención, pues así no manejara el lenguaje matemático, esto no fue impedimento para escribir el proceso mental y de operación que hizo para llegar a la respuesta. Además, Carlos demuestra, reiteradamente, que aprendió y comprendió el concepto de área, que domina la geometría espacial y su paso al plano y viceversa.

- ♣ **Edward N. Bautista.** En el primer punto Edward de una manera similar a la de Carlos, pero con lenguaje y simbolismo matemático plasmó su proceso para llegar a la solución. En los demás puntos nos sorprendió su dominio y seguridad al dar la respuesta, por medio de sus argumentos. Es así como Edward demostró ser habilidoso en geometría pues en sus argumentos fue muy coherente matemáticamente hablando.

Finalmente, en este test, aunque esperábamos que el promedio fuera mejor, nos sorprendió el desempeño de Diego pues aunque poco se sentía en clase, mostró ser muy bueno en Geometría. Esperemos ver qué pasa con el test de Álgebra.

3.4. DEL TEST DE ÁLGEBRA[13]

Para la evaluación cuantitativa de este test, debemos aclarar que no tomamos en cuenta sólo la respuesta como verdadera o no, sino que también nos fijamos en la calidad de esta, pues si es un test de álgebra, la respuesta –así esté bien– no es coherente clasificarla como buena cuando llegó a ella por ensayo y error sin llegar a hacer un trabajo realmente algebraico.



Gráfica 4. Estudiantes por categoría del Test de Álgebra

Como vemos en el gráfico, solo dos estudiantes estuvieron en la quinta categoría. Estos estudiantes fueron Edward y Andrés Darío, cuyas respuestas analizaremos a continuación:

♣ **Andrés D. Mayorga.** Respondió a las preguntas 1, 2, 3 y 5. Después de haber realizado el test de aritmética, lo que esperábamos era ver si los estudiantes sobresalientes allí, también lo serían en la parte algebraica, pero no fue del todo así.

[13] Este test se realizó el 23 de septiembre de 2006.

Por su parte, Andrés presentó bastante dificultad para resolver el test de aritmética, pues de las cinco preguntas solo contestó bien una y otra no muy bien justificada. Pero en este test, mostró tener facilidad para resolver problemas algebraicos como lo analizaremos a continuación:

En el primer enunciado, Andrés dedujo rápidamente un patrón de la velocidad con respecto al tiempo para dar respuesta a qué velocidad está viajando Edward. Para responder la segunda parte, el estudiante dedujo primero la tercera y la escribió en un lenguaje cotidiano.

Lo anterior nos permitió ver que Andrés no realizó un proceso inductivo sino deductivo, pues el llegar primero a lo general para resolver lo particular muestra la capacidad del estudiante para entender y llegar rápido a la generalización de una situación dada bajo un patrón.

En el segundo enunciado, mostró que conoce el algoritmo de la división, pues en su respuesta está escrita así:

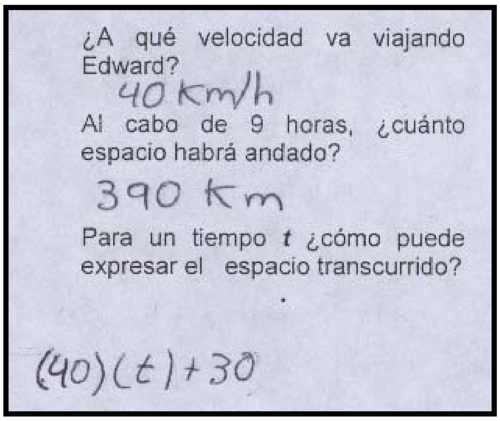
$$\begin{array}{c|c} \boldsymbol{x} & \boldsymbol{v} \\ \cline{2-2} \boldsymbol{4} & \boldsymbol{3} \end{array}$$

> “[...] Así que 3y+4=x, y como debo partir a 48 en dos partes, entonces x=48-y. como las dos x son iguales entonces busco números que sirvan en una y también en la otra igualdad, y esos son 11 y 37” (Test de Álgebra; Andrés D. Mayorga; 10/2006).

