

**ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES POR MEDIO DEL  
APRENDIZAJE COOPERATIVO**

**HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
2007**

**ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES POR MEDIO DEL  
APRENDIZAJE COOPERATIVO**

**HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ**

**Trabajo de Grado como requisito para optar al título  
de Licenciado en Matemáticas**

**Director  
JORGE NORIEGA GUARÍN**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE CIENCIAS  
ESCUELA DE MATEMÁTICAS  
BUCARAMANGA**

**2007**

**A la  
memoria de mi padre**

**LUIS HERNANDO  
ACEVEDO NAVARRO**

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco primero que todo a mi madre por darme la vida, y por su apoyo incondicional, a mis hermanas y a mis sobrinos por alegrarme la vida.

Agradezco a Eva Johana Hinstroza Flórez, por su valiosa compañía y amor, y también a todos los profesores que contribuyeron a mi formación como futuro docente, tanto por los conocimientos que de ellos he adquirido como por el buen ejemplo que recibí de ellos como personas y profesionales.

## CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	1
1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	4
2. MARCO TEÓRICO	8
2.1 RESEÑA HISTÓRICA DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO	8
2.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO	11
2.2.1 La Teoría de la Interdependencia Social	12
2.2.2 La Teoría del Desarrollo Cognitivo	13
2.2.3 La Teoría Conductista del Aprendizaje	14
2.3 TIPOS DE APRENDIZAJE COOPERATIVO	15
2.3.1 Aprendizaje Cooperativo Formal	15
2.3.2 Aprendizaje Cooperativo Informal	15
2.3.3 Grupos Cooperativos de Base	15
2.3.4 La Técnica del Rompecabezas (Jigsaw)	16
2.3.5 Aprendizaje en equipo (Basado en Slavin y Colaboradores)	16
2.3.6 Aprendiendo juntos (basado en Johnson, Johnson y Colaboradores)	17
2.3.7 Investigación en grupo (basado en Sharan y Colaboradores)	18
2.3.8 Cooperación Cooperación, Basado en Kagan	18
2.3.9 Cooperación guiada o estructurada	19
2.4 APRENDIZAJE COOPERATIVO EN EL PROCESO ENSEÑANZA- APRENDIZAJE	20
2.4.1 Componentes esenciales del aprendizaje cooperativo	24
2.4.2 Características de un buen equipo de trabajo cooperativo	25
2.5 EL APRENDIZAJE COOPERATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS	29
2.6 ROL DEL DOCENTE	32
2.7 ROL DEL ESTUDIANTE	36

2.8 LOS PRODUCTOS NOTABLES	36
3. METODOLOGÍA	38
3.1 POBLACIÓN Y MUESTRA	39
3.2 MATERIAL UTILIZADO	39
3.3 CONFORMACIÓN DE LOS EQUIPOS	39
4. ACTIVIDADES	42
4.1 PRIMERA SESIÓN	42
4.2 SEGUNDA SESIÓN	48
4.3 TERCERA SESIÓN	54
4.4 CUARTA SESIÓN	61
4.5 QUINTA SESIÓN	65
4.6 EXAMEN	74
5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS	76
6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	83
BIBLIOGRAFÍA	86

## RESUMEN

**TÍTULO:** ENSEÑANZA DE LOS PRODUCTOS NOTABLES POR MEDIO DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO\*

**AUTOR:** ACEVEDO SÁNCHEZ. Hernán Darío\*\*

**PALABRAS CLAVES:** Trabajo en equipo, productos notables, interdependencia positiva

## DESCRIPCIÓN

Los métodos tradicionales de enseñanza de las matemáticas se han basado principalmente en la competición entre los alumnos o en el individualismo, dejando de lado los beneficios de la cooperación entre estudiantes en el proceso enseñanza-aprendizaje.

El presente trabajo busca que los estudiantes de octavo grado del colegio las Américas de Bucaramanga logren un buen nivel de aprendizaje de un tema específico como son los productos notables a través de un interesante método de enseñanza llamado aprendizaje cooperativo, que ha sido implementado por investigadores de muchos países tanto en matemáticas como en otras áreas con muy buenos resultados académicos.

Las sesiones se desarrollaron en el curso octavo tres con 41 estudiantes de los cuales 17 hicieron parte de la muestra, que a su vez estaban conformados en tres equipos de trabajo cooperativo de cuatro estudiantes y uno de cinco. Se utilizó el aprendizaje cooperativo como metodología y además se trabajó con una herramienta lúdica llamada policubos de Dienes, el contenido se presentaba en guías que se desarrollaron en equipos de cuatro y máximo cinco estudiantes en los cuales las principales características fueron la colaboración entre todos sus integrantes, la interdependencia positiva, el compañerismo, la solidaridad, la tolerancia y el respeto por las ideas de los demás. Cabe decir que el aprendizaje cooperativo ayuda a mejorar las relaciones interpersonales entre los compañeros de clase.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Jorge Noriega Guarín

## ABSTRACT

**TITLE:** TEACHING NOTABLE PRODUCTS THROUGH THE COOPERATIVE LEARNING\*

**AUTHOR:** ACEVEDO SANCHEZ. Hernán Darío\*\*

**KEY WORDS:** Teamwork, notable products, positive interdependence

## DESCRIPTION

The traditional teaching methods of mathematics have been based mainly in the competition among students or individualism, stopping aside the benefits of cooperation between students in the teaching-learning process.

