

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

**Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo y Visita  
Sincronizada mediante la metaheurística Búsqueda Tabú**

**Jhon Jairo Gómez Gómez**

**Bryan Mateo Zamudio Solano**

**Trabajo de Grado para optar por el título en**

Ingeniero Industrial

**Director**

Ms. Carlos Eduardo Díaz Bohórquez

**Universidad Industrial de Santander**

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas**

**Escuela de Estudios Industriales y Empresariales**

**Bucaramanga**

**2023**

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### **Dedicatoria**

Dedico este proyecto de grado a mis padres, quienes siempre han sido mi mayor inspiración y apoyo en la vida, en especial a Sandra Gómez, mi madre, quien siempre creyó en mí y me inculcó valores como la perseverancia y el esfuerzo. Gracias por enseñarme a luchar por mis sueños y por apoyarme incondicionalmente en todo momento, por enseñarme el valor del trabajo duro, la perseverancia y la dedicación.

También quiero dedicar este proyecto a mi hermano, Espero que este trabajo pueda ser un ejemplo para él, que busca alcanzar sus metas académicas y profesionales.

Por último, dedico este proyecto a todos los estudiantes que luchan por alcanzar sus metas académicas. Espero que mi trabajo pueda inspirarlos a seguir adelante y nunca renunciar a sus sueños.

**Jhon Jairo Gomez Gomez**

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

A Dios, Yeshúa, mi guía y protector, quien ha estado presente en cada paso que he dado y en cada logro que he alcanzado. Agradezco por su amor incondicional, su fortaleza y su gracia, que han sido la luz que ha iluminado mi camino.

A mis padres, Wilman Zamudio y Paulina Solano, quienes han sido mi soporte y mi ejemplo para seguir. Gracias por su dedicación, su paciencia y su apoyo incondicional en cada etapa de mi vida. Sin su amor y sus enseñanzas, no estaría aquí hoy.

A mi familia entera, quienes han sido mi fuente de alegría y de inspiración. Agradezco por su amor, su aliento y su apoyo, que me han impulsado a seguir adelante en cada momento.

A mis compañeros, amigos y seres queridos, todos aquellos quienes han estado a mi lado en los momentos buenos y en los difíciles. Agradezco por su amistad, su compañía y su cariño, que han enriquecido mi vida y la han hecho más hermosa.

**Bryan Mateo Zamudio Solano**

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### **Agradecimientos**

Quiero expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas que han contribuido al éxito de este proyecto de grado. En primer lugar, a mi director de proyecto, quien me brindó su experiencia y conocimientos en el campo de investigación.

También quiero agradecer a mis amigos y familiares por su apoyo incondicional y por creer en mí en todo momento. Sus palabras de aliento y motivación fueron un gran estímulo para mí durante todo el proceso y me ayudaron a mantenerme enfocado en mi objetivo. .- ...-- ..-

A la escuela de Estudios industriales y empresariales de la Universidad Industrial de Santander, por la formación integral, el apoyo y las experiencias brindadas.

Por último, pero no menos importante, quiero agradecer a todas las personas que participaron en este estudio y compartieron su tiempo y conocimientos conmigo. Sin su colaboración, este proyecto no habría sido posible.

**Jhon Jairo Gomez Gomez**

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Agradezco a mis profesores de carrera en general, tutores, compañeros de trabajo, entre otros, por su invaluable ayuda y apoyo en la realización de esta tesis. Gracias por compartir su conocimiento, su experiencia y su tiempo conmigo, lo cual ha sido fundamental para alcanzar mis metas académicas.

Finalmente, agradezco a todas las personas que de alguna u otra manera han contribuido a la realización de esta tesis, y a quienes no mencioné pero que han sido parte de este camino.

¡Gracias a todos!

**Bryan Mateo Zamudio Solano**

**Tabla de Contenido**

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	16
1.    Objetivos .....	19
1.1    Objetivo general	19
1.2    Objetivos Específicos	19
2.    Delimitación del Problema.....	20
3.    Justificación.....	22
4.    Marco Teórico .....	26
4.1    Logística	26
4.2    Logística de distribución	27
4.3    Logística de transporte	29
4.4    Optimización Combinatoria	30
4.5    Problema del viajante de comercio	33
4.6    Complejidad computacional	34

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

4.7	Problema de Ruteo de Vehículos	35
4.8	Restricciones del VRP	38
4.9	Métodos de solución de VRP	39
4.10	Búsqueda Tabú	42
5.	Antecedentes .....	43
6.	Revisión literaria del problema ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) y visita sincronizada (VRPTW-Syn) junto a diferentes enfoques de soluciones propuestas. ....	47
7.	Definición del modelo matemático con supuestos, variables y restricciones. ....	55
7.1.1	Definición del problema .....	55
7.1.2	Sistematización del problema.....	58
7.1.3	Descripción del modelo .....	61
8.	Diseño de Algoritmo de Búsqueda Tabú .....	66
8.1.1	Matriz Distancia .....	69
8.1.2	Matriz Tiempo .....	70
8.1.3	Ruta inicial de los vehículos regulares .....	70
8.1.4	Ruta Sincronizada.....	76

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

8.1.5	Búsqueda tabú.....	81
9.	Validación del algoritmo.....	89
9.1.1	Resultado de las instancias .....	90
9.1.2	Análisis comparativo .....	97
10.	Conclusiones.....	101
11.	Recomendaciones.....	102
	Referencias.....	103
	Apéndice A. Artículo de carácter publicable.....	116

**Lista de Figuras**

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Cadena de suministro .....	28
Figura 2. Definición esquematizada .....	31
Figura 3. Definición de función.....	32
Figura 4. Espacio de configuración .....	32
Figura 5. Representación de definición de VRP .....	36
Figura 6. Cluster map de países .....	47
Figura 7. Nombre de autores que trataron el problema .....	48
Figura 8. Comparación de la distancia total requerida entre heurística programación dinámica de Kok y búsqueda de vecindario grande de Goel .....	50
Figura 9. Relación Número de nodos y tiempo de cómputo para el problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo aplicando búsqueda tabú.....	52
Figura 10. Comparación entre el algoritmo recocido simulado paralelo y algoritmo genético para el ruteo de vehículo con entrega-recogida simultánea y ventana de tiempo.....	53
Figura 11. Representación de nodos y red.....	57

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 12. Ejemplo del VRPTW-Syn .....	60
Figura 13. Diagrama de flujo del algoritmo.....	67
Figura 14. Distribución de nodos para el problema.....	69
Figura 15. Intercambio de elementos para la Búsqueda Tabú. ....	82
Figura 16. Localización de los nodos para la instancia 7 .....	91
Figura 17. Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 7.	92
Figura 18. Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 14 hasta iteración 500 .....	94
Figura 19. Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 14 hasta iteración 3000 .....	95
Figura 20. Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 8 hasta iteración 100.....	96

### Lista de Tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Cumplimiento de los objetivos en el documento.....	17
Tabla 2. Vehículos para el VRPTW-Syn.....	56
Tabla 3. Requisitos para las rutas de vehículos regulares y vehículos especiales .....	58
Tabla 4. Plan de enrutamiento de vehículos .....	60
Tabla 5. Notación del modelo.....	62
Tabla 6. Variables .....	64
Tabla 7. Función Objetiva.....	64
Tabla 8. Restricciones y limitaciones .....	65
Tabla 9. Algoritmo de Matriz de Distancia .....	70
Tabla 10. Algoritmo de la ruta regular.....	71
Tabla 11. Ruta Sincronizada.....	76
Tabla 12. Nuevas Rutas .....	82
Tabla 13. Búsqueda Tabú .....	87

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Tabla 14. Instancias .....	89
Tabla 15. Número de iteraciones y tiempo de cómputo para la instancia 7 .....	92
Tabla 16. Número de iteraciones y tiempo de cómputo para la iteración 8.....	97
Tabla 17. Instancias comparativas del PRVTW-Syn aplicada búsqueda tabú .....	97
Tabla 18. Instancias comparativas del artículo .....	98
Tabla 19. Análisis comparativo a mayor número de iteraciones.....	99
Tabla 20. Análisis comparativo a mayor número de iteraciones del artículo .....	100

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### **Lista de Apéndices**

Apéndice A. Artículo de carácter publicable.....	116
--	-----

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### Resumen General de Trabajo de Grado

**Título:** Solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada mediante la Metaheurística Búsqueda Tabú\*

**Autor(es):** Jhon Jairo Gómez Gómez

Bryan Mateo Zamudio Solano\*\*

**Palabras Clave:** Problema de Ruteo de Vehículos, Ventanas de tiempo, Visita Sincronizada, Metaheurística, Búsqueda Tabú.

#### Descripción:

Este proyecto se basa en el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada con solución de búsqueda Tabú. Propone una alternativa de solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada (un vehículo entrega algún producto a un cliente, mientras que la tripulación de otro vehículo lo instala en un tiempo) estándar. De ahí que, en primer lugar, evidencie la revisión literaria de este tipo de problemas y diferentes propuestas de solución sobre el mismo, defina el modelo matemático junto con los supuestos, variables y restricciones, luego diseñe el algoritmo para modelar en Matlab, valide la alternativa de solución propuesta del problema mediante instancias de literatura y, por último, elabore un artículo de carácter publicable con los resultados del proyecto de investigación.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director

Ms. Carlos Eduardo Díaz Bohórquez.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### General Abstract of Degree Work

**Title:** Solution to the Problem of Routing Vehicles with Time Windows and Synchronized Visit using the metaheuristic Taboo Search\*

**Author(S):** Jhon Jairo Gómez Gómez

Bryan Mateo Zamudio Solano \*\*

**Keywords:** Vehicle Routing Problem, Time Windows, Synchronized Visit, Metaheuristics, Taboo Search.

#### Description:

This project is based on the problem of routing vehicles with time windows and synchronized visit with taboo search solution. It proposes an alternative solution to the problem of routing vehicles with time windows and synchronized visit (a vehicle delivers some product to a customer, while the crew of another vehicle installs it at a time) standard. Hence, first of all, it evidences the literary review of this type of problems and different proposals of solution on it, define the mathematical model along with the assumptions, variables and constraints, then design the algorithm to model in Matlab, validates the alternative solution of the problem proposed by means of literature instances and, finally, produces an article of publishable nature with the results of the research project.

---

\* Bachelor Thesis.

\*\* Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director

Ms. Carlos Eduardo Díaz Bohórquez.

## Introducción

Gestionar el movimiento de mercancía o elementos para atender las necesidades de los clientes de manera eficaz y práctica es un reto para las compañías (Kyriakakis et al., 2021). Casi el 60% del capital que destina una empresa a sus gastos de funcionamiento está en la logística, políticas de compra, distribución y gestión de transporte, gestión de inventarios, diseño interno de los almacenes, entre otras (Servera-Francés, 2010). Generalmente los recursos son escasos y el costo asociado a la logística de distribución representa un alto porcentaje del precio de venta de los productos, entre el 3 % y 10 % dependiendo de la actividad económica (Departamento Nacional de Planeación, 2018).

Cuando de distribución de bienes y servicios se habla, el problema de ruteo de vehículos ha estado presente. El desarrollo tecnológico, las técnicas de investigación de operaciones y la programación matemática han facilitado solucionar problemas complejos y retos computacionales enormes proponiendo metodologías para planear la gestión del transporte de la mejor manera.

Para solucionar problemas de optimización combinatoria se encuentran los métodos heurísticos, metaheurísticos, exactos e híbridos, este último, combinación de distintos métodos. El problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo y visita sincronizada, en el que se enfoca el proyecto, es uno de los problemas ampliamente aplicables para sistemas de entrega o recepción de mercancía donde el cliente tiene un intervalo de tiempo para recibir o entregar mercancía.

El ruteo de vehículo con ventana de tiempo exige al camión llegar dentro de un tiempo dado, extralimitar el tiempo de llegada en un caso real generaría una penalización, es decir, un costo adicional por salirse del intervalo de tiempo, la no recepción de la mercancía por parte del cliente o un rechazo, como puede ser el sector salud, traslado de sistemas prefabricados, entre

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

otros, donde es inaceptable pasarse de esos tiempos. Visita sincronizada indica que dos camiones o vehículos tienen la obligación de llegar a una hora determinada en dos nodos cumpliendo una ventana de tiempo, o sea, un tipo de problema de ruteo de vehículo con restricciones que aumenta la complejidad matemática del problema.

Desde una perspectiva logística el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada evita menos tiempo de pérdida para los conductores y, por ende, menos gasto para la empresa. Este proyecto propone comparar los resultados del problema del artículo llamado *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints* [Programación para un problema de generación de rutas para vehículos con restricciones de sincronización] de Potvin, Rousseau, Hojabri y Gendreau, mediante el diseño de un algoritmo general de Búsqueda Tabú modelado en Matlab con base al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada del artículo mismo.

La Tabla 1 muestra la ubicación del desarrollo de cada objetivo en el proyecto.

*Tabla 1.*

### *Cumplimiento de los objetivos en el documento*

<b>Objetivo</b>	<b>Ubicación en el proyecto</b>
Realizar una revisión de literatura sobre el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada, así como los diferentes enfoques de soluciones propuestas.	pp. 47-55 titulada 'Revisión literaria del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) y visita sincronizada (VRPTW-Syn) junto a diferentes enfoques de soluciones propuestas'.
Definir el modelo matemático con los supuestos, variables y restricciones.	pp. 55-66 titulada 'Definición del modelo matemático con supuestos, variables y restricciones'.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

<b>Objetivo</b>	<b>Ubicación en el proyecto</b>
Diseñar un algoritmo de Búsqueda Tabú para dar solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada.	pp. 66-88 titulada 'diseño de Algoritmo de Búsqueda Tabú'.
Validar el algoritmo propuesto mediante instancias de la literatura.	pp. 89 – 100 titulada 'validación del algoritmo'.
Elaborar un artículo de carácter publicable que contenga los resultados del proyecto de investigación.	Apéndice

## **1. Objetivos**

### **1.1 Objetivo general**

Solucionar el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada mediante la Metaheurística Búsqueda Tabú.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Realizar una revisión de literatura sobre el problema ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada, así como los diferentes enfoques de soluciones propuestas.

Definir el modelo matemático con los supuestos, variables y restricciones.

Diseñar un algoritmo de Búsqueda Tabú para dar solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada.

Validar el algoritmo propuesto mediante instancias de la literatura.

Elaborar un artículo de carácter publicable que contenga los resultados del proyecto de investigación.

## 2. Delimitación del Problema

Este proyecto de investigación se encargó de formular una solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada tratado en el artículo *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints* a partir de una comparación de los resultados, haciendo uso de la metaheurística Búsqueda Tabú.

En un primer momento realiza la revisión de conceptos y de una serie de artículos científicos relevantes que ayudaron a comprender el problema, sus aplicaciones y las soluciones utilizadas por otros investigadores; describe apartes generales de las heurísticas y metaheurísticas de mejora de rutas y hace énfasis en trabajos que abordaron el problema mediante la metaheurística búsqueda tabú.

La mayoría de los estudios consultados durante la revisión de literatura indicaron que en general, el comportamiento de las soluciones obtenidas mediante metaheurísticas fue considerado bueno, se llegó a resolver de manera eficiente la mayoría de las instancias propuestas en la literatura usando algoritmos de construcción de rutas para el conjunto de soluciones iniciales.

Se destaca que no se encontró mucha literatura respecto a investigaciones sobre el ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada utilizando esta metaheurística, lo cual, otorga valor a este trabajo en la medida que explora un campo poco visitado del conocimiento.

Para la construcción del algoritmo se implementó la notación del modelo VRPTW-Syn propuesto en la investigación del artículo en el que se apoya la investigación. La validación del algoritmo se realizó llevando a cabo una comparación con distintas instancias de la literatura, con un total de 15 instancias, cinco para 50 nodos, cinco para 100 nodos y cinco para 200 nodos. Como

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

sugiere Sánchez (2020), se manejó el cinco como número tabú, pero no se especificó el número de iteraciones, por lo que primero se analizaron los resultados de las tres instancias y luego se compararon con la literatura. Por último, se elaboró un artículo con las conclusiones de la investigación propuesta.

Con esta comparación se espera enriquecer las opciones de métodos disponibles para solucionar el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada. También, a partir de los datos se espera engrosar las investigaciones de idioma español de VRP con restricciones y visita sincronizada mediante la metaheurística Búsqueda Tabú. Con la muestra del código se espera contribuir, a modo de plantilla o modelo, a resolver problemas similares al propuesto, para lograr el desarrollo de algoritmos cada vez más funcionales y de mayor capacidad. En tal sentido, se pretende aportar a la comunidad educativa UIS, ensanchando la existencia de estas investigaciones y brindando opciones de solución a futuros procesos de investigación asociados a problemas semejantes.

### 3. Justificación

La planeación de rutas eficientes para los vehículos comerciales es fundamental en el ámbito del transporte y la logística. La planificación y la gestión de las operaciones de entrega deben incluir decisiones sobre la conducción de vehículos, así como la gestión de personas, vehículos, tiempo y otras variables importantes de cómo, cuándo, dónde y con qué tipo de vehículos se atiende a los clientes.

Cualquier empresa que controle una flota de vehículos para servir a sus clientes se enfrenta a problemas de proyección de rutas bastante comunes. La toma de decisiones de solución en muchas empresas está respaldada principalmente de forma intuitiva por funciones de distribución sin el uso de métodos cuantitativos. Esto se traduce en resultados insatisfactorios o poco competitivos, que afectan la rentabilidad y la competitividad de la empresa.

En la práctica, se admite que la distancia y el tiempo están relacionados y que la optimización de uno conduce a la optimización del otro. El objetivo más común es reducir la distancia recorrida por el vehículo. El segundo objetivo es reducir el tiempo de uso del vehículo. De ello, resulta una amplia gama de problemas de ruteo de vehículos que son objeto de estudio en la comunidad académica. Las empresas continuamente se ven en la obligación de buscar diversos métodos de solución al problema de ruteo vehicular, una solución personalizada a las necesidades y restricciones de distribución de la empresa.

Habida cuenta de las diversas restricciones y ante todo de ser un problema operativo que debe abordarse con bastante frecuencia, donde se necesitan recursos de alta tecnología, personal altamente capacitado para crear soluciones rápidas, de alta calidad, que administre el programa y lea los resultados obtenidos, algunos de los enfoques bien conocidos en la literatura en los que se

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

basan las herramientas computacionales actuales para programar tales actividades de distribución por medio de la gestión de ruteo de vehículos con restricciones son las heurísticas y las metaheurísticas complejas.

Las heurísticas y las metaheurísticas complejas consisten en algoritmos computacionales diseñados para proporcionar soluciones para casos de enrutamiento de vehículos de gran tamaño en grandes empresas. Entre los usos que tiene la aplicación de estas restricciones, se encuentra el traslado de sistemas prefabricados (Li et al., 2019), donde se requiere visitar varios clientes simultáneamente, y el retraso traería serias consecuencias económicas en la disposición final de los consumidores de los sistemas prefabricados.

El problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo y visita sincronizada (VRPTW-Syn, en inglés) es uno de los problemas con restricciones que se ha aplicado a diversos sectores, entre estos la industria de la salud donde tratan la entrega de medicamentos y/o equipos médicos (Liu et al., (2019), el servicio de atención domiciliarios para ancianos (Afifi et al., 2016), la entrega de dispositivos para hogares de paso (Haddadene et al., 2016), la entrega y/o transporte de sistemas prefabricados (Li et al., 2019), entre otros.

Los VRPTW-Syn se pueden resolver con distintos métodos de optimización combinatoria, entre los que se encuentra métodos heurísticos, metaheurísticos, exactos e híbridos (El-Sherbeny, 2010), en donde los métodos metaheurísticos se han caracterizado por llegar a una mejor solución que los métodos heurísticos, compartiendo ambos tiempos de cómputo similares (El-Sherbeny, 2010).

Entre los métodos metaheurísticos existentes para solucionar el problema de ruteo de vehículos con ventana de tiempo y visita sincronizada, se halla la Búsqueda de vecindades variables (Liu et al., 2019), el Recorrido simulado (Afifi et al., 2019), la Mezcla entre

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

programación lineal, heurística condicionada y estrategia de búsqueda local (Haddadene et al., 2019), la colonia de abejas artificiales (Li et al., 2019), los Algoritmos genéticos (Haddadene et al., 2016), la búsqueda local iterada (Labadie et al., 2016), el “branch-and-cut” (Bianchessi et al., 2019) y el “Branch and Price” (Bredstrom & Rönnqvist, 2007). Lo que demuestra una ausencia de soluciones con metaheurística Búsqueda tabú.

La búsqueda tabú es un algoritmo metaheurístico que guía el proceso heurístico de búsqueda local en la búsqueda de optimización global. Su función se basa en derivar y usar múltiples estrategias inteligentes de resolución de problemas basadas en procesos de aprendizaje implícitos y explícitos. Un sistema de memoria adaptativa de búsqueda tabú no solo utiliza la historia del proceso de resolución de problemas, sino que también debe crear estructuras para hacer posible este uso. De esta manera, los elementos de búsqueda tabú prohibidos alcanzan este estado apoyándose en la memoria evolutiva, que permite que este estado cambie con el tiempo y las circunstancias.

En resumen, la búsqueda tabú se basa en combinar ciertos conceptos de los campos de la inteligencia artificial y la optimización se encarga de manejar problemas computacionales complejos y de brindar soluciones sumamente buenas.

Teniendo en cuenta que los problemas de VRP de las empresas se vuelven cada vez más complejos y que muchas empresas, para determinar una solución al VRPTW-Syn que resulte óptima y competitiva, busca entre las soluciones los mejores métodos para sus problema, es pertinente replicar el problema estándar de VRPTW-Syn del artículo llamado *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints*, formulando un nuevo método de solución a partir de la metaheurística Búsqueda

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Tabú, como alternativa al conjunto de procedimientos de VRPTW-Syn existentes. Desde este ángulo su importancia, alcance y pertinencia

## 4. Marco Teórico

### 4.1 Logística

La logística, del francés a través del inglés 'logistics' etimológicamente se define como la parte militar que se encarga del transporte, el hospedaje y aprovisionamiento de las tropas en campaña. En el mundo empresarial, la logística tiene un significado similar, pero alejado del carácter militar.

Para Ferrel, Hirt, Adriaenséns, Flores y Ramos (2004), la logística es "una función operativa importante que comprende todas las actividades necesarias para la obtención y administración de materias primas y componentes, así como el manejo de los productos terminados, su empaque y su distribución a los clientes". Para Lamb, Hair y McDaniel (2002), es "el proceso de administrar estratégicamente el flujo y el almacenamiento eficiente de las materias primas, de las existencias en proceso y de los bienes terminados del punto de origen al de consumo". Y para Enrique B. Franklin (2004), la logística es "el movimiento de los bienes correctos en la cantidad adecuada hacia el lugar correcto en el momento apropiado".

Por otro lado, la logística se puede conceptualizar como el aforo de una empresa o ente de entregar/recibir los bienes y/o servicios según el tiempo previamente establecido por las partes involucradas (Riveros & Silva, 2004), otra opinión es la realizada por Mazo, Montoya y Henao (2014):

La logística es aquella parte del proceso de la cadena de suministro que planea, implementa y controla el flujo y almacenamiento de productos y servicios, y su información relacionada, desde el punto donde se originan hasta el punto donde se consumen, en forma eficiente y al menor costo posible, para satisfacer los requerimientos de los clientes.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Si se toma como punto de partida estas definiciones, la logística en la actualidad se puede pensar como una función operativa; un llevar a cabo todas las actividades y procesos necesarios para gestionar estratégicamente el flujo y el almacenamiento de materias primas y piezas, productos en curso y productos terminados en la cantidad correcta, en el lugar adecuado y en el momento requerido. En otras palabras, se podría entender como una serie de actividades y tareas relacionadas con el transporte de un recurso, con su estrategia de movilidad, almacenamiento y entrega al lugar de uso en un momento dado, lo que involucra la colaboración adecuada de información, equipos y dinero, logrando el gusto del cliente según sea el requerimiento de la empresa o entidad.

Siendo así, la logística es parte de una cadena de abastecimiento que cumple una función clave para las empresas, permitiendo que puedan cumplir con sus objetivos y con su razón de ser.

### **4.2 Logística de distribución**

La logística de distribución es un término que usualmente se utiliza para referirse a todas las actividades logísticas hechas desde el depósito (la empresa) o el centro de distribución hasta la descarga de mercancía en el punto de entrega (cliente) y forma parte de la cadena de suministro.

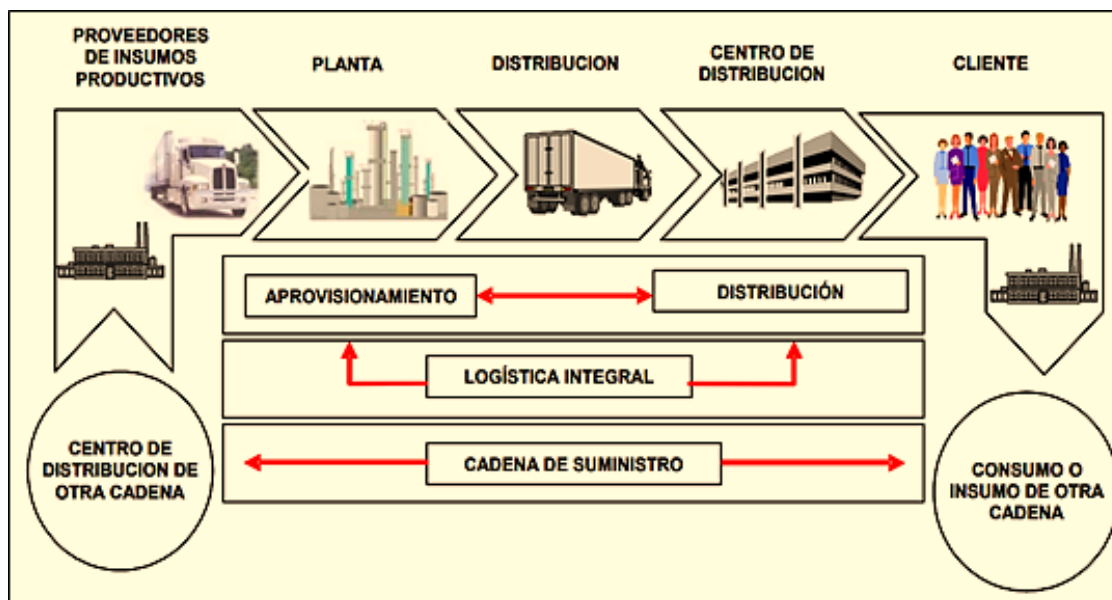
La cadena de suministro es el conjunto de empresas integradas por proveedores, fabricantes, distribuidores y vendedores (mayoristas o detallistas) coordinados eficientemente por medio de relaciones de colaboración en sus procesos clave para colocar los requerimientos de insumos o productos en cada eslabón de la cadena en el tiempo preciso al menor costo, buscando el mayor impacto en la cadena de valor de los integrantes con el propósito de satisfacer los requerimientos de los consumidores finales (No, 2002)

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Lo anterior se observa en la Figura 1.