Al observar se concluye que Andrés aunque no tenía dominio en el despeje de fórmulas para encontrar valores, sí entiende el algoritmo de la división. Es decir, para Andrés la división ya no es una operación que se hace porque así se lo enseñaron, es un algoritmo que él aplica para encontrar una respuesta, que va más allá de una operación mecánica. Igualmente en el quinto punto, Andrés planteó la ecuación pero el resultado lo encontró por medio de ensayo y error.

Finalmente, respecto a Andrés, el cuarto punto no lo resolvió, su argumento fue que no se acordaba de esa fórmula, pero que sabía que se debía a algo de ese "formulerío" que veía en matemáticas. Con lo anterior, percibimos que el estudiante no ha entendido el sentido del álgebra ni el origen o explicación geométrica de ese "formulerío" como él lo llamó. Pero aún así, con este tipo de soluciones, Andrés es un estudiante con buen nivel para el Álgebra.

- ♣ **Edward N. Bautista.** Respondió a las preguntas 1, 2, 3 y 5. En el primer punto Edward dejó ver que su manera de llegar a la generalización es de forma inductiva.



El segundo punto, dijo, lo resolvió en la calculadora, y no plasmó ninguna ecuación; posiblemente el estudiante no se ha dado cuenta del algoritmo que esconde. Sin embargo, lo utilizó mentalmente para llegar a la respuesta.

Para el cuarto punto que no respondió, Edward escribió: "porque no sabemos qué números corresponden a las letras y si son incógnitas". Esta respuesta nos hizo pensar que Edward trató fue de demostrar por ensayo y error el por qué de este suceso, pero al encontrarse con un infinito número de valores para cada una de las variables, terminó confundiéndose.

Con los resultados ya obtenidos, brevemente podemos hacer un análisis general del por qué presentaron algunas dificultades unas respuestas:

- El problema de pasar del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático es un paso que no todos los estudiantes han logrado. Por ejemplo, en el punto uno, al analizar las respuestas es curioso ver cómo algunos estudiantes se enredaron en el proceso de explicación bajo un lenguaje matemático, dándose por vencidos algunos de ellos; mientras que otros, en su afán de darse a entender escribieron lo que uno leería de una ecuación, sin utilizar la simbolización.

- Comprensión incorrecta del enunciado. Esto se reflejó en el punto tres, ya que los estudiantes interpretaron que el ir duplicando era la suma de lo que se había echado en los años anteriores, siendo el doble del año anterior.

- Finalmente, el cuarto punto (hacía referencia al Trinomio Cuadrado Perfecto) ninguno de los estudiantes lo contestó correctamente. En este caso, los estudiantes por ensayo y error dieron valores al azar y dijeron que sí se cumplía pero no miraron en forma general por qué era que esto funcionaba.

A continuación analizaremos los resultados de los estudiantes en cada test con respecto a los demás, para ver qué podemos concluir.

4. ANÁLISIS FINAL

Aunque es importante que los alumnos sepan cómo llevar a cabo un procedimiento matemático de forma fiable y eficaz, el conocimiento procesal implica mucho más que la simple puesta en práctica (MEN, 1998).

Ya analizados los resultados de cada test en los estudiantes que se ubicaron en la quinta categoría, pasamos al análisis de estos estudiantes sobresalientes en cada uno de los test comparados con su rendimiento en los demás test, para estudiar lo que principalmente nos compete: ¿Es el razonamiento matemático único?, o ¿podemos hablar de varias habilidades?

ESTUDIANTE	**LÓGICA**	**ARITMÉTICA**	**GEOMETRÍA**	**ÁLGEBRA**
Edinson	X			
Jhon Jairo	X			
Edward	X	X	X	X
Francy	X			
Melissa	X			
Carlos Fdo.		X	X	
Diego Arturo			X	
Andrés Darío				X

Tabla 1. Registro integral del desempeño de los estudiantes de la quinta categoría

De la narración de nuestra experiencia y del análisis riguroso que hemos hecho de los test realizados podemos afirmar que Edward es un estudiante con una indiscutible capacidad matemática; lo demostró con su excelente desempeño en todas las pruebas. Por tales razones, en el salón de clases es un estudiante destacado.