The present work looks for that the students of eighth degree of the college the Américas of Bucaramanga achieved a good level of learning in a specific Topic such as notable products through an interesting teaching method called cooperative learning; it has been implemented by researchers from many countries both in mathematics and in other areas with good academic results.

The sessions were developed in the course eighth three with 41 students of whom 17 were part of the sample, they were formed into three teams working cooperative with five students in each one. Cooperative learning was used as a methodology and also worked with a playful tool called policubos of Dienes, the content is presented in guides that look place in teams of four or maximum five students where the main features were the collaboration among all its members, positive interdependence, companionship, solidarity, tolerance and respect for the ideas of others. It can be said that the cooperative learning helps to improve interpersonal relationships among class students.

---

\* Degree's work

\*\* Ability of Sciences. School of Mathematics. Jorge Noriega Guarín

## INTRODUCCIÓN

James Watson, biólogo y zoólogo estadounidense ganador del premio Nobel de medicina en 1962 como codescubridor de la doble hélice (ADN), dijo una vez: "nada nuevo realmente interesante surge sin la colaboración", y no estaba equivocado.

En cualquier empresa importante saben que se requiere de una gran colaboración interdisciplinaria por parte de sus empleados y directivos para llevar a cabo con éxito proyectos importantes.

En cualquier deporte es bien sabido que la cooperación es vital para lograr triunfos importantes y conquistar los títulos, incluso en deportes individuales como el tenis o el automovilismo es imperativo que exista una estrecha cooperación entre el piloto, sus ingenieros y mecánicos, o entre el tenista y su entrenador para así conseguir los objetivos propuestos.

La cooperación es necesaria en muchas actividades de la vida y la educación por supuesto no es una excepción.

El ser humano es un ser eminentemente social, por lo cual el aprendizaje no puede ocurrir en un ambiente de soledad y aislamiento; el niño aprende a hablar escuchando a su madre y a todas las personas que lo rodean interactuando con él, de igual manera los niños aprenden a socializar con otros niños por medio de la interacción con ellos.

Sin embargo la enseñanza tradicional ha ignorado las bondades de la cooperación en la enseñanza y la naturaleza social de los seres humanos; y ha convertido a las

escuelas en una especie de pista de carreras en donde los alumnos luchan por llegar primero a la meta, que en este caso sería el aprendizaje o una buena nota.

Este trabajo de grado consiste en aplicar los principios y estrategias del aprendizaje cooperativo que, como su nombre lo indica, plantea cambiar el antiguo paradigma educativo, en el cual, el docente, como único portador del conocimiento, es quien transmite la información de manera unilateral a sus alumnos, quienes aprenden en forma pasiva y silenciosa, y de forma independiente a sus compañeros de aula, por un nuevo paradigma en el cual los estudiantes trabajen activamente en grupos llamados equipos de trabajo cooperativo, que deben cumplir ciertas características expuestas más adelante en este trabajo y en donde la idea es que exista una interdependencia positiva entre todos los miembros de los equipos, es decir, se colaboren entre todos y se necesiten mutuamente, y donde el objetivo principal será conseguir que todos los integrantes logren un verdadero aprendizaje de los contenidos estudiados.

Las ventajas de este método saltan a la vista, ya que el profesor no tiene que dividirse para explicarle y aclararles las dudas a todos sus alumnos sino que solo tendría que supervisar el trabajo de todos los equipos que estarían formados entre dos y máximo cinco estudiantes, dependiendo del tamaño y las características del grupo y de la asignatura. Por su parte cada estudiante tendría aparte de su profesor a otros profesores que serían sus compañeros de grupo y él a su vez, también podrá servir de profesor con sus compañeros y así tratar de llegar a la meta propuesta previamente por el docente.

En esta investigación se aplica el aprendizaje cooperativo para mejorar los resultados académicos y que los estudiantes alcancen un mayor nivel de comprensión de los productos notables al que podrían llegar por medio del método tradicional.

La investigación se llevará a cabo en el Colegio Las Américas de Bucaramanga con alumnos de grado octavo del curso 8.3, que está integrado por 41 estudiantes, el cual será dividido en nueve grupos de cuatro estudiantes y un grupo de cinco.

