

**MODELO DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS PARA LA CURVA DE PHILLIPS
EN COLOMBIA**

CARLOS ALFONSO MANTILLA DUARTE

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
Bucaramanga, 2010.**

**MODELO DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS PARA LA CURVA DE PHILLIPS
EN COLOMBIA**

CARLOS ALFONSO MANTILLA DUARTE

**Proyecto de grado presentado como requisito parcial para obtener el
título de Especialista En Estadística.**

Director:
Giampaolo OrIndoni Merli
M. Sc. En Economía

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
Bucaramanga, 2010.

DEDICATORIA

A Santiago, mi hijo.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al personal docente que apoyó la Especialización y, en particular, al profesor Giampaolo Orlandoni por sus orientaciones y su ayuda desinteresada con el desarrollo de esta investigación.

A mi esposa por su paciencia y por estar a mi lado en todo momento.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	14
1. LA CURVA DE PHILLIPS Y LA POLITICA MACROECONÓMICA.	16
1.1. LA CURVA DE PHILLIPS.....	16
1.2. INFLACIÓN, DESEMPLEO Y POLÍTICA MACROECONÓMICA.	20
1.3. DETERMINANTES DE LA INFLACIÓN Y EL DESEMPLEO.	24
2. EL MODELO.	28
3. IDENTIFICACIÓN DE REZAGOS DISTRIBUIDOS.	35
4. SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS.....	39
4.1. MÍNIMOS CUADRADOS EN DOS ETAPAS (MC2E).....	39
4.2. MÍNIMOS CUADRADOS EN TRES ETAPAS (MC3E).....	47
5. SISTEMA VAR.....	54
6. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.....	60
7. OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES.....	64
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.	66
ANEXOS.....	68

INDICE DE GRÁFICAS

GRAFICA 1 CURVA DE PHILLIPS ORIGINAL.....	17
GRAFICA 2. CURVA DE PHILLIPS SEGÚN LIPSEY.....	18
GRAFICA 3. CURVA DE PHILLIPS CON EXPECTATIVAS DE INFLACIÓN.....	19
GRAFICA 4. OFERTA Y DEMANDA AGREGADA.....	22
GRAFICA 5. . OFERTA Y DEMANDA LABORAL.....	23
GRAFICA 6. COMPORTAMIENTO DE LAS SERIES, PERIODO ENERO 2002 – MAYO 2010.	31
GRAFICA 7. GRÁFICA DE DISPERSIÓN PARA LAS SERIES DEL MODELO.	32
GRAFICA 8. INFLACION POR MES.	33
GRAFICA 9. DESEMPLEO POR MES.	34
GRAFICA 10. GRÁFICOS PARA LAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL DE LOS ERRORES OBTENIDOS POR MC2E.....	43
GRAFICA 11. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES DE INFLACIÓN.	44
GRAFICA 12. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES DE DESEMPLEO.....	45
GRAFICA 13. GRÁFICOS PARA LAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL DE LOS ERRORES OBTENIDOS POR MC3E.....	50
GRAFICA 14. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES OBTENIDOS MEDIANTE MC3E PARA INFLACIÓN.....	52
GRAFICA 15. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES OBTENIDOS MEDIANTE MC3E PARA EL DESEMPLEO.....	52
GRAFICA 16. FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL PARA LOS ERRORES OBTENIDOS MEDIANTE SISTEMA VAR.....	59

GRAFICA 17. GRÁFICOS DE CORRELACIÓN CRUZADA CON VARIABLES EXÓGENAS.....	62
GRAFICA 18. GRÁFICOS DE CORRELACION CRUZADA ENTRE VARIABLES ENDÓGENAS.....	63

INDICE DE TABLAS

TABLA 1. ESTADÍSTICOS DE LAS SERIES.....	29
TABLA 2. MEDIAS GEOMÉTRICAS PARA LAS SERIES.....	30
TABLA 3. TABLA DE VARIANZAS Y COVARIANZAS	30

INDICE DE ANEXOS

ANEXO 1. SERIES DESESTACIONALIZADAS.	69
ANEXO 2. RUTINAS R PARA LECTURA DE DATOS, ESTADÍSTICAS BÁSICAS, GRÁFICAS Y PRIMERA ESTIMACIÓN POR OLS.....	72
ANEXO 3. RUTINA R PARA IDENTIFICACIÓN DE LOS RETARDOS.....	73
ANEXO 4. RUTINA R PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS...75	
ANEXO 5. RUTINA R PARA SISTEMA VAR.....	77
ANEXO 6. RUTINA PARA FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.	78

RESUMEN

TÍTULO.

MODELO DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS PARA LA CURVA DE PHILLIPS EN COLOMBIA*

AUTOR.

CARLOS ALFONSO MANTILLA DUARTE**

PALABRAS CLAVES.

Ecuaciones Simultáneas, Curva de Phillips, Inflación, Desempleo, Funciones de Transferencia, Sistemas VAR, Mínimos Cuadrados Generalizados.

DESCRIPCIÓN.

Desde hace mucho tiempo, el análisis económico se concentró en la relación entre inflación y desempleo. Desde el modelo propuesto, en 1958, por Alban Phillips, se han implementado variables adicionales a la curva que permiten determinar las relaciones existentes entre Inflación y Desempleo, adicionando el concepto de expectativas racionales e incorporando la acción del gobierno para el control de dichas variables. A pesar de ello, pocos modelos incorporan variables que describan la política macroeconómica y su efecto en el corto plazo y, menos aun, que considere la relación de doble dirección que existe entre inflación y desempleo. En este trabajo se propone un modelo basado en un Sistema de Ecuaciones Simultáneas el cual puede considerarse como un punto de partida para realizar pronósticos más acertados sobre las variables de interés. En este tipo de ecuaciones se reemplazan las definiciones de variables dependientes e independientes de los modelos uniecuacionales por las de variables endógenas y exógenas de los sistemas multiecuacionales. El problema de simultaneidad es abordado en este documento mediante metodologías particulares para las Ecuaciones Simultáneas (Mínimos Cuadrados en Dos Etapas y Mínimos Cuadrados en Tres Etapas), como Sistema VAR (Vector Autorregresivo) y como Funciones de Transferencia, en todos, considerando la existencia de una o más variables rezagadas a fin de determinar si existen efectos retardados sobre las variables endógenas del modelo.

* Proyecto de Grado.

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Director: Diana Marcela Pérez Valencia.

SUMMARY

TITLE.

SIMULTANEOUS EQUATIONS MODEL FOR THE PHILLIPS CURVE IN COLOMBIA*

AUTHOR.

CARLOS ALFONSO MANTILLA DUARTE**

KEYWORDS.

Simultaneous equations, Phillips Curve, Inflation, Unemployment, Transfer Functions, VAR Systems, Generalized Least Squares.

DESCRIPTION.

For a long time, the economic analysis focused on the relationship between inflation and unemployment. Since the model proposed in 1958 by Alban Phillips, additional variables have been implemented to the curve for determining the relationship between inflation and unemployment, adding the concept of rational expectations and incorporating the government's action to control these variables. Nevertheless, few models include variables that describe macroeconomic policy and its effect in the short term, let alone, to consider the two-way relationship between inflation and unemployment. This paper proposes a model based on a system of simultaneous equations as a point of departure for more accurate forecasts on the variables of interest. In this type of equations replace definitions of independent and dependent variables by single-equation models for endogenous and exogenous variables by multi-equation systems. The simultaneity problem is addressed in this document using particular methods for simultaneous equations (Two Stage Least Squares and Three Stage Least Squares) as System VAR (Vector Autoregressive) and as Transfer Functions, at all, considering the existence of one or more variables with lags to determine if there is late effects in the endogenous variables of the model.

* Degree Work.

** Faculty of Sciences. School of Mathematics. Director: Diana Marcela Pérez Valencia.

INTRODUCCIÓN.

Una de las principales preocupaciones de la política económica ha sido mantener la inflación en los niveles adecuados. De otro lado, las autoridades económicas se preocupan también por el fenómeno del desempleo centrando sus esfuerzos en llevarlo a tasas cercanas a su tasa natural.

En los años 50's, Alban Phillips determinó, empíricamente, la relación existente entre salarios y desempleo. Unos años después, Lipsey, concibió la inflación de los salarios como una aproximación de la inflación de los precios, planteando de este modo la relación entre inflación y desempleo. Posteriormente, Phelps y Friedman propusieron una curva de Phillips ampliada que contemplase las expectativas de inflación y el desempleo y, adicionalmente, Lucas y Sargent, plantearon que los agentes actuaban de manera racional con base en la experiencia (Birchenall, 1999). Con el tiempo, estas relaciones fueron consideradas incorrectas ya que excluían la intervención del gobierno quien, mediante las herramientas de política macroeconómica, particularmente la política monetaria, ejercía control sobre los niveles de inflación y desempleo.

Pocos modelos explican la relación existente entre las herramientas de política monetaria y las variables inflación y desempleo y su efecto en el corto plazo. En este trabajo se propone un modelo para la Curva de Phillips, basado en un sistema de ecuaciones simultáneas, que permita hacer estimaciones sobre las variables de interés (inflación y desempleo), considerando la relación bidireccional existente entre dichas variables, adicionando algunas variables definidas por la política macroeconómica, como Tasa de Interés, Tasa de variación de Salarios y Tasa de Variación de Reservas, entre otros, determinando, además, su efecto de corto plazo.

Inicialmente, se hace una revisión teórica sobre el problema central del trabajo: La Curva de Phillips. Luego se describen las relaciones existentes entre inflación, desempleo y las herramientas de política económica, haciendo referencia a los

factores que determinan las variables de interés a la luz de la dinámica macroeconómica. El siguiente apartado se ocupa de definir el modelo propuesto, haciendo una descripción de las series que en él intervienen.

Los siguientes apartados se ocupan de las metodologías utilizadas para abordar el problema. En primera instancia se realizó la identificación del número adecuado de los rezagos mediante Mínimos Cuadrados Generalizados. Cada ecuación fue identificada por separado. Luego, se trabajó el modelo como un sistema simple de ecuaciones simultáneas utilizando, para ello, Mínimos Cuadrados en dos y tres Etapas (MC2E, MC3E). Una tercera metodología para el estudio de caso fueron los sistemas VAR. Finalmente, se utilizaron Funciones de Transferencia para buscar solución al problema. El apartado final se ocupa de las observaciones y conclusiones del estudio.

Adicionalmente, se presenta un anexo con las series en estudio tras un proceso de desestacionalización y otro con las rutinas aplicadas en el software implementado. Para el análisis del modelo se utilizó el software **R**¹, versión 2.10.1, Copyright (C) 2009, The R Foundation for Statistical Computing, ISBN 3-900051-07-0.

¹ R Development Core Team (2009). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org>.

1. LA CURVA DE PHILLIPS Y LA POLITICA MACROECONÓMICA.

Comprender la dinámica macroeconómica es básico para entender la validez de los modelos relacionados con inflación y desempleo. Varios son los aspectos a considerar. Por un lado, la importancia que para la política económica ha adquirido el fenómeno de la inflación; y, por otro, el comportamiento de los mercados de bienes y laboral desde el enfoque de la política monetaria.

En este apartado, se hace una breve revisión teórica sobre el problema central que aborda el trabajo: la Curva de Phillips. En segunda instancia, se describe el comportamiento de los precios y salarios como determinantes de la inflación y el desempleo, a la luz de las herramientas de política macroeconómica. Finalmente, se hace referencia a los factores que determinan las variables de interés, tomando como base las relaciones generadas por las herramientas de intervención.

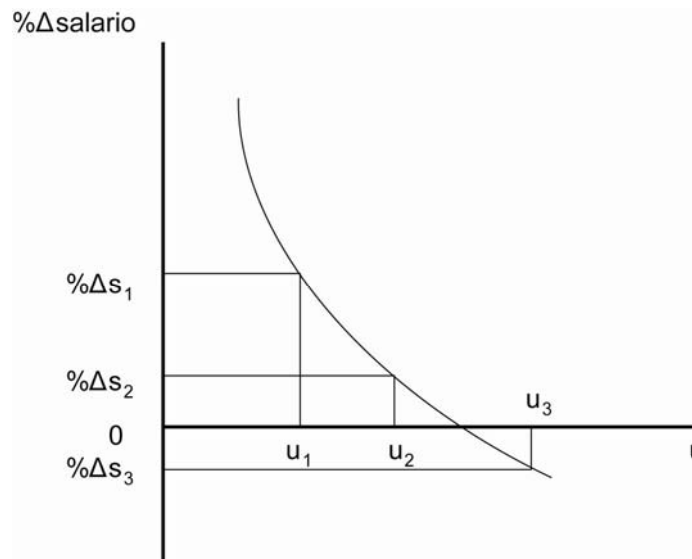
1.1. LA CURVA DE PHILLIPS.

Durante mucho tiempo, el análisis económico se centró en la relación existente entre la determinación de salarios y el nivel de empleo, particularmente cuando John Maynard Keynes señaló la presencia de un desempleo “involuntario”, o de situaciones en las que los salarios no responden a condiciones de oferta y demanda laboral, permitiendo la existencia de desempleados. Con el paso del tiempo, el estudio del comportamiento del mercado laboral se tornó en uno de los aspectos con mayor debate dentro de la teoría macroeconómica. A partir de estas formulaciones iniciales se profundizó la idea de modelos de equilibrio general que incorporaran desempleo involuntario, como los modelos de búsqueda, o formulaciones de desequilibrio, como la curva de Phillips (Birchenall, 1999).

En 1958, Alban Phillips descubrió, empíricamente, la existencia de una relación inversa entre la variación de los salarios de los trabajadores y la tasa de

desempleo del Reino Unido para el periodo comprendido entre 1861 y 1957 (Nigrinis, 2003). Como se observa en la Gráfica 1, a mayores niveles de desempleo (u_i) menor es la variación de los salarios (ΔS_i). Dos años después, R. G. Lipsey concibió la inflación de los salarios como una aproximación de la inflación de los precios para dar una explicación teórica a los resultados encontrados por Phillips (Bejarano, 2004). La explicación consistía en que la inflación era generada por los excesos en la demanda. En la Gráfica 2 puede apreciarse la nueva curva de Phillips, esta vez explicando la relación entre inflación (π) y desempleo (u_i).

GRAFICA 1 CURVA DE PHILLIPS ORIGINAL. Se aprecia la relación descubierta por A. Phillips entre desempleo (u) y variación de salarios (ΔS_i) en el Reino Unido entre 1861 y 1957: A mayor desempleo menor variación de salarios.

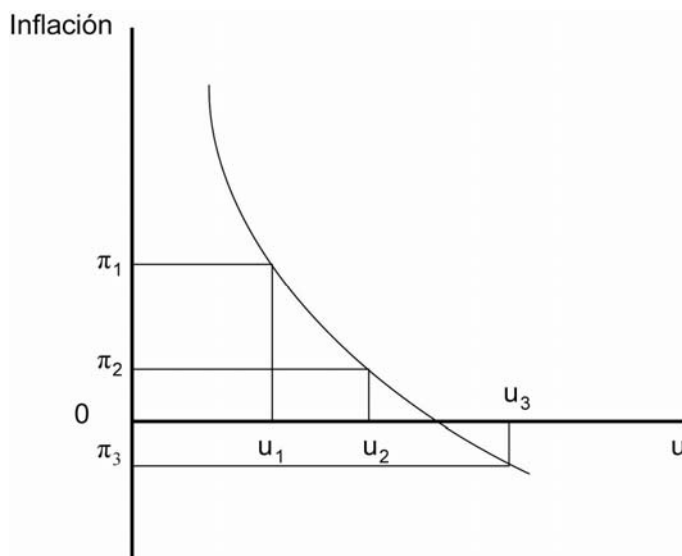


Fuente: El Autor.

En 1968, Phelps y Friedman introdujeron un nuevo concepto a la curva de Phillips: las expectativas (Birchenall, 1999). Este argumento se basa en que, tanto las firmas como los trabajadores son agentes racionales, lo que implica que durante las negociaciones salariales, dichos agentes, tiene en cuenta el costo de vida. Sin embargo, los mismos desconocen la inflación del siguiente periodo. Esto implica que trabajadores y firmas acuerdan los salarios con base en las expectativas de

inflación, basándose en los comportamientos del pasado. Por ello, Phelps y Friedman proponen una curva de Phillips ampliada que contemple las expectativas de inflación de los precios y la tasa de desempleo.

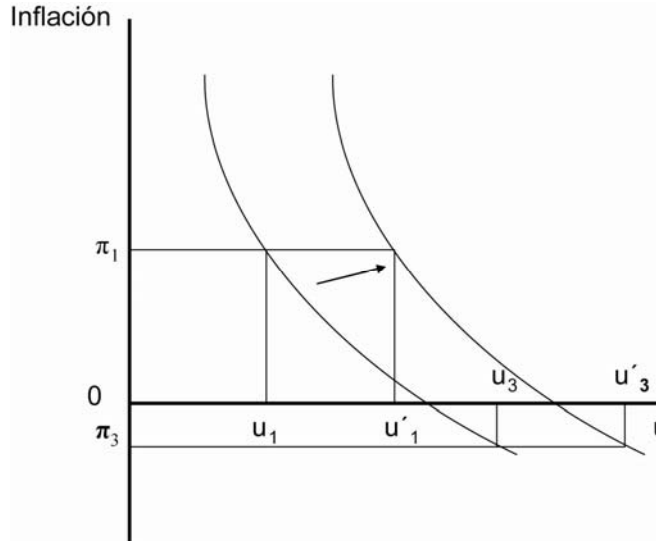
GRAFICA 2. CURVA DE PHILLIPS SEGÚN LIPSEY. R. G. Lipsey concibió a la inflación de los precios (π) como una variable de aproximación a la inflación de los salarios en los resultados hallados por Phillips. Así, la gráfica sugiere que la inflación decrece a medida que aumenta el desempleo.



