

CONTROL ROBUSTO DE LA DINÁMICA DE UN ROBOT MANIPULADOR,
CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA

Ing. JOSE JORGE CARREÑO ZAGARRA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES

BUCARAMANGA

2015

CONTROL ROBUSTO DE LA DINÁMICA DE UN ROBOT MANIPULADOR,
CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA

Ing. JOSE JORGE CARREÑO ZAGARRA

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de
Magíster en Ingeniería Electrónica

Director

RODOLFO VILLAMIZAR MEJÍA, PhD.

Profesor Asociado

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISICOMECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA

2015

AGRADECIMIENTOS

Agradezco primeramente a mi Director de Trabajo de Investigación, el profesor Rodolfo Villamizar Mejía, quien me ha aconsejado desde hace más de ocho (8) años en mi carrera investigativa en la universidad. Su apoyo ha sido tan importante que he aprendido a apreciarlo como de mi familia.

Un reconocimiento también a los profesores Ricardo Alzate Castaño y Daniel Sierra Bueno quienes admiro por su trabajo duro, disciplina y sabiduría. Estoy agradecido por sus consejos y correcciones oportunas y por su disposición a colaborar siempre.

Gracias al apoyo y compañía de los compañeros del Grupo de Investigación CEMOS y a todos los compañeros de Posgrados. Ellos son un excelente equipo de trabajo.

Agradezco al apoyo incondicional de mis padres y hermanos por su amor constante. Ellos han sido una de mis grandes motivaciones para avanzar y hacer la diferencia.

Agradezco a mis Pastores Juan Carlos y Yineth por su amor de padres, y por enseñarme que con esfuerzo y confianza en Dios nada es imposible.

Un agradecimiento al Señor, mi Dios, de quien procede toda sabiduría y revelación. Su Espíritu y compañía ha estado conmigo de manera continua. Conocerlo ha llenado mi vida y me ha dado la confianza de alcanzar y lograr cualquier cosa en su nombre, para que su gloria sea vista.

DEDICATORIA

*A mí hermosa, disciplinada y visionaria
esposa Diana Katheryn.*

*Sin su apoyo y compañía en los momentos difíciles,
Seguramente no hubiera podido terminar este trabajo.*

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
1. FORMULACIÓN Y DECLARACIÓN DEL PROBLEMA	17
1.1 ANTECEDENTES	18
1.1.1 Control Clásico	19
1.1.2 Control Adaptativo	19
1.1.3 Control Óptimo.	20
1.1.4 Control Predictivo	20
1.1.5 Control Robusto	20
1.1.6 Control Basado en Técnicas de Inteligencia Artificial	21
1.1.7 Control Híbrido.	21
1.2 SITUACIÓN ACTUAL	21
1.3 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN	22
2. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DINÁMICO	24
2.1. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT PUMA MA-2000	24
2.2. REDUCCIÓN DEL MODELO DINÁMICO DEL ROBOT PUMA MA2000	26
2.3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DINÁMICO	28
2.3.1. Trayectorias de excitación para el proceso de identificación	28
2.3.2. Procedimiento de identificación	30
2.3.3. Resultados del proceso de identificación	31
3. DISEÑO DE CONTROLADORES ROBUSTOS	35
3.1. GENERALIDADES DE CONTROL ROBUSTO	35
3.1.1. Objetivos de control	35
3.1.2. Consideraciones de desempeño y robustez	36
3.1.3. Descripción de la incertidumbre	38
3.1.4. Formulación del problema de control robusto	39
3.2. CONTROL ROBUSTO QFT	41

3.2.1. Especificaciones de los Controladores QFT para el Robot MA-2000	42
3.2.2. Modelo del sistema con incertidumbre paramétrica	45
3.2.3. Diseño de los controladores QFT	46
3.3. CONTROL ROBUSTO H_{∞}	60
3.3.1. Representación en espacio de estados	62
3.3.2. Diseño de controlador H_{∞}	63
4. IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES	66
4.1. ÍNDICES DE DESEMPEÑO	66
4.2. SIMULACIÓN DE CONTROLADORES	67
4.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES	72
5. CONCLUSIONES	77
BIBLIOGRAFIA	78

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Esquema de las diferentes estrategias de control. Fuente: Autor	19
Figura 2. Diagrama de un robot manipulador de n grados de libertad [2]	25
Figura 3. Esquema de un motor en DC	26
Figura 4. Robot manipulador de 2 grados de libertad. Fuente: Adaptado de [31]	27
Figura 5. Trayectorias de excitación. Fuente: [35].	30
Figura 7. Estimación del modelo de cintura del robot. Experimento 1	32
Figura 8. Estimación del modelo de cintura del robot. Experimento 2	33
Figura 9. Estimación de la dinámica hombro-codo del robot. Experimento 1	34
Figura 10. Estimación de la dinámica hombro-codo del robot. Experimento 2	34
Figura 11. Sistema de control y señales significativas	36
$S(j\omega) \ll 1, \forall \omega \in 0, \omega_S$	37
(16)	37
Figura 12. Formas típicas de $S(j\omega)$ y $T(j\omega)$	37
Figura 13. Sistema de control con incertidumbre en la planta	39
Figura 14. Formulación del problema de control robusto	40
Figura 15. Sistema de interconexión	40
Figura 16. Diagrama de control mediante QFT	41
Figura 17. Respuestas temporales de las funciones de seguimiento de referencia	44
Figura 18. Respuesta al escalón de $TU(s)$ y $TU(s)$ para la cintura	47
Figura 19. Plantillas del modelo de cintura con incertidumbre paramétrica	49
	49
Figura 20. Intersección de todos los contornos	49
Figura 21. Diseño del controlador QFT para la cintura	50
Figura 22. Diseño del pre-filtro de cintura del robot	51
Figura 23. Verificación de estabilidad robusta en cintura	51

En la Figura 23 se puede validar la estabilidad robusta al verificar que la función de transferencia en lazo cerrado no sobrepase el valor de δU (línea punteada) en todas las frecuencias.	52
Figura 24. Verificación del desempeño robusto de cintura	52
Figura 25. Respuesta al escalón de $TU(s)$ y $TU(s)$ para el hombro	53
Figura 26. Plantillas del modelo del hombro con incertidumbre paramétrica	53
Figura 27. Intersección de todos los contornos	54
Figura 28. Diseño del controlador QFT del hombro	55
Figura 29. Verificación de estabilidad robusta en el hombro	55
Figura 30. Verificación de desempeño robusto en el hombro	56
Figura 31. Respuesta al escalón de $TU(s)$ y $TU(s)$ para el codo	57
Figura 32. Plantillas del modelo del codo con incertidumbre paramétrica	57
Figura 33. Intersección de contornos para el modelo del codo	58
Figura 34. Diseño del controlador QFT para el codo	59
Figura 35. Validación de estabilidad robusta en el codo	59
Figura 36. Validación de desempeño robusto en el codo	59
Figura 37. Configuración general para problemas de control H^∞	61
Figura 38. Planta generalizada y regulador	61
Figura 39. Sistema de control con funciones de ponderación	62
Figura 40. Respuesta simulada de los controladores de la cintura	68
Figura 41. Rechazo a las perturbaciones en la cintura	68
Figura 42. Respuesta simulada de los controladores del hombro	69
Figura 43. Rechazo a las perturbaciones en el hombro	70
Figura 44. Respuesta simulada de los controladores del codo	71
Figura 45. Rechazo a las perturbaciones en el codo	71
Figura 46. Validación experimental del controlador robusto de la cintura	73
Figura 47. Validación experimental del controlador robusto del hombro	74
Figura 48. Validación experimental del controlador robusto del codo	74
Figura 49. Desempeño del controlador QFT de la cintura ante una entrada escalón	75

Figura 50. Desempeño del controlador QFT del Hombro ante una entrada escalón	75
Figura 51. Desempeño del controlador QFT del codo ante una entrada escalón	76

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Parámetros del modelo dinámico	25
Tabla 2. Parámetros estimados en la identificación	31
Tabla 3. Sub-objetivos de control	35
Tabla 3. Comparación de los índices de desempeño para la cintura.	67
Tabla 4. Comparación de los índices de desempeño para el hombro.	69
Tabla 5. Comparación de los índices de desempeño para el codo.	71

RESUMEN

TÍTULO: CONTROL ROBUSTO DE LA DINÁMICA DE UN ROBOT MANIPULADOR, CONSIDERANDO INCERTIDUMBRE PARAMÉTRICA¹

AUTOR: CARREÑO Zagarra, Jose Jorge²

PALABRAS CLAVE: Identificación de Sistemas, Robot Manipulador, Control de Posición, Control QFT, Control H_∞

En el presente trabajo de investigación de maestría, se aborda el problema de diseño y simulación de los controladores de las posiciones articulares correspondientes a la cintura, hombro y codo de un brazo robótico MA2000 de seis grados de libertad, usando las técnicas de diseño robusto QFT y H_∞ . Para ello se obtiene el modelo dinámico no lineal, a partir del método de ajuste de curvas por medio de la medición experimental de las variables de posición. Empleando las series de Taylor, el modelo no lineal es transformado en un modelo lineal con incertidumbre paramétrica para un rango de operación del robot.

El desempeño numérico de estos controladores es comparado con los resultados obtenidos por controladores PID sintonizados e implementados en cada articulación previamente. Finalmente, se implementan los controladores robustos que presentan mejor desempeño en las simulaciones.

El objetivo del diseño fue mejorar el desempeño dinámico del brazo manipulador con respecto al controlador PID en cuanto a precisión y rapidez, considerando incertidumbre paramétrica y no linealidades, y obtener conclusiones significativas concernientes al desempeño de controladores robustos en manipuladores robóticos.

Los resultados experimentales evidencian la mejora significativa de la dinámica de los controladores robustos implementados frente a los PID sintonizados previamente.

¹ Tesis de Maestría en Ingeniería Electrónica, Trabajo de Investigación.

² Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas, Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones. Director de Tesis: Rodolfo Villamizar Mejía, PhD.

ABSTRACT

TITLE: ROBUST CONTROL OF THE DYNAMICS OF A ROBOT MANIPULATOR, CONSIDERING PARAMETRIC UNCERTAINTY³

AUTHOR: CARREÑO Zagarra, Jose Jorge⁴

KEYWORDS: Systems Identification, Robot Manipulator, Position Control, QFT Control, H_∞ Control.

Advances in computing, communications and electronics have enabled areas such as robotics has advanced significantly in recent decades. The use of robots in a number of applications has required large dynamic controllers with features such as repetitiveness, accuracy, stability, speed and robustness.

In the present master thesis the problem of designing and simulating joint position controllers corresponding to the waist, shoulder and elbow of a robotic arm MA2000 with six degrees of freedom, through robust design techniques H_∞ and QFT, is approached. The nonlinear dynamic model was obtained with the curve fitting of experimental measurements of the position variables. Afterwards, the model was transformed into a linear one with parametric uncertainty by using Taylor series, for an operating range of the robot.

The performance of these controllers is compared with the results obtained by PID controllers tuned and implemented at each joint previously, and similarly robust controllers performed better in simulations are implemented.

The main goal of the design is to improve the manipulator arm dynamics performance with respect to PID controllers, in terms of accuracy and speed by considering parametric uncertainty and nonlinearities, and to obtain conclusions about the performance of robust controllers for robot manipulators.

The experimental results show a significant improvement of dynamics by implementing robust controllers, compared to tuned PID.

³ Master's Thesis in Electronics Engineering, Research.

⁴ Physical-Mechanical Engineering Faculty School of Electrical Engineering. Advisor: Rodolfo Villamizar Mejía, PhD.

INTRODUCCIÓN

Los avances en computación, telecomunicaciones y electrónica han permitido que áreas como la robótica se hayan mejorado significativamente en las últimas décadas. Por esta razón, en los últimos años el concepto de robot ha pasado de ser una idea a una realidad como máquina autónoma, con un gran potencial de aplicaciones en actividades cotidianas, desde robots soldadores en la industria automotriz, robots empleados en medicina para el estudio del cuerpo humano, hasta brazos teleoperados en transbordadores espaciales, entre otras.

Uno de los tipos de robots usados en la industria son los robots manipuladores, útiles para tareas repetitivas, de precisión, y en actividades peligrosas para los seres humanos. Las principales ventajas sustentadas para el uso de este tipo de mecanismos en la industria son la reducción de los costos de producción debido al aumento de la precisión, aumento de productividad y calidad, y una mayor flexibilidad comparada con las máquinas especializadas (Zhang, 2010). Por ello, el objetivo del sistema de control en los robots manipuladores es maximizar la precisión, repetitividad y velocidad de ejecución de las tareas teniendo en cuenta las limitaciones físicas de los actuadores y estableciendo un compromiso según las necesidades prácticas de cada aplicación.

Sin embargo, pretender simular los movimientos de los seres humanos origina sistemas de control con alta complejidad en la medida en que el modelado matemático es altamente no-lineal, con un gran número de variables, dinámicas no modeladas, perturbaciones y dinámica acoplada, y las técnicas tradicionales de control muchas veces no cumplen con las cada vez más exigentes especificaciones.

Por este motivo, la industria actual requiere que los manipuladores robóticos cuenten con técnicas de control avanzadas para el diseño de controladores con mayores prestaciones dinámicas tales como repetibilidad, precisión, estabilidad, rapidez, robustez. Por tanto, este tipo de sistemas de control deberían incluir en lo posible características encontradas en controladores adaptables, robustos, óptimos, no lineales, entre otros.

1. FORMULACIÓN Y DECLARACIÓN DEL PROBLEMA

El sistema de control de manipuladores debe asegurar el movimiento eficiente del brazo a lo largo de una trayectoria deseada, sujeta a ciertos patrones de posición, velocidad y aceleración. Aunque se han desarrollado varias técnicas para el control de procesos, existen algunos problemas de investigación abiertos asociados con la dinámica de los manipuladores y que se convierten en un reto en el control de este tipo de sistemas. Estos problemas son:

1. *No-linealidad*

Los modelos dinámicos de los robots manipuladores son caracterizados por ecuaciones diferenciales no lineales. Esto trae como consecuencia que las técnicas de diseño clásicas para el control de sistemas lineales tengan una aplicación limitada en la obtención de controladores con alto desempeño para manipuladores (Gharib, July 17-19, 2010).

2. *Dinámicas no modeladas*

Debido a que el modelo matemático que se emplea no modela de manera precisa la dinámica del sistema, algunas dinámicas, como por ejemplo retardos o comportamiento en alta frecuencia, no son consideradas y por lo tanto el controlador diseñado debe ser lo suficientemente robusto para soportar estas imperfecciones.

3. *Incertidumbre paramétrica*

Son las incertidumbres asociadas con la identificación de parámetros y/o al modelo empleado, con respecto a la dinámica real del sistema.

4. *Acoplamiento dinámico*

Debido a que los brazos robóticos son sistemas MIMO (Múltiples Entradas-Múltiples Salidas) existen interacciones cruzadas entre las diferentes entradas y salidas de la planta, que aumentan de manera considerable la complejidad del modelo dinámico.

Durante muchos años los robots industriales han utilizado técnicas de control clásico para el gobierno de su dinámica. Sin embargo, estos controladores funcionan adecuadamente en puntos de operación nominales pero no en sistemas con incertidumbres y/o sistemas no lineales que trabajen bajo diferentes puntos de consigna. De manera que aunque estas estrategias han presentado buenos resultados de desempeño (Zhang, 2010), (Yao, 1991), estas no alcanzan totalmente las especificaciones deseadas en sistemas que presentan alta no linealidad e incertidumbres no modeladas, como ocurre en los robots manipuladores (Zhang, 2010), (Hsia, 1986). Por lo tanto, el problema fundamental radica en el mejoramiento de la dinámica del robot a partir de un adecuado diseño de controladores para este tipo de sistemas MIMO, no lineales, con dinámicas no modeladas, incertidumbres paramétricas, perturbaciones y dinámica acoplada.

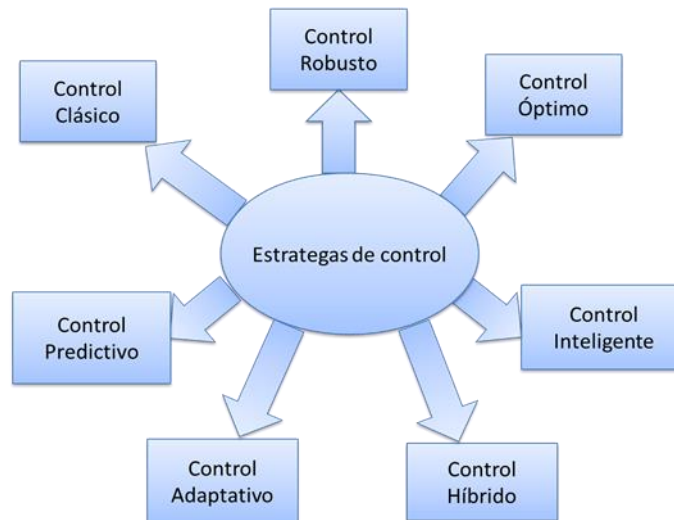
Con la revisión de varios trabajos reportados en la literatura sobre el control de manipuladores, se ha observado que las técnicas de control robusto han presentado un buen desempeño dado que consideran las incertidumbres paramétricas y consideran la dinámica no modelada de la planta. Por ello, en este trabajo de investigación se propone como solución a algunos de los problemas de investigación abiertos, trabajar con dos de las técnicas de control robustas más comúnmente empleadas: la Teoría de Realimentación Cuantitativa (QFT) y la estrategia de control H_{∞} , y comparar el desempeño de estas en cuanto a precisión, estabilidad y robustez.

1.1 ANTECEDENTES

Con base en una revisión de los trabajos reportados en la literatura sobre el control de robots manipuladores se pueden clasificar las estrategias de control, más relevantes en los últimos años en este trabajo se clasificaron en siete categorías (Ver Figura 1):

1.1.1 Control Clásico. El control PID es la solución más común en los problemas prácticos de control. Una de las razones es la capacidad de agregar características de sintonización automática en línea (Cheng, 2010). Estos controladores funcionan adecuadamente en puntos de operación nominales pero no en sistemas con incertidumbres y que trabajen en diferentes puntos de operación. De manera que aunque estas estrategias han presentado buenos resultados de desempeño no cumplen con las especificaciones deseadas en sistemas que presentan alta no-linealidad e incertidumbres no modeladas, como ocurre en los robots manipuladores (Hsia, 1986).

Figura 1. Esquema de las diferentes estrategias de control. Fuente: Autor



1.1.2 Control Adaptativo. Este sistema de control es apropiado para sistemas que sean variantes en el tiempo. Una de las estrategias de control más conocida dentro de este tipo de control es el “Control Adaptativo por Modelo de Referencia”. En sistemas robóticos han presentado buen desempeño y son uno de los más utilizados (Poignet, 2000), (Brandt, 1998), (Poveda, 2014), (Villamizar M, 2006). Sin embargo un estudio comparativo del desempeño de controladores robustos y controladores adaptativos ha presentado preferencias para los controladores robustos en sistemas robóticos (Yao, 1994).

