

Modelo de programación lineal entera mixta para la secuenciación y rotación de cultivos agrícolas resuelto mediante algoritmo de búsqueda armónica.

Jeset David Caípe Ortiz

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Industrial

Director

Leonardo Hernán Talero Sarmiento

Magíster en Ingeniería Industrial

Codirector

Henry Lamos Diaz

Ph.D. Matemáticas y Física

Universidad Industrial de Santander

Facultad Ingenierías Físico Mecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2025

### **Dedicatoria**

*A mi padre Alfrey, por confiar y cuidar de mi en todo este largo proceso para la culminación de mi etapa universitaria. Por ser el mejor maestro y mentor en mi vida profesional.*

*A mi madre Patricia, por ser todo en mi vida, el pilar fundamental de la persona que hoy soy y confiar siempre en mí.*

*A mi familia, por su invaluable apoyo día a día en cada una de las etapas que tuve que atravesar para que este proceso pudiera culminar.*

*A ti, profe, por haberme mostrado en esta última etapa que lo más valioso de la vida está frente a nosotros, por el impulso, por el amor y por confiar en que lo lograría.*

### **Agradecimientos**

*A mi director, Leonardo Talero por su profunda comprensión, apoyo moral y profesional en este largo camino. Cada palabra y cada instante de tiempo brindado para el desarrollo de este proyecto fue invaluable desde el ámbito académico, pero aún más, desde el ámbito emocional y personal. Gracias por ser mi director, mentor y amigo.*

*A mi amigo, Carlos Florez, por su aporte profesional para el desarrollo de este proyecto y principalmente, por su amistad incondicional día a día.*

**Tabla de contenido**

Introducción .....	17
1. Generalidades del proyecto.....	20
1.1. Título del proyecto.....	20
1.2. Responsables del proyecto.....	20
1.3. Planteamiento del problema.....	20
1.4. Objetivos .....	22
1.4.1. Objetivo general.....	22
1.4.2. Objetivos específicos .....	23
1.5. Justificación .....	23
2. Marco de referencias.....	26
2.1. Revisión de literatura .....	26
2.1.1. Análisis bibliométrico.....	26
2.1.2. Análisis preliminar de literatura.....	36
2.2. Marco teórico .....	43
2.2.1. Problema de optimización.....	43
2.2.2. Tipos de modelamiento matemático .....	43
2.2.3. Programación lineal entera mixta .....	44
2.2.4. Complejidad computacional .....	45
2.2.5. Métodos heurísticos .....	46
2.2.5.1. Algoritmo búsqueda armónica (Harmony Search, HS).. .....	47
2.2.6. Rotación y secuenciación de cultivos agrícolas.....	48
3. Modelo MILP para el problema de rotación de cultivos.....	49

3.1. Definición del modelo.....	49
3.2. Notaciones.....	50
3.2.1. Índices .....	50
3.2.2. Parámetros de entrada .....	50
3.2.3. Variables de decisión.....	50
3.2.4. Modelo matemático.....	50
3.3. Calibración de parámetros e implementación para el modelo MILP.....	53
3.3.1. Cultivos transitorios establecidos (i).....	56
3.3.2. Rendimientos de producción.....	57
3.3.3. Ciclos de producción.....	60
3.3.4. Precios por cultivo .....	64
3.3.5. Periodos de siembra y cosecha ( $S_i$ y $E_i$ ) .....	66
3.3.6. Costos de producción .....	69
3.4. Evaluación de instancias .....	70
3.4.1. Instancia 1: 4 cultivos y 12 periodos en horizonte de planeación.....	75
3.4.2. Instancia 2: 4 cultivos y 24 periodos en el horizonte de planeación.....	76
3.4.3. Instancia 3: 4 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra y cosecha .....	77
3.4.4. Instancia 4: 5 cultivos y 12 periodos en el horizonte de planeación.....	79
3.4.5. Instancia 5: 5 cultivos y 24 periodos en el horizonte de planeación.....	80
3.4.6. Instancia 6: 5 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha. ....	82

3.4.7. Instancia 7: 6 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha ..... 83

3.4.8. Instancia 8: 8 cultivos, 24 periodos en horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha ..... 85

3.5. Esquemas de rotación..... 88

3.6. Evaluación de esquemas de rotación ..... 92

3.6.1. Esquema 1 sin calendario..... 93

3.6.2. Esquema 1 con calendario..... 93

3.6.3. Esquema 2 sin calendario..... 94

3.6.4. Esquema 2 con calendario..... 95

3.6.5. Esquema 3 sin calendario..... 96

3.6.6. Esquema 3 con calendario..... 97

3.6.7. Esquema 4 sin calendario..... 98

3.6.8. Esquema 5 sin calendario..... 99

3.6.9. Esquema 5 con calendario..... 100

4. Algoritmo de búsqueda armónica (HS) para el problema de CR ..... 101

4.1. Modelo ..... 103

4.2. Parámetros..... 104

4.3. Desarrollo del algoritmo ..... 106

4.3.1. Tamaño del vector de índices ..... 109

4.3.2. Función objetivo y restricciones para el algoritmo HS.....110

4.3.3. Índices .....111

4.3.4. Parámetros de entrada .....111

4.3.5. Variables de decisión.....	111
4.3.6. Modelo .....	112
4.3.7. Parámetros definidos para el uso del algoritmo HS.....	114
4.3.8. Evaluación de instancias en el algoritmo HS.....	117
4.3.8.1. Evaluación de instancia 1.....	118
4.3.8.2. Evaluación de instancia 2.....	120
4.3.8.3. Evaluación de instancia 3.....	122
4.3.8.4. Evaluación instancia 4. ....	125
4.3.8.5. Evaluación instancia 5 .....	127
4.3.8.6. Evaluación instancia 6 .....	129
5. Resultados .....	132
6. Discusiones .....	144
7. Artículo publicable.....	148
8. Conclusiones.....	149
9. Recomendaciones.....	150
Referencias bibliográficas.....	152

### Lista de figuras

<b>Figura 1</b> Ecuaciones - primer búsqueda.....	28
<b>Figura 2</b> Ecuaciones - Segunda búsqueda.....	29
<b>Figura 3</b> Ecuaciones - Tercera búsqueda .....	31
<b>Figura 4</b> Ecuaciones por año para CR .....	32
<b>Figura 5</b> Documentos afiliados por institución.....	33
<b>Figura 6</b> Diagrama de relación - Palabras claves.....	35
<b>Figura 7</b> Diagrama de relación para la cita de autores.....	35
<b>Figura 8</b> Pasos para iniciar una búsqueda armónica .....	47
<b>Figura 9</b> Ventajas de la rotación de cultivos .....	48
<b>Figura 10</b> Rendimiento hortalizas (Zanahoria, repollo, lechuga, cebolla) y tubérculo ( Papa) ..	59
<b>Figura 11</b> Rendimientos leguminosos (Arveja y Frijol) y cereal (Maíz).....	59
<b>Figura 12</b> Declaración de conjuntos, alias y parámetros .....	72
<b>Figura 13</b> Declaración de variables y ecuaciones .....	73
<b>Figura 14</b> Definición de ecuaciones, declaración y solución del modelo.....	74
<b>Figura 15</b> Impresión de variables en GAMS para instancia 1 .....	75
<b>Figura 16</b> Calendario de producción para cultivos de instancia 1 .....	76
<b>Figura 17</b> Impresión de variables en GAMS para instancia 2 .....	76
<b>Figura 18</b> Calendario de producción para cultivos de instancia 2 .....	77
<b>Figura 19</b> Impresión de variables en GAMS para instancia 3 .....	78
<b>Figura 20</b> Calendario de producción para cultivos de instancia 3 .....	78
<b>Figura 21</b> Impresión de variables en GAMS para instancia 4 .....	79
<b>Figura 22</b> Calendario de producción para cultivos de instancia 4 .....	80

**Figura 23** Impresión de variables en GAMS para instancia 5 ..... 81

**Figura 24** Calendario de producción para cultivos de instancia 5 ..... 81

**Figura 25** Impresión de variables en GAMS para instancia 6 ..... 82

**Figura 26** Calendario de producción para cultivos de instancia 6 ..... 82

**Figura 27** Impresión de variables en GAMS para instancia 7 ..... 84

**Figura 28** Calendario de producción para cultivos de instancia 7 ..... 84

**Figura 29** Impresión de variables en GAMS para instancia 8 ..... 85

**Figura 30** Calendario de producción para cultivos de instancia 8 ..... 86

**Figura 31** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 1 sin calendario .... 93

**Figura 32** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 1 con calendario .... 94

**Figura 33** Calendario de producción para cultivos esquema de rotación 2 sin calendario ..... 95

**Figura 34** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 2 con calendario .... 95

**Figura 35** Calendario de producción para cultivos esquema de rotación 3 sin calendario ..... 96

**Figura 36** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 3 con calendario .... 97

**Figura 37** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 4 sin calendario ..... 98

**Figura 38** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 4 con calendario .... 99

**Figura 39** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 5 sin calendario ..... 99

**Figura 40** Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 5 con calendario .. 100

**Figura 41** Pseudocódigo general del algoritmo búsqueda armónica (HS)..... 106

**Figura 42** Estructura de vector solución para el algoritmo HS..... 107

**Figura 43** Relación vector de índices y matriz de datos para instancias..... 108

**Figura 44** Código de la función objetivó con penalizaciones en el lenguaje Python .....114

**Figura 45** Código de memoria armónica en el lenguaje de programación Python.....115

**Figura 46** Código del bucle principal de HS en el lenguaje de programación Python .....116

**Figura 47** Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 1 ...119

**Figura 48** Mejores armonías para instancia 1 .....119

**Figura 49** Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 2 .. 121

**Figura 50** Mejores armonías para instancia 2 ..... 121

**Figura 51** Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 3 .. 123

**Figura 52** Mejores armonías para instancia 3 ..... 124

**Figura 53** Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 4 .. 126

**Figura 54** Mejores armonías para instancia 4 ..... 126

**Figura 55** Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 5 .. 128

**Figura 56** Mejores armonías para instancia 4 ..... 129

**Figura 57** Mejores armonías para instancia 6 ..... 131

**Figura 58** Grafica de tiempo de cómputo para instancias del modelo MILP ..... 133

**Figura 59** Grafica para el valor de la función objetivo en cada instancia para el algoritmo HS 136

**Figura 60** Grafica del tiempo de cómputo en cada instancia para el algoritmo HS ..... 137

**Figura 61** Distribución de armonías en la memoria armónica antes de armonizar..... 139

**Figura 62** Distribución de armonías en la memoria armónica después de armonizar ..... 140

**Figura 63** Variación de parámetros de HS ( HMCR constante y cambios en PAR) ..... 141

**Figura 64** Variación de parámetros de HS ( PAR constante y cambios en HMCR) ..... 142

### Lista de tablas

<b>Tabla 1</b> Resultados primeros motores de búsqueda .....	26
<b>Tabla 2</b> Tipo y numero de resultados - Primera ecuación .....	28
<b>Tabla 3</b> Lista de Tesauros y términos asociados .....	29
<b>Tabla 4</b> Documentos por país .....	33
<b>Tabla 5</b> Ecuaciones - Cuarto búsqueda .....	34
<b>Tabla 6</b> Clases de complejidad computacional .....	45
<b>Tabla 7</b> Porcentaje de producción por cultivo en Nariño - 2023.....	57
<b>Tabla 8</b> Rendimientos por cultivo .....	60
<b>Tabla 9</b> Ciclos de producción por cultivo .....	63
<b>Tabla 10</b> Precios por cultivos en centrales mayoristas de Nariño.....	64
<b>Tabla 11</b> Precios por cultivos .....	66
<b>Tabla 12</b> Calendario de siembra y cosecha .....	68
<b>Tabla 13</b> Costos de producción por cultivo.....	69
<b>Tabla 14</b> Parámetros del modelo MILP .....	70
<b>Tabla 15</b> Consideraciones generales para cada instancia.....	71
<b>Tabla 16</b> Tiempo de cómputo y valor función objetivo por instancias para modelo MILP.....	86
<b>Tabla 17</b> Esquemas de rotación.....	91
<b>Tabla 18</b> Parámetros de algoritmo búsqueda armónica.....	105
<b>Tabla 19</b> Estructura de matriz de datos .....	107
<b>Tabla 20</b> Tamaño de vector para instancias.....	110
<b>Tabla 21</b> Parámetros finales para HS .....	114
<b>Tabla 22</b> Parámetros para cada instancia .....	117

<b>Tabla 23</b> Matriz de datos para instancia 1 .....	118
<b>Tabla 24</b> Matriz de datos para instancia 2 .....	120
<b>Tabla 25</b> Matriz de datos para instancia 3 .....	122
<b>Tabla 26</b> Valor función objetivo para armonías de instancia 3 .....	123
<b>Tabla 27</b> Matriz de datos para instancia 4 .....	125
<b>Tabla 28</b> Matriz de datos para instancia 5 .....	127
<b>Tabla 29</b> Valor función objetivo para armonías de instancia 5 .....	127
<b>Tabla 30</b> Matriz de datos para instancia 6 .....	129
<b>Tabla 31</b> Valor función objetivo para armonías de instancia 6 .....	130
<b>Tabla 32</b> Tiempo de cómputo y valor función objetivo por instancias para algoritmo HS.....	131
<b>Tabla 33</b> Relación de cultivos presentes en instancias y esquemas de rotación .....	134

### **Lista de apéndices**

**Apéndice A.** Tabla resumen de artículos científicos enfocados en planeación agrícola

**Apéndice B.** Grafías de distribución de periodos de siembra y cosecha por cultivos

**Apéndice C.** Códigos para instancias desarrolladas en el software GAMS

**Apéndice D.** Códigos para instancias desarrollados en el IDE Spyder y lenguaje de programación Python

**Apéndice E.** Artículo de carácter publicable

## Resumen

Título del proyecto\*

“MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA (MILP) PARA LA SECUENCIACIÓN Y ROTACIÓN DE CULTIVOS AGRÍCOLAS RESUELTO MEDIANTE ALGORITMO DE BÚSQUEDA ARMÓNICA (HS).”

Autor: Jeset David Caipe Ortiz

Palabras clave:

Rotación y Secuenciación de Cultivos Agrícolas, CR, Planeación agrícola, Programación Lineal Entera Mixta, Algoritmo Búsqueda Armónica, HS.

Descripción:

En la presente investigación se estudia el problema de rotación y secuenciación de cultivos en el proceso de planeación para la producción agrícola (Crop Rotation, CR) teniendo en cuenta un conjunto de cultivos transitorios relevantes para una zona delimitada en el departamento de Nariño. Para solucionar este problema se propone y diseña un modelo de programación lineal entero mixto implementado en el software GAMS® y se plantea una alternativa de solución para el modelo desarrollado mediante el algoritmo Búsqueda Armónica.

Para desarrollar el modelo lineal entero mixto, se definen la función objetivo, las restricciones y los parámetros, con el propósito de identificar la solución óptima que maximice los ingresos del agricultor. Se proponen varias instancias para evaluar el desempeño del modelo al variar cada parámetro y verificar el cumplimiento de las reglas de rotación de cultivos en cada caso. Además, se implementó un algoritmo de búsqueda armónica en Python como método alternativo, y se compararon sus resultados con los obtenidos mediante el modelo lineal entero mixto. Estos resultados ofrecen una solución integral al problema de optimización, maximizando los ingresos y, al mismo tiempo, cumpliendo con las reglas de rotación de cultivos.

**Abstract**

Project title:

“MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING (MILP) MODEL FOR AGRICULTURAL CROP SEQUENCING AND ROTATION SOLVED BY HARMONIC SEARCH (HS) ALGORITHM”

Author: Jeset David Caipe Ortiz

Keywords:

Agricultural Crop Rotation and Sequencing, CR, Agricultural Planning, Mixed Integer Linear Programing, Harmonic Search Algorithm, HS.

Description:

This research studies crop rotation and sequencing problems in the planning process for agricultural production (Crop Rotation, CR), considering a set of relevant transitory crops for a delimited area in the department of Nariño. To solve this problem, a mixed integer linear programming model implemented in GAMS® software was proposed and designed, and an alternative solution was proposed for the model developed using the Harmonic Search algorithm.

To develop the linear mixed-integer model, the objective function, constraints, and parameters are defined to identify the optimal solution that maximizes the farmer's income. Several instances are proposed to evaluate the model's performance by varying each parameter and verifying compliance with crop rotation rules in each case. Additionally, a harmony search algorithm was implemented in Python as an alternative method, and its results were compared with those obtained from the linear mixed-integer model. These results provide a comprehensive solution to the optimization problem, maximizing revenue while adhering to crop rotation rules.

**Tabla de cumplimiento de objetivos**

<b>Objetivo</b>	<b>Cumplimiento</b>
Identificar diferentes modelos matemáticos relacionados con la rotación de cultivos en la planeación de la producción agrícola a través de una revisión de literatura con el fin de determinar las diferentes estrategias de modelado y técnicas de solución.	Capítulo 2.
Adaptar un modelo matemático de programación entera mixta asociado al problema de siembra y rotación de cultivos en determinada unidad de producción agrícola en una región del país	Capítulo 3.
Solucionar el modelo matemático propuesto mediante la implementación del algoritmo metaheurístico Búsqueda Armónica.	Capítulo 4.
Evaluar el desempeño del algoritmo implementado a través de instancias de benchmarking.	Capítulo 5.
Socializar los resultados de la investigación mediante el desarrollo de un artículo de carácter publicable.	Capítulo 7. - Apéndice E.

## Introducción

La agricultura es importante para el crecimiento económico en el sentido de que garantiza la subsistencia de la sociedad, sin la cual el crecimiento no sería posible. Así, bajo esta premisa, actualmente el sector agrícola sigue desempeñando un papel fundamental para el desarrollo, especialmente en los países de bajos ingresos donde el sector es grande tanto en términos de los ingresos asociados a las cadenas de producción, así como a la gran disponibilidad de mano de obra (Dethier & Effenberger, 2012). Por esta razón, es necesario enfocarse en desarrollar e implementar prácticas que permitan aprovechar al máximo el potencial presente en la actividad agrícola y que replacen la agricultura intensiva que solamente compromete la sostenibilidad del suelo y son económica y socialmente inviables. Sin embargo, la optimización en la agricultura es una cuestión muy compleja, que se caracteriza por la interacción de un gran número de factores, como la asignación de recursos y la incertidumbre de la información (Filippi, Mansini, & Stevanato, 2017). Por esta razón, establecer prácticas agrícolas que optimicen el uso del suelo es más que deseado.

La rotación de cultivos es una de las prácticas más antiguas y ampliamente utilizadas para lograr hacer frente a la producción intensiva (monocultivos) y se basa en lograr establecer una secuencia de cultivos en un horizonte de tiempo. La elección de la secuencia es principalmente una decisión de gestión basada en el deseo de optimizar, por ejemplo, los objetivos financieros, agrícolas o medioambientales (Castellazzi et al., 2008).

En este contexto de aplicación, los modelos matemáticos representan valiosas herramientas de apoyo a los agricultores a la hora de tomar decisiones sobre la selección de cultivos y su asignación a los campos (problema de planificación de cultivos) y sobre las sucesiones temporales de los cultivos a lo largo de los años (problema de rotación de cultivos) (Filippi et al., 2017). Por esta razón, durante los últimos años se ha realizado diferentes investigaciones en las que se

desarrollan modelos matemáticos con el objetivo de obtener una óptima rotación de cultivos. Como anteriormente se menciona, el proceso de rotación contempla un gran número de variables, y es aquí donde cada modelo tiene la capacidad de adaptarse a las necesidades de los tomadores de decisiones.

Por ejemplo, el modelo de programación lineal es uno de los más usados para el problema de rotación y asignación. Hay varias investigaciones que se centran en el desarrollo de este modelo (Alfandari, Plateau, & Schepler, 2015a; dos Santos, Costa, Arenales, & Santos, 2010; Muhammed Jaslam, Joseph, Paul Lazarus, & Rakhi, 2018; Osama, Elkholy, & Kansoh, 2017a; Sarker, Talukdar, & Anwarul Haque, 1997; Schönhart, Schmid, & Schneider, 2011; Singh, Jaiswal, Reddy, Singh, & Bhandarkar, 2001) y que en su mayoría tiene el objetivo de maximizar los ingresos de los agricultores, sin embargo la diferencia entre cada modelo recae en el conjunto de restricciones. Así, cada investigación se centra en establecer un correcto uso del suelo, del recurso hídrico, disponibilidad de mano de obra o el cumplimiento de requerimientos ambientales. Todo este conjunto de limitaciones que son asignadas a los modelos permite optimizar el uso del suelo sin comprometer su sostenibilidad.

Otro modelo que ha tomado mayor presencia en las investigaciones a través del tiempo, es el modelo de programación de enteros mixtos (Benetto, Capitanescu, Marvuglia, & Guti, 2017; Filippi et al., 2017; Huang, Yang, & Kuo, 2020; Pakawanich, Udomsakdigool, & Khompatraporn, 2020), que al tener en cuenta diferentes tipos de variables, permite una mejor representación matemática de la asignación y rotación de cultivo. Otro aspecto relevante de este modelo es tener en cuenta fenómenos que antes no podían ser integrados a los modelos, logrando obtener una solución óptima con una mayor certeza. Sin embargo, a medida que los modelos incorporan un mayor número de variables, la complejidad computacional para encontrar una solución también

crece. En consecuencia, para encontrar la solución a los modelos de enteros mixtos se han venido utilizando métodos heurísticos (Galán-Martín, Pozo, Guillén-Gosálbez, Antón Vallejo, & Jiménez Esteller, 2015; Haneveld & Stegeman, 2005; Li, Rodriguez, Zhang, & Ma, 2015a; You & Hsieh, 2017), que se basan en métodos iterativos para encontrar una solución óptima en un espacio de tiempo computacional menor.

Lamentablemente, a pesar de identificar que la rotación de cultivos es una práctica que puede hacer frente a las problemáticas en la agricultura, actualmente en el contexto agrícola Colombiano no se identifican estudios en donde se apliquen modelos matemáticos para apoyar el proceso de rotación de cultivos. Mas aun, para Colombia, según el último censo agropecuario del DANE, se identifica que el 35% del área disponible para uso agrícola se dispone para productos agroindustriales, en los cuales se presentan los monocultivos y una agricultura intensiva. En consecuencia, es necesario evaluar el impacto que puede lograr la práctica de rotación de cultivos en el contexto agrícola Colombiano.

Dicho lo anterior, se ve la necesidad de establecer una investigación centrada en desarrollar un modelo de programación lineal entero mixto con el objetivo de maximizar los ingresos de los agricultores a través de la correcta asignación y rotación de cultivos. En consecuencia, se identificarán y se caracterizaran las principales restricciones que acobijan el contexto agrícola local, para de esta forma lograr incorporar estas restricciones al modelo que se va a desarrollar. De igual forma, como se ha venido desarrollando en los modelos matemáticos presentes en la literatura, esta investigación se enfocará en aplicar un método heurístico que apoye la solución del modelo, el algoritmo de Búsqueda Armónica. Así, se logrará contrastar la eficiencia en cuanto a la disposición del suelo y el uso adecuado de los recursos obtenidos por una rotación, contra las practicas actualmente usadas en la producción agrícola Colombiana.

Por tal razón, en el presente documento se presenta el plan de proyecto; constituido por: la definición del proyecto, una revisión de literatura, el planteamiento del problema, los objetivos trazados y sus respectivos resultados esperados, el marco de referencia, la metodología con la cual se desarrollará el proyecto, la estructura para la presentación del libro final, el cronograma de actividades y, finalmente, el presupuesto.

## **1. Generalidades del proyecto**

### **1.1. Título del proyecto**

Modelo de programación lineal entero mixto para la secuenciación y rotación de cultivos agrícolas resultado mediante el algoritmo búsqueda armónica.

### **1.2. Responsables del proyecto**

NOMBRE AUTOR: Jeset David Caipe Ortiz

E-MAIL AUTOR: [111caipeortizdavid@gmail.com](mailto:111caipeortizdavid@gmail.com)

TELÉFONO DEL AUTOR: 318 836 0120

NOMBRE DIRECTOR: Leonardo Hernán Talero Sarmiento

E-MAIL DIRECTOR: [lehetasa@correo.uis.edu.co](mailto:lehetasa@correo.uis.edu.co)

NOMBRE DIRECTOR DEL GRUPO DE INVESTIGACIÓN: Néstor Raúl Ortiz Pimientos

E-MAIL DIRECTOR GRUPO DE INVESTIGACIÓN: [nortiz@uis.edu.co](mailto:nortiz@uis.edu.co)

### **1.3. Planteamiento del problema**

La agricultura es uno de los eslabones más importantes dentro de la economía mundial, por lo cual representa una valiosa fuente de ingresos y empleo en los diferentes sectores productivos,

es decir, no sólo beneficia a los países de vocación agrícola (Filippi et al., 2017). Debido a esto, el sector agrícola, es un actor principal ya que se espera que, para los próximos 40 años, se aumente la producción de alimentos en aproximadamente 70%, con el reto de usar la misma área cultivada, disminuir los costos de energía y otros insumos; lo anterior, en miras de afrontar el cambio climático (Dogliotti, Rodríguez, Tiftonell, & Rossing, 2014).

En ese sentido, la intensificación de la agricultura no es la solución al problema de seguridad alimentario, ya que la agricultura intensiva impacta aumentando la contaminación y socavando la biodiversidad (Memmah, Lescourret, Yao, & Lavigne, 2015). Es necesario recalcar que los sistemas agrícolas generalmente se consideran sostenibles si se mantiene a sí mismo durante un largo periodo de tiempo, es decir, si son económicamente viables, ambientalmente seguros y socialmente justos. En particular las prácticas agrícolas sostenibles generalmente se solicitan para incorporar alternativas a los fertilizantes y pesticidas tóxicos, evitar la labranza excesiva (García-Préchac, Ernst, Siri-Prieto, & Terra, 2004) y preservar los suelos (Alfandari et al., 2015a).

A partir de esta problemática, esta investigación se enfoca en la práctica agronómica de rotación de cultivos (CR) como alternativa para un mejor uso del suelo y los recursos destinados a la actividad agrícola. Las rotaciones de cultivos afectan el desempeño económico y ambiental de los sistemas de cultivos y son importantes para el diseño y la realización de sistemas agrícolas sostenibles (Schönhart et al., 2011).

Es importante resaltar que, el proceso de rotación implica la resolución de diversas variables de decisión (cantidad de productos a cultivar, ingresos, requerimientos, entre otros) y considera múltiples limitaciones (disponibilidad y costos asociados a cada recurso, por ejemplo), teniendo en cuenta lo anterior, es posible modelar matemáticamente la toma de decisiones asociada

a la rotación de cultivos mediante programación matemática. Sin embargo, esta estrategia presenta algunas limitaciones a pesar de las aplicaciones exitosas reportadas en la literatura. Dentro de estas limitaciones se destaca la gran cantidad de variables enteras en problemas que involucran grandes áreas geográficas, a esto se suman problemas que tienen una gran cantidad de objetivos y restricciones no lineales, como suele ser el caso de la optimización del suelo y por último, la creciente complejidad de los problemas de uso del suelo también involucra a los interesados y tomadores de decisiones cada vez más involucrados en el proceso de asignación del uso de tierra (Memmah et al., 2015).

Por estas razones, este proyecto de grado se centra en la aplicación de un modelo de programación matemática para presentar la rotación de cultivos asociados a una región productiva del país y, teniendo en cuenta la complejidad computacional de los métodos de solución exactos, se implementara un algoritmo de solución metaheurístico de búsqueda armónica (*Harmony Search*), que es un algoritmo aproximado de propósito general que consiste en procedimientos iterativos que guía una heurística combinada de forma inteligente, distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda (Cobos Lozada, Pérez., & Estupiñan., 2011), y que ha sido usado por investigadores del grupo OPALO (Escobar, Laura; Garavito, Edwin; Talero, 2018), enfocado en la investigación científica en desarrollo de modelos de optimización, simulación, Big Data Analytics y manufactura inteligente para la resolución de problemas relativos a los sistemas productivos, administrativos y logísticos.

## **1.4. Objetivos**

### ***1.4.1. Objetivo general***

Proponer un modelo matemático para representar la asignación y rotación de cultivos en un predio agrícola.

#### **1.4.2. *Objetivos específicos***

- Identificar diferentes modelos matemáticos relacionados con la rotación de cultivos en la planeación de la producción agrícola a través de una revisión de literatura con el fin de determinar las diferentes estrategias de modelado y técnicas de solución.
- Adaptar un modelo matemático de programación entera mixta asociado al problema de siembra y rotación de cultivos en determinada unidad de producción agrícola en una región del país.
- Solucionar el modelo matemático propuesto mediante la implementación del algoritmo metaheurístico Búsqueda Armónica.
- Evaluar el desempeño del algoritmo implementado a través de instancias de benchmarking.
- Socializar los resultados de la investigación mediante el desarrollo de un artículo de carácter publicable.

#### **1.5. Justificación**

Actualmente la agricultura es uno de los eslabones más importantes dentro de la economía mundial y representa una valiosa fuente de ingresos y empleo en los diferentes sectores productivos, es decir, beneficia a los países de vocación agrícola (Filippi et al., 2017). Debido a que constituye uno de los instrumentos más eficaces para combatir la pobreza extrema en el mundo, impulsar la prosperidad compartida de las naciones y alimentar a el total de población, que se estima sea para el año 2050 de 9700 millones. (Banco Mundial, 2014). Por esta razón la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO por sus siglas en inglés) ha establecido un conjunto de objetivos enfocados en suplir las necesidades alimentarias a través de una óptima cadena de suministros que puedan garantizar tener acceso a suficientes

alimentos nutritivos, manteniendo los recursos naturales, salvaguardando la biodiversidad y transformando los sistemas de producción de alimentos y el sector rural, a la vez que aumenta la productividad y los ingresos de los pequeños agricultores, los pescadores, los silvicultores y los pastores (Estado & La, Mundial D E, 2017).

Dentro de los países miembros de la FAO (*Food and Agriculture Organization*) se encuentra Colombia, esto significa que también tiene como compromiso lograr cumplir con los objetivos anteriormente mencionados. Actualmente Colombia tiene un 81.4 % del área rural con vocación para uso agrícola (M. Perfetti, Corral, Carlos, & Prada Lombo, 2015), sin embargo solamente emplea el 24.1 % del potencial según las cifras oficiales del IGAC (J. J. Perfetti & Hernández, 2013). Esto muestra el enorme potencial productivo el cual aseguraría la demanda de alimentos del país y, si se utilizan las ventajas comparativas asociadas a su localización intertropical que trae como beneficio la disponibilidad de luz durante todo el año, su variedad de pisos térmicos, la disponibilidad de suelos para diferentes usos agrícolas que no se encuentra concentrada en una determinada región si no que por el contrario se hayan dispersas por toda la geografía Colombiana y se le suma también el hecho de que presenta un número muy importante de personas que viven en zonas rurales, que tienen las actividades agropecuarias como su principal sustento de vida. Y son estas ventajas las que ponen a Colombia en el puesto 25 entre 233 países con mayor potencial agrícola (Vélez et al., 2010). Por tanto, la disponibilidad de suelos aptos, de suficiente tierra y de los demás recursos naturales, como el agua, los bosques y el clima; constituye una invaluable oportunidad, una indiscutible ventaja estratégica y una sólida base para el desarrollo dinámico de la agricultura colombiana (J. J. Perfetti & Hernández, 2013).

Como resultado de las problemáticas que afronta todo el territorio Colombiano y su capacidad agrícola, a través de esta investigación se identifica que el país dispone de suficientes

suelos y tierras que, mediante la planificación y el ordenamiento territorial, pueden consolidar su seguridad alimentaria y producir, con creces, recursos para la nación (Malagón, 2002).

Teniendo en cuenta la problemática presente en el sector agrícola de Colombia, así como los lineamientos que buscan a nivel global el fortalecimiento del sector agrícola, se identifican las oportunidades de optimizar los diferentes procesos en la producción. Desde la ingeniería industrial y específicamente desde el campo de la investigación de operaciones (IO), se propone una IO enfocada en el sector agrícola (IOA) desde donde se propone brindar una herramienta que pueda mitigar o eliminar alguna de las problemáticas en la producción agrícola.

Este proyecto busca enfocar sus esfuerzos por optimizar los procesos productivos del suelo utilizado para la producción de productos agrícolas, y principalmente el proceso de rotación de cultivos de forma adecuada, a través de modelamiento matemático que proporcione una solución que optimice los valores de la producción obtenida.

La importancia de la rotación de cultivos recae en que es una alternativa del sistema de cultivo que puede reducir la dependencia de la agricultura de los insumos externos a través del reciclaje interno de nutrientes, el mantenimiento de la productividad a largo plazo de la tierra y de la ruptura de los ciclos de malezas y enfermedades. (Schwab & Schwab, 1998). A partir de este punto, se presentarán los diferentes aportes que desde la IO se han realizado para apoyar el proceso de rotación de cultivos orientados en la creación de modelos matemáticos.

Con el fin de proporcionar una herramienta que proponga optimizar la producción esperada por una unidad de producción agrícola el siguiente proyecto propones un modelo de programación entero mixto para abordar el problema de secuenciación y rotación de cultivos agrícola.

## 2. Marco de referencias

### 2.1. Revisión de literatura

#### 2.1.1. Análisis bibliométrico

Para el desarrollo de la presente investigación, el primer paso fue establecer una perspectiva con mayor detalle sobre el problema de Secuenciación y Rotación de Cultivos Agrícolas (*Crop Rotation*, CR). A través de una búsqueda y análisis de la literatura científica se establecerá un punto de partida que permita medir la actividad científica, su evolución y el estado actual sobre la problemática abordada para este proyecto.

Así, mediante una primera exploración generalizada en diferentes motores de búsqueda como *Google Escolar*, *AGOSAVIA* y *FAO (Tabla 1)*, se logra evidenciar que el problema de secuenciación y rotación de cultivos ha sido abordado en los últimos años debido a que representa un factor importante en la planeación de la producción a nivel de granja y también se presenta como una alternativa para los modelos de producción agrícolas convencionales (monocultivos), los cuales generan efectos contraproducentes al medio ambiente (Agustín, Morales, Groot, & Adri, 2021). Esta primera búsqueda permite identificar la pertinencia del tema a ser investigado y da un acercamiento de los principales enfoques que son tenidos en cuenta en el problema de CR.