Además, consideramos que su participación en el Semillero Matemático de la Universidad ha fortalecido su autoconcepto permitiéndole reconocer sus habilidades, esto lo motiva a trabajar con entusiasmo las matemáticas.

Por otro lado, Carlos Fernando es un estudiante regular en su rendimiento académico, pero los notables resultados en los test de Aritmética y Geometría dejan ver otra parte de sí. Tal vez no es habilidoso en todos los campos de la matemática, pero en aritmética y geometría mostró no solo un interés en resolver problemas de este tipo, sino que los resultados respaldaron ese interés llevándolo a descubrir que sí podía “hacer” matemáticas.

Ellos fueron los dos estudiantes que se destacaron en más de una prueba. Los demás estudiantes, como se puede observar en la Tabla 1, solo se destacaron en una de las pruebas. Aunque estos resultados podrían hacernos a la ligera concluir que el razonamiento matemático no es único, sino que consiste en muchas habilidades; haciendo un análisis profundo, estos resultados obtenidos no lo demuestran del todo pues estudiantes como Edward pueden convertirse en un contraejemplo a esta afirmación.

Sin embargo, es rescatable y muy loable la gran creatividad de algunos estudiantes en la resolución de los test. Esto enriqueció notoriamente los resultados y nos animó a avanzar con la investigación.

No obstante, los resultados obtenidos en el test de Lógica no fueron los mejores, recordemos que los estudiantes que analizamos fueron los de la cuarta categoría, ya que ninguno se ubicó en la quinta. Es por esto que, incluso los que tomamos en cuenta para la tabla, no sacaron resultados excepcionales en esta prueba. Lo que no nos deja asegurar nada acerca de nuestro interrogante.

Por otro lado, podemos darnos cuenta que, aparte de Edward, solo un estudiante sobresalió en aritmética y otro en álgebra. Por ejemplo, Andrés Darío, quien se destacó en álgebra, obtuvo una calificación muy buena. Resultados como ese eran los que buscábamos para poder sustentar la hipótesis de la multivariabilidad del razonamiento matemático.

Finalmente, no podemos aseverar nada respecto a nuestra pregunta de investigación, pero queda la inquietud para posteriores investigaciones pues aunque los resultados no aseguraron nada sobre la multivariabilidad tampoco contradijo del todo esta hipótesis.

CONCLUSIONES

Por mucho tiempo en la educación se ha considerado al razonamiento matemático de forma unidimensional, haciendo que tradicionalmente la matemática sea vista como un todo que conduce a la cuestionable creencia de que aquel individuo que es bueno para ella, lo debe ser en todas las subdivisiones de la misma.

Por tal razón, así como Gardner alguna vez dedujo las inteligencias múltiples, nosotros quisimos considerar la hipótesis de que el razonamiento matemático es multidimensional. A través de la realización de los diferentes test, basados en los Lineamientos Curriculares Nacionales y Estándares estadounidenses quisimos indagar sobre tal premisa.

Fue así como los test se convirtieron en herramienta fundamental para determinar la veracidad o la falsedad de la hipótesis ya que a través de su ejecución observamos, primero, que habían jóvenes que resultaron ser buenos para una de las subdivisiones de la matemática; y, segundo, nos encontramos con aquel que se destacó en todas ellas.

Particularizando, del grupo de 8-9, fue Edward N. Bautista quien con una indiscutible capacidad de razonamiento matemático en todas las subdivisiones de esta nos condujo a cuestionar nuestra hipótesis ya que él es fiel ejemplo de la unidimensional¡dad del razonamiento matemático.

Pero, a través de esos mismos test, otros estudiantes mostraron ser muy buenos para algunas de las subdivisiones de la matemática y no tener los mismos resultados en las otras. Esto sucedió con los test de Álgebra y Aritmética, pues inicialmente consideramos que al estar tan relacionada la una con la otra, los muchachos tendrían el mismo rendimiento en ambas pruebas. Sin embargo, esto resultó ser contrario y se convirtió en nuestra primera sospecha de la multidimensionalidad del razonamiento matemático.