1.1.3 Control Óptimo. Este control se basa en la definición de una función o funcional que –por lo general- incluye la señal de error, la acción de control y/o sus desviaciones, con ponderaciones que permiten “pesar” en forma relativa cada una de ellas, y se establece un criterio de optimización sobre dicho funcional que se ajuste a los objetivos del control. A pesar de sus ventajas con respecto a los controladores convencionales (Barbosa, 2003) no presentan buen desempeño en robots manipuladores a menos que se combinen con otras técnicas de control (Brandt, 1998), (Dlimi, 2010).

1.1.4 Control Predictivo. El sistema utiliza un modelo matemático del proceso para predecir el comportamiento del sistema en el futuro frente a posibles acciones de control a aplicar. Se determina la acción de control a aplicar al sistema para lograr la respuesta deseada dentro del horizonte de predicción previsto, tanto para la acción de control en el instante presente como en los futuros instantes de muestreo. Aunque existen algunos trabajos aplicados a manipuladores robóticos con buenos resultados (Poignet, 2000), este tipo de controladores requiere el conocimiento de un modelo matemático del sistema suficientemente preciso, lo cual no es fácil en sistemas tan complejos como los sistemas robóticos.

1.1.5 Control Robusto. Consiste en definir una estructura de control que tenga un desempeño acorde a las especificaciones del sistema, independientemente de las perturbaciones a las que esté expuesto. La ventaja de este tipo de control con respecto a los demás es que relaciona las incertidumbres paramétricas y considera la dinámica no modelada de la planta (Muñoz, 2007), (Gharib, July 17-19, 2010) y por tal razón ha tenido gran auge en los últimos años y son los más empleados en el control de sistemas robóticos, presentando los mejores resultados (Villamizar M, 2006), (Ma, 2009), (Farsi, 1993), (Kim, 2009), (Khodabakhshian, 2007), (Cheng, 2010), (Bascetta, 2010). Algunas de las

desventajas que presenta este tipo de estrategia de control son la subjetividad y complejidad que se tienen a la hora de diseñar los controladores.

1.1.6 Control Basado en Técnicas de Inteligencia Artificial. Es una generalización del concepto de control y se puede ver como un campo de esta disciplina, donde los métodos se desarrollan para emular características importantes del ser humano. Estas características incluyen adaptación, aprendizaje, planeación bajo gran incertidumbre y el trabajo con gran cantidad de datos. Son ampliamente utilizados en robótica (Wang, 2008), comunicaciones, control de tráfico, entre otras y en manipuladores han presentado excelentes resultados. Sin embargo la principal desventaja de este tipo de técnicas es que no pueden demostrar estabilidad de los sistemas, por ello son criticadas en términos de control.

1.1.7 Control Híbrido. Consiste en la combinación de dos o más técnicas de control para aprovechar las ventajas de cada una y garantizar que el controlador diseñado cumpla con las especificaciones requeridas. En los últimos años se han presentado investigaciones con excelentes resultados (Tootoonchi, 2008), (Er, 2003), (Wai, 2006), aunque su diseño presenta una mayor complejidad.

1.2 SITUACIÓN ACTUAL

Inicialmente los controladores para robots manipuladores industriales se diseñaban mediante técnicas clásicas de control del tipo denominado Proporcional Integral Derivativo (PID). Aunque esta estrategia puede dar resultados aceptables bajo ciertas condiciones, para mejorar la prestación se hace necesario trabajar en el diseño de nuevos controladores basados en el conocimiento preciso del modelo dinámico del robot, así como de sus parámetros.

Por esa razón se han planteado diversos controladores con el motivo de mantener servicios aceptables en el control de manipuladores, aun cuando los parámetros del modelo dinámico sean mal conocidos o abiertamente desconocidos (Bascetta, 2010), (Wang, 2008), (Tootoonchi, 2008), (Wai, 2006), (Kelly R. y Santibáñez, 2003). Actualmente, en el campo de la robótica se emplean controladores adaptables (Hsia, 1986), (Hanlei, 2010), (Wakamatsu, 2010), (Khaligh, 2010), controladores robustos, con estructura variable (Cheng, 2010), controladores difusos (Wang, 2008), (Er, 2003), (Wai, 2006), controladores basados en redes neuronales y controladores con aprendizaje entre otros (Kelly R. y Santibáñez, 2003).

1.3 MOTIVACIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Durante años, la robótica industrial ha sido de gran utilidad en un sin número de aplicaciones en áreas como la industria de automóviles, la agricultura, las aplicaciones militares, la exploración submarina, las aplicaciones domésticas y de entretenimiento y en campos de mayor impacto social como lo es en la medicina. El modelo que describe el movimiento de estos mecanismos resulta ser complejo debido al acople dinámico de las articulaciones y las dinámicas no modeladas propias del proceso real. Por ello, además de ofrecer grandes retos teóricos, el estudio de controladores para manipuladores es indispensable en aplicaciones específicas que no pueden ser llevadas a cabo por los robots comerciales actuales (Kelly R. y Santibáñez, 2003), pues las técnicas tradicionales de control muchas veces no alcanzan las especificaciones cada vez más exigentes en este tipo de automatismos.

Para la solución de dichos problemas en el presente trabajo de investigación se utilizan las técnicas de control robusto, que relacionan las incertidumbres paramétricas, toleran grandes perturbaciones y consideran la dinámica no modelada de la planta. El aporte original de la tesis es el diseño y comparación del

desempeño de los controladores robustos QFT y H_∞ para las articulaciones cintura, codo y hombro del robot MA-2000 empleando el modelo no-lineal del brazo robótico estimado por identificación de sistemas.

2. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DINÁMICO

2.1. MODELO DINÁMICO DEL ROBOT PUMA MA-2000

Un modelo dinámico del robot describe la evolución en el tiempo de las articulaciones del robot como función de torques y fuerzas aplicadas a este. Aunque las ecuaciones dinámicas de este tipo de máquinas pueden obtenerse a partir de las ecuaciones de movimiento de Newton, el análisis se complica notablemente cuando el número de las articulaciones del brazo aumenta (Kelly R. y Santibáñez, 2003). En casos como estos es conveniente emplear las ecuaciones del movimiento de Lagrange. Según la teoría de Lagrange (Wan, June 25 - 27, 2008), la dinámica del robot manipulador de n grados de libertad está representada por la ecuación:

$$\tau = M(q) * \ddot{q} + C(q, \dot{q}) * \dot{q} + F(\dot{q}) + G(q) + \tau_p \quad (1)$$

donde:

$M(q)$: Matriz de inercia en [kg-rad], de dimensiones $n \times n$.

$C(q, \dot{q})$: Vector de términos centrípetos y de Coriolis en [kg-rad/s], de dimensiones $n \times 1$.

$F(\dot{q})$: Vector de $n \times 1$ que modela las fricciones de las articulaciones, en [N].

$G(q)$: Vector $n \times 1$ de términos gravitatorios en [Nm].

τ_p : Perturbación que considera la dinámica no modelada del sistema en [Nm].

τ : Vector de torques aplicados a cada una de las articulaciones en [Nm].

Cada articulación consta de un motor de corriente continua que dará lugar a 3 ecuaciones desacopladas. Considerando despreciable las inductancias de los

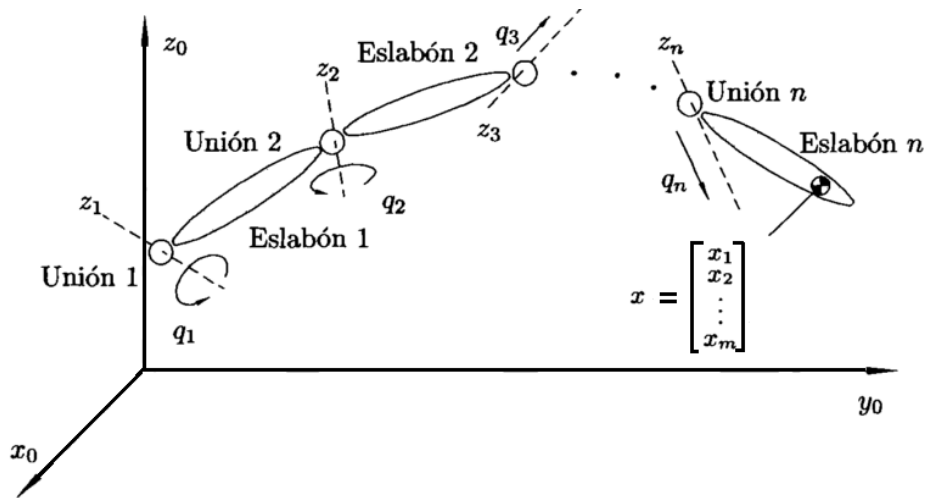
accionadores, estos podrían representarse por las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$u - k_b \cdot \dot{q}_m = R_a \cdot i \quad (2)$$

$$\tau_m = J_m \cdot \ddot{q}_m + B \cdot \dot{q}_m + R \cdot \tau \quad (3)$$

Teniendo en cuenta que el torque entregado por el motor está dado por $\tau_m = K_v \cdot i$ [30] y agrupando términos se obtiene la siguiente expresión:

Figura 2. Diagrama de un robot manipulador de n grados de libertad (Kelly R. y Santibáñez, 2003)



$$J_m \cdot \ddot{q}_m + \left(B + \frac{K_v \cdot K_b}{R_a} \right) \cdot \dot{q}_m + R \cdot \tau = K_m \cdot u \quad (4)$$

Tabla 1. Parámetros del modelo dinámico

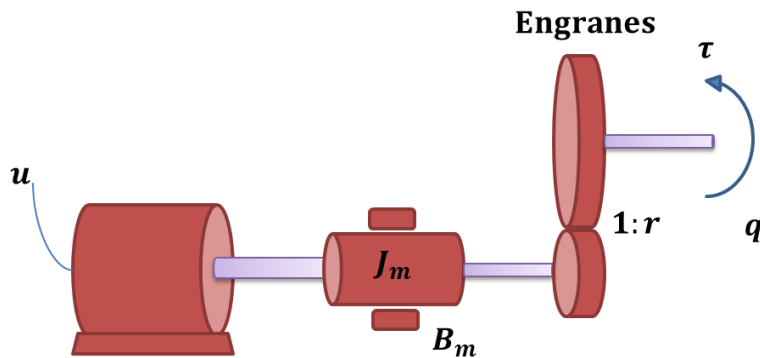
Parámetro	Definición	Unidades
J_m	Inercia del rotor	$[kgm^2]$;
B_m	Coefficiente de fricción del rotor con soportes	$[Nm]$
K_a	Constante motor-par.	$[Nm/A]$
R_a	Resistencia de armadura;	$[\Omega]$

Parámetro	Definición	Unidades
R	Relación de reductoras de los motores	---
K_m	Constante característica del motor	$[Nm/V]$
τ_p	Perturbación que considera la dinámica no modelada del sistema	$[Nm]$

Al considerar la relación entre las variables articulares del motor y del manipulador como $q_i = R \cdot q_{mi}$ (donde q_i indica el desplazamiento angular de la articulación i) se tiene:

$$J_m \cdot \ddot{q} + B_m \cdot \dot{q} + R^2 \tau = K_m \cdot R \cdot u \quad (5)$$

Figura 3. Esquema de un motor en DC



y finalmente al sustituir (1) en esta última ecuación se obtiene:

$$(J_m + R^2 M(q)) * \ddot{q} + (B_m + R^2 C(q, \dot{q})) * \dot{q} + R^2 F(\dot{q}) + R^2 G(q) + R^2 \tau_p = K_m R u \quad (6)$$

2.2. REDUCCIÓN DEL MODELO DINÁMICO DEL ROBOT PUMA MA2000

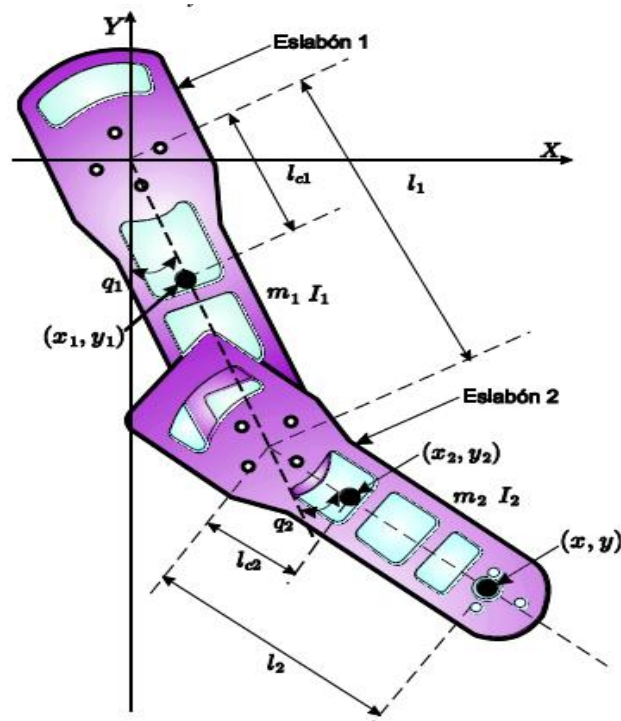
El modelo dinámico completo del manipulador PUMA MA2000 resulta ser complejo para fines de diseño de controladores. Su identificación, incluyendo la dinámica de los actuadores, presenta más de 20 parámetros, por lo que el proceso

requiere del uso de trayectorias adecuadas de excitación en cada una de las articulaciones.

Al considerar el efecto de las reductoras de los motores, la ecuación (1) puede reducirse significativamente para la primera articulación (cintura) por medio de una representación dinámica en términos de inercias y fricciones efectivas:

$$J_0 \ddot{q} + B_0 \dot{q} + k_0 q = K_{m0} u_0 \quad (7)$$

Figura 4. Robot manipulador de 2 grados de libertad. Fuente: Adaptado de (Silva R., 2011)



Con las otras articulaciones fijadas en una posición angular, el PUMA MA2000 puede ser tratado como un brazo de dos grados de libertad (2GDL) (Yao, 1994) como aparece en la Figura 4.

El modelo del robot combinado con la dinámica de los actuadores que aparece en la ecuación (6) y de acuerdo con (Yao, 1991), queda representado por las siguientes matrices:

$$\begin{aligned}
 M(q) &= \begin{bmatrix} \beta_1 + \beta_2 + 2\beta_3 L_1 \cos(q_2) & \beta_2 + \beta_3 L_1 \cos(q_2) \\ \beta_2 + \beta_3 L_1 \cos(q_2) & \beta_2 \end{bmatrix} \\
 C(q, \dot{q}) &= \begin{bmatrix} -\beta_3 L_1 \dot{q}_2 \sin(q_2) & -\beta_3 L_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \sin(q_2) \\ \beta_3 L_1 \dot{q}_1 \sin(q_2) & 0 \end{bmatrix} \\
 G(q) &= \begin{bmatrix} \beta_4 g \cos(q_1) + \beta_3 g \cos(q_1 + q_2) \\ \beta_3 g \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$J_m = \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 \\ 0 & J_{m2} \end{bmatrix}; B_m = \begin{bmatrix} B_{m1} & 0 \\ 0 & B_{m2} \end{bmatrix}; \tau_p = \begin{bmatrix} \tau_{p1} & 0 \\ 0 & \tau_{p2} \end{bmatrix}; R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix}$$

donde $\beta_1 = m_1 l_{c1}^2 + I_1 + m_2 L_1^2$; $\beta_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2$; $\beta_3 = m_2 l_{c2}$; $\beta_4 = m_1 l_{c1} + m_2 L_1$; y $\theta = [J_0, B_0, k_0, J_{m1}, B_{m1}, \tau_{p1}, J_{m2}, B_{m2}, \tau_{p2}, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4]^T$ es el vector de parámetros a identificar.

2.3. IDENTIFICACIÓN DEL MODELO DINÁMICO

2.3.1. Trayectorias de excitación para el proceso de identificación

Los resultados de las ecuaciones anteriores llevan a que la identificación del brazo robótico corresponde a la estimación de 13 parámetros en total. Existen muchos enfoques para la fijación de las trayectorias de excitación de robots, como por ejemplo la interpolación de polinomios de quinto orden (Gautier, 1991). Sin embargo, aunque estas trayectorias proporcionan una excitación adecuada de la dinámica de robots, los datos de mediciones resultantes no son ni periódicos, ni de banda limitada (Swevers, 2007).

Para garantizar mediciones periódicas y de banda limitada se deben usar trayectorias de excitación parametrizadas como series finitas de Fourier:

$$q_i(t) = q_{i,0} + \sum_{k=1}^N (a_{i,k} \sin(k\omega_f t) + b_{i,k} \cos(k\omega_f t)) \tag{9}$$

donde ω_f representa la frecuencia fundamental y $2N+1$ son los parámetros o grados de libertad de cada trayectoria de excitación. Los coeficientes de la serie deben responder a las restricciones impuestas en posición, velocidad y aceleración para cada una de las articulaciones.

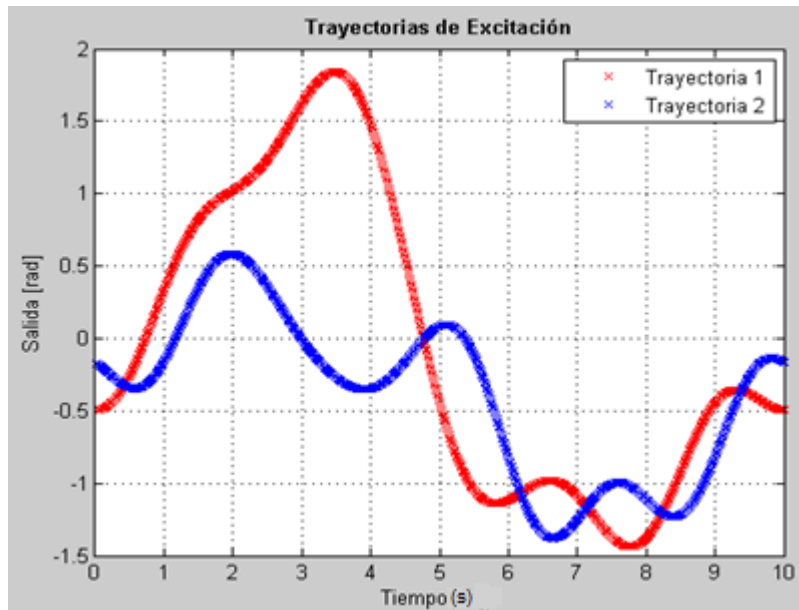
Con el fin de realizar el proceso de identificación del robot MA2000 se emplearon dos trayectorias de excitación que permitieron obtener una muy buena estimación del modelo dinámico no lineal del robot (Ver Figura 5). Estas trayectorias fueron empleadas con diferentes frecuencias fundamentales, como 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 y 1.0 Hz.

En la Tabla 2 aparecen los valores de los parámetros de las dos trayectorias de excitación empleadas en el proceso de identificación. Dichos parámetros fueron seleccionados a partir de las restricciones en posición, velocidad y aceleración presentes en cada una de las articulaciones.

