

**ANÁLISIS DEL MODELAMIENTO COMPUTACIONAL PARA LA
PROPAGACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE FRACTURAS HIDRÁULICAS
EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

JONNATHAN ORTEGA GARCÍA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2012

**ANÁLISIS DEL MODELAMIENTO COMPUTACIONAL PARA LA
PROPAGACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE FRACTURAS HIDRÁULICAS
EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS**

JONNATHAN ORTEGA GARCÍA

**Proyecto para optar por el título de
INGENIERO DE PETRÓLEOS**

Director

ING. CÉSAR AUGUSTO PINEDA GÓMEZ

Co-director

MSc ELKIN RODOLFO SANTAFÉ RANGEL

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-QUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2012

DEDICATORIA

Este triunfo lo dedico a mis padres
que me han apoyado siempre incondicionalmente.
Que Dios los bendiga y los guarde por muchos años.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la vida y la oportunidad de ser profesional.

A mis papás por todo el apoyo y la paciencia que me han tenido durante estos años.

A la universidad que me ha permitido formarme como profesional.

Al ingeniero Elkin Santafé por todo lo que ha hecho por mí.

Al ingeniero César Pineda por su gran colaboración.

A mis calificadores Nelson y Reinel por la paciencia en la culminación del trabajo.

A los ingenieros Rubén Castillo y Edward Zambrano por la asesoría que me brindaron.

A Juan Pablo Espinoza por la ayuda que me ha brindado y por su amistad.

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	19
1. ANTECEDENTES DE MODELAMIENTO COMPUTACIONAL DE FRACTURAS HIDRÁULICAS	20
1.1 GEOMETRÍA PKN y KGD	20
1.2 MODELOS POSTERIORES AL DE PKN Y KGD	22
2. MODELAMIENTO DE FRACTURA BAJO FORMULACION MEF	28
2.1 MECÁNICA DE FRACTURA COMPUTACIONAL	28
2.2 TAXONOMIA DE ENFOQUES PARA LA REPRESENTACION DE PROCESOS DE AGRIETAMIENTO	29
2.3 ENFOQUES DE REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA	33
2.3.1 Métodos de forma restringida	33
2.3.1.1 Métodos prescritos	33
2.3.1.2 Métodos de geometría analíticos	36
2.3.1.3 Métodos de solución conocida	39
2.3.2 Enfoques de forma arbitraria	40
2.3.2.1 Métodos libres de malla	41
2.3.2.2 Métodos FEM/BEM adaptativos	47
2.4 ENFOQUES DE REPRESENTACIÓN NO GEOMÉTRICA	60
2.4.1 Enfoques constitutivos no geométricos	60
2.4.2 Enfoques cinemáticos no geométricos	70
3. PARÁMETROS FÍSICOS INCIDENTES EN EL MODELAMIENTO DE FRACTURAS HIDRÁULICAS	78
3.1 MÓDULO DE YOUNG	78
3.2 COEFICIENTE DE POISSON	80
3.3 INTEGRAL J	81
3.3.1 Integral J en dos dimensiones	81
3.3.2 Integral J en tres dimensiones	84
3.4 FACTORES DE INTENSIDAD DE ESFUERZO	87

3.5 TASAS DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA	89
3.6 ESFUERZO T	90
3.7 ESFUERZOS PRINCIPALES	94
3.8 PRESIÓN DE PORO	96
3.9 CRITERIOS DE FALLA	97
3.9.1 Criterio de Mohr Coulomb	99
3.9.2 Criterio de Von Mises	101
3.9.3 Criterio de Hoek Brown	102
3.9.4 Criterio de Drucker-Prager	104
3.10 REOLOGÍA DEL FLUIDO	105
3.11 VELOCIDAD DE FUGA (LEAKOFF)	107
4. METODOLOGÍA DE MODELAMIENTO	109
4.1 PRE-PROCESAMIENTO	109
4.1.1 Modelamiento de la geometría del dominio físico	111
4.1.1.1 Características de los elementos finitos	111
4.1.1.2 Elementos cohesivos	113
4.1.2 Propiedades y modelos físicos	114
4.1.2.1 Propiedades elásticas	115
4.1.2.2 Propiedades inelásticas	116
4.1.3 Condiciones iniciales	118
4.1.4 Condiciones de frontera	119
4.2 PROCESAMIENTO	120
4.2.1 Solución de problemas no lineales	121
4.2.1.1 Pasos	122
4.2.2 Cargas	122
4.2.2.1 Incrementos	122
4.2.2.2 Iteración	122
4.2.3 Convergencia	123
4.2.4 Estabilidad	126
4.3 POST-PROCESAMIENTO	127

5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y PRUEBAS	129
5.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA (CASO ESTUDIO I)	129
5.1.1 Suposiciones	130
5.1.2 Dimensiones del problema	131
5.1.3 Condiciones iniciales	132
5.1.4 Condiciones de frontera.	132
5.1.5 Datos de materiales y modelos	133
5.1.6 Propiedades de la sección cohesiva	134
5.1.7 Resultados caso I.	135
5.1.8 Análisis de sensibilidad	136
5.1.8.2 Variación del esfuerzo mínimo	137
5.1.8.3 Variación de la presión de poro	137
5.1.8.4 Cambio de la sección cohesiva	138
5.1.9 Validación del caso I.	138
5.2 DEFINIFICIÓN DEL PROBLEMA (CASO II)	139
5.2.1 Suposiciones	140
5.2.2 Dimensiones del problema	141
5.2.3 Condiciones iniciales	141
5.2.4 Presión inicial sobre la cara del pozo	142
5.2.5 Condiciones de frontera	142
5.2.6 Datos de materiales y modelos	144
5.2.6.1 Capa de lutita inferior	144
5.2.6.2 Capa productora	145
5.2.6.3 Capa de lutita superior	146
5.2.6.4 Resultados caso II	148
6. CONCLUSIONES	149
7. RECOMENDACIONES	150
BIBLIOGRAFÍA	151
ANEXOS	155

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Plano de deformación horizontal y vertical	20
Figura 2. Geometría PKN	21
Figura 3. Geometría KGD	22
Figura 4. Taxonomía de métodos de representación de agrietamiento en un modelo numérico	30
Figura 5. Modelo conceptual de simulación de crecimiento de grieta	31
Figura 6. Efectos sobre los esfuerzos en una presa de concreto debido a una grieta vertical interna de longitud variable	34
Figura 7. Ejemplo de antecedentes del uso del esquema de desacoplamiento nodal	35
Figura 8. Propagación prescrita a lo largo de una línea de simetría	36
Figura 9. Aplicación del enfoque para un caso más general de propagación de grieta múltiple, no lineal cohesiva	37
Figura 10. Ejemplo de la versión de geometría analítica del enfoque de forma restringida (FEAM)	38
Figura 11. Representación de propagación de fractura en elementos libres no colineales	42
Figura 12. Ejemplo del uso de la representación de elementos libres	43
Figura 13. Esquema del fondo de la estructura de la celda, independiente del arreglo nodal	44
Figura 14. Barra cargada dinámicamente simulada con el EFGM	45
Figura 15. Trayectorias de grieta finales para diferentes ubicaciones iniciales de fisura, predichas con simulación EFG de la barra mostrada en la figura 14	45
Figura 16. Simulación de crecimiento de grieta en 3D usando el EFG acoplado con FEM estándar	46
Figura 17. Topología de una grieta hueca (a) y una grieta ramificada (b)	51
Figura 18. Topología de una grieta hueca (a) y una grieta ramificada (b)	52

Figura 19. Modelo de elementos finitos de un piñón cónico espiral	53
Figura 20. Tamaño y ubicación de la falla inicial en el diente medio del piñón	53
Figura 21. Comparación entre el rastro de la grieta sobre la superficie del diente medio del piñón observada (a) y simulada (b)	54
Figura 22. Comparación entre las superficies de fractura final en el piñón observada (a) y (b)	54
Figura 23. Comparación entre el rastro de la grieta sobre el engranaje del piñón observado (a) y el simulado (b)	55
Figura 24. Evolución de la malla durante simulación adaptativa de elementos finitos de crecimiento de grieta en el piñón	55
Figura 25. Micrografía de una aleación de aluminio que muestra nucleación de grieta por fatiga a partir de una partícula constituyente	56
Figura 26. Simulación de nucleación de grieta por fatiga a partir de una partícula constituyente en una matriz de granos de aleación de aluminio	57
Figura 27. Evolución de daño calculada sobre los cuatro planos de deslizamiento que intersecan la partícula agrietada que se muestra en la figura 28	58
Figura 28. Orientación del plano de deslizamiento fallido, partícula agrietada y predicción de la forma de grieta nucleada	58
Figura 29. Concepto de fisuración distribuida	61
Figura 30. Modelo de elementos finitos de una barra de concreto cargada asimétricamente	63
Figura 31. Región central, resultados de elementos finitos usando el enfoque constitutivo de fisuración distribuida para la estructura de la figura 30	64
Figura 32. Carga experimental y en elementos finitos contra los resultados de desplazamientos en la cara de la fractura, para la estructura mostrada en la figura 30	65
Figura 33. Base para el enfoque de celdas computacionales	67
Figura 34. Geometría y modelo de elementos finitos para una muestra ranurada lateralmente usada para el enfoque de celdas computacionales	68

Figura 35. Comparación de las curvas R, medidas y predichas para la muestra mostrada en la figura 34	69
Figura 36. Comparación de perfiles de frentes de grieta predichos y medidos después de la prueba, para la muestra de la figura 34	69
Figura 37. Representación de grieta XFEM sobre una malla estructurada en 2D	72
Figura 38. Cubo que contiene una grieta en forma de elipse sujeta a carga de tensión uniaxial	74
Figura 39. Evolución de la grieta mostrada en la figura 38 después de 17 pasos de tiempo	75
Figura 40. Poro grande (a) se asume que está presente en la puerta de acceso de la aeronave (b)	75
Figura 41. Evolución de la grieta predicha a partir de un poro grande inicial en la puerta mostrada en la figura 40	76
Figura 42. Relación de Poisson	81
Figura 43. Contorno para la evaluación de la integral J	83
Figura 44. Contorno cerrado $C+C++\Gamma+C-$ encierra un dominio A que incluye la región de punta de grieta a medida que $\Gamma \rightarrow 0$	83
Figura 45. Definición de coordenadas cartesianas ortogonales locales en el punto s sobre el frente de grieta; la grieta está en el plano x_1-x_3	85
Figura 46. La superficie $A=A_t+A_o+A_{ends}+A_{cracks}$ encierra un dominio de volumen V que incluye la región de frente de grieta a medida que $\Gamma \rightarrow 0$	86
Figura 47. Modos de desplazamiento de superficie de grieta; Modo I (apertura o modo de tensión), Modo II (modo de deslizamiento) y Modo III (modo de rasgado)	90
Figura 48. Esfuerzos in situ en el subsuelo	95
Figura 49. Magnitud del esfuerzo in situ	96
Figura 50. Representación del criterio de rotura en términos bidimensionales	99
Figura 51. a) tracciones normales y de cizalla sobre un plano cuya normal es rotada en un ángulo arbitrario β . b) diagrama de Mohr	101

Figura 52. Representación del criterio de rotura de Hoek Brown en el espacio de tensiones normal y tangencial	103
Figura 53. Tipos de fluido y sus curvas reológicas	106
Figura 54. Metodología de modelamiento	110
Figura 55. Elementos lineales y cuadráticos	112
Figura 56. Curva de carga-desplazamiento no lineal	121
Figura 57. Cargas externas e internas sobre un cuerpo	123
Figura 58. Primera iteración en un incremento	124
Figura 59. Segunda iteración	126
Figura 60. Geometría del modelo 1	130
Figura 61. Sección cohesiva	130
Figura 62. Elemento CPE4RP	131
Figura 63. Elemento COH2DP4	132
Figura 64. Condiciones de frontera en x y y	133
Figura 65. Condición de frontera en x	133
Figura 66. Caudal de inyección para el caso I	134
Figura 67. Geometría de fractura a los 140 s	136
Figura 68. Geometría caso II	140
Figura 69. Esfuerzos principales	142
Figura 70. Presión sobre la cara del pozo	142
Figura 71. Simetría con respecto al plano x	143
Figura 72. Restricción de desplazamiento en la dirección x y y	143
Figura 73. Restricción de desplazamiento en la dirección z	143
Figura 74. Caudal de inyección para el caso II	147
Figura 75. Geometría de fractura a los 20 min de inyección	148
Figura 76. Respuesta típica de tracción-separación	160
Figura 77. Medidas de mezclas de modo basadas en tracción	164
Figura 78. Evolución de daño lineal	165
Figura 79. Ilustración de la respuesta de modo mixto en elementos cohesivos	166
Figura 80. Evolución de daño exponencial	168

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Valores típicos del coeficiente de Poisson	80
Tabla 2. Caracterización de los tipos de archivos en ABAQUS	127
Tabla 3. Condiciones iniciales caso I	132
Tabla 4. Propiedades físicas	133
Tabla 5. Resultados caso I	135
Tabla 6. Propiedades físicas base	136
Tabla 7. Variación del Módulo de Young	137
Tabla 8. Variación del esfuerzo mínimo	137
Tabla 9. Variación de la presión de poro	137
Tabla 10. Resultados para la variación del módulo de Young	138
Tabla 11. Datos de roca y del yacimiento	138
Tabla 12. Datos del tratamiento	139
Tabla 13. Porosidad	141
Tabla 14. Propiedades elasto plásticas (lutita inferior)	144
Tabla 15. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (lutita inferior)	144
Tabla 16. Permeabilidad vs ϕ (lutita inferior)	144
Tabla 17. Propiedades elasto plásticas (zona productora)	145
Tabla 18. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (zona productora)	145
Tabla 19. Permeabilidad vs ϕ (zona productora)	145
Tabla 20. Propiedades elasto plásticas (lutita superior)	146
Tabla 21. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (lutita superior)	146
Tabla 22. Permeabilidad vs ϕ (lutita superior)	146

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. MODELAMIENTO CON ELEMENTOS COHESIVOS	156
ANEXO B. DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO PLANO DEL CASO ESTUDIO I	176

RESUMEN

TÍTULO: ANÁLISIS DEL MODELAMIENTO COMPUTACIONAL PARA LA PROPAGACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE FRACTURAS HIDRÁULICAS EMPLEANDO EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS*

AUTOR: JONNATHAN ORTEGA GARCÍA**

PALABRAS CLAVE: Geometría de fractura hidráulica, modelamiento computacional, elementos finitos, geomecánica, fracturamiento hidráulico, Abaqus.

DESCRIPCIÓN

El fracturamiento hidráulico es una operación que consiste en inyectar un fluido a alta presión en el yacimiento y de esta manera romper la formación para crear una mayor comunicación entre el pozo productor y el fluido del yacimiento. Este trabajo se realiza principalmente en yacimientos en los que la permeabilidad es muy baja para permitir el flujo de fluidos.

Para realizar este trabajo se requiere de unas presiones de inyección muy altas y de unos aditivos muy costosos en el fluido de inyección. Por esta razón, se requiere monitorear adecuadamente el volumen de fractura que se genera en esta operación y el fluido que se pierde hacia la formación.

El modelamiento computacional de fracturas hidráulicas es una herramienta que puede llegar a contribuir a esta tarea mediante la determinación de parámetros de fractura importantes como la longitud de fractura, el ancho máximo de fractura y la eficiencia de fractura, entre otros.

En el presente trabajo se presenta y se aplica una metodología para el modelamiento de fracturas hidráulicas empleando el método de elementos finitos por medio del uso del software Abaqus.

La metodología se aplicó a dos casos en los que la fractura se representa por medio del uso de elementos cohesivos de presión de poro; uno 2D en el cual se representa un modelo muy simplificado en el que se supone que la altura de la fractura es igual a la altura del espesor neto y que el yacimiento es isotrópico homogéneo. El otro caso es un modelo pseudo tridimensional en el que se aplican condiciones más complejas.

* Trabajo de grado

** Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: César Augusto Pineda Gómez. Codirector: Elkin Rodolfo Santafé Rangel.

ABSTRACT

TITLE: COMPUTATIONAL MODELING ANALYSIS FOR THE PROPAGATION OF THE HYDRAULIC FRACTURES GEOMETRY USING THE FINITE ELEMENT METHOD*

AUTHOR: JONNATHAN ORTEGA GARCÍA**

KEY WORDS: Hydraulic fracture geometry, computational modeling, finite elements, geomechanics, hydraulic fracturing, Abaqus.

DESCRIPTION

Hydraulic fracturing is an operation which consists in injecting a high pressure fluid into the reservoir in order to break the formation to create a better communication between the producing well and the reservoir fluid. This work is mainly done in reservoirs in which the permeability is too low to allow the fluid flow.

To carry out this job, very high pressure injections and expensive additives in the injection fluid is required. For this reason, properly monitoring of the fracture volume that is generated in this operation and the fluid lost into the formation is required.

Computational modeling of hydraulic fractures is a tool that may contribute to this task by assessing the most important fracture parameters, as the fracture length, the maximum fracture width and fracture efficiency, among others.

In this present work a methodology for modeling hydraulic fractures using the finite element method by means of the Abaqus software is presented and applied.

The methodology was applied to two cases in which the fracture is represented by means of the use of pore pressure cohesive elements; one 2D in which a very simplified model is represented. In it is supposed that the height of the fracture is equal to the net thickness height and that the reservoir is homogeneous isotropic. The other case is a pseudo tridimensional model in which more complex conditions are applied.

* Work Degree

** Industrial University of Santander. School of Physical and Chemical Engineering. School of Petroleum Engineering. Director: Augusto Cesar Pineda Gomez. Co: Elkin Santafé Rodolfo Rangel.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo tiene la finalidad de presentar una metodología de modelamiento de la geometría de fracturas hidráulicas empleando el método de elementos finitos. Para realizar esto, se empleó el software Abaqus.

En primer lugar se realizó una revisión de los modelos de fracturas hidráulicas que se han propuesto hasta la fecha; haciendo énfasis en las variables más importantes que se deben tener en cuenta para la descripción de este fenómeno. Estos modelos se describen en el primer capítulo.

En el segundo capítulo se hace una descripción de los enfoques para la representación de los procesos de agrietamiento; los cuales describen de forma general que es la mecánica computacional y como se aplica al modelamiento de fracturas.

En el tercer capítulo se presentan algunos conceptos de geomecánica relacionados con el fracturamiento hidráulico y con el modelamiento de fracturas hidráulicas.

En el cuarto capítulo se describe la metodología de modelamiento desarrollada y posteriormente, en el quinto se presenta la aplicación de la metodología a dos casos de estudio, uno bidimensional y uno pseudo-tridimensional. Se realiza un análisis de sensibilidad de las variables físicas del modelo bidimensional.

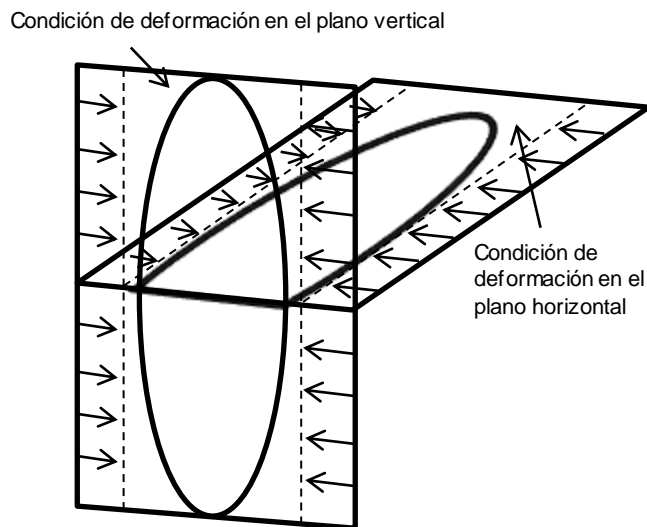
1. ANTECEDENTES DE MODELAMIENTO COMPUTACIONAL DE FRACTURAS HIDRÁULICAS.

Se han desarrollado una serie de modelos para predecir la geometría de fracturas hidráulicas; los más usados se basan en la geometría PKN y KGD. Estos no requieren una descripción muy detallada de las propiedades de la roca y hacen una serie de simplificaciones tanto en la forma de la fractura, como en su volumen.

1.1 GEOMETRÍA PKN y KGD

Los modelos de Perkins y Kern (1961) y el de Khristianovich y Zheltov (1955) asumen altura constante y propagación bidimensional y han sido los más usados para la predicción de la geometría de fracturas hidráulicas. En ambos modelos se asume que la deformación se da en un plano. Para el de Perkins y Kern, sobre el plano vertical; y para el de Khristianovich y Zheltov sobre el plano horizontal (fig. 1).

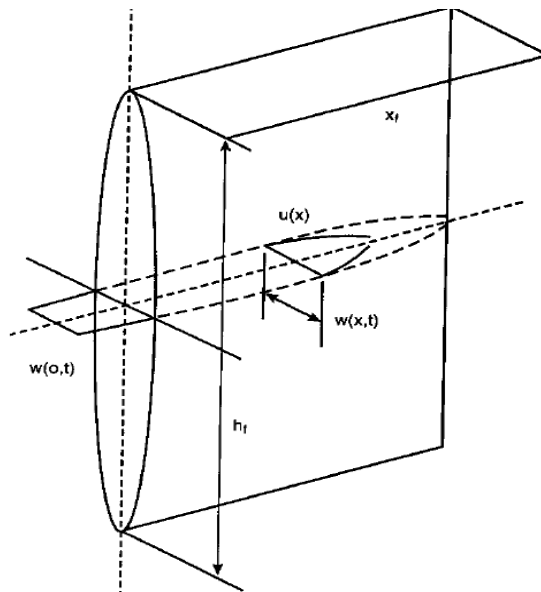
Figura 1. Plano de deformación horizontal y vertical



Fuente: VALKÓ P and M.J ECONOMIDES, Hydraulic Fracture Mechanics, Texas A & M University, College Station, USA-1995.298 p.

La condición de plano de deformación vertical se satisface cuando la longitud de fractura es mucho mayor que la altura de la misma, esta condición, desarrollada posteriormente por Nordgren (1972), se conoce a menudo como la geometría PKN (fig. 2). Por otro lado, la condición de deformación plana horizontal, desarrollada posteriormente por Geertsma y DeKlerk (1969) se cumple cuando la altura de la fractura es mucho mayor que la longitud y a menudo se le conoce como la geometría KGD (fig. 3).

Figura 2. Geometría PKN

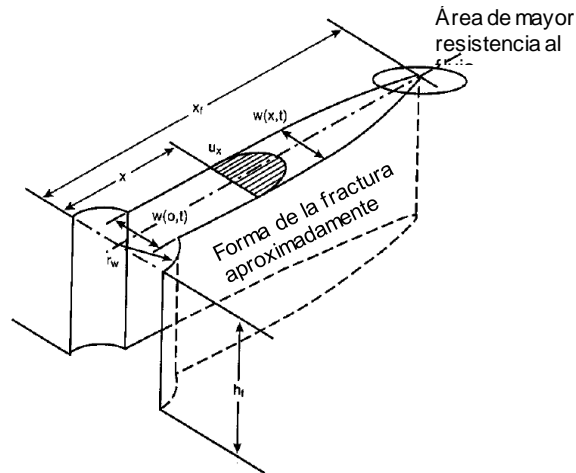


Fuente: VALKÓ P and M.J ECONOMIDES, Hydraulic Fracture Mechanics, Texas A & M University, College Station, USA-1995.298 p.

La geometría PKN consiste en formas aproximadamente elípticas en el eje vertical y horizontal. En ambas direcciones el ancho es mucho menor que la otra dimensión (del orden de unos pocos milímetros comparado con decenas a cientos de metros).

La geometría de fractura KGD implica un ancho constante a lo largo de la cara del pozo, en contraste a la forma elíptica del modelo PKN.

Figura 3. Geometría KGD



Fuente: VALKÓ P and M.J ECONOMIDES, Hydraulic Fracture Mechanics, Texas A & M University, College Station, USA-1995.298 p.

1.2 MODELOS POSTERIORES AL DE PKN Y KGD

Se han hecho esfuerzos para simular la propagación de la fractura en tres dimensiones. En estos modelos, se usa la suposición de elasticidad isotrópica y se desprecian los efectos de presión de poro. Se acoplan las ecuaciones de elasticidad con la ecuación de flujo dentro de las fracturas. En estos modelos se mantiene el concepto de inducir una fractura planar, pero la altura de la fractura no se fija y varía con los cambios de los esfuerzos. La extensión de la fractura se controla por medio de un criterio de fractura elástica lineal.

Settari y Raisbeck suministraron dos de los trabajos iniciales acerca de fractura hidráulica en depósitos de areniscas. En 1979 desarrollaron un modelo de diferencias finitas en dos dimensiones para flujo de fluido monofásico compresible en un material poroso elástico lineal con una fractura por tensión, similar al modelo PKN. Este modelo se extendió a un flujo térmico bifásico con el fin de describir el proceso de un primer ciclo de inyección de vapor para tres geometrías de fractura diferentes.

Atukorala (1983) desarrolló un modelo de elementos finitos para simular el fracturamiento hidráulico vertical u horizontal en arenas petrolíferas. En este trabajo, se separó el análisis de flujo de fluidos del análisis de esfuerzo. Estas dos ecuaciones se resolvieron iterativamente imponiendo una condición de compatibilidad sobre el volumen de fluido en la fractura. La forma de fractura se asumió elíptica con puntas suaves con el fin de evitar la singularidad de esfuerzos en la punta de la fractura. Se usó un criterio de mecánica de fractura elástica lineal para analizar la fractura por tensión en un dominio elástico no lineal. En este estudio no se consideró efecto térmico.

Settari et al. (1989) investigaron los efectos de la deformación de suelo y fractura en el yacimiento de una forma parcialmente acoplada. Se enfatizó el efecto de leak-off sobre las dimensiones de fractura. Se consideró la falla de la arena como falla por cizalla con el criterio de Mohr Coulomb. En este trabajo no se modeló la dilatación, pero se asumió que ocurre un cambio constante en la deformación volumétrica después de alcanzar un esfuerzo de cizalla máximo (falla). Basados en lo anterior, desarrollaron un programa de computadora llamado CONS con un análisis parcialmente acoplado de esfuerzo-flujo. Settari extendió este trabajo incorporando efectos de temperatura (flujo térmico) en la formulación.

Advani et al (1990) desarrollaron un programa de elementos finitos para modelar fracturas hidráulicas en tres dimensiones en yacimientos de varias capas. Ellos extendieron el trabajo precedente del modelo Pseudo tridimensional (P3D) presentado por Advani y Lee y otros investigadores en los inicios de los 80's. En este trabajo se investigó la propagación de la fractura hidráulica planar tensil en yacimientos estratificados con comportamiento elástico.

Frydman y Fontoura (1997) simularon el proceso de presurización de la cara del pozo, el mecanismo para el cual es el mismo que el tratamiento de fractura hidráulica con un enfoque hidromecánico acoplado. Ellos desarrollaron un nuevo

elemento de fractura, considerando el efecto de una zona cohesiva en análisis de fractura. En su trabajo, la dirección de propagación de fractura fue predefinida y no se considero el efecto térmico.

Ouyang et al (1997) desarrollaron un modelo matemático y emplearon un esquema de elementos finitos adaptativo para simular la distribución de propante en una fractura hidráulica que se propaga.

Itaoka et al (2002) estudiaron el comportamiento del crecimiento de grieta bajo alto esfuerzo tectónico (condiciones correspondientes a altas profundidades). Su estudio presenta un modelo de elementos finitos para el análisis de fracturamiento hidráulico, tomando en cuenta la fractura de modo mixto. Ellos investigaron el comportamiento del crecimiento de la grieta como el modo de propagación de grieta.

Yang et al, (2002) estudiaron numéricamente el efecto de la heterogeneidad y la permeabilidad sobre la iniciación y propagación de la fractura hidráulica.

Reynolds et al (2004) usaron el software Stimplan para determinar las dimensiones de fractura óptimas, dimensionamiento y horario de la arena. Stimplan es un modelo numérico pseudo tridimensional que realiza una solución implícita de diferencias finitas a ecuaciones básicas de balance de masa, elasticidad y flujo de fluidos.

Lu et al (2004) desarrollaron un modelo de fracturamiento hidráulico tridimensional usando flujo radial, lo cual hace una mejor predicción correspondiente a la altura de la fractura.

Cook et al (2004) realizaron un estudio numérico experimental correspondiente a la exploración de la mecánica cercana a la cara del pozo. Se desarrolló un

procedimiento experimental usando un aparato triaxial para la simulación de la inyección de la lechada y se usó un modelo numérico con el método de elementos discretos (DEM) para la simulación de los experimentos. Ellos encontraron que bajo condiciones de esfuerzo horizontal isotrópico, se indujeron fracturas verticales múltiples y se propagaron en orientaciones aleatorias.

J.G Garcia y L.W Teufel (2005) desarrollaron un modelo de simulación totalmente acoplado de geomecánica/flujo de fluidos para estudiar el comportamiento de la presión de poro y la distribución de esfuerzo en un sistema pozo-yacimiento hidráulicamente fracturado. El modelo totalmente implícito en diferencias finitas en 3D toma en cuenta la deformación poroelástica no lineal de la roca del yacimiento. El modelo numérico incorpora un refinamiento del grid local alrededor de la profundidad de las perforaciones. Las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos están acopladas con las ecuaciones que gobiernan la deformación de roca en la fractura y el yacimiento, luego las ecuaciones resultantes se resuelven numéricamente bajo diferentes condiciones yacimiento-fractura.

Naranjo y Soto (2007) realizan un análisis de los efectos de las propiedades geomecánicas en el fracturamiento hidráulico para yacimientos de hidrocarburos sensibles a esfuerzos. En este trabajo se desarrolla un software para simular el fracturamiento hidráulico en tres dimensiones en diferencias finitas que acopla el flujo de fluidos y la deformación geomecánica de la roca. Se destaca de este trabajo el hecho de que la permeabilidad sea el factor más importante en el rango de valores utilizados y la interacción Razón de Poisson-Compresibilidad total por su influencia en la generación de la fractura hidráulica.

A. Pak y D.H. Chan (2008) desarrollaron un modelo de elementos finitos que simula fracturas hidráulicas bajo condiciones isotérmicas y no isotérmicas. Con este modelo se pueden simular problemas de fractura hidráulica simétrica o de plano de deformación y varias condiciones de frontera, tales como especificación

de presión de poro/flujo de fluido, especificación de temperatura/flujo de calor y especificación de cargas/tracción. El modelo se usó para simular un experimento de laboratorio de propagación de fractura hidráulica en arenas petrolíferas.

Dean et al (2008) presentan un simulador de yacimientos geomecánico que combina crecimiento de fractura hidráulica, flujo poroso multifase/multicomponente, conducción y convección de calor, depositación de sólidos y deformación poroelástica poroplástica en una aplicación. El programa es capaz de modelar crecimiento de fractura basado en dos criterios de propagación diferentes en la punta y también permite que se desarrolle una zona seca en la punta de propagación.

Lujun, Settari y Sullivan (2009) desarrollaron un modelo de fracturamiento hidráulico totalmente acoplado con geomecánica y simulador de yacimientos, en este modelo se tuvo en cuenta los efectos poroelásticos/termoelásticos, los cambios de permeabilidad/porosidad, y posible falla de roca (fracturamiento por cizalla). La metodología usada permitió modelar la inicialización y propagación de la fractura, post frac multifase en el yacimiento y fractura y el comportamiento del pozo pre y post frac en un ambiente de esfuerzo y presión cambiante, todo dentro del mismo sistema. Los resultados de la aplicación del modelo a la estimulación de waterfrac realizada en las arenas de gas apretadas de Bossier muestran que el modelo es capaz de ajustar una historia compleja de inyecciones y calibrar la dependencia del esfuerzo de la permeabilidad de la formación.

El método numérico que se usa para la resolución del sistema de ecuaciones no lineales que surge en esta clase de problema influye en la exactitud de los resultados. El método de elementos finitos permite un mejor acoplamiento a la geometría de la fractura y en general a geometrías complejas, sobre el de diferencias finitas.

En el presente trabajo se presentará una metodología para el modelamiento de la propagación de la geometría de fractura hidráulica y se mostrarán los resultados de la aplicación de esta metodología.

En el siguiente capítulo se presentará una breve descripción de la mecánica computacional y una clasificación de los métodos para representar fracturas en general.

2. MODELAMIENTO DE FRACTURA BAJO FORMULACION MEF

La mecánica computacional se encarga de resolver problemas de ingeniería mediante el uso de un computador. Ha sido usada en diversos campos y posee muchas aplicaciones, a continuación se detallara en la aplicación de ésta a fracturas y de los enfoques de representación de fracturas.

2.1 MECÁNICA DE FRACTURA COMPUTACIONAL

El objetivo clásico general de la mecánica de fracturas es la determinación de la tasa de cambio de la forma de una grieta. El requerimiento computacional correspondiente ha sido obtener los campos -desplazamiento, deformación, esfuerzo y energía- a partir de los cuales se puede extraer la fuerza conductora para la propagación de grieta. El rol histórico de la CFM ha sido el de la cuantificación de la fuerza conductora suministrada por los campos del frente de grieta para el crecimiento de grieta, mientras que la mecánica de fracturas experimental tradicionalmente ha cuantificado la fuerza de resistencia por el material que contiene la grieta.

Sin embargo, el rol de la CFM se ha ido expandiendo, especialmente en la última década. No solo continúa cubriendo su responsabilidad clásica de calcular las fuerzas conductoras, sino que se emplea también frecuentemente para predecir la resistencia del material al crecimiento de grieta e incluso el mismo proceso de nucleación de grieta.

Como en muchos otros campos como física, biología y química; la mecánica de fracturas está tomando la delantera en cuanto a poder estudiar (gracias al incremento continuo de la potencia computacional), menores longitudes y escalas de tiempo.

En dos dimensiones, una grieta es una línea, un frente de grieta es un punto, la estabilidad de la grieta es una proposición si/no y la forma de grieta, la trayectoria en un plano. En tres dimensiones, la grieta es una superficie arbitrariamente curva, el frente de grieta es una curva en el espacio y la estabilidad puede variar en cada punto a lo largo del frente de grieta, al igual que la velocidad. Consecuentemente, el problema general en 3D es mucho más complejo geoméricamente e intenso computacionalmente.

Si el comportamiento del material se asume lineal y se cumplen otras restricciones geométricas se hace fácil la solución con técnicas numéricas comunes o analíticas. Las herramientas de la LEFM se pueden usar para caracterizar los parámetros de fractura y predecir la estabilidad y velocidad. Cuando la no linealidad del material se hace significativa, los enfoques analíticos de propagación de grieta se ven severamente limitados, los enfoques numéricos se hacen cada vez más costosos computacionalmente y la LEFM no se puede seguir aplicando. En principio, cualquiera de las técnicas de extracción de fuerza conductora mencionados anteriormente se pueden usar con cualquier enfoque representacional. Algunos de estos enfoques actualmente están limitados a dos dimensiones o a comportamiento de material lineal.

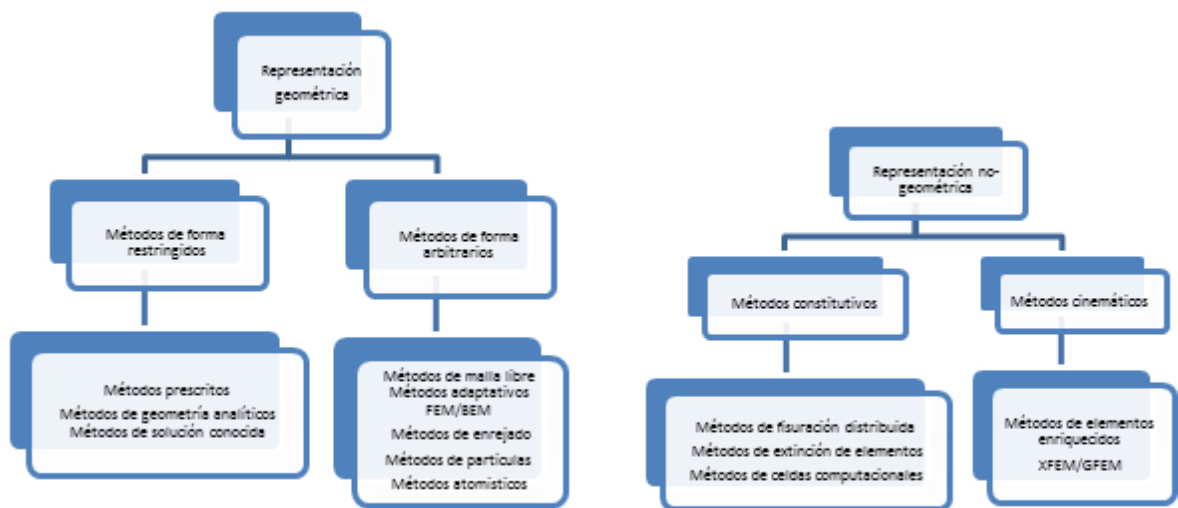
2.2 TAXONOMIA DE ENFOQUES PARA LA REPRESENTACION DE PROCESOS DE AGRIETAMIENTO

La figura 4 muestra una taxonomía de enfoques para la representación de procesos de agrietamiento. En este contexto, la representación simplemente significa la manera en la cual la presencia de una grieta, o un proceso de nucleación se incluyen en el procedimiento numérico. Los enfoques disponibles actualmente se clasifican en dos formatos de representación. En el primer enfoque, la grieta es una entidad geométrica; el modelo geométrico y el modelo

discreto, si es necesario, se actualizan con el crecimiento de la grieta. Esta es la rama principal de la izquierda de la taxonomía en la figura 4.

En el otro enfoque, el modelo geométrico subyacente no contiene la grieta y ni él ni el modelo discreto, si se necesitara, cambia durante el crecimiento de grieta. En lugar de eso, la grieta está representada en el modelo constitutivo material o en un modelo cinemático como una localización intensa de deformación. Esta es la rama principal derecha de la taxonomía en la figura 4.

