

**Modelo de optimización multi-objetivo para la programación de la producción agrícola
a pequeña escala en Santander, Colombia**

Leonardo Hernán Talero Sarmiento

Trabajo de investigación para optar el título de Magíster en Ingeniería Industrial

Director:

Henry Lamos Díaz, PhD. Matemática - Física

Codirector:

Edwin Alberto Garavito Hernández, M.Sc. Ingeniería Industrial

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Estudios Industriales y Empresariales

Maestría en Ingeniería Industrial

Bucaramanga

2018

*Vuelvo a recordar el día
Cuando la perene pena
Verás daba la condena:
¡Nunca dejarás la fría
Búsqueda de un buen guía!
Mas llegó a ser de repente
Amigo, luz y docente.
Aquel instante profundo
Colmó de retos mi mundo:
¡He de educar sabiamente!*

*A todos mis docentes quienes han sido luz en tiempos oscuros y que
cimentaron un camino que también quiero recorrer. ¡Para ustedes mi
eterna gratitud!*

Agradecimientos

Ha sido un largo camino lleno de ilusiones y golpes de realidad, éste sólo pudo ser recorrido debido al inmenso soporte brindado por todos ustedes como las enseñanzas de mis maestros, el aliento de apoyo de mis seres queridos, el alivio cómico de mis amigos, las observaciones de mis colegas y toda la gama de cosas bonitas y tristes que tiene la vida. Nuevamente, muchas gracias por todo, por tanto; espero poder llevar con rectitud el voto de confianza.

Agradezco enormemente al Profesor Henry Lamos Díaz, quien fue un guía incansable durante mi proceso de formación y a quien le debo el perfil de investigador que he empezado a formar, sé que no siempre tuve la sabiduría para entender todo lo que subyace en sus enseñanzas, mas es debido a él que he podido ver el mundo con otros ojos. Agradezco igualmente al Profesor Edwin Alberto Garavito Hernandez, quien fue mi inspiración para continuar mis estudios y que siempre estuvo cerca de mi proceso de formación. A toda mi familia: Mi padre Leonardo (q.e.p.d.) y Tío Hernando (q.e.p.d.), a mi madre Adelaida, a mis hermanos María, Nelly, Carmen y Alfonso; muchas gracias por su apoyo incondicional. A mi amor Silvia, mis amigos Juan Camilo Arias, Oscar Arias, Julio Camacho, Reinaldo Pabón, Diana Padilla y Laura Escobar: muchas, pero muchas gracias.

Contenido

Introducción	15
1 Generalidades del proyecto.....	18
1.1 Objetivo general	18
1.2 Objetivos específicos.....	18
2 Definición del problema	18
3 Justificación	23
4 Metodología.....	25
4.1 Fase 1 Revisión de la literatura.....	25
4.2 Fase 2 Formulación del problema de programación matemático.....	25
5 Marco teórico.....	27
5.1 Optimización multiobjetivo.....	27
5.2 Algoritmo NSGA-II.....	29
6 Revisión de la literatura	31
6.1 Estado del Arte	31
7 Definición del problema y recolección de datos.....	59
7.1 Descripción del problema.....	59

7.2	Recolección de datos	63
8	Formulación de un modelo matemático.....	69
8.1	Índices.....	69
8.2	Parámetros	70
8.3	Variables de decisión.....	71
8.4	Variables auxiliares	72
8.5	Conjunto de periodos.....	72
8.6	Función objetivo	74
8.7	Restricciones.....	74
9	Obtención de soluciones a partir del modelo.....	76
9.1	Modelo de optimización entera mixta	76
9.2	Algoritmo genético	78
9.3	Estructura de la solución.....	80
9.4	Generación de la población inicial	81
9.5	Operadores genéticos.....	83
10	Prueba del modelo.....	85
10.1	Modelo exacto	85
10.2	Algoritmo genético	86
11	Preparación para aplicar el modelo.....	89
11.1	Caso de ejemplo.....	89

11.2	Estructura de la interfaz gráfica.....	93
12	Discusión.....	97
13	Conclusiones	101
	Referencias bibliográficas.....	106

Lista de Figuras

Figura 1 Etapas para la formulación del problema matemático	26
Figura 2 Procedimiento para generar soluciones mediante el algoritmo NSGA-II.....	31
Figura 3 Distribución de artículos por año	35
Figura 4 Distribución de Metodologías de modelado matemático	36
Figura 5 Distribución de métodos de solución	37
Figura 6 Distribución de tipos de productos cultivados.....	51
Figura 7 Distribución de escala del producto cultivado.....	52
Figura 8 Distribución la diversificación de cultivos	53
Figura 9 Distribución geográfica de los productos cultivados.....	54
Figura 10 Representación gráfica de la generación de portafolios de cultivos agrícolas y su secuencia.....	60
Figura 11 Vista de variables del documento S06A (Cultivos) del Tercer Censo Nacional Agropecuario.....	65
Figura 12 Meses aptos para la siembra según datos históricos.....	65
Figura 13 Comportamiento de la demanda en toneladas de familias de producto para el periodo comprendido entre marzo de 2017 y marzo de 2018.....	69
Figura 14 Codificación de los índices para el vector solución	78
Figura 15 estructura y organización de las funciones utilizadas para implementar el NSGAI...	79
Figura 16 Estructura del cromosoma	80
Figura 17 Ejemplo de la estructura de subconjuntos de productos a sembrar	81
Figura 18 Ejemplo de la codificación para un lote	82

Figura 19 Ejemplo de cruce de un punto	84
Figura 20 Ejemplo de mutación con reemplazo	84
Figura 21 Variación de los ingresos promedios al aumentar las generaciones.....	87
Figura 22 Variación del riesgo promedio al aumentar las generaciones	88
Figura 23 Histograma del porcentaje de cardinalidad para cada tamaño de población.....	88
Figura 24 Ejemplo de salida tipo Texto para la producción del Lote 6.....	91
Figura 25 Ejemplo de salida tipo Gantt hasta el periodo 50.....	92
Figura 26 Codificación de productos mediante colores.....	92
Figura 27 Interfaz gráfica de la pestaña: Datos de Entrada	94
Figura 28 Interfaz gráfica de la pestaña: Modelo	95
Figura 29 Interfaz gráfica de la pestaña: Salidas	96
Figura 30 Interfaz gráfica de la pestaña: Acerca de.....	97

Lista de Tablas

Tabla 1. Síntesis de literatura sobre el problema de programación de la producción agrícola.....	54
Tabla 2 Caracterización de los tiempos de producción	66
Tabla 3 Periodos de madurez utilizados para el algoritmo genético	80
Tabla 4 Cantidad de restricciones generadas por familia programada en MATLAB.....	85
Tabla 5 Tiempo de cómputo para el modelo de programación entera mixta.....	86
Tabla 6 Perfiles de siembra y riesgo para cada agricultor	90
Tabla 7 Resultados de las decisiones para los seis agricultores.....	91

Lista de Apéndices

(Ver apéndices adjuntos en el CD y pueden visualizarlos en la Base de Datos de la Biblioteca UIS)

Apéndice A Notebook relacionado con el pronóstico del precio de venta de los productos Agrícolas.

Apéndice B Notebook para crear el Dataset de rendimientos agrícolas

Apéndice C Desarrollo del modelo de programación entera mixta para resolver el problema de optimización multiobjetivo para la selección de portafolios de cultivos agrícolas.

Apéndice D Desarrollo del algoritmo NSGAI para resolver el problema de optimización multiobjetivo para la selección de portafolios de cultivos agrícolas.

Apéndice E Parámetros para la herramienta.

RESUMEN

TÍTULO: MODELO DE OPTIMIZACIÓN MULTIOBJETIVO PARA LA PROGRAMACIÓN DE LA PRODUCCIÓN AGRÍCOLA A PEQUEÑA ESCALA EN SANTANDER, COLOMBIA.*

AUTOR: LEONARDO HERNÁN TALERO SARMIENTO.**

PALABRAS CLAVE: OPTIMIZACIÓN, PRODUCCIÓN, AGRICULTURA, PRONÓSTICOS

DESCRIPCIÓN:

La eliminación del hambre mundial es uno de los objetivos de sostenibilidad de las Naciones Unidas, el cual incluye garantizar la seguridad alimentaria promoviendo una agricultura sustentable, fortaleciendo el desarrollo rural y protegiendo el medio ambiente. Teniendo en cuenta lo anterior y la necesidad de generar proyectos de investigación enfocados en fortalecer el agro colombiano favoreciendo la adquisición de activos agrícolas como herramientas tecnológicas, durante el presente trabajo se propone el desarrollo de una herramienta para apoyar la toma de decisiones relacionadas con la planificación de la siembra y secuenciación de la producción en las provincias de García Rovira y Guanentá. Para ello se propone un modelo matemático multiobjetivo y multiperiodo (Maximizar ingresos y Minimizar riesgo financiero) el cual utiliza como parámetros de entrada el precio estimado de venta y el rendimiento en kilogramos por metro cuadrado de 21 productos comercializados en la central de abastos de Bucaramanga y sembrados en las respectivas provincias. El modelo es resuelto de manera exacta y aproximada utilizando el algoritmo Branch and Cut y algoritmo NSGAI respectivamente. Entre los resultados se desarrollaron 21 ecuaciones de pronóstico autoregresivas tipo ARMA-GARCH, se consolidaron bases de datos caracterizando los productos y los respectivos lotes de siembra, se estructuró una metodología para imputar los rendimientos agrícolas en las provincias, se desarrolló un Modelo matemático que representa la toma de decisiones, se construyeron dos algoritmos en MATLAB 2017a para cada uno de los métodos de solución y se desarrolló de una interfaz.

* Tesis de Maestría

** Facultad de ingeniería físico-mecánica. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Maestría en Ingeniería Industrial. Director: Henry Lamos Díaz, PhD, en Matemática - Física. Codirector: Edwin Alberto Garavito Hernández, M.Sc. Ingeniería Industrial.

ABSTRACT

TITLE: MULTIOBJECTIVE MODEL FOR THE PROGRAMMING AND SCHEDULING OF AGRICULTURAL PRODUCTS IN SMALL FARMS IN SANTANDER, COLOMBIA.*

AUTHOR: LEONARDO HERNÁN TALERO SARMIENTO**

KEYWORDS: OPTIMIZATION, PRODUCTION, AGRICULTURE, FORECASTS

DESCRIPTION:

The zero hunger is one of the United Nations sustainability objectives, which includes guaranteeing food security by promoting sustainable agriculture, strengthening rural development and protecting the environment. Taking into account the end hunger goal and the need to generate research projects focused on strengthening Colombian agriculture (such as favoring the acquisition of agricultural assets as technological tools), in this work is proposed a tool in order to support decision-making related to the planning the products cultivate and the sequencing of production in the provinces of Garcia Rovira and Guanentá. For this, a multi-objective multi-period mathematical model (Maximize income and Minimize financial risk) is proposed, which uses as input two main parameters: 1) the estimated sale price and the production ratio in kilograms per square meter of 21 products sold in the Bucaramanga supply center and cropped in the respective provinces. The model is solved in an exact and approximate way using the Brunch and Cut algorithm and the NSGAII algorithm respectively. Among the results, 21 ARMA-GARCH autoregressive forecasting equations are developed, are consolidated, two databases characterizing the products and the respective sowing lots are consolidated, a methodology in order to estimate the production ration in the provinces is designing, a mathematical model that represents the decision-making is developed, two algorithms are built in MATLAB 2017a for each of the solution methods and an interface is developed.

* Master Thesis

** Facultad de ingeniería físico-mecánica. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales, Maestría en Ingeniería Industrial. Director: Henry Lamos Díaz, PhD, en Matemática - Física. Codirector: Edwin Alberto Garavito Hernández, M.Sc. Ingeniería Industrial.

Introducción

La eliminación del hambre mundial es uno de los objetivos de sostenibilidad de las Naciones Unidas, el cual incluye garantizar la seguridad alimentaria promoviendo una agricultura sustentable, fortaleciendo el desarrollo rural y protegiendo el medio ambiente (Organización de las Naciones Unidas, 2016). Colombia, como miembro de las Naciones Unidas, consigna en su plan de desarrollo el fortalecimiento de dos ejes afines a esa meta: *Desarrollo de una ruralidad competitiva con énfasis en el sector agropecuario y Elementos de sostenibilidad ambiental para el desarrollo rural*, ejes que adquieren mayor importancia con el acuerdo de paz firmado en 2016, en donde se invita a diferentes miembros de instituciones gubernamentales, sociales, académicas e industriales a volcar esfuerzos para generar un impacto positivo en el desarrollo del sector y, sobre todo, considerando el bienestar de cultivadores a pequeña escala quienes poseen Unidades Productivas Agropecuarias (UPA) inferiores a 5 hectáreas.

Ahora bien, a pesar de que Colombia se caracteriza por ser un país con tradición agropecuaria existen problemas de competitividad agrícola y en diversos departamentos como Santander (uno de los principales productores) se ha identificado que existe insuficiencia agroalimentaria entendida como el abastecimiento interno incompleto. Lo anterior se debe en parte por la competencia que existe entre la agroindustria enfocada al sector energético con la producción agrícola diversificada (policultivos) y la falta de acceso a activos productivos.

Una estrategia para incentivar la producción diversificada a pequeña escala es justamente mejorar el acceso a dichos activos: tierras, créditos, tecnología y formación, siendo los dos últimos soportados por la transferencia tecnológica puesto que desde la academia se pueden formular

métodos que apoyen el proceso de toma de decisiones enfocados a generar un cambio en el sistema tradicional de agricultura intensiva. Con ello se busca orientar al productor agrícola para que determine cuáles productos, en qué proporciones, en cuál secuenciación (programación) específica se debe producir en una zona y época del año, logrando así un objetivo puntual (como mejorar ingresos, reducir costes, etc.), dicho proceso de decisión es conocido como un problema de programación de la producción agrícola, planeación de la granja o planeación de siembra por áreas.

Ahora bien, en el contexto académico existe una rama de estudio enfocada a la toma de decisiones mediante el modelamiento matemático de funciones objetivo denominada investigación de operaciones, con ésta se busca representar mediante ecuaciones matemáticas la realidad con el fin de buscar las mejores decisiones. La IO (Investigación de Operaciones) requiere de un estudio detallado de variables, factores y relaciones presentes de la realidad que se desea modelar, lo cual implica la revisión de modelos afines y la caracterización del problema en contextos específicos.

Teniendo en cuenta lo anterior, en el presente trabajo se propone representar un proceso de toma de decisiones relacionado con el problema de programación de la producción agrícola mediante el desarrollo de un modelo de optimización multiobjetivo para determinar portafolios de cultivos en la producción agrícola a pequeña escala. Para ello la investigación se divide en 3 fases: 1) Revisión de la literatura, con la cual se identificarán los elementos relacionados con el modelo matemático a desarrollar, seleccionando variables, factores, instancias y objetivos; 2) Formulación del problema de programación matemático, esta fase seguirá 5 etapas de desarrollo de problemas propuesto por Hillier & Lieberman (2010); Finalmente, 3) Evaluación comparativa, fase enfocada en evaluar una solución computacional respecto a los resultados obtenidos por otras investigaciones identificadas en la literatura o contrastando dos soluciones al problema.

Como resultados del proceso investigativo se aplica un Algoritmo Genético Elitista de Ordenamiento No-dominado de segunda generación en un entorno computacional (prototipo informático desarrollado en MATLAB) con el cual se genera un conjunto de soluciones al problema de programación de la producción agrícola.

1 Generalidades del proyecto

1.1 Objetivo general

Desarrollar un modelo de optimización multiobjetivo para determinar portafolios de cultivos en la producción agrícola a pequeña escala.

1.2 Objetivos específicos

- Identificar formulaciones matemáticas de optimización asociadas a la programación o planeación de la producción agrícola, a partir de una revisión de literatura con el fin de seleccionar una estrategia de modelado.
- Proponer una solución al problema de programación multiobjetivo para la generación de portafolios de cultivos.
- Desarrollar una interfaz para la selección de portafolios de cultivos agrícolas.
- Determinar el desempeño del algoritmo de solución propuesto mediante la comparación del mismo a partir de instancias encontradas en la literatura o la generación de instancias sintéticas.

2 Definición del problema

Colombia es un país de tradición agrícola lo cual se ve reflejado en la contribución del sector en el Producto Interno Bruto (PIB) del país, presentando un crecimiento positivo en el cuarto semestre de 2016 de 2.6% (encontrándose 1.6 puntos por encima de la media nacional) (Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2017a), y siendo en el año anterior la categoría de mayor crecimiento (Departamento Administrativo Nacional de Estadística, 2016), lo anterior se da en parte porque Colombia es un país con amplia diversidad climática y topográfica (Eslava, 1993). Ahora bien, a pesar que el crecimiento económico del sector agrícola puede reflejar en

cierto grado la soberanía alimentaria, en dicho sistema productivo pueden ocurrir sucesos que afecten la seguridad y bienestar socio-económico de los agricultores puesto que, los sistemas de alimentos son vulnerables a cambios políticos, desastres naturales y crisis financieras (Toth, Rendall, & Reitsma, 2016).

Un claro ejemplo de la anterior premisa es el departamento de Santander el cual se distingue por su potencial productivo, ubicándose como el cuarto departamento con mayor PIB de carácter agropecuario (Gobernación de Santander, 2016); sin embargo, la producción primaria de la región abastece solamente alrededor del 50% de la demanda del departamento (Secretaría de Planeación Gobernación de Santander, 2011) (Departamento Nacional De Planeación, 2015a), Lo cual genera dos interpretaciones u hipótesis: primera, Santander estaría importando la mitad de los alimentos; y segunda, es posible que exista población en condiciones de difícil acceso a la alimentación necesaria. (Secretaría de Planeación Gobernación de Santander, 2011).

Lo anterior implica que, si bien Santander cuenta con el potencial productivo de un millón de hectáreas con vocación agrícola ocupando los primeros puestos a nivel nacional como productores frutícolas, cacaoteros, cítricos, en mora, guayaba común y papa; a la par de ser el principal productor avícola de la nación con una cuota de mercado del 25% (Gobernación de Santander, 2016), en el departamento existe insuficiencia agroalimentaria. Principalmente en el Área Metropolitana de Bucaramanga (AMB) comprendida por Bucaramanga, Girón, y Floridablanca, seguida por los municipios: Barrancabermeja, Sabana de Torres, Suratá, California, Charta, San Andrés, Málaga, Enciso, Coromoro, Charalá, Gámbita, Bolívar, El Peñón, Sucre, La Belleza y Florián (Secretaría de Planeación Gobernación de Santander, 2011).

Adicionalmente, en Santander son preocupantes las condiciones socio-económicas relacionadas con el sector productivo agrícola ya que 60% de los municipios en Santander, es decir cerca de 52,

están habitados por personas que en un 70% viven en las áreas rurales y, por lo tanto, dependen económicamente de la actividad agropecuaria, de hecho, 83 municipios tienen como base de su economía el sector agropecuario (Secretaría de Planeación Gobernación de Santander, 2011).

Además, la actividad agropecuaria se ha visto afectada en los últimos años debido a limitada provisión de bienes y servicios públicos sectoriales y en particular el acceso a ciencia, tecnología e innovación, infraestructura vial y adecuación de tierras. De acuerdo con CORPOICA, los indicadores de Ciencia y Tecnología Agropecuaria (indicadores ASTI)¹ muestran que el país ha mantenido un promedio de inversión pública del 0,5% del PIB sectorial en los últimos años, lo que ha llevado al sector a ser el de mayor pobreza y pobreza extrema en Colombia (Departamento Nacional De Planeación, 2015a), evidenciando un decrecimiento en los ingresos procedentes de actividades rurales, pasando del 61% al 54% en el periodo comprendido entre 2010-2014 (Dirección de Desarrollo Rural Sostenible, 2015) y con una diferencia entre los comerciantes agrícolas y los agricultores, puesto que estos últimos poseen poca capacidad de negociación, influencia en precios y capacidad de alinear su producción con los requerimientos del mercado (Ahumada & Villalobos, 2009).

Además, la excesiva concentración de la tierra, sumado al poco uso efectivo del suelo para fines agrícolas² han incrementado el nivel de desigualdad, con coeficientes de Gini³ del orden del 0.8-0.9; de acuerdo con datos del Censo Nacional Agropecuario CNA; mientras que el 69.9% de las Unidades Productivas Agropecuarias UPA tiene menos de 5 hectáreas y ocupa el 4.8% del área

¹ Los indicadores ASTI son estimados por el Instituto Internacional de Investigación sobre Políticas Alimentarias (IFPRI por sus siglas en inglés) y buscan cuantificar diferentes aspectos de la política de ciencia y tecnología, incluyendo inversión.

² Cercano al 24% según censo agropecuario.

³ Medida de la desigualdad ideada por el estadístico italiano Corrado Gini.

total censada, el 0.4% de las UPA tiene 500 hectáreas o más y representa el 40.1% del total del área.(Departamento Nacional De Planeación, 2015b).

Entre las diversas carencias en la población rural de agricultura familiar o a pequeña escala se destacan: analfabetismo, baja producción rural, alto rezago escolar, limitado acceso al servicio de alcantarillado y acueducto, dificultades para el acceso a servicios de salud, ingresos cercanos a un tercio de salario mínimo mensual y bajo acceso a tierras, crédito, tecnología y formación empresarial.(Departamento Nacional De Planeación, 2015a)

El panorama indica que “la pobreza por ingresos es mayor dentro de las actividades agropecuarias en comparación con el resto de sectores y es mayor para los productores de cuenta propia (que en su mayoría pertenecen a la agricultura familiar) que para los asalariados del campo” (Departamento Nacional De Planeación, 2015a), es necesario entonces, en primera instancia diversificar las actividades productivas en el sector agrario con el fin de aumentar los ingresos de los trabajadores rurales y en consecuencia la población rural no agropecuaria, generando empleos dignos y formales mediante mecanismos flexibles (Departamento Nacional De Planeación, 2015b) (Departamento Nacional De Planeación, 2015b) facilitando así cumplir los objetivos del Plan De Desarrollo Departamental (PDD).

Para ello la Gobernación de Santander propone en el marco del desarrollo sostenible regional y nacional de largo plazo, volcar esfuerzos para mejorar el campo productivo en el departamento (Gobernación de Santander, 2016), alcanzar dicha propuesta implica adaptar las estructuras actuales de competitividad, sobre todo aquellas de asociación; éstas han sido incapaces de desarrollar la madurez necesaria para adquirir créditos en entidades como FINAGRO.(Departamento Nacional De Planeación, 2015b), o prepararlos para la planeación de

su producción en amplios horizontes debido a la variabilidad climática que afronta el país.(Departamento Nacional De Planeación, 2015b).

Sin embargo, la preparación no debe enfocarse sólo en el aumento del volumen de productos cultivados o a su eficiencia, ya que la producción intensiva no ha logrado generar un mejor acceso a los activos productivos (Departamento Nacional De Planeación, 2015a), además, los esquemas de producción agrícola si bien pueden ser capaces de satisfacer los requerimientos de la creciente población, los problemas de hambre, pobreza, salud e impacto ambiental pueden perdurar (“Hazell Wood, S.,” Hazell, & Wood, 2008) debido a que simplemente aumentar el volumen de producción no garantiza la disminución de los problemas (Alexandratos & Bruinsma, 2012), por consiguiente, los esfuerzos de mejora deben buscar alternativas que pueden ser alcanzadas mediante la integración de la academia, el estado y los productores agrícolas para facilitar el acceso a tierras, créditos, tecnología y formación empresarial.

Una de las limitantes para dicha alianza y el fortalecimiento del sector agrícola, es la escasa investigación y transferencia realizada en el área. En Colombia y según el reporte del estado de la ciencia realizado por COLCIENCIAS, de los 4638 grupos de investigación, sólo el 5.37% está enfocado en la producción agrícola como tema de estudio, el panorama no es más alentador en Santander, puesto que en el departamento el índice alcanza un valor del 1.3%, es decir, sólo existen 3 grupos de investigación que se alinean directamente con la propuesta de mejoramiento del campo productivo: Grupo de Investigación en Cultivos Tropicales – INYUBA (Categoría C), Grupo de Investigación en Ciencias Animales Universidad Cooperativa de Colombia (Categoría A) y producción en ciencia animal - PROCA – (Categoría C).

En el presente trabajo se aborda el estudio de la producción agrícola desde la perspectiva de mejoramiento de procesos con el fin de soportar la toma de decisiones relacionada con la

programación de la producción, entendida como el ejercicio de seleccionar la cantidad, variedad y secuenciación de los productos a cultivar, lo anterior como alternativa al monocultivo intensivo tradicional, buscando así impactar positivamente la producción agrícola con un enfoque hacia la diversificación de los productos cultivados buscando aumentar las ganancias recibidas por los agricultores con un menor nivel de riesgo. Por tanto, la pregunta de investigación del presente proyecto es ¿Cómo se puede apoyar y fortalecer la toma de decisiones relacionadas con la programación de la producción agrícola a pequeña escala con el fin de mejorar los ingresos recibidos por los agricultores, diversificando los cultivos y disminuyendo el riesgo financiero de los portafolios?

3 Justificación

La eliminación del hambre mundial es uno de los objetivos de sostenibilidad de las Naciones Unidas, el cual incluye garantizar la seguridad alimentaria promoviendo una agricultura sustentable, fortaleciendo el desarrollo rural y protegiendo el medio ambiente (Organización de las Naciones Unidas, 2016). Colombia como miembro de las Naciones Unidas contempla los objetivos de sostenibilidad en su plan de desarrollo, para ello propone enfocar esfuerzos sobre ejes que fortalezcan la economía, fomenten la igualdad y sean de carácter ambientalmente responsable: *Ordenamiento y desarrollo territorial; Cierre de brechas sociales con enfoque de derechos; Inclusión productiva; Desarrollo de una ruralidad competitiva con énfasis en el sector agropecuario; Elementos de sostenibilidad ambiental para el desarrollo rural; y Reforma institucional profunda.* (Departamento Nacional De Planeación, 2015c).