**Tabla 1**

*Resultados primeros motores de búsqueda*

MOTOR DE BÚSQUEDA	NUMERO DE RESULTADOS
<i>Google Escolar</i>	122.000
<i>FAO (Página oficial)</i>	31.500
<i>AGROSAVIA (Biblioteca digital)</i>	1.561

Sin embargo, el contenido encontrado en este primer acercamiento es en su mayoría, literatura gris. Este contenido gris no es el más apropiado para esta investigación debido a su difícil

acceso, y que la mayoría del contenido no se ajusta a las normas de control bibliográfico. Por esto, se decide utilizar las herramientas electrónicas disponibles en la biblioteca de la Universidad Industrial de Santander. Estas herramientas permitirán un mayor acceso a contenido científico especializado que cuenta con la información necesaria para lograr realizar un análisis bibliométrico de la producción científica relacionada con el presente tema de investigación.

La bibliometría es el proceso mediante el cual se cumplirá el objetivo de estudiar y analizar la actividad científica en las bases de datos disponibles. Las bases de datos elegidas para el análisis de este proyecto son ScienceDirect y Scopus. La decisión de elegir estas bases es debido a que Scopus desde el año 2010 se ha comprometido a ampliar aún más su cobertura de publicaciones, citas y también cabe resaltar que en Scopus no es frecuente la presencia de “*citas perdidas*” que son generadas por registros duplicados para el mismo artículo (Harzing & Alakangas, 2016). Y complementariamente se usa la base de datos ScienceDirect, la cual contiene un alto volumen de información científica multidisciplinar publicados por Elsevier, uno de los principales editores internacionales.

Por consiguiente, para logra una correcta búsqueda dentro de estas bases de datos, se establecen los siguientes terminos claves, los cuales agrupan de forma generalizada los temas de los cuales se desea obtener contenido científico: agricultura (*Agricultural*), planeación de área (*Area Planing*), rotación de cultivos (*Crop rotation*), modelo matemático (*Mathematical model*) y programación lineal (*Lineal Programing*). Así, con los términos claves ya establecidos se plantea una ecuación de búsqueda. La ecuación de búsqueda tiene como finalidad expresar la relación lógica entre los términos claves seleccionados y de esta forma poder obtener como resultado contenido científico relevante para esta investigación. Las ecuaciones de búsqueda establecidas para la primera revisión se presentan a continuación (*Figura 1*):

**Figura 1***Ecuaciones - primer búsqueda*


---

 Science Direct: *Crop Rotation And Linear Programing T-K-A (Land use Or Mathematical Models)*

 Scopus: *"Crop rotation" AND ("Linear programming" OR "MILP" OR "mathematical modeling")*


---

Luego de hacer un análisis y lectura del contenido recuperado en cada base de datos con las ecuaciones de búsqueda, los resultados estaban compuestos por varios artículos científicos, capítulos de libros, revisiones, entre otros (*Tabla 2*).

**Tabla 2***Tipo y numero de resultados - Primera ecuación*

Base de datos Tipo de Documento	Scopus	Science Direct
<i>Artículos</i>	84	899
<i>Libros</i>	2	287
<i>Revisiones</i>	1	97
<i>Otros</i>	13	426
<i>Total</i>	100	1709

Después de realizar esta primera búsqueda, se analiza y se logra identificar que gran volumen del contenido encontrado no está relacionado dentro del tema de investigación. Esto principalmente es generado por la ambigüedad de los términos claves que fueron usados y la falta de operadores en cada una de las ecuaciones. Para evitar la ambigüedad de los términos, se harán uso de los tesauros. Los tesauros como le define Van Slype (1991) son: “Una lista estructurada de conceptos destinados a representar de manera univoca el contenido de los documentos y las consultas dentro de un sistema documental determinado y a ayudar al usuario en la indización de

los documentos y de las consultas” (pg. 7). Los tesauros son un instrumento que estructuran la información y permite un mejor acceso a los registros bibliográficos. Se elije los tesauros de la UNESCO ya que son de carácter multidisciplinario y disponibles en cuatro idiomas. Los correspondientes tesauros para los términos claves son:

**Tabla 3**

*Lista de Tesauros y términos asociados*

Termino Clave	<i>Agricultura</i>	<i>Rotación de cultivo</i>	<i>Modelo matemático</i>	<i>Programación lineal</i>
Tesauros Español	Planificación agrícola, suelo agrícola, uso de suelo, economía de suelo	Cultivos, sistemas de cultivos	Investigación operativa, modelos de simulación	Investigación Operativa, Optimización
Tesauros Ingles	Agricultural planing, agicultural land, land use, land economy	Crop, Crop systems	Operational research, simulation models	Operational research, optimization

Ahora, se hace la reformulación de las respectivas ecuaciones de búsqueda (*Figura 2*) teniendo en cuenta los tesauros obtenidos y asignando operadores que permitan una mayor precisión del material científico resultante. Cabe destacar que las bases de datos tienen mecanismos diferentes en cuanto al planteamiento de la ecuación de búsqueda en la opción avanzada, consecuente a esto se establecen dos ecuaciones para cada una de las bases de datos.

**Figura 2**

*Ecuaciones - Segunda búsqueda*

---

Science Direct: *Crop Rotation And Linear Programing NOT (Energy Or Biomass) T-K-A (Modelling Or Linear Programing)*

---

Scopus: (“*Crop rotation*” OR “*Crop allocation*”) AND (“*Linear programming*” OR “*MILP*” OR “*mathematical modeling*” OR “*optimize*”)

---

Se resalta que para la ecuación formulada en Scopus tiene cambios significativos en cuanto a sus operadores lógicos, se añade el truncador “\$” para tomar en cuenta un número múltiple de caracteres que acompañan a la palabra *crop* y *model*. Otro truncador usado fueron las comillas para los términos que componen la ecuación, permitiendo recuperar todos los documentos que tenga textualmente estos términos en su contenido. Por otro lado, a la ecuación de Science Direct se añade el booleano NOT para evitar dentro de los resultados contenido científico que se enfoquen en aspectos de cultivos destinados a producción de energía con biomasa o temas a fines.

Luego de ampliar y estructurar con más detalles las ecuaciones de búsqueda, se obtiene como resultado un 23,3% menos de documentos respecto al primer acercamiento. Sin embargo, sigue siendo un número elevado de material científico y es necesario estructurar con mayor precisión cada ecuación en la base de datos correspondiente y obtener específicamente artículos científicos que tengan un acceso abierto sobre los temas de rotación de cultivos, planificación de la producción agrícola y principalmente el uso de modelamiento matemático como mecanismos de solución para los problemas de estas temáticas.

Como se mencionó anteriormente, la ecuación planteada en la base de datos Science Direct se estructura de forma diferente debido a su motor de búsqueda, y se modifica para una mayor depuración de la siguiente forma. En el campo *Find articles with these terms* se estructura toda la ecuación planteada, añadiendo las comillas como truncador para la expresión “*Linear programming*”. Seguido a esto, en el campo de *Title, abstract or author-specified keywords* se integra

los terminos de “*modelling*” y “*linear Programing*” con el operador OR. Estos cambios están dirigidos a dar mayor precisión a los resultados que se buscan para este tema de investigación.

Por otro lado, en Scopus se añadió a la ecuación de búsqueda las frases *crop allocation* y *optimize* creando un primer conjunto de terminos para la ecuación junto con rotación de cultivos usando el operador OR. Otro cambio que se hizo fue limitar a que los terminos presentes en la ecuación sean buscados en el título, resumen o palabras claves de los contenidos científicos que estén asociados a esta. Finalmente se hace uso de los filtros predeterminados que presenta Scopus para limitar la búsqueda en las áreas de estudio y de acceso abierto. Las ecuaciones de búsqueda resultantes de la tercera instancia se muestran a continuación (*Figura 3*).

### Figura 3

#### *Ecuaciones - Tercera búsqueda*

---

Science *Crop Rotation And "Linear Programing" NOT(Energy Or Biomass) T-K-A*  
 Direct: *(Modelling Or Linear Programing)*

Scopus: *TITLE-ABS-KEY ( crop AND rotation OR crop AND allocation OR crop\$ ) AND TITLE-ABS-KEY ( linear AND programming OR mathematical AND model\$ OR optimize ) AND ( LIMIT-TO ( FREETOREAD, "publisherfullgold" ) OR LIMIT-TO ( FREETOREAD, "publisherhybridgold" ) OR LIMIT-TO ( FREETOREAD, "publisherfree2read" ) ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA, "AGRI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "ENGI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "COMP" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "MATH" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "DECI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "MULT" ) )*

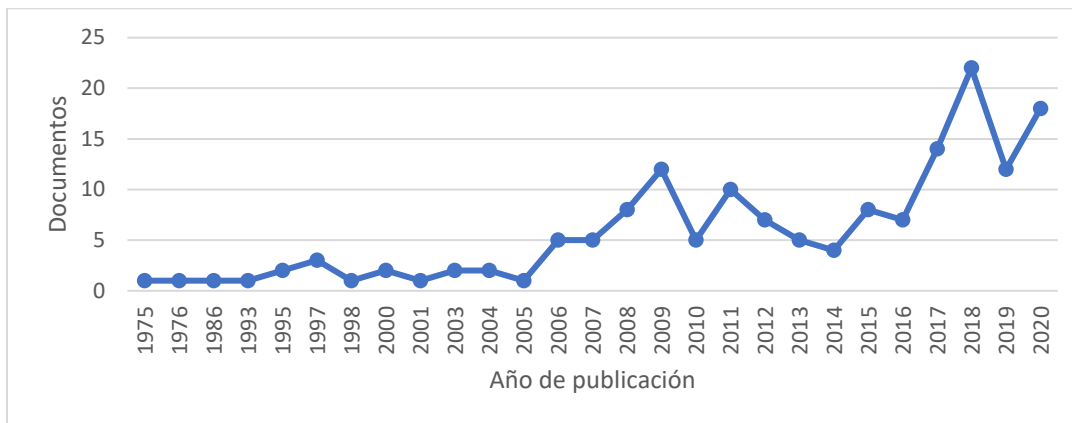
---

Para estas dos ecuaciones se obtuvieron un total de 312 documentos de carácter científico. Debido a que gran parte de las revistas indexadas en la base de datos de Sciece Direct se encuentran presentes en el portafolio de Scopus, se selecciona la base de datos Scopus para realizar el respectivo análisis bibliométrico que se presenta a continuación:

Se logra evidenciar en la *Figura 4* que a partir del año 2005 incrementó la producción de contenido científico relacionado al tema de rotación o asignación de cultivos, y, por ende, a temas relacionados con planeación de la producción agrícola aplicando modelos matemáticos.

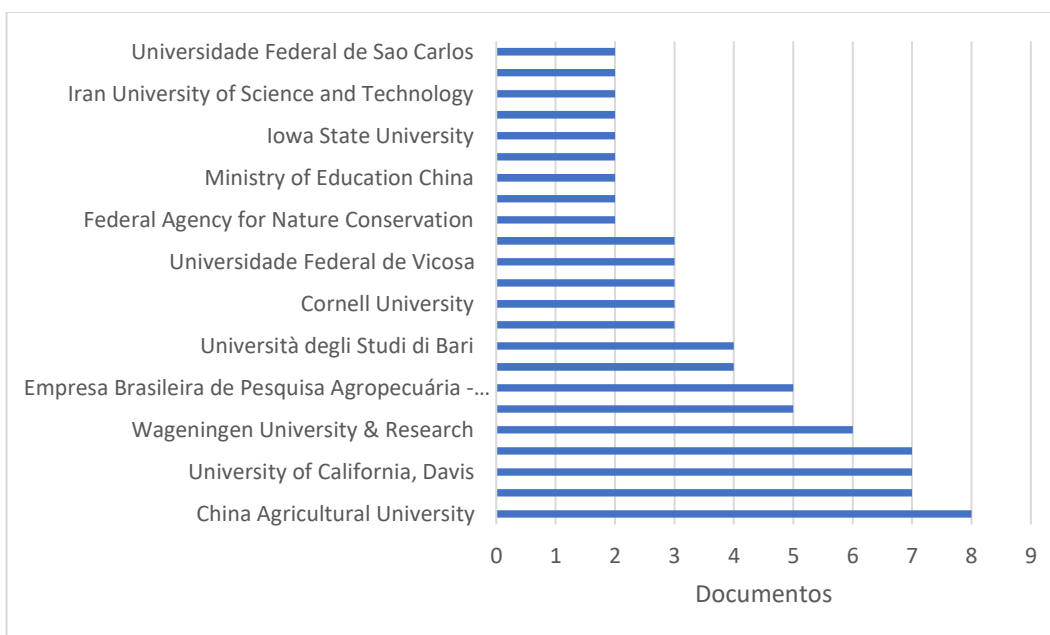
**Figura 4**

*Ecuaciones por año para CR*



También es importante destacar como está distribuida la producción de documentos científicos sobre el tema de interés en cada país. La *Tabla 4* contiene los principales países que aportan estudios sobre el tema que se aborda en esta investigación. Es posible apreciar en la *Tabla 4* que el país con mayor producción en el tema es Brasil, seguido de Estados Unidos y China. Cabe resaltar que estos países cuentan con un sector agrícola muy desarrollo y con altos niveles de producción.

Por otra parte, en la *Figura 5* se identifica las principales instituciones a las cuales se encuentra inscrito cada documento elaborado sobre el tema de investigación.

**Figura 5***Documentos afiliados por institución***Tabla 4***Documentos por país*

PAÍS	DOCUMENTOS
Brasil	38
Estados Unidos	25
China	17
Irán	10
Japón	8
India	7

Finalmente, se añaden las últimas modificaciones a cada ecuación de búsqueda. Para la ecuación de Science Direct se añade el operador *NOT* y se hace nuevamente uso del truncador “\$” para la palabra “Nitro” dentro del campo *Title, abstract or autor-specified keywords* con el propósito de evitar obtener resultados de artículos científicos con temas relacionados los balances de elementos físicos y biológicos del suelo. En cuanto a la ecuación de Scopus, se añade otro filtro

predefinido para conservar los artículos que tengan acceso abierto. A continuación, se muestran las ecuaciones de búsqueda finales establecidas para esta investigación en las bases de datos usadas:

**Tabla 5**

*Ecuaciones - Cuarto búsqueda*

---

Science Direct:	<i>Crop Rotation And "Linear Programing" NOT (Energy Or Biomass Or Nitro\$) T-K-A (Modelling Or Linear Programing) – T-K-A (Model Or Crop)</i>
Scopus:	<i>TITLE-ABS-KEY (crop AND rotation OR crop AND allocation OR crop\$ ) AND TITLE-ABS-KEY ( linear AND programing OR mathematical AND model\$ OR optimize ) AND NOT ( water OR nitro\$ ) AND ( LIMIT-TO ( OA, "all" ) ) AND ( LIMIT-TO ( SUBJAREA, "AGRI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "ENGI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "MATH" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "DECI" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "MULT" ) OR LIMIT-TO ( SUBJAREA, "COMP" ) )</i>

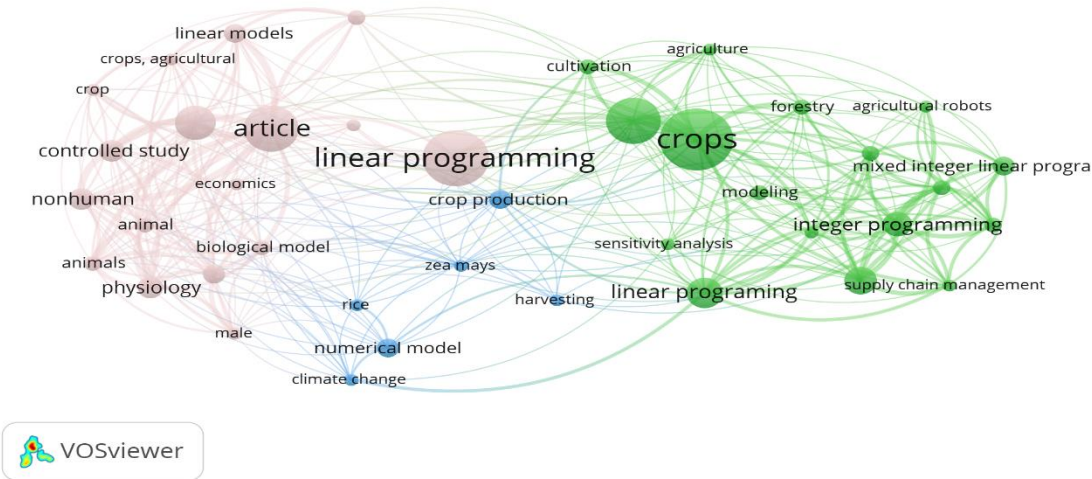
---

Como paso final, se realiza un análisis bibliométrico apoyados en el software VOSviewer, que es una herramienta que nos permitirá construir y visualizar las correlaciones del material científico encontrado en las bases de datos. VOSviewer tiene como parámetro de entrada los metadatos en formato CSV del conjunto de documentos, resultado de las ecuaciones de búsqueda. Ya que solamente Scopus permite descargar estos metadatos de forma conjunta, el análisis se realiza para los artículos encontrados en esta base de datos.

De esta manera se logra analizar aspectos relevantes de la actividad científica relacionada al tema principal de esta investigación. Por ejemplo, la *Figura 7* nos resalta las palabras claves del contenido central de cada investigación, logrando un mejor acercamiento a la problemática de la investigación y a su método de solución.

**Figura 6**

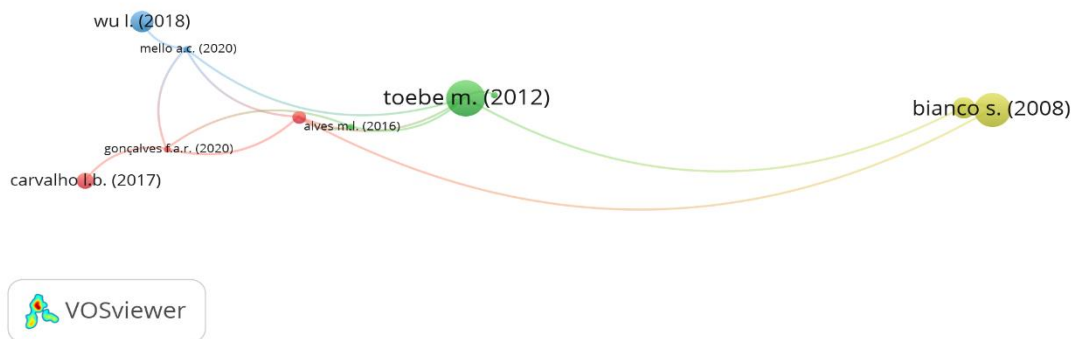
*Diagrama de relación - Palabras claves*



Ya como ultimo análisis, la *Figura 8* contiene un conjunto de autores que se relacionan entre si a través del desarrollo de documentos científicos que contribuyen y complementan las distintas temáticas que envuelve el problema de asignación y rotación de cultivos y los diferentes modelos matemáticos planteados para la solución.

**Figura 7**

*Diagrama de relación para la cita de autores*



### ***2.1.2. Análisis preliminar de literatura***

La sucesión y rotación de cultivos es un mecanismo que actualmente ha venido implementándose en la producción agrícola como una alternativa para hacer frente a la incertidumbre en la demanda y el precio de los productos agrícolas, pero también como una alternativa que mitiga la degradación del suelo y los impactos ambientales generados por los monocultivos. Es por esto, que a través del tiempo se han investigado diferentes métodos matemáticos aplicados, con el objetivo de lograr una óptima rotación de cultivos. Sarker et al. (1997) por ejemplo desarrollan un modelo de programación lineal. Esta investigación se centra en determinar qué cultivo y cuánta área para cada cultivo es necesaria, para cumplir con la demanda de alimentos del país en un año. El modelo tiene en cuenta los límites de producción para cada producto, para de esta forma no incurrir en costos por el exceso de producción y que los costos de importación se mantengan al margen de lo permitido, para aquellos productos para los cuales la producción local no es suficiente. Además, el modelo limita al agricultor a no gastar más del presupuesto disponible, así como, a no ocupar más del área disponible para ser cultivada.

También cabe resaltar la investigación de Shing et al. (2001) quien al igual que la anterior investigación, desarrolla un modelo de programación lineal. El modelo se formuló para distribuir la superficie de la tierra entre varios cultivos con el fin de maximizar el rendimiento neto de la zona. Para el modelo presentado en esta investigación, se asignan restricciones que limitan el uso del recurso hídrico disponible, también se aseguran de evitar un exceso de producción y lograr una diversificación en los cultivos a ser sembrados. Cabe destacar que una de las restricciones obliga a que los cultivos que son representativos para la comunidad (cultivos de pan coger) estén presentes en el plan de producción.

Otro modelo de programación lineal enfocado en la rotación y asignación de cultivos es el desarrollado por Areeras & Angskun (2009). En esta investigación el objetivo principal también es maximizar el ingreso obtenido por cada agricultor; sin embargo, para lograr obtener la secuencia de cultivos, el modelo toma datos predefinidos que asignan un determinado peso a cada cultivo y es a través de esta información que el modelo evalúa que cultivo es más pertinente para el periodo en el que se proyecte cosechar y cuál debe ser el área dispuesta para este. Al tener en cuenta estos parámetros propios de cada cultivo, se busca minimizar el riesgo generado por asignar una cantidad desproporcionada de un determinado cultivo.

Más tarde, Schönhart et al. (2011) desarrollan un modelo lineal pero que a diferencia de los modelos ya desarrollados, su objetivo es maximizar el valor agronómico de una determinada rotación. Para el desarrollo del modelo, un conjunto de agrónomos dio una valoración para cada cultivo principal y su pre-cultivo, esta valoración dimensiona la viabilidad de una determinada combinación de cultivos. El modelo toma en cuenta estos valores y asigna un conjunto de parámetros que limita la cantidad de área dispuesta para cada cultivo y el número de cultivos en cada periodo de tiempo. El modelo tiene la capacidad de generar un conjunto de rotaciones viables sin importar el tamaño de la granja debido a que trabaja con una valoración preestablecida para cada tipo de cultivo.

Años más tarde, Osama et al.(2017b), Jaslam et al.(2018) y Haq et al.(2020) desarrollaron modelos de programación lineal con un objetivo común, maximizar los ingresos obtenidos por los agricultores. Las tres investigaciones presentan dentro de sus modelos restricciones enfocadas en que el uso del área para cada periodo no supere el área máxima disponible, no superar el capital disponible para ser invertido y cumplir con la demanda de cada periodo. Sin embargo, la diferencia de cada investigación recae en las restricciones adicionales que cada modelo integra. Osama et

al.(2017b) se enfoca en el uso adecuado del recurso hídrico, que es escaso en la región en la que desarrolla la investigación, por su parte Jaslam et al.(2018) tiene como prioridad establecer un espacio para cultivos perenes, dichos cultivos son importantes para la seguridad alimentaria de la región donde se aplica el modelo y finalmente Haq et al.(2020) se asegura de no utilizar más de lo disponible, para recursos como lo son los fertilizantes y la mano de obra para cada periodo. Estas tres investigaciones tienen un factor diferenciador en una o dos de las restricciones, que demuestra que los modelos de programación lineal son óptimos mecanismos de solución que se adaptan al entorno donde se desarrolla el proceso de rotación y secuenciación de cultivos.

Por otra parte, hay investigaciones que se centran en proponer modelos de programación lineal de enteros mixto. Haneveld & Stegeman (2005) por ejemplo, centran su investigación en identificar la correcta sucesión de cultivos teniendo en cuenta el cultivo sucesor y predecesor al actual cultivo, ya que esto influye directamente en la calidad del suelo y el rendimiento del cultivo. Para dar solución a este problema, se desarrolla un modelo de programación lineal entero mixto que busca identificar las mejores secuencias a través del establecimiento de las secuencias inadmisibles ya establecidas por expertos. El modelo permitió establecer las secuencias de cultivos para periodos más cortos, generando mejores resultados en cuanto al impacto ambiental y los ingresos obtenidos por los agricultores en horizontes de tiempo más largos.

También, Galan-Marin et al.(2015) tomaron en cuenta una nueva política de subsidios establecida por la Unión Europea que tiene como objetivo una mayor diversificación de cultivos, la disposición de un área de pastos y un foco ecológico en las granjas. A través del modelo que desarrollaron, crearon una herramienta que tiene en cuenta el área disponible para cultivar, que cultivo será dispuesto a cosechar, el área dispuesta para los pastos y el foco ecológico. El modelo

busca maximizar los ingresos de los agricultores al cumplir con las normas establecidas y, por ende, obtener los subsidios que son otorgados.

Luego, se resalta la investigación de Li et al. (2015b) quienes desarrollaron un modelo de programación lineal entero mixto con el objetivo de maximizar el ingreso de una empresa, al generar una correcta distribución de cultivos con su respectiva área, para cada una de las unidades de producción. Las restricciones del modelo están centradas en cumplir la demanda que se pacta bajo contratos con empresas inversoras, sin usar más del área dispuesta y dentro del horizonte de tiempo establecido. Sin embargo, se establece una restricción que permite asignar a cada granjero que conforma la empresa, la cantidad de cultivo suficiente para que sus ingresos no sean mayores al margen promedio de ingresos de todos los integrantes.

Por otro lado, Filippi et al.(2017) también formulan un modelo de programación lineal entero mixto que tiene como objetivo maximizar los ingresos del agricultor a través de la correcta asignación de cultivos durante un periodo de tiempo. Sin embargo, este modelo desarrolla un conjunto de restricciones mayor debido a que establece la sucesión de actividades necesarias para cada cultivo, teniendo en cuenta que cada tipo de cultivo necesita diferentes operaciones desde su siembra hasta su cosecha y limitando a que el uso de los equipos y herramientas disponibles para cada actividad sea programado correctamente, de lo contrario se incurrirá en más costos. El modelo se complementa con un análisis de la condición de riesgo, que tiene como propósito evaluar que tan conveniente es establecer la secuencia de cultivos que el modelo propone.

Otro modelo de programación lineal entero mixto es el propuesto por Pakawanich et al.(2020) quienes al igual que el modelo anteriormente expuesto, modela la correcta asignación de cultivos a ser producidos en un horizonte de tiempo para una cooperativa, sin exceder el área disponible a ser cultivada, cumpliendo con las restricciones de rotación de cultivos y asignando la

cantidad de cultivos a cada área, suficiente para cubrir la demanda y maximizar el ingreso de la cooperativa. Sin embargo, este problema también es complementado con un modelo robusto que incorpora la incertidumbre en el rendimiento de los cultivos, donde esta incertidumbre se dimensiona a través de la experiencia que tenga el agricultor en el proceso de producción.

También se puede evidenciar la investigación de Capitanescu et al. (2017) que al igual que los modelos MILP anteriormente mencionados, el objetivo es maximizar el ingreso de los agricultores. Dentro de su modelo, establece dos posibles rotaciones y la secuencia para cada cultivo, debido a que son las únicas posibles rotaciones para el horizonte de tiempo que maneja el modelo (cinco años). Para este modelo se estable un conjunto de restricciones que limitan a que el área dispuesta para cada cultivo no supere el total disponible y que el área al cambio cultivo sea igual en todos los periodos, para asegurar que se cumpla con la sucesión establecida desde un comienzo. De este modelo también es necesario resaltar, que incorpora un conjunto de restricciones que dimensionan y limitan el impacto ambiental generado por determinada secuencia, logrando a través de estas restricciones la conservación del suelo y evitando rotaciones o secuencias que perjudiquen el ciclo de vida del suelo.

Durante este mismo año, You & Hsieh (2017) desarrollan un modelo de programación lineal entera mixto (*Mixed Integer Linear Programming*, MILP), que también tiene el objetivo de maximizar los ingresos del agricultor. Sin embargo, el modelo presentado en esta investigación contine un conjunto más grande de variables y parámetros. Dentro del modelo se tiene en cuenta todo el proceso de producción: siembra, crecimiento, cosecha e inventarios de cultivos. El modelo que se desarrolla tiene en cuenta el nivel de inventarios de cada cultivo para cada periodo, de igual forma se enfoca en establecer una correcta rotación de cultivos en el periodo de siembra que permita cumplir con los tiempos de crecimiento y cosecha, para de esta forma, logra cumplir con

el rendimiento esperado y esto a su vez se manifiesta en el cumplimiento de la demanda. También incorpora restricciones que limitan a producir cultivos de la misma familia botánica y en el caso que se presente esta sucesión, el modelo establece un periodo de recuperación del suelo antes de sembrar cualquier otro cultivo. Debido a la complejidad del modelo se desarrolló una solución por un método heurístico que da como resultado el programa adecuado de siembra y cosecha.

Por otra parte, Huang et al.(2020) desarrolla un modelo de programación lineal entero mixto que difiere de los modelos ya mencionados, en cuanto al entorno en el cual se aplica. Tiene como objetivo maximizar los ingresos, pero esta vez, no de un granjero, si no de una fábrica de plantas. La fábrica de plantas es un espacio en donde se disponen estantes con bandejas de diferentes tamaños en los cuales se cultiva ciertos productos y se centra en mantener las condiciones abióticas controladas para un óptimo crecimiento. De esta forma, el modelo que se plantea también genera un plan de producción, y esto se expresa en determinar la sucesión de cultivos que cumpla con la demanda de cada producto durante un horizonte de tiempo. Para cumplir con la demanda, se establecen restricciones que limitan a que el espacio dispuesto para un cultivo no supere el máximo disponible y que, si se presenta una rotación, el espacio entre cada sucesión siga siendo el mismo, así se aseguran de una maduración eficiente y un volumen de producción óptimo.

Finalmente, cabe resaltar las investigaciones de Alfandari et al.(2015b) y de Oliveira et al. (2019) quienes plantean un modelo de programación entera binario. La primera, se enfoca en lograr minimizar el área dispuesta por cada cultivo sin dejar de cumplir con la demanda. Mientras que la segunda investigación se centra específicamente en utilizar el modelo binario para optimizar la asignación de cultivos necesarios para cumplir con la demanda de alimento para ganado bovino, esto con el fin de maximizar el peso que adquiere cada animal antes de su sacrificio. Ambos

modelos establecen dentro de sus restricciones, inecuaciones que permiten lograr una correcta rotación que cumpla la demanda, evitar la sucesión de cultivos de las mismas familias botánicas y asegura un intervalo de tiempo para la recuperación del suelo entre cultivos. Para este momento, es necesario mencionar la investigación de Castellazzi et al.(2008) quien también presenta otra alternativa para abordar el problema de rotación. Los autores modelan el problema de rotación de cultivos a través de cadenas de Márkov, su objetivo es optimizar el uso de suelo mediante una correcta de sucesión de cultivos. Cada posible sucesión se expresa como un evento aleatorio que depende directamente del cultivo inmediatamente anterior, así logran establecer la mejor secuencia de cultivos.

En conclusión, esta revisión de la literatura permite identificar la importancia y beneficios de consolidar la secuencia y rotación de cultivos a través de un modelo de programación, ya que es un mecanismo que puede maximizar los ingresos de los administradores de granja, hacer un correcto uso de los recursos que para ciertos contextos pueden ser escasos y como factor clave, es usada para mitigar el impacto ambiental sobre el suelo y el ambiente en general. Asimismo, cabe resaltar que a medida que los modelos tienen una mayor complejidad matemática, al tener en cuenta más factores que se ven involucrados en el problema de secuenciación y rotación de cultivos, el uso de algoritmos heurísticos como método de solución al problema, son necesarios. En el *Apéndice A* se presenta una tabla con un consolidado de los artículos revisados, el tipo de modelo matemático que fue implementado, el conjunto de restricciones y finalmente los métodos de solución.

## **2.2. Marco teórico**

### **2.2.1. Problema de optimización**

El proceso de optimización matemática se puede entender como una representación escrita de un caso o problema de la vida real y que tiene como fin, buscar la mejora (ya sea maximización o minimización) de una o varias variables, las cuales son representadas por medio de una ecuación matemática (Moreno Díaz, Huecas Fernández-Toribio, Sánchez Allende, & García Manso, 2007). Los modelos de optimización integran tres componentes que describen la esencia de los problemas: Las variables de decisión que son aquellas expresiones que cuantifican las relaciones entre las decisiones que puede tomar un problema, la función objetivo que es la medida de desempeño que se expresa como una función matemática de las variables de decisión y las restricciones, expresadas igualmente en términos matemáticos que imponen los límites que pueden tomar las variables de decisión. Se puede decir entonces que el problema es elegir los valores de las variables de decisión de manera que se maximice la función objetivo, sujeta a las restricciones dadas (Hiller & Lieberman, 2015).

### **2.2.2. Tipos de modelamiento matemático**

Existen actualmente un sin número de modelos matemáticos planteados como herramientas para definir un problema de una forma más concisa. Cada uno de los modelos aborda la problemática que permita reconocer los elementos relevantes del problema, su interrelación y son puente para el empleo de técnicas matemáticas y computadoras de alto poder (Hiller & Lieberman, 2015). Para una clasificación general de los tipos de modelos, optamos por las definiciones propuestas por Hiller & Liberman (2015):

La primera clasificación se basa en si las condiciones del problema son fijas o cambian con el tiempo, en el caso de los *modelos estáticos*, se inicia analizando el problema, se representa con un modelo y se encuentra su óptimo en un solo intento. Por otro lado, los *modelos dinámicos* no cuentan con una formulación matemática estándar, además, cada ecuación que se formule debe ajustarse a la situación particular. Otro factor diferenciador a la hora de formular un modelo es la naturaleza de las variables que lo componen, pueden ser *modelos determinísticos* cuando se conoce o se tiene cierta certeza del valor de los datos del modelo, en contraste, los *modelos estocásticos* son aquellos en los que los datos se ven representados por distribuciones de probabilidad. Finalmente se puede diferenciar un *modelo lineal* y un *modelo no lineal* cuando la representación de las funciones objetivo o las restricciones tiene al menos una relación de no linealidad, si se presenta el caso, se considera a éste, un *modelo no lineal* (Hiller & Lieberman, 2015).