Tabla 2. Parámetros del modelo dinámico

Coeficiente	Trayectoria 1	Trayectoria 2
a_0	0,692324	1,3687
	0,08833	-0,3805
	-0,13	0,04138
	-0,08833	-0,15438
	-0,14069	-0,02228
b_0	0,02706	-0,14
	0,14165	-0,20133
	-0,1800376	-0,1629
	0,21963	0,2184
	0,02833	0,04775
q_0	-0,4	-0,05

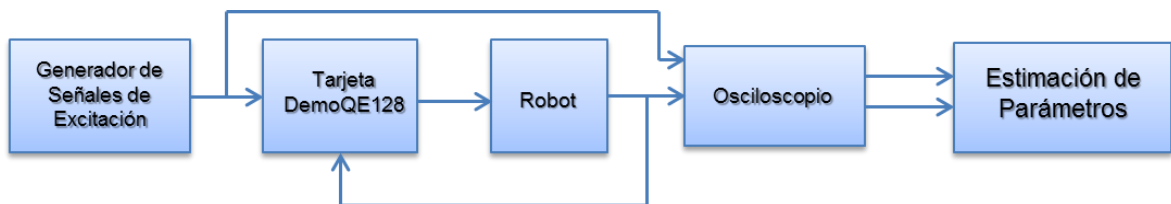
Figura 5. Trayectorias de excitación. Fuente: [35].



2.3.2. Procedimiento de identificación

En la Figura 6 se presenta el procedimiento empleado para obtener los parámetros del modelo. Dicho procedimiento se resume en cuatro pasos:

Figura 6. Procedimiento para la identificación paramétrica



- *Generación de señales de excitación:*

Las señales con componentes de Fourier se generan empleando el software LABVIEW y una tarjeta de adquisición de datos DAQ NI USB-6009 para enviarlas desde el computador hasta el robot.

- *Programación de la señal de control:*

La tarjeta DEMOQE128 recibe las señales generadas en LABVIEW y transmitidas por la DAQ NI USB-6009 y en base a la programación de un controlador proporcional en lazo cerrado se estima la señal de control aplicada en cada articulación del robot.

- *Medición de la posición de las articulaciones:*

Con la ayuda de un osciloscopio se toman las mediciones obtenidas en los potenciómetros y las señales con componentes de Fourier aplicadas en las articulaciones.

- *Estimación de los parámetros del modelo:*

Una vez introducidas las señales de excitación y tomadas las mediciones de las salidas se emplea un algoritmo de identificación en caja gris (Gray-Box Identification). Este algoritmo fue programado en base a la representación en espacio de estados de las ecuaciones (7) y (8) y utiliza las señales generadas y las señales capturadas para estimar los parámetros del modelo.

2.3.3. Resultados del proceso de identificación

A partir de las trayectorias con componentes de Fourier aplicadas al sistema en lazo cerrado, se obtuvieron los parámetros presentados en la Tabla 3 (Poveda, 2014).

En las figuras 5 y 6 se presentan los resultados obtenidos en el proceso de estimación de los parámetros correspondientes a la primera articulación (cintura del robot) y en las figuras 7 y 8 aparecen los resultados correspondientes a las articulaciones hombro y codo del robot para dos experimentos.

Tabla 3. Parámetros estimados en la identificación

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$J_0 [Kg.m^2]$	1.198	$\tau_{p1} [N.m^2]$	0,0000

B_0 [N. m. s]	6.165	J_2 [Kg. m ²]	0,948946
k_0 [N. m]	-0.1817	B_2 [N. m. s]	3,41337
K_{m0} [N. m ² /V]	1,0000	τ_{p2} [N. m ²]	0,818701
g [m/s ²]	9,81	β_1 [Kg. m ²]	0,162985
L_1 [m]	0,423	β_2 [Kg. m ²]	-0,364441
J_1 [Kg. m ²]	2,4177	β_3 [Kg. m]	-0,054565
B_1 [N. m. s]	12,08	β_4 [Kg. m]	0,0461518

Como se puede evidenciar en las Figuras 7 y 9, tanto la estimación del modelo lineal de la cintura, como la estimación de la dinámica no lineal y acoplada entre las articulaciones hombro y codo del robot, presentó ajustes altos, que pueden considerarse confiables para fines de diseño. Las Figuras 8 y 10 mostraron una mayor discrepancia debida a la selección de las trayectorias de excitación. Dicho de otra manera, la trayectoria de excitación 1 permite obtener una mejor estimación del modelo dinámico del robot que la trayectoria 2.

Con base al modelo dinámico identificado a partir de la trayectoria de excitación 1 se diseñaron los controladores robustos que luego se implementaron en cada una de las articulaciones del robot.

Figura 7. Estimación del modelo de cintura del robot. Experimento 1

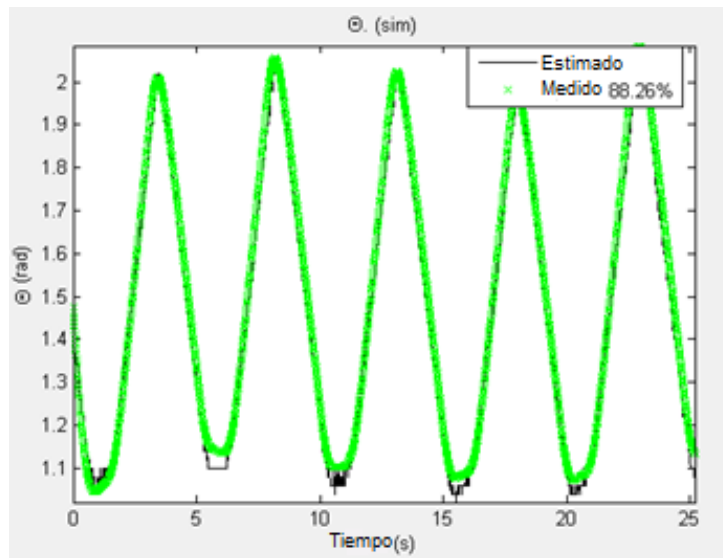


Figura 8. Estimación del modelo de cintura del robot. Experimento 2

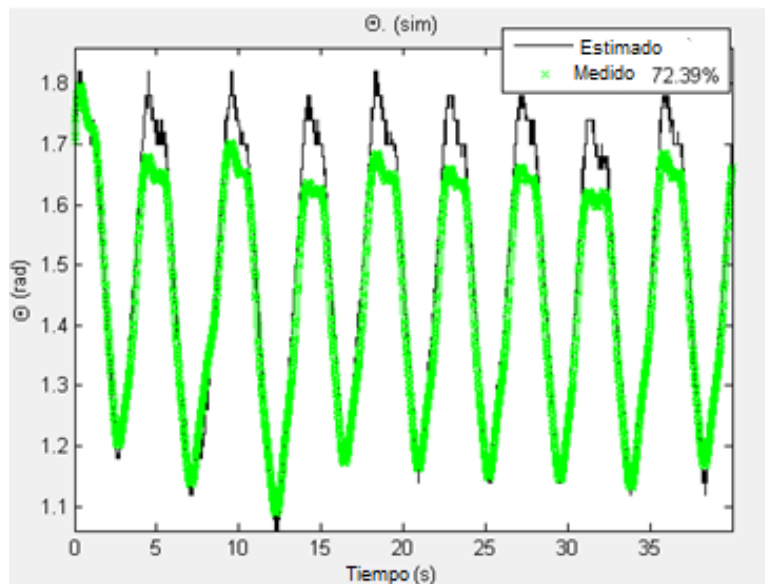


Figura 9. Estimación de la dinámica hombro-codo del robot. Experimento 1

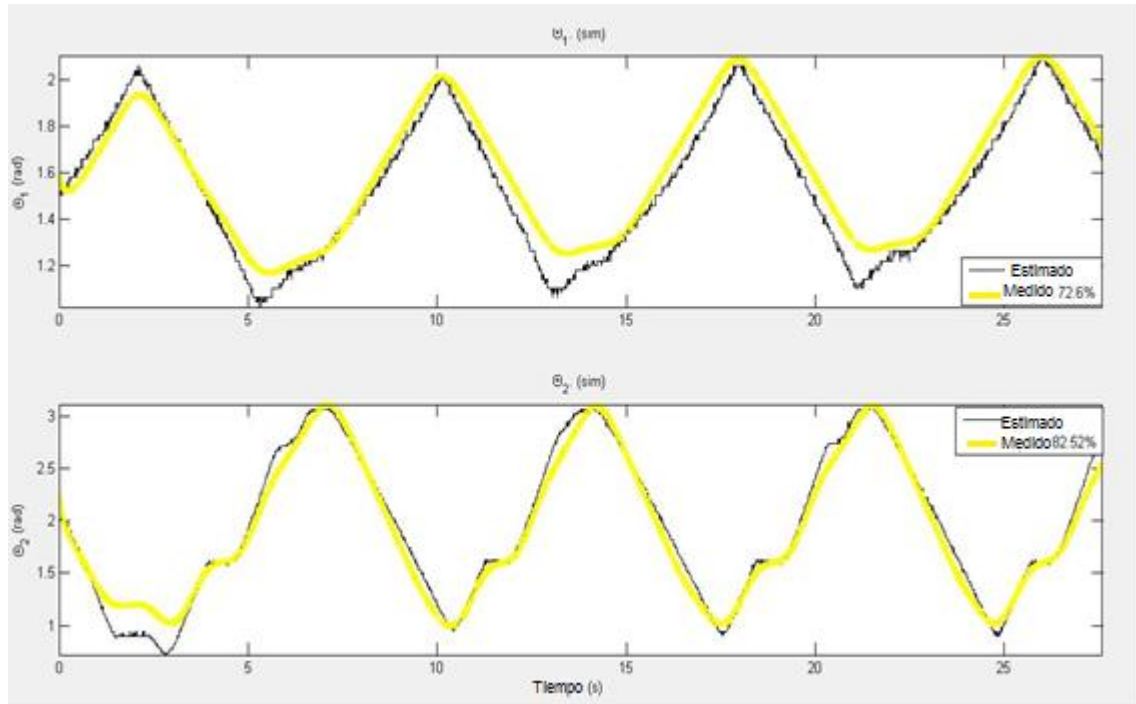
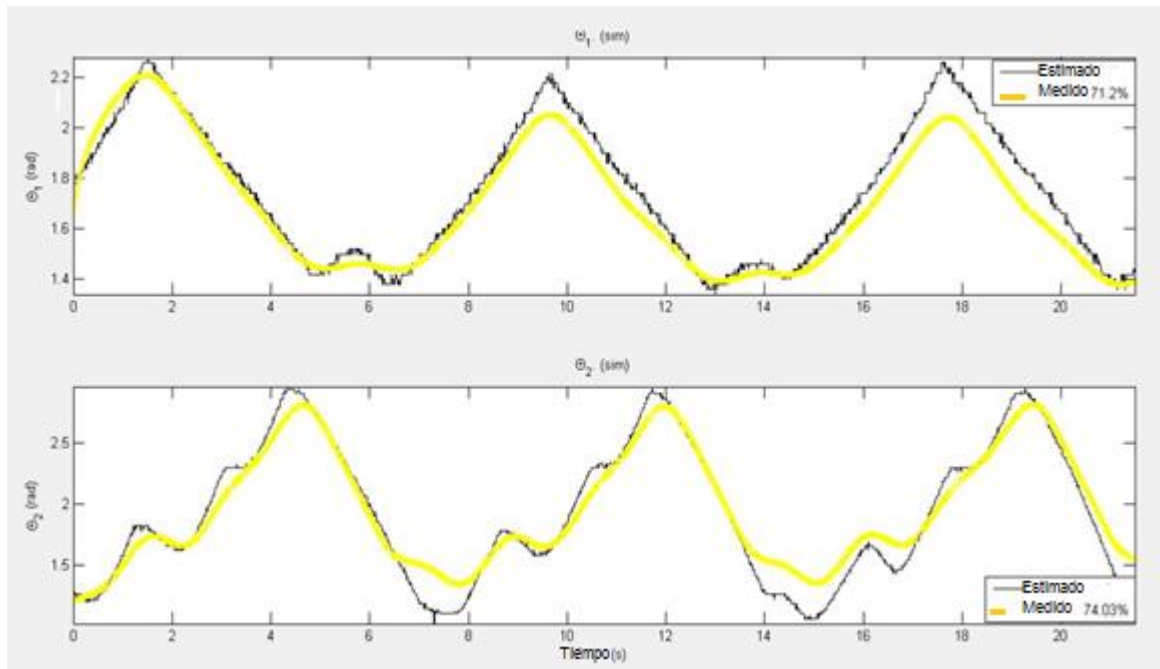


Figura 10. Estimación de la dinámica hombro-codo del robot. Experimento 2



3. DISEÑO DE CONTROLADORES ROBUSTOS

3.1. GENERALIDADES DE CONTROL ROBUSTO

El objetivo del diseño de sistemas de control robustos es garantizar un adecuado desempeño dinámico del sistema, a pesar de las incertidumbres, variaciones del modelo dinámico, cambios en el punto de operación y perturbaciones.

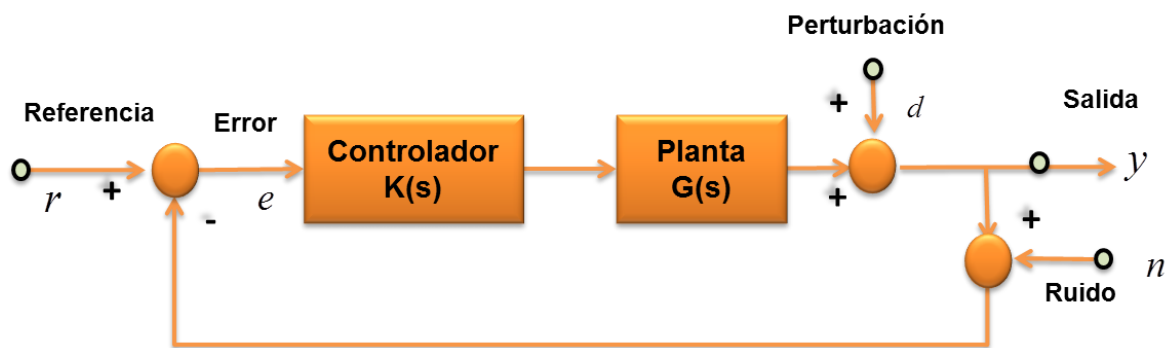
3.1.1. Objetivos de control. La teoría de control robusto tiene como objetivo garantizar que el controlador diseñado funcione bien cuando se implemente en el proceso real. Como se explica (Rodríguez, 1996) este objetivo, a su vez puede considerarse compuesto por una serie de sub-objetivos, los cuales se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Sub-objetivos de control

SUBOBJETIVO	DESCRIPCIÓN
<i>Estabilidad nominal (NS)</i>	Es el principal sub-objetivo y consiste en que el sistema sea estable en lazo cerrado, para unas condiciones de trabajo dadas o nominales.
<i>Comportamiento nominal (NP)</i>	Consiste en que ciertas variables del sistema presenten un comportamiento adecuado y, en algunos casos, óptimo respecto a una función objetivo, una vez conseguida la estabilidad.
<i>Estabilidad robusta (RS)</i>	Requiere que el sistema de control sea estable en lazo cerrado para el conjunto de posibles plantas que se puedan dar como consecuencia de la incertidumbre en los parámetros del modelo.
<i>Comportamiento robusto (RP)</i>	Se refiere a las especificaciones de funcionamiento que el sistema de control debe tener además de la estabilidad ante las diferentes plantas debidas a la incertidumbre o en presencia de perturbaciones.

3.1.2. Consideraciones de desempeño y robustez. Como se ha dicho, un sistema de control es robusto si conserva sus propiedades de estabilidad y desempeño frente a incertidumbres en el modelo de la planta. No siempre es posible alcanzar robustez conjuntamente con buen rechazo de perturbaciones por lo que deben adoptarse soluciones de compromiso en el diseño. Considérese el sistema de control en realimentación unitaria de la Figura 11.

Figura 11. Sistema de control y señales significativas



La planta y el controlador pueden representarse por medio de las funciones de transferencia $G(s)$ y $K(s)$, respectivamente. Entonces la función de sensibilidad S y la función de sensibilidad complementaria T están dadas por las siguientes expresiones:

$$S = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} \quad (10)$$

$$T = \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} \quad (11)$$

Con $S(s) + T(s) = 1$, para todo número complejo s .

Del diagrama de bloques de la Figura 11 pueden obtenerse las siguientes funciones (matrices en el caso de sistemas multivariables) de transferencia que

van a determinar las propiedades más relevantes a tener en cuenta para el diseño de un sistema de control.

$$y = T(r - n) + Sd \quad (12)$$

$$e = r - y - n = S(r - d - n) \quad (13)$$

$$u = KS(r - n - d) \quad (14)$$

Las especificaciones de control pueden indicarse en el dominio frecuencial. Una forma de hacerlo es empleando funciones dependientes de la frecuencia, o de ponderación, para acotar las magnitudes de los operadores de sensibilidad y sensibilidad complementaria. De manera que si se desea que exista un seguimiento preciso de la consigna de referencia es razonable requerir la siguiente especificación:

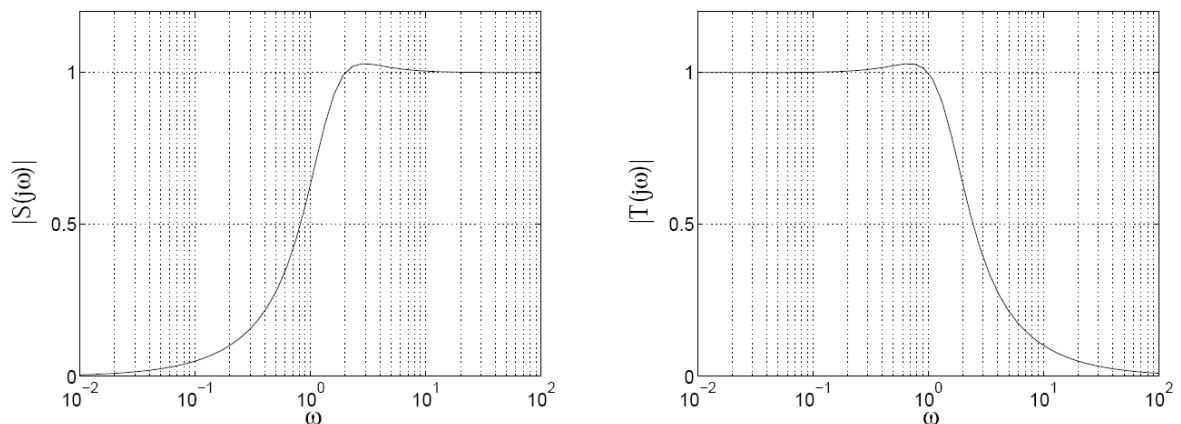
$$|T(j\omega)| \approx 1, \forall \omega \in [0, \omega_s] \quad (15)$$

Donde ω_s se refiere a la banda de frecuencia que contiene la información de la señal en baja frecuencia.