Se implementará el método constructivista, es decir, tratar al máximo de que sean los propios estudiantes quienes encuentren las fórmulas de los seis productos notables incluidos dentro de esta investigación, que son los siguientes: el cuadrado de la suma de un binomio y el cuadrado de la diferencia de un binomio, el cubo de la suma y la diferencia de un binomio, el producto de dos binomios con un término común y la diferencia de cuadrados.

Para lograr que los estudiantes comprendan las interpretaciones geométricas de estos productos notables, se va a trabajar con un material didáctico llamado regletas y cubos de Dienes, que ya son conocidos por los alumnos con los nombres de rompecabezas algebraico y policubos.

Para la evaluación se tendrá en cuenta no solo las notas de cada equipo en cada actividad sino también la conducta y la actitud de los estudiantes hacia el trabajo en equipo.

No se conocen antecedentes en Colombia de una investigación similar sobre aprendizaje cooperativo en un tema específico de matemáticas, así que estos serán los primeros resultados concretos acerca de la efectividad de este valioso método de enseñanza.

## 1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El sistema de educación tradicional se ha basado en la idea de que el profesor, quién es el portador del conocimiento, desde su pedestal, intenta mediante sus clases magistrales transmitir su sabiduría a sus estudiantes que a su vez, en una actitud pasiva procuran “entender” o “aprender” lo que comúnmente confunden con memorizar contenidos, lo cual no implica, ni mucho menos puede confundirse, con lo que en realidad es el aprendizaje.

Otra de las características de este obsoleto y caduco método de enseñanza es que a los estudiantes se los convierte casi en rivales dentro de los salones de clase, en muchas instituciones incluso se atreven a asignarle un número a cada estudiante de acuerdo con su rendimiento académico, cosa que, por supuesto, es motivo de orgullo para los alumnos que aparecen en los primeros lugares del curso y para sus padres, en cambio, es causa de vergüenza, conflictos y reproches en los hogares de los alumnos que aparecen en los últimos lugares de dicha lista, además de las inevitables burlas y bromas que se producen en las aulas por culpa de ese injusto encasillamiento que se hace de los estudiantes, que, aunque se utilicen con buenas intenciones solo logra estratificar y de paso polarizar un salón de clases con alumnos que podrían ser todos ellos los mejores del grupo.

“expresiones como los cinco primeros que me traigan la tarea tienen diez”, “alce la mano el que sepa la respuesta”, “no le pregunten a su compañero, si tienen alguna duda coméntenla conmigo que soy su profesor”; estas y otras muchas estrategias solo traen como consecuencia que los estudiantes se consideren contrincantes entre si, esto es algo que fomenta el egoísmo, la falta de apoyo y solidaridad entre los alumnos.

Algunas instituciones en su gran mayoría privadas, han intentado mejorar los resultados académicos y aumentar el aprendizaje de sus aprendices por medio de la enseñanza personalizada o semi-personalizada, en donde la idea es que entre menos alumnos tenga a su cargo un profesor, mayor será el aprendizaje de estos, queriendo ver una supuesta relación inversamente proporcional entre el número de aprendices por profesor y el rendimiento académico.

El aprendizaje cooperativo representa un evidente cambio de estas perspectivas y propone un tipo de enseñanza en base a la colaboración entre los alumnos y profesor, en contraste con el sistema de enseñanza-aprendizaje competitivo e individualista mencionados anteriormente.

El trabajo en grupo es usado hace muchos años en mayor o menor medida por los docentes en todas partes del mundo, sin embargo, para muchos es un requisito de la institución que deben cumplir, o una forma de calificar una menor cantidad de trabajos y es menospreciada por muchos maestros por distintas razones, como el hecho de que frecuentemente estos grupos generan indisciplina o que de los integrantes del grupo solo uno o dos trabajan a conciencia mientras que el resto no aportan mayor cosa al grupo, por estas y otras razones muchos profesores prefieren que sus alumnos trabajen en solitario e incluso evitan al máximo el contacto entre ellos hasta el extremo de que no se les permite mirarse ni mucho menos dirigirse la palabra.

Si a esto le agregamos que las matemáticas han sido convertidas por algunos docentes en poco más que un simple e inerte recetario de fórmulas carentes de vida, y se limitan a recitarlas sin demostración o sustentación alguna, negándoles a los escolares el placer de descubrir dichas fórmulas y leyes de las matemáticas por esfuerzo propio, y de saber que las matemáticas no son de ninguna manera una ciencia muerta en donde ya todo está escrito sino por el contrario es una ciencia viva, apasionante y donde aun queda mucho por descubrir.

El aprendizaje cooperativo propone aprovechar las bondades del trabajo en grupos llamados equipos de trabajo cooperativo, en los cuales todos se colaboren y ayuden entre si, y entiendan que necesitan de sus compañeros tanto como de su profesor para alcanzar las metas académicas propuestas.