De manera similar, la Gobernación de Santander consigna en su plan de desarrollo la necesidad de alcanzar dichos propósitos a partir de la implementación de estrategias de desarrollo del campo

mediante el apoyo a proyectos agropecuarios que contribuyan a mejorar los procesos productivos y de comercialización de los productores agrícolas (Gobernación de Santander, 2016). Teniendo en cuenta lo anterior y la misión de la Universidad Industrial de Santander asociada a la generación y adecuación de conocimientos; la conservación y reinterpretación de la cultura y la participación activa liderando procesos de cambio por el progreso y mejor calidad de vida de la comunidad (Universidad Industrial de Santander, 2017) se entiende que es deber de los miembros de la comunidad académica e investigativa generar proyectos que se alineen con los objetivos de desarrollo en pro de mejorar la calidad de vida de las personas en vulnerabilidad.

Por otra parte, diversos proyectos se han desarrollado en distintas partes del mundo buscando aumentar la productividad agrícola local con el fin de mejorar (en extensión) la calidad de vida de los agricultores, lo anterior puesto que la producción agrícola local tiene el beneficio de ser resiliente, sobre todo en momentos cuando las líneas de distribución han sido amenazadas. Para el contexto regional, cuando la infraestructura se encuentra comprometida. (Toth, Rendall, & Reitsma, 2016).

Entre las propuestas desarrolladas se encuentran los modelos matemáticos para la programación o planeación de la producción agrícola en zonas específicas considerando: tipos de cultivos, condiciones climáticas, capacidades logísticas, madurez del mercado, nivel de infraestructura y múltiples objetivos de los cultivadores. Dichos modelos requieren de un estudio detallado de factores para desarrollar una aproximación matemática que represente en buena medida la realidad productiva de los agricultores ya que la identificación de escalas apropiadas de producción, procesamiento, distribución y consumo, puede generar economías más autónomas (Hudson, 2009) (Toth et al., 2016).

A la par, es necesario implementar técnicas de ingeniería para dar solución a los problemas planteados lo que se traduce en un trabajo de investigación riguroso y que en el marco de las condiciones regionales (Santander, Colombia), los objetivos de desarrollo (Naciones Unidas, Colombia y Santander) y la misión de la Universidad Industrial de Santander hacen factible el proyecto propuesto.

4 Metodología

Se propone una metodología estructurada en 3 fases: 1) Revisión de la literatura, con la cual se identificarán los elementos relacionados con el modelo matemático a desarrollar, seleccionando variables, factores, instancias y objetivos; 2) Formulación del problema de programación matemático, esta fase seguirá 5 etapas de desarrollo de problemas propuesto por Hillier & Lieberman (2010); Finalmente, 3) Evaluación comparativa, fase enfocada en evaluar una solución computacional respecto a los resultados obtenidos por otras investigaciones identificadas en la literatura o contrastando dos soluciones al problema.

4.1 Fase 1 Revisión de la literatura

A partir de una revisión disponible en bases de datos online como Scopus, ISI Web of Science, Springer Link, Crossref y Science Direct, identificar los elementos relacionados con la solución y aplicación de la optimización al problema de programación de la producción agrícola.

4.2 Fase 2 Formulación del problema de programación matemático

Las primeras cinco etapas de la metodología planteada por Hillier & Lieberman se consignan en la Figura 1. Además, existe un proceso transversal relacionado con la revisión de avance y calidad de cada etapa alcanzada mediante el acompañamiento de docentes/investigadores las asignaturas formuladas en el plan de estudios de la Maestría en Ingeniería Industrial de la Universidad

Industrial de Santander: Propuesta de Investigación, Seminario de Investigación I, Trabajo de Investigación I, Seminario de Investigación II y Trabajo de Investigación II.

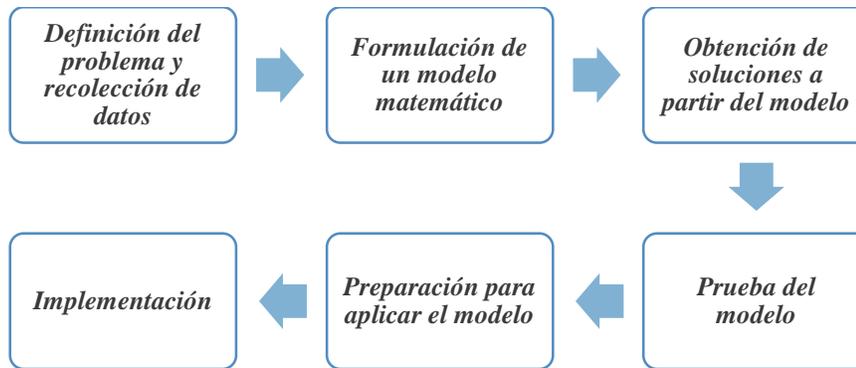


Figura 1 Etapas para la formulación del problema matemático

Etapa 2.1 Definición del problema y recolección de datos. La definición y caracterización del problema será desarrollado a partir de los resultados obtenidos en la revisión de literatura, mientras la recolección de los resultados obtenidos del Censo Nacional Agropecuario 2014 (Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2015a) y en análisis econométricos del comportamiento del precio de venta de productos agrícolas comercializados en Bucaramanga y alojados en el portal de la Central de Abastos de Bucaramanga⁴. Durante esta etapa se construirá el conjunto de datos de prueba y los parámetros a utilizar durante la aplicación del modelo en un caso propuesto.

Etapa 2.2 Formulación de un modelo matemático. Durante la segunda etapa se construirá un modelo matemático para representar la esencia del problema descrito en la Etapa 2.1 mediante la definición de funciones objetivo, funciones de restricción, parámetros del modelo.

⁴ <http://www.centroabastos.com/centroabastosNW/>

Etapa 2.3 Obtención de soluciones a partir del modelo. Para dar solución al problema serán desarrollados dos algoritmos computacionales basados en el modelo matemático (Modelo exacto mediante la ponderación de objetivos y Algoritmo NSGAI).

Etapa 2.4 Prueba del modelo. Para evaluar las estrategias de solución, serán valorados los dos algoritmos propuestos mediante el análisis de parámetros de cada modelo como tiempos de cómputo, para ello, se generan previamente datos de prueba (*test bed*).

Etapa 2.5 Preparación para aplicar el modelo. Con el fin de apoyar la toma de decisiones referente al problema de la programación de la producción agrícola en una región de Santander, Colombia, se desarrollará un caso de prueba mediante el desarrollo de una interfaz gráfica que contenga un algoritmo que permita derivar una solución (o conjunto de soluciones) al modelo de optimización multiobjetivo generador de portafolios de cultivos.

5 Marco teórico

5.1 Optimización multiobjetivo

Los problemas de decisión en la vida real involucran la mayoría de las veces múltiples criterios de evaluación, los cuales en ciertas ocasiones se encuentran en conflicto y, por tanto, no suelen ser sintetizados en una única función de evaluación o función mono-objetivo -estas funciones generalmente están en conflicto entre sí-. Un problema multiobjetivo difiere de un problema mono-objetivo dado que el primero implica la optimización simultánea de más de una función de manera paralela lo cual, teniendo en cuenta el conflicto entre sí, genera una reinterpretación del concepto y, en vez de hallar una decisión óptima, se encuentra uno o varios conjuntos de buenas soluciones denominados soluciones de compromiso (soluciones de calidad equivalente).

Parte de la configuración de un problema multiobjetivo recae en el peso que le asigne un tomador de decisiones (*Decision Maker, DM*) a cada uno de los objetivos por individual y, por tanto, afecta el conjunto de soluciones de compromiso. Un problema de optimización multiobjetivo es aquel que incluye:

- Conjunto de n variables de decisión.
- Conjunto de k funciones objetivo.
- Conjunto de m restricciones de desigualdad.
- Conjunto de P restricciones de igualdad.

En donde las funciones objetivo y las restricciones son funciones de las n variables de decisión. Según Dias & de Vasconcelos (2002), un modelo de optimización multiobjetivo puede ser expresado matemáticamente de la siguiente manera:

Optimizar:

$$y = F(x) = \{(f_1(x)), (f_2(x)), \dots, (f_k(x))\}$$

(1)

Sujeto a:

$$g = G(x) = \{(g_1(x)), (g_2(x)), \dots, (g_k(x))\} \geq 0$$

(2)

$$h = H(x) = \{(h_1(x)), (h_2(x)), \dots, (h_k(x))\} = 0$$

(3)

Donde:

$$x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in X ; y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\} \in Y$$

Teniendo en cuenta que x representa el vector de decisión, X denota el espacio de decisión, y y representa el vector objetivos y el espacio objetivo es denotado por Y . Teniendo en cuenta las soluciones de compromiso generadas según la importancia otorgada por el DM a cada objetivo, se pueden considerar tres definiciones (Aguilar Imitola, 2016).

- **Dominancia de Pareto.** Considerando todos los objetivos, sea x_1 y x_2 una pareja de soluciones factibles. Si la solución x_1 es al menos igual a x_2 , y mejor que x_2 en al menos un valor objetivo, la solución x_1 domina a la solución x_2 (denotado como $x_1 \succ x_2$) En términos formales, para un problema de minimización de múltiples objetivos (f_1, \dots, f_k) , la solución x_1 domina a la solución x_2 y se escribe $x_1 \succ x_2$ si y sólo si:

$$(\forall i \in \{1, 2, \dots, k\} : f_i(x_1) \leq f_i(x_2)) \wedge (\exists i' \in \{1, 2, \dots, k\} : f_{i'}(x_1) < f_{i'}(x_2))$$

(4)

- **Óptimo de Pareto.** Una solución x_1 es llamada solución óptima de Pareto o no-dominada si y solo si no hay ninguna solución x_2 que satisfice $x_2 \succ x_1$.
- **Frente de Pareto.** Si x_1 es un óptimo de Pareto (no-dominado) entonces $f(x_1) = \{f_1(x_1), \dots, f_k(x_1)\}$ se dice que es un vector no-dominado. El conjunto de todos los vectores no dominados se llama Frente de Pareto (o frontera no dominada).

5.2 Algoritmo NSGA-II

Resolver problemas multiobjetivos ha requerido diversos esfuerzos por parte de investigadores de diversas áreas como ciencia de los computadores, ingeniería, economía finanzas, industria, física,

química y ecología entre otras (Coello Coello, Lamont, & Veldhuizen, 2007), debido a que los métodos tradicionales se enfocan en escalar los objetivos a un único objetivo y el vector resultante es sensible al peso de la ponderación (Srinivas & Deb, 1994). Para evitar ese fenómeno se han desarrollado métodos alternativos como los algoritmos evolutivos y entre ellos el Algoritmo Genético Elitista de Ordenamiento No-dominado de segunda generación (*Nondominated Sorting in Genetic Algorithms type II, NSGA-II*) desarrollado por Deb y otros (2002).

El algoritmo es de carácter poblacional puesto que genera un conjunto de soluciones aleatorias P en el instante t , y mediante operaciones (en este caso, el cruce y mutación de los algoritmos genéticos convencionales) genera una segunda población. La población de hijos Q tiene el mismo tamaño de la población P . La suma de ambos conjuntos forma la población R , donde $R_t = P_t \cup Q_t$ con tamaño $2 * N$. Una vez creado el conjunto R_t se procede a organizar las soluciones que lo conforman originales (padres) y aquellas derivadas de los operadores genéticos (hijos). Para esto se compara la dominancia y pertenencia a los distintos frentes de Pareto (Srinivas & Deb, 1994), en conjunto con la distancia de apilamiento (ver Ecuación (5)) la cual evalúa las potenciales mejores soluciones en un mismo frente (Deb et al., 2002). Una vez organizados los individuos, se seleccionan los N mejores, de tal forma que la población final es del tamaño original de los padres, es decir, se genera un nuevo conjunto: P_{t+1} . El proceso de generación de individuos se realiza durante g generaciones. Los pasos para generar el conjunto de soluciones mediante el algoritmo NSGA-II se presentan a continuación.

$$cd_k(x_{j,k}) = \frac{z_k(x_{j+1,k}) - z_k(x_{j,k})}{z_k^{\max} - z_k^{\min}} \quad (5)$$

Donde la distancia de apilamiento (*crowding distance, cd*) calculada en cada frente de Pareto para cada individuo j en el objetivo k es igual a la diferencia del valor objetivo de sus vecinos sobre el rango del objetivo en dicho frente.

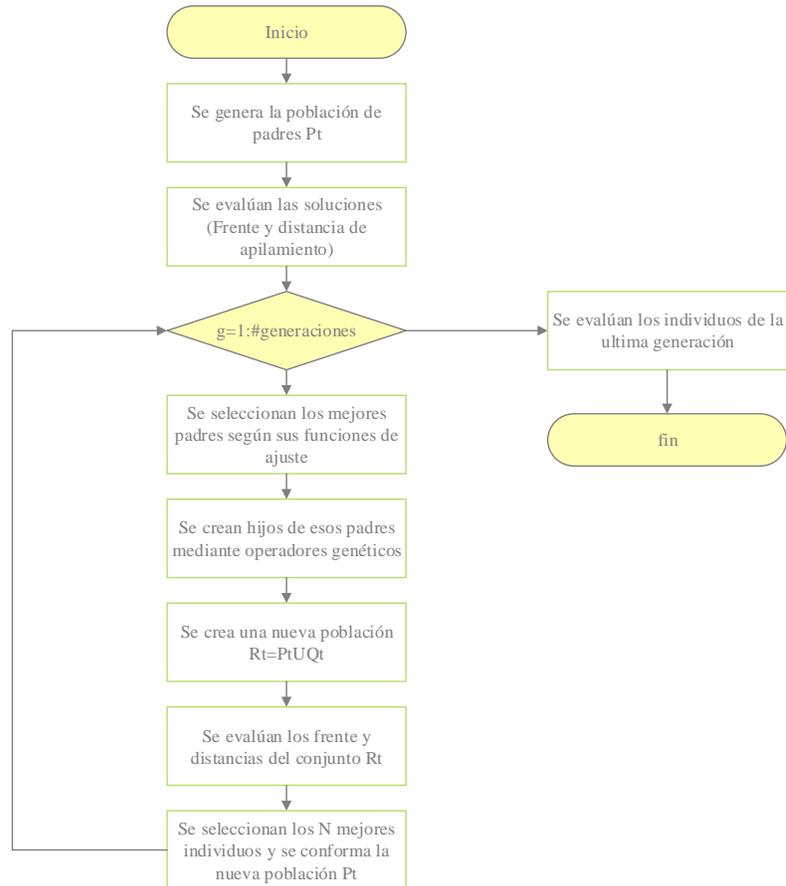


Figura 2 Procedimiento para generar soluciones mediante el algoritmo NSGA-II

6 Revisión de la literatura

6.1 Estado del Arte

Uno de los primeros trabajos relacionados con la aplicación de la investigación de operaciones para dar solución a la toma de decisiones agrícola respecto a cómo seleccionar los productos a cultivar fue propuesto por Heady (1954), quien expone la transversalidad de los modelos

matemáticos de optimización en la resolución de problemas. Para el caso agrícola Heady modela mediante optimización lineal la mezcla de productos con el fin de determinar la combinación que genera mayores ingresos o menores costos al agricultor. A partir de las bases del modelamiento matemático agrícola y en conjunto con el movimiento económico y tecnológico denominado “Revolución Verde”, (comprendido entre 1960 a 1980), diversas investigaciones se formulan con el fin de mejorar la productividad del sector agropecuario, resaltando los aportes enfocados al manejo de insumos y control de plagas de la mano de Kennedy (1973; 1973; 1981), Talpaz, (1978; 1974), Teng (1977; 1980) y Lazarus (1983; 1984) en los cultivos de algodón, maíz y cereales en general. En conjunto con proyectos enfocados a la planeación de la actividad agrícola ante la incertidumbre climática y de precios por parte de Hazzel (1970), Rae (1971a, 1971b) y Audsley (1974; 1978). Sin embargo, debido a las características productivas de la época, la planeación productiva se enfocaba principalmente a la gestión de la producción y no a la selección de productos a cultivar.

Basado en los trabajos mencionados anteriormente y con el crecimiento de la industria, múltiples proyectos se desarrollan enfocados a la toma de decisiones con el fin de determinar ¿qué?, ¿cuándo?, ¿cómo? y ¿cuánto?, de cada producto agrícola es necesario producir para satisfacer las necesidades del mercado a la par de generar beneficios al agricultor (maximización de ingresos, disminución de costos, maximización de la utilización de terrenos, entre otros); teniendo en cuenta variables de decisión como cantidad de operarios, número de máquinas, extensiones de terreno, sistema de irrigación, tipo de producto (entre otras) en conjunto con variables no controlables como el clima, plagas y demás.

Actualmente, la toma de decisiones relacionada con programar y planear la producción agrícola sigue vigente y en la literatura se identifican revistas científicas especializadas como *Computers*

*and Electronics in Agriculture*⁵, donde continuamente se desarrollan trabajos relacionados con el tema. Teniendo en cuenta lo anterior, el presente trabajo busca identificar enfoques de modelado matemático y métodos de solución relacionados con el problema de la Planeación y Programación de la Producción Agrícola (*Agriculture Programming and Scheduling Problem, APSP*). Para ello se realiza una revisión narrativa identificando las estrategias aplicadas en la última década para solucionar el APSP.

Donde el APSP se relaciona con la decisión de asignar diferentes productos agrícolas a cultivar en múltiples lotes (lo cual puede incluir la cantidad de producto a cultivar, el tamaño de lote a utilizar, etc.), teniendo en cuenta los periodos de cosecha o recogida de los productos, almacenamiento, rotación, riego, fertilización, contaminación cruzada, periodos de siembra, estaciones, variación en demanda, variación en insumos, etc.

Protocolo de la revisión. El proceso de selección de documentos inicia con la elección de publicaciones enfocadas en el sistema productivo agropecuario los cuales incluyen producción, almacenamiento, transporte, riesgo y diversos elementos de la cadena de suministro. Para este fin se escogen los trabajos de Ahumada (2009), Zhang & Wilhelm (2009) y Ahumada & otros (2012) como bases de información, extrayendo de éstos los artículos enfocados a producción agropecuaria. Posteriormente cada documento es revisado verticalmente mediante la identificación de citas utilizadas en cada investigación y trabajos posteriores que han referenciado los documentos.

De esta manera son seleccionadas 26 investigaciones afines al tema, en un periodo comprendido entre 2007 a 2017, excluyendo aquellas que no se encontraron en bases de datos y repositorios

⁵ <http://www.sciencedirect.com/science/journal/01681699?sdc=1>

como SCOPUS, Science Direct, Web of Science, Mendeley, Research Gate, Taylor & Francis, EBSCOHOST, entre otros; por consiguiente, se reduce el tamaño de revisión a 13 documentos; la revisión se enfocó a identificar editoriales y revista con una ventana temporal de 10 años (2007-2017) encontrando 21 artículos más para un total de 34 documentos. De las investigaciones se analiza el Año de publicación, Método de solución, Tipo de producto, Escala del producto, Diversificación del cultivo y Localización del cultivo.

Problema de Planeación y Programación de la Producción Agrícola. La revisión se lleva a cabo teniendo en cuenta siete criterios con el fin de identificar tendencias respecto al modelamiento matemático del problema de programación de la producción agrícola. En el apartado de año se realiza una descripción a partir de la frecuencia de publicación. En las secciones métodos de modelado y métodos de solución se identifica el enfoque de modelado (sección 2) y si el trabajo se resolvió por método exacto, aproximado o de manera mixta (sección 3); teniendo en cuenta las variables de interés y la forma de solución del problema matemático. En el siguiente apartado se estudia el parámetro Tipo de producto el cual durante el presente trabajo se categoriza en Cereales y gramíneas, Flores, Fruta y Vegetales (principalmente). Posteriormente se describen los parámetros Escala del producto, Diversificación del producto y Localización del cultivo; haciendo referencia a si el cultivo es en pequeña o gran escala, si se cultiva un único producto o es policultivo y en qué país se realizó la producción (respectivamente).

Año. Los documentos consultados en la presente investigación se distribuyen sin tendencia aparente durante el periodo comprendido entre 2007 y 2017. La cantidad mínima de artículos consultados en un año es de uno y máxima cantidad cinco, con un promedio de 3.4 documentos por año. Figura 3

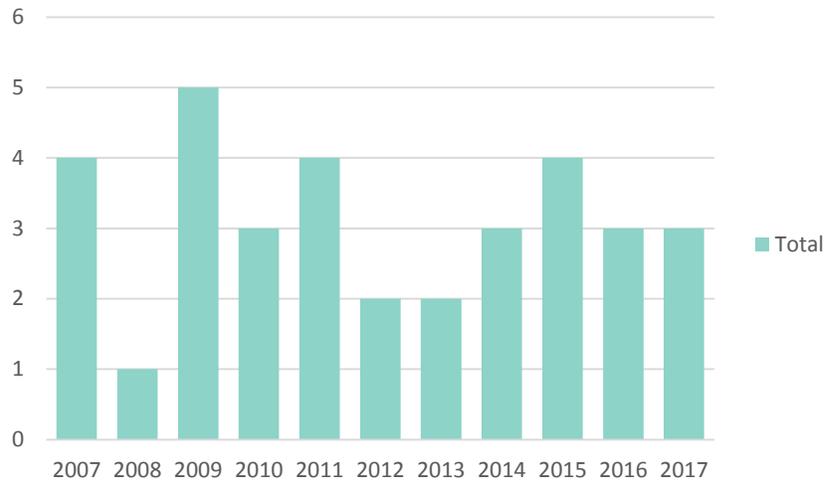


Figura 3 Distribución de artículos por año

Métodos de modelado. La mayoría de los autores consultados en la presente modelan el APSP mediante la programación entera mixta (MILP): Grunow (2007), Alfandari (2009), Kakhki (2009), Ahumada (2011, 2012), Catalá (2013), Ke (2014), Alfandari (2015), Santos (2015), Peng-Sheng (2017), Filipi (2017) y Herrera-Cáceres (2017).; y programación lineal (LPM): Detlefsen (2007), Piewthongngam (2009), dos Santos (2010, 2011), Scarpari (2010), Bharati (2014), Rocco (2016) y Berentsen (2017). El primer enfoque suele ser usado para representar asignaciones mediante la implementación de variables binarias como: Cultivar o no un Lote {1.0}, cultivar un determinado producto en un momento específico {1} o no cultivarlo {0}; entre otros ejemplos.

Por otra parte, la programación lineal suele ser usada para representar la magnitud de una variable, por ejemplo: La extensión de un lote a cultivar, la cantidad de producto a cosechar, además, en la programación lineal suelen considerar comportamientos agregados de los costos de producción, precios de venta, entre otros.

Otros autores abordan el APSP buscando satisfacer múltiples objetivos, para ello, las estrategias de modelado suelen enfocarse en optimización multiobjetivo (MOO): Mohaddes (2008), Sarker (2009), Adeyemo (2009), Adeyemo (2010), Radulescu (2011), Li (2015) y Pimentel (2016); y

programación por metas (GP). Sharma (2007), Soltani (2011), Mirkarimi (2013) y Amini (2015). Otros autores abordan el problema mediante el enfoque de programación dinámica (DP) Ridier 2016 y, en algunos casos, mediante programación no lineal (NLP): Tan (2012) y Luo (2014), siendo esta última solucionada mediante heurísticas diseñadas para el problema específico o apoyado en el uso de la simulación computacional. EL resumen de la cantidad de trabajos consultados se consigna en la Figura 4.

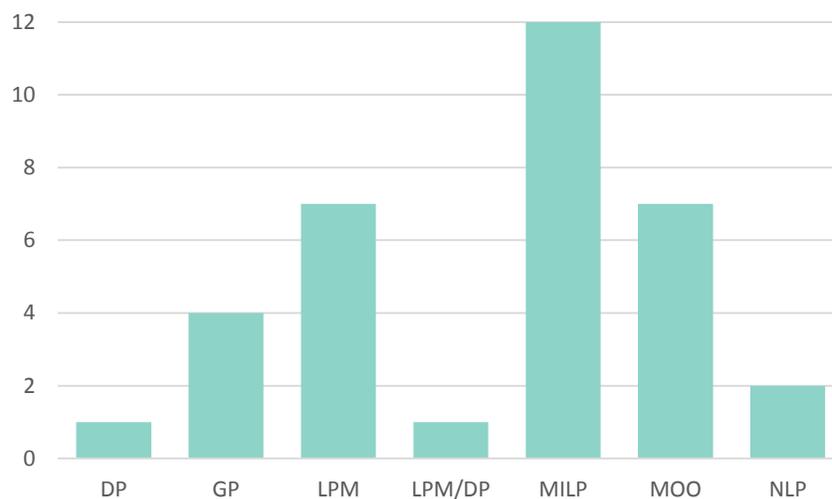


Figura 4 Distribución de Metodologías de modelado matemático

Métodos de solución. Los problemas consultados son solucionados en su mayoría por el método exacto, encontrando el óptimo (O), lo anterior se debe a que generalmente el APSP suele ser modelado mediante enfoques de Programación entera mixta y programación lineal de bajo tamaño (sin un alto número de restricciones) y, por tanto, los trabajos se enfocan en el análisis de sensibilidad con el fin de ampliar el espectro de decisiones a realizar. En añadidura, en trabajos como los realizados por Dos Santos (2010), Tan (2012) y Li (2015) (entre otros); resuelven el APSP mediante métodos exactos y aplican o proponen heurísticas las cuales son evaluadas a partir de su nivel de exactitud y tiempo computacional. De manera similar, Sharma (2007), Soltani (2011) y Mirkarimi (2013) abordan la toma de decisiones mediante la programación por metas,

buscando así integrar múltiples objetivos y, en ciertos trabajos, aplicando conjuntos difusos para ampliar el rango de decisiones. Así mismo, autores como Piewthongngam (2009) incorporan el componente estocástico para representar la variabilidad de parámetros no controlables generando modelos de simulación para estudiar el comportamiento de las decisiones y cómo éstas impactan en la función objetivo. La cantidad de documentos que relacionan las técnicas de solución se registran en la Figura 5, y en la Tabla 1 se recopila la información de los trabajos consultados.