Como $T(s) + S(s) = 1$, esto es lo mismo que

$$|S(j\omega)| \ll 1, \forall \omega \in [0, \omega_s] \quad (16)$$

Figura 12. Formas típicas de $|S(j\omega)|$ y $|T(j\omega)|$



Esta última ecuación implica que las perturbaciones de salida en el rango de frecuencias $[0, \omega_s]$ serán atenuadas a la salida del sistema. Por otro lado, el ruido de medición está típicamente concentrado en altas frecuencias, por ello es razonable requerir la especificación:

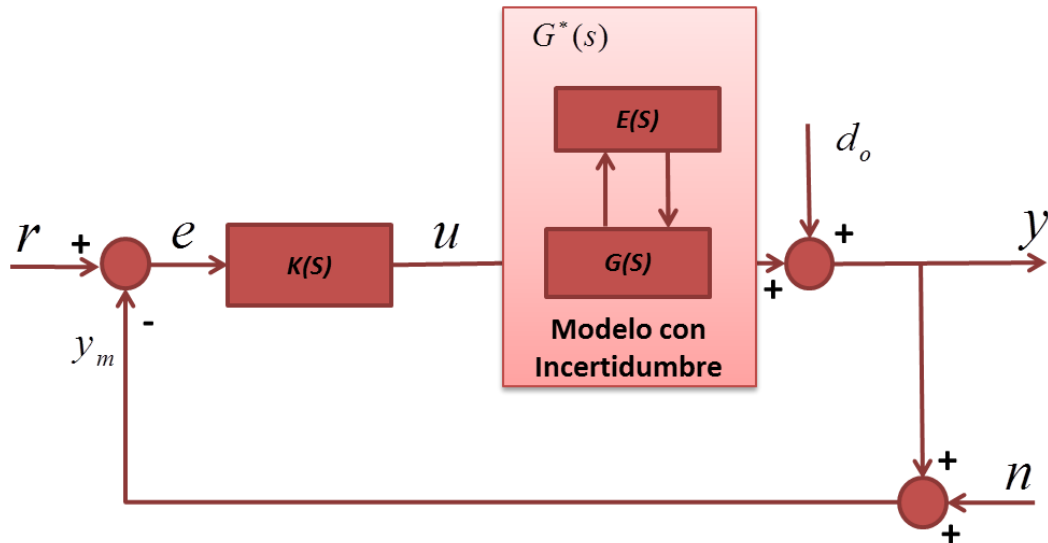
$$|T(j\omega)| \ll 1, \forall \omega \in [\omega_T, \infty) \text{ para cierta } \omega_T > \omega_s. \quad (17)$$

Formas típicas para la magnitud de S y de T satisfaciendo este tipo de especificaciones pueden verse en la Figura 12.

3.1.3. Descripción de la incertidumbre. Debido a la imposibilidad de obtener un modelo exacto de un sistema real en la teoría de control robusto se considera la presencia de incertidumbres a la hora de modelar la planta. Los elementos con incertidumbre se pueden clasificar como incertidumbres estructuradas e incertidumbres no estructuradas. En las primeras las fuentes de incertidumbre de los sistemas se localizan, obteniéndose con esto una descripción más ajustada o estructurada de los errores de modelado. En las incertidumbres no estructuradas lo que comúnmente se conoce es una cota de la magnitud de la incertidumbre, generalmente dependiente de la frecuencia. Un ejemplo de este tipo de incertidumbre se presenta en la linealización de una planta no lineal. Si la planta real es no lineal y su modelo es lineal, la diferencia actúa como incertidumbre no estructurada.

En la Figura 13 se presenta el esquema general sistema de control realimentado en presencia de incertidumbre. $E(s)$ representa la incertidumbre asociada con el modelo y $G^*(s)$ representa el modelo real de la planta.

Figura 13. Sistema de control con incertidumbre en la planta



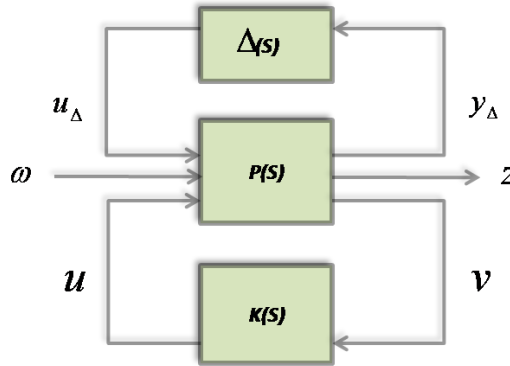
3.1.4. Formulación del problema de control robusto En la Figura 14 aparece la representación con la que se trabaja en un problema de control robusto. Se distinguen tres elementos en el diagrama. Por un lado aparece la planta objeto de control $P(s)$; esta planta está sometida a una serie de perturbaciones que se representan mediante $\Delta(s)$; y por último se incorpora a este esquema un controlador $K(s)$ que alimenta a la planta. Con este planteamiento el problema de control robusto es encontrar un controlador $K(s)$ de tal forma que la función de transferencia de u_{Δ} a y_{Δ} verifique unos requisitos de estabilidad y especificaciones.

Si el sistema de control diseñado con el modelo nominal es estable, interesa saber si el sistema mantendrá la estabilidad para cada uno de los elementos P' del conjunto ξ de las plantas posibles (Rodríguez, 1996):

$$\xi = \{P'\} \tag{18}$$

Para el análisis anterior, es útil una representación del sistema como aparece en la Figura 15.

Figura 14. Formulación del problema de control robusto

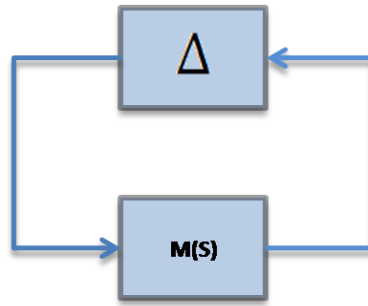


El teorema de la pequeña ganancia establece que si $M(s)$ y $\Delta(s)$ son matrices de transferencia estables, entonces el sistema $M - \Delta$ es estable para cualquier $\Delta(s)$ que satisfaga:

$$\bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) < \frac{1}{\bar{\sigma}(M(j\omega))} \quad (19)$$

para todo $\omega \in R$. Donde $\Delta = \text{diag}(\Delta_1, \dots, \Delta_n)$ y $\bar{\sigma}$ hace referencia al mayor valor singular.

Figura 15. Sistema de interconexión

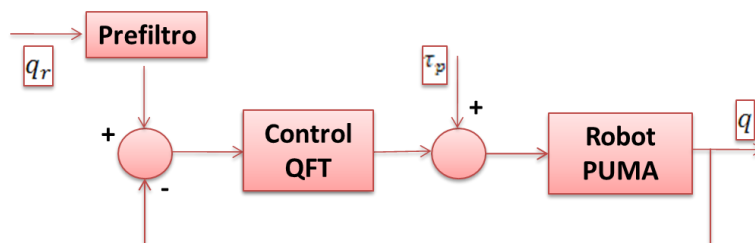


En el caso de tratarse de sistemas LTI, las señales externas, tales como perturbaciones y señales de referencia, no van a afectar la estabilidad del sistema y para el análisis de robustez solo interesa la forma de cómo es visto el sistema por la incertidumbre.

3.2. CONTROL ROBUSTO QFT

Según [37], QFT es una estrategia de control que propone explícitamente el uso de la realimentación para reducir los efectos de la incertidumbre de la planta y satisfacer las especificaciones de comportamiento deseadas (Horowitz, 1982). El método se basa en el diseño de controladores en el dominio de la frecuencia propuesto por *Bode* y afirma que la realimentación sólo es necesaria cuando existe incertidumbre en los parámetros de la planta o cuando hay perturbaciones no modeladas actuando sobre la misma (Ver Figura 16).

Figura 16. Diagrama de control mediante QFT



Emplear este tipo de controladores robustos en brazos robóticos conlleva a una mejora en el control de su dinámica, puesto que tienen en cuenta aspectos como

no linealidad del proceso, incertidumbre paramétrica y dinámicas no modeladas, durante su diseño. El procedimiento para diseñar este tipo de controladores es el siguiente:

1. Se definen las especificaciones de estabilidad y comportamiento robustas.
2. Se describe el modelo de la planta con incertidumbre y se evalúan las familias de plantas en las frecuencias de interés. Para cada frecuencia se obtiene una representación sobre el plano de *Nichols* denominada plantilla o *Template*.
3. La incertidumbre de la planta y las especificaciones de lazo cerrado se transforman en unas curvas de restricciones llamadas contornos o *Bounds* $B(j\omega)$. Para cada frecuencia y cada especificación se genera una de ellas, de manera que habrá contornos de estabilidad robusta, de comportamiento robusto, para el seguimiento de referencias y para el rechazo a las perturbaciones.

Al final en cada frecuencia se determina el contorno de intersección más desfavorable entre los que representan cada especificación.

4. Se diseña el controlador $K(j\omega)$ a partir de las especificaciones robustas establecidas en el diseño. La función de transferencia nominal de lazo abierto $L_0(j\omega_i)$ debe satisfacer el contorno $B(j\omega_i)$ en cada frecuencia ω_i . Para ello se realiza el proceso conocido como síntesis o *Loop-shaping* del controlador, en el que se añade a la planta nominal el controlador adecuado.
5. Se diseña el Pre-filtro $F(j\omega)$ con el objetivo de desacoplar (independizar) el seguimiento de la referencia del desempeño del sistema en el rechazo de las perturbaciones.
6. Se validan los diseños en el dominio temporal, ya que estos se han llevado a cabo en el dominio frecuencial.
7. Se implementan físicamente los controladores con mejores desempeños.

3.2.1. Especificaciones de los Controladores QFT para el Robot MA-2000

Aprovechando las ventajas que proporciona el uso de la técnica de control robusto QFT, en este trabajo de investigación se diseñan controladores PID robustos para cada una de las articulaciones del robot considerando el modelo no lineal que describe la dinámica del manipulador. El sistema MIMO se convierte en un número de problemas de realimentación simple en el que la incertidumbre paramétrica y los efectos de acoplamiento cruzado se derivan del sistema MIMO original (García-sanz, 2005). La solución de estos sistemas MISO (Múltiples Entradas – Múltiples Salidas) representa una solución de la planta MIMO.

En el sistema robótico bajo estudio se pretende preservar la estabilidad a pesar de las incertidumbres (estabilidad robusta) y un comportamiento robusto adecuado en el seguimiento de las señales de referencia. Ambas especificaciones se describen a continuación:

i) Estabilidad robusta: En términos de QFT esta se expresa como:

$$\left| \frac{F(s)L(s)}{1 + L(s)} \right| \leq \delta_U \quad (20)$$

Donde $L(s)$ es la función de transferencia en lazo abierto del sistema. El cumplimiento de esta desigualdad impone un máximo sobre-impulso en la respuesta del sistema en lazo cerrado. Al mismo tiempo garantiza unos márgenes de fase y de ganancia mínimos, que reflejan el grado de estabilidad del sistema de control. Dichos márgenes pueden calcularse de la siguiente manera, en términos del parámetro de diseño δ_U [37].

$$MF \geq 180^\circ - \cos^{-1} \left(\frac{1}{2\delta_U^2} - 1 \right) \quad (21)$$

$$MG \geq 1 + 1/\delta_U \quad (22)$$

Tomando $\delta_U = 1.3$, por ejemplo, se obtienen márgenes mínimos de fase y de ganancia de 45° y 5dB respectivamente.

ii) Seguimiento de la referencia: Como se había mencionado anteriormente, los márgenes de estabilidad están asociados a las características de respuesta temporal del sistema. Dichas características se deben especificar en lazo cerrado utilizando la función de sensibilidad complementaria:

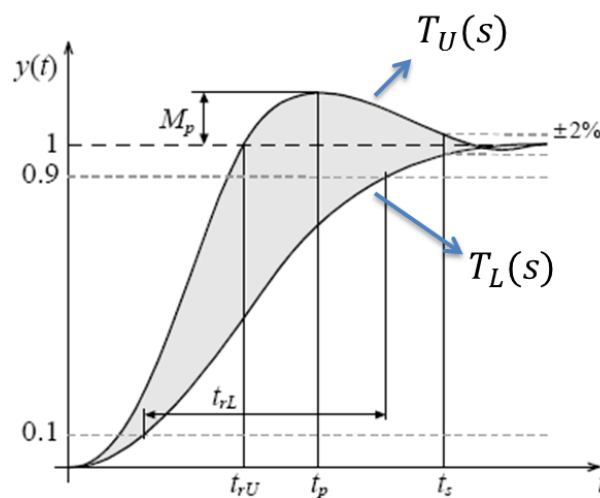
$$T_L(s) \leq \left| \frac{F(s)P(s)K(s)}{1 + P(s)K(s)H(s)} \right| \leq T_U(s) \quad (23)$$

En la Figura 17 se presentan las funciones de seguimiento de referencia. $T_U(s)$ describe un modelo superior de comportamiento frente a referencias y $T_L(s)$ indica un modelo inferior. Estos modelos frecuenciales podemos obtenerlos a partir de las especificaciones temporales deseadas (tiempo de asentamiento, sobrepico máximo, tiempo pico, entre otros.). Comúnmente se recomienda seleccionar $T_U(s)$ como un sistema subamortiguado de segundo orden y $T_L(s)$ con una dinámica sobreamortiguada.

$$T_U(s) = \frac{\omega_n^2/a(s + a)}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (24)$$

$$T_L(s) = \frac{K}{(s + \sigma_1)(s + \sigma_2)(s + \sigma_3)} \quad (25)$$

Figura 17. Respuestas temporales de las funciones de seguimiento de referencia



iii) Rechazo de las perturbaciones a la entrada de la planta: Como el sistema MIMO se convierte en un conjunto de sistemas MISO de realimentación simple, el efecto de las otras articulaciones se considera como una perturbación a la entrada de la planta de cada sistema MISO. El diseño del filtro y del controlador debe garantizar el rechazo de dichas perturbaciones de la siguiente manera:

$$\left| \frac{F(s)P(s)}{1 + P(s)K(s)H(s)} \right| \leq W_s \quad (26)$$

Con $W_s = 0.1$, por ejemplo, estaríamos imponiendo un rechazo de las perturbaciones a la entrada de la planta de 20 [dB] en todo el espectro frecuencial.

3.2.2. Modelo del sistema con incertidumbre paramétrica. Con base en el proceso de identificación, el modelo nominal estimado para la cintura del robot se representa por:

$$\frac{q_0(s)}{u_0(s)} = \frac{1}{1.198s^2 + 6.165s - 0.1817} \quad (27)$$

Debido a la dinámica no lineal y al acople dinámico que se presenta en las otras dos articulaciones (hombro y codo del brazo robótico) se requiere la linealización del modelo dinámico presentado en la ecuación (6).

Considere la linealización del modelo general en ecuaciones de estado como:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= g(x(t), u(t)) \end{aligned} \quad (28)$$

alrededor de un punto de equilibrio o punto de operación. Un punto de equilibrio está definido por un conjunto de valores constantes $(\bar{X}, \bar{U}, \bar{Y})$ que satisfacen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} 0 &= f(\bar{X}, \bar{U}) \\ \bar{Y} &= g(\bar{X}, \bar{U}) \end{aligned} \quad (29)$$

Suponiendo de antemano que las variables se desvían ligeramente de alguna condición de operación, las ecuaciones (28) pueden aproximarse empleando las series de Taylor de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &\approx f(\bar{X}, \bar{U}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{P_0} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial f}{\partial u} \right|_{P_0} \Delta u(t) \\ y(t) &\approx g(\bar{X}, \bar{U}) + \left. \frac{\partial g}{\partial x} \right|_{P_0} \Delta x(t) + \left. \frac{\partial g}{\partial u} \right|_{P_0} \Delta u(t) \end{aligned} \quad (30)$$

donde:

$$\begin{aligned} x(t) &= [x_1, x_2, \dots, x_n]^T; \quad u(t) = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T; \\ \Delta x(t) &= x(t) - \bar{X}; \quad \Delta u(t) = u(t) - \bar{U}; \quad P_0 = (\bar{X}, \bar{U}). \end{aligned}$$

Al linealizar la ecuación (13) con respecto al punto de operación arbitrario $P_0(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, 0, 0)$ obtenemos:

$$F(\bar{Q}_2)\dot{q}_1 + B_1\dot{q}_1 - \beta_4 g \sin(\bar{Q}_1) = u_1(t) + k_1 q_2 \quad (31)$$

$$(J_2 + \beta_2)\dot{q}_2 + B_2\dot{q}_2 - \beta_3 g \sin(\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2) = u_2(t) + \beta_4 g \sin(\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2) q_1 \quad (32)$$

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el proceso de identificación y el rango de operación de cada una de las articulaciones, los parámetros del modelo dinámico linealizado presentan la siguiente incertidumbre paramétrica:

$$\begin{aligned} 2.21626 \leq F(\bar{Q}_2) \leq 2.29343; \quad -0.32013 \leq \beta_4 g \sin(\bar{Q}_1) \leq 0.32013; \quad -0.5354 \leq k_1 \\ \leq 0.5354 \\ -0.5353 \leq \beta_3 g \sin(\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2) \leq 0.5353; \quad -0.4525 \leq \beta_4 g \sin(\bar{Q}_1 + \bar{Q}_2) \leq 0.4525 \end{aligned}$$

3.2.3. Diseño de los controladores QFT. Como se explicó en la sección 3.2, el control de procesos con incertidumbre paramétrica y en presencia de perturbaciones requiere un control por realimentación. Dicha realimentación supone un costo, por lo que no se pueden satisfacer simultáneamente todas las

exigencias explícitas o implícitas y este hecho conduce a soluciones de compromiso entre las especificaciones de diseño. Por esta razón, una formulación y resolución cuantitativas del problema, como lo plantea la metodología de diseño de controladores QFT, genera buenos resultados.

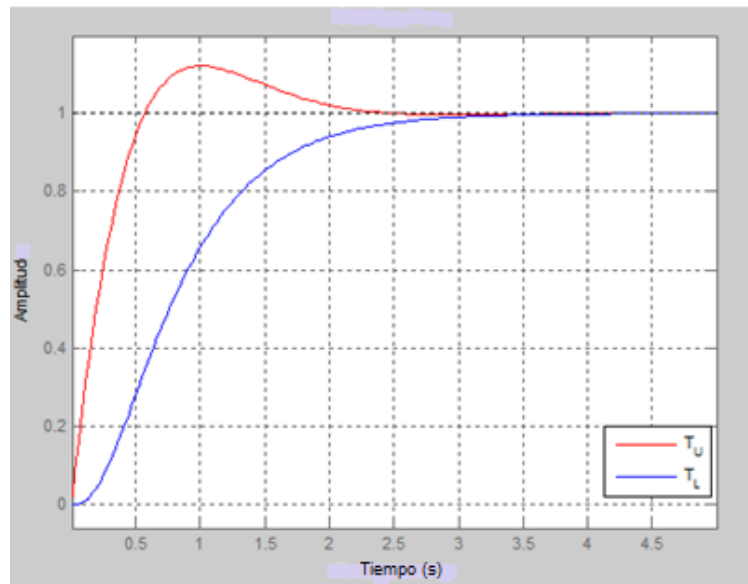
Con el fin de obtener márgenes de estabilidad mínimos de fase y de ganancia de 45° y 5dB respectivamente, de la ecuación [20] se toma $\delta_U = 1.3$ para todas las articulaciones del robot. De igual manera, considerando las interacciones debidas al acople dinámico (especialmente para las juntas Hombro y Codo del robot), y con el fin de establecer un rechazo de 20dB de las perturbaciones a la entrada de cada articulación, de la ecuación [26] se toma $W_S = 0.1$. Sin embargo, las especificaciones de seguimiento de referencia se definieron distintamente para cada junta del robot.