No existe una definición única y exacta de lo que es el aprendizaje cooperativo, algunas de las más apropiadas definiciones podrían ser las siguientes:

- El aprendizaje cooperativo es un proceso en equipo en el cual los miembros se apoyan y confían unos en otros para alcanzar una meta propuesta. (Johnson y Johnson, 1999).
- El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás. (Johnson, Johnson y Holubec, 1999).

Este trabajo de grado tiene como fin aplicar de los principios y metodologías del aprendizaje cooperativo para comprobar su efectividad y eficacia en el proceso de enseñanza-aprendizaje de un tema específico de matemáticas, los productos notables, que tantas dificultades suelen ocasionarles a los alumnos que están en plena transición entre la aritmética y el álgebra.

Además por medio de un material didáctico muy interesante como son las regletas de Dienes, que permite que los estudiantes conozcan la interpretación geométrica de los 6 productos notables tratados en esta investigación, y lo más importante, que los descubran por sí mismos, siguiendo el enfoque constructivista de la educación, en el cual el rol del docente es el de un guía que los ayuda a seguir por el buen camino en lugar del de un sabelotodo que les proporciona toda la información en forma magistral.

Es un deber imperioso de las nuevas generaciones de maestros acabar con los viejos y retrógrados estilos de enseñanza y evolucionar hacia sistemas de educación más dinámicos e interactivos, basados en materiales didácticos, nuevas tecnologías, y ante todo, fomentar la cooperación entre alumnos y profesores.

## **2. MARCO TEÓRICO**

### **2.1 RESEÑA HISTÓRICA DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO**

El aprendizaje cooperativo tiene una interesante y rica historia. Desde hace miles de años, el Talmud proponía que para comprender sus contenidos cada lector debería tener un compañero de estudio (Johnson y Johnson, 1999)

En el siglo I de nuestra era, el escritor, retórico y pedagogo hispano romano Marco Fabio Quintiliano (35-95 DC), resaltaba la importancia de una enseñanza basada en beneficios mutuos, es decir, si enseñas a los demás aprendes mejor y todos ganamos, por esa época también el célebre filósofo romano Séneca (4 AC-65 DC), promovía el aprendizaje cooperativo a través de afirmaciones como: "qui docet discet" ("cuando uno enseña, aprende dos veces").(Johnson y Johnson,1999).

Mas adelante en el siglo XVII, Johann Amos Comenius (1592-1670) filósofo, teólogo y pedagogo holandés, aseguraba que los estudiantes se beneficiaban tanto enseñando como aprendiendo de otros estudiantes.

Otros pioneros del movimiento cooperativo en el siglo de la ilustración y principios del siglo XIX fueron Robert Owen (1771-1858), quien es conocido como el "padre del movimiento cooperativo" y Charles Fourier (1772-1837), quien también promulgo el cooperativismo.

Por esa misma época, Joseph Lancaster (1778-1838) y Andrew Bell, recurrieron a grupos de aprendizaje cooperativo en Inglaterra y la idea fue llevada a los Estados Unidos cuando se abrió una escuela lancasteriana en 1806, en Nueva York.

Ya desde principios del siglo XIX, el movimiento de escuelas comunes resaltaba la importancia del aprendizaje cooperativo.

Uno de los mayores partidarios del aprendizaje cooperativo en los Estados Unidos fue el coronel Francis Parker (1837-1902), quien fue el precursor del movimiento cooperativo en su país.

En las últimas tres décadas del siglo XIX, el coronel Parker aportó su entusiasmo, practicidad, idealismo y una intensa devoción por la libertad y la democracia. Su éxito y fama se basaron en el espíritu vital y regenerador que inculcó en las aulas y en su poder para crear un clima de clase verdaderamente cooperativo y democrático, cuando fue nombrado inspector general de escuelas públicas en Quincy, Massachussets (1875-1880) mas de 30000 personas lo visitaban cada año para estudiar su manera de usar los procedimientos del aprendizaje cooperativo (Campbell, 1965).

Después de Parker, John Dewey (1859-1952) creador de la escuela de Chicago, promovió el uso del aprendizaje cooperativo como parte de su famoso proyecto educativo, sin embargo a comienzos de la década de 1930, la escuela pública en Estados Unidos empezó a fomentar la competencia interpersonal entre los estudiantes (Pepitone, 1980).

A mediados de los años sesenta en la universidad de Minnesota, empezaron a preparar a los maestros para usar el aprendizaje cooperativo, el centro de aprendizaje cooperativo se constituyó como resultado de su búsqueda de:

- Una síntesis de los conocimientos existentes sobre los esfuerzos cooperativos, competitivos e individuales (Johnson, 1970, Johnson y Johnson, 1978).

