

**ESTUDIO Y TRATAMIENTO DE REMEDIACIÓN DE AGUAS
PROVENIENTES DEL DRENAJE DE ROCAS ÁCIDAS (ARD) DE MINERA
REINA DE ORO VETAS SANTANDER**

**MAIRA ALEJANDRA BALLESTEROS RIVERA
INGRID YISED BAYONA BALLESTEROS**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2009

**ESTUDIO Y TRATAMIENTO DE REMEDIACIÓN DE AGUAS
PROVENIENTES DEL DRENAJE DE ROCAS ÁCIDAS (ARD) DE MINERA
REINA DE ORO VETAS SANTANDER**

**MAIRA ALEJANDRA BALLESTEROS RIVERA
INGRID YISED BAYONA BALLESTEROS**

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
Ingeniera Química**

**Director
CUSTODIO VÁSQUEZ Q.
Ingeniero Metalúrgico**

**Co-director
WALTER PARDAVÉ LIVIA
Ingeniero Metalúrgico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE FISICOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA QUÍMICA
BUCARAMANGA**

2009

DEDICATORIA

A Dios, mi fortaleza.

A mis padres Armando Ballesteros Ballén y Blanca Cecilia Rivera Torres
quienes con su amor me apoyan incondicionalmente.

A mis dos amores, mi hija Jennifer Alejandra Blanco Ballesteros y mi esposo
Nelson Ramiro Blanco Márquez quienes son el eje fundamental de mi vida.

A mi hermano Elkin Mauricio Ballesteros Rivera, mi amigo fiel.

A toda mi familia, amigos y compañeros.

Alejandra Ballesteros R.

DEDICATORIA

A Dios, mi fortaleza y mi fe.

A mis padres Ismael Enrique Bayona Reyes y Alba Cecilia Ballesteros Vásquez, quienes con su infinito amor me han llenado de valores y me han hecho la persona que soy.

A mi hermana Duber Julitza Bayona Ballesteros, amiga incondicional.

A mi hermana Kelly Dayhana Bayona Ballesteros (Q.E.P.D), luz y guía en mi camino.

A toda mi familia, compañeros y amigos.

Ingríd Bayona.

AGRADECIMIENTOS

Nuestro especial reconocimiento a todos los que nos encausaron a largo de nuestra formación académica, de ellos queremos destacar a los ingenieros Walter Pardavé y Custodio Vásquez, bajo cuya dirección iniciamos y llevamos a cabo la presente investigación.

Al ingeniero Álvaro Ramírez quien con su invaluable experiencia y sabiduría alimentó nuestro espíritu como ingenieros químicos.

Al técnico Ambrosio Carrillo, amigo y colaborador.

A todos y cada uno de los profesores, compañeros y amigos que de una u otra forma contribuyeron a la realización de nuestro sueño de formarnos como ingenieras químicas.

Al Ingeniero Gustavo Neira del grupo de Investigaciones en Biohidrometalurgia de la UIS, por su apoyo y colaboración.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. CONCEPTOS TEÓRICOS	2
1.1 DRENAJE ÁCIDO DE ROCA	2
1.1.1 Formación de Drenajes Ácidos	2
1.1.2 Química de reacciones.....	3
1.2 LIXIVIACIÓN.....	6
1.2.1 Método de Operación y Equipo.....	6
1.3 DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DE PARTÍCULA POR ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO.....	7
1.3.1 Funciones de Distribución de Tamaños	8
1.4 PROCESO DE REMEDIACIÓN.....	8
1.5 CINÉTICA DE LA LIXIVIACIÓN.....	8
2. DESARROLLO EXPERIMENTAL.....	9
2.1 REACTIVOS, MATERIALES Y EQUIPOS	9
2.1.1 Reactivos.....	9
2.1.2 Materiales y Equipos de Laboratorio	11
2.2 CARACTERIZACIÓN FÍSICA Y MINERALÓGICA DEL MINERAL	11
2.3 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL	12
2.3.1 Materia Prima	12
2.4 ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO	14
2.4.1 Tamizado.....	15
2.5 PROCESO DE LIXIVIACIÓN	13

2.5.1 Lixiviación por Inundación.....	13
2.5.2 Lixiviación por Rociado.....	14
3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	15
3.1 DETERMINACIÓN DE DIÁMETRO DE PARTÍCULA PROMEDIO POR ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO	15
3.1.1 Distribución de Gates - Gaudin – Schumann	16
3.2 DETERMINACIÓN DEL PORCENTAJE DE RETENCIÓN DE HUMEDAD.....	17
3.3 CARACTERIZACIÓN DEL MINERAL Y DEL PROCESO	17
3.4 PROCESO DE LIXIVIACIÓN	18
3.4.1 Proceso de Lixiviación por Inundación.....	18
3.4.2 Proceso de Lixiviación por Rociado.....	18
3.5 MEDICIÓN DE pH DEL LIXIVIADO	19
3.5.1 Medición de pH del proceso de Lixiviación por Inundación.....	19
3.5.2 Medición de pH del proceso de Lixiviación por Rociado.....	20
3.6 ANÁLISIS POR GRAVIMETRÍA.....	20
3.6.1 Determinación de Azufre por Análisis Cuantitativo.....	20
3.7 ANÁLISIS POR ABSORCIÓN ATÓMICA.....	22
3.8 DETERMINACIÓN COMPLEXOMÉTRICA DE LA DUREZA DE LA SOLUCIÓN LIXIVIADA, DEL CALCIO Y DEL MAGNESIO	23
3.9 NEUTRALIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN ÁCIDA LIXIVIADA	24
4. CONCLUSIONES	31
5. RECOMENDACIONES.....	26
BIBLIOGRAFÍA.....	27
ANEXOS.....	30

LISTA DE CUADROS

	Pág.
Cuadro 1. Análisis macroscópico del mineral de la mena[13].....	12
Cuadro 2. Análisis Granulométrico	18
Cuadro 3. Distribuciones de Gates – Gaudin – Schumann.....	20
Cuadro 4. Caracterización del Mineral y del Proceso	21
Cuadro 5. Datos de pH del proceso de lixiviación por inundación.	23
Cuadro 6. Datos de pH del proceso de lixiviación por rociado.....	24
Cuadro 7. Datos de concentración de Sulfato.	26
Cuadro 8. Valores de concentración de hierro.....	28
Cuadro 9. Resultados de la prueba de dureza.	29

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Diagrama del equilibrio del sistema Fe-S-H ₂ O	5
Figura 2. Diagrama de equilibrio del sistema Fe – S – H ₂ O	5
Figura 3. Rangos de tamaños prácticos para varias operaciones de procesamiento de minerales, excluido el carbón.	8
Figura 4. Diagrama de Bloques de las Etapas desarrolladas en la investigación.	10
Figura 5. Diagrama de Bloques del Proceso Experimental.	12
Figura 6. Muestra Triturada	13
Figura 7. Molino de Cono	13
Figura 8. Cuarteo por Rifles	14
Figura 9. Máquina Tamizadora	14
Figura 10. Pesado del mineral Retenido por los tamices	15
Figura 11. Diagrama de Flujo del proceso de lixiviación por inundación	16
Figura 12. Diagrama de Flujo del proceso de lixiviación por rociado	17
Figura 13. Intersección de Acumulado Pasante y Retenido	19
Figura 14. Diagrama de Proceso de lixiviación por inundación	22
Figura 15. (a) Diagrama del proceso de lixiviación por rociado. (b) Rociado y Aireación	23
Figura 16. Gráfica de la variación del pH _{prom} con el tiempo	24

Figura 17. Variación del pHprom del proceso de lixiviación por rociado. .	25
Figura 18. Variación de la concentración de SO4 con el tiempo	26
Figura 19. Variación de la concentración del hierro en el proceso de lixiviación por rociado.	28

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
Anexo A. Análisis Granulométrico.....	37
Anexo B. Determinación de la función de Gates-Gaudin-Schuhmann.....	42
Anexo C. Determinación Gravimétrica de SO ₃ en un Yeso	44
Anexo D. Determinación complexométrica de la dureza, del calcio y del magnesio en agua potable.....	46
Anexo E. Absorción Atómica.....	50
Anexo F. Ecuaciones y Cálculos.....	45
Anexo G. Resultados y Análisis del Montaje 2.....	46

RESUMEN

TITULO: ESTUDIO Y TRATAMIENTO DE REMEDIACIÓN DE AGUAS PROVENIENTES DEL DRENAJE DE ROCAS ÁCIDAS (ARD) DE MINERA REINA DE ORO VETAS SANTANDER*

AUTORES: MAIRA ALEJANDRA BALLESTEROS RIVERA**
INGRID YISED BAYONA BALLESTEROS**

PALABRAS CLAVES: Drenaje Acido de Roca (ADR), Lixiviación.

DESCRIPCIÓN:

El Drenaje Acido de Roca (ADR) constituye uno de los principales focos de contaminación ambiental de las fuentes hídricas nacionales, debido a esto es necesario buscar alternativas de solución que permitan remediar su impacto y ajustarlo a las condiciones ambientales convenientes. Este trabajo consiste en establecer una correlación empírica que prediga la formación de ADR; se llevó a cabo con mineral proveniente de la Empresa Minera Reina de Oro del municipio de Vetas (Santander), el cual se caracterizó para obtener la información mineralógica, física y química necesaria para el desarrollo del proceso.

El medio lixivante utilizado fue agua destilada, además de esto la torre fue expuesta a dos modos de operación, el primero, fue lixiviación por inundación al ambiente de manera que se dieran las condiciones para que se llevara a cabo la reacción de oxidación y la segunda, lixiviación por rociado con exceso de aire para garantizar la reacción.

Los resultados obtenidos en la investigación demuestran que el método desarrollado en la lixiviación por inundación no permite la oxidación del Hierro y formación de Ácido Sulfúrico como se esperaba inicialmente, debido a la deficiencia de oxígeno para que se diera la reacción; sin embargo la solución lixiviada presentó una disminución en su pH gracias a la ionización de los metales presentes, por lo tanto se sugirió la neutralización con cal como método de remediación a la acidez presentada. En el sistema de Lixiviación por rociado con un exceso de aire se llevó a cabo la reacción de oxidación, produciéndose los iones Fe^{+2} y SO_4^{-2} unos de los causantes del drenaje ácido, para lo cual se aplicó el método de remediación con cal para su neutralización y se propuso la correlación matemática planteada en los objetivos del plan de proyecto.

*Proyecto de Grado

**Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de Ingeniería Química.
Ing. Custodio Vásquez Q. Ing. Walter Pardavé Livia

ABSTRACT

TITLE: STUDY AND REMEDIATION TREATMENT OF THE WATER COMING FROM THE ACID ROCKS DRAINAGE FROM MINERA REINA DE ORO VETAS SANTANDER

AUTHORS: MAIRA ALEJANDRA BALLESTEROS RIVERA**
INGRID YISED BAYONA BALLESTEROS**

KEY WORDS: ACIDS ROCK DRAINAGE (ARD), LEACHING

DESCRIPTION:

Acid Drainage of Rocks (ADR) is one of the main sources of environmental pollution of the national water resources. Due to this, it is necessary to find alternatives that help remediate its impact and adjust it to convenient environmental conditions. The work of leaching consists of establishing an empirical correlation that predicts ADR formation. It was performed with mineral from the Mining Company "Reina de Oro" in Vetas, Santander which was characterized to obtain the necessary information (mineralogical, physical and chemical) for the complete development of the process

The medium used was leach water, in addition to the tower that was exposed to two modes of operation; the first one was flood leaching into the environment so as to provide the conditions to conduct the oxidation reaction and the second one, leaching by spraying with excess air to ensure the reaction.