### **2.2.3. Programación lineal entera mixta**

Los modelos de programación entera mixta (MILP) son modelos lineales, la única diferencia entre un modelo lineal y uno entero es que contienen variables que representan valores de tipo entero. Ahora bien, si solo es necesario que algunas de las variables tengan valores enteros (y el supuesto de divisibilidad se cumple para el resto), el modelo se conoce como programación entera mixta o MILP (Mix Integer Linear Programming) por sus siglas en inglés. Sin embargo, hay otro tipo de variables que también están presentes en estos modelos, y son las variables binarias que representan solo dos posibles valores, sí o no. Cuando un modelo contiene solo variables binarias se clasifica como programación entera binaria o BIP (Binary Integer Programming) por sus siglas en inglés. Estos problemas pueden considerarse sencillos para ser resueltos; sin embargo, a medida que aumenta el número de variables su complejidad computacional,

igualmente crece. A este comportamiento se lo caracteriza como crecimiento exponencial y debido a ello, aun las computadoras más eficientes son incapaces de realizar este procesamiento (Hiller & Lieberman, 2015).

#### 2.2.4. Complejidad computacional

Para los modelos de *programación de enteros mixtos*, los paquetes de software actualmente contienen algoritmos para resolver estos modelos. Ahora, teniendo en cuenta la teoría de complejidad computacional, los problemas se clasifican en cuatro diferentes grupos según su tiempo determinístico polinomial y se describen en la siguiente tabla (*Ver Tabla 7*) (Escobar, Laura; Garavito, Edwin; Talero, 2018):

**Tabla 6**

*Clases de complejidad computacional*

Clases de Complejidad	Descripción
P	Contiene aquellos problemas de decisión que una máquina de Turing determinística puede resolver en tiempo polinómico. Este tipo de problemas pueden ser resueltos en un tiempo computacional razonable.
NP	Conformados por aquellos problemas que no pueden resolverse en un tiempo polinomial. Este conjunto de problemas puede ser resuelto en tiempo polinómico por una máquina de Turing no determinista. Estos problemas se verifican en tiempos, ósea, dada una solución es posible comprobar que esta es válida en un tiempo $n^k$ .
NP- Complete	Es un subconjunto de la clase NP, este tipo de problemas se caracteriza por ser los de mayor complejidad dentro de un grupo, esto quiere decir, que es menos probable encontrar una solución

en tiempo polinómico, para estos dado que cualquier problema NP se puede reducir a cada uno de los problemas de NP – Complete.

NP - Hard En esta clase se encuentran los problemas que son por lo menos tan difíciles como los NP; sin embargo, no se encuentran establecidas su complejidad, por tanto, puede ser más difícil que un problema de esta categoría, que uno clasificado como NP – Complete. El tiempo de ejecución de un algoritmo que intenta solucionar un problema de clase NP – Hard, aumenta de forma exponencial respecto al tamaño del problema.

---

Nota: De “*Aplicación de la Búsqueda Armónica para el problema de formación de celdas de manufactura*” de L. Escobar et al. (2018), p.8

### 2.2.5. *Métodos heurísticos*

Cuando en un problema de programación se presenta una alta complejidad para encontrar una solución óptima, es importante encontrar una buena solución factible que al menos este razonablemente cerca de ser optima. Por lo general, para buscar esa solución se utilizan métodos *heurísticos*. Los métodos heurísticos *utilizan* algoritmos iterativos novedosos, donde cada iteración implica la realización de una búsqueda de una nueva solución que puede ser mejor que la solución que se encontró con anterioridad. Ahora bien, cuando se habla de métodos “*metaheurísticos*”, el termino meta significa “*más allá*” o “nivel superior”, y su naturaleza implica un método de solución que organiza la interacción entre los procedimientos de mejora local y las estrategias de más alto nivel para crear un proceso que sea capaz de escapar de un óptimo local y realizar una búsqueda vigorosa de una región factible (Hiller & Lieberman, 2015). Mediante el uso de estos algoritmos de aproximación es posible encontrar, en un periodo de tiempo relativamente corto, soluciones de calidad para resolver problemas complejos de optimización (Mendes & Oliveira, 2019).

Actualmente se han desarrollado varios algoritmos metaheurísticos, una gran parte de estas metaheurísticas se deriva del comportamiento de los sistemas naturales y se conoce como algoritmos de naturaleza bioinspirados (NABI) que, pueden ser organizados en cinco categorías: algoritmos evolutivos, algoritmos físicos, algoritmos de inteligencia de enjambre, algoritmos bioinspirados y otros algoritmos inspirados en la naturaleza.

2.2.5.1. **Algoritmo búsqueda armónica (Harmony Search, HS).** *Este algoritmo metaheurístico será usado como método de solución para el problema que se aborda en esta investigación. Fue propuesto por Geem et al., (2001) e imita el proceso de improvisación de los músicos de Jazz. La analogía se representa cuando los músicos tratan de encontrar una armonía satisfactoria que está determinada por un estándar estético, de la misma manera que un proceso de optimización busca una solución óptima que está determinada por una función objetivo. De forma sencilla, cada músico (variable de decisión) reproduce (genera) una nota (un valor) para encontrar una mejor armonía (óptimo global) (Mendes & Oliveira, 2019).*

Geem et al., (2001) describe los pasos del procedimiento de HS así:

### Figura 8

#### *Pasos para iniciar una búsqueda armónica*

PASO 1	Iniciación de la Memoria Armónica (Harmony Memory, HM).
PASO 2	Improvisa una nueva armonía a partir de la H.
PASO 3	Si la nueva armonía es mejor que la mínima armonía en HM, incluya la nueva armonía en HM y excluye la armonía mínima de HM.
PASO 4	Si no se satisfacen los criterios de parada, ir al paso 2 nuevamente.

### 2.2.6. Rotación y secuenciación de cultivos agrícolas

La rotación de cultivos es una práctica agrícola que asigna una secuencia de diferentes plantas en el mismo espacio de tierra. La rotación de cultivos se caracteriza por un periodo de ciclo, mientras que la sucesión de cultivos se limita al orden de aparición de los cultivos en la misma parcela de tierra durante un periodo fijo. Debido a que la sucesión de cultivos en un área determinada tiene efectos sobre la producción y, en consecuencia, sobre las decisiones del plan de cultivo, el enfoque tradicional desarrollado por los agrónomos fue derivar los planes de cultivo a partir de las proporciones de los cultivos en la rotación de cultivos (Dury, Schaller, Garcia, Reynaud, & Bergez, 2012). Ciertamente, en Brankatschek & Finkbeiner (2015) destacan las siguientes ventajas del proceso de rotación de cultivos:

#### Figura 9

##### *Ventajas de la rotación de cultivos*

Reducción del uso de agroquímicos y fertilizantes sintéticos.	Mejora de la fertilidad del suelo y mayores rendimientos.
Facilitar la sincronización de las actividades agrícolas.	Mantenimiento de la productividad y la materia orgánica a largo plazo.
Menor erosión debido a un periodo más largo de cobertura terrestre.	Mayores oportunidades de mercado y menores riesgos económicos.
Mejora de la estructura del suelo.	Número reducido de semillas de malas hierbas.
Textura del suelo mejorada.	Aumento de la biodiversidad.

Ahora, la rotación de cultivos contempla un gran conjunto de beneficios, pero no todos se pueden alcanzar al tiempo. Cada enfoque que se desea optimizar se le debe asignar una función o variable que lo represente; sin embargo, la mayoría no tiene un comportamiento determinista, al contrario, su comportamiento es dinámico, se comportan como variables estocásticas, cambian con el tiempo. Debido a esto, la mayoría de los modelos fijan los criterios con el objetivo asignar eficientemente los recursos y maximizar la rentabilidad de la actividad agrícola.

Para abordar el problema de rotación y asignación de cultivos agrícolas, este proyecto se centra en elaborar un modelo de programación entero mixto (MILP), que tiene en cuenta el conjunto de recursos disponibles y a través de una óptima asignación de cada uno de ellos, lograr maximizar la rentabilidad del agricultor o tomador de decisiones para un área con propósito agrícola.

### **3. Modelo MILP para el problema de rotación de cultivos**

#### **3.1. Definición del modelo**

El presente trabajo se centró en proponer un modelo de programación entero mixto que permita maximizar los ingresos de un tomador de decisiones sobre el plan de cultivo en un predio agrícola teniendo en cuenta las reglas de rotación de cultivos. Para el desarrollo de este modelo se establecieron los siguientes 4 de supuestos:

- Las parcelas o áreas para usar para la producción agrícola son homogéneas en tamaño y disponibilidad de recursos en el suelo, lo que permitirá a cada cultivo mantener el rendimiento en cada zona independientemente del área usada para sembrar un determinado cultivo.
- El rendimiento esperado, el valor a recibir por la producción, los ciclos de producción y costos para cada cultivo son valores conocidos y deterministas.
- No se establece una relación del beneficio que se genera al establecer una determinada sucesión de cultivos al suelo.
- Se establecen un conjunto de posibles esquemas de rotación para cultivos que son técnicamente viables a ser cultivados sucesivamente. Esto permitirá obtener esquemas de rotación enfocados en la realidad de los agricultores en la región a establecer las instancias del modelo.

- Para la evaluación de las instancias desde el modelamiento matemático no se tendrá en cuenta el periodo de descanso con el fin de aprovechar al máximo cada periodo de producción disponible; sin embargo, en las instancias de los esquemas de rotación se tendrá en cuenta un periodo de descanso entre la siembra de cualquier producto.

### 3.2. Notaciones

#### 3.2.1. Índices

$i$  = Productos agrícolas

$t$  = Periodos de producción

$l$  = Lotes de producción (Parcelas de producción)

#### 3.2.2. Parámetros de entrada

$T_i$  = Tiempo de producción del producto (i)

$C_i$  = Ingresos por cosecha del producto (i)

Descanso = Tiempo de descanso entre cultivos

$S_i$  = Periodo de inicio de siembra del producto (i)

$E_i$  = Periodo de inicio de cosecha del producto (i)

#### 3.2.3. Variables de decisión

$X_{i,t,l}$  = Siembra del producto (i) en el periodo (t) y lote (l) – Binaria

$Y_{i,t,l}$  = Cosecha del producto (i) en el periodo (t) y lote (l) – Binaria

$W_{i,t,l}$  = Indica si se siembra del producto (i) en el periodo (t) y lote (l) – Binaria

$Z$  = Ingresos totales

#### 3.2.4. Modelo matemático

Función Objetivo

$$Max Z = \sum_{i,t,l} C(i) \cdot Y(i, t, l) \quad (1)$$

Relación Siembra - Cosecha

$$Y(i, t + tp(i), l) = X(i, t, l), \quad \forall i, t: ord(t) + tp(i) \leq card(t) \quad (2)$$

Relación Cosecha Restante

$$Y(i, t, l) = \sum_{ta: ord(ta)=ord(t)-tp(i)} X(i, ta, l), \quad (3)$$

$$\forall i, t: ord(t) + tp(i) > 1 \text{ y } ord(t) + tp(i) \leq card(t)]$$

Definir Siembra

$$W(i, t, l) = X(i, t, l) \quad (4)$$

Restricción No Superposición

$$\sum_{ta: ord(ta) > ord(t) \text{ y } ord(ta) \leq ord(t) + tp(i) + descanso - 1} \sum_i X(i, ta, l) \leq 1 - X(i, t, l), \quad (5)$$

$$\forall i, t: ord(t) + tp(i) + descanso - 1 \leq card(t)]$$

Restricción de Sucesión

$$X(i, t, l) + X(i, t + tp(i), l) \leq 1 \quad (6)$$

Restricción Siembra Única

$$\sum_i X(i, t, l) \leq 1, \quad \forall t, l \quad (7)$$

Restricción Cosecha Única

$$\sum_i Y(i, t, l) \leq 1, \quad \forall t, l \quad (8)$$

Restricción Inicio de Siembra

$$X(i, t, l) = 0, \quad \forall i, t: \text{ord}(t) < S(i) \quad (9)$$

Restricción Fin de Siembra

$$X(i, t, l) = 0, \quad \forall i, t: \text{ord}(t) > E(i) \quad (10)$$

El modelo tiene como objetivo maximizar los ingresos del tomador de decisiones a través de un plan de producción que considere las reglas de rotación de cultivos. La función objetivo (1) maximiza el ingreso generado por cada cultivo, calculado como el producto del ingreso por cosecha y la cantidad asignada en un lote (o múltiples lotes, según se defina en los conjuntos).

1. Relación Siembra-Cosecha (Restricción 2): Esta restricción establece que la cosecha de un cultivo debe ocurrir tras el período de madurez del producto  $i$ , contado desde el momento en que fue sembrado. De esta manera, se asegura que la cosecha solo sea posible después del tiempo de producción requerido para cada cultivo.

2. Relación Cosecha Basada en Siembras Previas (Restricción 3): Esta restricción permite organizar la cosecha de cada cultivo en función de las siembras anteriores y del ciclo de producción específico de cada uno, evitando solapamientos en las fases de producción.

3. Definición de Siembra (Restricción 4): A través de esta restricción, se utiliza una variable auxiliar para registrar el estado de siembra, replicando y controlando las siembras en cada lote durante el periodo de producción.

4. Restricción de No Superposición (Restricción 5): Esta restricción evita que dos cultivos diferentes se solapen en la misma parcela, especificando el periodo de descanso entre cultivos que ocupan el mismo lote. Así, se garantiza que cada lote tenga el tiempo adecuado de recuperación antes de ser reutilizado.

5. Restricción de Sucesión (Restricción 6): Con esta restricción, se prohíbe que el mismo cultivo se siembre consecutivamente en el mismo lote, fomentando la rotación de cultivos y evitando agotamientos de nutrientes en el suelo.

6. Restricción de Siembra Única (Restricción 7): Esta restricción asegura que en cada ciclo de producción, solo se siembre una vez en cada lote, manteniendo así una planificación ordenada y eficiente.

7. Restricción de Cosecha Única (Restricción 8): Similar a la siembra, esta restricción garantiza que cada cultivo solo sea cosechado una vez durante el ciclo de producción establecido en el año.

8. Ventanas de Siembra y Cosecha (Restricciones 9 y 10): Estas restricciones determinan los períodos específicos de siembra y cosecha para cada cultivo, de modo que se respeten las condiciones óptimas de tiempo para el inicio y el fin de cada actividad.

### **3.3. Calibración de parámetros e implementación para el modelo MILP**

Para la implementación del modelo MILP se representará una zona de producción específica del país mediante la cual se logrará proponer una evaluación de diferentes instancias

para los parámetros establecidos en el modelo. Cabe resaltar que estos valores pueden ser adaptados a cualquier zona productiva del país en donde se realizarán cambios en los valores de cada parámetro según los requerimientos de la variedad de cultivos, aspectos climáticos de la región y limitaciones que tengan en cuenta los agricultores y tomadores de decisión. Para el caso puntual de nuestras instancias se ha decidido tomar el departamento de Nariño por disponibilidad de datos y conocimiento previo por parte del investigador.

De acuerdo con el plan integral de desarrollo agropecuario y rural con enfoque territorial, el departamento de Nariño cuenta con el 54,4% de su población en la ruralidad, y ocupa el segundo lugar de departamentos con más UPA (Unidad Productora Agropecuaria) a nivel nacional, contribuyendo con el 6,2% de la producción agrícola del país, lo que equivale a un 16% del valor agregado del departamento.

Nariño ofrece una variada gama de productos agropecuarios gracias a su ubicación geográfica, que le proporciona condiciones edafoclimáticas favorables y acceso al recurso hídrico. El último plan de desarrollo departamental identificó 89 cultivos con información detallada; sin embargo, es probable que existan más cultivos que no están reflejadas en las estadísticas gubernamentales.

En cuanto a los productos agrícolas predominantes, la papa es el cultivo transitorio más representativo, ocupando más del 70% del área cultivada. Otros cultivos destacados incluyen el tomate tipo "chonto" (5.6%) y la arveja (3.3%), mientras que el resto de los cultivos representan el 14.55% restante. Entre los cultivos permanentes, sobresale la caña panelera (21.11%), el plátano (30%) y el coco (11.25%).

Además, los agricultores de Nariño han comprendido que diversificar los cultivos puede generar mejores ingresos y una mayor estabilidad económica. En consecuencia, nuevas especies agrícolas como la quinua, la lechuga, el aguacate, la granadilla, el brócoli, el cacao, la mora, la palma de aceite e incluso la cebada han mostrado un notable crecimiento en el área sembrada. Este aumento refleja la creciente importancia de estos cultivos en los últimos años.

Para el desarrollo de un modelo matemático que describa la rotación de cultivos en Nariño, es crucial considerar la diversidad agroclimática del departamento, que presenta una amplia oferta agrícola y diferentes pisos térmicos. La variabilidad en las condiciones ambientales y la riqueza de cultivos posibles hacen imprescindible realizar una zonificación basada en la altitud.

En este sentido, para el desarrollo del trabajo de investigación se tendrá en cuenta la producción de cultivos de clima frío o templado en la zona Andina, como la papa, arveja, maíz, cebada y ciertas hortalizas. Esto resultará en un modelo matemático más preciso y útil, ajustado a las condiciones locales y mejorando la toma de decisiones agrícolas.

En un análisis municipal se evidencia que Pasto, Ipiales, Túquerres y Potosí son los municipios que registran el mayor volumen de producción agrícola en el departamento, por ende, una mayor vocación agrícola. Sin embargo, para el desarrollo del modelo, también se incorporan datos de otros municipios de las regiones de la exprovincia de Obando, Sabana y Centro, ya que presentan condiciones climáticas y de fertilidad adecuadas para la producción agrícola. Teniendo en cuenta esta zonificación realizada con el propósito de evaluar instancias más cercanas a un caso real, los municipios a establecer son: Ipiales, Aldana, Guachucal, Cumbal, Cuaspud, Pupiales, Puerres, Córdoba, Potosí, El Contadero, Gualmatán, Pasto, Túquerres, Yacuanquer y Tangua.

### 3.3.1. *Cultivos transitorios establecidos (i)*

Para la calibración de los parámetros serán utilizados los datos proporcionados por el UPRA (Unidad de Planificación Rural Agropecuaria) a través de los EVAs (Evaluaciones Agropecuarias Municipales) (UPRA, 2023), donde se condensan los datos de producción proporcionados por el DANE y las diferentes agremiaciones de productores del país, desde el año 2019 hasta 2023. Los EVAs reportan estadísticas de: área sembrada y cosechada, producción y rendimiento por cada cultivo en cada municipio del país. A través de estos datos se ha identificado que el conjunto de cultivos transitorios que más relevancia tiene en los departamentos establecidos en el departamento de Nariño, debido a su nivel de producción, son: papa, lechuga, maíz, cebolla de bulbo, repollo, frijol, arveja y zanahoria.

Ahora bien, en la Tabla 7 se puede evidenciar que para el año 2023, el 92,5 % de la producción en el departamento para los cultivos transitorios fue de los cultivos de papa, arveja, lechuga, cebolla de bulbo, zanahoria, repollo, maíz y frijol. Estos cultivos de mayor producción en la zona específica que se ha establecido están en función de las condiciones edafoclimáticas (que son las condiciones de fertilidad del suelo y oferta climática), así como influenciadas por factores sociales que de alguna manera están arraigados en la cultura y tradición de sus habitantes para la producción y el consumo. Con el paso del tiempo, las prácticas agrícolas y el conocimiento sobre el cultivo de cada especie se han transmitido de una generación a otra, consolidando su presencia en la región. Por otra parte, el componente comercial es determinante para el establecimiento de un cultivo, ya que estos productos son comercializados en la mayoría de las centrales de abastos del departamento y del país.

**Tabla 7***Porcentaje de producción por cultivo en Nariño - 2023*

TIPO DE CULTIVO	PRODUCCIÓN NARIÑO 2023
Papa	75,89%
Otros Transitorios	7,50%
Lechuga	6,01%
Arveja	4,31%
Zanahoria	2,80%
Cebolla De Bulbo	2,53%
Repollo	0,28%
Frijol	0,13%
Maíz	0,09%

En las unidades productivas de la región altoandina de Nariño, se emplean comúnmente modelos de diversificación que incluyen rotación y complementación de cultivos. De acuerdo a Aulakh et al.(2022) estas prácticas contribuyen significativamente a la incorporación de material orgánico en el suelo, lo cual es crucial para la restauración y conservación de su fertilidad natural. La adición de material orgánico mejora las propiedades físicas del suelo, como su estructura y capacidad de retención de agua, así como sus propiedades biológicas y químicas, promoviendo un suelo más saludable y productivo.

### **3.3.2. Rendimientos de producción**

Detallando los datos suministrados por los EVAs ya mencionados, se puede evidenciar una amplia diferencia en los rendimientos entre municipios del departamento. Las diferencias en los rendimientos entre los municipios pueden atribuirse a varios factores inherentes a cada municipio, como las propiedades del suelo, las condiciones climáticas, el nivel tecnológico de los productores y la expresión productiva de las variedades. Las características del suelo, como su textura, estructura, capacidad de retención de agua, pH y contenido de nutrientes, junto con la topografía,

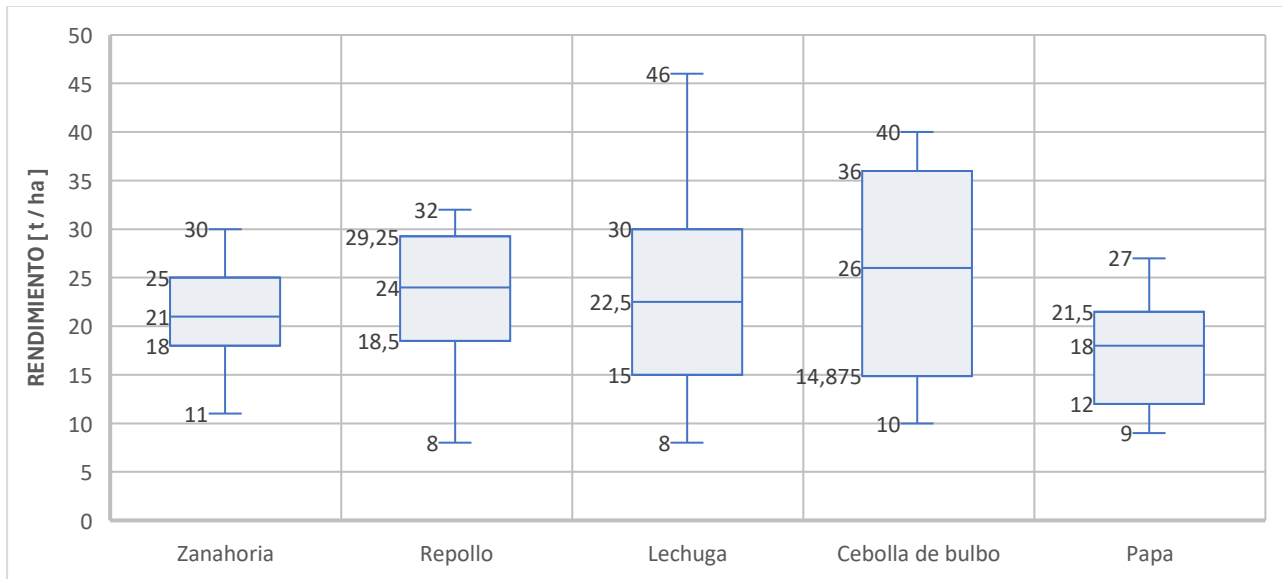
afectan directamente la productividad. Además, las condiciones climáticas, como la cantidad, distribución y frecuencia de las precipitaciones, la temperatura, la humedad relativa, el brillo y la radiación solar, son determinantes clave.

El uso de tecnología avanzada, como equipos y maquinaria agrícola, y las prácticas de manejo eficientes, como los métodos de cultivo y el manejo de plagas, enfermedades y arvenses, también influyen significativamente en los rendimientos. La capacitación de los productores y su capacidad para adoptar nuevas tecnologías son igualmente importantes. La genética de las variedades cultivadas desempeña un papel crucial, ya que determina su capacidad para adaptarse a las condiciones ambientales específicas de cada región y maximizar su productividad. En resumen, las diferencias en los rendimientos entre los municipios reflejan la compleja interacción entre los factores ambientales, el nivel tecnológico y la expresión genética de las variedades cultivadas.

Ahora bien, teniendo en cuenta estos aspectos, se muestran los datos de los rendimientos obtenidos en los municipios de Nariño para cada uno de los cultivos transitorios ya establecidos. Mediante un gráfico Boxplot (Caja y bigotes) se muestra la distribución de los rendimientos para cada cultivo.

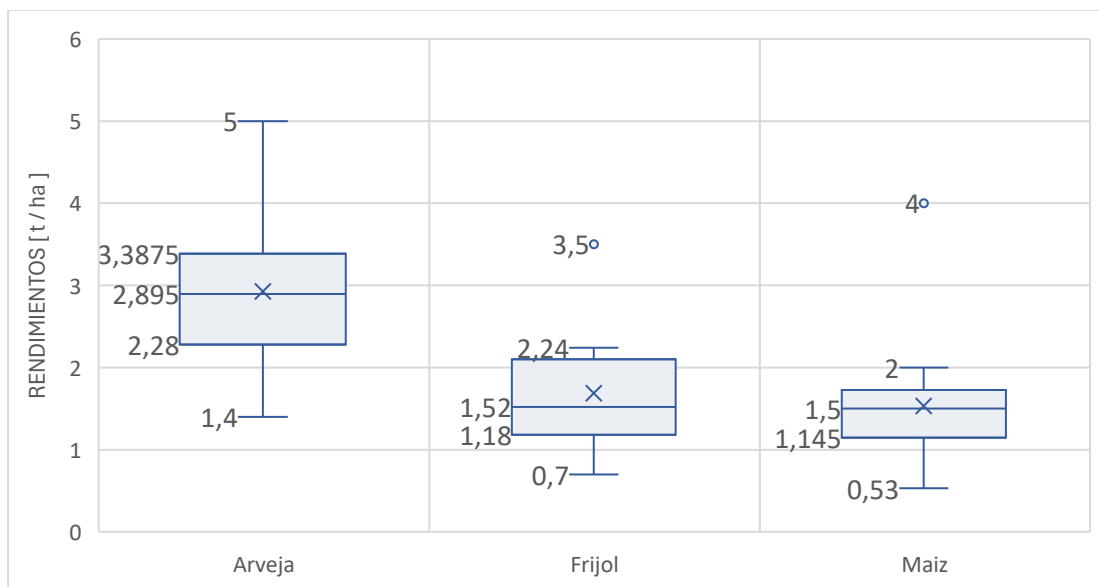
**Figura 10**

*Rendimiento hortalizas (Zanahoria, repollo, lechuga, cebolla) y tubérculo ( Papa)*



**Figura 11**

*Rendimientos leguminosos (Arveja y Frijol) y cereal (Maíz)*



Analizando detalladamente el rendimiento de cada cultivo, se tomará la mediana del conjunto de valores en lugar del promedio, ya que para algunos cultivos las desviaciones son bastante considerables. Esto se puede apreciar en los límites superiores e inferiores en los gráficos Boxplot para algunos cultivos. A continuación, se establecen los valores de rendimientos para cada cultivo que serán tenidos en cuenta en las instancias del modelo:

**Tabla 8**

*Rendimientos por cultivo*

Cultivo	Rendimiento [ Toneladas / Hectárea]
Papa	18
Zanahoria	21
Repollo	24
Lechuga	22,5
Cebolla de Bulbo	26
Arveja	2,89
Frijol	1,52
Maíz	1,5

Sin embargo, cabe aclarar que el valor de estos parámetros puede estar sujeto a cambios según los requerimientos del tomador de decisiones. Ya que el modelo matemático propuesto será una herramienta que se adapte a los parámetros específicos de cualquier región del país donde los rendimientos propuestos pueden cambiar significativamente debido a las diferentes condiciones anteriormente expuestas.

### 3.3.3. Ciclos de producción

Una vez establecidos los cultivos a considerar para las instancias del modelo, pasamos a establecer los ciclos de producción para cada uno de los productos. Los datos que se establecerán para cada cultivo son identificados en la biblioteca digital de AGROSAVIA.

**Papa:** Para el ciclo de producción de la papa se estima que a nivel nacional se tiene un promedio de 6 meses (24 semanas), según lo establecido en el Manejo Integrado del Cultivo de Papa: Manual Técnico (2000). Se debe aclarar que este valor cambia según la variedad y región en la que se esté cultivando. Se toma este valor porque es el promedio que se puede distinguir a nivel nacional y se adecúa a la segmentación de periodos que se han establecido para el horizonte de planeación dentro de los parámetros del modelo

**Zanahoria:** Para el cultivo de zanahoria se identifica un rango en su ciclo de producción que depende de la variedad que se vaya a producir. Las diferentes variedades que se cultivan en el país dependen de la morfología de la raíz. Para algunas regiones se destacan variedades de raíces con punta roma (punta corta y raíz gruesa), raíces medio largas y raíces largas. Ahora bien, según establece Victoria Mejía (1974) en un estudio técnico disponible en la base de datos de AGROSAVIA, el ciclo de producción de la zanahoria está entre 4 y 5 meses. Para las instancias del modelo, se utilizará el límite superior de 5 meses, considerando el margen de tiempo adicional que puede generarse según las variedades a cultivar y el margen de tiempo que puede tomar la cosecha o bien la siembra del cultivo.

**Repollo:** Pertenece a la familia de las Crucíferas, que son un importante grupo de especies hortícolas, tanto por el área sembrada como por el valor de su producción. Jaramillo (2006) aporta una cartilla técnica en donde se abordan todos los conceptos técnicos de este conjunto de hortalizas. En este texto se establece que el ciclo de producción para el repollo es de 4 meses (16 semanas) y

depende, como en la mayoría de los cultivos, de las condiciones ambientales y, en específico para este cultivo, del tiempo que vaya a ser almacenado.

**Lechuga:** Es una hortaliza que se utiliza por sus hojas, las cuales se consumen frescas. Se pueden identificar tres tipos de lechugas: de cabeza arrellada, crespada, de cabeza suave y de hojas sueltas. Es importante resaltar estas características debido a que comercialmente las tres variedades son ampliamente consumidas y tienen ciclos de producción similares entre las variedades, según lo establece Jaramillo (2006). En este documento técnico se establece que el ciclo de producción de la lechuga, desde su siembra en semillero, es de 4 meses (16 semanas).

**Cebolla de bulbo:** Es una planta bianual que tiene dos fases de crecimiento; primero se establece un periodo de germinación en la semilla para posteriormente ser plantada y, finalmente, su cosecha en su punto de maduración. A través de una AGROGUIA publicada por FINAGRO en la base de datos de AGROSAVIA, se establece que el periodo total del ciclo productivo de la cebolla de bulbo es de 6 meses (24 semanas).

**Arveja:** El cultivo de arveja es muy representativo en la zona establecida para el departamento de Nariño debido a que las condiciones climáticas y de suelo son las adecuadas para su producción y tiene una alta compatibilidad a ser sucedida en su producción después del cultivo de papa, cultivo que tiene el mayor porcentaje de producción a nivel de zona. En cuanto a su ciclo de producción, Cartagena (1989) especifica que depende del mercado al cual vaya destinada la arveja, debido a que, si va para un mercado fresco, su ciclo de producción está contemplado en 3 meses; por el contrario, si es para un mercado de leguminosas secas, se puede extender su ciclo de 4 a 5 meses. Para las instancias que se evaluarán en el modelo, se tomará el ciclo de producción de 3 meses (12 semanas), debido a que en Nariño predomina la producción de arveja fresca.

Frijol: Para el departamento de Nariño se pueden identificar una amplia variedad de tipos de frijol a cultivar. Ramos (1994) describe las diferentes variedades y las características específicas de producción de frijol en Nariño. Detallando los ciclos de producción de cada una de las variedades, en promedio, el ciclo de producción que puede establecerse para las instancias prácticas del modelo es de 4 meses (16 semanas).

Maíz: A través de una cartilla elaborada por FENALCE (2009), se establecen las características técnicas en la producción del maíz. Se resalta en este documento la importancia de la rotación de maíz con frijol debido a su compatibilidad y el aporte nutricional que genera en el suelo al tener estos dos cultivos de forma sucesiva. En cuanto al ciclo de producción, se establece un periodo de 6 meses (24 semanas). Cabe aclarar que este tiempo de producción depende también de las condiciones de donde se cultiva y de la variedad de maíz a ser cultivado (maíz amarillo o maíz blanco). Las dos variedades son cultivadas en la región establecida y tienen un margen de diferencia mínima en el tiempo de producción entre ellas.

Finalmente, en la *tabla 5* se condensan los ciclos de producción para cada uno de los cultivos que hemos establecido. Para las instancias que evaluaremos dentro del modelo se establecerán periodos mensuales.

**Tabla 9**

*Ciclos de producción por cultivo*

Cultivo	Ciclo de Producción	
	Meses	Semanas
Papa	6	24
Zanahoria	5	20
Repollo	4	16
Lechuga	4	16
Cebolla de Bulbo	6	24

Arveja	3	12
Frijol	4,5	18
Maíz	3	12

### 3.3.4. Precios por cultivo

Para establecer los precios para cada cultivo se utiliza la base histórica de precios del Sistema de Información de Precios y Abastecimientos del Sector Agropecuario (SIPSA). Este sistema cuenta con tres componentes: precios mayoristas, abastecimientos de alimentos y factores asociados a la producción. El SIPSA busca analizar el comportamiento de los precios a través del seguimiento de los mercados nacionales y regionales, así como la identificación y el análisis de los factores y hechos económicos que determinan y afectan los precios a lo largo de la cadena de comercialización.

Dado que la zona a establecer es en el departamento de Nariño, se han filtrado los datos de precios para los principales centros mayoristas, que son: La Unión (Nariño); Ipiales (Nariño) - "Ipiales somos todos"; Ipiales (Nariño) - Centro de acopio; Pasto - "El Potrerillo"; Túquerres (Nariño).