- Una formulación de modelos teóricos sobre la naturaleza de la cooperación y sus componentes esenciales.
- El desarrollo de un programa sistemático de investigación para probar sus teorías.
- La traducción de la teoría convalidada con un conjunto de estrategias y procedimientos concretos para usar la cooperación en el aula, la escuela y el distrito escolar (Johnson y Johnson, 1978; Johnson, Johnson y Holubec, 1993).
- La construcción y el mantenimiento de una red de escuelas y colegios que puedan implementar estrategias y procedimientos cooperativos en toda América del norte y en otros países del mundo.

A comienzos de la década del setenta, David Devries y Keith Edwards (1974) de la Johns Hopkins University, desarrollaron torneos de juegos por equipos (TJE) y Sholmo y Yael Sharan (1976), en Israel, desarrollaron el procedimiento de investigación grupal para grupos de aprendizaje cooperativo.

Hacia finales de la década, Robert Slavin (1977) amplió el trabajo de Devries y Edwards, convirtiendo (TJE) en “trabajo de equipo-logro individual” (TELI) y la enseñanza asistida por computadora, con la “enseñanza en grupo asistido” (EGA). Durante los años ochenta Donald Dansereu (1985) desarrolló una serie de procedimientos cooperativos a los que denominó “guiones” o “guías”.

Por su parte, Spencer Kagan (1988), desarrolló el procedimiento “co-op co-op”

Actualmente el aprendizaje cooperativo es utilizado y estudiado prácticamente en todo el mundo y se ha subdividido en varias ramas todas ellas basadas en la

misma premisa, la importancia de la cooperación entre los alumnos, y entre los alumnos y profesores.

## **2.2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO**

“En vez de considerar la discusión como un obstáculo para la acción, pensamos que es una actividad preliminar indispensable para cualquier acción inteligente”

PERICLES

La cooperación es fundamental, no solo en lo que al aprendizaje se refiere, sino para cualquier actividad humana, incluso para algunos autores la cooperación es una de las principales características de los seres humanos.

Sin embargo, la educación formal tradicional ha ignorado esa necesidad y a la vez cualidad de los humanos para colaborar entre sí, imponiendo un método de aprendizaje que va en contra de la cooperación entre los alumnos. Al respecto, Wenger subraya:

“Es una pérdida lamentable que las tesis anteriores no sean muy tomadas en cuenta en el ámbito de la educación formal, ya que la mayoría de las instituciones educativas basan sus estrategias didácticas suponiendo que el aprendizaje es un proceso exclusivamente individual, que es el resultado de la enseñanza, que tiene un principio y un final y que conviene separarlo de nuestras restantes actividades” (Ettienne Wenger, 2001, prólogo).

Las investigaciones sobre el aprendizaje cooperativo se sustentan en por lo menos tres perspectivas teóricas generales, que son: la teoría de la interdependencia social, la teoría del desarrollo cognitivo y la teoría conductista del aprendizaje.

**2.2.1 La Teoría de la Interdependencia Social.** Es probablemente la más influyente dentro de las teorías en las cuales se basa el aprendizaje cooperativo. A principios del siglo XX, Kurt Kafka, uno de los fundadores de la escuela de psicología de la gestalt, estudió las dinámicas de grupo que hoy son esenciales en la investigación social, en las que propuso que los grupos eran conjuntos dinámicos en los que variaba la interdependencia de sus integrantes. (Johnson y Johnson, 1999)

En la década de 1930, Kurt Lewin (1935) mejoró las ideas de Kafka con sus trabajos acerca de la motivación de los individuos y los grupos, lo que condujo años después a Morton Deusch (1949,1962), uno de los discípulos de Lewin, a realizar una extensión de las mismas al campo de las relaciones interpersonales completando de esta forma las ideas filosóficas de John Dewey, por medio de métodos científicos que permitieron la observación de las funciones y los procesos de la cooperación en grupos, conceptualizando así tres grupos claramente definidos de relaciones sociales, que pueden establecerse en el contexto educativo, bajo un criterio de conservación de objetivos: cooperación, competición e individualización. (Serrano G, 1997).

Que fue ampliada más tarde en la teoría de la interdependencia social por Johnson y Johnson (1989).

Esta perspectiva sugiere que la interdependencia positiva (cooperación) da como resultado la interacción promovedora, en la que los individuos alientan y facilitan los esfuerzos de los demás, en cambio, la interdependencia negativa (competencia) suele dar como resultado la interacción oposicional en la que los individuos desalientan y obstruyen los esfuerzos ajenos, mientras que si no hay interdependencia (individualismo) no hay interacción ya que los individuos actúan de manera independiente (Morton Deustch,1949).

**2.2.2 La Teoría del Desarrollo Cognitivo.** Basada principalmente en la obra del psicólogo, filósofo y biólogo suizo Jean Piaget (1896-1980), del psicólogo ruso Lev Semyonovich Vigotsky (1896-1934) y otros teóricos relacionados con ellos (Johnson y Johnson,1999).