The obtained results show that the method developed in lixiviation by flooding does not allow the oxidation of iron or the formation of sulfuric acid as it was initially expected, due to the lack of oxygen for the reaction to take place; however, the lixiviated solution presented a decrease in its pH thanks to the ionization of the metals present., so it was suggested neutralization with quicklime as a method for remediation of the acidity observed. In the lixiviation system by spraying with an excess of air the reaction of oxidation was carried out, producing ions Fe^{+2} and SO_4^{2-} one of the causes of acid drainage, for which the method of remediation with lime for neutralization was applied and a mathematical correlation suggested in the objectives of the project was proposed.

*Work of Graduation

** Faculty of Physical-Chemistry Engineering's. School of Chemical Engineering.
Eng. Custodio Vasquez Q. Eng. Walter Pardavé Livia

INTRODUCCIÓN

La generación de soluciones ácidas desde las minas hacia el ambiente, es un problema bastante desconocido o despreciado en su real magnitud, tanto por las empresas mineras como por las autoridades competentes. La presencia de sulfuros en las rocas y la consecuente formación de drenaje ácido de rocas (ARD) han sido ampliamente reconocidas como uno de los principales problemas ambientales en muchas regiones mineras de todo el mundo.

Este trabajo surge de la necesidad de analizar el drenaje de roca ácida para su tratamiento de remediación de la Compañía Minera Reina de Oro del Municipio de Vetas Santander ya que, una mina generadora de ácido tiene el potencial para causar un impacto devastador a largo plazo en los ríos, arroyos y aguas subterráneas, convirtiéndose en efecto, una "maquina de contaminación perpetua".

En la investigación se considera la realización de un estudio de la generación de drenaje ácido de roca (ARD) mediante el montaje de dos sistemas; el primero, lixiviación por inundación y el segundo, lixiviación por rociado a nivel de laboratorio análogo a lo que ocurre naturalmente. A través de técnicas de análisis químico como la absorción atómica y análisis gravimétrico se pretende cuantificar la concentración de hierro (Fe) y sulfato, elementos responsables del ARD. Con esto proponer una correlación matemática que prediga aproximadamente la generación de azufre y de hierro en función del tiempo, e implementar un sistema de remediación para mitigar el impacto ambiental producido.

1. CONCEPTOS TEÓRICOS

1.1 DRENAJE ACIDO DE ROCA^[1]

El Drenaje Ácido de Roca (ARD) es el producto formado por la oxidación atmosférica de minerales sulfurosos de hierro relativamente comunes, en presencia de bacterias (*Thiobacillus ferrooxidans*) y algunos otros productos generados. Las reacciones ocurridas generan como producto soluciones ácidas, las cuales se van acumulando, y dan como resultado una disminución del pH en el microambiente de los minerales. El resultado son soluciones fuertemente corrosivas, que lixivian e incorporan metales pesados desde la roca. El vertido de estas soluciones afecta la química de las aguas superficiales y subterráneas, planteando problemas ambientales de diversa índole.

1.1.1 Formación de Drenajes Ácidos^[2]. En la naturaleza, los sulfuros permanecen en el subsuelo en ausencia de oxígeno y sólo una pequeña parte de estos depósitos aflora a la superficie. El drenaje se forma cuando los minerales que contienen azufre, se ponen en contacto con la atmósfera, produciendo su oxidación y formando ácido sulfúrico y hierro disuelto. Estas reacciones generan acidez y liberan grandes cantidades de sulfatos, hierro y otros metales que contienen los sulfuros (As, Cd, Co, Cu, Pb, Zn, etc.), produciendo un lixiviado tóxico que reacciona con las rocas del entorno produciendo la hidrólisis de otros minerales y haciendo que se disuelvan otros elementos como Al, Ca, Mg, Mn, Na, Si, etc. Mientras la acidez producida sea baja en relación a la capacidad neutralizante del medio, las

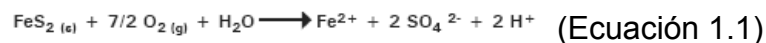
[1] www.areaminera.com/Contenidos/Ambiente/Articulos/ARD.act

[2] www.ecoamerica.cl/pdf_notas/67/eco67_18-21.pdf

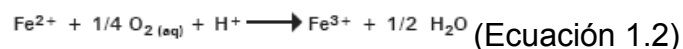
bacterias no pueden desarrollarse, siendo éstas responsables de catalizar la producción de lixiviados ácidos y grandes cantidades de metales y metaloides. El potencial de una mina para generar acidez y producir contaminantes depende de varios factores que regulan la formación de drenajes ácidos que se identifican como primarios, secundarios y terciarios. Los factores primarios incluyen la producción de acidez, como las reacciones de oxidación. En los secundarios estarían el control de los productos de la reacción de oxidación, como las reacciones con otros minerales que consumen ácido o las que producen neutralizaciones. Los factores terciarios se refieren a factores físicos de la gestión de los residuos en las minas.

1.1.2 Química de Reacciones^[3]. Los componentes principales para la generación de ácido son: minerales sulfurosos reactivos; Agua o atmósfera húmeda; y un oxidante, especialmente el oxígeno de la atmósfera o de fuentes químicas; la velocidad y la magnitud de la generación de ácido son afectadas por los siguientes factores secundarios: Bacterias (Thiobacillus ferrooxidans), pH, temperatura.

Oxidación. Las reacciones de generación de ácido se expresan como la oxidación de la pirita. Inicialmente, los sulfuros reaccionan con el O₂ y el agua para formar sulfato (SO₄)⁻², hierro ferroso (Fe⁺²) e iones de hidrógeno (H⁺). La pirita siendo oxidada, puede representarse por la siguiente ecuación:



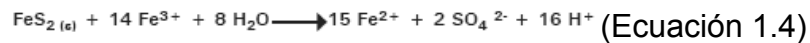
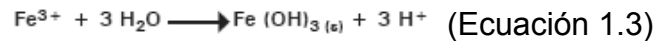
Posteriormente, el hierro ferroso reacciona con el oxígeno para formar hierro férrico:



[3] www.minem.gob.pe/archivos/dgaam/legislacion/guias/manedrenaje.pdf

La cinética de las reacciones anteriores es muy lenta, sobre todo de la reacción 1.2, que es la que controla la velocidad de todo el proceso, pero se acelera cuando son catalizadas por bacterias acidófilas.

Dependiendo del pH en el ambiente alrededor del sitio de oxidación, el hierro férrico puede luego precipitarse en la forma de hidróxido (Ecuación 1.3), o puede, a su vez, ser utilizado como oxidante (Ecuación 1.4). A niveles de pH por encima de 3.5, el hierro férrico (Fe^{+3}) tiende a precipitarse como hidróxido férrico. Esto forma el precipitado rojo que se observa en la mayoría de minas que generan ácido. Durante esta reacción, se liberan iones de hidrógeno adicionales^[4,5].



La oxidación química de la pirita (Ecuación 1.1) es una reacción relativamente rápida a valores de pH mayores de 4.5, pero mucho más lenta a niveles de pH más ácidos. La velocidad del suministro de oxígeno es el elemento que controla principalmente la velocidad de la oxidación química. A niveles de pH inferiores a 4.5, la oxidación por el hierro férrico se convierte en el proceso de oxidación dominante. La velocidad de producción de hierro férrico, a partir del ferroso (Ecuación 1.2), se convierte en la etapa controlante del proceso total de oxidación.

[4]AKCIL, Ata. KOLDAS, Soner. Acid Mine Drainage (AMD): causes, treatment and case studies. Article Review. Journal of Cleaner Production. Elsevier.2005

[5] RITCEY, Gordon M. Tailings management in gold plants. Review Article. Hidrometalurgy. Elsevier.2005

Diagrama de Pourbaix^[6]. Los diagramas se realizan con las diferentes reacciones que intervienen en un determinado proceso, por tal motivo los diagramas Eh – pH (Pourbaix) son representaciones de las extensiones de cada reacción que intervienen en el proceso; dando zonas de estabilidad de los elementos y compuestos en los procesos de disolución, que pueden ser observadas de manera global.

En este caso la lixiviación de hierro y azufre se puede observar por medio del diagrama Eh – pH. En la figura 1, se observa el equilibrio de S – H₂O, donde la zona de estabilidad se encuentra entre un Eh ≈ 0,3 y pH ≈ 3 aproximadamente.

Figura 1. Diagrama del equilibrio del sistema Fe-S-H₂O

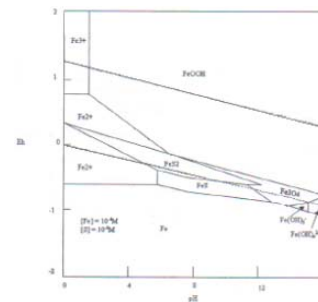
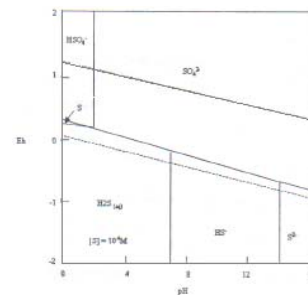


Figura 2. Diagrama de equilibrio del sistema Fe – S – H₂O



En la figura 2^[7]. Se identifica la zona de estabilidad de Fe⁺³ y Fe⁺² con coordenadas Eh ≈ 0,8; pH ≈ 2 y Eh ≈ -0,6; pH ≈ 5,5 respectivamente.

^[6] BELTRÁN AGUILAR, Alexander. Lixiviación de mineral aurífero con sales oxidantes en medio ácido. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Pág. 38. 2006
^[7] LOVERA DÁVILA, Daniel F. QUIÑONES Janet, PUENTE SANTIBÁÑEZ, Luis. ARAMBURÚ ROJAS, Vidal. ROSALES, Ricardo. IPANAQUÉ, Orlando. Simulación de la Producción y Remediación de Aguas provenientes del Drenaje de Rocas Ácidas (ARD). Artículo del Instituto de Investigación, Facultad de Geología, Minas, Metalurgia y Ciencias Geográficas. Perú.

Minerales Sulfurosos. Los minerales sulfurosos más comunes, son los minerales de hierro, en forma especial, la pirita (FeS_2), pirrotita ($\text{Fe}(1-x)\text{S}_x$) y marcasita (FeS_2). Todo mineral sulfuroso tiene el potencial de oxidarse y lixiviar metales. Los minerales de metales bases, como la calcopirita (CuFeS_2), enargita (Cu_3AsS_4), galena (PbS), escalerita (ZnS) y arsenopirita (FeAsS), pueden encontrarse asociados a cuerpos mineralizados. La cantidad de acidez que, teóricamente, se puede liberar de la oxidación de un mineral sulfuroso puede calcularse a partir de las relaciones estequiométricas.

1.2 LIXIVIACIÓN^[8,10]

Lixiviación o extracción sólido-líquido, se utiliza para disolver materia soluble a partir de su mezcla con un sólido insoluble. La lixiviación de un lecho estacionario de sólido se realiza en un tanque con un falso perforado para soportar el sólido y permitir la salida del disolvente.

La **Lixiviación “in situ”**^[9]. Es el proceso hidrometalúrgico utilizado en la recuperación de valores metálicos de minerales de bajo grado, los cuales por razones económicas no pueden ser tratados por procesos tradicionales. En este proceso el agente lixivante, que generalmente está en medio acuoso, se aplica directamente al cuerpo mineralizado el cual puede ser fracturado previamente sin movilizarlo del sitio original, o también recolectado en montones alrededor de la mina.