Figura 4. Taxonomía de métodos de representación de agrietamiento en un modelo numérico

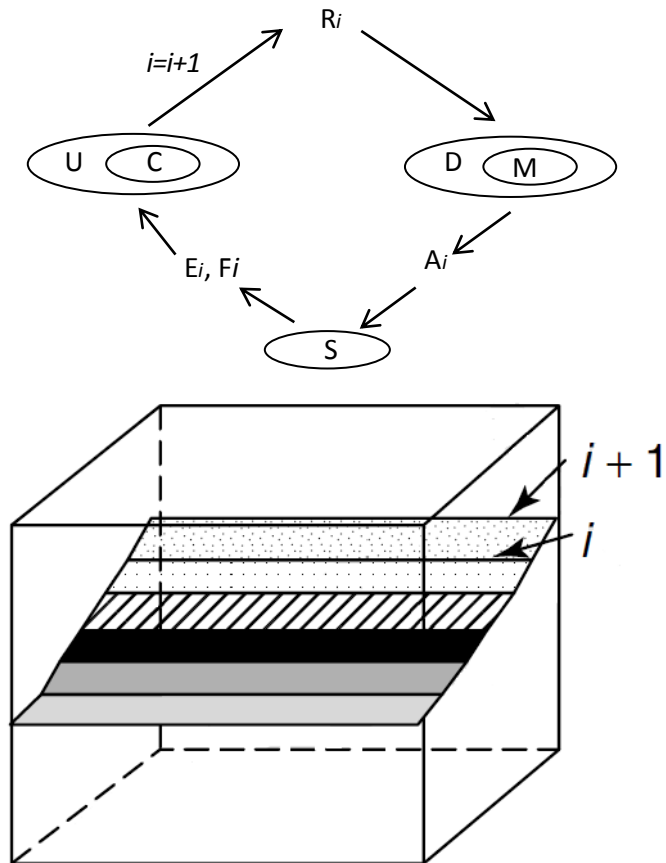


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

En la figura 5, se presenta un modelo conceptual del proceso de simulación de crecimiento de grieta, para que cada una de las ramas en la figura 4 se pueda comparar con respecto a este modelo conceptual. La simulación del crecimiento de grieta es un proceso incremental, donde se repite una serie de pasos para una progresión de modelos. Cada incremento de una simulación se basa en los resultados calculados previamente y representa la configuración de una grieta.

Hay cuatro colecciones primarias de datos o bases de datos requeridas para cada incremento (Figura 5).

Figura 5. Modelo conceptual de simulación de crecimiento de grieta



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La primera es la base de datos representacional, denotada por R_i , donde el subíndice i , identifica el número del incremento. La base de datos representacional contiene una descripción de la geometría del modelo, la cual puede o no incluir grietas, las condiciones de frontera y las propiedades del material. La base de datos representacional se transforma mediante un proceso de discretización, D , a

una base de datos de análisis, \mathbf{A}_i . El proceso de discretización incluye una función de enmallado, \mathbf{M} .

$$\mathbf{D}(\mathbf{R}_i, \mathbf{M}(\mathbf{R}_i)) \rightarrow \mathbf{A}_i \quad (1)$$

La base de datos de análisis contiene una descripción completa, pero aproximada del cuerpo, adecuada para la entrada a un procedimiento de solución, \mathbf{S} , el cual a menudo es un programa de análisis de esfuerzo de elemento finito o de frontera. El procedimiento de solución \mathbf{S} , se usa para transformar la base de datos de análisis, \mathbf{A}_i , a una base de datos de equilibrio, \mathbf{E}_i , la cual consiste en variables de campo, tales como desplazamientos y esfuerzos que definen la solución de equilibrio. La solución de equilibrio contiene variables de campo e información del estado del material y en el contexto de una simulación de crecimiento de grieta, también contiene valores de factores de intensidad de esfuerzo u otros parámetros de fuerza conductora, \mathbf{F}_i , para todos los frentes de grieta.

$$\mathbf{S}(\mathbf{A}_i) \rightarrow \mathbf{E}_i, \mathbf{F}_i \quad (2)$$

Por medio de una función de actualización, \mathbf{U} , \mathbf{E}_i junto con \mathbf{R}_i se usan para crear un nuevo modelo representacional \mathbf{R}_{i+1} , el cual incluye alguna forma de representación del incremento del crecimiento de grieta. La función de crecimiento de grieta, \mathbf{C} , la cual es parte de \mathbf{U} , determina la dirección y extensión del incremento del crecimiento de grieta.

$$\mathbf{U}(\mathbf{E}_i, \mathbf{R}_i, \mathbf{C}(\mathbf{F}_i)) \rightarrow \mathbf{R}_{i+1} \quad (3)$$

Esta secuencia de operaciones, como se muestra en la figura 5, se repite hasta que se alcanza una condición de terminación adecuada. Los resultados de tal simulación podrían incluir uno o más de los siguientes: una geometría de grieta

final, un historial de carga versus tamaño de grieta, un perfil de apertura de grieta o un historial de los parámetros de fuerza conductora del frente de la grieta.

Es principalmente las diferencias en la base de datos representacional R_i y la función de enmallado asociada M , que crean la diversidad de enfoques dentro de la taxonomía de la figura 4.

2.3 ENFOQUES DE REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA

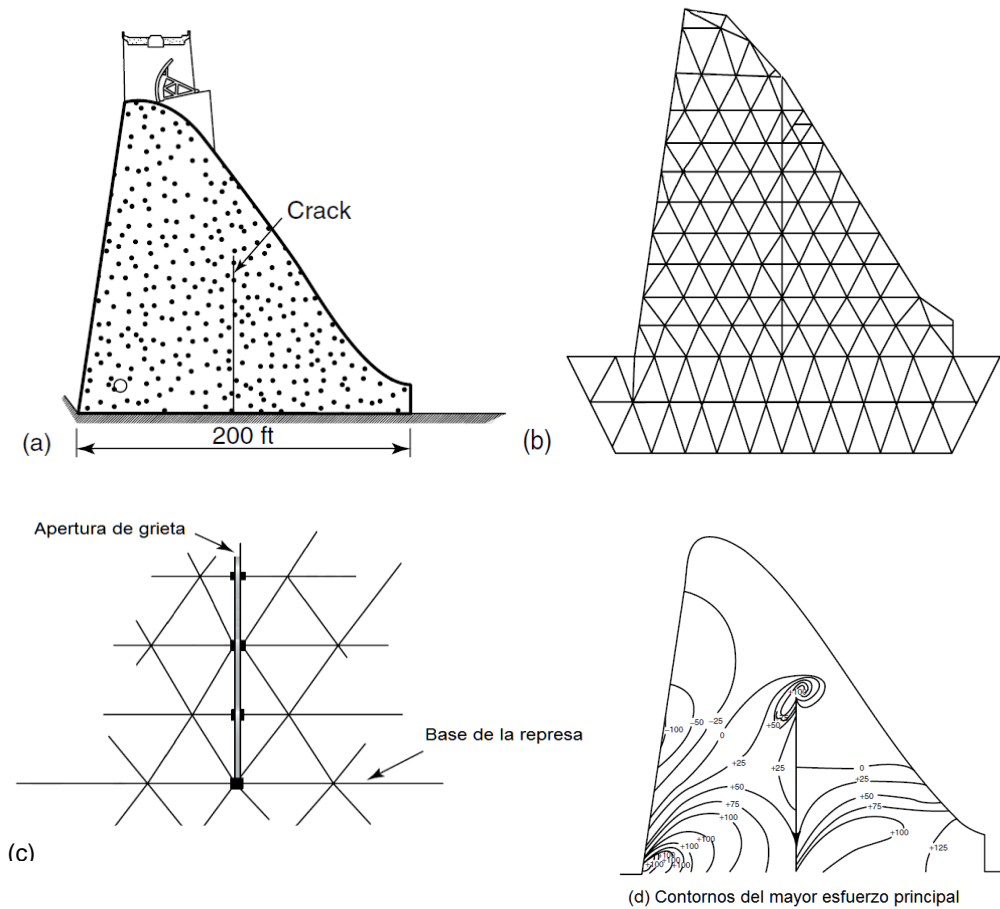
2.3.1 Métodos de forma restringida. Con el enfoque geométrico, el crecimiento de grieta puede ser restringido o arbitrario. Si el crecimiento es restringido por el método de discretización o restringido a ciertas formas de grieta analíticas, tales como planas y/o elípticas, se dice que el crecimiento es restringido.

2.3.1.1 Métodos prescritos. Un enfoque de geometría restringida común, es uno en el cual las superficies de la grieta son prescritas por caras existentes de elementos usados en el método de elementos finitos (FEM). La malla de elementos no se cambia durante el crecimiento de grieta, pero nodos comunes a dos o más nodos son desacoplados a medida que la grieta pasa a través de ellos. Este es probablemente el primer enfoque usado para modelar el agrietamiento en el FEM. En la que podría ser la aplicación publicada más antigua de este enfoque, Clough (1962) investigó los efectos sobre los esfuerzos en una represa de concreto debido a una grieta vertical interna de longitud variable.

La figura 6(a) muestra la sección transversal modelada de la represa, con la grieta vertical. La figura 6(b) muestra la malla de elementos finitos “refinada” (1962) que mantiene el mismo número y topología de elementos a medida que varía la longitud de la grieta. La figura 6(c) muestra un detalle de la técnica de desacople del nodo que permitió que la grieta se propagara junto con las fronteras del

elemento existentes. Finalmente, la figura 6(d) muestra el efecto de una longitud de grieta particular sobre el campo del mayor esfuerzo principal en la presa. La figura 7 muestra un ejemplo posterior del enfoque prescrito para propagación de grieta no colineal en una barra. Aquí las grietas flexurales son prescritas para propagarse cuidadosamente junto con los bordes de los elementos para imitar la curvatura continua de las grietas que ocurre realmente.

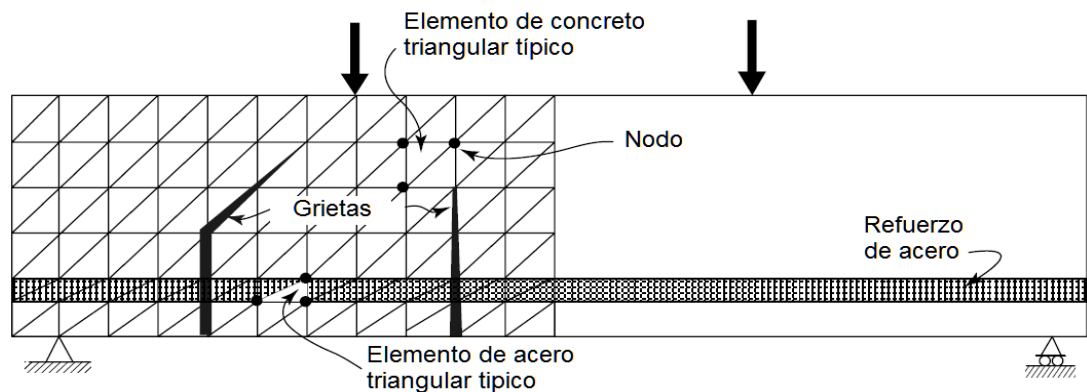
Figura 6. Efectos sobre los esfuerzos en una presa de concreto debido a una grieta vertical interna de longitud variable



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Claramente, con este enfoque prescrito, la mecánica de la trayectoria de la fractura está restringida por la discretización. El espaciado de la grieta, está controlado por el tamaño del elemento y la trayectoria por la topología de la malla. Además, cuando este método fue usado por primera vez, no había capacidades de enmallado automático y el desacoplamiento podía aumentar el ancho de banda de la matriz de coeficientes del FEM en una época en que la potencia de los computadores era relativamente baja. Estas desventajas conformaron el escenario para la famosa rama de taxonomía de fisuración distribuida.

Figura 7. Ejemplo de antecedentes del uso del esquema de desacoplamiento nodal

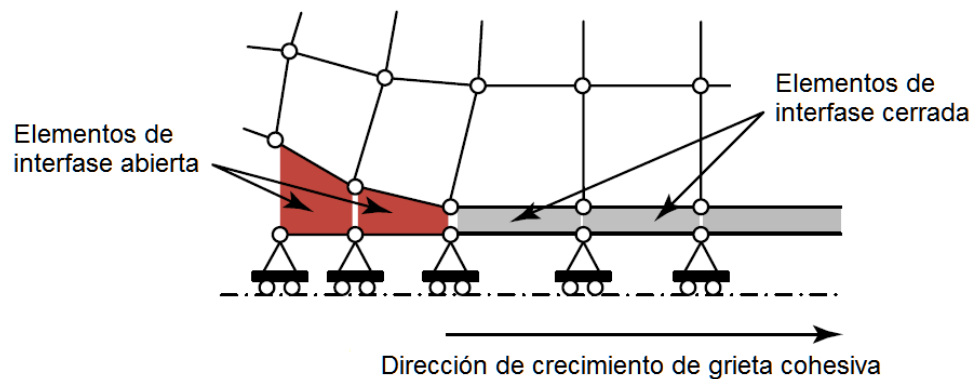


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

A pesar de estas restricciones en la mecánica de crecimiento de grietas, la potencia computacional moderna ha permitido que este enfoque siga siendo usado hoy en día en una variedad de formas. En la actualidad se pueden usar muchos más y más pequeños elementos y conectarlos automáticamente de una forma que disminuye la restricción de la trayectoria. Ahora hay minimizadores de ancho de banda nodales automáticos y estrategias de solución iterativas que minimizan la carga computacional de adherir nodos al proceso de desacoplado.

Una variante moderna del desacoplamiento nodal es una en la cual los elementos se insertan para abrir gradualmente caras de elementos coincidentes a través de un modelo de agrietamiento cohesivo no lineal. La grieta es entonces restringida para seguir un número finito de posibles formas determinadas mediante el mejor ajuste de la forma predicha a la malla existente. La figura 8 muestra un ejemplo del enfoque prescrito para movimiento de grieta cohesiva a lo largo de una línea de simetría. El mismo enfoque se puede usar en 3D para un plano de simetría.

Figura 8. Propagación prescrita a lo largo de una línea de simetría



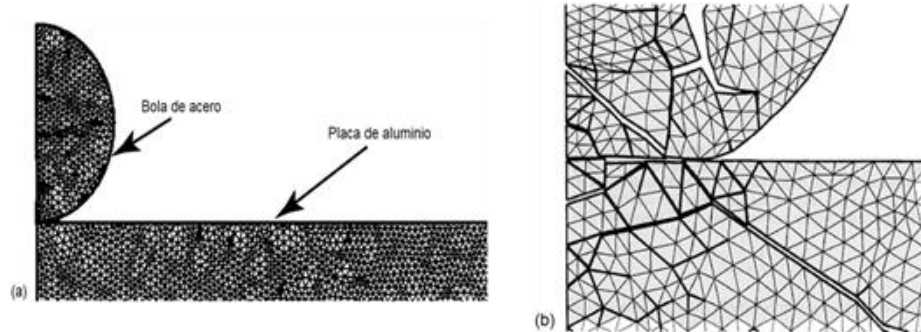
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La figura 9 ilustra la aplicación del enfoque para un caso más general de propagación de grieta múltiple, no lineal cohesiva. En este caso se simula la fragmentación de una placa frágil debido al impacto de una bola de acero (Figura 9(a)), permitiendo que ocurra de laminación a lo largo de todos los bordes de los elementos. A partir de la solución, emergen naturalmente fragmentos, ensambles de elementos rodeados por elementos de interfase completamente de laminados, (figura 9(b)).

2.3.1.2 Métodos de geometría analíticos. Si una grieta está restringida para propagarse en una forma matemáticamente simple, están disponibles los enfoques de geometría analítica y de solución conocida. Un ejemplo de lo anterior

es el método alternante de elementos finitos (FEAM). En este método, la estructura que contiene las grietas puede ser arbitraria y el FEM se usa para calcular todas las cantidades de campo en la estructura sin grieta.

Figura 9. Aplicación del enfoque para un caso más general de propagación de grieta múltiple, no lineal cohesiva



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Además a la solución de elementos finitos para las cantidades de campo, se requiere una solución de la función peso para los factores de intensidad de esfuerzo u otras fuerzas conductoras. Las soluciones de función peso, fueron originadas a partir del trabajo de Bueckner (1970) y Rice (1972).

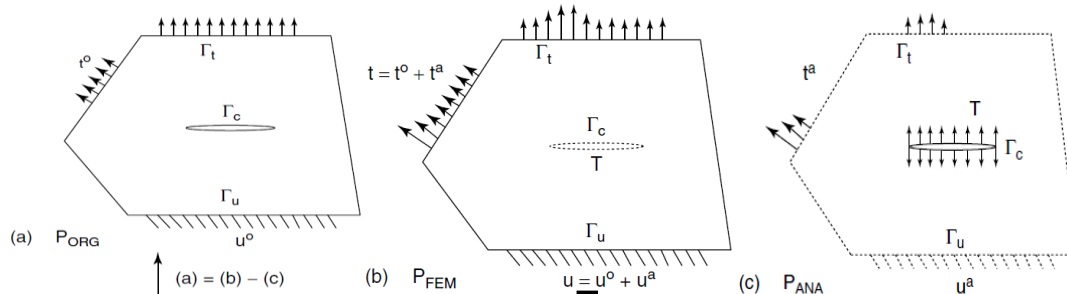
Se han desarrollado funciones de peso analíticas para un número de geometrías de grieta, desde la elipse plana hasta plana irregular y se han desarrollado métodos para mejorar la integración de estas funciones. Las influencias de las funciones peso sobre la solución de elementos finitos son luego calculadas a una tolerancia de error satisfactoria usando una técnica iterativa auto consistente como sigue para el caso de la solución de factor de intensidad de esfuerzo:

1. Se analiza la estructura finita no agrietada usando el FEM.
2. Se usa la solución de elementos finitos para calcular los esfuerzos en la ubicación de la grieta.

3. Estos esfuerzos en la ubicación de la grieta se retiran para crear las caras de grieta libres de tracción como en el problema dado.
4. Se evalúa la solución de la función peso para el problema del cuerpo infinito con las caras de grieta sujetas a las tracciones determinadas en el paso 3.
5. Los factores de intensidad de esfuerzo para la iteración actual, se determinan a partir de la solución analítica en el paso 4.
6. Las tracciones residuales sobre las superficies externas del cuerpo finito debido a las tracciones aplicadas sobre las caras de la grieta del cuerpo infinito, una medida de error en esta iteración, son calculados también a partir de la solución analítica en el paso 4. Estas tracciones residuales son luego reversadas y aplicadas al cuerpo finito no agrietado en el paso 1.

Estos pasos se repiten hasta que los esfuerzos residuales sobre las caras de las grietas, se convierten aceptablemente pequeños. La solución de intensidad de esfuerzos final se obtiene agregando las soluciones de todas las iteraciones. Este proceso de superposición iterativa se muestra gráficamente en la figura 10.

Figura 10. Ejemplo de la versión de geometría analítica del enfoque de forma restringida (FEAM)



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Como el método prescrito, al método alternante no requiere ningún re-enmallado para albergar o propagar una fractura y puede usarse con cualquier código de elemento finito estándar (o frontera) sin modificación. Sin embargo se requiere programación adicional para:

- Extraer los campos necesarios a partir de la solución de elementos finitos en la región que contiene una grieta;
- Realizar la solución de la función peso usando estos campos;
- Iterar entre las soluciones de elementos finitos y función peso a una tolerancia de error satisfactoria.

Con referencia a la figura 5, en el método alternante, solo hay una R_i (R_0) y no contiene grietas y la función M se invoca solo en el primer ciclo de simulación. Todas las operaciones que soportan la evolución de la grieta son parte de la función solución S y actualización U , donde la última se restringe como se nota arriba. Si la estructura que contiene la grieta es suficientemente simple, las funciones peso podrían existir para obviar la necesidad de que las soluciones de campo usen el FEM o el BEM. En este caso, los métodos de solución conocida se pueden emplear como se describe a continuación.

2.3.1.3 Métodos de solución conocida. El enfoque de geometría restringida más simple y probablemente el más usado está basado en soluciones numéricas y/o analíticas conocidas. Las características claves de este enfoque son las siguientes:

- Está disponible solo para un número pequeño de combinaciones relativamente simples de geometrías estructurales y condiciones de frontera.

- Las formas de grieta están restringidas a líneas rectas en 2D y superficies analíticas planas en 3D.
- El crecimiento de grieta en la mayoría de los casos está restringido a suposiciones de LEFM.

Bajo estas restricciones, las fuerzas conductoras de grietas conocidas, se pueden almacenar en tablas o se puede usar el enfoque de funciones peso para generarlas rápidamente. Ellas pueden entonces ser procesadas rápidamente para predecir la estabilidad y velocidad en códigos como NASGRO (2006), AFGROW y FASTRAN. Estos códigos confían en un sinnúmero de soluciones conocidas para problemas particulares de grietas.

Con respecto a la figura 5, en el método de solución conocida, el R_i , contiene grietas, pero la función M nunca se invoca. La función solución S es trivial y la función actualización U , se restringe geoméricamente.

El método de solución conocida es computacionalmente simple y puede ser usado a menudo para análisis preliminares aproximados de combinaciones de geometría y condiciones de frontera para los cuales no existen soluciones previas. En el otro extremo de la intensidad computacional están los enfoques geoméricos arbitrarios que se describen a continuación.

2.3.2 Enfoques de forma arbitraria. Si el crecimiento de grieta simulado es arbitrario, la grieta toma la forma predicha por la física y mecánica de crecimiento. Si no hay restricciones de forma impuestas por la discretización, o la discretización ocurre a una escala de longitud mucho menor que la estructura en cuestión. La discretización no cambia durante la propagación pero los elementos son tan pequeños con relación a la longitud de grieta que la trayectoria parece que fuera no restringida.

Actualmente hay tres enfoques en esta categoría de simulaciones: aquellos que no requieren discretización espacial con elementos continuos de volumen, tales como métodos de malla libre; aquellos que requieren discretización pero modifican la malla para conformar la geometría evolutiva de la grieta, tales como los métodos adaptativos FEM y BEM; y aquellos que discretizan con elementos de volumen distintos en lugar de continuos, tales como los métodos de enrejado, partículas y atomísticos. Los enfoques posteriores alcanzan arbitrariedad en la geometría en un sentido aproximado usando elementos de los cuales la escala de longitud efectiva es mucho menor que la del continuo que representan.

2.3.2.1 Métodos libres de malla. Un enfoque para resolver el problema de la discretización que interfiere con el crecimiento de grieta deseado es remover el enmallado desde el proceso de simulación. Los años 90 vieron una explosión de desarrollos en el famoso enfoque libre de malla y su aplicación a CFM a muchos campos. Dos tipos de métodos de malla libre que se usan mayormente son los métodos kernel tales como los métodos de hidrodinámica de partícula suave (SPH) y métodos basados en aproximaciones de mínimos cuadrados movibles (MLS) como un ejemplo de particiones de unidad. Solo los métodos MLS se discutirán aquí.

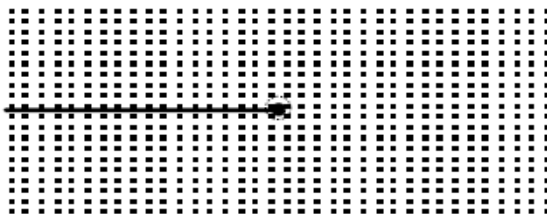
A diferencia de los métodos representacionales discutidos hasta ahora, los métodos libres de malla confían en un solver de campo diferente del de FEM estándar. Por ejemplo, el método de Galerkin libre de elemento (EFMG) es un método de malla libre en el cual la función de aproximación es MLS.

En MLS la aproximación es una combinación lineal de funciones base y se ajusta a los datos mediante una función cuadrática de peso. La aproximación MLS se construye totalmente en términos de un conjunto de nodos internos (figura 11) y una descripción de las fronteras del modelo. El valor de las funciones deseadas, como desplazamientos en cualquier punto se obtiene resolviendo una serie de

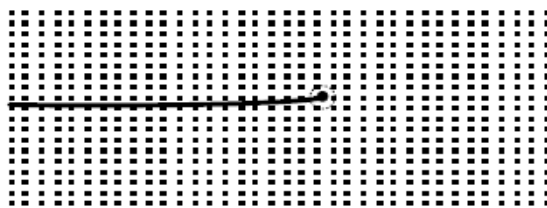
ecuaciones lineales; el tamaño del sistema se determina por el número de nodos que influyen la aproximación en ese punto.

La figura 11 muestra un arreglo esquemático de nodos que no tienen la conectividad usual de FEM. De hecho, el arreglo nodal puede ser arbitrario, aunque el arreglo influye la exactitud local. Esto se muestra en la figura 12. Aquí se observa que el arreglo de nodos en la vecindad de una punta de grieta, tiene una fuerte influencia en la exactitud de los cálculos de factores de intensidad de esfuerzo usando el método de dominio de la integral J.

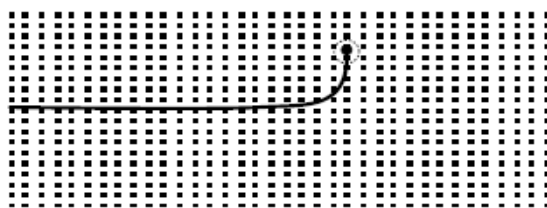
Figura 11. Representación de propagación de fractura en elementos libres no colineales



(a)



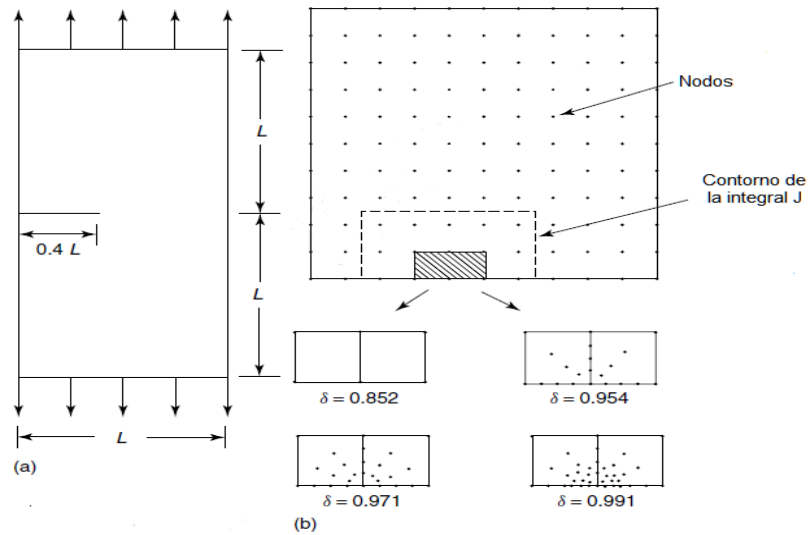
(b)



(c)

Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 12. Ejemplo del uso de la representación de elementos libres



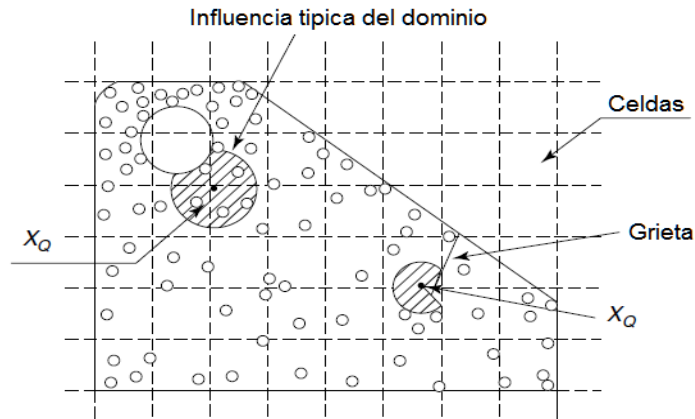
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

El método se ajusta bien al modelamiento de grietas en 2D y 3D porque las superficies arbitrarias a través de las cuales la función de desplazamientos es discontinua se pueden incorporar fácilmente en el modelo. La presencia de la grieta, una superficie de discontinuidad, solo afecta como los nodos influyen el desplazamiento en un punto dado.

Se puede usar un criterio de visibilidad para seleccionar estos puntos: cualquier nodo que no es visible desde un punto se omite desde la evaluación del desplazamiento en ese punto. Esto se ilustra para un punto nodal típico, xQ , cerca de una grieta en la figura 13. Una desventaja del elemento libre de Galerkin (EFG) es que la fácil implementación del criterio de visibilidad resulta en algunas discontinuidades interiores alrededor de la punta de grieta. Se ha probado que la aproximación resultante es aun convergente, pero es preferible la suavización mediante métodos de difracción o transparencia.

Otra desventaja del EFMG es la dificultad en establecer condiciones de frontera esenciales. Una solución a esta dificultad es acoplar EFMG con FEM estándar y usar este último en regiones que necesiten condiciones de frontera esenciales.

Figura 1. Esquema del fondo de la estructura de la celda, independiente del arreglo nodal

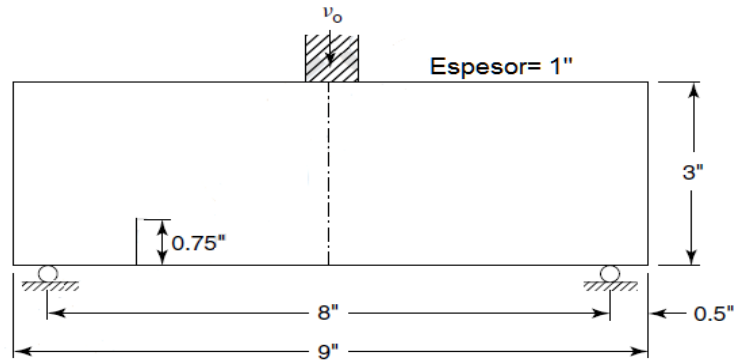


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La exactitud de LEFM se puede mejorar sustancialmente mediante el enriquecimiento de la aproximación mediante funciones que abarquen las soluciones de campo asintóticas cerca de la punta de la grieta. El enriquecimiento puede ser intrínseco, donde estas funciones se adhieren a las bases para la aproximación MLS o extrínseco donde se explota la propiedad partición de la unidad. En cualquier caso, se puede lograr una convergencia rápida en los factores de intensidad de esfuerzo.

El método ha sido aplicado a problemas de LEFM en dos y tres dimensiones, ambos estáticos y dinámicos. Ha sido también usado con modelos de grieta cohesiva materialmente no lineal para algunos estudios limitados de fractura elasto-plástica. La figura 14 define un problema de impacto en 2D que involucra propagación de grieta cohesiva en una barra de concreto.

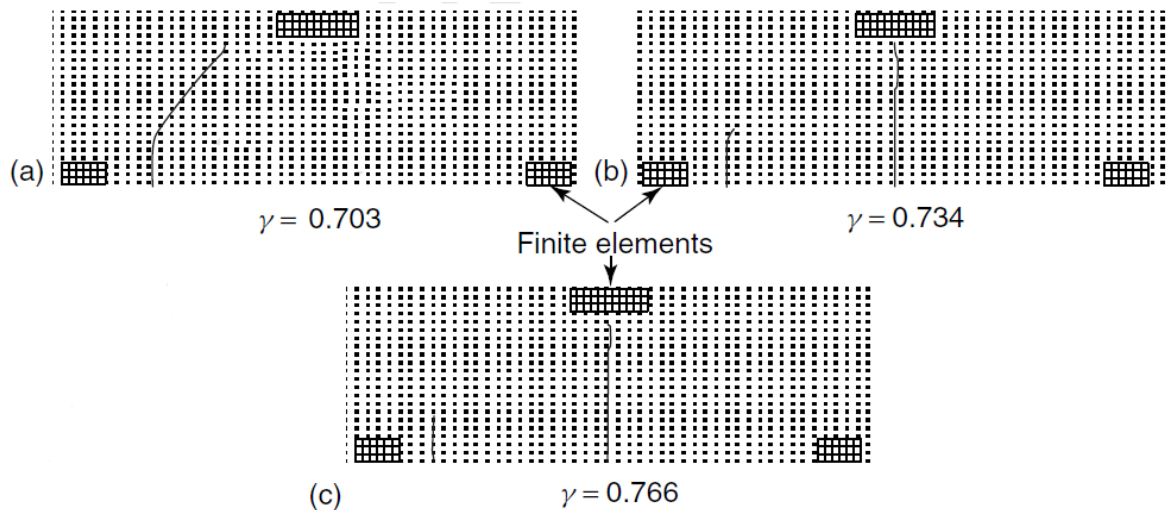
Figura 2. Barra cargada dinámicamente simulada con el EFGM



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

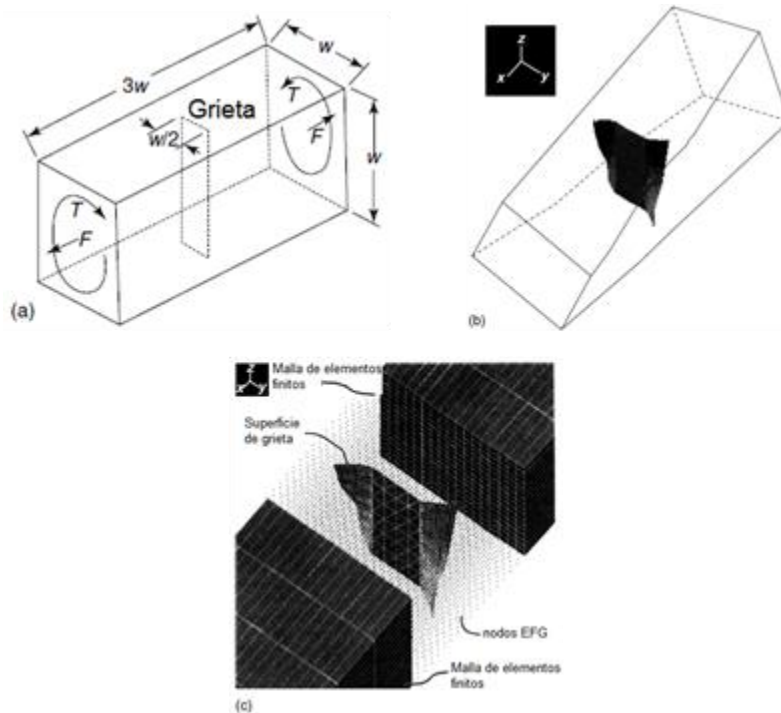
La figura 15 muestra resultados típicos EFG para patrones de grieta curvilíneos. La generalidad de este enfoque acoplado EFG/FEM para propagación arbitraria de grieta en 3D se muestra en la figura 16. En este caso, sólo se discretiza con EFG, la tercera parte de la barra, la región en la cual se espera la propagación de la grieta,.

Figura 15. Trayectorias de grieta finales para diferentes ubicaciones iniciales de fisura, predichas con simulación EFG de la barra mostrada en la figura 14



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 16. Simulación de crecimiento de grieta en 3D usando el EFG acoplado con FEM estándar.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Con referencia a la figura 5 en los métodos de malla libre, el \mathbf{R}_i contiene grietas, pero la función \mathbf{M} es muy diferente de la de los enfoques tradicionales de EF o de los de frontera (BE), requiriendo solo una actualización del arreglo nodal no conectado para seguir el crecimiento de grieta. La función \mathbf{S} es también bastante diferente, usando por ejemplo, MLS en lugar de la aproximación tradicional de EF.

Con el sustancial y continuo incremento de la potencia computacional que permite realizar la mayoría de simulaciones de crecimiento de grieta en 2D en computadores portátiles y con la enorme base de software instalado y la inversión en personal experimentado en el campo tradicional de EF, se puede observar la potencial utilidad de los enfoques de malla libre en 3D.

Todos los enfoques geométricos de malla libre y tradicionales basados en FE o BE requieren actualizar A_i por medio de una función de enmallado, \mathbf{M} (Figura 5). Pero los enfoques FE/BE requieren al menos re-enmallado local usando elementos de volumen 3D/superficie 2D con conectividades nodales. La función \mathbf{M} es más simple para métodos de malla libre; sólo necesita actualizar el arreglo de nodos no conectados para que sigan la trayectoria del crecimiento de grieta.

Sin embargo, los métodos de malla libre aún necesitan un volumen estático de malla de fondo adicional para la cuadratura; ellos tienen la dificultad mencionada anteriormente de las condiciones necesarias de frontera. A menudo se requiere acoplar con FEM estándar para resolver este problema; el código del software que involucra búsqueda 3D, ray-tracing e inclusión de tolerancias para determinar cuáles nodos de los que están cerca del frente de la grieta están influenciando a otros es considerablemente complejo.

2.3.2.2 Métodos FEM/BEM adaptativos. Los enfoques adaptativos FEM/BEM permiten geometrías completamente arbitrarias de las estructuras y de las grietas mediante la actualización de la malla para que se ajuste a la geometría de grieta emergente. Estos enfoques se adhieren estrictamente al paradigma conceptual de la figura 5 y a la aceptación de que R_i debe contener una base de datos de geometría exacta, como se requiere en los problemas prácticos de resistencia industrial. Ellos se basan en formulaciones actualizadas FE y BE para la función de solución S y en la tecnología avanzada en superficie automática y generación de malla volumétrica y en el mapeo de la información de estado desde segmentos de malla viejos a nuevos.

Un componente clave en el desarrollo de enfoques adaptativos FEM/BEM fue la introducción de bases de datos topológicas para organizar y controlar la interacción entre los modelos de geometría sólida y de malla de la estructura agrietada y la técnica de solución BEM o FEM. La simulación del crecimiento de

grieta es más complicada que muchas otras aplicaciones de mecánica computacional porque la geometría de la estructura (siempre) y la topología (algunas veces) evolucionan durante la simulación.

Por esta razón, se debería mantener y actualizar como parte del proceso de simulación una descripción geométrica del cuerpo que sea independiente de cualquier discretización numérica. En FEM/BEM adaptativo la base de datos de geometrías es una parte vital de la base de datos representacional y contiene una descripción explícita del modelo sólido, incluyendo las grietas. Las tres técnicas de modelamiento sólido más usadas, representación de frontera (B rep), geometría sólida constructiva y ajustes paramétricos analíticos son todas igualmente capaces de representar modelos geométricos no agrietados. Sin embargo, el B-rep es el más apropiado para representar grietas en 3D, por dos principales razones:

1. Un modelador en B-rep almacena superficies y geometrías de superficies explícitamente. Si también está disponible la información de adyacencia topológica explícita, dos superficies topológicamente distintas pueden compartir una descripción geométrica común. Una grieta representa dicha configuración. Un modelador B-rep usa sólo la topología de superficie y la geometría para representar la estructura sólida tridimensional. Una grieta realmente consiste en dos superficies que tienen la misma descripción geométrica y ambas superficies forman parte de la frontera del modelo sólido.
2. Los sólidos en 3D y las formas dimensionalmente degeneradas como los platos o placas se pueden representar igualmente bien con un modelo B-rep. Los platos y placas se representan usando una sola superficie topológica para cada superficie del plato/placa. Esto significa que el crecimiento de grieta se puede modelar en estructuras sólidas y de capas delgadas usando el mismo sistema de software.

La topología de un objeto es la información acerca de las relaciones, vecindades y orden entre las características de la geometría – información geométrica incompleta. Estas son las propiedades de la geometría real que son invariantes con respecto a las transformaciones geométricas. Un sistema de topología sirve como una herramienta organizacional para los datos que representan el objeto y los algoritmos que operan sobre los datos.