Figura 1.

Cadena de suministro



*Nota.* Adaptado de No, P. (2002). Marco conceptual de la cadena de suministro: un nuevo enfoque logístico.

Aplicar la logística de distribución consiste en nivelar las variaciones físicas de las demandas de los clientes y la distribución del producto, con el objetivo de que los clientes tengan su producto en el tiempo requerido y a un costo mínimo para la empresa. Por supuesto, es importante para la empresa que su aplicación camine de la mano de herramientas logísticas para identificar elementos diferenciales en relación con la competencia.

Para no entrar en aspectos empresariales de gestión logística que incluyan otros procesos de mayor complejidad y de poco interés para la presente investigación, el término de distribución

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

se utiliza según su significado etimológico: viene del latín *distribuere*, donde dis (-separación por múltiples vías) y tribuere (distribuir entre las tribus), significa dividir y repartir entre varios.

Añadiendo un carácter empresarial, la definición de distribución en este caso haría referencia al último eslabón de la cadena de una empresa que consiste en repartir sus productos entre sus clientes, lo que incluye costos de transporte y las operaciones necesarias para planear la logística del transporte.

### **4.3 Logística de transporte**

La logística del transporte es una rama de la logística encargada de organizar las entregas, es decir, transportar cualquier material (producto, sustancia) de un punto a otro por una ruta óptima. Esta juega un papel muy importante en la interacción de cualquier empresa con el entorno externo. Durante la interacción, los objetos se mueven: materias primas de proveedores a fabricantes, productos terminados de fabricantes a distribuidores y de fabricantes a consumidores finales, por lo que la logística del transporte, aparte de ser una parte elemental de la cadena de suministro de una empresa, se dedica a asegurar que estos bienes lleguen con la calidad y la cantidad especificada, y en el momento y lugar requerido haciendo uso de una herramienta tecnológica.

La definición de logística de transporte dada para este proyecto es el movimiento de mercancías que se desplazan mediante un vehículo, a través del espacio a lo largo de la ruta óptima con el menor costo posible. Según Cortés (2023) la logística de transporte cumple con unos objetivos específicos: elegir el modo de transporte (terrestre, aéreo, marítimo, etc), el método de transporte (cálculo contable para determinar qué tipo de transporte utilizar) y el transportista y otros socios logísticos, determinar las rutas de entrega racionales, garantizar la unidad tecnológica

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

del proceso de transporte y almacenamiento, optimizar los parámetros del proceso de transporte (aumento de la velocidad de transporte, disminución de los costos de combustible, etc).

#### **4.4 Optimización Combinatoria**

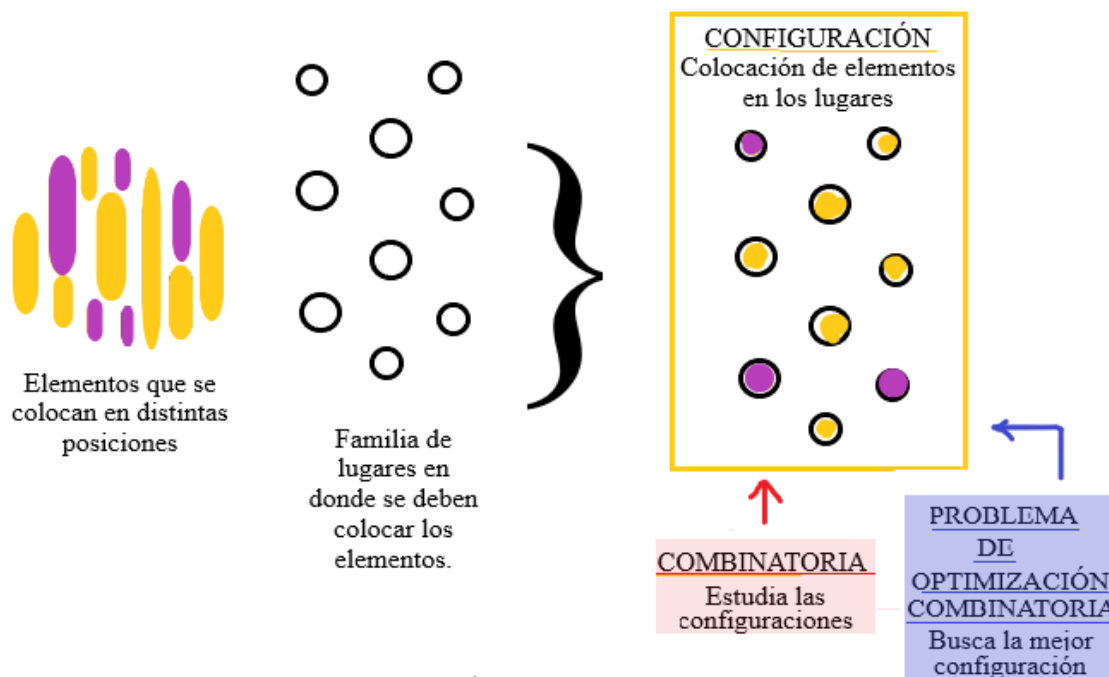
Según Sánchez García (s.f.), se podría definir la optimización combinatoria con el siguiente ejemplo: “Un excursionista, desea llenar su mochila de la forma más eficaz, aunque en ella no quepan todos los objetos que desea llevar. Decidir cuáles llevar, es un ejemplo de optimización combinatoria”.

Con este ejemplo, Sánchez menciona que dos cosas son comunes a todas las situaciones semejantes: una que las palabras, objetos, etc., se colocan en distintas posiciones y la otra, que hay una familia de lugares en los que se deben ubicar estos objetos. Cada colocación de los objetos en sus lugares se denomina configuración y a lo que se llama combinatoria, sería el estudio de las configuraciones, o sea la que se encarga de estudiar las agrupaciones que se puede tener de los objetos de un modo rápido contando con las relaciones que deben existir entre ellas, como se ilustra en la Figura 2.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 2.

## Definición esquematizada



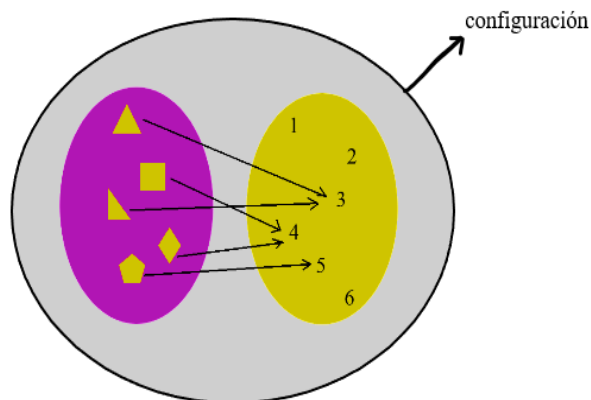
De la figura se tiene que los problemas de optimización combinatoria buscan la mejor configuración. Por otro lado, se observa que la zona de configuración es el espacio en donde se crea una o más funciones de valor, entendiendo 'función' en términos de optimización matemática, como una relación entre los elementos de dos conjuntos, una regla general matemática que consiste en asignar a cada elemento de un conjunto un único elemento de otro conjunto.

Un ejemplo sencillo de 'función' se puede dar con las figuras geométricas y su número de lados: un conjunto tiene las figuras geométricas, otro conjunto tiene el número de lados, hacer la relación de estos elementos de los dos conjuntos, aplicando la regla general sería la definición de función, tal cual la Figura 3.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 3.

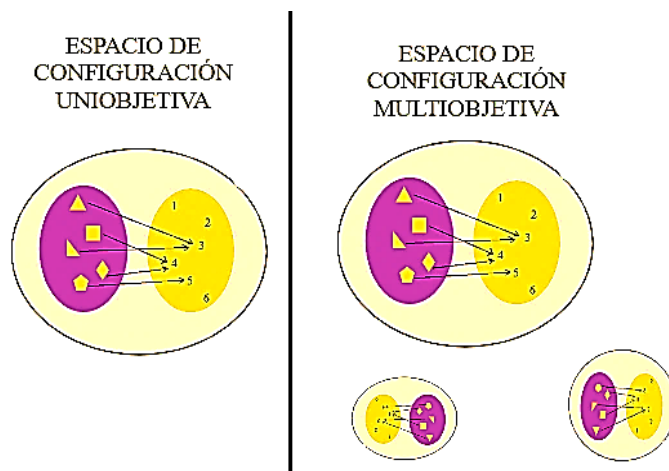
## Definición de función



Ahora bien, como se muestra en la Figura 4, un problema de optimización combinatoria es uniobjetivo cuando en el espacio de las configuraciones se construye una sola función de valor y multiobjetivo cuando se construye más de una función.

Figura 4.

## Espacio de configuración



## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Crear una función de valor en el espacio de configuraciones permite ordenar estas configuraciones con el fin de saber cuál es mejor, por lo que, la optimización combinatoria como un subcampo de la optimización matemática (Seleccionar el mejor elemento de un conjunto de alternativas disponibles en función de algunos criterios) está restringida mayoritariamente a un conjunto de soluciones discretas.

La matemática discreta, no maneja proximidad, sus gráficos constan de un conjunto finito de puntos para contar individualmente, como los algoritmos, grafos y teoría de números, que son las bases de las ciencias de la computación. Sus variables son discretas o digitales, es decir, tiene un número contable de valores entre dos valores arbitrarios finitos, no acepta cualquier otro valor, a diferencia de las variables continuas que toman un número infinito de valores entre dos valores cualesquiera.

La combinatoria, estudia los conjuntos finitos de objetos que pueden ser ordenados o combinados. Optimización combinatoria consiste en encontrar objetos inmejorables, o sea, se encarga de buscar la mejor solución entre todas las soluciones realizables a partir de un conjunto limitado de objetos. Sánchez García, asegura que, los problemas de optimización combinatoria en la teoría no son difíciles de resolver dada su finitud, pero en la práctica suele faltar tiempo para resolverlos, a veces son muy grandes y complejos por lo que es necesario aplicar otros métodos y escoger a los computadores como ayuda.

### **4.5 Problema del viajante de comercio**

Unos de los problemas típicos de optimización combinatoria relacionado con la gestión del transporte es el problema del viajante de comercio (travelling salesman problem, TSP en sus siglas en inglés) que existe al parecer desde antes del 1930 (Martínez Calviño, Aida 2011), y tiene como

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

objetivo dar una solución al problema del mensajero que debe visitar varios clientes en diferentes puntos (diferentes ciudades) una sola vez, al menor costo, con la situación de que el punto de partida también sea el punto final del mensajero.

La pregunta fundamental del TSP, consiste en saber cuál es el camino más corto para que el cartero visite cada ciudad exactamente una vez, por medio de una distancia conocida entre pares de puntos ubicados en el camino, y finalmente regrese a la ciudad de partida.

#### **4.6 Complejidad computacional**

Según sea el tipo de problema computacional, recurso computacional o modelo de cómputo que está gastando la capacidad del computador, se puede clasificar la complejidad computacional en problemas P y NP. El criterio de espacio también denominado la cantidad de memoria que rige la complejidad algorítmica, hace referencia al espacio computacional que utiliza la computadora para resolver un problema y tiempo (número de pasos para resolver el problema), dicha complejidad se divide en varias clases de problemas los cuales son P, NP, NP-Complejos y NP-Hard (Navarro, 2008).

NP del inglés non deterministic polynomial time ("tiempo polinomial no determinista") hace referencia al conjunto de problemas que una máquina de Turing no determinista puede resolver en tiempo polinomial. La importancia de este tipo de problema de toma de decisiones es que involucra muchos problemas de búsqueda y optimización que preguntan si existe una ruta óptima a través de todos los nodos de un grafo dado mejor que las soluciones conocidas o una solución general.

La clase P está formada por problemas de decisión que pueden ser resueltos mediante algunos algoritmos en un número de pasos acotado por un polinomio fijo en función del tamaño

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

de la entrada” (Navarro, 2008). La clase NP-hard “se caracteriza porque si se resuelve un problema en un tiempo polinómico permite resolver todos los problemas de la clase NP en un tiempo polinómico” (Navarro, 2008).

La clase NP-completos: “son los problemas NP más difíciles, debido a que es menos probable que pertenezcan a la clase P, debido a su dificultad por encontrar una forma de resolver el problema rápidamente (en un tiempo polinómico)” (Navarro, 2008). Debido a su importancia, se han realizado muchos esfuerzos para encontrar algoritmos que resuelvan ciertos problemas de NP en tiempo polinomial. Sin embargo, para algunos problemas de NP (problemas donde NP está completamente concentrado) parece imposible encontrar un algoritmo que sea mejor que una simple búsqueda exhaustiva, lo que básicamente significa que es imposible encontrar un algoritmo que ofrezca una solución óptima.

#### **4.7 Problema de Ruteo de Vehículos**

La asignación de rutas a flotas de vehículos, problema que a menudo se le denomina problema de enrutamiento de vehículos o problema de ruteo de vehículos — vehicle routing problem — (VRP, por sus siglas en inglés) (Koç y Laporte, 2018), es un nombre general que se le da a una amplia gama de problemas que consisten en encontrar la ruta o las rutas de menor costo, que permita al vendedor, salir del almacén, distribuir productos a los clientes, satisfaciendo sus necesidades y regresando al punto de partida dentro de ciertas restricciones.

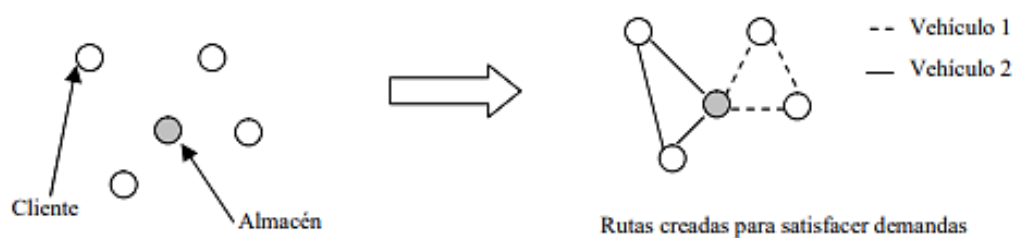
El problema de ruteo de vehículos o VRP, consiste básicamente en dar respuesta a la pregunta: ¿Cuál es el conjunto óptimo de rutas para que una flota de vehículos cumpla con los requisitos de un conjunto dado de clientes? En otras palabras, el VRP es un problema en el que un conjunto de nodos de origen (almacenes) planea abastecer o satisfacer la demanda de un conjunto

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

de nodos de destino (clientes) utilizando una flota que debe utilizarse tanto como sea posible, tendiendo a minimizar el costo, la distancia, o tiempo, y satisfaciendo las necesidades del cliente en términos de tiempo y cantidad, como se ejemplifica en la Figura 5.

*Figura 5.*

### *Representación de definición de VRP*



*Nota.* Tomado de “Análisis de los problemas de asignación de rutas, horarios y cargas en una distribuidora de productos”, por Valdez Rangel, Nelson. Instituto Tecnológico de CD. Madero, México, 2005, p.3.

El VRP surgió como una extensión del TSP (problema del viajante) para los casos en que los vehículos de las rutas tienen capacidad limitada, por lo que se requieren múltiples rutas. El VRP y el TSP son dos problemas aparentemente simples, pero conocidos por su enorme complejidad computacional. Registros históricos, aseguran que una de las primeras aplicaciones de VRP fue en 1959, cuando se tomó como ejemplo el proceso de distribución de combustible desde los puntos de recolección hasta las diferentes gasolineras (Braekers, 2016) y se propuso una formulación matemática a este.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Como una de las primeras misiones para abordar oficialmente el problema VRP, se proyectó construir rutas para un grupo de vehículos de la misma capacidad (flota homogénea) con el fin de satisfacer las necesidades de combustible de la red de clientes en la distancia mínima total. En ese momento, se notó una de las principales características de VRP: a medida que aumentaba el número de clientes (puntos de destino), la combinación de rutas aumentaba exponencialmente, lo que lo convierte en un problema generalmente complejo (Qin, 2021). El VRP actualmente es conocido por ser un problema de categoría NP-hard la representación es al menos tan compleja como NP (pero no necesariamente NP).

Aunque el VRP y el TSP están íntimamente relacionados, no son iguales. El TSP por lo general es un modelo heurístico, cuyo propósito es generar soluciones de alta calidad en tiempos más cortos, o sea, un tiempo de respuesta óptimo con problemas de menor complejidad. La tarea de TSP consiste en hacer una ruta que permita a un solo proveedor visitar a todos los clientes una vez, después de recorrer una distancia mínima, no suele tener un almacén central y si lo tuviera no se distinguiría de los clientes, parte desde un nodo 1, no posee demanda asociada a los clientes y tampoco restricciones temporales, sus rutas son cortas y hace su entrega a costo mínimo (Martínez Calviño, Aida 2011). Un proceso más simple, podría decirse.

El VRP, se emplea cuando es necesario utilizar vehículos de mayor capacidad que realicen una ruta escogida, y además sean capaces de realizar varias rutas extensas, parte de un almacén central como un nodo 0, entrega los productos a un conjunto de clientes con demandas conocidas, al mínimo costo, mediante rutas eficientes que se originan y finalizan en el almacén. Globalizando, se podría decir que los VRP son generalizaciones del TSP, el cual da la situación general y el punto de partida para que se formulen otros problemas combinatorios más complejos (Martínez Calviño, Aida 2011).

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

#### 4.8 Restricciones del VRP

Al pasar los años, con el fin de responder a las particularidades de los casos en los contextos reales, solucionar problemas de mayor complejidad y además minimizar los costos totales de las operaciones, los VRP fueron implementando diferentes variaciones que, en la actualidad, consisten en restricciones o modificaciones de los parámetros del modelo. Usualmente los parámetros de modelos determinísticos (cuando se tiene certeza de los valores de las variables) a modelos estocásticos (cuando los parámetros utilizados para describir el modelo son variables aleatorias que tienen algún proceder esperado, pero no se conoce de antemano el valor que reciben) (Universidad Santo Tomás, s.f.).

Entre las restricciones del VRP están: el VRP de **restricción de capacidad**, la variante más común que supone que la flota tiene una capacidad fija y limitada que no se excede en cada ruta asignada al vehículo (Medina, 2011); el VRP **con restricciones de capacidad no homogénea**, en la que se cree que las flotas tienen diferentes límites de potencia, funcionando para el mundo real, ya que en la industria la mayoría de las flotas son heterogéneas y se manifiestan no solo en la cantidad de vehículos, sino que, debido al acelerado desarrollo tecnológico, es frecuente encontrar que las flotas de las empresas presentan diferentes grados de obsolescencia. Lo que quiere decir, que cada modo de transporte difiere en términos de costos: eficiencia del combustible, costo de mantenimiento, probabilidad de falla, autonomía del vehículo, etc.

Entre muchas otras restricciones, está la del presente proyecto, el problema de ruteo de vehículos con **ventana de tiempo**, donde ‘ventana de tiempo’ significa el intervalo de tiempo entre la hora de inicio y finalización en que la ruta debe acceder a una ubicación (cliente) de red. Esta opción supone que el cliente debe ser visitado durante un tiempo determinado y que el proveedor

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

tiene restricciones que concretan cuándo comienza y cuándo termina el servicio al cliente. Lo anterior, no lo excede de asignar múltiples intervalos de tiempo a cada cliente, pues en una generalización se contempló esta concesión (Desrochers, 1992). Por tanto, no solo basta con conocer las necesidades de los clientes y la distancia entre ellos, sino también la ventana de tiempo de cada cliente, el momento de inicio de la ruta y el tiempo necesario hasta la llegada, moverse de un cliente a otro y atender a cada uno (Martínez Calviño, Aida 2011).

Esta última posee dos categorías, una llamada *ventanas de tiempo suaves*, donde el vehículo puede violar la restricción de zona horaria a cambio de una penalización objetiva por la tarea por llegar tarde o temprano, y *ventanas de tiempo rígidos*, donde la latencia o el adelanto están estrictamente prohibidos porque están fuera del alcance de las posibles soluciones al construir un modelo matemático factible (Yuan, 2021).

La Real Academia Española define **sincronizar** como “hacer que coincidan en el tiempo dos o más movimientos o fenómenos”. En el contexto del presente trabajo, la visita sincronizada hace referencia a la llegada de dos vehículos sincronizados a diferentes sitios del cliente: un vehículo encargado de entregar algún producto a un cliente, como un sistema de cine en casa, mientras que la tripulación de otro vehículo debe instalarlo.

#### 4.9 Métodos de solución de VRP

Para solucionar los problemas de ruteo de vehículos, hay una serie de métodos de solución que se han realizado en el área técnica con anterioridad. Es claro que, por su carácter particular, cada autor elige un método de solución que mejor se adapte al caso de estudio, otros implementan métodos de solución que innovan y mejoran el rendimiento de los métodos revisados anteriormente. En este caso se expondrán cuatro (4) métodos existentes, como los grupos de

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

soluciones más usados para los problemas de ruteo vehicular, denominados métodos exactos, métodos multicriterio (métodos más bien de apoyo), métodos heurísticos y métodos metaheurísticos. Siendo este último el utilizado para la realización del proyecto.

Los **métodos exactos** se caracterizan por encontrar la mejor respuesta al problema. Esto es, permiten lograr resultados óptimos, pero en muchos casos no se pueden llevar a cabo debido a la complejidad del modelado de algunas tareas, especialmente las denominadas NP- Hard (Tovar Perilla, N. J., Sánchez Echeverri, L. A., Carranza Murillo, L. P., 2022). Según los autores del artículo *Problema de ruteo de vehículos. Importancia para la logística y métodos de solución*, la principal debilidad de los métodos de precisión es que el costo computacional aumenta exponencialmente a medida que aumenta el tamaño del problema. Sin embargo, mencionan que algunos estudios han superado esta barrera implementando estrategias adicionales para reducir los costos computacionales, por ejemplo, para llegar a tiempo, implementan la estrategia "Branch and Price".

Los **métodos multicriterio** forman un grupo de métodos y/o metodologías que tienen la tarea de apoyar la toma de decisiones evaluando diversos objetivos o metas de carácter cualitativo y cuantitativo, en la búsqueda de la mejor solución (Bustos, 2010). Consisten en ayudar a los tomadores de decisiones a evaluar y comparar diferentes alternativas o soluciones, considerando múltiples criterios o aspectos relevantes, con el objetivo de seleccionar la mejor opción. El criterio de corrección de estos métodos se funda en tres (3) pilares, el primero, los atributos refiriendo a valores que se consideran para elegir la mejor opción respecto al contexto dado, el objetivo que refleja las direcciones de mejora de los atributos y, por último, las metas, que indican el valor esperado o el nivel de expectativa asociada con los atributos.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Los métodos multicriterio se clasifican de manera muy amplia. No obstante, algunos autores coinciden en que se pueden dividir en dos grandes categorías: discretos, que se utilizan cuando se establece un número limitado y conocido de alternativas de solución, por ejemplo, los que aplican técnicas colaborativas, y continuos, que abordan problemas con un número infinito de soluciones que no se pueden especificar directamente, sino que utilizan variables de decisión para definirlos y, a menudo, se tratan como problemas de múltiples objetivos dentro de métodos exactos o heurísticos.

Los **métodos heurísticos** son uno de los más utilizados en los últimos años. Heurística se le llama a un proceso secuencial que tiene como objetivo hallar una solución inicial o una solución mejorada a un problema de optimización matemática. Por lo habitual, estos algoritmos se basan en el sentido común y en brindar soluciones en tiempos computacionales razonables. Suministran buenas soluciones, sin embargo, no se recomienda para creer resolver problemas relativamente simples a causa de una mayor complejidad en su solución óptima, no pueden garantizar que la solución encontrada sea óptima, los métodos heurísticos son más adecuados para problemas que son complejos en su naturaleza y que no tienen una solución óptima fácilmente alcanzable. Por eso, algunos autores recomiendan usar la heurística en situaciones donde los métodos exactos no sean atractivos computacionalmente, no se necesite una solución óptima, los datos sean inexactos o limitados, haya limitantes de recursos como tiempo o presupuesto o sean pasos intermedios para otros algoritmos (Tovar Perilla, N. J., Sánchez Echeverri, L. A., Carranza Murillo, L. P., 2022)..

Los **métodos metaheurísticos**, por otro lado, son algoritmos pensados para superar o huir de la optimización local, donde las heurísticas frecuentemente cumplen con su criterio de parada. Las metaheurísticas destacan por encontrar un punto de mediación entre el procedimiento de intensificación y el de diversificación. En la intensificación, las regiones que se esperan sean

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

atractivas en el espacio de soluciones se exploran más a fondo con la esperanza de encontrar soluciones mejores o más cercanas a las óptimas. En la diversificación, la búsqueda se orienta hacia regiones que han sido muy poco o nada exploradas para que se pueda examinar una mayor parte de la región de posibles soluciones (Talbi, 2009).