Piaget sostiene que durante los esfuerzos cooperativos, los participantes se involucran en discusiones en las que se producen y resuelven conflictos de tipo cognitivo y donde el razonamiento inadecuado es expuesto y modificado.

Por su parte, Vigotsky, afirma que el conocimiento es algo social y que se construye a través de los esfuerzos cooperativos para aprender, comprender y resolver problemas. (Johnson y Johnson, 1999).

Los teóricos de la controversia (Johnson y Johnson, 1979,1992) plantean que enfrentarse a puntos de vista opuestos crea inseguridad o conflicto conceptual, lo cual, a su vez, provoca una reconceptualización y búsqueda de información que da como resultado una conclusión más refinada y meditada.

De manera similar, los teóricos de la reestructuración cognitiva creen que para que la información pueda ser retenida en la memoria e incorporada en las estructuras cognitivas existentes, el estudiante debe ensayar y reorganizar cognitivamente el material, por ejemplo, explicándoselo a un compañero (Wittrock, 1990).

Algunos investigadores constructivistas mantienen la posición de que con amigos se aprende mejor, consideración que se encuentra a medio camino entre las aportaciones Piagetianas y las Vigotskianas (Correa V, 2001).

Piaget (1926) además sostiene que el conocimiento social arbitrario (lengua, valores, reglas morales y sistemas simbólicos tales como la escritura y las

matemáticas) sólo pueden aprenderse a partir de la interacción con otros (Slavin, 1995).

Mientras que para Vigotsky, el conocimiento posee fundamentos sociales, ya que es el origen y el motor del aprendizaje y del desarrollo intelectual (Vinuesa Vilella (2002).

**2.2.3 La Teoría Conductista del Aprendizaje.** La teoría conductista del aprendizaje se basa en el impacto que tienen las recompensas y los refuerzos de grupo en el aprendizaje; la idea es que las conductas premiadas por recompensas extrínsecas se repetirán, Skinner profundiza en las contingencias del grupo, mientras que Bandura se centra en la imitación; Homans, Thibaut y Kelley, en el equilibrio entre recompensas y costos en el intercambio social entre individuos interdependientes (Johnson, Johnson y Holubec, 1993).

Por su parte, Slavin (1980), resalta la necesidad de recompensas grupales extrínsecas para motivar a los alumnos a aprender en los equipos de aprendizaje cooperativo.

Existen diferencias básicas entre estas tres perspectivas teóricas, la teoría de la interdependencia social está construida por conceptos relacionados que se ocupan de lo que ocurre entre los individuos (es decir, la cooperación es algo que existe solo entre los individuos ,no dentro de ellos), en tanto que la teoría del desarrollo cognitivo está centrada en lo que sucede dentro de la persona (es decir, el desequilibrio, la reestructuración cognitiva) y la teoría social-conductista supone que los esfuerzos cooperativos son impulsados por una motivación extrínseca para conseguir recompensas grupales.

Los teóricos preocupados por estas tres perspectivas, han generado de todos modos, un apreciable cuerpo de investigación que confirma o rechaza muchas de

sus predicciones (Johnson y Johnson, 1992).

## **2.3 TIPOS DE APRENDIZAJE COOPERATIVO**

Existen varios tipos de aprendizaje cooperativo que difieren unos de otros principalmente en el tiempo de duración de los equipos de trabajo, y por ende, en el plazo requerido para lograr las metas propuestas, los tipos de aprendizaje cooperativo más comunes son:

**2.3.1 Aprendizaje Cooperativo Formal.** El aprendizaje cooperativo formal consiste en el trabajo conjunto de los estudiantes, ya sea en una sola clase o en una actividad de varias semanas para alcanzar objetivos de aprendizaje compartidos y que todos completen con éxito la tarea asignada, este tipo de aprendizaje cooperativo será el utilizado en esta investigación ya que los equipos de trabajo cooperativo serán los mismos mientras duren las actividades hasta llegar a la meta propuesta que es lograr un verdadero aprendizaje y buenos resultados académicos para el tema escogido, los productos notables.

**2.3.2 Aprendizaje Cooperativo Informal.** La diferencia entre el aprendizaje cooperativo formal y el informal radica en que en este tipo, los estudiantes trabajan para alcanzar un objetivo de aprendizaje conjunto en grupos que pueden durar desde unos minutos hasta una clase completa, el aprendizaje cooperativo informal ayuda a los profesores a asegurarse de que los estudiantes realicen las labores intelectuales de organizar, explicar, resumir e integrar los materiales nuevos en estructuras conceptuales preexistentes.

**2.3.3 Grupos Cooperativos de Base.** Los grupos de aprendizaje cooperativo de base son agrupamientos heterogéneos de largo plazo con miembros estables que se mantienen desde un año e incluso hasta que todos sus integrantes se gradúen.