No es necesario que haya información topológica explícita para la simulación de crecimiento de grieta para todos los enfoques mostrados en la figura 4. Sin embargo, hay cuatro razones irresistibles para usar la topología en algunos de los más poderosos de estos enfoques:

1. La información topológica, a diferencia de la información geométrica, se puede almacenar exactamente, sin aproximaciones ni ambigüedades.
2. Se puede usar el soporte teórico de la topología y las gráficas de frontera para desarrollar procedimientos formales y rigurosos para almacenar y manipular estos tipos de datos.
3. Cualquier configuración topológica puede representar un número infinito de configuraciones geométricas.
4. Durante la propagación de la grieta, la geometría de la estructura cambia con cada incremento de grieta, mientras que la topología generalmente cambia con menor frecuencia.

La información topológica explícita se usa como un marco de referencia para \mathbf{R}_i y ayuda en la implementación de las funciones \mathbf{D} y \mathbf{U} . Las entidades topológicas (como vértices, bordes y caras) sirven como los elementos principales de la base de datos con descripciones geométricas y otros atributos (tales como condiciones

de frontera y propiedades del material) accesado a través de las entidades topológicas.

Se han propuesto varias estructuras de datos para múltiples objetivos. Un modelador B-rep es capaz de representar estructuras sólidas y de placas delgadas. Sin embargo, modelar placas delgadas impone algunas restricciones sobre la elección de la estructura de datos topológica. Específicamente, a menudo se crean topologías no múltiples, esto es, las topologías no pueden existir en una representación bi múltiple.

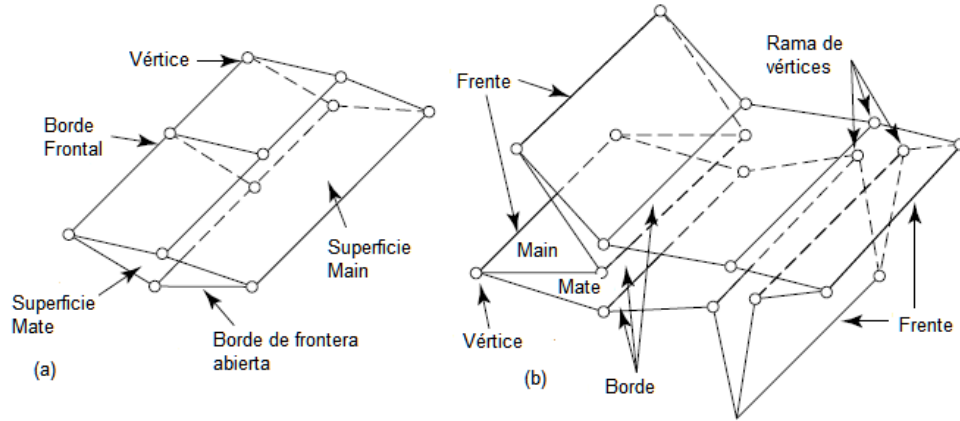
Otras características que introducen condiciones no múltiples incluyen superficies internas tales como interfases de dos materiales y algunas configuraciones de grieta. Se necesita una estructura de datos no múltiple, como la de borde radial, para modelar estos tipos de estructuras. Esta estructura de datos es capaz de representar topologías de modelos que consisten en grietas que se ramifican o intersectan además de las interfases bimateriales y estructuras de placas – un requerimiento necesario para un simulador de fractura de propósito general. También se encuentran disponibles estructuras de datos más simples basadas en bordes para operaciones en dos dimensiones.

Una grieta se define dentro de R_i por la geometría y la topología. Una grieta consiste generalmente de múltiples caras que se generan a medida que va creciendo. Las superficies de grieta topológica se arreglan en pares, definidas como main y mate (Figura 17). Cada superficie se compone de caras topológicas, bordes y vértices. Los bordes y los vértices tienen una clasificación adicional basada en su posición sobre la superficie de la grieta.

Por ejemplo, los bordes del frente de la grieta representan el borde principal de la misma dentro del sólido y los BEs abiertos representan la intersección de la superficie de la grieta con la superficie del modelo. Dependiendo de la presencia

de bordes y vértices clasificados se puede clasificar la grieta misma.

Figura 17. Topología de una grieta hueca (a) y una grieta ramificada (b).

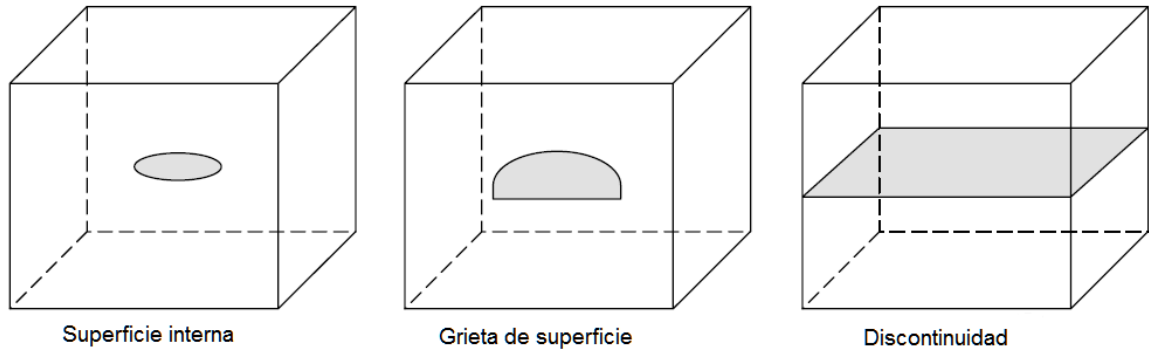


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Una grieta discreta simple en un cuerpo en 3D se clasifica como interna, de superficie o una discontinuidad. Una grieta interna no tiene BEs abiertos; el frente de la grieta no intersecta la superficie de frontera del modelo. Una grieta de superficie tiene al menos un BE abierto e intersecta una o más superficies de frontera. Una discontinuidad no tiene bordes en el frente de grieta y separa al cuerpo completamente.

Durante la propagación, una grieta interna puede cambiar a una grieta de superficie cuando las paredes del frente de la grieta intersecten la superficie del modelo de frontera y pueden eventualmente llegar a ser una discontinuidad (figura 18). Sobre las entidades topológicas básicas, actúa un conjunto de operadores eulerianos, para crear y modificar grietas de acuerdo con las reglas inherentes a la función de actualización, **U**. el uso de estos operadores topológicos rigurosos, matemáticos disminuye la ambigüedad e inexactitud que a menudo acompaña las operaciones análogas sobre las entidades geométricas.

Figura 18. Topología de una grieta hueca (a) y una grieta ramificada (b).



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

A continuación se muestran ejemplos de usos de enfoques adaptativos FEM/BEM:

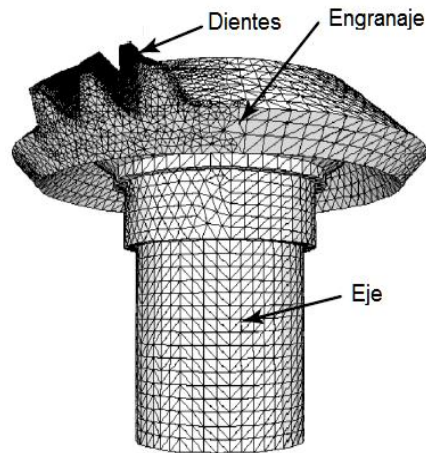
- Simulaciones basadas en FEM y BEM en 2D para problemas estáticos y dinámicos LEFM y no LEFM.
- Simulaciones basadas en BEM en 3D de crecimiento de grieta cuasi estático y por fatiga en sólidos geoméricamente complejos.
- Simulaciones basadas en FEM en 3D de crecimiento de grieta en placas bajo condiciones donde no aplica LEFM y de grandes desplazamientos

Las figuras 21 a la 23 presentan diferentes comparaciones entre el crecimiento de grieta observado y el simulado. Las observaciones surgen a partir de un experimento en el cual dos fallas iniciales co-planares estuvieron presentes; esto conduce a una fractura parcial del diente medio, no capturada en la simulación pero mostrada en las figuras 21 y 22. Durante esta simulación, el número de elementos finitos creció desde alrededor de 214 000 a 327 000 y el número de DOF incrementó desde alrededor de unos 920 000 a 1 400 000 (Figura 23).

Las figuras 19 a 23 muestran crecimiento de grieta por fatiga arbitraria en un piñón

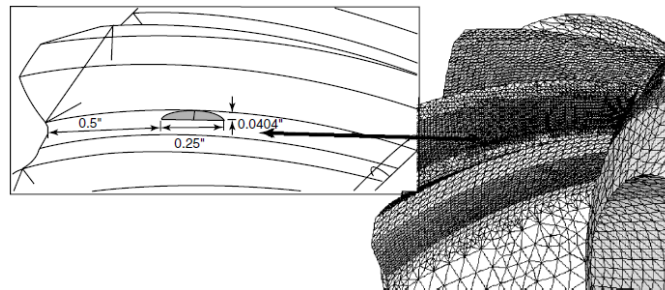
usando el enfoque adaptativo FEM. La figura 19 muestra el modelo en FE general, en el cual solo se necesita representar tres dientes para esta simulación de crecimiento de grieta, a partir de un defecto en el diente del medio. En la figura 20 se muestra el tamaño del defecto inicial y la ubicación.

Figura 19. Modelo de elementos finitos de un piñón cónico espiral



Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 20. Tamaño y ubicación de la falla inicial en el diente medio del piñón.

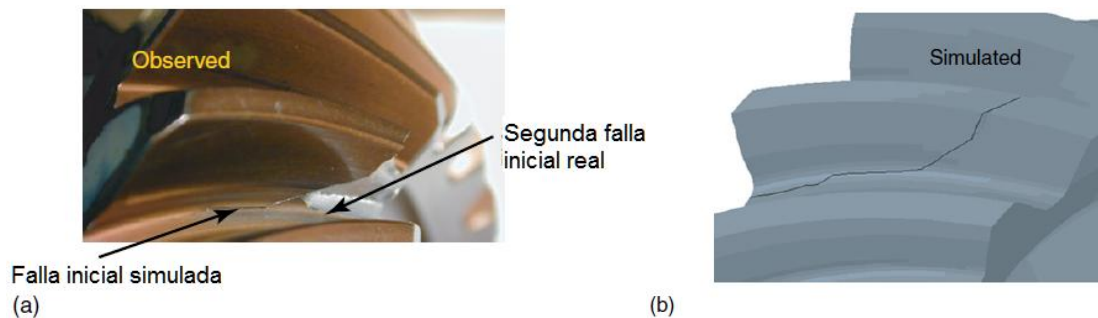


Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Las figuras 21 a la 23 presentan diferentes comparaciones entre el crecimiento de grieta observado y el simulado. Las observaciones surgen a partir de un experimento en el cual dos fallas iniciales co-planares estuvieron presentes; esto

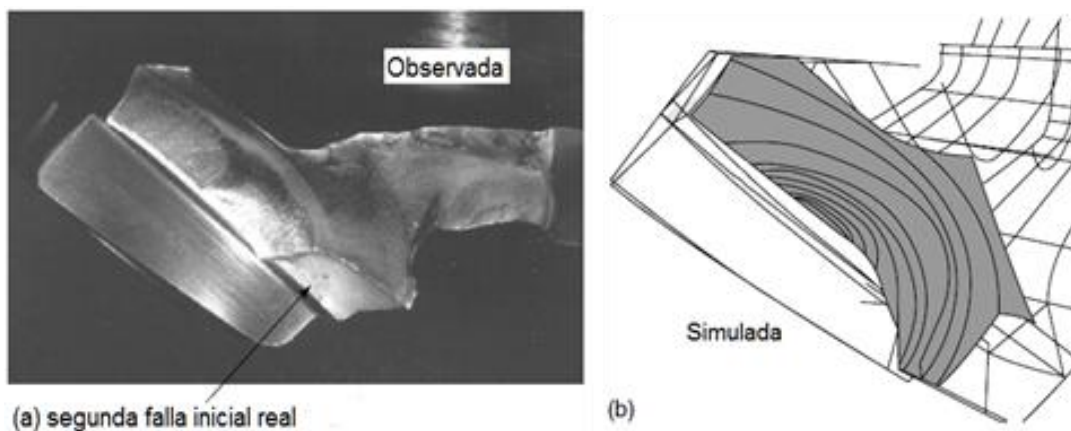
conduce a una fractura parcial del diente medio, no capturada en la simulación pero mostrada en las figuras 21 y 22. Durante esta simulación, el número de elementos finitos creció desde alrededor de 214 000 a 327 000 y el número de DOF incrementó desde alrededor de unos 920 000 a 1 400 000 (Figura 23).

Figura 21. Comparación entre el rastro de la grieta sobre la superficie del diente medio del piñón observada (a) y simulada (b).



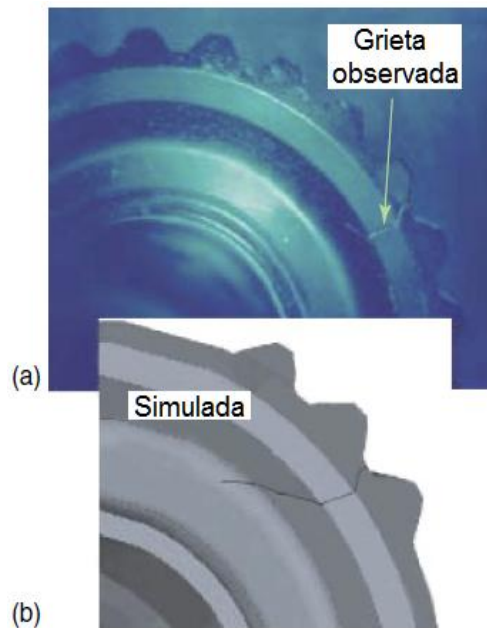
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 22. Comparación entre las superficies de fractura final en el piñón observada (a) y (b).



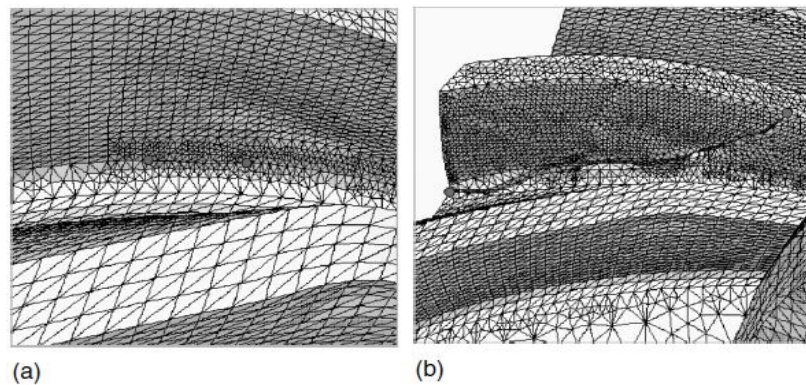
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 23. Comparación entre el rastro de la grieta sobre el engranaje del piñón observado (a) y el simulado (b).



Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 24. Evolución de la malla durante simulación adaptativa de elementos finitos de crecimiento de grieta en el piñón.

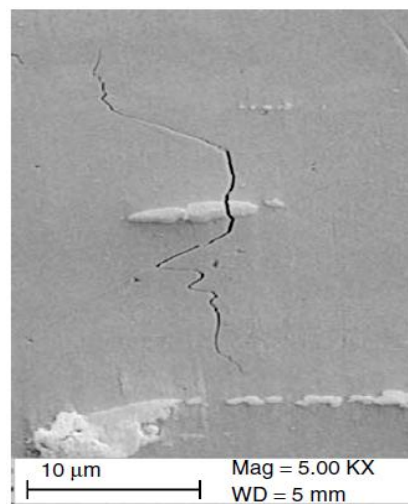


Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Un ejemplo del modelamiento micro-estructural apuntó hacia el más reciente

objetivo de la CFM, prediciendo resistencia del crecimiento de grieta y el uso de un enfoque adaptativo FEM se describe en las figuras 25 a la 28. La figura 25 es una micrografía de una aleación de aluminio que contiene una partícula incoherente dentro de la cual se ha incubado una grieta por fatiga y a partir de la cual esta grieta se ha nucleado en la matriz y se ha propagado.

Figura 25. Micrografía de una aleación de aluminio que muestra nucleación de grieta por fatiga a partir de una partícula constituyente



Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Esta partícula está contenida dentro de un grano con una orientación cristalográfica específica y dentro de la cual hay cuatro posibles planos de deslizamiento elástico. Se ha planteado la hipótesis de que la nucleación de la grieta a partir de la partícula ocurrirá cuando una medida de daño D , basada en que el deslizamiento plástico alcanza un valor crítico, donde la medida del daño se define por

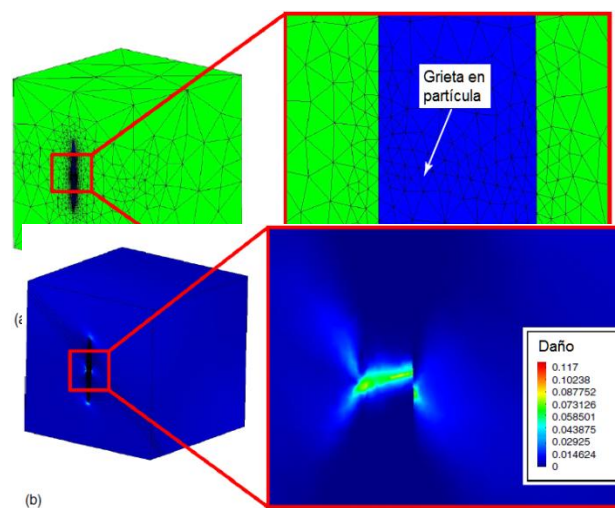
$$D = \sum_{i=1}^3 \gamma_i \quad (4)$$

Donde γ_i son los deslizamientos plásticos sobre cada una de las tres posibles

direcciones de desplazamiento sobre un plano de deslizamiento.

La figura 26 muestra un modelo de elemento finito idealizado de tal situación donde el grano se modela como un simple cubo (verde) y la partícula como una semi-elipse (azul).

Figura 26. Simulación de nucleación de grieta por fatiga a partir de una partícula constituyente en una matriz de granos de aleación de aluminio.

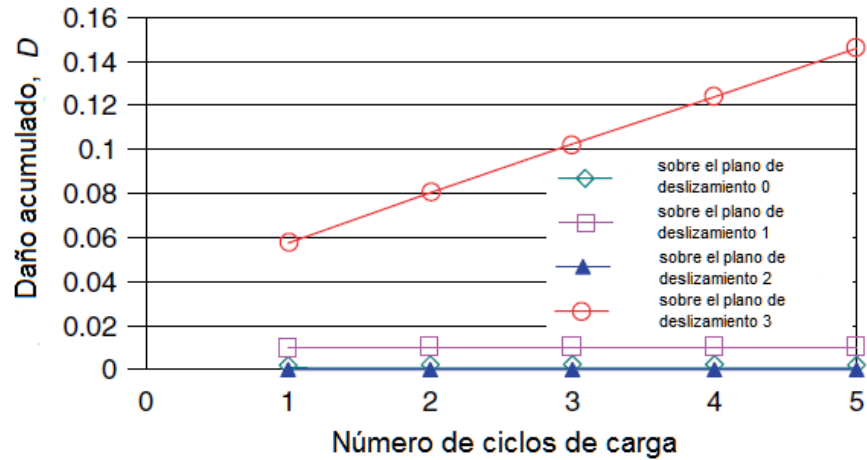


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La figura 26 (a) muestra la malla adaptada que contiene una partícula agrietada, mientras que la figura 26 (b) muestra, con la partícula removida para claridad, contornos de daño, D , en el grano, cerca de la grieta en la partícula.

La situación de daño completo se ilustra en la figura 27, la cual muestra la evolución del tiempo de D en cada uno de los cuatro planos de deslizamiento que intersectan esta partícula y que solo uno de estos planos, plano 3 está acumulando daño suficiente.

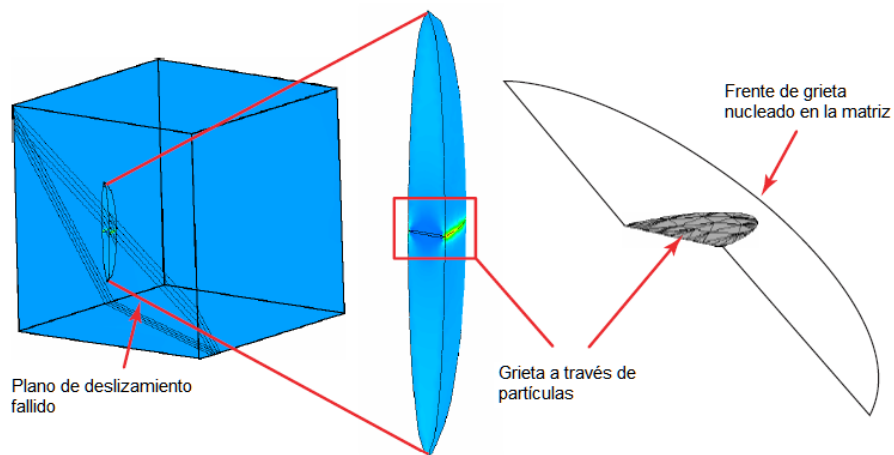
Figura 27. Evolución de daño calculada sobre los cuatro planos de deslizamiento que intersecan la partícula agrietada que se muestra en la figura 28.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Finalmente, la figura 28 muestra la orientación de este plano, la partícula agrietada y la forma predicha de la nucleación de grieta a partir de la partícula para esta orientación de grano particular.

Figura 28. Orientación del plano de deslizamiento fallido, partícula agrietada y predicción de la forma de grieta nucleada.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La clave para la utilidad de los enfoques adaptativos FEM/BEM es una función de enmallado confiable y eficiente, **M**, dentro del proceso de discretización, **D**. Las características deseables de esta función son las siguientes:

- Que garanticen la producción de elementos de buena forma. Este es un objetivo general sin importar si el objeto que está siendo enmallado está agrietado o no. Se hace más difícil para propagación de grieta por las numerosas acciones de re enmallado que ocurren.
- Que sea capaz de hacer una buena transición entre las regiones con elementos de tamaño altamente variable. Es común encontrar grietas que son mucho más pequeñas que las estructuras que las contienen. También los altos gradientes de campo en la vecindad de una grieta y alrededor de los aumentadores de esfuerzo geométrico que frecuentemente las encuentran requieren elementos más pequeños si se busca la convergencia.
- Que sea capaz de alinearse con una frontera de la malla. Esta es una característica importante para que un re-enmallado local eficiente se acomode con el crecimiento de grieta. Las superficies de la parte no perturbada de la malla forman una malla de frontera existente durante esta operación.
- Que sea capaz de distinguir entre las dos superficies coincidentes geométricas y sus nodos, los cuales comprenden una grieta. Esta capacidad de discriminación se soporta por las estructuras de datos topológicos mencionados anteriormente: cada cara de grieta es una entidad distinta topológicamente.

Todas estas características no están disponibles en todos los programas de enmallado comerciales o basados en investigación y este es probablemente el mayor impedimento para un mayor uso de los enfoques adaptativos y hacia el interés en los enfoques de malla libre.

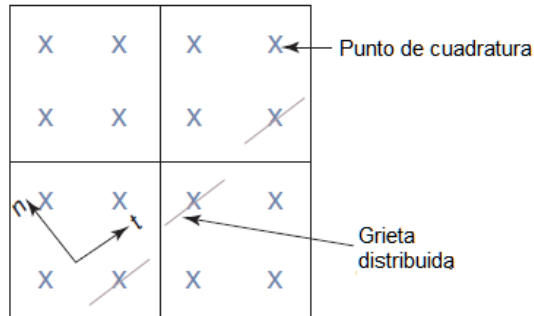
Sin embargo, hay una comunidad de investigadores grande en el mundo en generación de malla automática y hay progresos continuos en la confiabilidad y eficiencia de los programas de enmallado con las características mencionadas anteriormente. Cuando se elige entre el famoso enfoque de re enmallado de malla libre y el adaptativo, se tiene que decidir dónde invertir en la complejidad del software, si en el mismo procedimiento de solución numérica o en el proceso de enmallado.

2.4 ENFOQUES DE REPRESENTACIÓN NO GEOMÉTRICA

Hay dos clases de representaciones no geométricas disponibles dentro del marco de referencia del FEM: constitutiva y cinemática. En la primera, la rigidez del material se degrada apropiadamente localmente para imitar la discontinuidad del desplazamiento creada por una grieta, mientras que la geometría subyacente y los modelos de malla no cambian. En el segundo, el efecto de una grieta sobre los campos de deformación y/o desplazamiento circundantes reside en la aproximación local dentro de los elementos, dejando de nuevo los modelos de geometría y de malla intactos. El principal objetivo en ambos enfoques, es obviar la necesidad de aplicaciones repetitivas de la función de enmallado (**M**) en la ecuación 1.

2.4.1 Enfoques constitutivos no geométricos. Los enfoques constitutivos no geométricos se conocen como representaciones de fisuración distribuida. Este nombre se deriva del hecho de que la grieta resultante es realmente una zona distribuida suavizada alrededor de un punto de cuadratura de rigidez dentro de un elemento (figura 29). En los métodos constitutivos de fisuración distribuida, el material agrietado se idealiza como un continuo dañado. El mismo cuerpo sustancial de enfoques conocidos como mecánica de daño es un super-conjunto de enfoques de fisuración distribuida.

Figura 29. Concepto de fisuración distribuida.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Aparentemente Rashid (1968) fue el primero en sugerir el enfoque de fisuración distribuida como un medio simplificado de representación de grietas en concreto reforzado, aunque sin tener en cuenta la mecánica de fracturas. Esto es, su criterio para crecimiento de grietas fue exceder un valor límite especificado de esfuerzo de tensión normal a la dirección de crecimiento de grieta.

La ecuación 5 muestra la relación plano-deformación entre los incrementos de esfuerzo y deformación en puntos de cuadratura con la idea básica de que el material normal y la rigidez de deslizamiento se pueden degradar mediante la selección apropiada de los parámetros de suavizado μ y β , respectivamente.

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{nn} \\ \Delta\sigma_{tt} \\ \Delta\sigma_{nt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu E}{1-\vartheta^2} & \frac{\vartheta\mu E}{1-\vartheta^2} & 0 \\ \frac{\vartheta\mu E}{1-\vartheta^2} & \frac{E}{1-\vartheta^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\beta E}{2(1+\vartheta)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{nn} \\ \Delta\varepsilon_{tt} \\ \Delta\gamma_{nt} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde

E=módulo de Young

ν =relación de Poisson

t, n =direcciones tangenciales y normales definidas en la figura 29.

La ecuación (2-2) simplemente establece que el componente de esfuerzo normal a una grieta, $\Delta\sigma_{nn}$, debería tender a cero a medida que μ se aproxima a cero y que el incremento en el esfuerzo de corte paralelo a una grieta, $\Delta\sigma_{tt}$, debería tender a cero a medida que β se aproxima a cero. En efecto, el material se hace localmente ortotrópico en rigidez.

Bazan y Cedolin (1983) señalaron la necesidad de una base de energía para el enfoque de fisuración distribuida para hacerlo objetivo con respecto al enmallado: un incremento en la refinación del enmallado, de otra manera activaría el crecimiento de grieta a cargas sucesivamente menores. Ellos integraron el modelo representacional de fisuración distribuida con LEFM clásica.

La introducción de un criterio basado en energía necesariamente y fundamentalmente introdujo una dificultad con este enfoque que aún no se ha resuelto completamente. Esta dificultad es que el tamaño de elemento tiene que ser incluido en el criterio basado en energía para crecimiento de grieta. Claramente, el volumen de material asociado con un punto de cuadratura relaciona al tamaño del elemento y a la energía de deformación almacenada.

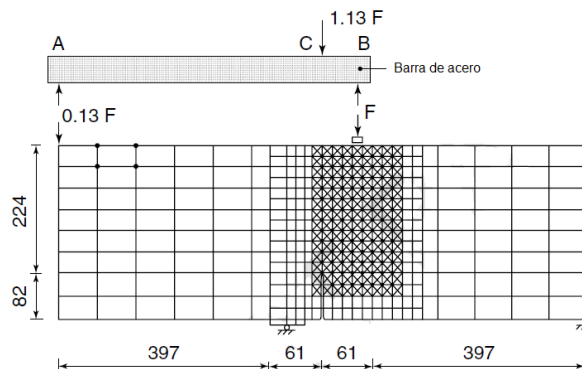
Esta inter-relación de los modelos constitutivos y de enmallado complica la simulación de crecimiento de grieta con el enfoque de fisuración distribuida. Este enfoque incluso hace que un problema de LEFM sea materialmente no-lineal. Por lo tanto hay un intercambio en tal caso entre, por ejemplo, cálculos extras para el re-enmallado usando el método adaptativo geométricamente y los cálculos extras para la resolución repetitiva de la ecuación usando el enfoque de fisuración distribuida.

Rots y de Borst (1987) y William, Pramono y Sture (1987) resaltaron otros inconvenientes principales del enfoque clásico de fisuración distribuida. Entre estos están:

- Tendencia direccional: el patrón de grieta depende de la topología del elemento;
- Modos cinemáticos falsos: el suavizado artificial de elementos puede causar eigenvalores negativos y pérdida de la estabilidad numérica;
- Stress locking: los resultados siempre son muy rígidos; la fuerza residual muy alta.

Por ejemplo, el primer problema se puede ver fácilmente dentro del ejemplo mostrado en la figura 30. Este problema involucra crecimiento de grieta curvilínea en una barra cargada asimétricamente. La figura 31 muestra una comparación entre las observaciones experimentales y las predicciones del patrón de grieta predichas usando un enfoque de fisuración distribuida. Los enfoques del refinamiento de malla y el arreglo son evidentes. Este y los otros problemas mencionados anteriormente se analizan en Rots, Nauta y Kusters (1985).

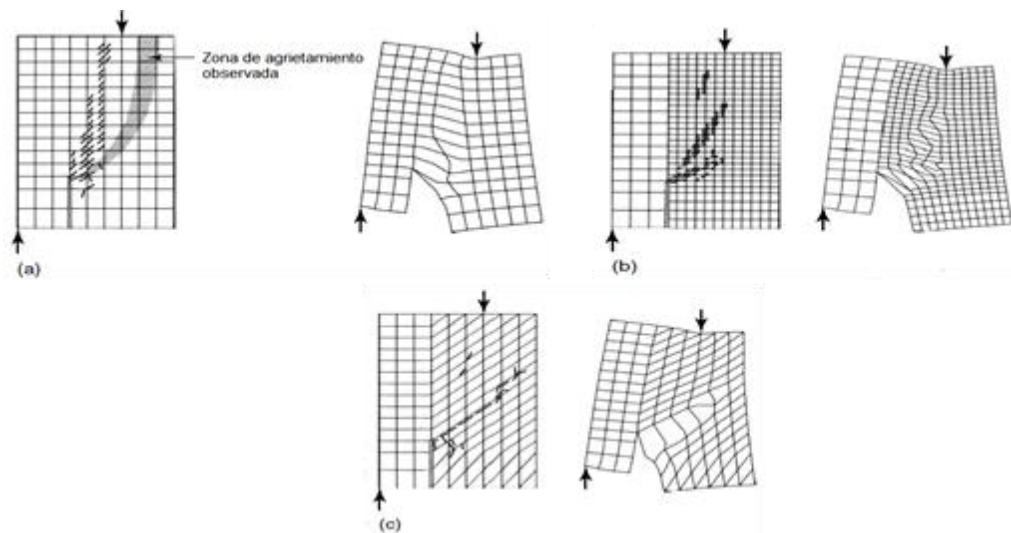
Figura 30. Modelo de elementos finitos de una barra de concreto cargada asimétricamente.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

En la literatura se encuentran muchas variantes del enfoque de fisuración distribuida, todas buscando eliminar o al menos disminuir estos inconvenientes. De Borst presentó (1997) estudios comparativos entre estas variantes, mientras que Weihe, Kroplin y de Borst (1998) presentaron una clasificación completa de los modelos de fisuración distribuida.

Figura 31. Región central, resultados de elementos finitos usando el enfoque constitutivo de fisuración distribuida para la estructura de la figura 30.



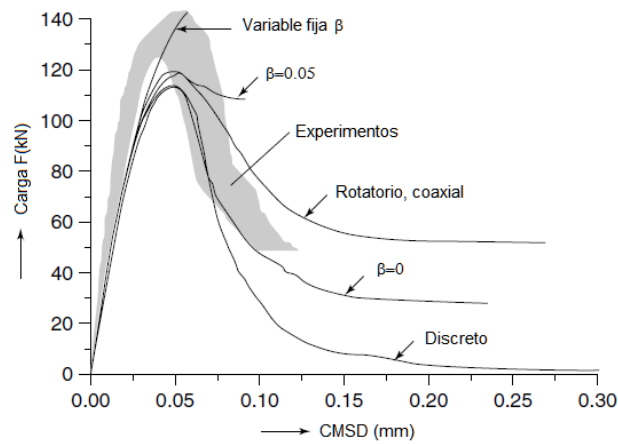
Fuente: INGRAFEEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

El enfoque de grieta de banda, es la subclase más larga en la cual la grieta se modela implícitamente por la suposición de que su apertura se distribuye sobre una longitud prescrita.

El concepto de un modelo de grieta de banda se ha aplicado a varios tipos de representaciones constitutivas como la del modelo fijo basado en elasticidad y los de grieta que rota, modelos de daño basados en elasticidad, los modelos de grieta fija multidireccional y los modelos de grieta basados en plasticidad. La figura 32 muestra el efecto de usar algunas de estas variantes de este enfoque sobre el

comportamiento de carga-desplazamiento predicho para la estructura mostrada en la figura 30. En esta figura, discreto significa adaptativo geométricamente y β es el factor de retención de cizalla definido en la ecuación 2-2.

Figura 32. Carga experimental y en elementos finitos contra los resultados de desplazamientos en la cara de la fractura, para la estructura mostrada en la figura 30.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Otra subclase de la representación constitutiva es el enfoque continuo mejorado. Lo que todos estos modelos tienen en común es la introducción de una escala de longitud interna que refleja la interacción física entre dos puntos de un material. En este grupo, hay tres modelos de gradientes no locales, micropolares y dependientes de la tasa. Sin embargo este enfoque se ha usado bastante en las comunidades de geo mecánicos y ha encontrado su camino de una forma u otra en muchos programas comerciales de elementos finitos. Los desarrollos recientes incluyen la combinación de representaciones agrietadas y geométricas (discretas) en un solo modelo.

Además la esencia de este enfoque se puede ver en algunos enfoques similares, como en mecánica de extinción de elementos (EEM), mecánica de elementos de

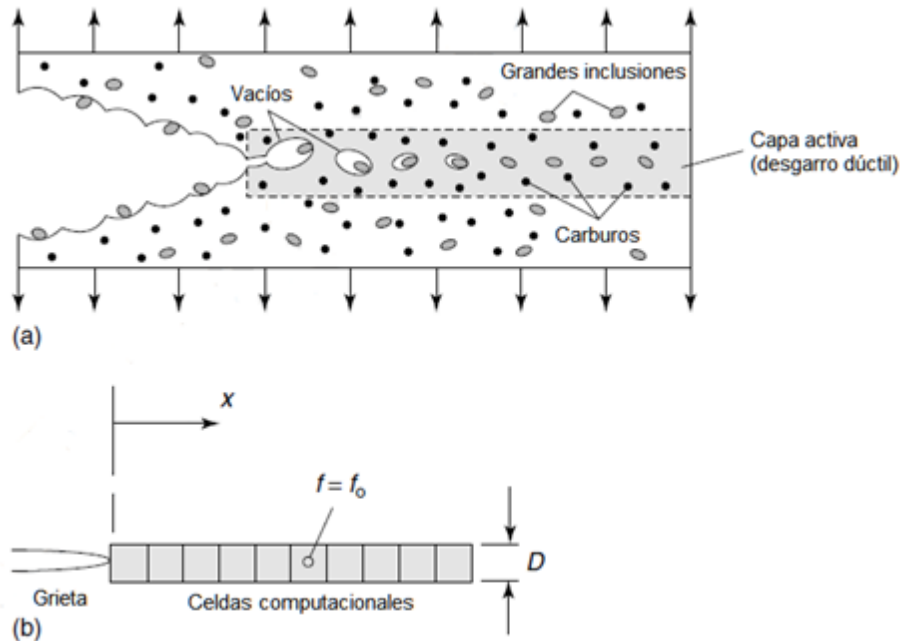
falla (EFM) y celda computacional. Una versión extrema del método constitutivo es la extinción de elementos. En este enfoque de elementos finitos, cuando un criterio para el avance de la grieta se ha satisfecho en un elemento finito, el elemento simplemente se remueve del modelo. Los enfoques de elementos dañados, permiten que algunos componentes de esfuerzo se transmitan a través de un elemento, como en el enfoque distribuido. El ancho de grieta resultante y el patrón claramente dependen de la malla en el EEM y el EFM y aun se deben seguir las reglas del balance de energía para la objetividad de la malla.

Una variante del enfoque de fisuración distribuida/extinción de elementos que se ha usado con mucha efectividad para el rol más moderno de la CFM, relacionando la resistencia con la microestructura, es el método de celdas computacionales. Este enfoque se ha usado con mucho éxito aplicado al problema de crecimiento de grieta dúctil en aceros, ambos en 2D y en 3D. La figura 33 presenta la idea básica detrás de este enfoque.

Todo el micro-daño debido al crecimiento de espacios vacíos y coalescencia de partículas/inclusiones en un material dúctil, se supone que ocurre en una capa de daño activa adelante del frente de la grieta (Figura 33a). El esquema representacional para esta capa de daño activa, es una capa de elementos finitos tratada especialmente, celdas computacionales (Figura 33b), en las cuales la física del crecimiento del espacio vacío y la coalescencia se capturan a través de un modelo constitutivo apropiado.

A las celdas se les asigna una fracción de volumen vacío inicial, f_0 , característico de la microestructura del material a mano. Cuando se cumplen los criterios para la pérdida efectiva de volumen de carga dentro de una celda, esto es, cuando la porosidad, f , alcanza un valor crítico, la celda experimenta extinción desde el modelo numérico.

Figura 33. Base para el enfoque de celdas computacionales.