Según algunos autores, ha surgido una subcategoría de algoritmos metaheurísticos como sigue: **Algoritmos de trayectoria**, un grupo de algoritmos que producen una solución en cada iteración. El algoritmo trabaja sobre la solución y la mejora en cada iteración explorando soluciones cercanas a la solución establecida. A menudo, a esta acción en el campo investigativo se le llama búsqueda de vecindad o búsqueda de vecindario. Algunos ejemplos de esto son: Búsqueda tabú, Recocido simulado o Búsqueda local.

**Algoritmos poblacionales**, conocidos por iniciar con un grupo de soluciones como población inicial y consecutivamente, encontrar todas las buenas soluciones para el caso mediante la elección de las mejores partes de la solución y la aplicación de un proceso sobre ellas que varía dependiendo del algoritmo que se implemente. Algunos ejemplos de este tipo son: Algoritmo genético (Rabbouch et al., 2021) y Colonia de hormigas (Wang et al., 2019)

### 4.10 Búsqueda Tabú

Búsqueda Tabú (Tabu Search - TS) es un procedimiento metaheurístico notable por su uso de memoria adaptativa y estrategias específicas de resolución de problemas, una vez que se identifica una posible solución, marca como "tabú" a un algoritmo de solución para que este no vuelva a buscar esa posible solución. En este sentido 'tabú' puede entenderse 'prohibición', o sea, una memoria de corto plazo que contiene las soluciones que fueron visitadas en el pasado reciente, y 'búsqueda' como la búsqueda de vecindad que se proporciona.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Búsqueda Tabú, es un método de optimización matemática que pertenece a la categoría de métodos de búsqueda local. Su filosofía se sustenta en la resolución de problemas utilizando una variedad de estrategias inteligentes basadas en el proceso de aprendizaje. El marco de memoria adaptativa de TS utiliza la historia del proceso de resolución de problemas con referencia a cuatro dimensiones clave, que incluyen actualidad, frecuencia, calidad e impacto.

Según Melián Batista y Glover Fred (s.f), la dimensión de calidad se refiere a la capacidad de distinguir entre “buenas” y “malas” soluciones visitadas a lo largo del proceso de búsqueda. De esta forma, la memoria se puede utilizar para detectar elementos comunes en buenas soluciones o caminos determinados que conducen a ellos. La calidad constituye la base del aprendizaje basado en incentivos, en el que se fortifican las acciones que conducen a buenas soluciones y, por el contrario, se rechazan las acciones que conducen a malas soluciones. Finalmente, la cuarta dimensión de la memoria, nombrada influencia, tiene en cuenta la influencia de las decisiones tomadas en el proceso de búsqueda, no sólo en relación con la calidad de las soluciones, sino también en relación con su estructura.

Afirman que la memoria basada en recencia y la memoria basada en frecuencia se complementan para lograr el equilibrio entre refuerzo y variación que debe tener cualquier proceso de búsqueda heurística y, además, que la flexibilidad de las estructuras de memoria mencionadas permite enviar la búsqueda en entornos de múltiples objetivos, ya que las ventajas de una orientación de búsqueda particular están determinadas por múltiples características.

## 5. Antecedentes

El problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo y visita sincronizada (*vehicle routing problem with time Windows and synchronized visits*, VRPTWSyn) fue inicialmente

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

estudiado por Bredström & Rönnqvist, (2008) para atención domiciliaria para personas de la tercera edad. En dicho servicio, algunas operaciones podían requerir mayor cantidad de personal para realizar operaciones, por ejemplo, levantamientos de objetos pesados o requerimiento de habilidades específicas. La distribución y coordinación para el éxito de la operación y la restricción temporal asociada (visita sincronizada) se presenta como factor a tener en cuenta durante la construcción de la programación.

Como una extensión al problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (*vehicle routing problem with time Window*, VRPTW), la visita sincronizada es claramente un problema NP-Hard (Lenstra & Kan, 1981). Hay pocas variantes para solucionar esta variante en la literatura (Afifi et al., 2016; Bredström & Rönnqvist, 2007; Bredström & Rönnqvist, 2008). En los métodos utilizados por los autores mencionados en el presente párrafo, las soluciones se obtienen aproximadamente o mediante optimización de programación lineal de enteros.

Bredström & Rönnqvist, (2008) estudiaron el rol que incide la visita sincronizada, encontrando aplicación en el mundo real, proponiendo así la formulación matemática del problema matemático del VRPTW-Syn. Tres objetivos de optimización fueron considerados: (1) Minimizar el tiempo total del viaje; (2) maximizar la suma de preferencias, esto ocasionado por el factor que cada cliente (nodo) le pueda gustar o disgustar la atención de algún conductor/camión específico; (3) minimizar la diferencia entre la cantidad de servicios más largos y cortos del vehículo en pro de optimizar el balance de la carga del camión. Por conveniencia, se llamará costo de viaje, recompensa de servicio y equidad de atribución respectivamente. En aplicaciones prácticas, se pueden abortar todos simultáneamente, por ejemplo, agregándolo en un solo objetivo usando un conjunto de pesos. Para evitar un peso negativo en el agregado, la minimización de la suma de las preferencias negativas, es decir, la medida de disgusto se utiliza en lugar de maximizar la

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

recompensa del servicio. Bredström & Rönnqvist, (2008) resolvieron el problema en cuestión con una variante al algoritmo enfoque de ramificación local (*local-branching approach*, LBA). Se crearon un conjunto de instancias de referencia para evaluar los métodos. Para fines analíticos, o sea, identificar fortalezas y debilidades de los enfoques, se estudiaron independientemente los tres objetivos en sus instancias.

Bredström & Rönnqvist, (2007) utilizaron el algoritmo *branch-and-price* enfocándolo en los primeros dos objetivos, o sea, el costo y la recompensa. El enfoque fue influenciado por la técnica de asignar flota de (Ioachim et al., 1999). En el nodo raíz o nodo cero, la restricción de sincronización o visita sincronizada no se tiene presente y el modelo lineal es básicamente una formulación de partición formulada. De esta forma, durante las etapas de solución, las restricciones son afianzadas con un *branch-and-bound*. Esto se realiza repetidamente ajustando los tiempos de llegada del vehículo en los nodos y ramificando (*branching*) la ventana de tiempo. El algoritmo *branch-and-price* fue capaz de resolver 44 de 60 instancias propuestas a la optimización. Después, Labadie et al., (2014), en un trabajo preliminar, propuso un algoritmo de búsqueda local iterativo para el problema y presentó igual resultado en instancias de magnitud pequeñas y medianas.

Rasmussen et al., (2012) realizaron una aplicación similar en servicios de cuidados en el hogar con un particular enfoque en el objetivo de la recompensa. Los autores propusieron un esquema de clúster basados en las preferencias del cliente y utilizaron el algoritmo *branch-and-price* para solucionar el problema.

El algoritmo fue capaz de encontrar buenas soluciones aproximadas para instancias donde no se encontró la solución óptima. La restricción sincronización fue modelada como restricciones de precedencia generalizadas y luego reforzada mediante ramificación. Este enfoque fue estudiado

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

por Bredström & Rönnqvist, (2007), para ejemplo reales aplicado en el mundo, más específico en dos municipios Daneses.

Después, Dohn et al., (2011) presentó una generalización VRPTW-Syn, el problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo y dependencias temporales (*vehicle routing problem with time Windows and temporal dependencies*, VRPTWDT). Adicionalmente a la sincronización estándar, más requerimientos generales son estudiados, tal como superposiciones máximas/mínimas y/o brechas entre la hora de inicio o la hora de visitas. Únicamente se considera el costo de transporte en la función objetivo.

El algoritmo *branch-and-cut-and-price* se propuso para solucionar el problema general y se midió un conjunto de instancias derivadas de 56 instancias bien conocidas extraídas de Solomon, (1987). Se muestra que los resultados de Dohn et al., (2011) y Rasmussen et al., (2012) son estadísticas generales, tal como el número de instancias buscando optimizarlo por el método propuesto. Existen otras variantes interesantes o aplicaciones, como pueden ser las de (El Hachemi et al., 2013; Li et al., 2005; Wen et al., 2009). Perspectivas generales de restricciones temporales para el ruteo de vehículo también se puede encontrar en el estudio de Drexler, (2012) y el artículo de (Labadie, Prins Yang, 2014).

Affifi, Dang & Moukrim, (2016) presentan el algoritmo de recorrido simulado a una variante del VRPTW-Syn, la cual es visita sincronizada y especifican el modelo matemático con su respectiva variante. Las características del algoritmo mejoran el método de búsqueda local, ideal para un problema con distintos objetivos. Las instancias conducidas tienen puntos de referencia de la literatura, mostrando un método rápido para el cálculo de un óptimo local aceptable. Requiriendo poco tiempo de cómputo para las instancias realizadas.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

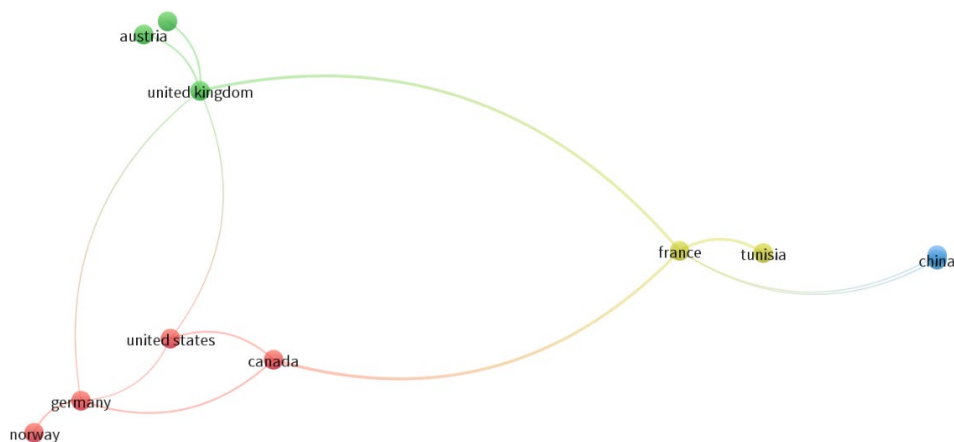
## 6. Revisión literaria del problema ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) y visita sincronizada (VRPTW-Syn) junto a diferentes enfoques de soluciones propuestas.

El objetivo de revisar la literatura se llevó a cabo para obtener conocimiento general de cada parte que comprende el presente problema. En específico se realizó para conocer la existencia de artículos acerca del problema y sus semejantes, la aplicabilidad de este y sus soluciones para conocer los métodos de solución utilizados.

Para llevarlo a cabo se buscó en la base de datos de Web Of Science y SCOPUS definiendo palabras clave, a saber, *problema de ruteo de vehículos*, *ventanas de tiempo*, *visita sincronizada*, *metaheurística*, *búsqueda tabú*. Los países caracterizados por ser del primer mundo como Francia, China y Reino Unido mostraron artículos de industrias que buscaban optimizar procesos, como se ve en la Figura 6.

Figura 6.

Cluster map de países

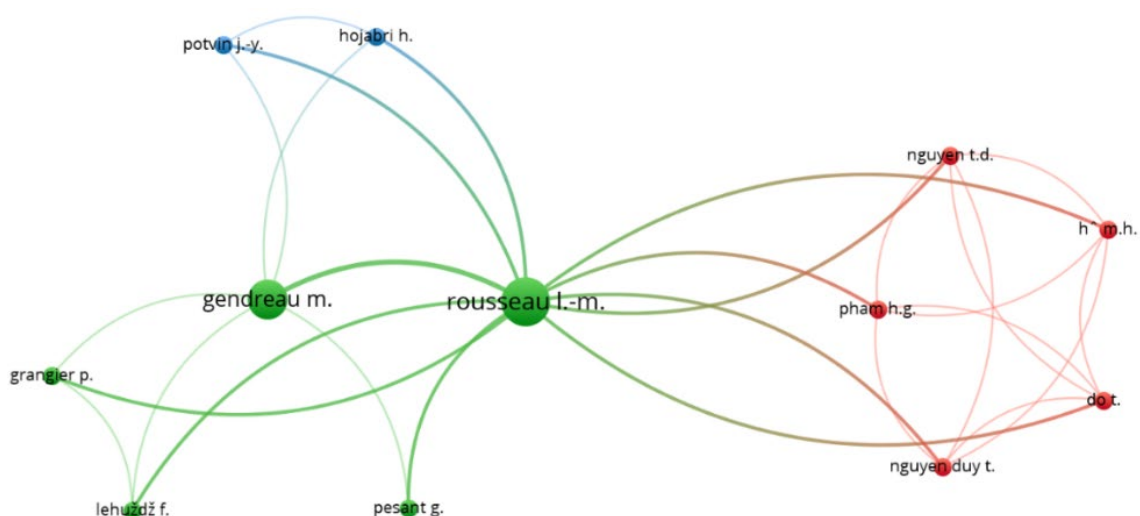


## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Como la restricción de sincronización y ventanas de tiempo pertenece al problema de ruteo de vehículos, se buscaron autores que trataban este tipo de problemas, encontrando así un total de doce trabajos relacionados con el problema, como se muestra en la Figura 7.

Figura 7.

Nombre de autores que trataron el problema



A continuación, se muestran los resultados y las soluciones que aplicó cada uno de los autores que realizaron los trabajos más importantes relacionados entre sí para el presente problema.

El problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (vehicle routing problem with time Windows, VRPTW por sus siglas en inglés) se propuso por primera vez como modificación al problema de ruteo de vehículo por Pullen & Webb, (1967). La modificación consistió en agregar un intervalo de tiempo para arribar el vehículo (ventana de tiempo) donde se demostró que continúa siendo un problema del tipo NP-Hard (Azi et al., 2010).

Donati, et al., (2008) resolvió el problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (*vehicle routing problem with time Windows*, VRPTW) con una modificación al algoritmo de

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

colonia de hormigas (*Ant System AS*). No obstante, presentó una variación al problema en pro de ser más aplicable, dicha variación se denominó dependencia del tiempo (*Time dependent, TD*), la cual consistió en una relación entre el tiempo y el transporte del vehículo, muy aplicado para zonas urbanas donde las horas pico o específicas pueden cambiar el tiempo de transporte.

Se considera que los vehículos tienen un cierto tiempo de servicio en cada punto de entrega, y deben respetar ventanas de tiempo predefinidas en cada punto de entrega. Sin embargo, no se tiene en cuenta la dependencia del tiempo en el transporte del vehículo entre los diferentes puntos de entrega. En la variación TD del VRPTW, se introduce la dependencia del tiempo en el transporte del vehículo, lo que significa que se considera el tiempo de viaje entre los diferentes puntos de entrega, en función de las condiciones del tráfico y otras variables relacionadas con el tiempo. O sea, es ampliamente impactado por el tráfico vehicular.

Para su solución utilizó 443 nodos (sin incluir el nodo cero), concluyendo que el tiempo de cómputo aumentó con la dependencia del tiempo, sin embargo, no llegó a ser significativo, pues en las 9 pruebas realizadas, no varió más del 6,3%. La modificación del problema se tradujo para la presente investigación como una idea del impacto del problema sobre el tiempo de cómputo.

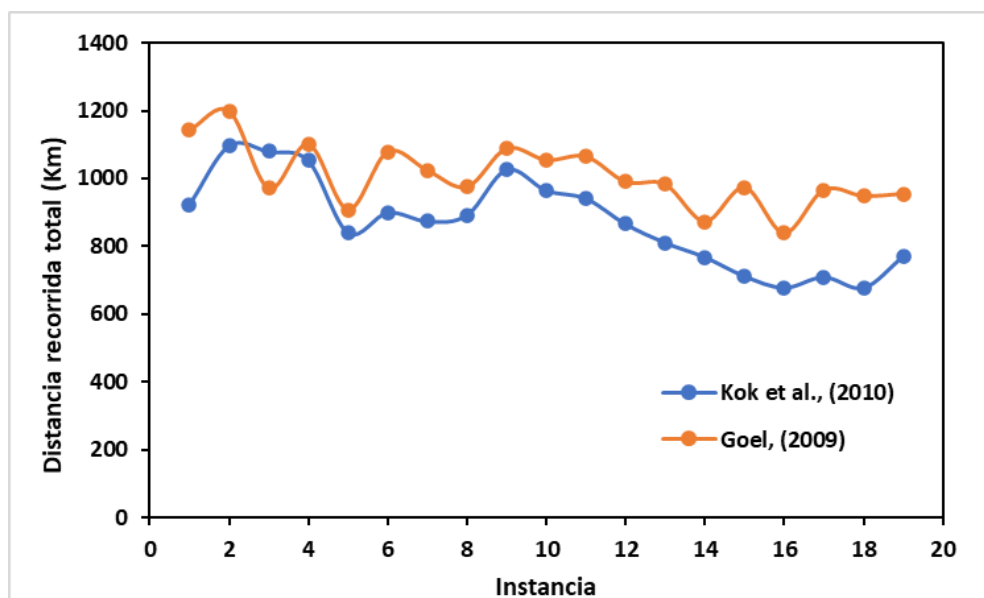
Kok, et al., (2010) escribió que programar es una gran dificultad que se puede presentar para solucionar el problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (*vehicle routing problem with time Windows, VRPTW*). Propuso la heurística programación dinámica (*dynamic programming heuristic, DPH*) para el problema descrito y adicionó la legislación de los conductores de la Comunidad Social Europea, para brindar mayor flexibilidad. Esto disminuyó el tiempo de receso y aumentó 15 minutos la ventana de tiempo (por condiciones de tráfico o cualquier factor que pueda afectar el normal tránsito del camión).

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Kok, et al., (2010) comparó su algoritmo con el de Goel, (2009), donde este último utilizó búsqueda de vecindario grande (*large neighbourhood search*, LNS). Ambos analizados con iguales instancias, obteniendo lo ilustrado en la Figura 8, donde se muestra que hay mejor solución con heurística programación dinámica (*dynamic programming heuristic*, DPH), teniendo siempre menos o igual capacidad vehicular, o sea, número de camiones.

Figura 8.

Comparación de la distancia total requerida entre heurística programación dinámica de Kok y búsqueda de vecindario grande de Goel



Nota. Tomado de “Transportation science” de Goel, A., (2009). *Vehicle scheduling and routing with drivers' working hours. Transportation Scienc..*

Manisri et al., (2011) buscaron una solución robusta para el mejor rendimiento aplicado al peor de los casos al problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (*vehicle routing problem*

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

*with time Windows*, VRPTW). El enfoque para solucionarlo se basó en la teoría de enfoque de optimización mínima, explicando con ello la no inclusión de un método exacto por parte de estos. Para su solución utilizaron un algoritmo en dos fases, el cual incluyó una modificación al algoritmo heurístico mediante inserción de empuje hacia adelante (*Push-Forward Insertion Heuristic, PFIH*) y búsqueda tabú (*Tabu Search, TS*). La aplicación del algoritmo heurístico inserción de empuje hacia adelante se utilizó para determinar el vector inicial, elemento importante para aplicar el método de búsqueda tabú. De aquí mostraron que el tráfico vehicular aumentó el tiempo de cómputo, aunque no lo hubieran cuantificado.

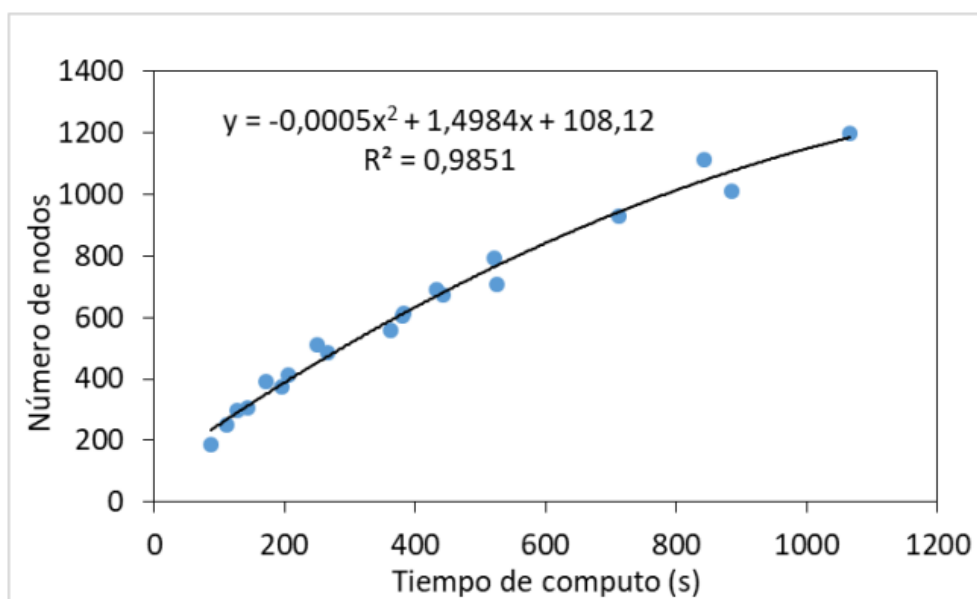
Moccia, Cordeau y Laporte (2012), describieron el uso de vecindario incremental de búsqueda tabú (*Incremental neighbourhood tabu search, IN-TS*) para el problema generalizado de VRPTW. La intención fue crear una herramienta que pudiera ser aplicada a una amplia variedad de problemas. El algoritmo se basó en una búsqueda tabú reemplazando su estructura de vecindario. Los resultados de esta fue que el nuevo vecindario creció de manera exponencial y que el proceso de evaluación fue de complejidad polinomial.

De la comparación de los algoritmos búsqueda de vecindarios grandes (*large neighbourhood search, LNS*) y búsqueda tabú (*Tabu Search, TS*), mostraron que el segundo consumió mayor tiempo de cómputo, pero fue mucho más exacto mostrando un comportamiento polinómico. Concluyeron que la búsqueda tabú es ampliamente aplicable para una alta cantidad de nodos como se muestra en la Figura 9.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 9.

Relación Número de nodos y tiempo de cómputo para el problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo aplicando búsqueda tabú



Wang et al., (2015) realizó una variante del VRPTW al permitir recoger y entregar mercancía en los distintos nodos, lo que generalmente se le llama problema de ruteo de vehículo con entrega-recogida simultánea y ventana de tiempo (*vehicle routing problem with simultaneous pickup-delivery and time Windows*, VRPSPDTW). Ellos emplearon un modelo general de programación de enteros mixtos para reducir el costo, tanto el asociado al recorrido como el relacionado con el número de vehículos. También utilizaron el algoritmo recocido simulado paralelo (*parallel Simulated Annealing*, p-SA) y reportaron resultados para 65 pruebas, a pequeña escala (menos de 50 nodos) y a mediana escala (más de 50 nodos).

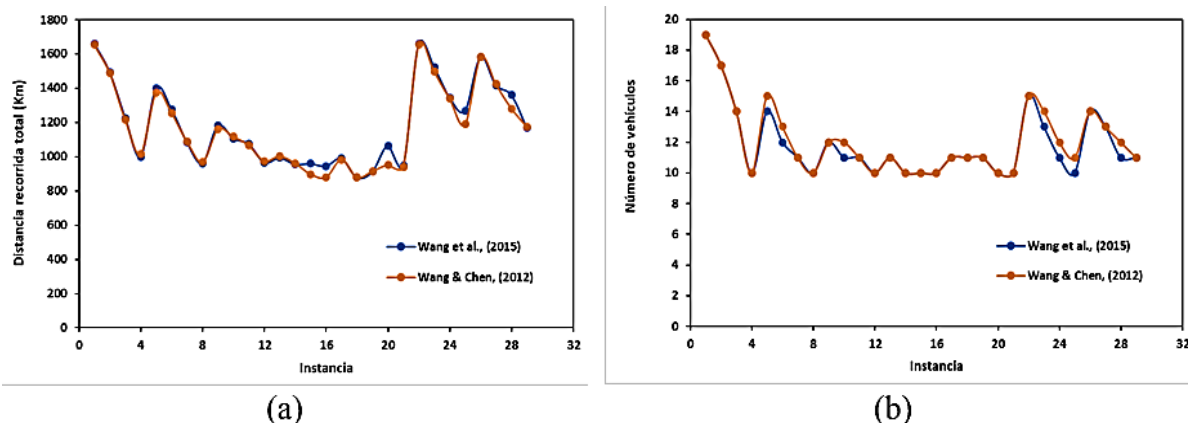
Ellos compararon sus resultados con los del algoritmo genético que aplicó Wang y Chen (2012) evidenciado en la Figura 10, de donde se resalta poca diferencia en la imagen de ‘distancia

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

total recorrida’, no obstante, en la de ‘número de vehículos’ la cantidad de vehículos necesarios para el algoritmo recocido simulado paralelo (*parallel Simulated Annealing*, p-SA) no llegó a ser mayor que el utilizado por el algoritmo genético, pudiendo ser más eficiente el primero.

Figura 10.

Comparación entre el algoritmo recocido simulado paralelo y algoritmo genético para el ruteo de vehículo con entrega-recogida simultánea y ventana de tiempo



Nota. (a) es la gráfica que corresponde a la comparación de distancia total recorrida. (b) es la gráfica que muestra la comparación de vehículos requeridos.

Por otro lado, Pecin et al., (2017) comienza la investigación declarando que el término ventana de tiempo es aplicable para que el vehículo llegue en dicho intervalo de tiempo y pueda salirse del horario pagando una penalización, el cual es un precio adicional para costo de transporte. Para la solución del problema introducen dos mejoras al algoritmo *branch-price-and-cut* (BPC). Primero desarrollan unas desigualdades al subconjunto filas de la memoria limitada, representando la memoria como un arco de subconjuntos en vez de subconjuntos de nodos. Segundo, de las desigualdades elementales introducidas por el autor del método (Balas en 1977),

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Pecin et al., (2017) lo deriva a una familia de desigualdades que lo dominan. Dichas mejoras se integran en un algoritmo *branch-price-and-cut* (BPC) exacto que incluye funciones de vanguardia como el etiquetado bidireccional, relajación decremental del espacio de estados, límites de finalización, fijación variable y enumeración de rutas. De los resultados computacionales concluyen que las mejoras fueron efectivas para las instancias más difíciles y que el algoritmo BPC pudo resolver las 56 instancias con 100 clientes y 51 de 60 instancias de Gehring & Homberger, (2001) con 200 clientes.