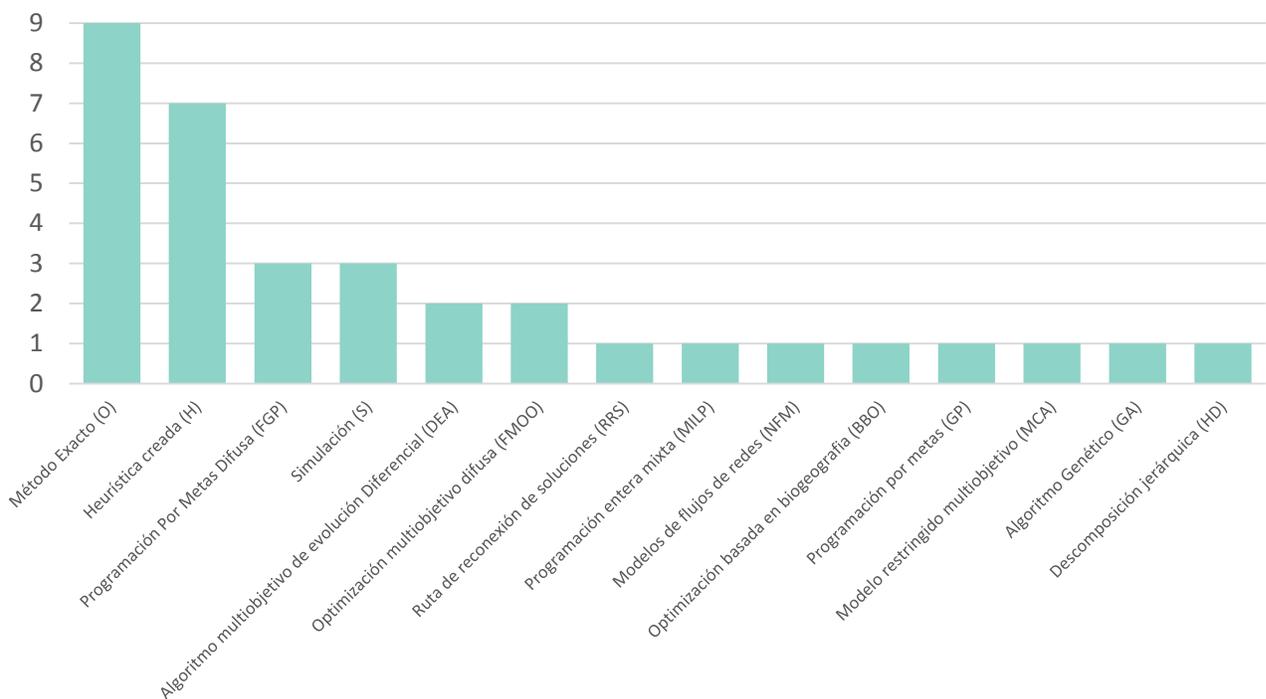


Figura 5 Distribución de métodos de solución

Método exacto. Acs, Berentsen, & Huirne (2007) tienen en cuenta diversas políticas en Holanda y antecedentes en la literatura que indican que las granjas orgánicas son más rentables que las granjas de agricultura tradicional. Teniendo en cuenta lo anterior, formulan un modelo de optimización lineal donde estudian la conversión a granjas orgánicas tomando como horizonte de planeación diez (10) años y sobre este periodo proponen un modelo de optimización que maximiza el valor presente Neto de la inversión, considerando productos como papá, betabel, cebolla, zanahoria, entre otros. A partir del trabajo generan un estudio de costos de inversión y mantenimiento de la producción. Los resultados principales de ese proyecto indican que el granjero requiere de 2 años para la conversión, es decir, existen dos años con flujo a la par de confirmar que es más sustentable una granja orgánica.

Por otra parte, Scarpari & de Beauclair (2010) proponen un modelo de optimización lineal para programar la producción, cosecha y distribución de la cadena productiva del alcohol (derivado de la caña de azúcar) en una región específica de Brasil. El problema matemático (formulado como un modelo lineal) es solucionado a partir de la implementación en GAMS y tiene en cuenta áreas homogéneas de producción (en total 30) y calcula la productividad de cada una de las áreas en función de toneladas de azúcar. Además, estima: precios de venta del alcohol para cada uno de los meses, productividad residual (aquella cantidad de caña que puede ser aprovechada posteriormente a la fecha de cosecha), distancia de los lotes hacia la planta de tratamiento y las capacidades de pos cosecha. A partir del modelo propuesto determinan que es posible enlazar la producción cosecha y primera transformación dentro una cadena de generación de valor para la caña en el sector escogido.

En el año siguiente, Ahumada & Villalobos (2011) formulan la integración entre la producción y el manejo logístico de los cultivos de tomate y ají para exportar a desde México

a Norte América mediante un modelo de programación entera mixta, buscando maximizar los ingresos netos de las operaciones. El modelo propuesto tiene en cuenta variables de decisión y restricciones identificadas en investigaciones previas e incluyen el comportamiento del precio con incertidumbre, decremento de la capacidad productiva, costos de transporte e inventario (para el componente logístico) y las características perecederas de los productos.

Seguidamente, Rădulescu, Rădulescu, & Zbăganu (2012) presentan un modelo multiobjetivo para la planeación de la producción agrícola a partir de la aplicación de la teoría del portafolio. Para ello tienen cuenta riesgos climáticos, riesgos de Mercado y riesgos ambientales. Para realizar el estudio toman datos que incluyen: productividad de diferentes terrenos en múltiples productos, diversos tipos de suelo, la respuesta la productividad de cada suelo según los fertilizantes y pesticidas que se han aplicado, y diferentes estrategias o niveles de aplicación de los fertilizantes y pesticidas. Asimismo, incluyen penalidades monetarias cuando se sobrepasan esos niveles, es decir, tienen en cuenta normas ambientales. El problema de manera general busca la maximización del retorno esperado y la disminución del riesgo financiero; encontrando diversos escenarios de mínimo riesgo para rasgos ambientales permisibles y equivalentes. En el mismo años, Ahumada et al (Ahumada et al., 2012) formulan la integración entre la producción y el manejo logístico diversos vegetales y hortalizas comercializadas entre Estados Unidos y México y mejorando el modelo propuesto el año anterior.

En el año siguiente, Catalá, Durand, Blanco, & Alberto Bandoni (2013) formulan un modelo de programación entera mixta para la mezcla de productos con el fin de orientar la programación de la producción de peras y manzanas en Argentina, buscando maximizar el

ingreso recibido y considerando que el crecimiento y la producción de los árboles no es homogéneo en el tiempo. Debido a las características del ciclo de vida del cultivo, formulan un horizonte temporal de 20 años en que se proponen diversos escenarios de financiación a los cuales se le aplica un análisis de sensibilidad de las variables de decisión.

Por su parte, Bharati & Singh (2014) formulan un modelo de programación lineal de la producción agrícola a pequeña escala el cual contempla la generación de un portafolio de productos en el norte de Bihar, India; sin embargo, debido a las características inciertas de diversas variables se implementan números difusos intuitivos con el propósito de hacer más sensible y realista el modelo. El objetivo principal del algoritmo es la maximización de los ingresos por unidad de área teniendo en cuenta la demanda de mano de obra directa, la producción por lote, la inversión por lote y los ingresos netos estimados.

Seguidamente, Rocco & Morabito (2016) proponen un modelo matemático que integra la producción, cosecha, transformación y transporte del tomate en Brasil. Para ello formulan un modelo de programación lineal que minimiza los costos relacionados con el proceso productivo del producto agrícola, el problema de programación es solucionado mediante un método exacto y tiene en consideración parámetros como la capacidad y rendimiento productivo de los terrenos, capacidad de la planta, costos de transporte, y demandas internas (para la transformación y agregación de valor al tomate).

Un año después, Herrera-Cáceres, Pérez-Galarce, Álvarez-Miranda, & Candia-Véja (2017) trabajan sobre la producción y cosecha de Olivas en Chile. Para ello formulan un modelo de optimización entera mixta en el que tienen en consideración los diferentes periodos de planeación, así como los intervalos en los cuales se deben cosechar las Olivas,

considerando como variables decisión la cantidad de olivas a cultivar, si se cultiva o no cierta fruta en un lote terminado, el tiempo de la cosecha, la cantidad que se deja al final de un periodo para cosechar en el siguiente, y si se realiza respectivamente la cosecha. Una vez solucionado el problema, se determina la máxima cantidad de oliva cosechada en los diferentes lotes durante el horizonte de planeación.

Heurísticas creadas y aplicadas. Costa, dos Santos, Alem, & Santos (2010) proponen un modelo de optimización lineal para programar la producción agrícola en función de los periodos de cultivo, la rotación de diferentes vegetales que se agrupan en ciertas familias botánicas y su respectiva cosecha; generando una función que busca maximizar los ingresos derivados de la venta los productos. El modelo propuesto es evaluado en una región de Brasil y tiene en cuenta diversas características de los productos y su ciclo productivo con el fin de determinar tiempos de rotación, tiempo de mantenimiento de los terrenos, tiempo de alistamiento, entre otros. Una de las características principales del modelo propuesto es que no puede haber secuenciación de productos que pertenecen a la misma familia, lo cual garantizan mediante la implementación de ciertas restricciones. Para dar solución al problema, proponen la obtención de periodos de programación factibles a partir de una aproximación denominada generación de columnas y, a partir de la implementación de un caso de estudio validan la eficacia de su metodología.

Al año siguiente, dos Santos, Michelon, Arenales, & Santos (2011) desarrollan un modelo de programación lineal que tiene en cuenta la rotación de los productos a partir de la generación de familias y considerando restricciones de adyacencia, de manera tal que, en el transcurso del tiempo los productos no solamente deben rotar sino también debe considerarse restricciones de producción simultánea, modelo validado en una región de Brasil la cual

concentra su producción en vegetales y para lo cual utilizan la heurística de generación de columna, mejorando de esta forma un modelo previo.

Por su parte, Tan & Çömüden (2012) proponen un modelo que integra diferentes productores en distintos espacios físicos, en conjunto con los compradores del producto (integrando así la cadena agroalimentaria). Para ello considera comportamientos estocásticos en el precio y la demanda los productos, estructurando un modelo multiperiodo y multigranja, además, proponen un método de solución con el fin de determinar el máximo ingreso obtenido a partir de la integración de los diferentes elementos. El modelo es evaluado con los datos de cultivos de tomate fresco en Estados Unidos.

Años después, Alfandari, Plateau, & Schepler (2015) formulan un modelo matemático de optimización binaria con el cual buscan garantizar la rotación de cultivos en ciertas áreas cultivables. El modelo es validado con datos sintéticos y contrastado con una heurística denominada Restricted Master Heuristic (RMH). Los resultados indican la efectividad del método de solución Branch-Bound-Cut por encima de la heurística y el modelo de relajación lineal.

En el mismo año, Li, Rodriguez, Zhang, & Ma (2015) formulan un modelo de optimización multiobjetivo el cual busca maximizar los ingresos recibidos por los diferentes agricultores a pequeña escala y, a la par, disminuir las diferencias entre los ingresos recibidos por los cultivadores. Donde los ingresos dependen del precio de venta de los productos los cuales han rotado en diferentes áreas cultivables. Teniendo en cuenta lo anterior, el modelo escoge la mejor secuenciación de productos y asigna la siembra de la manera más equitativa con el fin de generar el mayor ingreso a todos los cultivadores de manera similar. La variable

de decisión utilizada es de carácter binario y se enfoca en si cada cultivador en un momento determinado cultiva un tipo específico de producto.

Por su parte, Lana M.R. Santos, Munari, Costa, & Santos (2015) abordan el APSP a partir de un modelo de programación entera, con éste relacionan los posibles lotes a cultivar y los respectivos tiempos en los que se puede cosechar un producto. Los autores resuelven el problema a partir de un método de relajación. El problema es solucionado por método exacto y contrastado con la metaheurística de generación de columna buscando minimizar el área requerida para cultivar generando el mayor beneficio. Las variables de decisión se enfocan en la asignación de cultivos a cosechar, área de los lotes a cultivar.

Años más tarde, You & Hsieh (2017) formulan un modelo de programación entera mixta para la maximización de ingresos enfocado a las necesidades de cultivadores de vegetales en Taiwan, considerando: familias de productos, rotación de familias con el fin de mitigar el desgaste de suelo, generación de *greenhouses* (invernaderos), costos generales de producción, mantenimiento y almacenamiento, ciclo de la producción, demanda estimada y otros parámetros mencionados en investigaciones previas. Debido a la demora computacional para la resolución del modelo, formulan a la par una heurística en dos fases, encontrando un gap del 18.57% de diferencia con el modelo exacto.

Programación por metas (difusa). Sharma, Jana, & Gaur (2007) proponen una optimización a una programación por metas de carácter difuso para lograr ubicar o seleccionar el mejor tipo de terreno con los propósitos de generar un plan de producción anual agrícola para diferentes tipos de producto buscando así mejorar los ingresos y una mayor o mejor utilización de los recursos (incluyendo maquinaria). El objeto principal es

transformar problemas de optimización lineal en problemas de tipo difuso los cuales atienden a diferentes objetivos como son mejorar el índice de producción, aumentar los ingresos netos, disminuir los requerimientos de mano de obra, disminuir los requerimientos de agua, mejorar la utilización de la maquinaria y contar con la disponibilidad de indicada los terrenos. A partir de la propuesta de trabajo logran generar un mejor caso o unos mejores resultados para una aplicación en India mejorando la producción de diversos cereales.

Posteriormente, Soltani, Karbasi, & Fahimifard(2011) formulan un modelo que tiene como objetivo mejorar la eficiencia de los recursos utilizados para la agricultura , por tanto buscan estudiar el patrón óptimo de cultivos en una región de Irán con el cual se espera maximizar la producción y el valor presente neto o ingresos de los proyectos a la par de minimizar la mano de obra, el uso de agua y la inversión en maquinaria. Para ello propone un modelo de programación por metas de carácter difuso y lo comparan con la programación por metas normal y la programación lineal. Los resultados obtenidos son evaluados para productos como maíz papá y demás encontrando que el modelo de programación por metas sugiere un total de área mayor al encontrado por los otros; los resultados de forma general indican que el patrón obtenido mediante la programación por metas difusa logra encontrar el mejor ingreso máximo de retornos.

Años más tarde, S.H. Mirkarimi, & R. Joolaie (2013) abordan el problema programación de la producción agrícola con rotación para múltiples productos en diferentes horizontes de tiempo a partir de una programación por metas difusa. Lo anterior con el fin de poder integrar diferentes objetivos como restricciones. De manera general buscan maximizar los ingresos percibidos a la par de incrementar un índice de auto sostenibilidad propuesto, teniendo en cuenta la relación entre lo que importan y lo que producen. Además, desarrollan tres

diferentes modelos de programación orientada a metas de tipo difuso teniendo en cuenta la priorización de los objetivos generales. Para ello tienen en cuenta como elementos para la toma de decisión parámetros de producción, importación, exportación, rendimiento de los terrenos, ingresos marginales por producción extra, parámetros a los cultivos, parámetros intrínsecos del terreno, entre otros.

Algoritmo multiobjetivo de evolución diferencial. J. A. Adeyemo & Otieno (2009) proponen un modelo multiobjetivo teniendo en cuenta las características y requerimientos de una población de agricultores en Sudáfrica, quienes carecen de fuentes hídricas para su cultivo. Los autores proponen solucionar el problema multiobjetivo a partir de un algoritmo de evolución diferencial el cual es aplicada cuatro diferentes productos buscando tres objetivos: maximizar los ingresos netos, maximizar el área plantada y, minimizar el consumo de agua. Teniendo en cuenta los resultados aplicados en un caso de estudio en la región logran determinar el proceso productivo con menos consumo de agua y mayor ingreso por la venta los productos. El modelo tiene en cuenta: número de cultivos, ingreso total esperado, requerimientos de agua (tanto por unidad como por cultivo), costos debido a cambios climáticos (temporadas de sequía o de gran calor) entre otras variables.

Posteriormente, J. Adeyemo, Bux, & Otieno (2010) retoman el modelo postulado anteriormente y proponen un modelo multiobjetivo con el fin de maximizar los ingresos netos, disminuir el consumo de agua y maximizar la utilización del terreno; solucionando el problema mediante la aplicación del algoritmo de evolución , los resultados finales indican que a partir de esta metodología se logran mejores valores en la función objetivo a un menor costo computacional.

Optimización multiobjetivo (difusa). Para el caso de la optimización multiobjetivo de carácter difuso, Mohaddes & Ghazali Mhayidin (2008) Proponen de manera estratégica y enfocados a gran escala la planeación de la producción agrícola con el propósito de mejorar la sustentabilidad en regiones agrícolas de India. Los autores buscan satisfacer los siguientes objetivos: maximizar ingresos, maximizar la contratación de empleados y minimizar la erosión; teniendo en cuenta restricciones como: disponibilidad de suelo y sus características, requisitos mínimos de área para cultivar, disponibilidad de agua, entre otros. Generando un modelo con 88 restricciones el cual es validado mediante una planeación de 2 años y considera productos como alfalfa, uvas, orquídeas, papa, arroz, remolacha y diversos vegetales; a partir de la propuesta realizada logran encontrar un estimado de incremento del 21% respecto a los beneficios de trabajar con el modelo matemático con el que están desarrollando actualmente en la región

Al año siguiente, Kakhki, Sahnoushi, & Abadi (2009) buscan determinar el patrón óptimo de cultivos con el fin de reducir impactos o daños ambientales, lo anterior es visualizado a través de la función objetivo la cual busca maximizar ingresos, minimizar consumo de agua y minimizar consumos fertilizantes. Para ello trabajan mediante programación basada en metas de carácter difuso y evalúan el modelo teniendo en cuenta diversos productos agrícolas como: algodón, melón, y remolacha, entre otros. A partir de la propuesta logran desarrollar mejores resultados en cuanto las diferentes funciones de restricción y funciones objetivos principalmente con la remolacha.

Otros. Detlefsen & Jensen (2007) proponen Buscar la mejor combinación y rotación de productos en un área determinada con el fin de maximizar los ingresos teniendo en cuenta los sobrecostos derivados de la producción intensiva. Durante la investigación formulan un

modelo de optimización lineal soportado en redes de flujo con el que analizan características o requerimientos intrínsecos a cada tipo de producto a cultivar. La meta principal de la investigación es lograr modelar la rotación a partir de flujo de redes con el fin de facilitar la representación del problema y soportar la decisión mediante optimización lineal.

El mismo año, Grunow, Günther, & Westinner (2007) afrontan un problema productivo debido a las características del proceso del azúcar en Venezuela, ya que, si bien la producción se mantiene a una tasa constante, la demanda no, lo cual genera problemas de sobrecostos derivados del almacenamiento de grandes volúmenes de inventario, por tanto, los autores proponen un modelo jerárquico descompuesto en el cual abordan diferentes objetivos de minimización de costos enfocados a una etapa diferente de la cadena productiva: producción, cosecha, transformación y distribución. Los modelos formulados son resueltos mediante métodos exactos, logrando así determinar las áreas que deben ser cultivadas, la rotación de los cultivos y los descansos de lotes. Las principales variables de decisión son de carácter binaria indicando si se toma una decisión de cultivar en un lote específico, en un momento determinado, teniendo en cuenta los periodos de cosecha y distribución.

Seguidamente, Sarker & Ray (2009) abordan APSP a partir del desarrollo de un problema de optimización multiobjetivo con solución basada en algoritmos evolutivos. Para ello generan aproximaciones considerando el método de épsilon restricciones, NSGAI y un modelo restringido multiobjetivo propuesto denominado MCA. El primer objetivo es maximizar los márgenes de ingreso de la producción agrícola y el segundo objetivo es minimizar la inversión de capital, teniendo en cuenta como variables de decisión el área destinada de tierra a cultivar cada producto en cada combinación respectiva según el terreno, y la cantidad de producto que debe ser importado (materia prima). Como resultados

principales logran generar una diversidad en parámetros poblacionales del método de solución lo cual genera una mejor convergencia en los algoritmos de optimización multiobjetivo.

Por su parte, L. Alfandari, Lemalade, Nagih, & Plateau (2009) proponen unos objetivos alternativos para la selección de productos y su respectiva rotación, enfocados en la maximización del uso del suelo con el fin de evitar deforestaciones y repercusiones negativas derivadas de la mala administración del suelo. Para ello proponen un modelo de flujo basado en programación entera mixta que tiene en cuenta la selección de los lotes y unos parámetros máximos y mínimos que debe adoptar la función objetivo con el fin de generar un desarrollo computacional. La principal conclusión es que se pueden generar beneficios en cuanto a la planeación a largo plazo con el fin de desarrollar una producción sustentable y, además, logran validar el modelo teórico a partir de una experimentación con datos reales.

Durante el mismo periodo, Piewthongngam, Pathumnakul, & Setthanan (2009) proponen un modelo de optimización con el fin de maximizar la producción de azúcar en Tailandia. Para ello generan un modelo matemático que considera los periodos de cultivo en los diferentes terrenos teniendo como variables la cantidad o extensión de área donde se va a sembrar la caña de azúcar, fechas y estimaciones de cuánto se debe plantar en cada área; restricciones de capacidad de arado, siembra y número de fechas en las cuales es posible cultivar (así como las regiones donde es factible que crezca la caña y el número de predios que intervendrán el macro proyecto). Una vez desarrollado el modelo matemático se genera un modelo computacional apoyado en simulación con el propósito de determinar los periodos indicados para cultivar los productos. A partir del contraste con otros datos del sector productivo se estima un incremento productivo del 23%.

Años más tarde, Ke, Guo, Niu, & Huang (2014) proponen un modelo inexacto de programación multi-restricción bajo incertidumbre, incorporando un algoritmo de planeación de la producción en el marco de optimización de la producción de cultivos bajo el sistema de cultivo colaborativo multi-planta. Teniendo como variables de decisión: número de órdenes de producción, incorporación de nuevas plantas, condiciones climáticas, capacidad de la planta, costos generales, penalizaciones por retrasos y órdenes rechazadas, a la par de variables relacionadas con el cultivo y variables de geolocalización (entre otras), con el objetivo de maximizar la ganancia de la cadena productiva.

En el mismo periodo, Luo & Zhang (2014) formulan un modelo para planear la producción de tomate en la cadena productiva de las salsas de en Xinjiang en China, el cual es de carácter no lineal y lo resuelven mediante un híbrido de la optimización basada en bio-geografía. Para tal fin transforman el problema en un ejercicio de optimización combinatoria buscando el equilibrio entre la producción bruta del vegetal y la capacidad de la fábrica. Los objetivos combinados de la investigación son minimizar el desperdicio de tomate a la par de maximizar la eficiencia productiva de la fábrica, teniendo en cuenta variables de decisión descritas previamente en otros modelos.

Tiempo después, Amini (2015) formula una optimización multiobjetivo con las metas de maximizar el área cultivada, maximizar el retorno esperado y maximizar las oportunidades laborales (uso de mano de obra), a la par de considerar como restricciones variables asociadas a las características del terreno, la inversión del proyecto, el recurso hídrico mensual, la fuerza laboral, variables imprecisas de disponibilidad de terrenos, rotación de cultivos y mínima producción como objetivos difusos (*fuzzy goals*), lo cual genera un total de 28 objetivos generales. La complejidad computacional para la solución del modelo yace en la

cantidad de restricciones (recursos). El modelo propuesto es validado con productos como: trigo, cebada, arroz, maíz, alfalfa, remolacha dulce, papa y cebollas.

Consecutivamente, Romulo, Paulo, Helenice, Dylan, & Jonis (2016) como apoyo a la industria azucarera de Brasil formula un modelo de optimización binaria no lineal que combina la planeación y cosecha de la caña de azúcar en una extensión de 183.12 hectáreas y teniendo en cuenta consideraciones de madurez (modeladas como variables aleatorias). El objetivo del trabajo del trabajo es la maximización del volumen de producción y como elementos generadores de costos se encuentran aquellos relacionados con la producción general, irrigación, uso de pesticidas, cosecha, transporte y demás. Para dar solución a la función, formula la aplicación de algoritmos genéticos decantando en una sobre estimación de producción agrícola. En el mismo año, Ridier, Chaib, & Roussy (2016) proponen un modelo teórico de programación estocástica discreta, el cual tiene en cuenta dos diversos periodos de rotación (periodo corto y largo respectivamente) y consideran actividades como: desyerbo, fertilización, aplicación de fungicidas y cosecha (entre otros) Tomando como variable de decisión el área a cultivar de cada producto y como horizonte de planeación 3 años. El objetivo de la función es maximizar el valor esperado de la utilidad neta Por último, Filippi, Mansini, & Stevanato (2017) proponen dos modelos para el APSP. El primero un modelo de programación lineal entera mixta y el segundo un modelo de simulación basado en un modelo condicional de riesgo. Dichos modelos son aplicados a los cultivos de cereales y gramíneas en Italia, buscando maximizar los ingresos percibidos por la producción, mantenimiento, cosecha y venta de los productos; dividiendo las etapas del modelo en nueve decisiones o actividades (siembra, fertilización, etc.); encontrando que el modelo CVaR

(simulación) genera ventajas frente a la programación lineal teniendo en cuenta el espectro de escenarios que genera.

Tipo de Producto. Para el análisis del tipo de producto se formulan cuatro (4) grupos base y dos (2) grupos auxiliares; donde Cereales o gramíneas incluye leguminosas secas, cereales y caña de azúcar, Flores abarca toda la variedad sin importar otras características, Frutas engloba tanto cultivos de alta rotación como los Arándanos y frutas de largo plazo como en el caso de las Manzanas, Vegetales incluye hortalizas, tubérculos de alta rotación (como zanahoria). Las categorías auxiliares son Mixto (cuando se mezclan las anteriores nombradas) y No aplica, referente a estudios de producción no aplicada como análisis teóricos de modelos. Entre las categorías más estudiadas se encuentran los vegetales (relacionado con cultivos que incluyen rotación de productos) seguido de gramíneas o cereales, incluyendo soya, maíz y caña de azúcar (principalmente), el resumen se registra en la Figura 6.