Estos grupos les ofrecen a los alumnos relaciones permanentes, comprometidas y confiables, que les permiten brindar la ayuda, el apoyo y el estímulo que cada uno de sus integrantes necesita para trabajar adecuadamente en la escuela y hacer progresos académicos (asistir a clases, completar todas las tareas, aprender) desarrollarse de forma cognitiva y socialmente saludable (Johnson, Johnson y Holubec, 1992, Johnson, Johnson y Smith, 1991).

**2.3.4 La Técnica del Rompecabezas (Jigsaw).** Se forman grupos de seis educandos, que trabajan con un material académico de contenido matemático, el cual ha sido dividido en tantas secciones como miembros tiene el grupo, de manera que cada uno se encargue de estudiar su parte. Posteriormente los miembros de los diversos equipos que han estudiado lo mismo se reúnen en “grupos de expertos” para discutir sus secciones y después regresan a su grupo original para compartir y enseñar su sección respectiva a sus compañeros. La única manera que tiene de aprender las otras acciones es aprendiendo de los demás y debe afianzarse la responsabilidad individual y grupal.

**2.3.5 Aprendizaje en equipo (Basado en Slavin y Colaboradores).** Se desarrollan 4 variantes de trabajo Cooperativo:

**a)** División de equipos de estudiantes. Los educadores le asignan a grupos heterogéneos (según edad, rendimiento, sexo y raza) de 4 a 5 integrantes. El profesor les da un material con contenido académico de matemática dividido en guías y los estudiantes trabajan en ellas hasta asegurarse que todos los miembros las dominan, acá todos los alumnos uno por uno, deben ser examinados en forma individual sobre el tema estudiado, sin recibir ayuda de sus compañeros de equipo. El profesor comparará la calificación individual con sus puntuaciones anteriores y si la segunda es superior, recibe varios puntos que se suman a los del equipo para formar la puntuación en grupo, y solo los equipos que alcancen cierta puntuación obtendrán determinadas recompensas grupales, aquí se incluyen

varios elementos de competición intergrupala.

**b)** Competencia en juegos por equipo. Es similar a la anterior, pero sustituye los exámenes prácticos por torneos académicos semanales en donde los educandos de cada grupo competirán con miembros de igual nivel de rendimiento, de los otros equipos con el fin de ganar puntos para sus respectivos equipos. La filosofía de dicho torneo académico es la de proporcionar a todos los miembros del grupo iguales oportunidades de contribuir a la puntuación grupal, con la ventaja de que cada educando competirá con otro de similar nivel.

**c)** Equipo de asistencia individual. En contraste con las dos anteriores, aquí se combinan la cooperación y la enseñanza significativa individualizada, y se ha aplicado preferiblemente a las matemáticas con alumnos de tercero a sexto grado. Los alumnos pasan una prueba diagnóstica y reciben una enseñanza individualizada a su propio ritmo según su nivel. Después de formar una pareja o tríada e intercambiar con sus compañeros los conocimientos y respuestas adquiridas a las unidades de trabajo. Se trabaja en base a guías u hojas de trabajo personales, en relación a cuatro problemas matemáticos, con la probabilidad de pedir ayuda a los compañeros y/o al docente.

**d)** Cooperativa integradora de lectura y composición. Básicamente es un programa para enseñar a leer y escribir nociones de la matemática en los grados superiores de la enseñanza elemental. Mientras el profesor trabaja con un equipo los miembros de los otros equipos o grupos lo hacen con parejas provenientes de dos grupos diferentes. Realizan actividades como lectura mutua o hacer predicciones de cómo terminará los ejercicios.

### **2.3.6 Aprendiendo juntos (basado en Johnson, Johnson y Colaboradores).**

Los objetivos, roles, estrategias, pasos y principios propuestos por estos investigadores los podemos enunciar a lo largo de esta descripción. Aquí se

mencionarán las cuatro fases generales que se propone:

- a) Selección de actividades. De preferencia que involucre solución de problemas, aprendizaje conceptual, pensamiento divergente o creatividad.
- b) Toma de decisiones respecto a tamaño del grupo, asignación, materiales, etc.
- c) Realización del trabajo de grupo.
- d) Supervisión de los grupos.

**2.3.7 Investigación en grupo (basado en Sharan y Colaboradores).** Es un plan de organización general de la clase en la que los educandos trabajan en pequeños grupos (dos a seis integrantes) que utilizan aspectos como la investigación cooperativa, discusiones grupales, planificación de proyectos. Después de seleccionar temas de una unidad que debe ser estudiada por toda la clase, cada grupo convierte esos temas en tareas individuales y lleva a cabo las actividades necesarias para preparar el informe grupal, donde cada grupo comunica a la clase sus hallazgos. Los pasos para trabajar esta técnica son:

- a) Selección del tópico.
- b) Planeación cooperativa de metas, tareas y procedimientos.
- c) Implementación: despliegue de una variedad de habilidades y actividades, monitoreo del profesor.
- d) Análisis y síntesis de lo trabajado y del proceso seguido.
- e) Presentación del producto final.
- f) Evaluación.