Bianchessi et al., (2019) resolvieron el clásico problema de ruteo de vehículos con ventana de tiempo con la suma de sus respectivas restricciones de entregas divididas y las especificaciones del cliente o nodo, usando el diseño extendido del algoritmo “*branch-and-cut*”. Mostraron que la división de entrega permitió mayor grado de libertad, pues admitió más opciones en las rutas. De ahí realizaron las siguientes recomendaciones: (a) las entregas divididas dan buenos resultados, considerándola independiente del objetivo. (b) aunque un número de visitas mayor al clásico problema de ruteo de vehículo se cambie, esto puede repercutir económicamente al disminuir costo por penalización y reducción de rutas. (c) dividir las visitas también permite una mejor distribución de los bienes, logrando reducir pérdidas de tiempo también.

En resumen, los problemas de ruteo de vehículo con ventana de tiempo (vehicle routing problem with time Windows, VRPTW por sus siglas en inglés) se propusieron como modificación al problema de ruteo de vehículo de Pullen y Webb, (1967). Tal modificación demostró que es un problema del tipo NP-Hard (Azi et al., 2010). Agregar una nueva restricción para que quede: problema de ruteo de vehículo con ventana de tiempo y visita sincronizada (vehicle routing problem with time Windows and synchronized visits, VRPTW-Syn por sus siglas en inglés), el

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

cual sincroniza la llegada de dos vehículos a la misma hora, pero en nodos distintos, propone un grado de mayor complejidad.

## **7. Definición del modelo matemático con supuestos, variables y restricciones.**

Con el fin de construir el algoritmo que brinde una alternativa de solución al problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo con la adición de requisitos de sincronización, o sea VRPTW-Syn, pero, con la metaheurística Búsqueda Tabú, se tomó el modelo matemático con supuestos, variables y restricciones del artículo de Gendreau, Hojabri, Potvin y Rousseau, llamado *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints* publicado en el 2018. Este modelo hace parte de la metaheurística ALNS, es decir, se utiliza como método de optimización en una de sus etapas.

Para solucionar problemas semejantes al propuesto por los autores del artículo: problema de generación de rutas para vehículos con ventanas de tiempo (VRPTW) con la adición de requisitos de sincronización, o sea VRPTW-Syn, es necesario mencionar que se debe tener en cuenta que en un VRPTW estándar, las rutas son independientes, o sea una modificación a una ruta dada no impacta en las otras rutas, para este caso de VRPTW-Syn las rutas son interdependientes debido a los requisitos de sincronización en ciertas ubicaciones de los cliente o nodos.

### **7.1.1 Definición del problema**



En esta sección se explican los límites del VRPTW-Syn y el lenguaje matemático de cada una de las funciones para el diseño del algoritmo de Búsqueda Tabú.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Para contextualizar, los autores trataron un problema sencillo: dos tipos de vehículos, unos denominados regulares y otros llamados especiales. Los regulares contaron con una capacidad limitada y se les encargó entregar mercancía a los clientes. Los especiales no entregan mercancía, sino que se encomendaron para prestar un servicio relacionado con las mercancías que entregan los vehículos regulares, como se observa en la Tabla 2.

*Tabla 2.*

### *Vehículos para el VRPTW-Syn*

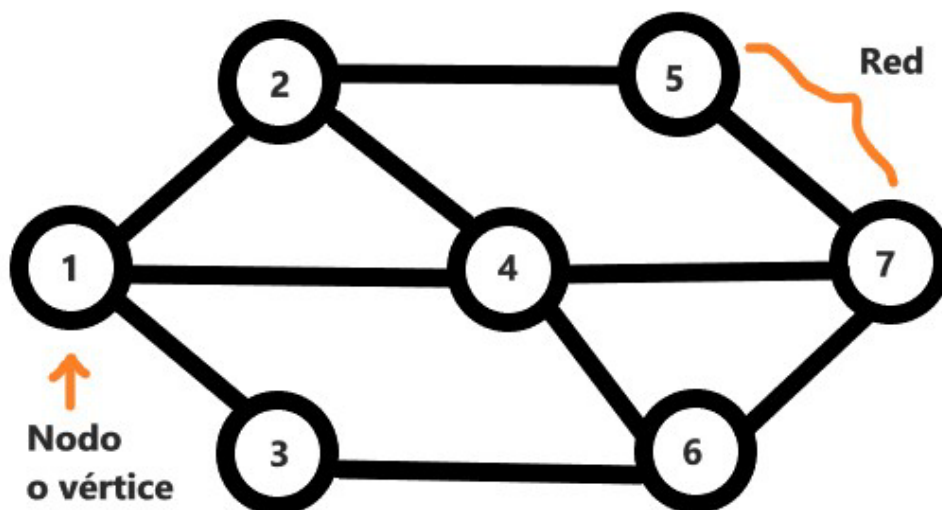
Tipo de vehículo	Función
Regular	Entregar mercancía a los clientes 
Especial	Prestar un servicio relacionado con las mercancías entregadas 

Los clientes fueron divididos en dos conjuntos, clientes habituales o regulares y clientes especiales. A los vehículos regulares se les asignó los clientes habituales y los clientes especiales y a los vehículos especiales los clientes especiales. En una red de transporte, para los vehículos regulares y especiales, los clientes especiales, fueron representados por dos vértices, mientras que los clientes regulares fueron representados por un solo vértice. Entendiendo vértice como el lugar en donde se encuentran dos o más elementos unidimensionales, en este caso, el número de visitas que acepta el nodo  $i$ , o sea el lugar donde concluyen todas estas visitas en un conjunto de nodos que forman la red, como se representa en la Figura 11.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 11.

Representación de nodos y red



Para el problema, se le llamó vértice regular a lo que tuvo una demanda y una ventana de tiempo y vértice especial a lo que tuvo una ventana de tiempo definida en relación con el tiempo de entrega del vehículo regular. Más precisamente, si  $t$  fue el tiempo de entrega en el vértice regular de un cliente especial, entonces el servicio del vértice especial debió comenzar dentro de la ventana de tiempo  $[t - \delta, t + \gamma]$ . Donde  $\delta$  representa el tiempo de desfase en el que pudo llegar el vehículo especial con respecto al vehículo regular antes de la hora mínima de llegada del cliente (ventana de tiempo inferior). Y  $\gamma$  representó el tiempo de desfase en el que pudo llegar el vehículo especial con respecto al vehículo regular después de la hora máxima de llegada del cliente (ventana de tiempo superior).

Para iniciar la construcción del modelo matemático, el artículo propuso construir rutas para los dos tipos de vehículos de manera que se cumpliera con las restricciones de la Tabla 3.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Tabla 3.

*Requisitos para las rutas de vehículos regulares y vehículos especiales*

<b>Restricciones para vehículos regulares y vehículos especiales</b>	
1	Cada ruta comienza y termina en un solo depósito.
2	A cada cliente habitual (también denominado cliente regular) se atiende en la ruta exacta por un vehículo regular.
3	Cada cliente especial es atendido en la ruta exacta por un vehículo regular y un vehículo especial.
4	La demanda total en la ruta de un vehículo regular no puede exceder su capacidad.
5	Un vehículo regular debe iniciar su entrega en un cliente regular o cliente especial dentro de la ventana de tiempo del vértice regular correspondiente.
6	Un vehículo especial debe iniciar su servicio en un cliente especial dentro de la ventana de tiempo del vértice especial correspondiente, que se define con relación al tiempo de entrega del vehículo regular en el vértice regular.
7	Un vehículo regular puede esperar hasta el límite inferior de la ventana de tiempo del vértice regular si llega antes.
8	Un vehículo especial puede esperar hasta el límite inferior de la ventana de tiempo del vértice especial si llega antes.
9	Minimizar la distancia total recorrida por todos los vehículos (regulares y especiales).

**7.1.2 Sistematización del problema**

Para solidificar las bases matemáticas del VRPTW-Syn de la investigación se replicó el modelo matemático de Gendreau, Hojabri, Potvin y Rousseau (2018) como problema estándar para iniciar cualquier esquema de solución. Consiste en un problema pequeño que dispone de dos vehículos regulares  $\{v_1^r, v_2^r\}$  donde  $v$ , se refiere al vehículo, 1 al número de vehículo y  $r$  al tipo de vehículo regular; un vehículo especial  $\{v_1^s\}$  donde  $v$  es vehículo, 1 el número de vehículo y  $s$  el carácter para decir que se habla de un vehículo especial;  $\{0\}$  para referirse al depósito (el único depósito para el problema) y  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  para referirse al conjunto de cinco clientes a tratar, refiriendo cada dígito a un único cliente. Los clientes especiales fueron  $\{1\}$  y  $\{2\}$  y los demás regulares.

Gráficamente, en la Figura 11, el vértice  $\{0\}$  es el cuadrado azul, o sea el depósito. Los vértices 1 al 5 corresponden a vértices regulares, mientras que los vértices 6 y 7 corresponden a

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

los vértices especiales de los clientes 1 y 2. Por lo tanto, los pares de vértices (1) (6) (2) (7) que en la figura se muestran (1-6) y (2-7) son los que requieren sincronización, por lo tanto, para notar su diferencia se colorearon de verde.

Para desarrollar el problema, se debe asumir la ausencia de demoras en el tiempo de los vehículos especiales y regulares debido a trancones o a otros contextos externos. Para este caso no hay eventos externos incontrolables que puedan afectar el tiempo de llegada de los vehículos especiales y regulares a sus destinos, por ejemplo, atascos, manifestaciones callejeras, bloqueos de carreteras, accidentes, etc.

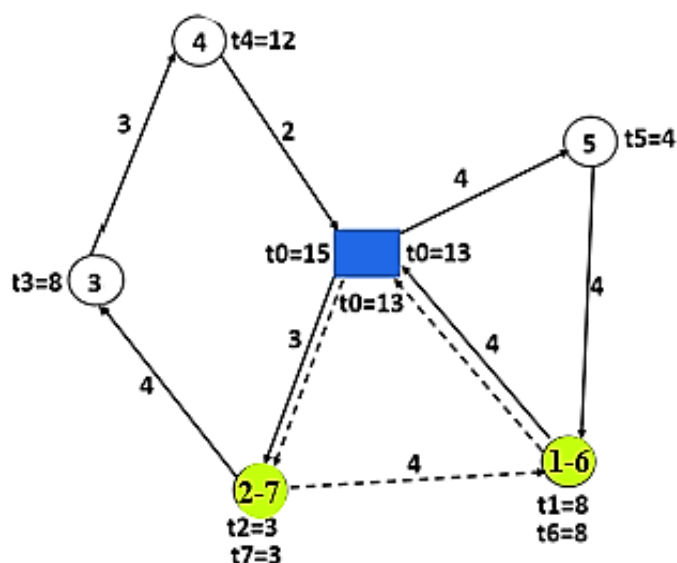
A esto hay que agregarle que, el servicio o el tiempo de permanencia es igual para ambos vehículos, es decir, los dos vehículos llegan a la misma hora y al mismo tiempo como si se encontraran en una situación de tráfico sin ningún obstáculo. Esta suposición se hace para simplificar el problema y permitir una solución más fácil y precisa. Se reconoce que, en la práctica, los trancones y otros factores externos pueden afectar significativamente el tiempo de viaje de los vehículos y, por lo tanto, puede afectar su capacidad para cumplir con sus objetivos.

Los arcos, líneas o flechas sólidas representan las rutas de los dos vehículos regulares y los arcos discontinuos la ruta del vehículo especial. En la Figura 12 cada arco está etiquetado con un número que indica el tiempo de viaje, cada vértice con una letra 't' más el número que indica el tiempo de llegada, ejemplo ' $t_1$ ', y el tiempo de cada vehículo al depósito se indica en el último arco de la ruta proporcionada con ' $t_0$ '.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 12.

Ejemplo del VRPTW-Syn



*Nota.* Adaptado de Hojabri, H., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Rousseau, L. M. (2018). Large neighborhood search with constraint programming for a vehicle routing problem with synchronization constraints. *Computers & Operations Research*, 87-97p.

El plan del proceso de selección de rutas que se elaboró para la red se presenta en la Tabla 4.

Tabla 4.

Plan de enrutamiento de vehículos

$v_1^r$ : 0,5,1,0	(1)
$v_2^r$ : 0,2,3,4,0	(2)
$v_1^s$ : 0,7,6,0	(3)

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

$$\begin{array}{c}
 \hline
 t_1=8 \\
 t_2=3 \\
 t_3=8 \\
 t_4=12 \quad (4) \\
 t_5=4 \\
 t_6=8 \\
 t_7=3 \\
 \hline
 \end{array}$$

Para comprender mejor la sincronización, los autores se enfocan en explicar la ruta del vehículo regular 1, o sea,  $v_1^r$ : la ruta de este camión comenzó con el cliente regular 5 que es el lugar donde emprende la entrega en  $t_5=4$ . El tiempo de demora de los vehículos especiales y regulares es una unidad de tiempo. Pasar una (1) unidad de tiempo sirviendo a un cliente requiere otras tres (3) unidades de tiempo para llegar a un cliente especial 1 que también requiere un vehículo especial. El vehículo especial llegó entonces al mismo tiempo  $t_1=t_6=8$ , por lo tanto, el vehículo regular 1 ( $v_1^r$ ) se afinó sincronizadamente con el automóvil especial. Posteriormente, el vehículo regular 1, salió del cliente especial 1 a la hora 9 rumbo al almacén y finalmente, llegó al depósito a la hora 13. Hay que tener presente que el vehículo especial ya estuvo sincronizado con el vehículo regular 2 ( $v_2^r$ ) en el cliente especial 2 a la vez, por lo que  $t_2=t_7=3$ .

### 7.1.3 Descripción del modelo

Según Hohabri et, al (2018) la fórmula  $G = (N, A)$  referenció a un grafo completo de vértices, o sea, un conjunto de objetos, llamados nodos o vértices, ramificados por aristas o arcos o flechas, que permitió representar relaciones binarias entre los elementos del conjunto del problema.  $N=V_r \cup V_s \cup V_r^+ \cup V_s^+ \cup V_r^- \cup V_s^-$ , donde  $V_r$  y  $V_s$  los conjuntos de vértices regulares y vértices especiales correspondientemente, con  $V_r \cup V_s=V$ . Un vértice ( $V$ ) definido como la unión de un vértice especial con un vértice regular, asociado con cada cliente que discrepa entre ser un vértice (uno regular ( $V_r$ )) o dos vértices (uno regular y especial ( $V_s$ )). Por otro lado, mostró a  $V_r^+$

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

y los  $V_r^-$  como duplicados del depósito para vehículos regulares.  $V_r^+$  representación que indica el número de camiones regulares que parte del depósito y  $V_r^-$  el número de camiones regulares que vuelve al depósito; es decir,  $|V_r^+|$  y  $|V_r^-|$  son ambos lo mismo al número de vehículos regulares.  $V_s^+$  y  $V_s^-$  son copias del depósito para vehículos especiales, donde  $V_s^+$  indica el número de camiones especiales que parte del almacén y  $V_s^-$  indica el número de camiones especiales que regresa al depósito; lo mismo pasó con  $|V_s^+|$  y  $|V_s^-|$  son ambos iguales al número de vehículos especiales. Por último, mencionó que “con cada arco  $(i, j) \in A$  se asocia una distancia no negativa  $d_{ij}$  y un tiempo de viaje  $t_{ij}$ ” (Hojabri et al., 2018). En consecuencia, se resumió la notación utilizada para el modelo VRPTW-Syn, tal cual la Tabla 4.

Tabla 5.

## Notación del modelo

Símbolo	Descripción
$d_{ij}$	Distancia entre los vértices $i$ y $j$ , $i, j \in \mathbf{N}$ , $i \neq j$
$t_{ij}$	Tiempo de viaje entre los vértices $i$ y $j$ , $i, j \in \mathbf{N}$ , $i \neq j$
$q_i$	Demanda del vértice $i \in V_r$
$d_i$	Servicio o tiempo de permanencia en el vértice $i \in V$ .
$a_i$	Límite inferior de la ventana de tiempo en el vértice regular $i \in V_r$
$b_i$	Límite superior de la ventana de tiempo en el vértice regular $i \in V_r$

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>
$\delta_i$	Decremento para derivar el límite inferior de la ventana de tiempo en el vértice especial $i \in V_s$
$\gamma_i$	Incremento para derivar el límite superior de la ventana de tiempo en el vértice especial $i \in V_s$
$r_i$	Vértice regular asociado con vértice especial $i \in V_s$
$V_r$	Conjunto de vértices regulares
$V_s$	Conjunto de vértices especiales
$V$	conjunto de vértices regulares y especiales
$K_r$	Conjunto de vehículos regulares
$K_s$	Conjunto de vehículos especiales
$K$	Conjunto de vehículos regulares y especiales
$Q$	Capacidad de cada vehículo regular $k \in K_r$
$\in$	Indica que un objeto es un elemento que pertenece a un conjunto
$\cup$	Unión (de conjuntos)

*Nota.* Adaptado de Hojabri, H., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Rousseau, L. M. (2018). Large neighborhood search with constraint programming for a vehicle routing problem with synchronization constraints. *Computers & Operations Research*, 87-97p.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Las variables para la ejecución, el diseño y la ejecución del presente problema se muestran en la Tabla 5.

Tabla 6.

## Variables

Variables	
$s_i$ :	Sucesor de vértice $i \in V \cup V^+$ .
$K_i$ :	Vehículo que visita el vértice $i \in N$
$t_i$ :	Hora de inicio del servicio en el vértice $i \in N$
$l_i$ :	Carga del vehículo después de servir el vértice $i \in V_r \cup V_r^+ \cup V_r^-$ .

*Nota.* Tomado de Hojabri, H., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Rousseau, L. M. (2018). Large neighborhood search with constraint programming for a vehicle routing problem with synchronization constraints. *Computers & Operations Research*, 87-97p.

La función objetivo optimizada se muestra en la Tabla 6, mientras que las funciones de restricción y de limitación en la Tabla 7.

Tabla 7.

## Función Objetiva

Función objetiva del problema	
Minimizar	$\sum_{i \in V \cup V^+} d_{i,s_i} \quad (5)$

*Nota.* El símbolo " $\sum$ " representa la suma de los valores que se encuentran en la expresión que se encuentra a continuación. " $i \in V \cup V^+$ " significa que " $i$ " pertenece al conjunto de nodos " $V$ " o al

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

conjunto de vértices regulares " $V^+$ ". " $d_{i,s_i}$ " es la distancia entre el nodo " $i$ " y su correspondiente punto de entrega " $s_i$ ", es decir, la distancia que debe recorrer el vehículo desde el depósito para entregar los productos al cliente " $i$ ". La función objetivo busca minimizar la suma de las distancias entre cada nodo y su punto de entrega correspondiente, es decir, minimizar la distancia total recorrida por el vehículo para realizar todas las entregas.

Tabla 8.

## Restricciones y limitaciones

<b>Restricciones</b>	
$AllDifferent(s_i: i \in V \cup V^+)$	(6)
<b>Restricciones</b>	
$NoSubTour(s_i: i \in V \cup V^+)$	(7)
$i \in V_r \cup V_r^+ \Rightarrow s_i \in V_r \cup V_r^-$	(8)
$i \in V_s \cup V_s^+ \Rightarrow s_i \in V_s \cup V_s^-$	(9)
$i \in V_r \cup V_r^+ \cup V_r^- \Rightarrow k_i \in K_r$	(10)
$i \in V_s \cup V_s^+ \cup V_s^- \Rightarrow k_i \in K_s$	(11)
$s_i = j \Rightarrow k_j = k_i, \quad i \in V \cup V^+$	(12)
<b>Limitación de capacidad</b>	
$l_i = 0, \quad i \in V_r^-$	(13)
$l_i \leq Q, \quad i \in V_r \cup V_r^+$	(14)
$s_i = j \Rightarrow l_j = l_i - q_j, \quad i \in V_r \cup V_r^+$	(15)
<b>Limitaciones de sincronización y ventanas de tiempo</b>	
$t_i = 0, \quad i \in V^+$	(16)
$a_i \leq t_i \leq b_i, \quad i \in V_r$	(17)
$t_{r_i} - \delta_i \leq t_i \leq t_{r_i} + \gamma_i, \quad i \in V_s$	(18)
$s_i = j \Rightarrow t_i \leq t_j - t_{ij} - d_i \quad i \in V \cup V^+$	(19)

De la Tabla 8, es necesario mencionar que, para el problema cada vértice en su aplicación debe tener exactamente un predecesor y un sucesor. El punto de la variable  $s_i$  es que cualquier vértice  $i$  puede tener solo un descendiente, pero también se debe asegurar de que tenga solo un antepasado. Para ello, en la ecuación (6) llamada All Different (todos diferentes) se prohibió que dos vértices diferentes tuvieran la misma descendencia.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

La restricción (7) prohíbe los sub recorridos, su contrario Sub Tours, viajes divididos, también llamados subrutas, son adecuados para situaciones en las que existen diferencias en las áreas de entrega, como distancias extensas entre ciudades para evitar que los camiones se crucen durante el proceso de entrega. Las restricciones (8), (9), (10) y (11) definen las variables  $s_i$  y  $k_i$  para vértices normales y especiales. La restricción (12) establece que un vértice y sus descendientes deben ser atendidos por el mismo vehículo.

Las restricciones (13), (14) y (15) aplican restricciones de carga y capacidad. Sin pérdida de generalidad, los vehículos inician su ruta en el tiempo 0 desde el almacén con la restricción (16). La ecuación (17) impone una restricción de ventana de tiempo para los vértices regulares. Se definen los requisitos de sincronización entre vehículos regulares y vehículos especiales en nodos especiales (18). La restricción (19) asegura el horario para cada ruta. Y finalmente, la función objetivo (5) minimiza la distancia total recorrida por todos los vehículos (Hojabri et al., 2018).

### **8. Diseño de Algoritmo de Búsqueda Tabú**

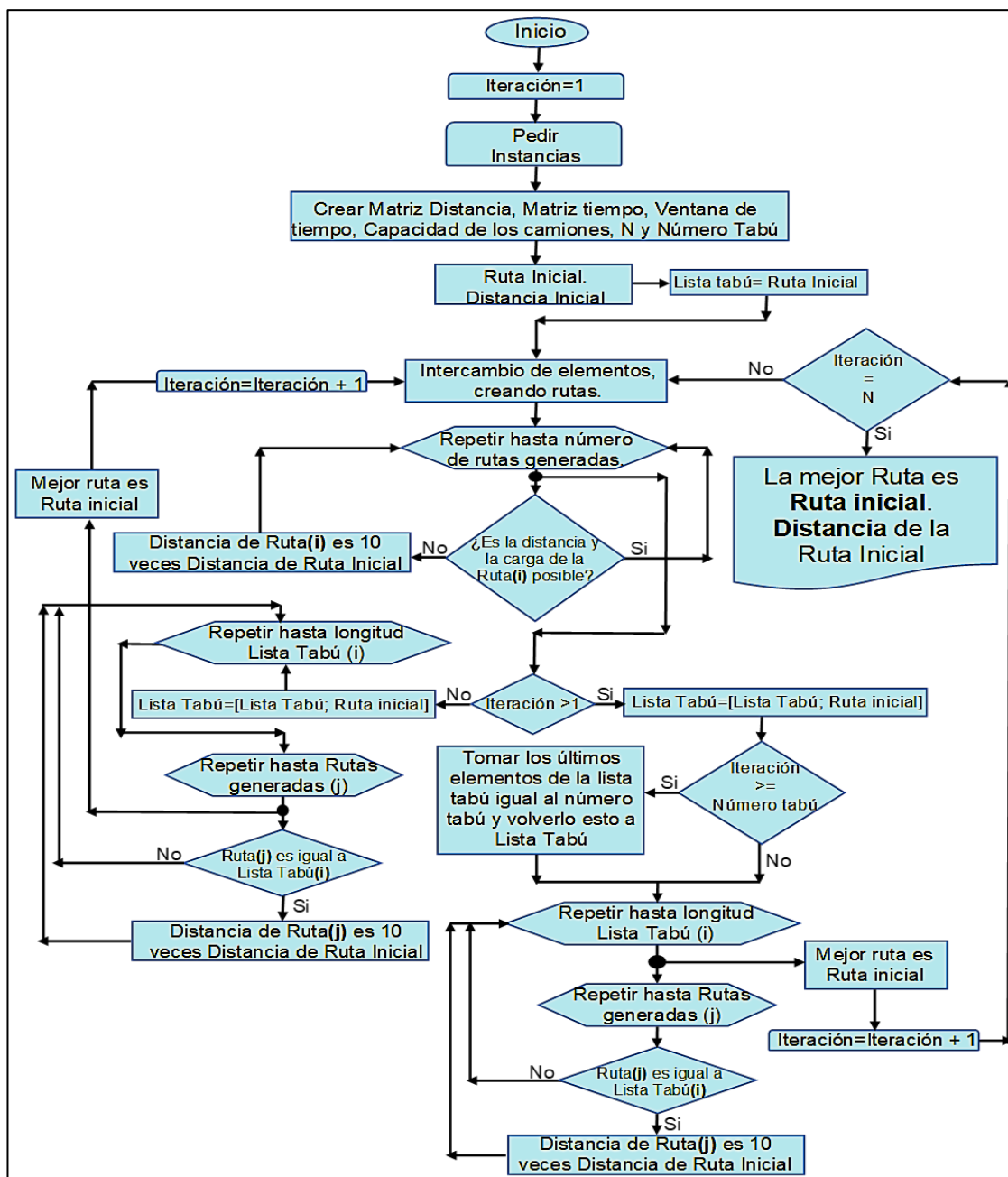
Un algoritmo es un conjunto definido de reglas que permiten resolver un problema de alguna manera con acciones sistemáticas (no necesariamente ordenadas) y limitadas. Estas instrucciones, definidas y organizadas en forma de datos, que a continuación se presentan fueron programadas en Matlab y tienen el objetivo final de completar los datos necesarios para validar una alternativa de solución al VRPTW-Syn estándar mediante metaheurística Búsqueda Tabú.