[8] WARREN L. McCabe, Julian C. Smith, Peter Harriott. Operaciones Unitarias en Ingeniería Química. Cuarta Edición. Editorial McGraw Hill. 1998.

[9] GALLARDO MANRIQUE, Milton. Lixiviación In Situ de minerales de cobre de bajo grado. Universidad Industrial de Santander, División de Investigaciones. Enero de 1980. Pág. 45

1.2.1 Método de Operación y Equipo^[10]. Los sólidos de tamaño intermedio pueden lixiviarse adecuadamente con métodos de percolación en tanques abiertos. Las partículas sólidas por lixiviar descansan sobre un fondo falso, el cual está dispuesto de tal forma que impida el paso del sólido. Los tanques deben llenarse con sólidos cuyo tamaño de partícula sea lo más uniforme posible; de esta manera, el porcentaje de huecos será mayor y menor la caída de presión requerida para el flujo del líquido de lixiviación. Después de que el tanque se llena con sólido, un lote de disolvente, lo suficientemente grande para sumergirlo, se puede bombear en el tanque y dejar que toda la masa se empape o remoje durante cierto periodo. Entonces, el líquido puede drenarse a través del fondo falso del tanque. Con la repetición de este proceso se obtendrá la disolución final de todo el soluto.^[11]

1.3 DETERMINACIÓN DEL DIÁMETRO DE PARTÍCULA POR ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO^[12]

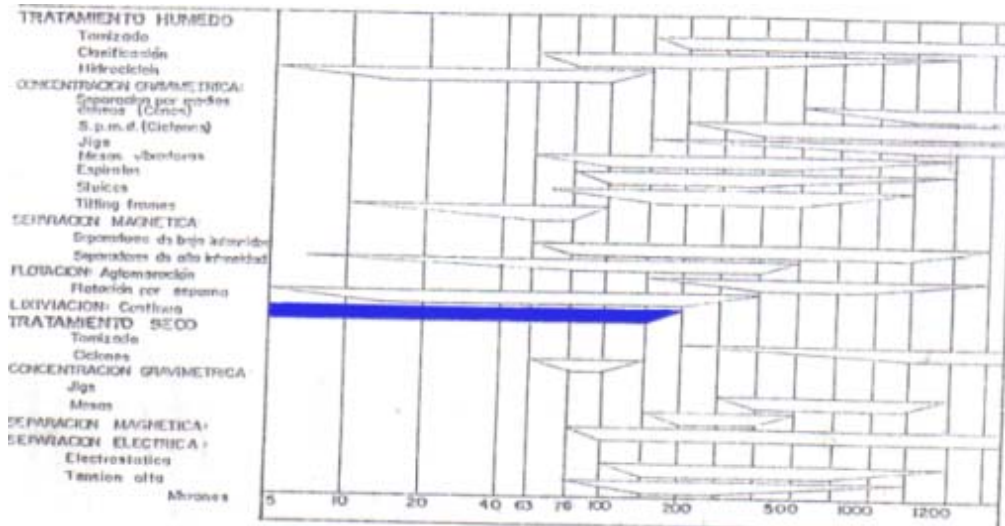
Las operaciones de concentración de minerales, dependen en alto grado del tamaño o distribución de tamaños de las partículas que intervienen en estas operaciones. En la figura 3, se muestra los rangos de tamaños de partículas en los cuales, algunas operaciones y procesos de beneficio de minerales son más eficientes.

^[10] TREYBAL Robert E. Operaciones de Transferencia de Masa. Segunda Edición. Mc Graw Hill. Página 796

^[11] SAPSFORD, D.J. BOWELL, R.J. DEY M. K.P. Williams. Humidity cell tests for the prediction of acid rock drainage. Minerals Engineering. Elsevier. 2009.

^[12] QUIROZ NUÑEZ, Ivan. Operaciones Unitarias en Procesamiento de Minerales. Ingeniería Metalúrgica. Lima, Perú.

Figura 3. Rangos de tamaños prácticos para varias operaciones de procesamiento de minerales, excluido el carbón.



Fuente: QUIROZ NUÑEZ, Iván. Operaciones unitarias en procesamiento de minerales. Lima, Perú.

1.3.1 Funciones de Distribución de Tamaños. Los resultados de un análisis granulométrico, pueden ser generalizados y cuantificados por la Función de distribución de Gates-Gaudin-Schumann (ver anexo A.1):

$$F(x) = 100 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{\alpha} \quad (\text{Ecuación 1.5})$$

1.4 PROCESOS DE REMEDIACIÓN

La técnica ambientalmente más efectiva para la mitigación del ARD son los métodos de neutralización alcalina^[5] interna, cubrimiento de agua y procesos de degradación biológica natural. Los factores que indican el nivel de tratamiento incluyen: Las características químicas del ARD; la cantidad de agua necesaria para el tratamiento; el clima local; terreno; el tiempo útil de la mina. Las sustancias químicas usadas para el tratamiento del ARD son: soda caustica, amoníaco, peróxido de calcio, cal, entre otros^[4]

1.5 CINÉTICA DE LA LIXIVIACIÓN

Según la estequiometría descrita en la ecuación 1.1, se plantea una cinética de primer orden^[13] dada por la siguiente ecuación 1.6 de la cual se puede conocer en cualquier instante t, tanto la concentración como la velocidad de reacción:

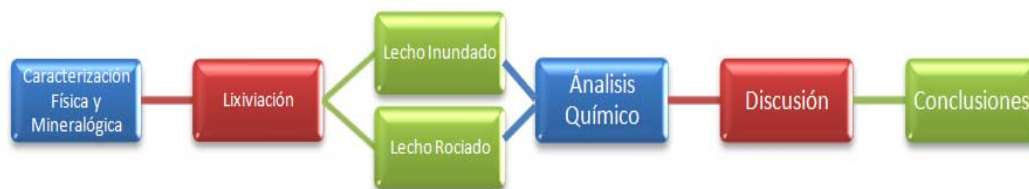
$$r_A = \frac{dC_A}{dt} = kC_A^n; \text{ (Ecuación 1.6)}$$

[13] FOGLER, Scott H. Elementos de Ingeniería de las Reacciones Químicas. Tercera Edición. Editorial Pearson Educación. 2001

2. DESARROLLO EXPERIMENTAL

La metodología a desarrollar (ver Figura 4) en esta investigación se estructura en cinco etapas de acuerdo a los objetivos planteados en el plan de proyecto, para alcanzarlos, se plantea realizar inicialmente una caracterización física y mineralógica del material, luego se hará a escala de laboratorio un tanque de lixiviación con dos variaciones; la primera es sometiendo el mineral a un proceso de lixiviación por inundación con agua y la segunda, a través de un proceso de percolación, exponiendo las rocas a un rociado constante de agua y flujo de aire. Posteriormente se practicarán análisis de tipo físico y químico; tema que se desarrollará detenidamente en el presente capítulo. Finalmente se realizan las discusiones y conclusiones respectivas en el siguiente capítulo.

Figura 4. Diagrama de Bloques de las Etapas desarrolladas en la investigación.



2.1 REACTIVOS, MATERIALES Y EQUIPOS

2.1.1 Reactivos

Cloruro de Bario 0,5 F, ácido clorhídrico (1:5), EDTA, solución Versenato, negro de Eriocromo, cal, patrón de Hierro 2 ppm, patrón de Hierro 1 ppm.

2.1.2 Materiales y Equipos de Laboratorio. Molino de Cono, porra, tamices (3/4", malla No. 8, 10, 20, 35, 50, 100, 140, 200), balanza analítica, cuarteo por rifles, máquina Cribadora, probeta de 2000 mL, vaso precipitado de 200 mL, bomba Peristáltica, embudos, campana extractora de vapores, tanque de almacenamiento, ventilador, espátula, tanque en acrílico, equipo de absorción atómica, papel filtro franja negra, papel filtro franja azul, manguera de látex, frascos, pH-metro digital, frasco lavador, termómetro, balón aforado, balanza analítica.

2.2 CARACTERIZACIÓN FÍSICA Y MINERALÓGICA DEL MINERAL

La materia a utilizar procede de la Mina Reina de Oro de Vetas Santander. Esta empresa minera suministra una muestra de 50 kg de mineral cabeza.

La muestra se somete a un adecuado cuarteo, posteriormente se tritura y se muele hasta alcanzar un tamaño aproximado de 5 mm. Mediante análisis granulométrico se determina el tamaño de partícula apropiado para la lixiviación. A la muestra seleccionada se le realizan pruebas organolépticas como inspección visual y técnicas macroscópicas y microscópicas, se reconocen los minerales primarios contenidos en la roca como el cuarzo y la pirita; complementándose con un análisis macroscópico del mineral como se observa la Cuadro 1, realizado por la Escuela de Geología de la Universidad Industrial de Santander por González y Rodríguez ^[14] en su tesis de grado. Otro análisis a practicar es la determinación del porcentaje de retención de humedad.

[14] GONZALEZ PINZÓN, Laura; RODRIGUEZ RODRIGUEZ, Rosa Ludy. Caracterización Geológica-Mineralógica y Química de Menas Auroargentíferas para el mejoramiento del procesamiento mineral en la mina Reina de Oro (Vetas – Santander) Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Recopilación de las páginas 62 - 74. 2003

Cuadro 1. Análisis macroscópico del mineral de la mena[13].

FILÓN	MINERALES DE MENA	COMPOSICIÓN
CHATO	Pirita, Magnetita, Galena	10%, 1%, 1%
MARCOS	Oro, Pirita, Ilmenita, Magnetita, Pirrotina	1%, 15%, 5%, 2%, <1%
COCO	Oro, Pirita, Ilmenita, Calcopirita, Covelina	Trazas, 20%, 2%, 2%
JORGE	Oro, Pirita, Arsenopirita, Calcopirita, Magnetita, Galena	3%, 20%, 3%, 2%, 1%
PATO	Oro, Pirita, Ilmenita	Trazas, 20%, 2%
ALBERTO	Oro, Pirita, Calcopirita, Ilmenita, Pirrotina	Trazas, 24%, 10%, 10%, <1%

Fuente: GONZALEZ PINZÓN, Laura; RODRIGUEZ RODRIGUEZ, Rosa Ludy. Caracterización Geológica-Mineralógica y Química de Menas Auroargentíferas para el mejoramiento del procesamiento mineral en la mina Reina de Oro (Vetas – Santander) Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Recopilación de las páginas 62 - 74. 2003.

2.3 PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Figura 5. Diagrama de Bloques del Proceso Experimental.



2.3.1 Materia Prima. Este material procede de la Mina Reina de Oro del municipio de Vetas–Santander, cuyo principal mineral de explotación es el oro. Se toma una muestra representativa de la mina de aproximadamente 10 Kg. de material piritoso.

Preparación de la Materia Prima. La muestra se pasa por un tamiz de $\frac{3}{4}$ ", lo cual facilita la limpieza del material y la roca retenida se tritura manualmente con una porra hasta obtener rocas con un tamaño aproximado

de $\frac{3}{4}$ " como se puede observar en la figura 6, para así proceder con la molienda.

Figura 6. Muestra Triturada



- **Molienda.** En esta etapa se utiliza un molino de cono, al que se le alimenta la muestra previamente triturada con un tamaño de $\frac{3}{4}$ ". Como se puede apreciar en la figura 7.

Figura 7. Molino de Cono



Al final del proceso se debe alcanzar un tamaño del mineral de aproximadamente 5 mm, para posteriormente llevarlo al proceso de tamizado.