No obstante, de esta investigación nos queda la inquietud y la motivación para continuar indagando al respecto, ya que no hubo un factor determinante que negara nuestra premisa sino que, por el contrario, surgieron luces que de una u otra forma la respaldaron. .

En cuanto a los test, el de Lógica nos permitió "palpar" la originalidad y creatividad de los estudiantes al momento de crear estrategias para la resolución de problemas. Esto recalca la importancia de que el docente le posibilite al estudiante aprender a pensar.

En el test de Aritmética, observamos que algunos de los estudiantes, a través de su vida escolar, habían logrado adquirir destreza para abordar situaciones cotidianas con herramientas matemáticas que les permitían razonar adecuadamente para llegar a la solución de la situación-problema planteada.

En cuanto al de Álgebra, notamos que otros estudiantes encontraron patrones y generalizaciones de forma deductiva e inductiva que reflejaba el desarrollo de su pensamiento variacional y su posible habilidad algebraica. El test de Geometría nos mostró las deficiencias en el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes debido al poco tiempo que se le dedica al estudio de la geometría en los salones de clase.

Por otro lado, es prudente hacer una autorreflexión acerca del proceso de investigación, y mirar a nivel general algunos factores a tener en cuenta en un próximo proyecto de este tipo:

según los Estándares y Lineamientos Curriculares, sino mirar qué es lo que verdaderamente saben.

El desarrollo de los test no debe ser evaluado oralmente solo a aquellos estudiantes destacados. Si el tamaño de la muestra fuera más pequeña, se podría tomar a cada estudiante para que después de una evaluación escrita, el estudiante tenga la oportunidad de sustentar oralmente. Esto con el objetivo de corroborar la claridad de sus razonamientos.

Finalmente, solo esperamos que este proyecto no se quede acá, sino que trascienda. Tanto sicólogos, matemáticos y educadores matemáticos debemos interesamos más por la posible veracidad de esta hipótesis, ya que las matemáticas estarían centradas en descubrir y potencializar cada habilidad del estudiante haciendo de la enseñanza un verdadero proceso de aprendizaje significativo.

BIBLIOGRAFÍA

Ausubel, D., Novak, J. & Hanesian, H. (1997). *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo.* Editorial Trollas, México.

Benbow, C. P., Arjmand, O., & Walberg, H. J. (1992). „Educational productivity predictors among mathematically talented students". *Journal of Educational Research.* Vol.84, pp. 215-223.

Cantos, M.V., Días, M.S. & Galisteo, M.I. (2000). *Y los superdotados: ¿qué?* Recuperado el 7 de agosto de 2002 de http://www.uco.es/~ed1ladip/revista/genios/N1/ARTB1/Art50.htm.

Escudero, J. *Geometría 1*. Recuperado el 20 de noviembre de 2006 de http://platea.pntic.mec.es/jescuder/geometr1.htm.

__________. *Lógica.* Recuperado el 3 de agosto de 2006 de http://platea.pntic.mec.es/jescuder/logica.htm.

__________. Tangram. Recuperado el 17 de agosto de 2006 de http://descartes.cnice.mecd.es/taller_de_matematicas/rompecabezas/Tangram.htm.

Eynseck, H.J. (1995). *Genius: The natural history of creativity*. NY: Cambridge University Press.

Freeman, J. (1997). "Actualizing talent: Implications for teachers and schools". *Support for Learning: British Journal of Learning Support.* 12 (2), pp. 54-59.

Hollingworth, L.S. (1942). Children above 180 IQ, Standford-Binet origin and development. Yonker, NY: World Book.

García, M. C. & González Blanco, J. P. (2004). *Colección preguntas y problemas en educación para el desarrollo de la excepcionalidad: Fundamentos* de educación para la excepcionalidad. (2004). Gobernación de Cundinamarca. Bogotá.

Gardner, H. (1983). *La Estructura de la mente.* NY: Basic Books.

_________. (1998). *A multiplicity of intelligences*. [Special Issue]. Scientific American. 9 (4), pp. 18-23.

_________. (2001). *La inteligencia reformulada. Las inteligencias múltiples en el siglo XXI.* Barcelona: Paidos.

Leroy-Boussion, I. (1971). *Maturité mentale et apprentissage de la lecture*. Enfance 3, pp. 153-208, Paris: P.U.F.