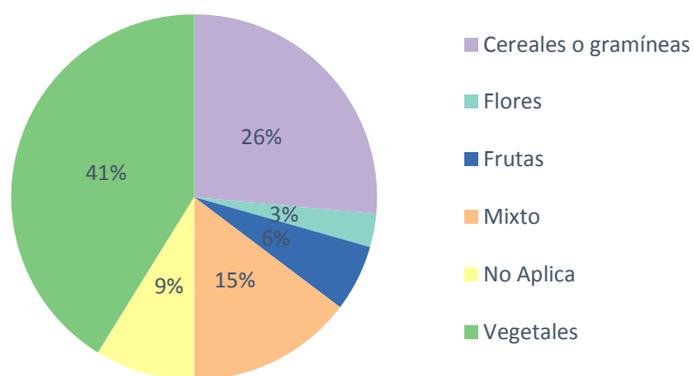


Figura 6 Distribución de tipos de productos cultivados

Escala del producto. El APSP ha sido estudiado de manera diferente de acuerdo a ciertas variables de decisión o características propias como: extensión de los lotes, diversificación

de la producción, disminución de los riesgos, etc. Dichas características se relacionan con la extensión del cultivo configurando dos categorías: la primera, denominada Gran escala, correspondiendo generalmente a un monocultivo, y es aquella en cual el modelo productivo suele enfocarse en un único productor con grandes extensiones o cuando existe la agregación de diversos pequeños agricultores quienes ya tienen definido un cultivo (o grupo reducido de productos a cultivar). La segunda categoría relacionada con la extensión es Pequeña escala, ésta es más recurrente en los modelos de producción de policultivos. La primera categoría suele estar relacionada con la agroindustria, mientras la segunda se enfoca más a problemas de pequeños productores agrícolas como la rotación para la disminución de riesgos financieros, aumento de la diversidad de productos, minimización de desgaste del terreno y demás. El resumen porcentual de los trabajos encontrados se registra en la Figura 7, en donde la categoría No aplica está relacionada con los documentos teóricos y, por ende, no aplicados en el sector real.

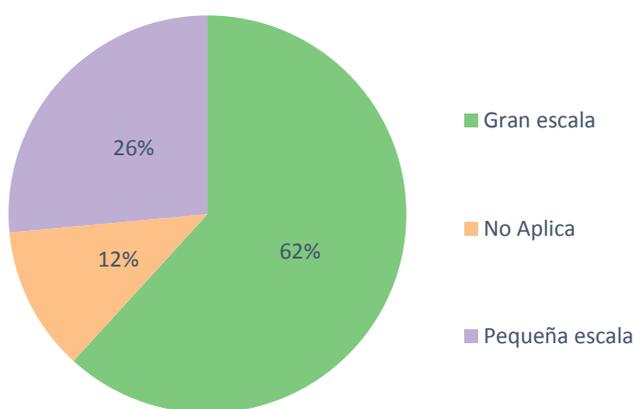


Figura 7 Distribución de escala del producto cultivado

Diversificación. Durante el presente trabajo de revisión, se formulan tres categorías relacionadas con cuán diverso es el producto a cultivar, asignando Monocultivo a los

proyectos enfocados a un único producto, Policultivos cuando existen al menos dos y No aplica cuando se desarrollan estudios teóricos de comparación. La distribución se consigna en la Figura 8. Evidenciando que existe una tendencia a generar estudios enfocados a monocultivos, donde estos se pueden relacionar con el desarrollo de agroindustria y sistemas productivos extensivos, mientras que los policultivos suelen ser abordados en el marco de seguridad alimentaria, mitigación de impacto ambiental, disminución de riesgos y categorías afines.

Localización. Teniendo en cuenta que uno de los objetivos de la presente investigación es la identificación de diversos métodos de optimización utilizados para solucionar el APSP, documentando casos aplicados, se encuentra que de los 34 trabajos consultados durante el periodo comprendido entre 2007 a 2017, 4 son teóricos y, por ende no se consignan en la Figura 9. En ésta se registra en escala de color la cantidad de documentos encontrados por país.

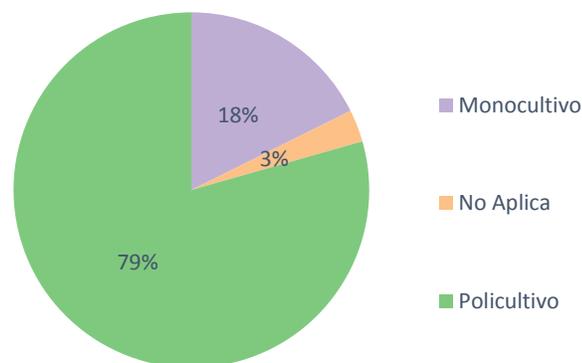


Figura 8 Distribución la diversificación de cultivos

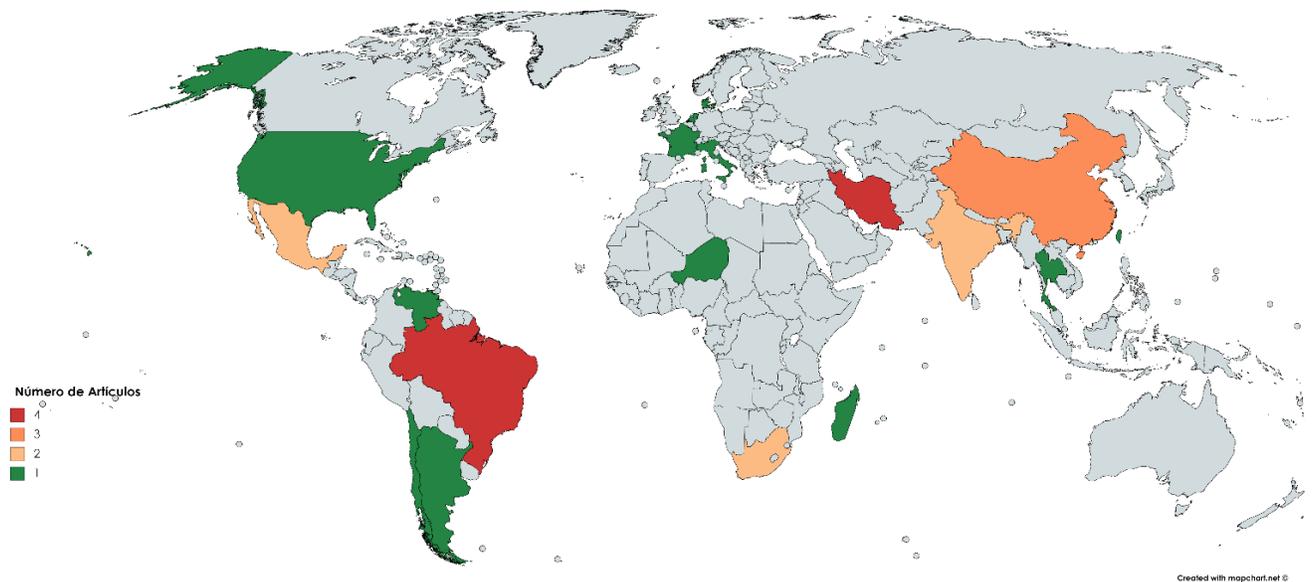


Figura 9 Distribución geográfica de los productos cultivados

Tabla 1.

Síntesis de literatura sobre el problema de programación de la producción agrícola

Año	Autor	Título	Problema	Solución óptima	Modelo Matemático	Solución Aproximada	Escala	Productos	Locación	Variedad
2007	Berentsen	Conversion to organic arable farming in The Netherlands: A dynamic linear programming analysis	P	Sí	LPM/DP	No	Pequeña	Vegetales	Holanda	Policultivo
2007	Detlefsen	Modelling optimal crop sequences using network flows	P	Sí	LPM	NFM	Gran	Vegetales	Dinamarca	Policultivo
2007	Grunow	Supply optimization for the production of raw sugar	P&D	Sí	MILP	HD	Gran	Cereales o gramíneas	Venezuela	Monocultivo
2007	Sharma	Fuzzy goal programming for agricultural land allocation problems	L	Sí	GP	FGP	Gran	Cereales o gramíneas	India	Policultivo

2008	Mohaddes	Application of the Fuzzy Approach for Agricultural Production Planning in a Watershed, a Case Study of the Atrak Watershed, Iran	P	Sí	MOO	FMOO	Gran	Mixto	Irán	Policultivo
2009	Sarker	An improved evolutionary algorithm for solving multi-objective crop planning models	P	Sí	MOO	MCA	No Aplica	No Aplica	No Aplica	Policultivo
2009	Adeyemo	Optimum Crop Planning using Multi-Objective Differential Evolution Algorithm	P	Sí	MOO	DEA	Gran	Cereales o gramíneas	Sudáfrica	Policultivo
2009	Alfandari	A MIP flow model for crop-rotation planning in a context of forest sustainable development	P	Sí	MILP	MILP	Gran	No Aplica	Madagascar	No Aplica
2009	Kakhki	The Determination of Optimal Crop Pattern with Aim of Reduction in Hazards of Environmental	P	Sí	MILP	FMOO	No Aplica	Mixto	No Aplica	Policultivo
2009	Piewthon-gngam	Application of crop growth simulation and mathematical modeling to supply chain management in the Thai sugar industry	P&C	Sí	LPM	S	Gran	Cereales o gramíneas	Tailandia	Monocultivo
2010	Adeyemo	Differential evolution algorithm for crop planning: Single and multi-objective optimization model	P	Sí	MOO	DEA	Gran	Cereales o gramíneas	Sudáfrica	Policultivo
2010	dos Santos	Sustainable vegetable crop supply problem	P&C	Sí	LPM	H	Pequeña	Vegetales	Brasil	Policultivo
2010	Scarpari	Optimized agricultural planning of sugarcane using linear programming	P&C	Sí	LPM	No	Gran	Cereales o gramíneas	Brasil	Monocultivo
2011	Ahumada	A tactical model for planning the production and distribution of fresh produce	P&D	Sí	MILP	No	Gran	Vegetales	México	Policultivo
2011	dos Santos	Crop rotation scheduling with adjacency constraints	P&C	Sí	LPM	H	Pequeña	Vegetales	Brasil	Policultivo

2011	Radulescu	A portfolio theory approach to crop planning under environmental constraints	P	Sí	MOO	No	No Aplica	Mixto	No Aplica	Policultivo
2011	Soltani	Determining optimum cropping pattern using Fuzzy Goal Programming (FGP) model	P	Sí	GP	FGP	Gran	Vegetales	Irán	Policultivo
2012	Ahumada	Tactical planning of the production and distribution of fresh agricultural products under uncertainty	P&D	Sí	MILP	No	Gran	Vegetales	México	Policultivo
2012	Tan	Agricultural planning of annual plants under demand, maturation, harvest, and yield risk	P&D	Sí	NLP	H	Gran	Vegetales	USA	Policultivo
2013	Catalá	Mathematical model for strategic planning optimization in the pome fruit industry	P	Sí	MILP	No	Gran	Frutas	Argentina	Policultivo
2013	Mirkarimi	Application of Fuzzy Goal Programming in Cropping Pattern Management of Selected Crops in Mazandaran Province (Case Study Amol Township)	P&C	Sí	GP	FGP	Gran	Vegetales	Irán	Policultivo
2014	Bharati	Intuitionistic Fuzzy Optimization Technique in Agricultural Production Planning: A Small Farm Holder Perspective	P	Sí	LPM	No	Pequeña	Cereales o gramíneas	India	Policultivo
2014	Ke	Optimized production planning model for a multi-plant cultivation system under uncertainty	P	No	MILP	RRS	Gran	Flores	China	Policultivo
2014	Luo	Hybrid Biogeography-Based Optimization for Solving Tomato Planting Planning	P&D	Sí	NLP	BBO	Gran	Vegetales	China	Monocultivo
2015	Amini	Application of Fuzzy Multi-Objective Programming in Optimization of Crop Production Planning	P	No	GP	GP	Gran	Mixto	Irán	Policultivo
2015	Alfandari	A branch-and-price-and-cut approach for sustainable crop rotation planning	P	Sí	MILP	H	No Aplica	No Aplica	No Aplica	Policultivo

2015	Li	Crop rotation model for contract farming with P constraints on similar profits		Sí	MOO	H	Pequeña	Vegetales	China	Policultivo
2015	Santos	Abranch-price-and-cut method for the vegetable crop rotation scheduling problem with minimal plot sizes	P&C	Sí	MILP	H	Pequeña	Vegetales	Brasil	Policultivo
2016	Pimentel	An optimization model for the combined planning and harvesting of sugarcane with maturity considerations	P&C	Sí	MOO	GA	Gran	Cereales o gramíneas	Brasil	Policultivo
2016	Ridier	A Dynamic Stochastic Programming model of crop rotation choice to test the adoption of long rotation under price and production risks	P&C	No	DP	S	Pequeña	Mixto	Francia	Policultivo
2016	Rocco	Production and logistics planning in the tomato processing industry: A conceptual scheme and mathematical model	P&C	Sí	LPM	No	Gran	Vegetales	Brasil	Monocultivo
2017	Peng-Sheng	A computational approach for crop production of organic vegetables	P&C	Sí	MILP	H	Pequeña	Vegetales	Taiwan	Policultivo
2017	Filipi	Mixed Integer Linear Programming models for optimal crop selection	P&C	No	MILP	S	Pequeña	Cereales o gramíneas	Italia	Policultivo
2017	Herrera-Cáceres	Optimization of the harvest planning in the olive oil production: A case study in Chile	P&C	Sí	MILP	No	Gran	Frutas	Chile	Monocultivo

NFM: Network Flow Model (Modelo de flujo de redes), **HD:** Hierarchy decomposition (descomposición jerárquica), **GP:** Goal Programming (Programación por metas), **FGP:** Fuzzy Goal Programming (Programación por metas difusa), **MOO:** Multi-Objective Optimization (Optimización Multiobjetivo), **FMOO:** Fuzzy Multi Objective Optimization (Optimización multiobjetivo difusa), **MCA:** Multiobjective Constraint Algorithm (Modelo restringido multiobjetivo), **DEA:** Differential Evolution Algorithm (Algoritmo de evolución diferencial), **LPM:** Linear Programming Problem (Programación Lineal) **MILP:** Mixed Integer Linear Programming (Programación entera mixta), **DP:** Dynamic Programming (Programación Dinámica) **S:** Simulation (Simulación), **GA:** Genetic Algorithm (Algoritmo Genético), **H:** Heuristic (Heurística), **RSS:** Route reconnection-solving (Ruta de reconexión de soluciones), **BBO:** BioGeographic based Optimization (Optimización basada en biogeografía), **GP:** Goal Programming (Programación por metas), **P:** Producción, **P&C:** Producción y Cosecha, **P&D:** Producción y Distribución, **L:** Localización

Discusión y Conclusiones de la revisión. A partir de la revisión realizada se identifica un cambio en la formulación de modelos matemáticos para la planeación, programación y secuenciación de la producción agrícola. En sus inicios el APSP se utilizaba para modelar principalmente a la disminución de costos relacionados con la aplicación de fertilizantes, plaguicidas, riego y demás; lo anterior debido a que ya existían modelos productivos (generalmente monocultivos a gran escala) y las decisiones se enfocaban en el mejoramiento de los procesos y no en definir qué y cómo producir.

Actualmente, los modelos de producción agrícola se enfocan en buscar diversos objetivos relacionados con el impacto ambiental como: disminución del uso de plaguicidas, mejor manejo de recursos hídricos, disminución del desgaste de suelo, aumento de la diversidad de productos agrícolas disponibles para consumo, la integración de eslabones en la cadena productiva, (entre otros). Por tanto, los modelos productivos se enfocaron en plantación, cosecha y transformación de múltiples productos agrícolas, ya que esta política productiva aumenta la gobernabilidad y resiliencia alimentaria, a la par de acercar los consumidores a los productores (Toth et al., 2016).

Teniendo en cuenta los modelos contemporáneos de producción agrícola (aquellos que implican la selección de productos a cultivar) anteriormente descritos, los modelos matemáticos para representar la solución al problema de toma de decisiones evolucionaron siendo éstos cada vez más robustos. Lo anterior derivado de la inclusión cada vez mayor de restricciones que garanticen usos eficientes de los recursos, permitan la correcta rotación de productos, eviten la contaminación cruzada mediante restricciones de adyacencia, a la par de buscar solucionar múltiples metas (generalmente modelos multiobjetivos o de programación por metas) como:

maximización de ingresos, disminución de costos, aumento de la equidad, disminución del impacto ambiental, disminución de riesgos financieros, (entre otros).

En síntesis, la incorporación de diversas restricciones y objetivos en el APSP para representar más detalladamente los modelos productivos agrícolas ha implicado la necesidad de incluir métodos alternativos de solución no exacta debido a la complejidad computacional que requiere la solución (Normalmente problemas de complejidad NP-Hard); entre las recomendaciones de diversos autores están la selección o estimación detallada de parámetros (como el pronóstico de precios o el rendimiento agrícola en kilogramos pro unidad de área) ya que tienen un impacto significativo en las funciones objetivo o en los resultados obtenidos con el modelo matemático, además, se encuentra una estrecha relación entre las estructuras productivas a pequeña escala, éstas suelen enfocarse en la siembra de múltiples productos lo que conlleva a incorporar restricciones de rotación, agrupamiento por familias, etc. En conclusión, la estructura productiva agrícola actual en conjunto con los modelos matemáticos propuestos y las características propias de cada región (como cultivos, eslabones de la cadena agroalimentaria, etc.), hacen del APSP un tema actual de investigación.

7 Definición del problema y recolección de datos

7.1 Descripción del problema

Un tomador de decisiones (TD) desea sembrar y cosechar en un área determinada una cantidad diversa de productos agrícolas. Para ello, a medida que pasa el tiempo debe seleccionar diferentes sub áreas denominadas “Lotes” en las cuales siembra de manera consecutiva productos agrícolas pertenecientes distintas familias botánicas ya definidas (la familia se

caracteriza por ser similar respecto al impacto sobre el suelo). En cada Lote, el TD debe establecer la porción de área a sembrar donde una vez recogido el producto, éste se pueda comercializar a un precio de venta esperado. Posterior a ello, el Lote es despejado para la siembra del siguiente cultivo. (Figura 10)

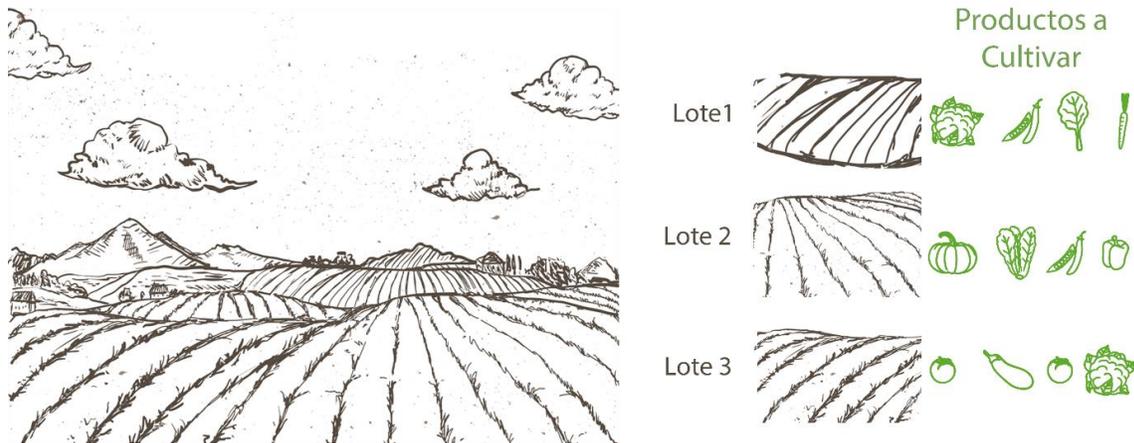


Figura 10 Representación gráfica de la generación de portafolios de cultivos agrícolas y su secuencia

Los objetivos del TD al finalizar el horizonte de planeación son obtener el máximo ingreso derivado de la venta de los cultivos y que el portafolio de productos vendidos presente el menor riesgo financiero posible. Lo anterior teniendo en cuenta que el precio de cada uno de los productos agrícolas puede cambiar en el tiempo, así mismo, el TD debe tener en cuenta la demanda, pues no dispone de la infraestructura para almacenar ni transformar los productos cosechados y, por tanto, si produce por encima de lo demandado no podrá venderlo.

Por otra parte, la siembra de los cultivos debe organizarse de tal manera que se evite el desgaste del terreno derivado de la siembra intensiva de monocultivos o productos que pertenezcan a la misma familia botánica. Para ello, el TD debe afrontar dos tipos de decisiones:

- 1) Nunca sembrar de manera consecutiva en el mismo Lote productos que pertenezcan a la

misma familia botánica; 2) Esperar el suficiente tiempo para que el terreno descanse y pueda cultivar otro producto perteneciente a la misma familia botánica que su predecesor (para este caso, al menos una unidad de tiempo). Además, el TD sólo puede cultivar un producto por vez en cada lote, es decir, si bien un lote puede ser cultivado parcialmente, no cultivará otro producto en el área restante ni entre el producto ya sembrado.

Supuestos

- Es posible cultivar cualquier producto en cualquier Lote del proyecto.
- Todos los productos se consideran transitorios.
- Es posible cultivar una extensión inferior al tamaño de cada Lote o no cultivar un Lote.
- Sólo se puede cultivar en un mismo lote un único producto por vez.
- Una vez recogido el producto, éste es vendido en su totalidad y no puede mantenerse en inventario para venderlo en un periodo posterior.
- La demanda estimada de cada producto es conocida y no varía en el tiempo, además, esta demanda está en función de grupos comercializados en las centrales de abastos: 1) Frutas, 2) Verduras y Hortalizas, 3) Tubérculos, raíces y plátanos, 4) Otros grupos, lo cual conforma el conjunto G_v .
- La demanda de productos no se ve afectada por factores externos durante el horizonte de planeación, elementos como: cambios políticos, aperturas económicas, cambios climáticos extremos, etc.
- El precio estimado de cada producto es conocido y puede variar en el tiempo.

- La relación entre la variación de los rendimientos de los precios de venta de los productos es lineal y se mantiene en el tiempo, por tanto, durante el horizonte de planeación la matriz de varianza-covarianza de los rendimientos es constante.
- El precio de venta de productos no se ve afectado por factores externos durante el horizonte de planeación, elementos como: cambios políticos, aperturas económicas, cambio climático extremo, etc.
- Los productos se pueden consolidar en grupos denominados familias botánicas, las cuales representan una afinidad en cuantos requerimientos productivos y, por tanto, generan un impacto similar en el uso del suelo. Las familias botánicas son conocidas y no cambian en el tiempo.
- La duración de los periodos de reposo y mantenimiento de lotes se conocen y no varían en el tiempo ni según el producto cultivado o a cultivar.
- La duración del periodo de mantenimiento y del periodo de reposo del Lote es la misma para todos los productos y lotes, además, tiene una duración de un periodo.
- El rendimiento de cada producto agrícola (kilogramos por metro cuadrado cultivado) se conoce, y puede variar según el lote, pero no varía en el tiempo.
- Se conoce el tiempo mínimo n_1^k y el tiempo máximo n_2^k que se demora cada producto para ser recogido una vez se ha sembrado y esta duración no cambia con el tiempo, se trabajará con el tiempo promedio de madurez n_i dado en semanas y no permite tiempos parciales.
- Siempre se recoge el producto k en el instante re al finalizar el periodo de madurez
- Una vez finalizado el periodo de madurez en su instante más temprano, se recoge el total del producto y se asume la venta del mismo.

Parámetros conocidos

- Cantidad de los lotes.
- Tamaño de los lotes.
- Precio de cada producto en el periodo.
- Demanda de cada familia de productos en el periodo y a cuál conjunto pertenece cada producto.
- Número de periodos promedio que se demora el producto en estar listo para ser cosechado (periodos de madurez).
- Los periodos en los cuales pueden sembrarse los productos.
- La cantidad de productos a cultivar.
- La familia botánica a la que pertenecen los productos.
- Número de periodos del proyecto.
 - Rendimiento de cada producto agrícola por lote.

7.2 Recolección de datos

Lotes. A partir de la información encontrada en la base de datos S06A(Cultivos) del 3er Censo Nacional Agropecuario (Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2015a), se seleccionan los predios ubicados en la provincia de Guantáná⁶ (17 municipios), se filtran los predios que tienen una producción tipo monocultivo con el fin de evitar doble conteo de predios sembrados. Para este caso, se encuentra que el 99.78% de los predios presentaron

⁶ Actualmente el grupo adelanta un proyecto de investigación en la región.

una siembra tipo monocultivo, lo cual corresponde a un total de 14764 Lotes. De dichos lotes son seleccionados aquellos que tienen un área menor o igual a 5 hectáreas y han presentado cultivos al aire libre (es decir, sin incluir cultivos hidropónicos ni invernaderos) con un rendimiento histórico documentado (cantidad de kilos de producto por unidad de área), para un total de 7039 lotes.

Productos. A partir de la información encontrada en la base de datos S06A(Cultivos), en contraste con el precio histórico de venta reportado en el portal SIPSA y la información obtenida en fuentes secundarias, se propone trabajar con 21 productos. Para cada producto se revisa en fuentes secundarias se determina el periodo de madurez desde que es sembrado hasta que es recogido, se realiza una categorización teniendo en cuenta la clasificación del Tercer Censo Nacional Agropecuario y a partir de las fechas de siembras registradas en el S06A(Cultivos) se estiman los periodos tempranos y tardíos de siembra (Figura 12 indica los meses históricos en los que se ha sembrado cada producto y se tomará como referencia para la restricción de cosecha basada en instante de siembra). La información obtenida se registra en la Tabla 2. Donde el Maíz y Cebada se nombran como Cuchuco de maíz y Cuchuco de cebada (nombre de la variable de precio consultada).

Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
TIPO_REG	Númerico	8	0	Tipo region	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
PAIS	Númerico	8	0	Pais	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_DEPTO	Númerico	8	0	P_DEPTO	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_MUNIC	Númerico	8	0	P_MUNIC	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Escala	Entrada
UC_UO	Cadena	24	0	Unidad de Cobertura y Unidad de o...	Ninguna	Ninguna	8	Izquierda	Nominal	Entrada
ENCUESTA	Cadena	27	0	ENCUESTA	Ninguna	Ninguna	9	Izquierda	Nominal	Entrada
COD_VERE...	Cadena	24	0	COD_VEREDA	Ninguna	Ninguna	8	Izquierda	Nominal	Entrada
P_S6P45B	Númerico	8	0	Número de orden del lote (chagra ...	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P45A	Númerico	8	0	El cultivo que va a registrar es:	{1, Cultivo p...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P46	Cadena	33	0	¿Cuál cultivo o plantación forestal t...	Ninguna	Ninguna	11	Izquierda	Nominal	Entrada
P_S6P47A	Númerico	8	0	¿En qué mes se sembró o plantó ...	{1, Enero}...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P47B	Númerico	8	0	¿En qué año se sembró o plantó e...	{2013, Año ...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P48	Númerico	8	0	El cultivo o plantación está:	{1, Solo}...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P49	Númerico	8	0	¿Qué cantidad de plantas sembró ...	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P50	Númerico	8	0	El tipo de semilla que utilizó fue:	{1, Certifica...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P51_S...	Númerico	8	0	El cultivo se encuentra:Bajo Cubierta	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P51_S...	Númerico	8	0	El cultivo se encuentra:Cielo abiert...	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P51_S...	Númerico	8	0	El cultivo se encuentra:En hidroponía	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P53	Númerico	8	0	La finalidad de la plantación es:	{1, Protecto...	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P57A	Númerico	8	0	Cantidad obtenida	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P59_U...	Númerico	8	2	Rendimiento (Ton/ Ha)	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
P_S6P60	Númerico	8	0	Durante el 2013; el principal fenó...	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
AREA_SE...	Númerico	8	2	AREA_SEMBRADA	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
AREA_COS...	Númerico	8	0	AREA_COSECHADA	Ninguna	Ninguna	8	Derecha	Nominal	Entrada
rendimiento	Númerico	8	2	Rendimiento (Kg/m2)	Ninguna	Ninguna	13	Derecha	Escala	Entrada

Figura 11 Vista de variables del documento S06A (Cultivos) del Tercer Censo Nacional Agropecuario

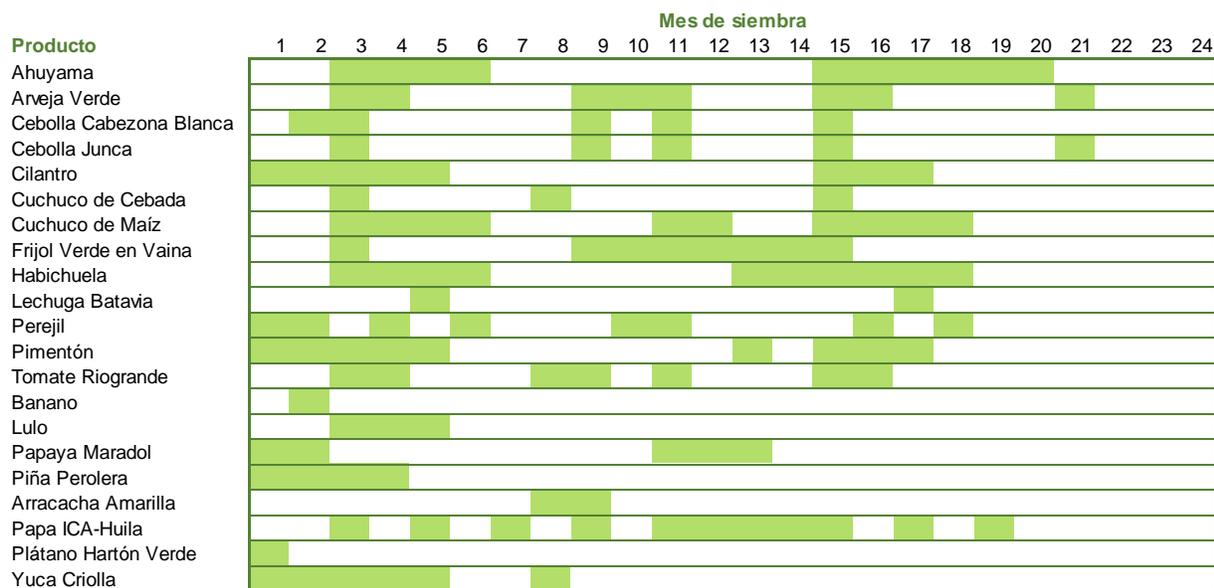


Figura 12 Meses aptos para la siembra según datos históricos

Tabla 2

Caracterización de los tiempos de producción

	Nombre	Tiempo de madurez en semanas			Familia Botánica	Grupo de venta	Fuente
		Mínimo	Máximo	Promedio			
1	Ahuyama	14.0	15.0	14.5	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
2	Arveja Verde	10.0	16.0	13.0	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
3	Cebolla Cabezona Blanca	20.0	20.0	20.0	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
4	Cebolla Junca	10.0	11.0	10.5	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
5	Cilantro	8.0	9.0	8.5	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
6	Cuchuco de Cebada	8.6	10.0	9.3	G	OG	(Heirloom Organics, 2017)
7	Cuchuco de Maíz	10.0	12.0	11.0	C	OG	(abcAgro, 2017)
8	Frijol Verde en Vaina	12.9	17.1	15.0	H	V&H	(United States Agency International Development USAID, 2013)
9	Habichuela	10.0	17.1	13.6	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
10	Lechuga Batavia	8.6	9.3	8.9	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
11	Perejil	12.0	14.0	13.0	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
12	Pimentón	4.0	5.0	4.5	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
13	Tomate Riogrande	14.3	21.4	17.9	H	V&H	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2014)
14	Banano	40.0	72.0	56.0	F	F	(Infoagro, 2017e)
15	Lulo	52.5	56.0	54.3	F	F	(Universidad de Antioquia, 2017)
16	Papaya Maradol	40.0	48.0	44.0	F	F	(Infoagro, 2017a)
17	Piña Perolera	60.0	96.0	78.0	F	F	(Infoagro, 2017c)
18	Arracacha Amarilla	32.0	72.0	52.0	T	TR&P	(Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2015b)
19	Papa ICA-Huila	17.1	21.4	19.3	T	TR&P	(Infoagro, 2017b)
20	Plátano Hartón Verde	40.0	72.0	56.0	F	F	(Infoagro, 2017e)
21	Yuca Criolla	32.0	96.0	64.0	T	TR&P	(Infoagro, 2017d)

V&H: Verduras y hortalizas. **TR&P:** Tubérculos raíces y plátanos. **F:** Frutas. **OG:** Otros grupos. **H:** Hortalizas. **G:** Gramínea. **C:** Cereales. **T:** Tubérculos

Precios. Los precios son datos históricos recopilados de los boletines semanales publicados en el Sistema de Información de Precios SIPSA (Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE, 2017b) y se usan en la alimentación del modelo. Una vez creado el conjunto de datos, éstos son depurados y descritos mediante modelos autoregresivos utilizando el software estadístico R 3.4. La documentación relacionada con el desarrollo metodológico de los modelos de pronóstico se encuentra en el Apéndice A y el algoritmo utilizado está alojado en la plataforma GitHub (Talero-Sarmiento, 2018c). A modo de ejemplo, se presenta el modelo de pronóstico para el producto Ahuyama:

$$\begin{aligned}
 (Y_t - Y_{t-1}) = & 6.513721477 + 1.882800148(Y_{t-1} - Y_{t-2}) - 0.899184751(Y_{t-2} - Y_{t-3}) \\
 & - 1.129620020u_{t-1} + 0.265865333u_{t-2} - 0.056514935u_{t-3} \\
 & - 0.002679094u_{t-4} + 0.106337505u_{t-5} \\
 & + [0.00306547 + 0.32683106X_{t-1}^2 + 0.16139703u_{t-1}^2]
 \end{aligned} \tag{6}$$

Donde los datos han sido suavizados logarítmicamente, $(Y_{t-i} - Y_{t-i-1})$ indica el grado de integración de las variables (componente autoregresivo), u_{t-j} es el componente de media móvil para el rezago j , X_{t-1}^2 es el rendimiento al cuadrado en el instante anterior (volatilidad) y u_{t-1}^2 es la varianza condicional del primer rezago.

Los datos utilizados para tomar la decisión son los valores pronosticados para cada serie de precios (tomando como base la serie histórica y generando a partir de los modelos autoregresivos un conjunto de datos esperados). El pronóstico es necesario ya que el horizonte de planeación contempla múltiples periodos (semanas) y los objetivos son calculados para cada futuro momento en función de un valor esperado.

Rendimientos. Los rendimientos son tomados de la base de datos S06A (Cultivos); sin embargo, debido a la cantidad de datos faltantes, se genera un conjunto de datos imputados utilizando modelos regresivos y árboles de decisiones múltiples (*Random Forest*) en el software estadístico R 3.4. Si bien la cantidad de datos faltantes es alta (más del 99%) se propone la estimación de rendimientos en vez de asumir uniformidad con el propósito de sentar una base metodológica relacionada con la imputación de datos (para futuros trabajos) y no asumir homogeneidad de rendimientos, permitiendo así mayor diversidad en las soluciones. La documentación relacionada con el desarrollo de la imputación se encuentra en el Apéndice B, y el algoritmo se encuentra alojado en la plataforma GitHub (Talero-Sarmiento, 2018d).

Demanda. La estimación de la demanda se realiza a partir de la información suministrada por el DANE a través del Sistema de información de precios (SIPSA) en donde se registra el Boletín de Componente Abastecimientos que reporta el volumen de abastecimiento quincenal de productos en las principales ciudades del país. En este boletín se busca la información correspondiente a la demanda en toneladas para cada familia de productos (frutas, verduras, tubérculos y otros grupos) en la ciudad de Bucaramanga en el último año. La tendencia de la demanda se presenta en la Figura 13. Ahora bien, teniendo en cuenta que el reporte generado por SIPSA no está desagregado en todos los productos comercializados en la central de abastos, se parte del supuesto que los productos objeto de estudio en el presente trabajo pueden ser considerados como productos sustitutos siempre y cuando pertenezcan a la misma categoría y, por tanto, considerar la demanda general de cada categoría como una demanda de referencia, lo anterior teniendo en cuenta que un supuesto del modelo se basa en que no se produzca por encima de la demanda y no se están considerando otros clientes como diferentes centrales de

abastos, plazas campesinas, supermercados, etc. Como la demanda histórica es quincenal, se considera el valor medio de la última entrada.

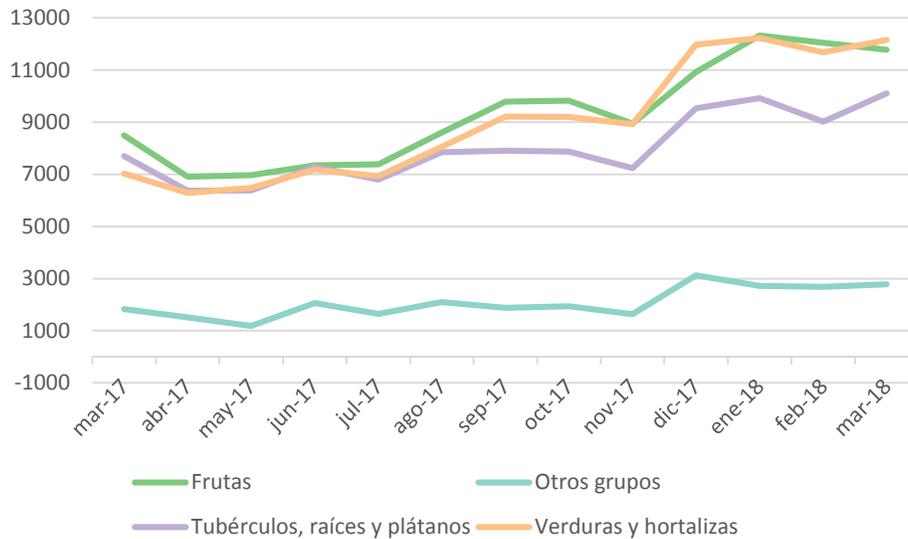


Figura 13 Comportamiento de la demanda en toneladas de familias de producto para el periodo comprendido entre marzo de 2017 y marzo de 2018

8 Formulación de un modelo matemático

8.1 Índices

s Momento de siembra del producto al comienzo del periodo de madurez.

re Momento de recogida del producto al final del periodo de madurez, donde ocurre la venta del mismo. Este instante está contenido dentro de un conjunto de valores que dependen de cada producto.

l Lote $\{1, 2, 3, \dots, L-2, L-1, L\}$

k Producto agrícola $\{1, 2, 3, \dots, K-2, K-1, K\}$

t Periodo del proyecto $\{1, 2, 3, \dots, T-2, T-1, T\}$

8.2 Parámetros

K Cantidad de productos agrícolas a cultivar.

L Cantidad de Lotes o terrenos a cultivar.

T Número de periodos que dura el proyecto.

F Número de familias botánicas de productos a cultivar.

A^l Área de cada lote a cultivar.

w_t^k Variable binaria que indica si un producto k puede ser recogido en un instante t .

d_t^k Demanda del producto k en el tiempo (instante) t .

n_i^k Número de periodos que se demora el producto k en estar listo para ser recogido o para alcanzar la madurez una vez se ha sembrado (entre el número de periodos de finalización temprano n_1^k y el número de periodos para la finalización tardía n_2^k) $n_1^k \leq n_i^k \leq n_2^k$

$f^{k,k'}$ Número de periodos necesarios para recuperar el lote sembrado (periodos de descanso) cuando los productos q^k y $q^{k'}$ pertenecen a la misma familia F .

$o^{k,k'}$ Número de periodos necesarios para recuperar el lote sembrado (periodos de descanso) cuando los productos q^k y $q^{k'}$ pertenecen a una diferente familia botánica F .

p_t^k Precio estimado de venta del producto k en el instante t .

$\sigma^{k,k'}$ Covarianza entre los rendimientos derivados de precios de venta de los productos k y k' durante el horizonte de planeación.

$r^{l,k}$ Producción por metro cuadrado en el lote l del producto k [kg / m^2].

q^k Tipo de familia botánica a la cual pertenece el producto k $\{1, 2, 3, \dots, Q-1, Q\}$.

G_v Grupo de productos para atender una misma demanda (productos sustitutos).

$M_{s,re}^k$ El conjunto de periodos requerido para la madurez del producto k , y comienza con el instante de siembra s^k y termina con el instante de recogida re^k

Φ_t^k El conjunto de periodos para recoger el producto k comprendido entre n_1^k y n_2^k .

Ω_s^k El conjunto de periodos de madurez para cada par de productos, de tal manera que el producto k' deberá empezar a sembrarse en el lote l posterior recoger el producto k y luego del respectivo descanso del terreno.

B : Número muy grande.

8.3 Variables de decisión

$Y_t^{l,k}$: Variable binaria que adquiere el valor de 1, si se recoge en el instante t (Correspondiente a la finalización del periodo de madurez) el producto k en el lote l ; y adquiere el valor de 0 en caso contrario.

$Z_t^{l,k}$: El área de producto recogido en el instante t para el producto k que se sembró al principio del periodo de madurez $M_{s,re}^k$, en el instante de siembra s^k y se recoge en el instante re^k en el lote l . La variable $Z_t^{l,k}$ está comprendida entre $0 \leq Z_t^{l,k} \leq A^l$.

$U_t^{l,k,k'}$: Variable continua que relaciona la cantidad producida $Z_t^{l,k} * r^{l,k}$ y $Z_t^{l,k'} * r^{l,k'}$ con $\sigma^{k,k'}$.

8.4 Variables auxiliares

$V_t^{l,k}$: Variable binaria que permite la activación de restricciones excluyentes.

8.5 Conjunto de periodos

Se define el conjunto de madurez del producto, éste va desde el momento t de siembra hasta el momento t' (instante) de recogida, teniendo en cuenta la cantidad de periodos necesarios n_t^k para que crezca el cultivo y pueda ser cosechado:

$$M_{s,re}^k = \left\{ \left\{ s^k, s^k + 1, s^k + 2, \dots, s^k + n_t^k - 1, re_t^k \right\} re_t^k \leq T \right\} \quad (7)$$

Donde el instante de recogida re_t^k está contenido en el conjunto re^k , el cual se define como:

$$re^k = (w_t^k) \cdot (T) = (w_1^k * 1, w_2^k * 2, \dots, w_{T-1}^k * T - 1, w_T^k * T) \forall k \quad (8)$$

Además, se definen los posibles instantes de recogida de un producto como:

$$\Phi_t^k \left\{ \left\{ s_t^k + n_1^k - 1, \dots, s_t^k + n_2^k - 1, re_t^k \right\} re_t^k \leq T \right\} \forall t, k$$

Por tanto:

$$\Phi_t^k \in M_{s,re}^k$$

Ahora bien, como es posible que durante un mismo horizonte de planeación se pueda sembrar y recoger más de un producto, es necesario definir la secuencia y la duración de dichos periodos de madurez. Por tanto, se define el conjunto de periodos de siembra y cosecha para múltiples productos pertenecen a la misma familia botánica como:

$$\Omega_i^{k,k'} \left\{ \left\{ s^k, s^k + 1, \dots, s^k + n_i^k - 1, re^k, re^k + f^{k,k'}, s^{k'}, s^{k'} + 1, \dots, s^{k'} + n_i^{k'} - 1, re^{k'} \right\} re^{k'} \leq T \right\} \forall k, i$$

Que pertenecen a distinta familia botánica como:

$$\Omega_i^{k,k'} \left\{ \left\{ s^k, s^k + 1, \dots, s^k + n_i^k - 1, re^k, re^k + o^{k,k'}, s^{k'}, s^{k'} + 1, \dots, s^{k'} + n_i^{k'} - 1, re^{k'} \right\} re^{k'} \leq T \right\} \forall k, i$$

Además, con el fin de garantizar la rotación de cultivos y el descanso o preparación de los terrenos entre siembras de productos que pueden o no pertenecer a la misma familia botánica, son definidos los siguientes periodos:

1) Periodo de descanso del terreno para productos k que pertenecen a la misma q^k :

Se supone que hay una recolección del producto k en el instante re^k , en el lote l . Para propósitos de limpieza y adecuación los vegetales que pertenecen a la misma familia no pueden ser cultivados en el mismo lote durante los siguientes f^k periodos. El conjunto de periodos $mq_t^{k,k'}$ es definido como:

$$mq_t^{k,k'} \left\{ \left\{ re^k, re^k + 1, re^k + 2, \dots, re^k + f^{k,k'}, s^{k'} - 1 \right\} re^k + f^{k,k'} < s^{k'} \leq T - n_i^{k'} \right\} \forall k, t$$

2) Periodo de descanso del terreno para productos k que pertenecen a diferente q^k :

Para vegetales que pertenecen a diferente familia, no pueden ser sembrados durante los siguientes $o^{k,k'}$ periodos en el conjunto de periodos dq_s^k .

$$dq_s^{k,k'} \left\{ \left\{ re^k, re^k + 1, re^k + 2, \dots, re^k + o^{k,k'}, s^{k'} - 1 \right\} re^k + o^{k,k'} < s^{k'} \leq T - n_i^{k'} \right\} \forall k, t$$

8.6 Función objetivo

El primer objetivo busca maximizar los ingresos recibidos por la cantidad de producto recogido tipo k en el instante de cosecha re que no supera la demanda d_t^k , cada producto es vendido a un precio estimado p_t^k

$$\max F_1(Z, p, r) = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L p_t^k * Z_t^{l,k} * r^{l,k} \quad (9)$$

El segundo objetivo busca minimizar el riesgo financiero representado por la relación de co-variabilidad $\sigma^{k,k'}$ en los rendimientos del precio de venta de cada par de productos k y k' durante el horizonte de planeación.

$$\min F_2(U, \sigma) = \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K \sigma^{k,k'} * U_t^{l,k,k'} \forall l, t \quad (10)$$

8.7 Restricciones

La Ecuación (11) indica que, para todos los lotes, y productos, sólo se puede recoger el producto en los instantes permitidos.

$$Y_t^{l,k} \leq w_t^k, \forall l, k, t \quad (11)$$

La Ecuación (12) evita recoger productos fuera del conjunto Φ_t^k .

$$Y_t^{l,k} = 0, \forall t \notin \Phi_t^k, l, k, \quad (12)$$

La Ecuación (13) relaciona las variables de decisión $Z_t^{l,k}$ e $Y_t^{l,k}$ indicando que sólo se puede tomar la decisión de recoger el producto k en el momento t en el lote correspondiente (el cual ha sido previamente sembrado).

$$Z_t^{l,k} \leq Y_t^{l,k} * B, \forall l, k, t \quad (13)$$

La Ecuación (14) evita designar un área para siembra mayor al tamaño de cada Lote.

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K Z_t^{l,k} \leq A^l, \forall l \quad (14)$$

La Ecuación (15) asegura que la cantidad de producto recogido no exceda la demanda requerida del mismo.

$$\sum_{t=1}^T Z_t^{l,k} * r^{l,k} \leq d_t^k, \forall k \in Gv \quad (15)$$

La Ecuación (16) evita que un producto k' sea recogido durante el periodo de madurez del producto k (evita solapamientos).

$$\sum_{t \in \Phi_t^k} \sum_{t'=t-n_i^k}^{t-1} Y_t^{l,k} + Y_{t'}^{l,k'} \leq 1 \forall l, k \quad (16)$$

Las Ecuaciones (17) y (18) son restricciones excluyentes y son utilizadas para representar la rotación de cultivos, de tal manera que si dos productos diferentes k y k' se secuencian y pertenecen a la misma familia botánica ($q^k = q^{k'}$), deben esperar al menos $f^{k,k'}$ (o esperar al menos $o^{k,k'}$ si pertenecen a una familia botánica diferente, $q^k \neq q^{k'}$) periodos entre la recolección de un producto k y la siembra de un producto k' .

$$Y_t^{l,k} * t * q^k - Y_{t'}^{l,k'} * (t' - n_i^{k'}) * q^{k'} - B * V_t^{l,k} \leq -f^{k,k'} \forall l, t \in \Phi_t^k, t' \in \Phi_{t'}^{k'}, k \wedge k' \in \Omega_k^{k'} \quad (17)$$

$$-Y_t^{l,k} * t * q^k + Y_{t'}^{l,k'} * (t' - n_i^{k'}) * q^{k'} + B * V_t^{l,k} \leq -f^{k,k'} + B \forall l, t \in \Phi_t^k, t' \in \Phi_{t'}^{k'}, k \wedge k' \in \Omega_k^{k'} \quad (18)$$

La Ecuación (19) evita que se recoja en dos momentos determinados t y t' el producto k si no se ha esperado al menos $f^{k,k}$ periodos entre la recolección del primero y la siembra del segundo (descanso del terreno cuando no hay rotación).

$$\sum_{t \in \Phi_t^k} \sum_{t'=t+1}^{t+n_t^k + f^{k,k}} Y_t^{l,k} + Y_{t'}^{l,k} \leq 1 \forall l, k \quad (19)$$

De las Ecuaciones (20) a (23), se representan las relaciones entre áreas a cultivar con el fin de estimar la variable $U_t^{k,k'}$, teniendo en cuenta que: $U_t^{l,k,k'} \approx (Z_t^{l,k} * r^{l,k}) * (Z_t^{l,k'} * r^{l,k'})$, donde A_k^l indica el área máxima del lote l donde será recogido el producto k .

$$-U_t^{l,k,k'} \leq 0 \quad (20)$$

$$A_k^l * r^{l,k} * Z_t^{l,k'} * r^{l,k'} + A_{k'}^l * r^{l,k'} * Z_t^{l,k} * r^{l,k} - U_t^{l,k,k'} \leq A_k^l * r^{l,k} * A_{k'}^l * r^{l,k'} \forall l, k, t \quad (21)$$

$$-A_k^l * Z_t^{l,k'} * r^{l,k'} + U_t^{l,k,k'} \leq 0 \forall l, k, t \quad (22)$$

$$-A_{k'}^l * Z_t^{l,k} * r^{l,k} + U_t^{l,k,k'} \leq 0 \forall l, k, t \quad (23)$$

9 Obtención de soluciones a partir del modelo

9.1 Modelo de optimización entera mixta

Se programa un algoritmo utilizando el software MATLAB R2017a. Para ello se desarrolla un script para la solución del problema de optimización; se codifica las funciones objetivo y las de restricción con el fin de permitir flexibilidad ante instancias donde varíe la cantidad de parámetros o características como: número de productos, lotes y periodos (y los conjuntos de datos derivados de éstos).

La solución consta del vector de soluciones: $\{Y_t^{l,k}, V_t^{l,k}, Z_t^{l,k}, U_t^{l,k,k'}\}$. Donde la codificación de cada variable se muestra en la Figura 14. La documentación relacionada con el desarrollo metodológico se encuentra en el Apéndice C, mientras que el algoritmo está alojado en la plataforma GitHub (Talero-Sarmiento, 2018a). La función utilizada para hallar la solución se llama *intlinprog*, y se define como:

$$\min_x f^T x, s.a. \begin{cases} x(\text{int con}) = \text{enteras} \\ A.x \leq b \\ Aeq.x = beq \\ LB \leq x \leq UB \end{cases}$$

Donde $x(\text{int con})$ es un vector que indica cuáles variables son enteras (y por defecto se definen cuáles son continuas), $A.x \leq b$ es el conjunto de restricciones tipo desigualdad, $Aeq.x = beq$ es el conjunto de restricciones tipo igualdad, $LB \leq x \leq UB$ es el conjunto de rangos que pueden tomar las variables de decisión x .

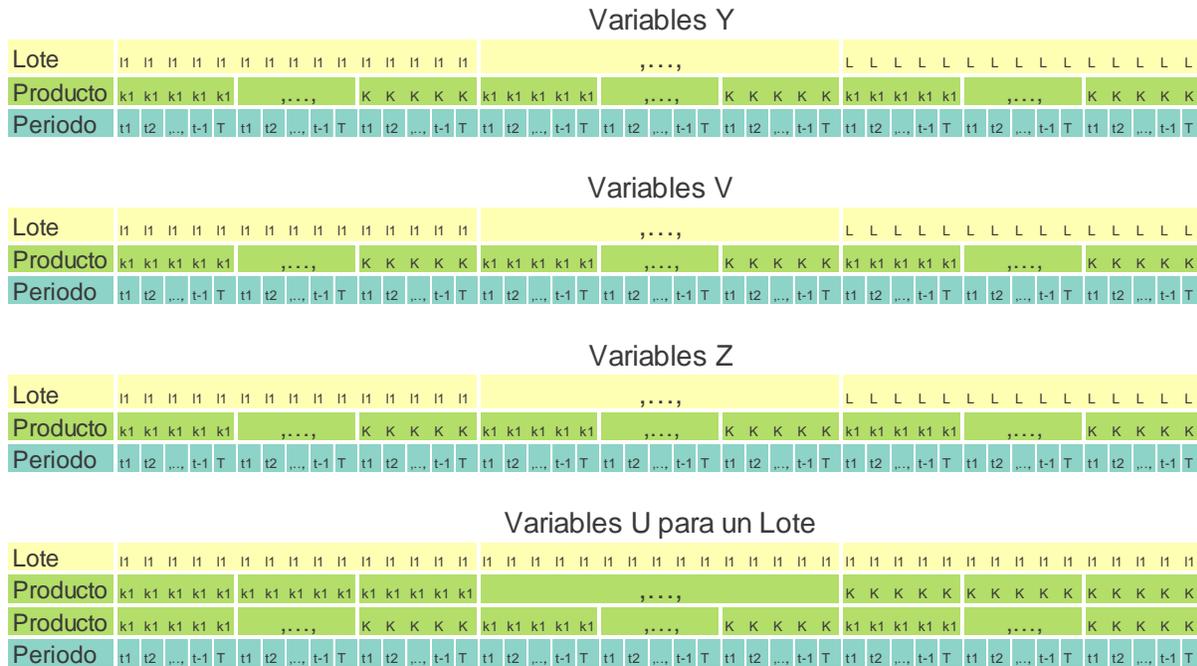


Figura 14 Codificación de los índices para el vector solución

9.2 Algoritmo genético

Para hallar la solución aproximada se decide usar el algoritmo NSGAI, en este caso es necesario definir la estructura de los cromosomas, la estrategia para generar la población inicial, las funciones de ajuste (*fitness*) y operadores genéticos. El desarrollo del algoritmo utilizando se realizó en MATLAB R2017a. La documentación relacionada con el desarrollo metodológico se encuentra en el Apéndice D y el algoritmo está alojado en la plataforma GitHub (Talero-Sarmiento, 2018b).