Articulación 1: Cintura

Con el objetivo de lograr un tiempo de establecimiento dentro del 2% de su valor final entre 1.95 y 2.6 segundos y un sobre-impulso inferior al 12% de la referencia en la cintura del PUMA MA-2000, se establecieron las siguientes especificaciones en el dominio frecuencial:

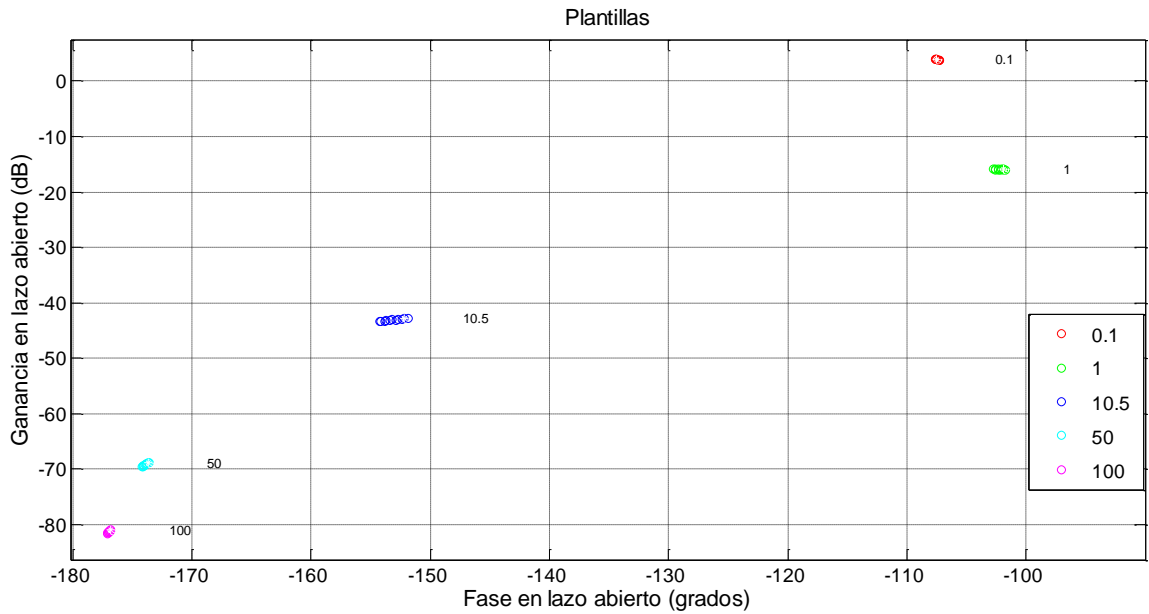
$$T_U(s) = \frac{6.25(0.5s + 1)}{s^2 + 3.8s + 6.25}; \quad T_L(s) = \frac{72}{(s + 1.8)(s + 4)(s + 10)}$$

Figura 18. Respuesta al escalón de $T_U(s)$ y $T_U(s)$ para la cintura



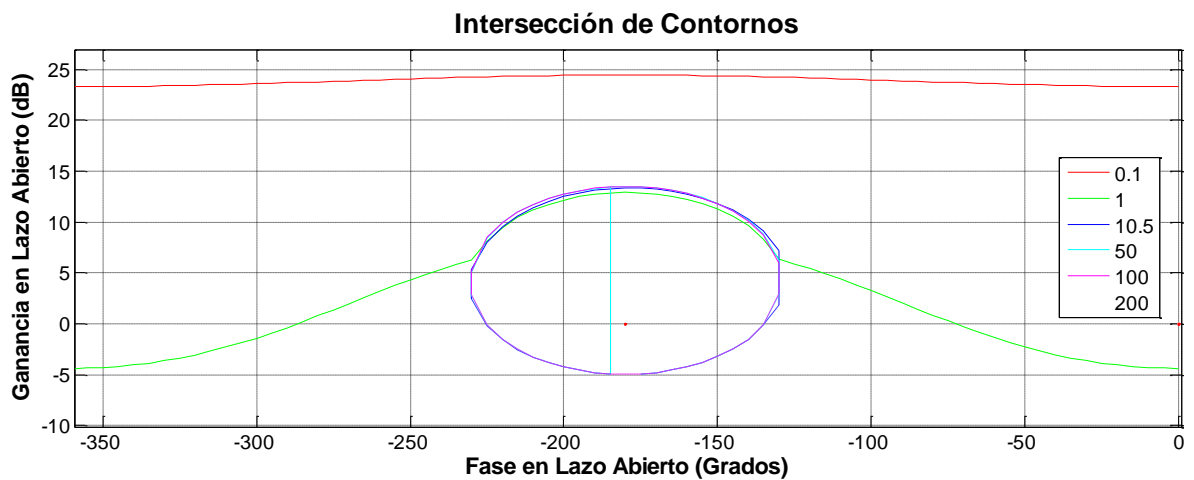
El comportamiento en el dominio temporal de las especificaciones anteriores se ilustra en la Figura 18. En la Figura 19 se representa sobre el plano de Nichols las plantillas debidas a la incertidumbre. Como se puede apreciar, la incertidumbre asociada con el modelo de la articulación presenta poca variabilidad en cada uno de los valores puntuales de las frecuencias seleccionadas, debido a la dinámica lineal presente en la Cintura del robot.

Figura 19. Plantillas del modelo de cintura con incertidumbre paramétrica



En la Figura 20 se presenta la intersección de los contornos de seguimiento de referencia, rechazo a las perturbaciones y desempeño robusto. Dichos contornos expresan la mínima posición a alcanzar por la planta nominal de lazo abierto para cumplir las especificaciones de lazo cerrado que ya incluyen la incertidumbre.

Figura 20. Intersección de todos los contornos



A partir de dichos contornos, con la técnica de síntesis o *loop-shaping* se añaden elementos de ganancias, polos y ceros con el objetivo de que la planta nominal satisfaga su contorno en cada frecuencia, y de esta manera garantizará que ninguna planta prevista en el modelado sobrepase las especificaciones planteadas.

En la Figura 21 se visualiza el diseño del controlador para la cintura del robot. La función de transferencia obtenida es un controlador PD:

$$K_0(s) = 0.5s + 14$$

Como procedimiento final se diseña el pre-filtro para que se puedan lograr las especificaciones de seguimiento fijadas en las ecuaciones (24) y (25). En la Figura 22 aparece la gráfica del filtro diseñado, cuya función de transferencia está dada por:

$$F_0(s) = \frac{6}{s + 6}$$

Figura 21. Diseño del controlador QFT para la cintura

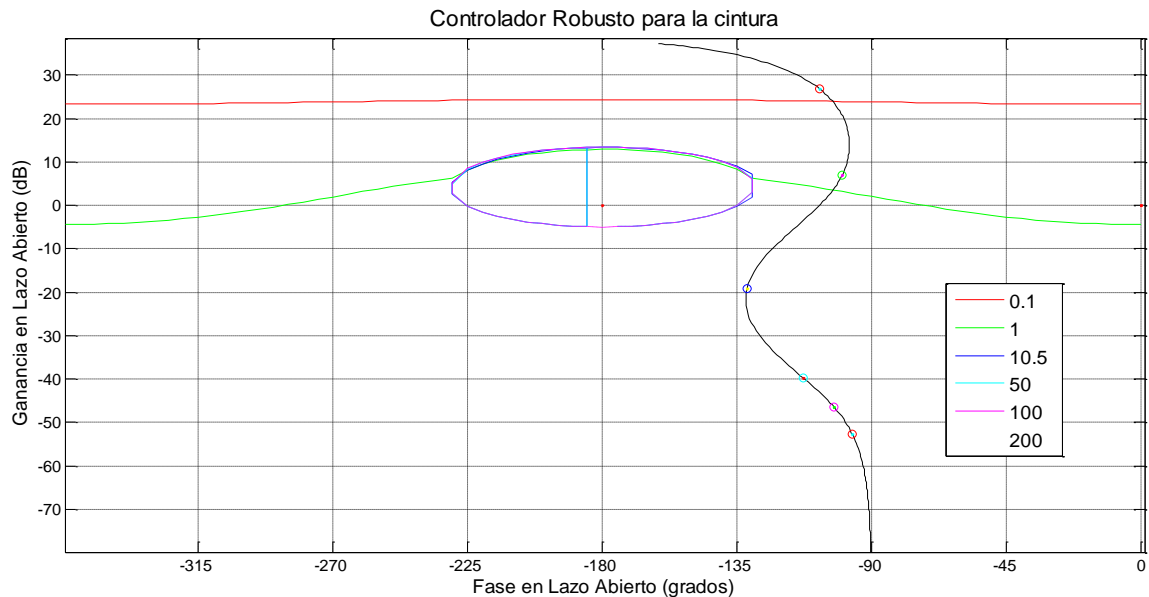
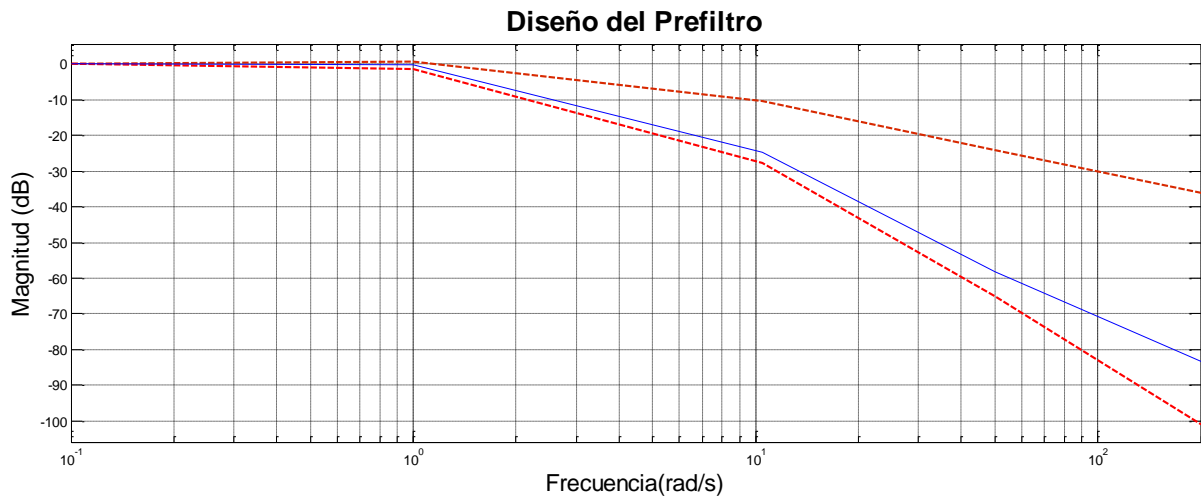
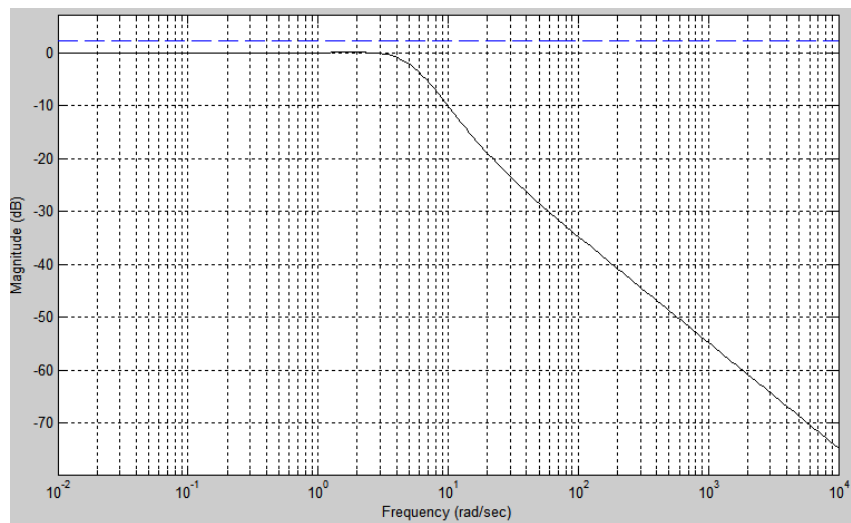


Figura 22. Diseño del pre-filtro de cintura del robot



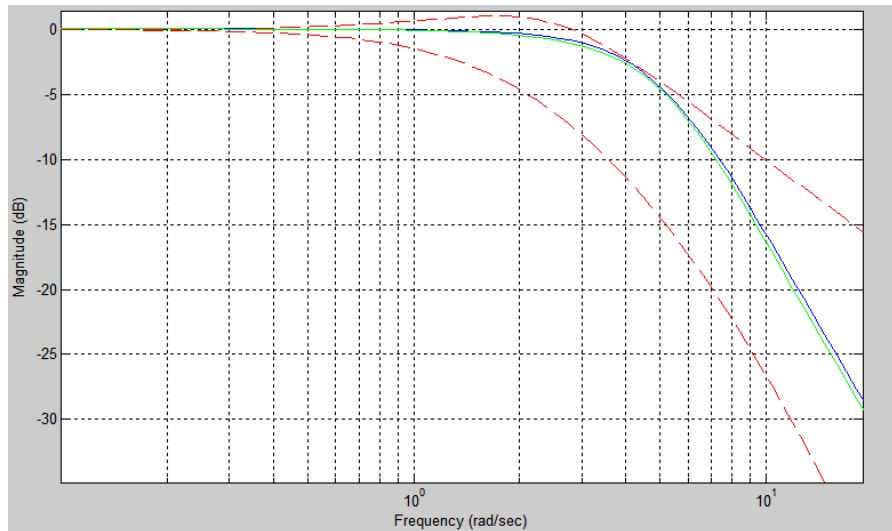
Validación del controlador: En el proceso de diseño del controlador se realizaron dos simplificaciones importantes: la discretización del dominio de los parámetros y la discretización del dominio de la frecuencia, ambos físicamente continuos. Por dicha razón, se debe realizar la validación de la estabilidad robusta y el desempeño robusto en todo el espectro frecuencial. La Figura 23 presenta la validación frecuencial del desempeño del controlador QFT diseñado en la cintura para la especificación de estabilidad robusta y la Figura 24 la verificación del desempeño robusto.

Figura 23. Verificación de estabilidad robusta en cintura



En la Figura 23 se puede validar la estabilidad robusta al verificar que la función de transferencia en lazo cerrado no sobrepase el valor de δ_U (línea punteada) en todas las frecuencias.

Figura 24. Verificación del desempeño robusto de cintura



Articulación 2: Hombro

Con el objetivo de lograr un tiempo de establecimiento dentro del 2% de su valor final entre 2 y 3.9 segundos y un sobre-impulso inferior al 11% de la referencia en el Hombro del PUMA MA-2000, se establecieron las siguientes especificaciones en el dominio del tiempo:

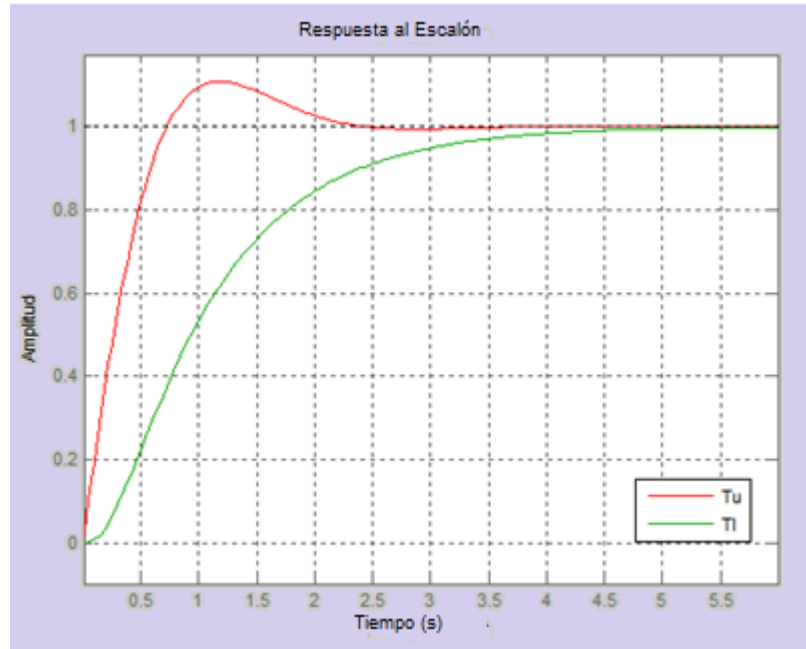
$$T_U(s) = \frac{6.25(1/3s + 1)}{s^2 + 3.33s + 6.25}; \quad T_L(s) = \frac{66}{(s + 1.1)(s + 5)(s + 12)}$$

El comportamiento en el dominio temporal de las especificaciones anteriores se ilustra en la Figura 25.

Como se explicó con anterioridad, con base en el modelo de la planta con incertidumbre paramétrica se evalúan las familias de plantas en las frecuencias de

interés. En la Figura 26 aparece la representación sobre el plano de Nichols de las plantillas debidas a la incertidumbre.

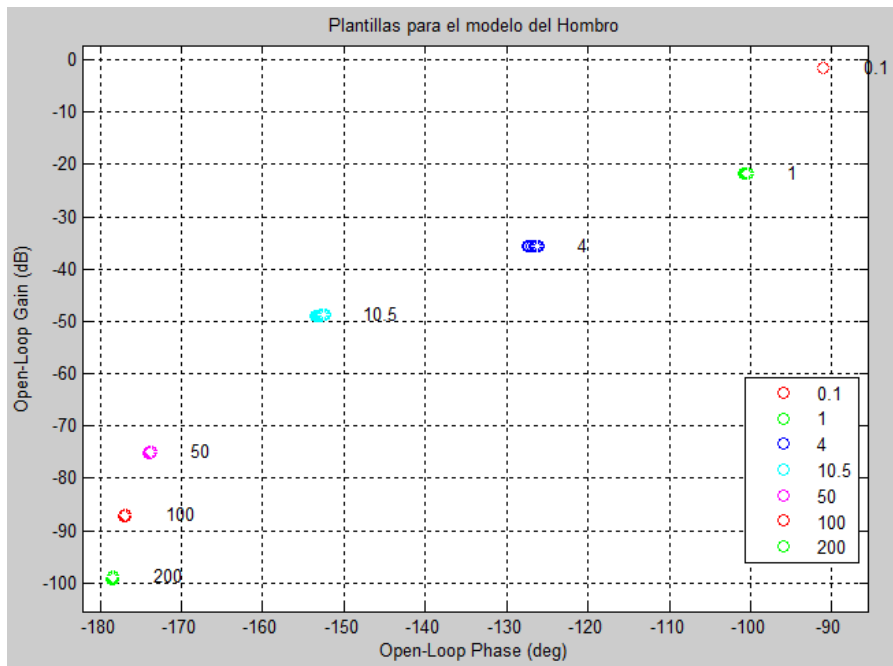
Figura 25. Respuesta al escalón de $T_U(s)$ y $T_I(s)$ para el hombro



Por otro lado, en la Figura 27 se puede apreciar la intersección de los contornos de seguimiento de referencia, rechazo a las perturbaciones y desempeño robusto. Dichos contornos expresan la mínima posición a alcanzar por la planta nominal de lazo abierto para cumplir las especificaciones de lazo cerrado que ya incluyen la incertidumbre.

A partir de dichos contornos, con la técnica de síntesis o *loop-shaping* se añaden elementos de ganancias, polos y ceros con el objetivo de que la planta nominal satisfaga su contorno en cada frecuencia, y de esta manera garantizará que ninguna planta prevista en el modelado viole las especificaciones planteadas.