Ministerio de Educación Nacional MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas.* Bogotá.

_____. (2004). *Orientaciones para la atención educativa de niños, niñas y jóvenes con capacidades o talentos excepcionales.* Bogotá.

Mönks, F. (1994). *Desarrollo psicosocial de los superdotados.* En: Benito, Y. Intervención e investigación psicoeducativas en alumnos superdotados. Amaru. Salamanca.

National Council of Teachers of Mathematics NTCM. (1998). *Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática.*

Renzulli, J. S. (1994). *Schools for talent development: a practical plan for total school improvement.* Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.

Reyes, I. *Recolección de datos*. Recuperado el 30 de noviembre de 2006 de http://www.monografias.com/trabajos16/recoleccion-datos/recoleccion-datos.shtml.

Schwartz, W. (1997). Strategies for identifying the talents of diverse students. (Reporte No: EDO-UD-97-3). NY: Eric clearinghouse on Urban Education (ERIC ED 410 323).

Sternberg, R. J. (1986). *A triarchic theory of intellectual giftedness*. Cambridge: Cambridge University Press.

________. (2000). The concept of intelligence. *Handbook of intelligence* (pp. 3 - 15). NY: Cambridge University Press.

Verhaaren, P. R. (1990). *Educación de alumnos superdotados.* Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.

Vega, P. & De Zubiria, M. (1998). *Sistemas de Evaluación*, Módulo 8. Bogotá.

Winner, E. (1996). *Gifted Children: Myths and Realties*. NY: Basic Books.

________. (2004). *The Miseducation of Our Gifted Children.* Recuperado el 1 de agosto de 2006 de http://www.eddept.wa.edu.au/gifttal/EAGER/UAch10.html#top.

Zabala, J. *Ejercicios Matemáticos*. Recuperado en septiembre de 2006 de http://endrino.cnice.mecd.es/~hotp0055/javierzabala/index.htm.

ANEXOS

ANEXO UNO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II

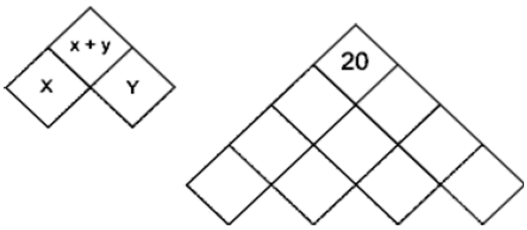
TEST DE ARITMÉTICA

NOMBRE____

1. ¿Cuál es el dígito de las decenas en 11^{11}? Encuentre el patrón.

2. Hay botones con 2, 3 y 4 huecos para pasar el hilo. Fernando tenía una colección de botones de cada uno de estos tipos y afirmó lo siguiente: “Huecos hay en total 100 y poseo un número impar de cada uno de los tres tipos”. ¿Es Fernando buen matemático?

3. La pirámide se ha construido con la siguiente regla: Si todos los números son diferentes reconstruya la pirámide.



4. Mientras Patricia y Edward paseaban por la cancha se cruzaron con la banda del colegio, que ensayaba un desfile. La banda pasó desfilando de 4 en línea, salvo uno de los músicos, el pobre Juan David con su tambor, que cerraba la marcha. El director de la banda estaba molesto. Para encajar el músico en la formación, el director mandó formar en filas de 3. Pero Juan David seguía estando solo en la última fila. Incluso cuando la banda desfila de dos en dos Juan David sigue solo de Farolillo rojo. ¿De qué manera acomodaría usted la banda para que no sobrara el pobre Juan David?

5. Dame una manzana y tendré el doble que tú -le dijo un escolar a otro. -Eso sería injusto. Es preferible que tú me des a mí una manzana, y entonces tendremos las mismas -le respondió su camarada. ¿Podría usted decir cuántas manzanas tenía cada escolar?

ANEXO DOS

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II

TEST DE ÁLGEBRA

NOMBRE____

1. Edward desea viajar en su carro con sus amigos hacia Santa Marta de vacaciones. Parte del reposo a 30 km del Café Madrid hacia Santa Marta. En la siguiente tabla se registran los datos del espacio transcurrido con el pasar de las horas:

2.

