

**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO Y EL
ESTUDIO DE PATRONES: UNA EXPERIENCIA SUSTENTADA EN LA
CONSTRUCCIÓN DE UNA COMUNIDAD MATEMÁTICA**

JENNY PAOLA ROMERO LÓPEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
ESCUELA DE EDUCACIÓN
MAESTRIA PEDAGOGÍA
BUCARAMANGA**

2018

**DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO Y EL
ESTUDIO DE PATRONES: UNA EXPERIENCIA SUSTENTADA EN LA
CONSTRUCCIÓN DE UNA COMUNIDAD MATEMÁTICA**

JENNY PAOLA ROMERO LÓPEZ

Trabajo De Grado Para Optar El Título De Magister En Pedagogía

Directora

SOLANGE ROA FUENTES

Doctora En Ciencias Especialidad En Matemática Educativa

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRIA PEDAGOGÍA

BUCARAMANGA

2018

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN.....	15
1. ANTECEDENTES.....	19
1.1 PROPUESTAS NACIONALES E INTERNACIONALES ASOCIADAS AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO O VARIACIONAL.	22
1.2. EARLY ALGEBRA: DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO.....	25
1.3. EL ESTUDIO DE PATRONES COMO UNA VÍA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO	28
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	32
3. OBJETIVOS.....	33
3.1 OBJETIVO GENERAL	33
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	33
4. MARCO CONCEPTUAL	35
4.1 PATRONES	39
4.2 GENERALIZACIÓN DE PATRONES.....	39
4.3 COMUNIDAD MATEMÁTICA	44
5.DISEÑO METODOLOGICO.....	46
5.1 DISEÑO Y ANÁLISIS DE TAREAS	47
5.2 IMPLEMENTACIÓN DE TAREAS Y DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD	48
5.3 RECOLECCIÓN Y SELECCIÓN DE DATOS	51
5.4 INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS TEÓRICO.....	52
6. PROCESO METODOLÓGICO	53
6.1 PRUEBA DIAGNÓSTICA.....	56
6.2 DISEÑO DE TAREAS.....	65
6.2.1 Análisis a priori de las actividades:	66

6.2.2 Análisis a posteriori de las intervenciones	81
6.2.3 Entrevistas una vez terminadas las intervenciones	119
7. CONCLUSIONES	135
8. RECOMENDACIONES.....	139
9. CONTRIBUCIONES	140
BIBLIOGRAFÍA.....	141

LISTA DE ILUSTRACIONES

	Pág.
Ilustración 1. Cód. CG.....	85
Ilustración 2. Cód. AG.....	86
Ilustración 3. Cód. FL.....	86
Ilustración 4. Cód. EO. Comunidad Matemática.	89
Ilustración 5. Cód. MP. Secuencia figural.	96
Ilustración 6. Tarea 2. Descripción. Secuencia figural. Cód. AG.....	102
Ilustración 7. Descripción Tarea 2. Secuencia numérica. Cód. AG.....	102
Ilustración 8. Tarea 2. Parte 2.....	103
Ilustración 9. Tarea 2. Parte 2.....	104
Ilustración 10. Secuencia figural. Cód. MQ.....	104
Ilustración 11. Secuencia figural. Cód. JA	104
Ilustración 12. Tarea 3. Trabajo grupal.	105
Ilustración 13. Secuencia figural. Tarea 3.....	107
Ilustración 14. Estudiantes grado 1° I.S.A.....	128

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Estándares Pensamiento variacional. Ministerio de educación Nacional. 2003.....	24
Tabla 2. Énfasis algebraicos propuestos en los currículos de los cinco países referidos. Tomado.....	38
Tabla 4. Tiempo de las Intervenciones.	83
Tabla 5. Producción textual. Cód. IF. Tarea 1. Ítem 1.....	88
Tabla 6. Descripción. Cód. MQ y AG. Tarea 1. Ítem 1.....	88
Tabla 7. Producción textual. Tarea 1. Ítem 2.	90
Tabla 8. Producción textual. Tarea 1. Ítem 3.	92
Tabla 9. Producción textual. Tarea 1. Ítem 3.	92
Tabla 10. Descripción. Tarea 1.....	93
Tabla 11. Descripción. Secuencia Figural.....	96
Tabla 12. Descripción TV. MQ. y MP. Tarea 2.....	97
Tabla 13. Descripción AG. Tarea 2.....	99
Tabla 14. Producción textual. Secuencias. Tarea 2.....	100
Tabla 15. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3a.....	105
Tabla 16. Producción textual. Secuencia numérica. Tarea 3b.....	107
Tabla 17. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3c.....	108
Tabla 18. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3d.....	109
Tabla 19. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3e.....	110
Tabla 20. Descripción. Secuencia numérica. Tarea 3e.....	110
Tabla 21. Producción textual. Tarea 4. Ítem 1.	112
Tabla 22. Producción textual. Secuencias figurales. Tarea 4. Ítem 2.	114
Tabla 23. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 4. Ítem 3.....	115
Tabla 24. Secuencia Figural. Tarea 4. Comunidad Matemáticas.....	116

Tabla 25. Entrevista Cód. TV. Secuencias figurales con material concreto.....	117
Tabla 26. Entrevista Cód. JB. Secuencias figurales con material concreto.	118
Tabla 27. Secuencias figurales. Entrevista 1. Ítem 1. Cód. CG y TV.	119
Tabla 28. Secuencias figurales. Entrevista 1. Tarea 1. Ítem 2. Cód. CG y TV.....	121
Tabla 29. Secuencias figurales. Entrevista 2. Tarea 2. Ítem 1. Cód. AG y GS. ...	122

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Tomado ISCE Resultados Pruebas Saber Instituto Santo Ángel.....	19
Figura 2. Resultados de las Pruebas Saber 2016. Descripción del Aprendizaje. Competencia Comunicativa.	20
Figura 3. Resultados de las Pruebas Saber 2016. Descripción del Aprendizaje. Competencias: razonamiento y resolución.	21
Figura 4. Patrón de recurrencia. tomado de PULGARIN, J. 2.015.....	31
Figura 5. Desarrollo de los contenidos que se implementan en la construcción del conocimiento. Tomado de Principios y estándares para la educación matemáticas.	37
Figura 6. Didáctica de Patrones. Tomada del documento de THALES, S.A.E.M. 2003.....	40
Figura 7. secuencia numérica. Tomada de Rodolfo Vergel. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.....	43
Figura 8. Secuencia figural. Tomada de Rodolfo Vergel. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.	43
Figura 9. Secuencia Figural con apoyo tabular. Tomada de Rodolfo Vergel. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.....	44
Figura 10. Estructura Metodológica de la investigación. Adaptado Radford, 2015.	47
Figura 11. Implementación de Tareas y desarrollo de la Actividad: Construcción de una Comunidad Matemática. Elemento estructurado dentro del colectivo de la Didáctica de las matemáticas.	51

Figura 12. Diagnóstico. Ítem 1 Secuencia Figural. Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. http://recursosdocentes.cl	58
Figura 13. Producción FL. Diagnóstico. Ítem1.	59
Figura 14. Diagnóstico. Ítem 2. Secuencia Repetitiva. Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. http://recursosdocentes.cl	59
Figura 15. Producción GS. Diagnóstico. Ítem 2.	60
Figura 16. Producción CM: Diagnóstico. Ítem 2. Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. http://recursosdocentes.cl	60
Figura 17. Producción PP: Diagnóstico. Ítem 2.....	61
Figura 18. Producción WM.: Diagnóstico. Ítem 2.....	61
Figura 19. Diagnóstico. Ítem 3. Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. http://recursosdocentes.cl	¡Error! Marcador no definido.
Figura 20. Producción SG. Diagnóstico. Ítem 2	62
Figura 21. Diagnóstico. Ítem 4. Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. http://recursosdocentes.cl	63
Figura 22. Producción GS. Diagnóstico. Ítem 4.	64
Figura 23. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1a.	69
Figura 24. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1b.	69
Figura 25. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1c.	69
Figura 26. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 2a. Construida por el autor.....	70
Figura 27. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 2b. Construida por el autor.....	70
Figura 28. Tarea 1. Secuencia. Ítem 2c. Construida por el autor.....	71
Figura 29. Tarea 2. Secuencia Figural. Ítem 1a. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	72
Figura 30. Tarea 2. Secuencia figural. Ítem 1b. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	73
Figura 31. Tarea 2. Secuencia figural. Ítem 1c. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	73
Figura 32. Tarea 2. Secuencia progresiva. Ítem 2. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	74

Figura 33. Tarea 2. Secuencia numérica. Ítem 3. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	75
Figura 34. Tarea 3. Secuencia numérica. Ítem 1. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	76
Figura 35. Tarea 3. Secuencia figural. Ítem 2a.	77
Figura 36- Tarea 3. secuencia figural. Ítem 2b. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	77
Figura 37. Tarea 3. Secuencia figural. Ítem 2c. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	78
Figura 38. Tarea. Secuencia. Ítem 3. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	78
Figura 39. Tarea 4. Secuencia figural. Tomado de http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html	80
Figura 40. secuencia figural. Tarea 1. Creada por el autor (docente investigativo)	95
Figura 41. Tarea 2. Secuencia Figural.....	97
Figura 42. Producción textual Cód. MQ. Tarea 2.....	103

RESUMEN

TITULO: DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO Y EL ESTUDIO DE PATRONES: UNA EXPERIENCIA SUSTENTADA EN LA CONSTRUCCIÓN DE UNA COMUNIDAD MATEMÁTICA*

AUTOR: Jenny Paola Romero López***

PALABRAS CLAVE: Algebra Temprana, Procesos de generalización, Comunidad Matemática

DESCRIPCIÓN:

A través de la práctica pedagógica se registra que en edades tempranas los estudiantes cuentan con un mayor interés y habilidad en análisis matemático, representando un reto cotidiano para los docentes quienes deben innovar a diario sus actividades académicas, brindando, nuevas opciones en la apropiación de conceptos dentro y fuera del aula de clase. Por ello, los métodos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, requieren de una continua actualización de la metodología que promueva el desempeño académico del estudiante. A través de la práctica pedagógica desarrollada con educandos entre los 6 y 7 años de edad, se evidencia la necesidad de integrar el pensamiento algebraico dentro de su formación matemática dando paso a la pregunta de investigación: ¿Cómo potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes de primaria cuando participa como miembros de una Comunidad Matemática?

Se espera que este proyecto abra nuevas posibilidades en el aula regular gracias a la construcción de una Comunidad Matemática (conformada por los estudiantes y el docente), que guíe los procesos de conocimiento de los estudiantes. Estableciendo espacios que motiven a interactuar con su conocimiento por medio del uso de material concreto. Para ello se retoma esta investigación en la cual el niño construye su propio conocimiento a través de su experiencia en la conformación y desarrollo de una Comunidad Matemática. Buscando implementar e integrar el desarrollo del Álgebra Temprana a partir del análisis de secuencias figúrales y numéricas representadas en material concreto.

La Metodología de esta investigación se enfoca en identificar y evidenciar las fases propuestas por Mason, en el análisis de secuencias matemáticas por medio del uso de patrones. Como parte de los resultados se evidencia que los estudiantes de edades tempranas logran generalizar patrones, estableciendo sus propias características.

* Proyecto de grado

*** Facultad de Ciencias Humanas, Escuela de Educación Maestría en Pedagogía Director: Solange Roa Fuentes Doctora En Ciencias Especialidad En Matemática Educativa

SUMMARY

TITLE: DEVELOPMENT OF EARLY ALGEBRAIC THINKING AND THE STUDY OF PATRONS: A SUSTAINED EXPERIENCE IN THE CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL COMMUNITY*

AUTHOR: Jenny Paola Romero López***

KEYWORDS: Early Algebra, Generalization Processes, Mathematical Community

DESCRIPTION:

Through the pedagogical practice it is recorded that at early ages students have a greater interest and skill in mathematical analysis, representing a daily challenge for teachers who must innovate their academic activities on a daily basis, providing new options in the appropriation of concepts inside and outside the classroom. Therefore, the teaching and learning methods of mathematics require a continuous updating of the methodology that promotes the student's academic performance. Through the pedagogical practice developed with students between 6 and 7 years of age, the need to integrate algebraic thinking within their mathematical formation is evident, giving way to the research question: How to promote the development of algebraic thinking in students of primary school when participating as members of a Mathematical Community?

It is expected that this project opens new possibilities in the regular classroom thanks to the construction of a Mathematical Community (formed by students and the teacher), which guides the knowledge processes of the students. Establishing spaces that motivate you to interact with your knowledge through the use of concrete material. For this, this research is taken up in which the child constructs his own knowledge through his experience in the conformation and development of a Mathematical Community. Seeking to implement and integrate the development of Early Algebra from the analysis of figural and numerical sequences represented in concrete material.

The methodology of this research focuses on identifying and demonstrating the phases proposed by Mason, in the analysis of mathematical sequences through the use of patterns. As part of the results it is evident that the students of early ages manage to generalize patterns, establishing their own characteristics.

* Proyecto de grado

*** Facultad de Ciencias Humanas, Escuela de Educación Maestría en Pedagogía Director: Solange Roa Fuentes Doctora En Ciencias Especialidad En Matemática Educativa

INTRODUCCIÓN

A través de la práctica pedagógica del docente investigador se registra que en edades tempranas los estudiantes cuentan con un mayor interés y habilidad en el desarrollo matemático. Esto representa un reto cotidiano para los docentes quienes deben innovar a diario sus actividades académicas, brindando a los estudiantes, nuevas opciones en la apropiación de conceptos dentro y fuera del aula de clase.

En la actualidad el desarrollo del Pensamiento Algebraico toma más fuerza dentro de la formación académica de la básica primaria (Nacional e Internacional). Es por esto; que El Ministerio de Educación Nacional (MEN) propone su desarrollo desde los primeros años escolares¹. A nivel internacional, uno de los movimientos que estudia el desarrollo del pensamiento algebraico es “Early Algebra”, al cual llamaremos “Álgebra Temprana”. A la vez los Principios y Estándares para la Educación Matemática creados por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM 2003), quienes proponen el desarrollo del pensamiento algebraico desde el preescolar².

En el Foro Educativo Nacional (2014) denominado “Ciudadanos Matemáticamente Competentes” se menciona que: “En síntesis, las propuestas curriculares para el área de matemáticas han transitado de una organización que enfatiza en los contenidos a una organización que acentúa en el desarrollo de competencias, para lo cual la resolución de problemas en diversos contextos se considera un elemento esencial”³.

¹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares de matemáticas. Santa Fe de Bogotá, Colombia. 1998

² THALES, S. A. E. M. Principios y estándares para la Educación Matemáticas, Sevilla, SAEM Thales, 2003.

³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Foro Educativo Nacional 2014: ciudadanos matemáticamente competentes. Bogotá. 2014. P. 10

Por lo tanto, esta propuesta de investigación busca potenciar el desarrollo del Pensamiento Algebraico desde edades tempranas a partir de la construcción de una Comunidad Matemática en el aula. Con esto se espera constituir nuevos espacios para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje, que le permitan al estudiante concebir su aula como un lugar lleno de conocimiento.

Como ya se mencionó; existen propuestas nacionales e internacionales que apoyan el desarrollo del álgebra temprana. El documento presentado por Thales propone: “Al considerar el Álgebra como un bloque del currículo, desde pre kinder los profesores pueden ayudar a los alumnos a construir una sólida base de comprensión y experiencia, como preparación para un trabajo más complejo en Álgebra en los niveles medios y en la escuela secundaria”⁴.

A la vez los documentos del Ministerio de Educación Nacional y el Centro Internacional de Encuentros Matemáticos:

Todo lo señalado en relación con las dificultades de acceso al pensamiento algebraico ha llevado a la conclusión de que los tiempos didácticos para el aprendizaje del álgebra son prolongados y parece oportuno iniciarse a ese pensamiento en edades tempranas (7-11 años) aprovechando diferentes fuentes de significado presentes en los contenidos curriculares de la escuela primaria⁵. Se espera que este proyecto abra nuevas posibilidades en el aula regular gracias a la construcción de una Comunidad Matemática⁶, que guíe los procesos de conocimiento de los estudiantes. De esta manera se establecen espacios que motiven a interactuar con su conocimiento por medio del uso de material concreto.

⁴ THALES, S. A. E. M Op. cit., p. 39

⁵ BUTTO ZARZAR, Cristianne. Introducción temprana al pensamiento algebraico con el uso de tecnologías digitales: un estudio teórico - experimental en el nivel básico. En XIII conferencia Interamericana de educación matemática. Brasil 2011. p 1-13.

⁶ SANTOS-Trigo, M. Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. ZDM The International Journal on Mathematics Education. 2007. 39, 5- 6, pp.523-536

Para ello se retoma esta propuesta en la cual el niño construye su propio saber a través de su experiencia en la conformación y desarrollo de una Comunidad Matemática.

El presente documento está organizado en ocho capítulos que se describen a continuación: 1. Introducción: brinda la información de la intervención investigativa y del trabajo a desarrollar. 2. Antecedentes: se compone de un análisis de las pruebas saber de la Institución Educativa Santo Ángel y una síntesis de los documentos investigativos realizados sobre el Álgebra Temprana y los procesos de generalización. 3. Planteamiento del problema: contextualización del problema. 4. Objetivos: las metas a alcanzar a través de la intervención investigativa. 5. Marco conceptual: en él se encuentran los teóricos que sustentan nuestro que hacer y se nombran algunos parámetros a utilizar en el desarrollo del pensamiento algebraico temprano. 6. Diseño metodológico: establece el método de investigación, el contexto, la población, y las técnicas e instrumentos que se utilizarán. 7. Proceso metodológico: análisis a priori y a posteriori de las Tareas implementadas en la investigación. 8. Conclusiones: observaciones, resultados y recomendaciones que se obtuvieron en el desarrollo de la intervención investigativa.

Esta investigación desea potenciar el desarrollo del Álgebra Temprana (término que ha sido traducido del inglés Early Algebra y se refiere al desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años escolares), a partir del análisis y la generalización de patrones siendo esta considerada como “una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela”⁷ viendo la Generalización como: notar lo común en lo local, generalizándose a todos los términos de la secuencia y que sirve como una orden para construir expresiones de elementos de la secuencia

⁷ RADFORD, L. Layers of generality and types of generalization in pattern activities. Citado por VERGEL, Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación temprana. Bogotá, 2015. p. 74.

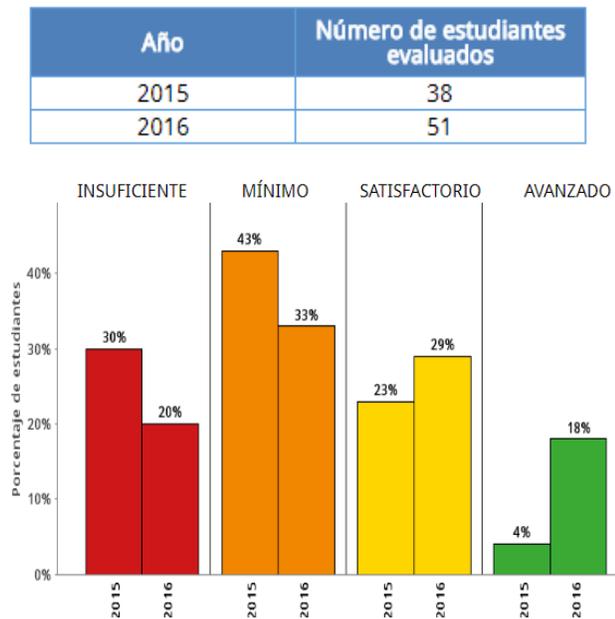
que quedan fuera del campo de percepción⁸. A través de la ejecución de Tareas figúrales y numéricas.

⁸ GÓMEZ, Jhon. La generalización de patrones de secuencias figúrales y numéricas: un estudio de los medios semióticos de objetivación y procesos de objetivación en estudiantes de grado décimo. Bogotá, 2013. p. 29.

1. ANTECEDENTES

Para el planteamiento del problema se tuvo presente el trabajo de observación realizado en las aulas de clase por la docente investigadora (2012 – 2016) y los resultados pruebas saber 2015 y 2016 de la Institución educativa Santo Ángel. A partir de esto se logra hacer un análisis de las dificultades que se presentan en los estudiantes de básica primaria y secundaria, evidenciando una gran preocupación debido a las falencias asociadas con el desarrollo del pensamiento matemático.

Figura 1. Resultados Pruebas Saber Instituto Santo Ángel.



Fuente: Tomado ISCE Resultados Pruebas Saber Instituto Santo Ángel

De acuerdo a los resultados obtenidos en las pruebas SABER 2016, ver Figura 1, correspondientes a la básica primaria se logró un avance de 4.43 a 4.56 en el Mejoramiento Mínimo Anual; disminuyendo el 10% en el nivel insuficiente y mínimo,

logrando ampliar el nivel satisfactorio en un 6% y el nivel avanzado en un 14% en comparación a los resultados del 2015.

Pero este avance no es suficiente; puesto que en la escala de valores que va de 100 a 500 (siendo 500 el promedio más alto posible), la básica primaria presenta un desempeño de 294 en el área de matemáticas y en básica secundaria se encuentra en un 291%. Evidenciando que aspectos asociados al aprendizaje de los estudiantes referente a las diferentes competencias, tal como puede verse a continuación en las Figura 2 y 3.

Figura 2. Resultados de las Pruebas Saber 2016. Descripción del Aprendizaje. Competencia Comunicativa.

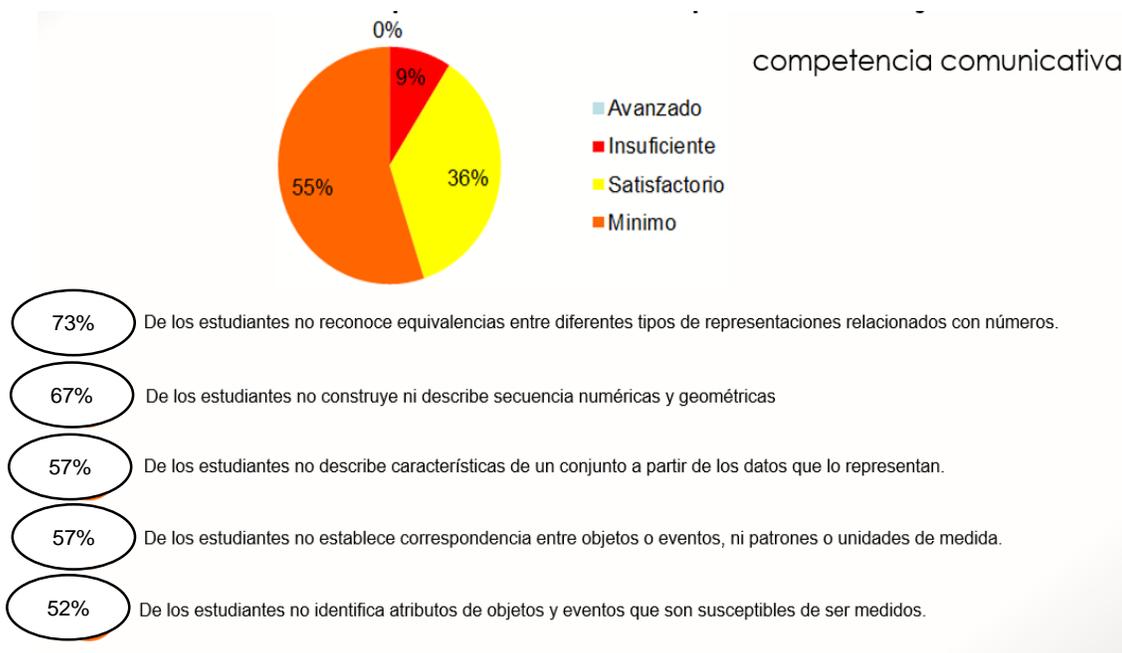
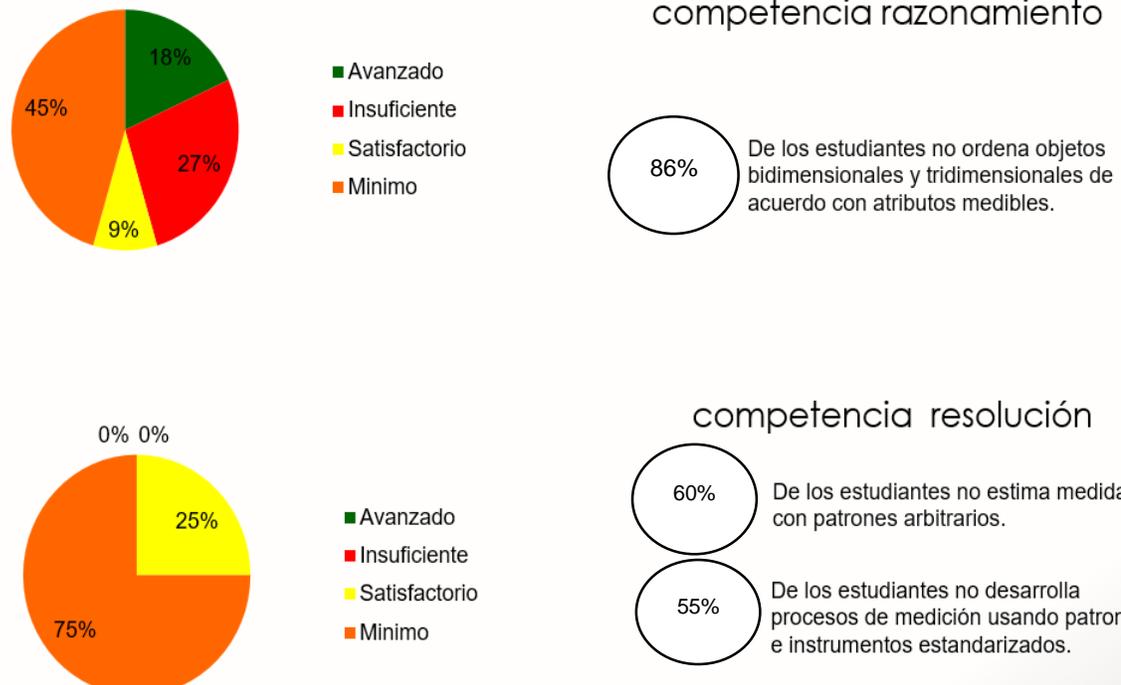


Figura 3. Resultados de las Pruebas Saber 2016. Descripción del Aprendizaje. Competencias: razonamiento y resolución.



Por tanto, tomando como base el currículo, los lineamientos y estándares estipulados por la NCTM y el MEN para el desarrollo de las matemáticas, se deben establecer estrategias dentro del aula partiendo de las dificultades presentes en los estudiantes que permitan avanzar en los procesos formativos y evaluativo. Es así como se busca a través del desarrollo del pensamiento variacional (pensamiento algebraico) un aporte significativo para el desempeño académico de los estudiantes.

La presente propuesta de investigación toma como referencia diferentes autores e investigaciones que integran dentro de sus proyectos la construcción de pensamiento algebraico que, desde la perspectiva Nacional, se ha denominado pensamiento variacional en el proceso de formación básica.

De acuerdo con lo establecido por el Ministerio de Educación Nacional “la educación matemática debe responder a nuevas demandas globales y nacionales”⁹. En particular el MEN propone que uno de los propósitos del pensamiento variacional es “Construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico”¹⁰.

Es así, como se toma referencia de algunos proyectos ejecutados, los cuales propician el desarrollo del pensamiento algebraico en edad pre escolar y básica primaria.

1.1 PROPUESTAS NACIONALES E INTERNACIONALES ASOCIADAS AL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO O VARIACIONAL.

En el año 1980 el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas inicia el movimiento de estándares educativos para las matemáticas, en el cual se quiere dar una nueva organización a los conocimientos matemáticos, retomando su forma de enseñar, aprender y evaluar. Dando a conocer varias publicaciones que pretenden ampliar la visión sobre el desarrollo y aprendizaje de las matemáticas como:

- Agenda para la acción (1980).
- Los estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática (1989).
- Principios y estándares para la educación matemática (2000).

⁹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de competencias en matemáticas. Colombia. 2006.

¹⁰ Ibíd. p76.

- Puntos focales curriculares de las matemáticas para los grados de pre escolar a octavo. Una búsqueda de la coherencia (2006).
- Razonamiento y construcción de significados (2009).
- Estándares estatales de base común para las matemáticas (2010).
- De los principios a la acción (2014- 2015).