Estructura del algoritmo. El algoritmo propuesto está compuesto por un total de 8 funciones secuenciales y anidadas según muestra la Figura 15. El algoritmo utiliza bancos de datos almacenados en archivos *.mat* que son seleccionados en la función *funcion_objetivo()*. Los parámetros de entrada son: 1) Número de cromosomas y 2) Cantidad de generaciones.

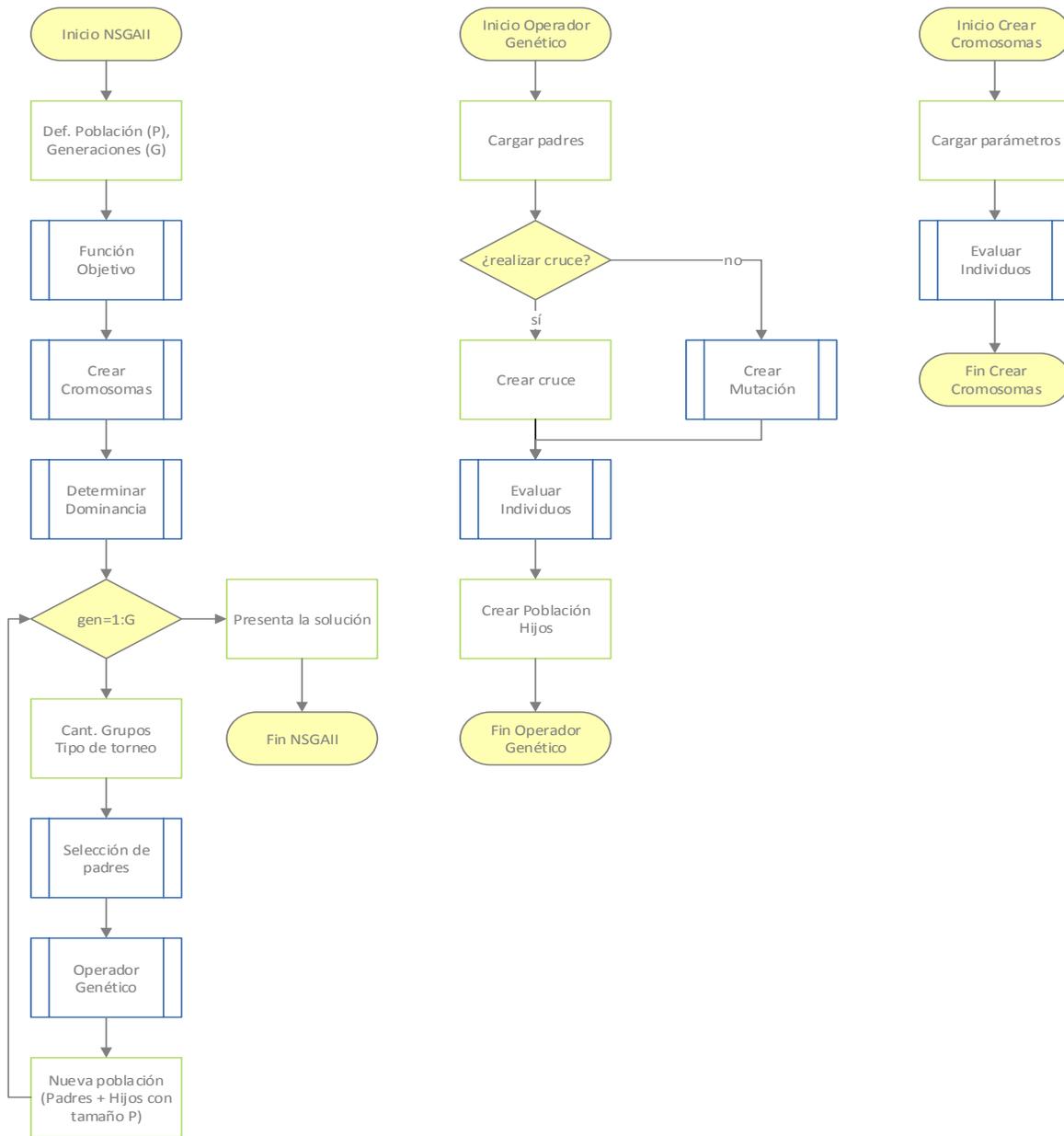


Figura 15 estructura y organización de las funciones utilizadas para implementar el NSGAI

9.3 Estructura de la solución

Para este método, se estiman los tiempos de maduración en meses, de tal manera que el conjunto de periodos del horizonte de planeación es de tamaño inferior al del expuesto por el método exacto (Capítulo 8) manteniendo una relación de $1 \rightarrow 4$ (1 mes por cada cuatro semanas) los periodos de madurez se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3

Periodos de madurez utilizados para el algoritmo genético

Producto	Periodos Maduración	Producto	Periodos Maduración	Producto	Periodos Maduración
Ahuyama	4	Frijol	4	Lulo	14
Alverja	4	Habichuela	4	Papaya	20
Cebolla	5	Lechuga	2	Piña	20
Cabazona	3	Perejil	4	Arracacha	13
Cebolla Junca	2	Pimentón	1	Papa	5
Cilantro	3	Tomate	5	Plátano	14
Cebada	3	Banano	14	Yuca	16

Cromosomas. El cromosoma representa la programación de siembras para cada lote, está compuesto por L subcadenas como se muestra en la Figura 16. Cada subcadena representa la siembra secuenciada de cada producto k en el lote l en un momento t (en meses), donde el valor numérico es la codificación del k -ésimo producto, y los valores de 0 indican la no siembra de productos durante ese instante debido a que el lote se encuentra ocupado con el producto predecesor o porque no cumple la restricción de siembra.



Figura 16 Estructura del cromosoma

Para poder determinar cuáles productos se pueden sembrar en cada momento t y cuántos periodos dura ocupado el terreno, se tienen en cuenta los datos de la Tabla 2 y la Figura 12, y se crea el Conjunto de siembra de productos. Éste está compuesto por T subconjuntos (uno por cada unidad de tiempo en el horizonte de planeación, para este caso meses) donde los miembros de cada subconjunto son aquellos productos que por restricciones pueden ser sembrados en ese momento, es decir, no todos los productos pueden sembrarse en todos los periodos y algunos productos pueden pertenecer a más de un subconjunto a la vez: $k \in \{C_i \cap C_j \cap \dots \cap C_T\}$ una representación de los conjuntos se observa en la Figura 17.

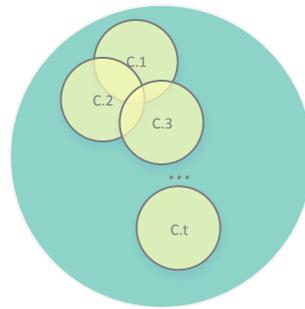


Figura 17 Ejemplo de la estructura de subconjuntos de productos a sembrar

9.4 Generación de la población inicial

La generación de la población inicial fue tomada de manera aleatoria, por tanto, de manera simultánea son generadas todas las asignaciones de productos a sembrar en cada lote para cada individuo, teniendo en cuenta como restricción que no pueden sembrarse de manera consecutiva dos productos si el predecesor no ha finalizado su periodo de madurez.

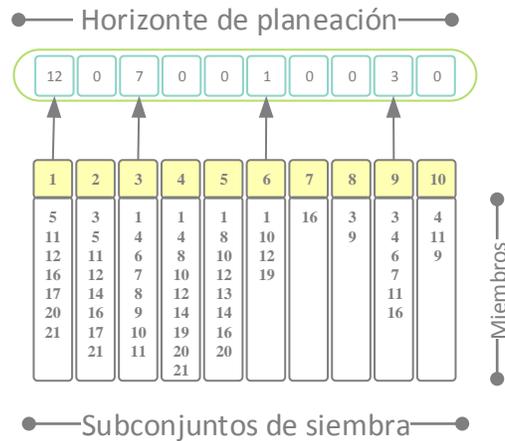


Figura 18 Ejemplo de la codificación para un lote

Funciones de ajuste. Las funciones de ajuste (*fitness*) son derivadas de las funciones objetivo propuestas en el capítulo 8 Formulación de un modelo matemático.

La primera función de ajuste representa los ingresos recibidos por la cantidad de producto recogido tipo k en el instante de cosecha re . La producción es vendida a un precio estimado p_t^k menos funciones de castigo (Penalizaciones).

$$F_1(Z, p, r) = \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L p_t^k * Z_t^{l,k} * r^{l,k} - Penalizaciones \tag{24}$$

Donde *Penalizaciones* es una función que suma el número de veces que la solución no satisface las siguientes condiciones: 1) Cantidad de veces en todos los lotes que la solución excede el horizonte de planeación en semanas; 2) Cantidad de periodos por encima o por debajo del horizonte de planeación que presenta la solución (holguras); 3) Cantidad total de kilogramos de productos (por familia de venta) sembrados y recogidos, que no pueden ser vendidos ya que exceden la demanda y; 4) Cantidad de veces que quedaron sembrados de manera seguida dos productos que pertenecen a la misma familia.

Mediante las penalizaciones propuestas se castiga el incumplimiento de ciertas restricciones sin la necesidad de agregar subcadenas al cromosoma: 1) la no factibilidad por generar soluciones por fuera del horizonte de planeación (primera restricción, Ecuación (11)); 2) la penalización por generar producción por encima de la demanda (quinta restricción, Ecuación (15)); 3) la generación de soluciones que no presenten rotación por familias Ecuaciones (17) y (18). Además, se castigan aquellas soluciones que presentan tiempos improductivos (terrenos sin cultivar).

La segunda función de ajuste representa el riesgo financiero teniendo en cuenta la relación de variabilidad $\sigma^{k,k'}$ en los rendimientos del precio de venta de cada par de productos k y k' durante el horizonte de planeación con la cantidad de producto recogido y vendido más funciones de castigo. A diferencia del modelo de programación entera mixta, para este caso se propone trabajar con una función no lineal para evitar la generación de variables auxiliares.

$$F_2(U, \sigma) = \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K \sigma^{k,k'} * (Z_t^{l,k} * r^{l,k}) * (Z_t^{l,k'} * r^{l,k'}) + Penalizaciones \forall l, t \quad (25)$$

9.5 Operadores genéticos

Se propone la aplicación de dos operadores genéticos para la generación de las poblaciones descendientes. El primero es el cruce de un punto (*Single Point Crossover, SPX*) y el segundo es la mutación tipo reemplazo aleatorio. Para este caso se propone que la mutación se realiza sobre los individuos padres y no sobre los hijos resultados de un cruce, es decir, los dos operadores son mutuamente excluyentes.

Cruce. Del conjunto de padres se seleccionan de manera aleatoria dos, los cuales cruzarán información de sus cromosomas para generar dos hijos, para ello se calcula de manera

aleatoria un punto de cruce el cual indica la cantidad de subcadenas que heredarán los hijos (no es posible fraccionar una subcadena), a modo de ejemplo, en la Figura 19 se muestra un cruce entre dos padres y las subcadenas que heredan sus hijos.

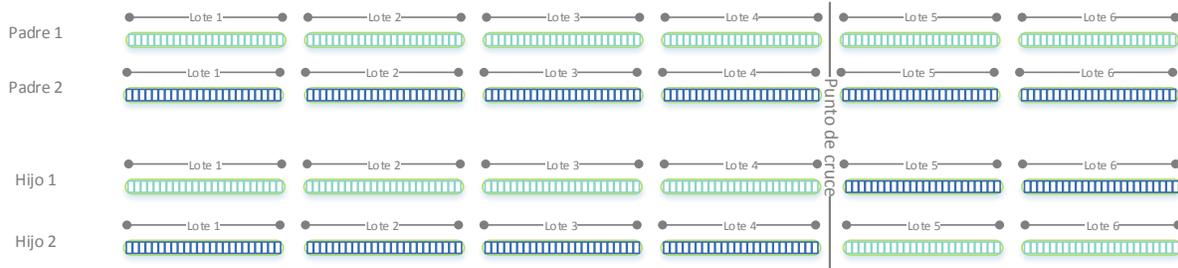


Figura 19 Ejemplo de cruce de un punto

Mutación. Del conjunto de padres se seleccionan de manera aleatoria dos, los cuales heredarán su información genética a sus hijos con alguna modificación; para ello se calcula de manera aleatoria e independiente dos subcadenas (una para cada padre), cada subcadena es generada nuevamente y reemplazando la original, formando así dos nuevos hijos. En la Figura 20 se muestra la mutación de dos padres, las subcadenas que heredan sus hijos y la posición donde ocurrió la mutación.

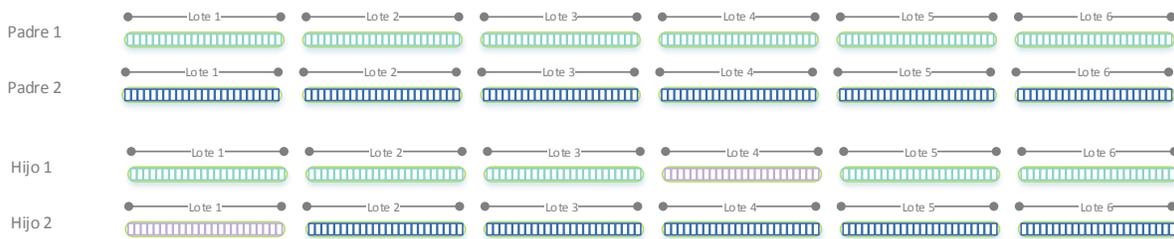


Figura 20 Ejemplo de mutación con reemplazo

10 Prueba del modelo

10.1 Modelo exacto

Para el modelo de optimización entera mixta se propone analizar el tamaño del mismo mediante una ecuación que relaciona el tiempo de cómputo en función de la cantidad de variables de decisión generadas y la cantidad de restricciones. La cantidad de variables de decisión se calcula a partir de los índices que presentan las variables expuestas en los subcapítulos 8.3 Variables de decisión y 8.4 Variables auxiliares.

$$Cant.V = T * K * L + T * K * L + T * K * L + T * K * K * L$$

Para un total de $T * L * K (3 + K)$ variables de decisión, por otra parte, la cantidad de restricciones (sin incluir las de no negatividad y tipo de variable) pueden ser estimadas teniendo en cuenta la estructura de las restricciones (Apéndice C). La cantidad de restricciones generadas por cada Familia se expone a continuación.

Tabla 4

Cantidad de restricciones generadas por familia programada en MATLAB

Familia	Cantidad de restricciones	Familia	Cantidad de restricciones
1	$T * K * L$	6	$2(T * K * L)$
2	$T * K * L$	7	$T * K * L$
3	$T * K * L$	8	$L * T * K^2$
4	$4 * T$	9	$L * T * K^2$
5	$T * K * L$	10	$L * T * K^2$

Para un total de $T * (3 * L * K^2 + 7 * L * K + 4)$ restricciones. Al calcular la relación entre el número de variables de decisión y la cantidad de restricciones se encuentra que existen $(K * L * (K + 3)) / (3L * K^2 + 7L * K + 4)$ restricciones por variables usadas. Respecto al tiempo

de cómputo, se construye un conjunto de datos de prueba basado en los datos recolectados en el subcapítulo 7.2 Recolección de datos. Se halla la solución al modelo utilizando un equipo con procesador Intel® Core™ i7-2600 CPU 3.40GHz, memoria RAM DRR3 de 12 gigas en el software MATLAB R2017a y en un sistema operativo Windows 7. Los resultados del tiempo computacional se registran en la Tabla 5.

Tabla 5

Tiempo de cómputo en segundos para el modelo de programación entera mixta

T	L	K	Var	Rest.	t	T	L	K	Var	Rest.	t	T	L	K	Var	Rest.	t
96	1	1	384	1344	0.155	96	2	5	7680	14304	4.613	96	4	4	10752	15744	13.741
96	1	2	960	2880	0.167	96	3	1	1152	2688	0.167	96	4	5	15360	21024	41.097
96	1	3	1728	4992	0.399	96	3	2	2880	5568	0.707	96	5	1	1920	4032	0.402
96	1	4	2688	7680	0.599	96	3	3	5184	9024	2.039	96	5	2	4800	8256	1.544
96	1	5	3840	10944	1.642	96	3	4	8064	13056	3.874	96	5	3	8640	13056	4.132
96	2	1	768	2016	0.141	96	3	5	11520	17664	17.787	96	5	4	13440	18432	75.798
96	2	2	1920	4224	0.409	96	4	1	1536	3360	0.212	96	5	5	19200	24384	407.307
96	2	3	3456	7008	1.727	96	4	2	3840	6912	1.546	96	1	10	12480	35904	10.957
96	2	4	5376	10368	2.316	96	4	3	6912	11040	3.712	96	10	3	17280	23136	150.709

T: Número de periodos. **L:** Cantidad de lotes. **K:** Cantidad de productos. **Var:** Cantidad de variables. **Rest.:** Cantidad de restricciones. **t:** Tiempo de cómputo [s]

A partir de los tiempos de cómputo obtenidos, se propone un modelo de regresión el cual explique la relación del tiempo computacional con la cantidad de variables y el número de restricciones (sin disgregar por niveles como Lotes, Productos ni Periodos). Los datos son procesados en el software estadístico Minitab 18 obteniendo un ajuste $R^2 = 91.10\%$ (Ecuación (26)). A partir de los resultados es posible determinar que las variables predictores logran explicar eficazmente.

$$t = -12.8 + 0.0050Var + 0.00347Rest + 0.000014Var^2 + 0.00003Rest^2 - 0.000015Var * Rest \quad (26)$$

10.2 Algoritmo genético

Para el modelo NSGAI se propone utilizar como métricas de valoración la evolución de las funciones de ajuste (Ingresos y Riesgo) a medida que cambian las generaciones y la cardinalidad

del frente de Pareto, ésta última es transformada con el fin de hacer comparaciones entre poblaciones de diferente tamaño, la transformación se realiza calculando la proporción entre la cardinalidad de individuos en el frente de Pareto y la población total. El modelo es probado con un conjunto de datos de las siguientes características: 1) Número de periodos = 96; 2) Cantidad de lotes = 40; 3) Cantidad de productos = 21; 4) Cantidad de miembros de cada población = {50,100,150}; 5) Cantidad de generaciones = 1000 y 6) probabilidad de mutación = 10%.

A partir de los resultados graficados en la Figura 21 (para la función de Ingresos) y Figura 22 (para la función de Riesgo), se evidencia que no existe una clara diferencia en cuanto al tamaño de población y su efecto en las funciones de ajuste (tener un valor alto en Ingresos y uno bajo en Riesgo), además, al observar la distribución de la cardinalidad relativa a la población (ver Figura 23) se determina trabajar con una población de 50 individuos ya que con esta característica, el NSGAI obtiene buenas soluciones (nivel medio en ambas funciones de ajuste) se generan frentes de Pareto proporcionalmente grandes (siendo la que más frecuencia de cardinalidad relativa presenta) y con un menor tiempo de cómputo.

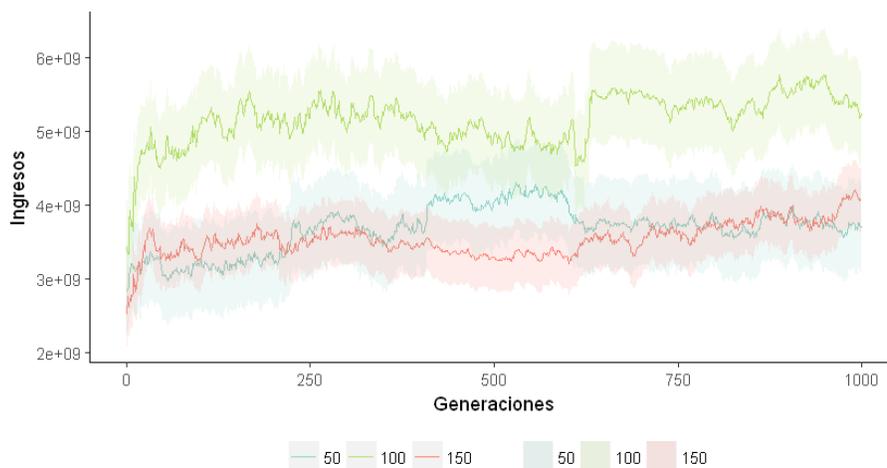


Figura 21 Variación de los ingresos promedios al aumentar las generaciones

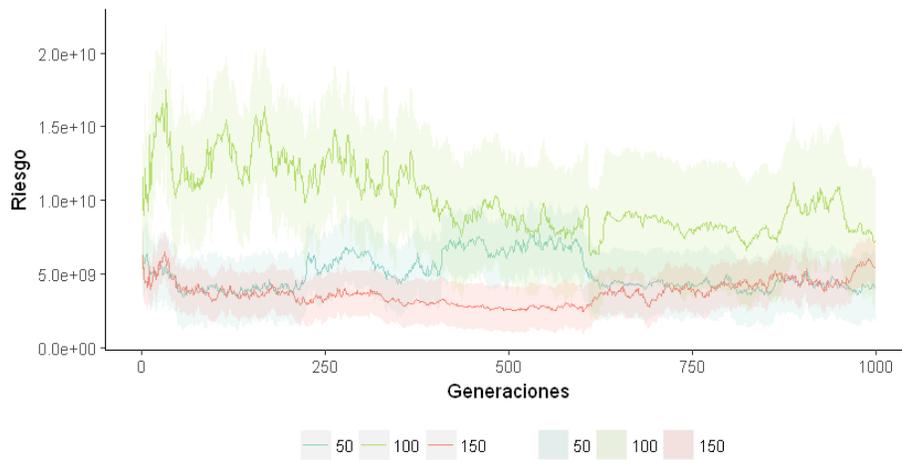


Figura 22 Variación del riesgo promedio al aumentar las generaciones

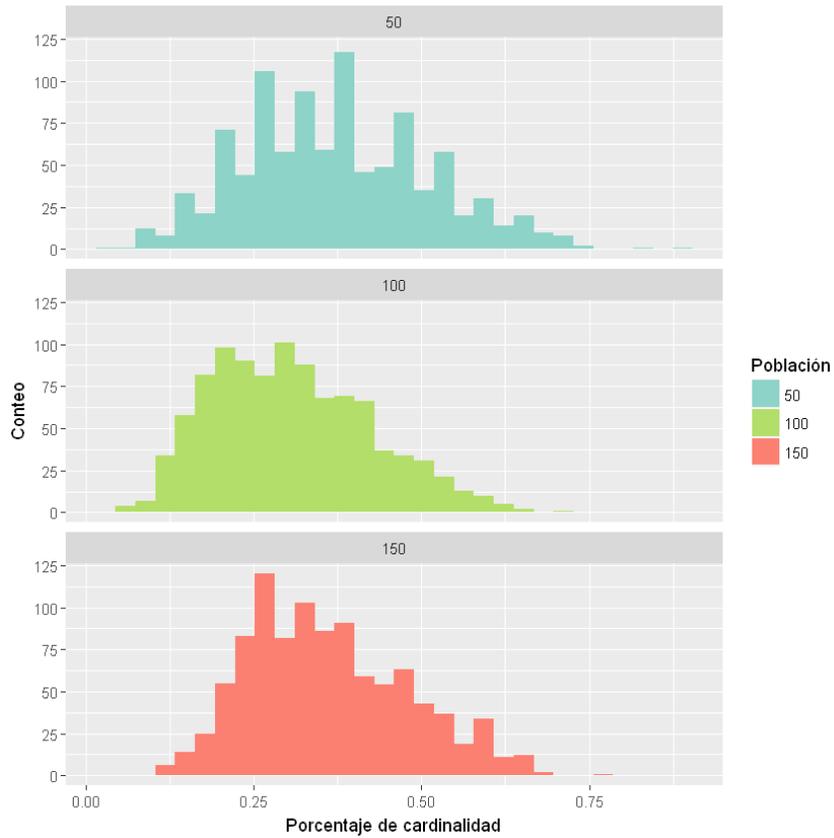


Figura 23 Histograma del porcentaje de cardinalidad para cada tamaño de población

Respecto al tiempo de cómputo para obtener las soluciones, para cada instancia {50,100,150} se obtienen los siguientes valores 86.102867, 173.808773 y 247.25764 segundos

respectivamente utilizando un procesador Intel® Core™ i7-2600 CPU 3.40GHz, memoria RAM DRR3 de 12 gigas en el software MATLAB R2017a y en un sistema operativo Windows 7.

11 Preparación para aplicar el modelo

Para evaluar la funcionalidad del modelo y la interfaz propuesta, se propone un escenario con datos sintéticos teniendo en cuenta el tipo agricultores con distinto perfil de inversión y siembra.

11.1 Caso de ejemplo

Existen seis agricultores de diferentes municipios, quienes poseen predios con un área total de cinco (5) hectáreas aproximadamente y subdivididas en múltiples regiones de área homogénea que pueden ir desde los cinco a diez lotes $L = \{5:10\}$ (para cada agricultor), y desean sembrar diferentes productos durante un horizonte de planeación de aproximadamente dos años $T = \{96:104\}$. Los agricultores pueden organizarse según su perfil de riesgo; los dos primeros tienen un alto perfil de riesgo y por tanto su criterio de decisión es maximizar ingresos sin tener en consideración el nivel de riesgo, en contra parte, los dos siguientes son adversos al riesgo y prefieren tomar decisiones conservadoras aun cuando eso implica aspirar a menos ingresos; el quinto agricultor tiene un perfil de inversión medio y procura tomar decisiones que le den un peso similar a los ingresos y al riesgo; el último inversor es ligeramente adverso y sus decisiones se enfocan en darle más importancia a los ingresos que al riesgo, aunque no tanto como los dos primeros. A continuación, se presentan los niveles correspondientes para cada agricultor.