- **Tamizado.** Una vez molida la muestra se procede a realizar un cuarteo por rifles (ver figura 8) para hacer el análisis granulométrico del material.

Figura 8. Cuarteo por Rifles



2.4 ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO

Para el análisis granulométrico se utilizan 363.05 g, obtenidos por cuarteo, los cuales se ponen en la máquina tamizadora (ver figura 9) durante 15 minutos, pasado éste tiempo se pesa (ver figura 10) el material retenido de cada uno de los tamices.

Figura 9. Máquina Tamizadora



Figura 10. Pesado del mineral Retenido por los tamices



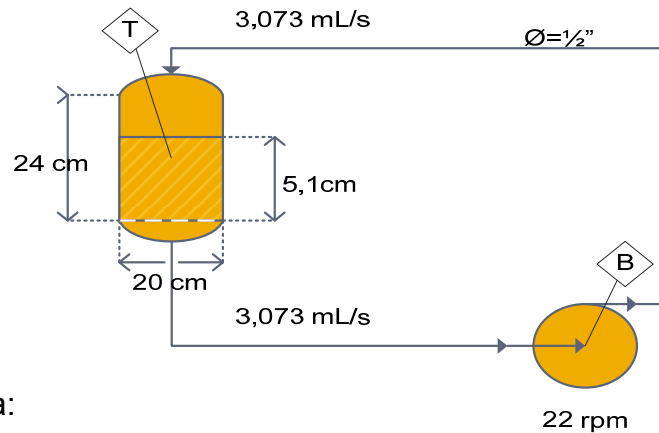
2.4.1 Tamizado. El material sobrante del cuarteo se pasa a través de un tamiz de malla número 10, para proceder a realizar el montaje de la torre de lixiviación.

2.5 PROCESO DE LIXIVIACIÓN

2.5.1 Lixiviación por Inundación. El diagrama de flujo del proceso de lixiviación por inundación (Montaje 1), consta de un tanque de lixiviación en acrílico (T) (ver Figura 11) cuya altura del lecho (L) es 3,20 [cm] y velocidad superficial (v_0) es 0,17 [cm/s] calculadas con ayuda de las ecuaciones de flujo a través de lechos rellenos (Ecuación de *Kozeny-Carman*)^[6] Ver anexo F. La altura del tanque de 24 [cm] y el diámetro del tanque de 20 [cm] se fijaron de acuerdo a la disponibilidad del equipo de Laboratorio de Hidrometalúrgia de la Planta de Aceros de la Escuela de Ingeniería Metalúrgica y Ciencia de Materiales de la Universidad Industrial de Santander. Dicho tanque cuenta con un fondo falso perforado para soportar el sólido (2 [kg]) y permitir la salida del disolvente (flujo de 4,92 [mL/s]); además se planea utilizar una bomba peristáltica para facilitar el movimiento del fluido en forma descendente que fluye por la bomba (facilitada por el Laboratorio Hidrometalurgia de la Planta de Aceros) a 22 [rpm], a través de una manguera de látex. La inundación del mineral con agua (4 [L]) será

permanente para permitir el contacto continuo del solvente con el mineral. Con el fin de evitar posibles taponamientos de la bomba, se descartan las partículas finas inferiores a la malla número 10.

Figura 11. Diagrama de Flujo del proceso de lixiviación por inundación



Nomenclatura:

T: Tanque de lixiviación.

B: Bomba peristáltica.

El sistema se constituirá por un lecho fijo en estado estacionario formado por el mineral y el agua, la cual se alimentará por la parte superior del tanque, y bombeada 10 horas diarias durante 33 días.

2.5.2 Lixiviación por rociado. El diagrama de flujo del Montaje 2 (Ver figura 12) consiste básicamente en un tanque de lixiviación en porcelana (T) cuya altura del lecho es de $L = 2,43$ [cm] y velocidad superficial $v_0 = 0,0483$ [cm/s] fueron calculadas con las ecuaciones que se describen en el anexo F, con fondo perforado capaz de soportar 0,3 [Kg]; una bomba peristáltica (B) de 35 [rpm], un tanque de almacenamiento de la solución lixiviada (A) con capacidad 2 [L], una fuente de aire (ventilador) de 60Hz y 25 W, y un rociador de 11 [cm] de diámetro el cual garantiza la distribución homogénea del solvente sobre el mineral. El fluido será rociado constantemente al lecho evitando la inundación con un flujo de 6,9 [mL/s], adicionalmente se le

3. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En esta sección se presentaran los resultados correspondientes a las pruebas realizadas a lo largo de esta investigación.

3.1 DETERMINACIÓN DE DIÁMETRO DE PARTÍCULA PROMEDIO POR ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO

En la Cuadro 2 se muestra el análisis granulométrico desarrollado para la determinación del diámetro de las partículas, necesario para llevar a cabo la lixiviación del mineral.

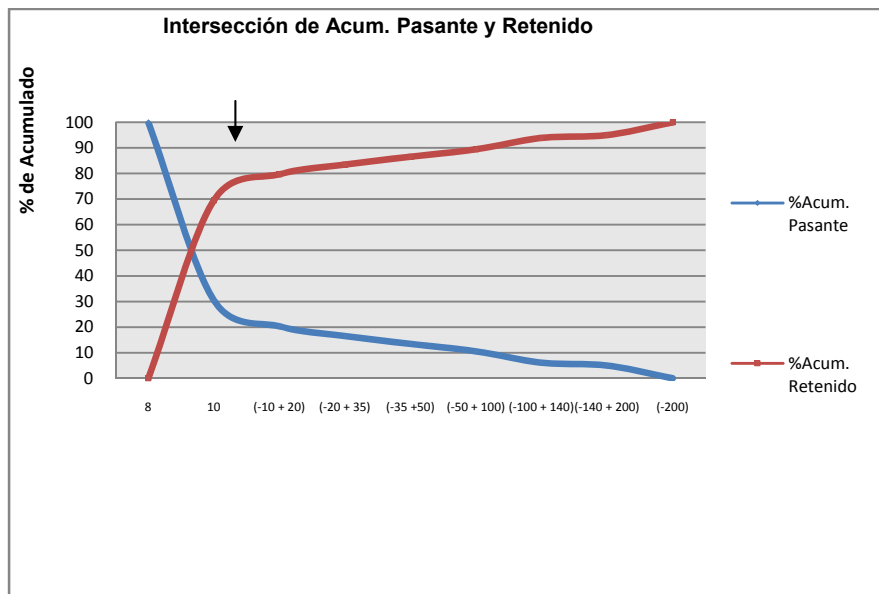
Cuadro 2. Análisis Granulométrico

Tamaño, Dp [mm]	Tamaño, Dp [micrones]	# Malla Tyler	Peso [g]	% Peso	%Acumulado Pasante	%Acumulado Retenido
2,36	2362	8	0	0	100	0
1,65	1651	10	252,4	69,52	30,48	69,52
0,83	833	(-10 + 20)	37	10,19	20,29	79,71
0,42	417	(-20 + 35)	13,7	3,77	16,51	83,49
0,29	286,83	(-35 + 50)	11,1	3,06	13,46	86,54
0,15	147	(-50 + 100)	10,6	2,92	10,54	89,46
0,11	109,71	(-100 + 140)	16,15	4,45	6,09	93,91
0,07	74	(-140 + 200)	4	1,10	4,99	95,01
0,07	74	(-200)	18,1	4,99	0	100
Total		363,05				

En las figuras 17 y 18 de anexos, se presenta las gráficas de Acumulado Pasante y Acumulado Retenido.

Al realizar la intersección de estas dos gráficas como se muestra en la figura No. 13 se observa que la mayor cantidad de material se encuentra en la malla No. 10, confirmando el tamaño de partícula adecuado para la lixiviación dado en la sección 1.3.

Figura 13. Intersección de Acumulado Pasante y Retenido



3.1.1 Distribución de Gates - Gaudin – Schumann. En la Cuadro 3 se presentan los valores obtenidos al aplicar el método de Gates – Gaudin – Schumann, con el fin de correlacionar lo encontrado experimentalmente con la ecuación 1.6 hallada teóricamente.

Cuadro 3. Distribuciones de Gates – Gaudin – Schumann

Tamaño Dp, x [micrones]	%Acumulado Pasante, F(x)	%Acum. Pasante F(X), Calculado	Diferencia Calc. Observ.
2362	100	58,37	41,63
1651	30,48	45,27	-14,79
833	20,29	27,85	-7,56
417	16,51	17,04	-0,53
286,83	13,46	13,07	0,39
147	10,54	8,13	2,41
109,71	6,09	6,60	-0,52
74	4,99	4,99	-0,01

Ecuación de Gates - Gaudin – Schumann

$$F(x) = 100 \cdot \left(\frac{x}{5041.80} \right)^{0.71} \quad (\text{Ecuación 1.7})$$

En la figura 20 de G-G-S Vs Experimental en anexo B, se observa que las curvas determinadas teórica y experimente se traslapan. Esta ecuación es la forma generalizada de la distribución de partículas del mineral dando una buena aproximación a lo hallado experimentalmente. Esto nos demuestra que el método de análisis granulométrico fue aplicado correctamente.

3.2 DETERMINACIÓN DEL PORCENTAJE DE RETENCIÓN DE HUMEDAD

Para esta prueba se procedió a pesar 100 gramos de mineral con diámetro de partícula malla No. 10, se agregó en un vaso precipitado un volumen de agua destilada de tal manera que sumergiera el mineral, se dejó en reposo

durante dos horas y posteriormente se pesó. Este procedimiento se hizo dos veces dando como resultado los siguientes datos:

El porcentaje de humedad retenida promedio es 4,66 (ver anexo F1). Se observa que la capacidad de retención de humedad del mineral es muy baja, siendo esto importante para el drenaje de la roca.

3.3 CARACTERIZACIÓN DEL MINERAL Y DEL PROCESO

En la Cuadro 4 se muestra la caracterización del mineral y del proceso cuyo método empleado para obtener el valor de la porosidad del lecho y esfericidad de la partícula se puede observar en el Anexo F.

Cuadro 4. Caracterización del Mineral y del Proceso

CARACTERÍSTICAS	VALORES
Diámetro de partícula promedio D_p [cm]	0,16
Esfericidad ^[6]	0,81
Porosidad del lecho	0,67
Diámetro del tanque (Montaje 1) [cm]	20
Diámetro del tanque (Montaje 2) [cm]	13,50
Área filtrante (Montaje 1) [cm ²]	314,16
Área filtrante (Montaje 2) [cm ²]	143,14
Altura de la columna (Montaje 1) [cm]	24
Altura de la columna (Montaje 2)[cm]	7
Altura del lecho (Montaje 1) [cm]	5,10
Altura del lecho (Montaje 2) [cm]	2,1

3.4 PROCESO DE LIXIVIACIÓN

A continuación se presenta el desarrollo de la metodología planteada en la sección 2.5 para los procesos de lixiviación por inundación y lixiviación por rociado.

3.4.1 Proceso de Lixiviación por inundación. En la figura 14 se presenta el diagrama de proceso de lixiviación por inundación.

Figura 14. Diagrama de Proceso de lixiviación por inundación



El lecho fue constituido por mineral de la mena, previamente triturado hasta una malla Tyler No. 10. El tanque de lixiviación fue alimentado por la parte superior con el solvente (agua) con un caudal de 3,07 [mL/s] y por la parte inferior salió el lixiviado el cual fue circulado con ayuda de una bomba peristáltica (B) de 22 [rpm] (Ver figura 14). Este proceso se repitió por un periodo de 33 días, en los cuales se tomaron muestras de 30 [mL] cada tres días.