Cada una de estas publicaciones, establece una reestructuración a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, llevando al docente a sumergirse en el mundo de la misma para así ampliar los niveles de razonamiento matemático iniciando en pre escolar y finalizando en la secundaria. La Sociedad Andaluza (Thales, 2003) en la traducción del documento Principios y Estándares para le Educación Matemática (NCTM, 2000) resalta que para que el aprendizaje de las matemáticas sea significativo, el docente debe ser muy competente en el manejo de los conocimientos de la misma. No para ser un catedrático sino para fomentar un aprendizaje colectivo, un aprendizaje significativo¹¹.

Igualmente, el MEN integra el desarrollo del pensamiento algebraico desde las primeras edades, siguiendo los parámetros establecidos por el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos, quienes establecen los estándares del Álgebra destacando que los programas de enseñanza de todas las etapas deberían capacitar a los estudiantes para:

- Comprender patrones, relaciones y funciones;
- Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando símbolos algebraicos.
- Usar modelos matemáticos para representar y comprender relaciones cuantitativas;
- Analizar el cambio en contextos diversos.

¹¹ THALES, S.A.E.M. Op. cit. p. 80

Estableciendo dos temáticas para el desarrollo del pensamiento algebraico: generalizar y usar símbolos para representar ideas matemáticas; la representación y resolución de problemas¹².

A la vez, el Ministerio de Educación Nacional estipula los Estándares básicos de competencias en matemáticas, estableciendo grupos de formación en los cuales cabe resaltar que “Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico - algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral”.¹³

Tabla 1. Estándares Pensamiento variacional. Ministerio de educación Nacional. 2003

GRADO	PENSAMIENTO
1 a 3	matemáticos, numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional:
4 a 5	
6 a 7	
8 a 9	
10 a 11	
PENSAMIENTO VARIACIONAL Y SISTEMAS ALGEBRAICOS Y ANALITICOS	
<ul style="list-style-type: none"> • Reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, geométrico, musical, entre otros). • Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas. • Reconozco y genero equivalencias entre expresiones numéricas y describo cómo cambian los símbolos aunque el valor siga igual. • Construyo secuencias numéricas y geométricas utilizando propiedades de los números y de las figuras geométricas. 	

¹² Ibid., p94.

¹³ MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Op. Cit. pp. 46-95.

Por ende, el MEN afirma que:

El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente¹⁴.

En esta investigación, nos centramos en el primer estándar: reconozco y describo regularidades y patrones en distintos contextos (numérico, figural, entre otros).

1.2. EARLY ALGEBRA: DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO

La integración del pensamiento algebraico en básica primaria se origina a raíz de las diversas investigaciones que se han venido desarrollando, de acuerdo a las dificultades y observaciones realizadas en los diversos campos de formación. El Álgebra Temprana no busca acelerar el desarrollo de temáticas en la básica primaria, lo que se quiere es introducir una manera de pensar y actuar sobre objetos, relaciones, estructuras y situaciones matemáticas; “para facilitar el aprendizaje del álgebra en la educación secundaria y crear un aprendizaje basando en la comprensión de las matemáticas”¹⁵.

Cada año de escolaridad, trae conceptos más esquematizados a los cuales, si no se da un adecuado manejo generan en los estudiantes dificultades que de no ser detectadas en el momento acarrearán grandes conflictos matemáticos. Por ende, la importancia de desarrollar cada uno de los pensamientos matemáticos, puesto que

¹⁴ Ibid., p.66

¹⁵ BLANTON & KAPUT, Functional Thinking as a Route In to Algebra in the Elementary Grades. Citado por: MORENO GIRALDO; Gustavo Adolfo. Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Universidad del valle. 2015. p. 31

estos siguen un hilo conductor que permite la asimilación y apropiación de los conocimientos asociados a cada uno. En este sentido Butto y Rojano proponen:

Algunos autores afirman que, para el desarrollo del pensamiento algebraico, es imprescindible que los alumnos puedan pensar y percibir la simbología y las operaciones aritméticas de manera distinta a la que se cultiva tradicionalmente en la escuela primaria, para que, sobre ese nuevo modo de pensamiento aritmético, puedan construir las nociones básicas del álgebra¹⁶.

Es así como el Álgebra Temprana se plantea como objetivos “presentar una alternativa de cambio curricular, en donde se argumenta la posibilidad de introducir el álgebra en los primeros grados de escolaridad (educación primaria)”¹⁷.

A la vez:

Anadir coherencia, profundidad y poder al currículo de la educación básica. - Facilitar el acceso de todos los estudiantes al pensamiento y actividad algebraica favoreciendo el desarrollo de una base sólida de aprendizaje y experiencia como preparación para un trabajo más sofisticado en el álgebra de la educación secundaria.

Dar tiempo para el desarrollo progresivo y prolongado de los diferentes modos de pensamiento involucrados en la actividad algebraica, así como de los significados nuevos o más amplios para los símbolos presentes en la aritmética y el álgebra escolar.

Eliminar la abrupta introducción del álgebra en los niveles de educación secundaria¹⁸. (Kaput, Carraher y Blanton, 2009; Molina, 2009; Thales, 2003) citado por Molina, Marta (2011).

¹⁶ BUTTO, Cristianne & ROJANO, Teresa. Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. Educación Matemática, vol. 22, núm. 3, abril, 2010, pp. 55-86

¹⁷ MORENO, Gustavo. Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Trabajo de grado. Universidad del valle. 2015.

¹⁸ MOLINA, Marta. Integración del pensamiento algebraico en la educación básica. Un experimento de enseñanza con alumnos de 8-9 años. 2011. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1615/>

Ciertamente no se trata de impartir un "curso de álgebra" a los alumnos de educación infantil y primaria, sino de desarrollar el pensamiento algebraico a lo largo del período que se inicia en la educación infantil hasta el bachillerato¹⁹ (grados K-12) puesto que se “permite trabajar múltiples facetas del pensamiento matemático (estructuras, atributos, acciones, abstracciones...) aunque sea de manera informal e implícita”²⁰.

Según los estudios realizados “se han evidenciado un acuerdo cada vez más general en la comunidad investigadora internacional en que el álgebra tiene un lugar en el currículo de la educación básica”.²¹ Es así como más países hacen parte de la comunidad que es consciente de la importancia de desarrollar desde edades tempranas ideas y concepciones asociadas al pensamiento algebraico. Siempre y cuando esta sea bien dirigida, esté acompañada de experiencias y enseñanzas adecuadas²². Evidenciando que “cuando la enseñanza está fundamentada en las ideas matemáticas de los alumnos y en promover su curiosidad matemática, los niños tienden a exhibir maneras de pensar algebraicas en el contexto de lecciones de aritmética, geometría o medida”²³. Puesto que “los niños desde muy jóvenes pueden hacer mucho más de lo que se les suponía previamente, lo cual ha llevado a proponer para las aulas de educación primaria una actividad matemática que implique modos de pensamiento más elevados”²⁴. Este hecho no es ajeno a nuestro contexto y muestra de manera puntual la necesidad de proponer a nuestros estudiantes desde el preescolar hasta su último año escolar, la opción de desarrollar procesos propios de la actividad matemática. Esto en particular referente al pensamiento algebraico requiere de elementos que incluyan aspectos asociados

¹⁹ GODINO, Juan & FONT, Vicenc. Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros. Manual para el estudiante. Edición febrero 2003.

²⁰ CALLEJO, L. & ROJAS, Francisco. La transición de la aritmética al álgebra. En: Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas. núm. 73. julio 2016. pp. 4-6

²¹ MOLINA, *Op.cit.*, pp 28-29.

²² MOLINA, Martha. Investigación en educación matemática XI. La integración del pensamiento algebraico en educación primaria. Investigación en educación matemática XI. 2005. P. 29

²³ *Ibid.*, p. 57

²⁴ MOLINA, *Op. cit.*, pp 53-69

con el estudio de la regularidad y el cambio. No solo para identificar cómo cambian las variables en una situación establecida, sino para construir formas de expresar y representar las diferentes relaciones entre variables que cambia. En el caso de edades escolares iniciales 6 y 7 años que tratamos en esta investigación, dicha actividad se basa en el estudio de secuencias estructuradas a partir de un patrón establecido de construcción. En la siguiente sección profundizamos sobre este aspecto.

1.3. EL ESTUDIO DE PATRONES COMO UNA VÍA PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO

Butto y Rojano (2010), Aké, Mojica y Ramos (2015), Vergel (2014) y Moreno (2015) incorporan el desarrollo del pensamiento algebraico temprano con estudiantes entre 6 y 11 años de edad para sus respectivos proyectos investigativos haciendo uso de la secuenciación, el desarrollo de Tareas y la generalización de patrones. Estos autores resaltan la necesidad de implementar el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años de escolaridad. Tomando en cuenta que este ha sido trabajado dentro de las aulas de clase, pero dado que no se le ha dado el debido manejo, ha pasado desapercibido. Es así como la generalización de patrones es considerada como una de las formas más importantes de introducir el álgebra en la escuela²⁵. Puesto que los patrones constituyen una manera de reconocer, ordenar y organizar los niños su mundo en esta etapa, siendo importantes en todos los aspectos de la matemática²⁶.

²⁵ VERGEL, Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria. Colección doctoral. Bogotá, 2016.

²⁶ THALES, S. A. E. M. Op cit. p95.

Por su parte Cañadas (2016) retoma las cinco dimensiones aportadas por Usiskin²⁷ y Kaput²⁸ para el desarrollo del Álgebra Temprana, dentro de las cuales encontramos en primer lugar la generalización y formalización de patrones. Por ende, para ejecutar el presente trabajo investigativo, se hace una indagación de los diferentes estudios realizados sobre el uso de patrones para el desarrollo del pensamiento algebraico, que puedan brindar una orientación en el desarrollo de ese proyecto.

Pineda y Corredor (2013) analizan el proceso de generalización que desarrollan estudiantes de 9 a 12 años en el cual se trabaja el uso de patrones, tomando a Kaput (1999) como referencia, quien describe dicho proceso como:

...extender deliberadamente el rango de razonamiento o comunicación más allá del caso o casos considerados, identificados explícitamente y exponiendo similitud entre casos, o aumentando el razonamiento o comunicación de un nivel donde el foco no son los casos o situaciones en sí mismos, sino los patrones, procedimientos, estructuras y las relaciones a lo largo y entre ellos²⁹.

Por su parte Rodolfo Vergel³⁰ desarrolla un trabajo investigativo, tomando como referencia a Luis Radford, en él presenta un estudio sobre temas como: pensamiento algebraico y la generalización algebraica de patrones. A la vez hace un fuerte análisis sobre la importancia del pensamiento variacional en edades tempranas. La perspectiva de estos trabajos incluye el estudio del individuo social,

²⁷ USISKIN, Z. Conceptions of school algebra and uses of variables. In A.F. Coxford (Ed.), *The ideas of algebra K-12*. Reston, VA: NCTM. 1998.

²⁸ KAPUT, J. *Transforming algebra from an engine of inequity to an engine of mathematical power by algebrafying the k-12 curriculum: National Center of improving Student Learning and Achievement in Mathematics and science*. Dartmouth, Ma. 2.000.

²⁹ KAPUT, J. *Teaching and learning a new algebra*. En E. Fennema y T. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding*. (1999). p. 136 Mahwah, NJ: LEA.

³⁰ VERGEL, Rodolfo. *Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria*. Colección doctoral. Bogotá, 2016.

que desarrolla en interacción con el otro. Por tanto, incluye el manejo de formas semióticas que permiten emerger la apropiación del proceso de generalización. En particular Radford contempla formas corpóreas como el movimiento de las manos, el cambio de voz, mediante las cuales los niños pueden transmitir la generalidad.

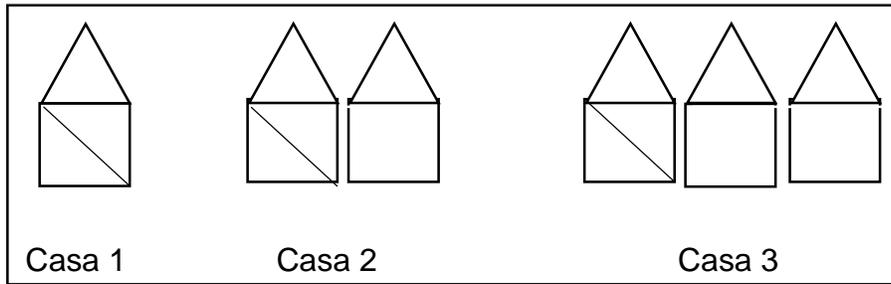
En particular Moreno³¹ busca favorecer el acercamiento temprano en estudiantes de grado tercero de la Educación Básica Primaria, al pensamiento algebraico a través de una secuencia de tareas matemáticas que involucran el trabajo con patrones numéricos.

PULGARIN³²desarrolló un trabajo investigativo sobre generalización de patrones con estudiantes entre los 9 y 12 años de edad en el cual establece que un patrón se puede manifestar en cualquier contexto de la vida real, los cambios de la luna, el movimiento de rotación de la tierra, la misma música muestra sus patrones como lo hace la física, la economía, la geografía. A través de proyectos de aula, lo cual lo lleva a deducir que los estudiantes pueden realizar un proceso lógico de observación, comunicación y verificación, éste le abre nuevas brechas al siguiente paso que es la generalización.

³¹ MORENO, Gustavo. Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Universidad del valle. 2015. p. 31

³² PULGARIN, J. Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 a 12 años. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2015.

Figura 4. Patrón de recurrencia.



Fuente: PULGARIN, J. Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 a 12 años. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2015.

Se puede constatar que, en cada una de estas investigaciones, se usa como herramienta el estudio de secuencias generadas a través de un patrón de formación, en estudiantes con edades comprendidas entre los 6 y 11 años de edad. Cada uno de estos estudios cuenta con un seguimiento y análisis detallado de las tareas realizadas, aplicando estrategias como la secuencia, el razonamiento, la resolución de problemas y tareas matemáticas. Estos estudios realizados están apoyados en un amplio marco teórico como: Kaput, Mason, Vergel, Cañadas, Radford, entre otros; de quienes se retoman herramientas, estrategias y aportes que fortalecen el desarrollo del pensamiento temprano del álgebra.

Con base en los elementos descritos, a continuación, se plantea el problema de investigación. Se mencionan aspectos puntuales del contexto en que se desarrolla la investigación para luego dar paso a los Objetivos de la misma.

2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los métodos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas requieren de una continua actualización de la metodología que promueva el desempeño académico del estudiante. Es así, como a través de la práctica pedagógica desarrollada con estudiantes entre los 6 y 7 años de edad, se evidencia la necesidad de integrar el pensamiento algebraico dentro de su formación matemática ya que este permite la continua interacción entre el conocimiento y su aplicabilidad en el contexto. De tal manera que el estudiante logre profundizar dentro de su aprendizaje, dejando a un lado el activismo en el desarrollo de ejercicios que recaen en la ejecución de procesos repetitivos.

Con base en los resultados de las pruebas saber (2015 – 2016) y los documentos investigativos, analizados (antecedentes) y discutidos en la sección anterior se da paso la pregunta de investigación: ¿Cómo potenciar el desarrollo del pensamiento algebraico en estudiantes entre los 6 y 7 años de edad (primero primaria) cuando participa como miembros de una Comunidad Matemática? a través de la construcción de conocimientos que incorporen el uso de material concreto dentro de su formación académica.

Como se ha problematizado hasta el momento, la construcción temprana de pensamiento algebraico puede contribuir en potenciar el desarrollo de pensamiento matemático avanzado. Por tanto, proponemos que esto en el marco de una Comunidad Matemática en donde los estudiantes y el profesor transformen su rol frente a la construcción de conocimiento matemático, puede contribuir en mejorar los resultados de los estudiantes en diferentes pruebas estandarizadas.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Potenciar el desarrollo del Pensamiento Algebraico Temprano en estudiantes de 6 a 7 años a través de su participación en una Comunidad Matemática, que transforme el aula en un espacio dinámico y motive el desarrollo de procesos matemáticos.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Diseñar y aplicar una secuencia de actividades matemáticas que permitan evidenciar el desarrollo del pensamiento algebraico entre los 6 y 7 años de edad.
2. Favorecer en los estudiantes una aproximación al pensamiento algebraico a partir de una secuencia de tareas matemáticas, enfocadas a la generalización de patrones.
3. Describir las relaciones algebraicas que poseen los estudiantes en edades tempranas.
4. Construir conocimientos a partir de las experiencias propias y la retroalimentación con compañeros y docentes, conformando *Comunidades Matemáticas*.

A través de la generalización de patrones se quiere evidenciar el desarrollo del Algebra Temprana en los estudiantes de básica primaria, a través de la implementación de Tareas que integran el uso de secuencias figúrales y numéricas y la manipulación de material concreto, integrando la conceptualización con el contexto del estudiante, ya que; a través de las experiencias significativas el

estudiante logra llevar su conocimiento a la realidad. Logrando integrar a la comunidad educativa para dar continuidad a estas intervenciones en cada uno de los grados de nuestra Institución.

4. MARCO CONCEPTUAL

Los procesos de enseñanza y aprendizaje implican una continua relación entre el saber, los estudiantes y el profesor. Durante años la matemática es dada a conocer de acuerdo al grado de escolaridad de los estudiantes, tomando en cuenta que la adquisición de los saberes siempre tendrá un hilo conductor que nos llevará a explorar nuevos aprendizajes, sin esperar a que se cumpla un rango de edad para que esto se manifieste. Callejo y Rojas mencionan que: “La aritmética es la parte de la matemática que estudia los números; el álgebra es la parte de la matemática que estudia las operaciones aritméticas entre números, letras y signos”³³. Es así como todo conocimiento lleva a otro permitiendo a los estudiantes estructurar conceptos y nociones matemáticas. Considerándose que; si se ofrece un acompañamiento al estudiante desde los primeros grados, propiciando un espacio de construcción de conocimiento matemático se tendrá la oportunidad de desarrollar pensamiento algebraico de la mano de la aritmética, formando bases sólidas en la construcción de su conocimiento. Como se mencionó en los Antecedentes de esta propuesta, algunos han considerado que es necesario el desarrollo del pensamiento numérico para acceder al pensamiento algebraico. Sin embargo, la postura de esta investigación establece que es posible desarrollar los dos pensamientos a la par e integrarlos en la solución de situaciones en diversos contextos.

La propuesta *del Álgebra Temprana*, se ha implementado en las diferentes instituciones educativas, tomando como referencia a Kaput: “La clave para la reforma del álgebra es integrar el razonamiento algebraico a través de todos los grados y todos los tópicos para algebrizar las matemáticas escolares.”³⁴ lo cual,

³³ CALLEJO L. & ROJAS Francisco. Op. cit. pp. 4-6.

³⁴ KAPUT, James. Teaching and learning a new algebra with understanding. Citado por VERGEL Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria. p 15. 2016.

incrementa el desarrollo de los procesos matemáticos, facilitando el uso del álgebra en los grados superiores.

Para ello Vergel infiere que “las formas de pensamiento algebraico emergen en el aula de clase como consecuencia no sólo de las Tareas propuestas, sino también de la naturaleza de la actividad³⁵”. A lo cual sugiere Radford que “se deben tener claros los conceptos y temáticas pertenecientes al álgebra y la aritmética”³⁶.

Por tanto, es fundamental el rol del maestro en su ejecución, quien es el encargado de crear y dirigir, las actividades necesarias para despertar en el niño la curiosidad y así llegar a la construcción del conocimiento.

El aprendizaje no es la simple asimilación de paquetes de información que nos llegan desde fuera, sino que se explica por una dinámica en la que existe un encaje entre las informaciones nuevas y nuestras viejas estructuras de ideas. De esta manera, lo que sabemos está siendo construido permanentemente.

De acuerdo a Radford; “se conoce muy poco sobre el desarrollo del pensamiento algebraico en edades tempranas”³⁷, por ello es necesario continuar con las respectivas investigaciones, viendo el pensamiento algebraico como una forma particular de reflexionar matemáticamente a través de estas. Varios autores han entregado sus propios conceptos acerca del desarrollo del algebra en edades tempranas y a la vez establecen diferentes categorías en las que se clasifican el desarrollo de diferentes conceptos que hacen parte del desarrollo algebraico, la NCTM propone cuatro organizadores curriculares: funciones y relaciones, modelación, estructura, lenguaje y representación. A la vez; cinco pilares de desarrollo para la formación de la educación matemática: Números y Operaciones,

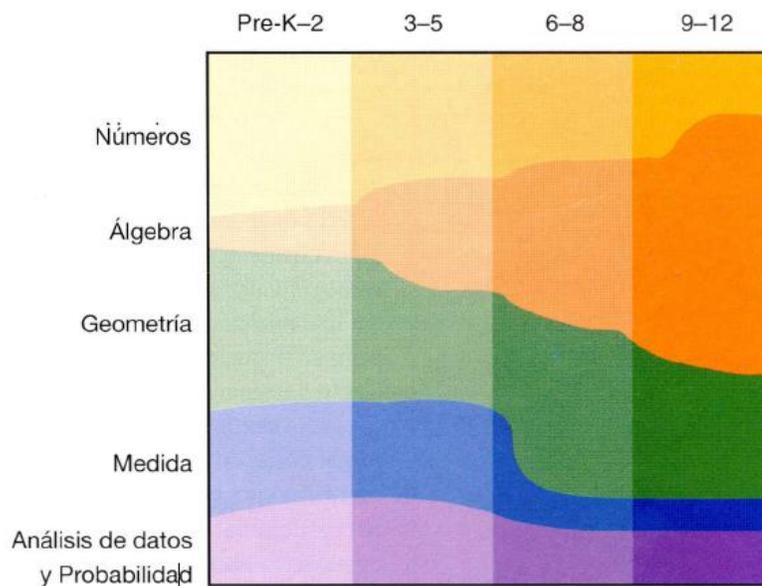
³⁵ VERGEL, Rodolfo. Op. cit. p.188

³⁶ Ibid., 24

³⁷ Ibid., p. 30.

Álgebra, Geometría, Medida, Análisis de datos y Probabilidad, dentro de los cuales se resalta el álgebra, como elemento innovador dentro de la formación del currículo de la básica primaria. En él se establecen, los principios y estándares en los diferentes grados de desempeño, incluyendo pre escolar y la básica primaria. Para su ejecución se inicia con el desarrollo del *razonamiento algebraico*, el cual integra la representación, generalización y formalización de patrones y regularidades de las matemáticas para así llegar al desarrollo del pensamiento algebraico.

Figura 5. Desarrollo de los contenidos que se implementan en la construcción del conocimiento.



Fuente: Tomado de Principios y estándares para la educación matemática.

La Figura 3. Nos permite observar el nivel de apropiación que se estipula para cada uno de estos pilares, donde los números y la medida son quienes tienen más amplitud a la hora de integrarse dentro de la planeación curricular, la geometría y el análisis de datos y probabilidad manejan un mismo rango de estabilidad durante su transferencia de primaria a secundaria, y el álgebra quien inicia con un rango muy pequeño dentro de la formación primaria logra adquirir una mayor amplitud en cada uno de los grados de la formación de básica primaria, secundaria y media. Puesto

que la básica primaria es donde el estudiante se permite explorar, indagar, reflexionar, excluir, confrontar, creando las primeras bases del desarrollo del pensamiento algebraico, estableciendo una conexión entre el desarrollo del pensamiento numérico y el pensamiento algebraico.

Gordillo, presenta diversas propuestas curriculares para el desarrollo del algebra en edades tempranas, presentadas en países como: China, Rusia, Singapur, Corea del sur y estados Unidos³⁸.

Tabla 2. Énfasis algebraicos propuestos en los currículos de los cinco países referidos

	China	Rusia	Singapur	Corea del Sur	Estados Unidos
Objetivo 1 Entender patrones	✓		✓	✓	✓
Objetivo 2 Usar símbolos algebraicos	✓	✓	✓	✓	
Objetivo 3 Usar modelos matemáticos	✓	✓	✓	✓	✓
OBJETIVO 4 Analizar el cambio		✓			✓

El cual evidencia como el desarrollo del Álgebra Temprana se ha venido integrando dentro de los ejes curriculares, permitiendo la aplicación de nuevas propuestas curriculares en las Instituciones educativas, que promueven la potenciación de la misma, tomando en cuenta los niveles de desarrollo del estudiante.

³⁸ CAI, J. Developing algebraic thinking in the earlier grades: A case study of the chinese elementary school curriculum. 2004. Citado por Gordillo, W. Razonamiento algebraico elemental: propuestas para el aula. Revista científica. N° 20. Bogotá, Colombia. 2014. p. 141.

4.1 PATRONES

Castro, Cañadas y Molina definen como patrón: “lo común, lo repetido con regularidad en diferentes hechos o situaciones y que se prevé que puede volver a repetirse”³⁹

Los niños de primaria que no tienen experiencias formales con patrones tienden a establecer propiedades basadas en las similitudes obtenidas a través de la apariencia (del exterior). Con un entrenamiento formal, ellos aprenderán a percibir aquellas propiedades en términos de funciones o reglas que aparecen como resultado de deducción, inducción y razonamiento abductivo.

De acuerdo a Mason “a partir del trabajo con patrones se llega a la generalización del álgebra, siendo este el punto de partida de la abstracción matemática”⁴⁰. Estableciendo cuatro pasos para llegar a la Generalización De Patrones: percibir, expresar, registra un patrón y validar las fórmulas. Resaltando que el uso de patrones en edades tempranas fue avalado por la NCTM (1989), ya que éste lleva al niño a descubrir, extender, analizar, describir y representar.

4.2 GENERALIZACIÓN DE PATRONES

El desarrollo de diferentes estrategias aritméticas juega un rol significativo en el proceso de Generalización De Patrones ordenados. Los patrones se presentan en

³⁹ CASTRO, E. CAÑADAS, M. C. y MOLINA, M. El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. UNO, 2010 p. 57. Citado por MERINO, Eduardo. Patrones y representaciones de alumnos de 5° de educación primaria en una tarea generalización. Granada, 2012. p. 17.

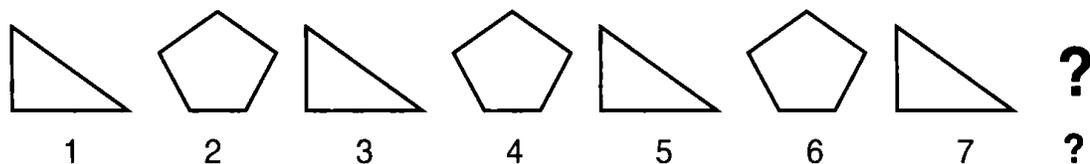
⁴⁰ MASON, J. Rutas hacia el álgebra y raíces del álgebra. (C. Agudelo, Trad.) UPTC. Tunja, Colombia. 1985.

diferentes contextos y dominios de las matemáticas, tales como, lo numérico, lo geométrico, lo aleatorio y lo variacional; que permiten la interpretación de regularidades presentes en diversas situaciones de la vida diaria por ejemplo en la música, en el movimiento, la economía, la geografía y la variación en general⁴¹.

De acuerdo con los estudios realizados, encontramos grandes contribuciones, por parte de los autores de dichas investigaciones, los cuales permiten encaminar el presente estudio, tomando en cuenta aportes como:

Seleccionar, clasificar y ordenar facilita el trabajo con patrones, ya que éstos constituyen una manera de reconocer, ordenar y organizar los niños su mundo y, en esta etapa, son importantes en todos los aspectos de las matemáticas⁴². Por ello los profesores deberían ayudar a sus alumnos a desarrollar habilidad para hacer generalizaciones, mediante preguntas como éstas: "¿cómo se podría describir este patrón?", "¿cómo puede repetirse o ampliarse?" o "¿en qué se parecen estos patrones?"

Figura 6. Didáctica de Patrones



Tomada del documento de THALES, S.A.E.M. 2003.

Para Radford, generalizar significa "observar algo que va más allá de lo que realmente se ve"⁴³, Siendo considerada como una de las formas más importantes de implementar el álgebra en la escuela.

⁴¹ RIVERA, Elizabeth & SANCHEZ, Luisa. Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos. 2002. 183 p.

⁴² THALES, S.A.E.M. Op. cit. p. 95.

⁴³ Radford, L. Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. 2008. Citado por LASPRILLA, A. & CAMELO, F.

Según Godino y Font “el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas”⁴⁴ ya que esos son recreados en las actividades cotidianas del niño.

El MEN toma como referencia Mason, J.; Burton, L. y Stacey, K. (1992): “Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización”⁴⁵.