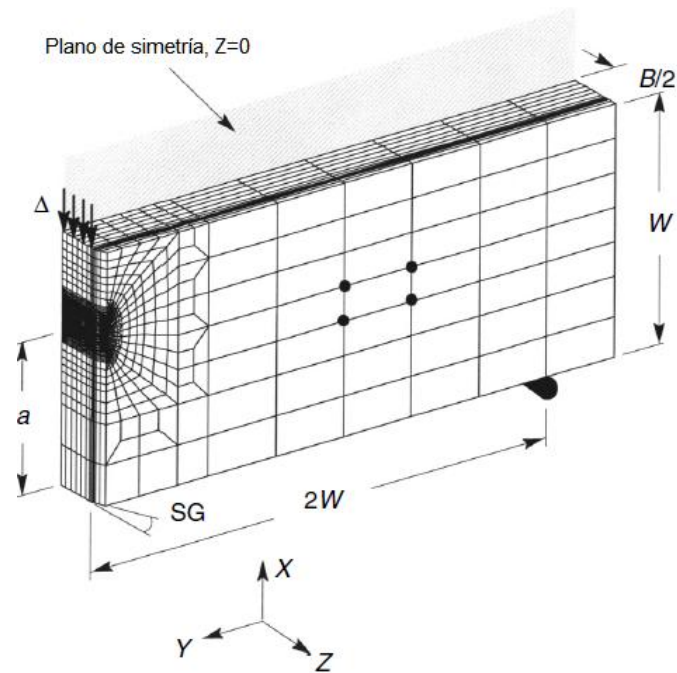


Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

El espesor D , de esta capa de celdas se elige de tal manera que sea comparable al espaciado de las grandes inclusiones en la microestructura del material y este parámetro se convierte en una escala de longitud de material explícita. Se permite que el material afuera de esta capa de celdas se comporte de acuerdo con un modelo constitutivo de plasticidad continua. Primero se calibra D y f_0 usando una relación conocida entre la extensión de grieta y J (por ejemplo). El enfoque puede luego ser usado para predecir una resistencia al crecimiento de grieta o curva R , para el mismo material, pero para diferentes configuraciones y tamaños estructurales.

Este proceso se ilustra en las figuras 34 a 36 para acero A533B. En la figura 34 se muestra la geometría y el enmallado para un espécimen de lado suavizado SE(B).

Figura 34. Geometría y modelo de elementos finitos para una muestra ranurada lateralmente usada para el enfoque de celdas computacionales.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Más adelante del frente de la grieta hay un bloque de celdas computacionales con $D=250\mu\text{m}$. En la figura 35 se observa una muy buena comparación entre las curvas R medidas y las predichas.

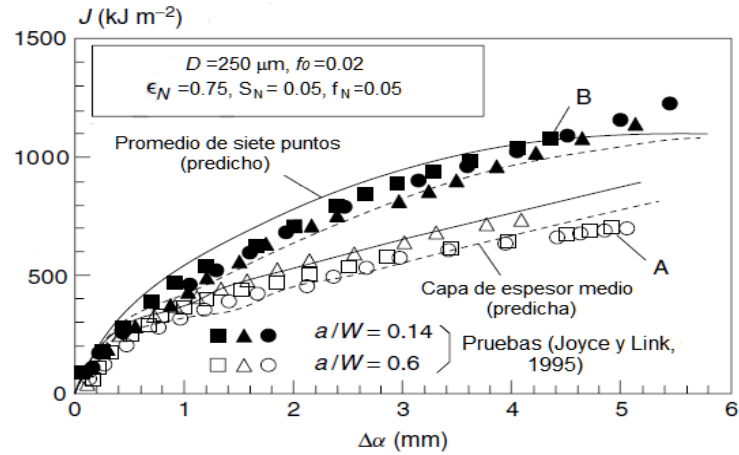
Los parámetros adicionales en esta figura son los factores de nucleación usados con el modelo de crecimiento de espacio vacío, usado en estas simulaciones. En la figura 36 se ilustran buenas comparaciones entre la forma del frente de grieta predicha y la observada para dos pruebas distintas.

$$[k] = \iint [B]^T [D] |J| dVol \quad (6)$$

Donde

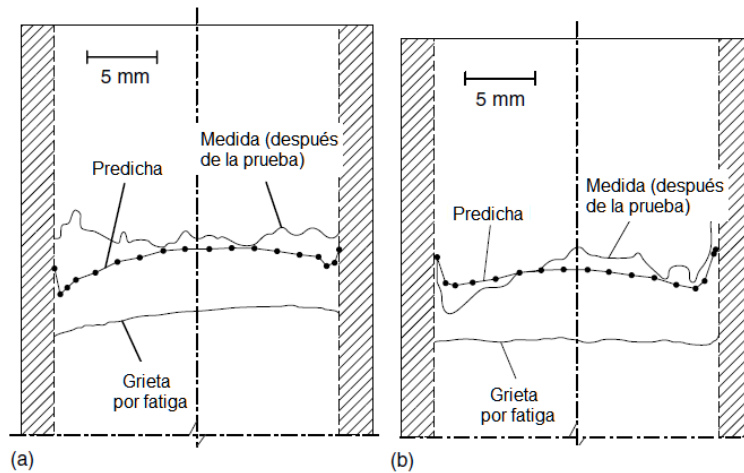
k es una matriz de elementos de rigidez

Figura 35. Comparación de las curvas R, medidas y predichas para la muestra mostrada en la figura 34.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 36. Comparación de perfiles de frentes de grieta predichos y medidos después de la prueba, para la muestra de la figura 34.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

D es una matriz de rigidez material

B es una matriz de deformación-desplazamiento

J es el Jacobiano de transformación y *Vol* es el volumen del elemento.

La otra rama no geométrica representa una grieta dentro de un elemento mediante la apropiada modificación de la matriz deformación-desplazamiento y/o el Jacobiano en la ecuación (6).

2.4.2 Enfoques cinemáticos no geométricos. El enfoque cinemático es un método de elementos finitos en el cual la representación de la grieta está inmersa en los aproximantes de elementos finitos locales y consecuentemente aparece como cambios en la matriz de deformación-desplazamiento [*B*] o en el Jacobiano *J* de la ecuación (6). Hubo muchos intentos al comienzo de la aplicación de FEM a la mecánica de fracturas para enriquecer un elemento finito con el conocimiento de la presencia de grieta dentro de su dominio.

Muchos investigadores estudiaron formulaciones de elementos finitos especiales que incorporaron funciones base singulares en [*B*], mapeo de singularidades inducidas o factores de intensidad de esfuerzo como variables nodales. Quizás la mejor formulación conocida es la del elemento iso-paramétrico singular de 1/4-punto, el cual se encuentra en la actualidad en las librerías de elementos de la mayoría de programas de elementos finitos.

Se ha vuelto a poner interés en los enfoques cinemáticos iniciados con el trabajo de Belytschko y Black (1999), en lo que se ha conocido como el método de elementos finitos extendido (XFEM) y el de Strouboulis Copps y Babuska (2000), Duarte, Babuska y Oden (2000) y Duarte et al (2001) en lo que se ha conocido como el método generalizado de elementos finitos (GFEM).

La idea básica en ambos casos es introducir una discontinuidad parecida a una grieta entre los elementos en el campo de deformación o en el campo de desplazamiento.

En el trabajo de Moes, Dolbow y Belytschko (1999), se puede enriquecer un elemento con el conocimiento de la presencia de grieta invocando el principio de partición de la unidad describiendo el campo de desplazamiento dentro del elemento como

$$u^h = \sum_{i \in I} u_i \varphi_i + \sum_{j \in J} b_j \varphi_j H(x) + \sum_{k \in K} \varphi_k \left(\sum_{l=1}^4 c_k^l F_l(x) \right) \quad (7)$$

Donde

u^h es el campo de desplazamiento en un elemento enriquecido

l es el número de nodos en el elemento

u_i son los desplazamientos nodales

φ son las funciones de forma estándar

$H(x)$ es una función de salto o discontinua

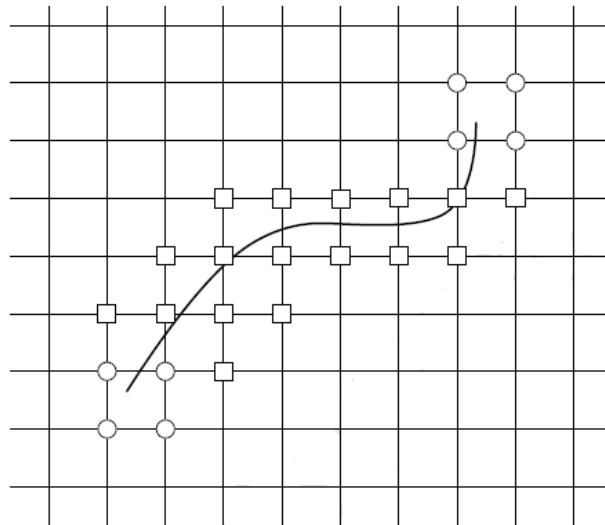
b_j y c_k son coordenadas generalizadas

Y donde J es el conjunto de nodos cuadrados y K el conjunto de nodos circulares en la figura 37. Las funciones $F_l(x)$ contienen el conocimiento de la naturaleza matemática del campo de desplazamiento lineal elástico de la punta de grieta y se definen como

$$\{F_i(r, \theta)\} \equiv \left\{ \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta), \sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \right\} \quad (8)$$

Donde (r, θ) son las coordenadas polares locales en la punta de la grieta. La primera función en (8), $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$, es discontinua a través de las caras de las grietas, mientras que las últimas tres funciones son continuas. La figura 37 muestra la trayectoria de grieta arbitraria dentro de una malla de elementos finitos en 2D.

Figura 37. Representación de grieta XFEM sobre una malla estructurada en 2D.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

La función salto simplemente puede ser

$H_x = 1$ para un elemento sobre un lado de la grieta

$$= -1 \text{ para un elemento sobre el otro lado} \quad (9)$$

Claramente, los elementos con nodos cuadrados, aquellos divididos en dos por una grieta pero que no están cerca de una punta de grieta, sólo necesitan el segundo término en la ecuación (8).

Las funciones en la ecuación (8) tienen en cuenta solo el término principal en el campo de desplazamiento teórico de la LEFM. Karihaloo y Xiao (2003) han mostrado enriquecimiento adicional con términos de un orden más alto y cálculos directos de los factores de intensidad de esfuerzo. Moes y Belytschko (2002) y Xiao y Karihaloo (2006) han descrito el enriquecimiento con términos no-LEFM y de Borst et al. (2004) y Areias y Belytschko (2005) el crecimiento de grieta cohesiva. También es posible involucrar términos de enriquecimiento que tengan en cuenta la interacción múltiple y la coalescencia de grietas (Zi et al., 2004).

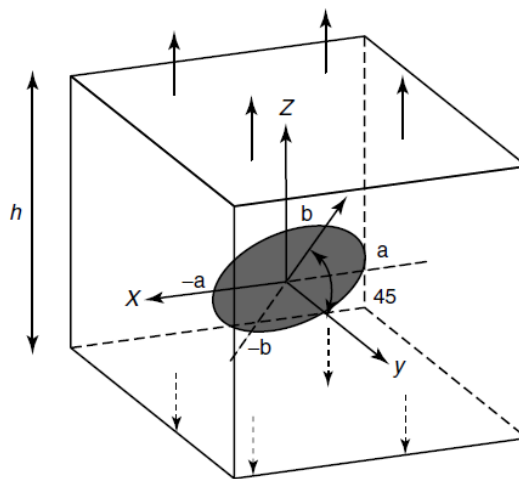
Las ecuaciones (7) y (9) se escriben asumiendo que la dirección de la grieta coincide con la dirección de la coordenada x . para el caso de orientación arbitraria de una grieta dentro de un elemento 2D o 3D, H y F se convierten en funciones de todas las coordenadas espaciales y se deben realizar transformaciones de coordenadas a lo largo de cada segmento de grieta dentro de cada elemento enriquecido. Una complicación adicional en la implementación de este enfoque involucra la cuadratura numérica usada para evaluar la ecuación (6) para elementos enriquecidos.

Un elemento completamente transversal a una grieta crea subdominios altamente irregulares dentro del elemento dentro del cual se debe realizar la cuadratura. Se ha encontrado que en muchos casos, especialmente en 3D, es inaceptable la cuadratura Gauss estándar de bajo orden. Consecuentemente se necesita un esquema de discretización para elementos enriquecidos en triángulos o tetraedros, dentro del cual se emplean esquemas de cuadratura de orden mucho mayor. Esta es una necesidad práctica pero compleja.

En la figura 38 y 39 se muestra un ejemplo de la aplicación de XFEM al crecimiento de grietas arbitrarias en 3D bajo condiciones de la LEFM. La figura 38 muestra el problema de grieta inicial de modo mixto. En la figura 39 se muestra una vista de la forma de grieta predicha después de 17 incrementos de crecimiento de grieta, tiempo en el cual la grieta ha bisecado el cubo. La malla, que no cambia durante toda la simulación, consistió en 8847 tetraedros. Esta simulación también uso una extensión al XFEM.

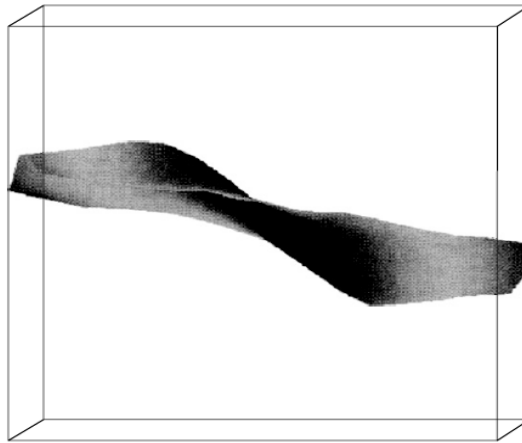
En las figuras 40 y 41 se muestra una aplicación más reciente y práctica de este enfoque. Aquí se simula la propagación de una grieta por fatiga que emana a partir de un poro grande (Figura 40, izquierda) en el material de una puerta de acceso de una aeronave (Figura 40, derecha). En la figura 41 se muestra la forma irregular de una grieta no planar.

Figura 38. Cubo que contiene una grieta en forma de elipse sujeta a carga de tensión uniaxial.



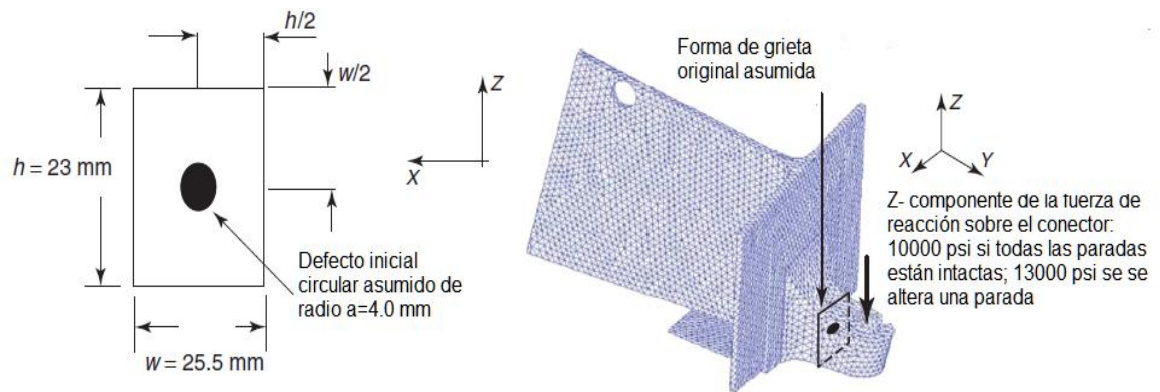
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 39. Evolución de la grieta mostrada en la figura 38 después de 17 pasos de tiempo.



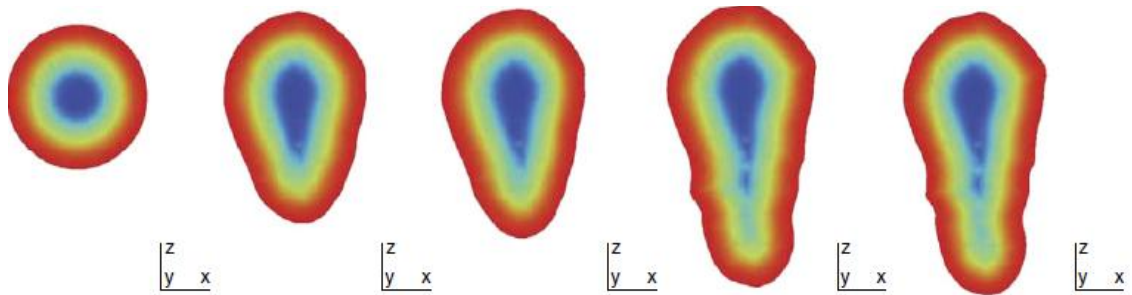
Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 40. Poro grande (a) se asume que está presente en la puerta de acceso de la aeronave (b).



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Figura 41. Evolución de la grieta predicha a partir de un poro grande inicial en la puerta mostrada en la figura 40.



Fuente: INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

Los enfoques cinemáticos XFEM o GFEM se están desarrollando rápidamente a causa de la promesa de reducción sustancial o incluso completa eliminación de aplicaciones repetidas de la función de discretización, \mathbf{D} . Los métodos y programas estándar FEM se pueden usar para el dominio no enriquecido. Sin embargo, se requiere programación y cálculos sustanciales adicionales para

- Identificar los elementos a ser enriquecidos;
- Realizar las transformaciones de coordenadas necesarias sobre los interpolantes enriquecidos;
- Discretizar cada elemento enriquecido en subceldas regulares para la cuadratura de la ecuación (6);
- Realizar cuadratura no estándar sobre cada subcelda.

Con respecto a la figura 5, en los métodos cinemáticos XFEM/GFEM, \mathbf{R}_i usualmente no contiene ninguna información geométrica para las grietas. Hay una sola invocación de la función \mathbf{M} para la discretización de la estructura, pero

múltiples invocaciones de una función de enmallado adicional para suministrar una malla de fondo que evoluciona junto con la grieta.

La propagación de grieta es un proceso de geometría evolutiva conducido por valores relativamente altos y gradientes en campos de frentes de grieta y junto con daño del material. Se puede lograr, con una gran variedad de enfoques, la integración de todos los tres aspectos fundamentales del problema (cálculo de cantidades locales de campo, determinación del daño del material resultante y la evolución de la grieta). Se puede escoger de una o más de las ramas del árbol de la CFM de la figura 5 y obtener la integración de este trabajo con un grado de exactitud física y computacionalmente económico.

3. PARÁMETROS FÍSICOS INCIDENTES EN EL MODELAMIENTO DE FRACTURAS HIDRÁULICAS

En el presente capítulo se desarrollará una descripción de los parámetros más importantes para el modelamiento de la propagación de la propagación de la geometría de fracturas hidráulicas.

3.1 MÓDULO DE YOUNG

Se denomina módulo de Young a la razón entre el incremento de esfuerzo y el cambio correspondiente a la deformación unitaria. Si el esfuerzo es una tensión o una compresión, el modulo se denomina módulo de Young y tiene el mismo valor para una tensión que para una compresión, siendo una constante positiva independiente del esfuerzo siempre que no exceda de un valor máximo denominado límite elástico.

Tanto el módulo de Young como el límite elástico, son naturalmente distintos para las diversas sustancias. El hecho de que la variación de deformación unitaria sea directamente proporcional a la variación de esfuerzo, siempre que no se sobrepase el límite elástico, se conoce como ley de Hooke.

Su definición matemática es la siguiente:

$$\sigma = E|\varepsilon| \quad (10)$$

Donde:

σ es el esfuerzo.

E es el módulo de elasticidad.

$|\epsilon|$ es la deformación.

Para materiales no lineales el módulo de Young no es constante. Para solucionar esto se define un módulo de Young aparente. La posibilidad más común es definir el módulo de elasticidad secante promedio, como el incremento de esfuerzo aplicado a un material y el cambio correspondiente a la deformación unitaria que experimenta en la dirección de aplicación del esfuerzo:

$$E_{sec} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} \quad (11)$$

Donde:

E_{sec} es el módulo de elasticidad secante.

$\Delta\sigma$ es la variación del esfuerzo aplicado.

$\Delta\epsilon$ es la variación de la deformación unitaria.

La otra posibilidad es definir el módulo de elasticidad tangente:

$$E_{tan} = \lim_{\Delta\epsilon \rightarrow 0} \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon} = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \quad (12)$$

Para materiales elásticos no isótropos el módulo de Young medido según el procedimiento anterior no da valores constantes. Sin embargo, puede probarse que existen tres constantes elásticas E_x , E_y y E_z tales que el módulo de Young en cualquier dirección viene dado por:

$$E = l_x E_x + l_y E_y + l_z E_z \quad (13)$$

Y donde (l_x, l_y, l_z) son los cosenos directores de la dirección en que se mide el módulo de Young respecto a tres direcciones ortogonales dadas.

3.2 COEFICIENTE DE POISSON

El coeficiente de Poisson se define como la relación de deformaciones transversales a longitudinales de una muestra sometida a una carga axial. Este concepto se ilustra en la figura 42. Los valores del coeficiente de Poisson pueden variar de 0 a 0.5 (suponiendo que el volumen de la muestra no cambia después de la carga). Generalmente, los materiales más rígidos, tendrán menores coeficientes de Poisson que los materiales más suaves (Tabla 1).

Tabla 1. Valores típicos del coeficiente de Poisson

Material	Coefficiente de Poisson
Metales	0.25-0.35
Areniscas y calizas	0.15-0.27
Esquistos	0.01-0.15
Arenas poco consolidadas	0.28-0.45

Fuente: CÁRDENAS, José Carlos, Evaluación estadística de los parámetros obtenidos en los trabajos de fracturamiento hidráulico realizados en los campos petroleros de Colombia. Trabajo de grado de Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. 2008. 215 p.

$$\nu = \frac{\Delta D}{\Delta L} \quad (14)$$

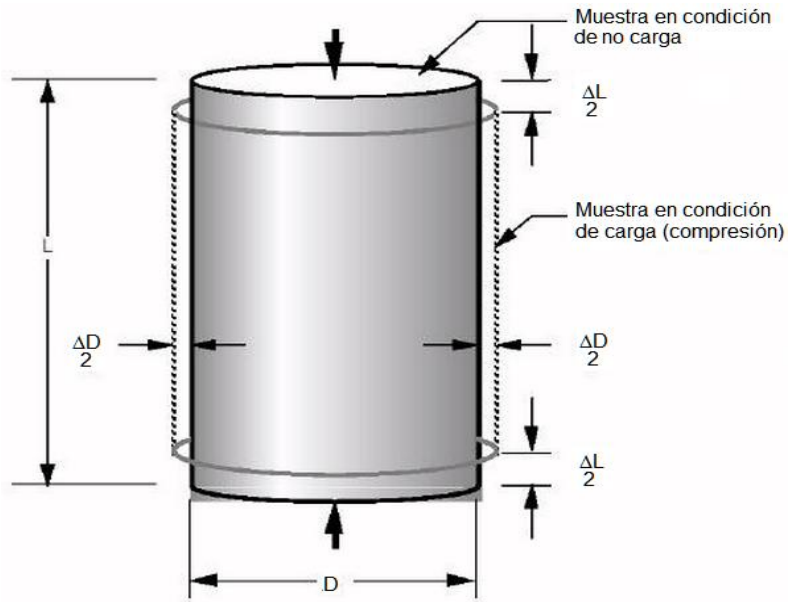
Donde:

ν = Relación de Poisson

$\Delta_D = \frac{\Delta D}{D}$ = deformación a lo largo del eje del diámetro (horizontal)

$\Delta_L = \frac{\Delta L}{L}$ = deformación a lo largo del eje longitudinal (vertical)

Figura 42. Relación de Poisson



Fuente: <http://wdict.net/es/gallery/coeficiente+de+poisson/>

3.3 INTEGRAL J

La integral J se acepta ampliamente como un parámetro de mecánica de fractura para la repuesta lineal y no lineal de un material. Se relaciona con la liberación de energía asociada con el crecimiento de grieta y es una medida de la intensidad de la deformación en una muesca o punta de grieta, especialmente para materiales no lineales. Si la respuesta del material es lineal, se puede relacionar con los factores de intensidad de esfuerzo. A causa de la importancia de la integral J en la determinación de fallas, es vital su evaluación numérica exacta para la aplicación práctica de mecánica de fractura en cálculos de diseño.

3.3.1 Integral J en dos dimensiones. En el contexto de análisis cuasi estático, la integral J se define en dos dimensiones como:

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{q} d\Gamma \quad (15)$$

Donde $d\Gamma$ es un contorno que empieza sobre el fondo de la superficie de grieta y termina en el tope de la superficie, como se muestra en la figura 43; el límite $\Gamma \rightarrow 0$ indica que $d\Gamma$ se encoge sobre la punta de grieta; \mathbf{q} es un vector unitario en la dirección de extensión de grieta virtual y \mathbf{n} es la normal hacia afuera a Γ . \mathbf{H} está dado por:

$$\mathbf{H} = W\mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \quad (16)$$

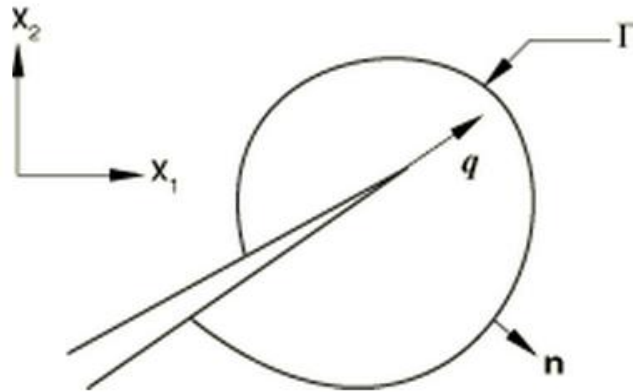
Para el comportamiento de material elástico, W es la energía de deformación elástica; para comportamiento de material elasto plástico o elástico viscoplástico, W se define como la densidad de energía de deformación elástica, más la disipación plástica, representado de esta manera la energía de deformación en un material elástico equivalente. Esto implica que el cálculo de la integral J es apropiado solo para carga monótonica de materiales elasto plásticos.

La ecuación 15 se puede re-escribir de la siguiente forma:

$$J = -\oint_{C_+ + C_+ + \Gamma + C_-} \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{q}} d\Gamma - \int_{C_+ + C_-} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (17)$$

Donde $\bar{\mathbf{q}}$ es una función de ponderación suficientemente suave dentro de la región encerrada por el contorno cerrado $C_+ + C_+ + \Gamma + C_-$ y tiene el valor $\bar{\mathbf{q}} = \mathbf{q}$ sobre Γ y $\bar{\mathbf{q}} = 0$ sobre C ; \mathbf{m} es la normal hacia afuera al dominio encerrado por el contorno cerrado como se muestra en la figura 44. $\mathbf{m} = -\mathbf{n}$ sobre Γ y $\mathbf{t} = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ es la tracción de superficie sobre las superficies de grieta C_+ y C_- .

Figura 43. Contorno para la evaluación de la integral J.

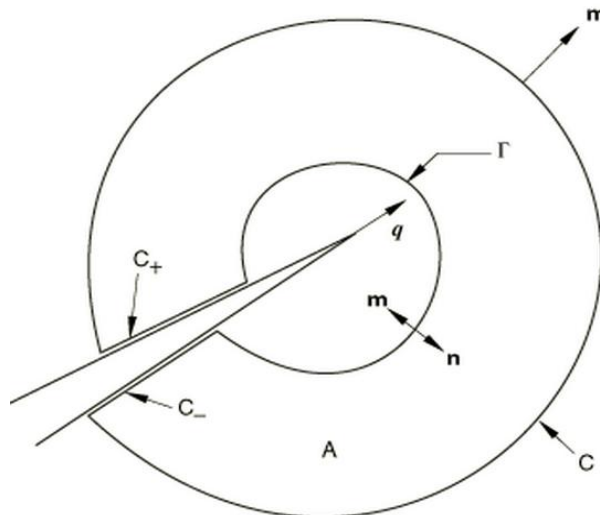


Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Usando el teorema de la divergencia, se convierte la integral de contorno cerrado en la integral de dominio:

$$J = \int_A \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot (\mathbf{H} \cdot \bar{\mathbf{q}}) d\Gamma - \int_{C_+ + C_-} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (18)$$

Figura 44. Contorno cerrado $C+C_++\Gamma+C_-$ encierra un dominio A que incluye la región de punta de grieta a medida que $\Gamma \rightarrow 0$.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Donde A es el dominio encerrado por el contorno cerrado $C+C_++\Gamma+C_-$. Es importante notar que el dominio A incluye la región de la punta de grieta a medida que $\Gamma \rightarrow 0$.

Si se satisface el equilibrio y W es una función de la deformación mecánica –i.e., $W=W(\square^m)$ se tiene:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}}\right) \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f} = 0 \quad (19) \quad \text{y} \quad \frac{\partial W}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial W}{\partial \varepsilon^m} : \frac{\partial \varepsilon^m}{\partial \mathbf{x}} = \boldsymbol{\sigma} : \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \mathbf{x}}\right) \quad (20)$$

Donde \mathbf{f} es la fuerza de cuerpo por unidad de volumen y ε^{th} es la deformación térmica. Sustituyendo las dos ecuaciones de anteriores en la 18, se obtiene:

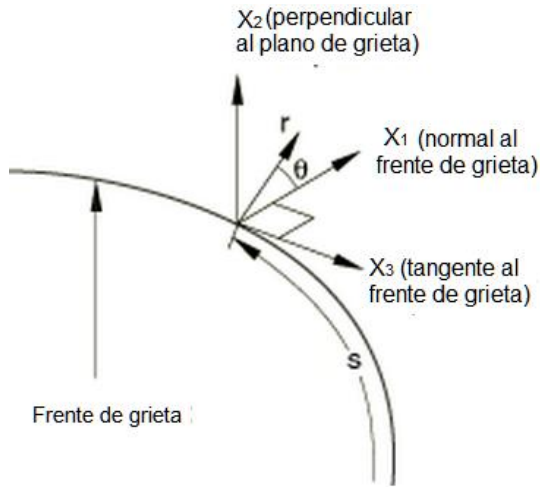
$$J = - \int_A \left[\mathbf{H} : \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\mathbf{f} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \varepsilon^{th}}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot \bar{\mathbf{q}} \right] d\Gamma - \int_{C_++C_-} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \bar{\mathbf{q}} d\Gamma \quad (21)$$

3.3.2 Integral J en tres dimensiones. La integral J se puede extender a tres dimensiones considerando una grieta con un frente continuo tangencial, como se muestra en la figura 45. La dirección local de extensión de grieta virtual está dada de nuevo por \mathbf{q} ,

La cual es perpendicular al frente de grieta local y yace en el plano de grieta. Asintóticamente, a medida que $r \rightarrow 0$, las condiciones para la independencia de la trayectoria aplican sobre cualquier contorno en el plano x_1-x_2 , el cual es perpendicular al frente de grieta en s . De este modo se puede extender la integral J definida en este plano para representar la tasa de liberación de energía en cada punto a lo largo del frente de grieta como:

$$J(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{q} d\Gamma \quad (22)$$

Figura 45. Definición de coordenadas cartesianas ortogonales locales en el punto s sobre el frente de grieta; la grieta está en el plano x_1 - x_3 .



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

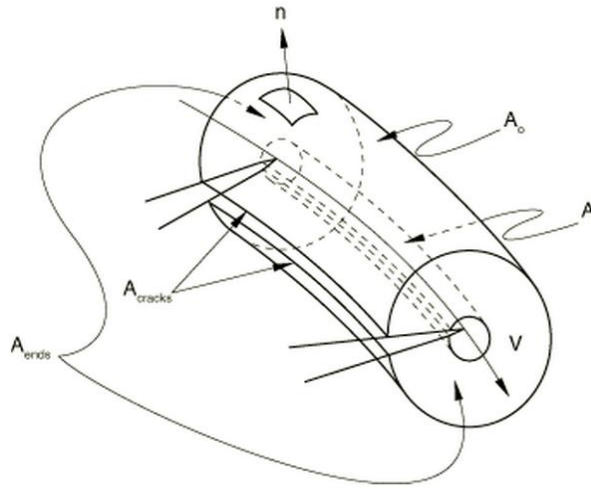
Para un avance de grieta virtual $\lambda(s)$ en el plano de una grieta tridimensional, la tasa de liberación de energía está dada por:

$$\dot{J} = \int_L J(s)\lambda(s)ds = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{A_t} \lambda(s) \mathbf{n} \cdot \mathbf{H} \cdot \mathbf{q} dA \quad (23)$$

Donde L denota el frente de grieta bajo consideración; dA es un elemento de superficie sobre una superficie tubular pequeña que encierra la punta de grieta (i.e, $dA=dsd\Gamma$); \mathbf{n} es la normal hacia afuera a dA . \dot{J} puede ser calculada por el método integral de dominio. Para hacerlo, primero se convierte la integral de superficie en la ecuación 23 a una integral de volumen mediante la introducción de una superficie de contorno A_o afuera de la superficie A_t , superficies externas A_{ends} al final del frente de grieta (las superficies A_{ends} desaparecen para la grieta cuyo frente forma un ciclo cerrado) y las caras de grieta A_{cracks} , como se muestra en la figura 46.

Se puede ver que $A=A_t+A_o+A_{ends}+A_{cracks}$ encierra un volumen V . Se define una función de ponderación \bar{q} de tal manera que tenga una magnitud cero sobre A_o y $\bar{q} = \lambda(s)\mathbf{q}$ sobre A_t .

Figura 46. La superficie $A=A_t+A_o+A_{ends}+A_{cracks}$ encierra un dominio de volumen V que incluye la región de frente de grieta a medida que $\Gamma \rightarrow 0$



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Se puede ver que $A=A_t+A_o+A_{ends}+A_{cracks}$ encierra un volumen V . Se define una función de ponderación \bar{q} de tal manera que tenga una magnitud cero sobre A_o y $\bar{q} = \lambda(s)\mathbf{q}$ sobre A_t . Se asume que \bar{q} varía suavemente entre estos valores dentro de A . Se debe hacer sobre las superficies externas A_{ends} donde \mathbf{q} no es tangencial a las superficies. La ecuación 23 se puede reescribir como:

$$J = - \int_A \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} \cdot \bar{q} dA - \int_{A_{ends} + A_{cracks}} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \bar{q} dA \quad (24)$$

Donde \mathbf{m} es la normal hacia afuera a A ($\mathbf{m} = -\mathbf{n}$ sobre A_t). $\mathbf{t} = \mathbf{m} \cdot \boldsymbol{\sigma}$ es la superficie de tracción sobre las superficies A_{ends} y las superficies de grieta A_{cracks} .

Usando el teorema de divergencia se obtiene:

$$J = - \int_V \left[\mathbf{H} : \frac{\partial \bar{\mathbf{q}}}{\partial \mathbf{x}} + \left(\mathbf{f} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} - \boldsymbol{\sigma} : \frac{\partial \boldsymbol{\varepsilon}^{th}}{\partial \mathbf{x}} \right) \cdot \bar{\mathbf{q}} \right] dV - \int_{A_{ends} + A_{cracks}} \mathbf{t} \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \cdot \bar{\mathbf{q}} dA \quad (25)$$

Para obtener $J(s)$ en cada conjunto de nodos P a lo largo de la línea de frente de grieta, $\lambda(s)$ se discretiza con las mismas funciones de interpolación que las usadas en los elementos finitos a lo largo del frente de grieta:

$$\lambda(s) = N^Q(s) \lambda^Q \quad (26)$$

Donde $\lambda^Q = 1$ en el conjunto de nodos P y todos los otros λ^Q son cero. Esta expresión para $\lambda(s)$ se sustituye en la ecuación 25. Finalmente, el valor de la integral J en cada conjunto de nodos P a lo largo del frente de grieta se puede calcular como:

$$J^P = \frac{J^P}{\int_L N^P ds} \quad (27)$$

3.4 FACTORES DE INTENSIDAD DE ESFUERZO

Los factores de intensidad de esfuerzo K_I , K_{II} y K_{III} juegan un papel importante en la mecánica de fracturas elástica lineal. Estos caracterizan la influencia de la carga o deformación sobre la magnitud de los esfuerzos de la punta de grieta y campos de deformación y miden las fuerzas de conducción de grieta o que tan propensa es la propagación de grieta. Además la intensidad de esfuerzo se puede relacionar con la tasa de liberación de energía para un material lineal elástico a través de:

$$J = \frac{1}{8\pi} \mathbf{K}^T \cdot \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{K} \quad (28)$$

Donde $\mathbf{K} = [K_I, K_{II}, K_{III}]^T$ y \mathbf{B} es la matriz de factores de energía pre-logarítmica. Para materiales homogéneos isotrópicos \mathbf{B} es diagonal y la ecuación anterior se simplifica a:

$$J = \frac{1}{\bar{E}} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (29)$$

Donde $\bar{E} = E$ para esfuerzo plano y $E = \frac{E}{(1-\vartheta^2)}$ para deformación plana, simetría axial y en tres dimensiones. Para una grieta en la interfase entre dos materiales isotrópicos diferentes con módulos de Young E_1 y E_2 , relaciones de Poisson ϑ_1 y ϑ_2 y módulos de corte $G_1 = \frac{E_1}{2(1+\vartheta_1)}$ y $G_2 = \frac{E_2}{2(1+\vartheta_2)}$,

$$J = \frac{1-\beta^2}{E^*} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G^*} K_{III}^2 \quad (30)$$

Donde:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right), \quad \frac{1}{G^*} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{G_1} + \frac{1}{G_2} \right)$$

$$\beta = \frac{G_1(k_2 - 1) - G_2(k_1 - 1)}{G_1(k_2 + 1) + G_2(k_1 + 1)}$$

y $k = 3 - 4\vartheta$ para plano de deformación, simetría axial y tres dimensiones; y $k = \frac{3-\vartheta}{1+\vartheta}$ para plano de esfuerzo. A diferencia de sus análogas en un material homogéneo, K_I y K_{II} no son factores de intensidad de esfuerzo de modo I y modo II puro para una grieta interfacial. Son simplemente las partes reales e imaginarias de un factor de intensidad de esfuerzo complejo cuyo significado físico se puede entender a partir de las expresiones de tracción de interfase:

$$(\sigma_{22} + i\sigma_{12})_{\theta=0} = \frac{(K_I + iK_{II})r^{i\varepsilon}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (31) \quad (\sigma_{23})_{\theta=0} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \quad (32)$$

Donde r y θ son coordenadas polares centradas en la punta de grieta. La constante bimaterial ε se define como:

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1-\beta}{1+\beta} \quad (33)$$

3.5 TASAS DE LIBERACIÓN DE ENERGÍA

La tasa de liberación de energía, a menudo denotada por G es la cantidad de energía por unidad de longitud a lo largo del borde de la fractura que se suministra por la energía elástica en el cuerpo y por el sistema de carga cuando se crea una nueva área de superficie. Para denotar la tasa de liberación de energía en términos del factor de intensidad de esfuerzo se usa la relación de Irwin.