El mapa de diseño del algoritmo diseñado se observa en la Figura 13.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 13.

Diagrama de flujo del algoritmo



El mapa del proceso del algoritmo muestra que se dividió en dos partes: la Ruta Inicial con heurísticas constructivas y la aplicación de metaheurísticas de búsqueda tabú al problema y rutas

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

de vehículos. El número de Tabú fue el número de iteraciones a acotar para una ruta dada (Sánchez, 2020) y  $N$  es el número de iteraciones que el usuario quiera insertar, es decir ambos son parámetros de entrada.

La ruta generada inicialmente fue la ruta inicial. Usando el análisis de la ruta, la matriz de distancia y la matriz de tiempo, se creó una ruta especial (ruta especial para camiones), la distancia analizada fue la suma de dos rutas, es decir, Tabú se aplica solo a rutas regulares, pero se tiene en cuenta la suma de la distancia entre rutas regulares y ruta especial.

La ‘mejor ruta’ se refiere a una ruta común que no está en la lista tabú, y la ruta sincronizada con ella es la ruta que hace referencia a la menor distancia. Si la Ruta Regular está tabulada y no cumple con el límite de carga (por ejemplo, excede el límite de carga normal del camión regular) o viola el límite de ventana de tiempo del cliente, la distancia especificada se convertirá en 10 veces la distancia de la ruta original. Evite elegir estas rutas como las mejores rutas.

El criterio de deseabilidad se puede aplicar comparando rutas, es decir, distinguir Rutas Regulares (que son vectores), y si el vector resultante tiene cero elementos, se puede concluir que está en la Lista Tabú.

La expresión “tomar el último elemento de la lista tabú igual al número tabú y volverlo esto a la Lista Tabú” cuando la iteración supera el Número Tabú, lo que hace es retirar la ruta de la Lista Tabú que haya superado el Número Tabú, es decir, impide que una ruta dada quede indefinidamente en la Lista Tabú, este proceso se detalló en la sección Búsqueda Tabú.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

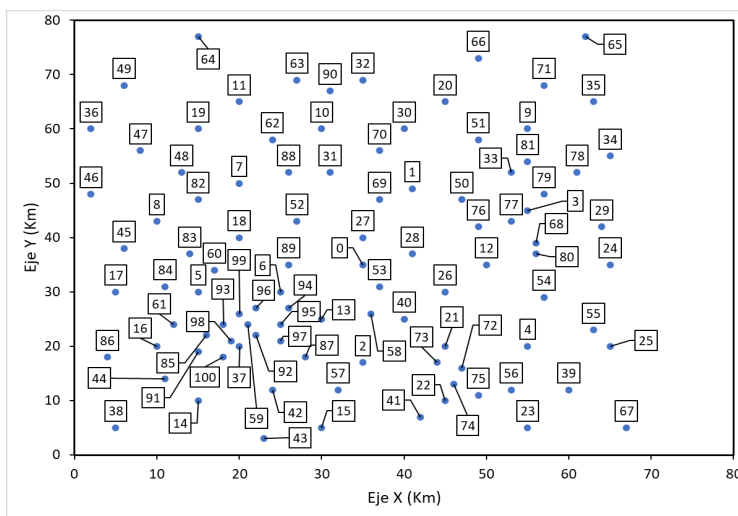
### 8.1.1 Matriz Distancia

La matriz distancia se obtuvo a partir de aplicar el teorema de Pitágoras a las instancias (Hojabri et al., 2018) con un total de 101 nodos incluyendo el nodo cero (también denominado depósito), como se muestra en la Figura 14.

El teorema de Pitágoras establece que, en un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la hipotenusa (el lado más largo) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados (Wikipedia, 2021). En este caso, el teorema de Pitágoras se aplica a las coordenadas de cada nodo en el gráfico o grafo euclidiano para calcular la distancia entre ellos. Por lo tanto, la matriz de distancia producida es una representación numérica desde la distancia entre el nodo en el gráfico, lo que permite modelar y resolver problemas relacionados con la optimización de la ruta o la distancia en el gráfico.

*Figura 14.*

*Distribución de nodos para el problema*



## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

El algoritmo para la matriz distancia se detalla en la Tabla 9.

*Tabla 9.*

### *Algoritmo de Matriz de Distancia*

---

<b>Algoritmo:</b> Matriz Distancia.
<b>Entrada:</b> Apéndice_A_Nodos.txt
<b>Salida:</b> Matriz Dis.

---

Etapa 1. Nodos\_X=(Primera\_columna\_Apéndice\_B\_Nodos);

Etapa 2. Nodos\_Y=(Segunda\_columna\_Apéndice\_A\_Nodos);

Etapa 3. for i=1 hasta Numero\_Nodos

Etapa 4. for j=1 hasta Numero\_Nodos

{

Etapa 5.  $A=((\text{Nodos\_X}(i))-(\text{Nodos\_Y}(j)))^2$ ;

Etapa 6.  $B=((\text{Nodos\_j}(i))-(\text{Nodos\_j}(j)))^2$ ;

Etapa 7.  $C=(A+B)^{0.5}$ ;

Etapa 8.  $B= \text{Matriz\_Dis}(i,j)=C$ ;

---

### 8.1.2 Matriz Tiempo

La matriz tiempo en (Hojabri et al., 2018) es exactamente igual que la Matriz distancia, únicamente se cambia Km por minutos.

### 8.1.3 Ruta inicial de los vehículos regulares

Una vez obtenida las matrices distancia (importante para optimizar según se muestra en la ecuación (5)) y la matriz Tiempo (imperativo para no salirse de la ventana de tiempo), se procedió a determinar la ruta inicial dado que búsqueda Tabú no es un método de optimización combinatoria

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

constructivo, por ende, se aplicó, para la presente sección, una modificación al método del vecino más cercano.

El método del vecino más cercano busca el nodo más cercano al nodo- $i$  (nodo- $i$  es el nodo de análisis en cuestión), sin embargo, cuando hay ventana de tiempo puede resultar que no se encuentre vecinos cercanos dentro del intervalo de la ventana de tiempo, obligando al vehículo a continuar al depósito, lo que puede no ser una solución óptima. Para abordar esta limitación, se propone una modificación al método del vecino más cercano. En lugar de buscar el nodo más cercano, se busca la ventana de tiempo más cercana que tenga un nodo vecino disponible, esta modificación permite encontrar una solución óptima incluso en presencia de ventanas de tiempo. El algoritmo se muestra en la Tabla 10.

*Tabla 10.*

### *Algoritmo de la ruta regular*

---

**Algoritmo:** Ruta Inicial.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Ruta\_Inicial, Distancia.

---

Etapa 1. Ruta\_Inicial=[0];

Etapa 2. for  $j=1$  hasta (Numero\_Nodos-1)

{

Etapa 3. if Ruta\_Inicial(end)==0 y  $j==1$

{

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Inicial.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Ruta Inicial, Distancia.

---

Etapa 4.  $[B,C]=\min(\text{Ven\_Tiempo\_Inferior}(2:\text{end}))$ ;

Etapa 5.  $\text{Ruta\_Inicial}=[\text{Ruta\_Inicial}, (C+1)]$ ;

Etapa 6.  $\text{Tiempo\_Ruta}=B+\text{Tiempo\_Descarga\_Regular}$ ;

Etapa 7.  $\text{Descarga\_Camion}=\text{Descarga\_Camion}+\text{Carga\_Regular}$ ;

}

**Etapa 8.** if  $\text{Ruta\_Inicial}(\text{end})==0$  y  $j \neq 1$

{

Etapa 9.  $\text{Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij}=\text{Ven\_Tiempo\_Inferior}$ ;

Etapa 10. for  $i=1$  hasta  $\text{longitud}(\text{Ruta\_Inicial})$

{

Etapa 11. for  $k=1$ : hasta  $\text{longitud}(\text{Ven\_Tiempo\_Inferior})$

{

Etapa 12. if  $k==\text{Ruta\_Inicial}(i)$

{

Etapa 13.  $\text{Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij}(k) = 10+\max(\text{Ven\_Tiempo\_Inferior})$

}

}

}

Etapa 14.  $[B,C]=\min(\text{Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij}(2:\text{end}))$ ;

Etapa 15.  $\text{Ruta\_Inicial}=[\text{Ruta\_Inicial},(C+1)]$ ;

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Inicial.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Ruta Inicial, Distancia.

---

Etapa 16. Tiempo\_Ruta=B+Tiempo\_Descarga\_Regular;

Etapa 17. Descarga\_Camion=Descarga\_Camion+Carga\_Regular;

}

Etapa 18. if Ruta\_Inicial(end) ≠0 y j>1

{

Etapa 19. Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij=Ven\_Tiempo\_Inferior;

Etapa 20. for k=1 hasta longitud(Ruta\_Inicial)

{

Etapa 21. for kk=1: hasta longitud(Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij

{

Etapa 22. if Ruta\_Inicial(k)==kk

{

Etapa 23. Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij(kk) = 10+max(Ven\_Tiempo\_Inferior)

}

}

}

Etapa 24. [B,D]=min(Ven\_Tiempo\_Inferior\_2ij(2:end));

Etapa 25. Ruta\_Inicial=[Ruta\_Inicial,(D+1)];

Etapa 26. AA=Ruta\_Inicial(end);

Etapa 27. BB=Ruta\_Inicial(end-1);

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Inicial.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Ruta Inicial, Distancia.

---

Etapa 28.  $Tiempo\_Ruta = Tiempo\_Ruta + Matriz\_Tiempo(AA, BB);$

Etapa 29. if  $Tiempo\_Ruta \leq Ven\_Tiempo\_Superior(D+1)$  y

$Tiempo\_Ruta \geq Ven\_Tiempo\_Inferior(D+1)$

{

Etapa 30.  $Tiempo\_Ruta = Tiempo\_Ruta + Tiempo\_Descarga\_Regular;$

Etapa 31.  $Descarga\_Camion = Descarga\_Camion + Carga\_Regular;$

}

Etapa 32. if  $Tiempo\_Ruta < Ven\_Tiempo\_Inferior(D+1)$

{

Etapa 33.  $Tiempo\_Ruta = B + Tiempo\_Descarga\_Regular;$

Etapa 34.  $Descarga\_Camion = Descarga\_Camion + Carga\_Regular;$

}

Etapa 35. if  $Tiempo\_Ruta > Ven\_Tiempo\_Superior(D+1)$

{

Etapa 36.  $Ruta\_Inicial = Ruta\_Inicial(1:end-1);$

Etapa 37.  $Ruta\_Inicial = [Ruta\_Inicial, 0];$

Etapa 38.  $Tiempo\_Ruta = Tiempo\_Ruta - Matriz\_Tiempo(AA, BB);$

Etapa 39.  $Descarga\_Camion = Descarga\_Camion - Carga\_Regular;$

}

}

}

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Inicial.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Ruta\_Inicial, Distancia.

---

Etapa 40. Ruta\_Inicial=[Ruta\_Inicial,0];

Etapa 41. Ruta\_Para\_Distancia=Ruta\_Inicial;

Etapa 42. Distancia=0;

Etapa 43. for i=1 hasta longitud(Ruta\_Para\_Distancia)

{

Etapa 44. if Ruta\_Para\_Distancia(i)==0

{

Etapa 45. Ruta\_Para\_Distancia(i)=1;

}

Etapa 46. if i>1

{

Etapa 45. A=Ruta\_Para\_Distancia(i);

Etapa 45. B=Ruta\_Para\_Distancia(i-1);

Etapa 45. Distancia=Distancia+Matriz\_Dis(A,B);

}

}

---

Tiempo\_Descarga\_Especial (Tiempo que demora el camión especial en descargar un objeto), Nodos\_sinc (nodos que deben estar sincronizado), Matriz\_Dis (Matriz Distancia), Tiempo\_Descarga\_Regular (Tiempo que demora el camión regular en descargar un objeto), Carga\_Regular (Carga que debe entregar el camión regular en cada nodo, cuyo valor es un escalar),

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Matriz\_Tiempo (Matriz Tiempo), Ven\_Tiempo\_Inferior (Vector tiempo mínimo que puede arribar el camión), Ven\_Tiempo\_Superior (Vector tiempo máximo que puede arribar el camión).

#### 8.1.4 Ruta Sincronizada

Después de obtener La Ruta regular con el método constructivo descrito anteriormente, se procedió a determinar la ruta sincronizada, para ello se debió especificar cuáles fueron los nodos con visita sincronizada, en otras palabras, los nodos con visita doble fueron un parámetro de entrada, como se detalla en la Tabla 11.

*Tabla 11.*

#### *Ruta Sincronizada*

---

**Algoritmo:** Ruta Sincronizada.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sync, Matriz\_Dis, Mejor\_Ruta y Distancia\_Final

**Salida:** Ruta Sincronizada, Distancia Ruta Sincronizada.

---

Etapa 1. Ruta\_Para\_Distancia= Mejor\_Ruta;

Etapa 2. for i=1 hasta longitud(Mejor\_Ruta)

    Etapa 3. if Ruta\_Para\_Distancia(i)==0

        Etapa 4. Ruta\_Para\_Distancia(i)=1;

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Sincronizada.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Mejor\_Ruta y Distancia\_Final

**Salida:** Ruta Sincronizada, Distancia Ruta Sincronizada.

---

Etapa 5. Ruta\_Especial\_1=[1,Nodos\_sinc(1)];

Etapa 6. Capacidad\_Especial=1;

Etapa 7. Tiempo\_Regular=Matriz\_Tiempo(1,Ruta\_Para\_Distancia(2))+Tiempo\_Descarga\_Regular;

Etapa 8. Tiempo\_Especial=Matriz\_Tiempo(1,Nodos\_sinc(1))+Tiempo\_Descarga\_Especial;

Etapa 9. for p=2 hasta longitud(Nodos\_sinc)

    Etapa 10. for jj=2 hasta longitud(Ruta\_Para\_Distancia)

        Etapa 11. if Ruta\_Para\_Distancia(jj)==1

            Etapa 12. Tiempo\_Regular=0;

        Etapa 13. if Nodos\_sinc(p)==Ruta\_Para\_Distancia(jj) y Ruta\_Para\_Distancia(jj)≠1

            Etapa 14. Tiempo\_Especial=Tiempo\_Especial+Matriz\_Tiempo(Nodos\_sinc(p-1),

                Nodos\_sinc(p));

    Etapa 15. if Tiempo\_Especial<=Tiempo\_Regular

        {

            Etapa 16. Ruta\_Especial\_1=[Ruta\_Especial\_1,Nodos\_sinc(p)];

            Etapa 17. Capacidad\_Especial=Capacidad\_Especial+1;

            Etapa 18. if Capacidad\_Especial>Capacidad\_Camion\_Especial

                {

                    Etapa 19. Ruta\_Especial\_1=[Ruta\_Especial\_1,1];

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Sincronizada.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Mejor\_Ruta y Distancia\_Final

**Salida:** Ruta Sincronizada, Distancia Ruta Sincronizada.

---

```

Etapa 20. Capacidad_Especial=0;

    }

}

Etapa 21. if Tiempo_Especial>Tiempo_Regular

    y
    Tiempo_Especial<=Ven_Tiempo_Superior(Ruta_Para_Distancia(jj))

    {

        Etapa 22. Ruta_Especial_1=[Ruta_Especial_1,Nodos_sinc(p)];

        Etapa 23. Capacidad_Especial=Capacidad_Especial+1;

        Etapa 24. if Capacidad_Especial>Capacidad_Camion_Especial

            {

                Etapa 25. Ruta_Especial_1=[Ruta_Especial_1,1];

                Etapa 26. Capacidad_Especial=0;

            }

        }

Etapa 27. if
Tiempo_Especial>Ven_Tiempo_Superior(Ruta_Para_Distancia(jj)

    {

        Etapa 28. Ruta_Especial_1=[Ruta_Especial_1,1,Nodos_sinc(p)];

        Etapa 29. Capacidad_Especial=0;

    }

}

```

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Sincronizada.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Mejor\_Ruta y Distancia\_Final

**Salida:** Ruta Sincronizada, Distancia Ruta Sincronizada.

---

}

}

Etapa 30. Ruta\_Especial\_1=[Ruta\_Especial\_1,1];

Etapa 31. Ruta\_Especial=Ruta\_Especial\_1;

Etapa 32. for i=1 hasta longitud(Ruta\_Especial\_1)

{

Etapa 33. if Ruta\_Especial\_1(i)==1

{

Etapa 34. Ruta\_Especial(i)=0;

}

}

Etapa 35. Ruta\_Especial\_1=[Ruta\_Especial\_1,1];

Etapa 36. Ruta\_Especial=Ruta\_Especial\_1;

Etapa 37. for i=1 hasta longitud(Ruta\_Especial\_1)

{

Etapa 38. if Ruta\_Especial\_1(i)==1

{

Etapa 39. Ruta\_Especial(i)=0;

}

}

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Ruta Sincronizada.

**Entrada:** Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Mejor\_Ruta y Distancia\_Final

**Salida:** Ruta Sincronizada, Distancia Ruta Sincronizada.

---

Etapa 40. Distancia\_Especial=0;

Etapa 41. for i=2 hasta longitud(Ruta\_Especial\_1)

{

42.

Etapa  
Distancia\_Especial=Distancia\_Especial+Matriz\_Dis(Ruta\_Especial\_1(i),Ruta\_Especial\_1(i-1));

}

Etapa 43. Ruta\_Sincronizada=Ruta\_Especial;

Etapa 44. Distancia Ruta Sincronizada= Distancia Especial

---

El algoritmo empezó buscando el nodo con visita sincronizada que tuviera el valor de hora de llegada ( $a_i$ ) más pequeño, siendo este el primer nodo que visitó el vehículo especial (desde Etapa 1 hasta Etapa 5 de la Tabla 10). Después buscó cuáles nodos sincronizados puede visitar, es decir, nodos a los cuales lleguen antes o igual a la hora de llegada del vehículo regular, eligiendo el que esté más cercano a la hora de llegada permitida del nodo (desde Etapa 6 hasta Etapa 30 de la Tabla 7). Dado el caso de que ningún nodo pueda ser visitado sin extralimitarse a la hora de llegada permitida, se procedió a anexar en la ruta del camión especial la acción de volver al depósito, es decir, se agregó el elemento 1 al final del vector. Este proceso se repite hasta cubrir la totalidad de los nodos sincronizados. Cabe aclarar que este proceso se aplicó a cada ruta generada después del intercambio de elementos para la Búsqueda Tabú.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### 8.1.5 Búsqueda tabú

Una vez obtenido el Vector Inicial, se procedió a determinar la mejor ruta mediante intercambio de elementos vecinos, la forma de ejecutar los intercambios se explica en la Figura 15.

Al primer elemento del vector ruta inicial no se le aplicó intercambio de nodos (el número 1 del ejemplo anterior), pues es el depósito. Una vez obtenido las distintas rutas anexadas en una matriz de rutas llamada Nueva Ruta se determinó cuatro cosas puntuales: (1) Analizar si la ruta cumple con las ventanas de tiempo (es decir, que sea posible visitar los nodos sin que queden por fuera de la ventana de tiempo), (2) Obtener las distancias (Tabla 12), (3) analizar si la descarga de los camiones regulares sea permitida y (4) aplicar búsqueda tabú.

Para evitar que eligiera una ruta prohibida (ruta que llegaría al nodo por fuera de la ventana de tiempo), se cambió el valor de su distancia asociada a diez veces la distancia de la ruta inicial (Figura 15 t Etapa 27 de la Tabla 12) esto impidió elegir rutas prohibidas. Para verificar la carga de los camiones regulares, se analizó la cantidad de descarga de cada nodo. Si en la ruta de alguno de los camiones excede la cantidad que éste puede obtener, se recomienda cambiar el valor de su distancia asociada a diez veces la distancia de la ruta inicial, impidiendo que al momento de buscar la ruta con menor distancia sea elegida una ruta imposible (imposible hace alusión a descargar más de lo que el camión puede).

Este algoritmo se itera las veces que el investigador desee, tendiendo a encontrar óptimos en menos de 100 iteraciones (Sánchez, 2020). No obstante, en el siguiente capítulo se analizó este parámetro de entrada.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 15.

*Intercambio de elementos para la Búsqueda Tabú.*

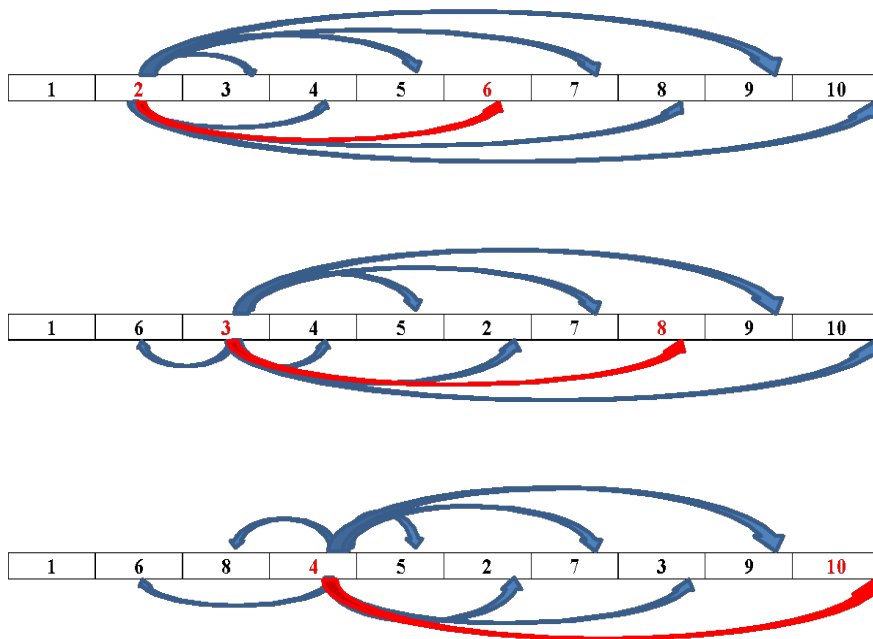


Tabla 12.

*Nuevas Rutas*

---

**Algoritmo:** Nuevas Rutas.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Rutas, Distancias.

---

Etapa 1. Nueva\_Ruta;

Etapa 2. for n=1 hasta longitud (Ruta\_Inicial)

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Nuevas Rutas.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Rutas, Distancias.

---

```

{

  Etapa 3. Ruta_Para_Distancia=Nueva_Ruta;

  Etapa 4. Distancia_1=0;

  Etapa 5. for jj=1 hasta longitud (Ruta_Inicial)
  {

    Etapa 6. if Ruta_Para_Distancia(jj)==0
    {

      Etapa 7. Ruta_Para_Distancia(jj)=1;

    }

    Etapa 8. if jj>1
    {

      Etapa 9. A=Ruta_Para_Distancia(jj);

      Etapa 10. B=Ruta_Para_Distancia(jj-1);

      Etapa 11. Distancia_1=Distancia_1+Matriz_Dis(A,B);

    }

  }

  Etapa 12. AA=Ruta_Para_Distancia(1);

  Etapa 13. BB=Ruta_Para_Distancia(2);

  Etapa 14. Tiempo_Nueva_Ruta=Tiempo_Descarga_Regular+Ven_Tiempo_Inferior(BB);

  Etapa 15. for ii=3 hasta longitud (Ruta_Para_Distancia)
  {

```

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Nuevas Rutas.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Rutas, Distancias.

---

Etapa 16. AA=Ruta\_Para\_Distancia(ii);

Etapa 17. BB=Ruta\_Para\_Distancia(ii-1);

Etapa 18. if BB==1

{

Etapa 19. Tiempo\_Nueva\_Ruta=Ven\_Tiempo\_Inferior(AA)+Tiempo\_Descarga\_Regular;

}

Etapa 20. if AA==1

{

Etapa 21. Tiempo\_Nueva\_Ruta=Tiempo\_Nueva\_Ruta+Matriz\_Tiempo(AA,BB);

Etapa 22. Tiempo\_Nueva\_Ruta=0;

}

Etapa 23. if AA>1

{

Etapa 24. if Tiempo\_Nueva\_Ruta<=Ven\_Tiempo\_Inferior(AA)

{

Etapa 25. Tiempo\_Ruta=Ven\_Tiempo\_Inferior(AA)+Tiempo\_Descarga\_Regular;

}

Etapa 26. if Tiempo\_Nueva\_Ruta>Ven\_Tiempo\_Superior(AA)

{

Etapa 27. Distancia\_1=10\*Distancia;

}

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Nuevas Rutas.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Rutas, Distancias.

---

```

Etapa 28. if Tiempo_Nueva_Ruta<=Ven_Tiempo_Superior(AA)

        y Tiempo_Nueva_Ruta>=Ven_Tiempo_Inferior(AA)

        {

            Etapa 29. Tiempo_Nueva_Ruta=Tiempo_Nueva_Ruta+Tiempo_Descarga_Regular;

        }

    }

}

Etapa 30. for ii=1 hasta longitud(Ruta_Para_Distancia)

    {

        Etapa 31. if Ruta_Para_Distancia(ii)==1

            {

                Etapa 32. Carga_Camion=0;

            }

            Etapa 33. Carga_Camion=Carga_Camion+Carga_Regular;

            Etapa 34. if Carga_Camion>Capacidad_Camion_Regular

                {

                    Etapa 35. Distancia_1=10*Distancia;

                    Etapa 36. break;

                }

    }

Etapa 37. Rutas=[Rutas;Nueva_Ruta];

```

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Nuevas Rutas.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Nodos\_sinc, Matriz\_Dis, Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular, Matriz\_Tiempo, Ven\_Tiempo\_Inferior y Ven\_Tiempo\_Superior.