Tabla 6

Perfiles de siembra y riesgo para cada agricultor

Agricultor	Lotes	Área de cada lote	Horizonte de planeación	Perfil de riesgo	Municipio
1	10	5000	97	Alto	San Gil
2	9	5555	101	Alto	Onzaga
3	7	7142	96	Bajo	Barichara
4	7	7142	104	Bajo	Pinchote
5	10	5000	96	Medio	Páramo
6	7	7142	102	Medio/Bajo	Curití

Una vez definido los perfiles y características de cada uno de los seis escenarios, es necesario alimentar los parámetros de entrada del modelo. Para ello existe un documento denominado ‘parametros.xlsx’ (ver Apéndice E), y contiene tres hojas; 1), Lotes y presenta una columna editable en la cual se deben registrar el área de cada lote a sembrar; 2) Rendimientos, y posee una matriz de veintiún columnas (una por cada producto) y con una cantidad de filas a diligenciar como lotes se hayan propuesto y; 3) Precios, la cual contiene una matriz de 21 columnas (una por cada producto) y tantas filas como datos históricos de precios existan. En caso de no diligenciar el rendimiento de las áreas, se trabajará con el promedio para cada Municipio.

Posterior a la caracterización de los parámetros de entrada, para generar el portafolio de cada agricultor se ejecuta el modelo NSGAI con 50 individuos y 1000 generaciones. Una vez finalizadas las iteraciones se genera un listado que contiene de manera descendente los ingresos y riesgo de cada portafolio generado, dicho listado tiene tantos elementos como soluciones de Pareto únicas (cardinalidad del conjunto), en la Tabla 7 se registran las decisiones tomadas para cada agricultor.

Luego de haber seleccionado una solución de Pareto se genera como salidas dos elementos que indican la estructura de la solución. La primera es un listado de instrucciones organizado de manera ascendente según el Lote a cultivar y explica los instantes (semanas) en que cada producto debe ser sembrado y recogido, un ejemplo se describe en la Figura 24. La segunda salida es un diagrama de Gantt (Figura 25) que indica la duración y orden de la producción según una codificación por colores (Figura 26)

Tabla 7

Resultados de las decisiones para los seis agricultores

Indicador	Agricultor 1	Agricultor 2	Agricultor 3	Agricultor 4	Agricultor 5	Agricultor 6
Ingresos [<i>COP</i>]	\$123.172.361	\$228.462.473	\$37.763.403	\$33.410.856	\$159.532.488	\$278.924.930
Riesgo [<i>cant</i>]	14.143.550	14.374.369	4.147.646	83.768	12.352.570	20.553.257
Cardinalidad	21	13	29	16	14	12

“Para el Lote 6 planifica la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Perejil y haz la recogida en el periodo 14, más a delante siembre Papa ICA-Huila en el periodo 15 y haz la recogida en el periodo 34, más a delante siembre Perejil en el periodo 35 y haz la recogida en el periodo 48, a continuación, siembre Frijol Verde en Vaina en el periodo 49 y haz la recogida en el periodo 64 por último, siembre Habichuela en el periodo 65 y haz la recogida en el periodo 79”

Figura 24 Ejemplo de salida tipo Texto para la producción del Lote 6

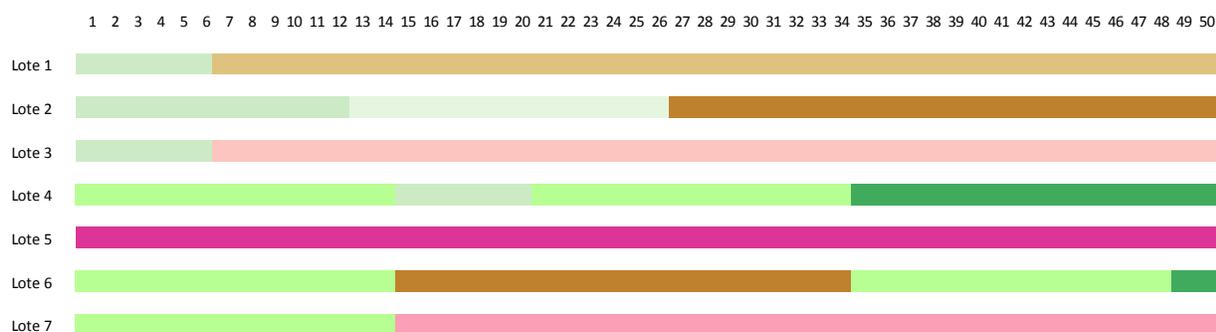


Figura 25 Ejemplo de salida tipo Gantt hasta el periodo 50

Código	Producto	Familia botánica	Color	RGB
1	Ahuyama	Hortalizas		247,252,245
2	Arveja Verde	Hortalizas		229,245,224
3	Cebolla Cabezona Blanca	Hortalizas		199,233,192
4	Cebolla Junca	Hortalizas		161,217,155
5	Cilantro	Hortalizas		116,196,118
6	Cuchuco de Cebada	Graminea		253,174,97
7	Cuchuco de Maíz	Cereales		244,109,67
8	Frijol Verde en Vaina	Hortalizas		65,171,93
9	Habichuela	Hortalizas		35,139,69
10	Lechuga Batavia	Hortalizas		0,109,44
11	Perejil	Hortalizas		0,68,27
12	Pimentón	Hortalizas		204,235,197
13	Tomate Riogrande	Hortalizas		168,221,181
14	Banano	Frutas		252,197,192
15	Lulo	Frutas		250,159,181
16	Papaya Maradol	Frutas		247,104,161
17	Piña Perolera	Frutas		221,52,151
18	Arracacha Amarilla	Tubérculo		140,81,10
19	Papa ICA-Huila	Tubérculo		191,129,45
20	Plátano Hartón Verde	Frutas		174,1,126
21	Yuca Criolla	Tubérculo		223,194,125

Figura 26 Codificación de productos mediante colores

Al analizar los portafolios generados para cada agricultor se puede caracterizar las salidas. Debido a las penalizaciones utilizadas en las funciones de ajuste, los portafolios no suelen exceder el horizonte de planeación, aunque algunos presentan algunas semanas improductivas

al finalizar la secuenciación (holguras), lo cual es consecuencia de las restricciones de siembra ya que en las últimas semanas de planeación sólo se pueden sembrar pocos productos y su duración puede exceder el horizonte de planeación. Por otra parte, en los diagramas de Gantt no se indican los periodos de preparación de la producción o periodo de alistamiento el cual se definió de una semana, eso es debido a que, por comodidad computacional, el tiempo de alistamiento al ser homogéneo se añadió al tiempo de madurez.

Respecto a la rotación de cultivos se encuentra que el NSGAIII propuesto logra generar secuenciación por familias; sin embargo, generalmente secuencia productos de la familia Hortalizas, lo anterior es debido que un 52.38% de los productos agrícolas a cultivar pertenecen a esta categoría, presentan varios instantes para ser sembrados y al tener un periodo de maduración generalmente pequeño (en comparación con tubérculos o con frutas como la piña) permiten más flexibilidad a la hora de ajustar la secuenciación. Finalmente, se verifica que no existen traslapos en los periodos de madurez de productos.

11.2 Estructura de la interfaz gráfica

A partir de los datos recopilados en el capítulo 7 y el modelo desarrollado en el capítulo 8, se desarrolla una interfaz gráfica autoejecutable (*standalone*). La interfaz está dividida en 4 bloques (cada uno identificado en una pestaña superior). La primera ventana se denomina Datos de entrada, y consta de tres bloques de instrucciones, donde se expone cómo se alimenta el modelo, un botón para cargar los parámetros, una lista desplegable para seleccionar el Municipio del agricultor, un botón opcional para generar los pronósticos de precios (con dos salidas tipo contador) y un botón para calcular los parámetros faltantes (ver Figura 27).

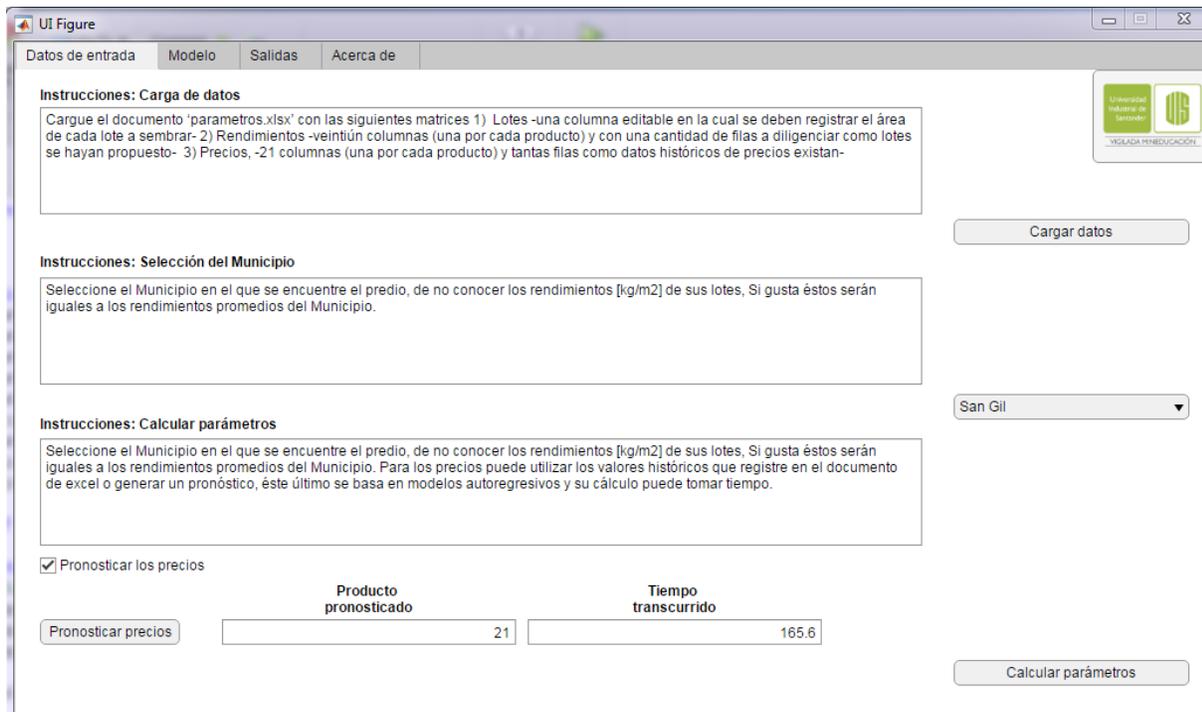


Figura 27 Interfaz gráfica de la pestaña: Datos de Entrada

La segunda ventana se denomina Modelo, y contiene un campo de texto con instrucciones para el uso de la herramienta, tres campos para configurar las características del algoritmo genético, tres campos de selección para determinar las salidas del modelo, un campo gráfico para visualizar la evolución de las soluciones (sólo si se activa la opción: Visualizar la evolución) y un botón para ejecutar el algoritmo. Una vez finalizado el número de generaciones, se despliega una ventana emergente con dos columnas que contienen la información de los objetivos de cada individuo en el frente de Pareto (funciones de ajuste sin tener en cuenta las penalizaciones) organizados de manera descendente y los botones para seleccionar una solución o regresar a la generación de las soluciones, el aspecto visual de la pestaña se registra en la Figura 28.

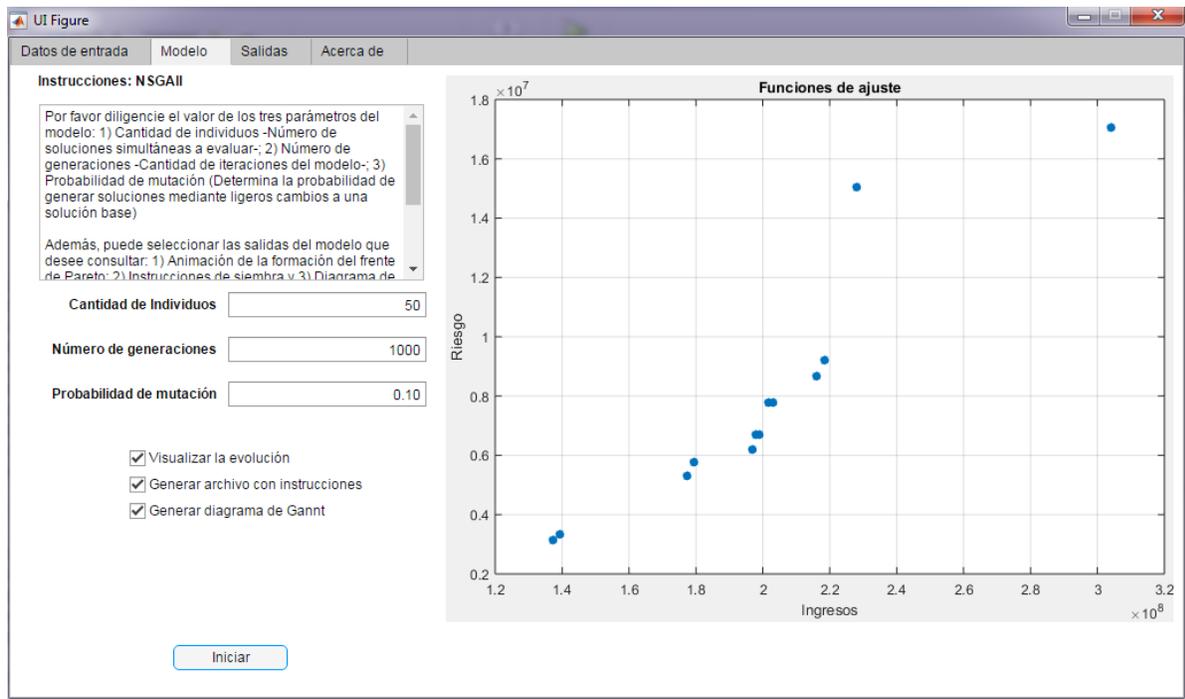


Figura 28 Interfaz gráfica de la pestaña: Modelo

La tercera pestaña se denomina Salidas, en ésta se encuentran seis campos numéricos relacionados con las características del problema, las soluciones obtenidas y el tiempo de cómputo: Cantidad de lotes, Cantidad de productos, Tiempo de computo, Ingresos, Riesgo y Cantidad de opciones. Además, se generan de manera opcional (dependiendo si éstas fueron o no activadas en la pestaña anterior) otras salidas, la primera es un campo de texto con las instrucciones de siembra y recogida para cada lote, la segunda es la opción de abrir el listado en un editor de texto y la tercera opción es la de abrir un documento de Excel que contiene un diagrama de Gantt generado (ver Figura 29).

UI Figure

Datos de entrada Modelo Salidas Acerca de

Cantidad de Lotes Ingresos

Cantidad de productos Riesgo

Tiempo de cómputo Cantidad de opciones

Instrucciones de siembra

Para el Lote 1 planifique la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Plátano Hartón Verde y haz la recogida en el periodo 57, más a delante siembre Cuchuco de Maíz en el periodo 58 y haz la recogida en el periodo 69, enseguida siembre Cuchuco de Maíz en el periodo 70 y haz la recogida en el periodo 81. Finalmente, siembre Arveja Verde en el periodo 82 y haz la recogida en el periodo 95

Para el Lote 2 planifique la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Perejil y haz la recogida en el periodo 14, seguidamente siembre Ahuyama en el periodo 15 y haz la recogida en el periodo 30, a continuación siembre Frijol Verde en Vaina en el periodo 31 y haz la recogida en el periodo 46, enseguida siembre Frijol Verde en Vaina en el periodo 47 y haz la recogida en el periodo 62, a continuación siembre Lechuga Batavia en el periodo 63 y haz la recogida en el periodo 72. Para el último producto, siembre Papa ICA-Huila en el periodo 73 y haz la recogida en el periodo 92

Para el Lote 3 planifique la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Perejil y haz la recogida en el periodo 14, luego siembre Papa ICA-Huila en el periodo 15 y haz la recogida en el periodo 34, seguidamente siembre Perejil en el periodo 35 y haz la recogida en el periodo 48, enseguida siembre Habichuela en el periodo 49 y haz la recogida en el periodo 63. Para finalizar la siembra del lote, siembre Perejil en el periodo 64 y haz la recogida en el periodo 77

Para el Lote 4 planifique la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Papaya Maradol y haz la recogida en el periodo 45, a continuación siembre Cuchuco de Maíz en el periodo 46 y haz la recogida en el periodo 57, luego siembre Cuchuco de Maíz en el periodo 58 y haz la recogida en el periodo 69. Para el último producto, siembre Habichuela en el periodo 70 y haz la recogida en el periodo 84

Para el Lote 5 planifique la siembra de la siguiente forma: En el periodo 1 siembre Cilantro y haz la recogida en el periodo 10, enseguida siembre Arveja Verde en el periodo 11 y haz la recogida en el periodo 24, enseguida siembre Papa ICA-Huila en el periodo 25 y haz la recogida en el periodo 44, a continuación siembre Cuchuco de Maíz en el

Abrir Instrucciones

Generar Gannt

Figura 29 Interfaz gráfica de la pestaña: Salidas

La cuarta pestaña se denomina Acerca de (Figura 30), en esta aparece un recuadro de texto en el que se describe brevemente la función de la herramienta y se expone el uso de los botones de información. El primer botón se llama Modelo conceptual y matemático, al presionarlo se abre un archivo Apéndice en el que se expone el modelo, la obtención de datos y el planteamiento matemático del modelo matemático. El segundo botón se denomina Modelos de pronósticos utilizados, el cual abre un Apéndice con el informe de la generación de los modelos de pronóstico, el código utilizado y las funciones obtenidas. El tercer botón se denomina Informe sobre la estimación de rendimientos, y al presionarlo abre un Apéndice con el informe sobre la imputación de los rendimientos agrícolas en los municipios bajo estudio. El cuarto botón (Conceptos de optimización multiobjetivo) abre un breve marco teórico sobre optimización y el modelo NSGAI. El quinto botón se denomina estructura del algoritmo NSGAI y al presionarlo

abre un informe sobre el código con el cual se generó el modelo, finalmente, el sexto botón llamado Datos de los productos, abre un archivo de Excel con características de los datos utilizados.

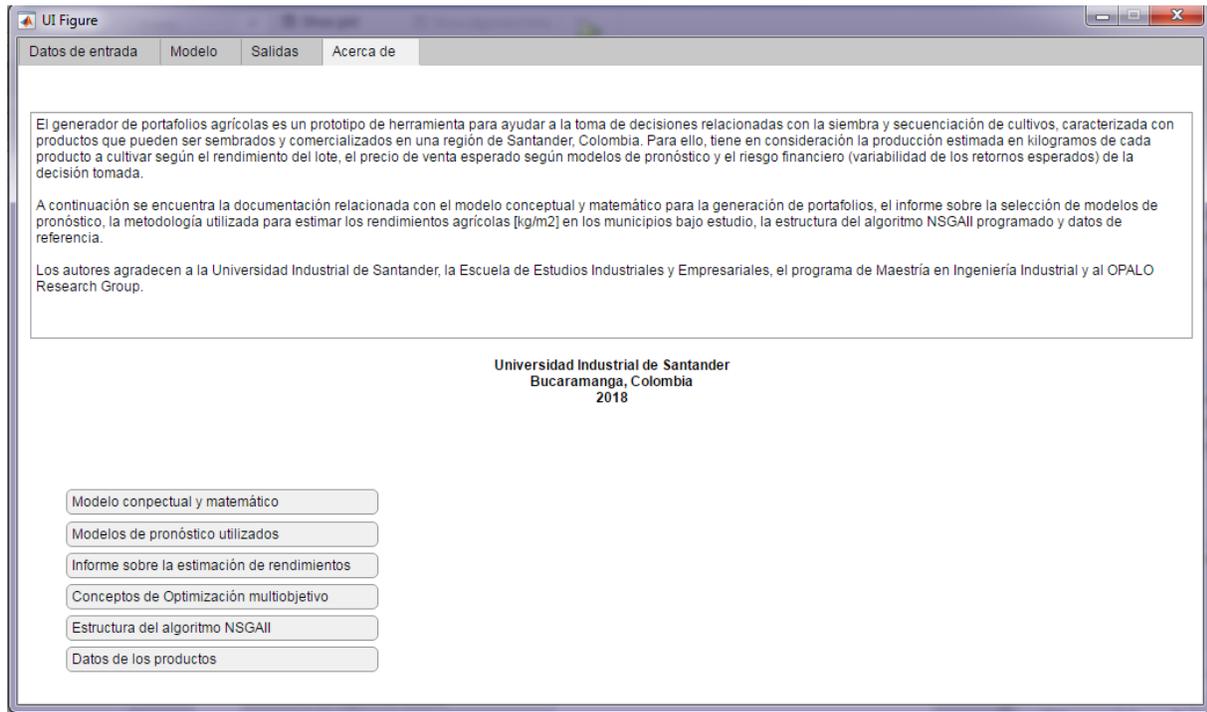


Figura 30 Interfaz gráfica de la pestaña: Acerca de

12 Discusión

La producción agrícola es un eje fundamental para el desarrollo de una región, no sólo debido al impacto económico medido a través de su aporte al Producto Interno Bruto, sino como base fundamental de la sostenibilidad, a tal punto que el fomento de estudios en el área de la producción agrícola hace parte de los planes de desarrollo regionales y nacionales, ya que éstos se alinean con los objetivos de desarrollo sostenible propuestos por la ONU. Ante ese contexto,

es necesaria la integración de los diferentes interesados como la Academia, Industria y Estado para generar políticas, proyectos y transferencias tecnológicas que logren alinearse con los objetivos en los planes de desarrollo; sin embargo, dicha relación es compleja. En Colombia por ejemplo existen diversas entidades afines con el desarrollo del campo como instituciones de financiación, asociaciones, gremios y demás; por otra parte, el gobierno cuenta con dependencias que facilitan la capacitación al agricultor, instituciones enfocadas en el análisis estadístico de datos para la toma de decisiones y organizaciones que investigan en el sector agro. Ahora bien, al analizar la interacción de la Academia con esos otros dos ejes se encuentra que existen muy pocos grupos de investigación dedicados a atender problemáticas relacionadas con la dinámica la producción agrícola del país y particularmente en Santander. Si bien es un escenario desalentador, es a la vez una oportunidad o un llamado para crear propuestas enfocadas al bienestar regional, aun cuando existen limitaciones en el desarrollo de este tipo de proyectos.

Entre las restricciones se encuentra la falta de integración de la información y de los actores que la pueden facilitar, lo cual genera limitaciones en las investigaciones, por ejemplo, el presente proyecto toma como criterio de decisión una adaptación del concepto de frontera eficiente ya que los principales datos conseguidos son los históricos de precios de venta de productos agrícolas en centrales de abastos, y no contempla otros factores igualmente importantes como la variabilidad climática, el comportamiento de la demanda a nivel país, etc. Otros limitantes del proyecto son la suposición de que todos los productos son transitorios y recogidos en un único instante, además, es posible cultivar todos los productos en todas las regiones y que la productividad o rendimiento agrícola esperado puede ser estimado a partir de

datos históricos sin tener en consideración cambios en los procesos productivos o en el entorno. Por tanto, para futuros trabajos es necesario generar un inventario de datos relacionados con las regiones geográficas bajo estudio que permitan representar aquellos factores que no se pudieron tener en cuenta. Por ejemplo: 1) generar alianzas con instituciones del sector agropecuario para caracterizar los tiempos de madurez, la cantidad de periodos que dura la recolección de los productos y el volumen de producción en el tiempo para no considerar todos los productos como transitorios, determinar una métrica de impacto en el uso del suelo con el fin de redefinir las familias botánicas, incorporar datos de productos de cosecha permanente y de mediano plazo (como el maracuyá); 2) trabajar en proyectos pilotos en los cuales se pueda generar datos relacionados con las precipitaciones, humedad, intensidad lumínica y otros variables climáticas; 3) generar proyectos a nivel de pregrado para estimar los costos de producción de los productos bajo estudio e integrarlos al modelo redefiniendo la función de maximizar ingresos como una función de maximizar utilidades; 4) generar un proyecto o alianza que permita identificar los parámetros que influyen en el rendimiento agrícola (kilogramos por unidad de área) con el fin de generar modelos de estimación que alimenten dicho parámetro.

En cuanto a las limitaciones tecnológicas, una de las estrategias computacionales aplicada para la solución del modelo matemático fue el desarrollo de un algoritmo programado en MATLAB, con el cual se esperaba aprovechar las condiciones de linealidad buscando así la solución exacta; no obstante, debido a los parámetros de entrada de la función *intlinprog*, la generación de matrices de restricciones superaba las capacidades de cómputo con las que contaba el proyecto (procesador Intel® Core™ i7-2600 CPU 3.40GHz, memoria RAM DRR3 de 12 gigas en el software MATLAB R2017a y en un sistema operativo Windows 7.), además,

no fue posible paralelizar el algoritmo ya que MATLAB no soporta el trabajo en paralelo de la función *intlinprog*. Por tanto, fue necesario el desarrollo del algoritmo metaheurístico simplificando ciertas características del modelo matemático: la secuenciación en unidades de meses y no en semanas (lo cual se reduce el tamaño del vector que representa el horizonte planeación y facilita el cómputo de diversas funciones), el uso de una función de riesgo cuadrática sin utilizar las variables auxiliares, y la generación de un cromosoma sencillo donde se penaliza a las funciones de ajuste por incumplimiento de restricciones.