3.4.2 Proceso de Lixiviación por rociado. El lecho estuvo constituido por mineral de la mena, previamente triturado hasta una malla Tyler No. 10. El tanque de lixiviación fue alimentado por la parte superior con el solvente (agua) en forma de rociado (figura 15(a)) con un caudal de 6,9 [mL/s] y un flujo de aire en exceso; por la parte inferior salió el lixiviado al tanque de almacenamiento (A), el cual fue recirculado al tanque con ayuda de una bomba peristáltica (B) de 35 [rpm]. Como se observa en la figura 15 (b).

Figura 15. (a) Diagrama del proceso de lixiviación por rociado. (b) Rociado y Aireación



(a)



(b)

Este proceso se repite por un periodo de 72 horas, en los cuales se toman muestras de 300 ml cada 12 horas.

3.5 MEDICIÓN DE pH DEL LIXIVIADO

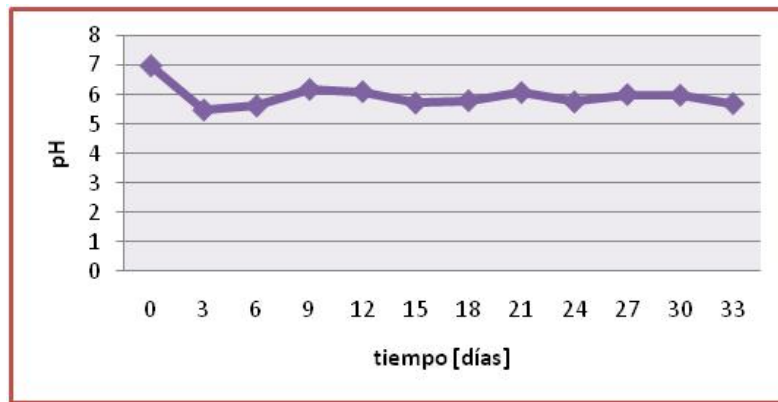
3.5.1 Medición de pH del proceso de Lixiviación por Inundación. El pH fue medido tres veces con un pH-metro digital cada tres días, cuyos valores promedio se relacionan en la Cuadro No. 5.

Cuadro 5. Datos de pH del proceso de lixiviación por inundación.

t [d]	pH _{prom}
0	7,00
3	5,48
6	5,62
9	6,19
12	6,11
15	5,72
18	5,80
21	6,08
24	5,76
27	6,01
30	5,99
33	5,70

En la figura 16 se observa que la variación del pH_{prom} no fue significativa, aunque éste, estuvo alrededor de los 5,9 aproximadamente, siendo insuficiente para alcanzar las condiciones adecuadas ($2 < \text{pH} < 3,5$) para el desarrollo de las bacterias acidófilas que influyen en el aumento de la acidez del drenaje de roca.

Figura 16. Gráfica de la variación del pH_{prom} con el tiempo

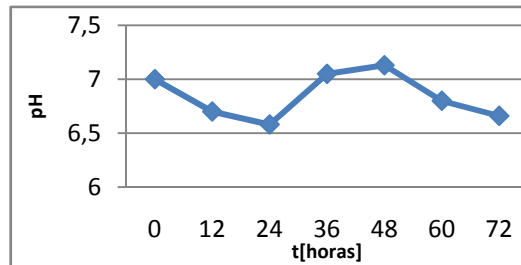


3.5.2 Medición de pH del proceso de Lixiviación por Rociado. El pH fue medido con un pH-metro digital cada 12 horas, cuyos valores se presentan en la Cuadro 6. En la figura 17 se grafica la variación del pH_{prom} con el tiempo.

Cuadro 6. Datos de pH del proceso de lixiviación por rociado.

t [h]	pH_{prom}
0	7,00
12	6,70
24	6,58
36	7,05
48	7,13
60	6,80
72	6,66

Figura 17. Variación del pH_{prom} del proceso de lixiviación por rociado.



En la figura 17 se observa que la variación del pH_{prom} no fue significativa, aunque éste, estuvo alrededor de los 6,85 aproximadamente, siendo no apto para el desarrollo de las bacterias acidófilas ($2 < \text{pH} < 3,5$) que influyen en el aumento de la acidez del drenaje de roca.

3.6 ANÁLISIS POR GRAVIMETRÍA

3.6.1 Determinación de Azufre por Análisis Cuantitativo. Este análisis se le practicó a las muestras obtenidas de los montajes 1 y 2. Se usó la metodología para la determinación gravimétrica de SO_3 en un yeso (Ver anexo C), pero se varió la preparación de la muestra ya que se utilizó una solución de 30 [mL] y se le modificó el factor gravimétrico para determinar la presencia de SO_4^{-2} . Realizadas en el Laboratorio de Pirometalurgia de la Escuela de Metalúrgica de la Universidad Industrial de Santander.

Al realizar esta prueba en el montaje 1, se obtuvo un resultado negativo ya que no se presentó precipitado blanco, siendo éste el indicador de la formación de Sulfato de Bario.

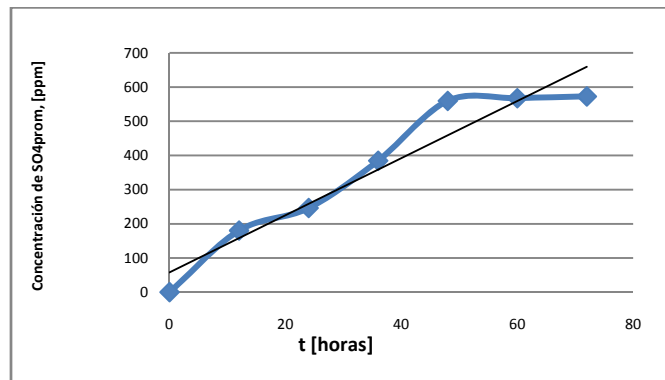
En el montaje 2, proceso de lixiviación por rociado, se observó la presencia de sulfatos, lo cual indica que la reacción está ocurriendo. En la Cuadro 7 se

relaciona los datos de concentración del sulfato promedio y en la figura 18, se muestra la concentración de sulfatos promedio en función del tiempo.

Cuadro 7. Datos de concentración de Sulfato.

t [h]	$[SO_4^{-2}]_{prom}$ [ppm]
0	0
12	180,22
24	246,25
36	384,51
48	559,62
60	567,32
72	572,64

Figura 18. Variación de la concentración de SO4 con el tiempo



Con los datos de la Cuadro 7 se pudo determinar una correlación matemática con la cual se puede dar una predicción aproximada del drenaje producido en el prototipo a escala de laboratorio, usando el método de ajuste de polinomios para obtener la función que describe el cambio de la concentración del Sulfato a través del tiempo, dada por la siguiente ecuación:

$$C_{SO_4}(t)[ppm] = 1,00 \times 10^{-5} t^5 - 1,90 \times 10^{-3} t^4 + 1,202 \times 10^{-1} t^3 - 3,16 t^2 + 3,89 \times 10^1 t - 5,25 \times 10^{-1} \text{ Ecuación 1.8.}$$

$$R^2 = 0,99$$

De la ecuación 1.6 y la ecuación 1.8, se halla la cinética de la reacción de formación del SO₄. Aplicando el método de regresión lineal^[15] (Ver anexo G), se obtiene el valor de la constante de velocidad de reacción $k = 8,35[h^{-1}]$

$$r_{SO_4} [ppm \cdot h^{-1}] = \frac{dC_{SO_4}}{dt} = 4,17 \times 10^{-4} t^4 - 6,34 \times 10^{-2} t^3 + 3,01 t^2 - 5,27 \times 10^1 t + 3,25 \times 10^2$$

Ecuación 1.9

Analizando la ecuación 1.9 se puede observar, que la velocidad de formación es alta, determinada por la constante cinética de la reacción de oxidación del hierro dada por la Ecuación 1.1.

3.7 ANÁLISIS POR ABSORCIÓN ATÓMICA

Se realizó la prueba de absorción atómica (ver anexo E.), usando como patrón una solución con 2 ppm de concentración de Fe. Al pasar la solución por el atomizador se observó que no contenía Fe en las muestras tomadas del proceso de lixiviación por inundación, ya que el resultado no alcanzaba a estar dentro del límite de detección del instrumento de medición que corresponde a 0.01 ppm^[16]. Realizadas en el Laboratorio de Biohidrometalurgia de la Escuela de Metalúrgica de la Universidad Industrial de Santander.

Al analizar las muestras del proceso de lixiviación por rociado por éste método, se pudo leer los siguientes valores de concentración del hierro de la solución lixiviada (Cuadro 8):

^[15] MONTGOMERY, Douglas C. RUNGER, George C. Applied Statistics and Probability for Engineers. Third Edition. John Wiley & Sons Inc. 2003.

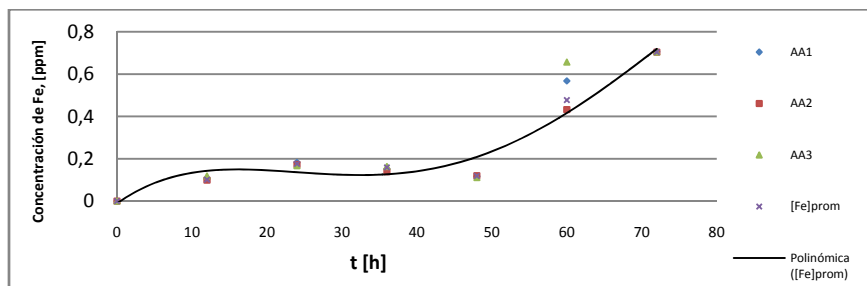
^[16] GALEN W. Erwin. Métodos Instrumentales de Análisis Químicos. Mc Graw Hill. Cuadro 7.1. Página 176.

Cuadro 8. Valores de concentración de hierro

t (h)	AA1 [ppm]	AA2[ppm]	AA3[ppm]	[Fe]prom[ppm]
0	0	0	0	0
12	0,11	0,09	0,1187	0,10
24	0,18	0,17	0,1671	0,17
36	0,15	0,14	0,1629	0,16
48	0,12	0,12	0,1114	0,12
60	0,57	0,43	0,66	0,48
72	0,71	0,70	0,70	0,70

Con los datos de la Cuadro 8, se obtuvo la gráfica de variación de la concentración de hierro con el tiempo (Figura 19), y con ella se obtiene una correlación empírica (Ecuación 1.10) útil para la predicción aproximada de formación del hierro en el prototipo a escala de laboratorio.

Figura 19. Variación de la concentración del hierro en el proceso de lixiviación por rociado.



$$C_{Fe}(t)[ppm] = -1 \times 10^{-7} t^4 + 2 \times 10^{-5} t^3 - 0,0013 t^2 + 0,0252 t - 0,0113 \quad \text{Ecuación 1.10}$$

$$R^2 = 0,9556$$

De la ecuación 1.10 se determina la cinética de la reacción de formación del hierro; hallando inicialmente la constante cinética (k) por medio del método de regresión lineal (ver anexo F) cuyo valor es $8,3586 \times 10^{-3} [\text{h}^{-1}]$

$$r_{Fe} [\text{ppm} \cdot \text{h}^{-1}] = \frac{dC_{Fe}}{dt} = 3,34 \times 10^{-9} t^3 - 5,02 \times 10^{-7} t^2 + 2,17 \times 10^{-5} t - 2,11 \times 10^{-5} \quad \text{Ecuación 1.11}$$

En este caso la velocidad de reacción de formación de hierro es muy pequeña en comparación con la formación de los iones sulfato, debido a la estequiometría de la reacción 1.1, ya que el 98.63% del sulfato está formando FeSO_4 y el 1,37% está en forma de H_2SO_4 (ver anexos F), esto explica la poca disminución en el pH, lo que ocasiona que las subsiguientes reacciones no se presenten de acuerdo a lo especificado en la sección 1.1.2

3.8 DETERMINACIÓN COMPLEXOMÉTRICA DE LA DUREZA DE LA SOLUCIÓN LIXIVIADA, DEL CALCIO Y DEL MAGNESIO.

Se tomaron cuatro muestras de 1 mL cada una y se realizó la medición de dureza (ver anexo D).