Para Mason “la generalización es el corazón de las matemáticas, generalización entendida como ver lo particular en la generalidad, así como ver la generalidad en lo particular”⁴⁶. A diario se desarrollan actividades con los educandos, que involucran el desarrollo del pensamiento algebraico, solo que no se hace evidente, es por esto que el docente debe estar preparado para aprovechar cada una de las respuestas de los estudiantes y llevarlas a un próximo nivel. En repetidas ocasiones, partimos de lo general a lo particular permitiéndole al estudiante hacer un análisis continuo del trabajo desarrollado, llevándolo a crear sus propias conclusiones. Para Mason “la generalización en el álgebra es aquella que permite la abstracción matemática, la cual es desarrollada a partir del trabajo con patrones o regularidades”⁴⁷. A lo cual propone cuatro fases de generalización: Percibir un patrón (Ver) Expresar un patrón (Decir), Registrar un patrón (Describir), Validación

Generalizando patrones figurales con estudiantes de 8 y 9 años: una interpretación de los medios semióticos de objetivación movilizados. p. 39

⁴⁴ GODINO, J & FONT, V. Op. cit. p. 774.

⁴⁵ Ministerio de Educación Nacional. Estándares básicos de competencias en matemáticas. 2006. p. 46-95. Disponible En: http://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles116042_archivo_pdf2.pdf.

⁴⁶ MASON, J. “Provoking students to use their natural power to express generality: Tunja sequences”.. Traducción realizada por Patricia Inés Perry, investigadora de “una empresa docente”, y Hernando Alfonso. 1999

⁴⁷ MASON, J. Rutas hacia el álgebra y las raíces del álgebra. (C. Agudelo, Trad.) Tunja, Colombia. UPTC. 1985.

de las fórmulas (Registrar y Generalizar). A continuación, se presenta una descripción general de dichas fases.

- 1. Percibir un patrón (ver)** el estudiante cuenta con la oportunidad de tocar, trasladar, reemplazar, crear semejanzas y diferencias al momento de tener un contacto directo con el material a trabajar, lo cual permitió analizar cada uno de los elementos que hacen parte a este patrón o secuencia.
- 2. Expresar un patrón (decir)** en esta etapa, se generaron conjeturas sobre el elemento a seguir, tomando en cuenta el análisis realizado, a través de la observación, para así poder continuar con una secuencia lógica. Esta etapa tomó en cuenta la participación de compañeros y la orientación del docente.
- 3. Registrar un patrón (describir):** para ello se usaron las habilidades escritas, orales y creativas de los estudiantes, ya que no todos poseen la misma habilidad comunicativa a la hora de dar a conocer sus ideas u opiniones, es por ello que se dio la oportunidad al niño de registrar lo evidenciado de la forma que más se le facilitó.
- 4. Prueba de validez de las fórmulas (verificar y generalizar)** aquí es donde se le permite al estudiante partir de lo particular a lo general o viceversa, para ampliar dicha información a través de la creación de nuevos patrones o secuencias.

Según Mason “El reto es tratar de asegurar que a los niños se les invite a usar aquellas capacidades en cambio de que el profesor o el libro de texto traten de hacer el trabajo por ellos, pues de esa manera, aprenderán rápidamente que alguien les puede hacer sus cosas y pronto dejarán de lado sus capacidades”⁴⁸.

⁴⁸ MASON, J. “Provoking students to use their natural power to express generality: Tunja sequences”. Traducción realizada por Patricia Inés Perry, investigadora de “una empresa docente”, y Hernando Alfonso. 1999.

Esta construcción investigativa tiene como referencia los trabajos realizados por: PULGARIN, (2015), BUTTO, FERNANDEZ (2012), MORENO, (2015), RIVERA, SANCHEZ (2012) (anteriormente referenciados) quienes han incluido como parte de su metodología dentro de sus trabajos investigativos las cuatro fases de Mason. Para así diseñar y desarrollar u seguimiento una secuencia didáctica buscando evidenciar el desarrollo del pensamiento algebraico temprano a través de la generalización de patrones por medio de secuencias numéricas y figurales:

Secuencia numérica:

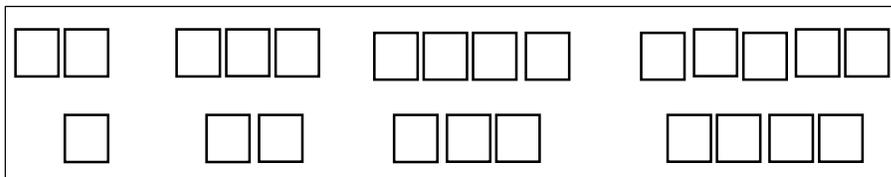
Figura 7. Secuencia numérica.



Fuente: VERGEL Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.

Secuencia figural:

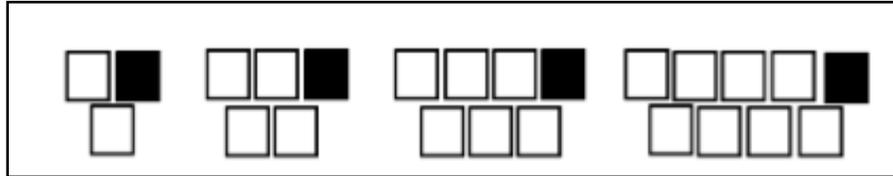
Figura 8. Secuencia figural.



Fuente: VERGEL Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.

Secuencia figural con apoyo tabular.

Figura 9. Secuencia Figural con apoyo tabular.



Fuente: VERGEL Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación primaria. 2016.

4.3 COMUNIDAD MATEMÁTICA

La experiencia en las aulas de clase, permiten al docente observar y determinar los logros y las falencias obtenidas durante el desarrollo de las actividades programadas. Esto evidencia la importancia del trabajo en grupo, donde los estudiantes tienen la oportunidad de compartir y socializar sus ideas y posibles soluciones sobre las actividades a desarrollar. Lo cual establece sus propias deducciones y procesos en la construcción de su conocimiento “Donde es fundamental plantear conjeturas, utilizar una variedad de representaciones, buscar diferentes métodos de solución, plantear preguntas y emplear distintos argumentos para comunicar soluciones o resultados”⁴⁹.

A lo que llamamos Comunidad Matemática, tomando en cuenta que la mejor manera de aprender es enseñando “En este trabajo de colaboración es importante que el estudiante, como miembro de la comunidad, aprenda a escuchar a los demás y

⁴⁹ SANTOS TRIGO, L. Sobre la construcción de un marco conceptual en la resolución de problemas que incorporen el uso de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2011. Año 6. Número 8. (2007). pp 35-54.

tenga responsabilidad en cuanto al progreso de cada uno de los integrantes de la comunidad”⁵⁰.

Entendiendo como Comunidad Matemática el trabajo desarrollado por un grupo de participantes (estudiantes - docente), en el cual se genera un conocimiento que llega a ser cuestionado, validado y aprobado por el mismo. Es así como los estudiantes del grado primero a través de los Procesos de Generalización, logran recrear la construcción de su conocimiento, a través del trabajo en grupo, en el cual, por medio del ensayo – error se construye el conocimiento, apoyándose en sus pre-saberes y la orientación del docente.

⁵⁰ SANTOS, Luz. Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. Trillas. México, 2007

5.DISEÑO METODOLOGICO

En esta intervención investigativa se realiza una investigación de tipo cualitativo, descriptivo e interpretativo ya que integra un análisis del diseño de Tareas, las estrategias y los procedimientos matemáticos de los estudiantes que oscilan entre los 6 y 7 años de edad. El proceso metodológico adoptado para esta investigación se basa principalmente en la construcción de una Comunidad Matemática en el aula como lo define Santos⁵¹. Esta metodología permite realizar un seguimiento a la ejecución de patrones y secuencias como miembros activos de una comunidad.

Por tanto, es de interés en esta investigación entender el sujeto en el aula, estudiar el rol de los estudiantes y del profesor frente a una Tarea matemática, analizar los procesos de formular, emplear e interpretar las matemáticas como forma de modelar un problema en contexto. A la vez, la metodología está compuesta por cuatro etapas: diseño y análisis de Tareas; Implementación de las Tareas y desarrollo de la Actividad; Recolección y Selección de datos, e Interpretación y análisis teórico de los datos.

⁵¹ SANTOS-TRIGO, M. Op. cit.

Figura 10. Estructura Metodológica de la investigación.



Fuente: Adaptado Radford, 2015.

Como se muestra Ver figura 5 la primera etapa se centra en el diseño y análisis de Tareas que es retroalimentada por la aplicación completa de las etapas del ciclo. La aplicación de este ciclo de investigación permite presentar un conjunto de Tareas matemáticas validadas que potencian el desarrollo del pensamiento variacional.

A continuación, se presenta una descripción de las principales características de cada una de las etapas del Ciclo; particularmente cómo se constituye la Etapa dos a través de los elementos característicos de una Comunidad Matemática.

5.1 DISEÑO Y ANÁLISIS DE TAREAS

Esta etapa tiene en cuenta los objetivos del currículo, los resultados de las Pruebas Saber 2016, realizadas a los estudiantes de básica primaria, los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas, respecto al pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. Además de los resultados obtenidos de la aplicación de

una prueba Diagnóstica que será analizada con detalle en el desarrollo de esta Etapa.

Desde la perspectiva teórica descrita en la Sección anterior se analizan los resultados obtenidos de estas pruebas de lo cual se puede constatar la dificultad que tienen los estudiantes a la hora de describir, analizar, proponer, diferenciar y concluir. Puesto que están acostumbrados a seguir indicaciones, y cuando se establece una Tarea a seguir, esperan replicarlas y obtener dichas respuestas.

Es importante aclarar que en esta investigación se hace una distinción entre la Tarea y la Actividad en términos de Radford⁵². El diseño de las Tareas es potestad del profesor-investigador quien planifica y tiene una idea de lo que puede llegar a suceder en el aula. Pero es a través de la Actividad que dicha Tarea promueve que los estudiantes pueden progresivamente tomar conciencia de los significados culturales que han sido históricamente constituidos.

5.2 IMPLEMENTACIÓN DE TAREAS Y DESARROLLO DE LA ACTIVIDAD

Con base en el diseño y el análisis a priori sustentado en la etapa anterior se da paso a la implementación de las Tareas en el aula. Dicha implementación, así como el desarrollo de la Actividad están guiados en esta investigación por la construcción de una Comunidad matemática en el aula. Santos-Trigo propone:

Entre las premisas fundamentales de la propuesta de aprender matemáticas dando énfasis en la resolución de problemas, está que el salón de clases ofrezca oportunidades a los estudiantes para reconstruir o desarrollar ideas matemáticas.

⁵² RADFORD, L. There Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2013. 7-44. Doi: <http://doi.dx.org/10.4471/redimat>.

En este contexto el papel de los problemas y las ideas que se discuten durante el proceso de resolución parte sustancial que ayuda a crear una comunidad matemática entre los estudiantes⁵³.

Bajo esta mirada, cada estudiante se concibe como un sujeto activo que necesita de una comunidad para discutir y comunicar de manera eficaz sus ideas matemáticas. Esto propicia el desarrollo de los procesos matemáticos fundamentales, que en esta investigación se sustentan en las directrices dadas por la OCDE⁵⁴:

1. Formulación matemática de situaciones.
2. Empleo de conceptos, datos, procedimientos y razonamientos matemáticos.
3. Interpretación, aplicación y valoración de los resultados matemáticos. (p.28)

El desarrollo de la Actividad dentro de la Comunidad Matemática transforma el rol del profesor y del estudiante frente a la construcción de conocimiento matemático. Cada estudiante encuentra en el salón de clase un ambiente que le permite pensar y razonar sobre las matemáticas involucradas en la solución de una tarea, razonar sobre ellas y comunicar sus ideas. Esta interacción permite la formulación de ideas, el desarrollo de argumentos, la validez, verificación y en su medida la demostración de aquello que se propone como verdadero.

El desarrollo histórico y epistemológico de las matemáticas muestra que la comunicación y la interacción social son fundamentales para la construcción y consolidación de conocimiento matemático. Por tanto, en esta Etapa de la investigación cada estudiante, así como el profesor, como miembros de su Comunidad deben desarrollar una ética comunitaria donde muestren que:

⁵³ SANTOS-TRIGO, M. Op. Cit. 94

⁵⁴ MINISTERIO DE ECUACIÓN CULTURA Y DEPORTE, marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias, Instituto nacional de Evaluación Educativa. Madrid 2013. p 30.

- a) Participan activamente en el espacio público de la Comunidad.
- b) Muestran un espíritu abierto a las discusiones y debates.
- c) Son solidarios con los otros miembros (compañeros y profesores).
- d) Trabajan por la construcción de una conciencia crítica generada a través del trabajo colectivo que genera la solución de una Tarea.

Estas características propuestas por Radford⁵⁵ transforma la manera de concebir las matemáticas y las formas de conocer en el aula. Este ambiente establecido por la comunidad potencia el desarrollo de una forma independiente de pensar sobre las ideas y/o nociones matemáticas, generando procesos creativos y por tanto formas significativas para los sujetos de construir conocimiento matemático.

La figura tres muestra los principales constructos que guían el diseño y desarrollo de esta Etapa de la investigación. Allí aparecen los elementos iniciales que son el insumo para partir de las interacciones entre los miembros de la comunidad, generan un ambiente de aula que se caracteriza por los procesos que guían la construcción, desarrollo y consolidación de una Comunidad Matemática en el aula.

⁵⁵ RADFORD, Op cit, p 7-41

Figura 11. Implementación de Tareas y desarrollo de la Actividad: Construcción de una Comunidad Matemática. Elemento estructurado dentro del colectivo de la Didáctica de las matemáticas.



La Comunidad Matemática propicia el trabajo cooperativo que puede iniciar en parejas y motivar la conformación de equipos alrededor de los intereses comunes y las necesidades individuales. Claramente esta manera de concebir el aula y la interacción entre el profesor, el estudiante y el saber dinamiza el rol de los estudiantes y profesores.

Al finalizar el Ciclo de investigación propuesto, se podrá dar cuenta de la viabilidad de la conformación de la comunidad, además se podrán plantear características específicas de sus miembros, así como los intereses que deben priorizarse en su conformación, consolidación y permanencia.

5.3 RECOLECCIÓN Y SELECCIÓN DE DATOS

Esta investigación es de tipo cualitativo por tanto busca dar cuenta del desarrollo del pensamiento algebraico a través de la conformación de una comunidad

matemática. Para una recolección amplia de la información que permita una selección de datos exitosa se toma como fuente:

- Análisis de la prueba diagnóstica.
- Videos y Audios de las sesiones de clase: con base en las transcripciones de los videos y de las observaciones del profesor-investigador, se construye el diario de campo que permite un análisis más profundo de la Actividad Matemática generada en el aula.
- Análisis de la prueba final. Una vez finalizada la tercera etapa de la investigación se diseña y aplica una prueba final. Esta busca evidenciar las Fases de Mason (1985): Ver, Decir, Registrar y Generalizar, en el desarrollo de Tareas a través de la ejecución de patrones y secuencias. Finalizando con las entrevistas realizadas a un grupo de estudiantes en la cual se conocerán sus argumentos a la hora de Describir y Generalizar.

5.4 INTERPRETACIÓN Y ANÁLISIS TEÓRICO

Con base en los elementos teóricos que sustentan la investigación se sistematizan los principales resultados de la aplicación. Se realiza una triangulación de la información y se llega a un consenso entre los miembros del Colectivo de Investigación sobre el trabajo realizado por los estudiantes para la luz de los elementos del marco conceptual a través de un análisis a priori el cual brinda ciertos parámetros de lo que el docente investigador espera que haga el estudiante a la hora de ejecutar las Tareas y un análisis a posteriori el cual determina si estos parámetros fueron desarrollados o si el estudiante realizó algo más de lo esperado. Esto nos permitió hacer un análisis detallado de cada uno de los ítems realizados, logrando establecer y evaluar la potenciación del desarrollo del pensamiento algebraico temprano en estudiantes de 6 a 7 años a través su participación en una Comunidad Matemática.

6. PROCESO METODOLÓGICO

La metodología a usar en esta intervención investigativa se enfoca en la identificación de los Procesos de Generalización a través de las cuatro fases propuestas por Mason en el análisis de secuencias matemáticas, mediante el uso de patrones, en estudiantes entre los 6 y 7 años de edad.

Esta sección contempla cuatro etapas: diseño e implementación de las Tareas de clase, recolección y el análisis de datos.

El diseño de Tareas: toma en cuenta los objetivos de currículo; teniendo como base los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas y los Principios y estándares para la Educación Matemáticas. Los cuales responden al objetivo de esta intervención: la potenciación del pensamiento algebraico a través de los Procesos De Generalización de patrones.

Estableciendo cuatro tareas, tomadas y rediseñadas de acuerdo a las necesidades evidenciadas en el diagnóstico realizado a estudiantes entre los 6 – 7 años de edad (primero primaria), en el cual se observa las dificultades que se generan en el desarrollo del pensamiento algebraico.

Cada una de ellas está conformada por:

1. Intervención del docente: quien entregó las pautas de trabajo y orientó los diferentes momentos a ejecutar.
2. El trabajo individual: en el cual cada estudiante planteó las posibles soluciones a cada uno de los ítems a desarrollar.

3. El trabajo en grupo o cooperativo (Comunidad Matemática): en él; el estudiante tuvo la oportunidad de dar a conocer al grupo de trabajo sus posibles razonamientos, compartir opiniones y establecer conjeturas.
4. Retroalimentación: se dio a conocer el trabajo desarrollado por cada uno de los grupos de trabajo, presentando ante sus compañeros los acuerdos a que han llegado en cada una de las preguntas y exponer la forma en que construyeron las figuras de la secuencia.

Durante la implementación de las Tareas, estas fueron dirigidas, por el docente titular del grupo (investigador), quien se desempeñó como observador – participante, puesto que se debía registrar cada uno de los momentos desarrollados e intervenir recordando las pautas de trabajo para un adecuado desarrollo de las Tareas, lo cual; permitió una mayor apropiación de los estudiantes sobre las mismas, evidenciando la confianza que estos depositan en sus compañeros de trabajo a la hora de consultar sus inquietudes y exponer sus ideas. Permitiendo que el docente dejase a un lado su rol de líder y el estudiante fuese más autónomo en la toma de decisiones.

Mediante; la ejecución de esta intervención se logró evidenciar, como cuesta al docente dejar su rol de catedra, donde él expone, mientras el estudiante escucha, es evidente que el rol del docente es necesario, para controlar la disciplina y el orden en el aula, pero este no debe impedirle al estudiante el ser más independiente a la hora de construir su conocimiento.

Para el análisis y la recolección de datos se contó con el material audio visual (videos), las guías escritas de las Tareas ejecutadas, las notas de campo y las entrevistas realizadas a 10 estudiantes, quienes compartieron el análisis ejecutado en sus Procesos de Generalización.

a) Grabación de video y audio: se contó con una cámara portátil la cual era ubicada en puntos determinados del aula de clase, para obtener la perspectiva adecuada del grupo de trabajo, logrando establecer tomas del mismo al momento de ejecutar las Tareas, a la vez, se hicieron tomas del trabajo desarrollado en la retroalimentación, donde los estudiantes exponían sus Descripciones al grupo de clase, quienes lograban vincularse a este, haciendo sus aportes.

b) Guías de trabajos de los estudiantes: estas se utilizaron para desarrollar el trabajo escrito (individual y en grupo). En estas guías los estudiantes registraron algunos de los razonamientos y las respuestas a las tareas estipuladas. Apoyándose con el uso de lápices de colores para una mayor apropiación a la hora de analizar secuencias y patrones. Para el desarrollo de las Tareas escritas se brindó el tiempo necesario al estudiante, tomando en cuenta el grado de complejidad de las Tareas, es decir nunca se exigió un tiempo determinado para el desarrollo de las mismas. Tomando en cuenta que los niños de esta Institución Educativa, en este momento no habían formalizado su proceso lecto- escritor, se trabajó con material concreto, el cual fue de fácil manipulación para los estudiantes.

c) Notas de campo: se hizo registro escrito de las observaciones realizadas durante el desarrollo de las sesiones: palabras, frases usadas por los estudiantes a la hora de realizar sus Tareas, hacer cuestionamientos o brindar aportes. Esto era complementado con las anotaciones que se realizaban al finalizar cada intervención.

Todo esto, enfocado en el análisis de secuencias figúrales y numéricas; a través del uso de patrones, donde se amplía el nivel de complejidad para establecer nuevas Generalizaciones.

6.1 PRUEBA DIAGNÓSTICA

La prueba diagnóstica, contó con una intervención del orientador (docente investigador); seguida de una prueba escrita y finalizó con la retroalimentación del trabajo presentado. Lo cual permitió a los estudiantes conocer en qué consistía el desarrollo de las Tareas donde se evidenció una mejor comprensión de las mismas al plantear situaciones de su contexto.

A la vez; El uso de material concreto facilitó al estudiante la construcción del conocimiento, a través del uso de botones y cuerpos sólidos los estudiantes lograron jugar con sus pre saberes experimentando a través del ensayo y el error, puesto que; al tomar con sus manos los objetos a trabajar y poderlos mover, desplazar, cambiar o rotar, se podían apropiarse del análisis y las conjeturas que estos estaban realizando.

La prueba escrita; constó de cinco Tareas matemáticas en las cuales el estudiante debía deducir el patrón que se generaba en la secuencia presentada. Para ello se tomó en cuenta los Procesos de Generalización que realizaron los estudiantes en el análisis de las mismas, a través de la observación, el análisis, la descripción y la manipulación de material concreto.

A continuación, se evidencia el análisis a priori y a posteriori de la prueba diagnóstica desarrollada con 17 estudiantes de la Institución Educativa, resaltando que para mostrar las Tareas desarrolladas se realizó una codificación, la cual permitió proteger la identidad de los estudiantes. La estructura y análisis de esta prueba se encuentra comprimido al finalizar el análisis a priori y a posteriori en la Tabla 3. Resumen Diagnóstico.

Tabla 3. Resumen Diagnóstico.

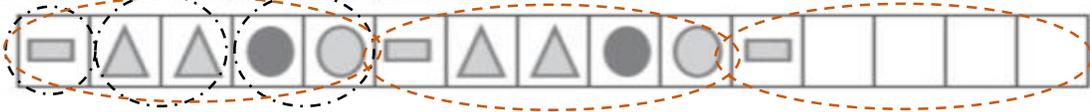
INSTRUMENTO		CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES			CONDICIONES	Prueba Escrita
Estructura	Presentado en hoja de papel tamaño oficio. Participativa	Fecha:	Hora:	Lugar:	Objetivos: observar y analizar el desarrollo del Álgebra Temprana a través de los 4 pasos de Mason (Ver, Decir, Describir y Generalizar) en la ejecución de Tareas matemáticas.	Tareas matemáticas a Ejecutar
Formato	Físico, video.	Sep./20/2017	9:30 am	salón de clase 1°		
Tipo	Prueba escrita con Tareas matemáticas, en la cual, el estudiante a través de la observación y análisis, decodificará patrones que permitan la formación de secuencias matemáticas.	Institución Educativa Santo Ángel			Características: esta prueba se realiza con educandos de primer grado, quienes se encuentran entre los 6 y 10 años en la Institución educativa Santo Ángel que se encuentra ubicada en el barrio Villa Rosa, en el Norte de la ciudad. Sus estudiantes pertenecen a los estratos 1 y 2. El aula de clase, consta de un espacio de 35 metros cuadrados, ventilado, pero con problemas de iluminación. Ubicado en la primera planta de la Institución. El grado consta de 24 estudiantes de los cuales 17 presentaron la prueba escrita. El tiempo estipulado para el desarrollo de la prueba fue 120 minutos.	En la mesa del docente se dejan caer determinada cantidad de botones con variedad de características, se pide a los estudiantes observarlos y nombrar algunas de las particularidades vistas (color, tamaño y forma), luego; se pide que organicen una secuencia con estos botones, estableciendo un patrón para su desarrollo. 4 estudiantes participaron de la actividad y los patrones establecidos fueron color y tamaño.
Observación	Los participantes de esta intervención tienen entre 6 y 7 años, por ende, la investigación será grabada en su totalidad para el desarrollo del diario de campo, a través de la observación participante.	Cantidad de preguntas: 4 Tareas de matemáticas, de las cuales el primer y segundo punto consta de una actividad, el tercer punto de 2 actividades y el 4 punto consta de 3 actividades o ejercicios.				<p>1 ítem. Esta tarea consta de una secuencia, formada por figuras geométricas (rectángulo, triángulo, círculo) la cual se encuentra un rectángulo, el triángulo y el círculo se repite dos veces cada una. El educando debe continuar la secuencia, siguiendo el patrón establecido.</p> <p>2 ítem. Se presenta una nueva secuencia, ahora, los números, reemplazan las figuras geométricas, su distribución varía, puesto que va 3-4-4-7-7-1 aunque es una secuencia numérica no se encontró alguna característica establecida en el orden de los números, por ende, el patrón que se estableció: cada 6 números se repite el patrón.</p> <p>3 ítem. Nuevamente se observa una secuencia de patrones, esta vez el patrón se repite 6 veces, en base a ello el estudiante determina cuántas veces se repite una de las figuras (el rectángulo) al llegar al quinto patrón: 10 veces, lo cual no fue evidenciado por los estudiantes ya que ellos contaron los rectángulos dentro de las 6 veces que se encontraba el patrón y no las 5 como estipulaba la indicación, por tanto, su respuesta fue: 12</p> <p>4 ítem. Para finalizar el estudiante encuentra una seriación de cantidades, 3-6-9-12 / 16-12-8-4 / 5-10-15-20. en la cual el niño determina en qué orden están organizadas estas cantidades (ascendente-descendente), a la vez que estas van aumentando o disminuyendo de 3 en 3, 4 en 4 o 5 en 5.</p>

TAREA 1: SECUENCIA FIGURAL

Ítem 1:

Figura 12. Diagnóstico. Ítem 1 Secuencia Figural.

1. Dibuja las cuatro figuras que siguen al patrón.



Fuente: Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. [en línea] disponible en: <http://recursosdocentes.cl>

Análisis A Priori Ítem1.

Se pretende que el estudiante a través de la observación pueda analizar qué características tienen las imágenes presentadas y como se encuentran organizadas, estableciendo la particularidad que hay entre ellas. A la vez, que los estudiantes puedan continuar una secuencia de acuerdo al patrón establecido. Deduciendo que está formada por figuras geométricas, de las cuales; dos de ellas pertenecen al conjunto de figuras poligonales, donde; el rectángulo se encuentra una vez mientras que el triángulo y la circunferencia dos veces en cada patrón y que este se repite tres veces en su totalidad.

Análisis A Posteriori Ítem 1.

Al observar y escuchar las opiniones de los estudiantes se logra evidenciar dos de las etapas establecidas en los Procesos de Generalización Mason: Ver y Decir. A la vez se encuentra dificultad al momento de Describir y Verificar el patrón que da paso a la construcción de la secuencia. Puesto que los niños no encuentran las palabras precisas para dar a conocer la información obtenida durante el desarrollo de la

Tarea. Evidenciando que el estudiante FL. hace uso de los colores como código a la hora de analizar. Ver figura 8.

Figura 13. Producción FL. Diagnóstico. Ítem1.

1. Dibuja las cuatro figuras que siguen al patrón.



Ítem 2

Figura 14. Diagnóstico. Ítem 2. Secuencia Repetitiva.

2. Dibuja los cuatro números que siguen al patrón.



Análisis A Priori Ítem 2

Se presenta una nueva secuencia matemática en la cual se hace uso de números, Se espera que el educando realice el conteo entre las cantidades presentadas haciendo uso de los Procesos de Generalización (Ver) para así establecer que estas aumentan sin tener una condición establecida, solo que se repite cada cuatro números, añadiéndose el número uno o terminando con el mismo, a la vez que solo un número se repite dos veces.

Análisis A Posteriori Ítem 2

Al ser una secuencia integrada por números, logra generar confusión en los estudiantes, ya que no logran establecer la relación entre estos. Al no realizarse

una observación acertada; se dificulta hallar el patrón que se ha establecido dentro de esta secuencia repetitiva.

La estudiante GS, logra dar continuidad al patrón completando la secuencia.

Figura 15. Producción GS. Diagnóstico. Ítem 2.