Dichas diferencias entre el algoritmo para hallar la solución exacta y el metaheurístico dificultan la comparación entre ambos métodos, sobre todo porque poseen una función objetivo de riesgo distinta (una lineal soportada por una variable auxiliar y la otra cuadrática). Por otra parte, no fue posible hacer la comparación entre los tiempos para computar la solución ya que el método exacto no se podía aplicar por completo para un único lote, por ejemplo, se estima que el tiempo de cómputo requerido para hallar la solución exacta para las siguientes condiciones: 1 lote, 21 productos a analizar y 96 semanas es de 531497.82 segundos, es decir algo más de 6 días (asumiendo que exista RAM suficiente para hallar la solución) mientras que de manera empírica se encontró que un algoritmo genético bajo los mismos parámetros con una población de 50 individuos y 1000 generaciones obtiene soluciones en aproximadamente 12 segundos (11.72 segundos en un ejemplo). Con el fin de poder contrastar ambas estrategias se propone para futuros trabajos generar un conjunto de datos de prueba o instancias que puedan ser calculadas por el método exacto utilizando un vector de pre multiplicaciones de funciones objetivo, generando así un conjunto de soluciones de Pareto y que éste último sea contrastado con el frente de Pareto generado por el algoritmo genético.

El enfoque del problema descrito en el capítulo 7 considera como potenciales usuarios de la propuesta, a múltiples personas pertenecientes a los municipios bajo estudio, a quienes se les pudiera brindar una estrategia de planificación y, teniendo en cuenta el potencial productivo de esa asociación, el volumen de producción no podría exceder una demanda de referencia como la de la central de abastos. Para ello fue probado el algoritmo genético el cual pudo generar soluciones para todos los lotes bajo estudio (7039 lotes o fincas), empero, al utilizar un número mucho menor de predios (como en el caso de ejemplo) la producción sugerida nunca ha de superar la demanda de referencia y tampoco se siembra un lote parcialmente, de hecho, todos los lotes son sembrados. Por tanto, para futuros trabajos se recomienda realizar un análisis del mercado definiendo el cliente inmediato del agricultor para redefinir el valor de la restricción.

Por otra parte, para facilitar la selección de una solución en un frente de Pareto, se propone una interfaz en la cual un hipotético tomador de decisiones pueda escoger según sus criterios o su perfil de riesgo entre el conjunto de posibles soluciones aquella que sea de su agrado, éstas son presentadas de manera descendente y una vez seleccionadas se genera un reporte en lenguaje natural apoyado en un diagrama de Gantt representando la solución, así mismo, se almacenan los valores de las funciones objetivo y las características del problema.

13 Conclusiones

Durante el presente trabajo se propuso el desarrollo de un modelo de optimización multiobjetivo para la generación de portafolios de productos agrícolas; los resultados del trabajo integran la utilización de técnicas de pronóstico para la obtención de los parámetros que alimentan el modelo y el uso procedimientos computacionales para hallar la solución exacta y aproximada del modelo matemático sugerido. Lo anterior fue soportado por el desarrollo de una interfaz que

facilita la interacción con el tomador de decisiones, ya que el ingreso de parámetros se apoya en documentos organizados según un formato específico y es posible imputar ciertos datos faltantes. Además, a partir de la interfaz propuesta es el tomador de decisiones quien selecciona la solución de su interés, la cual es transformada de una solución matemática (el cromosoma que representa la solución seleccionada) a una solución en lenguaje natural (dividida en instrucciones y un diagrama de secuenciación).

En los antecedentes encontrados en la revisión de literatura se identifican trabajos relacionados con la toma de decisiones considerando múltiples objetivos, donde suelen trabajar con dos tipos de enfoque: el primero es la programación por metas y la segunda la aplicación de modelos de optimización multiobjetivos usando algoritmos genéticos como método para hallar la solución, siendo éstos los utilizados para el desarrollo del presente proyecto. Por otra parte, se encontró que el problema de la programación de la producción agrícola se suele tratar como un pequeño eslabón dentro de los modelos de logística y producción, puesto que se abordan problemáticas de empresas ya establecidas donde se conoce la demanda, la capacidad y la secuenciación suele estar en función de evitar el impacto sobre el uso del suelo (para ello la rotación por familias botánicas), disminuir el nivel de inventario y sus costos, aprovechar los recursos disponibles, así como abastecer una demanda futura en periodos no productivos (la temporada invernal por ejemplo). Para el presente proyecto se considera una demanda constante y es la reportada por la central de abastos de Bucaramanga, la producción no se considera por estaciones (aunque existe una restricción de periodos de siembra basada en datos históricos) y las decisiones de secuenciación están basadas en la generación de beneficios al productor, la

disminución de riesgo financiero y la rotación por familias botánicas para evitar el impacto en el uso del suelo.

En cuanto a la estrategia de modelado, durante el presente trabajo se propone un modelo de programación entera mixta, para ello se generan dos variables auxiliares: 1) una variable binaria para generar restricciones mutuamente excluyentes relacionadas con la rotación por familias; 2) una variable continua para estimar la interacción o multiplicación de dos variables de decisión. Dicha estrategia de modelado implicó además el uso de varias familias de restricciones lo cual aumenta la cantidad de cómputo o cálculos necesarios para darle solución al modelo matemático teniendo en cuenta que durante la presente investigación se trabajó con algoritmos clásicos (Branch and cut), por tanto, para futuros trabajos se recomienda aprovechar la estructura lineal del modelo utilizando algoritmos de solución como la generación de columnas con el propósito de generar buenas soluciones a partir de una solución base que cumpla con las restricciones requeridas.

En añadidura, a partir de la solución del problema mediante la computación de un algoritmo programación entera mixta se encontró limitantes tecnológicos debido a la manera en la cual crece el problema (cantidad de variables y cantidad de restricciones, así como su efecto en el uso de memoria RAM y tiempo computacional), por tanto, se valida la necesidad de trabajar con métodos metaheurísticos que puedan generar soluciones de compromiso en tiempos aceptables. Por otra parte, mediante el uso del cromosoma propuesto fue posible generar las secuenciaciones de la producción y debido a la penalización de las funciones de ajuste cuando se incumplen restricciones, las soluciones no suelen exceder el horizonte de planeación, no obstante, los resultados en su mayoría no muestran rotación por familias botánicas, lo cual es

debido a que la mayor parte de los productos de rápida rotación pertenecen a la familia de Hortalizas y que la restricción de siembra limita la rotación.

Ahora bien, teniendo en cuenta la integración de los parámetros estimados con los dos métodos de solución (exacto y aproximado), se determina que el modelo propuesto presenta una debilidad en cuanto a la incertidumbre de los rendimientos estimados; empero, en futuros trabajos y con la adquisición de datos adecuada se considera que el modelo puede generar buenas soluciones que representan acciones a tomar en el mundo real.

Adicionalmente, como ejercicio de preparación para la implementación, el desarrollo de la interfaz incluye validaciones de tipo de datos, rectificación del tamaño de las entradas, imputación de datos, generación de pronósticos y confiere cierta flexibilidad al usuario para determinar parámetros de los modelos, apoyarse en las imputaciones para evitar diligenciar los campos de rendimientos y seleccionar los tipos de salida. Como mejoras se plantea la revisión de posibles errores en los datos de entrada (como campos vacíos), la posibilidad de seleccionar un conjunto de productos diferente al preestablecido, la generación de un reporte que incluya la evolución de las métricas del algoritmo genético (rangos y valores promedio de las funciones de ajuste, porcentaje de cardinalidad, la opción de seleccionar otra solución del frente de Pareto, etc.)

Finalmente, teniendo en cuenta la metodología desarrollada para la obtención de los parámetros utilizados y su aplicación, se puede validar la proposición que sustenta este proyecto: “A partir del modelamiento matemático propuesto es posible representar el problema de la programación de la producción agrícola a pequeña escala en una región específica de Santander, Colombia”. Igualmente, derivado de los resultados parciales este proyecto genera un impacto a

nivel académico al realizar un proyecto de investigación a nivel de pregrado relacionados con la identificación de modelos de pronósticos utilizando herramientas de aprendizaje automático, y un proyecto enfocado en el análisis de sensibilidad del modelo matemático.

Referencias bibliográficas

abcAgro. (2017). El cultivo del maíz.

Acs, S., Berentsen, P. B. M., & Huirne, R. B. M. (2007). Conversion to organic arable farming in The Netherlands: A dynamic linear programming analysis. *Agricultural Systems*, 94(2), 405–415. <http://doi.org/10.1016/j.agsy.2006.11.002>

Adeyemo, J. A., & Otieno, F. A. O. (2009). Optimum Crop Planning using Multi-Objective Differential Evolution Algorithm. *Journal of Applied Sciences*, 9(21), 3780–3791. <http://doi.org/10.3923/jas.2009.3780.3791>

Adeyemo, J., Bux, F., & Otieno, F. (2010). Differential evolution algorithm for crop planning : Single and multi-objective optimization model. *International Journal of the Physical Sciences*, 5(10), 1592–1599.

Aguilar Imitola, K. J. (2016). *Un modelo multiobjetivo de localización-ruteo para la planeación logística en la fase de preparación a sismos en Bucaramanga*. Universidad Industrial de Santander.

Ahumada, O., Rene Villalobos, J., & Nicholas Mason, A. (2012). Tactical planning of the production and distribution of fresh agricultural products under uncertainty. *Agricultural Systems*, 112, 17–26. <http://doi.org/10.1016/j.agsy.2012.06.002>

Ahumada, O., & Villalobos, J. R. (2009). Application of planning models in the agri-food supply chain: A review. *European Journal of Operational Research*, 196(1), 1–20. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2008.02.014>

Ahumada, O., & Villalobos, J. R. (2011). A tactical model for planning the production and

- distribution of fresh produce. *Annals of Operations Research*, 190(1), 339–358.
<http://doi.org/10.1007/s10479-009-0614-4>
- Alexandratos, N., & Bruinsma, J. (2012). WORLD AGRICULTURE TOWARDS 2030 / 2050
The 2012 Revision. *Food and Agriculture Organization of the United Nations*, (12), 146.
[http://doi.org/10.1016/S0264-8377\(03\)00047-4](http://doi.org/10.1016/S0264-8377(03)00047-4)
- Alfandari, L., Lemalade, J. L., Nagih, A., & Plateau, G. (2009). A MIP flow model for crop-
rotation planning in a context of forest sustainable development. *Annals of Operations
Research*, 190(1), 149–164. <http://doi.org/10.1007/s10479-009-0553-0>
- Alfandari, L., Plateau, A., & Schepler, X. (2015). A branch-and-price-and-cut approach for
sustainable crop rotation planning. *European Journal of Operational Research*, 241(3),
872–879. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.066>
- Amini, A. (2015). Application of Fuzzy Multi-Objective Programming in Optimization of Crop
Production Planning. *Asian Journal of Agricultural Research*, 9(5), 208–222.
<http://doi.org/10.3923/ajar.2015.208.222>
- Audsley, E., & Boyce, D. S. (1974). A method of minimizing the costs of combine-harvesting
and high temperature grain drying. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 19(2),
173–188. [http://doi.org/10.1016/0021-8634\(74\)90031-6](http://doi.org/10.1016/0021-8634(74)90031-6)
- Audsley, E., Dumont, S., & Boyce, D. S. (1978). An economic comparison of methods of
cultivating and planting cereals, sugar beet and potatoes and their interaction with
harvesting, timeliness and available labour by linear programming. *Journal of Agricultural
Engineering Research*, 23(3), 283–300. [http://doi.org/10.1016/0021-8634\(78\)90102-6](http://doi.org/10.1016/0021-8634(78)90102-6)

- Bharati, S. K., & Singh, S. R. (2014). Intuitionistic Fuzzy Optimization Technique in Agricultural Production Planning: A Small Farm Holder Perspective. *International Journal of Computer Applications*, 89(6), 17–23.
- Catalá, L. P., Durand, G. A., Blanco, A. M., & Alberto Bandoni, J. (2013). Mathematical model for strategic planning optimization in the pome fruit industry. *Agricultural Systems*, 115, 63–71. <http://doi.org/10.1016/j.agsy.2012.09.010>
- Coello Coello, C. A., Lamont, G. B., & Veldhuizen, D. a Van. (2007). *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*. *Design*. <http://doi.org/10.1007/978-0-387-36797-2>
- Costa, A. M., dos Santos, L. M. R., Alem, D. J., & Santos, R. H. S. (2010). Sustainable vegetable crop supply problem with perishable stocks. *Annals of Operations Research*, 219(1), 265–283. <http://doi.org/10.1007/s10479-010-0830-y>
- Deb, K., Pratab, S., Agarwal, S., & Meyarivan, T. (2002). A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computing*. <http://doi.org/10.1109/4235.996017>
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística. (2016). Cuentas Trimestrales- Colombia Producto Interno Bruto (PIB) Boletín Técnico - Cuarto trimestre 2015. Bogotá.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2014, February). Producción limpia de hortalizas, una mejor salud y bienestar. *Boletín Mensual Insumos y Factores Asociados a La Producción Agropecuaria*, 56.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2015a). *3er Censo Nacional Agropecuario. Ira Entrega*.

Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2015b, September). Informe de producción. *Boletín Mensual Insumos y Factores Asociados a La Producción Agropecuaria*, 50.

Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2017a). Cuentas trimestrales - Colombia. Producto Interno Bruto (PIB) Boletín Técnico - Cuarto trimestre de 2016. Bogotá: DANE.

Departamento Administrativo Nacional de Estadística - DANE. (2017b). Mayoristas boletín semanal. Retrieved June 6, 2017, from <https://www.dane.gov.co/index.php/estadisticas-por-tema/agropecuario/sistema-de-informacion-de-precios-sipsa/mayoristas-boletin-semanal-1>

Departamento Nacional De Planeación. (2015a). El campo colombiano: Un camino hacia el bienestar y la paz. Misión para la transformación del campo. Bogotá: DNP.

Departamento Nacional De Planeación. (2015b). *El campo colombiano: Un camino hacia el bienestar y la paz. Tomo III* (1st ed.). Bogotá: Departamento Nacional De Planeación. Retrieved from https://colaboracion.dnp.gov.co/CDT/Agriculturapequarioforestal_y_pesca/TOMO_3.pdf

Departamento Nacional De Planeación. (2015c). Misión para la transformación del campo Colombiano.

Detlefsen, N. K., & Jensen, A. L. (2007). Modelling optimal crop sequences using network flows. *Agricultural Systems*, 94(2), 566–572. <http://doi.org/10.1016/j.agsy.2007.02.002>

Dias, A. H. F., & de Vasconcelos, J. A. (2002). Multiobjective genetic algorithms applied to

- solve optimization problems. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(2), 1133–1136.
<http://doi.org/10.1109/20.996290>
- Dirección de Desarrollo Rural Sostenible. (2015). *DIAGNÓSTICO DE LA POBREZA RURAL. COLOMBIA 2010-2014*. Bogotá.
- Eslava, J. A. (1993). Climatología y diversidad climática de Colombia. *Revista Academica Colombiana de Ciencias*.
- Filippi, C., Mansini, R., & Stevanato, E. (2017). Mixed integer linear programming models for optimal crop selection. *Computers & Operations Research*, 81, 26–39.
<http://doi.org/10.1016/j.cor.2016.12.004>
- Gobernación de Santander. (2016). *Plan de Desarrollo Departamental*. Bucaramanga: Gobernación de Santander.
- Grunow, M., Günther, H.-O., & Westinner, R. (2007). Supply optimization for the production of raw sugar. *International Journal of Production Economics*, 110(1–2), 224–239.
<http://doi.org/10.1016/j.ijpe.2007.02.019>
- Hazell, P. B. R. (1970). Game Theory - an Extension of Its Application To Farm Planning Under Uncertainty. *Journal of Agricultural Economics*, 21(2), 239–252.
<http://doi.org/10.1111/j.1477-9552.1970.tb02034.x>
- “Hazell Wood, S.,” P., Hazell, P., & Wood, S. (2008). Drivers of change in global agriculture. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 363(July 2007), 495–515. <http://doi.org/10.2307/20208446>

Heady, E. O. (1954). Simplified Presentation and Logical Aspects of Linear Programming Technique. *Journal of Farm Economics*, 36(5), 1035. <http://doi.org/10.2307/1234313>

Heirloom Organics. (2017). How to Grow Barley | Guide to Growing Barley.

Herrera-Cáceres, C., Pérez-Galarce, F., Álvarez-Miranda, E., & Candia-Véjar, A. (2017). Optimization of the harvest planning in the olive oil production: A case study in Chile. *Computers and Electronics in Agriculture*, 141, 147–159. <http://doi.org/10.1016/j.compag.2017.07.017>

Hillier, F. S., & Lieberman, G. (2010). *Introducción a la investigación de operaciones* (9th ed.). Mexico: McGraw-Hill.

Hudson, R. (2009). Resilient regions in an uncertain world: wishful thinking or a practical reality? *Cambridge Journal of Regions, Economy And*.

Infoagro. (2017a). El cultivo de la papaya.

Infoagro. (2017b). El cultivo de la patata.

Infoagro. (2017c). El cultivo de la piña.

Infoagro. (2017d). El cultivo de la yuca.

Infoagro. (2017e). El cultivo del plátano.

Kakhki, M. D., Sahnoushi, N., & Abadi, F. S. R. (2009). The Determination of Optimal Crop Pattern with Aim of Reduction in Hazards of Environmental. *American Journal of Agricultural and Biological Sciences*, 4(4), 305–310. <http://doi.org/10.3844/ajabssp.2009.305.310>

- Ke, S., Guo, D., Niu, Q., & Huang, D. (2014). Optimized production planning model for a multi-plant cultivation system under uncertainty. *Engineering Optimization*, 47(2), 204–220. <http://doi.org/10.1080/0305215X.2014.881809>
- Kennedy, J. O. S. (1973). Control systems in farm planning. *European Review of Agricultural Economics*, 1(4), 415–433. <http://doi.org/10.1093/erae/1.4.415>
- Kennedy, J. O. S. (1981). Applications of Dynamic Programming to Agriculture, Forestry and Fisheries: Review and Prognosis. *Review of Marketing and Agricultural Economics*, 49(3), 233–246.
- Kennedy, J. O. S., Whan, I. F., Jackson, R., & Dillon, J. L. (1973). Optimal fertilizer carryover and crop recycling policies for a tropical grain crop. *Australian Journal of Agricultural Economics*, 17(2), 104–113. <http://doi.org/10.1111/j.1467-8489.1973.tb00112.x>
- Lazarus, W. F., & Dixon, B. L. (1984). Agricultural pests as common property: Control of the corn rootworm. *American Journal of Agricultural Economics*, 66(4). <http://doi.org/10.2307/1240924>
- Lazarus, W. F., & Swanson, E. R. (1983). Insecticide use and crop rotation under risk: rootworm control in corn. *American Journal of Agricultural Economics*, 65(4), 738–747. <http://doi.org/10.2307/1240462>
- Li, J., Rodriguez, D., Zhang, D., & Ma, K. (2015). Crop rotation model for contract farming with constraints on similar profits. *Computers and Electronics in Agriculture*, 119, 12–18. <http://doi.org/10.1016/j.compag.2015.10.002>
- Luo, D., & Zhang, H. (2014). Hybrid Biogeography-Based Optimization for Solving Tomato

- Planting Planning. *Agricultural Research*, 3(4), 313–320. <http://doi.org/10.1007/s40003-014-0132-8>
- Mohaddes, S. A., & Ghazali Mhayidin, M. (2008). Application of the Fuzzy Approach for Agricultural Production Planning in a Watershed , a Case Study of the Atrak Watershed , Iran. *American-Eurasian J. Agric. & Environ. Sci*, 3(4), 636–648.
- Organización de las Naciones Unidas. (2016). Objetivos de Desarrollo Sostenible | UNDP.
- Piewthongngam, K., Pathumnakul, S., & Setthanan, K. (2009). Application of crop growth simulation and mathematical modeling to supply chain management in the Thai sugar industry. *Agricultural Systems*, 102(1–3), 58–66. <http://doi.org/10.1016/j.agsy.2009.07.002>
- R dos Santos, L. M., Michelon, P., Arenales, M. N., & Santos, R. H. S. (2011). Crop rotation scheduling with adjacency constraints. *Annals of Operations Research*, 190(1), 165–180. <http://doi.org/10.1007/s10479-008-0478-z>
- Rădulescu, M., Rădulescu, C. Z., & Zbăganu, G. (2012). A portfolio theory approach to crop planning under environmental constraints. *Annals of Operations Research*, 219(1), 243–264. <http://doi.org/10.1007/s10479-011-0902-7>
- Rae, A. N. (1971a). An empirical application and evaluation of discrete stochastic programming in farm management. *American Journal of Agricultural Economics*, 53(4), 625. <http://doi.org/10.2307/1237827>
- Rae, A. N. (1971b). Stochastic programming, utility, and sequential decision problems in farm management. *Amer. J. Agric. Econ., Urbana, Ill.*, 53(3), 448–460.

<http://doi.org/10.2307/1238222>

Ridier, A., Chaib, K., & Roussy, C. (2016). A Dynamic Stochastic Programming model of crop rotation choice to test the adoption of long rotation under price and production risks. *European Journal of Operational Research*, 252(1), 270–279. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.12.025>

Rocco, C. D., & Morabito, R. (2016). Production and logistics planning in the tomato processing industry: A conceptual scheme and mathematical model. *Computers and Electronics in Agriculture*, 127, 763–774. <http://doi.org/10.1016/j.compag.2016.08.002>

Romulo, P. R., Paulo, R. I., Helenice, de O. F., Dylan, J., & Jonis, J. N. (2016). An optimization model for the combined planning and harvesting of sugarcane with maturity considerations. *African Journal of Agricultural Research*, 11(40), 3950–3958. <http://doi.org/10.5897/AJAR2016.11441>

S.H. Mirkarimi, R. Joolaie, F. E. and F. S. B. A. (2013). Application of Fuzzy Goal Programming in Cropping Pattern Management of Selected Crops in Mazandaran Province (Case Study Amol Township). *International Journal of Agriculture and Crop Sciences*, 6(15), 1062–1067.

Santos, L. M. R., Munari, P., Costa, A. M., & Santos, R. H. S. (2015). A branch-price-and-cut method for the vegetable crop rotation scheduling problem with minimal plot sizes. *European Journal of Operational Research*, 245(2), 581–590. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.03.035>

Sarker, R., & Ray, T. (2009). An improved evolutionary algorithm for solving multi-objective

- crop planning models. *Computers and Electronics in Agriculture*, 68(2), 191–199.
<http://doi.org/10.1016/j.compag.2009.06.002>
- Scarpari, M. S., & de Beauclair, E. G. F. (2010). Optimized Agricultural Planning of Sugarcane Using Linear Programming. *Revista de Investigación Operacional*, 31(2), 126–132.
- Secretaría de Planeación Gobernación de Santander. (2011). Santander 2030 Síntesis del diagnóstico territorial de Santander. Bucaramanga.
- Sharma, D. K., Jana, R. K., & Gaur, A. (2007). Fuzzy goal programming for agricultural land allocation problems. *Yugoslav Journal of Operations Research*, 17(1), 31–42.
<http://doi.org/10.2298/YUJOR0701031S>
- Soltani, J., Karbasi, A. R., & Fahimifard, S. M. (2011). Determining optimum cropping pattern using Fuzzy Goal Programming (FGP) model. *African Journal of Agricultural Research*, 6(14), 3305–3310. <http://doi.org/10.5897/AJAR11.585>
- Srinivas, N., & Deb, K. (1994). Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms. *Evolutionary Computation*. <http://doi.org/10.1162/evco.1994.2.3.221>
- Talero-Sarmiento, L. H. (2018a). Modelo de optimización para la programación de la producción agrícola [código]. Bucaramanga: <https://github.com>. Retrieved from <https://github.com/eitt/Modelo-de-optimizacion-para-la-programacion-de-la-produccion-agricola>
- Talero-Sarmiento, L. H. (2018b). Modelo NSGAI para la programación de la producción agrícola [código]. Bucaramanga: GitHub. Retrieved from <https://github.com/eitt/NSGAI--Produccion-agricola>

Talero-Sarmiento, L. H. (2018c). Pronóstico de precios agrícolas [código]. Bucaramanga: GitHub. Retrieved from https://github.com/eitt/Pronosticos-de-precios-agricolas/blob/master/.ipynb_checkpoints/Code-checkpoint.ipynb

Talero-Sarmiento, L. H. (2018d). Rendimientos agrícolas [código]. Bucaramanga: GitHub. Retrieved from https://github.com/eitt/Rendimientos_Agricolas/blob/master/.ipynb_checkpoints/Code-checkpoint-checkpoint.ipynb

Talpaz, H., & Borosh, I. (1974). Strategy for Pesticide Use: Frequency and Applications. *American Journal of Agricultural Economics*, 56(4), 769–775. <http://doi.org/10.2307/1239306>

Talpaz, H., Curry, G. L., Sharpe, P. J., DeMichele, D. W., & Frisbie, R. E. (1978). Optimal Pesticide Application for Controlling the Boll Weevil on Cotton. *American Journal of Agricultural Economics*, 60(3), 469. <http://doi.org/10.2307/1239944>

Tan, B., & Çömden, N. (2012). Agricultural planning of annual plants under demand, maturation, harvest, and yield risk. *European Journal of Operational Research*, 220(2), 539–549. <http://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.02.005>

Teng, P. S., Blackie, M. J., & Close, R. C. (1977). A simulation analysis of crop yield loss due to rust disease. *Agricultural Systems*, 2(3), 189–198. [http://doi.org/10.1016/0308-521X\(77\)90004-X](http://doi.org/10.1016/0308-521X(77)90004-X)

Teng, P. S., & Gaunt, R. E. (1980). Modelling systems of disease and yield loss in cereals. *Agricultural Systems*, 6(2), 131–154. [http://doi.org/10.1016/0308-521X\(80\)90025-6](http://doi.org/10.1016/0308-521X(80)90025-6)

Toth, A., Rendall, S., & Reitsma, F. (2016). Resilient food systems: a qualitative tool for measuring food resilience. *Urban Ecosystems*, *19*(1), 19–43.
<http://doi.org/10.1007/s11252-015-0489-x>

United States Agency International Development USAID. (2013). Manual de producción de frijol. *Manuales de Producción*, *27*.

Universidad de Antioquia. (2017). Lulo.

Universidad Industrial de Santander. (2017). Misión de la Universidad Industrial de Santander.

You, P.-S., & Hsieh, Y.-C. (2017). A computational approach for crop production of organic vegetables. *Computers and Electronics in Agriculture*, *134*, 33–42.
<http://doi.org/10.1016/j.compag.2016.11.003>

Zhang, W., & Wilhelm, W. E. (2009). OR/MS decision support models for the specialty crops industry: A literature review. *Annals of Operations Research*, *190*(1), 131–148.
<http://doi.org/10.1007/s10479-009-0626-0>