**Salida:** Rutas, Distancias.

---

Etapa 38. Distancias=[Distancias, Distancia\_1];

---

La Etapa 37 se muestra que cada intercambio de vectores según la Figura 15 generó una Distancia (Distancia\_1), como se observa en la anterior tabla.

Después de obtener las Rutas (Etapa 37) y sus respectivas Distancias (Etapa 38), se procedió a aplicar la búsqueda Tabú. Hay que aclarar que la palabra Lista Tabú hace referencia a las rutas que están prohibidas por el proceso tabú y número tabú es el número de iteraciones que se mantiene la ruta en la lista tabú.

Una vez obtenido la matriz de las rutas y sus distancias asociadas (Etapa 37 y 38 de la Tabla 12), se procedió a determinar el valor y la posición de la menor distancia del vector (Distancias) (Etapa 3 de la Tabla 13), seleccionando este valor como la nueva distancia. Se extrajo la fila asociada a la matriz ruta (Etapa 4 de la Tabla 13) obteniendo este valor como la nueva ruta a optimizar.

La ruta anteriormente obtenida se agregó en la lista tabú. Después de realizar nuevamente el proceso hasta la Tabla 11, la lista tabú quedó con dos rutas. Para verificar que la mejor ruta no esté en la lista tabú, se procedió a realizar una resta de vectores entre la mejor ruta obtenida (Etapa 4 de la Tabla 13) con cada ruta obtenida en la lista tabú. Si el resultado es un vector de ceros, se debe cambiar el valor de la distancia de la mejor ruta obtenida por 10 veces el valor de la ruta inicial, impidiendo que se elija nuevamente este valor (Etapa 6 hasta Etapa 12 de la Tabla 13). Después se debe elegir la menor distancia (Etapa 3 de la Tabla 13) lo que permite obtener la ruta

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

asociada (ver Etapa 14 de la Tabla 10). Finalmente, cuando una ruta cumple con el número tabú (es decir, se ha analizado  $n$  veces, donde  $n$  es el número tabú), se debe quitar esa ruta de la lista tabú según se realizó en la Tabla 13 (Etapa 15 hasta Etapa 21 de la Tabla 13).

*Tabla 13.*

### *Búsqueda Tabú*

---

**Algoritmo:** Búsqueda Tabú.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Matriz\_Dis,  
Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular y Numero\_Tabu.

**Salida:** Mejor\_Ruta, Distancia\_Final.

---

Etapa 1. Lista\_Tabu=[Ruta\_Inicial];

Etapa 2. for  $j=1$  hasta rutas por intercambio de elementos

{

Etapa 3.  $[A,B]=\min(\text{Distancias})$ ;

Etapa 4. Rutas\_Finales=[Rutas\_Finales;Rutas(B,:)];

Etapa 5. Distancias\_Finales=[Distancias\_Finales,A];

Etapa 6. if  $j>1$

{

Etapa 7. for  $kk=1$  hasta  $\text{lpngitud}(\text{Ruta\_Inicial})-3$

{

Etapa 8.  $[\text{Filas\_Lista\_Tabu}, \text{Columnas\_Lista\_Tabu}]=\text{dimensión}(\text{Lista\_Tabu})$ ;

Etapa 9. for  $kkk=1$  hasta Filas\_Lista\_Tabu

{

Etapa 10.  $\text{Diferencia\_Ruta\_LT}=\text{Rutas}(kk,:)-\text{Lista\_Tabu}(kkk,:)$ ;

Etapa 11. if  $\text{Diferencia\_Ruta\_LT}==\text{zeros}(1,\text{length}(\text{Ruta\_Inicial}))$

---

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

---

**Algoritmo:** Búsqueda Tabú.

**Entrada:** Capacidad\_Camion\_Especial, Tiempo\_Descarga\_Especial, Matriz\_Dis,  
Tiempo\_Descarga\_Regular, Carga\_Regular, Capacidad\_Camion\_Regular y Numero\_Tabu.

**Salida:** Mejor Ruta, Distancia Final.

---

```

{
    Etapa 12. Distancias(kk)=10*Distancia;
}
}
}
}
Etapa 13. [A,B]=min(Distancias);
Etapa 14. Rutas_Fianales=[Rutas_Fianales;Rutas(B,:)];
Etapa 15. Distancias_Finales=[Distancias_Finales,A];
Etapa 16. Lista_Tabu=[Lista_Tabu;Rutas(B,:)];
Etapa 17. if Filas_Lista_Tabu>Numero_Tabu
{
    Etapa 18. Lista_Tabu=Lista_Tabu(end-(Numero_Tabu):end,:);
}
Etapa 19. Ruta_Inicial_1=Rutas(B,:);
}
Etapa 20. [A,B]=min(Distancias_Finales); %A es el valor más pequeño, B es la posición de
ese valor
Etapa 21. Mejor_Ruta=Rutas_Fianales(B,:)
Etapa 22. Distancia_Final=A

```

---

### 9. Validación del algoritmo

Para validar el algoritmo propuesto se comparó con distintas instancias de la literatura, para ello se utilizó un total de 15 instancias, cinco para 50 nodos, cinco para 100 nodos y cinco para 200 nodos, como se detalla en la Tabla 14. En los apéndices de la carpeta adjunta se identifican los nodos sincronizados, la capacidad de cada nodo junto a su ventana de tiempo.

*Tabla 14.*

*Instancias*

#	Nombre del Apéndice	Número de nodos	Nodos sincronizados	Capacidad del Camión (unidades)
1	syn=3_R105.data_50.txt		3	200
2	syn=3_C201.data_50.txt			700
3	syn=13_C108.data_50.txt	50	13	200
4	syn=13_C206.data_50.txt			700
5	syn=25_R104.data_50.txt		25	200
6	syn=5_RC202.data_100.txt		5	1000
7	syn=5_R208.data_100.txt			1000
8	syn=25_C103.data_100.txt	100	25	200
9	syn=25_C207.data_100.txt			700
10	syn=50_C107.data_100.txt		50	200
11	syn=10_C1_2_4_200.txt	200	10	1000

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

#	Nombre del Apéndice	Número de nodos	Nodos sincronizados	Capacidad del Camión (unidades)
12	syn=10_RC1_2_3_200.txt			200
13	syn=50_RC1_2_9_200.txt		50	200
14	syn=50_R1_2_5_200.txt			1000
15	syn=100_RC2_2_9_200.txt		100	1000

El número Tabú que se utilizó fue cinco, como recomienda Sánchez (2020), no obstante, el número de iteraciones no se especificó, por ende, primero se analizó los resultados de tres instancias y luego se comparó con la literatura.

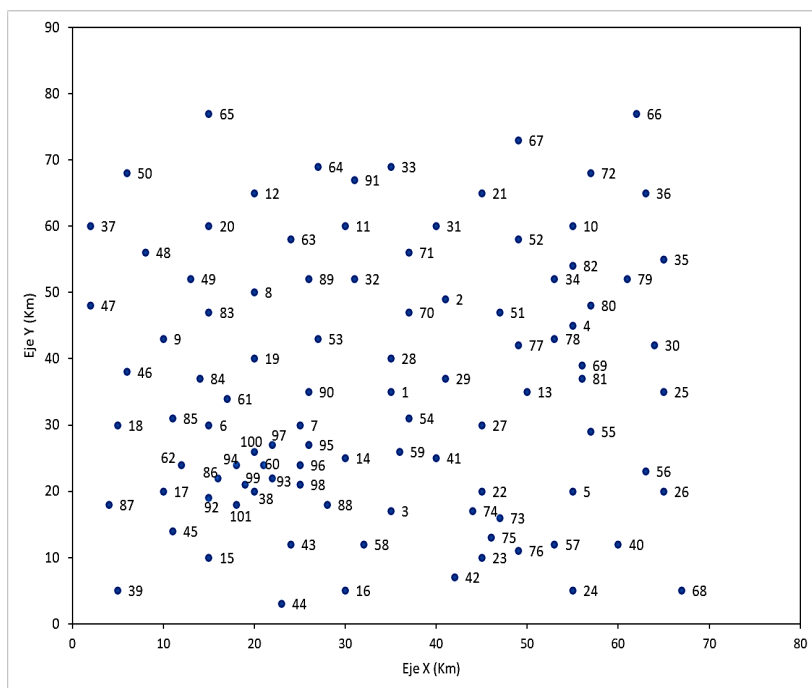
### 9.1.1 Resultado de las instancias

El computador en el cual se realizaron las pruebas contó con un procesador Intel Core I-7 con 3.64 GHz, memoria Ram de 16 GB y memoria interna de 1000 GB. La versión de Mat-Lab fue de 2020-2. Para comprender cómo funcionó el algoritmo y realizar análisis se trajo como ejemplo la instancia 7 (syn=5\_R208.data\_100.txt), el cual constó de 5 nodos sincronizados y un total de 100 clientes, como se detalla en la Figura 16. El depósito fue el punto 1 y el último nodo fue el punto 101.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Figura 16.

Localización de los nodos para la instancia 7

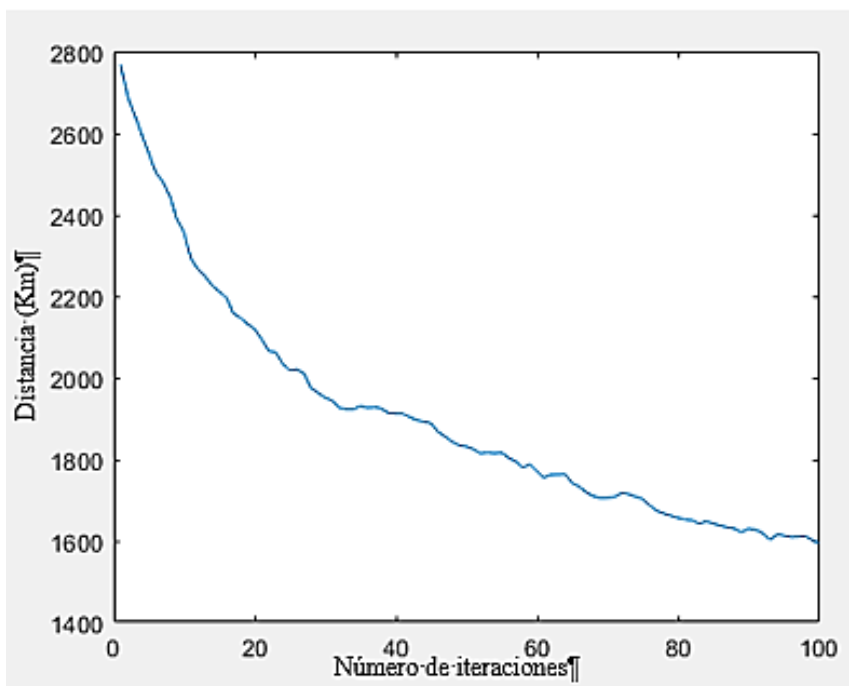


Según Sánchez, (2020), el mejor número tabú es de 5, sin embargo, no se especifica cuántas iteraciones se deben realizar, por ende, se empezó con 100 iteraciones (recomendación de Sánchez (2020)), obteniendo la Figura 17.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

*Figura 17.*

*Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 7*



El tiempo computacional fue de 5.68988 segundos. La Figura 17 muestra una tendencia a mejorar la respuesta con mayor número de iteraciones como se detalla en la Tabla 15, la cual tiende a mejorar la respuesta con el incremento del número de iteraciones.

*Tabla 15.*

*Número de iteraciones y tiempo de cómputo para la instancia 7*

Número de iteraciones	Distancia (Km)	Tiempo de Computo (s)
100	1593.6	5.68988
150	1567.5	7.06814

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

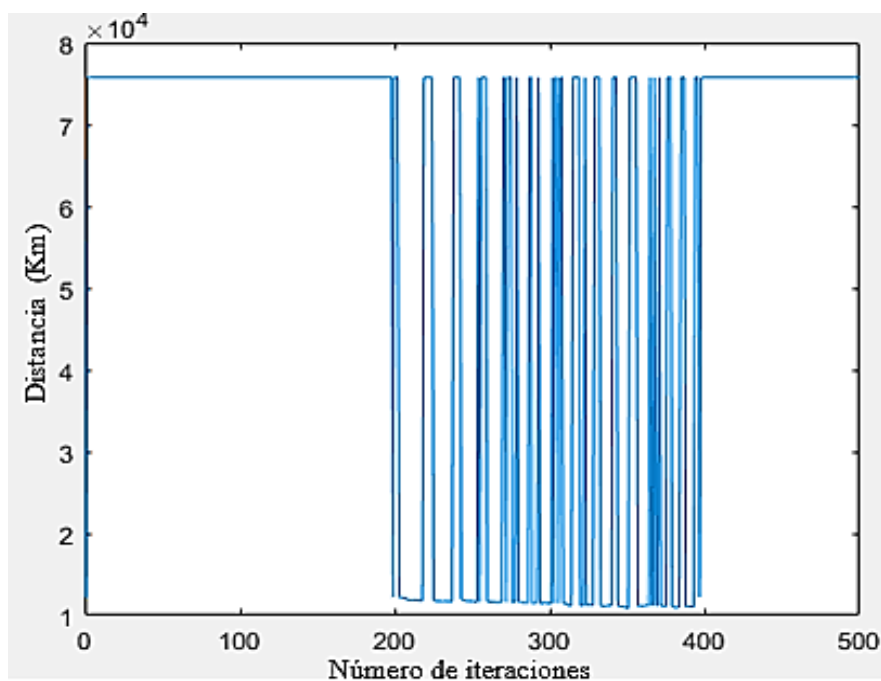
<b>Número de iteraciones</b>	<b>Distancia (Km)</b>	<b>Tiempo de Computo (s)</b>
200	1504.6	7.920206
300	1394.3	10.608908
400	1384.6	13.720434
600	1336.5	18.519657
1000	1179.1	27.988737

La razón por la cual mejoró la respuesta con el incremento del número de iteraciones fue el hecho de no encontrar óptimos locales cíclicos, es decir, respuestas o distancias que se repitieron periódicamente. Como se cree posible que el intercambio de nodos genere rutas que no son viables (ya sea por salirse de la ventana de tiempo o exceso de carga para los vehículos regulares) la gráfica de la ruta se mostrará picos semejantes como en la Figura 18.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

*Figura 18.*

*Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 14 hasta iteración 500*



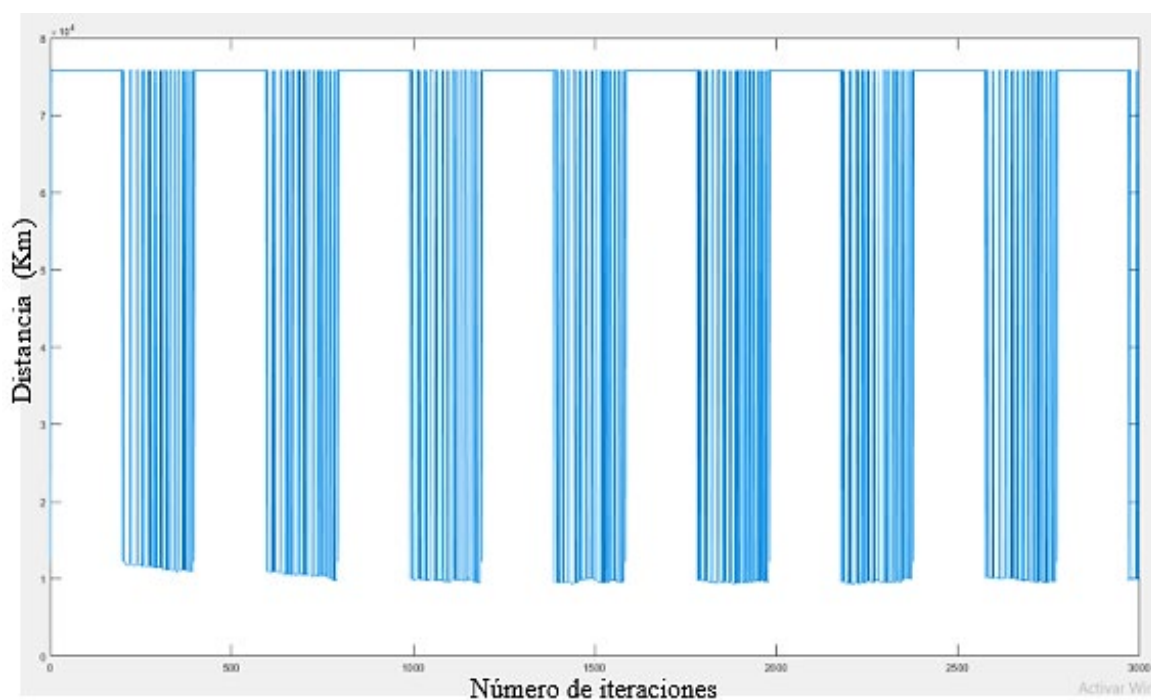
De la Figura 18 se tuvo que las primeras 195 iteraciones no generaron rutas que fueran posibles, pero en la iteración 196 hubo una ruta que cumplió con la ventana de tiempo y el límite de la carga. Mostró un comportamiento intermitente hasta la iteración 400, obteniendo 10811 Km en 80 segundos. Se estima que los picos y baches se deben a las soluciones no viables que se generaron, cuando se presentó una solución no viable, la función objetivo aumentó y se produjo un pico en la gráfica. Luego, en la iteración 196 se encontró una solución viable, la función objetivo disminuyó y se produjo un bache en la gráfica. Se determinó que estos picos y baches suceden periódicamente porque el algoritmo de optimización está buscando soluciones que mejoren la función objetivo y por tanto se mueve entre soluciones viables y no viables en el proceso.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

De la instancia resultó un número grande de iteraciones para encontrar mejores rutas, por lo que se expuso el mismo ensayo a 3000 iteraciones. De ahí se concluyó que cada 198 iteraciones mostraron posibles rutas (comportamiento intermitente), no obstante, la solución fue de 9276.4 Km (iteración 1457), es decir, mejoró 1534 Km respecto al anterior, sin embargo, tardó 634,7898 segundos, casi 850% más de tiempo invertido, como se detalla en la Figura 19.

*Figura 19.*

*Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 14 hasta iteración 3000*

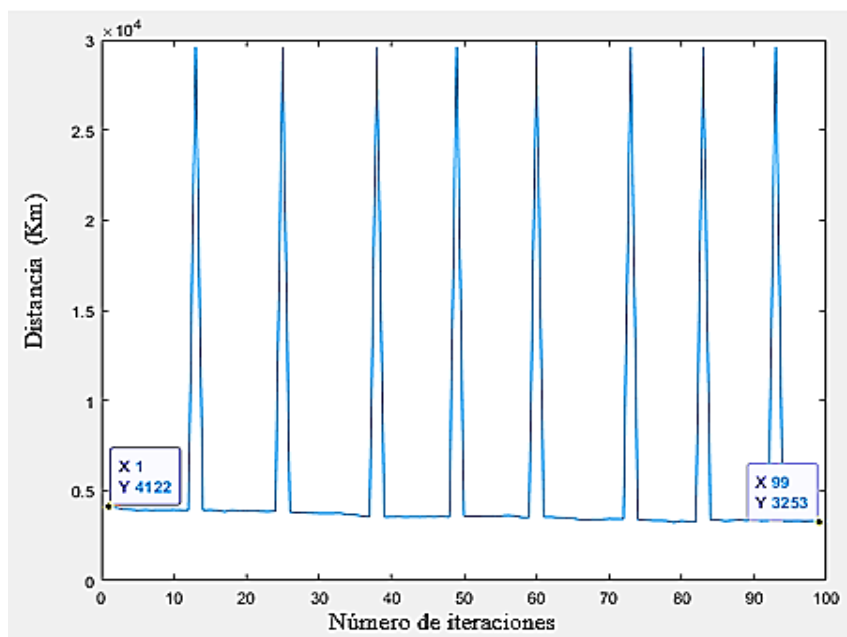


Por otro lado, la instancia 14 fue otra que también presentó un comportamiento intermitente. De la Figura 19 se resalta que a mayor número de iteraciones la distancia tiende a reducirse cuando encuentra rutas aptas, rutas que están dentro de la ventana de tiempo y por debajo

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

del límite de carga. Se cree que la función objetivo se presentó en aumento debido a rutas no viables donde se pudo violar las restricciones de capacidad o ventana de tiempo de los vehículos. Luego, disminuyó y fue creciendo su disminución a mayor número de iteraciones. En resumen, la gráfica indica que la distancia recorrida por las rutas disminuyó a mayor número de iteraciones y por tanto encontró mejores rutas como se muestra en la Figura 20 y en la Tabla 16.

*Figura 20. Reducción de la distancia en función del número de iteraciones para la instancia 8 hasta iteración 100*



*Nota.* X es el número de iteración y Y es el valor de la mejor ruta para la iteración X.

La Figura 20 indica los óptimos encontrados en el programa para la instancia 8, multiplicados a la 10 en forma de penalización, para que la distancia se elevara con el fin de que la búsqueda Tabú no lo tomara como óptimo, por esto los picos se observan en la gráfica y vuelven a bajar encontrando nuevamente resultados óptimos.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Tabla 16.

*Número de iteraciones y tiempo de cómputo para la iteración 8*

<b>Número de iteraciones</b>	<b>Distancia (Km)</b>	<b>Tiempo de Computo (s)</b>
100	3226.1	8.361956
200	3184.8	12.516655
300	2836.4	15.169172
400	2540.0	18.396213
600	2335.0	24.65489
1000	2157.3	38.73181

De lo anterior se concluye que el incremento del número de iteraciones aumenta el número de superiores soluciones, pues para el caso mejoró 1965 Km en la iteración 1000 con respecto a la iteración 1. Aquí es pertinente preguntar el número de iteraciones que debe utilizarse, no obstante, por lo elaborado se recomienda más de 1000 para 100 nodos y más de 1500 para 200 nodos, esto es, un número de iteraciones diez veces más grande que el número de nodos, alcanzando así un número grande de iteraciones.

### 9.1.2 Análisis comparativo

El análisis se realizó de 15 instancias extraídas de la presente investigación en comparación con las instancias de Hojabri et al., (2018) como se muestra en la Tabla 17, y en la Tabla 18.

Tabla 17.

Instancias comparativas del PRVTW-Syn aplicada búsqueda tabú

#	<i>Presente investigación</i>			
	<i>D.R. (Km)</i>	<i>D.E. (Km)</i>	<i>No. V.R.</i>	<i>No. V.E</i>
1	1051.2	88.61	14	1
2	510.87	76.77	2	1
3	562.03	205.15	5	1
4	576.10	231.43	2	1
5	1193.7	884.65	13	16
6	1298.1	164.49	6	2

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

7	1102.3	130.03	5	1
<i>Presente investigación</i>				
#	<i>D.R. (Km)</i>	<i>D.E. (Km)</i>	<i>No. V.R.</i>	<i>No. V.E</i>
8	1647.2	555.41	10	2
9	1280.2	422.06	4	1
10	1988.7	1153.7	10	17
11	3443.5	477.6	14	1
12	5066.8	510.71	27	5
13	5458.3	4034.5	21	33
14	5770.1	3505.9	18	34
15	5642.7	3358.2	7	15

*Nota.* \*D.R. Es la distancia de los vehículos regulares. D.E. Es la distancia de los vehículos especiales. No. V.R. Es el número de vehículos regulares. No. V.E. Es el número de vehículos especiales.

*Tabla 18.*

*Instancias comparativas del artículo*

<i>(Hojabri et al., 2018).</i>				
#	<i>D.R. (Km)</i>	<i>D.E. (Km)</i>	<i>No. V.R.</i>	<i>No. V.E</i>
1	949.14	107.07	10	1
2	494.47	108.96	3	1
3	415.8	294.87	5	4
4	494.47	285.27	3	2
5	949.14	665.99	10	8
6	1427.36	216.07	7	2
7	1241.35	184.28	7	2
8	1032.97	716.13	11	7
9	784.54	547.35	5	3
10	1032.97	904.92	11	10
11	3282.92	907.89	20	4
12	4177.94	853.41	23	5
13	4177.94	2071.56	23	12
14	3324.2	1796.28	19	9
15	3410.05	2455.81	9	8

*Nota.* \*D.R. Es distancia de los vehículos regulares. D.E. Es distancia de los vehículos especiales. No. V.R. Es número de vehículos regulares. No. V.E. Es número de vehículos especiales.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

El algoritmo presentó únicamente 2 resultados, mejores de los reportados por Hojabri et al., (2018). No obstante, como se explicó a mayor número de iteraciones se reduce la distancia recorrida, se colocó un número de iteraciones alto en la Tabla 19, el cual mostró mejores respuestas comparativas. Hojabri et al., (2018) en la Tabla 20, utilizó el algoritmo LNS (Large neighborhood search), el cual también es metaheurístico, lo que explica que en algunos casos la ruta de ellos fue mejor que la obtenida en la presente investigación.

*Tabla 19.*

*Análisis comparativo a mayor número de iteraciones*

<b>Número de iteraciones=30*N.N.</b>				
<b>#</b>	<b>D.R. (Km)</b>	<b>D.E. (Km)</b>	<b>No. V.R.</b>	<b>No. V.E</b>
1	910.90	60.23	14	1
2	489.97	73.32	2	1
3	539.50	206.14	5	1
4	501.48	209.44	2	1
5	1102.1	759.61	13	14
6	1153.9	109.06	6	1
7	953.65	138.85	5	1
8	1355.2	580.09	10	5
9	1027.1	450.92	4	1
10	1727.3	1016.1	10	11
11	2807.8	383.11	14	1
12	4585.0	491.12	27	4
13	5448.5	3115.7	21	25
14	5499.6	3324.2	18	32
15	5025.2	3179.9	7	15

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

*Nota.* \*D.R. Es distancia de los vehículos regulares. D.E. Es distancia de los vehículos especiales.

No. V.R. Es número de vehículos regulares. No. V.E. Es número de vehículos especiales. N.N Es número de nodos.