2. Dibuja los cuatro números que siguen al patrón.

3	4	7	7	1	3	4	7	7	1	3	4	7	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

A continuación, se presentan algunas soluciones entregadas por los estudiantes.

El educando CM. omite la repetición del número siete, pero logra recuperar la continuidad del patrón.

Figura 16. Producción CM: Diagnóstico. Ítem 2.

2. Dibuja los cuatro números que siguen al patrón.

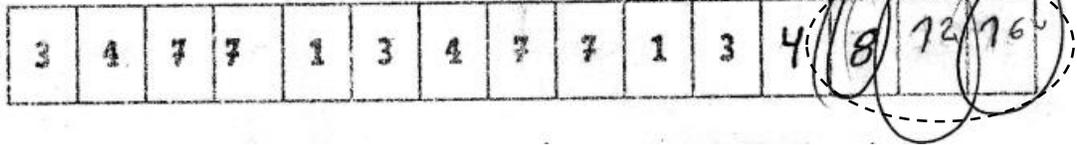
3	4	7	7	1	3	4	7	7	1	3	4	7	7
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Fuente: Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. [en línea] disponible en: <http://recursosdocentes.cl>

El estudiante PP. establece un patrón que va en aumento de 4 en 4 comenzando en seguida del número cuatro, pero, este no corresponde al patrón establecido. Resaltando que el estudiante logra Generalizar, pero esto no corresponde a la Tarea.

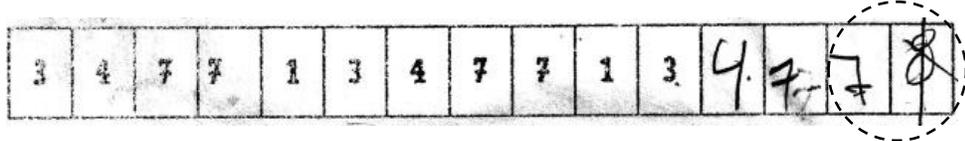
Figura 17. Producción PP: Diagnóstico. Ítem 2

2. Dibuja los cuatro números que siguen al patrón.



El estudiante WM. logran mostrar el patrón establecido en la secuencia, pero se equivocan al ubicar el número que se ubica en el último recuadro.

Figura 18. Producción WM.: Diagnóstico. Ítem 2



Ítem 3

Figura 19. Diagnóstico. Ítem 3.

3. Antonio crea un patrón con figuras geométricas. Él quiere que se repita el patrón 5 veces:



Patrón de Antonio

¿Cuántos rectángulos habrá en el patrón de Antonio? _____



Análisis A Priori Ítem 3

Se espera que los niños analicen el patrón entregado aplicando Procesos de Generalización, identificando las figuras presentadas (Ver): dos rectángulos, un corazón, una estrella. Se espera que luego de la descripción del patrón, el estudiante pueda deducir (Decir) por cuantas secuencias está conformado dicho

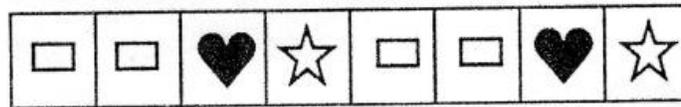
patrón para así dar respuesta a la pregunta (Describir): ¿Cuántos rectángulos habrá en el patrón de Antonio?

Análisis A Posteriori Ítem 3

La presente secuencia, es figural, repetitiva y se compone de un patrón de cuatro elementos. Al ser figural, los estudiantes se apoyan en el uso de lápices de colores, permitiendo una mayor apropiación de la Tarea.

Figura 20. Producción SG. Diagnóstico. Ítem 2

3. Antonio crea un patrón con figuras geométricas. Él quiere que se repita el patrón 5 veces:



Patrón de Antonio

¿Cuántos rectángulos habrá en el patrón de Antonio? 12



De acuerdo a lo observado, los estudiantes logran desarrollar Procesos de Generalización (Ver) ágilmente cuando son secuencias repetitivas, pero se dificulta establecer una Validación, a la hora de sintetizar la información obtenida. Es decir; al momento de dar respuesta a la pregunta: ¿cuántos rectángulos habrá en el patrón de Antonio? hubo confusión puesto que los estudiantes no tomaron en cuenta que en la secuencia presentada el patrón se repetía 6 veces, y no 5 como lo decía la instrucción. Por ende, la mayoría respondió que la cantidad de rectángulos que se encontraba en la secuencia presentada era 12 y no 10.

Ítem 4

Figura 21. Diagnóstico. Ítem 4.

4. Encuentra la regla de cada patrón:

Aumenta de 4 en 4 menor a mayor

Aumenta de 10 en 10 menor a mayor

Disminuye de 5 en de mayor a menor

$+4$

4	8	12	16	20
---	---	----	----	----

$+1$

10	20	30	40	50
----	----	----	----	----

-5

35	30	25	20	15
----	----	----	----	----

Fuente: Tomado de Matemáticas: patrones y álgebra. [en línea] disponible en: <http://recursosdocentes.cl>

Análisis A Priori Ítem 4

Se presenta una secuencia de números donde se quiere que el niño analice el patrón presentado determinando: como están organizados los números: mayor a menor y viceversa, orden creciente o decreciente y la condición que se toma en cuenta para pasar de una cantidad a otra. Todo esto haciendo uso de los Procesos de Generalización (Ver, Decir y Describir). Por ello, se espera que el niño logre establecer la condición que se proporciona para que se de cada una de estas secuencias.

Análisis A Posteriori Ítem 4

Se establecieron características observadas en las secuencias presentadas, como el orden (ascendente – descendente) en que se encuentran organizadas. A la vez, el conteo que se toma en cuenta en cada una de ellas, cabe anotar que varios

estudiantes copiaron las respuestas de sus compañeros, esto se verificó al pedirles una Descripción verbal del cómo hallaron dicha respuesta.

El educando GS. a través de la observación y el análisis logra Describir lo observado en la secuencia, estableciendo Procesos de Generalización, pero; no enfatiza en qué orden se organizaron los patrones (creciente o decreciente), solo manifestó como se generalizó el conteo en cada una de las secuencias presentadas, para ello se apoyó en el conteo usando sus manos. “La capacidad para detectar patrones y expresar generalidad está presente en el niño desde su nacimiento y, ciertamente, desde su ingreso a la escuela”⁵⁶.

Figura 22. Producción GS. Diagnóstico. Ítem 4.

4. Encuentra la regla de cada patrón:

Se cuenta de 4 en 4

4	8	12	16	20
---	---	----	----	----

se cuenta de 10 en 10

10	20	30	40	50
----	----	----	----	----

Durante el desarrollo del diagnóstico se logra evidenciar que, de acuerdo a los Procesos de Generalización, los estudiantes logran hacer un análisis de las características que presentan algunos patrones a través de la observación (Ver) pero está no logra ser Descriptiva es su totalidad, lo cual no permite expresar lo que se ve más allá del patrón representado, por ello el Registrar y Validar un patrón se hace mucho más complejo a los ojos de los estudiantes.

⁵⁶ Traducción realizada por Patricia Inés Perry, investigadora de “una empresa docente”, y Hernando Alfonso, del original Mason, J. (1999). “Provoking students to use their natural power to express generality: Tunja sequences”.

6.2 DISEÑO DE TAREAS

La presente intervención cuenta con cuatro Tareas matemáticas, para desarrollarse dentro de un espacio de tiempo (120 minutos), cada una de estas; cuentan con cuatro momentos (intervención docente, trabajo individual, trabajo en grupo y retroalimentación) en los cuales se espera que el estudiante logre potenciar sus Procesos de Generalización.

1. **Percibir un patrón (ver)** el estudiante cuenta con la oportunidad de tocar, trasladar, reemplazar, crear semejanzas y diferencias al momento de tener un contacto directo con el material a trabajar, lo cual le permitirá analizar cada uno de los elementos que hacen parte a este patrón o secuencia.
2. **Expresar un patrón (decir)** en esta etapa, podrá generar conjeturas sobre el elemento a seguir, tomando en cuenta el análisis realizado, a través de la observación, para así poder continuar con una secuencia lógica. Esta etapa toma en cuenta la participación de compañeros y la orientación del docente.
3. **Registrar un patrón (describir):** para ello se usarán las habilidades escritas, orales y creativas de los estudiantes, ya que no todos poseen la misma habilidad comunicativa a la hora de dar a conocer sus ideas u opiniones, es por ello que se le da la oportunidad al niño de registrar lo evidenciado de la forma que más se le facilite.
4. **Prueba de validez de las fórmulas (verificar y generalizar)** aquí es donde se le permite al estudiante partir de lo particular a lo general o viceversa, para ampliar dicha información a través de la creación de nuevos patrones o secuencias.

Estas Tareas integran la parte formal (guías de trabajo) e informal (juegos) que permiten asociar el conocimiento con su contexto, estableciendo nuevos aprendizajes.

6.2.1 Análisis a priori de las actividades: Se diseñaron cuatro Tareas, en cada una se establecen secuencias de Generalización de patrones en contextos figúrales o numéricos. Estas Tareas aumentan su grado de complejidad a medida que el estudiante va avanzando en el desarrollo de su pensamiento algebraico. Durante la implementación se espera que los estudiantes logren Procesos de Generalización algebraica de secuencias figúrales o numéricas, para ello se debe ejecutar una serie de elementos que le permite llegar a esta Generalización tomando en cuenta los tres elementos referidos por Radford⁵⁷.

Objetiva la característica común:

- Observa similitudes y diferencias de la secuencia.
- Identifica la estructura numérica de los términos.
- Identifica la estructura espacial de los términos, en el caso de ser una secuencia de tipo figural.
- Evidencia indicios de articular las dos estructuras: numérica y espacial, en el caso de ser una secuencia de tipo figural.
- Evidencia indicios de una relación entre el número de la figura y el número de partes de la figura, a través de funciones modales.

Objetiva la generalización de dicha característica común.

- Establece propiedades que dependen de las similitudes observadas de los casos particulares.
- Extrapola la característica común.
- Propone una generalización de la característica común.

⁵⁷ RADFORD, L. Three key concepts of the Theory of objectification: knowledge, knowing, and learning. *Journal of research in Mathematics Education*. 2013.

Deduce una fórmula que permita definir cualquier término de la secuencia.

- Denotación, puede hacerse a través de lo gestual, el lenguaje natural o el simbolismo alfanumérico, o combinaciones de estos.

De acuerdo al tipo de Generalización realizada por los estudiantes esta se puede categorizar dentro de las cuatro fases de Pensamiento Algebraico establecidas por Mason (1985): Ver, Decir, Describir, Verificar Y Generalizar. Se espera que, durante la aplicación de estas Tareas, los estudiantes realicen preguntas como:

- ¿Qué es una secuencia?
- ¿Qué es un patrón?
- ¿Cómo se tiene una secuencia?
- ¿Qué debo hacer para descubrir el patrón?
- ¿Qué debo hacer ahora?

O manifestaciones:

- No se cómo se hace.
- No soy capaz
- No entiendo
- No sé qué escribir

A continuación, se presenta la descripción y el análisis a priori de cada una de las Tareas implementadas por la docente (investigadora), tomando en cuenta la edad de los estudiantes.

TAREA 1

El objetivo de esta Tarea es introducir a los estudiantes en el desarrollo de Procesos de Generalización de patrones con secuencias figúrales sencillas. Se espera que el estudiante pueda comunicar lo observado de manera oral o escrita.

1. Intervención docente: Los niños deben completar la secuencia figural (ítem 1) manipulando material concreto. Se quiere que los estudiantes, observen (Ver) la imagen y realicen una Descripción de ello.

- Son frutas.
- Son de color rojo.
- Son de diferentes tamaños (grande y pequeño).
- Están organizadas de acuerdo a su tamaño.

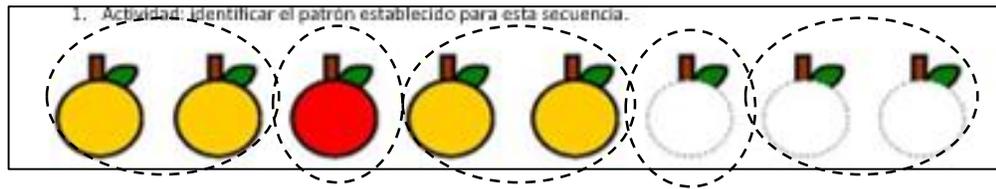
Para que así; completen las secuencias desplazando una de las 6 opciones según corresponda. Se espera que, al manipular el material de trabajo el estudiante logre Ver y Expresar el patrón. El docente será el mediador de esta Tarea, haciendo uso de preguntas que faciliten el análisis de dicho patrón.

- Son 6 secuencias diferentes, pero se usan la misma figura.
- En los ejercicios 1, 5 y 6 el patrón se repite 2 veces.
- En los ejercicios 2 y 3 el patrón se repite 3 veces.
- En el ejercicio 4 no se completa el segundo patrón.

2. Trabajo individual: luego de la intervención grupal, cada estudiante debe ejecutar las actividades que se encuentran dentro de la guía de trabajo. En el primer ítem se espera que el estudiante determine cuál es el patrón a seguir de la sección presentada, resaltando que en cada una de ellas se estipula un patrón diferente. A la vez que pueda Describir oral y textualmente el análisis que tuvo en cuenta para continuar la secuencias. En el 1 ítem: de la guía:

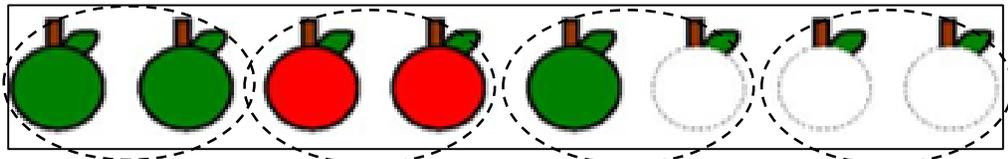
- Se usan tres colores diferentes:
- Varía la repetición del color en cada patrón.
- Inicié coloreando dos manzanas amarillas y una roja (2-1)

Figura 23. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1a.



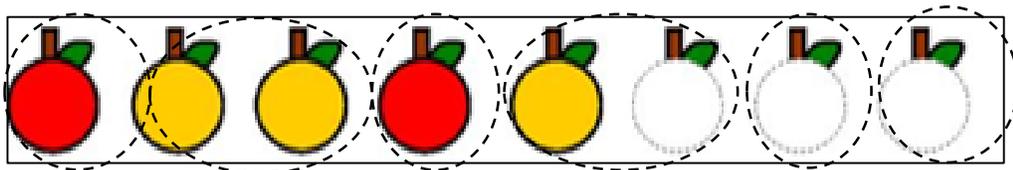
- Luego, se cambia el color amarillo por el verde y la cantidad de repeticiones así: dos verdes, dos rojas (2-2).

Figura 24. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1b.



- El último es igual a la primera secuencia, solo que se inicia en la manzana roja una manzana roja y dos manzanas amarillas (1-2). El estudiante puede establecer que si se agrega una manzana más se puede terminar la secuencia completa.

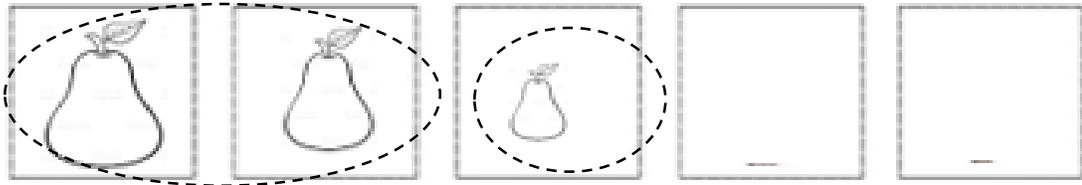
Figura 25. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 1c.



En el segundo ítem se encuentran 3 secuencias diferentes, dos de ellas establecidas por frutas (pera). La primera secuencia varía de tamaño (grande, mediano, pequeño). Se espera que los estudiantes logren Describir el patrón y representarlo gráficamente. para que pueda crear sus propias Generalizaciones.

Figura 26. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 2a.

2. Completa las secuencias de acuerdo al patrón establecido en cada una de ellas. Crea la tercera secuencia.



La docente realizará preguntas como:

¿Cuántas veces se repitió el patrón?

¿Cuántas casillas debo agregar para que el segundo patrón este completo?

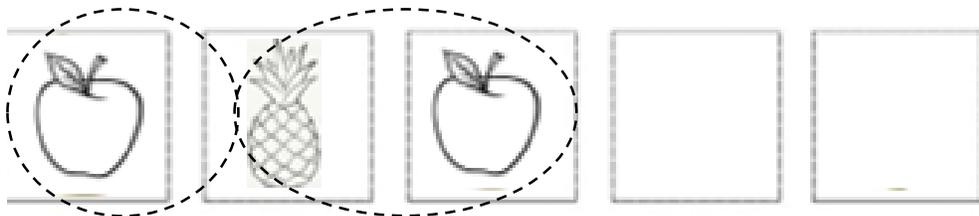
En la segunda secuencia (segundo ítem), nuevamente se construye una secuencia con frutas, en este caso dos (manzana y piña) las cuales se van intercalando. Logrando establecer que:

En las casillas impares se ubica la manzana y en las pares la piña.

Por cada piña hay dos manzanas.

Asociación por color: rojo, amarillo, rojo.

Figura 27. Tarea 1. Secuencia figural. Ítem 2b.



Para terminar se le pide al estudiante que establezca su propia secuencia para ello tomar como referencia el trabajo desarrollado en clase, se espera que el estudiante

logre establecer un patrón tomando en cuenta características como: color, tamaño y forma. A la vez que logre describir su secuencia en forma escrita (Generalizar).

Figura 28. Tarea 1. Secuencia. Ítem 2c.



3. Trabajo en grupo: Se repite la actividad inicial, se espera que, de acuerdo al trabajo desarrollado los estudiantes puedan realizar la T
4. Área secuencial, corrigiendo las dificultades anteriores.
5. Esta intervención finaliza con una retroalimentación del trabajo realizado individualmente. Donde se dará la participación a los estudiantes para dar a conocer los análisis de sus Tareas, esto se realizará haciendo uso del tablero.

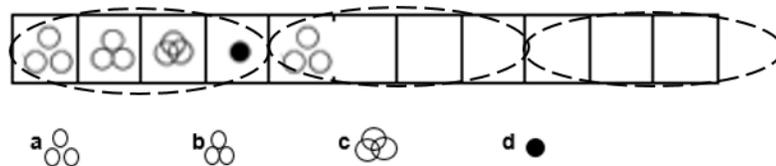
TAREA 2

1. Intervención de la docente, quien les orientara las Tareas a desarrollar, iniciando con el juego del dominó. Para ello se contarán las fichas que tiene el juego y las reglas para ejecutarlo. Se espera que, al ir participando en el juego, los niños determinen que en él se da una secuencia, en la cual el patrón a usar es la continuación de la ficha que ubique el jugador contrario (percibe y expresa el patrón)
2. Tarea individual: se entrega a cada estudiante la guía de trabajo, que cuenta con 3 ejercicios de secuencias figúrales. Se espera que el estudiante determine el

patrón (Ver) que se estableció en cada una de ellas, para ello cuenta con 3 preguntas orientadoras que le permitirán hallar el patrón.

En la primera secuencia se espera que el estudiante defina el patrón que se estableció (Decir), afirmando que este, está conformado por 4 figuras (circunferencias), logrando deducciones como: son 3 circunferencias que inician separadas y al avanzar terminan consolidándose en una sola. El patrón se puede repetir hasta 3 veces, si se agrega una casilla al finalizar la secuencia presentada. Al realizar estos análisis, los estudiantes lograrán dar respuestas a las preguntas que se encuentran debajo de cada secuencia.

Figura 29. Tarea 2. Secuencia Figural. Ítem 1a.

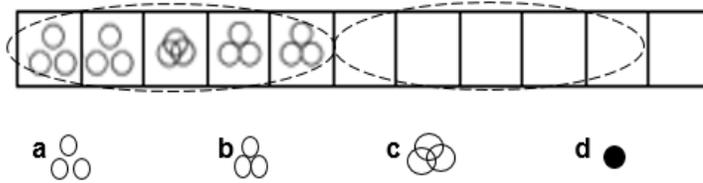


- ¿Cuántas veces se repite el patrón? _____
- ¿Qué particularidad observaste en estas secuencias? _____
- ¿Qué tuviste en cuenta para continuar esta secuencia? _____

Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

La segunda secuencia presentada está conformada por un patrón que contiene 3 figuras diferentes. Se espera que los estudiantes logren escribir lo observado, estableciendo una relación entre la figura y la letra que se encuentra debajo de estas.

Figura 30. Tarea 2. Secuencia figural. Ítem 1b.



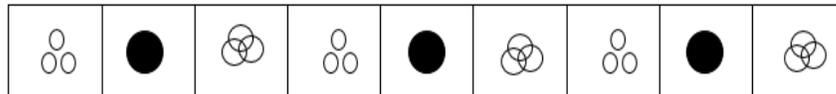
¿En que cambia esta secuencia a la anterior? _____
 ¿Qué elemento se omitió en esta secuencia? _____
 ¿Cuántas veces se repite el patrón en dicha secuencia? _____

Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en:
<http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

Para la tercera secuencia se espera que los estudiantes determinen el patrón establecido con mayor agilidad y apropiación. Se espera que los estudiantes lleguen a ampliar la repetición de los patrones, para así deducir que la casilla número tres sería ocupada por la ficha que corresponde al número tres, o la ficha donde se encuentran las figuras entrelazadas.

- Patrón establecido por 3 fichas.
- Se repite 3 veces dentro de la secuencia.
- Los números van en el orden de las figuras (representan a cada figura).

Figura 31. Tarea 2. Secuencia figural. Ítem 1c.



Describe la secuencia presentada _____
 ¿Qué figura ubicarías en la casilla número tres, si el patrón se repite cinco veces?

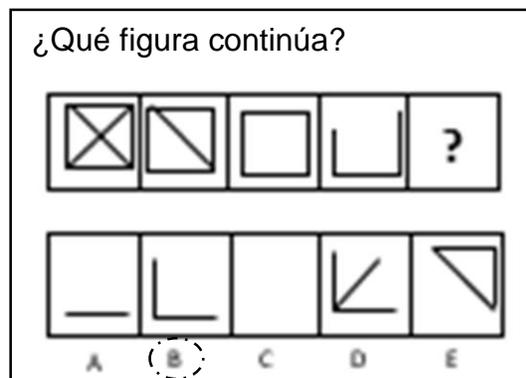
Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en:
<http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

En el segundo y tercer ítem los estudiantes deben ir de lo particular a lo general y viceversa: se espera que el estudiante logre determinar que:

El segundo ítem parte de lo general a lo particular, haciendo afirmaciones como:

- La figura se va desarmando.
- En cada casilla se va quitando de a una línea.
- Si el patrón continúa avanzando desaparecerá el cuadrado.

Figura 32. Tarea 2. Secuencia progresiva. Ítem 2.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

El tercer ítem parte va de lo particular a lo general se espera que el estudiante, a través de la observación (Ver) y el análisis logre describir (Decir) la Tarea presentada y establecer nuevas secuencias (Generalizar).

- Son triángulos.
- Están formados por 3 vértices.
- El número que está debajo de cada triángulo, determina cuantos puntos naranjas hay en cada triángulo.
- De acuerdo al lugar que ocupa, van aumentando los puntos naranjas.

Figura 33. Tarea 2. Secuencia numérica. Ítem 3.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

3. Trabajo en grupo: los estudiantes pasarán al frente y expondrán sus trabajos dando a conocer cómo desarrollaron las Tareas, que tuvieron en cuenta para hacer el análisis.
4. Retroalimentación: al finalizar usaremos los sonidos que se pueden generar al golpear las palmas de las manos y las plantas de los pies para crear nuevas secuencias. Se espera que los estudiantes determinen el patrón usado a través de la escucha. A la vez que generen sus propias secuencias rítmicas, usando su cuerpo para producir un ritmo.

TAREA 3

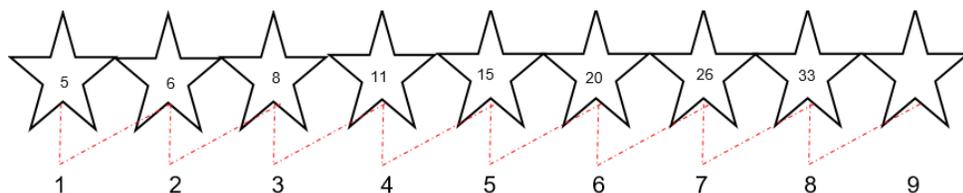
1. Intervención de la docente, se hará un análisis del trabajo desarrollado, en las Tareas ejecutadas (Pensamiento Algebraico). Se espera que los estudiantes manifiesten sus inquietudes sobre el trabajo realizado y destaquen las habilidades que se desarrollaron a la hora de ejecutar estas Tareas. Se dará a conocer la actividad a realizar en la guía de trabajo, esto se ejecutará en pequeños grupos (Comunidad Matemática), permitiéndole a los estudiantes trabajar intercambiando opiniones con sus compañeros de trabajo, para que sean aprovechadas al máximo las habilidades de sus integrantes. Se espera que los niños manifiesten a sus compañeros las estrategias que emplean para el

análisis de patrones (Decir). Estableciendo relaciones entre figuras, tamaños, números y letras.

2. Trabajo en grupo: el estudiante a través de la observación (Ver) logre establecer y analizar la secuencia presentada, haciendo afirmaciones como: es una secuencia continua, numérica, lo único que se repite en ella es la figura (estrella). A la vez que logren establecer la relación que se da, entre los números que se encuentran: dentro de las estrellas y los que están por fuera de ella (Decir). Concluyendo que las cantidades que se encuentran por fuera de las estrellas indican cuánto se le debe aumentar a la cantidad que se encuentra dentro de la misma figura (estrella) para continuar la secuencia. Todo esto se logra aplicando las dos primeras fases Ver y Decir. Una vez estructurado el patrón empleado se debe continuar la secuencia, aquí el estudiante debe concluir que el número o la cantidad que debe ir en la siguiente figura es 41, ya que a 33 (número dentro de la estrella) le sumo 8 (número que está debajo de ella).

Observa atentamente la secuencia presentada y analiza el patrón que se toma en cuenta para su desarrollo.

Figura 34. Tarea 3. Secuencia numérica. Ítem 1.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

Terminado dicho análisis los estudiantes deben dar respuesta a los 3 interrogantes que plantea el ítem:

- ¿Qué patrón se tiene en cuenta para esta secuencia? se espera que los estudiantes evidencien que es una secuencia creciente, que sus cantidades van de menor a mayor. No se repite cantidad.
- ¿Qué relación hay entre los números que están dentro de la secuencia y los que están por fuera de ella? El número que está dentro de la estrella aumenta de acuerdo al lugar que ocupa dentro de su fila.

Se quiere que el estudiante pueda escribir (Describir) lo que ve e interpreta de forma clara y concisa, todo esto se logra si el estudiante logra hacer un proceso de Generalización, a través de la asimilación y acomodación.

Se presentan tres secuencias, el estudiante a través de la observación (Ver) determinará (Decir) que es una secuencia figural en la cual el patrón establecido es repetitivo y en cada una de las secuencias difiere en la cantidad de figuras que conforma cada patrón:

Figura 35. Tarea 3. Secuencia figural. Ítem 2a.



En la primera secuencia, el patrón está conformado por 2 frutas (manzana, fresa) y el patrón se repite 4 veces.

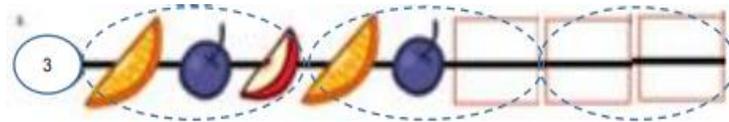
Figura 36. Tarea 3. secuencia figural. Ítem 2b.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

En la segunda secuencia, el patrón está conformado por 3 alimentos y el patrón se repite 3 veces, pero en el tercer patrón repetitivo se debe agregar una casilla para que el patrón quede completo.

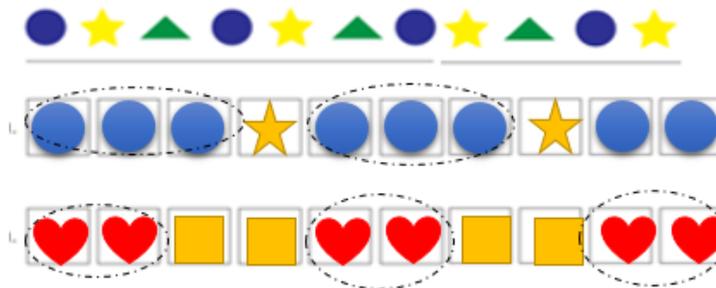
Figura 37. Tarea 3. Secuencia figural. Ítem 2c.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

La tercera secuencia es similar a la anterior solo cambia los alimentos, en este caso se usan 3 frutas (naranja, cereza y manzana).