Cuadro 9. Resultados de la prueba de dureza.

t [días]	Versenato (cc)	CaCO ₃ (ppm)
3	0.35	350
12	0.35	350
21	0.40	400
33	0.45	450

Después de obtener el resultado de esta prueba para el montaje 1, se observa que la solución lixiviada posee una alta dureza y se clasifica como

agua dura (ver anexo D), es decir contiene una gran cantidad de minerales disueltos, en particular sales de Hierro, Magnesio y Calcio. Para el proceso de lixiviación por rociado se le realizó esta prueba a la solución lixiviada para verificar su índice de dureza, el cual después de varias mediciones dio un valor de 100 ppm CaCO_3 en promedio, clasificándose así, en agua media.

3.9 NEUTRALIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN ÁCIDA LIXIVIADA

En esta prueba se procedió a tomar una alícuota de 60 mL de solución ácida del proceso de lixiviación por inundación y se adicionó cal cuantitativamente hasta obtener un $\text{pH}=7$ medido con un pH-metro digital y se determinó que el consumo de cal para neutralizar el agua ácida, es de 1,17 g/L en promedio. Pruebas posteriores comprobaron este valor.

Para el proceso de lixiviación por rociado se le practicó el mismo procedimiento hasta obtener un valor de $\text{pH} = 7$, medido con un pH-metro digital y se determinó después de varias pruebas que la concentración de cal necesaria para neutralizar el agua ácida, es de 0,32 g/L, en promedio.

4. CONCLUSIONES

En la muestra tomada de las rocas extraídas de la mina Reina de Oro, el drenaje ácido, percolado por inundación, no presentó los iones Fe^{+3} , Fe^{+2} y azufre como se esperaba que existieran de acuerdo con el diagrama de Pourbaix; posiblemente debido a la deficiencia de oxígeno.

Para el drenaje ácido percolado por rociado, se determinó por análisis químico la presencia de hierro y sulfato en la solución lixiviada, dando lugar a una aproximación empírica de la concentración de las anteriores especies en función del tiempo y se ajusta a una cinética de reacción de primer orden.

El pH obtenido de la solución fue de 5,9 en promedio en el prototipo de lixiviación por inundación, para lo cual se determinó que la proporción de Cal necesaria para la neutralización de las aguas ácidas lixiviadas es 1,17 g/L en promedio, siendo ésta una forma de remediar el Drenaje Ácido de Roca.

En el prototipo de lixiviación por rociado el pH promedio medido de la solución fue de 6,85, con el cual se determinó que la proporción de Cal necesaria para la neutralización de las aguas ácidas lixiviadas es 0,32 g/L en promedio, siendo ésta una forma de remediar el Drenaje Ácido de Roca.

5. RECOMENDACIONES

Se recomienda para posteriores estudios optimizar el proceso mediante el aumento del suministro de oxígeno en el sistema de percolación por inundación, para así mejorar las reacciones de oxidación.

Se sugiere realizar un análisis biológico para determinar la presencia de bacterias *Thiobacillus Ferrooxidans* en la mina, debido a que ésta ocasiona un incremento de la acidez en los ARD.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] www.areaminera.com/Contenidos/Ambiente/Articulos/ARD.act
- [2] www.ecoamerica.cl/pdf_notas/67/eco67_18-21.pdf
- [3] www.minem.gob.pe/archivos/dgaam/legislacion/guias/manedrenaje.pdf
- [4] AKCIL, Ata. KOLDAS, Soner. Acid Mine Drainage (AMD): causes, treatment and case studies. Article Review. Journal of Cleaner Production. Elsevier.2005.
- [5] RITCEY, Gordon M. Tailings management in gold plants. Review Article. Hidrometalurgy. Elsevier.2005
- [6] BELTRÁN AGUILAR, Alexander. Lixiviación de mineral aurífero con sales oxidantes en medio ácido. Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. 2006
- [7] LOVERA DÁVILA, Daniel F. QUIÑONES Janet, PUENTE SANTIBÁÑEZ, Luis. ARAMBURÚ ROJAS, Vidal. ROSALES, Ricardo. IPANAQUÉ, Orlando. Simulación de la Producción y Remediación de Aguas provenientes del Drenaje de Rocas Ácidas (ARD). Artículo del Instituto de Investigación, Facultad de Geología, Minas, Metalurgia y Ciencias Geográficas. Perú.
- [8] WARREN L. McCabe, Julian C. Smith, Peter Harriott. Operaciones Unitarias en Ingeniería Química. Cuarta Edición. Editorial McGraw Hill. 1998.

[9] GALLARDO MANRIQUE, Milton. Lixiviación In Situ de minerales de cobre de bajo grado. Universidad Industrial de Santander, División de Investigaciones. Enero de 1980. Pág. 45

[10] TREYBAL Robert E. Operaciones de Transferencia de Masa. Segunda Edición. Mc Graw Hill. Página 796.

[11] SAPSFORD, D.J. BOWELL, R.J. DEY M. K.P. Williams. Humidity cell tests for the prediction of acid rock drainage. Minerals Engineering. Elsevier. 2009

[12] QUIROZ NUÑEZ, Ivan. Operaciones Unitarias en Procesamiento de Minerales. Ingeniería Metalúrgica. Lima – Perú.

[13] FOGLER, Scott H. Elementos de Ingeniería de las Reacciones Químicas. Tercera Edición. Editorial Pearson Educación. 2001

[14] GONZALEZ PINZÓN, Laura; RODRIGUEZ RODRIGUEZ, Rosa Ludy. Caracterización Geológica-Mineralógica y Química de Menas Auroargentíferas para el mejoramiento del procesamiento mineral en la mina Reina de Oro (Vetas – Santantder) Trabajo de grado. Universidad Industrial de Santander. Recopilación de las páginas 62 - 74. 2003

[15] MONTGOMERY, Douglas C. RUNGER, George C. Applied Statistics and Probability for Engineers. Third Edition. John Wiley & Sons Inc. 2003.

[16] GALEN W. Erwin. Métodos Instrumentales de Análisis Químicos. Mc Graw Hill. Cuadro 7.1. Página 176.

[17] PEDRAZA R. Juan Francisco, CAMARGO H. Jaime. Prácticas de química analítica cuantitativa. Universidad Industrial de Santander. Departamento de Química. Facultad de Ciencias. 1989

[18] http://:catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/leip/valenzuela_m_td/capitulo3.pdf

[19] BIRD R.Byron. STEWART, Warren.E. LIGHTFOOT, Edwin N. Fenómenos de Transportes. Editorial REVERTÉ S.A. 1992

ANEXOS

ANEXO A. ANÁLISIS GRANULOMÉTRICO

Un análisis granulométrico completo; consiste en hacer pasar un material representativo de la muestra original (generalmente 500 g. de mineral) por una serie de tamices comenzando por uno de menor número de mallas y concluyendo en el de mayor número.

Los datos obtenidos en un análisis granulométrico pueden ser representados mediante un arreglo semejante al mostrado en la Cuadro 1. En la primera columna se presenta las mallas, mientras que en la segunda, las aberturas de malla x . La tercera corresponde a los porcentajes en peso del material retenido en cada malla, $f(x)$. La cuarta columna representa los porcentajes en peso acumulado $G(x)$ y la quinta los porcentajes acumulados pasantes $F(x)$. Cada fila representa los datos obtenidos por un tamiz de abertura x .

Cuadro 10. Representación de datos de un análisis granulométrico

Representación de datos de un análisis granulométrico

1	2	3	4	5
Malla	Abertura de malla x	Porcentaje en peso $f(x)$	Porcentaje en peso acumulado $G(x)$	Porcentaje en peso acumulado pasante $F(x)$
	x	-	-	100.00
	x_1	$f(x_1)$	$G(x_1)$	$F(x_1)$
	x_2	$f(x_2)$	$G(x_2)$	$F(x_2)$

	x_{n-1}	$f(x_{n-1})$	$G(x_{n-1})$	$F(x_{n-1})$
	x_n	$f(x_n)$	100.0	-

Fuente: QUIROZ NUÑEZ, Ivan. Operaciones unitarias en procesamiento de minerales. Lima – Perú.

Figura 20. Acumulado Pasante

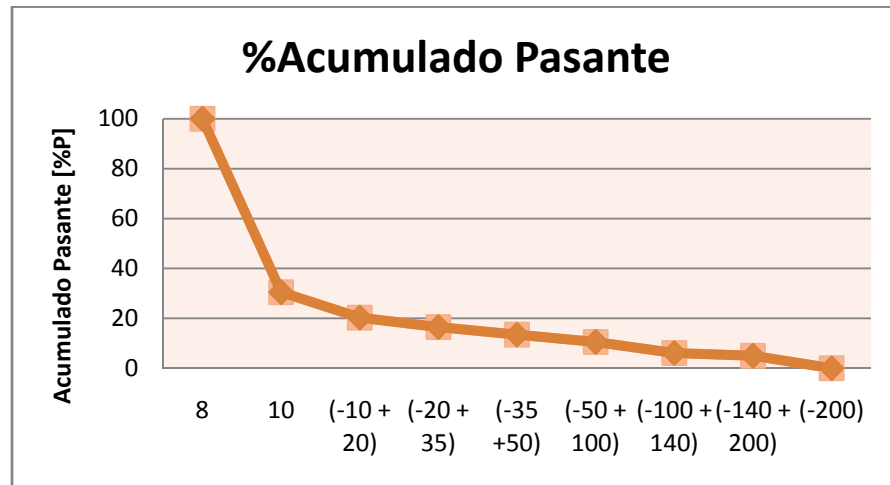
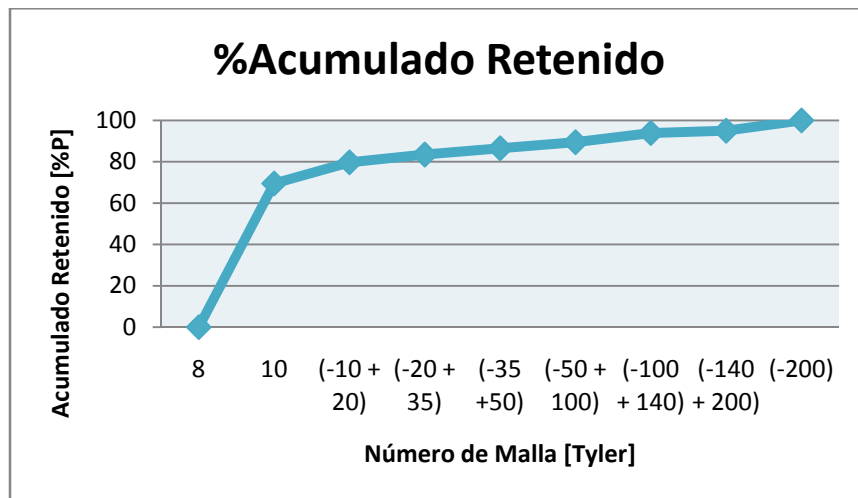


Figura 21. Acumulado Retenido



A.1 Funciones de Distribución de Gates-Gaudin-Schumann. Esta función tiene la siguiente expresión:

$$F(x) = 100 \left(\frac{x}{x_0} \right)^{\alpha} \quad (\text{Ecuación 1.5})$$

Recordar que $F(x)$ representa un porcentaje acumulado pasante, lo que implica que si $F(x) = 100$, entonces $x = x_0$, lo que a su vez significa que el 100% de las partículas son menores al tamaño x_0 .