Fuente: El Autor.

Adicionalmente, Lucas y Sargent precisan sobre el modelo de Friedman y Phelps que las expectativas que acompañan esta relación son racionales y, por consiguiente, la intención de reducir el desempleo por debajo de su tasa natural conduce, por el contrario, a aumentos tanto en la inflación como en el desempleo (Arroyo, 2005). La “revolución” de las expectativas racionales se constituyó en un intento por promover la aplicación práctica de un concepto de equilibrio consistente que incorporaba racionalidad individual en la macroeconomía y la dinámica económica en general (Birchenall, 1999).

GRAFICA 3. CURVA DE PHILLIPS CON EXPECTATIVAS DE INFLACIÓN. Los agentes realizan negociaciones con base en sus expectativas y se niegan a que la inflación del siguiente periodo supere a la del actual. Esto genera un nuevo nivel de desempleo en la economía (u'_1) y causa un desplazamiento de la Curva de Phillips (que sigue la dirección de la flecha) para encontrar un nuevo punto de equilibrio: (π_1, u'_1).



Fuente: El Autor.

Dichas expectativas crean un efecto de desplazamiento de la curva de Phillips, tal como se aprecia en la Gráfica 3, las mismas permitirían engaños sistémicos pues siempre podía establecerse una política aceleracionista que se anticipara a las expectativas de los agentes (a quienes se consideraban ingenuos). El hecho de aproximar éstas expectativas en variables pasadas, como la inflación rezagada, hace que surjan críticas sobre las estimaciones de largo plazo. La Ecuación 1 representa el modelo de la Curva de Phillips con expectativas racionales de inflación.

$$\pi_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_t + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_{2p} \pi_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

El modelo describe una relación lineal entre la inflación en el tiempo t (π_t), en términos de desempleo en el tiempo t (u_t) y la misma inflación en relación con sus valores pasados o inflación rezagada (π_{t-p}). En el operador suma (Σ), p representa la cantidad de rezagos para la inflación. Por ejemplo, si la inflación se

encuentra rezagada dos periodos $p = 2$, es decir, el valor corriente de la inflación lo explican sus dos valores anteriores, la expresión debe reescribirse de la forma:

$$\pi_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_t + \alpha_{21} \pi_{t-1} + \alpha_{22} \pi_{t-2} + \varepsilon_t \quad (2)$$

Según López y Misas (1999), para Blanchflower y Oswald, no es adecuado suponer que la tasa esperada del salario real de los individuos sea función de la tasa de desempleo. Por otro lado, existen autores que defienden la Curva de Phillips tradicional, aduciendo que la verdadera relación microeconómica se aproxima acertadamente con la relación descrita entre el cambio en los salarios reales y la tasa de desempleo (Blanchard y Katz, 1997). Otros van más allá, afirmando que la especificación apropiada de la dinámica del salario real a nivel microeconómico no es importante para la macroeconomía de la inflación de precios y salarios (Whelan, 1997).

Todas estas discusiones alrededor de la validez y relevancia de la relación descrita por Phillips, dieron pie a formulaciones de modelos inflacionistas más complejos² imprimiéndole importancia significativa a la Curva de Phillips en la formulación de las políticas macroeconómicas, particularmente en la política monetaria.

1.2. INFLACIÓN, DESEMPLEO Y POLÍTICA MACROECONÓMICA.

Las diferentes herramientas de ajuste macroeconómico son fundamentales para determinar los efectos de las mismas sobre la economía, tanto en el corto como en el largo plazo. Normalmente, la principal preocupación de las autoridades económicas es el crecimiento, representado a través del PIB, sin embargo, existen dos fenómenos determinantes en el crecimiento económico: la inflación y el desempleo, ambos afectan sustancialmente la economía en general.

² Sobre la Curva de Phillips se han desarrollado estimaciones estructurales profundas en países como Canadá, Estados Unidos y España. En Colombia se usan, normalmente, modelos con parámetros reducidos.

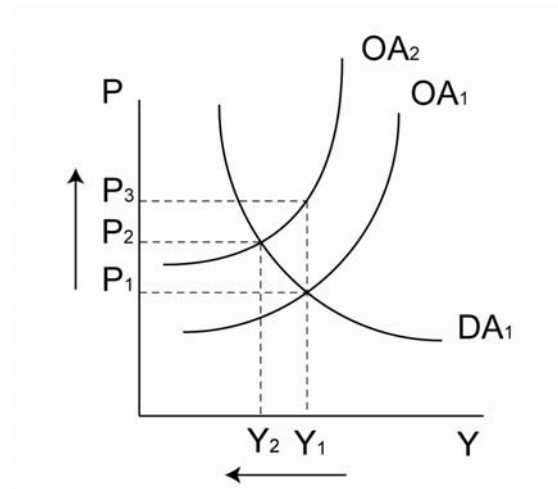
La inflación no es más que el crecimiento sostenido del nivel de precios. Así, los ajustes inflacionistas generan un impacto en las expectativas de los agentes económicos. Por un lado, los consumidores ajustan su comportamiento a la variación de los precios, estableciendo la dinámica natural de la Oferta y la demanda Agregadas. Por otro lado, los productores ajustan sus precios con base en los costos de producción los cuales, a su vez, se rigen por los movimientos de oferta y demanda en el mercado de bienes y servicios. Finalmente, el gobierno, determina cuál es la política económica que funciona como mejor herramienta para el control de la inflación.

El desempleo no es otra cosa que la carencia de empleo, el cese voluntario o involuntario de algunos miembros de la población económicamente activa. En casi todas las economías existen personas que carecen de empleo, se trata de individuos que no están trabajando pero que afirman que querrían acceder a puestos de trabajo como los que ocupan personas de características semejantes a las suyas y por salarios similares al que estas reciben (Romer, 2002).

Tanto inflación como desempleo se convierten en temas centrales de política macroeconomía. Las herramientas con las que las autoridades cuentan para mantener los niveles óptimos de dichos fenómenos son la política monetaria y la política fiscal; ambas fundamentales en la búsqueda de estabilidad económica. Sin embargo, la mayoría de los países utilizan la política monetaria para lograr la estabilización económica en el corto plazo.

En el largo plazo, la política monetaria es, a menudo, la responsable de la existencia de altas tasas de inflación que se mantienen por largos periodos de tiempo (Romer, 2002). La productividad se afecta y causa la movilidad de las curvas de Oferta y Demanda Agregadas y, por consiguiente, los niveles de precios y salarios se ven, también, afectados.

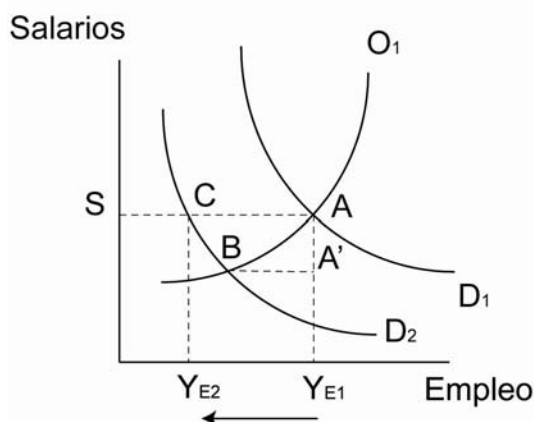
GRAFICA 4. OFERTA Y DEMANDA AGREGADA. Se aprecia la relación entre Oferta Agregada (OA) y demanda Agregada (DA) con los niveles de precios (P) dependientes de los niveles de producción (Y).



Fuente: El Autor.

La Gráfica 4 muestra cuál es el comportamiento de los niveles de precio respecto a los niveles de producción y cómo se comportan la oferta y demanda agregada. Inicialmente, la Demanda Agregada (DA₁) se encuentra en equilibrio con la Oferta Agregada (OA₁), representado por el punto (Y₁, P₁), al presentarse una reducción en los niveles de producción (Y₁), los empresarios ofrecen una menor cantidad de bienes (Y₂), como la función de Demanda permanece invariable en el corto plazo, los oferentes ajustan sus precios (P₁) a un nuevo nivel que les permita cubrir los costos (P₂) y este nuevo punto de equilibrio (Y₂, P₂) crea una nueva función para la Oferta (OA₂) generándose nuevas relaciones entre los agentes. Si los consumidores continúan demandando la cantidad inicial de bienes, la oferta ajusta los precios, con su nueva función, a P₃, causando, esto, inflación.

GRAFICA 5. . OFERTA Y DEMANDA LABORAL. Se observan las relaciones entre Oferta y Demanda de Empleo. La movilidad en oferta de Y_{E1} a Y_{E2} causa un desequilibrio en el mercado. El nuevo equilibrio óptimo se halla en el punto B pero la invariabilidad de aspiraciones salariales crea el punto C, la diferencia entre A y C es lo que se denomina desempleo.



Fuente: El Autor.

Algo similar ocurre con la oferta y demanda laboral. La Gráfica 5 ilustra el comportamiento del mercado de trabajo. Los trabajadores, casi siempre, están dispuestos a emplearse por ciertos niveles de salarios, los empleadores están dispuestos a contratarlos, siempre y cuando los salarios no les representen costos excedentes. Las variaciones en el mercado laboral y las condiciones económicas generales hacen que la demanda de empleo (D_i) se ajuste a las necesidades del mercado. Como las condiciones de oferta (O_1) permanecen invariables en el corto plazo, y la cantidad de trabajo demandado ahora es menor (ya que se pasa de Y_{E1} a Y_{E2}) se genera, ahora, un mayor número de desocupados expresado por la diferencia AC. Sólo si los trabajadores estuvieran dispuestos a emplearse por menores salarios no habría desempleo y la desocupación sería transitoria, ésta la representaría la distancia $A'B$.

La preocupación de las autoridades económicas es, entonces, lograr que la brecha que describe el paro involuntario se aproxime a su tasa natural³ y, a su vez, la inflación se aproxime al nivel esperado de la misma. Pero, ¿cuáles son, en sí, los determinantes de inflación y desempleo? Y, más importante aún, ¿cuáles

³ La tasa natural de desempleo es aquella en la cual el nivel efectivo de precios es igual al esperado.

variables intervienen, finalmente, en los modelos actuales de la curva de Phillips? Estos aspectos se tratarán a continuación, además, se verá cómo la política cambiaria afecta la curva de Phillips y cómo están relacionadas, matemáticamente, las diferentes variables que intervienen.

1.3. DETERMINANTES DE LA INFLACIÓN Y EL DESEMPLEO.

Una de las preocupaciones de las autoridades económicas es mantener la inflación en niveles cercanos a la tasa esperada. Recientemente, en Colombia como en varios países de Latinoamérica, se han observado tasas moderadas de inflación, acompañadas por drásticas decisiones de política monetaria como la promulgación de un Banco Central independiente. Según Ball (1995): *“La reducción en la tasa de inflación no es exógena a las decisiones de la autoridad monetaria; por el contrario, proviene de la intención de reducirla aun bajo costos en el producto”*. Para Birchenall (1999) la evolución de la inflación es un fenómeno altamente influenciado por los métodos de formación de expectativas de los agentes, y sus relaciones con la política económica.

Lo anterior conlleva revisar las relaciones propuestas por Lucas y la llamada generación de expectativas racionales, las cuales, aparecen como inadecuadas ya que, en ellas, el gobierno no juega ningún papel, no cumple con ninguna restricción o función objetivo, y si toma alguna decisión, ésta parece ser del todo irracional (Birchenall, 1999). Es necesario, entonces, incorporar la acción de las autoridades económicas.

La política monetaria utiliza el dinero como mecanismo de control para asegurar y mantener la estabilidad económica. En Colombia, El Banco de la República implementa la política monetaria modificando las tasas de interés a las cuales suministra y retira liquidez de la economía. Estas tasas de intervención son el instrumento de la política monetaria. A través de ellas, el Banco afecta las tasas de interés de mercado.

Cuando el Banco de la República altera sus tasas de intervención, afecta las tasas de interés de mercado, la tasa de cambio y el costo del crédito, poniendo en marcha una serie de mecanismos que influyen sobre: Los mercados financieros, las decisiones de gasto, producción y empleo de los agentes, las expectativas de los agentes económicos, a partir de los anuncios de política y la tasa de inflación, luego de un rezago de tiempo largo y variable⁴.

Con base en lo anterior, la política monetaria afecta dos aspectos que actúan sobre la inflación: la tasa de cambio y la tasa de interés. Por su parte, la tasa de cambio es determinante de la demanda agregada y el crecimiento económico, a la vez, ejerce influencia sobre el nivel de precios y los costos, causando, de esta manera, variaciones sobre la inflación. De otro lado, la tasa de interés afecta, también, la demanda agregada y el crecimiento económico, a través de estos, genera variaciones en los precios y los costos, y, como resultado, la inflación varía.

$$\pi_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_t + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{2p} TI_{t-p} + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{3p} TC_{t-p} + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{4p} \pi_{t-p} + \varepsilon_t \quad (3)$$

La Ecuación 3 describe la Curva de Phillips incluyendo las expectativas racionales y los efectos de la política monetaria. Allí, se observa que las variables Tasa de Interés⁵ (TI) y tasa de cambio (TC) presentan rezagos con respecto a la variable inflación (π_t). El término (π_{t-p}) implica que los niveles corrientes de inflación se establecen también con base en su comportamiento del pasado y es pilar fundamental de las expectativas racionales. Sin embargo, TC describe muchas relaciones cambiarias. Aunque la divisa que normalmente se relaciona a este término es el dólar y es, además, la base del comercio internacional en Colombia, es conveniente recurrir a una variable que permita ver la intervención del gobierno. Esto se aprecia mejor a través del movimiento en el volumen de reservas

⁴ <http://www.banrep.gov.co/politica-monetaria/>

⁵ Se utiliza una nomenclatura distinta a la normalmente aplicada (Tasa de Interés = i) con el fin de establecer diferencia con el uso de subíndices.

internacionales, expresado a través de Tasa de Variación de Reservas (*TVR*), indicativo de la intención del gobierno de frenar o acelerar la revaluación de la moneda nacional. La ecuación 4 describe, ahora, una Curva de Phillips que considera las expectativas racionales y las herramientas de política monetaria explicadas a través de las Tasas de Interés (*TI*) y la Tasa de Variación de Reservas (*TVR*):

$$\pi_t = \alpha_0 + \alpha_1 u_t + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{2p} TI_{t-p} + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{3p} TVR_{t-p} + \sum_{p=0}^{\infty} \alpha_{4p} \pi_{t-p} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Algo similar ocurre con el desempleo, salvo que los agentes no se crean expectativas sobre el mismo sino que toman sus decisiones con base en los salarios y su comportamiento histórico. En lo que se refiere a éstos últimos, existe un indicador que permite observar las fluctuaciones salariales a través del tiempo: Tasa de Variación de Salarios (*TVS*). La *TVS* expresa, de manera general, cómo los empresarios están dispuestos a negociar salarios con los trabajadores sin que esto afecte su estructura de costos.

La Ecuación 5 muestra las relaciones existentes para el desempleo. Desde la perspectiva clásica el desempleo por encima de su tasa natural se debe a salarios inadecuados, desde la perspectiva keynesiana⁶ la causa es insuficiencia en la demanda. Sin embargo, a través de ambas, se logra la localización de salarios de equilibrio, los cuales están descritos a través del *TVS*. La tasa de Interés afecta de manera directa a los niveles de producción lo que determina, a la vez, la capacidad de contratación de las empresas y, por consiguiente, la demanda laboral e implícitamente, el desempleo. En la Ecuación 5, ϑ_t es el término para el error y se utiliza para diferenciarlo de ε_t en la ecuación para la Inflación.

⁶ Dos escuelas del pensamiento económico han realizado análisis sobre los fenómenos de Inflación y Desempleo: La Escuela Clásica y la Escuela Keynesiana. Aunque ambas difieren sobre los causales de inflación, las dos permiten establecer salarios de equilibrio (para más referencia ver “*The General Theory of Employment, Interest and Money*” de John Maynard Keynes)

$$u_t = \beta_0 + \sum_{p=0}^{\infty} \beta_{1p} \pi_t + \sum_{p=0}^{\infty} \beta_{2p} TVS_{t-p} + \sum_{p=0}^{\infty} \beta_{4p} TI_{t-p} + \vartheta_t \quad (5)$$

Lo anterior sirve como punto de partida para la propuesta de un modelo teórico para el problema de inflación y desempleo. Ahora bien, desde la estadística y la econometría se proponen una serie de métodos que permiten realizar estimaciones sobre las variables de interés.

A continuación, se establecerá el modelo a estudiar, se describirán algunas de las distintas metodologías que permiten dar solución al problema y se sentarán las bases para una mejor comprensión de los resultados obtenidos.

2. EL MODELO.

Las ecuaciones 4 y 5 del punto anterior son la base para la formulación del modelo en estudio. La justificación de las relaciones fue descrita con base en la política macroeconómica, particularmente, la política monetaria. Con esta base, se propone un sistema de ecuaciones simultáneas para inflación y desempleo descrito a continuación:

$$\begin{aligned}\pi_t &= \alpha_0 + \sum_{i=0}^{r1} \alpha_{1i} u_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \alpha_{2j} TI_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \alpha_{3k} TVR_{t-i} + \sum_{i=0}^{r4} \alpha_{4l} \pi_{t-i} + \varepsilon_t \\ u_t &= \beta_0 + \sum_{i=0}^{r1} \beta_{1i} \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \beta_{2j} TVS_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \beta_{4k} TI_{t-i} + \sum_{i=0}^{r4} \beta_{4l} u_{t-i} + \vartheta_t\end{aligned}\tag{6}$$

Donde,

π_t Representa la inflación.

u_t El desempleo.

TI_t La Tasa de Interés.

TVR_t Tasa de Variación de Reservas.