Tiempo (horas)	**Distancia (km)**
0	30 ♦
1	70
2	110 ♦
3	150
4	190
t	**¿?**

¿A qué velocidad va viajando Edward?

Al cabo de 9 horas, ¿cuánto espacio habrá andado?

Para un tiempo ***t*** ¿cómo puede expresar el espacio transcurrido?

2. Descomponer el número 48 en dos partes, tales que dividiendo una por otra se obtenga 3 de cociente y 4 de residuo.

3. Un padre proyecta colocar en un baúl $ 1 el día que su hijo cumpla un año, e ir duplicando la cantidad sucesivamente en todos los cumpleaños. ¿Cuánto tendrá que colocar el día que su hijo cumpla 18 años? ¿Cuánto habrá en el baúl luego?

4. Si a y b representan números enteros, explique por qué la expresión $\mathbf{4a^2 - 12ab + 9b2^2}$ siempre da como resultado un número mayor o igual que cero.

5. Un número se multiplica por 3. El resultado se divide por 4 y luego se le resta 5. Este nuevo resultado se multiplica por 10, obteniéndose así la cuarta parte del número aumentada en 37. ¿Cuál es el número?

ANEXO TRES

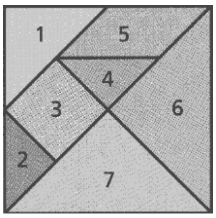
	UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER FACULTAD DE CIENCIAS LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II

TEST DE GEOMETRÍA

NOMBRE____

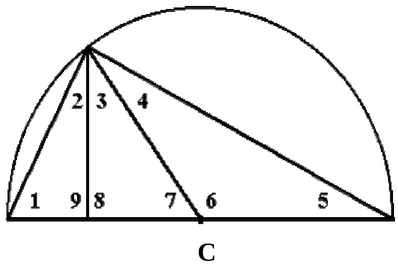
1. Los cuadrados que ve a continuación son de igual área. Andrés y Cristina debían recortar círculos desperdiciando la menor cantidad posible de papel ¿Quién desperdició más, Andrés con la figura **a)** o Cristina con la figura **b)**?

2. La siguiente hoja de papel ha sido dividida en 7 partes por el profesor para 7 estudiantes. Los números representan el sector que le dio a cada uno. ¿Qué fracción del cuadrado se le dio a cada uno de los estudiantes?

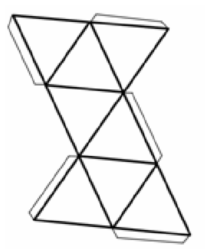
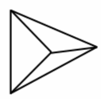
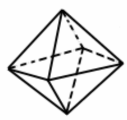
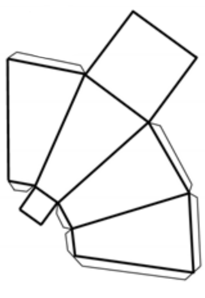


1) _______
2) _______
3) _______
4) _______
5) _______
6) _______
7) _______

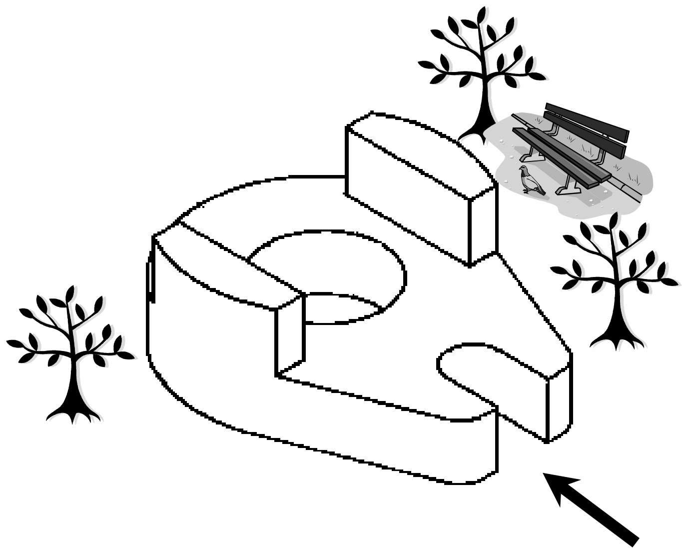
5. Calcula el valor de todos los ángulos de la figura sabiendo que el ángulo 1 vale 70°, y c es el centro de la circunferencia.