Figura 26. Plantillas del modelo del hombro con incertidumbre paramétrica



En la Figura 28 se visualiza el diseño del controlador para el hombro del robot. La función de transferencia obtenida es un controlador PD:

$$K_1(s) = s + 35$$

Figura 27. Intersección de todos los contornos

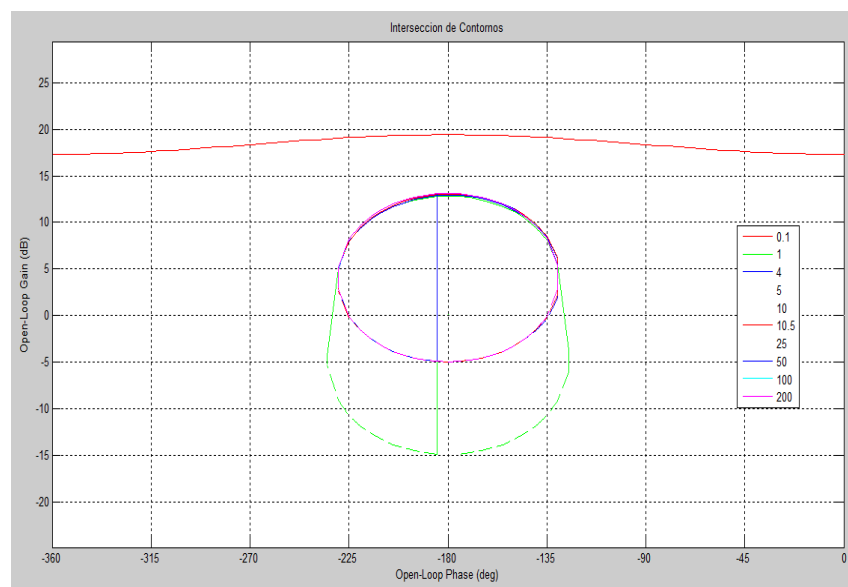
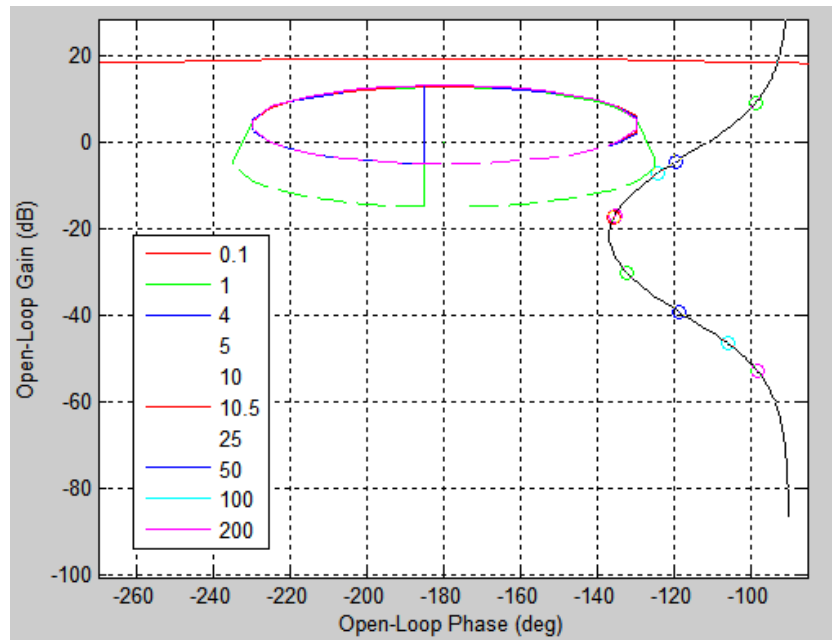


Figura 28. Diseño del controlador QFT del hombro



Como en el caso de la cintura, se procede a diseñar el pre-filtro con el fin lograr las especificaciones de seguimiento fijadas en la ecuación (23). Este es modelado por la siguiente función de transferencia de primer orden:

$$F_0(s) = \frac{7}{s + 7}$$

Validación del controlador: La Figura 29 presenta la validación frecuencial del desempeño del controlador QFT diseñado en la cintura para la especificación de estabilidad robusta y, en la Figura 29 la verificación del desempeño robusto.

Figura 29. Verificación de estabilidad robusta en el hombro

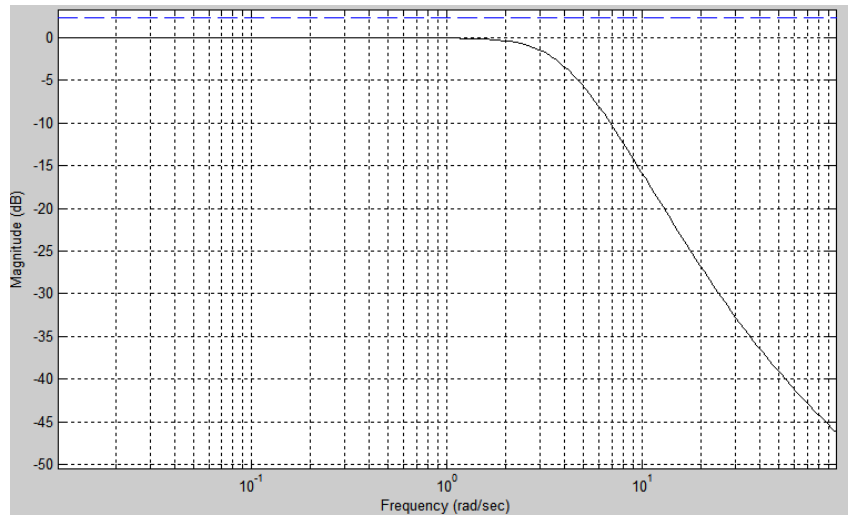
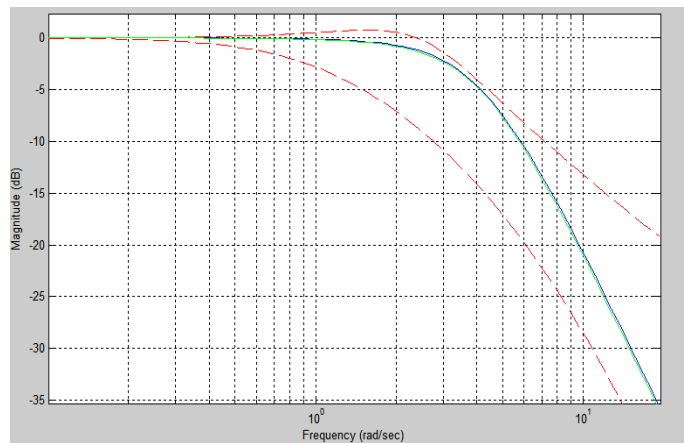


Figura 30. Verificación de desempeño robusto en el hombro



Articulación 3: Codo

Con el objetivo de lograr un tiempo de establecimiento entre 1.2 y 2.2 segundos y un sobre-impulso inferior al 10% de la referencia en el Codo del PUMA MA-2000, se establecieron las siguientes especificaciones en el dominio temporal:

$$T_U(s) = \frac{17.39(1/3.3s + 1)}{s^2 + 6.6s + 17.39}; \quad T_L(s) = \frac{110}{(s + 2.2)(s + 5)(s + 10)}$$

El comportamiento en el dominio temporal de las especificaciones anteriores se ilustra en la Figura 31.

En la Figura 32 se representa sobre el plano de Nichols las plantillas debidas a la incertidumbre, mientras que en la Figura 33 se presenta la intersección de los contornos de seguimiento de referencia, rechazo a las perturbaciones y desempeño robusto.

En la Figura 34 se visualiza el diseño del controlador para la cintura del robot. La función de transferencia obtenida es un controlador PD:

$$K_1(s) = 2.22s + 30;$$

Figura 31. Respuesta al escalón de $T_U(s)$ y $T_U(s)$ para el codo

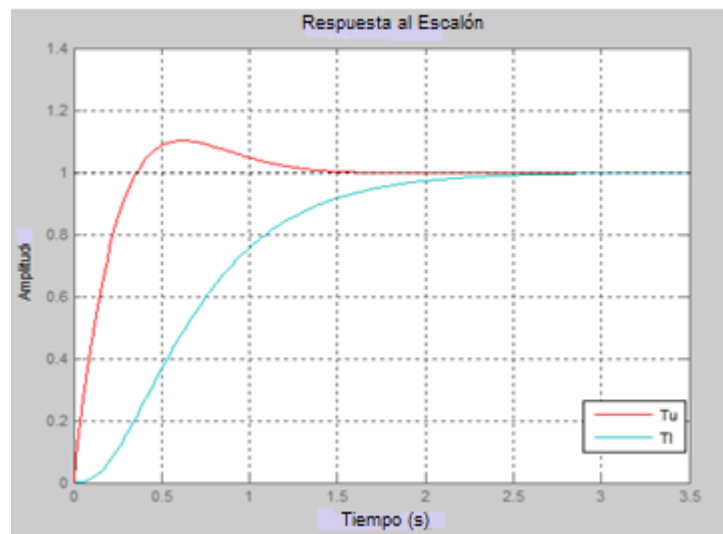


Figura 32. Plantillas del modelo del codo con incertidumbre paramétrica

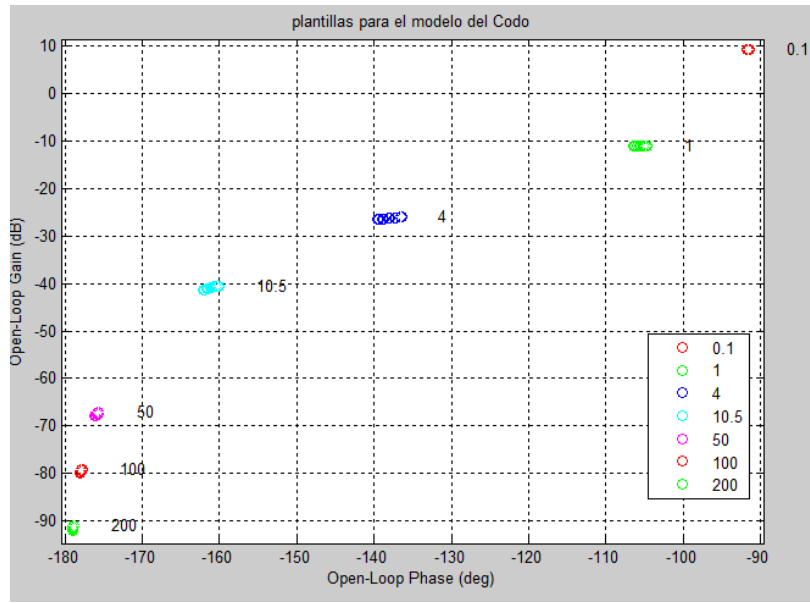
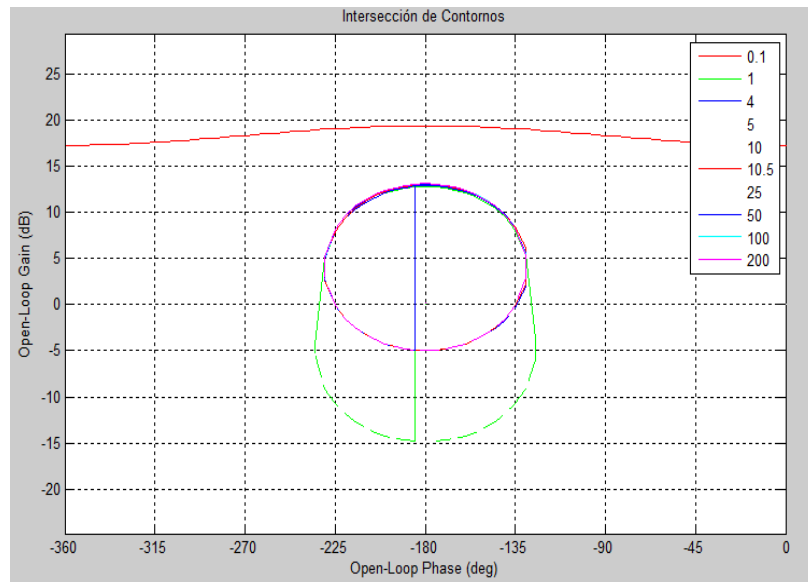


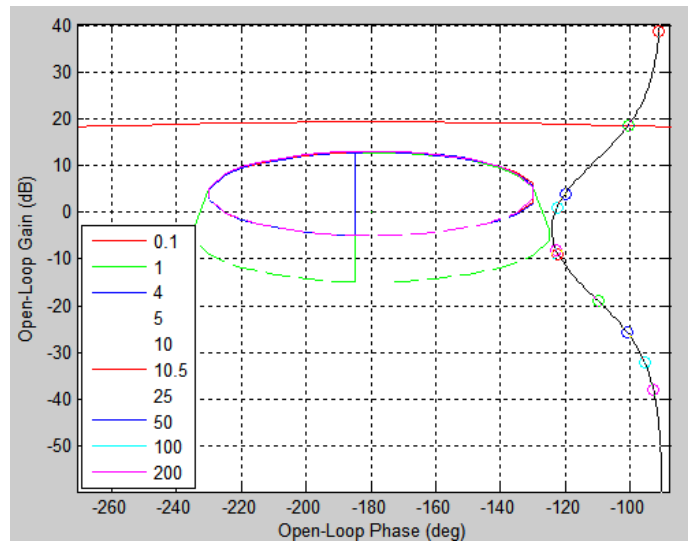
Figura 33. Intersección de contornos para el modelo del codo



Como en el caso de la Cintura, se procede a diseñar el pre-filtro con el fin lograr las especificaciones de seguimiento fijadas en las ecuaciones (24) y (25). Este es modelado por la siguiente función de transferencia de primer orden:

$$F_2(s) = \frac{3.5}{s + 3.5}$$

Figura 34. Diseño del controlador QFT para el codo



Validación del controlador: La Figura 35 presenta la validación frecuencial del desempeño del controlador QFT diseñado para el codo para la especificación de estabilidad robusta y la Figura 36 la verificación del desempeño robusto.

Figura 35. Validación de estabilidad robusta en el codo

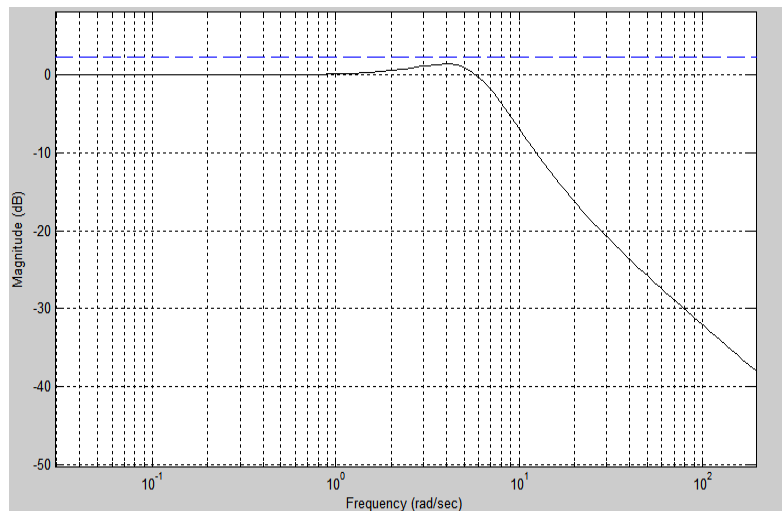
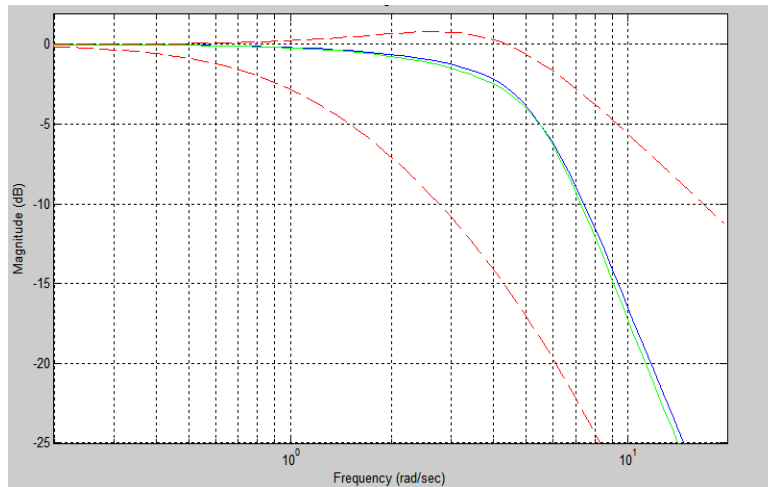


Figura 36. Validación de desempeño robusto en el codo



3.3. CONTROL ROBUSTO H_∞

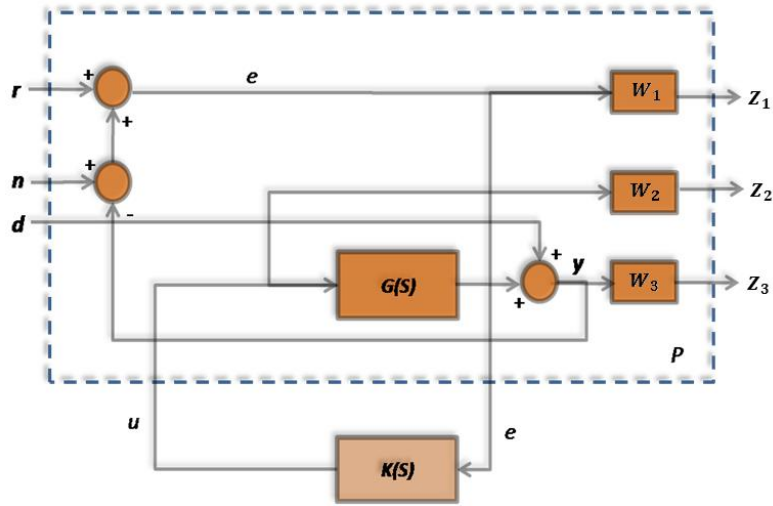
El método de diseño de controladores H_∞ está relacionado con la minimización del valor pico de la respuesta en frecuencia de cierta función en lazo cerrado. Para tal objetivo se introducen en el sistema funciones de ponderación W_i que reflejen los objetivos de diseño y también el conocimiento que se posee de las señales de entrada y de salida. Dichas señales serán acotadas pues en el cálculo del controlador robusto H_∞ la norma $\| \cdot \|_\infty$ de cada señal tiene como límite superior la unidad.

La inclusión de funciones de ponderación en una configuración general de realimentación se puede observar en la Figura 37. Como se puede ver las señales de entrada son respectivamente la señal de referencia (r), el ruido (n) y las perturbaciones a la salida; y las salidas ponderadas del sistema son z_1 , z_2 y z_3 .

Los objetivos y metas del diseño deben ser especificados claramente y evaluados ante el modelo de la planta para analizar su aceptación. Considerando el sistema generalizado $P(s)$ mostrado en la Figura 38 el problema del diseño del controlador H_∞ radica en encontrar todos los compensadores admisibles $K_\infty(s)$ que estabilizan internamente el sistema y minimicen la norma:

$$\|T_{zw}\|_\infty = \text{Sup}_w \bar{\sigma}[T_{zw}] \quad (33)$$

Figura 37. Configuración general para problemas de control H_∞

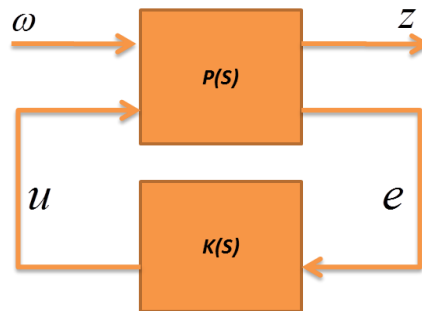


Donde T_{zw} denota la matriz función de transferencia desde w a z .