*Tabla 20.*

*Análisis comparativo a mayor número de iteraciones del artículo*

<b>(Hojabri et al., 2018).</b>				
<b>#</b>	<b>D.R.</b>	<b>D.E.</b>	<b>No.</b>	<b>No.</b>
	<b>(Km)</b>	<b>(Km)</b>	<b>V.R.</b>	<b>V.E</b>
1	949.14	107.07	10	1
2	494.47	108.96	3	1
3	415.8	294.87	5	4
4	494.47	285.27	3	2
5	949.14	665.99	10	8
6	1427.36	216.07	7	2
7	1241.35	184.28	7	2
8	1032.97	716.13	11	7
9	784.54	547.35	5	3
10	1032.97	904.92	11	10
11	3282.92	907.89	20	4
12	4177.94	853.41	23	5
13	4177.94	2071.56	23	12
14	3324.2	1796.28	19	9
15	3410.05	2455.81	9	8

*Nota.* \*D.R. Es la distancia de los vehículos regulares. D.E. Es la distancia de los vehículos especiales. No. V.R. Es el número de vehículos regulares. No. V.E. Es el número de vehículos especiales. N.N Es el número de nodos.

## 10. Conclusiones

En 1500 iteraciones, el algoritmo propuesto en este trabajo puede encontrar soluciones buenas, similares a los del artículo, para cualquier cantidad de nodos.

La herramienta computacional desarrollada, puede usarse para resolver problemas del mundo real y de alta complejidad acerca del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y sincronización mediante Búsqueda Tabú. El algoritmo propuesto puede ser usado para desarrollar un software más complejo con el que obtengan mejores resultados. Además, sirve para crear un software empresarial que ayude a resolver problemas con módulos más eficientes e interfaces amigables para el usuario.

En el desarrollo del proyecto se establece la metodología del algoritmo elaborado como una metaheurística para la solución del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada, para lo cual se implementa el código en el software matlab, programa que demostró ser eficiente en el manejo matemático por funciones, lo cual facilita en gran medida la operatividad de la codificación algorítmica.

Encontrar soluciones prácticas en la logística de distribución ha permitido que el VRP evolucione y se vuelva más complejo según los casos de estudio. Las diferentes variantes de VRP y los métodos utilizados en su aplicación satisfacen las diferentes necesidades de las empresas y proyectos que intentan mejorar los servicios y lograr sus objetivos de distribución. Sin embargo, elegir la opción y el método correctos para aplicar el VRP es una tarea que requiere un análisis cuidadoso de las posibilidades y requerimientos del problema, ya que la complejidad del enfoque no garantiza necesariamente mejores resultados.

## **11. Recomendaciones**

Dado que el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo es de naturaleza combinatoria, se recomienda implementar heurísticas que mejoren los resultados obtenidos en este estudio y además la implementación de otros lenguajes programativos. Así mismo, las soluciones de este algoritmo pueden servir como soluciones iniciales para la implementación de técnicas más avanzadas.

### Referencias

- Affi, S., Dang, D. C., & Moukrim, A. (2016). Heuristic solutions for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits. *Optimization Letters*, 10(3), 511-525.
- Aguirre, D. M. C., & Rodríguez, A. J. U. (2007). Logística de operaciones: integrando las decisiones estratégicas para la competitividad. *Ingeniería Industrial*, 28(1), 5.
- Ait Haddadene, Syrine Roufaida & Labadie, Nacima & Prodhon, Caroline. (2016). A GRASP  $\times$  ILS for the vehicle routing problem with time windows, synchronization and precedence constraints. *Expert Systems with Applications*. 66. 10.1016/j.eswa.2016.09.002. [https://www.researchgate.net/publication/308005433\\_A\\_GRASP\\_ILS\\_for\\_the\\_vehicle\\_routing\\_problem\\_with\\_time\\_windows\\_synchronization\\_and\\_precedence\\_constraints](https://www.researchgate.net/publication/308005433_A_GRASP_ILS_for_the_vehicle_routing_problem_with_time_windows_synchronization_and_precedence_constraints)
- Archetti, C. & Bianchessi, Nicola & Speranza, M.Grazia. (2014). Branch-and-cut algorithms for the split delivery vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. 238. 685-698. 10.1016/j.ejor.2014.04.026.
- Asghari, M. & Mirzapour Al-e-hashem, S. M. J. (2021). Green vehicle routing problem: A state-of-the-art review. *International Journal of Production Economics*, 231, 107899. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107899>
- Azi, N., Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2010). An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles, *European Journal of Operational Research*, 202(3), 756-763, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.06.034>

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Ballesteros Silva, Pedro & Ballesteros, Diana. (2005). ¿CÓMO LOS EMPRESARIOS APLICAN LA LOGÍSTICA MILITAR EN SUS ORGANIZACIONES? *Scientia Et Technica*.

Bianchessi, N., Drexl, M., & Irnich, S. (2019). The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows and Customer Inconvenience Constraints. *Transportation Science*.  
<https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0862>

Bibiana, Linda & Rocha Medina, Linda & Gonzalez la Rotta, Elsa Cristina & Rota, La & Arturo, Javier & Orjuela Castro, Javier. (2011). State of the art review of the vehicle routing problem: A historic account with solving methods. *Revista de la Facultad de Ingenieria*. 16. 35-55.

Bodas, R. (2017). La metaheurística de Búsqueda Tabú aplicada al problema de Enrutamiento de Vehículos.

Bodas, R. (2017). La metaheurística de Búsqueda Tabú aplicada al problema de Enrutamiento de Vehículos.

Braekers, K., Ramaekers, K. & Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers and Industrial Engineering*, 99, 300–313.  
<https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>

Bräysy, O. (2003). A reactive variable neighborhood search for the vehicle-routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 15(4), 347-368.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Bräysy, O., & Gendreau, M. (2002). Tabu search heuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Top*, 10(2), 211-237.

Bredstrom, D., & Rönnqvist, M. (2007). A branch and price algorithm for the combined vehicle routing and scheduling problem with synchronization constraints. NHH Dept. of Finance & Management Science Discussion Paper, (2007/7).

Bredström, D., & Rönnqvist, M. (2008). Combined vehicle routing and scheduling with temporal precedence and synchronization constraints. *European journal of operational research*, 191(1), 19-31.

Chiang, W. C., & Russell, R. A. (1996). Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 63(1), 3-27.

Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J. Y., & Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, 53(5), 512-522.

Cruz-Reyes, Laura & Nieto-Yáñez, Diana & Rangel-Valdez, Nelson & Herrera, Juan-Arturo & González Barbosa, Juan Javier & Castilla Valdez, Guadalupe & Orta, José Francisco. (2007). DiPro: An Algorithm for the Packing in Product Transportation Problems with Multiple Loading and Routing Variants. 1078-1088. 10.1007/978-3-540-76631-5\_103.

Desrochers, M., Desrosiers, J. & Solomon, M. (1992). A Column Generation Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Combinatorial Optimization*, 152, 249–252. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-77489-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-77489-8_1)

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

- Dohn, A., Rasmussen, M. S., & Larsen, J. (2011). The vehicle routing problem with time windows and temporal dependencies. *Networks*, 58(4), 273-289.
- Donati, A. V., Montemanni, R., Casagrande, N., Rizzoli, A. E., & Gambardella, L. M. (2008). Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system. *European journal of operational research*, 185(3), 1174-1191.
- Drexl, M. (2012). Synchronization in vehicle routing—a survey of VRPs with multiple synchronization constraints. *Transportation Science*, 46(3), 297-316.
- El Hachemi, N., Gendreau, M., & Rousseau, L. M. (2013). A heuristic to solve the synchronized log-truck scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 40(3), 666-673.
- El-Sherbeny, N. A. (2010). Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University-Science*, 22(3), 123-131.
- Estrada, M. Á. (2007). Análisis de estrategias eficientes en la logística de distribución de paquetería.
- Fajardo, H. M. (2017). Análisis del sector de los operadores logísticos en Colombia, para la creación de un modelo de selección de servicios logísticos utilizando la metodología AHP (Masters, Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/57949/>

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Ferrell, O.C., Hirt , G. A., Ferrell, L., Ramos Garza, L., Rodríguez, M. A., y Flores Cárdenas, M.

A. (2010). La naturaleza de la administración. En J. Mares Chacón. (Ed.), *Introducción a los negocios en un mundo cambiante* (pp. 205-235). México: McGraw-Hill.

Franklin, Enrique. (2023). *Organización de empresas : análisis, diseño y estructura* / Enrique

Benjamín Franklin Fincowsky.

Gehring H, Homberger J (2001) A parallel two-phase metaheuristic for routing problems with time

windows. *Asia-Pacific J. Oper. Res.* 18(1):35–47.

Goel, A. (2009). Vehicle scheduling and routing with drivers' working hours. *Transportation*

*Science*, 43(1), 17-26.

Goel, Vikas & Furman, Kevin & Song, Jin-Hwa & El-Bakry, Amr. (2012). Large neighborhood

search for LNG inventory routing. *Journal of Heuristics*. 18. 10.1007/s10732-012-9206-6.

González, J. (2011). *Metaheurísticas y computación paralela para el problema de la planificación*

*de frecuencias en redes reales de telecomunicaciones (Doctoral dissertation, Universidad de Extremadura)*.

H. G. M. Pullen, M. H. J. Webb, A computer application to a transport scheduling problem, *The*

*Computer Journal*, Volume 10, Issue 1, 1967, Pages 10–13,

<https://doi.org/10.1093/comjnl/10.1.10>

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Haddadene, S. R. A., Labadie, N., & Prodhon, C. (2016). A GRASP× ILS for the vehicle routing problem with time windows, synchronization and precedence constraints. *Expert Systems with Applications*, 66, 274-294.

Hojabri, H., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Rousseau, L. M. (2018). Large neighborhood search with constraint programming for a vehicle routing problem with synchronization constraints. *Computers & Operations Research*, 92, 87-97.

Ioachim, I., Desrosiers, J., Soumis, F., & Bélanger, N. (1999). Fleet assignment and routing with schedule synchronization constraints. *European Journal of Operational Research*, 119(1), 75-90.

Koç, Ç., & Laporte, G. (2018). Vehicle routing with backhauls: Review and research perspectives. *Computers and Operations Research*, 91, 79–91. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.11.003>

Kok, A. L., Meyer, C. M., Kopfer, H., & Schutten, J. M. J. (2010). A dynamic programming heuristic for the vehicle routing problem with time windows and European Community social legislation. *Transportation Science*, 44(4), 442-454.

Kyriakakis, N. A., Marinaki, M. & Marinakis, Y. (2021). A hybrid ant colony optimization-variable neighborhood descent approach for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers and Operations Research*, 134, 105397. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105397>

Kyriakakis, Nikolaos & Marinaki, Magdalene & Marinakis, Yannis. (2021). A Hybrid Ant Colony Optimization-Variable Neighborhood Descent Approach for the Cumulative Capacitated

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*. 134. 105397.  
10.1016/j.cor.2021.105397

Labadie, John. (2005). Closure to “Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review” by John W. Labadie. *Journal of Water Resources Planning and Management-ASCE*. - J WATER RESOUR PLAN MAN-ASCE. 131. 10.1061/(ASCE)0733-9496(2005)131:5(407).

Labadie, N., Prins, C., & Yang, Y. (2014). Iterated Local Search for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints. In *ICORES* (pp. 257-263).

Lamb, Charles & Hair, Joseph & McDaniel, Carl. (2023). *Principles of marketing* / Charles W. Lamb, Joseph F. Hair, Carl McDaniel.

Lee, Maria & Chen, Tsung Teng. (2012). Lee.M.R, and T.T. Chen.( 2012).Revealing research themes and trends in knowledge management: From 1995 to 2010 Knowledge-Based Systems.Volume 28, April 2012, Pages 47–58. *Knowledge-Based Systems*. 10.1016/j.knosys.2011.11.016

Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221-227.

Li, J. Q., Han, Y. Q., Duan, P. Y., Han, Y. Y., Niu, B., Li, C. D., ... & Liu, Y. P. (2020). Meta-heuristic algorithm for solving vehicle routing problems with time windows and synchronized visit constraints in prefabricated systems. *Journal of Cleaner Production*, 250, 119464.3

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

- Li, Y., Lim, A., & Rodrigues, B. (2005). Manpower allocation with time windows and job-teaming constraints. *Naval Research Logistics (NRL)*, 52(4), 302-311.
- Liu, R., Tao, Y., & Xie, X. (2019). An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits. *Computers & Operations Research*, 101, 250-262.
- Lopez, Ana & Sánchez-Oro Calvo, Jesús & Laguna, Manuel. (2020). A New Scatter Search Design for Multiobjective Combinatorial Optimization with an Application to Facility Location. *INFORMS Journal on Computing*. 10.1287/ijoc.2020.0966.
- López, R. (2014). *Logística de aprovisionamiento*. Ediciones Paraninfo, SA.
- Maldonado, C. E., & Gómez Cruz, N. A. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad [WorkingPaper]. Recuperado de Editorial Universidad del Rosario website: <http://repository.urosario.edu.co/handle/10336/3301>.
- Maldonado, C. E., & Gómez Cruz, N. A. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad [WorkingPaper]. Recuperado de Editorial Universidad del Rosario website: <http://repository.urosario.edu.co/handle/10336/3301>
- Manisri, T., Mungwattana, A., & Janssens, G, K, (2011), Minimax optimisation approach for the Robust Vehicle Routing Problem with Time Windows and uncertain travel times, *International Journal of Logistics Systems and Management*, 10(4), 461-477, <https://doi.org/10.1504/IJLSM,2011,043105>

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Mazo, A. Z., Montoya, R. A. G., & Henao, S. A. F. (2014). Indicadores logísticos en la cadena de suministro como apoyo al modelo scor. *CLIO América*, 8(15), 90-110.

Mazo, Abdul & Gómez-Montoya, Rodrigo & Fernández-Henao, Sergio. (2014). Indicadores logísticos en la cadena de suministro como apoyo al modelo scor. *Clío América*. 8. 90. 10.21676/23897848.832.

Medina, L. B. R., La Rota, E. C. G., & Castro, J. A. O. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35-55.

Moccia, Luigi & Cordeau, J-F & Laporte, G.. (2012). An Incremental Tabu Search Heuristic for the Generalized Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of the Operational Research Society*. 63. 10.1057/jors.2011.25.

Montes, E. (2017). Metaheurísticas para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRP-TW). (Postgrado de Optimización). Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México.

No, P. (2002). Marco conceptual de la cadena de suministro: Un nuevo enfoque logístico.

Pecin, D., Contardo, C., Desaulniers, G., & Uchoa, E. (2017). New enhancements for the exact solution of the vehicle routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 29(3), 489-502.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Potvin, J. Y., & Bengio, S. (1996). The vehicle routing problem with time windows part II: genetic search. *INFORMS journal on Computing*, 8(2), 165-172.

Puente, J., García, N., Fernández, I., & Parreño, J. (2008). Modelo borroso para la evaluación y selección de proveedores. *II International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management*, 1523-1532.

Pullen, H, G, M & Webb, M, H, J, (1967). A computer application to a transport scheduling problem, *The Computer Journal*, 10(1), 10-13, <https://doi.org/10.1093/comjnl/10.1.10>

Qin, W., Zhuang, Z., Huang, Z. & Huang, H. (2021). A novel reinforcement learning-based hyper-heuristic for heterogeneous vehicle routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 156, 107252. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107252>

Rabbouch, B., Saâdaoui, F., & Mraïhi, R. (2021). Efficient implementation of the genetic algorithm to solve rich vehicle routing problems. *Operational Research*, 21(3), 1763-1791. <https://doi.org/10.1007/s12351-019-00521-0>

Ramírez, C. D. G., & Diván, C. (2010). Modelo de entregas directas para la reducción de costos logísticos de distribución en empresas de consumo masivo. Aplicación en una empresa piloto de caldas.

Rasmussen, M. S., Justesen, T., Dohn, A., & Larsen, J. (2012). The home care crew scheduling problem: Preference-based visit clustering and temporal dependencies. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 598-610.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Riveros, D. P. B., & Silva, P. P. B. (2004). La logística competitiva y la administración de la cadena de suministros. *Scientia et Technica*, 1(24). <https://doi.org/10.22517/23447214.7347>

Rocha Medina, L. B., González La Rota, E. C. & Orjuela Castro, J. A. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35–55. <https://www.redalyc.org/pdf/4988/498850173004.pdf>

Sanchez Echeverri, L. A., Tovar Perilla, N. J. ., & Carranza Murillo, L. P. . (2022). Problema De Ruteo De Vehículos. Importancia Para La Logística Y Métodos De Solución. *Documentos De Trabajo ECBTI*, 3(1). <https://doi.org/10.22490/ECBTI.5860>

Sánchez, L. (2020). Solución al problema de ruteo de vehículos Milk-run con ventanas de tiempo mediante la Metaheurística Búsqueda Tabú (Universidad Industrial de Santander, Escuela De Estudios Industriales y Empresariales).

Servera-Francés, David. (2010). Concepto y Evolución de la Función Logística. *Innovar: Revista de Ciencias Administrativas y Sociales*. 20. 217-234.

Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research*, 35(2), 254–265. doi:10.1287/opre.35.2.254

Talbi, & Talbi, El-Ghazali. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. 10.1002/9780470496916.

Vélez, M. C., & Montoya, J. A. (2007). Metaheurísticos: una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones. *Revista EIA*, (8), 99-115.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Wang, C., Mu, D., Zhao, F., & Sutherland, J. W. (2015). A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time windows. *Computers & Industrial Engineering*, 83, 111-122.

Wang, H. F., & Chen, Y. Y. (2012). A genetic algorithm for the simultaneous delivery and pickup problems with time window. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 84-95.

Wang, Jiahai & Zhou, Ying & Wang, Yong & Zhang, Jun & Chen, C. & Zheng, Zibin. (2015). Multiobjective Vehicle Routing Problems With Simultaneous Delivery and Pickup and Time Windows: Formulation, Instances, and Algorithms. *IEEE transactions on cybernetics*. 46. 10.1109/TCYB.2015.2409837

Wang, Y., Chen, J., & Shen, Y. (2019). A Multi-objective Optimization Model for VRP and VFP based on An Improved Ant Colony Algorithm. 2019 IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC), (pp.777- 780). <https://doi.org/10.1109/IMCEC46724.2019.8983863>

Wen, M., Larsen, J., Clausen, J., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2009). Vehicle routing with cross-docking. *Journal of the Operational Research Society*, 60(12), 1708-1718.

Wikipedia. (2021). *Teorema de Pitágoras*. Wikipedia, la enciclopedia libre. [https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema\\_de\\_Pitágoras](https://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pitágoras)

Xiang, Wan-Li & Li, Yinzhen & He, Rui-Chun & Meng, Xue-Lei & An, Mei-Qing. (2019). An Improved Artificial Bee Colony Algorithm With Fitness-Based Information. *IEEE Access*. PP. 1-1. 10.1109/ACCESS.2019.2905666.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

[https://www.researchgate.net/publication/331845986\\_An\\_Improved\\_Artificial\\_Bee\\_Colony\\_Algorithm\\_With\\_Fitness-Based\\_Information](https://www.researchgate.net/publication/331845986_An_Improved_Artificial_Bee_Colony_Algorithm_With_Fitness-Based_Information)

Yepes Piqueras, V. (2008). Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW. Riunet. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/2664>

Yu, B., & Yang, Z. Z. (2011). An ant colony optimization model: The period vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(2), 166-181.

Yuan, Y., Cattaruzza, D., Ogier, M., Semet, F. & Vigo, D. (2021). A column generation based heuristic for the generalized vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 152, 102391. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102391>

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

**Apéndice A. Artículo de carácter publicable.**

**Solución al Problema de Ruteo de Vehículos con Ventanas de Tiempo y Visita Sincronizada  
mediante la metaheurística Búsqueda Tabú**

Jhon Jairo Gómez Gómez

Estudiante Ingeniería Fisicomecánicas

Universidad Industrial de Santander

Bryan Mateo Zamudio Solano

Estudiante Ingeniería Fisicomecánicas

Universidad Industrial de Santander

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

### RESUMEN

Este proyecto de investigación se encargó de formular una solución mediante la metaheurística Búsqueda Tabú, al problema estándar de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada tratado en el artículo *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints*. Define el modelo matemático junto con los supuestos, variables y restricciones, luego diseña el algoritmo para modelar en Matlab y valida la solución propuesta del problema mediante instancias de literatura.

**Palabras Clave:** Problema de Ruteo de Vehículos, Ventanas de tiempo, Visita Sincronizada, Metaheurística, Búsqueda Tabú.

### ABSTRACT

The present investigation was responsible for formulating a solution to the standard problem of routing vehicles with time windows and synchronized visit (VRPTW-Syn) treated in the article *Large Neighborhood Search with Constraint Programming for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints* using the metaheuristic Taboo Search. The algorithm was programmed in Matlab software and gives good results in terms of iterations to find the optimal path.

**Keywords:** Vehicle Routing Problem, Time Windows, Synchronized Visit, Metaheuristics, Taboo Search.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

## 1. INTRODUCCIÓN

Cuando de distribución de bienes y servicios se habla, el Problema de Ruteo de Vehículos (VRP) está presente. El desarrollo tecnológico, las técnicas de investigación de operaciones y la programación matemática han facilitado solucionar problemas complejos y retos computacionales enormes de ruteo vehicular proponiendo metodologías de planeación de gestión del transporte de la mejor manera posible.

Se conoce que el Problema de Ruteo de Vehículos con Ventana de Tiempo y Sincronización (VRPTW-Syn) estándar tiene aplicabilidad en niveles industriales, sociales, de administración de organizaciones, entre otros.

Ha habido diversas soluciones a este tipo de problemas, se ha implementado desde métodos heurísticos hasta metaheurísticos, para optimizar (maximizar o minimizar) la función objetivo, sumamente útil para hallar

soluciones factibles al problema en un tiempo de cómputo aceptable.

Un procedimiento metaheurístico notable por su uso de memoria adaptativa y estrategias específicas de resolución de problemas es la Búsqueda Tabú donde una vez que identifica una posible solución en su vecindad, marca aquella como "tabú" para no volver a buscar esa posible solución en su próxima iteración. Es decir, recuerda la solución y evita la reiteración cuando busca nuevas soluciones.

El presente artículo describe el modelo matemático con supuestos, variables y restricciones y evidencia el diseño del algoritmo de Búsqueda Tabú al lado de su validación.

## 2. PROBLEMA DEL RUTEO DE VEHÍCULOS CON VENTANAS DE TIEMPO Y VISITA SINCRONIZADA

El VRPTW-Syn es una extensión estándar del modelo básico de VRP. Para este

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

caso consiste en diseñar un conjunto de rutas para 2 tipos de vehículos de diferente capacidad, uno de distribución, que atiende a clientes especiales y habituales, otro de servicio que atiende solo a clientes especiales, de modo que visitan los clientes al mismo tiempo.

Una ruta inicia cuando un camión sale del depósito y recorre la zona definida por las restricciones, llega de forma sincronizada con el otro vehículo y culmina cuando su capacidad es completamente usada.

Para el presente estudio cada cliente está disperso en un área geográfica, el vehículo tiene una restricción de tiempo de visita y una ventana de tiempo. Se asocia al recorrido del vehículo: si un camión llega antes que el otro espera, si llega después superando el límite máximo de espera, se impide el servicio, es decir, no se puede extralimitar del tiempo asignado.

## 3. DEFINICIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

La red de transporte se representa con la fórmula  $G = (N, A)$ , con conjunto de vértices  $N = V_r \cup V_s \cup V_r^+ \cup V_s^+ \cup V_r^- \cup V_s^-$ , donde  $V_r$  y  $V_s$  hace referencia a los conjuntos de vértices regulares y especiales respectivamente. Con  $V_r \cup V_s = V$  un vértice ( $V$ ) es la unión de un vértice especial con regular, es decir, está asociado con cada cliente; el cual puede ser un vértice (uno regular ( $V_r$ )) o dos vértices (uno regular y especial ( $V_s$ )).

Los  $V_r^+$  y  $V_r^-$ , son copias del depósito para vehículos regulares, donde  $V_r^+$  indica el número de camiones regulares que sale del depósito y  $V_r^-$  indica el número de camiones regulares que regresan al depósito; es decir,  $|V_r^+|$  y  $|V_r^-|$  son ambos iguales al número de vehículos regulares.  $V_s^+$  y  $V_s^-$  son copias del depósito para vehículos especiales, donde  $V_s^+$  indica el número de camiones

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

regulares que parte del depósito y  $V_s^-$  indica el número de camiones regulares que retorna al depósito; de nuevo,  $|V_s^+|$  y  $|V_s^-|$  son ambos iguales al número de vehículos especiales. Finalmente, con cada arco  $(i, j) \in A$  se asocia una distancia no negativa  $d_{ij}$  y un tiempo de viaje  $t_{ij}$ . (Hojabri et al., 2018).

La formulación matemática del VRPTW-Syn se presenta a continuación:

$$\text{Minimizar} = \sum_{i \in V \cup V^+} d_{i, s_i}$$

Sujeto a:

**Limitación de capacidad**

$$l_i = 0, \quad i \in V^+ \quad (13)$$

$$l_i = 0, \quad i \in V_r \cup V_r^+ \quad (14)$$

$$s_i = j \Rightarrow l_j = l_i - q_j, \quad i \in V_r \cup V_r^+ \quad (15)$$

**Limitaciones de sincronización y ventanas de tiempo**

$$t_i = 0, \quad i \in V^+ \quad (16)$$

$$a_i \leq t_i \leq b_i, \quad i \in V_r \quad (17)$$

$$t_{r_i} - \delta_i \leq t_i \leq t_{r_i} + \gamma_i, \quad i \in V_s \quad (18)$$

$$s_i = j \Rightarrow t_j \geq t_i + d_i + t_{ij} \quad i \in V \cup V^+ \quad (19)$$

Restricciones	
$AllDifferent(s_{i, i \in V \cup V^+})$	(6)
$NoSubTour(s_{i, i \in V \cup V^+})$	(7)
$i \in V_r \cup V_r^+ \Rightarrow s_i \in V_r \cup V_r^-$	(8)
$i \in V_s \cup V_s^+ \Rightarrow s_i \in V_s \cup V_s^-$	(9)
$i \in V_r \cup V_r^+ \cup V_r^- \Rightarrow k_i \in K_r$	(10)
$i \in V_s \cup V_s^+ \cup V_s^- \Rightarrow k_i \in K_s$	(11)
$s_i = j \Rightarrow k_j = k_i, \quad i \in V \cup V^+$	(12)

El punto de la variable ‘ $s_i$ ’ es que cualquier vértice ‘ $i$ ’ tenga solo un descendiente, pero también solo un antepasado. Para ello, en la ecuación (6) llamada All Different (todos diferentes) se prohibió que dos vértices diferentes tuvieran la misma descendencia.