En el reporte de series históricas realizado por el SIPSA para el año 2024, se filtran los cultivos que hemos establecido para las instancias del modelo. Los precios para cada cultivo en las centrales mayoristas del departamento son:

**Tabla 10**

*Precios por cultivos en centrales mayoristas de Nariño*

Cultivo	Central	Precio promedio por kilogramo
Arveja	La Unión (Nariño)	\$ 5.215
	Pasto, El Potrerillo	\$ 5.277
	Ipiales (Nariño), Ipiales somos todos	\$ 2.654

Cebolla de Bulbo (Cabezona)	Pasto, El Potrerillo	\$ 2.857
	Túquerres (Nariño)	\$ 2.897
Frijol	La Unión (Nariño)	\$ 4.520
	Pasto, El Potrerillo	\$ 4.182
	La Unión (Nariño)	\$ 4.520
Lechuga	Ipiales (Nariño), Ipiales somos todos	\$ 1.152
	Pasto, El Potrerillo	\$ 1.391
	La Unión (Nariño)	\$ 824
Repollo	Pasto, El Potrerillo	\$ 992
	Túquerres (Nariño)	\$ 416
	Ipiales (Nariño), Ipiales somos todos	\$ 590
Zanahoria	La Unión (Nariño)	\$ 751
	Pasto, El Potrerillo	\$ 629
	Túquerres (Nariño)	\$ 483
	Ipiales (Nariño), Centro de acopio	\$ 2.250
Papa Capira	Ipiales (Nariño), Ipiales somos todos	\$ 2.400
	Pasto, El Potrerillo	\$ 2.455
	Túquerres (Nariño)	\$ 2.318
Papa Morasurco	La Unión (Nariño)	\$ 2.385
	Pasto, El Potrerillo	\$ 2.467
Papa Superior	Ipiales (Nariño), Centro de acopio	\$ 2.375
	Ipiales (Nariño), Ipiales somos todos	\$ 2.483
	Pasto, El Potrerillo	\$ 2.453
	Túquerres (Nariño)	\$ 2.351
Papa Única	Ipiales (Nariño), Centro de acopio	\$ 2.106
	La Unión (Nariño)	\$ 2.310
	Pasto, El Potrerillo	\$ 2.279

Es necesario resaltar que se ha tenido en cuenta para el cultivo de papa las diferentes variedades producidas en la región. Todas estas variedades pertenecen al grupo de papas guata, que son aquellas de ciclo largo de seis meses; por lo tanto, se alinean a los parámetros ya establecidos para el cultivo de papa.

Finalmente, se establece un promedio para el precio de cada cultivo. Es importante tener en cuenta que la variación del precio final de cada producto en cada central de abastos recae directamente en los costos que se relacionan con el transporte de cada producto a estas centrales, así como las variedades que puedan comercializarse de cada cultivo. Como en los demás

parámetros establecidos, se pueden asignar los valores en un caso práctico según los requerimientos del tomador de decisiones. Para la evaluación de las instancias del modelo, se tendrán en cuenta los siguientes precios promedio por kilogramo para cada cultivo:

**Tabla 11**

*Precios por cultivos*

Cultivo	Precio promedio por cultivo
Arveja	\$ 5.246
Cebolla de Bulbo	\$ 2.803
Frijol	\$ 4.407
Lechuga	\$ 1.272
Repollo	\$ 744
Zanahoria	\$ 613
Papa	\$ 2.356

Por otra parte, los precios del maíz no están dentro de la base histórica con la que cuenta el SIPSA. Para establecer los precios de maíz se busca en la base de datos de FENALCE (Federación Nacional de Cultivadores de Cereales, Leguminosas y Soya) quien es la agremiación de productores de cereales del país y recoge las estadísticas de gremio. Al realizar una exploración en la base de datos más reciente, se tienen los precios del maíz para diciembre del año 2023 en las principales centrales de acopio de cereales (Córdoba, Meta, Tolima y Valle del Cauca). Con los datos suministrados en el informe DATOS AL GRANO de FENALCE, se establece que el precio promedio del Maíz por Kilogramo a diciembre de 2023 es de \$ 1241.2 CMTE.

### **3.3.5. *Periodos de siembra y cosecha ( $S_i$ y $E_i$ )***

Cada cultivo cuenta con un ciclo de producción establecido que va desde su siembra hasta su cosecha. El establecimiento de un margen de tiempo durante el cual es más viable la siembra

de un cultivo depende de las características propias, debido a que hay cultivos que necesitan una mayor cantidad de luz solar; otros son más sensibles a bajas temperaturas, posibles sequías o son más vulnerables a plagas y enfermedades, dependiendo del período del año en el que se decida sembrar.

Debido a que estas condiciones son variables, se ha decidido optar por limitar las regiones donde se establecen los cultivos para el caso práctico del desarrollo del modelo. Al limitar estas regiones, se busca la viabilidad para que cada uno de los cultivos pueda ser sembrado en cualquier período del horizonte de planificación. Sin embargo, este parámetro puede adaptarse según los requerimientos que tenga el tomador de decisiones. Dado que, como se ha mencionado anteriormente, el modelo tiene la capacidad de tomar en cuenta las características técnicas propias de cada cultivo y cada región.

Ahora bien, para el caso práctico de los cultivos que se han establecido, tomaremos los datos suministrados en las Evaluaciones Agropecuarias Municipales - EVA, calendario nacional de siembra y cosecha. En estas estadísticas se puede identificar en qué períodos del año se siembra y cosecha cada cultivo en mayor o menor proporción. Para los cultivos de arveja, papa, lechuga, repollo y zanahoria, se tienen datos para los períodos de 2022. Sin embargo, para los cultivos de frijol, cebolla de bulbo y maíz se tomarán los datos más recientes, que son para el año 2019. En el *Apéndice B*, se muestra un conjunto de gráficas por cultivos donde se puede evidenciar la proporción de siembra y cosecha de cada cultivo establecido a través del calendario anual.

Se identifica que para algunos cultivos no hay restricción en cuanto al período en el que se siembra generalmente en Colombia; estos productos, como lo son la arveja, la lechuga, maíz, y el repollo. A través de las gráficas que muestran el calendario de siembra, se puede observar que no hay valores que sobrepasen del 10% al 15% de cultivos sembrados o cosechados.

Sin embargo, en los cultivos de zanahoria, papa, frijol y cebolla de bulbo se presentan picos altos de siembra y cosecha; esto quiere decir que, bajo las condiciones climáticas presentes en Colombia, los agricultores optan por sembrar estos cultivos en períodos específicos del año, todo esto con la finalidad de proteger, en última instancia, el rendimiento que se obtendrá para cada cultivo en la cosecha.

Cabe aclarar que estas estadísticas son generalizadas para toda la zona geográfica de Colombia; no representan el caso particular de algunas zonas y variedades de cultivos. Debido a esto, para la evaluación de instancias del modelo, se tendrán en cuenta un conjunto de planes de producción con las limitaciones en cuanto a los calendarios de siembra y cosecha y otras instancias que no lo son. El propósito de esta comparativa en cuanto a la restricción de tener o no en cuenta los períodos de siembra y cosecha es mostrar cómo el modelo se adapta a los requerimientos que tengan los tomadores de decisiones en un caso real.

Para la evaluación de estas instancias donde se tendrá en cuenta el calendario de producción de cada cultivo, se establecerán los siguientes períodos de siembra y cosecha según los observados en las estadísticas suministradas por el DANE:

**Tabla 12**

*Calendario de siembra y cosecha*

Cultivo	Calendario [ Mes ]	
	<i>Siembra</i>	<i>Cosecha</i>
Frijol	Octubre a Noviembre	Mayo a Junio
Cebolla de Bulbo	Octubre	Mayo a Agosto
Papa	Julio a Agosto Enero a Febrero	Enero a Febrero Junio a Julio
Zanahoria	Septiembre	Junio a Julio

### 3.3.6. Costos de producción

La información sobre los costos de producción promedio de los cultivos seleccionados se presentan según referencias de autores como FEDEPAPA & FNFP (2024) y UPRA (2021) la para el cultivo de la papa; UPRA (2023) como referencia para el sistema productivo de la cebolla de bulbo; UPRA (2022) para el frijol; Torres-Martínez et al. (2020) para la arveja, Galindo-Pacheco & Saboyá-Acosta (2020) en el caso de la zanahoria; la información para el cultivo de maíz se menciona en FENALCE (2021); y para las hortalizas de hoja (lechuga y repollo) se cita a Escobar (2003) y Ramírez et al. (2018).

Además, los costos de producción se ajustaron a los precios actualizados utilizando la base de datos del Sistema de Información de Precios y Abastecimiento del Sector Agropecuario (SIPSA) para insumos y factores de la producción agropecuaria, con series históricas desde enero de 2013 hasta diciembre de 2020.

**Tabla 13**

*Costos de producción por cultivo*

Cultivo	Costo de producción promedio por hectárea - A	Rendimiento estimado - B [t. ha <sup>-1</sup> ]	Precio de venta - C [ t ]	Ingresos Netos (A*B) - C = C (i) [ \$/t ]
Papa	\$ 24.169.200	18	\$ 2.356.000	\$ 18.238.800
Arveja	\$ 13.942.594	2,89	\$ 5.246.000	\$ 1.218.346
Zanahoria	\$ 11.962.503	21	\$ 613.000	\$ 910.497
Cebolla de bulbo	\$ 38.441.058	26	\$ 2.803.000	\$ 34.436.943
Frijol	\$ 5.561.325	1,52	\$ 4.407.000	\$ 1.137.315
Maíz	\$ 5.344.109	5	\$ 1.241.200	\$ 861.891
Repollo	\$ 11.973.572	24	\$ 744.000	\$ 5.882.428
Lechuga	\$ 17.665.953	22,5	\$ 1.272.000	\$ 10.954.047

### 3.4. Evaluación de instancias

Finalmente, consolidando todos los parámetros que fueron expuestos en los numerales anteriores, los valores establecidos son los siguientes:

**Tabla 14**

*Parámetros del modelo MILP*

Cultivos	Ciclo de Producción [ Meses ]	Parámetros		
		Retorno [ \$ / ha ]	Siembra	Cosecha
Arveja	3	\$ 1.218.346		
Frijol	4	\$ 1.137.315	Oct - Nov	May - Jun
Cebolla de Bulbo	6	\$ 34.436.943	Oct	May - Jun.
Papa	6	\$ 18.238.800	Jul	Ene
Lechuga	4	\$ 10.954.047		
Repollo	4	\$ 5.882.428		
Zanahoria	5	\$ 910.497	Sep.	Jun - Jul
Maíz	5	\$ 861.891		

Para la evaluación de las instancias del modelo, tendremos en cuenta la asociación de varios cultivos y diferentes tiempos en los horizontes de planificación que permiten analizar la adaptabilidad del modelo cuando se cambian los parámetros. Estos cambios van ligados a posibles casos que pueden atravesar los tomadores de decisión en el proceso de la planificación, los beneficios de sucesiones entre cultivos y, por último, considerar las rotaciones que generan mayores ingresos para el agricultor. Para cada una de las instancias se tomará el área de una

hectárea por parcela. Por lo tanto, el resultado de la función objetivo, que es maximizar los ingresos, estará en pesos por hectárea. En la siguiente tabla se muestra los cambios que tendrá cada instancia.

**Tabla 15**

*Consideraciones generales para cada instancia*

Numero de instancia	Numero de cultivos ( <i>i</i> )	Horizonte de producción [Meses]	Calendario de siembra y cosecha [Si / No]
1	4	12	No
2	4	24	No
3	4	24	Si
4	5	12	No
5	5	24	No
6	5	24	Si
7	6	24	Si
8	8	24	Si

Ahora que se ha establecido las diferencias entre las instancias a trabajar, se desarrolla el modelo MILP bajo la estructura de modelado del software GAMS, organizada de la siguiente manera: conjuntos, datos, variables, ecuaciones, declaraciones del modelo y la solución de los mismos.

**Conjuntos y datos:** Los conjuntos representan los índices contenidos en su forma algebraica, mientras que los datos, son los parámetros de entrada que fueron asignados para cada cultivo y cada instancia. En la *Figura 12* se muestran los conjuntos y parámetros (datos) establecidos en el lenguaje.

**Figura 12**

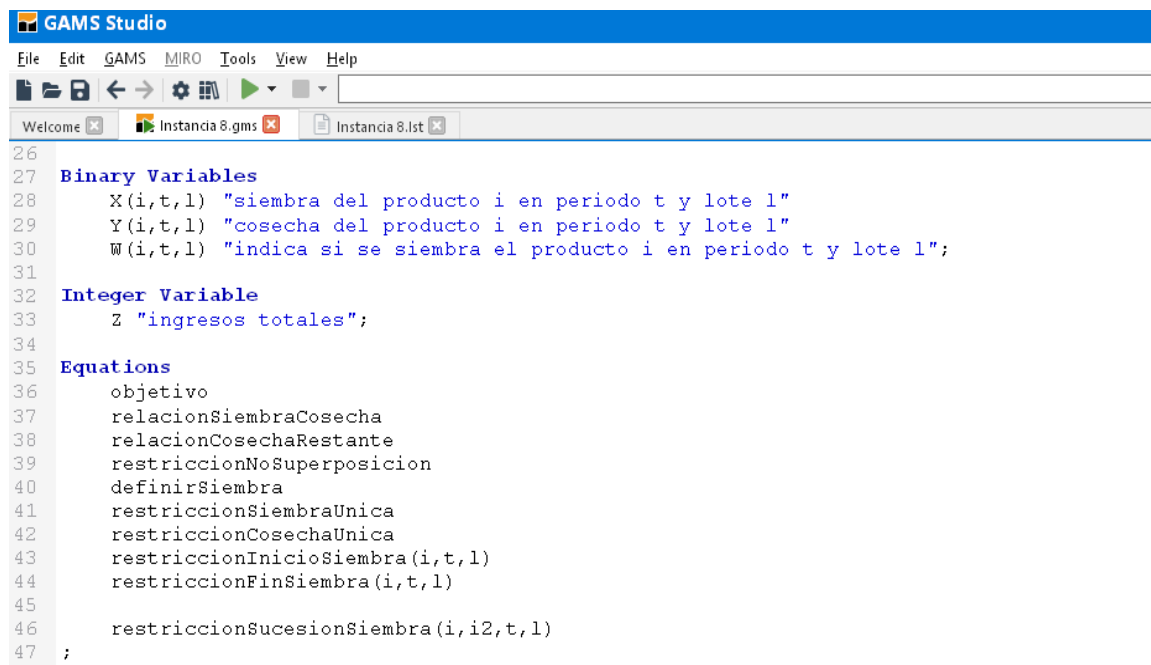
*Declaración de conjuntos, alias y parámetros*

```

1  Set
2  i   "productos agrícolas" / i1*i8 /
3  t   "periodos de producción" / t1*t24 /
4  l   "lotes" / l1*l11 /;
5  Alias (t,ta);
6  Alias (i,i2);
7
8  Parameters
9  tp(i) "tiempo de producción del producto i"
10 / i1 3, i2 4, i3 6, i4 6, i5 4, i6 4, i7 5, i8 6/
11 C(i) "ingreso por cosechar el producto i"
12 / i1 1218346,
13    i2 1137315,
14    i3 34436943,
15    i4 18238800,
16    i5 10954047,
17    i6 5882428,
18    i7 910497,
19    i8 861891 /
20 descanso "tiempo de descanso entre cultivos"
21 / 1 /
22 S(i) "Periodo de inicio de siembra del producto i"
23 /i1 1, i2 10, i3 10, i4 7, i5 1, i6 1, i7 9, i8 1/
24 E(i) "Periodo de fin de siembra del producto i"
25 / i1 24, i2 16, i3 16, i4 14, i5 24, i6 24, i7 22, i8 24/;

```

**Variables y ecuaciones:** En la *Figura 13* se presenta la formulación de las variables implicadas y la declaración de las ecuaciones. Se definen dos tipos de variables: enteras y binarias. Las variables enteras son de tipo discreto y solo pueden tomar valores positivos mientras que las binarias solo pueden tomar valores de 0 y 1. Por otra lado, las ecuaciones tienen que ser primero declaradas y muestran las relaciones algebraicas simbólicas que se utilizarán para generar las restricciones en el modelo.

**Figura 13***Declaración de variables y ecuaciones*


```

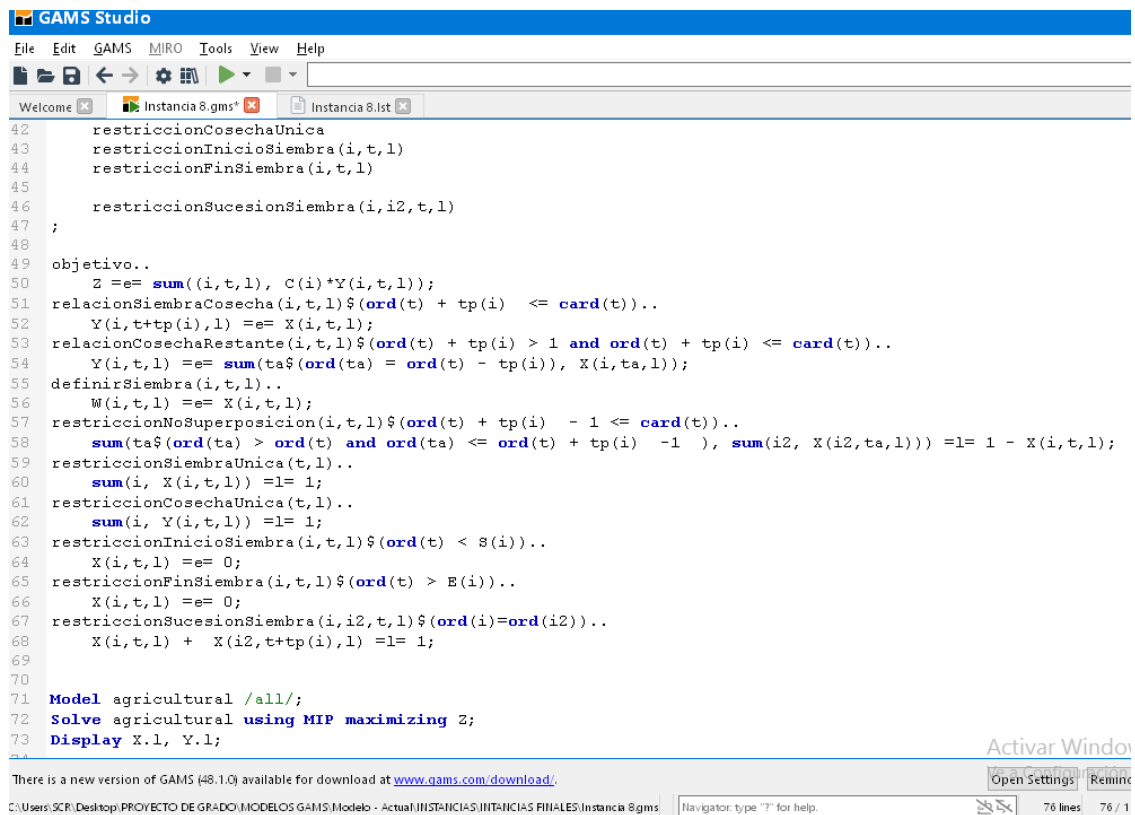
GAMS Studio
File Edit GAMS MIRO Tools View Help
Welcome Instancia 8.gms Instancia 8.lst
26
27 Binary Variables
28   X(i,t,l) "siembra del producto i en periodo t y lote l"
29   Y(i,t,l) "cosecha del producto i en periodo t y lote l"
30   W(i,t,l) "indica si se siembra el producto i en periodo t y lote l";
31
32 Integer Variable
33   Z "ingresos totales";
34
35 Equations
36   objetivo
37   relacionSiembraCosecha
38   relacionCosechaRestante
39   restriccionNoSuperposicion
40   definirSiembra
41   restriccionSiembraUnica
42   restriccionCosechaUnica
43   restriccionInicioSiembra(i,t,l)
44   restriccionFinSiembra(i,t,l)
45
46   restriccionSucesionSiembra(i,i2,t,l)
47 ;

```

Una vez declaradas las ecuaciones, en la *Figura 14* se representa la definición de las ecuaciones específicas en la estructura algebraicas para estas en GAMS.

**Figura 14**

*Definición de ecuaciones, declaración y solución del modelo*



```

42  restriccionCosechaUnica
43  restriccionInicioSiembra(i,t,l)
44  restriccionFinSiembra(i,t,l)
45
46  restriccionSucesionSiembra(i,i2,t,l)
47  ;
48
49  objetivo..
50  Z =e= sum((i,t,l), C(i)+Y(i,t,l));
51  relacionSiembraCosecha(i,t,l)$ord(t) + tp(i) <= card(t)..
52  Y(i,t+tp(i),l) =e= X(i,t,l);
53  relacionCosechaRestante(i,t,l)$ord(t) + tp(i) > 1 and ord(t) + tp(i) <= card(t)..
54  Y(i,t,l) =e= sum(ta$ord(ta) = ord(t) - tp(i), X(i,ta,l));
55  definirSiembra(i,t,l)..
56  W(i,t,l) =e= X(i,t,l);
57  restriccionNoSuperposicion(i,t,l)$ord(t) + tp(i) - 1 <= card(t)..
58  sum(ta$ord(ta) > ord(t) and ord(ta) <= ord(t) + tp(i) - 1, sum(i2, X(i2,ta,l))) =l= 1 - X(i,t,l);
59  restriccionSiembraUnica(t,l)..
60  sum(i, X(i,t,l)) =l= 1;
61  restriccionCosechaUnica(t,l)..
62  sum(i, Y(i,t,l)) =l= 1;
63  restriccionInicioSiembra(i,t,l)$ord(t) < S(i)..
64  X(i,t,l) =e= 0;
65  restriccionFinSiembra(i,t,l)$ord(t) > E(i)..
66  X(i,t,l) =e= 0;
67  restriccionSucesionSiembra(i,i2,t,l)$ord(i)=ord(i2)..
68  X(i,t,l) + X(i2,t+tp(i),l) =l= 1;
69
70
71  Model agricultural /all/;
72  Solve agricultural using MIP maximizing Z;
73  Display X.l, Y.l;

```

Activar Windo

There is a new version of GAMS (48.1.0) available for download at [www.gams.com/download/](http://www.gams.com/download/).

Open Settings Reminc

C:\Users\SCR\Desktop\PROYECTO DE GRADO\MODELOS GAMS\Modelo - Actual\INSTANCIAS\INSTANCIAS FINALES\Instancia 8.gms Navigator: type "F" for help. 76 lines 76 / 1

**Declaración y Solución del modelo:** Una vez definidas las ecuaciones, se declara en la parte final todo el modelo y el solucionador a utilizar dependiendo del tipo de modelo establecido (MILP para nuestro caso).

Para finalizar, se aclara que la información contenida en las *Figuras 12 a 14* representan los datos para la última instancia. A medida que se comienza con el proceso de evaluación de cada una de las instancias se modifican los parámetros según los establecido en la *Tabla 15*. El modelo propuesto anteriormente se ejecuta en un ordenador con procesador Intel® Core™ i3-3110M de 2,40 GHz, memoria RAM de 8 GB y un sistema operativo Windows 10 Pro de 64 bits. La formulación se realiza en la herramienta de modelación algebraica general GAMS versión 45.4.0

que permitió resolver el modelo MILP a través del algoritmo CPLEX. En el *Apéndice C* se organiza los códigos elaborados en el software GAMS para cada instancia.

### 3.4.1. Instancia 1: 4 cultivos y 12 periodos en horizonte de planeación

Para comenzar a evaluar si el modelo brinda resultados óptimos, se establece una primera instancia que tendrá en cuenta los cultivos de ciclos de producción más cortos en un horizonte de planeación de 12 meses ( $t = 12$ ). Para esta instancia se toman los cultivos de arveja, frijol, lechuga y repollo que son dentro del conjunto de cultivos transitorios seleccionados los de ciclo más corto. El periodo de tiempo que se establece es de un año de producción para que permita establecer al menos dos cultivos de los que fueron establecidos. En la *Figura 15* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

**Figura 15**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 1*

```

----  70 VARIABLE Z.L          =  2.312644E+7  ingresos totales
----  70 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote l
          11
i1.t5      1.000
i3.t1      1.000
i3.t8      1.000
-----
----  70 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote l
          11
i1.t8      1.000
i3.t5      1.000
i3.t12     1.000

EXECUTION TIME      =      0.078 SECONDS      4 MB  45.4.0 19dc3313 WEX-WEI

USER: GAMS Community License for Jeset David Caibe OrG231201|0002A0-GEN
      Universidad Industrial de Santander, Industriales y EmpresaCL7666
      License for teaching and research at degree granting institutions

```

**Figura 16**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 1*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12
Parcela	Lechuga				Arveja			Lechuga				

El plan de producción representado en la *Figura 16* muestra que se eligieron los dos cultivos que generan mayor ingreso dentro del horizonte de planificación y se puede concluir que se respeta también las reglas de rotación establecidas. El valor de la función objetivo para esta instancia es de \$ 23'126.440 CMTE. Este valor se obtiene para una unidad de terreno que para nuestras instancias será de una hectárea. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.078 segundos (det. 0.49 tics) a través de 3 iteraciones.

**3.4.2. Instancia 2: 4 cultivos y 24 periodos en el horizonte de planeación**

En esta instancia se tiene en cuenta los cultivos de ciclos de producción cortos, pero se aumenta el horizonte de planeación para analizar el resultado que se obtendrá al contar con un periodo de tiempo mayor y por ende como serán distribuidos los cultivos. En la *Figura 17* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

**Figura 17**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 2*

```

---- 70 VARIABLE Z.L          = 4.969862E+7  ingresos totales
---- 70 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote 1
      11
13.t5      1.000
13.t10     1.000
13.t15     1.000
13.t20     1.000
14.t1      1.000

---- 70 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote 1
      11
13.t9      1.000
13.t14     1.000
13.t19     1.000
13.t24     1.000
14.t5      1.000

EXECUTION TIME      =          0.094 SECONDS      4 MB 45.4.0 19dc3313 WEX-WEI
    
```

**Figura 18**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 2*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Lechuga			Lechuga			Lechuga			Repollo			Lechuga											

Analizando los resultados obtenidos de la distribución de cultivos para esta instancia, se puede evidenciar que el modelo opta por repetir los ciclos de producción de los cultivos que generan mayores ingresos la mayor cantidad de veces posible. A diferencia de la instancia anterior, se opta por establecer el cultivo de *repollo* debido a que dentro de la lista de cultivos establecidos es el segundo más rentable. Otro aspecto importante para resaltar es el cumplimiento de las reglas de rotación establecidas. Debido a que se siembran consecutivamente los mismos cultivos entre los periodos 4 al 6 y 9 al 12 se debe establecer un periodo de descanso para poder volver a sembrar el mismo producto, por ende, no permite un margen de tiempo para sembrar otro ciclo de producción de cualquier cultivo. El valor de la función objetivo para esta instancia es de \$ 49'698.616 CMTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.098 segundos (det. 1.07 tics) a través de 21 iteraciones.

**3.4.3. Instancia 3: 4 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra y cosecha**

Para esta nueva instancia se tiene como novedad el parámetro de siembra y cosecha. En las anteriores instancias no se estableció esta restricción para evaluar si el modelo respetaba las reglas de rotación al tener total libertad para sembrar cualquier producto. Las limitaciones del calendario de siembra y cosecha son pertinentes ser evaluadas en horizontes de planeación amplios ya que,

de no ser así, de antemano se conocerá que cultivos el modelo no tendrá en cuenta y optará por las opciones más viables económicamente. Dentro de los cultivos que se evalúan en esta instancia, el único que cuenta con un calendario de siembra y cosecha es el frijol, en donde se establece un periodo de siembra en  $t = 10$  y un periodo de cosecha en  $t = 14$  para el horizonte de planeación establecido. En la *Figura 19* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

**Figura 19**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 3*

```

---- 71 VARIABLE Z.L                = 4.969862E+7  ingresos totales
---- 71 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote 1
                                11
13.t1      1.000
13.t9      1.000
13.t15     1.000
13.t20     1.000
14.t5      1.000

---- 71 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote 1
                                11
13.t5      1.000
13.t13     1.000
13.t19     1.000
13.t24     1.000
14.t9      1.000

EXECUTION TIME      =      0.110 SECONDS      4 MB 45.4.0 19dc3313 WEX-WEI
    
```

**Figura 20**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 3*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Lechuga		Repollo				Lechuga			Lechuga				Lechuga										

El plan de producción se representa en la *Figura 20*, y es similar a la instancia anterior, la única diferencia recae en el orden en el que se sembró cada cultivo, en esta instancia se realiza la rotación de lechuga y repollo al inicio del horizonte de planeación. Para esta instancia también se

respetaron las reglas de rotación de cultivos. Algo importante a resaltar es que tener en cuenta el calendario de siembra y cosecha no genera un cambio significativo debido a que, en este caso en particular, el *frijol* no es considerado uno de los cultivos que mayor ingreso genera y por tanto no afecta la programación ya establecida. El valor de la función objetivo para esta instancia es nuevamente de \$ 49'698.616 CMTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.110 segundos (det. 1.07 tics) pero a diferencia de la instancia anterior, lo hace a través de un mayor número de iteraciones, 24 para esta instancia.

#### 3.4.4. Instancia 4: 5 cultivos y 12 periodos en el horizonte de planeación.

En esta nueva instancia se añade uno de los cultivos que mayor retorno genera para el tomador de decisiones, que es la *papa*. Se disminuye nuevamente el horizonte de planeación a 12 meses para analizar el resultado que se obtendrá al tener un cultivo que genere más ingresos para el agricultor pero que a su vez, es uno de los que tiene un ciclo de producción más largo. En la *Figura 21* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

### Figura 21

#### Impresión de variables en GAMS para instancia 4

```

----  72 VARIABLE Z.L                =  2.919285E+7  ingresos totales
----  72 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote l
          11
i3.t5      1.000
i4.t1      1.000

----  72 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote l
          11
i3.t11     1.000
i4.t5      1.000

EXECUTION TIME      =      0.109 SECONDS      4 MB  45.4.0 19dc3313 WEX-WBI

```

**Figura 22***Calendario de producción para cultivos de instancia 4*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12
Parcela	Lechuga					Papa						

El resultado del plan de producción se representa en la *Figura 22* en donde se opta por sembrar el cultivo de papa por encima de los cultivos de ciclo más corto debido a que genera un mayor ingreso para el agricultor. Para esta instancia el valor de la función objetivo es de \$ 29'192.847 CMTE. Si realizamos una comparación con la instancia número 1 en donde se tuvo en cuenta la misma cantidad de periodos y los cultivos de ciclo más corto, el presente esquema de rotación al tener en cuenta a la *papa* le permitirá tener un margen de retorno más significativo que al realizar varias siembras de cultivos de ciclos cortos de producción. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.01 segundos (det. 0.63 tics) a través de 2 iteraciones.

#### **3.4.5. Instancia 5: 5 cultivos y 24 periodos en el horizonte de planeación**

En la presente instancia se tiene en cuenta el mismo conjunto de cultivos que en la instancia anterior, pero ampliando el horizonte de planeación como se hizo en la instancia 2, a 24 meses (2 años). Bajo este régimen de tiempo de producción en la *Figura 23* se muestra el mejor resultado obtenido por GAMS para el modelo.

**Figura 23**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 5*

```

---- 70 VARIABLE Z.L          = 5.838569E+7  ingresos totales
---- 70 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote l
      l1
i3.t5      1.000
i3.t14     1.000
i4.t1      1.000
i4.t20     1.000

---- 70 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote l
      l1
i3.t11     1.000
i3.t20     1.000
i4.t5      1.000
i4.t24     1.000

EXECUTION TIME      =      0.125 SECONDS      4 MB 45.4.0 19dc3313 WEX-WEI
    
```

**Figura 24**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 5*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Lechuga				Papa								Papa						Lechuga					

Al tener un horizonte de planeación más amplio, el modelo opta por replicar para el segundo año de producción el resultado de la instancia anterior, como puede apreciarse en la representación del plan para la *Figura 24*. Es importante destacar que el periodo 13 en donde se deja un periodo de descanso antes de volver a cultivar papa, ya que de no dejarse ese espacio se estaría violando las reglas de rotación establecidas. El valor de la función objetivo para esta instancia es de \$ 58'385.694 CMTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0,125 segundos (det. 1.39 tics) a través de 18 iteraciones.

**3.4.6. Instancia 6: 5 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha.**

El resultado obtenido en la instancia número 5 puede definirse como predecible debido a que el modelo siempre optara por sembrar los cultivos más rentables la mayor cantidad de ciclos posibles. Sin embargo, para la instancia actual se limita el tiempo que puede ser sembrado el cultivo más rentable, que es la *papa*. Esta limitación viene establecida por el calendario de siembra y cosecha que fue definido para el cultivo de *papa* que tiende a ser sembrado en el periodo  $t = 7$  y puede ser cosechado en el periodo  $t = 13$ . Sin embargo, se tendrá en cuenta el calendario para el cultivo más rentable y para todos los que han sido establecidos. En la *Figura 25* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

**Figura 25**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 6*

```

---- 69 VARIABLE Z.L          = 5.231929E+7  ingresos totales
---- 69 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote 1
      11
i1.t1      1.000
i3.t9      1.000
i4.t4      1.000
i4.t15     1.000
i4.t20     1.000

---- 69 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote 1
      11
i1.t4      1.000
i3.t15     1.000
i4.t8      1.000
i4.t19     1.000
i4.t24     1.000

EXECUTION TIME      =      0.109 SECONDS      4 MB 45.4.0 19dc3313 WEX-WEI
    
```

**Figura 26**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 6*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Arveja		Lechuga				Papa						Lechuga			Lechuga								

El resultado muestra que al tener en cuenta las limitaciones del calendario de siembra y cosecha el plan de producción tiende a tener cambios significativos. Primero, se puede analizar que al limitarse el periodo de producción de la *papa* el modelo optará por ocupar los periodos disponibles con el cultivo que sea más rentable, en este caso la *lechuga*. Otro aspecto importante para resaltar es la siembra del cultivo de *arveja*, lo que evidencia el máximo aprovechamiento del tiempo disponible, ya que al no poder cultivar nuevamente *lechuga* debido a que no se cuenta con el tiempo suficiente para completar un ciclo de producción, se optará por alguno de los cultivos que tengan cabida para el tiempo disponible. Finalmente se evidencia que el resultado respeta las reglas de rotación que fueron establecidas, como sucede en el periodo 19, donde al cultivarse consecutivamente el cultivo de *lechuga* se deja este periodo de descanso antes de volver a ser sembrado. El valor de la función objetivo para esta instancia es de \$ 52'319.287 CMTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.109 segundos (det. 1.44 tics) a través de 8 iteraciones.