La planta $P(s)$ generalizada de la Figura 38 puede escribirse de la siguiente forma:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \quad (34)$$

Figura 38. Planta generalizada y regulador



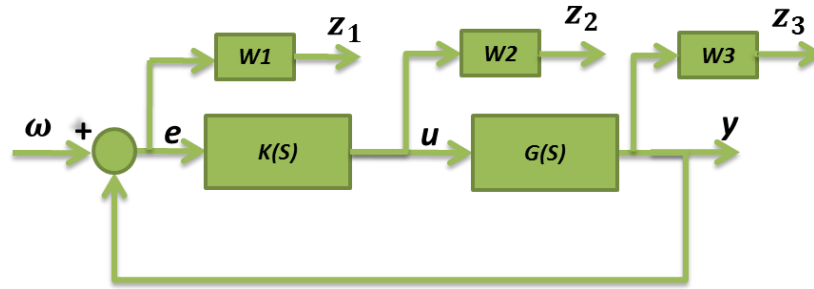
De aquí se obtiene que:

$$\begin{aligned} z &= P_{11}w + P_{12}u \\ e &= P_{21}w + P_{22}u \\ u &= Ke \end{aligned} \quad (35)$$

Sin embargo, a partir del modelo de la Figura 39 tenemos que:

$$\begin{aligned}
 z_1 &= W_1(r - Gu) \\
 z_2 &= W_2 u \\
 z_3 &= W_3 Gu
 \end{aligned}
 \tag{36}$$

Figura 39. Sistema de control con funciones de ponderación



Donde la variable z de la ecuación (35) se representa por la siguiente matriz:

$$Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix}
 \tag{37}$$

A partir de las ecuaciones (34)- (37) se obtiene:

$$\begin{aligned}
 P_{11} &= \begin{bmatrix} W_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; P_{12} = \begin{bmatrix} -W_1 G \\ W_2 \\ W_3 G \end{bmatrix} \\
 P_{21} &= I; P_{22} = -G
 \end{aligned}
 \tag{38}$$

3.3.1. Representación en espacio de estados. A diferencia de la metodología empleada para diseñar los controladores QFT y con el fin de aprovechar las virtudes de los controladores robustos H_∞ , en esta sección se emplea el diseño de controladores a partir de un enfoque MIMO. El diseño se basa en la representación en espacio de estados del modelo lineal en un punto de operación sobre el cual se diseña el controlador robusto, teniendo en cuenta la incertidumbre paramétrica no estructurada alrededor de dicho punto.

La representación en espacio de estados de un sistema lineal con perturbaciones a la entrada de la planta se representa como:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + \omega \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\quad (39)$$

Donde ω representa el vector de perturbaciones del sistema dinámico. A partir del modelo linealizado en el punto de operación seleccionado, se obtienen las siguientes matrices de estado:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{B_0}{J_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\alpha_1}{F(\overline{Q_2})} & 0 & -\frac{B_1}{F(\overline{Q_2})} & 0 \\ 0 & \frac{\alpha_2}{J_2 + \beta_2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{B_2}{J_2 + \beta_2} \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{J_0} & 0 & 0 \\ 0 & 1/F(\overline{Q_2}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_2 + \beta_2} \end{bmatrix}; \quad \omega = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\tau_{p1}/F(\overline{Q_2}) \\ -\tau_{p2}/(J_2 + \beta_2) \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

3.3.2. Diseño de controlador H_∞

- Selección de las funciones de ponderación

Función W_1 : Con la definición de esta función, se busca atenuar las perturbaciones presentes a baja frecuencia y lograr un seguimiento preciso de la referencia. Los

errores de modelado y el ancho de banda de los actuadores imponen generalmente que esta función de ponderación tome valores bajos a alta frecuencia. Para la selección de esta función de peso (R, 2004), proponen la siguiente forma:

$$W_1(s) = \left[\frac{\sqrt[N]{\alpha} s + 10^{(k-1)} * \omega_T}{s + \sqrt[N]{\beta} * 10^{(k-1)} * \omega_T} \right]^N \quad (40)$$

Donde α y β determinan la ganancia de alta y baja frecuencia, respectivamente. ω_T es la frecuencia de corte de W_3 , N determina la pendiente de los polos y ceros y k determina la frecuencia de corte de la función W_1 .

Tomando $\alpha = 0.5$, $\beta = 10^{-7}$, $k = 4$, $N = 1$, y teniendo en cuenta que $\omega_T = 2 \text{ rad/s}$ se obtendría la siguiente función de ponderación para el presente diseño:

$$W_1(s) = \frac{0.5s + 2000}{s + 2 * 10^{-4}} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

Función W_2 : A partir de la definición de la función W_2 se busca disminuir la sobre elongación de la respuesta temporal afectando poco la rapidez del mismo, así como evitar problemas numéricos en el cálculo del controlador.

Si no se presentan oscilaciones sostenidas que afecten el desempeño de los actuadores y con el fin de evitar obtener un controlador de orden muy alto, inicialmente se puede considerar W_2 como:

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (42)$$

Función W_3 : Esta función permite hacer el sistema robusto frente a incertidumbre paramétrica y la linealización y aproximación del sistema real, el cual presenta una dinámica no lineal. Para cumplir dichos propósitos, esta función de transferencia por lo general toma valores bajos a bajas frecuencias y altos a frecuencias altas.

Con el fin de garantizar un ancho de banda de 3 rad/s en la función de sensibilidad complementaria de cada una de las articulaciones del robot y obtener un buen rechazo de la incertidumbre debida a la linealización del modelo se puede tomar la siguiente función de ponderación:

$$W_3(s) = \frac{0.5 \left(\frac{s}{1.134} + 1 \right)}{\left(\frac{s}{1134} + 1 \right)} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (43)$$

- Obtención de los controladores

A partir de las funciones de ponderación definidas previamente, se obtienen los siguientes controladores, utilizando la función *Hinfopt* de Matlab:

Cintura:

$$K_0 = \frac{2063s^6 + 9.4x10^6s^5 + 2.1x10^6s^4 + 2.31x10^7s^3 + 1.23x10^8s^2 + 1.33x10^6s + 2161}{s^7 + 69.28s^6 + 2101s^5 + 3.35x10^4s^4 + 3.24x10^5s^3 + 1.41x10^6s^2 + 4688s + 3.73}$$

Hombro:

$$K_1 = \frac{1999s^6 + 1.09x10^5s^5 + 2.39x10^6s^4 + 2.51x10^7s^3 + 7.82x10^7s^2 + 1.04x10^5s}{s^7 + 69.28s^6 + 2101s^5 + 3.35x10^4s^4 + 3.24x10^5s^3 + 1.41x10^6s^2 + 4688s + 3.73}$$

Codo:

$$K_2 = \frac{1999s^6 + 9.38x10^4s^5 + 1.6x10^4s^4 + 1.32x10^7s^3 + 3.07 * 10^7s^2 + 1.02x10^5s + 81}{s^7 + 69.28s^6 + 2101s^5 + 3.35x10^4s^4 + 3.24x10^5s^3 + 1.41x10^6s^2 + 4688s + 3.73}$$

4. IMPLEMENTACIÓN DE LOS CONTROLADORES

Con base en los controladores robustos QFT y H_∞ obtenidos a partir del modelo no lineal identificado y los controladores P y PI sintonizados previamente en (Ortiz Cáceres, 2012) en este capítulo se presentan los resultados de simulación obtenidos por dichos controladores y los resultados experimentales resultantes de la implementación del controlador robusto con mejor desempeño dinámico.

4.1. ÍNDICES DE DESEMPEÑO

En aplicaciones de control modernas como sistemas adaptables, optimización automática de parámetros y diseño de sistemas óptimos se hace necesaria la medida cuantitativa del comportamiento del sistema de control. Los índices de desempeño son medidas cuantitativas del sistema de control que intentan comparar la calidad de la regulación del controlador y el esfuerzo de control necesario para alcanzarla. Algunos de estos índices aparecen en la Tabla.

INDICE	DEFINICIÓN	ECUACIÓN
Integral del valor absoluto del error (IAE)	Este índice es una función muy sensible al error y suele emplearse en estudios con simulación en computador.	$IAE = \int_0^{\infty} e(t) dt$
Integral del error cuadrático (ISE)	Se emplea siempre que el error no sea mucho menor que 1 ($e(t) \ll 1$) y Al igual que el IAE este índice trata de que el sobrepaso máximo sea lo menor posible de manera que el valor de la integral sea mínimo.	$ISE = \int_0^{\infty} [e(t)]^2 dt$
Integral del valor absoluto del error ponderado (ITAE)	Se utiliza para reducir el efecto del gran error inicial sobre el valor de la integral de desempeño, así como los errores que pueden ocurrir después en la respuesta	$ITAE = \int_0^{\infty} t e(t) dt$

Integral del tiempo por el error cuadrático (ITSE) Al igual que el ITAE por utilizar como base la multiplicación entre el error y el tiempo indica la rapidez del sistema.

$$ITSE = \int_0^{\infty} te(t)^2 dt$$

4.2. SIMULACIÓN DE CONTROLADORES

Cintura del robot

En la Figura 40 se presentan los resultados del desempeño de los controladores P y PI sintonizados y los controladores robustos QFT y H_{∞} propuestos en el presente trabajo de investigación para la cintura del robot. Se puede observar un mejor desempeño de los controladores P, QFT y H_{∞} , comparados con el bajo desempeño del PI sintonizado previamente.

En la Figura 41 se ilustra el rechazo de las perturbaciones en la articulación Cintura que se tienen en cada uno de los controladores empleando el modelo no lineal identificado, mientras que en la Tabla 3 se reflejan tres índices de desempeño para los controladores P, PI, H_{∞} y QFT simulados con el modelo no lineal.

Tabla 3. Comparación de los índices de desempeño para la cintura

Controlador	IAE	ITAE	ITSE
P	1.1697	1.0822	0.4231
PI	5.0323	23.749	15.747
H_{∞}	1.1907	1.2572	0.4134
QFT	1.0463	1.3727	0.3777

Los resultados indican que el controlador QFT tiene mejor desempeño que el H_{∞} , P y PID, seguido por el controlador proporcional, que ligeramente supera al controlador H_{∞} diseñado. Por el contrario, el controlador PI presenta un bajo desempeño reflejado en los altos valores de los índices de comportamiento.

Figura 40. Respuesta simulada de los controladores de la cintura

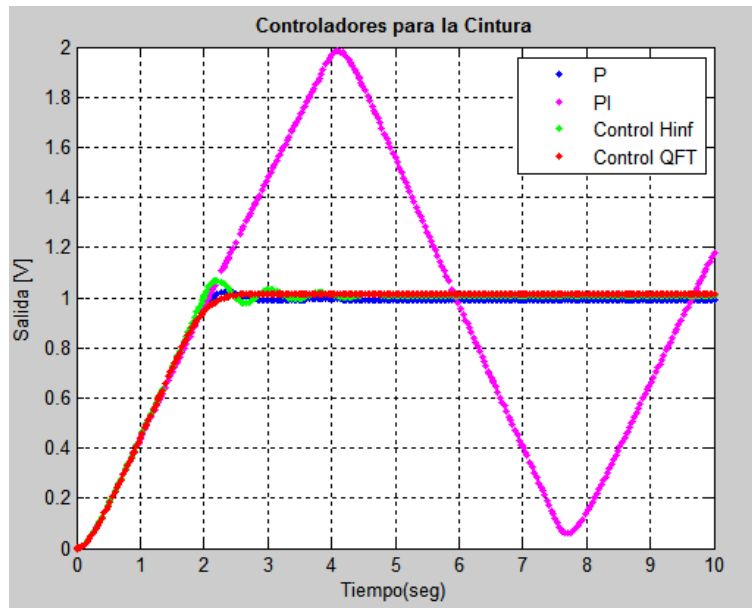
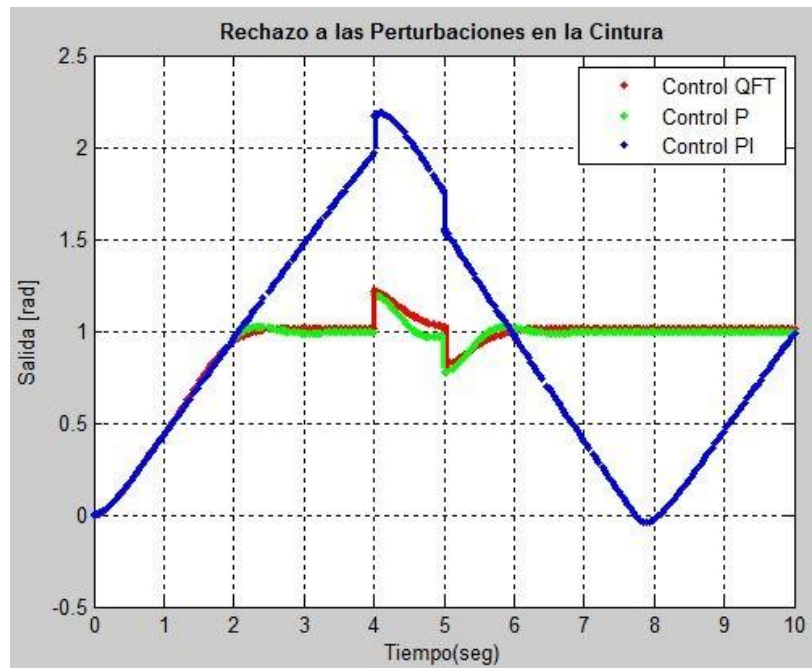


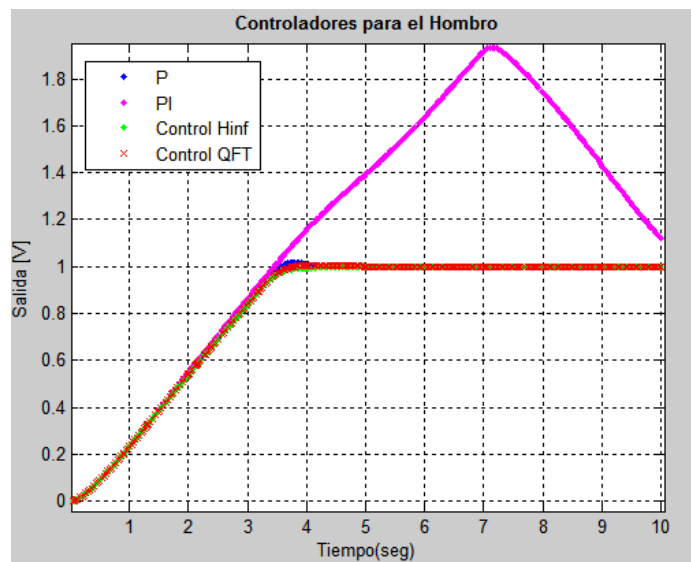
Figura 41. Rechazo a las perturbaciones en la cintura



Hombro del robot

En la Figura 21 aparecen los resultados del desempeño de los controladores P y PI sintonizados empíricamente y los controladores robustos QFT y H_∞ propuestos en el presente trabajo de investigación para el hombro del robot. Como aparece en la gráfica, se puede notar el buen desempeño de los controladores P, QFT y H_∞ comparados con el pésimo desempeño del PI sintonizado previamente.

Figura 42. Respuesta simulada de los controladores del hombro



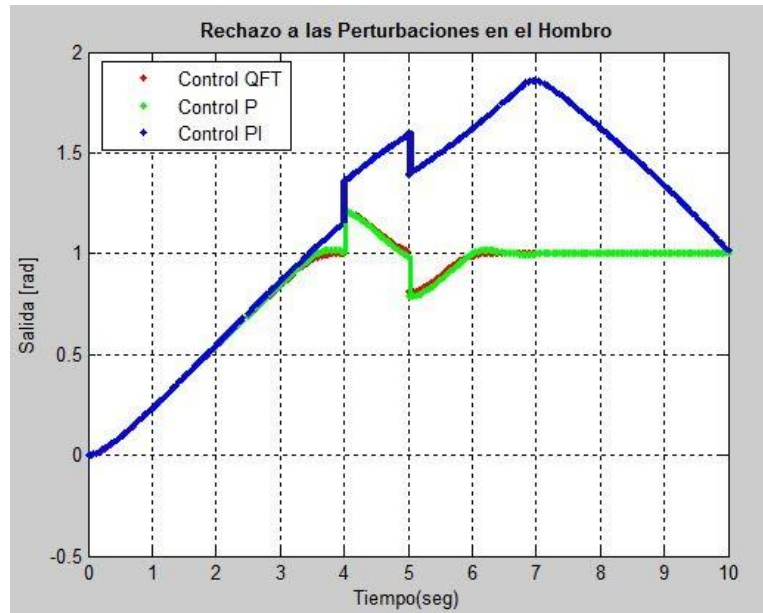
En la Tabla 4 se presentan tres índices de desempeño para comparar el desempeño de los controladores diseñados para el hombro del robot y en la Figura 43 se presenta el rechazo de las perturbaciones en la articulación que se tiene en cada uno de los controladores empleando el modelo no lineal identificado.

Tabla 4. Comparación de los índices de desempeño para el hombro

Controlador	IAE	ITAE	ITSE
P	1.8749	2.2554	1.1683
PI	5.1743	25.491	16.415
H_∞	1.8970	2.3712	1.1787
QFT	1.74	2.2710	1.1396

Una vez más el controlador QFT presentó mejor desempeño con respecto a los otros, seguido por el controlador proporcional, que ligeramente supera al controlador H_∞ diseñado. En cambio, el controlador PI sigue presentando un bajo desempeño reflejado en los altos valores de los índices de comportamiento.

Figura 43. Rechazo a las perturbaciones en el hombro



Codo del robot

En la Figura 44 y en la Tabla 5 aparecen los resultados del desempeño de los controladores P y PI sintonizados y los controladores robustos QFT y H_∞ propuestos en el presente trabajo de investigación para el codo del robot y en la Figura 45 se presenta el rechazo de las perturbaciones al simular el desempeño dinámico de los controladores y el modelo no-lineal. Como se puede apreciar el controlador QFT presentó mejor desempeño con respecto a los otros, seguido por el controlador proporcional, que ligeramente supera al controlador H_∞ diseñado. El controlador PI sigue presentando un pésimo desempeño reflejado en los altos valores de los índices de comportamiento.