Para deformación plana:

$$G = \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right) K^2 \quad (34)$$

Para esfuerzo plano:

$$G = \frac{K^2}{E} \quad (35)$$

G es la tasa de liberación de energía.

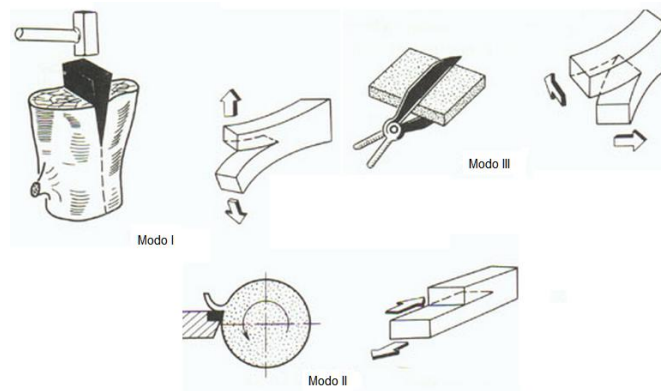
ν es la relación de Poisson.

K es el factor de intensidad de esfuerzo.

E es el módulo de elasticidad

Se puede obtener la tasa de liberación de energía total en modo de agrietamiento combinado sumando las energías de los diferentes modos (Figura 47)

Figura 47. Modos de desplazamiento de superficie de grieta; Modo I (apertura o modo de tensión), Modo II (modo de deslizamiento) y Modo III (modo de rasgado).



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{1-\vartheta^2}{E} \left(K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{K_{III}^2}{1-\vartheta} \right) \quad (36)$$

3.6 ESFUERZO T

La expansión asintótica del campo de esfuerzo cerca de una grieta en un cuerpo elástico lineal con respecto a r (la distancia desde la punta de grieta), es:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} = & \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) + \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) + T \delta_{1i} \delta_{1j} + t_1^o \delta_{1i} \delta_{2j} + t_2^o \delta_{2i} \delta_{2j} + \\ & t_3^o \delta_{2i} \delta_{3j} + \sigma_{13}^o \delta_{1i} \delta_{3j} + (\vartheta T + E \varepsilon_{33}) \delta_{3i} \delta_{3j} + O(r^{1/2}) \end{aligned} \quad (37)$$

Donde r y θ son las coordenadas polares centradas en la punta de grieta. Los ejes locales se definen de tal manera que el eje 1 se tienda en el plano de grieta en el punto de interés sobre el frente de grieta y sea perpendicular al frente de grieta en

este punto; el eje 2 es normal al plano de la grieta (y al frente de grieta) y el eje 3 es tangente al frente de grieta. t^o es la superficie de tracción sobre las superficies de grieta en la punta de grieta y σ_{13}^o es un término de esfuerzo constante para σ_{13} . ε_{33} es la deformación extensional a lo largo del frente de grieta. En deformación plana $\varepsilon_{33} = 0$; en esfuerzo plano el término $(\vartheta T + E \varepsilon_{33}) \delta_{3i} \delta_{3j}$ desaparece.

El esfuerzo T representa un esfuerzo paralelo a las caras de grieta. Es una variable útil no sólo en análisis de fractura elástico lineal sino también en estudios de fractura elasto plásticos.

El esfuerzo T surge usualmente en las discusiones de estabilidad de grieta y desviaciones para materiales elásticos lineales. Para pequeñas cantidades de crecimiento de grieta bajo carga de modo I, se ha mostrado trayectorias de grieta rectas estables cuando $T < 0$, mientras que la trayectoria será inestable y por lo tanto se desviará de la línea recta cuando $T > 0$. Se ha encontrado una tendencia similar en estudios de propagación de grieta tridimensional.

Hutchinson y Suo (1992) mostraron como la trayectoria de grieta se influencia por el esfuerzo T una vez comienza el agrietamiento bajo carga de modo mixto. El esfuerzo T también juega un papel importante en análisis de fractura elasto plásticos incluso aunque se calcule a partir de propiedades de material lineal elástico del mismo sólido que contiene la grieta.

El estudio inicial de Larsson y Carlsson (1973) demostró que el esfuerzo T puede tener un efecto significativo sobre el tamaño y la forma de la zona plástica y que las pequeñas zonas plásticas en muestras reales se pueden predecir adecuadamente incluyendo el esfuerzo T como un segundo parámetro de punta de grieta.

Algunas investigaciones recientes indican que el esfuerzo T se puede correlacionar bien con el esfuerzo de tensión triaxial de campos de punta de grieta elasto plásticos. La característica importante observada en estos trabajos es que un esfuerzo T negativo puede reducir la magnitud de la triaxialidad del esfuerzo de tensión (también llamada esfuerzo de tensión hidrostática) delante de la punta de grieta; entre más negativo llegue a ser el esfuerzo T , mayor será la reducción de la triaxialidad del esfuerzo de tensión. En contraste, un esfuerzo T positivo genera solo una pequeña elevación de la triaxialidad del esfuerzo.

Se encontró que cuando la triaxialidad del esfuerzo de tensión es alta, lo cual se indica por un esfuerzo T positivo, el campo de punta de grieta se puede describir adecuadamente mediante la solución HRR, escalada mediante un solo parámetro: la integral J ; esto es, existirá dominancia de J . Cuando se reduce la triaxialidad del esfuerzo de tensión (lo cual se indica a medida que el esfuerzo T se hace más negativo), los campos de punta de grieta se desviarán rápidamente de la solución HRR y se perderá la dominancia de J (los campos asintóticos alrededor de la punta de grieta, no se pueden caracterizar bien por los campos HRR).

De esta manera, usando el esfuerzo T (calculado basado en el nivel de carga y propiedades de materiales elásticas lineales) para caracterizar la triaxialidad del estado de esfuerzos de la punta de grieta y usando la integral J (calculada basada en el campo de deformación elasto plástico real) para medir la escala de deformación de punta de grieta suministran una teoría de mecánica de fractura para describir los esfuerzos de punta de grieta elasto plásticos de modo I y la deformación plana o en tres dimensiones exactamente sobre un amplio rango de configuraciones de grieta y de cargas.

Para extraer el esfuerzo T se usa una solución auxiliar de una línea de carga con magnitud f , aplicada en el plano de propagación de grieta y a lo largo de la línea de grieta:

$$\sigma_{11}^L = \frac{f}{\pi r} \cos^3 \theta, \quad (38)$$

$$\sigma_{22}^L = \frac{f}{\pi r} \cos \theta \sin^2 \theta, \quad (39)$$

$$\sigma_{12}^L = \frac{f}{\pi r} \sin \theta \cos^2 \theta, \quad (40)$$

$$\sigma_{33}^L = \frac{f}{\pi r} \vartheta \cos \theta, \quad (41)$$

$$\sigma_{13}^L = \sigma_{23}^L = 0. \quad (42)$$

El término σ_{33}^L es igual a cero para esfuerzo plano.

La integral de interacción usada es exactamente la misma que para la extracción de los factores de intensidad de esfuerzo:

$$I_{int} = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \mathbf{n} \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{q} d\Gamma, \quad (43)$$

Donde \mathbf{M} es:

$$M = \boldsymbol{\sigma} : \boldsymbol{\varepsilon}_{aux}^L \mathbf{I} - \boldsymbol{\sigma} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{aux}^L - \boldsymbol{\sigma}_{aux}^L \cdot \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \quad (44)$$

En el límite cuando $r \rightarrow 0$, usando los campos asintóticos locales,

$$T = \bar{E} \left[-\frac{I_{int}(s)}{f} + \vartheta \varepsilon_{33}(s) - \xi \alpha \Delta \Theta \right] + t_2^o \quad (45)$$

Donde $\bar{E} = E$ y $\xi = 1$ para esfuerzo plano; $\bar{E} = E/(1 - \vartheta^2)$ y $\xi = 1 + \vartheta$ para deformación plana, simetría axial y tres dimensiones; ε_{33} es cero para deformación

plana esfuerzo plano; α es el coeficiente de expansión térmica y $\Delta\Theta$ es la diferencia de temperatura. $I_{int}(s)$ se puede calcular por medio del método de integral de dominio. Si solo se modela la mitad de la estructura, $I_{int}(s)$ se duplica.

3.7 ESFUERZOS PRINCIPALES

Se sabe que la tierra posee tres esfuerzos principales orientados en ángulos perpendiculares entre ellos (Figura 48). Por debajo de alrededor de 500 metros, en un ambiente tectónico moderado, el esfuerzo vertical (σ_v) es generalmente el mayor. Se puede cuantificar a partir de registro density a partir del punto de medida a la superficie. Para pozos a una profundidad razonable se encuentra que los valores promedio oscilan entre 1.0 a 1.1 psi/ft, aunque se han encontrado valores menores en ambientes someros, particularmente en costa afuera que están sujetos a una deposición rápida.

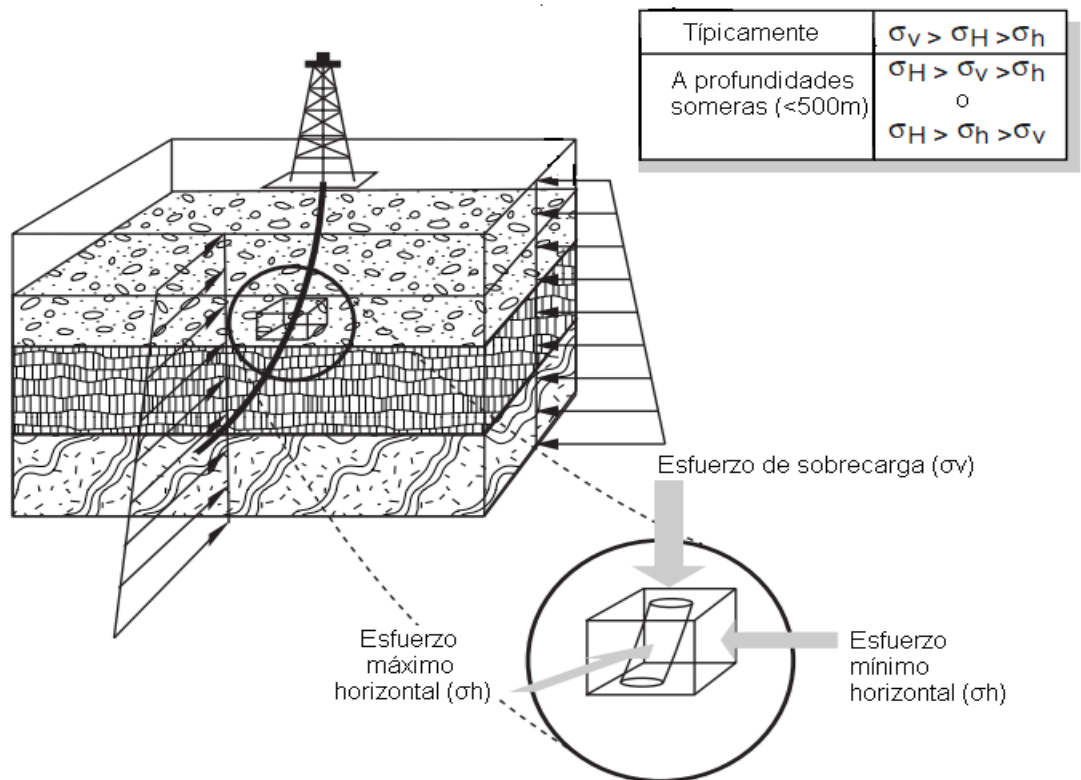
Los otros dos esfuerzos –los esfuerzos horizontales máximo y mínimo están orientados en ángulos rectos entre sí y al esfuerzo vertical. El esfuerzo máximo horizontal también se conoce como el esfuerzo intermedio. La propagación de una fractura hidráulica involucra la separación de la formación. La fractura se propagará en la dirección de menor resistencia, esto es, ocurrirá más fácilmente en la dirección perpendicular al esfuerzo mínimo insitu. De esta manera, en ambientes relajados tectónicamente, podemos asumir que una fractura hidráulica tendrá una orientación vertical y se propagará en la dirección intermedia (o máxima horizontal) del esfuerzo insitu (en dirección perpendicular al esfuerzo mínimo insitu).

La figura 49 ilustra los esfuerzos resultantes a partir de la depositación de una formación con litología constante. En este caso las fuerzas tectónicas resultantes del movimiento de la corteza terrestre han inducido un componente del esfuerzo

(σ_{tec}) de tal manera que los dos componentes horizontales dejan de ser los mismos.

La elevación de la superficie cambia a lo largo del tiempo. La figura 49 muestra como la erosión de la superficie ha cambiado el perfil de esfuerzos vertical mientras que los esfuerzos horizontales han permanecido iguales, debido a, deformación inelástica de la roca. Esto explica por qué el esfuerzo vertical no es normalmente el más grande a profundidades someras. Otros procesos geológicos, tales como el enterramiento y la elevación, también conducen a similares patrones de esfuerzo anómalos.

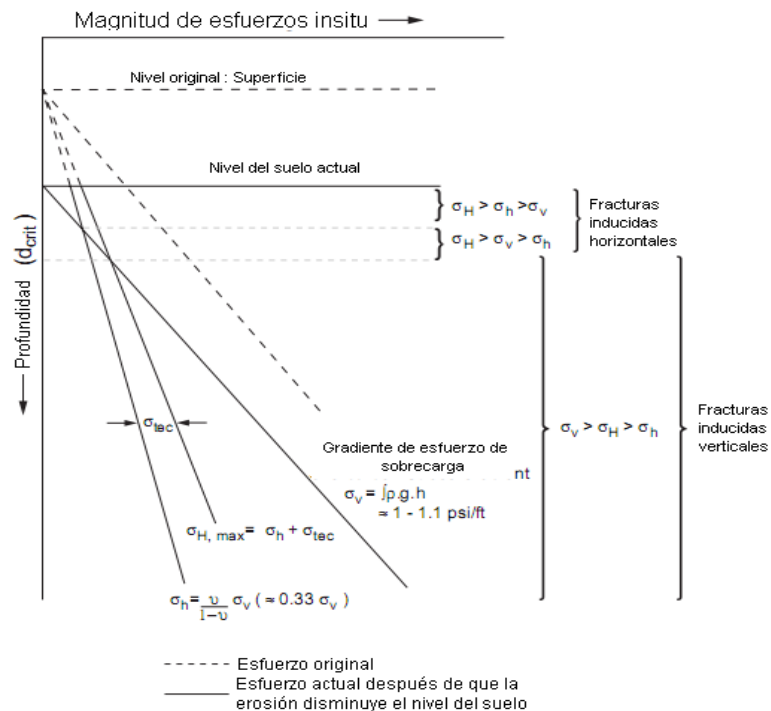
Figura 48. Esfuerzos in situ en el subsuelo.



Fuente: PRODUCTION TECHNOLOGY, Department of Petroleum Engineering, Heriot Watt University. Capítulo 6.

La presencia de un esfuerzo horizontal mínimo implica que habrá una dirección preferencial de propagación de fractura. La fractura crecerá en la dirección “más fácil” (requiere la menor cantidad de energía) es decir, como una fractura vertical perpendicular al esfuerzo horizontal mínimo por debajo de la profundidad crítica (d_{crit} en la figura 49) y como una fractura horizontal a profundidades más someras.

Figura 49. Magnitud del esfuerzo in situ.



Fuente: PRODUCTION TECHNOLOGY, Department of Petroleum Engineering, Heriot Watt University. Capítulo 6.

3.8 PRESIÓN DE PORO

Se define como la presión que actúa o ejercen los fluidos en los espacios porosos de la roca. Se relaciona con la salinidad del fluido. La presión de poros normal es la presión hidrostática de una columna de fluido de la formación que se extiende desde la superficie hasta la formación en el subsuelo. El gradiente de presión normal se considera de 0.465 psi/ft.

La magnitud de la presión normal varía según la concentración de sales disueltas en el fluido de formación, tipo de fluido, gas presente y gradiente de temperatura. La presión anormal de poros se define como cualquier presión de poro que sea mayor que la presión hidrostática normal del agua de formación (salinidad normal promedio) que ocupa el espacio poroso (gradiente mayor a 0.465psi/ft).

Las causas de la presión anormal se atribuyen a la combinación de varios eventos geológicos, geoquímicos, geotérmicos y mecánicos. La presión subnormal de poros se define como cualquier presión de poros que sea menor a la correspondiente presión hidrostática normal (de una columna de fluido de salinidad normal promedio) a una profundidad dada (gradiente menor a 0.465 psi/ft). Ocurre con menor frecuencia que las presiones anormales. Pudiera tener causas naturales relacionadas con el historial estratigráfico, tectónico o geoquímico del área.

3.9 CRITERIOS DE FALLA

Existen dos formas para definir el comportamiento de una roca en rotura: mediante el estado de tensiones o mediante el de deformaciones. Normalmente se utiliza la primera. De esta forma, se toma como resistencia de la roca la máxima tensión que ésta puede soportar. Para cualquier punto de la roca, el tensor de tensiones viene definido por seis componentes, tres componentes normales y tres componentes tangenciales, σ_{xi} , σ_{yi} , σ_{zi} , τ_{xyi} , τ_{yzi} y τ_{xzi} , en un sistema de coordenadas (x, y, z). Dependiendo de la magnitud y dirección de las seis componentes del tensor, se obtienen las tres tensiones principales, σ_{1i} , σ_{2i} , σ_{3i} , donde σ_{1i} es la tensión mayor, σ_{2i} la tensión intermedia y σ_{3i} la tensión menor.

En el caso de un material isótropo (material que presenta las mismas características físicas en cualquier dirección), cualquier dirección es dirección principal, con lo que las tres tensiones principales se representan σ_1 , σ_2 , σ_3 . En

este caso se define como criterio de rotura a la superficie f , que delimita en el espacio de tensiones principales $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ un cierto dominio que se llama dominio elástico y que viene expresado por la siguiente ecuación:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (46)$$

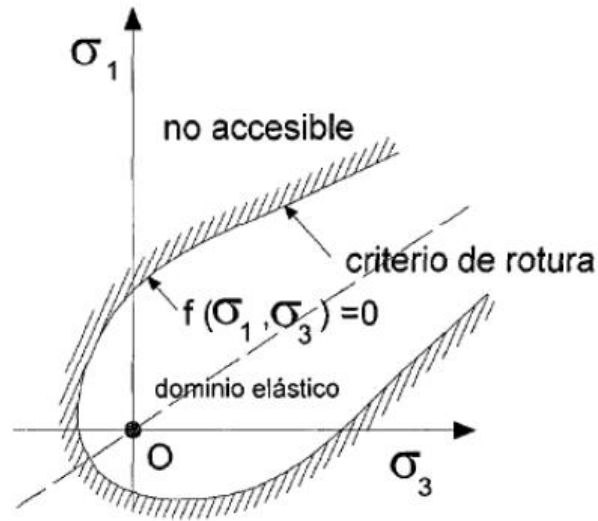
En general, los equipos utilizados para la obtención de resultados experimentales proporcionan datos sobre las tensiones principales, si a esto se le añade que la tensión intermedia (σ_2) se puede ignorar, el criterio de rotura se define bidimensionalmente en función de la tensión mayor (σ_1) , y la tensión menor (σ_3) , como:

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = 0 \quad (47)$$

f es la superficie que limita el dominio elástico del material, en el espacio bidimensional de tensiones principales y la ecuación que describe esta superficie de fluencia es el criterio de rotura (ver figura 50)

Los puntos representados encima del dominio elástico ($f(\sigma_1, \sigma_3) = 0$) están en situación de rotura, por el contrario, los puntos de la roca con estado tensional en el interior del dominio elástico no están en rotura, sino que están en estado elástico. Los puntos del exterior del dominio elástico son puntos tensionales inaccesibles, es decir no se pueden obtener dichas tensiones para el macizo en cuestión. Dependiendo de como se defina la ecuación de la superficie de fluencia (f) se obtienen distintos criterios de rotura.

Figura 50. Representación del criterio de rotura en términos bidimensionales.



Fuente: <http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/6529/7/06.pdf>

3.9.1 Criterio de Mohr Coulomb. Se asume que la falla en la roca ocurre a lo largo de un plano debido al esfuerzo de cizalla (τ), que actúa a lo largo de ese plano. Se asume que el movimiento se contrarresta por una fuerza de tipo friccional cuya magnitud iguala el esfuerzo normal (σ) que actúa a lo largo de este plano, multiplicado por algún factor constante μ .

También se asume que el movimiento a lo largo del plano de falla inicialmente intacto se contrarresta por una fuerza cohesiva interna del material. Tal fuerza refleja el hecho de que, en la ausencia de un esfuerzo normal todavía se necesita un esfuerzo de cizalla finito (S_o) para iniciar la falla. Estas consideraciones conducen al criterio matemático de que la falla ocurrirá a lo largo de un plano si se satisface la siguiente condición:

$$|\tau| = S_o + \mu\sigma \quad (48)$$

La falla no ocurrirá sobre cualquier plano para el cual $|\tau| < S_o + \mu\sigma$. El parámetro S_o , denotado a veces por c se conoce como la cohesión. El parámetro μ es el

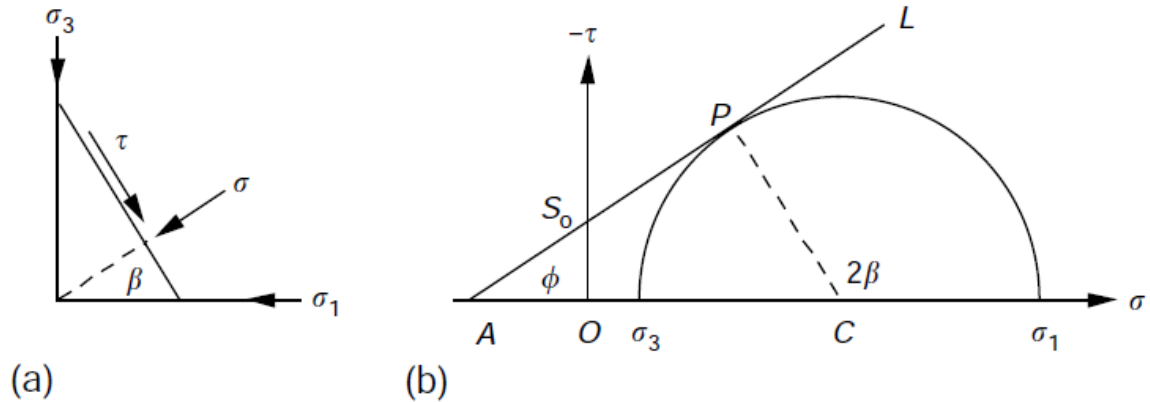
coeficiente de fricción interna porque aplica a lo largo de una superficie imaginaria que es interna a la roca antes de que ocurra la falla. La ecuación 48 define una línea recta sobre el plano $\{\sigma, -\tau\}$ que intercepta el eje τ en $-S_0$ y tiene pendiente μ . El ángulo ϕ que esta línea hace con el eje σ está dado por $\phi = \tan^{-1} \mu$ y se conoce como el ángulo de fricción interna.

Un estado de esfuerzos cuyo círculo de Mohr se tienda por debajo de la línea AL en la figura 51b no producirá falla sobre ningún plano. Si los esfuerzos principales son tales que el círculo toca la línea de falla, la roca fallará por cizalla (Fig 51b). Los círculos que se extiendan por encima de la línea de falla, no tienen significado en este contexto, ya que si se asume que los esfuerzos incrementan lentamente empezando desde un estado de esfuerzos seguro que esta por debajo de la línea, la falla ocurrirá tan pronto como el círculo de Mohr toca la línea.

El punto P en el cual el círculo es tangente a la línea de Coulomb representa el estado de esfuerzo sobre el plano de falla. Por lo tanto, el ángulo por el cual el plano de falla esta orientado con respecto a la dirección de σ_1 está dado por un medio del ángulo 2β que la línea CP hace con el eje horizontal. Considerando la intersección de la línea CP con el eje horizontal se puede ver que $2\beta = 180^\circ - \angle ACP$. A partir del triangulo CPA , se obtiene $\angle ACP = 180^\circ - \angle CPA - \angle PAC$. Por lo tanto, $2\beta = \angle CPA + \angle PAC$. Ya que P es el punto tangencial al círculo y la línea de falla, la línea CP es perpendicular a la línea de falla y $\angle CPA = 90^\circ$. Finalmente $\angle PAC = \phi$, donde ϕ es el ángulo de fricción interna. Por consiguiente,

$$2\beta = 90^\circ + \phi \quad \text{ó} \quad \beta = 45^\circ + \frac{1}{2}\phi \quad (49)$$

Figura 51. a) tracciones normales y de cizalla sobre un plano cuya normal es rotada en un ángulo arbitrario β . b) diagrama de Mohr.



Fuente: JAEGER, J.C. et al. Fundamentals of Rock Mechanics. 4 Ed. Blackwell Publishing, 2007, 489p

Teniendo en cuenta que el criterio de falla de la ecuación 48 involucra el valor absoluto $|\tau|$, se deduce que se puede trazar en la figura 51b una línea de falla rotada en sentido horario en un ángulo ϕ a partir de la horizontal, implicando que el ángulo β también debe representar un posible plano de falla. Como los ángulos sobre el diagrama de Mohr representan los vectores normales a los planos asociados, se concluye que hay dos posibles planos de falla por cizalla, cada uno orientado en un ángulo agudo de $\beta=45^\circ-(\phi/2)$ con el esfuerzo principal máximo.

3.9.2 Criterio de Von Mises. También conocido como el de máxima energía de distorsión, se usa comúnmente para estimar el punto de fluencia de materiales dúctiles. Este criterio especifica que el material cede si la energía de distorsión alcanza un valor máximo, el cual es igual a la energía de distorsión máxima encontrada en pruebas de tensión. Se puede demostrar que para materiales inicialmente elásticos, la energía de deformación o distorsión es proporcional al esfuerzo de von Mises que es:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (50)$$

Donde σ_1 , σ_2 y σ_3 son los esfuerzos principales. El criterio de von Mises alude a que el cuerpo se comporta elásticamente cuando se alcanza la resistencia de cedencia:

$$\tau_0 = \frac{\sqrt{3}}{3} \sigma_0 \quad (51)$$

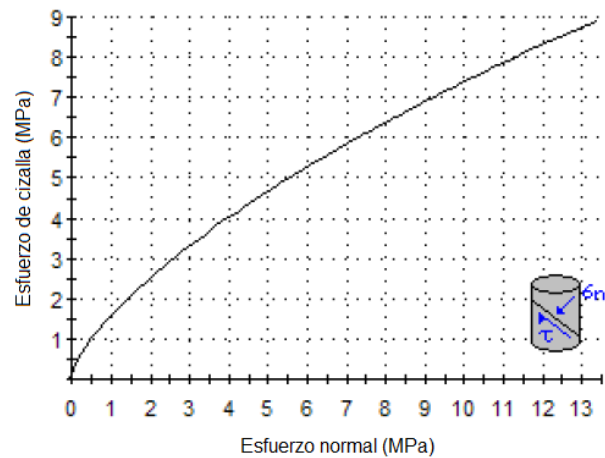
El esfuerzo de von Mises es un tipo de promedio del esfuerzo de corte en el tensor de esfuerzos. La cedencia se inicia cuando el esfuerzo de Von Mises alcanza la resistencia a la cedencia en tensión uniaxial y para ciertos materiales (hardening) continua mientras σ_0 tienda a aumentar. Este criterio puede ser usado para predecir fractura por cizalla ductil. No es apropiado para predecir propagación de fracturas o fatiga, lo que depende del máximo esfuerzo principal.

3.9.3 Criterio de Hoek Brown. El criterio de rotura de Hoek Brown en su versión original fue introducido en 1980. Desde entonces su uso se ha generalizado en el ámbito de la mecánica de rocas, traspasando los límites para los que fue propuesto (cálculo de la estabilidad de taludes y estados tensionales en el entorno de un túnel, para macizos rocosos duros). Debido a esto y con el fin de mejorarlo, el criterio ha sufrido varias modificaciones así como la introducción de nuevos parámetros para definir el estado del material y nuevas propuestas para obtener la caracterización del macizo, la última en 2002.

Se trata de un criterio no lineal, puramente empírico, que permite valorar, de manera sencilla, la rotura de un medio rocoso mediante la introducción de las principales características geológicas y geotécnicas.

En la figura 52 se representa las tensiones de rotura para el criterio de falla de Hoek Brown. En la figura se aprecia que la función que define el dominio elástico es no lineal.

Figura 52. Representación del criterio de rotura de Hoek Brown en el espacio de tensiones normal y tangencial.



Fuente: <http://upcommons.upc.edu/pfc/bitstream/2099.1/6529/7/06.pdf>

El criterio original es un criterio empírico para el estudio de rocas duras. Su expresión es:

$$\sigma_1' = \sigma_3' + \sigma_{Ci} \cdot \left(m \frac{\sigma_3'}{\sigma_{Ci}} + s \right)^{0.5} \quad (52)$$

Donde:

σ_1' y σ_3' son las tensiones principales mayor y menor en el momento de rotura.

σ_{Ci} es la resistencia a compresión uniaxial del material intacto

m y s son constantes del material, que dependen de las propiedades de la roca y del grado de fracturación de la roca antes de someterla a las tensiones de fractura.

El parámetro s es la medida de disminución de la resistencia a compresión simple de la roca debido a la fracturación. Por su parte, m influye en la resistencia al corte del material.

3.9.4 Criterio de Drucker-Prager. El criterio de Drucker-Prager se basa en la suposición de que el esfuerzo cortante octaédrico alcanza un valor crítico:

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} - K = 0 \quad (53)$$

Donde

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma'_1 - \sigma'_2)^2 + (\sigma'_2 - \sigma'_3)^2 + (\sigma'_3 - \sigma'_1)^2] \quad (54)$$

y

$$I_1 = \sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3 \quad (55)$$

que es el primer invariante de tensores de esfuerzo.

Los parámetros, α y K , están relacionados con los ángulos de fricción interno ϕ y cohesión C , para condiciones lineales, de la siguiente manera

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (56)$$

y

$$K = \frac{6C \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (57)$$

Un gráfico de $\sqrt{J_2}$ vs I_1 permite la evaluación de las condiciones de falla de una roca. Este criterio se ajusta al nivel de esfuerzo más alto.

3.10 REOLOGÍA DEL FLUIDO

Es conveniente considerar el flujo como capas paralelas que se deslizan una respecto de la otra. Las fuerzas externas se originan a partir de la diferencia de presiones y/o de la gravedad o a partir de torque. El esfuerzo de corte (τ) que mantiene el sistema en equilibrio actúa en la dirección opuesta y tiene la magnitud:

$$\tau = \frac{F}{A} \quad (58)$$

F representa la fuerza y A el área.

Ya que la fuerza externa y la fuerza inducida por el esfuerzo están balanceadas, es suficiente usar una de ellas para caracterizar el estado del fluido. El cambio en la velocidad Δu es proporcional a la distancia entre las capas Δy . El límite

$$\dot{\gamma} = \frac{\Delta u}{\Delta y} \quad (59)$$

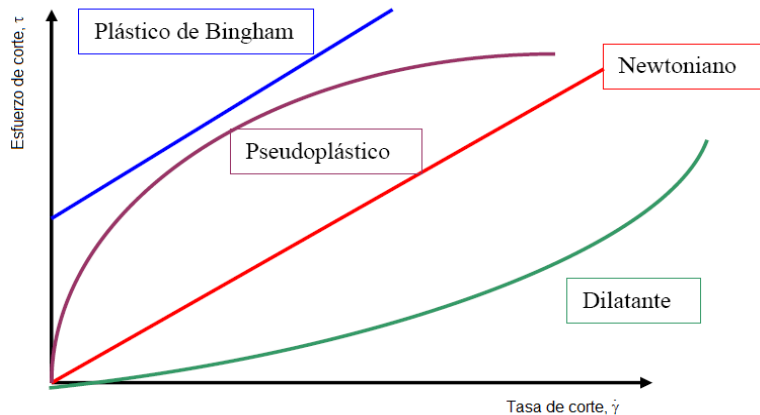
Se llama la tasa de corte. Se puede considerar el esfuerzo de corte como la respuesta de la materia a la tasa de corte. Para fluidos newtonianos, el esfuerzo de corte varía linealmente con la tasa de corte. El coeficiente de proporcionalidad se llama viscosidad. Entre más alta sea la viscosidad más resistente es el fluido a fluir. Si la relación no se mantiene pero el esfuerzo de corte aun es una función única de la tasa de corte, se habla de un fluido general (o Newtoniano generalizado).

Los fluidos se pueden clasificar por la forma de sus curvas reológicas. La figura 53 ilustra algunas características reológicas. Un fluido es newtoniano si la curva reológica es una línea recta que pasa a través del origen. Si hay un esfuerzo de

corte positivo necesario para iniciar el flujo se le llama esfuerzo de cedencia y el comportamiento es plástico.

El comportamiento pseudoplástico significa que el fluido no tiene esfuerzo de cedencia pero la pendiente de la curva reológica disminuye con el aumento de la tasa de corte. El comportamiento dilatante significa que la pendiente aumenta con la tasa de corte. Un fluido real puede mostrar una combinación de diferentes comportamientos dependiendo del intervalo de tasa de corte considerado. Además, el comportamiento exacto al inicio y al final del intervalo siempre esta sujeto a incertidumbres transicionales.

Figura 53. Tipos de fluido y sus curvas reológicas.



Fuente: Autor

La línea recta que pasa a través del origen en la figura 53, corresponde a un fluido Newtoniano, con la ecuación constitutiva:

$$\tau = \mu \dot{\gamma} \quad (60)$$

Los fluidos que no se comportan de acuerdo a la ecuación constitutiva anterior, reciben el nombre de no Newtonianos. Casi todos los fluidos usados en fracturamiento hidráulico son no Newtonianos, excepto el agua.

El modelo de ley de potencia (llamado también modelo de Herschel-Bulkley) es el siguiente:

$$\tau = \tau_y + K\dot{\gamma}^n \quad (61)$$

Donde las tres constantes son τ_y =esfuerzo de corte, K =índice de consistencia y n =índice de comportamiento de flujo.

La ecuación 61 se reduce al modelo Newtoniano si el esfuerzo de cedencia es cero y el índice de comportamiento de flujo es uno. El caso limite donde $\tau_y=0$ conduce a una expresión de amplio uso para la descripción de soluciones poliméricas que constituye la amplia mayoría de fluidos de fracturamiento. Esta es la ley de potencia:

$$\tau = K\dot{\gamma}^n \quad (62)$$

Finalmente se reduce al modelo plástico de Bingham si n es igual a uno.

3.11 VELOCIDAD DE FUGA (LEAKOFF)

Cuando se crea una fractura hidráulica, se inyectan grandes volúmenes de fluidos en la cara del pozo. Se espera que estos fluidos generen un volumen de fractura apropiado mientras que una porción de los fluidos se pierde (o se fuga) al medio poroso a través de las caras de la fractura que está siendo creada.

Esta fuga de fluido es clave para el balance de materia y está controlada por un aumento continuo de una capa delgada (torta de lodo) que manifiesta una resistencia al flujo cada vez mayor a través de la cara de la fractura. En realidad, la fuga real se determina mediante un sistema acoplado en el cual la torta de lodo es solo un elemento. Una aproximación fructífera es considerar el efecto

combinado de diferentes fenómenos como una propiedad del material. De acuerdo con este concepto, la velocidad de fuga, v_L , esta dada por la ecuación de Carter como:

$$v_L = \frac{C_L}{\sqrt{t}} \quad (63)$$

Donde C_L es el coeficiente de fuga (longitud/tiempo^{0.5}) y t es el tiempo transcurrido desde el comienzo del proceso de fuga. La idea detrás del coeficiente de fuga de Carter es que: 1) si se está formando una pared de torta de lodo permitirá que pase menos fluido a través de una unidad de área por unidad de tiempo; 2) el yacimiento puede recibir cada vez menos fluido si ha sido expuesto al ingreso de fluidos. Estos dos fenómenos se pueden aproximar como “comportamiento de raíz cuadrada del tiempo”. La forma integrada de la ecuación de Carter es:

$$\frac{V_{Lost}}{A_L} = 2C_L\sqrt{t} + S_p \quad (64)$$

Donde V_{Lost} es el volumen de fluido que pasa a través de la superficie A_L durante el periodo de tiempo desde 0 hasta t . El primer término, $2C_L\sqrt{t}$ se puede considerar como el ancho del fluido que pasa a través de la superficie durante la parte principal del proceso de fuga y S_p es el coeficiente spurt loss. Se puede considerar como el ancho del fluido que pasa a través de la superficie instantáneamente al comienzo del proceso de fuga. Los dos coeficientes C_L y S_p se pueden determinar a partir de pruebas de laboratorio.

4. METODOLOGÍA DE MODELAMIENTO

El software utilizado en el presente trabajo es el Abaqus (versión estudiantil), el cual se compone de cuatro módulos:

- **ABAQUS/CAE**, modulo interactivo para la creación de modelos de elementos finitos. A través de este modulo se puede implementar un modelo de forma sencilla y rápida.
- **ABAQUS/Standard**, para resolución de problemas de propósito general. Incluye todas las posibilidades de análisis excepto el análisis dinámico.
- **ABAQUS/Explicit**, para resolución de problemas de tipo dinámico. Es poderoso por su eficiencia computacional en grandes modelos y también altamente efectivo para aplicaciones cuasi estáticas.
- **ABAQUS/Viewer**, modulo de visualización de soluciones. Muestra los resultados obtenidos una vez resuelto el problema.