Figura 38. Tarea. Secuencia. Ítem 3.



Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

Se da a los estudiantes tres fichas las cuales se espera que usen para formar sus secuencias, se pedirá que construyan patrones diferentes a los ya realizados. Permitiendo que jueguen con las posibilidades que puedan usar para formar estos patrones y así obtener una secuencia.

3. Retroalimentación: con el uso de material concreto (chaquiras) los estudiantes elaboren pulseras y collares, estableciendo patrones determinados al momento de elaborarlas. Donde logren Describir el patrón usado en ellas como: color, tamaño, forma y cantidad. Estableciendo si estos son repetitivos o secuenciales.

TAREA 4

1. Intervención docente: a los estudiantes les agrada lo innovador, aquello que les invita a explorar. Es por ello que aquí se cambia la estructura de nuestra intervención, descartando posibilidades, en este momento el estudiante debe reestructurar la información recibida. Integrando el análisis de secuencias repetitivas con secuencias continuas, innovando en la reestructuración del conocimiento. Es así como se entregan las orientaciones para el desarrollo de las Tareas.

2. Trabajo individual: Se presentan 22 secuencias figúrales caracterizadas por su direccionalidad, progresión, ubicación, formas y tamaños. Estas pretenden despertar el interés del estudiante, puesto que, por la diversidad de figuras pueden jugar a la hora de desarrollar sus Procesos de Generalización. Cada una de estas secuencias, está condicionada por variedad de patrones, que integran el conteo y el uso del color, a la vez, invitan al estudiante a acudir a sus pre saberes para sus posibles Validaciones. Los estudiantes deben seleccionar una de las cuatro opciones presentadas en la parte inferior para completar la secuencia. Para ello se requiere de la observación, análisis e interpretación del patrón dado. Al finalizar los estudiantes deben Describir sus Validaciones, teniendo presente las secuencias 5, 10, 12 y 18, esperando respuestas como: Son secuencias continuas, están formadas por figuras geométricas, líneas o puntos. Se tiene en cuenta tamaños, formas, direcciones. Van de mayor a menor o viceversa.

Figura 39. Tarea 4. Secuencia figural.

¿Qué figura continúa?

The figure contains 15 numbered visual puzzles arranged in a grid. Each puzzle consists of a sequence of five boxes, with the fifth box containing a question mark. Below each sequence are five options labeled A through E. The puzzles involve various geometric shapes, patterns of dots, and orientations.

- Puzzle 1:** Sequence of squares with internal patterns of smaller squares. Options A-E show different internal patterns.
- Puzzle 2:** Sequence of ovals with different internal shading patterns. Options A-E show different shading patterns.
- Puzzle 3:** Sequence of L-shaped figures with different orientations and internal patterns. Options A-E show different orientations and internal patterns.
- Puzzle 4:** Sequence of rectangles with different orientations and internal patterns. Options A-E show different orientations and internal patterns.
- Puzzle 5:** Sequence of circles with different internal dot patterns. Options A-E show different dot patterns.
- Puzzle 6:** Sequence of triangles with different orientations and internal patterns. Options A-E show different orientations and internal patterns.
- Puzzle 7:** Sequence of circles with different internal dot patterns. Options A-E show different dot patterns.
- Puzzle 8:** Sequence of triangles with different orientations and internal patterns. Options A-E show different orientations and internal patterns.
- Puzzle 9:** Sequence of circles with different internal dot patterns and orientations. Options A-E show different dot patterns and orientations.
- Puzzle 10:** Sequence of circles with different internal dot patterns. Options A-E show different dot patterns.
- Puzzle 11:** Sequence of triangles with different orientations and internal patterns. Options A-E show different orientations and internal patterns.
- Puzzle 12:** Sequence of ovals with different internal shading patterns. Options A-E show different shading patterns.
- Puzzle 13:** Sequence of circles with different internal dot patterns and orientations. Options A-E show different dot patterns and orientations.
- Puzzle 14:** Sequence of circles with different internal dot patterns. Options A-E show different dot patterns.
- Puzzle 15:** Sequence of squares with different internal patterns. Options A-E show different internal patterns.

Fuente. PROFE ALEX Z Secuencias graficas ejercicios [en línea] disponible en: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>

Se espera que al realizar los Procesos de Generalización los estudiantes logren hacer Descripciones como:

- Son dos cuadrados, se van desplazando iniciando por la izquierda, abajo, derecha, arriba y empieza de nuevo.
- La figura gira de acuerdo a las manecillas del reloj.
- Las casillas pares aumentan de uno en uno y en las impares aumenta de a 3 veces.

- El color va girando en el sentido de las manecillas del reloj, iniciando por la izquierda.
- Son tres tamaños: grande mediano, pequeño y se repite dos veces

2. Retroalimentación: se compartirán las descripciones realizadas en grupo, permitiendo a los compañeros dar sus aportes a quien está realizando la Tarea, siempre en cuando se requiera de ello, así; con los aportes brindados por los estudiantes, se logra la apropiación de las Tareas ampliando el conocimiento (Comunidad Matemática).

3. Trabajo en grupo: con las regletas Cuisinaire, con este material se puede trabajar variedad de conceptos básicos como grande pequeño, mayor, menor, igual, se espera que los estudiantes logren crear sus propias secuencias, tomando en cuenta que estas fichas didácticas, disponen de características que les permitirá jugar con las posibilidades que éstas les brindan.

6.2.2 Análisis a posteriori de las intervenciones Estas intervenciones fueron desarrolladas en el aula de clase de los estudiantes, y las filmaciones se hicieron desde el inicio de las mismas, siendo de vital importancia en la toma de datos, puesto que; se logró ser más analíticos a la hora de puntualizar en determinados momentos como la retroalimentación, logrando capturar expresiones verbales y gestuales al momento de brindar sus aportes. Para ello se realizó la codificación de los estudiantes en cada una de las Tareas ejecutadas.

Los datos obtenidos de Tareas escritas y grabaciones fueron organizados en dos tablas, a la vez se tomó la captura de secuencias fotográficas donde se visualiza las expresiones corporales que usan los estudiantes a la hora de dar a conocer sus Procesos de Generalización.

En la primera tabla se presenta algunas Tareas desarrolladas por los estudiantes, mostrando avances y dificultades que se presentaron a la hora de desarrollar Procesos de Generalización. Esta tabla, está organizada en dos columnas verticales: en la primera columna se encuentra la toma fotográfica realizada a la Tarea escrita del estudiante y la segunda columna contiene el análisis realizado por la docente (investigadora) a dicha Tarea.

La segunda tabla muestra la Descripción realizada por el estudiante en la retroalimentación. Está organizada horizontalmente en tres columnas. La primera columna muestra la evidencia fotográfica (video) del estudiante a la hora de realizar sus Procesos de Generalización. La segunda columna contiene una transcripción textual de los argumentos verbales que hace el estudiante al momento de Describir su Tarea. Destacándose en letra cursiva bajo las palabras Profesor o Estudiante + Cód. En algunas de estas tablas se agregó una casilla bajo el nombre de “observación” en el cual la docente resalta lo que se observó en el momento en que el estudiante está Describiendo la Tarea. En la tercera columna se encuentra el análisis realizado por la docente a los Procesos de Generalización evidenciados en los estudiantes. A la vez se organizó la información de las Tareas escritas (guías de trabajo) en tablas de datos, para referenciar el trabajo desarrollado por los estudiantes en cada una de las intervenciones y así establecer un cuadro comparativo, evidenciando de una forma dinámica el proceso desarrollado. (Ver anexos)

Dando cumplimiento a cada una de las intervenciones (cuatro sesiones) y de acuerdo a las necesidades que se fueron observando en la ejecución de las mismas, se realizó una intervención complementaria en las sesiones (2 y 4). El tiempo designado en un inicio para el desarrollo de las Tareas fue ampliado, como lo muestra la tabla.

Tabla 3. Tiempo de las Intervenciones.

Sesión	Tiempo estipulado	Tiempo ejecutado
1	2 horas	1 hora y 52 minutos
2	2 horas	3 horas
3	2 horas	1 hora y 54 minutos
4	2 horas	3 horas

Toda la información adquirida durante esta intervención se archivó en carpetas bajo el nombre de Anexos evidencias, en subcarpetas con base a las Tareas ejecutadas (sesiones). En sus respectivas sub carpetas fueron guardadas las hojas de trabajo de los estudiantes, las notas de campo, la transcripción de los videos que evidencian el trabajo desarrollado y el material fotográfico asociado con las Tareas.

1. INTERVENCIÓN. Tarea 1.

Se inicia la actividad brindando las instrucciones a los estudiantes sobre el trabajo a desarrollar y los momentos que se van a dar en la clase.

Se plantea una situación cotidiana “una mujer que vende frutas en la plaza de mercado...” (kiwi, manzana, sandia, pera, fresa). Mientras tanto a cada estudiante se le hace entrega de la imagen de una fruta, luego se da el espacio para que describan las características de estas, como color, tamaño, sabor, cuantas frutas hay y si están completas o no, logrando respuestas como: estudiante CG. a partir de sus pre saberes asume que la manzana es una fruta que sabe a rico, algo que no lo puede saber viendo la imagen.

De acuerdo a las imágenes que tiene cada estudiante se pregunta

Profesora: ¿cuántas sandías tiene en su imagen?

Profesora: ¿está completa o no?

El estudiante WM: afirma que tiene una sandía y está a la mitad.

Profesora: ¿cuántas sandías hay en su imagen?,

El estudiante WM: dos.

Profesora: ¿está seguro? ¿Qué sucede si uno esas dos mitades?

El estudiante MQ: afirma que al juntar las dos mitades se forma una sola fruta.

Cada estudiante hace la debida descripción de su fruta, pasando al tablero para continuar el patrón establecido y así completar la secuencia, cada estudiante forma un patrón de acuerdo a la imagen que tiene. La primera secuencia está formada por dos imágenes de naranjas y dos imágenes de fresa. En el tablero se adhieren y se pide a los estudiantes que continúen el patrón evidenciado.

Profesora: ¿qué fruta se cree que continúa?

El estudiante MQ: naranja.

Profesora: pide justifique su respuesta.

El estudiante MQ: porque esta de primera.

Al realizar esta afirmación el estudiante MQ. usa sus brazos para exponer su afirmación realizando un movimiento de izquierda a derecha.

Profesora: ¿Qué frutas continuarían para seguir con el patrón?

El estudiante CG: profe continúan las fresas porque están de segundas.

Logrando establecer un orden organizacional.

Ilustración 1. Cód. CG.



Durante los primeros 20 minutos de la actividad, los niños se tornan muy participativos. Todos desean dar a conocer sus análisis. Preguntando ¿Cuántas veces se repite el patrón? a lo que algunos estudiantes respondieron dos y pocos uno. Se hace el respectivo análisis para todo el grupo y se puede oír, que mientras la docente brinda su aporte, los estudiantes continúan discutiendo positivamente sobre las respuestas dadas. Concluyendo que el patrón estaba conformado por dos manzanas y dos fresas y que este se repitió dos veces: Procesos de Generalización (Ver y Decir).

Al realizar algunos cambios en dichas secuencias, los estudiantes logran concluir como queda conformado el nuevo patrón. Cuando se generan especulaciones que no son verdaderas, los compañeros del salón están atentos para corregir el error (Comunidad Matemática).

A los 25 minutos se puede evidenciar que a algunos estudiantes se les dificulta expresar sus ideas verbalmente (Describir); es decir tiene el conocimiento, pero es difícil darlo a conocer. Los niños se apoyan en sus manos, para dar sus argumentos. Al preguntar cada cuánto se repite este patrón, el niño continúa con su afirmación naranja, fresa, naranja, pero no logra Describir cada cuanto se hace este cambio. El estudiante AG. es un niño diagnosticado con hiperactividad (TDAH), esto no ha sido dificultad para el desarrollo de su aprendizaje (tomando en cuenta que el trastorno por déficit de atención con hiperactividad es un trastorno muy prevalente

cuya sintomatología se caracteriza por la distracción de moderada a severa, periodos de atención breve, inquietud motora, inestabilidad emocional y conductas impulsivas⁵⁸). Le encanta la matemática y es muy asertivo en sus análisis lo cual le motiva a participar constantemente. Se le invita a crear una nueva secuencia, usando las fichas que están en el tablero. Logrando generar un nuevo patrón alternando las frutas ya establecidas: si se inició con naranja, ahora el inicia con fresa.

Ilustración 2. Cód. AG.



Al continuar con el desarrollo de la Tarea los demás estudiantes se motivan para participar. Observando; que algunos se limitan a repetir lo que hicieron sus compañeros. El estudiante FL. accede a dar su aporte creando una nueva secuencia.

Ilustración 3. Cód. FL



Naranja, fresa, fresa, naranja.

⁵⁸ MARTINEZ, Yaiza. Los niños con déficit de atención tienen un cerebro distinto. Tendencias 21. Tendencias de la educación. [en línea], 24 de julio del 2018. Disponible en internet: https://www.tendencias21.net/Los-ninos-con-deficit-de-atencion-tienen-un-cerebro-distinto_a4909.html.

Se resalta que esta secuencia se podía establecer por diferentes patrones como: color: amarillo, rojo, rojo. Por cantidad: una naranja, dos fresas. En este caso el estudiante FL. Tuvo en cuenta la clasificación de las frutas para estipular el patrón: por cada naranja, hay dos fresas.

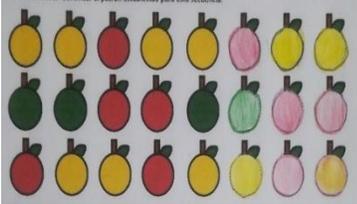
Se integran nuevos elementos a las secuencias, para constatar que los patrones pueden contar con más de un elemento y que estos pueden ser: repetitivos, progresivos, numéricos o figúrales. Una vez terminada la intervención de la docente y escuchados los diferentes planteamientos que realizaron los estudiantes se continuó con el trabajo individual, este constó de una Tarea escrita, en la cual los estudiantes se apoyarían de sus compañeros para desarrollar el debido análisis de las secuencias. Se hace la lectura de la guía por la docente (ya que algunos estudiantes no han desarrollado su proceso lector), y se dan las orientaciones para su ejecución.

En el primer Ítem los estudiantes deben descubrir el patrón establecido en la secuencia de colores:

- Amarillo, amarillo, rojo.
- Verde, verde rojo, rojo.
- Rojo, amarillo, amarillo.

Se toma el registro de dos de los 21 estudiantes que presentaron la prueba.

Tabla 4. Producción textual. Cód. IF. Tarea 1. Ítem 1.

Evidencia	Análisis
 <p data-bbox="492 537 605 569">Cód. IF.</p>	<p data-bbox="789 327 1440 569">Se logra identificar el patrón en las tres secuencias establecidas, identificando las características que la componen como: patrón figural, compuesto por dos colores, en el cual varían la repetición y el orden en cada una de las secuencias. A-A-R/ V-V-R-R / R-A-A</p>

En la siguiente tabla, se muestra el trabajo desarrollado por dos estudiantes, quienes se acercan para dar a conocer las Tareas que han desarrollado hasta el momento, lo cual es aprovechado para indagar sobre el análisis realizado.

Tabla 5. Descripción. Cód. MQ y AG. Tarea 1. Ítem 1.

Evidencia
 <p data-bbox="813 1331 951 1362">Cód. MQ.</p>
Argumentación (Transcripción)
<i>Profesor: que logras ver en la secuencia. ¿Cuál crees que es el patrón?</i>
<i>Estudiante MQ: inicia con el rojo y seguido dos veces por el amarillo.</i>
Análisis:
Al observar la Tarea, ágilmente identifica el patrón que está establecido en esta secuencia, Observa, Describe con propiedad sus razonamientos, identificando el patrón a seguir, rápidamente.

Evidencia
 <p style="text-align: center;">Cód. AQ.</p>
<i>Profesor: ¿cada cuánto se repite este patrón?</i>
<i>Estudiante AG: cada dos colores</i>
<i>Profesor: ahora ¿cuántas veces se repite este patrón?</i>
<i>Estudiante AG: cuatro veces</i>
Análisis:
AG. es un estudiante especial, a través de la observación y la escucha logra analizar, debatir y concluir (Describir y Generalizar). Su fluidez a la hora de expresar su conocimiento está acompañada de los movimientos que realiza con sus manos para hacerse comprender.

Continúa el desarrollo de nuestra Tarea, mientras los estudiantes trabajan sobre las actividades, se van confrontando los aportes de los diferentes grupos de trabajo “Comunidad Matemática”.

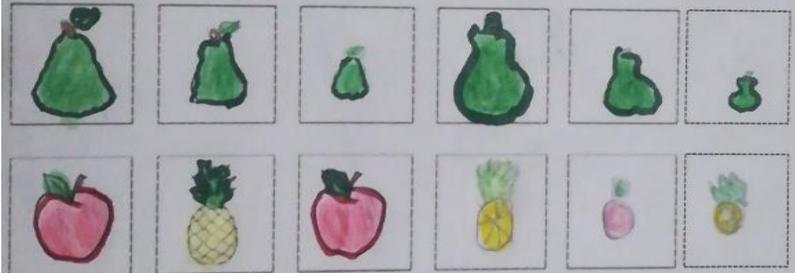
Ilustración 4. Cód. EO. Comunidad Matemática.



Los estudiantes se muestran muy gestuales, y sus análisis se realizan apoyándose en los movimientos desarrollados con sus manos.

En el segundo ítem los estudiantes completaron tres secuencias diferentes, para ello debían observar (Ver) las características que se tomaron en cuenta (Describir). Algunos estudiantes encontraron dificultad al momento de dibujar por ello decidieron escribir el nombre de la imagen.

Tabla 6. Producción textual. Tarea 1. Ítem 2.

Evidencia	Análisis
 <p data-bbox="673 892 803 934">Cód. FL.</p>	<p data-bbox="1193 609 1453 1092">Se logró identificar el patrón en la secuencia: figural, determinada por tamaños (grande, mediano, pequeño) y las veces que se repetía en ella: dos.</p>
 <p data-bbox="673 1480 803 1522">Cód. MQ.</p>	<p data-bbox="1193 1113 1453 1512">La estudiante MQ. Describe el patrón observado haciendo uso de la escritura, reconociendo que se le dificulta representar a través del dibujo el patrón observado evidenciado. A si mismo logra realizar o establecer su propia Generalización, a través del dibujo,</p>

Evidencia	Análisis
	por la facilidad a la hora de graficarlo.
 <p data-bbox="683 724 800 758">Cód. IF.</p>	Igualmente, El Cód. IF. Hace uso de la escritura para presentar su Descripción, logrando un análisis asertivo a la hora de registrar lo observado. A la hora de Verificar y Generalizar sus propias secuencias genera confusiones a la hora de Registrar lo observado En la segunda secuencia, no determina el patrón establecido puesto que la condición que destaca es por tamaños y no por frutas (clases).

En el proceso de Generalización los estudiantes usaron entre dos y tres frutas. De 21 estudiantes, 1 no realizó la secuencia, 2 no lograron Generalizar correctamente, alternando los elementos que hacían parte de los patrones. Se destaca el Registro realizado por tres estudiantes que logran describir por escrito la Generalización.

Tabla 7. Producción textual. Tarea 1. Ítem 3.

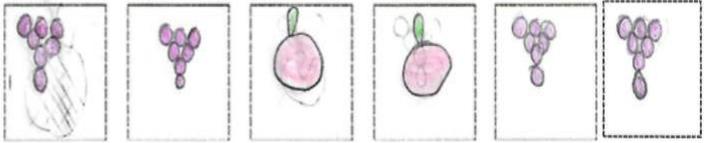
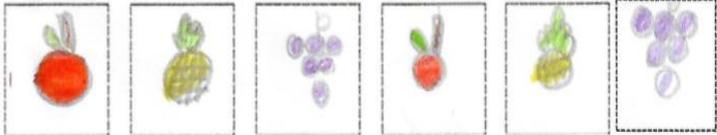
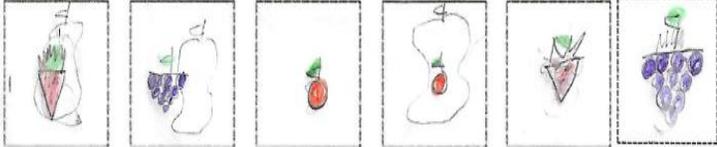
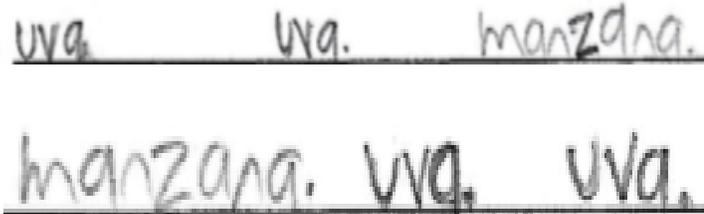
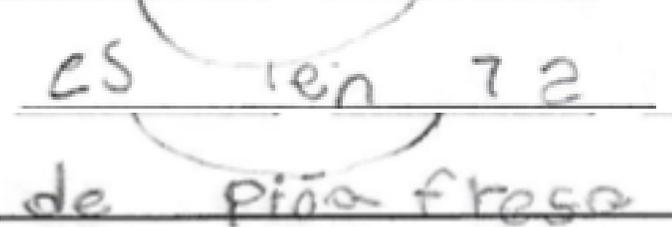
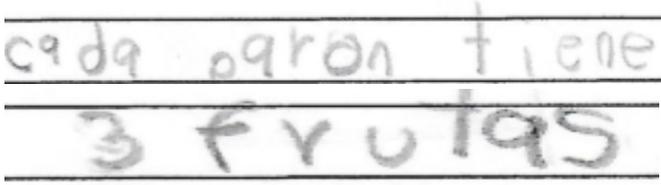
Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. IF.</p>	<p>La estudiante IF. Logra establecer un patrón establecido por dos frutas: 2U y 2M, a la vez incluye el uso de dos colores para su identificación.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. MQ.</p>	<p>La estudiante MQ. quien integra tres frutas dentro del patrón establecido y tres colores para su identificación.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. VT.</p>	<p>La estudiante VT. Incluye tres frutas dentro del patrón: fresa, uva, naranja, naranja. Evidenciando Procesos de Generalización.</p>

Tabla 8. Producción textual. Tarea 1. Ítem 3.

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. IF.</p>	<p>La estudiante IF. escribió como estaba conformado su secuencia “uva, uva, manzana, manzana, uva, uva. Logrando Describir el paso a paso del patrón realizado.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. JF.</p>	<p>El estudiante JF. logra dar un aporte de lo que realizo, pero no Describe acertadamente el análisis realizado.</p>

Evidencia	Análisis
 <p data-bbox="597 474 737 506">Cód. MQ.</p>	<p data-bbox="1049 275 1474 514">La estudiante MQ. logra expresar que su secuencia está formada por patrones conformados por 3 frutas, siendo esto correcto con la secuencia presentada.</p>

Para una mayor apropiación la docente realiza preguntas como:

Profesor: ¿Cuántas manzanas tiene la primera secuencia?

Estudiantes: 8 manzanas

Profesor: ¿Y la segunda?

Estudiantes: 8 manzanas

Profesor: ¿Y la tercera?

Estudiantes: 8 manzanas.

Profesor: Ahhh son tres secuencias con 8 manzanas cada una.

Tabla 9. Descripción. Tarea 1.

Evidencia
 <p data-bbox="813 1591 954 1623">Cód. WM.</p>
<p data-bbox="313 1640 760 1671">Argumentación (Transcripción)</p>
<p data-bbox="313 1682 1458 1755"><i>Profesor: WM. que color continúa en la secuencia que inicio con el patrón amarillo – amarillo- rojo amarillo.</i></p>
<p data-bbox="313 1766 643 1797"><i>Estudiante: WM. verde</i></p>
<p data-bbox="313 1808 526 1839"><i>Grupo: es rojo.</i></p>

<i>Profesor: ¿cuántos colores maneja esta secuencia?</i>
<i>Grupo: dos</i>
<i>Profesor: ¿Cuántas frutas hay amarillas?</i>
<i>Estudiante WM: Dos</i>
<i>Profesor: ¿rojas?</i>
<i>Estudiante: WM. coloca a cada fruta la inicial del color con la que esta coloreada: A: amarillo, R: rojo.</i>
<i>Estudiante WM: uno</i>
Análisis
El estudiante WM. logra hacer un análisis más amplio puesto que comprime la información recibida en un símbolo (letra). Ya que no se dispone de variedad de colores en los marcadores, WM representa cada color con una letra, (A) amarillo, (R) rojo, (V) verde.
Evidencia

Cód MQ.
Transcripción:
<i>Estudiante MQ: el patrón se repite 3 veces.</i>
Análisis:
La estudiante MQ. realiza la Descripción del patrón observado a través de las fases de Mason Ver y Decir. Realizando trazos con el marcador, determinando donde inicia y termina cada patrón (Describir).

Terminada esta socialización, se retoman palabras como secuencia y patrón, los estudiantes expresan oralmente define a cada una de ellas concluyendo que se necesitan de los patrones para crear secuencias.

2. INTERVENCIÓN. Tarea 2.

Se inicia con una actividad grupal dibujando en el tablero elementos escolares, donde los estudiantes participan nombrando diferentes objetos (sacapuntas, lápiz, borrador, regla, cuaderno). Es así como se logran asociar cinco elementos.



Figura 40. secuencia figural. Tarea 1. Creada por el autor (docente Con ϵ investigativo)

Profesor: ¿de acuerdo a este patrón que elemento seguiría?

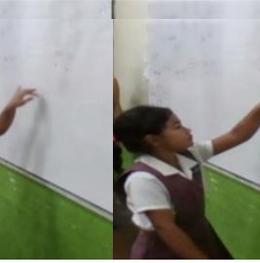
Estudiante WC: Borrador.

Profesor: ¿qué elementos están conformando el patrón?

Estudiante CG: lápiz y borrador.

Al pedir que argumente su análisis el estudiante CG. no logra hacerlo (Describir), ya que; nuevamente nombran la secuencia completa. CG. es un estudiante muy activo dentro del aula de clase, su habilidad cognitiva es amplia a la hora de ejecutar Tareas numéricas, es un estudiante que logra destacarse en el grupo, debido a su habilidad en el área de lenguaje, pero, en el desarrollo del pensamiento algebraico ha encontrado retos, los cuales le llevan al ensayo – error, generando una respuesta de rechazo (impotencia), puesto que al estudiante se le dificulta aceptar el no acertar en sus análisis que se le presenta a la hora de desarrollar estas Tareas, lo cual le genera presión generando una barrera que no le permite continuar con el desarrollo de las mismas.

Tabla 10. Descripción. Secuencia Figural.

Evidencia			
			
Cód. MQ.			
Argumentación:			
<i>La estudiante MQ. responde: cuatro veces, indicándolo con la mano. De izquierda a derecha.</i>			
Análisis:			
Se logra la descripción de los patrones establecidos, a través de la observación (ver) estipulando características, de acuerdo a la condición establecida para dicha secuencia.			

Al preguntar si alguien más tiene otra percepción el estudiante MP. manifiesta que dicho patrón se repitió dos veces. Es importante conocer las condiciones establecidas en los patrones por los estudiantes, a la hora de Validar la información y Describirla, los estudiantes se apoyan en su cuerpo para dar a conocer sus argumentos.

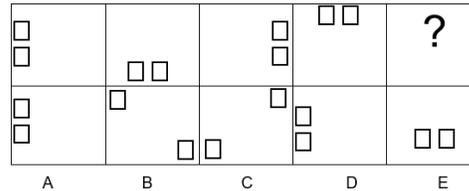


Ilustración 5. Cód. MP. Secuencia figural.

El estudiante MP. realiza (con su mano derecha) un movimiento circular en el cual integra dos lápices, un borrador, y dos lápices, un borrador, lo cual ve como un patrón. A diferencia de la estudiante MQ. El estudiante MP. Integra seis elementos

dentro de su patrón. Lo cual es válido, puesto que se deben conocer las condiciones que establecen los estudiantes para poder avalar sus Generalizaciones.