Tabla 5. Comparación de los índices de desempeño para el codo

Controlador	IAE	ITAE	ITSE
P	0.7360	0.4547	0.1667
PI	4.9260	23.273	14.604
H_{∞}	0.8389	0.7073	0.1791
QFT	0.4810	0.5171	0.08728

Figura 44. Respuesta simulada de los controladores del codo

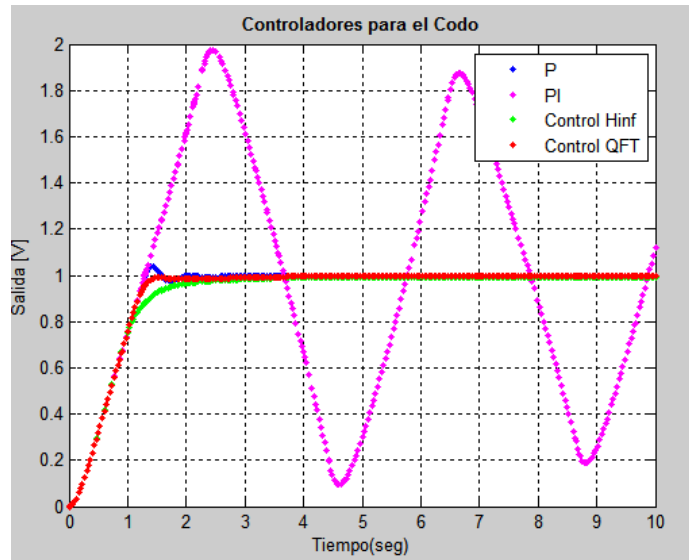
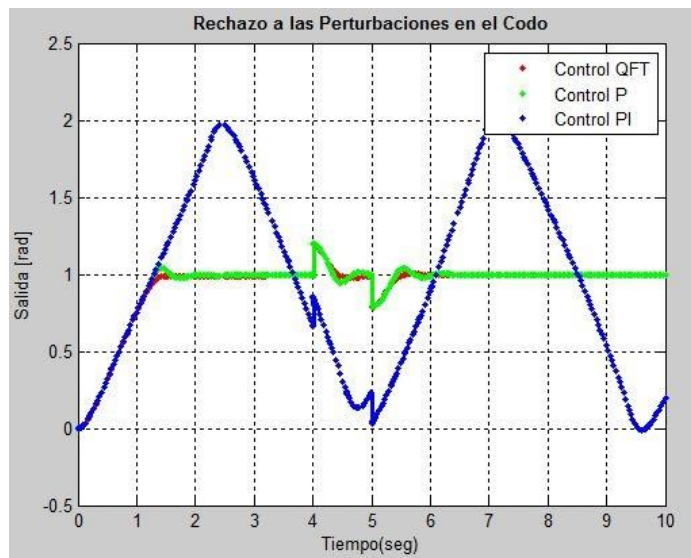


Figura 45. Rechazo a las perturbaciones en el codo



4.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Basado en las simulaciones previas, se consideró implementar los controladores QFT. Estos controladores además de presentar el mejor desempeño, su implementación solo consta de un filtro de primer orden y un controlador PD, a diferencia de los controladores H_∞ que presentan una función de transferencia de 7° orden.

Discretización de los controladores y prefiltro

Dado que los controladores se implementaron en un microcontrolador, se discretizaron los filtros de primer orden y los controladores PD obtenidos en el diseño QFT. Con el fin de trasladar las propiedades del plano s al plano z se utilizó la transformación bilineal:

$$s = \frac{2(1 - z^{-1})}{T(1 + z^{-1})} \quad (41)$$

donde $T = 16ms$ es el período de muestreo.

Sustituyendo en la ecuación del pre-filtro se obtiene la siguiente expresión:

$$F(z) = \frac{b_0(1 + z^{-1})}{(1 - b_1z^{-1})} \quad (42)$$

donde:

$$b_0 = \frac{aT}{2 + aT}; \quad b_1 = \frac{2 - aT}{2 + aT}$$

Los controladores PD se implementaron empleando la siguiente función de transferencia en el dominio z :

$$K(z) = K_p + \frac{q_d(1 - z^{-1})}{1 - p_dz^{-1}} \quad (43)$$

$$p_d = \frac{T_d}{T_d + NT}; \quad q_d = \frac{K_p T_d N}{T_d + NT}$$

Validación experimental

La validación de los controladores robustos se hace aplicando una señal Pseudoaleatoria (PRBS) y una señal escalón a cada una de las articulaciones del robot. Una señal pseudoaleatoria es una secuencia periódica, aleatoria y con propiedades similares a la del ruido blanco útil para la identificación de modelos dinámicos y la validación de controladores. En las Figuras 46, 47 y 48 se observa el comportamiento dinámico de la posición de las articulaciones ante la señal PRBS para la Cintura, el Hombro y el Codo del manipulador, respectivamente. En ellas se puede notar el buen desempeño transitorio y de estado estable de dichos controladores, cumpliendo con las especificaciones establecidas en el diseño.

Figura 46. Validación experimental del controlador robusto de la cintura

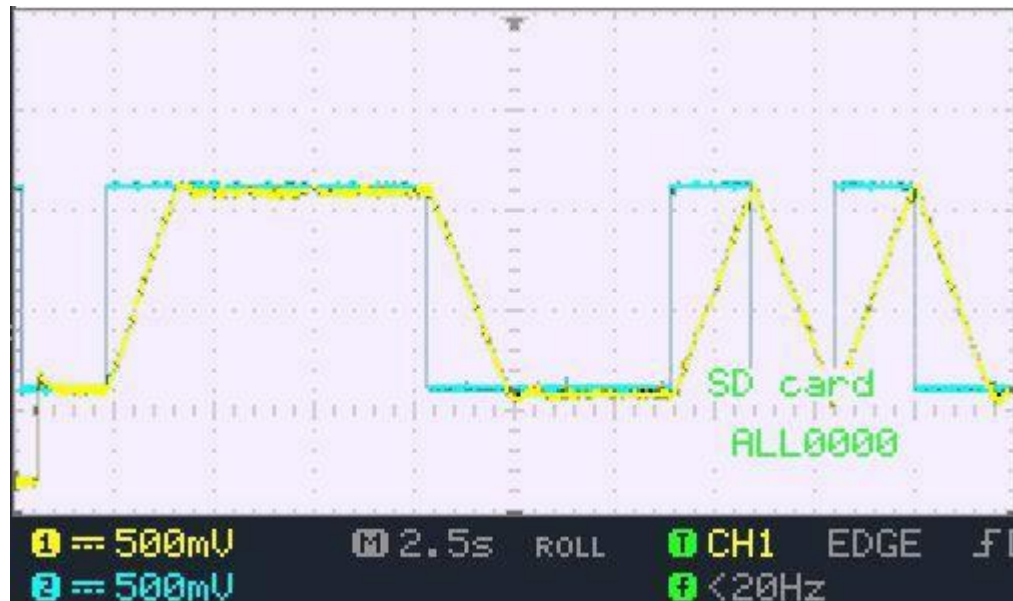


Figura 47. Validación experimental del controlador robusto del hombro

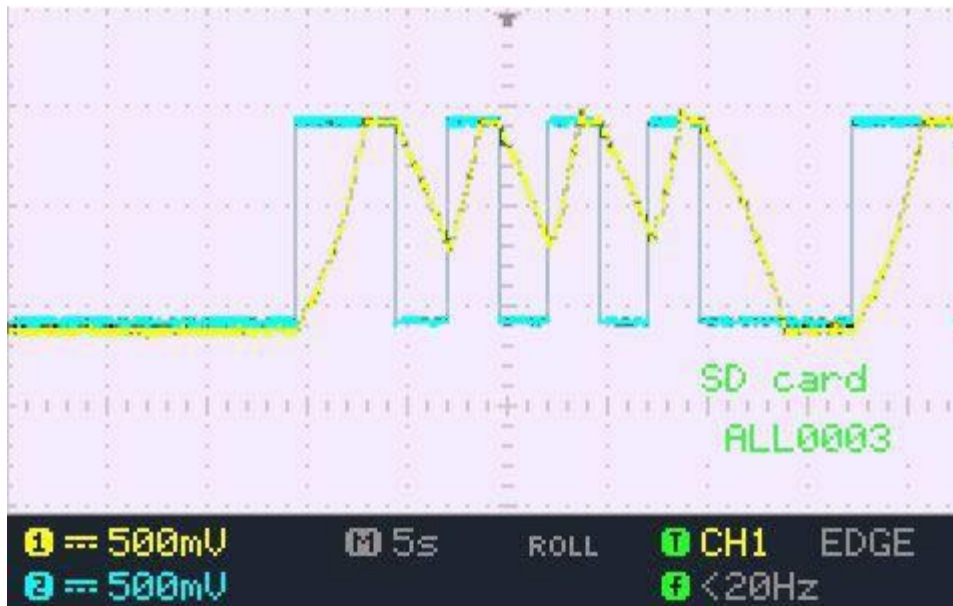


Figura 48. Validación experimental del controlador robusto del codo



Figura 49. Desempeño del controlador QFT de la cintura ante una entrada escalón

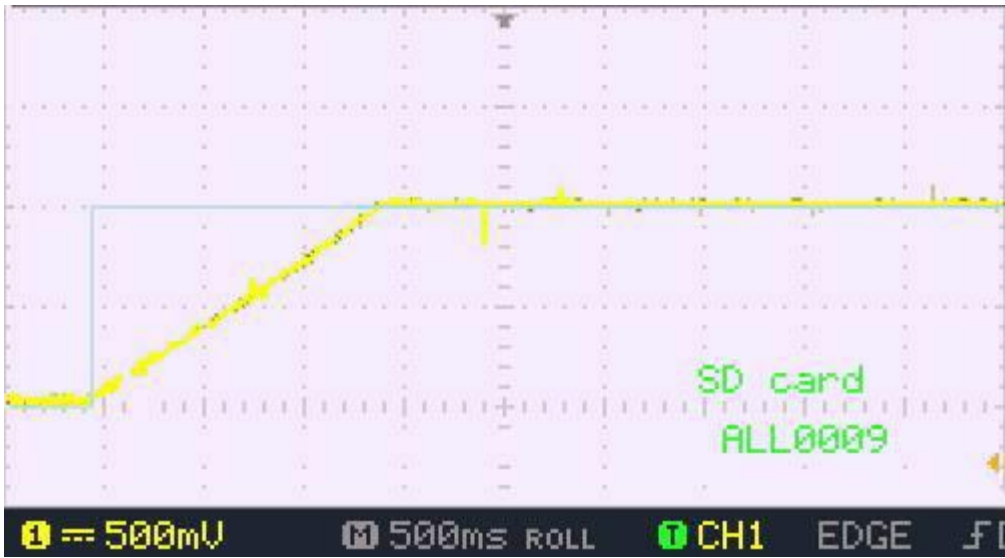


Por otra parte en los resultados obtenidos por los controladores robustos implementados ante una entrada tipo escalón de 1V se presentan en las figuras 49, 50 y 51.

Figura 50. Desempeño del controlador QFT del Hombro ante una entrada escalón



Figura 51. Desempeño del controlador QFT del codo ante una entrada escalón



6. CONCLUSIONES

Los controladores robustos tipo QFT implementados presentan un buen comportamiento dinámico en condiciones de incertidumbre paramétrica, asociada con el proceso de estimación de parámetros del modelo del robot, las no linealidades y las simplificaciones realizadas. Además, debido a que la topología de los controladores diseñados es de tipo lineal e invariante en el tiempo, se reduce significativamente el costo computacional en las tareas de control del brazo robótico.

Los resultados de las simulaciones de los controladores H_∞ diseñados muestran que el desempeño dinámico del robot es robusto. Sin embargo, dado que sus funciones de transferencia son de alto orden, implementarlas requiere tareas de programación más complejas comparadas con los PID. Por dicha razón, para tareas de control en brazos robóticos, resulta adecuado implementar controladores PID diseñados a partir de estrategias de control robusto (por ejemplo QFT), donde se consideran entre otros aspectos las incertidumbres paramétricas y se asocian en el modelo no linealidades del sistema. Estos controladores, diseñados a partir del modelo lineal con incertidumbre paramétrica, solo constan de un controlador PD y un filtro de primer orden a la entrada del sistema de control.

El diseño de las trayectorias conformadas por una suma finita de funciones armónicas de series de Fourier, implica la solución de un problema de optimización no lineal. Aunque para identificar los parámetros del modelo del manipulador, las trayectorias se seleccionaron a partir de las restricciones impuestas por las articulaciones del robot y las frecuencias de trabajo de este, los resultados indican que el procedimiento proporcionó una buena estimación del modelo no lineal. Dicho modelo fue útil en el diseño de los controladores robustos implementados en cada articulación.

BIBLIOGRAFIA

Optimal Position Control for Robot Manipulators. **Barbosa, F. & Reyes, F. (2004).** s.l. : IEEE International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science, 2003.

Revising the Robust-Control Design for Rigid Robot Manipulators. **Bascetta, L. & Rocco, P. 1,** s.l. : IEEE Transactions on Robotics, 2010, Vol. 26. pags.180-187.

An optimal control approach to robust control of robot manipulators. **Brandt, R. D.** s.l. : IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1998.

Design of robust adaptive variable structure tracking controllers with application to rigid robot manipulators . **Cheng, C.C., Chien, S.H. & Shih, F.C. 9,** s.l. : Control Theory & Applications, IET, 2010, Vol. 4.

Optimal neural control for constrained robotic manipulators. **Dlimi, I. B.** s.l. : 5th IEEE International Conference Intelligent Systems (IS), 2010.

Identificación y control de un robot manipulador. **Dreoni, F., Ortega, M. G. & Rubio, F. R.** Sevilla, España : Universidad de Sevilla, 2002.

Robust Adaptive Control of Robot Manipulators Using Generalized Fuzzy Neural Networks. **Er, M. J., & Gao, Y. 3,** s.l. : IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2003, Vol. 50. pags. 620-628.

Application of QFT control to a 4 degree of freedom robot manipulator. **Farsi, M.** s.l. : IEE Colloquium on Advances in the Application of Robust Controllers, 1993.

Control robusto cuantitativo QFT: historia de una idea . **García-sanz, M.** s.l. : Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial, págs. 25-38, 2005.

Exciting trajectories for the identification of base inertial parameters of robots. **Gautier, M. & Khalil, W.** Brighton : Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control, 1991.

Composite QFT Controller as a Remedy for MIMO Systems. **Gharib, M. R. & Kamali, K. A.** Okayama, Japan : Proceeding of the 2010 International Conference of Modelling, Identification and Control, July 17-19, 2010. pages 400-405

On the Recursive Implementation of Adaptive Control for Robot. **Hanlei, W.** s.l. : IEEE, The 29th Chinese Control Conference (CCC), 2010.

Quantitative feedback theory. **Horowitz, P. I.** s.l. : Control Theory and Applications, IEE Proceedings D. Vol.129, Page(s): 215 – 226, 1982.

Adaptive control of robot manipulators - A review. **Hsia, T.** s.l. : IEEE International Conference on Robotics and Automation. Proceedings., 1986.

Aplicación del Control QFT a Robots Manipuladores . **Jimenez, D. & Rubio, F.R.** 23, Tenerife, España : XXIII Jornadas de Automática. Jornadas de Automática. , 2002.

Kelly R. y Santibáñez, V. *Control de Movimiento de Robots Manipuladores .* Madrid : Person, Prentice Hall, 2003.

Adaptive Control of Robot Manipulators including Actuator Dynamics and without Joint Torque Measurement. **Khaligh, Y. S., & Namvar, M.** 2010.

New controller design for a robot manipulator. **Khodabakhshian, a.** Seoul : IEEE 2007 International Conference on Control, Automation and Systems, 2007. pags.41-46.

[*Robust control of robot manipulators using dynamic compensator.* **Kim, C. S., & Lee, K. W.** Christchurch, New Zealand : IEEE International Conference on Control and Automation, 2009.

Robust Control Design of the Robot Joint Based on QFT. **Ma, J., Song, Y. & Qin, X.** s.l. : IEEE, Third International Conference on Genetic and Evolutionary Computing, 2009. pages 173-176.

Muñoz, R. *Control Multivariable Mediante Técnicas QFT: Aplicaciones a Sistemas Navales. Tesis doctoral.* Madrid : Universidad Complutense de Madrid, 2007.

Ogata, Katsuhiko. *Ingeniería de Control Moderna.* Madrid : Pearson, 2010.

Ortiz Cáceres, Iris Rocío. *Sintonización de Controladores PID para un Robot Manipulador PUMA MA2000. Tesis de Pregrado.* Bucaramanga, Colombia : Universidad Industrial de Santander, 2012.

Nonlinear model predictive control of a robot manipulator. **Poignet, P., & Gautier, M.** Nogoya, Japan : 6th International Workshop on Advanced Motion Control. Proceedings., 2000. Vol 2, págs. 401-406.

Poveda, Diana Katheryn. *Identificación y Control de un Robot Manipulador de 6 GDL. Tesis de Pregrado.* Bucaramanga : Universidad Industrial de Santander, 2014.

Systematic Design of Weighting Matrices for the H^∞ Mixed Sensitivity Problem . **R, Ortega M.G. & Rubio F.** pags. 89-98, s.l. : Journal of Process Control , 2004, Vol. 14.

Rodríguez, F. & López, M. *Control Robusto y Adaptativo.* Sevilla : Universidad de Sevilla, 1996.

Román, J. & Mireles, M. *Controladores de Robots Rígidos: Un Análisis Comparativo Entre las Metodologías de Control Clásica, Adaptable y Robusta Basadas en el método de Lyapunov.* México : Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico., 2006.

Modelado y Simulación de un Robot Rígido de dos grados de libertad. **Silva R., Ramos-Silvestre, E., Hernández V., Rivera-Díaz, J. & Maldonado-Del Toro,H.** 1, s.l. : Latin-American Journal of Physics Education, 2011, Vol. 5. ISSN-e 1870-9095.

Dynamic Model Identification for Industrial Robots. **Swevers, J., Verdonck, W. & De Schutter, J.** 5, s.l. : IEEE Control Systems Magazine, 2007, Vol. 27.

A New approach to Control of Robot. **Tootoonchi, A. A., Gharib, M. R. & Farzaneh, Y.** s.l. : IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2008.

Seguimiento de trayectorias en Robots manipuladores: Revisión de soluciones y nuevas propuestas . **Torres, S. & Méndez, J.A.** 4, s.l. : Revista Iberoamericana de automática e Informática Industrial, 2009, Vol. 6. ISSN: 1697-7912.

Villamizar M, Rodolfo. *Estrategia de control QFT para robot PUMA 560 .* Barranquilla, Colombia : Universidad Del Norte , 2006

Robust Neural-Fuzzy-Network Control for Robot Manipulator Including Actuator Dynamics . **Wai, R.-jong, Member, S. & Chen, P.** 4, s.l. : IEEE Transactions on Industrial Electronics , 2006, Vol. 53. pags.1328-1349.

Adaptive Force Control of Robot Arm with Estimation of Environmental Stiffness. **Wakamatsu, H., Yamanoi, M., & Tatsuno, K.** s.l. : International Symposium on Micro-NanoMechatronics and Human Science (MHS), 2010.

Robust H_∞ intelligent tracking control for robot manipulators. **Wan, Yi Zuo and Yaonan.** Chongqing, China : IEEE, Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, June 25 - 27, 2008.

T-S Fuzzy-Neural Control for Robot Manipulators. **Wang, W., Chien, Y., Leu, Y., Lee, Z. & Lee, T.** Taipei : IEEE International Conference On Advanced Robotics and its Social Impacts, 2008.

Comparative Experiments of Robust and Adaptive Control with New Robust Adaptive Controllers for Robot Manipulators. **Yao, B.** s.l. : Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control, 1994. Vol.2, pages 1290-1295.

Trajectory control of robot manipulator using variable structure model-reaching control strategy. **Yao, B., Chan, S.P. & Gao, W.B.** Edinburgh : International Conference on Control 1991, 1991.

Robust control of Robot Manipulators Based on H_∞ Neural Network. **Zhang, W. Yin, H. & Qi, N.** Qinhuangdao : International Conference On Computer Design And Applications (ICCCA 2010), 2010.