TVS_t Tasa de Variación de Salarios y,

ε_t y ϑ_t los términos de error⁷ que se distribuyen normalmente.

El sistema de Ecuaciones⁸ (etiquetado por facilidad enumerativa como Ecuación 6), describe a través de los operadores suma (\sum) los rezagos distribuidos de las

⁷ De manera general, en estas ecuaciones, cada error adquiere la forma

$$e_t - \sum_{i=1}^r (1 - \gamma) e_{t-i}$$

Donde $0 < \gamma < 1$ es el coeficiente de esperanza, $(1 - \gamma)$ representa la velocidad de ajuste de los errores. De este modo, si γ es próxima a cero, el pasado lejano de las variables tiene menor impacto y los efectos importantes son de corto plazo (véase Rosales et al, 2010).

⁸ Es necesario considerar la relación bidireccional entre las variables dependiente e independiente ($\pi_{(t)}, u_{(t)}$) las cuales se determinan conjuntamente y, como se explican dentro del modelo, son consideradas endógenas. Las otras variables, se consideran exógenas porque, en condiciones

variables independientes y la condición autorregresiva de las variables dependientes. Las variables no se rezagan hasta infinito, como se indica en el modelo general, por ello la sumatoria se expresa de la forma $\sum_{i=0}^{r*}$, donde cada $r*$ sugiere que las variables no se rezagan todas el mismo número de periodos.

A continuación se describen las series estudiadas. Corresponden a las series oficiales publicadas por el Banco de la República y el DANE y son de dominio público⁹. Las utilizadas son:

- Tasa de Inflación en Colombia, enero 2002 – mayo 2010.
- Tasa de Desempleo, Colombia: enero 2002 – mayo 2010.
- Tasa de Interés (DTF), enero 2002 – mayo 2010.
- Tasa de Variación de Salarios, enero 2002 – mayo 2010.
- Tasa de Variación de Reservas, enero 2002 – mayo 2010.

La Tabla 1 contiene los estadísticos generales de las series del estudio, tales como, mínimo, máximo, media, mediana y primer y tercer cuartiles. En la tabla 2 se presenta la media geométrica, medida de tendencia central más recomendable para este tipo de datos, sin embargo, debe tenerse cuidado con su interpretación pues algunas series presentan valores negativos.

TABLA 1. ESTADÍSTICOS DE LAS SERIES.

PI	U	TVR	TVS	TI
Min. :0.02357	Min. :0.1040	Min. :-0.03946	Min. :0.02211	Min. :0.03702
1st Qu.:0.04037	1st Qu.:0.1147	1st Qu.: 0.06087	1st Qu.:0.05312	1st Qu.:0.06545
Median :0.04555	Median :0.1216	Median : 0.09119	Median :0.06462	Median :0.07738
Mean :0.04599	Mean :0.1266	Mean : 0.10582	Mean :0.06437	Mean :0.07527
3rd Qu.:0.05133	3rd Qu.:0.1389	3rd Qu.: 0.14444	3rd Qu.:0.07919	3rd Qu.:0.08335
Max. :0.06838	Max. :0.1673	Max. : 0.28496	Max. :0.09219	Max. :0.11039

Fuente: R version 2.10.1

naturales, mantienen siempre el mismo valor y permiten complementar el modelo. Las condiciones naturales se refieren a la expresión *cæteris paribus*: permaneciendo todo lo demás constante.

⁹ Las series son publicadas en los siguientes portales de internet: www.dane.gov.co y www.banrep.gov.co

TABLA 2. MEDIAS GEOMÉTRICAS PARA LAS SERIES.

	PI	U	TVR	TVS	TI
	0.04483762	0.12568753	0.09077147	0.06215756	0.07329944

Fuente: R version 2.10.1

De los estadísticos mostrados en las Tablas 1 y 2 se puede observar:

- Durante el periodo comprendido entre enero de 2002 y mayo de 2010, se ha presentado una inflación promedio del 4,6%. Su valor máximo alcanzado fue de 6,9%.
- La tasa de desempleo en este mismo periodo ha sido, en promedio, del 12,57%. El 50% de las veces el desempleo se ubicó por encima de 12,2%.
- Las reservas internacionales han crecido un 10,59% entre enero de 2002 y mayo de 2010. En su momento más crítico, el gobierno tuvo que vender el 3,3% de las mismas para frenar la revaluación del peso.
- Los salarios presentaron un incremento mínimo de 2,3% y máximo de 9,3%, su promedio estuvo en 6,2%.
- La tasa interés promedio durante el periodo en estudio fue de 7,32%.
- Las series presentan varianzas pequeñas, esto se observa en la Tabla3. Excepto por *TVR*, cuyos niveles de varianza son grandes si se toma en cuenta la escala a la cual se hallan las series del estudio.

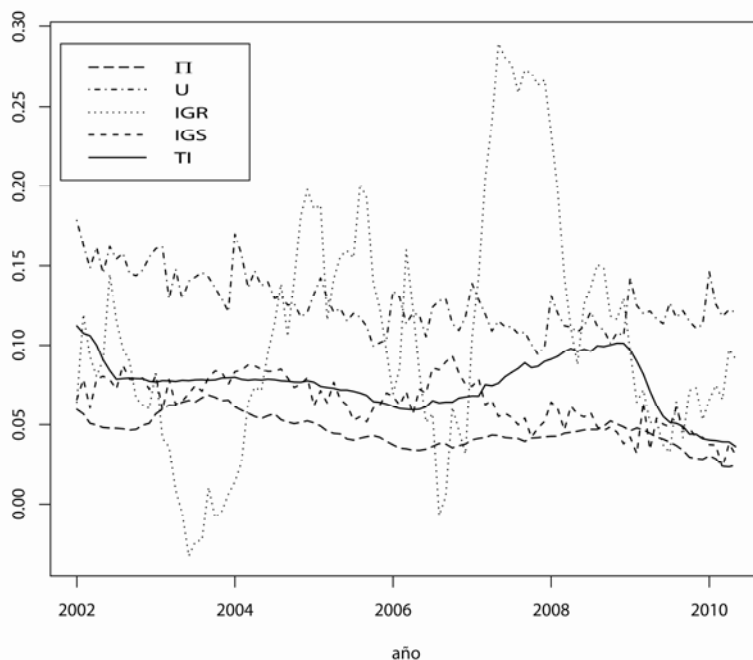
TABLA 3. TABLA DE VARIANZAS Y COVARIANZAS

	PI	U	TVR	TVS	TI
PI	1.039610e-04	8.922926e-05	-0.0002189983	8.025699e-05	1.010230e-04
U	8.922926e-05	3.190697e-04	-0.0005838848	1.315828e-04	5.261482e-05
TVR	-2.189983e-04	-5.838848e-04	0.0057779547	-3.272739e-04	3.131083e-04
TVS	8.025699e-05	1.315828e-04	-0.0003272739	2.535965e-04	4.523559e-05
TI	1.010230e-04	5.261482e-05	0.0003131083	4.523559e-05	2.681920e-04

Fuente: R version 2.10.1

Históricamente, las series han presentado el comportamiento descrito a través de la Gráfica 6. Se observa, por ejemplo, que el Desempleo crece a la par con la *TVS*. La Inflación y la Tasa de Interés presentan tendencias similares. La *TVR* presenta fluctuaciones que evidencian un comportamiento estacional.

GRAFICA 6. COMPORTAMIENTO DE LAS SERIES, PERIODO ENERO 2002 – MAYO 2010. Todas las series están expresadas en porcentajes. El IGR muestra fluctuaciones extremas, comparada con las demás series en estudio, evidencia que la movilidad de las reservas ha sido una de las herramientas de intervención más fuertes utilizadas por las autoridades económicas.



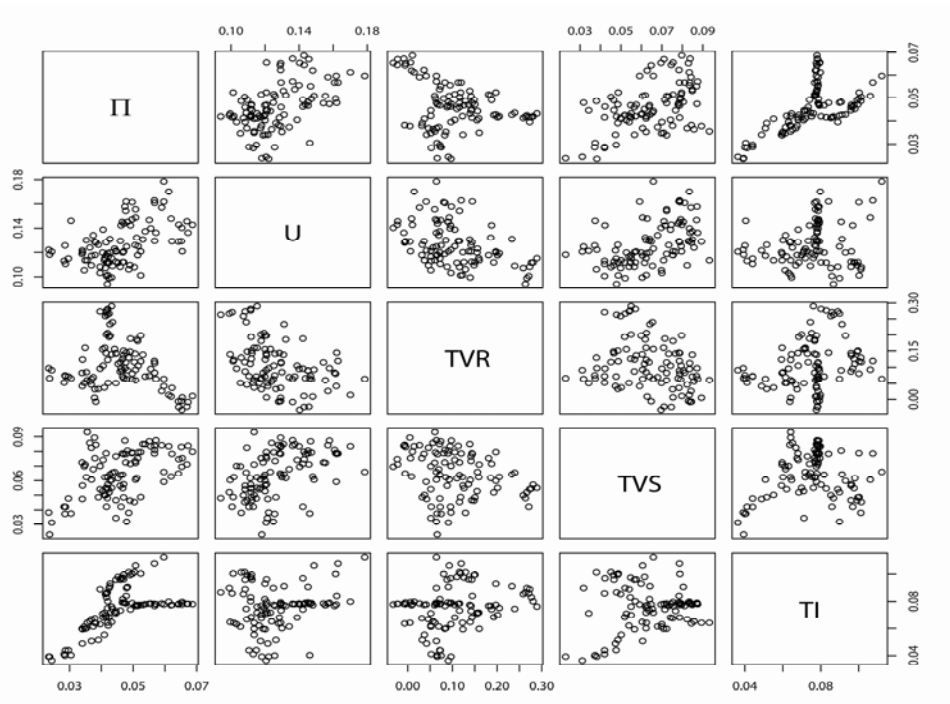
Fuente: DANE – Banco de la República.

En la Gráfica 7, pueden apreciarse mejor las relaciones existentes. De este modo, la Inflación está creciendo cuando lo hacen el Desempleo y la Tasa de Interés, su relación con el volumen de Reservas Internacionales es inversa, mientras estas se incrementan la inflación decrece. Por su parte el Desempleo aumenta cuando lo hacen la Inflación, la Tasa de Variación de Salarios y la Tasa de Interés. Se observa además, una posible correlación entre *TVS* y *TI*.

La Gráfica 8 presenta mes a mes la inflación, se observa un comportamiento estable, sus niveles se encuentran entre el 4% y el 5% para todos los meses presentando valores extremos en abril, agosto, marzo, mayo y septiembre. También se observan cambios en la varianza mes a mes, abril y mayo son los periodos más estables; enero y febrero son los meses con más variabilidad en la inflación. Junio, julio, agosto y septiembre presentan una inflación promedio similar y cercana a la media general de la serie. La inflación muestra, además, grupos

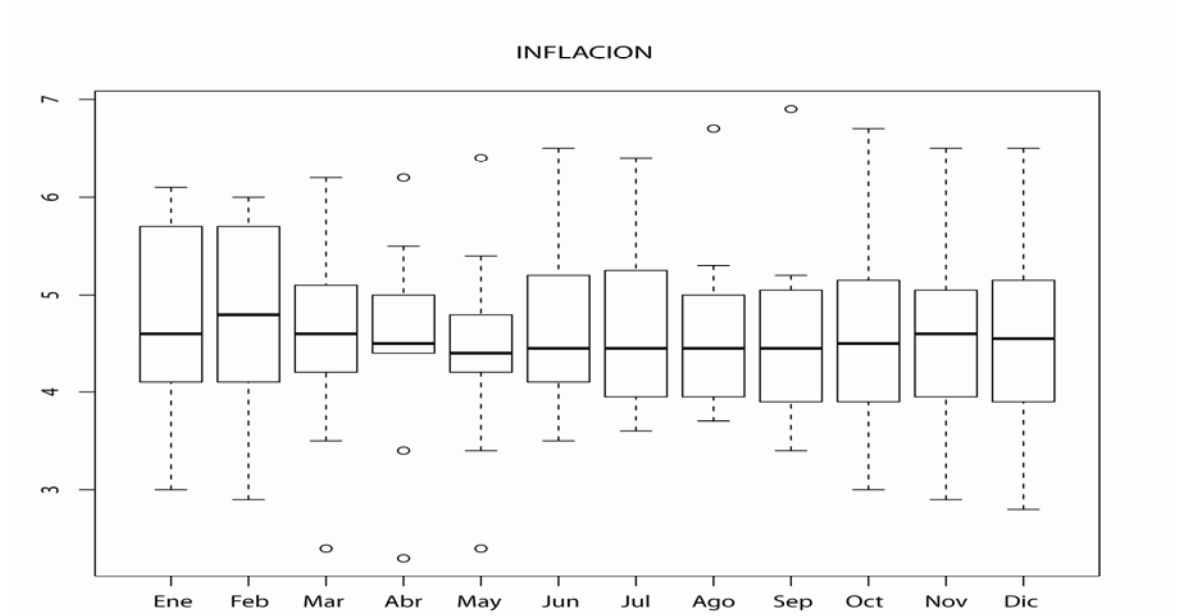
definidos por rangos de valores como enero y febrero y octubre, noviembre y diciembre.

GRAFICA 7. GRÁFICA DE DISPERSIÓN PARA LAS SERIES DEL MODELO. Se observan las relaciones existentes entre las variables del modelo y cómo están correlacionadas.



Fuente: R version 2.10.1

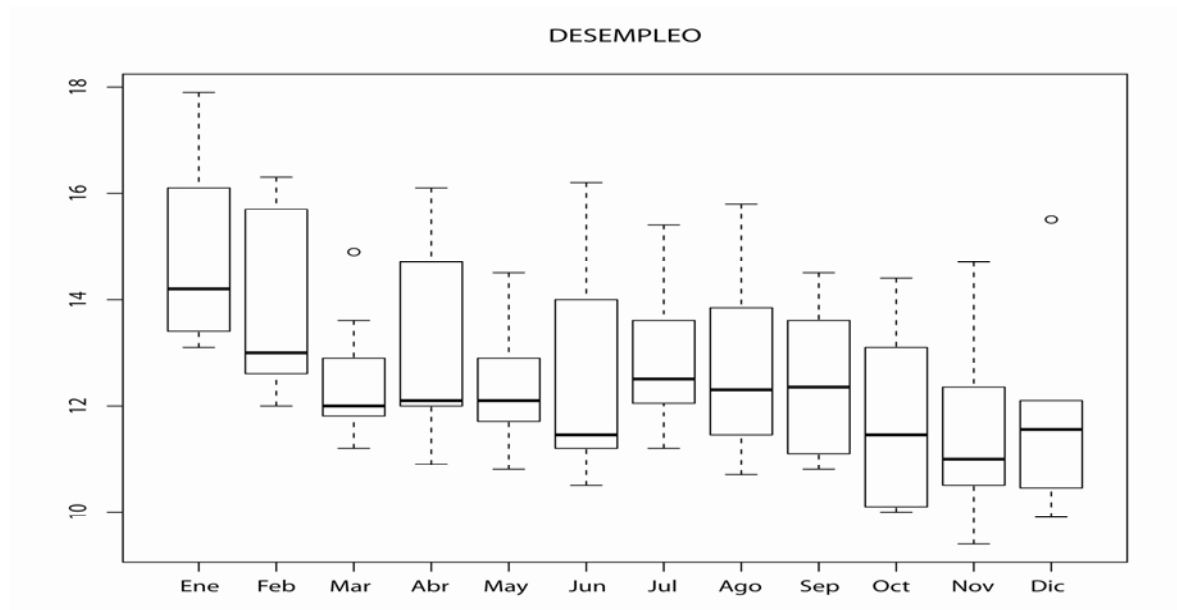
GRAFICA 8. INFLACION POR MES. Se aprecia el comportamiento, mes a mes, de la variable Inflación. Es de resaltar que el promedio se mantiene durante los meses de junio a septiembre.



Fuente: R version 2.10.1

En la Gráfica 9 se observa al desempleo y su comportamiento mes a mes. El promedio más alto de desempleo se presenta en enero y el más bajo en noviembre. Los meses con mayor movilidad de desempleo son enero, febrero, abril, junio, agosto, septiembre y octubre. Marzo y mayo son los que muestran menos variabilidad de este fenómeno.

GRAFICA 9. DESEMPLEO POR MES. Se observa cómo el Desempleo presenta un comportamiento variable mes a mes. Algunos meses presentan gran variabilidad y otros varianzas pequeñas.



Fuente: R version 2.10.1

En general, el desempleo se muestra volátil, decrece de enero a junio, incrementa su valor en julio y se mantiene en descenso hasta noviembre para, luego, repuntar en diciembre. La inflación, por su parte, presenta un carácter más estable aunque se muestra algunos meses con poca variabilidad. Anteriormente, se describió el efecto retardado que algunas de las variables explicativas tienen sobre la inflación y el desempleo. El primer paso a seguir será identificar cuáles de esas variables se encuentran rezagadas con el fin de poder especificar el modelo y, acto seguido, se hará la estimación del sistema.

3. IDENTIFICACIÓN DE REZAGOS DISTRIBUIDOS.

El primer problema en este tipo de ecuaciones es determinar adecuadamente los rezagos distribuidos. Como consecuencia de ello se pierden grados de libertad. Sin embargo, esto no es problema cuando el tamaño de las series es grande¹⁰, pues, aún quedan suficientes observaciones para estimar el modelo. Existen varios métodos para el problema de los rezagos. Uno de ellos se basa en el sustento teórico del modelo¹¹. La metodología aquí propuesta es la identificación de los rezagos distribuidos mediante Mínimos Cuadrados Generalizados (GLS)¹².