Figura 41. Tarea 2. Secuencia Figural.



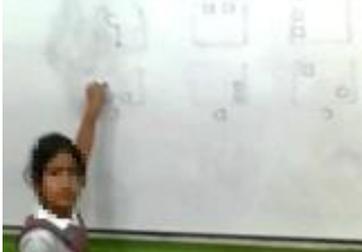
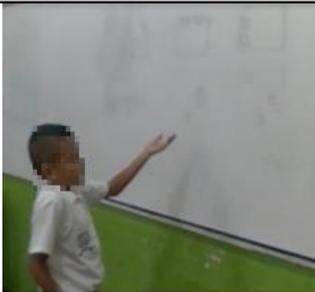
Se continúa con el desarrollo de la etapa individual, mientras esto sucede, los estudiantes van integrando el conocimiento dentro de su realidad. Para ejecutar la Tarea escrita se presenta una de las secuencias a desarrollar en el trabajo escrito, Y así comprender en que consiste la Tarea. Se pidió a los estudiantes que observaran detenidamente la secuencia preguntando

Profesor: ¿qué figura continúa en la casilla que tiene el interrogante?

(para no crear confusiones al dibujar la ficha D en el tablero, esta se dibuja en la parte inferior izquierda, para que se logre un análisis más preciso).

Tabla 11. Descripción TV. MQ. y MP. Tarea 2.

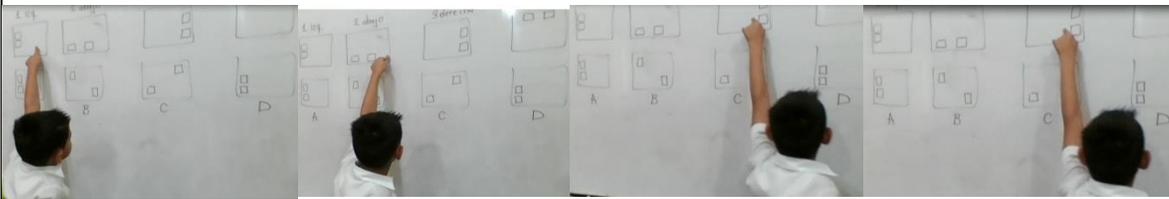
Evidencia	
Cód. TV.	
Argumentación:	
<i>Profesor: ¿Que figura continúa en la casilla que tiene el interrogante?</i>	

<i>Estudiante TV: la casilla A, porque es con la que inicio el patrón.</i>
Análisis
La estudiante TV, acierta en sus respuesta de acuerdo a la condición que ella estableció en el patrón, la cual consiste en una secuencia repetitiva, con un patrón que inicia cada cuatro fichas. Logrando hacer una Observación y pequeña descripción en su Proceso de Generalización.
Evidencia

Cód. MQ.
Argumentación (Transcripción)
<i>Profesor: ¿Que figura continúa en la casilla que tiene el interrogante?</i>
<i>Estudiante MQ: la tres.</i>
Análisis
En este caso la estudiante MQ. no logra evidenciar la condición de el patrón. Da una respuesta pero no logra Describir el porque de esta elección.
Evidencia

Cód. MP.
<i>Profesor: ¿Cuál crees que es la casilla que continúa?</i>
<i>Estudiante MP: afirma que es la casilla D</i>
<i>Profesor: ¿la casilla D es similar a la casilla A?</i>
<i>Estudiante MP: sí.</i>
Análisis

El estudiante MP. Realiza el análisis tomando en cuenta la condición establecida: es una secuencia continúa donde los cuadros van girando en contra de la manecillas del reloj. Sin evidenciar que los recuadros de la casilla D se encuentran ubicados en la parte inferior, a diferencia de la A que están centradas. Esta dificultad es más de observación, de ser más precisos a la hora de centrarse en pequeños puntos que logran hacer la diferencia.

Se recuerda que un patrón no siempre es repetitivo, que puede ser progresivo y que para ello se debe observar muy bien la secuencia entregada, en este caso fijarse en qué lugar están ubicados los recuadros: izquierda-abajo - derecha-arriba.

Tabla 12. Descripción AG. Tarea 2.

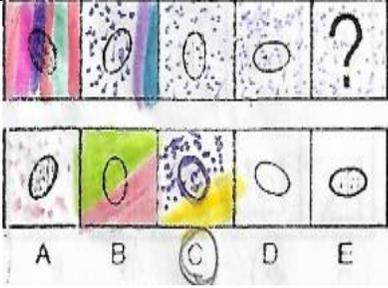
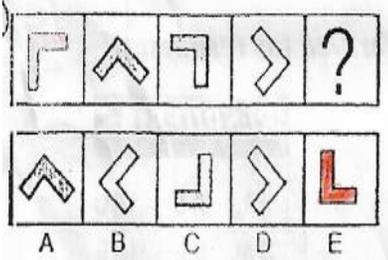
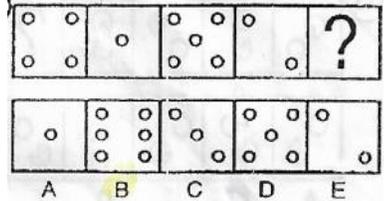
Evidencia:	
	
Cód. AG.	
Argumentación	
<p><i>Profesor: apóyense usando sus brazos, para que puedan seguir la direccionalidad.</i></p>	
<p><i>Estudiante AG: la respuesta es la A porque la primera se repite por eso debe empezar de nuevo. Siguiendo el movimiento con sus manos.</i></p>	
Análisis	
<p>Nuevamente se hace uso del lenguaje corporal. El estudiante AG. se apropia de la condición estipulada (ubicación espacial); Ver y logra Describir la secuencia. De acuerdo a la condición establecida en el análisis a priori.</p>	

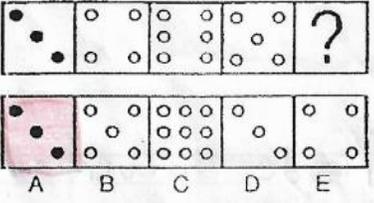
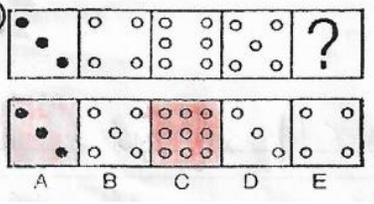
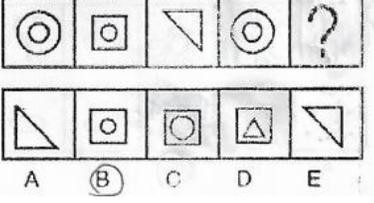
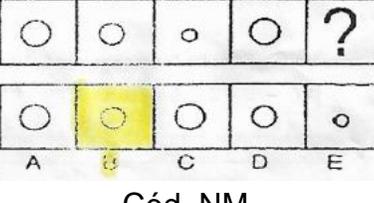
Durante el desarrollo de la Tarea se logra Ver, como los estudiantes interactúan entre ellos (Comunidad Matemática), observando las hojas de los demás y comparando respuestas, sus rostros reflejan la angustia que les genera el no saber qué hacer, llegando a condicionarse, por ello, es difícil lograr que compartan sus

Descripciones y confíen en sus afirmaciones, algunos esperan la aprobación de la docente o un compañero para continuar.

Dentro de esta guía de trabajo se encontraban entre 18 a 20 secuencias, en algunas sus patrones eran repetitivas, progresivas o condicionadas por el espacio o la direccionalidad, a continuación, destacaremos algunos de ellos.

Tabla 13. Producción textual. Secuencias. Tarea 2.

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. WC.</p>	<p>Se logra establecer las características que se tomaran en cuenta para el análisis del patrón establecido: lateralidad. Pocos logran Observar (Ver) la relación que se da entre cada ficha que integra la secuencia. Es por ello que se encuentran confusiones a la hora de elegir la imagen que continúa para completar el patrón.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. VT.</p>	<p>Los estudiantes aun presentan dificultad para ubicarse en el espacio es por ello que los patrones que estipulan el manejo de la lateralidad generan confusiones en los ellos, la estudiante VT, en su trabajo presentando no logra hacer el análisis adecuado en su hoja de trabajo.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. AG.</p>	<p>El estudiante AG. establece que la ficha que continúa es la A observando el patrón establecido (Ver y Decir) en las casillas pares e impares avanzan de 1 en 1.</p>

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. MQ.</p>	<p>Se encuentra una mayor apropiación en los estudiantes a la hora de analizar secuencias repetitivas, ya que los patrones condicionados por progresión, y lateralidad aumentan la dificultad a la hora de analizarlos y estipular argumentos en la verificación de resultados (describir y Generalizar). La estudiante MQ. no logra analizar (Ver) las condiciones o características que se toman en cuenta para formar la secuencia,</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. MP.</p>	<p>El estudiante MP. Es el único estudiante que logra evidenciar la característica estipulada en el patrón. Ya que los números impares aumentan de 3 en 3 elementos y los pares de a uno.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. EO.</p>	<p>En las secuencias repetitivas es donde se evidencia mayor manejo a la hora de Ver, Decir y Describir los patrones determinados dentro de una secuencia, es en el cuál se presenta un mayor y mejor apropiación.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. NM.</p>	<p>Nuevamente nos encontramos con una secuencia progresiva inv. Donde el estudiante fácilmente ubica la ficha que continúa el patrón y completar la secuencia.</p>

Tomando en cuenta los documentos escritos de los estudiantes. Se realiza la socialización grupal para escuchar los argumentos de los mismos al momento de Registrar sus análisis. Durante el desarrollo de las Tareas se evidencia que los análisis realizados por los estudiantes no siempre son precisos a la hora de argumentar los procesos de Generalización, evidenciando mayor complejidad en el

desarrollo de secuencias progresivas condicionadas por su lateralidad. Los niños de esta edad son muy visuales, es por ello que se apoyan con la parte corporal.



Ilustración 6. Tarea 2. Descripción. Secuencia figural. Cód. AG.

El estudiante AG, expone que la dirección de la figura es la que determina la condición del patrón, señalándolo con sus brazos (derecha). El estudiante AG, usa su cuerpo para orientarse en el orden que llevan el patrón, se registran dificultades en el manejo de su lateralidad, por ello no logra acertar al momento de indicar la ficha que continúa en dicha secuencia.

En este momento los estudiantes ya reconocen y diferencian una secuencia repetitiva de una secuencia continua o progresiva. Aquí presentamos una secuencia continua.



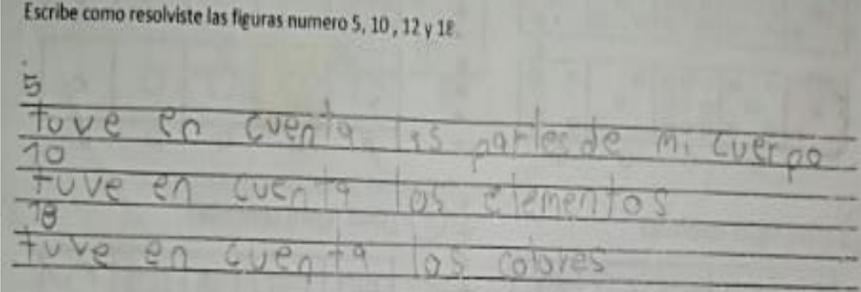
Ilustración 7. Descripción Tarea 2. Secuencia numérica. Cód. AG

Las secuencias se han desarrollado de acuerdo a la interpretación de patrones que hacen los estudiantes, si observan las secuencias, las respuestas pueden variar de acuerdo al análisis que ellos Registren. Si el análisis realizado hubiera tenido en cuenta las casillas pares e impares, la respuesta sería la C, puesto que; las casillas pares aumentan de 3 en 3 y las impares de 1 en 1 o si se hubiera planteado el

interrogante ¿cuál de las siguientes cantidades no está representada dentro de la secuencia? Por esto es importante conocer la interpretación que le está dando el estudiante a dicha Tarea. Aquí, el estudiante AG. toma el patron como repetitivo a lo que determina que la ficha a continuar es la A ya que con esta ficha es la que se da inicio a la secuencia.

El estudiante MQ. logra hacer una Descripción de las pautas que tuvo en cuenta a la hora de desarrollar las Tareas.

Figura 42. Producción textual Cód. MQ. Tarea 2.

Evidencia	Análisis
	<p>Se logra Describir los apoyos que el estudiante tuvo en cuenta a la hora de evidenciar los patrones de las secuencias.</p>
Cód. MQ.	

Esta intervención se realizó en dos días diferentes, para que los estudiantes llevaran el trabajo realizado de la guía escrita a la práctica (material concreto).



Ilustración 8. Tarea 2. Parte 2

Al recrear (material concreto) las secuencias trabajadas en la Tarea. Se observa una mayor apropiación del concepto, pasando de la observación (Ver) al palabreo (Decir) y de allí a la argumentación del análisis realizado (Describir), los estudiantes son visuales, la manipulación de los elementos permitió jugar con el conocimiento, al momento de experimentar con los posibles aciertos.



Ilustración 9. Tarea 2. Parte 2

Recurriendo a los pre saberes de los estudiantes, se describen algunas figuras geométricas, usadas para apoyarse en la orientación de la actividad, recreándose las secuencias trabajadas en las guías escritas. Potenciándose el desarrollo cognitivo de los estudiantes, aumentado la participación y atención durante el desarrollo de las actividades. A su vez, las barras de Cousinier fueron empleadas para la construcción de patrones y secuencias, ya que la variedad de colores y tamaños, permitieron a los estudiantes realizar sus Procesos de Generalización, grandes construcciones donde se logró establecer Procesos de Generalización.



Ilustración 10.
Secuencia figural. Cód.
MQ.



Ilustración 11.
Secuencia figural.
Cód. JA

3. INTERVENCIÓN. Tarea 3.

Partiendo del juego “el domino” se logró evidenciar que este es una secuencia y su patrón establecido es: la última cantidad colocada en la ficha es aquella con la hay que continuar.

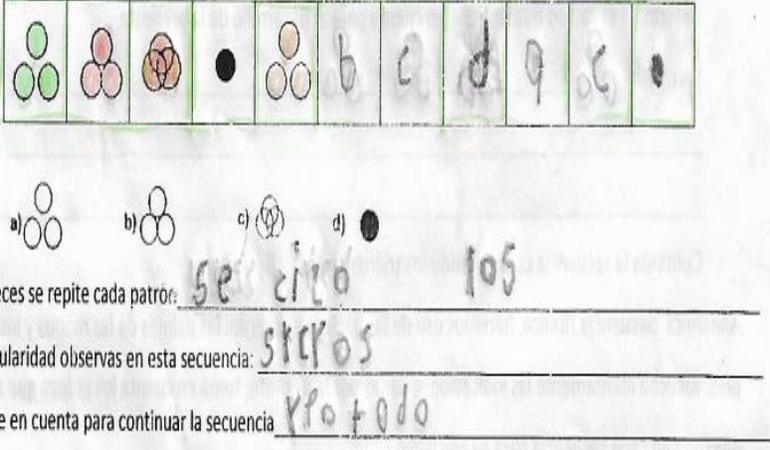


Ilustración 12. Tarea 3. Trabajo grupal.

Para este ítem los estudiantes usaron diferentes representaciones, como dibujos, letras y números; con el fin de comprobar el patrón establecido dentro de las secuencias presentadas. Nuevamente; se percibe la dificultad que se encuentra a la hora de Describir el análisis realizado para dicha secuencia. El primer ítem está condicionando por cuatro elementos (3 círculos) los cuales al pasar de una ficha a otra se van entrelazando hasta quedar uno solo. A la vez está acompañado de 3 preguntas que les ayudarán a los estudiantes evidenciar las características que hacen parte de esta secuencia.

Tabla 14. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3a.

Evidencia	Análisis
<p>Observa, la secuencia presentada, y en cada recuadro coloca la letra que corresponde a la imagen que continúa</p> <p>Cód. EO.</p>	<p>El estudiante EO. Logra identificar las características por las cuales está condicionado el patrón, estipulando las veces que este</p>

Evidencia	Análisis
	<p>se encuentra dentro de la secuencia, para ello se apoya gráficamente (líneas) para orientarse. Logrando responder a la primera condición del Ítem escribirlo (letra). Se encuentra dificultad a la hora de describir lo que se observa en la identificación de los patrones, les cuesta relación la oralidad con la escritura (Describir).</p>
 <p>Cuántas veces se repite cada patrón: <u>se repite los</u></p> <p>Que particularidad observas en esta secuencia: <u>5 patrones</u></p> <p>Que tuviste en cuenta para continuar la secuencia <u>por todo</u></p> <p>Cód. NM.</p>	<p>El estudiante NM. Logra completar la secuencia para ello se apoya en las letras que acompañan a los elementos de este patrón. No evidencia Descripción, ya que no ha desarrollado su proceso lecto escritor.</p>

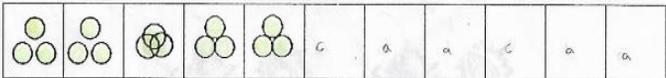
Se resalta la dedicación y esfuerzo que tienen los estudiantes al momento de desarrollar las actividades, a través de la confrontación de respuestas, también se evidencia que algunos de los estudiantes aprovechan para copiar las respuestas sin detenerse a hacer el análisis respectivo.

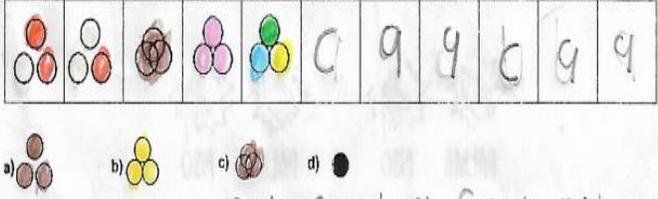
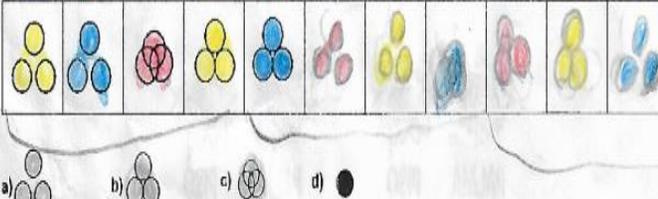
Ilustración 13. Secuencia figural. Tarea 3.



Destacando la rapidez con la cual el estudiante encuentra el patrón y logra hacer una clasificación del mismo (repetitivo o secuencial). El ítem dos de esta secuencia consta de una secuencia conformada por tres elementos (círculos), en el cual, los dos primeros se repiten. En la parte inferior los estudiantes encontraron cuatro opciones para apoyarse.

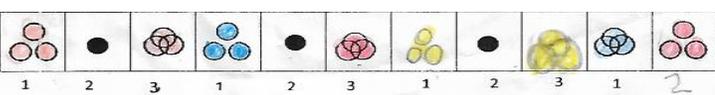
Tabla 15. Producción textual. Secuencia numérica. Tarea 3b.

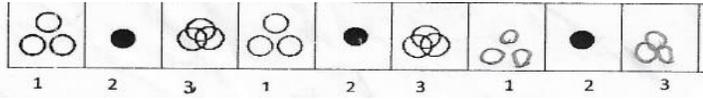
Evidencia	Análisis
 <p>a)  b)  c)  d) </p> <p>En que cambia esta secuencia a la anterior _____</p> <p>Que elemento se omitió en esta secuencia: _____</p> <p>Cuántas veces se repite el patrón en dicha secuencia: _____</p> <p style="text-align: center;">Cód. CY</p>	<p>El estudiante CY. Identifica las condiciones o características que definen el patrón, apoyándose en las letras que acompañan a cada figura, para completar la secuencia (Ver y Describir)</p>

Evidencia	Análisis
 <p>En que cambia esta secuencia a la anterior <u>Por que 1 y 9 se repiten veces</u></p> <p>Que elemento se omitió en esta secuencia: <u>Sírculos negro</u></p> <p>Cuántas veces se repite el patrón en dicha secuencia: <u>cuatro veces</u></p> <p>Cód. SC.</p>	<p>La estudiante SC. Logra percibir y analizar las características del patrón, a la vez logra dar respuesta (Describir) a las tres preguntas estipuladas, para lograr el análisis del patrón.</p>
 <p>En que cambia esta secuencia a la anterior <u>la primera figura se repite</u></p> <p>Que elemento se omitió en esta secuencia: <u>el d</u></p> <p>Cuántas veces se repite el patrón en dicha secuencia: <u>1</u></p> <p>Cód. MP.</p>	<p>El estudiante MP. Logra identificar el patrón y completar la secuencia, apoyándose en la reproducción de la imagen y el color, el cual les facilita el análisis del mismo. Dando respuesta correctamente a las 3 preguntas establecidas y así Validar dicho patrón.</p>

Para el ítem tres se cuentan con una descripción similar a la secuencia anterior. La mayoría de estudiantes respondieron la secuencia, pero pocos lograron Describirla.

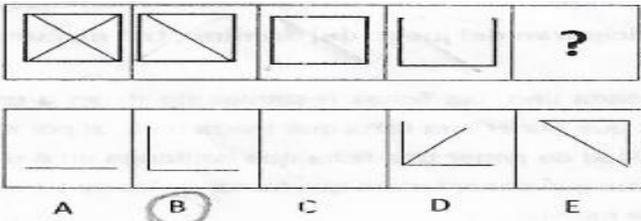
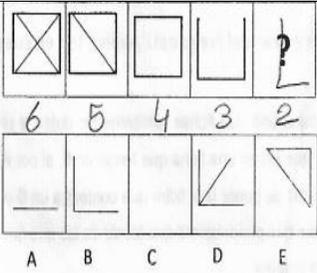
Tabla 16. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3c.

Evidencia	Análisis
 <p>Cód.MP.</p>	<p>El estudiante MP: una vez más logra descubrir el patrón establecido, pero no logro Describirlo (por tiempo u olvido).</p>

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. WM.</p>	<p>El estudiante WM. evidencia el patrón establecido y logra completar la secuencia. Pero no logra registrar el análisis realizado (Describir).</p>

En el tercer ítem se contó con una secuencia diferente a lo trabajado, una secuencia formada por cinco casillas (cuadrados), los estudiantes deben cambiar la estructura de sus análisis, para encontrar la característica que registra dicha secuencia.

Tabla 17. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3d.

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. WM.</p>	<p>El estudiante WM. logra evidenciar tres de las cuatro fases de Mason (1985) Ver, Decir, y Describir. Realizando un análisis acertado y así completar la secuencia.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. CG.</p>	<p>Se evidencia el patrón establecido y logra completar la secuencia, con un análisis diferente al de sus compañeros, Contando las líneas que conforman la figura en cada una de las fichas. A la vez registra la condición del patrón. (Describir).</p>

Se continúa con la ejecución de la última secuencia, los estudiantes MQ. y AG. desarrollan la secuencia en el tablero, donde logran descubrir el patrón establecido, integrando los puntos que se encuentran dentro del triángulo, con los números que están debajo del mismo afirmando: que los números nos indican cuantos puntos hay en cada triángulo. El lugar que ocupa el triángulo en la secuencia, son los puntos que aumentan.

Tabla 18. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 3e.

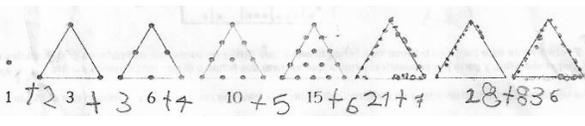
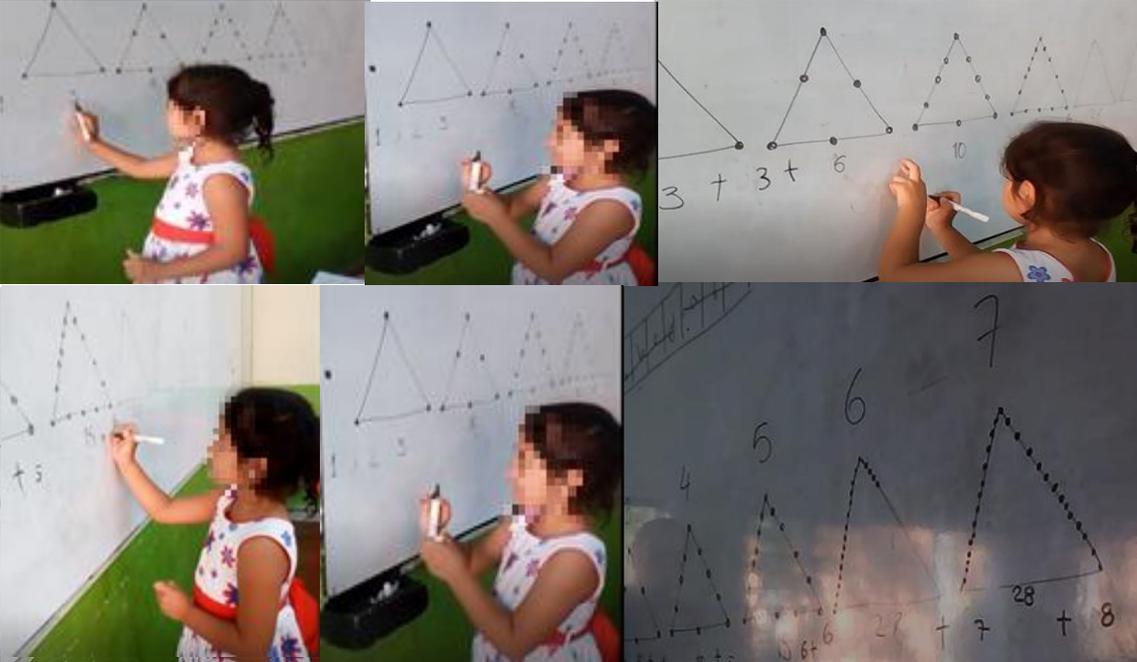
Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. AG.</p>	<p>El estudiante AG. logra potenciar cada una de las fases estipuladas por Mason (1985) dentro de una comunidad matemáticas (aula de clase).</p>

Tabla 19. Descripción. Secuencia numérica. Tarea 3e.

Evidencia

<p>Cód. MQ.</p>

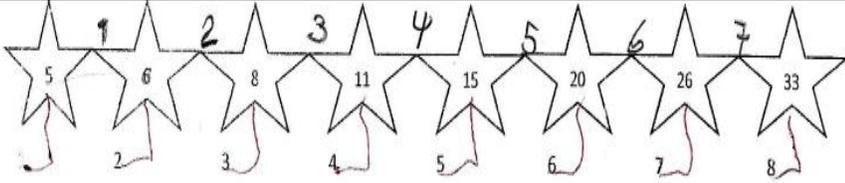
Argumentación
<i>Estudiante MQ: porque a 1 para llegar a 3 le hace falta 2, a 1 le agrego 2 da 3 y si a 3 le agrego 4...</i>
Observación Profesor: el rostro de la niña refleja que no está segura) es allí donde cae en cuenta y cambia la cantidad a sumar por 3, así le da 6 y a 6 para llegar a 10 va haciendo el conteo con sus dedos y escribe 4.
<i>Estudiante MQ: indica A 10 le agrego 5 me da 15, si a 15 le agrego 6.</i>
Observación Profesor: recurre a sus dedos para hacer el conteo.
<i>Estudiante MQ: quedan 21</i>
Observación Profesor: (coincidiendo con la cantidad indicada en el triángulo)
<i>Estudiante MQ: y si a 21 le agrego 7 me da 28</i>
Observación Profesor: (en el fondo se escucha la voz de un compañero que coincide con la cantidad)
<i>Estudiante MQ: y si a 28 le agrego 8</i>
Observación Profesor: MQ. hace el conteo en sus manos), mientras que el estudiante MP. Dice 36
Profesor: ¿Por qué estipulaste la cantidad de puntos que debía sumar?
<i>Estudiante MQ: yo sabía que era así porque acá aparecían los números y si a 1 le agrego 2 me da 3 y a 3 le agrego 3 me da 6.</i>
Observación profesor: asegurándose de que todo esté correcto.
Análisis
Los niños van apoyando desde su lugar de trabajo. Se confirma que la estudiante MQ. Logra sumar la cantidad de puntos de acuerdo al lugar que ocupaba cada triángulo, graficándolo en el tablero. Se evidencia los Procesos de Generalización realizados por la estudiante. Se resaltó la facilidad con la que la estudiante MQ. logra conectar sus argumentos, con la elaboración de la Tarea, la seguridad que le brinda a sus compañeros a la hora de Describir sus Procesos de Generalización, el apoyo que encuentra al hacer usos de los recursos que tiene a la mano como el conteo; ya sea mental o usando los dedos de sus manos. No duda, en retomar sus análisis y evaluar que estos son correctos.