#### ***3.4.7. Instancia 7: 6 cultivos, 24 periodos en el horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha***

Ahora bien, hasta el momento se han obtenido resultados en los cuales se evidencia que el modelo maximiza los ingresos de los agricultores y se respeta en todas las instancias las reglas establecidas de rotación de cultivos. Para la presente instancia se mantendrán los parámetros que fueron establecidos en la instancia 6, pero añadiremos el cultivo de *cebolla de bulbo*, que es el cultivo que mayor retorno genera y también tiene un ciclo de producción largo. Al tener en cuenta este cultivo adicional se busca analizar el resultado del plan de producción óptimo que el modelo

establezca teniendo en cuenta todos los parámetros que ya han sido evaluados en las instancias pasadas. En la *Figura 27* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

**Figura 27**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 7*

```

----      70 VARIABLE Z.L              =  7.458384E+7  ingresos totales
----      70 VARIABLE X.L  siembra del producto i en periodo t y lote 1
              11
i3.t7        1.000
i4.t14       1.000
i5.t1        1.000
i5.t20       1.000

----      70 VARIABLE Y.L  cosecha del producto i en periodo t y lote 1
              11
i3.t13       1.000
i4.t20       1.000
i5.t5        1.000
i5.t24       1.000

EXECUTION TIME      =          0.125 SECONDS      4 MB  45.4.0 19dc3313 WEX-WEI
    
```

**Figura 28**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 7*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Lechuga				Papa				Cebolla de bulbo				Lechuga											

El plan de producción representado en la *Figura 28*, nuevamente respeta las reglas de rotación establecidas y como novedad, se siembra el cultivo de *cebolla de bulbo*, ya que es uno de los cultivos de mayor retorno en ingresos. Hay algo que cabe resaltar de este plan y son los periodos que no fueron utilizados. En total son 4 periodos que no fueron utilizados ( $t=5$ ,  $t=6$ ,  $t=13$  y  $t=24$ ). A simple vista podría concluirse que este número de periodos podrían ser dispuestos para sembrar otro producto, como lo es la *alverja*, y no se estaría violando las reglas de rotación; sin embargo, el modelo tiene en cuenta los calendarios de siembra y cosecha de los cultivos de *papa* y *cebolla*

de bulbo, lo que limita a distribuir solo los cultivos de mayores ingresos y permitir aprovechar los periodos de producción adicionales con los que se cuenta. Esto evidencia que el modelo tiene en cuenta las restricciones que fueron establecidas, mediante las cuales se busca aproximarse a casos reales en el proceso de planificación agrícola. El valor de la función objetivo para esta instancia es de \$ 74'583.837 CMTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.125 segundos (det. 1.81 tics) a través de 11 iteraciones.

**3.4.8. Instancia 8: 8 cultivos, 24 periodos en horizonte de planeación y calendario de siembra – cosecha.**

Como instancia final, evaluaremos la solución óptima que encuentra el modelo teniendo en cuenta todo el conjunto de parámetros que fueron establecidos en la *Tabla 14*. Para esta instancia en particular se pretende visualizar como un tomador de decisiones debería optar por planificar su producción con el fin de maximizar sus ingresos para dos años con un conjunto de cultivos transitorios que sean relevantes en el mercado regional (Nariño), teniendo en cuenta sus ciclos de producción y las limitantes de tiempo para siembra y cosecha. En la *Figura 29* se muestra la solución obtenida en GAMS bajo estos parámetros:

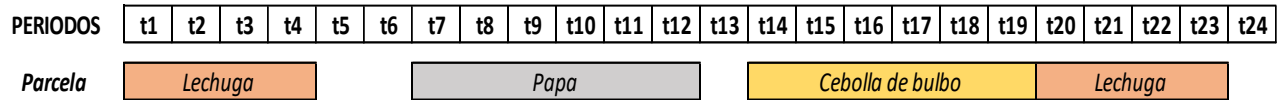
**Figura 29**

*Impresión de variables en GAMS para instancia 8*

74 VARIABLE X.L siembra del producto i en periodo t y lote l			
	11	12	13
\$3.t14	1.000	1.000	1.000
\$4.t7	1.000	1.000	1.000
\$5.t1	1.000	1.000	1.000
\$5.t20	1.000	1.000	1.000
74 VARIABLE Y.L cosecha del producto i en periodo t y lote l			
	11	12	13
\$3.t20	1.000	1.000	1.000
\$4.t13	1.000	1.000	1.000
\$5.t5	1.000	1.000	1.000
\$5.t24	1.000	1.000	1.000
EXECUTION TIME	=	0.219 SECONDS	6 MB 45.4.0 19dc3313 WEX-WEI

**Figura 30**

*Calendario de producción para cultivos de instancia 8*



Como puede observarse en el plan de producción de la *Figura 30*, el resultado es igual al obtenido en la instancia anterior. Esto puede concluirse debido a que los dos cultivos que fueron añadidos (*zanahoria y maíz*) no tienen un retorno significativo para ser tenidos en cuenta. A manera de conclusión se puede identificar que los cultivos más rentables dentro del conjunto establecido son la *cebolla de bulbo*, la *papa* y la *lechuga*, debido a que son asignados en la mayoría de los planes de producción que el modelo obtuvo como óptimos. Hay algo importante a destacar y es que a GAMS le toma un mayor tiempo en encontrar esta solución. Para esta instancia le tomo 0.219 segundos (det. 2.59 tics) a través de 12 iteraciones. Finalmente, el valor de la función objetivo para esta instancia fue de 74'583.837 CMTE.

Como parte final de la evaluación de instancias, se condensa en la *Tabla 16* el tiempo que requirió GAMS encontrar la mejor solución a medida que se tenían en cuenta más cultivos, mayor tiempo en el horizonte de producción y restricciones adicionales. También se muestra para cada instancia el valor de la función objetivo para la solución óptima que fue encontrada.

**Tabla 16**

*Tiempo de cómputo y valor función objetivo por instancias para modelo MILP*

Numero de Instancia	Tiempo de Computo [ Segundos (seg) ]	Valor Función Objetivo
1	0,078	\$ 23.126.440
2	0,094	\$ 49.698.616

3	0,11	\$	49.698.616
4	0,109	\$	29.192.847
5	0,125	\$	58.385.694
6	1	\$	52.319.287
7	0,125	\$	74.583.827
8	0,219	\$	74.583.837

Otro aspecto importante para resaltar dentro de los resultados obtenidos para cada instancia es que GAMS no presenta *GAP* en ninguna de estas. Esto significa que no existe una brecha entre la solución obtenida y el conjunto de posibles soluciones que son evaluados en el modelo. Cada solución obtenida en las instancias es la óptima.

Finalmente se ha comprobado que el modelo encuentra un resultado óptimo para todas las instancias y se cumple con las reglas de rotación de cultivos que fueron establecidas. Una vez ejecutado el modelo de optimización MILP en GAMS, los resultados obtenidos pueden considerarse soluciones óptimas desde el punto de vista del modelamiento matemático. Sin embargo, estas soluciones deben ser analizadas en conjunto con los impactos potenciales que pueden tener sobre el tomador de decisiones, en especial cuando se considera el desgaste del suelo como un factor relevante en la producción agrícola. En este sentido, y basándonos en la literatura revisada y el apoyo de un agrónomo<sup>1</sup>, se propone utilizar el modelo no sólo como una herramienta para optimizar la producción y la rotación de cultivos, sino como un medio para evaluar esquemas de rotación previamente definidos. Estos esquemas buscan maximizar los rendimientos, asegurar la conservación y sostenibilidad del suelo en el largo plazo y minimizando los impactos negativos derivados de prácticas agrícolas ineficientes.

---

<sup>1</sup> Carlos Arturo Florez

### 3.5. Esquemas de rotación

Hay que considerar a los cultivos que, seleccionados dentro de los posibles esquemas de rotación, si bien pueden ser sembrados en los municipios que se seleccionaron por las condiciones edafoclimáticas y altitudinales favorables para su producción, pero que técnicamente no es viable realizar una secuencia al azar, ya que esto generaría una problemática a nivel de rendimientos y conservación del suelo. Esta situación no es considerada en el modelo matemático, pero es necesaria tenerla presente considerando el impacto que puede ser percibido por un tomador de decisiones.

La práctica de la rotación de cultivos es importante para optimizar la producción agrícola sostenible debido a su influencia sobre la dinámica de la salud del suelo, favoreciendo componentes de la fertilidad, así como de la regulación de problemas fitosanitarios, conllevando a mantener o incrementar los rendimientos (Kumar et al., 2020).

De acuerdo Slavikova (2018) con los beneficios de la rotación del suelo incluyen mejor gestión del nitrógeno, menor contaminación de los recursos suelo y agua, mantener estructura del suelo, así como el movimiento y conservación del contenido de humedad en este, prevención de la erosión, se considera como una importante estrategia de control de plagas, malezas y enfermedades, así como para mitigar efectos negativos del cambio climático, desencadenando mayores rendimientos y calidad de las cosechas.

Asghar & Kataoka (2022) reportan que, dentro de los modelos de diversificación, las opciones de rotación de cultivos y complementación de biomasa vegetal (residuos de cultivo o abonos verdes), en conjunto llegan a generar aportes importantes de material orgánico, el cual podría resultar valioso para la restauración y conservación del recurso suelo en su fertilidad natural. Esto depende

fundamentalmente de un trabajo microbial complejo que conduce a mejoras físicas, biológicas y químicas.

Por otra parte, las áreas dedicadas al monocultivo, generalmente presentan mayor incidencia de problemas fitosanitarios, y su práctica predisponen un aumento constante de estos y un desconocimiento del control químico puede desencadenar un panorama complicado para los productores; sin embargo, existen posibilidades de supresión por el suelo de estos agentes biológicos (hongos, bacterias, insectos, nematodos, entre otros), a través de la práctica de rotación de cultivos, que además de la falta de selección positiva del agente causal, también da tiempo necesario para que poblaciones de biocontroladores generen una regulación natural (Agrios, 2005).

Larkin, (2015) expone que, la capacidad supresora de la rotación de cultivos sobre enfermedades provenientes del suelo se logra por, una disminución de los niveles de inóculo, la producción de compuestos con efecto tóxico directo sobre el patógeno, y el aumento de poblaciones microbianas antagonicas o que compiten con agentes fitopatógenos y fitófagos.

Los esquemas de rotación de cultivos propuestos se construyen fundamentados en principios de manejo de suelo y optimización de nutrientes. De acuerdo Koch et al. (2020) con y Riedell et al. (2009) cultivos como la papa y el maíz son altamente exigentes en nutrientes, mientras que la arveja y el frijol, al ser leguminosas, tienen la capacidad de fijar nitrógeno en el suelo, lo cual beneficia a los cultivos que seguirán (Tsiknia et al., 2021). Al alternar entre estos tipos de cultivos, se evita el agotamiento de nutrientes específicos del suelo.

Los cultivos de la misma familia pueden ser susceptibles a las mismas plagas y enfermedades. Alternar cultivos reduce la posibilidad de que plagas y enfermedades específicas se establezcan y se multipliquen (O'Brien, 2017).

Así mismo en la utilización eficiente de recursos, la combinación de cultivos en el esquema permite un uso más eficiente del espacio y los recursos disponibles. Por ejemplo, alternar entre cultivos que tienen diferentes ciclos de crecimiento (como papa, que tiene un ciclo más largo, y arveja, que es de ciclo corto) ayuda a maximizar el uso de terreno a lo largo del año; también se menciona la reducción de competencia, debido a que diferentes cultivos tienen requerimientos de luz, agua y nutrientes específicos. Al rotar entre cultivos que tienen necesidades variables, se reduce la competencia directa por estos recursos, permitiendo un crecimiento más saludable y eficiente de cada tipo de planta (Vargas Diaz et al., 2022).

Por último, promueve la salud del ecosistema, al rotar diferentes tipos de cultivos promueve la biodiversidad, lo cual puede mejorar la resiliencia del ecosistema agrícola. La diversidad de cultivos puede atraer a una variedad de insectos beneficiosos y fomentar un equilibrio natural en el ecosistema agrícola. Los cultivos de raíces profundas (como la zanahoria) y aquellos que cubren el suelo (como el repollo) ayudan a mantener la estructura del suelo y reducen la erosión. La rotación asegura que el suelo esté constantemente cubierto y estructurado, lo que mejora su salud general (Nadeem et al., 2019).

El esquema propuesto se distribuye de manera que los cultivos se alternan adecuadamente a lo largo de las diferentes estaciones y años, la disposición de los cultivos sigue un patrón en el que los cultivos de alto consumo de nutrientes (como papa y maíz) se alternan con cultivos que mejoran la fertilidad del suelo (como arveja y frijol). Esta secuencia permite que los nutrientes se regeneren y el suelo mantenga su salud y productividad. La rotación incluye cultivos que ayudan a controlar la compactación del suelo y aportan materia orgánica (como la lechuga y zanahoria). Esto contribuye a mantener un suelo fértil y en buen estado para los cultivos futuros.

La propuesta de rotación de cultivos está diseñada para optimizar el uso del suelo y los nutrientes, minimizar problemas de plagas y enfermedades, y promover la salud general del ecosistema agrícola. Implementar alguno de los esquemas puede resultar en una producción más sostenible y eficiente a largo plazo. Los esquemas de rotación propuestos en la *Tabla 15* permiten establecer una secuencia lógica de cultivos, de acuerdo con las características productivas y las necesidades de conservación del suelo. Estos esquemas se construyen a partir de cultivos con diferentes requerimientos nutricionales y tiempos de madurez, buscando maximizar el rendimiento y promover la sostenibilidad agrícola y la preservación del recurso suelo. La rotación de cultivos se fundamenta en el equilibrio entre especies de alto consumo de nutrientes y aquellas que favorecen la fertilidad del suelo, lo cual es crucial para evitar la degradación de los suelos y los problemas fitosanitarios asociados a la repetición de cultivos de la misma familia. A partir de estos esquemas propuestos por el Ingeniero Agrónomo de la Universidad de Nariño, Carlos Arturo Flórez Casanova (cflorezcasanova@outlook.com), se procederá a evaluar los planes de producción que sean generados por el modelo MILP teniendo en cuenta sus respectivos parámetros para cada uno de los cultivos que conforme cada esquema. Los esquemas propuestos están orientados en que los cultivos establecidos tienen compatibilidad para ser sembrados sucesivamente. En el capítulo de resultados se realizará una comparación de los planes obtenidos en la implementación del modelo y los resultados obtenidos por el modelo desde un enfoque técnico.

**Tabla 17**

*Esquemas de rotación*

Esquema	Cultivos
1	Papa - Arveja – Maíz
2	Cebolla de bulbo - Frijol - Maíz

3	Lechuga - Arveja - Papa - Repollo
4	Papa - Zanahoria - Arveja - Repollo
5	Cebolla de bulbo - Arveja - Frijol - Maíz

---

### 3.6. Evaluación de esquemas de rotación

Para la evaluación de instancias en los esquemas de rotación se tendrá en cuenta un horizonte de planificación de 2 años (24 meses). Este horizonte de planificación es establecido teniendo en cuenta un margen de tiempo amplio que permita sembrar los cultivos de periodos largos y cortos. Este horizonte puede asemejarse también a un contrato de arrendamiento sobre predios de vocación agrícola que pueden tomar periodos de 1 a 4 años o por siembras de productos. Esto le permitirá al agricultor tener un punto de referencia para un posible calendario de producción durante el tiempo que establezca, buscando siempre maximizar sus ingresos y respetando las reglas de rotación de cultivos.

Otro aspecto que se tendrá en cuenta en cada uno de los esquemas de rotación será el calendario de siembra y cosecha. Como se explicó en el correspondiente apartado de este parámetro, algunos cultivos tienden a ser sembrados y cosechados en determinados periodos del año debido a las condiciones propias de los cultivos, las zonas donde se produce y el efecto que esto tiene sobre el rendimiento. Este parámetro puede estar sujeto a cambios según los requerimientos del tomador de decisiones, ya que puede afectar o no, a la decisión final, debido a que como fue resaltado anteriormente, los datos obtenidos fueron a nivel país, cada región puede tener calendarios diferentes debido a sus condiciones climáticas y las variedades de cultivos que se produzcan, como es el caso de Nariño.

**3.6.1. Esquema 1 sin calendario.**

Para este esquema se tendrán en cuenta los cultivos de papa, arveja y maíz. No se tendrá en cuenta el calendario de siembra y cosecha. Se buscará la solución óptima y se brindará el plan de producción establecido para el periodo de producción. A continuación, se muestra una gráfica que representa la secuencia de cultivos establecida para una parcela determinada bajo los parámetros ya mencionados:

**Figura 31**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 1 sin calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Papa						Papa						Papa						Arveja					

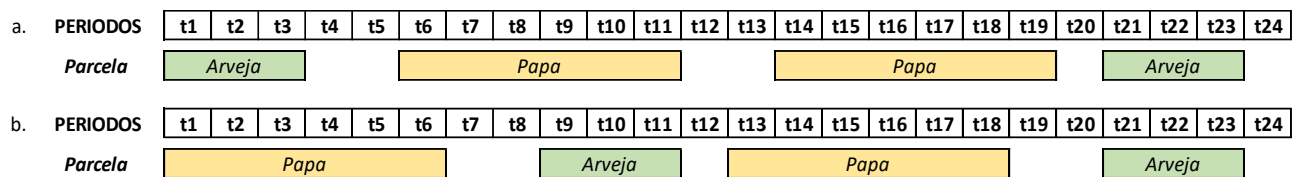
El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 55'934.746 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.01 segundos (det. 0.27 ticks) a través de 3 iteraciones. En esta instancia se puede observar que cuando se siembra consecutivo el mismo cultivo siempre optara por dar el periodo de descanso, que para nuestro caso puntual es 1 mes. Otro aspecto para resaltar es que el modelo optara por sembrar la mayor cantidad de ciclos del producto más rentable y en el caso puntual ocupar el tiempo que tenga disponible para el cultivo que sea más viable económicamente.

**3.6.2. Esquema 1 con calendario.**

Para esta evaluación el único parámetro a cambiar es que se tendrá en cuenta el calendario de siembra y cosecha de la papa. Para este cultivo se establecen dos posibilidades. Una que sea sembrado a inicio de año (t=1) o a mitad de año (t=6). Para estas dos posibilidades los resultados obtenidos por el modelo son los siguientes.

**Figura 32**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 1 con calendario*



A través de la *Figura 32* se puede evidenciar que al tener en cuenta el calendario de siembra y cosecha, se obtiene una distribución diferente de los ciclos de producción de cada cultivo en el horizonte de planeación. Cuando el modelo tiene en cuenta la limitación del parámetro de siembra y cosecha, se reduce el margen obtenido por el tomador de decisiones; sin embargo, se sigue cumpliendo con las reglas de rotación de cultivos. Otro aspecto importante por resaltar es la diferencia de secuenciación que se obtiene por los periodos de siembra de la papa. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones para ambos casos es de \$ 38'914.292 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.00 segundos (det. 0.27 ticks) a través de 0 iteraciones. Finalmente, para este esquema de rotación se puede evidenciar que se respetan las reglas de rotación al tener en cuenta el calendario de siembra y cosecha para los cultivos y adicionalmente se puede concluir que el cultivo de maíz no es rentable para la zona en donde se establece este esquema.

**3.6.3. Esquema 2 sin calendario**

Los cultivos seleccionados para este esquema son: Cebolla de bulbo, frijol y maíz. Nuevamente no se tendrá en cuenta el calendario de siembra y cosecha. Se buscará la solución óptima y se brindará el plan de producción establecido. A continuación, se muestra una gráfica que representa el plan de producción establecido para una parcela determinada bajo los parámetros ya mencionados:

**Figura 33**

*Calendario de producción para cultivos esquema de rotación 2 sin calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Frijol				Cebolla de Bulbo				Frijol				Cebolla de Bulbo											

Se observa a través de la *Figura 33* que se cumple con las reglas de rotación y se deja entre cada cultivo un periodo de descanso, ya que se cuenta con la disponibilidad para realizarlo consecutivamente entre cada ciclo de siembra y cosecha de los productos establecidos. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 71'148.516 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.01 segundos (det. 0.89 ticks) a través de 0 iteraciones.

**3.6.4. Esquema 2 con calendario.**

Para esta instancia se tendrán en cuenta los mismos cultivos, pero teniendo en cuenta el calendario de producción. Según lo establecido en la *Tabla 14* para el cultivo de Frijol y Cebolla el periodo de siembra está comprendido entre el mes de octubre (t=10) o noviembre (t=11). Para esta propuesta se tendrán en cuenta estos periodos y se analizara la solución obtenida. A continuación, se muestra una gráfica que representa el plan de producción para una parcela determinada bajo los parámetros ya establecidos.

**Figura 34**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 2 con calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Maiz				Frijol				Cebolla de Bulbo				Frijol											

Debido a que se limita el periodo de siembra para los cultivos más rentables dentro de este esquema de rotación, el modelo opta por ocupar los periodos disponibles para un ciclo productivo de maíz, evitando dejar de usar el suelo y teniendo en cuenta las reglas de rotación ya establecidas. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 37'573.464 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.00 segundos (det. 0.28 ticks) a través de 0 iteraciones.

**3.6.5. Esquema 3 sin calendario**

Para este esquema de rotación a diferencia de los anteriores, se tendrán en cuenta 4 cultivos, que son: Papa, arveja, lechuga y repollo. Se establece el mismo horizonte de tiempo que en las anteriores instancias y se partirá sin tener en cuenta el calendario de siembra y cosecha. A continuación, se muestra el resultado del plan de producción para este esquema con los parámetros ya establecidos:

**Figura 35**

*Calendario de producción para cultivos esquema de rotación 3 sin calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Lechuga				Papa				Papa				Lechuga											

Para este último esquema se obtiene como resultado la rotación de los dos cultivos más rentables. Es importante destacar que el modelo continúa respetando las reglas de rotación de cultivos, pero siempre tendrá en cuenta sembrar aquellos productos que representen un mayor margen de ingresos para el tomador de decisiones, debido a esto, no tiene en cuenta los otros dos cultivos que están presentes en este esquema de rotación. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 58'385.694 MCTE. El tiempo que le toma a

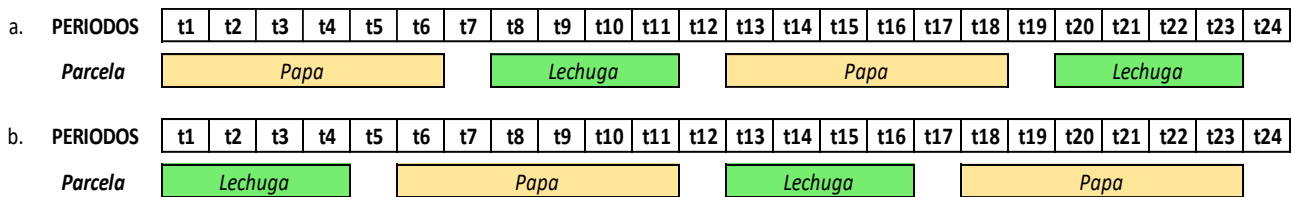
GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.01 segundos (det. 0.38 ticks) a través de 8 iteraciones.

**3.6.6. Esquema 3 con calendario.**

Para este esquema, nuevamente se tendrá en cuenta los cuatro cultivos de la instancia 5 pero se establecerá los periodos de siembra y cosecha para los cultivos que tengan esta estacionalidad. Para esta evaluación puntual, solamente el cultivo de papa tiene limitaciones en el periodo de siembra y cosecha. Se establece el periodo de siembra para el mes de Julio (t=6 o t=18) o para el mes de enero (t=1 o t=13) ya que son los meses donde tiende a sembrarse más este cultivo. A continuación, se muestra el resultado obtenido al establecer estos dos cambios en los parámetros.

**Figura 36**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 3 con calendario*



Se puede observar que al tener en cuenta los casos de siembra posibles para la papa, el resultado obtenido en el retorno para el tomador de decisiones es el mismo, ya que se cultivó los mismos ciclos que en la anterior evaluación. Sin embargo, se distribuyó diferente la sucesión entre los dos cultivos de papa y lechuga. Al tener en cuenta la siembra de papa a inicio de año, el modelo optara por cumplir esta restricción y de igual forma en el caso de que se siembre a mitad de año. Lo importante de este esquema es lograr identificar que aun teniendo en cuenta las limitaciones de calendario, las rotaciones obtenidas siguen teniendo en cuenta las reglas de rotación de cultivos. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones son nuevamente

de \$ 58'385.694 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.01 segundos (det. 0.38 ticks) a través de 0 iteraciones.

**3.6.7. Esquema 4 sin calendario**

Los cultivos para este esquema serán papa, repollo, arveja y zanahoria. El cultivo de zanahoria cambia por el cultivo de lechuga respecto a la instancia anterior. A continuación, se muestra el resultado obtenido para este nuevo esquema de rotación bajo los parámetros que acompañan a cada cultivo.

**Figura 37**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 4 sin calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Repollo				Papa								Papa								Repollo			

Se concluye que este esquema guarda cierta similitud con la anterior. La diferencia recae en que el cultivo que se siembra es repollo en lugar de lechuga. Sin embargo, la secuenciación establecida guarda el mismo comportamiento que en la evaluación del esquema número 5 sin calendario. Otro aspecto importante es que no se tiene en cuenta el cultivo de zanahoria que fue añadido a este esquema debido a que su retorno en ingresos no llega a ser superior al del repollo. Para el conjunto de cultivos establecidos nuevamente solo hay restricción de calendario de siembra y cosecha para el cultivo de papa, por esta razón, el resultado al tener en cuenta este calendario, tendrá el mismo valor objetivo que la presente instancia, como sucedió en el anterior esquema. Esto también sucede en el plan de producción en el caso de tener en cuenta el parámetro de calendario de siembra, ya que solamente la papa tiene esta limitación. Las secuencias que se obtienen son iguales a las establecidas en la *Figura 36*, pero el cultivo de lechuga esta vez es sustituido por repollo. Esto se puede apreciar en la *Figura 38*.

**Figura 38**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 4 con calendario*

a.	PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
	Parcela	Papa						Repollo						Papa						Repollo					
b.	PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
	Parcela	Repollo						Papa						Repollo						Papa					

El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 48'242.456 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.00 segundos (det. 0.38 ticks) a través de 2 iteraciones. El resultado de la función objetivo para las instancias en las que se tiene en cuenta el calendario de siembra es el mismo; sin embargo, el tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.02 segundos (det. 0.18 ticks) a través de 0 iteraciones.

**3.6.8. Esquema 5 sin calendario**

Ahora se evaluará el resultado del modelo con el esquema de rotación 5, que tiene en cuenta los cultivos de arveja, cebolla de bulbo, maíz y frijol. Este esquema de rotación destaca por tener tres cultivos (arveja, frijol y maíz) que no tiene amplias diferencias entre sus retornos de ingreso. El modelo en esta evaluación no tendrá en cuenta el calendario de siembra y cosecha. A continuación, se muestra el resultado obtenido al establecer estos parámetros.

**Figura 39**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 5 sin calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Cebolla de Bulbo						Arveja						Cebolla de Bulbo						Arveja					

En el plan de producción establecido para esta instancia se valida el cumplimiento de las reglas de rotación de cultivos. Nuevamente el modelo opta por sembrar los cultivos más rentables, sin tener en cuenta los periodos disponibles para un cultivo de ciclo productivo más largo. Por el contrario, se inclina por sembrar arveja, de periodo corto pero que tiene un retorno en ingresos mayor a los otros dos cultivos restantes del esquema evaluado. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 71'310.578 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.00 segundos (det. 1.16 ticks) a través de 0 iteraciones.

**3.6.9. Esquema 5 con calendario.**

Como evaluación final, se tendrá nuevamente el esquema de rotación 5 (Cebolla de bulbo, arveja, frijol y maíz) pero teniendo en cuenta el calendario de siembra y cosecha para los cultivos que tengan esta limitación. Ahora bien, para esta instancia los cultivos que tienen limitación son el frijol y la cebolla de bulbo. El frijol tendrá su periodo de siembra para el mes de noviembre (t = 11) y la cebolla de bulbo para el mes de octubre (t = 10). Para ambos casos no se tiene en cuenta el periodo de siembra del último año del horizonte de planeación debido a que no hay el número de periodos suficientes para cumplir con un ciclo de producción. Con estos parámetros establecidos, el resultado obtenido se muestra a continuación:

**Figura 40**

*Calendario de producción para cultivos de esquema de rotación 5 con calendario*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
Parcela	Maiz						Arveja					Cebolla de Bulbo						Arveja						

El plan de producción resalta la siembra de maíz al inicio del horizonte de planeación. Esta asignación se debe principalmente a la limitación que tiene el periodo de siembra del Frijol. Ya

que, el frijol tiene un mayor retorno, pero al verse limitado por su periodo de siembra, el modelo opta por asignar al maíz para aprovechar los periodos de producción disponibles y cumplir con las reglas de rotación establecidas en el modelo. El valor de la función objetivo, que son los ingresos para el tomador de decisiones es de \$ 37'735.526 MCTE. El tiempo que le toma a GAMS encontrar la solución para esta instancia es de 0.00 segundos (det. 0.40 ticks) a través de 0 iteraciones.

En el *capítulo 5* se discutirá con mayor detalle los resultados obtenidos para cada uno de los esquemas propuestos por el profesional. Se realizará una comparación con los resultados en las instancias del modelo e identificar si los planes de producción propuestos tienen similitud a los que se obtienen bajo esquemas predefinidos de forma técnica. En el *capítulo 5* también se realizará una comparación del modelo MILP propuesto con otros implementados en la literatura para así evaluar su funcionalidad y visualizar posibles mejoras para ser tenidas en cuenta en estudios posteriores.

#### **4. Algoritmo de búsqueda armónica (HS) para el problema de CR**

El algoritmo Búsqueda Armónica (*Harmony Search*, HS) es un algoritmo metaheurístico, que consiste en un procedimiento iterativo para buscar soluciones adecuadas a problemas complejos mediante la exploración de un espacio de soluciones. La primera versión fue desarrollada por Geem (2001) para problemas discretos. HS adapta el proceso de improvisación musical en el cual los músicos producen una armonía agradable determinada por un estándar estético auditivo (Cobos Lozada et al., 2011). Cuando un músico está improvisando, realiza una de las siguientes acciones:

- Toca alguna melodía conocida que ha aprendido anteriormente.
- Toca algo parecido a la melodía anteriormente mencionada, ajustándola poco a poco al tono deseado.

- Compone una nueva melodía basándose en sus conocimientos musicales para seleccionar nuevas notas aleatoriamente.

Ahora bien, en el proceso de improvisación musical cada músico toca una nota dentro de un posible rango (generando un vector armónico). Si el conjunto de notas que fue tocado por los músicos es considerado una buena armonía (Solución factible), ésta se guarda en la memoria de cada músico; de esta forma a medida que se continúe improvisando, se irán aproximando a una mejor armonía. Escobar et al. (2018) especifica con mayor claridad la comparación de este proceso de improvisación desde el punto de vista algorítmico. HS es un proceso iterativo y estocástico que construye, en cada iteración, un vector solución con fundamento en tres pautas básicas a saber:

- Búsqueda en la matriz de memoria armónica
- Ajuste a una solución previa por improvisación
- Búsqueda aleatoria

El algoritmo se puede sintetizar así: primero, se genera un conjunto de melodías, estas melodías son valores aleatorios para cada variable que representan un vector solución. Cada melodía es almacenada en la memoria armónica. Una vez almacenada la solución, el siguiente paso es improvisar, que consiste en tomar una armonía (vector) dentro de la memoria y realizar un ajuste a sus variables dentro de un rango establecido previamente. Si la nueva improvisación genera una mejor armonía (vector) dentro de la memoria, se procede a reemplazar esta peor armonía por la nueva generada. El proceso se repite, incrementando la posibilidad de encontrar una mejor armonía para la próxima improvisación.

Para poder resolver el problema de rotación de cultivos haciendo uso del algoritmo de búsqueda armónica, se dividirá el trabajo en etapas. En la primera etapa se revisará cómo es el modelo para el algoritmo HS de manera general y más detallada. En la segunda etapa se evaluarán

qué parámetros se necesitan determinar y qué ajustes se deben hacer al modelo matemático del problema de rotación de cultivos para poder aplicar el algoritmo HS. Finalmente, en la tercera etapa se escribirá el pseudocódigo asociado al problema y como fue aplicado para evaluación de las instancias.

#### 4.1. Modelo

El algoritmo HS está diseñado para problemas de optimización de la forma:

$$\max f(x) \text{ sujeto a } LB_i \leq x_i \leq UB_i \text{ para componente } i,$$

Donde:

$f(x)$ : Función objetivo

$x$ : Vector solución de longitud N y  $(x_i)$  variables de decisión, y

$LB_i, UB_i$ : Son cotas inferiores y superiores de cada variable del vector

El algoritmo HS consiste en cuatro pasos: el primer paso consiste en la inicialización de la Memoria Armónica (HM), que se representa mediante una matriz que guarda en cada fila cierta cantidad de vectores factibles. El tamaño de esta matriz se establece con un parámetro llamado tamaño de la memoria armónica (HMS), y los valores de HM representan las armonías conocidas del proceso. Inicialmente, esta matriz se construye a partir de valores aleatorios, y posteriormente, en el transcurso del algoritmo, es modificada.

Ya en el segundo paso se construye una nueva armonía haciendo uso de variables aleatorias, donde, para cada componente del vector, se decide de manera aleatoria si se realizan una de tres acciones: la primera opción es tomar el valor de la componente de un elemento de HM y dejarlo intacto, la segunda opción es tomar un elemento de HM y modificarlo levemente, y la tercera opción es improvisar totalmente un nuevo elemento. Para determinar cuál de estas tres acciones se

sigue, se hace uso de los parámetros propios del algoritmo que son: la tasa de consideración de la memoria armónica (HMCR), la tasa de ajuste de tono (PAR) y el número máximo de iteraciones (NI).