En primer lugar, se abordaron las ecuaciones sin considerar los rezagos de las series a fin de comprobar algunas relaciones. Cada ecuación se analizó individualmente para una mejor identificación de los rezagos distribuidos, los resultados se muestran a continuación:

```
##MODELO SIMPLE USANDO GLS
#ECUACIÓN INFLACIÓN (PI)
Call:
glm(formula = pi ~ u + tvr + ti, family = gaussian(), data = datos)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0133981  -0.0051959  -0.0002052   0.0049982   0.0145251

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.003414   0.006617  -0.516  0.607054
u             0.189033   0.050433   3.748  0.000303 ***
tvr          -0.040399   0.010393  -3.887  0.000186 ***
ti            0.395346   0.042776   9.242  5.81e-15 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

¹⁰ En ocasiones, por “regla de dedo”, se considera que un mínimo de 50 observaciones es suficiente para realizar estimaciones. En algunos casos una cantidad pequeña de datos permite realizar algunas predicciones. Makridakis y Wheelwright (2007) proponen, incluso, un “enfoque ingenuo”, basado en la forma de calcular promedios móviles, que hace uso, solamente, de la observación más reciente.

¹¹ La teoría económica propone un plazo prudencial para que una variable afecte a otra. En muchos casos, la consideración de los rezagos es intuitiva. La periodicidad de la serie es un punto de partida pero, básicamente, se trata de prueba y error.

¹² Para realizar el análisis mediante GLS se utilizó la librería “*dlnm*” del software estadístico R. Las rutinas correspondientes se pueden apreciar en el anexo 3.

```
(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 4.039671e-05)

Null deviance: 0.0103844 on 100 degrees of freedom
Residual deviance: 0.0039185 on 97 degrees of freedom
AIC: -729.25

Number of Fisher Scoring iterations: 2

#ECUACIÓN DESEMPLEO (U)
Call:
glm(formula = u ~ pi + tvs + ti, family = gaussian(), data = datos)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.018388 -0.007708 -0.002599  0.004142  0.035236

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.084775   0.006874  12.333 < 2e-16 ***
pi           0.723718   0.168505   4.295 4.15e-05 ***
tvs          0.337952   0.087068   3.881 0.000189 ***
ti          -0.176018   0.092970  -1.893 0.061303 .
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 0.0001416062)

Null deviance: 0.023713 on 100 degrees of freedom
Residual deviance: 0.013736 on 97 degrees of freedom
AIC: -602.56

Number of Fisher Scoring iterations: 2
```

Se observa que, para la ecuación de inflación¹³ π (π en la salida del software) los coeficientes que acompañan a las variables u , TVR y TI son, estadísticamente, significativos. Se aprecia, por ejemplo, que un aumento en el desempleo de una unidad, permaneciendo las demás variables constantes, genera un crecimiento en la inflación en 0,189. Tomando en cuenta la misma consideración anterior, un aumento de una unidad en TVR causa una reducción de la inflación en 0,04, del mismo modo, el incremento de una unidad en TI origina un crecimiento inflacionario en 0,39.

Para la ecuación de Desempleo (u), las variables que poseen coeficientes estadísticamente significativos son π y TVS . Respectivamente, las estimaciones para dichos coeficientes son: 0,723718 y 0,337952. Si se es un poco flexible, se puede considerar el aporte de TI a la ecuación (-0,176018) ya que con, un 10%

¹³ Los niveles de significancia empleados fueron del 5%.

de error, esta variable resulta estadísticamente significativa. En ese orden de ideas, el sistema quedaría descrito como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}\pi_t &= -0,003414 + 0,189033 * u_t - 0,040399 * TVR_t + 0,395346 * TI_t + \varepsilon_t \\ u_t &= 0,084775 + 0,723718 * \pi_t + 0,335972 * TVS_t - 0,176018 * TI_t + \vartheta_t\end{aligned}\quad (7)$$

Los resultados siguientes son válidos si se considera que los efectos de las variables explicativas sobre las variables dependientes son inmediatos ($t = 0$). Es necesario identificar los rezagos para determinar si alguna o algunas de las variables tienen efectos retardados. Nuevamente se recurrió a GLS para este procedimiento. Los resultados obtenidos son los siguientes¹⁴:

```
##MODELO DE REZAGOS DISTRIBUIDOS USANDO GLS
#ECUACIÓN INFLACIÓN (PI)
Call:
glm(formula = pi ~ basis.U + basis.TVR + basis.TI, family = gaussian(),
    data = y)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-1.372e-02  -4.048e-03   3.954e-05   4.448e-03   1.259e-02

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  -0.0085906  0.0066334  -1.295  0.198538
basis.Uv1.11  -0.0940210  0.0834687  -1.126  0.262917
basis.Uv1.12   0.1696380  0.0793559   2.138  0.035193 *
basis.TVRv1.11 -0.0175960  0.0139018  -1.266  0.208804
basis.TVRv1.12  0.0009133  0.0137878   0.066  0.947328
basis.TIv1.11   0.5570955  0.1208534   4.610  1.30e-05 ***
basis.TIv1.12  -0.4177026  0.1200698  -3.479  0.000771 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 3.331256e-05)

Null deviance: 0.0100877 on 98 degrees of freedom
Residual deviance: 0.0030648 on 92 degrees of freedom
(2 observations deleted due to missingness)
AIC: -730.96

Number of Fisher Scoring iterations: 2

#ECUACIÓN DESEMPLEO(U)
Call:
glm(formula = u ~ basis.PI + basis.TVS + basis.TI, family = gaussian(),
    data = datos)

Deviance Residuals:
```

¹⁴ En la salida obtenida, “basis.X” fue el nombre asignado a las variables rezagadas en las rutinas para R. Las series se rezagaron dos periodos.

```

      Min       1Q       Median       3Q      Max
-0.018651 -0.007385 -0.001442  0.004654  0.031562

Coefficients:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)   0.076318   0.006818  11.193 < 2e-16 ***
basis.PIv1.l1  0.335000   0.355491   0.942  0.348
basis.PIv1.l2 -0.138755   0.352811  -0.393  0.695
basis.TVSv1.l1 0.110667   0.128313   0.862  0.391
basis.TVSv1.l2 0.052736   0.126614   0.417  0.678
basis.TIv1.l1 -1.074639   0.232907  -4.614 1.27e-05 ***
basis.TIv1.l2  1.028327   0.232048   4.432 2.58e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for gaussian family taken to be 0.0001117657)

Null deviance: 0.022490 on 98 degrees of freedom
Residual deviance: 0.010282 on 92 degrees of freedom
(2 observations deleted due to missingness)
AIC: -611.12

Number of Fisher Scoring iterations: 2

```

De este procedimiento se concluye lo siguiente:

- Para la Inflación, con un nivel de significancia del 5%, resultan ser significativas las variables `basis.Uv1.l2`, `basis.TIv1.l1` y `basis.TIv1.l2`, las cuales representan, respectivamente, el primer rezago para u y el primer y segundo rezago para TI .
- Para el desempleo, con un nivel de significancia del 5%, las variables estadísticamente significativas son `basis.TIv1.l1` y `basis.TIv1.l2`, las cuales representan el primer y segundo rezago de la serie TI .

Identificados los rezagos, el paso siguiente es a abordar el sistema de Ecuaciones Simultáneas como un Sistema Simple, el cual debe considerar las variables rezagadas, mediante algunas de las metodologías recomendadas.

4. SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS.

En general, los modelos económicos constituidos para representar algunos fenómenos como formación de Precios, crecimiento del PIB, etc., presentan una cierta interdependencia entre las variables endógenas. La mayoría de los modelos que se estudian son “*uniecuacionales*” y, por ello, es necesario recurrir a una metodología particular para abordar el problema de la simultaneidad. Las características de este tipo de ecuaciones, según Rosales et al (2010) son las siguientes:

- Relación bidireccional entre las variables dependiente e independiente.
- Las variables endógenas se determinan conjuntamente.
- Se tienen tantas ecuaciones como variables endógenas.
- Los errores no deben estar correlacionados entre ecuaciones (ausencia de autocorrelación contemporánea).

Desde la perspectiva de causalidad, las definiciones sobre variables dependientes e independientes manejados en modelos uniecuacionales, son reemplazadas por los conceptos de variables endógenas (aquellas que se determinan dentro del modelo) y exógenas (determinadas fuera de este o predeterminadas). Rosales et al, (2010) proponen una serie de técnicas para identificar el problema de la simultaneidad: Mínimos Cuadrado Indirectos (MCI), Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E), Mínimos Cuadrados en Tres Etapas (MC3E) y Sistemas de Regresiones Aparentemente no Relacionados (SUR). En el caso particular que ocupa este trabajo, se emplearon MC2E y MC3E.

4.1. MÍNIMOS CUADRADOS EN DOS ETAPAS (MC2E).

Una de las metodologías recomendadas para abordar un sistema de ecuaciones simultáneas es MC2E. Esta metodología hace posible estimar los parámetros de las ecuaciones estructurales de interés directamente, reemplazando las variables

endógenas por valores obtenidos a través de regresiones auxiliares, y puede ser aplicado tanto para ecuaciones exactamente identificadas, como para sobreidentificadas¹⁵.

En este caso, se tiene un sistema biecuacional con dos variables endógenas (π y u) y tres variables exógenas (TVR , TVS y TI). Para solucionar el sistema, se utilizó la librería “*systemfit*” del software estadístico R. Las rutinas para este procedimiento se pueden ver en el anexo 4. Los resultados obtenidos mediante la metodología de MC2E se presentan a continuación:

```
# SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTANEAS SIMPLE MC2E:

systemfit results
method: 2SLS

              N  DF      SSR detRCov   OLS-R2 McElroy-R2
system 198 187 0.014253         0 0.562495   0.742719

              N  DF      SSR      MSE      RMSE      R2   Adj R2
Infla2  99 93 0.003148 0.000034 0.005818 0.687968 0.671192
Desemp2 99 94 0.011105 0.000118 0.010869 0.506216 0.485204

The covariance matrix of the residuals
              Infla2      Desemp2
Infla2  3.38461e-05 -2.69956e-05
Desemp2 -2.69956e-05  1.18142e-04

The correlations of the residuals
              Infla2      Desemp2
Infla2  1.000000 -0.426911
Desemp2 -0.426911  1.000000

2SLS estimates for 'Infla2' (equation 1)
Model Formula: pi ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
Instruments: ~tvr + basis.U1 + basis.TI1

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.01131610 0.00644690 -1.75528 0.0825047 .
tvr          -0.04319182 0.00966255 -4.47002 2.2041e-05 ***
basis.U1v1.11 -0.09510614 0.08412279 -1.13056 0.2611462
basis.U1v1.12  0.17995336 0.07967943  2.25847 0.0262541 *
```

¹⁵ De manera general, una ecuación puede catalogarse en una de tres categorías: en primer lugar se dice no identificada, cuando a partir de la forma reducida no es posible obtener estimaciones de los parámetros estructurales. Alternativamente, puede estar exactamente identificada, cuando a partir de la información de los parámetros de la forma reducida es posible encontrar un único valor para los parámetros de la forma estructural. Por último, una ecuación se dice sobreidentificada cuando a partir de la información disponible en la forma reducida se pueden establecer más de un valor para los parámetros de la forma estructural. Lo anterior también se cumple para los sistemas de ecuaciones; un modelo de simultaneidad está exactamente identificado, cuando todas sus ecuaciones estructurales lo están (Rosales et al, 2010).

```

basis.TI1v1.l1  0.55040464  0.12173537  4.52132 1.8083e-05 ***
basis.TI1v1.l2 -0.41770518  0.12101764 -3.45161  0.0008401 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.005818 on 93 degrees of freedom
Number of observations: 99 Degrees of Freedom: 93
SSR: 0.003148 MSE: 3.4e-05 Root MSE: 0.005818
Multiple R-Squared: 0.687968 Adjusted R-Squared: 0.671192

2SLS estimates for 'Desemp2' (equation 2)
Model Formula: u ~ pi + tvs + basis.TI1
Instruments: ~pi + tvs + basis.TI1

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  0.08173255  0.00666511 12.26275 < 2.22e-16 ***
pi           0.64829757  0.15571535  4.16335 6.9481e-05 ***
tvs          0.38815790  0.08120568  4.77994 6.4637e-06 ***
basis.TI1v1.l1 -0.99793022  0.21905031 -4.55571 1.5662e-05 ***
basis.TI1v1.l2  0.94666346  0.21753407  4.35179 3.4303e-05 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.010869 on 94 degrees of freedom
Number of observations: 99 Degrees of Freedom: 94
SSR: 0.011105 MSE: 0.000118 Root MSE: 0.010869
Multiple R-Squared: 0.506216 Adjusted R-Squared: 0.485204

```

El modelo estimado es el siguiente:

$$\begin{aligned}
 \widehat{\pi}_t &= -0,011 - 0,043 * TVR_t + 0,180 * u_{t-2} + 0,550 * TI_{t-1} - 0,418 * TI_{t-2} + \epsilon_{\pi,t} \\
 \widehat{u}_t &= 0,082 + 0,648 * \pi_t + 0,388 * TVS_t - 0,998 * TI_{t-1} + 0,947 * TI_{t-2} + \epsilon_{u,t}
 \end{aligned} \tag{8}$$

Donde $\epsilon_{\pi,t}$ y $\epsilon_{u,t}$ son los términos de error asociado a cada variable, contienen la expresión para los rezagos distribuidos de las variables endógenas y se pueden definir mediante:

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{\pi,t} &= \sum_{i=0}^{r4} \alpha_{4i} \pi_{t-i} + \varepsilon_t \\
 \epsilon_{u,t} &= \sum_{i=0}^{r4} \alpha_{4i} u_{t-i} + \vartheta_t
 \end{aligned} \tag{9}$$

El sistema original a determinar está representado mediante las ecuaciones 10:

$$\pi_t = \alpha_0 + \sum_{i=0}^{r1} \alpha_{1i} u_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \alpha_{2j} TI_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \alpha_{3k} TVR_{t-i} + \sum_{i=0}^{r4} \alpha_{4l} \pi_{t-i} + \varepsilon_t \tag{10}$$

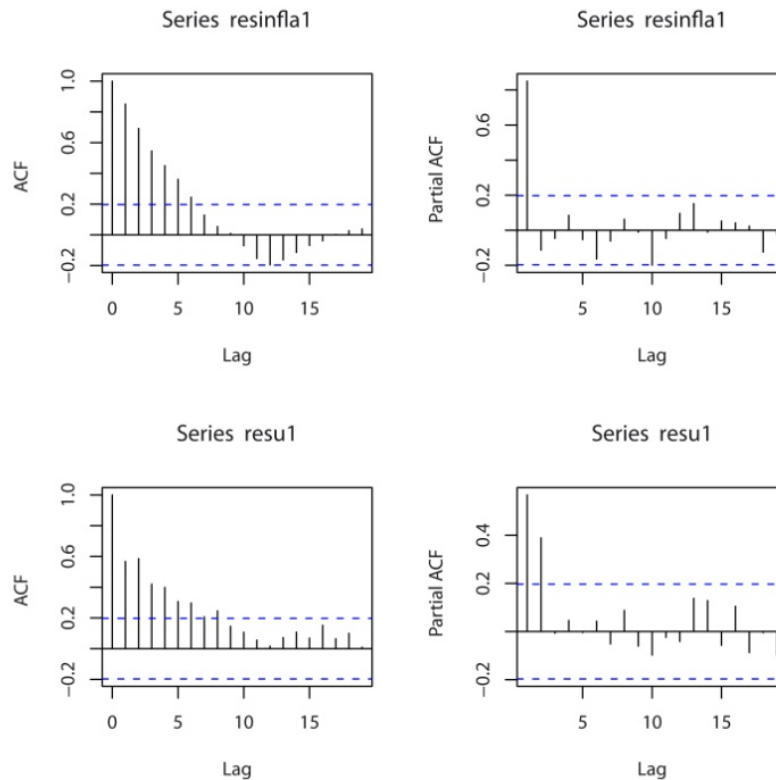
$$u_t = \beta_0 + \sum_{i=0}^{r1} \beta_{1i} \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \beta_{2j} TVS_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \beta_{4k} TI_{t-i} + \sum_{i=0}^{r4} \beta_{4l} u_{t-i} + \vartheta_t$$

Reemplazando 9 en 10, se tiene:

$$\begin{aligned} \pi_t &= \alpha_0 + \sum_{i=0}^{r1} \alpha_{1i} u_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \alpha_{2j} TI_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \alpha_{3k} TVR_{t-i} + \epsilon_{\pi,t} \\ u_t &= \beta_0 + \sum_{i=0}^{r1} \beta_{1i} \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^{r2} \beta_{2j} TVS_{t-i} + \sum_{i=0}^{r3} \beta_{4k} TI_{t-i} + \epsilon_{u,t} \end{aligned} \quad (11)$$

Los términos del error en la expresión 8 claramente no son ruido blanco, como se puede observar en 9, éstos contienen la componente para los rezagos de las variables dependientes o endógenas. El análisis individual de los términos del error, generado mediante MC2E, permitirá identificar si las variables endógenas o dependientes se encuentran rezagadas sobre sí mismas y/o sobre sus errores. Para esto se utilizó la librería “*timeSeries*” del software estadístico R. Las rutinas aplicadas se describen en el Anexo 4. Mediante las funciones de correlación simple y parcial se identificaron los modelos correspondientes. La Gráfica 10 muestra los resultados para este análisis.

GRAFICA 10. GRÁFICOS PARA LAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL DE LOS ERRORES OBTENIDOS POR MC2E. Allí, “*resinfla*” hace referencia a los residuales para la ecuación para inflación y “*resu*” a los residuales de la ecuación para desempleo. Se observa que los errores presentan un orden autorregresivo uno (AR(1)) para la inflación y dos (AR(2)) para el desempleo.



Fuente: R version 2.10.1

Identificado el orden autorregresivo de cada uno de las series para los residuales se procedió a determinar el modelo mediante procesos *ARIMA*. Los resultados son los siguientes:

```
Call:
arima(x = resinfla1, order = c(1, 0, 0))

Coefficients:
      ar1  intercept 
    0.8992   -0.0014 
s.e.  0.0463    0.0025 

sigma^2 estimated as 7.157e-06:  log likelihood = 445.14,  aic = -884.29

Call:
arima(x = resu1, order = c(2, 0, 0))

Coefficients:
      ar1      ar2  intercept 
    0.8992   -0.0014   -0.0025
```

```

      0.3522  0.4683      0.0025
s.e.  0.0887  0.0918      0.0042

```

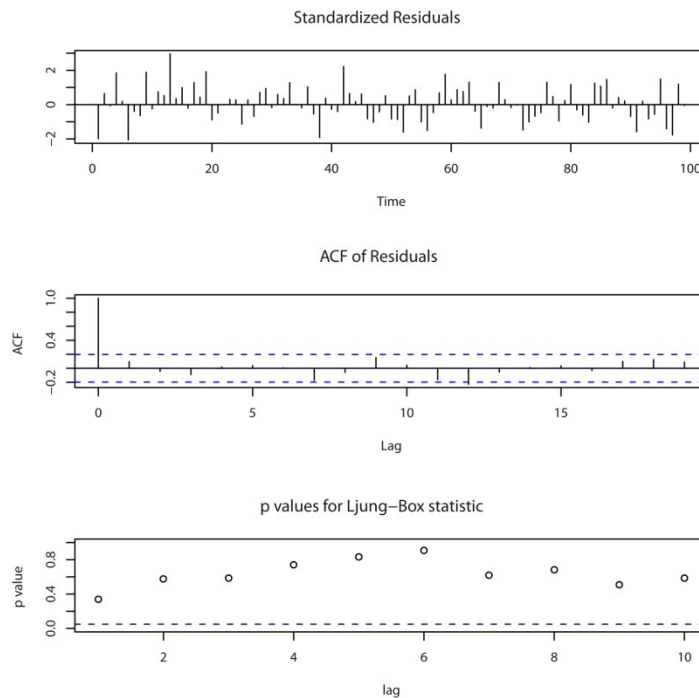
```

sigma^2 estimated as 5.774e-05:  log likelihood = 342.09,  aic = -676.18

```

Lo anterior permite determinar el orden autorregresivo de las series, para comprobar el ajuste del modelo se empleó el comando “*tsdiag*” del paquete implementado, los resultados se aprecian mediante las Gráficas 11 y 12.

GRAFICA 11. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES DE INFLACIÓN. La rutina de *tsdiag* sugiere un ajuste adecuado de el modelo AR(1) sugerido para la ecuación de Inflación.

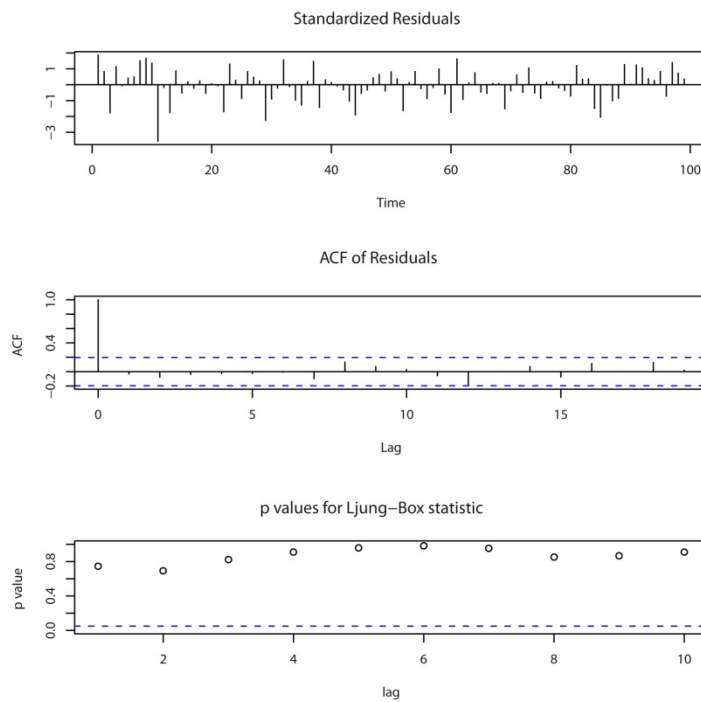


Fuente: R version 2.10.1

Como se observa en la Gráfica 11, la disposición de los p-value sugiere un correcto ajuste del modelo propuesto para la inflación. Por su parte, la función de correlación parcial indica que el modelo no requiere de localizar puntos de intervención. Los residuos presentan un camino aleatorio que satisface al modelo.

La gráfica 12 muestra los resultados obtenidos para el caso de desempleo. Al igual que con la función de inflación, los p-value indican que el modelo posee un buen ajuste. La función de correlación simple no muestra evidencia de requerir un nuevo ajuste o modelar una función de intervención y los residuos estandarizados siguen un camino aleatorio.

GRAFICA 12. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES DE DESEMPLEO. La rutina empleada sugiere un ajuste adecuado para el modelo.



Fuente: R version 2.10.1

La expresión para los términos del error de las ecuaciones para inflación y desempleo queda determinada, entonces, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned}\widehat{\epsilon_{\pi,t}} &= -0,001 + 0,889 * \epsilon_{\pi,t-1} \\ \widehat{\epsilon_{u,t}} &= 0,0025 + 0,352 * \epsilon_{u,t-1} + 0,468 * \epsilon_{u,t-2}\end{aligned}\tag{12}$$

Finalmente, y con base en los resultados mostrados anteriormente, el sistema de Ecuaciones Simultáneas, determinado mediante MC2E, está definido por las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t &= -0,011 - 0,043 * TVR_t + 0,180 * u_{t-2} + 0,550 * TI_{t-1} - 0,418 * TI_{t-2} - 0,001 \\ &\quad + 0,889 * \epsilon_{\pi,t-1} \\ \widehat{u}_t &= 0,082 + 0,648 * \pi_t + 0,388 * TVS_t - 0,998 * TI_{t-1} + 0,947 * TI_{t-2} + 0,0025 + 0,352 \\ &\quad * \epsilon_{u,t-1} + 0,468 * \epsilon_{u,t-2}\end{aligned}\tag{13}$$

Donde los términos de error ϵ , describen el carácter autorregresivo de las variables endógenas descritas mediante los subíndices de los mismos términos de error. Por transferencia, las ecuaciones pueden reescribirse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t &= -0,012 - 0,043 * TVR_t + 0,180 * u_{t-2} + 0,550 * TI_{t-1} - 0,418 * TI_{t-2} + 0,889 \\ &\quad * \pi_{t-1} \\ \widehat{u}_t &= 0,085 + 0,648 * \pi_t + 0,388 * TVS_t - 0,998 * TI_{t-1} + 0,947 * TI_{t-2} + 0,352 * u_{t-1} \\ &\quad + 0,468 * u_{t-2}\end{aligned}\tag{14}$$

La expresión 14 se obtuvo mediante sustitución y despeje de 9 y 12. Se observa que un aumento en una unidad de TVR genera una reducción de π de 0,043. Del mismo modo, si u se incrementa en una unidad, éste causará un aumento en π de 0,180 aunque dos periodos después. Un incremento de una unidad en TI en el periodo anterior, causa un incremento en π de 0,550 y un aumento igual dos periodos atrás en TI hace que la inflación para $t = 0$ decrezca en 0,418. La inflación se encuentra rezagada un periodo y éste valor en $t - 1$ genera un aumento en 0,889 para $t = 0$. Debe considerarse que estos efectos se aprecian bajo la condición de *cæteris paribus*: todos los demás factores permaneciendo constantes.

Las mismas consideraciones deben tenerse en cuenta con la ecuación para desempleo (u), π afecta inmediatamente a u , un incremento en una unidad de π causa un aumento en u del orden de 0,648. Si TVS crece en una unidad, u lo hace en 0,338. TI se encuentra rezagada dos periodos el valor para $t - 1$ causa un

decrecimiento de u en 0,998 por unidad, el valor en $t - 2$ de TI aporta 0,947 por unidad al desempleo. El desempleo basa sus expectativas en el comportamiento de dos periodos anteriores ($t - 1$ y $t - 2$) los aportes respectivos para $t = 0$ son 0,352 y 0,468. Nuevamente, deben cumplirse las condiciones de *cæteris paribus* para apreciar los cambios.

Adicionalmente, se comprobaron los supuestos del modelo: distribución normal de los errores, media cero, inexistencia de valores extremos o atípicos e independencia de los residuales. El resultado de este procedimiento fue el cumplimiento de dichos supuestos.

En el siguiente apartado se abordará la metodología de MC3E. Los resultados indicarán su grado de efectividad frente el método de MC2E.

4.2. MÍNIMOS CUADRADOS EN TRES ETAPAS (MC3E).

Otra metodología propuesta por Rosales et al (2010) es la denominada Mínimos Cuadrados en Tres Etapas (MC3E), en ella se estima el sistema de ecuaciones de forma conjunta en lugar de ecuación por ecuación, como se hace en MC2E. De manera general, los métodos de este estilo se denominan de “información completa” debido a que utilizan todas las ecuaciones del sistema conjuntamente. En comparación a las otras técnicas de estimación, aquí la información adicional conduce a estimaciones más eficientes (o de menor varianza) (Rosales et al, 2010).

MC3E es una metodología que parte del método de MC2E, pero tiene en cuenta las correlaciones entre los términos de error de las ecuaciones. El procedimiento general es, en resumen, el siguiente:

- Calcular los estimadores MC2E de las ecuaciones identificadas.
- Utilizar los estimadores del paso uno, para estimar los errores de cada una de las ecuaciones estructurales. Con esta información, se construye la

matriz de varianzas y covarianzas de los errores contemporáneos de las ecuaciones estructurales.

- En la tercera etapa se realiza una estimación por MCG, donde se especifica la matriz encontrada en el paso dos. De esta forma se obtienen los estimadores de MC3E.

Para solucionar el sistema de ecuaciones mediante MC3E se empleó la librería “*systemfit*” del software estadístico R. Las rutinas correspondientes se aprecian en el anexo 4. Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

```
# SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS SIMPLE MC3E

systemfit results
method: 3SLS

              N  DF      SSR detRCov   OLS-R2 McElroy-R2
system 198 187 0.014253      0 0.562495   0.742719

              N  DF      SSR      MSE      RMSE      R2   Adj R2
Infla4   99 93 0.003148 0.000034 0.005818 0.687968 0.671192
Desemp4  99 94 0.011105 0.000118 0.010869 0.506216 0.485204

The covariance matrix of the residuals used for estimation
              Infla4      Desemp4
Infla4   3.38461e-05 -2.69956e-05
Desemp4 -2.69956e-05  1.18142e-04

The covariance matrix of the residuals
              Infla4      Desemp4
Infla4   3.38461e-05 -2.69956e-05
Desemp4 -2.69956e-05  1.18142e-04

The correlations of the residuals
              Infla4      Desemp4
Infla4   1.000000 -0.426911
Desemp4 -0.426911  1.000000

3SLS estimates for 'Infla4' (equation 1)
Model Formula: pi ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
Instruments: ~tvr + basis.U1 + basis.TI1

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.01131610 0.00644690 -1.75528 0.0825047 .
tvr          -0.04319182 0.00966255 -4.47002 2.2041e-05 ***
basis.U1v1.l1 -0.09510614 0.08412279 -1.13056 0.2611462
basis.U1v1.l2  0.17995336 0.07967943  2.25847 0.0262541 *
basis.TI1v1.l1 0.55040464 0.12173537  4.52132 1.8083e-05 ***
basis.TI1v1.l2 -0.41770518 0.12101764 -3.45161 0.0008401 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.005818 on 93 degrees of freedom
Number of observations: 99 Degrees of Freedom: 93
SSR: 0.003148 MSE: 3.4e-05 Root MSE: 0.005818
```

Multiple R-Squared: 0.687968 Adjusted R-Squared: 0.671192

3SLS estimates for 'Desemp4' (equation 2)

Model Formula: $u \sim \pi + tvs + basis.TI1$

Instruments: $\sim \pi + tvs + basis.TI1$

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	0.08173255	0.00666511	12.26275	< 2.22e-16	***
π	0.64829757	0.15571535	4.16335	6.9481e-05	***
tvs	0.38815790	0.08120568	4.77994	6.4637e-06	***
basis.TI1v1.l1	-0.99793022	0.21905031	-4.55571	1.5662e-05	***
basis.TI1v1.l2	0.94666346	0.21753407	4.35179	3.4303e-05	***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.010869 on 94 degrees of freedom

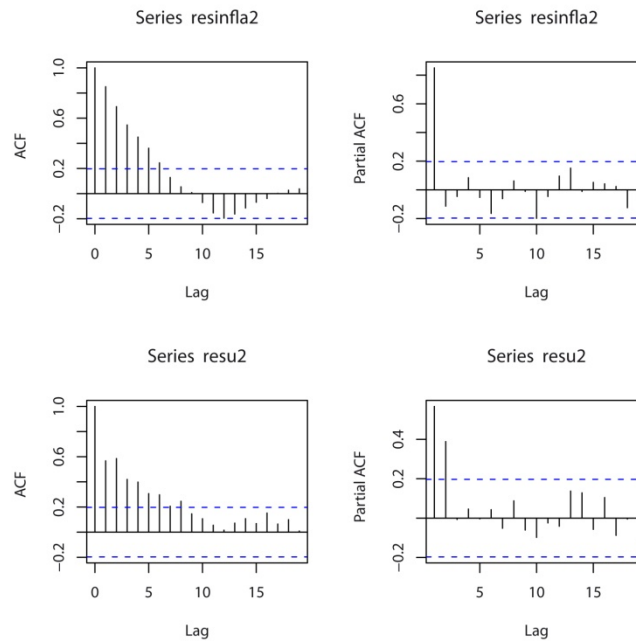
Number of observations: 99 Degrees of Freedom: 94

SSR: 0.011105 MSE: 0.000118 Root MSE: 0.010869

Multiple R-Squared: 0.506216 Adjusted R-Squared: 0.485204

Como se dijo anteriormente, las estimaciones obtenidas mediante MC3E presentan menor varianza. Si se comparan los resultados con los obtenidos mediante MC2E, se puede observar que éstos no difieren. Los valores para R^2 Múltiple y el R^2 ajustado son los mismos (0,5062 y 0,4852 respectivamente). El mismo procedimiento para los términos de error implementado en MC2E se aplicó a los obtenidos mediante MC3E. Las gráficas de las funciones de Autocorrelación simple y parcial se observan en la Gráfica 13.

GRAFICA 13. GRÁFICOS PARA LAS FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL DE LOS ERRORES OBTENIDOS POR MC3E. Se observa que los errores presentan un orden autorregresivo uno (AR(1)) para la inflación y dos (AR(2)) para el desempleo.



Fuente: R version 2.10.1

La Gráfica 13 permite determinar el orden autorregresivo o de medias móviles que los errores presentan. Al igual que para MC2E, se utilizaron procesos *ARIMA* para especificar el modelo:

Call:

```
arima(x = resinfla2, order = c(1, 0, 0))
```

Coefficients:

	ar1	intercept
	0.8992	-0.0014
s.e.	0.0463	0.0025

sigma^2 estimated as 7.157e-06: log likelihood = 445.14, aic = -884.29

Call:

```
arima(x = resu2, order = c(2, 0, 0))
```

Coefficients:

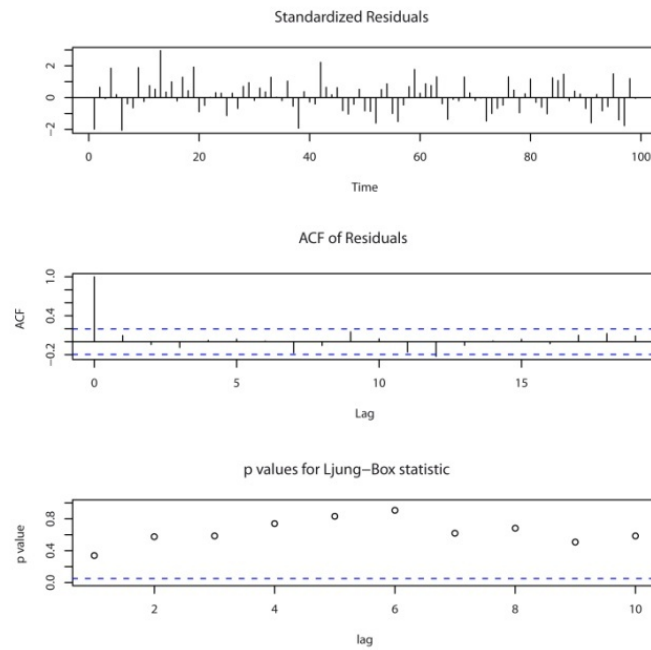
	ar1	ar2	intercept