La forma habitual de representar la distribución de Gates–Gaudin–Schumann (G – G – S) es un gráfico log – log (Figura 19), donde en las ordenadas se plotea el Log $F(x)$ y en las abscisas el Log x . Entonces, la forma lineal de la ecuación 1.5 es:

$$\log F(x) = \alpha \cdot \log(x) + \log \frac{100}{x_0^\alpha} \quad (\text{Ecuación 1.12})$$

Donde α es la pendiente de la recta y $\log\left(\frac{100}{x_0^\alpha}\right)$ la ordenada en el origen. De

acuerdo a lo anterior si se tiene un conjunto de datos experimentales de tamaño de partícula y sus correspondientes porcentajes en peso acumulados pasantes, el ajuste de éstos datos a la distribución de G – G – S, se deberá probar graficando en papel log – log, el tamaño de partícula contra el porcentaje en peso acumulado fino correspondiente y verificando la correlación de los puntos a una línea recta, como se observa en la figura A.1.

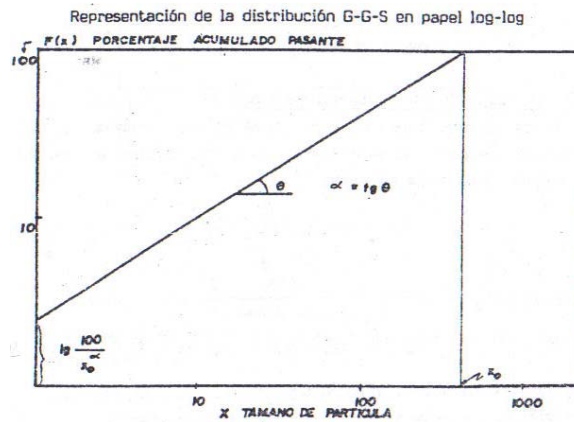
Para determinar el tamaño medio de partícula de la distribución se tiene que:

$$\mu = \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1}\right)x_0 \quad (\text{Ecuación 1.13})$$

Y la varianza está dada por:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \cdot x_0^2}{(\alpha + 2) \cdot (\alpha + 1)^2} \quad (\text{Ecuación 1.14})$$

Figura 22. Representación de la distribución G – G – S en papel log - log



Fuente: QUIROZ NUÑEZ, Iván. Operaciones unitarias en procesamiento de minerales. Lima – Perú.

A.1.1 Metodología: Para realizar el análisis granulométrico se ajustan los datos a una línea recta utilizando la ecuación de distribución G – G – S y el método de los mínimos cuadrados de la siguiente manera:

1. Ecuación de G – G – S

$$F(x) = 100 \left(\frac{x}{x_0} \right)^\alpha \quad (\text{Ecuación 1.15})$$

2. Llevándola a su forma logarítmica se transforma en una línea recta:

$$\log F(x) = \alpha \cdot \log(x) + \log \frac{100}{x_0^\alpha} \quad (\text{Ecuación 1.16})$$

3. Por otro lado, el conjunto de pares de datos, podrá aproximarse a una línea recta $y = bx + a$ con

$$a = \frac{\sum X_i^2 \cdot \sum Y_i - \sum X \cdot \sum XY}{N \sum X_i^2 - (\sum X)^2} \quad (\text{Ecuación 1.17})$$

$$\alpha = b = \frac{N \sum XY - \sum X_i \cdot \sum Y_i}{N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} \quad (\text{Ecuación 1.18})$$

4. Y un coeficiente de correlación:

$$r = \frac{N \sum XY - \sum X_i \cdot \sum Y_i}{\sqrt{[N \sum X_i^2 - (\sum X_i)^2] \cdot [N \sum Y_i^2 - (\sum Y_i)^2]}} \quad (\text{Ecuación 1.19})$$

Donde Y son los valores de ordenada y X los de la abscisa. En éste caso los valores de X serían los de log x y los de Y, log F(x).

ANEXO B. DETERMINACIÓN DE LA FUNCIÓN DE GATES-GAUDIN-SCHUHMANN

Aplicación de la Metodología.

Cuadro 11. Aplicación de la Metodología de G-G-S

Tamaño, x [micrones]	%Acumulado Pasante, F(x)	log x X	log F(x) Y	%Acum. Pasante F(X), Calculado	Diferencia Calc. Observ.
2362	100	3,37	2	58,37	41,63
1651	30,48	3,22	1,48	45,27	-14,79
833	20,29	2,92	1,30	27,85	-7,57
417	16,51	2,62	1,22	17,04	-0,53
286,83	13,46	2,46	1,13	13,07	0,39
147	10,54	2,17	1,02	8,13	2,41
109,71	6,09	2,04	0,78	6,60	-0,52
74	4,99	1,87	0,69	4,99	-0,01

FUENTE: Los Autores

Sumas

$\sum X$	20,66
$\sum Y$	9,64
$\sum X^2$	55,52
$\sum Y^2$	12,82
$\sum XY$	26,43
N	8,00
A	-0,63
$\alpha=b$	0,71
R	0,09
x_0	5041,80

$$F(x) = 100 \cdot \left(\frac{x}{5041,80} \right)^{0,71}$$

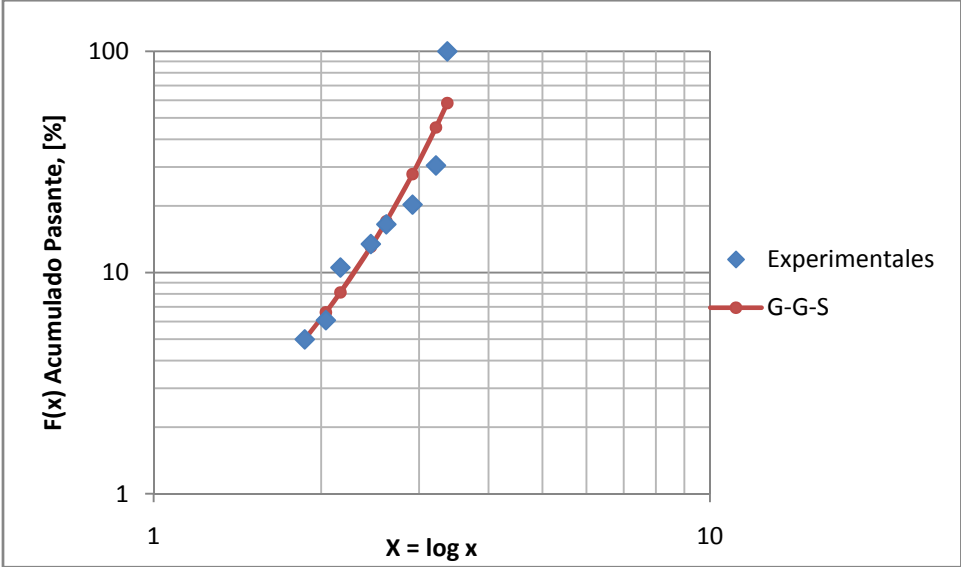
Calculando el tamaño de partícula medio

μ (micrones)	2093,31
σ^2	2277562,60

$$\mu = \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1} \right) x_0$$

$$\sigma^2 = \frac{\alpha \cdot x_0^2}{(\alpha + 2) \cdot (\alpha + 1)^2}$$

Figura 23. G-G-S Vs Experimental



ANEXO C. DETERMINACIÓN GRAVIMÉTRICA DE SO₃ EN UN YESO^[17]

1. REACTIVOS

1.1 Cloruro de Bario 0.5F:

Pesar 122.16 gramos de BaCl₂·2H₂O, disolver con agua destilada y diluir hasta 1000 mL.

1.2 Ácido Clorhídrico solución (1:5):

Diluir 100 mL de HCl concentrado en 500 mL de agua destilada.

2. PREPARACIÓN DE LA MUESTRA

2.1 Triturar y pulverizar la muestra en un mortero hasta que toda pase por un tamiz No. 80.

2.2 Pesar exactamente una muestra que este comprendida entre 0.5 – 0.6 gramos y pasarla cuantitativamente a un vaso de precipitados, agregar 50 mL de HCl (1:5) y llevar a ebullición, añadir 100 mL de agua caliente y continuar calentando a ebullición durante 5 minutos. Filtrar inmediatamente en papel franja negra y lavar 5 veces con agua caliente recogiendo el filtrado y las aguas de lavado en el mismo vaso.

3. PRECIPITACIÓN

Calentar a ebullición el filtrado obtenido anteriormente, luego agregar lentamente 20 mL de solución de Cloruro de Bario, agitar y dejar en reposo una hora. Comprobar que la precipitación ha sido completa, agregando una

^[17] PEDRAZA R. Juan Francisco, CAMARGO H. Jaime. Prácticas de química analítica cuantitativa. Universidad Industrial de Santander. Departamento de Química. Facultad de Ciencias. 1989.

gota de cloruro de bario por las paredes, si se forma precipitado se debe agregar más cloruro de bario.

4. FILTRACIÓN

Filtrar el precipitado formado en papel franja azul, lavar 10 veces o más con agua hasta ausencia de cloruros y desprejar el filtrado.

5. CALCINACIÓN

Lavar y secar un crisol de porcelana, calcinarlo en una mufla a 900°C durante media hora, dejarlo enfriar en un desecador y pesarlo.

Pasar el precipitado junto con el papel al crisol y colocarlo en un calentador eléctrico hasta carbonizar el papel, evitar la formación de llama. Luego calcinar en una mufla a 900°C durante una hora, dejar enfriar en un desecador y pesar.

6. CÁLCULO

$$\%SO_3 = \frac{P \times F}{W} \times 100 \quad \text{Ecuación 1.20}$$

P = Peso del precipitado calcinado

F = Factor gravimétrico

W = Peso de la muestra

ANEXO D. DETERMINACIÓN COMPLEXOMÉTRICA DE LA DUREZA, DEL CALCIO Y DEL MAGNESIO EN AGUA POTABLE^[17]

1. REACTIVOS

1.1 Solución Buffer:

Disolver 3,4 gramos de Cloruro de amonio (NH_4Cl) en 29 mL de hidróxido de amonio concentrado. Disolver separadamente 0,24 gramos de EDTA, sal disódica del ácido etilendiamina tetra-acético y 0,16 gramos de $\text{MgSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$ o 0,13 gramos de $\text{MgCl}_2 \cdot 6\text{H}_2\text{O}$ en 10 mL de agua destilada, agregar esta solución a la preparada inicialmente, mezclar bien y diluir con agua destilada hasta obtener un volumen de 50 mL.

1.2 Inhibidor:

Disolver 5,0 gramos de $\text{Na}_2\text{S}_9\text{H}_2\text{O}$ o 3,7 gramos de $\text{Na}_2\text{S}_5\text{H}_2\text{O}$ en 100 mL de agua destilada.