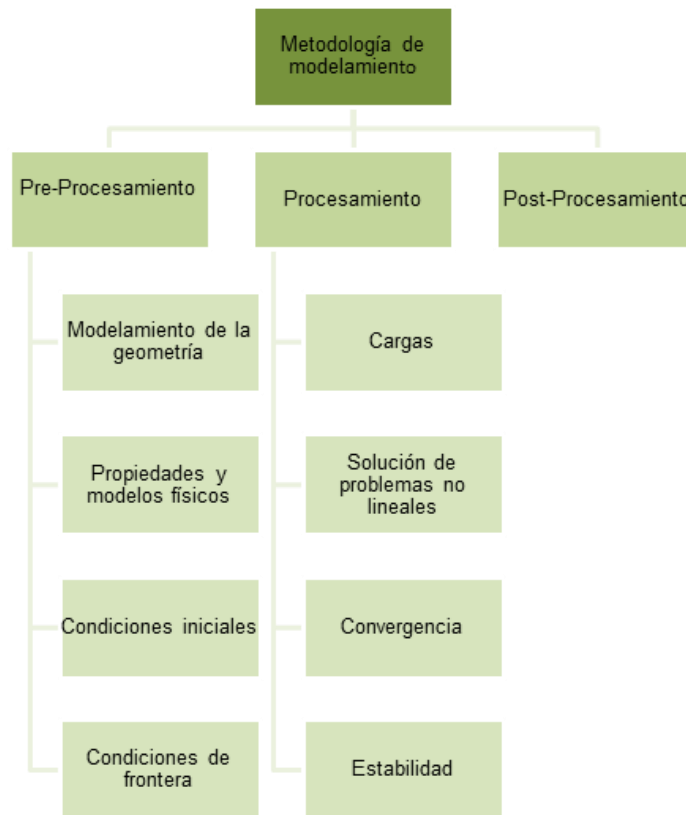
La metodología desarrollada en el presente trabajo se compone de tres partes: pre procesamiento, procesamiento y post procesamiento. En la figura 54 se ilustra un mapa conceptual de la misma; la cual se explicará en más detalle a continuación.

4.1 PRE-PROCESAMIENTO

El pre-procesamiento consiste en la descripción del modelo que se va a analizar. En esta etapa del modelamiento se define la geometría del modelo, los modelos que describen el comportamiento de roca y fluidos, las condiciones iniciales y de frontera y el tipo de elementos finitos que se van a usar en el enmallado, entre otros.

El modelamiento en el software se puede realizar mediante dos métodos; el método interactivo y mediante un archivo plano. El modelamiento interactivo facilita el pre-procesamiento, pero presenta la desventaja de no incluir todos los modelos presentes en Abaqus. Mediante el archivo plano se pueden incluir todos los modelos y se pueden realizar análisis más complejos.

Figura 54. Metodología de modelamiento



Fuente: Autor.

Por ejemplo, para el modelamiento de fracturas inducidas hidráulicamente se debe realizar el modelamiento mediante el archivo plano, ya que por el método interactivo no es posible definir elementos cohesivos inicialmente abiertos para la entrada del fluido.

4.1.1 Modelamiento de la geometría del dominio físico. La geometría es lo primero que se introduce y debe representar lo más fielmente posible el cuerpo real que se va a estudiar. El software permite realizar modelos de geometría muy compleja por medio del método interactivo o por medio del archivo plano. La geometría se define mediante los elementos y sus nodos. El método de los elementos finitos supone que el comportamiento mecánico de un continuo está conformado por un número finito de partes o elementos. Sobre estas partes o elementos se consideran las propiedades del material y las relaciones constitutivas, donde a su vez, estos elementos se encuentran conectados entre sí por un número discreto de puntos llamados nodos, localizados en sus contornos.

Abaqus presenta una extensa librería de elementos finitos que proporciona una herramienta robusta para la solución de una gran variedad de problemas. A continuación se describirán las características más importantes de algunos elementos.

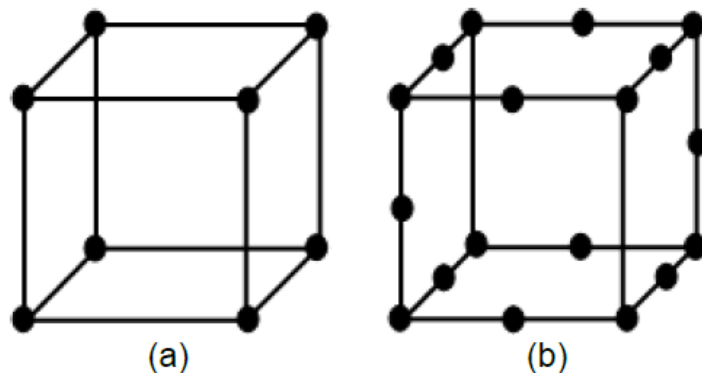
4.1.1.1 Características de los elementos finitos. Cada elemento finito en Abaqus tiene un único nombre que caracteriza su comportamiento, a través de las siguientes definiciones:

- Familia
- Grados de libertad
- Número de nodos
- Formulación
- Integración

Las familias de elementos que son usadas en un análisis de esfuerzos es la siguiente: Elementos sólidos continuos, elementos Shell, elementos tipo viga, elementos rígidos, elementos de membrana, elementos infinitos, elementos conectores tales como muelles y amortiguadores y elementos Truss. La primera letra del nombre de un elemento de la librería indica la familia a la que pertenece. Los grados de libertad son variables fundamentales calculadas durante un análisis. Estos grados de libertad están íntimamente relacionados con la familia del elemento.

El orden de interpolación se determina por el número de nodos usados en el elemento, por ejemplo, los elementos que tienen nodos solo en las esquinas usan interpolación y se llaman elementos lineales o elementos de primer orden, figura 55a. En Abaqus/Standard los elementos con nodos intermedios usan interpolación cuadrática y se llaman elementos cuadráticos o elementos de segundo orden, figura 55b. Los elementos triangulares o tetraédricos modificados usan interpolación de segundo orden modificado.

Figura 55. Elementos lineales y cuadráticos.



Fuente: OCHOA, Diana Milena. Generación de un modelo computacional de pozo en 3D para establecer el estado de esfuerzos y deformaciones mediante la técnica de elementos finitos. Trabajo de grado de Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-químicas, 2011. P 174

La formulación del elemento se refiere a la matemática usada para definir su comportamiento. El software presenta dos opciones, la primera se usa para los análisis de esfuerzo/desplazamiento y esta basada en la formulación *lagrangiana*. El segundo tipo de formulación es la Euleriana o espacial, la cual se usa para análisis de mecánica de los fluidos.

En cuanto a la integración, se emplean técnicas numéricas para integrar sobre el volumen de cada elemento, la cuadratura Gaussiana es la más usada para los elementos. El software evalúa la respuesta del material para cada punto de integración en cada elemento. Algunos elementos continuos pueden usar integración completa o reducida y esta decisión puede tener un efecto significativo sobre la exactitud de los resultados.

4.1.1.2 Elementos cohesivos. En el presente trabajo se utilizaron elementos cohesivos para el modelamiento de la fractura hidráulica. El modelamiento con elementos cohesivos consiste de:

- Escoger el tipo de elemento cohesivo apropiado.
- Incluir los elementos cohesivos en un modelo de elementos finitos, conectarlos a otros componentes y entender los problemas de modelamiento que surgen cuando se usan estos elementos.
- Definir la geometría inicial de los elementos cohesivos.
- Definir el comportamiento constitutivo mecánico y del fluido de los elementos.

El comportamiento constitutivo mecánico de los elementos cohesivos se puede definir con un modelo constitutivo basado en el continuo, o usando un modelo constitutivo especificado directamente en términos de tracción versus separación. Cuando se usan elementos cohesivos de presión de poro en procedimientos de suelos, se puede definir el comportamiento constitutivo del fluido mediante la definición de una relación de flujo de fluido tangencial y mediante la definición de un coeficiente de fuga de fluido que tiene en cuenta la aparición de una torta de lodo en las paredes de la fractura.

Para el caso del presente estudio se considera que el espesor de la zona cohesiva es muy pequeño o nulo y se usa la descripción de tracción-separación en la interfase. En este caso se busca definir el comportamiento en términos de la cantidad de energía requerida para crear nuevas superficies.

Los elementos cohesivos modelan la carga inicial, la iniciación del daño y la propagación del daño que conduce a una eventual falla en la interfase cohesionada. El comportamiento de la interfase antes de la iniciación del daño, a menudo se describe como elástica lineal en términos de una rigidez limite que se vence al llegar a cierta carga de tensión y/o cizalla pero que no se ve afectada por compresión pura.

Se pueden usar elementos cohesivos en áreas del modelo donde se espera que se desarrollen fracturas. Sin embargo, el modelo no necesita tener alguna fractura inicial y la interfase cohesiva define el plano de la fractura. En el ANEXO A se mostrará en mayor detalle el modelamiento con elementos cohesivos.

4.1.2 Propiedades y modelos físicos. El modelo que se va a implementar puede estar formado por varios materiales. Se deben definir las propiedades de los distintos materiales de los que está formado el modelo y se deben asociar a las partes de la geometría a las que correspondan.

Los materiales se definen a partir de la selección del material y la definición de los requerimientos necesarios para establecer su comportamiento, además está permitido combinar comportamientos de materiales como por ejemplo elasticidad-plasticidad.

Abaqus ofrece una amplia librería de materiales que permiten la simulación de modelos con características lineales, no lineales, materiales isotrópicos y anisotrópicos. El uso de integración numérica en los elementos incluye integración numérica a lo largo de la sección transversal en Shells y vigas, proporcionando mayor flexibilidad para analizar estructuras más complejas.

El comportamiento del material se define dentro de las siguientes categorías generales:

- Propiedades generales (amortiguamiento del material, densidad, expansión térmica).
- Propiedades elásticas.
- Propiedades inelásticas.
- Propiedades para fluidos hidrostáticos.
- Ecuaciones de estado.

4.1.2.1 Propiedades elásticas. La librería de Abaqus para definir los diferentes tipos de materiales incluye varios modelos que permiten representar el comportamiento elástico. Los materiales se clasifican en las siguientes categorías:

- Elasticidad lineal
- Elasticidad en materiales porosos
- Hipoelasticidad
- Hiperelasticidad
- Viscoelasticidad
- Ecuación de estado

4.1.2.2 Propiedades inelásticas. La mayoría de los materiales usados en ingeniería inicialmente responde elásticamente, el comportamiento elástico significa que la deformación es completamente recuperable cuando la carga es removida, es decir, el espécimen retorna a su forma original, si la carga excede algún limite (carga de cedencia) la deformación no es completamente recuperada, alguna parte de la deformación permanece cuando la carga es removida.

La gran mayoría de los modelos en Abaqus son incrementales, donde la tasa mecánica de deformación está dividida en una parte elástica y una parte inelástica. Los modelos de plasticidad son usualmente formulados en términos de: superficie de cedencia, regla de flujo y leyes de evolución.

La librería de Abaqus para definir los diferentes tipos de materiales incluye varios modelos, los cuales se clasifican en las siguientes categorías:

- Plasticidad clásica en metales.
- Rate-dependent yield.

- Creep y Swelling.
- Plasticidad de Johnson-Cook.
- Modelos de falla dinámicos.
- Plasticidad de metal poroso.
- Plasticidad de hierro fundido.
- Viscoplasticidad.
- Deformación plástica.
- Modelo de plasticidad de Drucker-Prager extendido.
- Modelo de plasticidad de Drucker-Prager/Cap modificado.
- Modelo de plasticidad de Mohr-Coulomb.
- Modelo de plasticidad de Clay.
- Plasticidad de espuma deformable.
- Material articulado.
- Concreto.
- Daño progresivo y falla.

4.1.3 Condiciones iniciales. Los análisis se dividen en pasos y las condiciones iniciales se definen en el paso inicial que esta siempre por omisión y en ocasiones el análisis completo solo requiere de un paso.

Las condiciones iniciales se especifican en los nodos o elementos. Los datos se pueden incluir directamente, en un archivo de entrada externo o en algunos casos mediante una subrutina de usuario o mediante los resultados o archivos de base de datos de salida de un análisis previo.

Entre otras, se pueden establecer las siguientes condiciones iniciales en el Abaqus:

- Ubicación inicial de una grieta en un análisis de Abaqus/Standard.
- Presiones iniciales para fluidos hidrostáticos.
- Elementos con flujo de fluido tangencial.
- Tasa de flujo másico inicial.
- Deformaciones plásticas iniciales.
- Presión de poro inicial.
- Porosidad inicial.
- Estado de esfuerzos inicial.
- Saturación inicial.

- Temperatura inicial.
- Velocidad inicial.

Para definir condiciones iniciales y de frontera es útil tener en cuenta los grados de libertad que se manejan en Abaqus:

1. Desplazamiento en x
2. Desplazamiento en y
3. Desplazamiento en z
4. Rotación a través del eje x
5. Rotación a través del eje y
6. Rotación a través del eje z
7. Distorsión de amplitudes (para secciones abiertas de elementos de viga)
8. Presión de poro
9. Potencial eléctrico
10. Temperatura (o concentración normalizada en análisis de difusión masiva)

4.1.4 Condiciones de frontera. Se especifican todas las variables de solución básicas (desplazamientos, rotaciones, amplitud de pandeo, presiones de fluido, presiones de poro, temperaturas, potenciales eléctricos, concentraciones

normalizadas, presiones acústicas o flujo de materia) en los nodos en el archivo de entrada o a través de subrutinas.

Solo se pueden especificar condiciones de frontera de valor cero en el paso inicial en Abaqus/CAE. Se pueden especificar los siguientes tipos de condiciones de frontera en lugar de los grados de libertad:

- XSYMM, simetría alrededor de un plano $X=\text{constante}$ (grados de libertad 1,5,6=0)
- YSYMM, simetría alrededor de un plano $Y=\text{constante}$ (grados de libertad 2,4,6=0)
- ZSYMM, simetría alrededor de un plano $Z=\text{constante}$ (grados de libertad 3,4,5=0)
- ENCASTRE, restringido en todos los grados de libertad (1,2,3,4,5,6=0)
- PINNED (grados de libertad 1,2,3=0)

4.2 PROCESAMIENTO

La solución de problemas no lineales involucra:

- Una combinación de procedimientos incrementales e iterativos;
- Usar el método de Newton para resolver las ecuaciones no lineales;
- Determinar la convergencia;

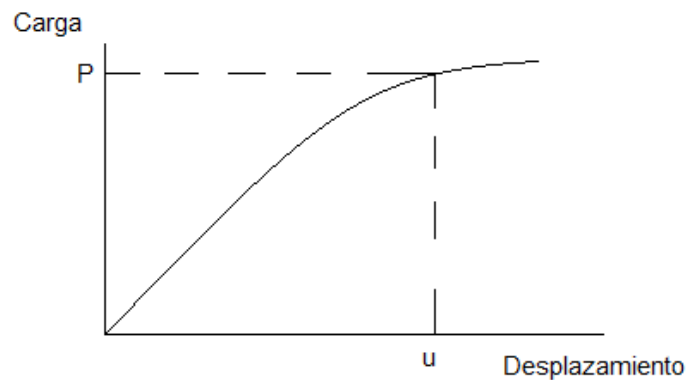
- Definir cargas en función del tiempo;
- Escoger incrementos de tiempo automáticos apropiados.

Algunos problemas estáticos pueden llegar a ser inestables a causa de una severa no linealidad. Abaqus/Standard ofrece un conjunto de mecanismos de estabilización automática para manejar tales problemas.

4.2.1 Solución de problemas no lineales. La curva de carga-desplazamiento no lineal para una estructura se muestra en la figura 56.

El objetivo del análisis es determinar la respuesta a esta carga. En un análisis no lineal, la solución no se puede calcular solucionando un solo sistema de ecuaciones lineales, como se haría en un problema lineal. En lugar de esto, la solución se encuentra especificando la carga como una función del tiempo e incrementando el tiempo para obtener la respuesta no lineal. Por lo tanto, se divide la simulación en un número de *incrementos de tiempo* y se encuentra la configuración de equilibrio aproximada al final de cada incremento. Usando el método de Newton, a menudo se requiere varias iteraciones para determinar una solución aceptable para cada incremento de tiempo.

Figura 56. Curva de carga-desplazamiento no lineal.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

4.2.1.1 Pasos. La historia de tiempo para una simulación consiste de uno o más *pasos*. Se deben definir los pasos, los cuales generalmente consisten de un procedimiento de análisis, carga y requerimientos de salida. En cada paso se pueden usar diferentes cargas, condiciones de frontera, procedimientos de análisis y requerimientos de salida.

4.2.2 Cargas. Las cargas externas se pueden aplicar de la siguiente manera:

- Tracciones concentradas o distribuidas.
- Flujos concentrados o distribuidos.
- Cargas de ondas incidentes.

Se pueden aplicar muchos tipos de cargas distribuidas; éstas dependen del tipo de elemento. Hay dos maneras de especificar cargas distribuidas: cargas distribuidas basadas en elementos y cargas distribuidas basadas en superficies. Las cargas distribuidas basadas en elementos se pueden prescribir sobre superficies o bordes geométricos.

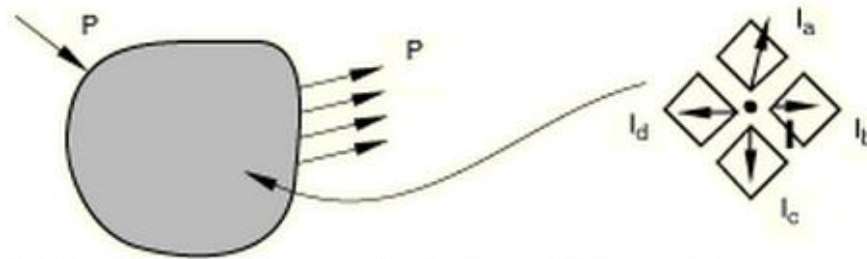
4.2.2.1 Incrementos. Un incremento es parte de un paso. En análisis no lineales cada paso se divide en incrementos de tal manera que se pueda seguir la trayectoria de la solución no lineal. El usuario sugiere el tamaño del primer incremento y Abaqus/Standard escoge automáticamente el tamaño de los incrementos subsecuentes. Al final de cada incremento la estructura esta en equilibrio aproximado y los resultados están disponibles para ser escritos en los archivos de reinicio, de datos, resultados o base de datos de salida.

4.2.2.2 Iteración. Es un intento para encontrar una solución de equilibrio en un incremento. Si el modelo no esta en equilibrio al final de la iteración, el software

realiza otra iteración. Con cada iteración la solución que la herramienta software obtiene debería ser más cercana al equilibrio; sin embargo, algunas veces el proceso de iteración puede divergir y subsecuentes iteraciones pueden alejarse del estado de equilibrio. En ese caso, el programa puede terminar el proceso de iteración e intentar encontrar una solución con un tamaño de incremento menor.

4.2.3 Convergencia. Se consideran las fuerzas externas P y las fuerzas internas (nodales) I , que actúan sobre un cuerpo (ver figura 57a y 57b, respectivamente). Las cargas internas que actúan sobre un nodo son causadas por los esfuerzos en los elementos que están adheridos a ese nodo.

Figura 57. Cargas externas e internas sobre un cuerpo.



(a) Cargas externas en una simulación (b) Fuerzas internas que actúan en un nodo

Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Para que el cuerpo esté en equilibrio, la fuerza neta que actúa en cada nodo debe ser cero. Por lo tanto, el enunciado básico de equilibrio es que las fuerzas internas I y las fuerzas externas P , deben estar balanceadas:

$$P - I = 0 \quad (65)$$

La respuesta no lineal de una estructura a un incremento de carga pequeño, ΔP , se muestra en la figura 58.

La herramienta software usa la rigidez tangente de la estructura, K_0 , la cual se basa en su configuración en u_0 y ΔP para calcular una corrección de desplazamiento, c_a , para la estructura. Usando c_a , la configuración de la estructura se actualiza a u_a . Luego calcula las fuerzas internas de la estructura, I_a , en la configuración actualizada.

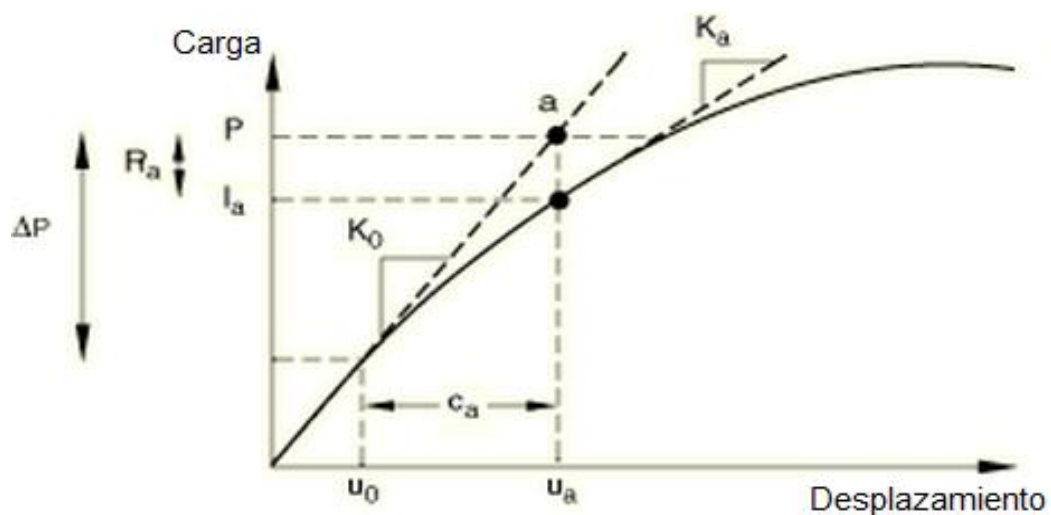
La diferencia entre la carga aplicada total P , e I_a se puede recalculer como

$$R_a = P - I_a \quad (66)$$

Donde R_a es la fuerza residual para la iteración.

Si R_a es cero en cada grado de libertad en el modelo, el punto a en la figura 58 yacería sobre la curva de carga-deflexión y la estructura estaría en equilibrio. En un problema no lineal R_a nunca será exactamente cero. Teniendo en cuenta lo anterior, la herramienta software lo compara con un valor de tolerancia.

Figura 58. Primera iteración en un incremento.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

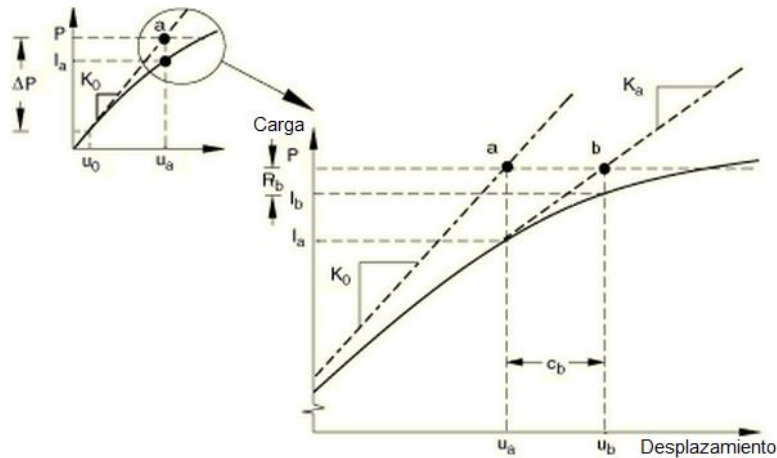
Si R_a es menor que esta tolerancia de fuerza residual en todos los nodos, se acepta la solución como si estuviera en equilibrio. Por omisión, este valor de tolerancia es el 0.5% de una fuerza promedio en la estructura, promediada a lo largo del tiempo. El software automáticamente calcula esta fuerza espacialmente y temporalmente promediada a través de toda la simulación.

Si R_a es menor que el valor de tolerancia actual, se considera que P e I_a están en equilibrio y que u_a es una configuración de equilibrio válida para la estructura bajo la carga aplicada. Sin embargo, antes de que se acepte la solución, también se revisa que la última corrección de desplazamiento c_a , sea pequeña con relación al desplazamiento incremental total, $\Delta u_a = u_a - u_o$. Si c_a es mayor que una fracción (1% por omisión) del desplazamiento incremental, se realiza otra iteración. Se deben satisfacer las dos revisiones de convergencia antes de que se pueda decir que una solución ha convergido para un determinado incremento.

Si la solución a partir de una iteración no ha convergido, se realiza otra iteración para tratar de balancear las fuerzas internas y externas. Primero, la herramienta software basada en la configuración actualizada, u_a forma la nueva rigidez, K_a para la estructura. La rigidez y el residual R_a , determinan otra corrección de desplazamiento, c_b que lleva el sistema un poco más cerca al equilibrio (punto b en la figura 59).

El software calcula una fuerza residual nueva, R_b , usando las fuerzas internas de la nueva configuración de la estructura, u_b . De nuevo, el mayor residual de fuerza en cualquier grado de libertad, R_b , se compara contra la tolerancia residual de la fuerza y la corrección del desplazamiento para la segunda iteración, c_b , se compara con el incremento del desplazamiento Δu_b . Si es necesario, se realizan más iteraciones.

Figura 59. Segunda iteración



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Para cada iteración en un análisis no lineal el software forma la matriz de rigidez del modelo y soluciona un sistema de ecuaciones. Por lo tanto, el costo computacional de cada iteración es cercano al costo de realizar un análisis lineal completo, haciendo que el costo computacional de un análisis no lineal sea potencialmente muchas veces mas grande que el costo de un análisis lineal. Ya que es posible guardar los resultados en un incremento que haya convergido, la cantidad de datos de salida disponible de una simulación no lineal también puede ser mucho mayor que la disponible a partir de un análisis lineal con la misma geometría.

4.2.4 Estabilidad. Los problemas no lineales pueden ser inestables. Tales inestabilidades pueden ser de naturaleza geométrica como buckling o de naturaleza del material, como en el suavizado de material. Si la inestabilidad se manifiesta en una respuesta global de carga-desplazamiento con una rigidez negativa, el problema se puede tratar como un problema de buckling o de colapso. Sin embargo, si la inestabilidad es localizada, habrá una transferencia local de energía de deformación desde una parte del modelo a las partes circundantes y los métodos de solución global podrían no funcionar. Esta clase de problemas

tiene que ser solucionada dinámicamente o con la ayuda de amortiguamiento (artificial).

El software provee un mecanismo automático para estabilizar problemas cuasi estáticos inestables a través de la adición automática de amortiguamiento proporcional al volumen del modelo. Los factores de amortiguamiento aplicados pueden ser constantes durante la duración de un paso o pueden variar con el tiempo para tener en cuenta cambios durante el curso de un paso.

4.3 POST-PROCESAMIENTO

Una vez Abaqus ha resuelto el modelo, los resultados de la simulación se ven a través del módulo de visualización, el cual lee el archivo de datos de salida (output file) y es capaz de crear animaciones de la simulación, gráficas X-Y, tablas de resultados, etc. La visualización de los resultados es una de las actividades mas comunes de cualquier tarea del post proceso. Se puede hacer en Abaqus/CAE o Abaqus/Viewer, siendo este último el realmente orientado para esta tarea.

Después de terminar el procesamiento del archivo de entrada, el cual tiene la extensión .inp, se crea una serie de archivos orientados en su mayoría al análisis de los resultados de la simulación y a la descripción detallada de cada incremento en cada paso. En el Tabla 2 se muestra una descripción de cada uno de ellos.

Tabla 2. Caracterización de los tipos de archivos en ABAQUS

Tipo de Archivo	Definición	Observación
Archivo de entrada		
<i>Inputname.inp</i>	Archivo de entrada	No hay observación
Archivos de salidas		
<i>Job.dat</i>	Archivo de impresión de las salidas	Creados por omisión, pero sus contenidos son controlados por
<i>Job.msg</i>	Archivo de mensajes	

Tipo de Archivo	Definición	Observación
Job.sta	Archivo de estatus	el usuario
Job.odb	Archivo para la base de datos de salida	
Job.log	Archivo de registro	No hay observación
Job.fin	Archivo de resultados en formato ASCII	No hay observación
Job.fil	Archivo de resultados en formato binario	
Job.abq	Archivo para restaurar un proceso	Archivos para Abaqus/Explicit
Job.sel	Archivo de resultados seleccionados	
Archivos para la recuperación de resultados		
Job.res	Archivo para restaurar un proceso	Son creados automáticamente por el programa
Job.stt	Archivo para recuperar una solución	
Job.prt	Archivo para recuperar una solución	
Job.mdl	Archivo para recuperar una solución	
Archivos necesarios para ejecutar un proceso		
Job.com	Archivo de escritura usado para correr el análisis	No hay observación
Job.ipm	Archivos del problema	
Archivos temporales		
Job.cid	Archivos temporales	Creados durante el análisis y una vez concluido son borrados
Job.lck	Archivos temporales	
Job.023	Archivos temporales	

Fuente: OCHOA, Diana Milena. Generación de un modelo computacional de pozo en 3D para establecer el estado de esfuerzos y deformaciones mediante la técnica de elementos finitos. Trabajo de grado de Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico-químicas, 2011. P 174

5. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD Y PRUEBAS

En el presente capítulo se implementará la metodología desarrollada en el capítulo anterior mediante dos casos; uno 2D y uno pseudo-tridimensional. Se realizará un análisis de sensibilidad del modelo 2D para observar el comportamiento de la propagación de la fractura con la variación de diferentes parámetros. También se procederá a validar la metodología mediante la comparación de los modelos presentados en el artículo 25890 de la SPE (Estudio comparativo de modelos de fracturamiento hidráulico) con el modelo desarrollado en el caso 2D.

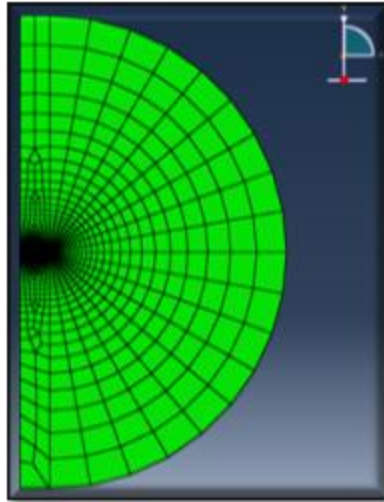
5.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA (CASO ESTUDIO I)

El primer problema donde se aplica la metodología expuesta en el capítulo anterior consiste en la mitad de una placa circular que representa la vista en planta de la zona productora. Se supone deformación plana y que la altura de la fractura corresponde a la altura de la zona productora. Se va a modelar la propagación de una fractura hidráulica mediante el uso de elementos cohesivos. En la figura 60 se observa la geometría del modelo 2D. Se requiere de un mayor refinamiento de la malla alrededor de la zona cohesiva. En la figura 61 se hace un acercamiento a la zona cohesiva, la cual consiste en una línea de elementos con una altura despreciable y los cuales van a representar la propagación de la fractura.

El pre-procesamiento del modelo se hace mediante el archivo plano¹. A continuación se describirán las características del modelo en más detalle.

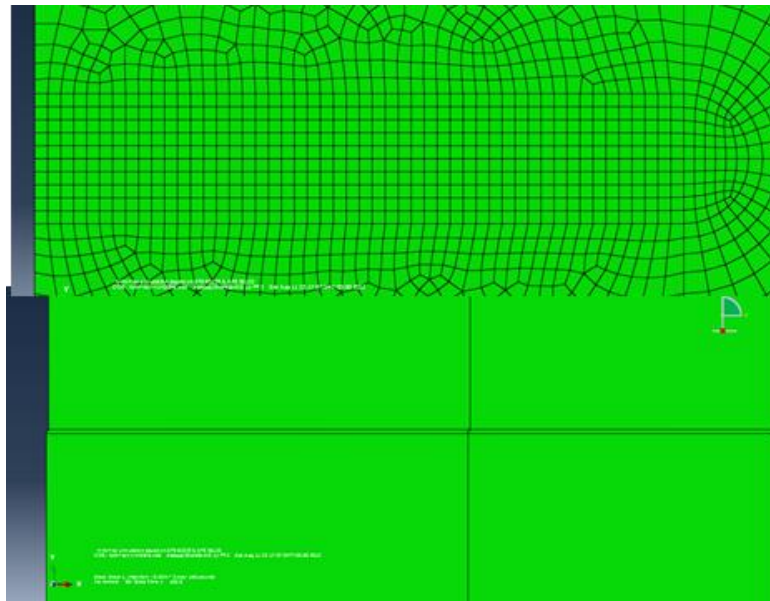
¹ Ver ANEXO B

Figura 60. Geometría del modelo 1.



Fuente: Autor

Figura 61. Sección cohesiva



Fuente: Autor

5.1.1 Suposiciones

- Altura de la fractura igual al espesor del estrato productor

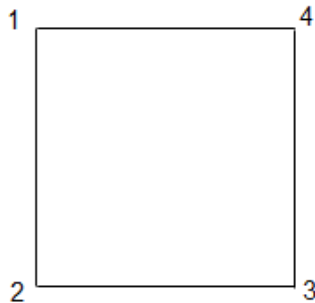
- Yacimiento radial simétrico con respecto al eje x
- Modelo poro elástico
- Fluido de fractura newtoniano
- Yacimiento isotrópico homogéneo

5.1.2 Dimensiones del problema

- 160m de diámetro
- 2120 nodos
- 2021 elementos tipo CPE4RP de 4 nodos

La forma geométrica de estos elementos se representa en la figura 62. Estos elementos permiten modelar desplazamiento bilineal y presión de poro y asumen el comportamiento de deformación en un plano.

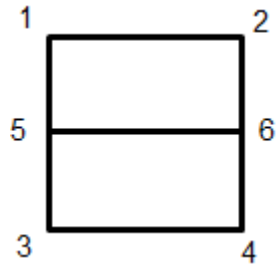
Figura 62. Elemento CPE4RP.



Fuente: Autor

50 elementos tipo COH2D4P de 6 nodos. La forma geométrica de estos elementos se representa en la figura 63. En los nodos 1 a 4 se calcula el valor de la presión de poro y el desplazamiento en x y y, mientras que en los nodos 5 y 6 solo el de la presión de poro.

Figura 63: Elemento COH2DP4



Fuente: Autor

5.1.3 Condiciones iniciales

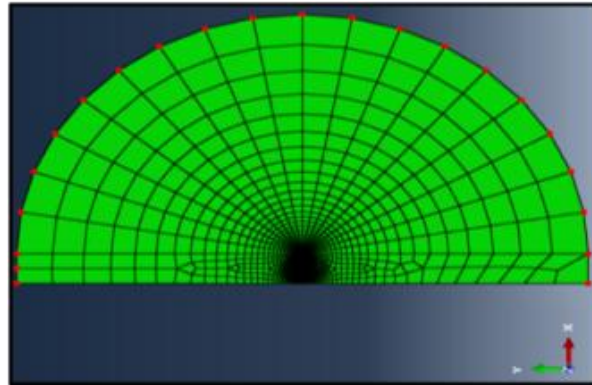
Tabla 3. Condiciones iniciales caso I

Condiciones iniciales	
Propiedad	Valor
ϕ	0.25
P_{poro}	115 <i>psi</i>
σ_H	1935 <i>psi</i>
σ_h	1355 <i>psi</i>
σ_v	2290 <i>psi</i>

Fuente: VALKO, P.P, ECONOMIDES, M.J. Fluid-leakoff Delineation in High-Permeability Fracturing. Texas A & M. SPE. 1999

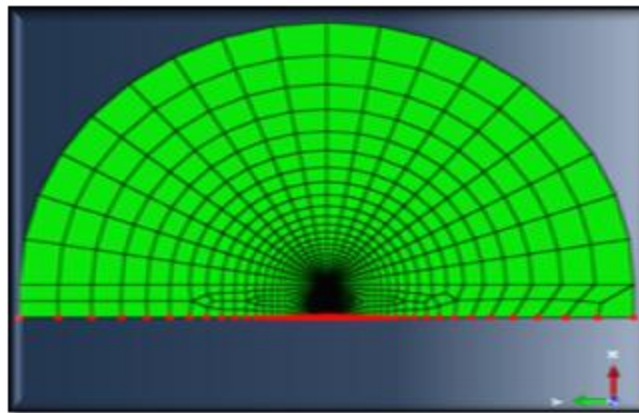
5.1.4 Condiciones de frontera. Se fijan condiciones de frontera de no desplazamiento en x y y para los nodos resaltados en la figura 64. En la figura 65 se observan los nodos restringidos en x para establecer la condición de simetría.

Figura 64. Condiciones de frontera en x y y.



Fuente: Autor

Figura 65. Condición de frontera en x.



Fuente: Autor

5.1.5 Datos de materiales y modelos

Tabla 4. Propiedades físicas

Propiedades físicas	
E	1.87E5 psi
ν	0.25
k	2.5 mDarcy
GE (fluido de formación)	9.8 KN/m ³

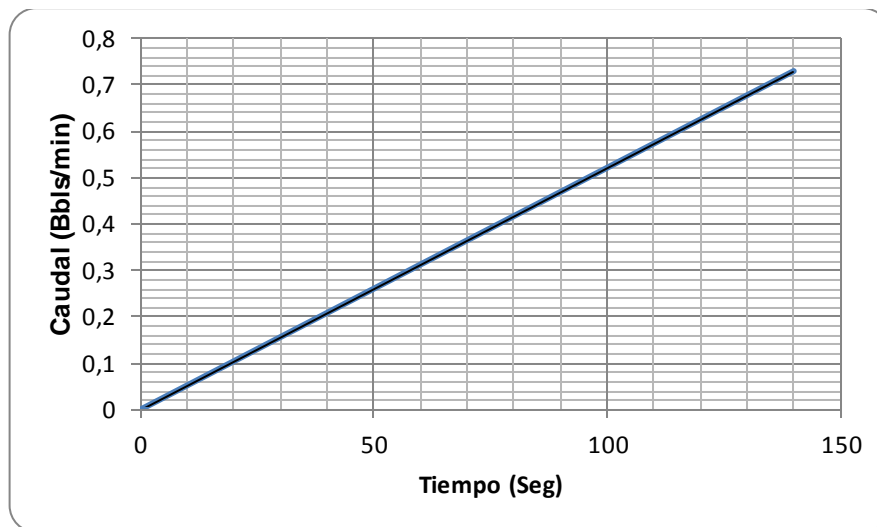
Fuente: VALKÓ, P.P, ECONOMIDES, M.J. Fluid-leakoff Delineation in High-Permeability Fracturing. Texas A & M. SPE. 1999

Viscosidad del fluido fracturante: $1\text{cp}=1.0 \text{ E}^{-6} \text{ KPa}\cdot\text{s}$

Fuga de fluido hacia la formación (leakoff): $5.789\text{E}^{-10} \text{ m}^3/\text{KPa}\cdot\text{s}$

El caudal de inyección en la cara del pozo se ilustra en la figura 66.

Figura 66. Caudal de inyección para el caso I



Fuente: Fuente: VALKÓ, P.P, ECONOMIDES, M.J. Fluid-leakoff Delineation in High-Permeability Fracturing. Texas A & M. SPE. 1999

Volumen total de fluido inyectado: 0.855bbbls

5.1.6 Propiedades de la sección cohesiva. La sección cohesiva corresponde a los elementos COH2D4P, representados en la parte inferior de la figura 61. En el anexo A se explica en detalle los modelos que representan el comportamiento de estos elementos, los cuales simulan la propagación de fractura.