La tasa de consideración (Harmony Memory Considering Rate, HMCR) puede definirse como la probabilidad de que, al improvisar una nueva solución, se utilice uno de los valores ya almacenados en la memoria armónica en lugar de generar un valor aleatorio. El valor de HMCR está entre 0 y 1, el cual sirve como cota superior de una realización de una variable uniforme entre 0 y 1. En caso de ser considerado el valor de la memoria armónica, se evaluará mediante la tasa de ajuste de tono (Pitch Adjusting Rate, PAR) la probabilidad de modificar o ajustar ligeramente el valor seleccionado para explorar soluciones cercanas a él. El valor de PAR también es un valor entre 0 y 1, haciendo uso de otra realización de una variable aleatoria uniforme entre 0 y 1. Si el valor es menor que PAR, entonces el valor extraído de HM se altera ligeramente y, en caso contrario, se mantiene intacto.

Una vez construida la nueva solución factible o nueva armonía en el contexto que inspira al algoritmo, se procede al tercer paso, donde se evalúa si el resultado de la función objetivo para este nuevo elemento es mejor que la peor armonía de la matriz HM. Si es así, se incluye este nuevo elemento en la matriz y se elimina la armonía de menor valor. Finalmente, como último paso, se verifica si se satisface algún criterio de parada (NI), y en caso de que no se cumpla, se continúa iterando.

#### **4.2. Parámetros**

En la sección anterior se detalló con claridad el funcionamiento del algoritmo búsqueda armónica y se mencionó el conjunto de parámetros involucrados que son: tamaño de la memoria armónica (HMS), tasa de consideración de la memoria armónica (HMCR), tasa de ajuste de tono

(PAR) y el número de iteraciones (NI). El valor que se establece para los parámetros en esta investigación son tomados de un trabajo previo realizado por Escobar et al, (2018):

**Tabla 18**

*Parámetros de algoritmo búsqueda armónica*

Parámetro	Valor Máximo	Valor Mínimo
HMS	100	1000
NI	100	5000
HCMR	0.5	0.9
PAR	0.2	0.5

Ahora bien, estos parámetros pueden estar sujetos a cambios, dependiendo de los resultados que se obtengan al ser aplicado el algoritmo a nuestro problema de rotación de cultivos. Ya que para valores altos de HMCR, el algoritmo considerará construir nuevas soluciones usando componentes de soluciones previamente exitosas, mientras que para valores bajos buscará valores al azar con mayor frecuencia. Por otra parte, para valores altos de PAR, se ajustarán las soluciones de la memoria con mayor frecuencia y el caso contrario para valores más bajos. Estos dos parámetros en conjunto buscan un equilibrio a la hora de exploración (buscar nuevas soluciones) y explotación (refinar soluciones actuales) dentro del espacio de búsqueda.

Los parámetros de HMS y NI tienen un comportamiento similar al aumentar o disminuir su valor. A medida que se toman tamaños grandes, se permitirá al algoritmo tener una mayor diversidad de soluciones y tener una mayor probabilidad de encontrar una solución óptima. Sin embargo, esto puede incrementar significativamente el tiempo de cómputo, algo que no se busca en este tipo de modelos. Por otro lado, al tener pequeños tamaños, se limita la diversificación de soluciones y por tanto no se explore adecuadamente el espacio de búsqueda.

### 4.3. Desarrollo del algoritmo

Para solucionar el problema propuesto se sigue el pseudocódigo general del algoritmo búsqueda armónica que está en la *Figura 41*.

Para aplicar el algoritmo de búsqueda armónica al problema de rotación de cultivos se parte definiendo el vector que estará dentro de la memoria armónica, el cual representa el arreglo de cultivos que serán sembrados. Este vector contine un conjunto de variables que son las que representaran el índice asignado para cada cultivo dentro de una matriz de datos. A través de este índice, se seleccionan los parámetros que acompañan a cada cultivo, para posteriormente ser evaluados en la función objetivo y en las restricciones que han sido establecidas para el modelo.

**Figura 41**

*Pseudocódigo general del algoritmo búsqueda armónica (HS)*

```

Búsqueda Armónica HS
Inicio
- Definir la función objetivo  $f(\mathbf{x})$ ,  $\mathbf{x}=(x_1,x_2, \dots,x_d)$  y
  restricciones del problema
- Definir parámetros (HMS, HMCR, PAR, NI)
- Generar la matriz HM con armonías aleatorias
- Evaluar cada armonía de HM en la función objetivo y sus
  restricciones
while ( $n < NI$ )
for ( $i$  de 1 hasta  $d$ );  $d = \text{tamaño del vector solución}$ 
  Realizar  $\text{rand1} \sim U(0,1)$ ,  $\text{rand1} = \text{valor aleatorio}$ 
  if ( $\text{rand1} < \text{HMCR}$ ):
    Elegir aleatoriamente un valor de HM para la
    componente  $i$ 
    Realizar  $\text{rand2} \sim U(0,1)$ ,  $\text{rand2} = \text{valor aleatorio}$ 
    if ( $\text{rand2} < \text{PAR}$ ): Ajustar el valor ligeramente
    end if
    else Elegir un valor aleatorio
  end if
end for
  Aceptar esta nueva armonía si es mejor que la peor
end while
  Entregar la mejor solución encontrada
end

```

Para aplicar el algoritmo de búsqueda armónica al problema de rotación de cultivos se parte definiendo el vector que estará dentro de la memoria armónica, el cual representa el arreglo de cultivos que serán sembrados. Este vector contine un conjunto de variables que son las que representaran el índice asignado para cada cultivo dentro de una matriz de datos. A través de este índice, se seleccionan los parámetros que acompañan a cada cultivo, para posteriormente ser evaluados en la función objetivo y en las restricciones que han sido establecidas para este nuevo modelo.

A continuación, se representa de forma gráfica un ejemplo del vector solución para una instancia:

**Figura 42**

*Estructura de vector solución para el algoritmo HS*

---

Vector Solución	$( X_1, X_2, X_3, X_4 )$
Valores posibles de X	$\{1,2,3,4... i\}$
$i =$ Numero de cultivos posibles a sembrar	

---

Una vez definido el vector, el algoritmo utilizara el valor de cada variable del vector para identificar que cultivo ha sido establecido. Este valor permitirá también establecer la fila de la matriz de datos que contiene los parámetros de cada cultivo. En la *Tabla 19* se representa la forma que tendrá la matriz de datos para cada una de las instancias que serán evaluadas con el algoritmo.

**Tabla 19**

*Estructura de matriz de datos*

Cultivos	Tiempo de Producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
1	tp <sub>1</sub>	C <sub>1</sub>
2	tp <sub>2</sub>	C <sub>2</sub>

3	tp <sub>3</sub>	C <sub>3</sub>
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
⋮	⋮	⋮
<i>i</i>	tp <sub><i>i</i></sub>	C <sub><i>i</i></sub>

A continuación, mostramos un vector de índices y como se relaciona con la matriz de datos a modo de ejemplo:

**Figura 43**

*Relación vector de índices y matriz de datos para instancias*

Vector de índices				Matriz de datos				
( X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub> )	Índice	Cultivo	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]	
( 1,	4	3	2 )					
X <sub>1</sub> =	1	→	1 : Arveja	X <sub>1</sub> →	1	Arveja	3	\$ 1.218.346
X <sub>2</sub> =	4	→	4 : Repollo	X <sub>4</sub> →	2	Frijol	4	\$ 1.137.315
X <sub>3</sub> =	5	→	3 : Descanso		3	Lechuga	4	\$ 1.218.346
X <sub>4</sub> =	2	→	2 : Frijol	X <sub>2</sub> →	4	Repollo	4	\$ 1.137.315
				X <sub>3</sub> →	5	Descanso	1	\$ 0

A través de esta asignación del vector de índices a la matriz de datos se asigna a cada cultivo sus respectivos parámetros, de esta forma es como se propone solucionar el problema de rotación de cultivos con el algoritmo de búsqueda armónica. También es importante tener en cuenta que hay un parámetro adicional que forma parte de las restricciones del modelo: el horizonte de producción. Este valor cambia en cada instancia, lo que, a su vez, influye en el tamaño del vector que se establece para el algoritmo HS.

Otro aspecto por aclarar es que cada posición de las variables del vector representa el orden en el que se sembrará cada cultivo. Es decir, el valor de la variable 1 representará el primer cultivo que será sembrado, y así sucesivamente. Esto nos permitirá explorar diferentes arreglos de cultivos (planes de producción) que pueden ser sembrados y llegar a ser óptimos.

#### ***4.3.1. Tamaño del vector de índices***

Puesto que es el vector quien asigna y secuencia los cultivos que se van a sembrar, es importante detallar las implicaciones que tiene el tamaño del vector y cómo se relaciona este con la cantidad de cultivos (posibles valores que puede tomar cada variable del vector), las reglas de rotación que deben respetarse y el horizonte de producción para cada una de las instancias a ser evaluadas.

El tamaño del vector solución de índices afecta significativamente la probabilidad de encontrar soluciones válidas y esto se relaciona directamente con los parámetros que se establezcan. A medida que crece el tamaño del vector y el número de cultivos, se incrementa exponencialmente el número de combinaciones posibles, lo que hará más difícil encontrar un conjunto de soluciones válidas.

Ahora bien, el tamaño del vector también se relaciona con el conjunto de restricciones que serán establecidas para que se cumplan las reglas de rotación de cultivos. Las restricciones que se explicarán de forma simbólica más adelante buscan evitar que haya índices consecutivos en el vector de solución y se respeten los tiempos de descanso. Esto quiere decir que, a medida que se

disminuye el tamaño del vector solución de índices, podría limitar la capacidad del vector de cumplir con las restricciones de rotación de cultivos simultáneamente.

Finalmente, el tiempo que se establezca para el horizonte de producción influye en el tamaño del vector debido a que, a medida que se incrementa este periodo, se pueden sembrar un mayor número de cultivos y, de no aumentarse el tamaño del vector, se tendrían periodos sin producción. A continuación, se muestra una tabla en donde se establecen los tamaños de vectores utilizados para la evaluación de cada una de las instancias en el algoritmo de búsqueda armónica.

**Tabla 20**

*Tamaño de vector para instancias*

Instancias	Tamaño de Vector	Representación del Vector
1	4	(X <sub>1</sub> , X <sub>2</sub> , X <sub>3</sub> , X <sub>4</sub> )
2 y 3	8	(X <sub>1</sub> , X <sub>2</sub> , X <sub>3</sub> , X <sub>4</sub> , X <sub>5</sub> , X <sub>6</sub> , X <sub>7</sub> , X <sub>8</sub> )
4	4	(X <sub>1</sub> , X <sub>2</sub> , X <sub>3</sub> , X <sub>4</sub> )
5, 6, 7 y 8	7	(X <sub>1</sub> , X <sub>2</sub> , X <sub>3</sub> , X <sub>4</sub> , X <sub>5</sub> , X <sub>6</sub> , X <sub>7</sub> )

En la implementación del algoritmo HS para cada instancia, donde se establecen los parámetros que se tendrán en cuenta, se mostrará la influencia del tamaño del vector en la búsqueda de una solución óptima y su relación con el conjunto de parámetros.

#### **4.3.2. Función objetivo y restricciones para el algoritmo HS**

Ahora que ya se ha definido el vector que se tendrá en cuenta para el desarrollo del algoritmo de búsqueda armónica y su relación con la matriz de parámetros, procedemos a definir el modelo que representara el problema de rotación para HS; la función objetivo y las restricciones

que estarán involucradas en la evaluación de las armonías (soluciones factibles), primero en la memoria armónica y luego en el proceso de búsqueda de nuevas armonías.

Dado que para abordar el problema de rotación de cultivos mediante HS se parte definiendo el vector, se plantea una nueva función objetivo con sus respectivas restricciones. Sin embargo, este nuevo conjunto de funciones tiene el mismo propósito que el modelo MILP: maximizar los ingresos a través de su función objetivo, sujeta a restricciones que aseguran, mediante la búsqueda de nuevas armonías, que se cumplan las reglas de rotación establecidas y se tenga en cuenta los parámetros definidos para cada instancia. A continuación, se presenta el modelo:

#### 4.3.3. *Índices*

$i$ =Producto agrícola

$j$ =Periodos de descanso

$n$  =Tamaño del vector de indicadores

#### 4.3.4. *Parámetros de entrada*

$M$ =Matriz de datos

$V$ = Vector de periodos de descanso

$TP$ =Tiempo de producción (Horizonte de producción)

$P_{consecutivos}$ = Valor de penalización para índices consecutivos

$P_{valores}$  = Valor de penalización si no se establece periodos de descanso

#### 4.3.5. *Variables de decisión*

$X_i$  = Índice del cultivo  $i$  establecido

$Z$  = Ingresos totales

#### 4.3.6. Modelo

Función objetivo

$$Z = \sum_i^n M[x_i, 2] \quad (1)$$

$$Z = \sum_i^n M[x_i, 2] - P_{consecutivos}(x) - P_{valores}(x) \quad (2)$$

Restricción de tiempo máximo de producción

$$\sum_i^n M[x_i, 1] \leq TP \quad (3)$$

Restricción de índices consecutivos – Sucesión de cultivos

$$X_i \neq X_{i+1} \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n-1\} \quad (4)$$

Restricción de tiempo de descanso obligatorios

$$v_j \in \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\} \quad \forall v_j \in V \quad (5)$$

A través de la función objetivo (1) se busca maximizar los ingresos obtenidos mediante la suma de la columna 2 de la matriz de datos para los cultivos establecidos según el vector de índices en la solución. Esta función se aplica únicamente a las armonías creadas aleatoriamente para la memoria armónica. En la ecuación (2) se presenta la función objetivo con penalizaciones para aquellas nuevas armonías generadas en el bucle de la HS que no cumplan con las restricciones establecidas. Estas penalizaciones están guiadas por dos restricciones: la número (4) y la número (5). Esto significa que se penalizan aquellas nuevas armonías que no cumplan con estas

restricciones, restando un valor relativamente alto, lo que hace que estas soluciones no válidas sean menos atractivas. Estas penalizaciones hacen que el valor de la función objetivo sea menos favorable para las nuevas armonías, permitiendo flexibilidad y evitando el estancamiento en zonas sin soluciones válidas.

Ambas penalizaciones restan \$50.000.000 MCTE al valor de la función objetivo. Para las nuevas armonías que, al ser penalizadas, generen un valor negativo, se asegura dentro de la estructura del código desarrollado que no haya valores negativos. Esto previene el desbalance en el comportamiento del algoritmo y facilita la comparación y selección de soluciones (nuevas armonías) de manera consistente.

Es importante aclarar que, en el caso de la restricción (3), no se asigna una penalización debido a que el cumplimiento de esta restricción no es negociable; es decir, cualquier nueva armonía que incumpla esta restricción no puede ser incluida en la memoria armónica y debe descartarse de inmediato.

La restricción (3) asegura que la suma del tiempo de producción para los cultivos establecidos en el vector de índices en la solución no supere el tiempo máximo definido en el horizonte de producción. Por otra parte, la restricción (4) evita valores consecutivos en el vector de índices, asegurando que no se siembren cultivos consecutivos, de acuerdo con las reglas de rotación de cultivos. Finalmente, la restricción (5) establece que en el vector solución de índices deben estar presentes los periodos de descanso definidos en el vector de periodos de descanso. El número de periodos de descanso varía en las diferentes instancias y forma parte de las filas de la matriz de datos, donde se les asigna un tiempo de producción de un mes y generan cero ingresos. Sin embargo, esta última restricción obliga a que en el vector solución de índices esté presente este periodo de descanso.

A continuación, se muestra la estructura de la función objetivo (2) con penalizaciones desarrollada en el entorno de desarrollo integrado Spyder, que utiliza el lenguaje de programación Python.

**Figura 44**

*Código de la función objetivo con penalizaciones en el lenguaje Python*

```

44 def evaluar_funcion_objetivo(matriz_datos, vector_indices):
45     """
46     Evalúa la función objetivo, que es la sumatoria de la segunda columna de la matriz de datos.
47     Aplica penalización si los índices consecutivos son iguales y si no están presentes los valores '9', '10' y '11'.
48     """
49     suma_segunda_columna = sum(matriz_datos[indice - 1][1] for indice in vector_indices)
50
51     # Penalización si hay índices consecutivos iguales
52     penalizacion_consecutivos = 50000000
53     for i in range(1, len(vector_indices)):
54         if vector_indices[i] == vector_indices[i - 1]:
55             suma_segunda_columna -= penalizacion_consecutivos
56
57     # Penalización si no están los valores 9, 10, y 11 en el vector
58     penalizacion_valores = 50000000
59     if not all(valor in vector_indices for valor in [9, 10, 11]):
60         suma_segunda_columna -= penalizacion_valores
61
62     # Evitar que la función objetivo sea negativa
63     return max(suma_segunda_columna, 0)
64
65 def verificar_restriccion(matriz_datos, vector_indices, limite):
66     """
67     Verifica si la sumatoria de la primera columna de la matriz de datos según los índices seleccionados
68     cumple con la restricción de ser menor o igual a un límite y que no haya valores consecutivos iguales.
69     """
70     # Verificar la suma de la primera columna
71     suma_primera_columna = sum(matriz_datos[indice - 1][0] for indice in vector_indices)
72     # Verificar que no haya valores consecutivos iguales
73     sin_consecutivos = all(vector_indices[i] != vector_indices[i + 1] for i in range(len(vector_indices) - 1))
74     return suma_primera_columna <= limite and sin_consecutivos

```

#### 4.3.7. Parámetros definidos para el uso del algoritmo HS

En la *Tabla 17* se presentaron los límites máximo y mínimo de los parámetros que tiene en cuenta el algoritmo de búsqueda armónica para buscar posibles armonías basándose en los principios ya expuestos. Para el desarrollo de las instancias en esta investigación se establecieron los siguientes parámetros:

**Tabla 21**

*Parámetros finales para HS*

Parámetro	Valor establecido
HMS	1000
NI	5000

HCMR	0,9
PAR	0,2

---

Los valores establecidos para HMS, NI y HCMR son los máximos, ya que el posible arreglo de vectores de índices a generarse para cada instancia es más grande que el espacio que puede almacenar la memoria armónica (HMS). Este parámetro, junto con el valor máximo de NI y HCMR, permitirá explorar adecuadamente el espacio de búsqueda. Por otra parte, para el parámetro PAR, se establece el valor mínimo para realizar ajustes pequeños a cada armonía y evitar un estancamiento debido a una diversificación excesiva de los vectores dentro de la memoria, impidiendo encontrar soluciones factibles.

A continuación, se muestra la estructura realizada para el algoritmo de HS en el entorno de desarrollo integrado *Spyder*, quien utiliza el lenguaje de programación *Python*. En la *Figura 45* se muestra el código realizado para generar la memoria armónica y que las armonías que se consideren cumplan con las restricciones establecidas.

**Figura 45**

*Código de memoria armónica en el lenguaje de programación Python*

```

64
65 def verificar_restriccion(matriz_datos, vector_indices, limite):
66     """
67     Verifica si la sumatoria de la primera columna de la matriz de datos según los índices seleccionados
68     cumple con la restricción de ser menor o igual a un límite y que no haya valores consecutivos iguales.
69     """
70     # Verificar la suma de la primera columna
71     suma_primera_columna = sum(matriz_datos[indice - 1][0] for indice in vector_indices)
72     # Verificar que no haya valores consecutivos iguales
73     sin_consecutivos = all(vector_indices[i] != vector_indices[i + 1] for i in range(len(vector_indices) - 1))
74     return suma_primera_columna <= limite and sin_consecutivos
75
76 def generar_memoria_armonica(tamano_memoria, matriz_datos, columnas, limite):
77     """
78     Genera la memoria armónica inicial que cumple con las restricciones.
79     """
80     memoria_armonica = []
81
82     while len(memoria_armonica) < tamano_memoria:
83         vector_indices = generar_vector_indices(columnas, 1, len(matriz_datos))
84         if vector_indices and verificar_restriccion(matriz_datos, vector_indices, limite):
85             memoria_armonica.append(vector_indices)
86
87     return memoria_armonica
88

```

Finalmente, en la *Figura 46* está el código del bucle principal del algoritmo HS para su proceso de búsqueda de nuevas armonías.

**Figura 46**

*Código del bucle principal de HS en el lenguaje de programación Python*

```

88
89 def generar_nueva_armonia(memoria_armonica, matriz_datos, HMCR, PAR, columnas, limite):
90     """
91     Genera una nueva armonía basada en las reglas de HMCR y PAR.
92     """
93     nueva_armonia = []
94     contiene_valores = {9: False, 10: False, 11: False} # Bandera para asegurar que hay un '9', '10', y '11' en la armonía
95
96     for i in range(columnas):
97         if random.random() < HMCR and memoria_armonica:
98             valor_seleccionado = random.choice(memoria_armonica)[i]
99             if random.random() < PAR:
100                 nuevo_valor = random.randint(1, len(matriz_datos))
101                 while nuevo_valor == valor_seleccionado or (nueva_armonia and nuevo_valor == nueva_armonia[-1]):
102                     nuevo_valor = random.randint(1, len(matriz_datos))
103                 nueva_armonia.append(nuevo_valor)
104                 if nuevo_valor in contiene_valores:
105                     contiene_valores[nuevo_valor] = True
106             else:
107                 nueva_armonia.append(valor_seleccionado)
108                 if valor_seleccionado in contiene_valores:
109                     contiene_valores[valor_seleccionado] = True
110             else:
111                 nuevo_valor = random.randint(1, len(matriz_datos))
112                 while nueva_armonia and nuevo_valor == nueva_armonia[-1]:
113                     nuevo_valor = random.randint(1, len(matriz_datos))
114                 nueva_armonia.append(nuevo_valor)
115                 if nuevo_valor in contiene_valores:
116                     contiene_valores[nuevo_valor] = True
117
118     if verificar_restriccion(matriz_datos, nueva_armonia, limite) and all(contiene_valores.values()):
119         return nueva_armonia
120     else:
121         return None
122

```

Todos los códigos anteriormente expuestos corresponden al desarrollo realizado para la instancia número 6. En el Apéndice D se presenta el desarrollo para cada instancia. En cada uno de estos códigos se modifica la matriz de datos correspondiente, el horizonte de producción y los índices que representan los periodos de descanso. El modelo propuesto se ejecuta en un ordenador con procesador Intel® Core™ i3-3110M de 2,40 GHz, memoria RAM de 8 GB y sistema operativo Windows 10 Pro de 64 bits. La formulación se realiza en el entorno de desarrollo Spyder versión 5.5.1, que utiliza el lenguaje de programación Python en su versión 3.12.7.

#### 4.3.8. Evaluación de instancias en el algoritmo HS

Ahora, con todos los parámetros aclarados y la forma en la que se abordará el problema de rotación de cultivos con el algoritmo de búsqueda armónica, se procederá a evaluar las instancias establecidas. A continuación, se muestra una tabla con el conjunto de parámetros y características que tendrá cada instancia a desarrollar.

**Tabla 22**

*Parámetros para cada instancia*

Instancias modelo HS	Numero de Cultivos ( <i>i</i> )	Horizonte de Producción [Meses]	Periodos de descanso [Meses]	Tamaño del vector solución
1	4	12	1	4
2	5	12	1	4
3	4	24	3	8
4	5	24	3	7
5	6	24	3	7
6	8	24	3	7

Se realizará un total de 6 instancias, dos menos que en el modelo MILP. Esto se debe a que, para la evaluación de las instancias en el modelo MILP, se tuvo en cuenta una restricción del calendario de siembra y cosecha. Debido a la forma en la que se abordó el problema de rotación con el algoritmo de búsqueda armónica, en donde se parte del vector solución para establecer la secuencia de cultivos que se sembrarán, no se tiene en cuenta el calendario de producción. Sin embargo, al final de la evaluación de estas instancias, se muestra que la búsqueda armónica genera diferentes esquemas de rotación similares a los resultados obtenidos en las instancias en las que se tienen en cuenta los periodos de siembra y cosecha del modelo MILP.

Dado que se empezará la evaluación de las instancias, es pertinente aclarar el valor de los periodos de descanso establecidos. Para las instancias en las que el horizonte de producción es de doce y veinticuatro periodos, se establecieron descansos de un mes y tres meses respectivamente. Estos valores se establecen analizando las instancias previas del modelo MILP. De no tener en cuenta estas restricciones como obligatorias, el algoritmo de búsqueda armónica no establecerá ningún periodo de descanso, lo que va en contra de un plan de producción sostenible orientado a cumplir las reglas de rotación de cultivos.

4.3.8.1. **Evaluación de instancia 1.** Como se establece en la Tabla 21 esta instancia tendrá un total de 4 cultivos, un horizonte de producción de 12 meses, un periodo de descanso y el tamaño del vector será de 4 variables. A continuación, se muestra la matriz de datos para esta instancia:

**Tabla 23**

*Matriz de datos para instancia 1*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Descanso	5	1	\$ 0

Para el análisis de las instancias del algoritmo HS, tomaremos las 10 mejores armonías que se hayan almacenado en la memoria armónica. Para esta primera instancia, se obtuvo el mismo valor de retorno para las 10 mejores armonías en el vector solución. El resultado fue de

\$23.126.440 MCTE, y el tiempo de cómputo utilizado para generar estas soluciones fue de 9.8645 segundos.

En la *Figura 47* se muestra el resultado de los 10 mejores vectores y su valor objetivo, almacenados en la memoria armónica al final de la ejecución del algoritmo en la en la consola *IPython de Spyder*.

**Figura 47**

*Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 1*

```
Las 10 Mejores Armonías:
1. Armonía: [3, 1, 3, 5] - Valor Objetivo: 23126440
2. Armonía: [3, 1, 5, 3] - Valor Objetivo: 23126440
3. Armonía: [3, 5, 3, 1] - Valor Objetivo: 23126440
4. Armonía: [3, 1, 3, 5] - Valor Objetivo: 23126440
5. Armonía: [3, 1, 3, 5] - Valor Objetivo: 23126440
6. Armonía: [3, 5, 3, 1] - Valor Objetivo: 23126440
7. Armonía: [3, 1, 3, 5] - Valor Objetivo: 23126440
8. Armonía: [3, 5, 1, 3] - Valor Objetivo: 23126440
9. Armonía: [3, 1, 5, 3] - Valor Objetivo: 23126440
10. Armonía: [3, 1, 3, 5] - Valor Objetivo: 23126440
```

En la *Figura 48* se representa los 10 mejores planes de producción establecidos para la presente instancia en un lote de un predio agrícola.

**Figura 48**

*Mejores armonías para instancia 1*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12
1. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					
2. Armonía	Arveja		Lechuga				Lechuga		Lechuga			
3. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					
4. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					
5. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					
6. Armonía	Lechuga			Lechuga			Arveja					
7. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					
8. Armonía	Lechuga			Arveja			Lechuga					

9. Armonía	Arveja	Lechuga	Lechuga
10. Armonía	Lechuga	Arveja	Lechuga

4.3.8.2. **Evaluación de instancia 2.** Teniendo en cuenta nuevamente los parámetros de la Tabla 21, la matriz de datos para la presenta instancia es la siguiente:

**Tabla 24**

*Matriz de datos para instancia 2*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Papa	5	6	\$ 18.238.800
Descanso	6	1	\$ 0

La novedad en esta tabla de datos es que se añade al posible valor de índice de alguna variable del vector el índice 5, que representa al cultivo de papa, y el descanso pasa a ser representado por el índice 6. El resultado obtenido para la función objetivo en las 10 mejores instancias, en este caso, fue el mismo: \$29.192.847 MCTE. El tiempo de cómputo necesario para generar estas soluciones fue de 12.8565 segundos.

En la *Figura 49* se muestra el resultado de los 10 mejores vectores y su valor objetivo, almacenados en la memoria armónica al final de la ejecución del algoritmo en la en la consola *IPython de Spyder*.

**Figura 49**

*Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 2*

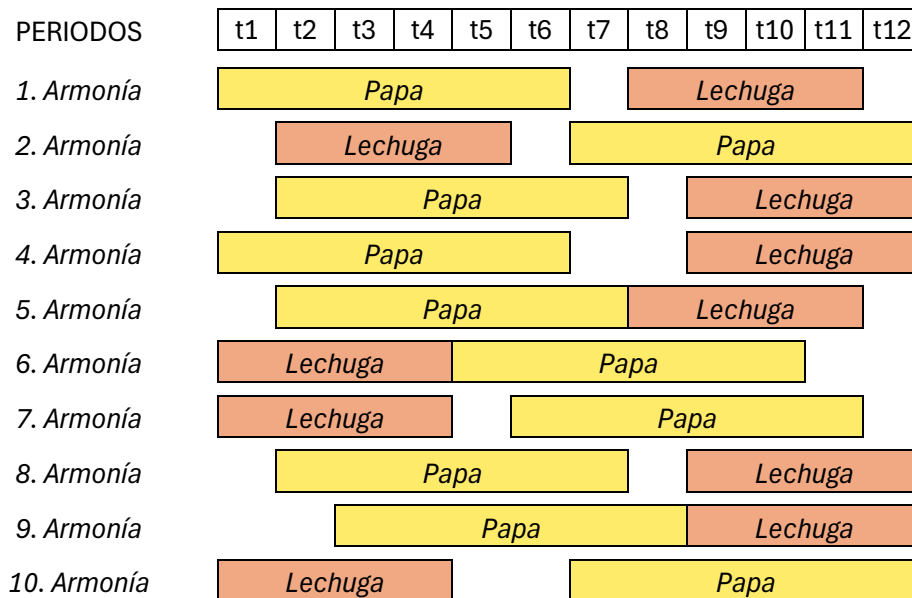
```

Las 10 mejores soluciones y sus valores de función objetivo:
Solución 1: [5, 3, 5, 6], Valor Objetivo: 29192847
Solución 2: [5, 5, 6, 3], Valor Objetivo: 29192847
Solución 3: [3, 6, 5, 5], Valor Objetivo: 29192847
Solución 4: [3, 5, 5, 6], Valor Objetivo: 29192847
Solución 5: [6, 5, 5, 3], Valor Objetivo: 29192847
Solución 6: [3, 6, 5, 5], Valor Objetivo: 29192847
Solución 7: [3, 5, 5, 6], Valor Objetivo: 29192847
Solución 8: [6, 5, 5, 3], Valor Objetivo: 29192847
Solución 9: [5, 3, 6, 5], Valor Objetivo: 29192847
Solución 10: [6, 3, 5, 5], Valor Objetivo: 29192847
    
```

En la *Figura 50* se representan los 10 mejores planes de producción para la presente instancia en un lote de un predio agrícola.

**Figura 50**

*Mejores armonías para instancia 2*



4.3.8.3. **Evaluación de instancia 3.** Para esta nueva instancia se tendrá en cuenta los mismos cultivos que fueron establecidos en la instancia 1, pero se amplía el horizonte de producción a 24 meses. La matriz de datos para esta instancia es la siguiente:

**Tabla 25**

*Matriz de datos para instancia 3*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Descanso 1	5	1	\$ 0
Descanso 2	6	1	\$ 0
Descanso 3	7	1	\$ 0

Para esta instancia en particular, se tienen en cuenta 3 periodos de descanso dentro de la matriz de datos. Esto se debe a la relación entre el tamaño del vector solución de índices y el cumplimiento de las reglas de rotación de cultivos. Esta instancia es la única que tiene un vector de tamaño 8, ya que, de no tener un tamaño lo suficientemente grande, el plan de producción generado por el algoritmo no aprovecharía todo el horizonte de producción, dejando periodos sin siembra. Otra razón para establecer este tamaño en el vector es que los cultivos evaluados para esta instancia tienen periodos de producción cortos, lo que permite una mayor frecuencia en la repetición de los ciclos de producción.

Por otra parte, el establecimiento de tres periodos de descanso en la matriz de datos obliga su presencia mediante la restricción (4) expuesta para el presente modelo. Esto quiere decir que

los índices 5, 6 y 7 forman parte del vector de descanso, los cuales deben estar presentes en las armonías generadas a medida que avanza el algoritmo.

Se obtiene que, de las 10 mejores armonías en la memoria armónica, la mejor tiene un valor en la función objetivo de \$49.698.616 MCTE. A continuación, se presenta una tabla con los valores de la función objetivo de las 10 mejores armonías para esta instancia:

**Tabla 26**

*Valor función objetivo para armonías de instancia 3*

Armonías	Valor función objetivo
1	\$ 49.698.616
2 y 3	\$ 45.034.534
4	\$ 44.626.997
5 a 10	\$ 39.962.915

El tiempo de cómputo utilizado para generar estas soluciones fue de 8,1984 segundos. En la *Figura 51* se muestra el resultado de los 10 mejores vectores y su valor objetivo, almacenados en la memoria armónica al final de la ejecución del algoritmo en la consola *IPython* de *Spyder*.

**Figura 51**

*Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 3*

```
Las 10 mejores armonías y sus valores de función objetivo:
Solución 1: [3, 5, 3, 4, 6, 3, 7, 3], Valor Objetivo: 49698616
Solución 2: [3, 5, 3, 7, 3, 6, 3, 2], Valor Objetivo: 44953503
Solución 3: [6, 5, 3, 4, 3, 7, 3, 4], Valor Objetivo: 44626997
Solución 4: [3, 6, 3, 5, 4, 7, 3, 4], Valor Objetivo: 44626997
Solución 5: [3, 7, 4, 3, 6, 3, 5, 4], Valor Objetivo: 44626997
Solución 6: [5, 3, 7, 6, 1, 3, 4, 3], Valor Objetivo: 39962915
Solución 7: [7, 3, 4, 3, 5, 3, 1, 6], Valor Objetivo: 39962915
Solución 8: [3, 4, 6, 3, 1, 3, 7, 5], Valor Objetivo: 39962915
Solución 9: [3, 7, 5, 4, 3, 1, 3, 6], Valor Objetivo: 39962915
Solución 10: [3, 7, 3, 6, 3, 1, 5, 4], Valor Objetivo: 39962915
```

En la *Figura 52* se representan los 10 mejores planes de producción establecidos para la presente instancia en un lote de un predio agrícola.