```
      0.3522  0.4683      0.0025
s.e.  0.0887  0.0918      0.0042
```

```
sigma^2 estimated as 5.774e-05:  log likelihood = 342.09,  aic = -676.18
```

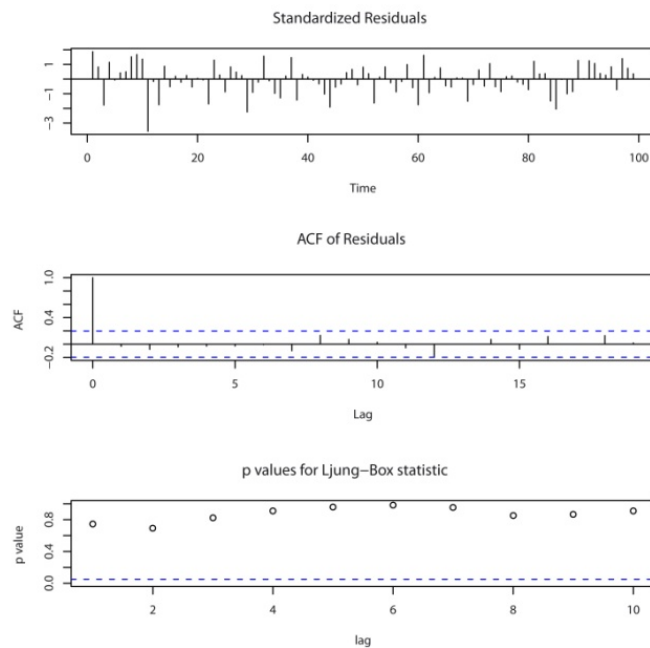
Los valores obtenidos son los mismos que mediante MC3E, los resultados mediante la rutina “*tsdiag*” del software estadístico R se muestran en las Gráficas 14 y 15.

GRAFICA 14. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES OBTENIDOS MEDIANTE MC3E PARA INFLACIÓN. Se puede apreciar un correcto ajuste del modelo.



Fuente: R version 2.10.1

GRAFICA 15. DIAGNÓSTICO DE LOS RESIDUALES OBTENIDOS MEDIANTE MC3E PARA EL DESEMPLEO. Se aprecia que el modelo obtenido presenta un correcto ajuste.



Fuente: R version 2.10.1

Según lo observado, el modelo de sistema de ecuaciones simultáneas obtenido mediante MC3E corresponde al presentado en la expresión 15:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t &= -0,012 - 0,043 * TVR_t + 0,180 * u_{t-2} + 0,550 * TI_{t-1} - 0,418 * TI_{t-2} + 0,889 \\ &\quad * \pi_{t-1} \\ \widehat{u}_t &= 0,085 + 0,648 * \pi_t + 0,388 * TVS_t - 0,998 * TI_{t-1} + 0,947 * TI_{t-2} + 0,352 * u_{t-1} \\ &\quad + 0,468 * u_{t-2}\end{aligned}\tag{15}$$

Al igual que en el caso de MC2E, en el caso de MC3E, la expresión del modelo se obtuvo mediante las mismas deducciones. Del mismo modo, se comprobaron los supuestos del modelo: distribución normal de los errores, media cero, inexistencia de valores extremos o atípicos e independencia de los residuales. El resultado de este procedimiento fue el cumplimiento los supuestos.

Se puede observar que las expresiones 14 y 15 no difieren. Estos resultados implican inexistencia de correlación serial entre los errores de las dos ecuaciones y que el modelo está exactamente identificado. A continuación, se abordará el problema mediante un sistema VAR abierto que permitirá evaluar conjuntamente los rezagos en las variables exógenas y la autorregresión de las endógenas, así como la relación de bidireccionalidad entre las variables dependientes.

5. SISTEMA VAR.

Al igual que la metodología de un modelo autorregresivo (AR(p)), un sistema VAR está expresado en función de los valores pasados de cada vector que componen la matriz. El objetivo de modelar mediante VAR es especificar modelos que reflejen, lo más fielmente posible, las regularidades empíricas e interacciones entre las variables objeto de análisis, en este caso π y u . Como las ecuaciones se definen simultáneamente pero difieren en una de sus variables endógenas, se estimaron por separado. Sin embargo, como el interés se centra en la endogeneidad de π y de u , los resultados expresarán adecuadamente las interacciones entre las variables.

Para abordar el problema como un sistema VAR, se utilizó la librería “vars” del software estadístico R¹⁶. Los resultados se presentan a continuación.

```
## SISTEMA VAR
# SISTEMA PARA PI:
#####
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression trend

Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-4.270e-03 -1.102e-03 -8.536e-06  7.754e-04  5.655e-03

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.801e-04  3.637e-04   0.495   0.622
z.lag.1      -5.535e-01  1.250e-01  -4.430  2.6e-05 ***
tt           -6.198e-06  6.326e-06  -0.980   0.330
z.diff.lag1  -5.015e-02  1.155e-01  -0.434   0.665
z.diff.lag2  -6.917e-02  1.024e-01  -0.675   0.501
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.001716 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.3003,    Adjusted R-squared:  0.2698
F-statistic: 9.869 on 4 and 92 DF,  p-value: 1.091e-06
```

¹⁶ Las rutinas implementadas pueden repasarse en el Anexo 5.

Value of test-statistic is: -4.4296 6.5839 9.8573

Critical values for test statistics:

	1pct	5pct	10pct
tau3	-4.04	-3.45	-3.15
phi2	6.50	4.88	4.16
phi3	8.73	6.49	5.47

Los resultados anteriores permiten concluir que las series se encuentran integradas en el orden uno (1), el proceso siguiente es determinar la longitud óptima para los rezagos:

\$selection

AIC(n)	HQ(n)	SC(n)	FPE(n)
2	2	2	2

\$criteria

	1	2	3	4	5
AIC(n)	-4.169498e+01	-4.219903e+01	-4.216322e+01	-4.211209e+01	-4.207632e+01
HQ(n)	-4.143108e+01	-4.175921e+01	-4.154747e+01	-4.132040e+01	-4.110871e+01
SC(n)	-4.104140e+01	-4.110974e+01	-4.063821e+01	-4.015136e+01	-3.967988e+01
FPE(n)	7.805732e-19	4.727627e-19	4.928920e-19	5.242576e-19	5.525273e-19
	6	7	8		
AIC(n)	-4.195828e+01	-4.190868e+01	-4.207189e+01		
HQ(n)	-4.081474e+01	-4.058921e+01	-4.057649e+01		
SC(n)	-3.912613e+01	-3.864081e+01	-3.836830e+01		
FPE(n)	6.372554e-19	6.930875e-19	6.166265e-19		

Los resultados sugieren que el número óptimo de rezagos para las series es dos (2), los cuatro (4) criterios usados coinciden en este aspecto (AIC, HQ, SC, FPE). El mismo procedimiento se implementó con el sistema generado para u :

SISTEMA PARA U:

Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
#####

Test regression trend

Call:

lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-0.0192405	-0.0039804	0.0004938	0.0041511	0.0162117

Coefficients:

```

              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -2.394e-03  1.399e-03  -1.711   0.0905 .
z.lag.1      -2.165e+00  2.483e-01  -8.720 1.13e-13 ***
tt           3.208e-05  2.391e-05   1.341   0.1831
z.diff.lag1  4.960e-01  1.915e-01   2.590   0.0112 *
z.diff.lag2  2.392e-01  9.957e-02   2.402   0.0183 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.006561 on 92 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.8099,    Adjusted R-squared:  0.8016
F-statistic: 97.99 on 4 and 92 DF,  p-value: < 2.2e-16

Value of test-statistic is: -8.7195 25.4162 38.1222

Critical values for test statistics:
      lpct  5pct 10pct
tau3  -4.04 -3.45 -3.15
phi2   6.50  4.88  4.16
phi3   8.73  6.49  5.47

      Length Class      Mode
      1 sumurca      S4

$selection
AIC(n)  HQ(n)  SC(n) FPE(n)
      3      2      2      3

$criteria
              1              2              3              4              5
AIC(n) -4.400889e+01 -4.483814e+01 -4.486090e+01 -4.477501e+01 -4.469007e+01
HQ(n)   -4.374500e+01 -4.439832e+01 -4.424515e+01 -4.398332e+01 -4.372246e+01
SC(n)   -4.335532e+01 -4.374885e+01 -4.333590e+01 -4.281429e+01 -4.229363e+01
FPE(n)  7.717791e-20  3.376691e-20  3.320189e-20  3.656388e-20  4.047764e-20
              6              7              8
AIC(n) -4.466006e+01 -4.472338e+01 -4.462879e+01
HQ(n)   -4.351651e+01 -4.340390e+01 -4.313339e+01
SC(n)   -4.182790e+01 -4.145551e+01 -4.092521e+01
FPE(n)  4.275108e-20  4.153202e-20  4.781607e-20

```

Al igual que en el sistema anterior, todas series se encuentran integradas en el orden uno (1) y el número óptimo de rezagos para las series en estudio es, dos (2) según criterios HQ y SC, y, tres (3) de acuerdo a los criterios AIC y FPE. Por prueba y error el modelo se ajusta mejor cuando se seleccionan dos rezagos. La estimación del modelo se presenta a continuación:

RESULTADOS PARA LA ESTIMACIÓN:

VAR Estimation Results:

=====

Estimated coefficients for equation PI:

=====

Call:

PI = PI.11 + U.11 + TVR.11 + TI.11 + PI.12 + U.12 + TVR.12 + TI.12 + const

PI.11

U.11

TVR.11

TI.11

PI.12

U.12

```

1.333176155  0.042659443 -0.004915074  0.201988555 -0.413674519 -0.001511080
      TVR.l2      TI.l2      const
0.003491743 -0.172846423 -0.003579966

```

VAR Estimation Results:

=====

Endogenous variables: PI, U, TVR, TI

Deterministic variables: const

Sample size: 99

Log Likelihood: 1553.967

Roots of the characteristic polynomial:

0.9721 0.8895 0.857 0.857 0.7111 0.5974 0.4016 0.1826

Call:

VAR(y = yvar1, p = 2, type = "const")

Estimation results for equation PI:

=====

PI = PI.l1 + U.l1 + TVR.l1 + TI.l1 + PI.l2 + U.l2 + TVR.l2 + TI.l2 + const

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
PI.l1	1.333176	0.094954	14.040	< 2e-16 ***
U.l1	0.042659	0.022717	1.878	0.06364 .
TVR.l1	-0.004915	0.005933	-0.828	0.40964
TI.l1	0.201989	0.069580	2.903	0.00465 **
PI.l2	-0.413675	0.093683	-4.416	2.79e-05 ***
U.l2	-0.001511	0.022549	-0.067	0.94672
TVR.l2	0.003492	0.006148	0.568	0.57151
TI.l2	-0.172846	0.066349	-2.605	0.01075 *
const	-0.003580	0.001882	-1.902	0.06040 .

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.001672 on 90 degrees of freedom

Multiple R-Squared: 0.9751, Adjusted R-squared: 0.9728

F-statistic: 439.8 on 8 and 90 DF, p-value: < 2.2e-16

Los resultados permiten inferir que TI es significativa tanto para el primer y segundo rezago (al usar un nivel de significancia de 1% y 5% respectivamente). Por su parte, los rezagos 1 y 2 de u explican la inflación a un nivel de significancia del 10%. Finalmente, puede inferirse que π es significativa en los rezagos de orden 1 y 2 incluso a un nivel de significancia muy pequeños. Estas consideraciones bajo condiciones *cæteris paribus*¹⁷. El mismo procedimiento es utilizado para determinar el modelo para u :

VAR Estimation Results:

=====

Estimated coefficients for equation U:

=====

¹⁷ Todos los demás parámetros permaneciendo constantes.

```

Call:
U = PI.l1 + U.l1 + TVS.l1 + TI.l1 + PI.l2 + U.l2 + TVS.l2 + TI.l2 + const

      PI.l1      U.l1      TVS.l1      TI.l1      PI.l2      U.l2
-0.34211591  0.33787787  0.04705246 -0.23965031  0.39163942  0.52047446
      TVS.l2      TI.l2      const
-0.00715079  0.25932603  0.01079731

VAR Estimation Results:
=====
Endogenous variables: PI, U, TVS, TI
Deterministic variables: const
Sample size: 99
Log Likelihood: 1682.642
Roots of the characteristic polynomial:
0.9936 0.9234 0.9234 0.7597 0.7597 0.643 0.5535 0.3904
Call:
VAR(y = yvar2, p = 2, type = "const")

Estimation results for equation U:
=====
U = PI.l1 + U.l1 + TVS.l1 + TI.l1 + PI.l2 + U.l2 + TVS.l2 + TI.l2 + const

      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
PI.l1  -0.342116   0.383269  -0.893 0.374439
U.l1    0.337878   0.091416   3.696 0.000376 ***
TVS.l1   0.047052   0.075023   0.627 0.532133
TI.l1  -0.239650   0.288722  -0.830 0.408713
PI.l2   0.391639   0.381667   1.026 0.307581
U.l2    0.520474   0.093158   5.587 2.43e-07 ***
TVS.l2  -0.007151   0.076276  -0.094 0.925517
TI.l2   0.259326   0.285941   0.907 0.366869
const   0.010797   0.006978   1.547 0.125266
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.006792 on 90 degrees of freedom
Multiple R-Squared: 0.8154, Adjusted R-squared: 0.799
F-statistic: 49.7 on 8 and 90 DF, p-value: < 2.2e-16

```

De estos resultados se puede deducir que, prácticamente a cualquier nivel de significancia, el comportamiento de u es explicado mediante sus rezagos 1 y 2. Los rezagos de las demás variables resultan no significativos en el modelo.

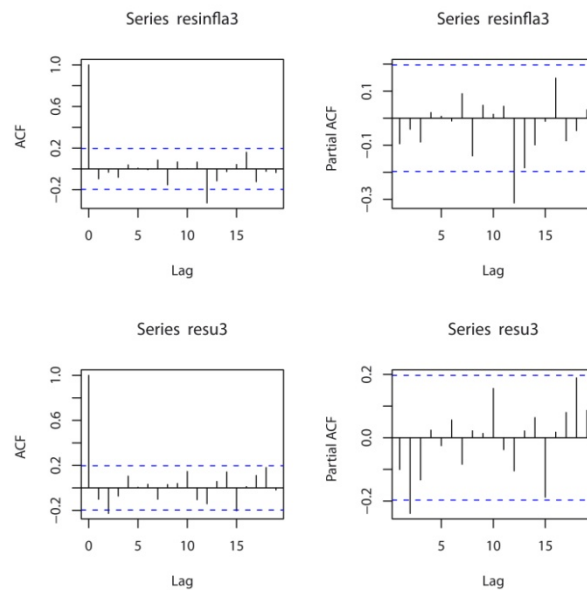
Nótese que los sistemas VAR no consideran las variables en el periodo corriente. Las variables explicativas, por lo general, se encuentran adelantadas con respecto a la variable dependiente y, por ello, son los rezagos los que conforman la ecuación. El sistema VAR calculado determinó cuáles variables poseen coeficientes estadísticamente significativos y el modelo queda determinado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\widehat{\pi}_t &= 1,33 * \pi_{t-1} + 0,04 * u_{t-1} + 0,20 * TI_{t-1} - 0,41 * \pi_{t-2} - 0,17 * TI_{t-2} \\ \widehat{u}_t &= 0,34 * u_{t-1} + 0,52 * u_{t-2}\end{aligned}\quad (16)$$

Se aprecia que algunas variables no aportan, estadísticamente, al modelo, sin embargo, el ajuste del sistema VAR es más evidente como se observa mediante el análisis de las funciones de Autocorrelación Parcial y Simple en la Gráfica16.

Como paso adicional, se comprobaron los supuestos del modelo: distribución normal de los errores, media cero, inexistencia de valores extremos o atípicos e independencia de los residuales. El modelo estimado mediante sistema VAR cumple los supuestos especificados.

GRAFICA 16. FUNCIONES DE AUTOCORRELACIÓN SIMPLE Y PARCIAL PARA LOS ERRORES OBTENIDOS MEDIANTE SISTEMA VAR. Se observa que el ajuste del modelo es inmediato y no es necesario recurrir a la identificación de más componentes.



Fuente: R version 2.10.1

6. FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

Las funciones de transferencia consisten en la estimación de una relación para la variable dependiente (endógenas para el caso en estudio) respecto a una o más variables explicativas donde se genera un término de perturbación que no se comporta como ruido blanco y que requiere de la estimación de una estructura *ARMA* que explique el comportamiento de dicha perturbación a fin de lograr un término de error que se comporte como ruido blanco (Guerra, Sánchez y Reyes, 1997).

El tipo de variables explicativas para los Modelos de Función de Transferencia (MFT) corresponde a las conocidas como indicadores adelantados ya que el comportamiento de estas genera señales que anticipan, en cierta medida, el comportamiento de la variable dependiente. Por consiguiente, es de suponer que sean los rezagos distribuidos de las variables explicativas los que resulten relevantes en la ecuación. Guerra, Sánchez y Reyes (1997), plantean que es válido utilizar las variables en el periodo corriente pero se requiere de proyecciones para poder realizar las estimaciones.

De acuerdo a la metodología Box y Jenkins, el primer paso es realizar las transformaciones necesarias para alcanzar la estacionariedad. Luego se estima un modelo *ARMA* que describa las características esenciales que describa el proceso estocástico de cada variable explicativa. Seguidamente, se utiliza la especificación *ARMA* para filtrar las series (esto es conocido como pre-blanqueo), es decir, se transforma la variable dependiente con la misma especificación de la variable explicativa que mejor ajuste. Finalmente, se calcula la correlación cruzada entre los errores con el propósito de determinar los elementos que conforman una especificación preliminar del MFT (Guerra, Sánchez y Reyes, 1997).

Como las series se encuentran desestacionalizadas, el primer paso es realizar una especificación para las series dependientes, para ello se recurrió a especificaciones *ARIMA*. Se encontró que cada series es autorregresiva de orden

dos ($\pi = ar(2)$ y $u = ar(2)$). Es importante resaltar que cada variable debe ser estimada por separado, además, debe seleccionarse la variable que mejor ajuste el modelo individualmente y con ella estimar el MFT.

Se realizaron pruebas con cada una de las variables explicativas y se determinó, con base en el criterio AIC, que el mejor ajuste se logra con *TVS* para u y *TI* para π . Las rutinas correspondientes se presentan en el Anexo 6. Se utilizó una especificación *ARMA* en cada serie, los resultados obtenidos fueron los siguientes:

```
#ARMA PARA TVS:
Call:
arma(x = s.tvs, lag = list(ar = c(1, 2, 12, 14), ma = NULL), include.intercept = FALSE)