Para modelar la propagación de una fractura mediante elementos cohesivos, se requiere definir las propiedades para tres criterios. Los tres criterios corresponden a diferentes fases de la etapa de propagación de fractura; en la primera el fluido

ingresa en el elemento cohesivo y lo expande hasta llegar a un punto límite que se conoce como la iniciación del daño. El tercer criterio corresponde a la propagación de la fractura. Para el presente modelo se usaron los siguientes criterios con las siguientes propiedades:

- Comportamiento de tracción separación elástico lineal

$$K_{nn} = K_{ss} = 1.23E7psi$$

- Criterio de iniciación de daño de deformación nominal cuadrática²

Deformación nominal máxima en tensión, $\varepsilon_n^o = 0.32 E4$

Deformación nominal máxima en la primera dirección de cizalla $\varepsilon_s^o = 1.0E10$

- Criterio de evolución de daño: Criterio de energía de Benzegah-Kenane³
<Glc>=<Gllc>=28

5.1.7 Resultados caso I. En la tabla 6 se muestra el valor del ancho de fractura y de longitud de fractura que resulta al final de la simulación. En la figura 67 se ilustra la geometría de esta fractura al final de los 140 segundos de inyección.

Tabla 5. Resultados caso I

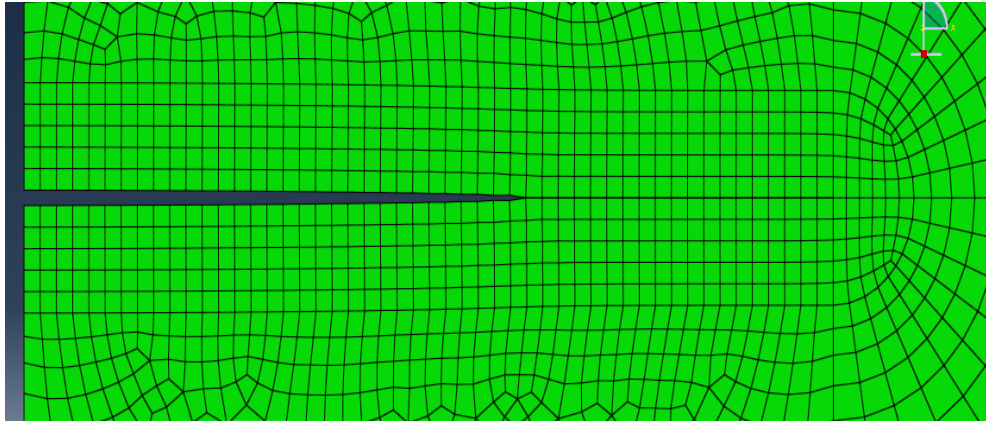
Dimensiones de fractura	
W_f	13.04mm
L_f	7.4m

Fuente: Autor

² Ver ANEXO A

³ Ver ANEXO A

Figura 67. Geometría de fractura a los 140 s.



Fuente: Autor

5.1.8 Análisis de sensibilidad. A continuación se realizará un análisis de sensibilidad de algunas variables físicas para observar el cambio en la longitud y ancho de fractura al finalizar los 140 segundos de inyección de fluido fracturante. En el siguiente análisis se tendrán en cuenta las siguientes propiedades físicas:

Tabla 6. Propiedades físicas base

Propiedades físicas	
σ_v	2290 <i>psi</i>
σ_H	1935 <i>psi</i>
σ_h	1355 <i>psi</i>
ν	0.25
P_{poro}	115 <i>psi</i>
E	1.7E6 <i>psi</i>

Fuente: Autor

Las demás propiedades serán las mismas del caso I, con excepción de la que se esté variando.

5.1.8.1 Variables físicas

Tabla 7. Variación del Módulo de Young

Tabla de resultados		
E	W_f	L_f
1.7E6psi	10mm	10m
3.0E6psi	9.9mm	10m
6.0E6psi	9.84mm	10m
10E6psi	9.68mm	10m

Fuente. Autor

Se requiere modificar la malla para poder representar adecuadamente la propagación de la fractura en el modelo, ya que la presente sección cohesiva limita la longitud máxima de fractura que se puede alcanzar a 10 m.

5.1.8.2 Variación del esfuerzo mínimo

Tabla 8. Variación del esfuerzo mínimo

Tabla de resultados		
σ_h (psi)	W_f	L_f
1355	13.04mm	7.4m
1700	12.08mm	7.8m
1800	10.48mm	9.0m
1900	10.06mm	9.4m

Fuente. Autor

5.1.8.3 Variación de la presión de poro

Tabla 9. Variación de la presión de poro

Tabla de resultados		
P_{poro} (psi)	W_f	L_f
100	16.2mm	6.2m
200	18.7mm	5.4m
300	16.4mm	6.2m
400	16.5mm	6.2m

Fuente. Autor

5.1.8.4 Cambio de la sección cohesiva. En el presente modelo, la sección cohesiva definida limita la longitud máxima de fractura a 10m. En la tabla 6 se puede apreciar que el valor máximo de la longitud de fractura no pasa de 10m. Para evaluar la variación de ancho y longitud de la fractura con el cambio del modulo de Young, se redefinió la sección cohesiva de tal manera que ocupara todo el radio del yacimiento. Los resultados se observan en la tabla 11.

Tabla 10. Resultados para la variación del módulo de Young

Tabla de resultados		
E	W_f	L_f
1.7E5psi	13.04mm	7.4m
3.0E6psi	8.5mm	14.4m
6.0E6psi	4.8mm	22.39m
1.0E7psi	3.28mm	45.8m

Fuente. Autor

5.1.9 Validación del caso I. Para realizar la validación de este modelo, se aplicaron los datos del modelo utilizado en el artículo 25890 de la SPE, titulado “Estudio comparativo de modelos de fracturamiento”. Los datos utilizados fueron los siguientes:

Tabla 11. Datos de roca y del yacimiento

Intervalo	Profundidad (ft)	Espesor de la zona (ft)	Esfuerzo In-Situ (psi)	Relación de Poisson	Módulo de Young (10^6 psi)	Rigidez de fractura ($\text{psi/in}^{0.5}$)
1	9170-9340	170	5700	0.21	8.5	2000

Fuente. Autor

Tabla 12. Datos del tratamiento

Datos del tratamiento	
Temperatura de fondo de pozo, °F	246
Presión de yacimiento, psi	3600
Spurt loss	0.0
Altura de leakoff	Toda la altura de la fractura
Coeficiente de leakoff, ft/min^{0.5}	0.00025
Viscosidad- caso A, cp	200
Viscosidad- caso B (ley de potencia)	
N	0.5
K	0.06
Volumen de fluido, bbl	10000
Tasa de inyección, bbl/min	50
Propante	Ninguno

Fuente. Autor

Las longitudes de fractura para diferentes modelos varían entre 1000 y 5000 pies y el ancho de fractura varía entre 0.5 y 1.3 pulgadas para los diferentes modelos planteados en el artículo.

Debido a problemas de convergencia no se pudo realizar una comparación directa del modelo desarrollado en el caso I y los datos del artículo.

5.2 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA (CASO II)

Modelo pseudo tridimensional con tres capas, la zona productora y un estrato superior e inferior. La zona productora se puede distinguir por tener una mayor densidad de malla que las zonas circundantes.

5.2.1 Suposiciones

Geometría radial

Fluido newtoniano

Yacimiento isotrópico homogéneo

Plano de fractura vertical

Estado de esfuerzos inicial ortotrópico heterogéneo

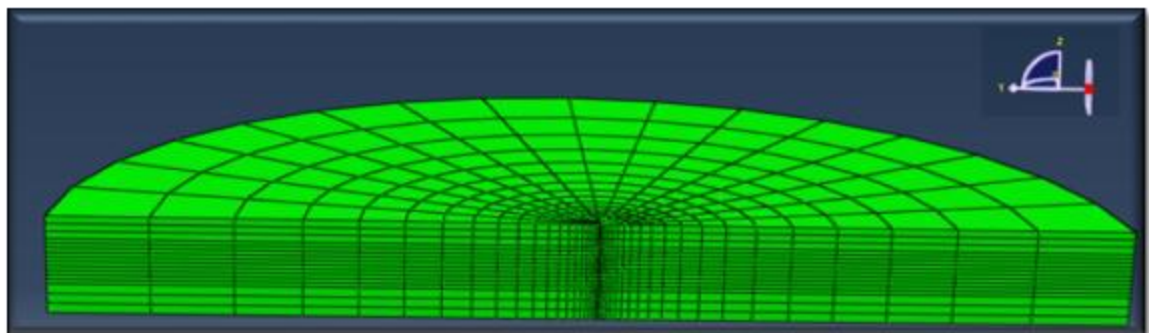
Porosidad varía con la profundidad

Presión de poro varía con la profundidad

Fluido de yacimiento monofásico

Comportamiento elasto plástico de las formaciones

Figura 68. Geometría caso II.



Fuente. Autor

5.2.2 Dimensiones del problema

500m de diámetro

43 m de espesor total (20 de la zona productora y 10 y 13 de las zonas circundantes)

5.2.3 Condiciones iniciales

En la tabla 14 se observa la variación de la porosidad con la profundidad.

El gradiente de presión de poro usado fue de 0.44psi/ft.

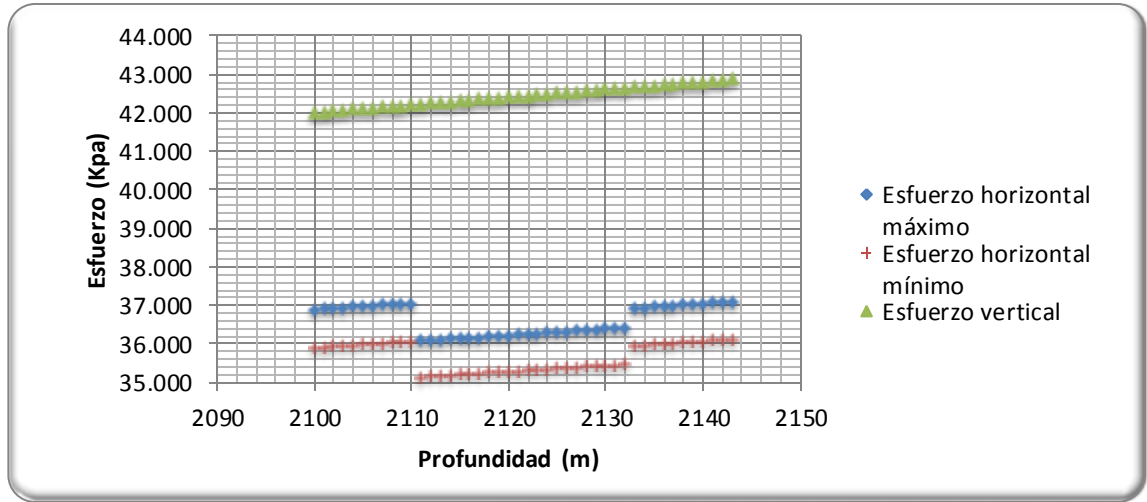
Los esfuerzos principales iniciales se ilustran en la figura 69:

Tabla 13. Porosidad

Profundidad (m)	ϕ
2100-2105	0,16
2105-2110	0,2
2110-2112	0,20336
2112-2114	0,20728
2114-2116	0,21176
2116-2118	0,2168
2118-2120	0,2224
2120-2122	0,22856
2122-2124	0,23528
2124-2126	0,24256
2126-2128	0,2504
2128-2130	0,2588
2130-2143	0,17

Fuente. Autor

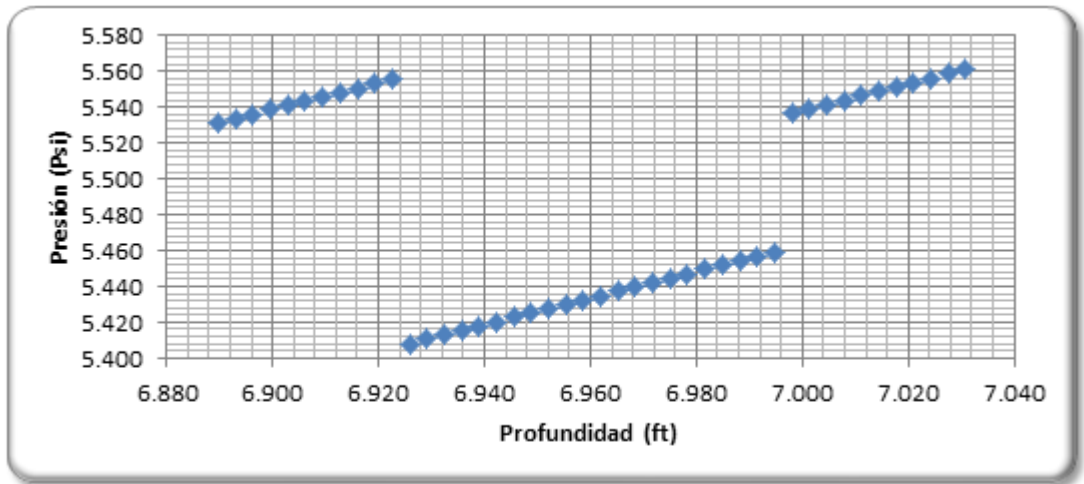
Figura 69. Esfuerzos principales.



Fuente. Autor

5.2.4 Presión inicial sobre la cara del pozo

Figura 70. Presión sobre la cara del pozo

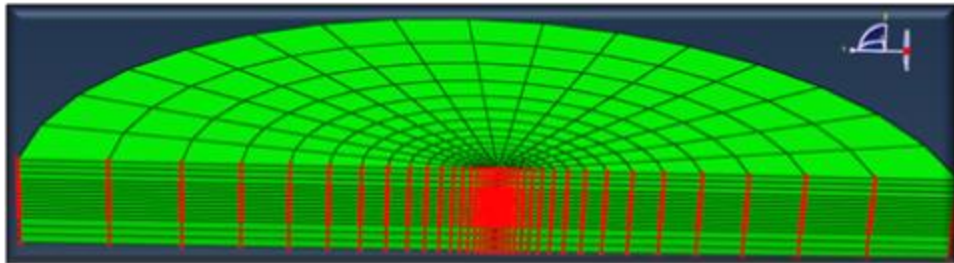


Fuente. Autor

5.2.5 Condiciones de frontera. En las figuras 71 a 73 se observan las condiciones de frontera que corresponden a la simetría del plano perpendicular al eje x, a la restricción del desplazamiento en las direcciones 1 y 2, y a la restricción

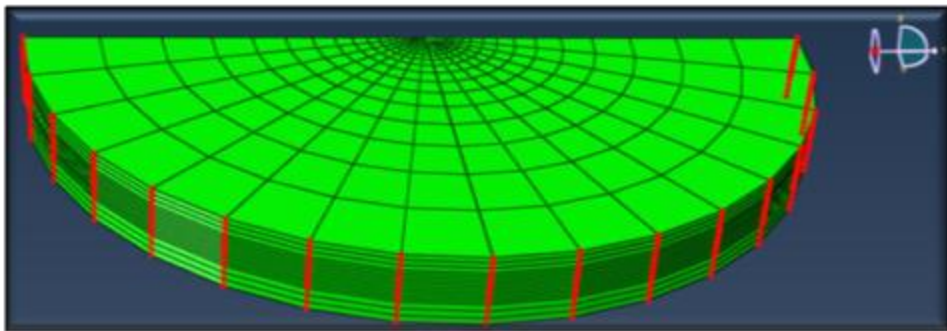
del desplazamiento en la dirección z para la parte inferior del estrato que esta por debajo de la zona productora, respectivamente. Los puntos en rojo corresponden a los nodos que se les aplica la restricción.

Figura 71. Simetría con respecto al plano x.



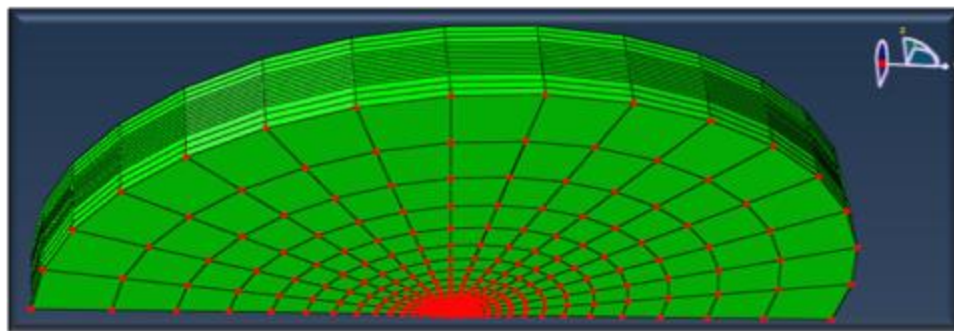
Fuente. Autor

Figura 72. Restricción de desplazamiento en la dirección x y y.



Fuente. Autor

Figura 73. Restricción de desplazamiento en la dirección z.



Fuente. Autor

5.2.6 Datos de materiales y modelos

5.2.6.1 Capa de lutita inferior. El comportamiento plástico de la formación se define mediante un criterio de cedencia lineal. En la tabla 13 se observan las propiedades elásticas de esta capa junto con las propiedades que definen el criterio de cedencia lineal. β representa el ángulo de fricción interna, k es la relación entre el esfuerzo en tensión triaxial al esfuerzo en compresión triaxial y φ es el ángulo de dilatación. En la tabla 14 se observan los datos de endurecimiento para el comportamiento plástico. En la tabla 16 se define la permeabilidad en función de la porosidad.

Tabla 14. Propiedades elasto plásticas (lutita inferior)

Propiedad	Valor
E	1.74E6psi
ν	0.19
β	30
k	1.0
φ	30

Fuente: Autor

Tabla 1. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (lutita inferior)

Esfuerzo de cedencia (KPa)	Deformación plástica
32.0E ³	0.0
33.0E ³	0.005
33.5E ³	0.08

Fuente: Autor

Tabla 2. Permeabilidad vs ϕ (lutita inferior)

Permeabilidad (m/s)	ϕ
9.672E ⁻⁹	0.14
9.672E ⁻⁹	0.16

Permeabilidad (m/s)	ϕ
$1.020E^{-8}$	0.19
$2.050E^{-8}$	0.22
$4.880E^{-8}$	0.24

Fuente: Autor

5.2.6.2 Capa productora. En las tablas 18-19 se pueden observar las propiedades elasto plásticas de la zona productora y la permeabilidad en función de la porosidad.

Tabla 3. Propiedades elasto plásticas (zona productora)

Propiedad	Valor
E	$6.0E5psi$
ν	0.22
β	36
k	0.95
ϕ	36

Fuente: Autor

Tabla 4. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (zona productora)

Esfuerzo de cedencia (KPa)	Deformación plástica
$37.93E^3$	0.0
$38.20E^3$	0.005
$38.34E^3$	0.02
$38.4E^3$	0.08

Fuente: Autor

Tabla 5. Permeabilidad vs ϕ (zona productora)

Permeabilidad (m/s)	ϕ
$0.56E^{-8}$	0.16
$1.00E^{-8}$	0.18
$4.84E^{-8}$	0.2

Permeabilidad (m/s)	ϕ
4.88E ⁻⁸	0.22
4.98E ⁻⁸	0.24
5.28E ⁻⁸	0.25
5.80E ⁻⁸	0.26
6.52E ⁻⁸	0.28
8.10E ⁻⁸	0.32

Fuente: Autor

5.2.6.3 Capa de lutita superior. En las tablas 20-22 se pueden observar las propiedades elasto plásticas de la lutita superior y la permeabilidad en función de la porosidad.

Tabla 20. Propiedades elasto plásticas (lutita superior)

Propiedad	Valor
E	1.74E6psi
ν	0.19
β	28
k	1.0
φ	28

Fuente: Autor

Tabla 21. Datos de endurecimiento de Drucker Prager (lutita superior)

Esfuerzo de cedencia (KPa)	Deformación plástica
26.21E ³	0.00
26.50E ³	0.005
27.00E ³	0.08

Fuente: Autor

Tabla 6. Permeabilidad vs ϕ (lutita superior)

Permeabilidad (m/s)	ϕ
9.67E ⁻⁹	0.14
9.67E ⁻⁹	0.16

Permeabilidad (m/s)	ϕ
$1.02E^{-6}$	0.19
$2.05E^{-6}$	0.22
$4.88E^{-6}$	0.24

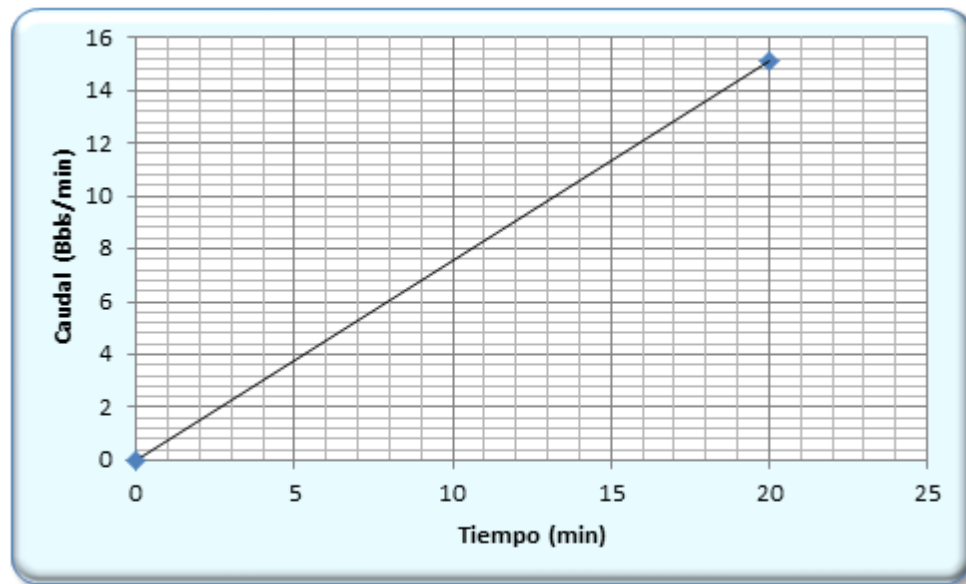
Fuente. Autor

Viscosidad del fluido fracturante: $1\text{cp}=1.0\text{ E-6 KPa.s}$

Fuga de fluido: $5.789E-10\text{ m}^3/\text{KPa.s}$

El caudal de inyección para este caso se observa en la figura 74.

Figura 74. Caudal de inyección para el caso II



Fuente: Autor

Volumen total de fluido inyectado: 151bbbs

- **Propiedades de la sección cohesiva**

Comportamiento de tracción separación elástico lineal

$$K_{nn} = K_{ss} = 1.23E7psi$$

Criterio de iniciación de daño de deformación nominal cuadrática⁴

Deformación nominal máxima en tensión, $\varepsilon_n^o = 0.82 E4$

Deformación nominal máxima en la primera dirección de cizalla $\varepsilon_s^o = 1.0E10$

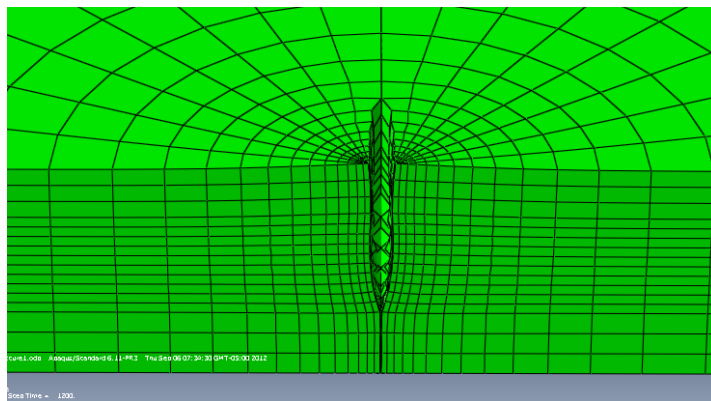
Criterio de evolución de daño: Criterio de energía de Benzeggah-Kenane⁵

$$\langle G_{lc} \rangle = \langle G_{IIc} \rangle = 280$$

$$\eta = 2.284$$

5.2.6.4 Resultados caso II. La geometría de fractura final para este caso se muestra en la figura 75.

Figura 75. Geometría de fractura a los 20 min de inyección



Fuente: Autor

El ancho máximo de fractura fue de 38 mm y la longitud máxima fue de 23.6m.

⁴ Ver ANEXO A

⁵ Ver ANEXO A

6. CONCLUSIONES

Se desarrolló una metodología para el modelamiento de la propagación de la geometría de fracturas hidráulicas usando el método de elementos finitos.

Se aplicó la metodología desarrollada en un modelo bidimensional y uno pseudo-tridimensional. Estos modelos tienen en cuenta la fuga del fluido a través de la cara de la fractura, la presión de poro de las formaciones y el comportamiento elasto plástico de la roca, al igual que los esfuerzos in situ y el comportamiento del fluido mediante la ley de Newton o de potencia.

Se realizó un análisis de sensibilidad de algunas variables físicas como la presión de poro el módulo de Young y el esfuerzo mínimo para el caso 2D. En el caso de la presión de poro no se observó un efecto significativo en la longitud y ancho de fractura; mientras que para el caso del módulo de Young se observó que a mayor módulo de Young, mayor era el valor de la longitud de fractura y menor el ancho. Para el caso del esfuerzo mínimo, se observó que a mayor esfuerzo mínimo el ancho de fractura disminuía junto con un aumento de la longitud de fractura.

Se implementó el uso de elementos cohesivos para la representación de la propagación de fracturas hidráulicas. Para los dos casos, sólo se usó el comportamiento de tracción separación elástico lineal antes del inicio del daño, el criterio de iniciación de daño de deformación nominal cuadrática y el criterio de energía de Benzegah-Kenane para la evolución del daño. Estos modelos resultaron satisfactorios para la representación de la propagación de la fractura en estos casos; sin embargo se requiere explorar los demás criterios de iniciación y propagación para determinar su efectividad a la hora de representar este fenómeno.

7. RECOMENDACIONES

Se recomienda el uso de los demás criterios de inicio y propagación de daño para evaluar la efectividad de estos en comparación con los utilizados en el presente trabajo. En especial para la validación del caso 2D en el cual no se pudieron obtener resultados para comparar con los del artículo.

Uno de los mayores inconvenientes cuando se realizó el trabajo fue el de la modificación de la malla. Ya que se requería modificar manualmente la posición de los nodos en el archivo inp y la conexión de los elementos. Esto se debe a que este tipo de problemas que involucran elementos cohesivos y presión de poro, no se pueden realizar mediante el método interactivo. Por esta razón se recomienda buscar una solución a este problema para poder agilizar esta clase de modelamiento.

BIBLIOGRAFÍA

ADVANI, S.H; LEE, T.S. Three dimensional modeling of hydraulic fractures in layered media: Part I- finite element formulations. Journal of Energy Resources Technology. 1990.

_____. Finite Element model simulations associated with hydraulic fracturing, SPEJ, Trans., AIME, 22p 209-218, 1982.

ATUKORALA, U.D Finite element analysis of fluid induced fracture behavior in oil sand, M.Sc. thesis, Dept. of Civil Engineering, University of British Columbia. 1983.

CÁRDENAS, José Carlos, Evaluación estadística de los parámetros obtenidos en los trabajos de fracturamiento hidráulico realizados en los campos petroleros de Colombia. Trabajo de grado de Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. 2008. 215 p.

CIPOLLA C.L.; WRIGHT C.A., Diagnostic Techniques to understand Hydraulic Fracturing: What? Why? and How?, SPE, Pinnacle Technologies. 2000.

COOK, B.K; LEE, M.Y; DIGIOVANNI, A.A; BRONOWSKI, D.I; PERKINS, F.D; WILLIAMS, J.R. Discrete element modeling applied to laboratory simulation of near well-bore mechanics. International Journal of Geomechanics. 2004

DEAN R.H; SCHMIDT J.H. Hydraulic fracture predictions with a fully coupled Geomechanical Reservoir Simulator, SPE, Chevron Energy Technology Company, 2008.

FRYDMAN, M; FONTOURA, S. Numerical modeling of borehole pressurization. International Journal of Rock mechanics and Mining Sciences. 1997

GARCIA, J.G; TEUFEL, L.W. Numerical Simulation of Fully Coupled Fluid-Flow/Geomechanical Deformation in Hydraulically Fractured Reservoirs. SPE, New Mexico Inst. Of Mining and Technology. 2005

GEERTSMA, J and de Klerk, F.: A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures, JPT 1571-81, 1969

INGRAFFEA, Anthony R. Encyclopedia of Computational Mechanics, Volume 2: Solids and Structures. John Wiley & Sons, Ltd, 2007, 394p

ITAOKA, M; SATO, K; HASHIDA, T. Numerical Simulation of geothermal reservoir formation induced by hydraulic fracturing at great depth. Transactions Geothermal Resources Council. 2002.

IZURIETA, Álvaro; ZAVALA, Andrea Carolina, Evaluación de riesgo operativo, costos y tiempos de perforación para distintos tipos de pozos mediante el software osprey risk y drilling office, Agosto de 2010

JAEGER, J.C. et al. Fundamentals of Rock Mechanics. 4 Ed. Blackwell Publishing, 2007, 489p

KHRISTIANOVITCH, S.A; ZHELTOV, Y.P. Formation of Vertical Fractures by Means of Highly Viscous Fluids, Proc. World Pet. Cong., Roma, 1955

KRUEGER, Ronald. An Approach to Assess Delamination Propagation Simulation Capabilities in Commercial Finite Element Codes. National Institute of Aerospace, Hampton, Virginia. 2008

LU, L.J; SUN, F.C; XIAO, H.H; AN, S.F. New P3D hydraulic fracturing model based on the radial flow, Journal of Beijing Institute of Technology. 2004

LUJUN, Ji; SETTARI, Anthony; SULLIVAN, R.B A Novel Hydraulic Fracturing Model Fully Coupled With Geomechanics and Reservoir Simulation. SPE.2009

NARANJO, Abel; SOTO, Carlos. Efecto de los Parámetros geomecánicos en el Fracturamiento Hidráulico de Yacimientos de Hidrocarburos Sensibles a Esfuerzos. Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia-Medellín. 2007

NORDGREN, R.P.: Propagation of a Vertical Hydraulic Fracture, SPE, 1972

OCHOA, Diana Milena. Generación de un modelo computacional de pozo en 3D para establecer el estado de esfuerzos y deformaciones mediante la técnica de elementos finitos. Trabajo de grado de Ingeniería de Petróleos. Bucaramanga. Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisico-químicas, 2011. P 174

OUYANG, G; CAREY, G.F; YEW, C.H. Adaptive finite element scheme for hydraulic fracturing with proppant transport. International Journal for Numerical Methods in Fluids. 1997

PAK, A; CHAN, D.H. Numerical Modeling of Hydraulic Fracturing in oil sands, Scientia Iranica.-2008.

PERKINS, T.K.; KERN, L.R. Widths of hydraulic fractures. Journal of Petroleum Technology. The Atlantic Refining Co. Dallas. 1961

PRODUCTION TECHNOLOGY, Department of Petroleum Engineering, Heriot Watt University. Capítulo 6.

REYNOLDS, M; SHAW, J; POLLOCK, B. Hydraulic fracture design optimization for deep foothills gas wells. Journal of Canadian Petroleum Technology. 2004

SETTARI, A; RAISBECK, J.M. Fracture mechanics analysis in-situ oil sand recovery, JCPT, pp 85-94. 1979

_____. Analysis and numerical modeling of hydraulic fracturing during cyclic steam stimulation in oil sands. JPT, pp 2201-2212. 1981

SETTARI, A; KRY, P.R. YEE, C.T. Coupling of fluid flow and soil behavior to model injection into uncemented oil sands, JCPT, 1989

YANG, T.H; LI, L.C; TAM, L.G; TANG, C.A. Numerical approach to hydraulic fracturing in heterogeneous and permeable rocks. Key Engineering materials. 2002.

VALKÓ P and M.J ECONOMIDES, Hydraulic Fracture Mechanics, Texas A & M University, College Station, USA-1995.298 p.

_____. Fluid-leakoff Delineation in High-Permeability Fracturing. Texas A & M. SPE. 1999

WARPINSKY, N.R; MOSCHOVIDIS, Z.A; PARKER, C.D. ABOU-SAYED, I.S. Comparison Study of Hydraulic Fracturing Models- Test Case: GRI Staged Field Experiment No.3. SPE. 1994

fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html

it.wikipedia.org/wiki/Criterio_di_Tresca

wdict.net/es/gallery/coeficiente+de+poisson/

ANEXOS

ANEXO A. MODELAMIENTO CON ELEMENTOS COHESIVOS

El comportamiento cohesivo definido directamente en términos de una ley de tracción separación:

- Puede ser usado para modela la delaminación en interfases directamente en términos de tracción versus separación;
- Permite la especificación de datos de materiales tales como la energía de fractura como una función de relación de deformación normal a cizalla (modo mixto) en la interfase.
- Asume una ley de tracción-separación lineal elástica antes del daño;
- Asume que la falla de los elementos se caracteriza mediante la degradación progresiva de la rigidez del material, la cual esta inducida por un proceso de daño;
- Permite múltiples mecanismos de daño.

Comportamiento de tracción- separación elástico lineal

El modelo de tracción separación disponible en Abaqus asume comportamiento elástico lineal inicialmente, seguido por la iniciación y evolución del daño. El comportamiento elástico se escribe en términos de una matriz constitutiva elástica que relaciona los esfuerzos nominales con las deformaciones nominales a través de la interfase. Los esfuerzos nominales son los componentes de fuerza divididos por el área original en cada punto de integración, mientras que las deformaciones nominales son las separaciones divididas por el espesor original en cada punto de integración. El valor por omisión del espesor constitutivo original es 1.0, lo cual asegura que la deformación nominal es igual a la separación (i.e, los

desplazamientos relativos de las caras del tope y el fondo). El espesor constitutivo usado para la respuesta de tracción separación, normalmente es diferente del espesor geométrico (el cual es cercano o igual a cero).

El vector de esfuerzo de tracción nominal, \mathbf{t} , consiste en tres componentes (dos en problemas bidimensionales): t_n , t_s , y en problemas tridimensionales t_t , los cuales representan la tracción normal y las dos tracciones de cizalla. Las correspondientes separaciones se denotan mediante δ_n , δ_s y δ_t . Se denota mediante T_o el espesor original del elemento cohesivo, las deformaciones nominales se pueden definir como

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_o}, \quad \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_o}, \quad \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_o}$$

El comportamiento elástico se puede escribir como:

$$\mathbf{t} = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{nn} & K_{ns} & K_{nt} \\ K_{ns} & K_{ss} & K_{st} \\ K_{nt} & K_{st} & K_{tt} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} = \mathbf{K}\boldsymbol{\varepsilon}$$

La matriz de elasticidad provee comportamiento totalmente acoplado entre todos los componentes del vector de tracción y de separación y pueden depender de la temperatura y/o variables de campo. Para especificar comportamiento desacoplado entre los componentes normales y de cizalla se deben igualar a cero los componentes de la matriz que no pertenezcan a la diagonal.

Interpretación de propiedades de materiales

Los parámetros de materiales, como la rigidez elástica interracial, para un modelo de tracción separación se pueden entender mejor estudiando la ecuación que

representa el desplazamiento de una viga de longitud L , rigidez elástica E , y área original A , debido a una carga axial P .

$$\delta = \frac{PL}{AE}$$

Esta ecuación se puede re-escribir como

$$\delta = \frac{S}{K}$$

Donde $S=P/A$ es el esfuerzo nominal y $K=E/L$ es la rigidez que relaciona el esfuerzo nominal con el desplazamiento. La masa total de la viga, asumiendo una densidad ρ , esta dada por:

$$M = \rho AL = \bar{\rho}A$$

Las ecuaciones anteriores sugieren que la longitud real L se puede remplazar por 1.0 (para asegurar que la deformación es la misma que el desplazamiento). La rigidez es $K=(E/L)$ y la densidad es $\bar{\rho} = (\rho L)$, donde L es la longitud verdadera de la viga. La densidad representa masa por unidad de área.

Estas ideas se pueden trasladar a una capa cohesiva de espesor inicial T_c . Si el material adhesivo tiene rigidez E_c y densidad ρ_c , la rigidez de la interfase esta dada por $K_c = (E_c/T_c)$ y la densidad de la interfase esta dada por $\bar{\rho}_c = (\rho_c T_c)$.

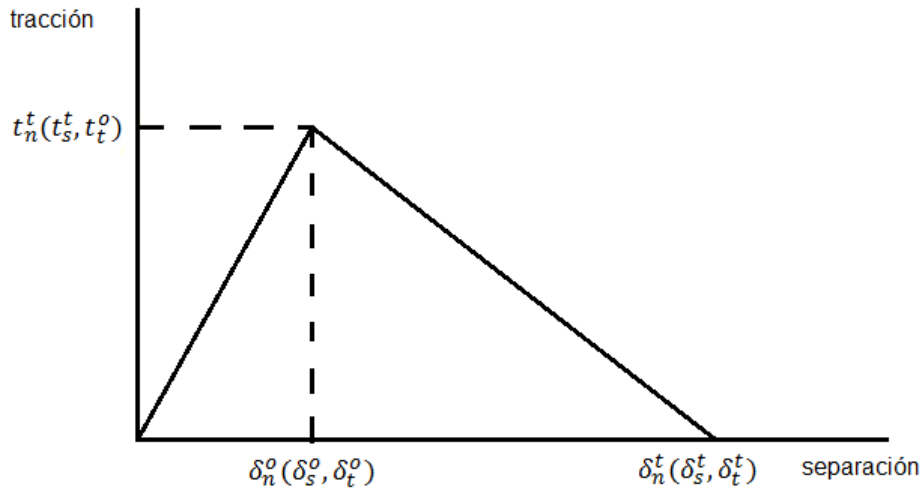
Las formulas anteriores sirven para estimar los parámetros requeridos para modelar el comportamiento de tracción separación de una interfase en términos de las propiedades del material adhesivo.

Modelamiento del daño

Abaqus/Standard y Abaqus/Explicit permiten el modelamiento de daño progresivo y falla en capas cohesivas cuya respuesta se define en términos de tracción separación. En comparación, solo Abaqus/Explicit permite el modelamiento de daño progresivo y falla para elementos cohesivos modelados con materiales convencionales. El daño de la respuesta de tracción-separación se define dentro del mismo marco general usado para materiales convencionales. Este marco general permite la combinación de varios mecanismos de daño que actúan simultáneamente sobre el mismo material. Cada mecanismo de falla consiste en tres ingredientes: un criterio de iniciación de daño, una ley de evolución de daño y una elección de remoción de elementos cuando se ha alcanzado un estado completamente dañado.