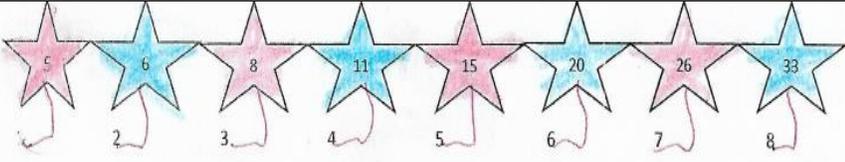
3. INTERVENCIÓN. Tarea 4.

Última intervención investigativa, para ello se elaboraron pulseras y collares, permitiéndole a los estudiantes poner en práctica el uso de patrones y secuencias

en la elaboración de las mimas, Pero antes, se desarrolló la Tarea escrita. Evidenciando los Procesos de Generalización.

Tabla 20. Producción textual. Tarea 4. Ítem 1.

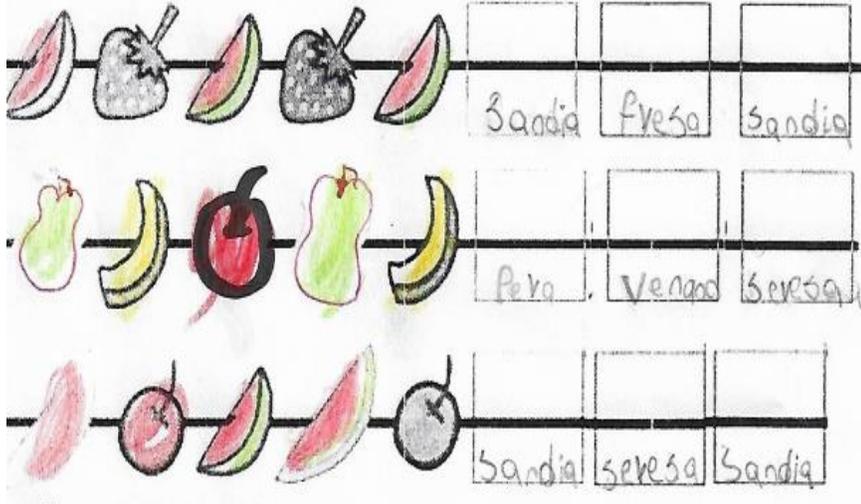
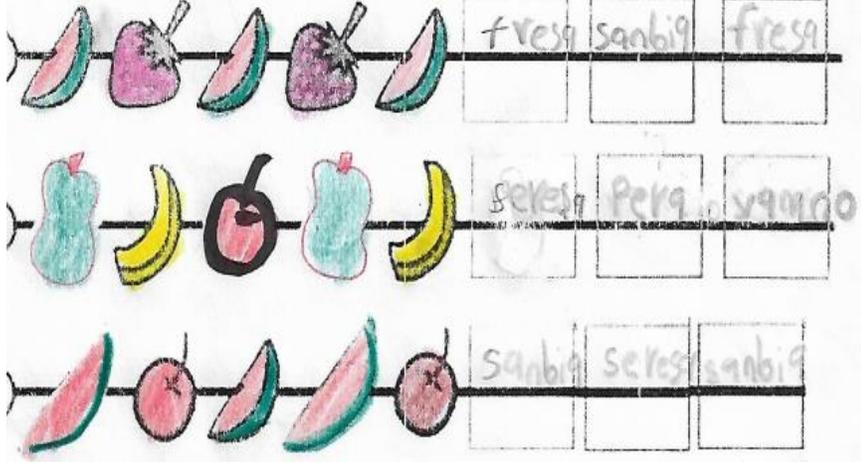
Evidencia	Análisis
 <p>Responde:</p> <p>¿Qué patrón se tiene en cuenta para esta secuencia? <u>La secuencia se repite</u></p> <p>¿Qué relación hay entre la secuencia entre los números que están dentro de las estrellas y los que están debajo de ellas? <u>Los números que están debajo se suman para continuar la secuencia</u></p> <p>Cód. NN.</p>	<p>El estudiante NN. logra evidenciar la característica presentada en la secuencia. La respuesta de la primera pregunta no coincide con el trabajo que desarrollo, ya que la secuencia es progresiva y no repetitiva como lo expone en su escrito. Tuvo claro la relación entre los números que se encontraban dentro y fuera de las imágenes.</p>

Evidencia	Análisis
 <p>Responde:</p> <p>¿Qué patrón se tiene en cuenta para esta secuencia? <u>es continua</u></p> <p>¿Qué relación hay entre la secuencia entre los números que están dentro de ñas estrellas y los que están debajo de ellas? <u>que sumar</u></p> <p><u>Los números que es tan detro col + números</u> <small>completa la secuencia presentada que alimenta continúa</small></p> <p>Cód. GS.</p>	<p>La estudiante GS. logra Ver y Describir el patrón siendo concreta a la hora de Registrar sus respuestas. Apoyándose en el uso de los colores para una mejor apropiación del patrón.</p>

Se observa el trabajo de los estudiantes, mediante la escucha y se van evaluando los Procesos desarrollados por los mismos, es evidente que, si el estudiante no logra una observación detallada de la secuencia, no podrá evidenciar el patrón que se ha determinado para esta. Es así como la atención dispersa en algunos estudiantes, hace más complejo los Proceso de Generalización. Por ello; se requiere del acompañamiento de su grupo de trabajo (comunidad matemática) ya que este, genera interés y seguridad, para continuar con el desarrollo de sus Tareas.

La siguiente Tarea da muestra del Proceso de Generalización marcado en la fase de la Descripción, evidenciando a través de la proyección de letras y gráficas como el estudiante logra mostrar Registrar y Validar, dicha información.

Tabla 21. Producción textual. Secuencias figurales. Tarea 4. Ítem 2.

Evidencia	Análisis
 <p style="text-align: center;">Cód. JB.</p>	<p>El estudiante JB. descubre el patrón (ver) pero no continúa la secuencia, lo que hace es replicar por escrito como se conformó en las tres primeras casillas. Esto lo hace con las tres secuencias presentadas.</p>
 <p style="text-align: center;">Cód. MQ.</p>	<p>La estudiante MQ. continúa evidenciando el desarrollo del álgebra temprana en cada una de sus Tareas, a través del análisis de patrones y secuencias.</p>

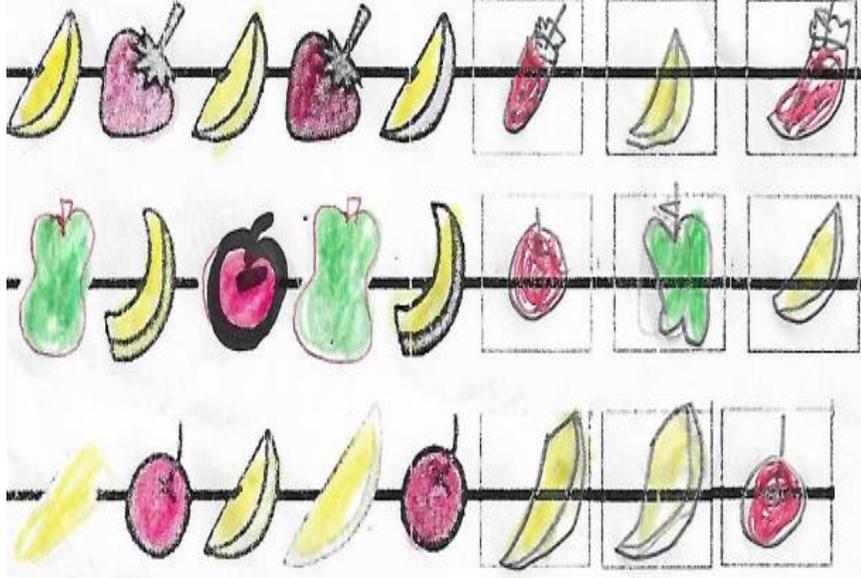
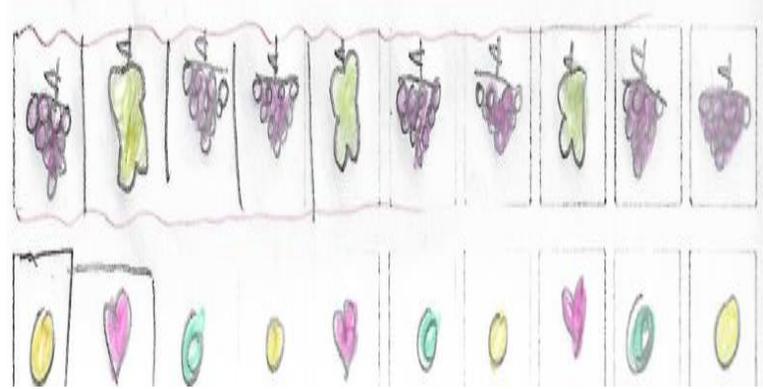
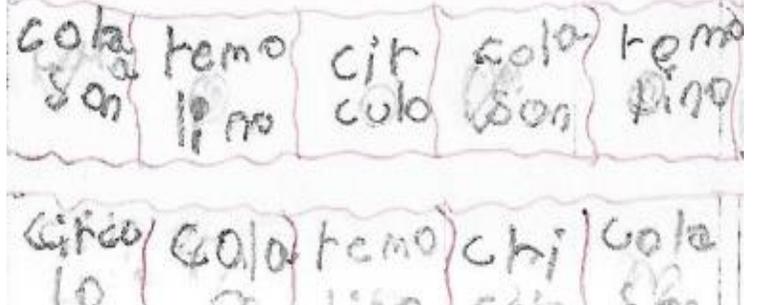
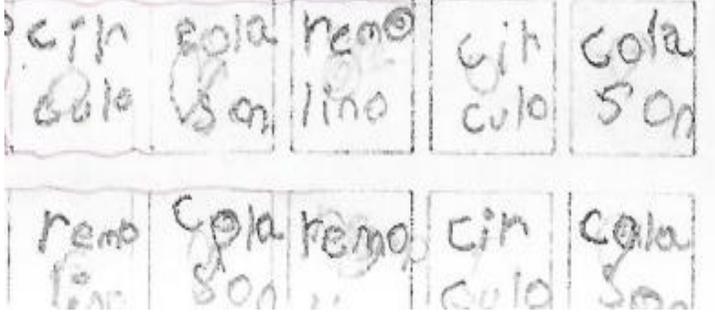
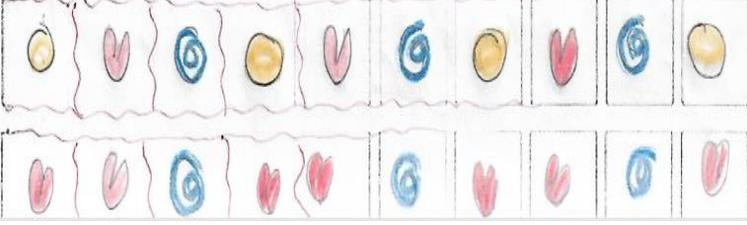
Evidencia	Análisis
 <p data-bbox="673 871 803 903">Cód. VT.</p>	<p data-bbox="1193 273 1453 892">La estudiante VT. Logra evidenciar cada uno de los patrones presentados como se estipulo en los análisis a priori, en la última secuencia el patrón fue condicionado diferente, puesto que por cada cereza ubico dos bananas.</p>

Tabla 22. Producción textual. Secuencia figural. Tarea 4. Ítem 3.

Evidencia	Análisis
 <p data-bbox="625 1470 755 1501">Cód. VT.</p>	<p data-bbox="1096 1071 1477 1491">El estudiante VT. logra Generalizar dos secuencias. En la primera secuencia usa frutas: dos uvas – una pera. Y en la segunda secuencia circulo – corazón- remolino. En la cual los patrones delas dos secuencias están condicionados por color.</p>
	<p data-bbox="1096 1522 1477 1827">La estudiante NN1. Logra hacer sus propias Generalizaciones, a través de la escritura. Usando patrones conformados por tres elementos en cada una. secuencia 1: corazón –</p>

Evidencia	Análisis
 <p>Cód. MQ.</p>	<p>remolino – círculo. Y la secuencia 2: círculo – corazón - remolino</p>
 <p>Cód. VT.</p>	<p>La estudiante VT. Logra evidenciar cada uno de los patrones presentados como se estipuló en los análisis a priori, en la última secuencia el patrón fue condicionado diferente, puesto que por cada cereza ubico dos bananas.</p>

Para finalizar las intervenciones los estudiantes elaboraron sus propias creaciones, es así como combinan colores, formas y tamaños para establecer patrones y secuencia (collares y pulseras) a través de Procesos de Generalización.

Tabla 23. Secuencia Figural. Tarea 4. Comunidad Matemáticas.



Estas actividades logran centrar la atención de los estudiantes, generando una mayor apropiación, ya que los resultados que se obtiene en este caso son de su

interés. Los estudiantes dan a conocer las manillas o pulseras que realizaron, indicando el patrón que estipulo para cada una de ellas, estableciendo sus Procesos de Generalización:

Tabla 24. Entrevista Cód. TV. Secuencias figurales con material concreto.

Evidencia	
	
Cód. TV.	
Argumentación	
<i>Profesor: TV. ¿que patrón usaste en tus pulseras? Empecemos por esta.</i>	
<i>Estudiante TV: amarillo y rosado</i>	
<i>Profesor: ¿Cuántas veces se repite el patrón?</i>	
<i>Estudiante TV: afirma que se repite 17 veces,</i>	
<i>Profesor: ten en cuenta que se te pregunta por el patrón no por la cantidad de fichas que integran la pulsera. ¿Cuántas veces se repite el patrón?</i>	
<i>Estudiante TV: 10 veces se repite el patrón</i>	
Análisis	
<p>Cuando se pide a la estudiante contar las veces que se dio el patrón dentro de la secuencia se evidencia que la niña conto las unidades en total que tiene la manilla, más no las veces que se repetía el patrón. Al darle la oportunidad de verificar la información, el estudiante, logra determinar dicha cantidad.</p> <p>La Descripción oral es más fluida en los estudiantes, logrando Registrar cada uno de los análisis realizados. En las 4 manillas la estudiante TV. Usa el mismo patrón, solo cambió la combinación de colores. Logrando desarrollar Procesos De Generalización</p>	

Tabla 25. Entrevista Cód. JB. Secuencias figurales con material concreto.

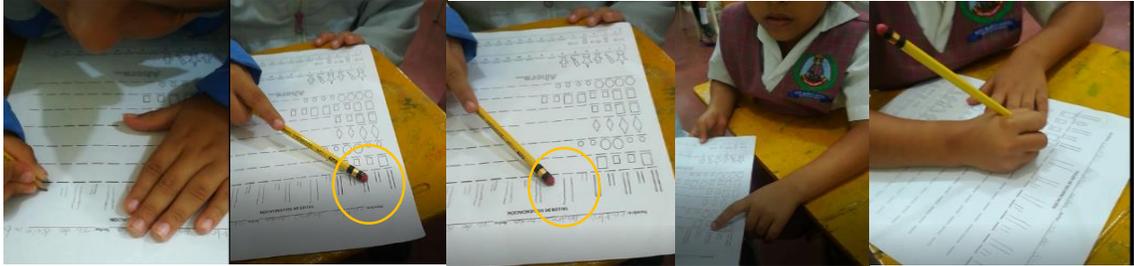
Evidencia
 <p style="text-align: center;">Cód. TV.</p>
Argumentación
<i>Profesor: cuentanos ¿Cómo está conformado el patrón?</i>
<i>Estudiante JB: azul oscuro, azul claro y gris</i>
<i>Profesor: ¿cuantas veces se repetía el patrón en dicha secuencia?,</i>
<i>Estudiante JB: siete veces.</i>
Análisis
El estudiante JB. Logra identificar los patrones que estableció en cada una de sus pulseras a través de los Procesos de Generalización (Registrar y Generalizar).

Se evidenció que los patrones usados fueron estipulados en su mayoría por color, conformados por dos y tres elementos. Se encontraron dificultades a la hora de evidenciar las veces que un patrón se encuentra dentro de una secuencia, ya que esto lo confunden con la cantidad de elementos que tiene dicha secuencia. En su mayoría; los estudiantes identifican una secuencia y un patrón, destacando características como: si son continuas o repetitivas.

Cada una de las intervenciones conto con un análisis tabular (remitirse a anexos I, II, III, IV y V) en los cuales se logra observar el desempeño de los estudiantes en cada uno de los ítems desarrollados, en el cual de toma en cuenta si el estudiante logra ejecutar o no las Tareas y a la vez cuales no resuelve ya sea por tiempo o por conocimiento.

6.2.3 Entrevistas una vez terminadas las intervenciones se ejecutan cinco entrevistas a diez estudiantes, organizándolos en parejas, para ello se tuvo en cuenta aquellos que presentaron mayor y menor apropiación a la hora de dar solución a las Tareas implementadas con el fin de que el estudiante logre evidenciar y comprender el proceso desarrollado en cada una de ellas. Logrando desarrollar una Tarea escrita determinada entre 3 y 4 ítems.

Tabla 26. Secuencias figurales. Entrevista 1. Ítem 1. Cód. CG y TV.

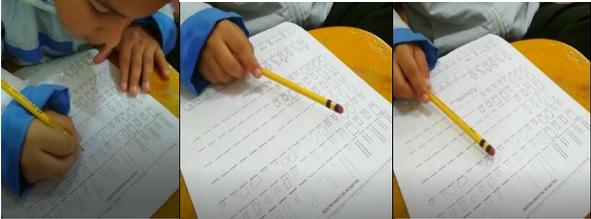
Evidencia

Cód. CG. y TV.
Argumentación
<i>Profesor: ¿cuántas veces se repitió el patrón?</i>
<i>Estudiante CG: un, dos, un, dos.</i>
<i>Profesor: ¿cuál es el patrón estipulado?</i>
<i>Estudiante CG: grande – pequeño.</i>
<i>Profesor: ¿Cuántas veces se repite?</i>
<i>Estudiante CG: uno, dos, unos, dos.</i>
<i>Profesor: TV. ¿está de acuerdo con lo que afirma CG?</i>
<i>Estudiante TV: sí</i>
Análisis
Al ir realizando la primera secuencia, el estudiante CG: acompaña su trabajo escrito con su voz, apoyándose en su lápiz para realizar el conteo de los patrones: un, dos, un, dos. Interpretando que: a las líneas verticales grandes las nombra con el número 1 y a las pequeñas como él les dice, las nombra con el número 2. Es así como concluye que este se repite 2 veces y a lo último 1.

Evidencia

Cód. CG. y TV.
Argumentación
<i>Profesor: ¿cuente las veces que se repite el patrón?</i>
<i>Estudiante TV: 5</i>
<i>Profesor: confirma, como está conformado el patrón.</i>
<i>Estudiante CG: grande, pequeño, pequeño, grande</i>
<i>Profesor: ¿que debe seguir?</i>
<i>Estudiante TV: pequeño, aclarando que en la hoja se ve grande pero es pequeño.,</i>
Análisis
<p>El estudiante TV. Observa el patrón y con su lápiz comienza a dibujar los demás patrones (cuadrado grande, cuadrado grande / cuadrado pequeño, cuadrado pequeño) mientras va realizando los patrones, aclara cuales son grandes, ya que no logra que sus dibujos sean simetricos. El estudiante TV. logra identificar el patron y las veces que este se ecuentra dentro de la secuencia. Se observa mayor apropiación en la ejecución de la Tarea logrando identificar el patron y las veces que este se ecuentra dentro de la secuencia, potenciando sus Procesos de Generalización.</p>

Llega una nueva Tarea, patron de circunferencias, le corresponde al estudiante CG. hacer el respectivo análisis, a lo cual responde con seguridad “fácil”, tomando el lápiz se dispone a completar la secuencia. Observandose muy seguro de lo que está haciendo. Se pide que Describa la secuencia:

Tabla 27. Secuencias figurales. Entrevista 1. Tarea 1. Ítem 2. Cód. CG y TV

Evidencia
 <p>Cód. CG. y TV.</p>
Argumentación
<i>Profesor: ¿En que consiste el patrón?</i>
<i>Estudiante CG: pequeño, pequeño, grande, grande</i>
<i>Profesor: ¿Cuántas veces se repite este patrón?</i>
<i>Estudiante CG: 1, 2, 1, 2,</i>
Análisis
<p>Se observa la propiedad que tiene el estudiante CG. a la hora de analizar las Tareas, sin embargo aún hay dificultad a la hora de Describir los análisis realizados, a la vez hay confusión al momento de determinar cuantas veces se encuentra un patrón dentro de determinada secuencia. La estudiante TV. Se muestra callada, escucha a su compañero de Tarea, permitiéndose comprender mejor en que consiste el patrón, muchas veces el estudiante por temor a equivocarse, prefiere guardar silencio y no da a conocer su Descripción. Aquí, aunque ellos están acompañados de la docente (investigadora) se percibe la inseguridad a la hora de confrontar sus Tareas.</p>

Los estudiantes AG. y GS. desarrollaron la Tarea 2, ítem 1. La cual constó de una secuencia figural.

Tabla 28. Secuencias figurales. Entrevista 2. Tarea 2. Ítem 1. Cód. AG y GS.

Evidencia

Cód. AG. y GS.
Argumentación
<i>Profesor: ¿Cómo esta conformada la figura?</i>
<i>Estudiante AG y GS: la figura 1 está conformada por 2 cuadrados y 1 triángulo, y la figura 2 está formada por 4 cuadrados y 2 triángulos y la figura 3: dos cuadrados en cada una y 3 triángulos.</i>
<i>Profesor: ¿la secuencia es repetitiva?</i>
Observación: Ahora AG. debe dibujar la figura 7. Al realizar el cuestionario que traía adjunto esta Tarea, AG. fue muy seguro en sus respuestas y estas fueron precisas e inmediatas, sin apoyarse de la parte escrita para llegar a dicha conclusión, solo uso sus dedos para confirmar su respuesta
<i>Profesor: ¿Cuántos triángulos conformarían la figura 8?</i>
<i>Estudiante AG: 8</i>
<i>Profesor: ¿Cuántos cuadrados lleva?</i>
Observación: AG. Realiza el conteo con sus dedos, teniendo presente que por cada triangulo hay dos cuadrados.
<i>Estudiante AG:16.</i>
<i>Profesor: ¿cómo llego a esta conclusión?</i>
<i>Estudiante AG: no ve que a estas (figura 6) le sume 2 a cada una de estas.</i>
<i>Profesor: ¿Qué figura tiene 10 triángulos y 20 cuadrados?</i>
Observación: Mientras la estudiante GS. está en silencio, AG. comienza a hacer sus respectivos análisis apoyándose en sus dedos, para hacer el respectivo conteo. Su interés por encontrar una posible respuesta es amplio.
<i>Estudiante AG:30</i>

<i>Profesor: deben observar muy bien el número de la figura que están analizando con la cantidad de triángulos que se tienen.</i>
<i>Estudiante AG: pues el número 10. El número 10 tiene 10 triángulos</i>
Observación: Para esto se apoya en el dibujo, aceptando la sugerencia de la docente, mientras va dibujando va contando. Teniendo presente que por cada triángulo van dos cuadrados.
Análisis
Los argumentos de AG. son muy acertados, como respuesta a ello se evidencia la satisfacción del estudiante al encontrar una respuesta válida. Le pedimos a su compañera GS. que realice la figura 6 de acuerdo a lo observado y el análisis realizado por su compañero. al terminar la secuencia el estudiante AG, hace el análisis del trabajo realizado por GS, afirma que este no está bien ya que la compañera sumó una de más (cuadrado) y decide tomar el lápiz y eliminar aquellos cuadrados que sobran de la figura 6. Mientras tanto le dice a su compañera que debían quedar dos, por lo tanto, se debe borrar los que están abajo, ya que son los que están mal. Su compañera de trabajo GS, está atenta a cada una de las afirmaciones que da su pareja de Tarea. Afirmando que está de acuerdo con los análisis realizados por su compañero. Durante la ejecución de la Tarea, el estudiante AG. estuvo pendiente de compartir sus Procesos de Generalización con su compañera de Tarea y así el conocimiento construido fuese entre los dos.

Llega el turno de los estudiantes MQ. Y FL. Se presenta la Tarea, los estudiantes, la observan y responden está formada por 2 cuadrados y 1 triángulo. Esta pareja es muy dinámica, y está pendiente de corregir al otro si está en un error, FL. Es introvertido, es más pausado a la hora de hacer su análisis y el video lo intimida, pero esto no es limitante para él.

Evidencia

Cód. MQ. y FL.
Argumentación
<i>Profesor: ¿cuántos triángulos y cuadrados hay en la Figura 2</i>
<i>Estudiante FL: 2</i>
<i>Profesor: MQ. ¿Si está de acuerdo con la afirmación de su pareja?</i>
<i>Estudiante MQ: no. triángulos si hay 2 y cuadrados 4.</i>
<i>Profesor: ¿la secuencia es repetitiva o continúa?</i>
<i>Estudiante MQ: continúa porque nunca se acaba, porque hay no se repite un patrón y cuando se repite un patrón es repetitivo.</i>
<i>Profesor: Ahora dibuja la figura 6 y 7.</i>
<i>Estudiante FL: no sé cómo va.</i>
<i>Estudiante MQ: Afirma que lo que su compañero hizo no está bien porque: tiene que ser 6 triángulos.</i>
<i>Profesor: ¿Cuántos cuadrados?</i>
<i>Observación: MQ hace su análisis mentalmente pero no es suficiente para dar la respuesta. FL. Reinicia su labor, y es MQ. quien orienta el trabajo que debe desarrollar su compañero, se observa que FL. Confía en los análisis hechos por su compañera.</i>
<i>Estudiante MQ: por cada triángulo debe hacer 2 cuadrados.</i>
<i>Observación: Los estudiantes concluyen que es una secuencia que va aumentando de uno en uno, a la primera le suma 1, quedan 2, a la segunda le suma 1 quedan 3, y así continúa</i>
<i>Profesor: ¿cómo quedaría la figura 7?</i>
<i>Estudiante FL: 7 triángulos.</i>
<i>Profesor: y ahora la figura 8 ¿Cuántos triángulos y cuadrados tendría?</i>

<i>Estudiante MQ. y FL: 8 triángulos.</i>
<i>Profesor: ¿Cuántos cuadrados?</i>
<i>Estudiante FL: 2</i>
<i>Profesor: 2 en total?</i>
Observación: Al estduainte FL. Se le dificulta hacer la descripción ya que aún presenta dificultades al momento de hacer el análisis de la secuencia presentada.
<i>Profesor: ¿si hay 8 triángulos deben haber más o menos cuadrados?</i>
<i>Estudiante FL: menos (voz baja).</i>
<i>Estudiante MQ: más, 15 cuadrados.</i>
Observación: encontrando un pequeño error al obtener el resultado del conteo que realizó, MQ, logra hacer su proceso Descriptivo, y esta pendiente que el trabajo realizado por FL. Sea correcto. Concluyendo que no son 15 sino 16 cuadrados, los que hacen parte de esta secuencia.
<i>Profesor: ahora lee MQ. la pregunta que sigue.</i>
<i>Estudiante MQ: ¿qué figura tiene 20 cuadrados y 10 triángulos?</i>
Observación: MQ. observa una a una las figuras que hacen parte de esta secuencia, apoyandose en el conteo con su lápiz. Despues de esto afirma que ahí no se encuentra la figura que contengan esos elementos.
<i>Estudiante MQ: ¿Toca dibujarla?</i>
<i>Profesor: si observas nuevamente la secuencia y hacen el análisis fijandosen en el numero de la figura y los triángulos que contiene., pueden hallar la respuesta.</i>
<i>Profesor: ¿los triángulos van de mayor a menor o de menor a mayor?</i>
<i>Estudiante MQ: de menor a mayor</i>
<i>Profesor: si ¿la figura ocho tiene ocho triángulos, la figura 10 cuántos triángulos tiene?</i>
<i>Estudiante MQ: dibuja la secuencia, hasta llegar a la figura 10. Afirmando: está</i>
<i>Profesor: y ¿cómo se llama esa figura?</i>
<i>Estudiante MQ: diez.</i>
<i>Profesor: ¿Cómo lo supiste?</i>
<i>Estudiante MQ: porque al dibujarlas hay diez triángulos, a cada uno se le agregan dos entonces daría treinta.</i>
<i>Profesor: ¿treinta? ¿Seguro treinta o veinte? Bueno contemos.</i>
<i>Estudiante MQ: veinte...</i>
Análisis
El estudiante FL. se tornó tímido a la hora de dar a conocer las descripciones, él se encargó de desarrollar la parte escrita de la Tarea y daba algunos aportes en voz baja, puede ser el temor o la peña a equivocarse. El estudiante MQ. mucho más segura y arriesgada al momento de hacer sus aportes. Una Comunidad que

se brinda apoyo, en la cual se aprende de la experiencia del compañero. los dos estudiantes son un gran equipo y la escucha es un gran instrumento para comunicarse y darse a entender. Los Procesos de Generalización son más evidentes a la hora de desarrollar las Tareas. Logrando evidencia las cuatro fases de Mason (1985) a la hora de realizar sus Procesos de Generalización, es importante que el estudiante haga uso del tiempo que este considere necesario a la hora de desarrollar las Tareas, ya que muestra mayor apropiación y toma confianza al momento de realizar sus Descripciones ya sean orales o escritas.