**Figura 52**

*Mejores armonías para instancia 3*

PERIODOS	t1	t2	t3	t4	t5	t6	t7	t8	t9	t10	t11	t12	t13	t14	t15	t16	t17	t18	t19	t20	t21	t22	t23	t24
<b>1. Armonía</b>	Lechuga						Lechuga		Repollo			Lechuga							Lechuga					
<b>2. Armonía</b>	Lechuga						Repollo			Lechuga			Repollo							Lechuga				
<b>3. Armonía</b>	Repollo			Lechuga							Repollo			Lechuga							Lechuga			
<b>4. Armonía</b>	Lechuga						Lechuga						Lechuga						Lechuga					
<b>5. Armonía</b>	Arveja	Lechuga		Repollo							Lechuga							Lechuga						
<b>6. Armonía</b>	Lechuga		Arveja	Lechuga							Repollo							Lechuga						
<b>7. Armonía</b>	Lechuga						Lechuga		Arveja	Repollo							Lechuga							
<b>8. Armonía</b>	Lechuga		Repollo			Arveja						Lechuga							Lechuga					
<b>9. Armonía</b>	Arveja	Lechuga		Repollo							Lechuga							Lechuga						
<b>10. Armonía</b>	Arveja	Lechuga						Lechuga			Repollo							Lechuga						

**4.3.8.4. Evaluación instancia 4.** Esta instancia tiene en cuenta los mismos cultivos que la instancia 2, donde se incluye el cultivo de papa, pero en la presente evaluación se toma un tiempo en el horizonte de producción de 24 meses. Según la Tabla 21, el tamaño del vector solución será de 7, y los periodos de descanso serán 3. A diferencia de la instancia anterior, en la actual, el vector toma ese tamaño porque entre los cultivos establecidos hay uno de periodo largo, que es la papa, con 6 meses de tiempo de producción, lo que permite una exploración y explotación del espacio de búsqueda. Además, esto permite establecer los periodos de descanso pertinentes con la finalidad de cumplir con las reglas de rotación. A continuación, se presenta la matriz de datos correspondiente a esta instancia.

**Tabla 27***Matriz de datos para instancia 4*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Papa	5	6	\$ 18.238.800
Descanso 1	6	1	\$ 0
Descanso 2	7	1	\$ 0
Descanso 3	8	1	\$ 0

El principal cambio en la presente instancia fue el tiempo del horizonte de producción, el cual influye directamente en los periodos de descanso establecidos en el vector de descanso y en el tamaño del vector. De las 10 mejores armonías al final del proceso, las 9 primeras tienen un valor en la función objetivo de \$58.385.694 MCTE, siendo estos los planes de producción óptimos, mientras que la última armonía tiene un valor en la función objetivo de \$55.934.746 MCTE. El tiempo de cómputo necesario para generar estas soluciones fue de 12,7014 segundos. En la Figura



**4.3.8.5. Evaluación instancia 5.** En esta instancia se añade el cultivo de cebolla de bulbo para ser tenido en cuenta dentro del plan de producción. La única diferencia dentro de la matriz de datos respecto a la instancia anterior es que se añade el cultivo y por ende se incrementa un valor dentro de los índices posibles para las variables del vector solución.

**Tabla 28***Matriz de datos para instancia 5*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Papa	5	6	\$ 18.238.800
Cebolla de bulbo	6	6	\$ 34.436.943
Descanso 1	7	1	\$ 0
Descanso 2	8	1	\$ 0
Descanso 3	9	1	\$ 0

El resultado que se obtiene para la función objetivo de las 10 mejores armonías en esta instancia se distribuye de la siguiente manera:

**Tabla 29***Valor función objetivo para armonías de instancia 5*

Armonías	Valor función objetivo
1	\$ 104.529.175
2	\$ 103.310829
3 a 6	\$ 88.331.032
7 a 10	\$ 87.112.686

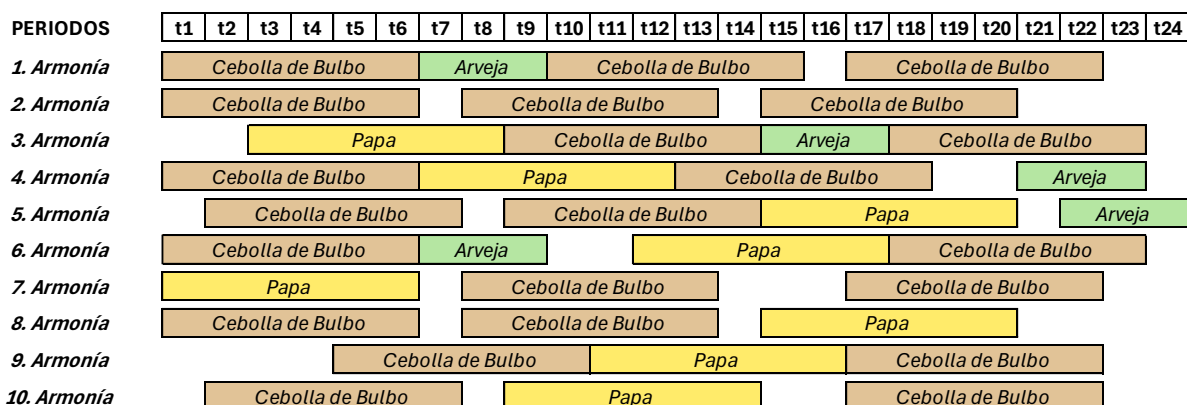
En la *Figura 55* se muestra el resultado de los 10 mejores vectores y su valor objetivo, almacenados en la memoria armónica al final de la ejecución del algoritmo en la en la consola *IPython* de *Spyder*.

### Figura 55

*Vectores y valor de función objetivo para las 10 mejores armonías de instancia 5*

```
Las 10 mejores soluciones y sus valores de función objetivo:
Solución 1: [6, 1, 6, 7, 6, 9, 8], Valor Objetivo: 104529175
Solución 2: [6, 9, 6, 8, 6, 7, 9], Valor Objetivo: 103310829
Solución 3: [8, 7, 5, 6, 1, 6, 9], Valor Objetivo: 88331032
Solución 4: [6, 5, 6, 9, 8, 7, 1], Valor Objetivo: 88331032
Solución 5: [9, 6, 8, 6, 5, 7, 1], Valor Objetivo: 88331032
Solución 6: [6, 1, 8, 7, 5, 6, 9], Valor Objetivo: 88331032
Solución 7: [5, 7, 6, 7, 8, 9, 6], Valor Objetivo: 87112686
Solución 8: [6, 8, 6, 7, 5, 9, 7], Valor Objetivo: 87112686
Solución 9: [9, 7, 8, 9, 6, 5, 6], Valor Objetivo: 87112686
Solución 10: [7, 6, 8, 5, 9, 8, 6], Valor Objetivo: 87112686
```

Las dos primeras armonías generan el mejor valor de la función objetivo; sin embargo, al analizar el plan de producción en la *Figura 56*, se identifica que se cultivan varios ciclos de cebolla de bulbo, teniendo en cuenta solo un cultivo adicional, o ninguno, como sucede en la segunda armonía. Estos planes no son tan convenientes porque no ofrecen una mayor diversificación en la propuesta para el plan de producción. Ahora bien, al analizar los demás planes dentro de las 10 mejores armonías, se observan propuestas de producción en las que hay varios cultivos sembrados, los cuales igualmente generan un retorno superior al obtenido durante el desarrollo del modelo MILP con estos mismos parámetros. El tiempo de cómputo necesario para generar estas soluciones fue de 9,8385 segundos. En la *Figura 56* se representan los 10 mejores planes de producción para esta instancia en un lote de un predio agrícola.

**Figura 56**
*Mejores armonías para instancia 4*


**4.3.8.6. Evaluación instancia 6.** Como instancia final, se tienen en cuenta todos los cultivos, un horizonte de planeación de 24 meses y 3 periodos de descanso. Para esta instancia en particular se pretende visualizar cómo un tomador de decisiones debería optar por planificar su producción con el fin de maximizar sus ingresos durante dos años con un conjunto de cultivos transitorios que sean relevantes en el mercado regional (Nariño). A continuación, se presenta la matriz de datos correspondiente a esta instancia.

**Tabla 30**
*Matriz de datos para instancia 6*

Cultivo	Índice	Tiempo de producción [Meses]	Retorno [ \$ ]
Arveja	1	3	\$ 1.218.346
Frijol	2	4	\$ 1.137.315
Lechuga	3	4	\$ 1.218.346
Repollo	4	4	\$ 1.137.315
Papa	5	6	\$ 18.238.800
Cebolla de bulbo	6	6	\$ 34.436.943
Zanahoria	7	5	\$ 910.497
Maíz	8	5	\$ 861.891

Descanso 1	9	1	\$ 0
Descanso 2	10	1	\$ 0
Descanso 3	11	1	\$ 0

La armonía que representa el mejor valor de la función objetivo para esta instancia tiene un retorno de \$104.529.175 MCTE. Sin embargo, como sucedió en la instancia anterior, esta armonía no es del todo deseable debido a la falta de diversificación en los cultivos establecidos. No obstante, dentro de las 10 mejores armonías de la memoria final se pueden identificar opciones que se alinean con el propósito de la rotación de cultivos y siguen generando un ingreso para el tomador de decisiones superior al obtenido con el modelo MILP. En la *Tabla 31* se muestra la distribución de los valores objetivo para las 10 mejores armonías de esta instancia.

**Tabla 31**

*Valor función objetivo para armonías de instancia 6*

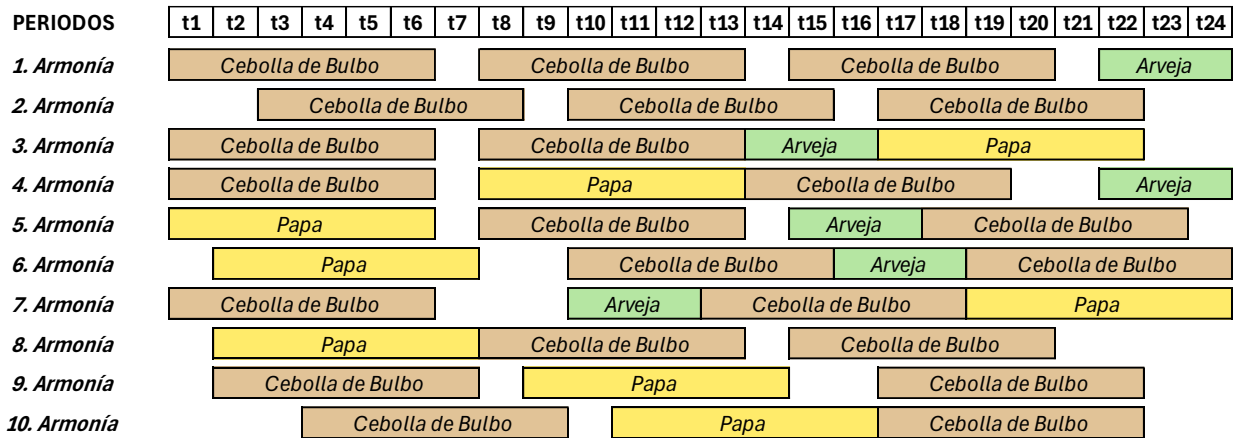
Armonías	Valor función objetivo
1	\$ 104.529.175
2	\$ 103.310.829
3 a 7	\$ 88.331.032
8 a 10	\$ 87.112.686

Ahora bien, es importante destacar, como parte final, que los planes de producción presentados en las mejores armonías son diversos y ofrecen alternativas al tomador de decisiones para establecer su producción a lo largo del horizonte de planificación. Es precisamente debido a esta diversificación en las soluciones obtenidas mediante el algoritmo HS que no se tomó en cuenta el calendario de siembra y cosecha. Cada uno de estos planes puede adaptarse según los requerimientos que tenga un agricultor o tomador de decisiones sobre un predio agrícola. Además, como se argumentó al momento de establecer este parámetro, dicho calendario depende de la zona específica donde se desee aplicar el modelo en un caso real en investigaciones futuras.

Finalmente, el tiempo de cómputo necesario para generar estas soluciones fue de 5,1874 segundos. En la *Figura 57* se representan los 10 mejores planes de producción para esta instancia en un lote de un predio agrícola.

**Figura 57**

*Mejores armonías para instancia 6*



Como parte final de la implementación del algoritmo de búsqueda armónica, se presenta una tabla resumen que muestra los mejores valores para la función objetivo y el tiempo de cómputo que utilizó el algoritmo HS para encontrar las mejores armonías en cada instancia.

**Tabla 32**

*Tiempo de cómputo y valor función objetivo por instancias para algoritmo HS*

Numero de instancia	Tiempo de cómputo [ Segundos (seg) ]	Valor función objetivo
1	9,8645	\$ 23.126.440
2	12,8565	\$ 29.192.847
3	8,1984	\$ 49.698.616
4	12,7014	\$ 58.385.694
5	9,8385	\$ 104.529.175
6	5,1874	\$ 104.529.175

En el siguiente capítulo se realizará un análisis de las métricas del tiempo de cómputo utilizado por ambos modelos en la búsqueda de soluciones óptimas, los valores obtenidos para la función objetivo, y, para ambos modelos propuestos, se detallará el desempeño del algoritmo teniendo en cuenta la evolución de las soluciones óptimas desde el inicio hasta el final del proceso iterativo para cada una de sus instancias.

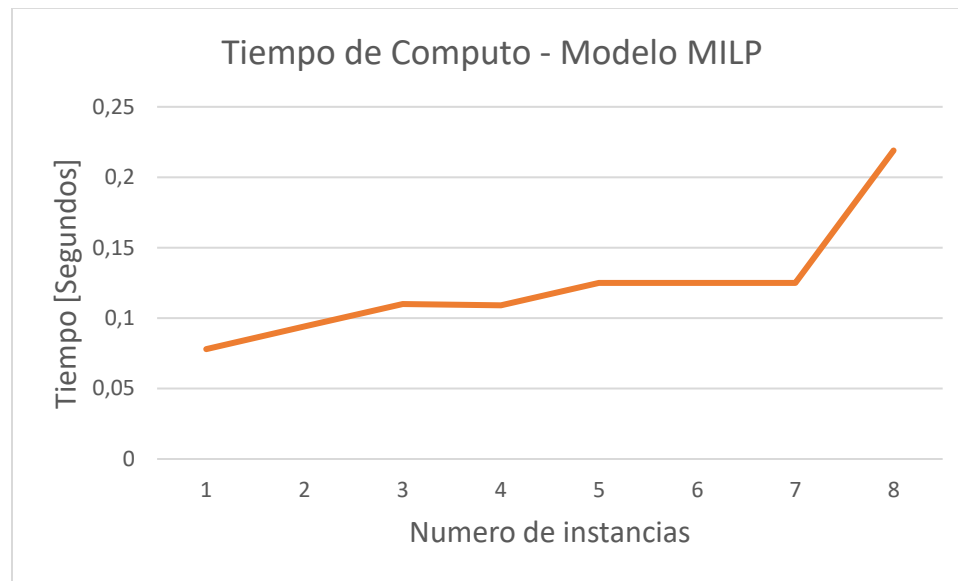
## 5. Resultados

En este capítulo se analizan los resultados obtenidos al implementar el modelo MILP para el problema de rotación de cultivos. También se realizará una comparación de los planes de producción obtenidos bajo los esquemas del ingeniero agrónomo Carlos Flórez, con el fin de identificar si las soluciones que propone el modelo MILP se alinean con los resultados obtenidos al considerar dichos esquemas. Como parte final, se contrastarán los resultados obtenidos mediante la implementación del algoritmo de búsqueda armónica con la propuesta del modelo en cuanto a los planes de producción obtenidos, el desempeño del algoritmo al buscar la mejor solución para cada instancia y la influencia de sus parámetros en el desempeño del algoritmo para encontrar buenas armonías (soluciones óptimas).

Primero, las medidas de desempeño utilizadas para evaluar el modelo MILP fueron el tiempo de cómputo y el valor de la función objetivo a medida que se consideraba un conjunto mayor de parámetros y restricciones en cada instancia. En la *Figura 58* se puede observar que, a medida que el modelo adquiere más complejidad, al software GAMS le toma más tiempo encontrar una solución factible.

**Figura 58**

*Grafica de tiempo de cómputo para instancias del modelo MILP*



En cada instancia del modelo, se fueron incrementando, por un lado, el valor de los parámetros a considerar y, por otro, estableciendo restricciones más limitantes. En la instancia número 8, se tuvo en cuenta todo el conjunto de parámetros de cada cultivo y se aplicaron las restricciones de siembra y cosecha. Esto muestra que, a medida que el modelo crezca en complejidad, asumiendo un mayor número de datos a considerar o estableciendo restricciones que modelen más relaciones en el proceso de planificación agrícola, el tiempo de cómputo para encontrar una solución óptima incrementará.

Ahora bien, al comparar los resultados obtenidos por el modelo MILP con los esquemas de rotación propuestos desde un enfoque técnico, se observa que varias instancias del modelo MILP proponen cultivos para los planes de producción que guardan estrecha similitud con los propuestos por el ingeniero agrónomo. En la *Tabla 33* se muestran los planes de producción que

consideran los mismos cultivos a ser sembrados como solución en el modelo MILP dentro de los esquemas propuestos por el profesional.

**Tabla 33**

*Relación de cultivos presentes en instancias y esquemas de rotación*

<b>Instancia</b>	<b>Cultivos establecidos</b>	<b>Esquema Relacionado</b>
1	Lechuga - Arveja	3
2	Repollo - Lechuga	3
3	Repollo - Lechuga	3
4	Lechuga - Papa	3
5	Lechuga - Papa	3
6	Arveja - Lechuga - Papa	3
7	Lechuga - Papa - Cebolla de bulbo	Ninguno
8	Lechuga - Papa - Cebolla de bulbo	Ninguno

A medida que se escaló el modelo en cada instancia, los resultados muestran que los cultivos definidos para ser sembrados están dentro del esquema número 3 propuesto por el profesional. Esto indica que el modelo propone, en la mayoría de las instancias, planes de producción con cultivos que tienen relaciones beneficiosas para ser establecidos secuencialmente. También puede destacarse que el plan propuesto para el Esquema 3 sin calendario, representado en la Figura 35, tiene la misma sucesión de cultivos que la solución obtenida para la instancia 5, la cual se representa en la Figura 24. Estos resultados muestran que las propuestas de planes de producción encontradas por el modelo MILP pueden llegar a ser técnicamente viables; no obstante, es necesario ampliar los análisis y verificar el impacto de las relaciones entre los cultivos establecidos.

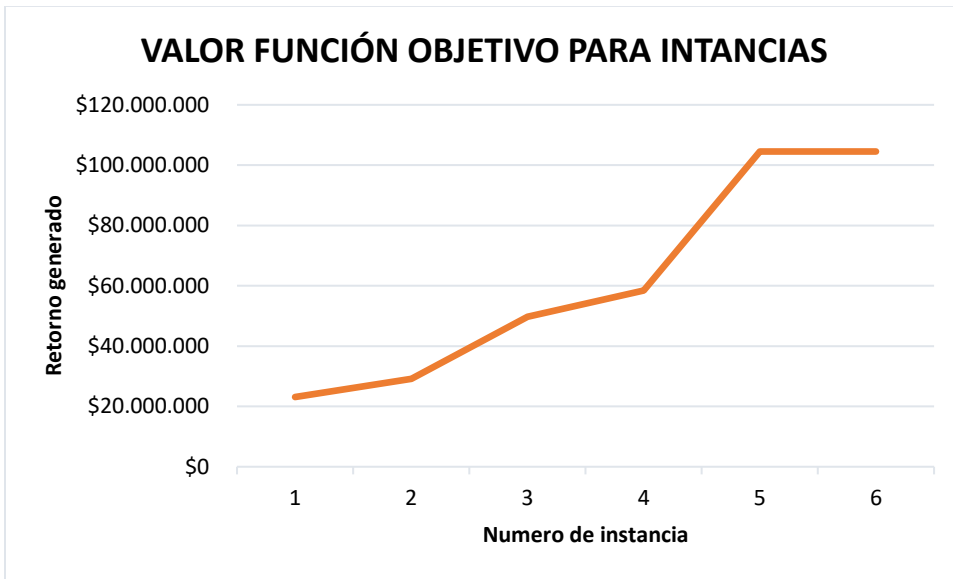
Como parte final de la presente investigación, se propone la implementación del algoritmo de Búsqueda Armónica (HS) para el problema de rotación de cultivos. Para llevar a cabo el algoritmo, se partió definiendo el vector solución, el cual representa los planes de producción que cumplen con el objetivo de maximizar los ingresos de producción en un predio agrícola y respetar la práctica de rotación de cultivos. Luego de establecer el vector, a través del desarrollo del código en el lenguaje de programación Python, se propone un nuevo modelo para abordar el problema de rotación. Al aplicar este nuevo modelo usando el algoritmo HS, se lograron establecer planes de producción diversos.

En el modelo MILP propuesto se obtiene como resultado una solución óptima en la que se establece una única secuencia de cultivos. Sin embargo, al analizar detalladamente la distribución propuesta, se evidencia que pueden realizarse ajustes adicionales que permitirán obtener un conjunto de planes que mantengan el valor de la función objetivo y se adapten a las necesidades de la zona. Así, para instancias prácticas en futuras investigaciones, el algoritmo HS podría implementarse en un caso práctico real, manteniendo un margen de ingresos óptimo.

Una vez puesto en marcha el algoritmo, se establecieron los diferentes parámetros para un conjunto de instancias que guiaron a la metaheurística en la búsqueda de los mejores planes de producción. En cada instancia se incorporaron un mayor número de cultivos, un horizonte de planificación más amplio y un tamaño de vector mayor. Cada cambio realizado tenía como objetivo mostrar cómo el algoritmo encontraba soluciones factibles y el tiempo de cómputo que utilizaba. En la *Figura 59* se presenta una gráfica que muestra el valor de la función objetivo a medida que crecieron las instancias, mientras que en la *Figura 60* se ilustra el tiempo de cómputo utilizado.

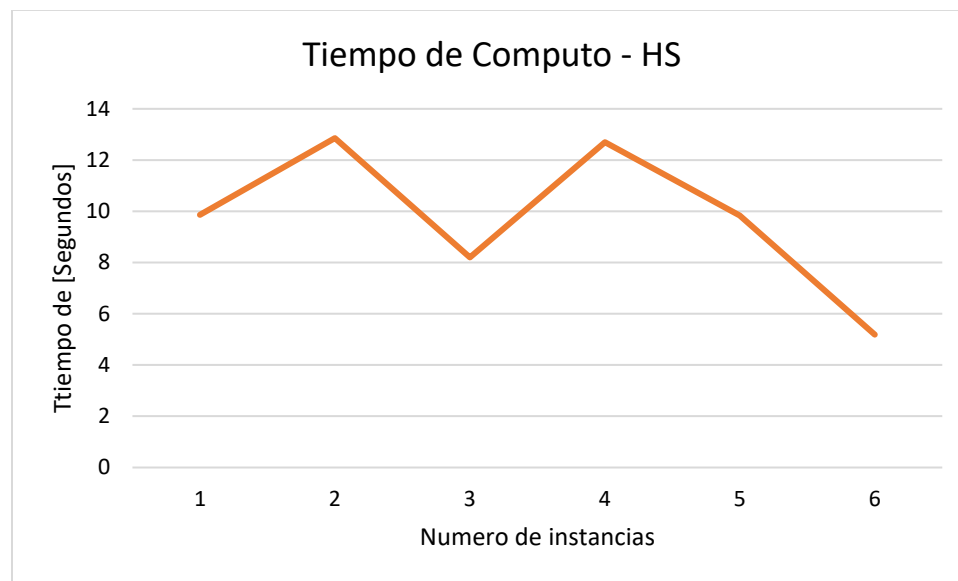
**Figura 59**

*Grafica para el valor de la función objetivo en cada instancia para el algoritmo HS*



**Figura 60**

*Grafica del tiempo de cómputo en cada instancia para el algoritmo HS*



A través de estos resultados, podemos identificar que el algoritmo HS tuvo un mejor desempeño en cuanto al tiempo de cómputo a medida que crece el tamaño de las instancias. Además, a medida que avanzaron las instancias, también encontró mejores valores en la función objetivo, evitando estancarse en óptimos locales.

Por otro lado, el modelo MILP propuesto difiere del planteado para la búsqueda armónica, principalmente debido a la consideración de las restricciones de siembra y cosecha, lo cual limita la comparación entre ambos modelos a las métricas de tiempo de cómputo y mejor valor en la función objetivo. Sin embargo, ambos modelos buscan solucionar el problema de rotación de cultivos y encontrar un plan de producción que maximice los ingresos de un agricultor bajo prácticas de rotación de cultivos. Al final de las instancias de ambos modelos, el conjunto de condiciones establecidas con los parámetros de cada cultivo va creciendo con el propósito de generar mayor complejidad. Al comparar ambos modelos bajo esta premisa, se puede identificar

que el algoritmo HS tiene un mejor desempeño respecto al modelo MILP, ya que genera un conjunto de mejores soluciones (armonías), mientras que el modelo MILP genera una sola solución, la óptima.

Revisando los resultados de las instancias finales de ambos modelos en la *Tabla 16* para el modelo MILP y en la *Tabla 32* para el algoritmo de búsqueda armónica, el algoritmo HS encuentra mejores resultados en su función objetivo para sus 10 mejores armonías que la mejor solución encontrada por el modelo MILP. Por su parte, el modelo MILP, en su instancia 7, no consideró la restricción de siembra y cosecha, restricción que tampoco es tomada en cuenta en el modelo del algoritmo HS, lo que permite total libertad para establecer una secuencia de cultivos que maximice la función objetivo, respetando únicamente las restricciones de rotación de cultivos. Sin embargo, el resultado de esta instancia en el modelo MILP no logra superar el menor valor obtenido entre las 10 mejores armonías (soluciones expresadas en planes de producción) de la HS.

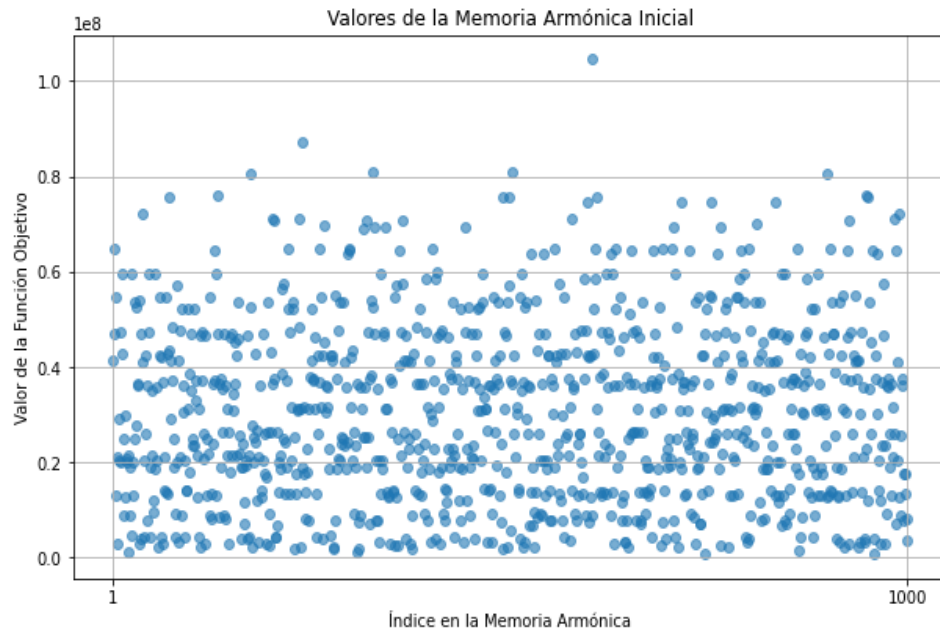
Adicionalmente, las 10 mejores armonías obtenidas en la HS, expresadas en posibles planes de producción, pueden ofrecer a un agricultor o tomador de decisiones diversas alternativas, permitiéndole elegir según sus criterios y necesidades particulares, ya que estas soluciones muestran secuencias de cultivos diferentes entre sí, con uno o dos cultivos adicionales, como se observó en la *Figura 57*, sin dejar de ser valores óptimos en su función objetivo. Esto se alinea con la diversificación de cultivos dentro de la práctica de rotación de cultivos en la planificación agrícola.

Como parte final del análisis del desempeño del algoritmo, se realizaron varios ajustes en los parámetros de la búsqueda armónica para identificar cómo afectan la búsqueda de armonías (soluciones factibles) en la función objetivo. En la *Figura 61* se presenta el conjunto de soluciones iniciales de la memoria armónica al comienzo del proceso iterativo.

Por su parte, la *Figura 62* muestra que, al final de la armonización, se obtiene un conjunto de armonías (soluciones factibles) con valores óptimos agrupados y de forma ascendente, lo cual se refleja en los diferentes planes de producción que pueden tener valores óptimos iguales o cercanos, pero con secuencias de cultivos diferentes.

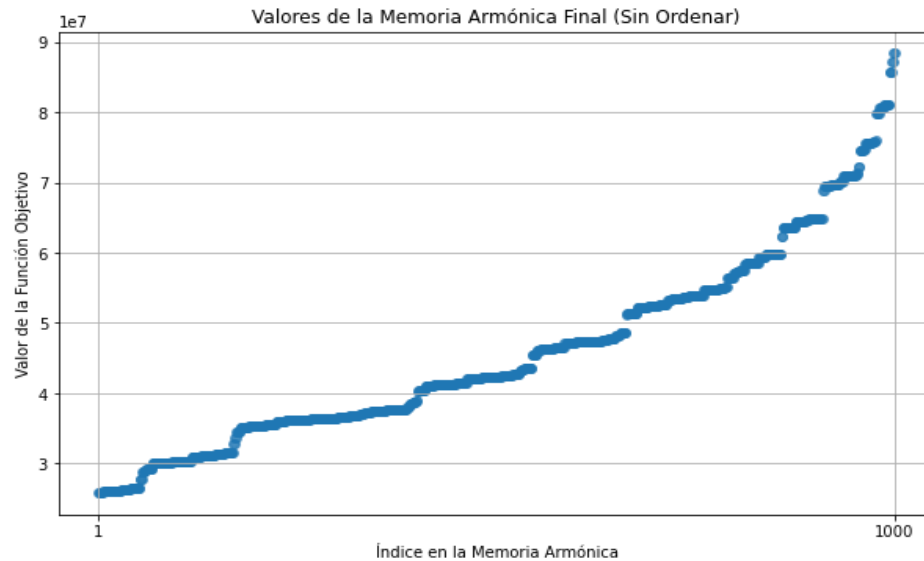
**Figura 61**

*Distribución de armonías en la memoria armónica antes de armonizar*



**Figura 62**

*Distribución de armonías en la memoria armónica después de armonizar*



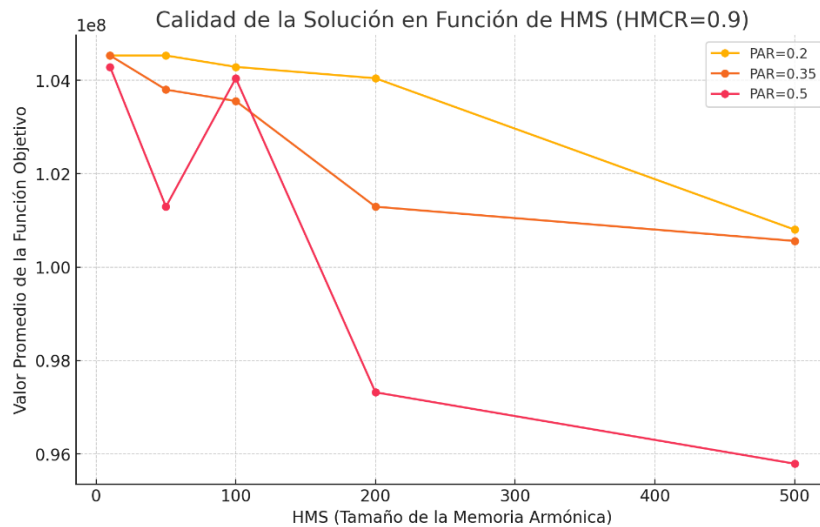
Ahora bien, en el capítulo anterior, al momento de establecer los parámetros del algoritmo, se fijaron estos valores para permitir una exploración y explotación adecuadas del espacio de búsqueda. Para analizar la influencia que tienen estos parámetros en el desempeño de la búsqueda de nuevas armonías, se realizaron cambios en los valores de HMCR y PAR; el propósito fue evidenciar cómo influyen en los valores de la función objetivo a medida que incrementa el tamaño de la memoria armónica y se ajustan los valores de HMCR y PAR. Para la implementación del algoritmo en el problema de rotación, se eligieron el valor máximo y mínimo para HMCR y PAR, respectivamente.

Para analizar cómo influyen los cambios de estos parámetros en el algoritmo, se modificaron sistemáticamente los valores de la siguiente manera: disminuir el valor de HMCR hasta alcanzar su valor mínimo, manteniendo constante el valor de PAR, y, de manera opuesta, aumentar el valor de PAR hasta alcanzar su valor máximo, manteniendo constante el valor de HMCR. A continuación, se presentan dos gráficas que representan el comportamiento de las armonías con su respectivo valor

de función objetivo a medida que incrementa el tamaño de la memoria armónica bajo estas modificaciones en los valores de HMCR y PAR.