Se asume que la respuesta inicial del elemento cohesivo es lineal. Sin embargo, una vez se cumple un criterio de iniciación de daño, puede ocurrir daño de material de acuerdo con una ley de evolución de daño definida por el usuario. En la figura 76 se observa una respuesta de tracción separación típica con un mecanismo de falla. Si se especifica el criterio de iniciación de daño se especifica sin un modelo de evolución de daño, Abaqus evaluará el criterio de iniciación de daño solo para propósitos de salida; no habrá efecto sobre la respuesta del elemento cohesivo (i.e., no ocurrirá daño). La capa cohesiva no sufre daño bajo compresión pura.

Figura 76. Respuesta típica de tracción-separación



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

INICIACIÓN DE DAÑO

La iniciación de daño se refiere al comienzo de la degradación de la respuesta de un punto de material. Hay disponibles varios criterios de iniciación de daño y se describirán más adelante. Cada criterio de iniciación de daño también tiene una variable de salida asociada con él para indicar si el criterio se ha cumplido. Un valor de 1 o más grande indica que se ha cumplido el criterio de iniciación.

En la siguiente discusión t_n^o , t_s^o y t_t^o representan los valores máximos de esfuerzo nominal cuando la deformación es puramente normal a la interfase o puramente en la primera o la segunda dirección de cizalla, respectivamente. Con el espesor constitutivo inicial $T_o=1$, los componentes de deformación nominal son iguales a los respectivos componentes de los desplazamientos relativos δ_n , δ_s y δ_t entre el tope y el fondo de la capa cohesiva. El símbolo $\langle \rangle$ usado en la siguiente discusión representa el paréntesis de Macaulay e indica que una deformación o estado de esfuerzo compresivo puro no inicia el daño.

Criterio de esfuerzo nominal máximo

Se asume que el daño inicia cuando la relación de esfuerzo nominal máximo alcanza un valor de uno. El criterio se puede representar de la siguiente manera:

$$\max \left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^o}, \frac{t_s}{t_s^o}, \frac{t_t}{t_t^o} \right\} = 1$$

Criterio de deformación nominal máximo

Se asume que el daño inicia cuando la relación de deformación nominal máxima alcanza el valor de uno. Este criterio se puede representar como

$$\max \left\{ \frac{\langle \varepsilon_n \rangle}{\varepsilon_n^o}, \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^o}, \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t^o} \right\} = 1$$

Criterio de esfuerzo nominal cuadrático

Se asume que el daño inicia cuando una función de interacción cuadrática que involucra las relaciones de esfuerzo nominal alcanza un valor de uno. Este criterio se puede representar como

$$\left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^o} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_s}{t_s^o} \right\}^2 + \left\{ \frac{t_t}{t_t^o} \right\}^2 = 1$$

Criterio de deformación nominal cuadrático

Se asume que el daño inicia cuando una función de interacción cuadrática que involucra las relaciones de deformación nominal alcanza un valor de uno. Este criterio se puede representar como

$$\left\{ \frac{\langle \varepsilon_n \rangle}{\varepsilon_n^o} \right\}^2 + \left\{ \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_s^o} \right\}^2 + \left\{ \frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_t^o} \right\}^2 = 1$$

EVOLUCIÓN DEL DAÑO

La evolución de daño describe la tasa a la cual la rigidez del material se degrada una vez se ha alcanzado el criterio de iniciación. Una variable de daño escalar, D , representa el daño general en el material y captura los efectos combinados de todos los mecanismos activos. Inicialmente tiene un valor de cero. Si se modela la evolución del daño, D aumenta monótonicamente desde 0 a 1 bajo carga adicional después de la iniciación de daño. Los componentes de esfuerzo del modelo de tracción-separación se afectan por el daño de acuerdo a

$$t_n = \begin{cases} (1 - D)\bar{t}_n, & \bar{t}_n \geq 0 \\ \bar{t}_n, & \text{no hay daño para esfuerzo compresivo} \end{cases}$$

$$t_s = (1 - D)\bar{t}_s$$

$$t_t = (1 - D)\bar{t}_t$$

Donde \bar{t}_n , \bar{t}_s y \bar{t}_t son los componentes de esfuerzo predichos por el comportamiento de tracción-separación elástica para las deformaciones actuales sin daño.

Para describir la evolución de daño bajo una combinación de deformación normal y de cizalla a través de la interfase, es útil introducir un desplazamiento efectivo definido como

$$\delta_m = \sqrt{\langle \delta_n \rangle^2 + \delta_s^2 + \delta_t^2}$$

Definición de modo mixto

La mezcla de modos de los campos de deformación en la zona cohesiva cuantifican las proporciones relativas de deformación normal y de cizalla. Abaqus usa dos medidas de mezcla de modos, una basada en energías y la otra basada en tracciones.

Se puede escoger una de estas medidas cuando se especifica la dependencia de modos del proceso de evolución de daño. Se denota mediante G_n , G_s y G_t el trabajo hecho por las tracciones y sus correspondientes desplazamientos relativos en la dirección normal y en la primera y segunda de cizalla, respectivamente. Si se define $G_T = G_n + G_s + G_t$, las definiciones de modo mixto basadas en energías con las siguientes:

$$m_1 = \frac{G_n}{G_T}$$

$$m_2 = \frac{G_s}{G_T}$$

$$m_3 = \frac{G_t}{G_T}$$

Es útil definir la cantidad $G_S = G_s + G_t$ para denotar la porción del trabajo total hecho por la tracción de cizalla y los correspondientes componentes de desplazamiento relativo. Abaqus requiere que se especifiquen las propiedades de material relacionadas con la evolución de daño como funciones de $m_2 + m_3 (= G_S/G_T)$ y $m_3/(m_2 + m_3) (= G_t/G_S)$.

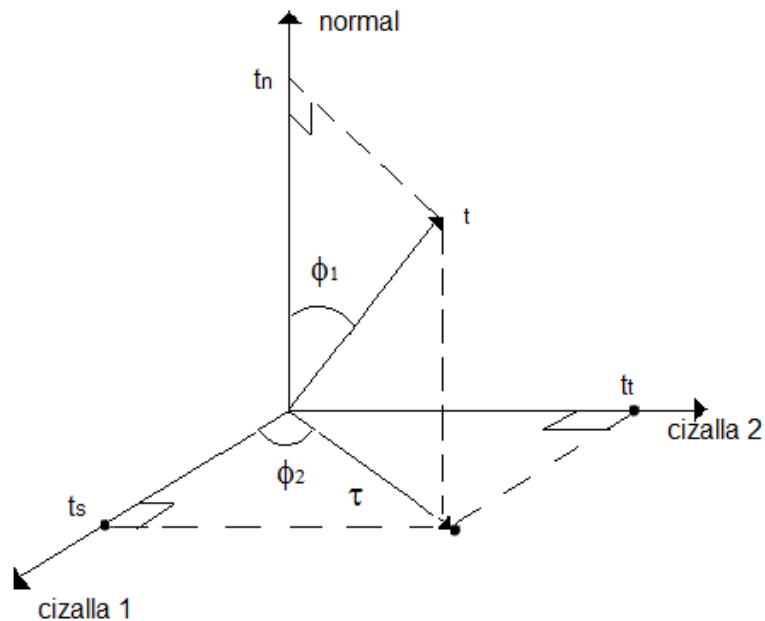
Las definiciones correspondientes de la mezcla de modos basada en componentes de tracción están dadas por

$$\sigma_1 = \left(\frac{2}{\pi}\right) \tan^{-1} \left(\frac{\tau}{t_n}\right)$$

$$\sigma_2 = \left(\frac{2}{\pi}\right) \tan^{-1} \left(\frac{t_t}{t_s}\right)$$

Donde $\tau = \sqrt{t_s^2 + t_t^2}$ es una medida de la tracción de cizalla efectiva. Las medidas angulares usadas en la definición anterior, se ilustran en la figura 77.

Figura 77. Medidas de mezclas de modo basadas en tracción.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Las relaciones de mezcla de modos definidas en términos de energías y tracciones, en general, pueden ser bastante diferentes. El siguiente ejemplo ilustra este punto. En términos de energías en la dirección puramente normal,

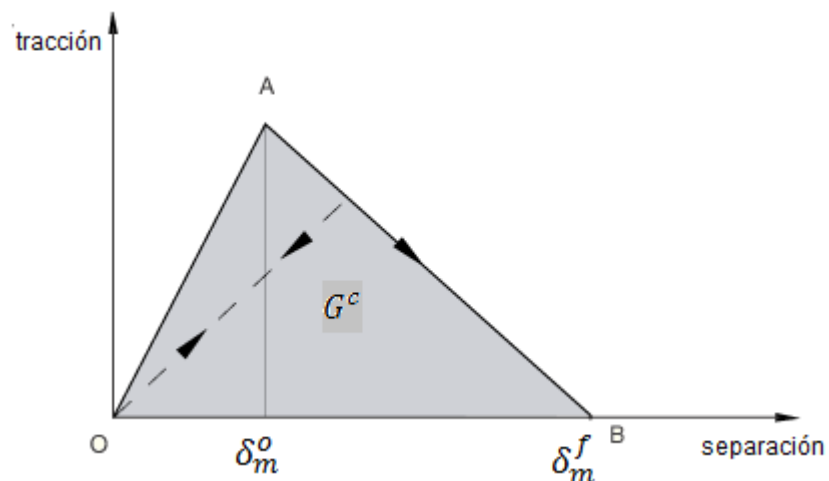
corresponde a $G_n \neq 0$ y $G_s = G_t = 0$, sin importar los valores de las tracciones normales y de cizalla.

En particular, para un material con comportamiento acoplado de tracción-separación, las tracciones normales y de cizalla pueden ser diferentes de cero para una deformación en la dirección puramente normal.

Para este caso la definición de modo mixto basado en energías indicaría una deformación puramente normal, mientras que la definición basada en tracciones sugeriría una mezcla de deformación normal y de cizalla.

Hay dos componentes en la evolución de la evolución de daño. El primer componente involucra especificar el desplazamiento efectivo cuando ocurre falla completa, δ_m^f , relativa al desplazamiento efectivo en la iniciación del daño, δ_m^o ; o la energía disipada debido a la falla, G^c (ver figura 78).

Figura 78. Evolución de daño lineal.



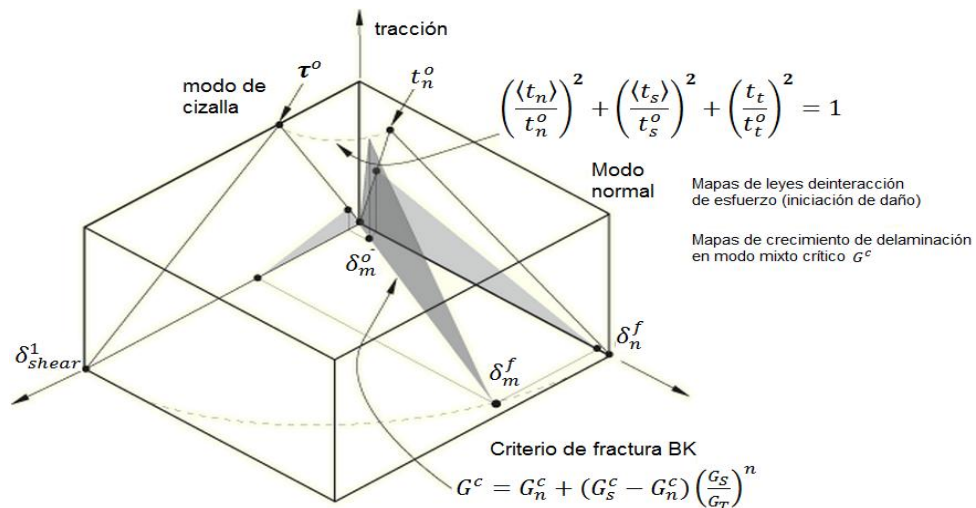
Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

El segundo componente de la definición de la evolución de daño es la especificación de la naturaleza de evolución de la variable daño, D , entre la iniciación del daño y la falla final.

Esto se puede hacer definiendo leyes de suavizado lineal o exponencial o especificando D directamente como una función tabular del desplazamiento efectivo relativo al desplazamiento efectivo en la iniciación del daño. En general, los datos de material descritos anteriormente, serán funciones de la mezcla de modos, temperatura y/o variables de campo.

La figura 79 es una representación esquemática de la dependencia de la iniciación y evolución de daño en la mezcla de modo, para una respuesta de tracción-separación con comportamiento de cizalla isotrópico.

Figura 3. Ilustración de la respuesta de modo mixto en elementos cohesivos.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

La figura anterior muestra la tracción sobre los ejes verticales y las magnitudes de las separaciones normales y de cizalla a lo largo de los ejes horizontales. Los triángulos más claros representan la respuesta bajo deformación normal pura y de

cizalla pura, respectivamente. Todos los planos verticales intermedios (que contienen los ejes verticales) representan la respuesta de daño bajo condiciones de modo mixto con diferentes mezclas de modos. Se puede definir la dependencia de los datos de evolución de daño en la mezcla de modos en forma tabular o en el caso de una definición basada en energía, analíticamente.

La subsecuente descarga a la iniciación del daño siempre se asume que ocurre linealmente hacia el origen del plano de tracción-separación, como se muestra en la figura 77. También ocurre recarga subsecuente a la descarga a lo largo de la misma trayectoria lineal hasta que se alcanza la envolvente de suavizado (línea AB). Una vez se alcanza la envolvente de suavizado, sigue la recarga en la envolvente como se indica por la figura 80.

Evolución basada en el desplazamiento efectivo

Se especifica la cantidad $\delta_m^f - \delta_m^o$ (i.e., el desplazamiento efectivo en la falla completa, δ_m^f , relativo al desplazamiento efectivo en la iniciación del daño, δ_m^o , como se muestra en la figura 77) como una función tabular de la mezcla de modos, temperatura y/o variables de campo.

Además, se escoge una ley de suavizado lineal o exponencial que define la evolución detallada (entre iniciación y falla completa) de la variable daño, D , como una función del desplazamiento efectivo mas allá de la iniciación del daño. Alternativamente, en lugar de usar el suavizado lineal o exponencial, se puede especificar la variable daño, D , directamente como una función tabular del desplazamiento efectivo después de la iniciación del daño ($\delta_m - \delta_m^o$), mezcla de modos, temperatura y/o variables de campo.

Evolución lineal del daño

Para suavizado lineal, Abaqus usa una evolución de la variable daño, D , que se reduce a la expresión propuesta por Camanho y Davila (2002):

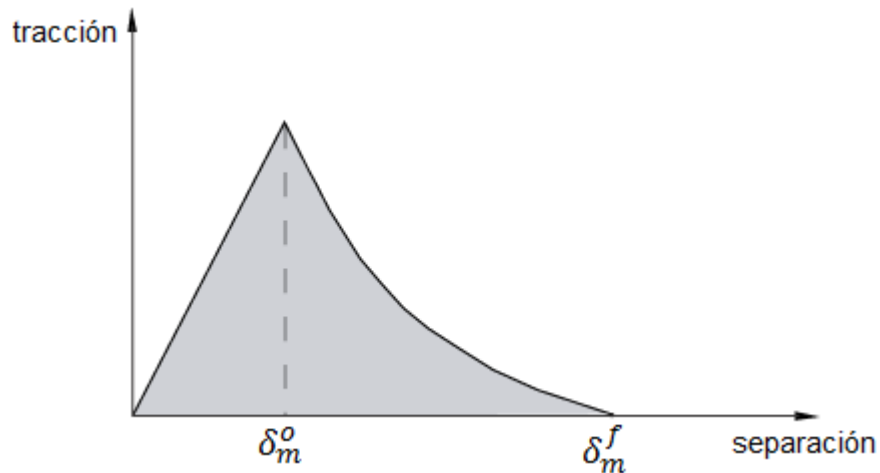
$$D = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{max} - \delta_m^o)}{\delta_m^{max} (\delta_m^f - \delta_m^o)}$$

δ_m^{max} se refiere al valor máximo del desplazamiento efectivo alcanzado durante la historia de carga. La suposición de una mezcla de modos constante en un punto de material entre la iniciación del daño y la falla final es opcional para problemas que involucran daño monotónico (o fractura monotónica).

Evolución de daño exponencial

Para suavizado exponencial (ver figura 79),

Figura 80. Evolución de daño exponencial.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

Abaqus usa una evolución de la variable daño, D , que se reduce (en el caso de evolución de daño bajo una mezcla de modo, temperatura y variables de daño constantes) a

$$D = 1 - \left\{ \frac{\delta_m^o}{\delta_m^{max}} \right\} \left(1 - \frac{1 - \exp\left(-\alpha \left(\frac{\delta_m^{max} - \delta_m^o}{\delta_m^f - \delta_m^o} \right)\right)}{1 - \exp(-\alpha)} \right)$$

En la expresión anterior α es un parámetro de material adimensional que define la tasa de evolución de daño y $\exp(x)$ es la función exponencial.

Evolución de daño tabular

Para evolución de daño tabular, se define la evolución de D directamente en forma tabular. Se debe especificar D como una función del desplazamiento efectivo relativo al desplazamiento efectivo al inicio, a la mezcla de modos, a la temperatura y/o a las variables de campo.

Evolución basada en energía

La evolución del daño se puede definir con base en la energía que se disipa como un resultado del proceso de daño, también llamada energía de fractura. La energía de fractura es igual al área bajo la curva de tracción separación (ver figura 77). Se debe especificar la energía de fractura como una propiedad de material y escoger el comportamiento de suavizado lineal o exponencial.

La dependencia de la energía de fractura en la mezcla de modos se puede especificar directamente en forma tabular o usando formas analíticas como se

describe a continuación. Cuando se usan formas analíticas, se asume que la relación de la mezcla de modos será definida en términos de energías.

Forma tabular

La forma más simple de definir la dependencia de la energía de fractura es especificarla directamente como una función de la mezcla de modos en forma tabular.

Ley de potencia

La dependencia de la energía de fractura en la mezcla de modos se puede definir con base en un criterio de fractura de ley de potencia. El criterio de ley de potencia establece que la falla bajo condiciones de modo mixto está gobernada por una interacción de ley de potencia de las energías requeridas para causar falla en los modos individuales (normal y dos de cizalla). Está dado por

$$\left\{ \frac{G_n}{G_n^C} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{G_s}{G_s^C} \right\}^\alpha + \left\{ \frac{G_t}{G_t^C} \right\}^\alpha = 1$$

Con la energía de fractura de modo mixto $G^C = G_n + G_s + G_t$ cuando la condición anterior se satisface. En la expresión anterior las cantidades G_n , G_s y G_t se refieren al trabajo hecho por la tracción y su desplazamiento relativo conjugado en las dirección normal y en la segunda y tercera dirección de cizalla, respectivamente. Se deben especificar las cantidades G_n^C , G_s^C y G_t^C , las cuales se refieren a las energías de fractura críticas requeridas para causar falla en la dirección normal y en las dos direcciones de cizalla.

Forma de Benzeggah-Kenane (BK)

El criterio de fractura de Benzeggah-Kenane es particularmente útil cuando las energías de fractura críticas durante la deformación a lo largo de solo la primera y segunda dirección son las mismas; i.e., $G_s^c = G_t^c$. Está dado por

$$G_n^c + (G_s^c - G_n^c) \left\{ \frac{G_s}{G_T} \right\}^\eta = G^c$$

Donde $G_s = G_s + G_t$, $G_T = G_n + G_s$, y η es un parámetro de material. Se debe especificar G_n^c y G_s^c y η .

Evolución de daño lineal

Para suavizado lineal (ver figura 77) Abaqus usa una evolución de la variable daño, D , que se reduce a

$$D = \frac{\delta_m^f (\delta_m^{max} - \delta_m^o)}{\delta_m^{max} (\delta_m^f - \delta_m^o)}$$

Donde $\delta_m^f = 2G^c / T_{eff}^o$ con T_{eff}^o como la tracción efectiva en la iniciación del daño. δ_m^{max} se refiere al valor máximo del desplazamiento efectivo alcanzado durante la historia de carga.

Evolución de daño exponencial

Para suavizado exponencial Abaqus usa una evolución de la variable daño, D , que se reduce a

$$D = \int_{\delta_m^o}^{\delta_m^f} \frac{T_{eff} d\delta}{G^c - G_o}$$

En la expresión anterior T_{eff} y δ son la tracción y el desplazamiento efectivo, respectivamente. G_o es la energía elástica al comienzo del daño. En este caso la tracción podría no caer inmediatamente después de la iniciación del daño, lo cual es diferente de lo que se ve en la figura 79.

Definición de los datos de evolución de daño como una función tabular del modo mixto

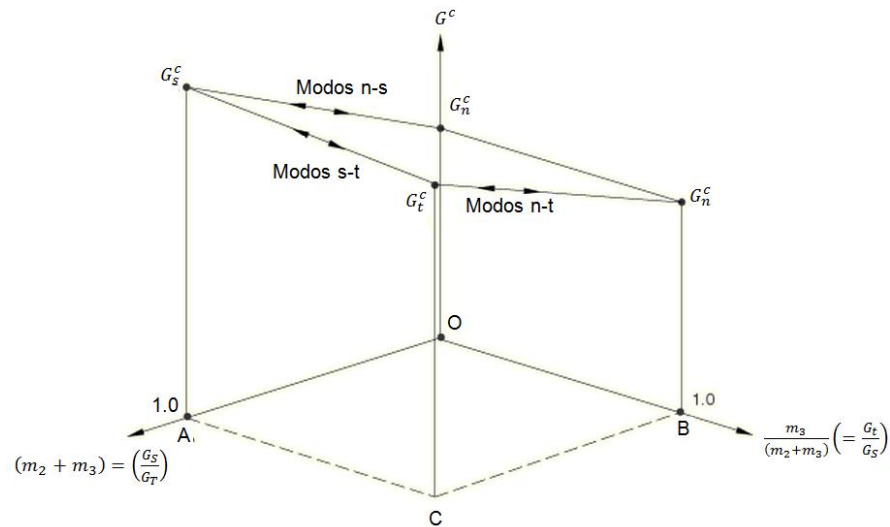
Como se discutió antes, los datos de material que definen la evolución del daño pueden ser funciones tabulares de la mezcla de modos. La manera que se debe definir esta dependencia en Abaqus se resalta a continuación para definiciones de mezcla de modo basadas en energía y tracción, respectivamente. En la siguiente discusión, se asume que la evolución se define en términos de energía. También se pueden hacer observaciones similares para definiciones de evolución basadas en desplazamiento efectivo.

Mezcla de modos basada en energía

Para una definición de modo mixto basada en energía, en el caso más general de un estado tridimensional de deformación con comportamiento de cizalla anisotrópico, se debe definir la energía de fractura G^c , como una función de $(m_2 + m_3)$ y $[m_3/(m_2 + m_3)]$. La cantidad $(m_2 + m_3) = G_S/G_T$ es una medida de la fracción de la deformación total que es cizalla, mientras que $[m_3/(m_2 + m_3)] = G_t/G_S$ es una medida de la fracción de la deformación de cizalla total que esta en la segunda dirección de cizalla. La figura 81 muestra un esquema de la energía de fractura versus el comportamiento de mezcla de modos.

Los casos extremos de deformación normal pura y de cizalla pura en la primera y segunda dirección se denotan en la figura 80, como G_n^c , G_s^c y G_t^c , respectivamente. Las líneas llamadas Modos n-s, Modos n-t y Modos s-t, muestran la transición en el comportamiento entre solo normal y solo cizalla en la primera dirección, solo normal y solo cizalla en la segunda dirección y solo cizalla entre la primera y segunda dirección, respectivamente. En general, G^c se debe especificar como una función de $(m_2 + m_3)$ en varios valores fijos de $[m_3/(m_2 + m_3)]$.

Figura 81. Energía de fractura como una función de la mezcla de modos.



Fuente: <http://fobos-project.ru/abqdoc611/Documentation/docs/v6.11/index.html>

En la siguiente discusión se referirá a un conjunto de datos de G^c versus $(m_2 + m_3)$ que corresponden a un $[m_3/(m_2 + m_3)]$ fijo como un bloque de datos. Las siguientes recomendaciones son útiles en la definición de energía de fractura como una función de la mezcla de modos:

- Para un problema bidimensional se debe definir G^c como una función de solo m_2 (en este caso $m_3 = 0$). La columna de datos correspondiente a $[m_3/(m_2 + m_3)]$ se debe dejar en blanco. De esta forma, esencialmente solo se necesita un bloque de datos.

- Para un problema tridimensional con respuesta de cizalla isotrópica, el comportamiento de cizalla se define mediante la suma $(m_2 + m_3)$ y no por los valores individuales de m_2 y m_3 . Por lo tanto, en este caso se necesita un solo bloque de datos (el bloque de datos para $[m_3/(m_2 + m_3)]$) para definir la energía de fractura como una función de la mezcla de modos.
- En el caso más general de problemas tridimensionales con comportamiento de cizalla anisotrópico se necesitarían varios bloques de datos. Como se discutió anteriormente, cada bloque de datos contendría G^c versus $(m_2 + m_3)$ en un valor fijo de $[m_3/(m_2 + m_3)]$. En cada bloque de datos $(m_2 + m_3)$ puede variar entre 0 y 1.0. El caso en el que $(m_2 + m_3) = 0$ (el primer punto de datos en cualquier bloque de datos), el cual corresponde a un modo puramente normal, nunca se puede alcanzar cuando $[m_3/(m_2 + m_3)] \neq 0$ (i.e., el único punto válido sobre la línea OB en la figura 80 es el punto O, el cual corresponde a una deformación puramente normal). Sin embargo, en la definición tabular de la energía de fractura como una función de la mezcla de modos, este punto sirve simplemente para establecer un límite que asegure un cambio continuo en la energía de fractura a medida que se va alcanzando un estado puramente normal, a partir de varias combinaciones de deformaciones normales y de cizalla. De ahí que la energía de fractura del primer punto de datos en cada bloque de datos siempre debe ser igual al
 - punto de datos en cada bloque de datos siempre deber ser igual a la energía de fractura en un modo de deformación puramente normal (G_n^c).

Mezcla de modos basada en tracción

La energía de fractura debe ser especificada en forma tabular de G^c versus ϕ_1 y ϕ_2 . G^c debe ser especificado como una función de ϕ_1 en varios valores fijos de ϕ_2 . En este caso un bloque de datos corresponde a un conjunto de datos de G^c versus ϕ_1 para un valor fijo de ϕ_2 . En cada bloque da datos ϕ_1 puede variar desde 0

(deformación puramente normal) hasta 1 (deformación puramente de cizalla). Una restricción importante es que cada bloque de datos debe especificar el mismo valor de la energía de fractura para $\phi_1=0$. Esta restricción garantiza que la energía requerida para la fractura a medida que el vector de tracción se aproxima a la dirección normal no dependa de la orientación de la proyección del vector de tracción sobre el plano de cizalla (ver figura 76).

ANEXO B. DESCRIPCIÓN DEL ARCHIVO PLANO DEL CASO ESTUDIO I

Definición de parámetros

*parameter

ultl = 0.3200e+3

ultll = 1.0e+10

Emod = 8.5E7

Glc = 28.

Gllc = 28.

eta = 2.284

thick = 0.01325e-1

width = 1.0

** Viscosidad del fluido: approx 1 centipoise

amu = 1.e-6

** Tasa de flujo en la cara del pozo:

qbound = 1.0e-3

** Permeabilidad en la cara de la fractura (torta de lodo)

$c_u = 5.879e-10$

$c_l = 5.879e-10$

**

perm_matrix = 2.418e-8

DEFINICIÓN DE LA SECCIÓN COHESIVA

*COHESIVE SECTION,ELSET=inter,MATERIAL=MAT1,RESPONSE=TRACTION
SEPARATION,

THICKNESS=SPECIFIED,CONTROLS=VISCO

<thick>,1.0⁶

ELSET=inter

Este parámetro es igual al nombre del conjunto de elementos para los cuales se definen las propiedades cohesivas. Inter es el nombre del conjunto de elementos cohesivos COH3D4P para los cuales se definen las propiedades.

MATERIAL=MAT1

Este parámetro es igual al nombre del material que se va a usar con estos elementos.

⁶ Espesor constitutivo de los elementos cohesivos

RESPONSE=TRACTION SEPARATION

RESPONSE es el parámetro que especifica la suposición geométrica que define el comportamiento constitutivo. En este caso se usa TRACTION SEPARATION (ANEXO A).

THICKNESS=SPECIFIED

Para especificar el espesor constitutivo inicial⁷ de la capa en la línea de datos siguiente. El valor del espesor se referencia con el parámetro <thick> y es igual a 0.01325e-1m.

CONTROLS=VISCO

Este parámetro es igual al nombre de la definición de *SECTIOS CONTROLS. La opción SECTION CONTROLS se puede usar para especificar si se borran los elementos cohesivos una vez fallan completamente. Esta opción también se puede usar para especificar un valor máximo del parámetro de degradación escalar (daño), D y/o el coeficiente de viscosidad, μ , para regularización viscosa.

*SECTION CONTROLS,NAME=VISCO,VISCOSITY=0.01

Esta opción se usa para escoger un enfoque de control de hourglass para elementos de integración reducida en Abaqus/Standard y Abaqus/Explicit y elementos tetraédricos o triangulares modificados en Abaqus/Standard para escalar los coeficientes usados en el control de hourglass o para activar el control de distorsión para elementos sólidos. También se usa para especificar si los elementos se deben borrar cuando fallan completamente o para especificar un valor del parámetro de degradación en los elementos completamente dañados.

⁷ Ver en el ANEXO A, la diferencia entre espesor geométrico y constitutivo.

NAME=VISCO

Es el nombre de la definición de controles de sección y se referencia en la definición de la sección cohesiva.

VISCOSITY=0.01

Este parámetro es igual al valor del coeficiente de viscosidad usado en el esquema de regularización viscosa para elementos cohesivos.

Definición del material cohesivo

*MATERIAL,NAME=MAT1

*ELASTIC,TYPE=TRACTION

<Emod>,<Emod>

*MATERIAL

Esta opción se usa para indicar el comienzo de una definición de material.

NAME=MAT1

Este parámetro se pone igual al nombre de la definición del material que será referenciado en la definición de la sección cohesiva.

*ELASTIC

Esta opción se usa para definir módulos elásticos lineales. En un análisis de Abaqus/Standard isotrópico, ortotrópico o anisotrópico.

TYPE=TRACTION

Para definir comportamiento de tracción desacoplado para elementos cohesivos.

<Emod>,<Emod>

Estos parámetros representan el valor de K_{nn} y K_{ss} ⁸ para elementos cohesivos.

Criterio de iniciación del daño

*DAMAGE INITIATION,CRITERION=QUADS

<ultl>, <ultll>

*DAMAGE INITIATION

Esta opción se usa para incluir las propiedades que definen la iniciación del daño.

CRITERION=QUADS

Con este criterio se especifica una iniciación de daño basada en el criterio de tracción-interacción cuadrática⁹ para elementos cohesivos.

<ultl>, <ultll>

⁸ Ver ANEXO en el ANEXO A, la definición de estos parámetros

⁹ Ver ANEXO A

Esfuerzo nominal máximo en el modo normal y en la primera dirección de cizalla.

Criterio de evolución del daño

*DAMAGE EVOLUTION,TYPE=ENERGY,MIXED MODE

BEHAVIOR=BK,POWER=<eta>

<Glc>, <Gllc>

*DAMAGE EVOLUTION

Esta opción se usa para incluir propiedades de material que definen la evolución del daño que conduce a una eventual falla.

TYPE=ENERGY

Para definir la evolución de daño en términos de la energía requerida para la falla (energía de fractura) después de la iniciación del daño.

MIXED MODE BEHAVIOR=BK

Para especificar la energía de fractura como una función de la mezcla de modos por medio del criterio de fractura de modo mixto de Benzeggah-kenane.

POWER=<eta>

Este parámetro es igual al exponente del criterio de Benzeggah-kenane que define la variación de la energía de fractura con mezcla de modos para elementos cohesivos.

<Glc>, <Gllc>

Estos parametros representan la energia de fractura de modo normal y la energia de fractura en modo de cizalla en la primera dirección.

Comportamiento del fluido

*GAP FLOW

<amu>

*GAP FLOW

Esta opción se usa para definir los parámetros constitutivos de flujo tangencial para elementos cohesivos de presión de poro.

<amu>

Valor de la viscosidad para flujo newtoniano.

*FLUID LEAKOFF

<c_u>, <c_l>

Esta opción se usa para definir coeficientes de fuga de fluido para elementos cohesivos de presión de poro. La segunda línea indica los valores en el tope y en el fondo de la superficie del elemento.

*Solid Section, elset=solid_eall, material=Material-1

*Solid Section

Esta opción se usa para definir las propiedades de elementos sólidos (continuos).

elset=solid_eall

Este parámetro es igual al nombre del conjunto de elementos para los cuales se va a definir el comportamiento del material.

Definición del material de la roca

*Material, name=Material-1

Esta línea se usa para definir el material llamado Material-1.

*Elastic

1.294e+06, 0.25

En esta línea se define el modulo de Young en pascales y el de Poisson.

*Permeability, specific=9.8

<perm_matrix>,0.

*Permeability

Esta opción se usa para definir la permeabilidad para flujo de fluido en un medio poroso.

specific=9.8

este parámetro es igual al peso específico del fluido mojante.

<perm_matrix>,0.

Permeabilidad en m/s y relación de espacio vacío.

Condiciones iniciales

*INITIAL CONDITIONS, TYPE=RATIO

nall,0.333333

Con estas líneas se define la relación de espacio vacío inicial igual a 0.333333 ($\phi=0.25$) para todos los nodos.

*INITIAL CONDITIONS, TYPE=PORE

nall, 793.00e+0

Con estas líneas se define la presión de poro inicial igual a 793 KPa para todos los nodos.

*INITIAL CONDITIONS,TYPE=INITIAL GAP

2022

Con estas líneas se define que el elemento 2022 esté abierto para que entre el fluido fracturante.

*INITIAL CONDITIONS, TYPE=STRESS

solid_eall, -12.547e+3, -8.547e+3, -15.00e+3

Con estas líneas se definen los esfuerzos iniciales (esfuerzos efectivos). solid_eall corresponde al conjunto de elementos de la roca (no incluye los elementos cohesivos). Los tres valores corresponden al esfuerzo efectivo en Pascales en las direcciones x,y y z respectivamente.

Condiciones de frontera

*Boundary

_PickedSet90, 1, 1

_PickedSet90, 2, 2

Con estas líneas se restringe el movimiento en la dirección x y y para los nodos correspondientes al conjunto _PickedSet90.

*Boundary

_PickedSet91, 1, 1

Con estas líneas se restringe el movimiento en la dirección x para los nodos correspondientes al conjunto _PickedSet91.

*Amplitude, name=volumerate

0.0,0.0, 140.0,-1.0

Con estas líneas se define una curva de tiempo versus carga que será usada en la definición del paso del análisis.

```
*Step, name=Step-1, nlgeom=YES, inc=1000, unsymm=YES
```

La opción Step se usa para comenzar cada definición de paso de análisis. Step-1 es el nombre del paso, nlgeom=YES se usa para indicar que se debería tener en cuenta la no linealidad geométrica durante el paso. inc=1000 define el número máximo de incrementos en un paso. unsymm=YES indica que se usa la matriz de almacenamiento asimétrica.

```
*Soils, consolidation, end=PERIOD, utol=28000.00
```

```
0.1, 140., 0.001, 5.0,
```

La opción *Soils se usa para especificar un análisis transitorio o de estado estable en medios porosos saturados por fluidos. Consolidation indica un análisis de consolidación transitorio. end=PERIOD se usa para analizar un periodo de tiempo especificado. utol=28000.00 invoca incrementos de tiempo automáticos y el valor es el máximo cambio de presión de poro permitido en cualquier incremento en Pascales.

En la segunda línea el primer valor es el incremento de tiempo inicial. El segundo es el periodo de tiempo. El tercero es el incremento mínimo permitido y el cuarto es el máximo incremento de tiempo permitido.

```
*Controls, PARAM=FIELD, FIELD=PORE
```

```
5.0e-3, 1.0e-2, 1.0e-3
```

En estas líneas se define el control de las ecuaciones de continuidad del fluido que esta en los poros. El primer valor de la segunda línea corresponde al criterio de convergencia para la relación del residual mas largo con respecto a la norma de flujo promedio correspondiente para la convergencia. El segundo valor corresponde al criterio de convergencia para la relación de corrección más grande de la solución con respecto al valor de solución correspondiente al incremento. El tercer valor corresponde al valor inicial del flux promedio de tiempo para el paso.

*cflow,amplitude=volumerate

2119,,<qbound>

*cflow se usa para aplicar flujo de fluido concentrado en cualquier nodo en problemas de consolidación. amplitude=volumerate se refiere a la definición de amplitud llamada volumerate. En la segunda línea el primer valor corresponde al nodo donde se aplica el flujo. El parámetro <qbound> corresponde al caudal de referencia definido al principio en los parámetros en m³/s.

*Boundary

_PickedSet90, 8, 8, 793.00e+0

Condición de frontera que establece una presión de poro de 793KPa en los elementos correspondientes al conjunto _PickedSet90.

Requerimientos de salida

*Restart, write, frequency=20, overlay

*Restart se usa para guardar y reusar datos y resultados de un análisis. Write se usa para especificar que durante el análisis se van a escribir datos de reinicio. frequency=20 especifica que cada 20 incrementos se escribirá información de reinicio. overlay sobre escribe los datos de reinicio.

*Output, field

*Node Output

U

Con estas líneas se especifica que se muestren los desplazamientos en cada nodo.

*element output

LE

GFVR

DMICRT

PFOPEN

ALEAKVRT

ALEAKVRB

Las variables anteriores corresponden a salidas exclusivas de elementos y su significado es el siguiente:

LE: todos los componentes de deformación logarítmica.

GFVR: tasa de flujo volumétrico en la sección cohesiva.

DMICRT: todos los componentes activos del criterio de iniciación de daño.

PFOPEN: Apertura de fractura.

ALEAKVRT: volumen de leakoff acumulado en el tope del elemento.

ALEAKVRB: volumen de leakoff acumulado en el fondo del elemento.

*Output, history, variable=PRESELECT

History se incluye para indicar que los requerimientos de salida usados junto con la opción * Output se escribirán en la base de datos de salida como tipo histórica.

variable=PRESELECT se incluye para indicar que se escriban las variables de salida por omisión en la base de datos de salida.

*node output,nset=mouth

Por

En estas líneas se especifica que en la base de datos de salida se incluya la presión de poro para el conjunto de nodos mouth.

*node output,nset=mcod

u2

En estas líneas se especifica que en la base de datos de salida se incluya el desplazamiento en y en el conjunto de nodos mcod.