Cada una de estas Tareas y entrevistas fueron desarrolladas tomando en cuenta el nivel de aprendizaje del estudiante y las condiciones en la cuales se establecía sus procesos de aprendizaje, tomando en cuenta que todos los estudiantes pertenecen a un mismo grado, e integran un rango de edad equitativo, su desempeño académico en algunos es un poco más avanzado o bajo que los demás. Por ende, en cada una de estas Tareas, los estudiantes recurrieron a sus pre saberes para lograr la ejecución de las mismas, recurriendo a la descripción gráfica, escrita o verbal. Haciendo uso de gestos y expresiones corporales que permitían la comprensión del análisis que estaban ejecutando a la hora de generalizar patrones figúrales o numéricos, esto cuando la tarea a ejecutar era a través de guías de trabajo. Puesto que, al momento de manipular material concreto, era mucho más fácil para el estudiante describir los procesos de generalización que estaba construyendo. Aspectos como los señalados, antes resultaban invisibles ante los ojos del docente; después de la construcción y desarrollo de este trabajo de investigación se visibilizaron aspectos relevantes al pensamiento algebraico. Esto nos permite presentar un alcance transformador de la investigación, en donde toma lugar la construcción del álgebra más allá de la manipulación de símbolos alfanuméricos.

De esta manera evidenciamos cómo se potencia el Pensamiento Algebraico Temprano en los estudiantes en el desarrollo de Tareas dentro y fuera del aula de clase. Puesto que logran identificar patrones no solo figúrales o numéricos, si no en su contexto como: el compás en una canción, al momento de aplicar determinados

colores a una figura, la coreografía de una danza, el practicar un deporte como la natación, el patinaje o el básquetbol o simplemente a la hora de definir cuánto es 3×2 (Ya que el estudiante determina que tres veces dos son 6, puesto que tiene tres grupos y que en cada uno de ellos se encuentran 2 elementos. Así que al sumarlos obtienes como resultado seis).

Estos elementos de construcción continua en el aula, se evidencian en el trabajo que se sigue desarrollando. Centrar la atención en el desarrollo del pensamiento algebraico desde los primeros años, permite en el contexto particular de esta investigación como lo muestran los antecedentes de este documento profundizar sobre el papel de la generalidad en matemáticas.

A continuación, se dan a conocer los aspectos más relevantes o destacados en el desarrollo de la intervención pedagógica. Resaltando que el grupo de trabajo con el cual se trabajó continúa bajo la responsabilidad del docente investigador (en la Institución educativa Santo Ángel se trabaja por ciclos $1^\circ - 3^\circ$). Lo cual permite evidenciar los procesos de Generalización desarrollados en cada uno de los estudiantes a través de las cuatro fases de Mason Ver, Decir, Describir, Verificar / Generalizar.

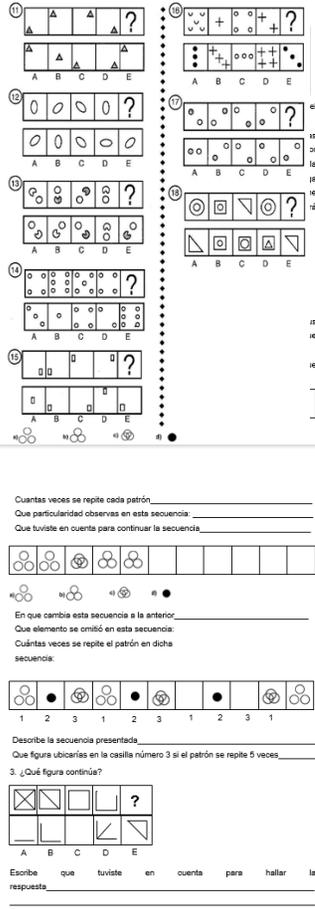
Ilustración 14. Estudiantes grado 1° I.S.A.

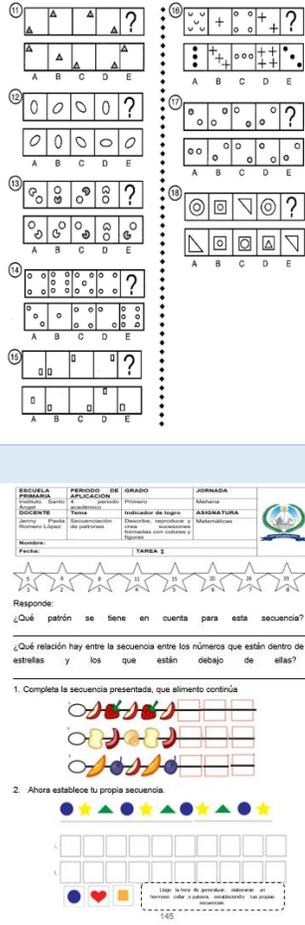


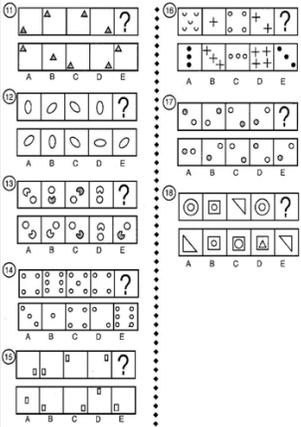
Cronograma	Instrumento			Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
	Fecha	Hora	Lugar			
	II periodo escolar 2017	6 – 8 am	Instituto Santo Ángel.	<p>Percibir un patrón (Ver): el estudiante cuenta con la oportunidad de tocar, trasladar, reemplazar, crear semejanzas y diferencias al momento de tener un contacto directo con el material a trabajar, lo cual le permitirá analizar cada uno de los elementos que hacen parte de este patrón o secuencia.</p>		<p>Se adquirió nuevo vocabulario a la hora de ejecutar las Tareas (siendo satisfactorio escuchar a los estudiantes” profe es aumentativa por que se le va agregando de a 3”) como: secuencia, patrón repetitivo o aumentativo ya que se familiarizaron con ellos a través de la orientación que brindó la docente durante el desarrollo de las Tareas.</p> <p>La manipulación de material concreto permitió un aprendizaje significativo a través del ensayo error, al poder observar, tocar, intercambiar elementos mientras se analizaba una Tarea.</p> <p>En los espacios libres del estudiante se entregaban juegos como dominós, tapas, barras de Cuisine, donde los estudiantes creaban sus propias estructuras manifestando que había una secuencia y que el patrón que se repetía era la ubicación que habían usado a la hora de construirla (Ver anexo VI). Es así; como la primera etapa de Mason Ver se logra manifestar en un 100 % de los</p>

	Instrumento		Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
					<p>estudiantes, ya que la motivación y el interés del grupo motivaba a quienes aún estaban temerosos de integrarse en el desarrollo de las Tareas, esto fue un gran aporte por parte de los estudiantes, el acompañamiento que hicieron aquellos compañeros que aún no lograban vincularse Comunidad Matemática.</p>
Objetivo	Potenciar el desarrollo del pensamiento Algebraico Temprano en estudiantes de 6 a 7 años a través de su participación en una Comunidad Matemática, que transforme el aula en un espacio dinámico y motive el desarrollo de procesos matemáticos	<p>Expresar un patrón (Decir): en esta etapa, podrá generar conjeturas sobre el elemento a seguir, tomando en cuenta el análisis realizado, a través de la observación, para así poder continuar con una secuencia lógica. Esta etapa toma en cuenta la participación de compañeros y la orientación del docente.</p>	<p>Qué figura continúa?</p>	<p>Esta etapa de Mason: Decir, se hizo mucho más visible a la hora de desarrollar Tareas que implicaron el uso de secuencias figurales (guía, material concreto), puesto que el niño mostró mayor confianza en su ejecución.</p> <p>Aún existe ese temor, al ver representaciones numéricas, en algunas ocasiones estos (números) logran intimidar al estudiante, nuestras Tareas acudían al uso de secuencias numéricas y figurales, pero se integraron 2 ítems que integraban el uso de secuencias figurales o numéricas apoyadas con</p>	

Instrumento	Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
			<p>representación tabular en las cuales el análisis era mucho más complejo, a la hora de establecer la relación entre cantidad y ubicación de los elementos que hacían parte de la secuencia sin desconocer la habilidad cognitiva de los estudiantes. Cabe resaltar que las Tareas implementadas en el aula de clase tenían un nivel de complejidad un poco más elevado a la edad de os estudiantes. Aun así, se logran ejecutar esta Tareas.</p> <p>A la vez al momento de entregar Tareas figuales (escritas) algunos estudiantes le dedicaron más tiempo del indicado a la distribución del color, lo cual no les brindó el tiempo necesario para terminar cada uno de los ítems de las Tareas.</p> <p>El análisis realizado por los estudiantes COD: MQ. – AG. siempre fue un paso más delante de lo que se esperaba por el docente investigador.</p>

	Instrumento	Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
Tipo	<p>Se ejecutaron Tareas escritas y Didácticas en las cuales los estudiantes tenían contacto directo con el material concreto el cual permitió la manipulación del mismo a la hora de analizar, crear y dar continuidad a patrones en secuencias figurales y numéricas en los procesos de Generalización.</p>	<p>Registrar un patrón (Describir): para ello se usarán las habilidades escritas, orales y creativas de los estudiantes ya que no todos poseen la misma habilidad comunicativa a la hora de dar a conocer sus ideas u opiniones, es por ello que se le da la oportunidad al niño de registrar lo evidenciado de la forma que más se le facilite.</p>		<p>Para el estudiante es mucho más práctico a la hora de Describir sus secuencias la representación gráfica que la verbal: miedo a equivocarse, lo cual en algunas ocasiones no les permitió integrarse en el desarrollo de las Tareas por temor a la burla o el rechazo de sus compañeros.</p> <p>A la hora de Describir verbalmente los estudiantes no encuentran las palabras pertinentes para dar a conocer su saber. Era muy frecuente que al pedirle que lo hiciera ya fuese en la guía o en el tablero el estudiante diera continuidad al patrón acertadamente, pero a la hora de pedirles que nos dieran a conocer como lograron hacer ese análisis, el estudiante quedaba en silencio, en estos casos el trabajo de la Comunidad Matemática se vio reflejado, ya que los compañeros de trabajo de quien estaba al frente daban a conocer los aportes que el compañero no logro Describir. Destacando la participación de cuatro estudiantes COD: AG. – MQ. – PC. – MP. Quienes siempre estaban atentos a participar dando a conocer sus</p>

	Instrumento	Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
Observación	<p>Los estudiantes participantes de esta intervención investigativa integran un rango entre los 7 y 8 años de edad. Al momento de ejecutar las Tareas pocos estudiantes habían desarrollado su proceso lecto escritor. Por ende, los tiempos estipulados para estas intervenciones se extendieron, acorde al acompañamiento que se debía hacer con cada uno de ellos.</p>	<p>Prueba de validez de las formulas (verificar y registrar): aquí es donde se le permite al estudiante partir de lo particular a lo general o viceversa, para ampliar dicha información a través de la creación de nuevos patrones o secuencias.</p>		<p>análisis a sus compañeros, el ser líder es de gran importancia para ellos, al igual el ser reconocido por su grupo de compañeros, ya que cada vez que se tenía una duda, estos acudían a ellos para que les escuchara y orientara su saber.</p> <p>Recurso a una experiencia dentro del aula de clases para ahondar en esta fase de Mason: en el desarrollo de nuestras actividades académicas se hace entrega a cada estudiante de un determinado número de cartas, cada una de ellas tiene una palabra y un número para afianzar el proceso lecto escritor y el pensamiento numérico en una sola actividad, se organiza el salón de modo que los estudiantes cuenten con el espacio necesario para organizar sus fichas y la docente brinda la indicación: a cada estudiante le correspondió un determinado número de tarjetas con palabras y números en diferente orden, lo que</p>

Instrumento	Fases de Mason	TAREAS	RESULTADOS
			<p>deben hacer es leer la palabra y ubicar el número de la tarjeta que tienen en sus manos, teniendo en cuenta el orden (creciente) de las cantidades allí representada. La docente inicia leyendo su palabra y ubica el número uno pregunta ¿qué número continúa? a lo que los estudiantes afirman: dos. Listo, ahora busquen en sus tarjetas ¿quién tiene este número? Y continúen ubicándolas hasta llegar al número 200. Es así como, sin estipular un líder del trabajo los estudiantes logran organizarse y cumplir con la Tarea correctamente, logrando identificar que lo que había realizado era una secuencia, y que los números estaban organizados de menos a mayor, y este era el patón establecido. Las experiencias dentro y fuera del aula de clase, son las que nos permiten evaluar el trabajo desarrollado con los estudiantes (aprendizaje significativo).</p>

7. CONCLUSIONES

A continuación, se dan a conocer, los resultados obtenidos en las intervenciones ejecutadas con los estudiantes de la Institución Educativa, en los cuales se evidenciaron los Procesos de Generalización a través del uso de secuencias y patrones.

Esta investigación abre nuevas posibilidades en el aula regular gracias a la construcción de una Comunidad Matemática que orienta los procesos de construcción de conocimiento de los estudiantes. De esta manera se establecieron espacios que motivaron a los estudiantes a interactuar a partir de la construcción y validación de conocimiento por medio de los aspectos didácticos propuestos por la profesora investigadora; dando paso a la conformación de una comunidad que surge y se desarrolla con el interés de construir conocimiento matemático.

Mediante el desarrollo de la intervención y como muestra el análisis de datos, los estudiantes tuvieron la oportunidad de analizar a través del estudio de secuencias, la construcción de patrones. Esto a través de las etapas Ver, Decir, Describir y Registrar. Que como se muestra en la literatura son fundamentales para el futuro desempeño académico de los estudiantes en la básica secundaria y media. En particular en lo que tiene que ver con el pensamiento algebraico, además, dado que el niño parte de una reestructuración de conocimientos, que le permite desarrollar un análisis mucho más crítico, a partir del uso de material concreto y a través del ensayo - error, puede crear sus propias conjeturas, argumentarlas y validarlas frente a sus pares.

Con el objetivo de preparar a los estudiantes para un aprendizaje colectivo, colaborativo, participativo e integral, se logró implementar el trabajo en equipo:

Comunidades Matemáticas. En el cual la comunicación y la escucha fueron protagonistas de las intervenciones, ya que los estudiantes establecieron sus propias Descripciones fuese para seleccionar el argumento más válido del grupo, hacer un acompañamiento a los estudiantes o para dar a conocer la Tarea desarrollada. Resaltando que el cuestionamiento constante en los estudiantes, permitió, ver más allá de la Tarea descartando posibilidades y obteniendo una mayor apropiación del discurso a la hora de argumentar sus posibles soluciones. Esto se vio reflejado en los estudiantes MQ – AG – MP – CG, quienes lograron evidenciar sus Procesos de Generalización. Evidenciándose el apoyo constante en su expresión corporal a la hora de dar a conocer sus Descripciones, “Las personas que razonan y piensan analíticamente tienden a percibir patrones, estructuras o regularidades, tanto en situaciones del mundo real como en objetos simbólicos; se preguntan si esos patrones son accidentales o si hay razones para que aparezcan, y conjeturan y demuestran”.⁵⁹

Esta Comunidad Matemática, fue totalmente flexible a las necesidades de los estudiantes, puesto que una vez se pautaba la Tarea a desarrollar se iniciaba con un trabajo individual. Pero de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, estos se organizaban en parejas o grupos de trabajo, y en algunas ocasiones iban de un grupo a otro, para dar solución a la Tarea. El estudiante AG. es una evidencia de ello, ya que siempre estuvo dispuesto a la hora de orientar a sus compañeros de clase, lo cual no solo destacó el trabajo de la Comunidad Matemática, sino que éste logró motivar, y despertar mucho más el interés del estudiante a la hora de desarrollarlas, ya que era destacado por sus compañeros y esto terminaba por motivar y estimular su desempeño.

Las guías de trabajo o Tareas escritas, son instrumentos que permiten evidenciar el trabajo desarrollado, pero tienden a condicionar las posibilidades con las que el

⁵⁹ THALES, S. A. E. M Op cit.

estudiante puede evidenciar sus razonamientos. Tomando en cuenta que el papel en muchas ocasiones es sinónimo de evaluación y esto logra ser un limitante, mientras que, al manipular material concreto, el niño interactúa sin generarse presión.

Los estudiantes acuden a establecer secuencias repetitivas, ya que las progresivas le generan mayor complejidad a la hora de proponer la condición del patrón. Es así como a través de la manipulación de material concreto los estudiantes adquirieron mayor propiedad al momento de seleccionar, clasificar, ordenar y organizar determinados elementos ya fuese por su tamaño, color, textura, grosor, y demás características con las que contaban, logrando jugar con las posibilidades para finalmente condicionar el patrón.

Se logra evidenciar el desarrollo del Proceso de Generalización a la hora de desarrollar secuencias: figurales, numéricas y repetitivas, notándose la dificultad que les genera el análisis en patrones progresivos, cuando no se cuenta con los pre saberes necesarios para ello.

Es necesario conocer el proceso cognitivo del estudiante a la hora de plantear las Tareas, puesto que en el caso de algunos estudiantes cód.: CY, AG, CM, JB. a la fecha no habían desarrollado un proceso lecto escritor adecuado, lo cual generaba complejidad al momento de Escribir y Describir sus análisis.

Gracias al trabajo continuo que se ha realizado con este grupo de estudiantes, se sigue implementando el desarrollo de Tareas que permiten potenciar el desarrollo del Álgebra Temprana, logrando Descripciones como: estudiante EO: "*Profe es la tabla del dos*", esto después de observar y desarrollar una secuencia figural en la que el patrón establecido se condicionó por triángulos que iban aumentando de dos en dos.

Al brindar el tiempo necesario al estudiante para el desarrollo de las Tareas, se evidencia una mayor apropiación del proceso de Generalización puesto que los estudiantes cuentan con diferentes ritmos para generar su actividad al momento de procesar la información dentro de sus procesos cognitivos.

Los estudiantes ven a su profesor como la autoridad dentro del aula de clase, quien pauta que se puede hacer o no, y quien determina si las Tareas desarrolladas cumplen o no con el objetivo planteado. Por momentos el docente tiende a tomar su catedra, ya que cuesta dejar aún lado la educación tradicionalista; esto se evidenció en la ejecución de las primeras sesiones, a lo largo de las intervenciones se logra ser un participante más y las intervenciones que este realizaba era para retomar el control de la disciplina y determinar o recordar pautas de trabajo. Es necesario cambiar el rol del docente generando seguridad en el estudiante y así mayor integración durante el desarrollo de las Tareas.

Los estudiantes aun presentan dificultad para ubicarse en el espacio es por ello que los patrones que estipulan el manejo de la lateralidad generan confusiones a la hora de ejecutar Tareas que implique el uso de la lateralidad., en su trabajo presentando no logra hacer el análisis adecuado en su hoja de trabajo.

8. RECOMENDACIONES

Es preciso, compartir esta investigación con la comunidad pedagógica de nuestra Institución Educativa, para que los docentes retomen el currículo escolar, los estándares y lineamientos establecidos por los documentos nacionales e internacionales y así desarrollar un trabajo pedagógico que responda a las necesidades de los estudiantes. Siendo conscientes de que “Las formas de pensamiento algebraico emergen en el aula de clase como consecuencia no sólo de las Tareas propuestas, sino también de la naturaleza de la actividad”⁶⁰. Por tanto, es ineludible, que las Instituciones Educativas y los docentes innoven sus metodologías a la hora de implementar los estándares dentro de un aula de clase, permitiendo la integración de la teoría y la lúdica, donde el ensayo – error haga parte de los procesos que fomentan el aprendizaje del estudiante. Todo esto contando con la colaboración y disposición de los directivos de estas mismas Instituciones quienes son los encargados de disponer del espacio y el tiempo para ello.

⁶⁰ VERGEL, Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria. 188 p. 2016.

9. CONTRIBUCIONES

Esta intervención innovo mi desempeño pedagógico, a través de la implementación de nuevas estrategias que permitieron avanzar en la construcción del conocimiento dentro de mi Institución Educativa. Puesto que, a través de los módulos y seminarios, se logran retomar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Al compartir nuestra experiencia con la comunidad educativa de nuestra Institución: intervención investigativa, se permitió ampliar la visión de padres de familia y estudiantes, a su vez, la de nuestros compañeros docentes quienes permitieron la actualización de su metodología a través de la información brindada sobre procesos educativos.

BIBLIOGRAFÍA

APRENDE MATEMÁTICAS Y FÍSICA con problemas resueltos en vídeo. Sucesiones gráficas. Ejercicios resueltos – razonamiento abstracto. [en línea], 26 de marzo del 2017. Disponible en internet: <http://profealexz.blogspot.com/2013/07/sucesiones-graficas-ejercicios.html>.

BLANTON & KAPUT, Functional Thinking as a Route In to Algebra in the Elementary Grades. Citado por: MORENO GIRALDO; Gustavo Adolfo. Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Universidad del valle. 2015. p. 31

BUTTO ZARZAR, Cristianne. Introducción temprana al pensamiento algebraico con el uso de tecnologías digitales: un estudio teórico - experimental en el nivel básico. En XIII conferencia Interamericana de educación matemática. Brasil 2011. p 1-13.

BUTTO, Cristianne & ROJANO, Teresa. Pensamiento algebraico temprano: El papel del entorno Logo. Educación Matemática, vol. 22, núm. 3, abril, 2010, pp. 55-86.

CAI, J. Developing algebraic thinking in the earlier grades: A case study of the chinese elementary school curriculum. 2004. Citado por Gordillo, W. Razonamiento algebraico elemental: propuestas para el aula. Revista científica. N° 20. Bogotá, Colombia. 2014. p. 141.

CALLEJO M. ^a & Luz, ROJAS Francisco. La transición de la aritmética al álgebra. En: Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas • núm. 73 • julio 2016. pp. 4-6 •

CASTRO, E. CAÑADAS, M. C. y MOLINA, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. UNO, p. 57. Citado por MERINO, Eduardo. Patrones y representaciones de alumnos de 5° de educación primaria en una tarea generalización. Granada, 2012. p. 17.

CORREDOR, A. Y PINEDA, M. Proceso de Generalización: Una Perspectiva de Estudiantes de Básica Primaria. Tesis de Licenciatura en Matemáticas no publicada, Universidad Industrial de Santander, Colombia. (2014).

GODINO, Juan & FONT, Vicenc. Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros. Manual para el estudiante. Edición febrero 2003.

GÓMEZ, Jhon. La generalización de patrones de secuencias figurales y numéricas: un estudio de los medios semióticos de objetivación y procesos de objetivación en estudiantes de grado décimo. Bogotá, 2013. p. 29.

KAPUT, James. Teaching and learning a new algebra with understanding.1998. Universidad de Massachusetts – Dartmouth. Disponible en: el catalogo en línea de la Universidad de Costa Rica, Vicerrectoría de Investigación CIMM <http://cimm.ucr.ac.cr/sitio2/>

KAPUT, J. Teaching and learning a new algebra. En E. Fennema y T. Romberg (Eds.), Mathematics classrooms that promote understanding. (1999). p. 136 Mahwah, NJ: LEA.

KAPUT, J. Transforming algebra from an engine of inequity to on engine of mathematical power by algebrafying the k-12 curriculum: National Center of improving Student Learning and Achievement in Mathematics and science. Dartmouth, Ma. 2.000.

KAPUT, James. Teaching and learning a new algebra with understanding. Citado por VERGEL Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria. p 15. 2016.

MARTINEZ, Yaiza. Los niños con déficit de atención tienen un cerebro distinto. Tendencias 21. Tendencias de la educación. [en línea], 24 de julio del 2018. Disponible en internet: https://www.tendencias21.net/Los-ninos-con-deficit-de-atencion-tienen-un-cerebro-distinto_a4909.html.

MASON, J. Rutas hacia el Álgebra y Raíces del álgebra. (C. Agudelo, Trad.) Tunja, Colombia. Tunja: UPTC. 1985.

MASON, J. "Provoking students to use their natural power to express generality: Tunja sequences". Traducción realizada por Patricia Inés Perry, investigadora de "una empresa docente", y Hernando Alfonso. 1999.

MINISTERIO DE ECUACIÓN CULTURA Y DEPORTE, marcos y pruebas de evaluación de PISA 2012 Matemáticas, Lectura y Ciencias, Instituto nacional de Evaluación Educativa. Madrid 2013. p. 30.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos curriculares de matemáticas. Santa Fe de Bogotá, Colombia. 1998

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de Matemáticas y Lenguaje. Santa Fe de Bogotá. Colombia. 2003.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de competencias en matemáticas. 2006. p. 46-95. Disponible En: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles116042_archivo_pdf2.pdf.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matemáticamente Competentes. Bogotá. Colombia. 2014. P. 10.

MOLINA, Martha. Investigación en educación matemática XI. La integración del pensamiento algebraico en educación primaria. Investigación en educación matemática XI. 2005. P. 29

MOLINA, Marta. Integración del pensamiento algebraico en la educación básica. Un experimento de enseñanza con alumnos de 8-9 años. 2011. Disponible en: <http://funes.uniandes.edu.co/1615/>

MORENO, Gustavo. Una aproximación al álgebra temprana por medio de una secuencia de tareas matemáticas de patrones numéricos. Trabajo de grado. Universidad del Valle. 2015.

POLYA, George. Como plantear y resolver problemas. Primera edición. México 1965. Disponible en: Revista Suma. Vol. 22. Junio 1996. Disponible en: <https://revistasuma.es/IMG/pdf/22/103-107.pdf>

PULGARIN, J. Generalización de patrones geométricos. Proyecto de aula para desarrollar pensamiento variacional en estudiantes de 9 a 12 años. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. 2015.

RADFORD, L. There Key Concepts of the Theory of Objectification: Knowledge, Knowing, and learning. Journal of Research in Mathematics Education, 2(1), 7-44. Doi: <http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013>. p.19

RADFORD, Luis. Introducción. En: VERGEL, Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico temprano y su desarrollo en la educación de la primaria.

Colección de tesis doctoral. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá, DC, Colombia. 2015.

RADFORD, L. Iconicity and Contraction: A Semiotic Investigation of Forms of Algebraic Generalizations of Patterns In Different Contexts. 2008. Citado por LASPRILLA, A. & CAMELO, F. Generalizando patrones figurales con estudiantes de 8 y 9 años: una interpretación de los medios semióticos de objetivación movilizados. p. 39

RIVERA, Elizabeth & SANCHEZ, Luisa. Desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica primaria: generalización de patrones numéricos. Santiago de Cali. 2012. 183 p.

SANTOS, Trigo. Resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. Trillas. México, 2007.

SANTOS, Trigo. Sobre la construcción de un marco conceptual en la resolución de problemas que incorporen el uso de herramientas computacionales. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. Costa Rica. 2011. Número 8. pp 35-54.

SANTOS, Trigo. Mathematical problem solving: an evolving research and practice domain. ZDM The International Journal on Mathematics Education. 2007. 39, 5- 6, pp.523-536

SCHOENFELD, Allan. Resolución de problemas. En: Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. N° 1 (2006)

THALES, S. A. E. M. Principios y estándares para la Educación Matemáticas, Sevilla, SAEM Thales, 2003.

VERGEL, Rodolfo. Sobre la emergencia del pensamiento algebraico y su desarrollo en la educación primaria. Colección doctoral. Bogotá, 2016. 188 p.

USISKIN, Z. Conceptions of school algebra and uses of variables. In A.F. Coxford (Ed.), The ideas of algebra K-12. Reston, VA: NCTM. 1998.