4. En clase de Geometría con el profesor Fernando se crearon estos moldes para formar una figura sólida con el fin de decorar el salón. Sin necesidad de armar la figura ¿puede decir cuáles figuras sólidas se forman? En el segundo molde dibuje la figura que crea se formará.

		
		
	Realice su dibujo	

6. Desde un helicóptero Alexandra da un paseo por una ciudad caracterizada por sus bellos monumentos. ¿Qué imagen ve desde allí? Alexandra desea tomarse una foto de frente al monumento. Si se ubica donde lo indica la flecha, ¿qué puede observar? Dibuje sus observaciones.



ANEXO CUATRO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO Y TRABAJO DE GRADO II

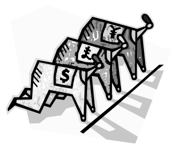
TEST DE LÓGICA

A continuación se encuentra una serie de preguntas que probarán su capacidad lógica, por favor demuestre sus capacidades respondiendo al reverso de la hoja.

1. Se tienen tres cajas con canicas de diferentes colores, cada caja tenia un letrero de su contenido. Una tapa dice “verde y rojo”, otra tapa dice “azul y la tercera tapa dice “rojo”. Sin embargo, las tapas de las cajas se revolvieron y ahora ninguna de ella está donde debería. Para determinar qué caja tiene qué canicas, puedes abrir la tapa de solo una de las cajas, y sin ver en el interior, sacar una canica. ¿Cuál caja es la que no debes abrir? ¿Por qué?

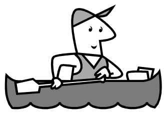
2. En las interclases del tecnológico se enfrentaron en una carrera de 100m, Karen de 8-12, Jennifer de 8-9 y Maya de 8-10; en el momento de la carrera el profesor Fernando dijo que Karen era más rápida que Jennifer, y Maya más lenta que Karen. Según lo que el Profesor dijo, es correcto decir:
   a. Maya es más rápida que Jennifer.
   b. Maya es más lenta que Jennifer.
   c. Maya es tan rápida como Jennifer.
   d. Es imposible saber quien es más rápida de Jennifer o Maya.

   Explique su respuesta.



3. Un tonelero quiso repartir entre dos personas, a partes iguales, una jarra con 8 litros de vino, pero al intentar hacer las medidas se vio con el problema que solamente disponía, aparte de la jarra de 8 litros, de dos jarras con capacidades de 3 y de 5 litros. Dijo: “no interesa”, Trasvasando adecuadamente el vino, puede hacerse la medición de forma que queden 4 litros en la jarra que ahora contiene 8 y otros 4 litros en la jarra de capacidad para 5 lt. ¿Cómo lo va a hacer?

4. Giovanni dispone de una barca para atravesar un río desde una orilla a la otra, tiene que pasar un lobo, una cabra y un arbusto. El problema es que en cada viaje solo puede transportar a uno de los tres y no puede dejar solos, en ninguna de las dos orillas, al lobo y a la cabra porque el lobo la mataría, y tampoco puede dejar solos a la cabra y al arbusto porque la cabra se lo comería. ¿como podría esa persona resolver el problema con la barca que dispone y sin ninguna otra ayuda externa?



5. En un determinado país donde la ejecución de un condenado a muerte solamente puede hacerse mediante la horca o la silla eléctrica, se da la situación siguiente, que permite a un cierto condenado librarse de ser ejecutado. Llega el momento de la ejecución y los verdugos le piden que hable, y le manifiestan “si dices una verdad, te mataremos en la horca, y si mientes te mataremos en la silla eléctrica”. El preso hace entonces una afirmación que deja a los verdugos tan perplejos que no pueden, sin contradecirse, matar al preso ni en la horca, ni en la silla eléctrica. ¿qué crees que pudo decir el reo?