**Figura 63**

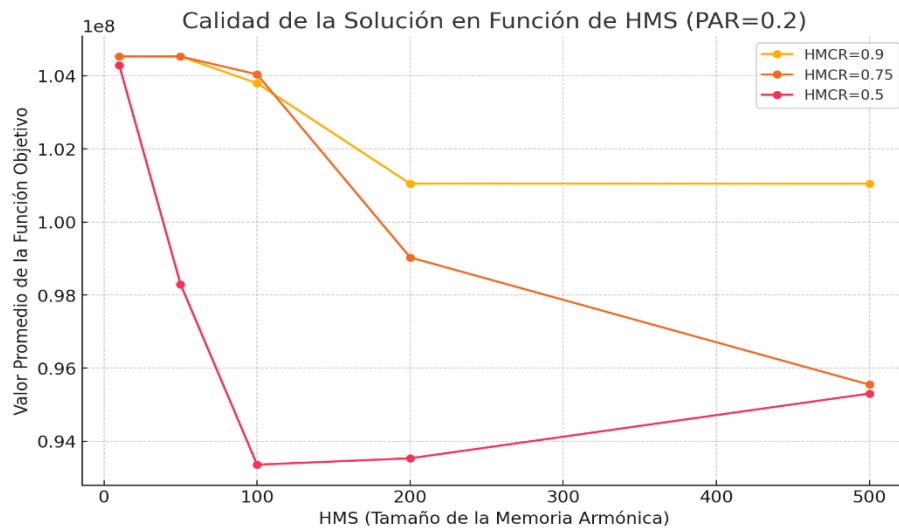
*Variación de parámetros de HS (HMCR constante y cambios en PAR)*



En la *Figura 63*, al mantener constante el valor de HMCR e incrementar el valor de PAR, se encuentran soluciones con valores muy bajos en la función objetivo. Inicialmente, se parte de una memoria con valores bastante interesantes; sin embargo, al aumentar la tasa de ajuste de tono (PAR), se desbalancea la explotación de soluciones conocidas, lo que posiblemente lleva al algoritmo a estancarse en óptimos locales o, peor aún, a incorporar en la memoria soluciones que no representan valores deseables en su función objetivo. Por otro lado, en la *Figura 64* se mantiene constante el valor del parámetro PAR y se disminuye HMCR hasta llegar al mínimo establecido.

**Figura 64**

*Variación de parámetros de HS ( PAR constante y cambios en HMCR)*



Analizando el comportamiento para los tres valores de HMCR, puede concluirse que, a medida que se disminuye la tasa de aceptación de la memoria armónica, el algoritmo da prioridad a la exploración de nuevas soluciones fuera de la memoria armónica. Sin embargo, un valor demasiado bajo, mientras se incrementa el tamaño de la memoria, genera una exploración desmedida y tiende a desestimar las soluciones que ya han sido almacenadas en la memoria, lo cual provoca que, al final del proceso iterativo, se obtengan soluciones que se alejan de los valores óptimos.

Finalmente, se realizó un benchmarking con diferentes investigaciones centradas en la optimización y modelado en la planificación agrícola. Varias investigaciones se enfocan en maximizar los ingresos bajo un plan óptimo de producción. Bhatia & Rana (2020), por ejemplo, mediante un modelo de programación lineal, lograron un incremento del 17,9 % en los ingresos bajo el plan propuesto en su modelo respecto a los planes de producción establecidos por los agricultores en campo. En nuestro caso, el algoritmo de búsqueda armónica logró incrementar en un 18,43 % los ingresos respecto a la mejor solución obtenida en el modelo MILP en la instancia final, validando

así su eficacia. Por su parte, Pap (2008) propone dos modelos de programación para la planificación de la producción: uno lineal y otro entero. Debido a la complejidad de su problema, el modelo entero se resuelve mediante un algoritmo codicioso. Sus resultados muestran que el modelo lineal genera un 22,17 % más de ganancias que el modelo entero, debido a que las restricciones son altamente limitantes. Comparando estos resultados, el método alternativo no logró incrementar los ingresos debido a la rigidez de sus restricciones. En nuestro caso particular, el algoritmo de búsqueda armónica generó varias soluciones que permiten flexibilizar las restricciones impuestas en el modelo MILP, las cuales impiden encontrar soluciones superiores en el modelo exacto. Otra investigación importante es la de Filippi et al. (2017), en la cual se propone un modelo de programación entero mixto complementado para simular condiciones de riesgo que pueden surgir en la producción agrícola. Esta condición de riesgo establece un porcentaje de pérdida en la producción que puede ser causado por diversas problemáticas, como cambios abruptos en el clima, fluctuaciones en el precio o fallas en la gestión de cultivos a lo largo de su ciclo de producción. En ambos casos, los modelos demostraron que, aun considerando condiciones de riesgo, los ingresos obtenidos son mayores respecto a los planes convencionales establecidos por los agricultores.

Como última instancia del benchmarking, se analizaron investigaciones que implementan métodos estocásticos y algoritmos heurísticos para el problema de planeación agrícola. Por ejemplo, Schönhart et al. (2011) plantean un modelo de optimización estocástico de rotación de cultivos utilizando la simulación Monte Carlo para manejar la incertidumbre del clima, el cual depende de múltiples simulaciones para capturar este comportamiento. En contraste, la búsqueda armónica permite optimizar la rotación de cultivos sin la necesidad de procesar grandes volúmenes de datos aleatorios, logrando identificar soluciones robustas y consistentes sin comprometer la eficiencia computacional. Por su parte, Quadra et al. (2009) proponen un método heurístico para la

planificación de la producción agrícola a gran escala. En este contexto, la búsqueda armónica permite un ajuste rápido de parámetros y restricciones, lo que facilita su implementación en entornos agrícolas reales, donde se pueden considerar amplios conjuntos de restricciones, permitiendo el modelado de las interrelaciones que existen en la producción agrícola. Por último, en contraste con la programación estocástica propuesta por Galán-Martín et al. (2020), la búsqueda armónica no solo puede adaptarse a condiciones variables de clima y suelo, sino que también ofrece una mayor diversificación de soluciones en un solo ciclo de optimización, proporcionando al agricultor múltiples alternativas de producción que mantienen el valor objetivo. Estas características convierten a la búsqueda armónica en una opción eficiente, adaptable y efectiva para resolver problemas complejos de rotación de cultivos bajo incertidumbre.

Los resultados presentados anteriormente indican que el algoritmo de búsqueda armónica alcanzó soluciones óptimas en un porcentaje significativo de las pruebas, mostrando una eficiencia notable frente a otros métodos reportados en la literatura. Este desempeño robusto valida la elección de la metaheurística y cumple con el cuarto objetivo al demostrar su eficacia a través de instancias de benchmarking.

## **6. Discusiones**

En la literatura se logró identificar un amplio conjunto de modelos matemáticos que tienen en cuenta las prácticas de rotación de cultivos dentro de la planificación agrícola. Cada una de estas investigaciones se centra en establecer la práctica de rotación de cultivos dentro del proceso de planificación agrícola para lograr beneficios económicos o ambientales. Los modelos lineales, como los desarrollados por Muzhinji (2022), Pap (2008), Osama et al.(2017b), Jaslam et al.(2018) y Haq et al.(2020), buscan maximizar los ingresos de los agricultores a través de las estrategias de

rotación de cultivos. Cada una de estas investigaciones tiene en cuenta dentro del conjunto de restricciones aspectos que son relevantes para la zona en la cual se aplica el modelo; algunas se centran en dar mayor prioridad a ciertos cultivos por la importancia que tienen para la seguridad alimentaria, hacer un uso correcto de los recursos que son escasos, como el agua, los fertilizantes o la mano de obra. En resumen, las investigaciones que optan por los modelos lineales están orientadas a problemas focalizados que buscan distribuir correctamente los recursos limitantes, buscando maximizar o minimizar su función objetivo.

Por otra parte, están los modelos de programación entera mixta, como los propuestos por Sajid et al. (2022), Galán-Martín(2015), Quadra et al. (2009), Fikry (2019, 2021b, 2021a), Benetto et al. (2017). Estos modelos contienen un mayor número de restricciones y variables, lo que incrementa su complejidad al tener en cuenta otros eslabones dentro de la cadena agrícola. Muchas de estas investigaciones se complementan con estudios previos en los cuales se establecen modelos predictivos del clima y adaptan los resultados de estos modelos para realizar planes de producción teniendo en cuenta el comportamiento estocástico del mismo. También se resalta que muchos de estos modelos son multiobjetivo, ya que se centran en lograr optimizar el plan de producción, y se encadenan con la cadena de suministros agrícola, buscando optimizar la producción primaria y la producción industrial.

Es importante resaltar los estudios de Haneveld & Stegeman (2005), que proponen un modelo MILP en el que se busca establecer un plan de producción basándose en el proceso fisicoquímico específico de cada cultivo a ser sembrado, con el objetivo de maximizar la disponibilidad de recursos a nivel de suelo. Ahora bien, la mayoría de estos modelos enteros mixtos, al abordar problemas más complejos en los cuales se tiene en cuenta un mayor número de variables, parámetros y restricciones, también aumentan en complejidad computacional al

momento de encontrar una solución óptima. En estas investigaciones al modelar problemas estocásticos, plantean métodos alternos no determinístico, como el uso de cadenas de Markov y algoritmos de optimización estocásticos como el método de Monte Carlo, que se aplica por ejemplo en la investigación de Schönhart et al. (2011).

En esta investigación se propuso un modelo de programación entero mixto que tiene como objetivo maximizar los ingresos de un agricultor sobre un predio agrícola, teniendo en cuenta dentro de sus restricciones el cumplimiento de la práctica agrícola de rotación de cultivos. El modelo tiene en cuenta únicamente los productos transitorios, ya que son cultivos de producción de ciclo corto y son sembrados por unidades de producción pequeñas, para las cuales es representativa su producción desde el enfoque de la seguridad alimentaria de la región. Se escoge una zona específica de Nariño para el establecimiento de los parámetros que se tendrán en cuenta dentro del modelo: cultivos transitorios más relevantes, tiempos de producción, precios y costos. Se vio la necesidad de orientar el modelo para cultivos transitorios con la finalidad de brindar a los pequeños productores planes de producción viables desde el punto de vista económico y ambiental.

Debido a que el enfoque del modelo es hacia el pequeño productor y los cultivos transitorios, se tuvo en cuenta variables binarias que representan la asignación de un cultivo sobre un predio agrícola en un momento determinado y una variable continua que calcula el retorno generado al establecer el plan de producción. Para el enfoque de sostenibilidad ambiental se establecieron las restricciones de rotación de cultivos, las cuales aseguran que no se produzcan sucesivamente los mismos cultivos y, de ser así, haya un período de descanso para evitar el desgaste del suelo. Otro aspecto importante fue el establecimiento de los ciclos de producción para cada cultivo en la región, el cual busca respetar el tiempo necesario para la siembra y cosecha de

cada producto. Finalmente, se incorporan los calendarios de siembra y cosecha, que son importantes debido a la temporalidad de algunos cultivos a la hora de ser sembrados y la influencia que tiene sobre los rendimientos de producción.

En tal sentido, estas adaptaciones permiten que el modelo sea más representativo y útil para la toma de decisiones en el contexto regional, ya que se tienen en cuenta los cultivos transitorios más relevantes para la zona de donde se extrajeron los datos, y se proponen planes de producción que buscan asegurar los ingresos de los agricultores a través de una práctica sostenible, como lo es la rotación de cultivos. Así, se cumple con el segundo objetivo al adaptar un modelo de programación entero mixto al problema de siembra y rotación de cultivos en la zona estudiada.

Por otra parte, la propuesta de implementar el algoritmo búsqueda armónica al problema de rotación de cultivos fue orientada en demostrar que es relativamente simple de entender e implementar. Su estructura es menos compleja que la de otros algoritmos, como los algoritmos genéticos o las redes neuronales. Además, como fue expuesto anteriormente, el algoritmo permite una definición flexible de la función objetivo y las restricciones, lo que le permite ser adecuado para optimizar una amplia variedad de problemas, incluso aquellos con restricciones no lineales y no convencionales. Esta última ventaja es importante, ya que el modelo puede incorporar cada vez un mayor conjunto de restricciones y variables que tengan el propósito de modelar de forma más precisa y técnica el proceso de planeación de la producción agrícola, un proceso que debe tener en cuenta los enfoques económicos y también aspectos ambientales, físicos, biológicos y las interrelaciones entre ellos.

Es decir, la implementación de la búsqueda armónica en la presente investigación explora el espacio de búsqueda con una mayor precisión y brinda como resultado final un conjunto de planes de producción que generan un mejor valor en la función objetivo que los obtenidos en el

modelo MILP y proponen secuencias variadas de cultivos dentro del horizonte del plan de producción. Estos resultados brindan al tomador de decisiones un conjunto de alternativas que el modelo exacto no generó a medida que se fueron escalando las instancias. Estos hallazgos demuestran el cumplimiento del tercer objetivo al solucionar el modelo propuesto mediante esta metaheurística, aun cuando la misma explora un espacio de búsqueda diferente, razón por la cual no son comparadas las soluciones en búsqueda de la mejor, sino analizadas en paralelo.

En suma de los resultados y la discusión del problema abordado en la presente investigación, los dos modelos lograron encontrar soluciones óptimas para cada una de las instancias que fueron planeadas, si bien estas instancias no fueron de un gran tamaño, se resalta como fortaleza la adaptación de parámetros construidos a través de fuentes oficiales, que buscan representar una toma de decisiones lo más cercano posible a la realidad del contexto agrícola para una zona específica de Nariño, esto fortalece el trabajo para que en investigaciones futuras los modelos puedan ser más fácilmente adaptados a un entorno real y ser transferido a un tomador de decisiones como una herramienta de apoyo para la planificación de la producción agrícola.

### **7. Artículo publicable**

Los hallazgos de esta investigación aportan una perspectiva innovadora al integrar la Búsqueda Armónica en la planeación de la producción agrícola, ofreciendo una herramienta efectiva para la toma de decisiones. Para maximizar el impacto de estos resultados, se propone la elaboración de un artículo científico destinado a la revista UIS Ingeniería. Además, se recomienda explorar la aplicación del modelo en diferentes contextos y con otras metaheurísticas, ampliando el conocimiento en este campo. El artículo científico está presente en el *Apéndice E*. De este modo, se cumple el quinto objetivo al socializar los resultados y contribuir al avance de la disciplina.

## 8. Conclusiones

A partir del análisis bibliométrico, se identifica la vigencia del modelado matemático para abordar el problema de la planificación agrícola, teniendo en cuenta la práctica de rotación de cultivos como una estrategia para mitigar el impacto ambiental. Se destaca la importancia de implementar prácticas sostenibles como la rotación debido a los beneficios que esta genera en el suelo, resaltando principalmente un mayor ingreso para los agricultores a través de mejores rendimientos, la disminución de insumos agrícolas utilizados (y, por ende, de los costos implicados) y, finalmente, la reducción del impacto en el suelo.

El modelo MILP adaptado para esta investigación considera la práctica de rotación de cultivos y, a través de su puesta en marcha, se lograron soluciones óptimas que ofrecen planes de producción para diferentes instancias bajo los parámetros de la zona específica elegida en el departamento de Nariño. Este enfoque puede permitir a los agricultores, en un caso práctico, gestionar de manera más eficiente el uso del suelo y asegurar la sostenibilidad de sus cultivos.

Mediante la implementación del algoritmo de búsqueda armónica (HS), se obtuvieron mejores resultados en la instancia final que con el modelo MILP. Es importante resaltar que los mejores resultados dentro de la memoria armónica permitieron identificar diferentes propuestas de secuencias de cultivos, manteniendo el valor de la función objetivo. Esta diversidad de planes de producción puede ser relevante en un caso práctico, al ofrecer al agricultor alternativas para distribuir su producción en un predio agrícola.

Por otro lado, al evaluar el desempeño del algoritmo, se observa que, a medida que aumenta el tamaño del problema, el algoritmo HS puede generar mejores soluciones en un menor tiempo que un método exacto, como el modelo MILP propuesto. También se evidenció que los parámetros de HS son determinantes en la explotación y exploración del espacio de búsqueda. El análisis realizado para la instancia final permite identificar que el tamaño de la memoria armónica (HMS) y la tasa de ajuste de tono (PAR) son los parámetros que más inciden en la búsqueda de nuevas armonías (soluciones factibles). Sin embargo, es fundamental ajustar correctamente cada uno de los parámetros de HS para optimizar su desempeño en entornos de producción específicos.

Finalmente, a través de las instancias de benchmarking, se demuestra que el algoritmo de búsqueda armónica es una herramienta competitiva frente a otros métodos utilizados en la literatura.

## **9. Recomendaciones**

Para la implementación del modelo MILP con mayor detalle, se recomienda incorporar restricciones que tengan en cuenta la relación fisicoquímica de cada cultivo con el suelo, permitiendo validar con mayor precisión el beneficio que puede tener la sucesión de determinados cultivos. Para lograr esto, se debe contar con apoyo desde áreas a fines a la gestión agrícola para, desde un enfoque técnico, establecer este conjunto de restricciones.

También se sugiere realizar una ejecución del modelo MILP en un caso real, lo cual podría permitir contrastar los beneficios que el modelo pueda ofrecer frente a las decisiones convencionales que toman los agricultores al definir sus planes de producción sobre un predio agrícola en un determinado horizonte de producción. Esta implementación no solo permitirá

adaptar las restricciones con mayor precisión en la planificación agrícola, sino también establecer un conjunto de métricas económicas que apoyen la implementación de la práctica de rotación de cultivos. Esto replicaría lo realizado en la investigación de Galán-Martín (2015), al proponer un incentivo económico para los productores que opten por diversificar los cultivos. Así, los productores podrán incorporar cultivos que generalmente no integran en su producción debido a que no brindan el retorno de ingresos deseado.

Finalmente, se recomienda ampliar la zona de aplicación del modelo, es decir, considerar no solo una zona geográfica, sino varias. Esto hará más deseable el uso de la metaheurística, ya que para problemas pequeños los métodos exactos pueden ser eficientes en la búsqueda de soluciones. Sin embargo, a medida que aumenta la complejidad del modelo al incorporar un mayor número de restricciones, parámetros o consideraciones, la metaheurística de búsqueda armónica tiene la capacidad de encontrar diversas soluciones factibles con un proceso menos complejo y de forma más eficaz que los modelos exactos.

**Referencias bibliográficas**

- Agrios, G. N. (2005). *Plant Pathology*. Elsevier.
- Agustín, S., Morales, C. L., Groot, G. S. De, & Adri, M. (2021). *Agriculture, Ecosystems and Environment Large-scale monoculture reduces honey yield: The case of soybean expansion in Argentina*. 306(October 2020). <https://doi.org/10.1016/j.agee.2020.107203>
- Alfandari, L., Plateau, A., & Schepler, X. (2015a). A branch-and-price-and-cut approach for sustainable crop rotation planning. *European Journal of Operational Research*, 241(3), 872-879. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.066>
- Arreeras, S., Angskun, T., & Angskun, J. (2009). Intercropping planning models for an agricultural expert system. *Communications in Computer and Information Science*, 55 CCIS, 30-38. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-10392-6\\_4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-10392-6_4)
- Asghar, W., & Kataoka, R. (2022). Green manure incorporation accelerates enzyme activity, plant growth, and changes in the fungal community of soil. *Archives of Microbiology*, 204(1), 7. <https://doi.org/10.1007/s00203-021-02614-x>
- Aulakh, C. S., Sharma, S., Thakur, M., & Kaur, P. (2022). A review of the influences of organic farming on soil quality, crop productivity and produce quality. *Journal of Plant Nutrition*, 45(12), 1884-1905. <https://doi.org/10.1080/01904167.2022.2027976>
- Benetto, E., Capitanescu, F., Marvuglia, A., & Guti, T. N. (2017). *Multi-stage farm management optimization under environmental and crop rotation constraints*. 147, 197-205. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.01.076>
- Brankatschk, G., & Finkbeiner, M. (2015). Modeling crop rotation in agricultural LCAs— Challenges and potential solutions. *Agricultural Systems*, 138, 66-76. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2015.05.008>

- Capitanescu, F., Marvuglia, A., Navarrete Gutiérrez, T., & Benetto, E. (2017). Multi-stage farm management optimization under environmental and crop rotation constraints. *Journal of Cleaner Production*, *147*, 197-205. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2017.01.076>
- Cartagena, J. R. (1989). SUBGERENCIA DE INVESTIGACION Y TRANSFERENCIA DIVISION CULTIVOS INDUSTRIALES COORDINACION NACIONAL PROGRAMA FRUTALES PROGRAMA FRUTALES El cultivo de Arveja. *NBER Working Paper Series*, *58*(58), 99-104.
- Castellazzi, M. S., Wood, G. A., Burgess, P. J., Morris, J., Conrad, K. F., & Perry, J. N. (2008). A systematic representation of crop rotations. *Agricultural Systems*, *97*(1-2), 26-33. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2007.10.006>
- Cobos Lozada, C., Pérez., J., & Estupiñan., D. (2011). Una revisión de la búsqueda armónica. *Avances en Sistemas e Informática*, *8*(2), 67-80.
- de Oliveira, D. G., Delgado, A. R. S., Ventura, S. D., Cruz, M. D., & Rodrigues, P. C. P. (2019). Binary programming for the simulation of crop rotation and animal transit in an integrated crop-livestock system. *Revista Ciencia Agronomica*, *50*(1), 123-130. <https://doi.org/10.5935/1806-6690.20190015>
- Dethier, J. J., & Effenberger, A. (2012). Agriculture and development: A brief review of the literature. *Economic Systems*, *36*(2), 175-205. <https://doi.org/10.1016/j.ecosys.2011.09.003>
- Dogliotti, S., Rodríguez, D., Tiftonell, P., & Rossing, W. A. H. (2014). Designing sustainable agricultural production systems for a changing world: Methods and applications. *Agricultural Systems*, *126*, 1-2. <https://doi.org/10.1016/j.agsy.2014.02.003>

- dos Santos, L. M. R., Costa, A. M., Arenales, M. N., & Santos, R. H. S. (2010). Sustainable vegetable crop supply problem. *European Journal of Operational Research*, 204(3), 639-647. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.11.026>
- Dury, J., Schaller, N., Garcia, F., Reynaud, A., & Bergez, J. E. (2012). Models to support cropping plan and crop rotation decisions. A review. *Agronomy for Sustainable Development*, 32(2), 567-580. <https://doi.org/10.1007/s13593-011-0037-x>
- Escobar, H. (2003). *Análisis de costos para hortalizas ecológicas* (1.<sup>a</sup> ed.). Universidad Jorge Tadeo Lozano. <https://doi.org/10.2307/j.ctv23dxcbm>
- Escobar, Laura; Garavito, Edwin; Talero, L. (2018). Solucion al problema de formacion de celdas de manufactura dinamicas (Dynamic Cell Formation Problem, DCFP) a traves del algoritmo Busqueda Armonia (Harmony Search, HS). *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 5(1), 86-96. <https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2009.09.004>
- Estado, E. L., & La, Mundial D E, F. (2017). 2017.
- FEDEPAPA, & FNFP. (2024). *Boletines Regional Nariño* (7; p. 15). <https://fedepapa.com/wp-content/uploads/2022/09/Regional-Narin%CC%83o.pdf>
- FENALCE. (2009). *MANEJO INTEGRADO DE CULTIVOS: MAIZ - FRIJOL*.
- FENALCE (Ed.). (2021). *Aspectos técnicos de la producción de Maiz en Colombia*. Federación Nacional de Cultivadores de Cereales, Leguminosas y Soya (Fenalce). <https://fenalce.co/publicaciones/>
- Filippi, C., Mansini, R., & Stevanato, E. (2017). Mixed integer linear programming models for optimal crop selection. *Computers and Operations Research*, 81, 26-39. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2016.12.004>

- Galán-Martín, Á., Pozo, C., Guillén-Gosálbez, G., Antón Vallejo, A., & Jiménez Esteller, L. (2015). Multi-stage linear programming model for optimizing cropping plan decisions under the new Common Agricultural Policy. *Land Use Policy*, 48(2015), 515-524. <https://doi.org/10.1016/j.landusepol.2015.06.022>
- Galindo-Pacheco, J., & Saboyá-Acosta, J. (2020). *Zanahoria (Daucus carota L.): Manual de recomendaciones técnicas para su cultivo en el departamento de Cundinamarca*. Corredor Tecnológico Agroindustrial CTA-2.
- García-Préchac, F., Ernst, O., Siri-Prieto, G., & Terra, J. A. (2004). Integrating no-till into crop-pasture rotations in Uruguay. *Soil and Tillage Research*, 77(1), 1-13. <https://doi.org/10.1016/j.still.2003.12.002>
- Geem, Z. W., & Kim, J. H. (2001). A New Heuristic Optimization Algorithm: Harmony Search. *SIMULATION*, 76(2), 60-68.
- Haneveld, W. K. K., & Stegeman, A. W. (2005). Crop succession requirements in agricultural production planning. *European Journal of Operational Research*, 166(2), 406-429. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.03.009>
- Haq, F., Parveen, A., Hussain, S., & Hussain, A. (2020). Optimization of the cropping pattern in district Hunza, Gilgit-Baltistan. *Sarhad Journal of Agriculture*, 36(2), 612-616. <https://doi.org/10.17582/JOURNAL.SJA/2020/36.2.612.616>
- Harzing, A. W., & Alakangas, S. (2016). Google Scholar, Scopus and the Web of Science: A longitudinal and cross-disciplinary comparison. *Scientometrics*, 106(2), 787-804. <https://doi.org/10.1007/s11192-015-1798-9>
- Hiller, F., & Lieberman, G. (2015). *Introduction to operatioin research (edition 10)* (Mcgraw-Hill, Ed.).

- Huang, K. L., Yang, C. L., & Kuo, C. M. (2020). Plant factory crop scheduling considering volume, yield changes and multi-period harvests using Lagrangian relaxation. *Biosystems Engineering*, 200(43), 328-337. <https://doi.org/10.1016/j.biosystemseng.2020.10.012>
- Jaramillo, J. (2006). *El Cultivo de las Crucíferas*. 139-199.
- Koch, M., Naumann, M., Pawelzik, E., Gransee, A., & Thiel, H. (2020). The Importance of Nutrient Management for Potato Production Part I: Plant Nutrition and Yield. *Potato Research*, 63(1), 97-119. <https://doi.org/10.1007/s11540-019-09431-2>
- Kumar, S., Samiksha, & Sukul, P. (2020). Green Manuring and Its Role in Soil Health Management. En B. Giri & A. Varma (Eds.), *Soil Health* (Vol. 59, pp. 219-241). Springer International Publishing. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-44364-1\\_13](https://doi.org/10.1007/978-3-030-44364-1_13)
- Larkin, R. P. (2015). Soil Health Paradigms and Implications for Disease Management. *Annual Review of Phytopathology*, 53(1), 199-221. <https://doi.org/10.1146/annurev-phyto-080614-120357>
- Li, J., Rodriguez, D., Zhang, D., & Ma, K. (2015). Crop rotation model for contract farming with constraints on similar profits. *Computers and Electronics in Agriculture*, 119, 12-18. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2015.10.002>
- Malagón, D. (2002). Los suelos de Colombia. *Instituto Geografico Agustin Codazzi*, 21.
- Manejo Integrado del Cultivo de la Papa, Manual Tecnico. (2000). *CORPOICA*.
- Memmah, M. M., Lescourret, F., Yao, X., & Lavigne, C. (2015). Metaheuristics for agricultural land use optimization. A review. *Agronomy for Sustainable Development*, 35(3), 975-998. <https://doi.org/10.1007/s13593-015-0303-4>

- Mendes, J. M., & Oliveira, P. M. (2019). *Nature Inspired Metaheuristics and Their Applications in Agriculture: A Short Review* (Vol. 2). Springer International Publishing.  
<https://doi.org/10.1007/978-3-030-30241-2>
- Muhammed Jaslam, P. K., Joseph, B., Paul Lazarus, T., & Rakhi, T. (2018). Determination of optimum crop mix for crop cultivation in Kerala homesteads. *Indian Journal of Agricultural Research*, 52(1), 22-27. <https://doi.org/10.18805/IJARE.A-4922>
- Muzhinji, K. (2022). *A cash crop combination for maximum net income: a case study of a small-scale cash crop farmer in vhembe, limpopo province, south africa*. 22(7), 21056-21071.  
<https://doi.org/10.18697/ajfand.112.21640>
- Nadeem, F., Nawaz, A., & Farooq, M. (2019). Crop Rotations, Fallowing, and Associated Environmental Benefits. En F. Nadeem, A. Nawaz, & M. Farooq, *Oxford Research Encyclopedia of Environmental Science*. Oxford University Press.  
<https://doi.org/10.1093/acrefore/9780199389414.013.197>
- O'Brien, P. A. (2017). Biological control of plant diseases. *Australasian Plant Pathology*, 46(4), 293-304. <https://doi.org/10.1007/s13313-017-0481-4>
- Osama, S., Elkholy, M., & Kansoh, R. M. (2017). Optimization of the cropping pattern in Egypt. *Alexandria Engineering Journal*, 56(4), 557-566.  
<https://doi.org/10.1016/j.aej.2017.04.015>
- Pakawanich, P., Udomsakdigool, A., & Khompatraporn, C. (2020). Robust production allocation model for an agricultural cooperative with yield uncertainty and similar revenue constraints. *Computers and Electronics in Agriculture*, 168(October 2019), 105090.  
<https://doi.org/10.1016/j.compag.2019.105090>

- Pap, Z. (2008). Crop rotation constraints in agricultural production planning. *SISY 2008 - 6th International Symposium on Intelligent Systems and Informatics, Ii*, 0-4.  
<https://doi.org/10.1109/SISY.2008.4664951>
- Perfetti, J. J., & Hernández, A. (2013). *Agricultura en Colombia*.
- Perfetti, M., Corral, D., Carlos, S., & Prada Lombo, F. (2015). *Censo Nacional Agropecuario. Fuente: DANE-CNA 2014*. 80.
- Ramírez, G. A. V., Valencia, B. G., Cardona, M. L. O., López, L. M. D., Álvarez, B. E. J., & Hinestroza, H. E. G. (2018). Evaluación comparativa de lechuga (*Lactuca sativa* L.) “Verónica” bajo condiciones controladas en dos métodos de producción. *Encuentro SENNOVA del Oriente Antioqueño*, 4(1), Article 1.
- Ramos, N. F. A. (1994). De las variedades de frijol voluble en narino. *Agrosavia*.
- Riedell, W. E., Pikul, J. L., Jaradat, A. A., & Schumacher, T. E. (2009). Crop Rotation and Nitrogen Input Effects on Soil Fertility, Maize Mineral Nutrition, Yield, and Seed Composition. *Agronomy Journal*, 101(4), 870-879.  
<https://doi.org/10.2134/agronj2008.0186x>
- Sarker, R. A., Talukdar, S., & Anwarul Haque, A. F. M. (1997). Determination of optimum crop mix for crop cultivation in Bangladesh. *Applied Mathematical Modelling*, 21(10), 621-632.  
[https://doi.org/10.1016/S0307-904X\(97\)00083-8](https://doi.org/10.1016/S0307-904X(97)00083-8)
- Schönhart, M., Schmid, E., & Schneider, U. A. (2011). CropRota—A crop rotation model to support integrated land use assessments. *European Journal of Agronomy*, 34(4), 263-277.  
<https://doi.org/10.1016/j.eja.2011.02.004>
- Schwab, G., & Schwab, G. (1998). The Economic Importance of Crop Rotation Systems: Evidence From The Literature. *AgEcon serach*, 98.

- Singh, D. K., Jaiswal, C. S., Reddy, K. S., Singh, R. M., & Bhandarkar, D. M. (2001). Optimal cropping pattern in a canal command area. *Agricultural Water Management*, 50(1), 1-8.  
[https://doi.org/10.1016/S0378-3774\(01\)00104-4](https://doi.org/10.1016/S0378-3774(01)00104-4)
- Slavikova, S. P. (2018, marzo 27). *10 Benefits of Crop Rotation in Agriculture* | Greentumble.  
<https://greentumble.com/10-benefits-of-crop-rotation>
- Torres-Martínez, F. J., Rivadeneira-Miranda, C. N., & Castillo-Marín, Á. J. (2020). Producción y comercialización de arveja en el departamento de Nariño-Colombia. *Agronomía Mesoamericana*, 129-140. <https://doi.org/10.15517/am.v31i1.36776>
- Tsiknia, M., Tsikou, D., Papadopoulou, K. K., & Ehaliotis, C. (2021). Multi-species relationships in legume roots: From pairwise legume-symbiont interactions to the plant – microbiome – soil continuum. *FEMS Microbiology Ecology*, 97(2), fiae222.  
<https://doi.org/10.1093/femsec/fiae222>
- UPRA. (2021). *Sistema productivo de la papa. Costos de producción agrícola*.  
[https://upra.gov.co/es-co/Evas\\_Documentos/20211215\\_Bolet%20papa\\_segundosemestre\\_2021\\_final.pdf](https://upra.gov.co/es-co/Evas_Documentos/20211215_Bolet%20papa_segundosemestre_2021_final.pdf)
- UPRA. (2022). *Sistema productivo de frijol. Costos de producción agrícola*.  
[https://upra.gov.co/es-co/Evas\\_Documentos/BOLETIN\\_FRIJOL\\_S1.pdf](https://upra.gov.co/es-co/Evas_Documentos/BOLETIN_FRIJOL_S1.pdf)
- UPRA. (2023a). *Sistema productivo de cebolla de bulbo. Costos de producción agrícola*.  
[https://upra.gov.co/es-co/Documents/20231009\\_BolCostos\\_Cebolla.pdf](https://upra.gov.co/es-co/Documents/20231009_BolCostos_Cebolla.pdf)
- UPRA, U. de P. R. A. (2023b). *Evaluaciones Agropecuarias Municipales Base agrícola 2019—2023*.
- van Slype, G., Hípola, P., & Moya Anegón, F. de. (1991). *Los lenguajes de indización: Concepción, construcción y utilización en los sistemas documentales*.

- Vargas Díaz, R. E., Wilches Ortiz, W. A., & Espitia Malagón, E. M. (2022). Efecto del establecimiento de sistemas de rotación para el cultivo de la papa sobre las características químicas y físicas del suelo. *Siembra*, 9(2), e4023. <https://doi.org/10.29166/siembra.v9i2.4023>
- Vélez, A., Técnico, V., Campos, A., Técnica, E. V., Córdoba, S., Asesor, R., Extranjera, I., & Anzola, J. F. (2010). *Sector Agroindustrial Colombiano. I*, 1-17.
- Victoria Eugenia Mejia P, M. L. A. (1974). *Produccion De Zanahoria*.
- You, P. S., & Hsieh, Y. C. (2017). A computational approach for crop production of organic vegetables. *Computers and Electronics in Agriculture*, 134, 33-42. <https://doi.org/10.1016/j.compag.2016.11.003>