Model:
ARMA(14,0)

Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0213706 -0.0051986  0.0002253  0.0048994  0.0167486

Coefficient(s):
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1    0.31044   0.07770    3.995 6.46e-05 ***
ar2    0.64376   0.07457    8.633 < 2e-16 ***
ar12   -0.34177   0.08643   -3.954 7.68e-05 ***
ar14    0.37197   0.08343    4.459 8.25e-06 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fit:
sigma^2 estimated as 4.883e-05, Conditional Sum-of-Squares = 0, AIC = -708.02

#ARMA PARA TI:
Call:
arma(x = s.ti, lag = list(ar = c(1, 3, 6, 7), ma = NULL), include.intercept = FALSE)

Model:
ARMA(7,0)

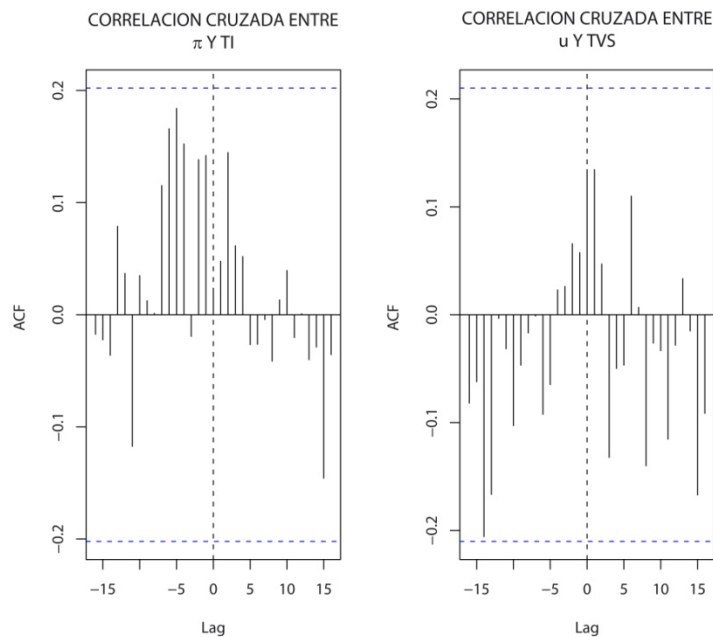
Residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.0043382 -0.0010114 -0.0000461  0.0011447  0.0068282

Coefficient(s):
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
ar1    1.41044   0.05114   27.581 < 2e-16 ***
ar3   -0.50581   0.08290   -6.101 1.05e-09 ***
ar6    0.26711   0.11734    2.277  0.0228 *
ar7   -0.17346   0.08687   -1.997  0.0458 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Fit:
sigma^2 estimated as 3.468e-06, Conditional Sum-of-Squares = 0, AIC = -975.15
```

Se realizó el preblanqueo de las series y se obtuvieron los gráficos de correlación cruzada (Gráfica 17). No se observan valores significativamente superiores a dos desviaciones estándar lo que sugiere la no existencia de términos en las variables explicativas para determinar el MFT.

GRAFICA 17. GRÁFICOS DE CORRELACIÓN CRUZADA CON VARIABLES EXÓGENAS. No se observan valores significativamente superiores a las bandas de referencia (líneas horizontales punteadas) lo que sugiere la no existencia de términos que puedan incluirse en el MFT.



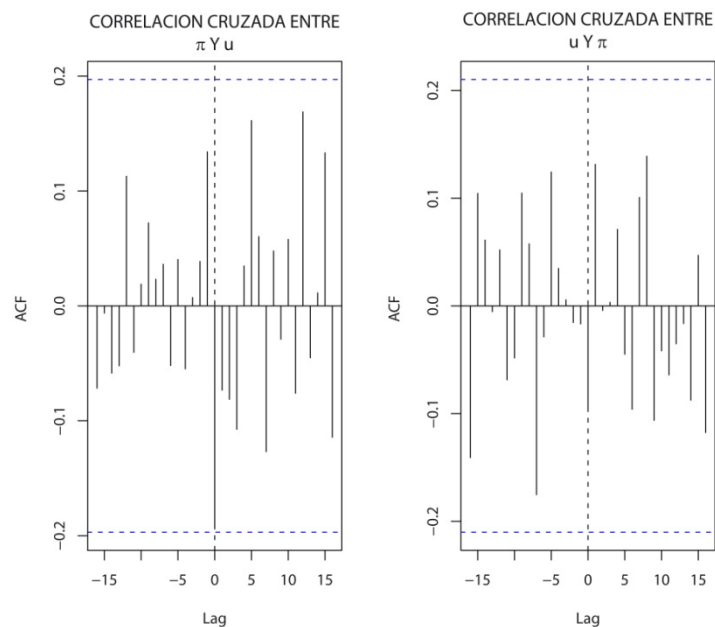
Fuente: R version 2.10.1

El mismo procedimiento se siguió para verificar si entre las variables endógenas se podía determinar una MFT. Los resultados se muestran en la Gráfica 18. Se observa, en el gráfico para π vs u , que existe un valor cercano a la banda de referencia de dos desviaciones estándar pero que no es muy superior, lo que sugiere la no existencia de términos que permitan determinar un MFT para ninguna de las series.

Los resultados sugieren la estimación de un modelo basado en valores corrientes de las variables explicativas. Además, las estimaciones con el grupo de variables

explicativas incorporadas conjuntamente requieren de modelación simultánea o relajación de supuestos y realizar estimaciones uniecuacionales lo que implica estimar un modelo basado en un sistema VAR y estimar el MFT con los términos del error implicado en estos últimos modelos.

GRAFICA 18. GRÁFICOS DE CORRELACION CRUZADA ENTRE VARIABLES ENDÓGENAS. Se aprecia un valor próximo a las bandas de referencia para el gráfico de π vs u aunque no significativamente superior.



Fuente: R version 2.10.1

Un inconveniente consiste en la interpretación de los rezagos distribuidos que deban incluirse en el MFT. Una opción es recurrir a los términos del error asociados a un modelo descrito mediante *OLS*, *GLS* o *VAR* para estimar un MFT con las variables endógenas del modelo. Sin embargo, este MFT se basaría en una especificación *ARMA* de los términos del error y no de las variables explicativas. Por consiguiente, no es posible especificar un MFT con los datos suministrados.

7. OBSERVACIONES Y CONCLUSIONES.

Con base en la información suministrada por los datos, las variables Inflación y Desempleo se explican mutuamente. Sin embargo, la relación ha cambiado en comparación con lo propuesto por Phillips y Lipsey y, contrario a estos modelos, ambas crecen conjuntamente en el corto plazo. Puede deducirse que, según la evidencia, el desempleo se ubica por debajo de su tasa natural para Colombia.

La inflación se muestra como una de las variables más estables siempre que presenta la menor varianza y, vista mes a mes, la media de cada grupo se halla cercana a la media general (media geométrica). El desempleo, por su parte, es una de las variables con mayor varianza y, mes a mes, presenta valores en sus medias disímiles pero dentro de un rango de variabilidad menor a dos desviaciones estándar.

No todas las variables se encuentran rezagadas. Par la ecuación de inflación lo están u y TI . Para el caso de desempleo, se muestran rezagada sólo TI . Este resultado es congruente pues la Tasa de Interés es el principal mecanismo de intervención de las autoridades económicas para controlar Inflación y Desempleo. Las variables rezagadas no mostraron efectos inmediatos sobre las variables endógenas del modelo.

No hay evidencia para afirmar que existe diferencia entre los resultados obtenidos, mediante el tratamiento como Ecuaciones Simultáneas Simples, en el análisis con MC2E y MC3E. Las respuestas sugieren ausencia de simultaneidad y las ecuaciones pueden ser tratadas individual o simultáneamente. Los términos del error aquí obtenidos presentaron autocorrelación. Se evidenció que éstos contenían el componente autorregresivo para la existencia de expectativas sobre la Inflación y el Desempleo. Por transferencia y sustitución de términos se encontró la expresión correspondiente al modelo final. Los modelos encontrados son estadísticamente significativos.

El sistema VAR mostró tener la menor velocidad de ajuste ya que sus términos del error no mostraron evidencia de requerir tratamiento adicional. Sin embargo, la expresión final requirió de excluir algunos de los términos propuestos en el modelo inicial. Esto debido a la condición de ser endógena para todas las variables de la ecuación que el sistema VAR requiere para su tratamiento.

La evidencia presentada no fue suficiente argumento para encontrar un Modelo de Función de Transferencia que explicase las relaciones existentes entre variables. Ni las variables endógenas del modelo (π , u) ni las variables exógenas del mismo (TVR , TVS , TI) permitieron la estructuración de el correspondiente MFT.

Las ecuaciones pueden ser tratadas individualmente o como un sistema de ecuaciones simultáneas y los resultados obtenidos serán equivalentes aunque se recomienda hacer uso de la metodología MC3E ya que sus estimaciones son más eficientes. Si se desea encontrar un modelo que explique inflación y desempleo simultáneamente y mediante sistema VAR o Funciones de Transferencia es necesario incorporar otras variables que reflejen la política macroeconómica para los fenómenos de Inflación y Desempleo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- ARROYO, José Santiago et al. "*Inflación Y Desempleo: Ejercicio Econométrico Para Cali-Colombia*". En: Revista Debates Latinoamericanos 5.3 (2005).
- BALL, Laurence. "Disinflation with Imperfect Credibility", En: Journal of Monetary Economics, Vol. 35 (1995).
- BEJARANO R, Jesús Antonio. "*Estimación Estructural Y Análisis De La Curva De Phillips Neo – Keynesiana Para Colombia*". Ensayos sobre Política Económica (ESPE), Banco de la República (julio, 2004).
- BIRCHENALL Jiménez, Javier Arturo. "*La Curva de Phillips, La Crítica de Lucas y la Persistencia de la Inflación en Colombia*". En: Archivos de Economía: Archivos de Macroeconomía. Documento 102 (abril, 1999).
- BLANCHARD O. Y L. KATZ. "*What We Do and Do Not Know About the Natural Rate of Unemployment*", Journal of Economic Perspectives, 11:1, (1997)
- GUERRA, José, SÁNCHEZ, Gustavo y REYES Belkis. "*Modelos de Series de Tiempo para predecir la Inflación en Venezuela*". Serie Documentos de Trabajo. Gerencia de Investigaciones Económicas. Documento 13. Venezuela (1997).
- KING, R. y WATSON, M. "*The Post-war U.S. Phillips Curve: A Revisionist Econometric History*", Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy, Vol. 41, (1994)
- LOPEZ E, Enrique, MISAS E, Marta. "*Un Examen Empírico de la Curva de Phillips en Colombia*". Banco de la República. Subgerencia de Estudios Económicos (1999).
- MAKRIDAKIS, Spyros, WHEELWRIGTH, Steven. "*Métodos de Pronósticos*". Noriega Editores, México (2007).

NIGRINIS Ospina, Mario. “*¿Es Lineal La Curva de Phillips en Colombia?*”. Tesis Magister en Economía. Bogotá. D.C.: Universidad de Los Andes. Facultad de Economía. Diciembre, 2003.

ROMER, David. “*Macroeconomía Avanzada*”. Segunda Edición. Mc. Graw Hill. Madrid (2002).

ROSALES A, Ramón Antonio et al. “*Fundamentos de Econometría Intermedia: Teoría y Aplicaciones*”. CEDE. Universidad de los Andes. Facultad de Economía (2010).

WHELAN K. “Wage Curve vs. Phillips Curve: Are There Macroeconomic Implications?” Division of Research and Statistics. Federal Reserve Board. Mimeo. (1997)

ANEXOS

ANEXO 1. SERIES DESESTACIONALIZADAS.¹⁸

PERIODO	PI	U	TVR	TVS	TI
Ene-02	0,05939468	0,15431135	0,06600073	0,06453639	0,11039394
Feb-02	0,05654563	0,14729903	0,11600686	0,08218913	0,10727061
Mar-02	0,05073285	0,14965568	0,09704081	0,05841871	0,10515598
Abr-02	0,05006304	0,15976442	0,07813185	0,08157633	0,10074981
May-02	0,04858455	0,14759562	0,08630035	0,08017644	0,09250192
Jun-02	0,04820029	0,16652132	0,13777915	0,07882942	0,08529689
Jul-02	0,04783416	0,15099993	0,11312138	0,07125226	0,07902813
Ago-02	0,04721763	0,15737061	0,10037298	0,08539311	0,07872051
Sep-02	0,04643169	0,14634569	0,09118963	0,07842728	0,07856822
Oct-02	0,04701254	0,15510105	0,06964702	0,07715391	0,07969604
Nov-02	0,04957388	0,16279653	0,06501294	0,079928	0,07820777
Dic-02	0,05045235	0,16725526	0,06431758	0,07387555	0,07677957
Ene-03	0,05655885	0,1389211	0,08536051	0,07938785	0,07563117
Feb-03	0,05944698	0,1462925	0,03807124	0,06180989	0,0775342
Mar-03	0,06212211	0,13010926	0,04030556	0,07567027	0,07698211
Abr-03	0,06244069	0,14638379	0,00679346	0,06501121	0,07770115
May-03	0,06473423	0,13096744	-0,01047231	0,06461565	0,07944762
Jun-03	0,06579247	0,14425876	-0,03945662	0,07009667	0,0788058
Jul-03	0,06452326	0,13997814	-0,02605147	0,07353254	0,07862596
Ago-03	0,06672387	0,14544957	-0,0198971	0,06966052	0,07802299
Sep-03	0,06838316	0,14387609	0,01181879	0,07955412	0,07728022
Oct-03	0,06719041	0,14686737	-0,00549486	0,08286402	0,07888899
Nov-03	0,06506348	0,14280726	-0,00186649	0,08366683	0,07860426
Dic-03	0,0650336	0,1301183	0,01032609	0,07706431	0,07896476
Ene-04	0,06096459	0,14694219	0,01588015	0,08162728	0,07858552
Feb-04	0,0588356	0,14188143	0,02283729	0,08804374	0,07833249
Mar-04	0,05707852	0,13709322	0,06811755	0,08444268	0,07737893
Abr-04	0,05551081	0,14522516	0,07140411	0,08997137	0,07890894
May-04	0,05426397	0,13970194	0,0668175	0,08457322	0,0796516
Jun-04	0,05599087	0,14380013	0,08819645	0,08401613	0,07971861
Jul-04	0,05689164	0,1267728	0,11071343	0,08231376	0,0787265
Ago-04	0,05285383	0,13051016	0,14138511	0,08315416	0,07732546
Sep-04	0,05141335	0,12605567	0,10685304	0,07919352	0,07668576
Oct-04	0,05056488	0,13587361	0,14444361	0,07261385	0,07747666
Nov-04	0,05132791	0,1301653	0,18388268	0,07604791	0,07602707

¹⁸ Fuente: DANE – Banco de la República.

Dic-04	0,05198479	0,12991272	0,20188616	0,08135354	0,07707755
Ene-05	0,05092166	0,11423553	0,18756942	0,06060815	0,0755327
Feb-05	0,04896405	0,12867171	0,18468437	0,07468966	0,07394188
Mar-05	0,04592634	0,13034877	0,12000458	0,06153634	0,07281555
Abr-05	0,04487741	0,11936812	0,13966839	0,07933625	0,07337324
May-05	0,04457903	0,1250169	0,15117089	0,06560952	0,07322644
Jun-05	0,04141095	0,11848436	0,15240286	0,06272907	0,07282184
Jul-05	0,04048215	0,1174919	0,15234126	0,05186312	0,07138674
Ago-05	0,04140409	0,11730693	0,20379469	0,05381637	0,06965271
Sep-05	0,04230003	0,11255855	0,19396236	0,05163133	0,06776881
Oct-05	0,0431522	0,1074165	0,14258138	0,05969232	0,06516917
Nov-05	0,04200972	0,1123693	0,12556347	0,06288394	0,06353762
Dic-05	0,03928732	0,11121382	0,10051959	0,0714967	0,06257585
Ene-06	0,03725259	0,11602422	0,07117936	0,066443	0,06046555
Feb-06	0,03519986	0,11755735	0,08197602	0,06522606	0,05997176
Mar-06	0,03487554	0,11423789	0,16410664	0,06846018	0,05922464
Abr-06	0,0343082	0,11885974	0,12159641	0,05855229	0,05968495
May-06	0,03422447	0,12069573	0,07825161	0,07214939	0,06088605
Jun-06	0,03493618	0,10839596	0,04455309	0,07021247	0,06207098
Jul-06	0,0364618	0,12129654	0,05431364	0,08435711	0,0654546
Ago-06	0,03806806	0,12770314	-0,00440749	0,08272506	0,06347464
Sep-06	0,03774265	0,13000827	0,00614709	0,08915194	0,06360757
Oct-06	0,03551648	0,12250875	0,06383511	0,09218939	0,06476564
Nov-06	0,0367908	0,12085508	0,04901321	0,0830524	0,06621393
Dic-06	0,03768894	0,12682938	0,03586898	0,07696758	0,06704555
Ene-07	0,04036986	0,12000469	0,10703503	0,07262298	0,06706358
Feb-07	0,04129663	0,11616108	0,14017469	0,08229229	0,0678549
Mar-07	0,04189823	0,12022032	0,20948519	0,06036263	0,07460122
Abr-07	0,04385188	0,10780767	0,23749606	0,06771012	0,07498362
May-07	0,04358254	0,1170545	0,28496102	0,05485776	0,07761186
Jun-07	0,0422995	0,11474276	0,27386748	0,0574611	0,08134138
Jul-07	0,04169616	0,10925465	0,27407065	0,05367267	0,08335156
Ago-07	0,04113319	0,10701131	0,2612733	0,04880009	0,08509787
Sep-07	0,03940296	0,10903252	0,27442266	0,053894	0,08807964
Oct-07	0,04158113	0,10858348	0,27422523	0,04159104	0,08665683
Nov-07	0,04183447	0,10399333	0,2662228	0,04827386	0,08593933
Dic-07	0,04210718	0,10643666	0,27094385	0,05311552	0,08919542
Ene-08	0,04257112	0,11332286	0,23509674	0,06289278	0,08981202
Feb-08	0,0426183	0,10850018	0,19361311	0,06261069	0,09280155
Mar-08	0,04455974	0,11301527	0,14743566	0,04493826	0,0951364

Abr-08	0,04554637	0,11017807	0,10835913	0,06372684	0,09853552
May-08	0,0462582	0,1100274	0,08309868	0,05634219	0,09780523
Jun-08	0,04708702	0,11506489	0,11907244	0,05516114	0,09888759
Jul-08	0,04708739	0,11837897	0,13361275	0,0566129	0,09662346
Ago-08	0,04680908	0,11180496	0,15334677	0,0474398	0,09924763
Sep-08	0,0488395	0,11035008	0,14941658	0,04622089	0,09828459
Oct-08	0,0522911	0,10921716	0,12131788	0,04809305	0,10108283
Nov-08	0,05029537	0,11941025	0,11886215	0,04555148	0,10041124
Dic-08	0,0482543	0,11415747	0,13346235	0,03889535	0,10051866
Ene-09	0,04601619	0,12297245	0,0977593	0,04133475	0,09542527
Feb-09	0,04773673	0,11289491	0,06087418	0,03327002	0,08960838
Mar-09	0,04667256	0,12059803	0,07618702	0,06172281	0,08104946
Abr-09	0,04489122	0,12012909	0,04915517	0,03554872	0,0716622
May-09	0,0425224	0,11839537	0,04738165	0,0537538	0,06323174
Jun-09	0,04126533	0,1166956	0,03046008	0,05054362	0,05598559
Jul-09	0,03913337	0,12378826	0,03001905	0,04779144	0,05178052
Ago-09	0,03679468	0,1171064	0,06685311	0,05937972	0,05062028
Sep-09	0,03387784	0,12252494	0,04316803	0,04720657	0,04844875
Oct-09	0,0295849	0,12398562	0,07457227	0,04709036	0,04448855
Nov-09	0,02870169	0,12227265	0,07573653	0,04231618	0,04361396
Dic-09	0,02810673	0,12163429	0,05709092	0,04300942	0,04092262
Ene-10	0,03036874	0,12631004	0,06746144	0,03669272	0,03978515
Feb-10	0,02851475	0,11360716	0,07149387	0,03890865	0,03991465
Mar-10	0,02367815	0,11888004	0,07013591	0,02210607	0,03898707
Abr-10	0,02357037	0,12093734	0,09483407	0,03953499	0,03945447
May-10	0,02459159	0,12252113	0,08672483	0,03106139	0,03702116

ANEXO 2. RUTINAS R PARA LECTURA DE DATOS, ESTADÍSTICAS BÁSICAS, GRÁFICAS Y PRIMERA ESTIMACIÓN POR OLS.