1.3 Indicador de Negro de Eriocromo T:

Mezclar 0,25 gramos de Negro de Eriocromo con 50 gramos de cloruro de sodio, reactivo analítico y luego se pulveriza muy bien en el mortero.

1.4 Solución de EDTA 0,0100 F:

Pesar exactamente 3,72 gramos de EDTA, sal disódica del ácido etilendiamino tetra-acético di hidratado, reactivo analítico, disolver con agua destilada y diluir hasta completar 1000 mL.

1.5 Solución patrón de calcio:

Pesar exactamente 1,0009 gramos de carbonato anhidro (CaCO_3), reactivo analítico, pasar cuantitativamente el sólido pesado anteriormente a un balón volumétrico de 1000 mL y agregar por medio de un embudo de 20 mL de ácido clorhídrico 1:3, después que el carbonato se haya disuelto agregar aproximadamente 200 mL de agua y llevar a ebullición la solución y mantener este calentamiento durante 5 minutos para que todo el CO_2 sea expulsado. Enfriar y agregar unas gotas de rojo de metilo. Ajustar el color de la solución a un color naranja agregando solución de hidróxido de sodio 0,25 N o solución de HCl 0,25 N y diluir con agua destilada hasta obtener un volumen de 1000 mL.

1.6 Hidróxido de Sodio 1 N

1.7 Indicador de Merceda:

Mezclar 0,2000 gramos de merceda con 100 gramos de cloruro de sodio seco reactivo analítico y luego pulverizar finalmente la mezcla

2. DETERMINACIÓN DE UN BLANCO PARA LA DUREZA

Tomar exactamente 50 mL de agua destilada en un erlenmeyer o vaso de precipitados, agregar 2 mL de solución buffer y agitar. Comprobar que la solución tenga un pH de 10,0 y luego agregar 1 mL de inhibidor. Agregar una pequeña cantidad de negro de eriocromo, agitar y titular con solución de EDTA hasta que la solución cambie de color violeta a azul. En este proceso se gastarán solamente unas gotas de EDTA.

3. DETERMINACIÓN DE UN BLANCO PARA EL CALCIO

Tomar exactamente 50 mL de agua destilada y agregar 2 mL de solución de hidróxido de sodio 1 N, agitar y comprobar que la solución problema tiene un pH de 12,0 o más. Agregar aproximadamente 0,2 gramos de murexida, agitar

y valorar con solución de EDTA hasta obtener un cambio de color rosado a violeta. En esta determinación se gastarán solamente unas gotas de EDTA.

4. ESTANDARIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN DE EDTA PARA LA DUREZA

Tomar exactamente 10 mL de solución de calcio 0,02 N, agregar aproximadamente 40 mL de agua destilada y continuar el procedimiento de la sección 2, empezando por agregar los 2 mL de solución buffer. De los datos obtenidos, calcular la normalidad del EDTA que se utilizará en la determinación de la dureza total.

5. ESTANDARIZACIÓN DE LA SOLUCIÓN DE EDTA PARA EL CALCIO

Tomar exactamente 10 mL de solución de calcio 0,02 N, agregar aproximadamente 40 mL de agua destilada y continuar el procedimiento de la sección 3, empezando por agregar los 2 mL de hidróxido de sodio 1 N. De los datos obtenidos, calcular la normalidad del EDTA que se utilizará en la determinación del calcio.

Nota: Tanto en el cálculo de la sección 4 como en el de la 5, se debe desconectar el volumen gastado en la determinación del blanco.

6. DETERMINACIÓN DE LA DUREZA

Tomar 50 mL de muestra y continuar como en la sección 2.

7. DETERMINACIÓN DEL CALCIO

Tomar 50 mL de muestra y continuar como en la sección 3.

8. CÁLCULOS

$$ppmCaCO_3 = \frac{Vol.deVersenatoEs\ tan\ dar\ Gastado(cc)}{Vol.demuestra} \times 100$$

Cuadro 12. Índices de Dureza^[18]

Dureza	Valores en ppm CaCO₃
Muy Suave	0-15
Suave	16-75
Media	76-150
Dura	150-300
Muy Dura	➤ 300

FUENTE: catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/leip/valenzuela_m_td/capitulo3.pdf

^[18]http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/leip/valenzuela_m_td/capitulo3.pdf

ANEXO E. ABSORCIÓN ATÓMICA^[16]

E.1 ATOMIZACIÓN

La conversión de los elementos metálicos de una muestra en solución, puede realizarse por medio de energía calorífica, ya sea en forma de flama o en un horno eléctrico. Se necesita de un control cuidadoso de la temperatura para la conversión en vapor. Una temperatura muy alta puede ser tan desfavorable como una demasiado baja, debido a que causará ionización de una fracción de los átomos y los iones no absorberán las mismas cantidades de longitudes de onda que los átomos neutros.

E.1.1 Atomizadores de flama

El combustible y los gases oxidantes se introducen en una cámara mezcladora donde son arrastrados por una serie de dispositivos que aseguran mezclado completo de los gases antes de que lleguen a la cabeza del quemador. El orificio de la flama es una ranura larga y angosta, por lo que se produce una flama de tipo cordón. La mezcla en solución es aspirada hacia la cámara mezcladora, lo que permite un pequeño chorro de aire.

E.1.2 Límite de detección en Absorción Atómica

La sensibilidad de este instrumento de medición está dada por la compleja intervención de estos elementos: propiedades ópticas del vapor atómico, temperatura, anchura lineal relativa de la lámpara y del absorbente, y geometría del sistema óptico.

ANEXO F. ECUACIONES Y CALCULOS

F1. CÁLCULO DE LA RETENCIÓN DE HUMEDAD

PESO	X1	X2	%humedad
Muestra seca [g]	95,59	95,70	4,82
Muestra húmeda [g]	100,20	100,00	4,49

$$\% \text{ humedad retenida} = \frac{\text{Peso muestra húmeda} - \text{Peso muestra seca}}{\text{Peso muestra seca}} \times 100$$

F2. CÁLCULO DE LA POROSIDAD DEL LECHO

Cuando no se conocen datos de la porosidad se aplica la siguiente relación:

$$\frac{\varepsilon^3}{(1-\varepsilon)} \approx 0,91^{[19]} \text{ Ecuación 1.21}$$

Al resolverla, tenemos que $\varepsilon \approx 0,7$

F.3 CÁLCULO DE LA ESFERICIDAD DE LA PARTÍCULA^[6]

$$\phi_s = \frac{6v_p}{D_p S_p}, \text{ donde: } v_p = \frac{1}{6} \pi D_p^3; S_p = \pi D_p^2$$

^[19] BIRD R.Byron. STEWART, Warren.E. LIGHTFOOT, Edwin N. Fenómenos de Transportes. Editorial REVERTÉ S.A. 1992

^[6] WARREN L. McCabe, Julian C. Smith, Peter Harriott. Operaciones Unitarias en Ingeniería Química. Cuarta Edición. Editorial McGraw Hill. 1998.

F.4 CÁLCULO DE LA ALTURA DEL LECHO Y VELOCIDAD SUPERFICIAL^[13]

$$Re = \frac{\rho v D}{\mu}$$

Ecuación de Reynolds

$$\frac{p_0 - p_L}{L} = \frac{2 \rho v^2 f}{D}$$

Ecuación de Factor de Fricción

$$L = \frac{\pi D^2 D_p}{24 S_0 (1 - \varepsilon)}$$

Ecuación de Flujo a través de lechos sólidos

$$v_0 = \frac{\Delta P g \phi^2 D_p^2 \varepsilon^3}{150 L \mu (1 - \varepsilon)^2}$$

Ecuación de Kozeny-Carman para lechos

$$f = \frac{16}{Re}$$

Factor de fricción para régimen laminar.

Cuadro de Datos

PROPIEDAD	VALOR
ρ [g/cm ³]	1
v (Montaje 1) [cm/s]	0,61
v (Montaje 2) [cm/s]	0,84
D (Montaje1) [cm]	20
D (Montaje2) [cm]	13,5
μ [cp]	0,01
D_p [cm]	0,16
\emptyset	0,81

F.5 ESTEQUIOMETRÍA DE LA REACCIÓN DE OXIDACIÓN DE LA PIRITA

De acuerdo a la ecuación 1.1 y a la Cuadro 1 de Análisis Macroscópico de Mineral de la Mena, tomando como referencia el filón Alberto con un 24% de pirita y como base de cálculo 300 gramos de mineral, se hicieron los siguientes cálculos estequiométricos:

$$\frac{PM_{FeSO_4}}{PM_{FeS_2}} * W_{FeS_2} = W_{FeSO_4}$$

$$\frac{PM_{H_2SO_4}}{PM_{FeS_2}} * W_{FeS_2} = W_{H_2SO_4}$$

$$\frac{PM_{SO_4}}{PM_{FeSO_4}} * W_{FeSO_4} = W_{SO_4}$$

$$\frac{PM_{SO_4}}{PM_{H_2SO_4}} * W_{H_2SO_4} = W_{SO_4}$$

F.6 REGRESION LINEAL^[16]

La regresión lineal simple se utiliza cuando se tiene solo una variable independiente del tipo:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon \quad \text{Ecuación 1.22}$$

Donde ϵ representa el error, β_0 y β_1 son parámetros del método, que se establecen a partir del ajuste por mínimos cuadrados.

Método de mínimos cuadrados:

Consiste en minimizar una función L, tal que

$$L = \sum_{i=1}^n \epsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2 \quad \text{Ecuación 1.23}$$

El mínimo de L ocurre cuando el gradiente de L es igual a cero

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \beta_0} \Big|_{\beta_0 \beta_1} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \beta_1} \Big|_{\beta_0 \beta_1} &= -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_i) x_i = 0 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 1.24}$$

Simplificando las ecuaciones anteriores tenemos:

$$\begin{aligned} n\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i &= \sum_{i=1}^n y_i \\ \hat{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \hat{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 &= \sum_{i=1}^n y_i x_i \end{aligned} \quad \text{Ecuación 1.25}$$

La ecuación 1.13 es llamada la ecuación normal de los mínimos cuadrados, de la cual se obtiene el valor de β_0 y β_1 , así:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_0 &= \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x} \\ \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i\right)\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2}{n}} \end{aligned}$$

where $\bar{y} = (1/n) \sum_{i=1}^n y_i$ and $\bar{x} = (1/n) \sum_{i=1}^n x_i$.

Luego de obtener el valor de los coeficientes se procede a aplicar el modelo de regresión lineal múltiple, donde k es la variable de regresión

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Este modelo se puede expresar en forma matricial de la siguiente manera:

$$y = X\beta + \epsilon$$

Donde;

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad \epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

$$X'X\hat{\beta} = X'y \quad \text{Ecuación 1.26}$$

La ecuación 1.14 corresponde a la ecuación normalizada de mínimos cuadrados en notación matricial. Para obtener el vector β , tenemos:

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'y$$

Reescribiendo esta ecuación se tiene:

$$\begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ik} \\ \sum_{i=1}^n x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{ik} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i1} & \sum_{i=1}^n x_{ik}x_{i2} & \cdots & \sum_{i=1}^n x_{ik}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\beta}_0 \\ \hat{\beta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\beta}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{i1}y_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n x_{ik}y_i \end{bmatrix}$$

En esta forma es fácil de ver que X'X es la matriz transpuesta y X' es el vector columna. El modelo de regresión lineal es:

$$\hat{y}_i = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^k \hat{\beta}_j x_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

La diferencia entre el valor de y real y el teórico, es un residuo llamado error, denominado por:

$$e = y - \hat{y}$$