La restricción (7) prohíbe los subrecorridos. (8), (9), (10) y (11) definen las variables ‘ $s_i$ ’ y ‘ $k_i$ ’ para vértices normales y especiales. La (12) establece que un vértice y sus descendientes deben ser atendidos por el mismo vehículo.

Las restricciones (13), (14) y (15) aplican restricciones de carga y capacidad. Sin pérdida de generalidad, los vehículos

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

inician su ruta en el tiempo 0 desde el almacén con la restricción (16). La ecuación (17) impone una restricción de ventana de tiempo para vértices regulares. Se definen los requisitos de sincronización entre vehículos regulares y vehículos especiales en nodos especiales (18). La restricción (19) asegura el horario para cada ruta. Y finalmente, la función objetivo (5) minimiza la distancia total recorrida por todos los vehículos (Hojabri et al., 2018).

### 4. DISEÑO DE ALGORITMO DE BÚSQUEDA TABÚ

Búsqueda Tabú (Tabu Search - TS) es un método de optimización matemática que pertenece a la categoría de métodos de búsqueda local. Es un procedimiento metaheurístico notable por su uso de memoria adaptativa y estrategias específicas de resolución de problemas: una vez que identifica una posible solución, marca como

"tabú" a un algoritmo de solución para que este no vuelva a buscar esa posible solución.

En este sentido 'tabú' se entiende 'prohibición', o sea, una memoria de corto plazo que contiene las soluciones que fueron visitadas en el pasado reciente que ya no escoge, y 'búsqueda' como la búsqueda de vecindad que proporciona.

El algoritmo se dividió en dos secciones: *Ruta Inicial* y *ruta para vehículos especiales*. Ruta Inicial se llevó a cabo con algoritmo heurístico constructivo (método del vecino más cercano, al igual que Ruta Regular) y metaheurística búsqueda Tabú.

De la *ruta inicial* se generó matriz distancia y matriz tiempo, de la *ruta de los camiones especiales*, se construyó la ruta especial (ruta de los camiones especiales). A matriz distancia y matriz tiempo (en minutos) se le aplicó teorema de Pitágoras a las instancias.

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

## 5. VALIDACIÓN DEL ALGORITMO

Para validar el algoritmo se usó una computadora con un sistema operativo Windows 10, un procesador Intel Core i7, con 3.64 GHz, una memoria Ram de 16 GB, y una memoria interna de 1000 GB. La versión de Mat-Lab utilizada fue 2020-

El algoritmo, fue validado con la realización de una comparación del mismo, con 15 instancias de literatura, contuvo un total de 350 nodos distribuidos de forma: cinco instancias para cincuenta nodos, cinco instancias para cien nodos, y cinco instancias para doscientos nodos.

Se utilizó el 5 como número tabú, y ya que en el ejemplo consultado no se especificó el número de iteraciones, primero se analizaron los resultados de tres instancias y luego se comparó con la literatura.

Utilizando como ejemplo la instancia 7 (syn=5\_R208.data\_100.txt) encontrado en en

la carpeta adjunta, consta de 5 nodos sincronizados y un total de 100 clientes, cuyo depósito fue el punto 1 y el último nodo el punto 101, se obtuvo con 100 iteraciones, un tiempo computacional de 5.68988 segundos.

Se observó que, a mayor número de iteraciones, se tiende a reducir la distancia

Para validar el algoritmo se usó una computadora con un sistema operativo Windows 10, un procesador Intel Core i7, con 3.64 GHz, una memoria Ram de 16 GB, y una memoria interna de 1000 GB. La versión de Mat-Lab utilizada fue 2020-

Se observó que, a mayor número de iteraciones, se tiende a reducir la distancia recorrida, dado esto se recomienda más de 1000 iteraciones para 100 nodos y más de 1500 para 200 nodos, es decir, el número de iteraciones que se va a utilizar sea diez veces el número de nodos. Se observó una tendencia a mejorar la respuesta con mayor número de iteraciones, esto debido a no encontrar óptimos locales cíclicos.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Las primeras 195 iteraciones no generaron rutas posibles, fue hasta la iteración 196 que surgió una ruta que cumplía con la ventana de tiempo y el límite de la carga. La instancia, por tanto, mostró un comportamiento intermitente hasta la iteración 400, y obtuvo 10811 Km en 80 segundos.

Se expuso la misma instancia a 3000 iteraciones, y en un promedio de cada 198 iteraciones se mostraron rutas. En la iteración número 1457, se halló la solución que fue de 9276.4 Km, es decir, mejoró 1534 Km a expensas de tardar 634,7898 segundos.

La instancia 8 también presentó un comportamiento intermitente. Expuso que a mayor número de iteraciones se llega a mejorar la solución dado que tiende a reducir la distancia cuando encuentra posibles rutas aptas (rutas que están dentro de la ventana de tiempo y por debajo del límite de carga). Con esta instancia, al incrementar el número de iteraciones, se obtuvo 1965 Km en la

iteración 1000 con respecto a la iteración 1.

El análisis comparativo del presente algoritmo, realizado a las 15 instancias del artículo base, presenta únicamente 2 resultados mejores que los reportados por el artículo base.

El algoritmo del artículo base, es el LNS, el cual también es metaheurístico, esto explica que encuentre en algunos casos mejores soluciones que búsqueda tabú.

Sin embargo, el presente algoritmo encuentra soluciones aceptables (cerca al obtenido por los autores) en tiempos de cómputo cortos (inferiores a 5 minutos para 200 nodos y 100 sincronizados) lo cual atribuye al presente método, una forma rápida de encontrar rutas, útil a grandes instancias.

## CONCLUSIONES

En 1500 iteraciones, el algoritmo propuesto en este trabajo puede encontrar soluciones buenas, similares a los del artículo, para cualquier cantidad de nodos.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

La herramienta computacional desarrollada, puede usarse para resolver problemas del mundo real y de alta complejidad acerca del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y sincronización mediante Búsqueda Tabú. El algoritmo propuesto puede ser usado para desarrollar un software más complejo con el que obtengan mejores resultados. Además, sirve para crear un software empresarial que ayude a resolver problemas con módulos más eficientes e interfaces amigables para el usuario.

En el desarrollo del proyecto se establece la metodología del algoritmo elaborado como una metaheurística para la solución del problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo y visita sincronizada, para lo cual se implementa el código en el software Matlab, programa que demostró ser eficiente en el manejo matemático por funciones, lo cual facilita en gran medida la operatividad de la codificación algorítmica.

Encontrar soluciones prácticas en la logística de distribución ha permitido que el VRP evolucione y se vuelva más complejo según los casos de estudio. Las diferentes variantes de VRP y los métodos utilizados en su aplicación satisfacen las diferentes necesidades de las empresas y proyectos que intentan mejorar los servicios y lograr sus objetivos de distribución. Sin embargo, elegir la opción y el método correctos para aplicar el VRP es una tarea que requiere un análisis cuidadoso de las posibilidades y requerimientos del problema, ya que la complejidad del enfoque no garantiza necesariamente mejores resultados.

## REFERENCIAS

- Afifi, S., Dang, D. C., & Moukrim, A. (2016). Heuristic solutions for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits. *Optimization Letters*, 10(3), 511-525.
- Aguirre, D. M. C., & Rodríguez, A. J. U. (2007). *Logística de operaciones: integrando*

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

las decisiones estratégicas para la competitividad. *Ingeniería Industrial*, 28(1), 5.

Ait Haddadene, Syrine Roufaida & Labadie, Nacima & Prodhon, Caroline. (2016). A GRASP  $\times$  ILS for the vehicle routing problem with time windows, synchronization and precedence constraints. *Expert Systems with Applications*. 66. 10.1016/j.eswa.2016.09.002.

[https://www.researchgate.net/publication/308005433\\_A\\_GRASP\\_ILS\\_for\\_the\\_vehicle\\_routing\\_problem\\_with\\_time\\_windows\\_syncronization\\_and\\_precedence\\_constraints](https://www.researchgate.net/publication/308005433_A_GRASP_ILS_for_the_vehicle_routing_problem_with_time_windows_syncronization_and_precedence_constraints)

Archetti, C. & Bianchessi, Nicola & Speranza, M.Grazia. (2014). Branch-and-cut algorithms for the split delivery vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*. 238. 685-698. 10.1016/j.ejor.2014.04.026.

Asghari, M. & Mirzapour Al-e-hashem, S. M. J. (2021). Green vehicle routing problem: A state-of-the-art-review. *International*

*Journal of Production Economics*, 231, 107899.

<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2020.107899>

Azi, N., Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2010). An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles, *European Journal of Operational Research*, 202(3), 756-763, <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.06.034>

Ballesteros Silva, Pedro & Ballesteros, Diana. (2005). ¿Cómo los empresarios aplican la logística militar en sus organizaciones? *Scientia Et Technica*.

Bianchessi, N., Drexl, M., & Irnich, S. (2019). The Split Delivery Vehicle Routing Problem with Time Windows and Customer Inconvenience Constraints. *Transportation Science*.

<https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0862>

Bibiana, Linda & Rocha Medina, Linda & Gonzalez la Rotta, Elsa Cristina & Rota, La & Arturo, Javier & Orjuela Castro, Javier. (2011). State of the art review of the vehicle

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

routing problem: A historic account with solving methods. *Revista de la Facultad de Ingenieria*. 16. 35-55.

Bodas, R. (2017). La metaheurística de Búsqueda Tabú aplicada al problema de Enrutamiento de Vehículos.

Bodas, R. (2017). La metaheurística de Búsqueda Tabú aplicada al problema de Enrutamiento de Vehículos.

Braekers, K., Ramaekers, K. & Van Nieuwenhuysse, I. (2016). The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers and Industrial Engineering*, 99, 300–313. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2015.12.007>

Bräysy, O. (2003). A reactive variable neighborhood search for the vehicle-routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 15(4), 347-368.

Bräysy, O., & Gendreau, M. (2002). Tabu search heuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Top*, 10(2), 211-237.

Bredstrom, D., & Rönnqvist, M. (2007). A branch and price algorithm for the combined vehicle routing and scheduling problem with synchronization constraints. *NHH Dept. of Finance & Management Science Discussion Paper*, (2007/7).

Bredström, D., & Rönnqvist, M. (2008). Combined vehicle routing and scheduling with temporal precedence and synchronization constraints. *European journal of operational research*, 191(1), 19-31.

Chiang, W. C., & Russell, R. A. (1996). Simulated annealing metaheuristics for the vehicle routing problem with time windows. *Annals of Operations Research*, 63(1), 3-27.

Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J. Y., & Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, 53(5), 512-522.

Cruz-Reyes, Laura & Nieto-Yáñez, Diana & Rangel-Valdez, Nelson & Herrera, Juan-

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Arturo & González Barbosa, Juan Javier & Castilla Valdez, Guadalupe & Orta, José Francisco. (2007). DiPro: An Algorithm for the Packing in Product Transportation Problems with Multiple Loading and Routing Variants. 1078-1088. 10.1007/978-3-540-76631-5\_103.

Desrochers, M., Desrosiers, J. & Solomon, M. (1992). A Column Generation Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Combinatorial Optimization*, 152, 249–252. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-77489-8\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-642-77489-8_1)

Dohn, A., Rasmussen, M. S., & Larsen, J. (2011). The vehicle routing problem with time windows and temporal dependencies. *Networks*, 58(4), 273-289.

Donati, A. V., Montemanni, R., Casagrande, N., Rizzoli, A. E., & Gambardella, L. M. (2008). Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system. *European journal of operational research*, 185(3), 1174-1191.

Drexl, M. (2012). Synchronization in vehicle routing—a survey of VRPs with multiple synchronization constraints. *Transportation Science*, 46(3), 297-316.

El Hachemi, N., Gendreau, M., & Rousseau, L. M. (2013). A heuristic to solve the synchronized log-truck scheduling problem. *Computers & Operations Research*, 40(3), 666-673.

El-Sherbeny, N. A. (2010). Vehicle routing with time windows: An overview of exact, heuristic and metaheuristic methods. *Journal of King Saud University-Science*, 22(3), 123-131.

Estrada, M. Á. (2007). Análisis de estrategias eficientes en la logística de distribución de paquetería.

Fajardo, H. M. (2017). Análisis del sector de los operadores logísticos en Colombia, para la creación de un modelo de selección de servicios logísticos utilizando la metodología AHP (Masters, Universidad Nacional de

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Colombia-Sede Bogotá). Recuperado de <http://www.bdigital.unal.edu.co/57949/>

Ferrell, O.C., Hirt, G. A., Ferrell, L., Ramos Garza, L., Rodríguez, M. A., y Flores Cárdenas, M. A. (2010). La naturaleza de la administración. En J. Mares Chacón. (Ed.), *Introducción a los negocios en un mundo cambiante* (pp. 205-235). México: McGraw-Hill.

Franklin, Enrique. (2023). *Organización de empresas : análisis, diseño y estructura / Enrique Benjamín Franklin Fincowsky.*

Gehring H, Homberger J (2001) A parallel two-phase metaheuristic for routing problems with time windows. *Asia-Pacific J. Oper. Res.* 18(1):35–47.

Goel, A. (2009). Vehicle scheduling and routing with drivers' working hours. *Transportation Science*, 43(1), 17-26.

Goel, Vikas & Furman, Kevin & Song, Jin-Hwa & El-Bakry, Amr. (2012). Large neighborhood search for LNG inventory

routing. *Journal of Heuristics.* 18. 10.1007/s10732-012-9206-6.

González, J. (2011). *Metaheurísticas y computación paralela para el problema de la planificación de frecuencias en redes reales de telecomunicaciones* (Doctoral dissertation, Universidad de Extremadura).

H. G. M. Pullen, M. H. J. Webb, A computer application to a transport scheduling problem, *The Computer Journal*, Volume 10, Issue 1, 1967, Pages 10–13, <https://doi.org/10.1093/comjnl/10.1.10>

Haddadene, S. R. A., Labadie, N., & Prodhon, C. (2016). A GRASP× ILS for the vehicle routing problem with time windows, synchronization and precedence constraints. *Expert Systems with Applications*, 66, 274-294.

Hojabri, H., Gendreau, M., Potvin, J. Y., & Rousseau, L. M. (2018). Large neighborhood search with constraint programming for a vehicle routing problem with

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

synchronization constraints. *Computers & Operations Research*, 92, 87-97.

Ioachim, I., Desrosiers, J., Soumis, F., & Bélanger, N. (1999). Fleet assignment and routing with schedule synchronization constraints. *European Journal of Operational Research*, 119(1), 75-90.

Koç, Ç., & Laporte, G. (2018). Vehicle routing with backhauls: Review and research perspectives. *Computers and Operations Research*, 91, 79–91. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2017.11.003>

Kok, A. L., Meyer, C. M., Kopfer, H., & Schutten, J. M. J. (2010). A dynamic programming heuristic for the vehicle routing problem with time windows and European Community social legislation. *Transportation Science*, 44(4), 442-454.

Kyriakakis, N. A., Marinaki, M. & Marinakis, Y. (2021). A hybrid ant colony optimization-variable neighborhood descent approach for the cumulative capacitated vehicle routing problem. *Computers and*

*Operations Research*, 134, 105397. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105397>

Kyriakakis, Nikolaos & Marinaki, Magdalene & Marinakis, Yannis. (2021). A Hybrid Ant Colony Optimization-Variable Neighborhood Descent Approach for the Cumulative Capacitated Vehicle Routing Problem. *Computers & Operations Research*. 134. 105397. 10.1016/j.cor.2021.105397

Labadie, John. (2005). Closure to “Optimal Operation of Multireservoir Systems: State-of-the-Art Review” by John W. Labadie. *Journal of Water Resources Planning and Management-asce - J WATER RESOUR PLAN MAN-ASCE*. 131. 10.1061/(ASCE)0733-9496(2005)131:5(407).

Labadie, N., Prins, C., & Yang, Y. (2014). Iterated Local Search for a Vehicle Routing Problem with Synchronization Constraints. In *ICORES* (pp. 257-263).

Lamb, Charles & Hair, Joseph & Mcdaniel, Carl. (2023). *Principles of marketing /*

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Charles W. Lamb, Joseph F. Hair, Carl McDaniel.

Lee, Maria & Chen, Tsung Teng. (2012). Lee.M.R, and T.T. Chen.( 2012).Revealing research themes and trends in knowledge management: From 1995 to 2010 Knowledge-Based Systems.Volume 28, April 2012, Pages 47–58. Knowledge-Based Systems. 10.1016/j.knosys.2011.11.016

Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221-227.

Li, J. Q., Han, Y. Q., Duan, P. Y., Han, Y. Y., Niu, B., Li, C. D., ... & Liu, Y. P. (2020). Meta-heuristic algorithm for solving vehicle routing problems with time windows and synchronized visit constraints in prefabricated systems. *Journal of Cleaner Production*, 250, 119464.3

Li, Y., Lim, A., & Rodrigues, B. (2005). Manpower allocation with time windows and

job-teaming constraints. *Naval Research Logistics (NRL)*, 52(4), 302-311.

Liu, R., Tao, Y., & Xie, X. (2019). An adaptive large neighborhood search heuristic for the vehicle routing problem with time windows and synchronized visits. *Computers & Operations Research*, 101, 250-262.

Lopez, Ana & Sánchez-Oro Calvo, Jesús & Laguna, Manuel. (2020). A New Scatter Search Design for Multiobjective Combinatorial Optimization with an Application to Facility Location. *INFORMS Journal on Computing*. 10.1287/ijoc.2020.0966.

López, R. (2014). *Logística de aprovisionamiento*. Ediciones Paraninfo, SA.

Maldonado, C. E., & Gómez Cruz, N. A. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad [WorkingPaper]. Recuperado de Editorial Universidad del Rosario website: <http://repository.urosario.edu.co/handle/10336/3301>.

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Maldonado, C. E., & Gómez Cruz, N. A. (2010). El mundo de las ciencias de la complejidad [WorkingPaper]. Recuperado de Editorial Universidad del Rosario website: <http://repository.urosario.edu.co/handle/10336/3301>

Manisri, T., Mungwattana, A., & Janssens, G, K, (2011), Minimax optimisation approach for the Robust Vehicle Routing Problem with Time Windows and uncertain travel times, *International Journal of Logistics Systems and Management*, 10(4), 461-477, <https://doi.org/10.1504/IJLSM,2011,043105>

Mazo, A. Z., Montoya, R. A. G., & Henao, S. A. F. (2014). Indicadores logísticos en la cadena de suministro como apoyo al modelo scor. *CLIO América*, 8(15), 90-110.

Mazo, Abdul & Gómez-Montoya, Rodrigo & Fernández-Henao, Sergio. (2014). Indicadores logísticos en la cadena de suministro como apoyo al modelo scor. *Clío América*. 8. 90. 10.21676/23897848.832.

Medina, L. B. R., La Rota, E. C. G., & Castro, J. A. O. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: Evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35-55.

Moccia, Luigi & Cordeau, J-F & Laporte, G.. (2012). An Incremental Tabu Search Heuristic for the Generalized Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Journal of the Operational Research Society*. 63. 10.1057/jors.2011.25.

Montes, E. (2017). Metaheurísticas para el problema de ruteo de vehículos con ventanas de tiempo (VRP-TW). (Postgrado de Optimización). Universidad Autónoma Metropolitana Azcapotzalco, México.

No, P. (2002). Marco conceptual de la cadena de suministro: Un nuevo enfoque logístico.

Pecin, D., Contardo, C., Desaulniers, G., & Uchoa, E. (2017). New enhancements for the exact solution of the vehicle routing problem

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, 29(3), 489-502.

Potvin, J. Y., & Bengio, S. (1996). The vehicle routing problem with time windows part II: genetic search. *INFORMS journal on Computing*, 8(2), 165-172.

Puente, J., García, N., Fernández, I., & Parreño, J. (2008). Modelo borroso para la evaluación y selección de proveedores. II International Conference on Industrial Engineering and Industrial Management, 1523-1532.

Pullen, H, G, M & Webb, M, H, J, (1967). A computer application to a transport scheduling problem, *The Computer Journal*, 10(1), 10-13, [https://doi.org/10,1093/comjnl/10,1,10](https://doi.org/10.1093/comjnl/10,1,10)

Qin, W., Zhuang, Z., Huang, Z. & Huang, H. (2021). A novel reinforcement learning-based hyper-heuristic for heterogeneous vehicle routing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 156, 107252. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2021.107252>

Rabbouch, B., Saâdaoui, F., & Mraïhi, R. (2021). Efficient implementation of the genetic algorithm to solve rich vehicle routing problems. *Operational Research*, 21(3), 1763-1791. <https://doi.org/10.1007/s12351-019-00521-0>

Ramírez, C. D. G., & Diván, C. (2010). Modelo de entregas directas para la reducción de costos logísticos de distribución en empresas de consumo masivo. Aplicación en una empresa piloto de caldas.

Rasmussen, M. S., Justesen, T., Dohn, A., & Larsen, J. (2012). The home care crew scheduling problem: Preference-based visit clustering and temporal dependencies. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 598-610.

Riveros, D. P. B., & Silva, P. P. B. (2004). La logística competitiva y la administración de la cadena de suministros. *Scientia et Technica*, 1(24). <https://doi.org/10.22517/23447214.7347>

## VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

Rocha Medina, L. B., González La Rota, E. C. & Orjuela Castro, J. A. (2011). Una revisión al estado del arte del problema de ruteo de vehículos: evolución histórica y métodos de solución. *Ingeniería*, 16(2), 35–55.  
<https://www.redalyc.org/pdf/4988/498850173004.pdf>

Sanchez Echeverri, L. A., Tovar Perilla, N. J. ., & Carranza Murillo, L. P. . (2022). Problema De Ruteo De Vehículos. Importancia Para La Logística Y Métodos De Solución. *Documentos De Trabajo ECBTI*, 3(1). <https://doi.org/10.22490/ECBTI.5860>

Sánchez, L. (2020). Solución al problema de ruteo de vehículos Milk-run con ventanas de tiempo mediante la Metaheurística Búsqueda Tabú (Universidad Industrial de Santander, Escuela De Estudios Industriales y Empresariales).

Servera-Francés, David. (2010). Concepto y Evolución de la Función Logística.

*Innovar: Revista de Ciencias Administrativas y Sociales*. 20. 217-234.

Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research*, 35(2), 254–265.  
 doi:10.1287/opre.35.2.254

Talbi, & Talbi, El-Ghazali. (2009). *Metaheuristics: From Design to Implementation*. 10.1002/9780470496916.

Vélez, M. C., & Montoya, J. A. (2007). Metaheurísticos: una alternativa para la solución de problemas combinatorios en administración de operaciones. *Revista EIA*, (8), 99-115.

Wang, C., Mu, D., Zhao, F., & Sutherland, J. W. (2015). A parallel simulated annealing method for the vehicle routing problem with simultaneous pickup–delivery and time windows. *Computers & Industrial Engineering*, 83, 111-122.

Wang, H. F., & Chen, Y. Y. (2012). A genetic algorithm for the simultaneous

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú

delivery and pickup problems with time window. *Computers & Industrial Engineering*, 62(1), 84-95.

Wang, Jiahai & Zhou, Ying & Wang, Yong & Zhang, Jun & Chen, C. & Zheng, Zibin. (2015). Multiobjective Vehicle Routing Problems With Simultaneous Delivery and Pickup and Time Windows: Formulation, Instances, and Algorithms. *IEEE transactions on cybernetics*. 46. 10.1109/TCYB.2015.2409837

Wang, Y., Chen, J., & Shen, Y. (2019). A Multi-objective Optimization Model for VRP and VFP based on An Improved Ant Colony Algorithm. 2019 IEEE 3rd Advanced Information Management, Communicates, Electronic and Automation Control Conference (IMCEC), (pp.777- 780). <https://doi.org/10.1109/IMCEC46724.2019.8983863>

Wen, M., Larsen, J., Clausen, J., Cordeau, J. F., & Laporte, G. (2009). Vehicle routing with cross-docking. *Journal of the*

*Operational Research Society*, 60(12), 1708-1718.

Xiang, Wan-Li & Li, Yinzhen & He, Rui-Chun & Meng, Xue-Lei & An, Mei-Qing. (2019). An Improved Artificial Bee Colony Algorithm With Fitness-Based Information. *IEEE Access*. PP. 1-1. 10.1109/ACCESS.2019.2905666. [https://www.researchgate.net/publication/331845986\\_An\\_Improved\\_Artificial\\_Bee\\_Colony\\_Algorithm\\_With\\_Fitness-Based\\_Information](https://www.researchgate.net/publication/331845986_An_Improved_Artificial_Bee_Colony_Algorithm_With_Fitness-Based_Information)

Yepes Piqueras, V. (2008). Optimización heurística económica aplicada a las redes de transporte del tipo VRPTW. Riunet. <https://doi.org/10.4995/Thesis/10251/2664>

Yu, B., & Yang, Z. Z. (2011). An ant colony optimization model: The period vehicle routing problem with time windows. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(2), 166-181.

Yuan, Y., Cattaruzza, D., Ogier, M., Semet, F. & Vigo, D. (2021). A column generation

VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú  
based heuristic for the generalized vehicle  
routing problem with time windows.  
Transportation Research Part E: Logistics  
and Transportation Review, 152, 102391.  
<https://doi.org/10.1016/j.tre.2021.102391>

# VRPTW-Syn mediante Búsqueda Tabú