```
#LECTURA DE DATOS Y ESTADÍSTICAS BÁSICAS#
datos<-read.table("H:/ESPECIALIZACION EN
ESTADISTICA/MONOGRAFIA/Series/SERIESESESTACIONALIZADAS.txt", header=TRUE)
datos
attach(datos)
summary(datos[,3:7])
library(psych)
geometric.mean(datos[,3:7])
var(datos[,3:7])
sd(datos[,3:7])

#GRÁFICAS#
par(mfrow=c(1,2))
plot(U, PI, type="o");abline(h=0, lty=2);abline(v=0, lty=2); plot(PI, U,
type="o");abline(h=0, lty=2);abline(v=0, lty=2)
plot(TVR, PI, type="o"); plot(TVR, U, type="o")
plot(TVS, PI, type="o"); plot(TVS, U, type="o")
plot(TI, PI, type="o"); plot(TI, U, type="o")
plot(U, PI); plot(PI, U)
plot(TVR, PI); plot(TVR, U)
plot(TVS, PI); plot(TVS, U)
plot(TI, PI); plot(TI, U)
plot(datos[,3:7])
plot(MES, PI, main="PI"); plot(MES, U, main="U")

####PRIMER MODELO CON OLS#

infla.ols<-lm(PI ~ U + TVR + TI)
desemp.ols<-lm(U ~ PI + TVS + TI)
summary(infla.ols); summary(desemp.ols)
res.infla<-residuals(infla.ols); res.desemp<-residuals(desemp.ols)
plot(MES, res.infla, type="o");abline(h=0, lty=2)
plot(MES, res.desemp, type="o"); abline(h=0, lty=2)
```

ANEXO 3. RUTINA R PARA IDENTIFICACIÓN DE LOS RETARDOS.

```
##TEST PARA IDENTIFICACIÓN DE LOS RETARDOS#

library(car)
library(tseries)
par(mfrow=c(1,2))
acf(res.infla)
acf(res.infla, type="partial")

durbinWatsonTest(infla.ols, max.lag=5)

par(mfrow=c(1,2))
acf(res.desemp)
acf(res.desemp, type="partial")

durbinWatsonTest(desemp.ols, max.lag=5)

###MODELO DE GLS#

library(dlnm)
y=datos
summary(y[,3:7])

##MODELO SIMPLE1: REGRESIÓN USANDO OLS

pi=PI; u=U; tvr=TVR; tvs=TVS; ti=TI
mod_ls_pi=lm(pi~u+tv+ti); summary(mod_ls_pi)
mod_ls_u=lm(u~pi+tv+ti); summary(mod_ls_u)

##MODELO SIMPLE1: USANDO GLS

modellpi= glm(pi ~ u + tvr + ti,family=gaussian(),datos)
summary(modellpi)
modellu= glm(u ~ pi + tvs + ti,family=gaussian(),datos)
summary(modellu)

##MODELO1_Crossbasis (genera el mismo resultado anterior pues no se definen retardos)

basis.ti= crossbasis(ti, vartype="lin")
basis.tvr= crossbasis(tvr, vartype="lin")
basis.u= crossbasis(u, vartype="lin")
basis.tv= crossbasis(tvs, vartype="lin")
basis.pi= crossbasis(pi, vartype="lin")

summary(basis.u);          summary(basis.tvr);          summary(basis.ti);          summary(basis.tv);
summary(basis.pi)
mod_lag1pi= glm(pi ~ basis.u + basis.tvr + basis.ti,family=gaussian(),y)
summary(mod_lag1pi)

mod_lag1u= glm(u ~ basis.pi + basis.tv + basis.ti,family=gaussian(),y)
summary(mod_lag1u)

#MODELO2_Crossbasis con retardos

basis.TI= crossbasis(ti, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.TVR= crossbasis(tvr, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.U= crossbasis(u,vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.PI= crossbasis(pi, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.TVS= crossbasis(tvs, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)

summary(basis.U);          summary(basis.TVR);          summary(basis.TI);          summary(basis.PI);
summary(basis.TVS)
```

```

mod_lag2pi= glm(pi ~ basis.U + basis.TVR + basis.TI,family=gaussian(),y)
summary(mod_lag2pi)
mod_lag2u= glm(u ~ basis.PI + basis.TVS + basis.TI,family=gaussian(),datos)
summary(mod_lag2u)

par(mfrow=c(2,2))

pred.U = crosspred(basis.U, mod_lag2pi, at=0:20, cumul=T)
crossplot(pred.U, "slices", var=6,title="")
crossplot(pred.U, "slices", var=6, cumul=T, title="")

pred.PI = crosspred(basis.PI, mod_lag2u, at=0:20, cumul=T)
crossplot(pred.PI, "slices", var=6,title="")
crossplot(pred.PI, "slices", var=6, cumul=T, title="")

pred.U$allfit["10"]

```


ANEXO 4. RUTINA R PARA EL SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS.

```
###SISTEMA DE ECUACIONES SIMULTANEAS#

library(systemfit)

## 2SLS ESTIMACION SIN RETARDOS

eqInfla <- pi ~ u + tvr + ti
eqDesemp <- u ~ pi + tvs + ti
system <- list( Infla = eqInfla, Desemp = eqDesemp )
inst1 <- ~ u + tvr + ti
inst2 <- ~ pi + tvs + ti
instlist1 <- list( inst1, inst2 )
fit2s1s1 <- systemfit( system, "2SLS", inst = instlist1, data = datos )
summary( fit2s1s1 )

##2SLS ESTIMACION CON RETARDOS

basis.TI1= crossbasis(ti, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.TVR1= crossbasis(tvr, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.U1= crossbasis(u,vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.PI1= crossbasis(pi, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)
basis.TVS1= crossbasis(tvs, vartype="lin", lagtype="poly",lagdegree=1, cen=F, maxlag=2)

eqInfla2 <- pi ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
eqDesemp2 <- u ~ pi + tvs + basis.TI1
system2 <- list( Infla2 = eqInfla2, Desemp2 = eqDesemp2 )
inst3 <- ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
inst4 <- ~ pi + tvs + basis.TI1
instlist2 <- list( inst3, inst4 )
fit2s1s2 <- systemfit( system2, "2SLS", inst = instlist2, data = datos )
summary( fit2s1s2 )

res1<-residuals(fit2s1s2)
resinfla1<-res1[-(1:2),"Infla2"]
resul<-res1[-(1:2),"Desemp2"]

par(mfrow=c(2,2))
acf(resinfla1)
acf(resinfla1, type="partial")

acf(resul)
acf(resul, type="partial")

modresinfla1<-arima(resinfla1, order=c(1,0,0))
modresinfla1
tsdiag(modresinfla1)

modresul<-arima(resul, order=c(2,0,0))
modresul
tsdiag(modresul)

##MC3E

eqInfla4 <- pi ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
eqDesemp4 <- u ~ pi + tvs + basis.TI1

system4 <- list( Infla4 = eqInfla4, Desemp4 = eqDesemp4 )

inst7 <- ~ tvr + basis.U1 + basis.TI1
inst8 <- ~ pi + tvs + basis.TI1
instlist4 <- list( inst7, inst8 )
fit3s1s4 <- systemfit( system4, "3SLS", inst = instlist4, data = datos, method3s1s = "GMM" )
```

```

summary( fit3sls4)

res2<-residuals(fit3sls4)
resinfla2<-res2[-(1:2),"Infla4"]
resu2<-res2[-(1:2),"Desemp4"]

par(mfrow=c(2,2))
acf(resinfla2)
acf(resinfla2, type="partial")

acf(resu2)
acf(resu2, type="partial")

modresinfla2<-arima(resinfla2, order=c(1,0,0))
modresinfla2
tsdiag(modresinfla2)

modresu2<-arima(resu2, order=c(2,0,0))
modresu2
tsdiag(modresu2)

```

ANEXO 5. RUTINA R PARA SISTEMA VAR.

```
###SISTEMA VAR#

library(vars)
yvar<-(y[,3:7])
yvar1<-yvar[,-4]
yvar2<-yvar[,-3]

adf1 <- summary(ur.df(yvar1[, "PI"], type = "trend", lags = 2))
adf1
adf4 <- summary(ur.df(diff(yvar1[, "PI"]), type = "trend", lags = 2))
adf4

summary(adf1)
VARselect(yvar1, lag.max = 8, type = "both")

adf2 <- summary(ur.df(yvar2[, "U"], type = "trend", lags = 2))
adf2
adf3 <- summary(ur.df(diff(yvar2[, "U"]), type = "trend", lags = 2))
adf3

summary(adf2)
VARselect(yvar2, lag.max = 8, type = "both")

plct <- VAR(yvar1, p = 2, type = "const")
plct
summary(plct)

p2ct <- VAR(yvar2, p = 2, type = "const")
p2ct
summary(p2ct)

res3<-residuals(plct)
resinfla3<-res3[, "PI"]
resu3<-res3[, "U"]

par(mfrow=c(2,2))
acf(resinfla3)
acf(resinfla3, type="partial")

acf(resu3)
acf(resu3, type="partial")
```

ANEXO 6. RUTINA PARA FUNCIONES DE TRANSFERENCIA.

###FUNCIONES DE TRANSFERENCIA#

```
library(tseries)
datos<-read.table("H:/ESPECIALIZACION
ESTADISTICA/MONOGRAFIA/Series/SERIESESESTACIONALIZADAS.txt", header=TRUE)
datos
attach(datos)
pi=PI; u=U; tvr=TVR; tvs=TVS; ti=TI

#Identificación ARIMA de cada variable endógena:
ts.pi<-ts(pi, frequency=12)
model.pi<-arima(ts.pi, order = c(2, 0, 0))
model.pi
tsdiag(model.pi)

ts.u<-ts(u, frequency=12)
model.u<-arima(ts.u, order = c(2, 0, 0))
model.u
tsdiag(model.pi)
res.pi<-residuals(model.pi)
res.u<-residuals(model.u)
ccf(res.u, res.pi)
ccf(res.pi, res.u)

#ARMA para pi:
s.pi <- pi
summary(s.pi.arma <- arma(s.pi, order=c(20,0), include.intercept = FALSE))
summary(s.pi.arma<- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,2,12,13),ma=NULL), include.intercept =
FALSE))
par(mfrow=c(1,2))
acf(residuals(s.pi.arma), na.action=na.remove)
pacf(residuals(s.pi.arma), na.action=na.remove)
summary(s.arma<- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,2,12,13),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
summary(s.arma<- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,2,12,13),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
plot(s.pi.arma)

#ARMA para u:
s.u <- u
summary(s.u.arma <- arma(s.u, order=c(20,0), include.intercept = FALSE))
summary(s.u.arma<- arma(s.u, lag=list(ar=c(1,2),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
par(mfrow=c(1,2))
acf(residuals(s.u.arma), na.action=na.remove)
pacf(residuals(s.u.arma), na.action=na.remove)
plot(s.u.arma)

#ARMA para tvs:
s.tvs <- tvs
summary(s.tvs.arma <- arma(s.tvs, order=c(20,0)))
summary(s.tvs.arma<- arma(s.tvs, lag=list(ar=c(1,2,12,14),ma=NULL), include.intercept =
FALSE))
acf(residuals(s.tvs.arma), na.action=na.remove)
pacf(residuals(s.tvs.arma), na.action=na.remove)
plot(s.tvs.arma)

#ARMA para tvr:
s.tvr <- tvr
summary(s.tvr.arma <- arma(s.tvr, order=c(20,0)))
summary(s.tvr.arma<- arma(s.tvr, lag=list(ar=c(1),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
acf(residuals(s.tvr.arma), na.action=na.remove)
pacf(residuals(s.tvr.arma), na.action=na.remove)
plot(s.tvr.arma)

#ARMA para ti:
s.ti <- ti
summary(s.ti.arma <- arma(s.ti, order=c(20,0)))
```

EN

```

summary(s.ti.arma<- arma(s.ti, lag=list(ar=c(1,3,6,7),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
acf(residuals(s.ti.arma), na.action=na.remove)
pacf(residuals(s.ti.arma), na.action=na.remove)
summary(s.ti.arma <- arma(s.ti, lag=list(ar=c(1,3,6,7),ma=NULL), include.intercept = FALSE))
plot(s.ti.arma)

##ESTIMACIONES UNIECUACIONALES:
library(dlnm)
#MODELOS PARA PI:
model1.pi= glm(pi ~ u,family=gaussian(),datos)
summary(model1.pi)
model2.pi= glm(pi ~ tvr,family=gaussian(),datos)
summary(model2.pi)
model3.pi= glm(pi ~ ti,family=gaussian(),datos)
summary(model3.pi)
#MODELOS PARA U:
model1.u= glm(u ~ pi,family=gaussian(),datos)
summary(model1.u)
model2.u= glm(u ~ tvs,family=gaussian(),datos)
summary(model2.u)
model3.u= glm(u ~ ti,family=gaussian(),datos)
summary(model3.u)

##BLANQUEAMIENTO DE LAS SERIES E IDENTIFICACIÓN DEL TÉRMINO DE PERTURBACIÓN:
#BLANQUEAMIENTO DE PI CON TI:
s.ti.arma <- arma(s.ti, lag=list(ar=c(1,3,6,7),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
s.pi.arma <- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,3,6,7),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
res.arma.ti<-residuals(s.ti.arma)
res.arma.pi<-residuals(s.pi.arma)
ccf(res.arma.ti[-(1:7)],res.arma.pi[-(1:7)], type = c("correlation"));abline(v=0, lty=2)

#BLANQUEAMIENTO DE U CON TVS:
s.tvs.arma<- arma(s.tvs, lag=list(ar=c(1,2,12,14),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
s.u.arma <- arma(s.u, lag=list(ar=c(1,2,12,14),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
res.arma.tv<-residuals(s.tv.arma)
res.arma.u<-residuals(s.u.arma)
ccf(res.arma.tv[-(1:14)],res.arma.u[-(1:14)], type = c("correlation"));abline(v=0, lty=2)

#BLANQUEAMIENTO DE PI CON U:
s.u.arma<- arma(s.u, lag=list(ar=c(1,2),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
s.pi.arma <- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,2),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
res.arma.u<-residuals(s.u.arma)
res.arma.pi<-residuals(s.pi.arma)
ccf(res.arma.u[-(1:2)],res.arma.pi[-(1:2)], type = c("correlation"));abline(v=0, lty=2)

#BLANQUEAMIENTO DE U CON PI:
s.pi.arma<- arma(s.pi, lag=list(ar=c(1,2,12,13),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
s.u.arma <- arma(s.u, lag=list(ar=c(1,2,12,13),ma=NULL), include.intercept = FALSE)
res.arma.pi<-residuals(s.pi.arma)
res.arma.u<-residuals(s.u.arma)
ccf(res.arma.pi[-(1:14)],res.arma.u[-(1:14)], type = c("correlation"));abline(v=0, lty=2)

```