**2.3.8 Cooperación Cooperación, Basado en Kagan.** Esta surgió como una forma de aumentar el involucramiento de estudiantes universitarios en cursos de Psicología, permitiéndoles explorar con profundidad temas de su interés; se encontró que aumenta de manera notable la motivación de los estudiantes. Está orientado, al igual que el anterior, a tareas complejas, donde el alumno toma el

control de lo que hay que aprender. Cubre los siguientes pasos:

- a)** Diseño de experiencias iniciales y discusiones en clase de matemática para despertar la curiosidad y creatividad.
- b)** Conformación de grupos heterogéneos.
- c)** Integración grupal: manejo de habilidades de cooperación y de comunicación dentro del equipo.
- d)** Selección del tema.
- e)** Selección de subtemas.
- f)** Preparación y organización individual de subtemas.
- g)** Presentación de subtemas en rondas de alumnos al interior del equipo.
- h)** Presentación de las representaciones de los equipos.
- i)** Evaluación (por parte de los compañeros del equipo de clase y del profesor).

Esta técnica se puede preparar en un formato breve de 10 a 15 minutos.

**2.3.9 Cooperación guiada o estructurada.** El trabajo hay que realizarlo en díadas y se enfoca en actividades cognitivas y meta cognitivas, sucediendo que los participantes en una díada sean iguales con respecto a la tarea a realizar, aquí el docente divide el tema en ejercicios y los miembros de la díada desempeñan de manera alternada los roles de aprendiz recitador y oyente examinador. Para ello los pasos son los siguientes:

- a)** Ambos compañeros leen o revisan los ejercicios del texto guía.
- b)** El participante A repite la información sin ver el ejercicio.
- c)** El participante B le da retroalimentación sin ver la guía de ejercicio.
- d)** Ambos trabajan la información.
- e)** Ambos leen la guía de ejercicios dada por su profesor.
- f)** Los dos intercambian los roles para la segunda fase.

g) A y B continua de esta manera hasta completar la guía de ejercicio.<sup>1</sup>

## **2.4 APRENDIZAJE COOPERATIVO EN EL PROCESO ENSEÑANZA-APRENDIZAJE**

“Los niños se sientan durante 12 años en aulas en las que el objetivo implícito consiste en escuchar al docente y memorizar la información para regurgitarla en un examen, poca o ninguna atención se le presta al proceso de aprendizaje, aunque existe mucha investigación que documenta que la comprensión real requiere una estructuración activa de parte del estudiante, la reestructuración se da tanto a través del compromiso en el planteo de problemas como también en su resolución, las deducciones y la investigación, la resolución de contradicciones y la reflexión, todos estos procesos exigen alumnos mucho mas activos así como un modelo de educación diferente del que suscriben hasta el presente la mayoría de las instituciones, en vez de ser impotentes y dependientes de las instituciones, los alumnos necesitan tener poder para pensar y aprender por sí mismos, así, el aprendizaje debe ser concebido como algo que un alumno hace y no como algo que se le hace a un alumno” (CATHERINE FOSNOT, *Enquiring Teachers, Enquiring Learners, 1989, p.15*).

En todas las aulas de clase, sin importar la asignatura, los maestros pueden estructurar sus actividades de manera tal que sus estudiantes:

1. Se involucren en una lucha de ganadores y perdedores para ver quien es el mejor (competencia).
2. Trabajen en sus propios objetivos de aprendizaje independientemente, siguiendo su propio ritmo y en su propio espacio, para alcanzar un criterio preestablecido de excelencia (individualismo).
3. Trabajen de manera cooperativa en equipos pequeños asegurándose de que todos los integrantes dominen los materiales asignados (cooperativismo) (Johnson, Johnson y Holubec, 1999).

---

<sup>1</sup> DÍAZ, Ciriaco José. Nuevas técnicas específicas de aprendizaje cooperativo. [en línea]: *de la biblioteca*.< <http://www.ilustrados.com/publicaciones/EEkkuFFpkIDFZkfMQW.php>> [Consulta: 21 de marzo de 2007]

Las aulas por lo general están diseñadas para que los alumnos presten atención a un profesor, más recientemente se han diseñado espacios en donde los estudiantes trabajan individualmente frente a un computador, de igual manera se diseñan exámenes en donde cada uno de los alumnos demuestre lo que sabe y donde cualquier acto de colaboración es considerado fraudulento.

La actual visión intenta superar la racionalidad dominante en la escuela, según la cual el conocimiento es acabado, la escuela es el sitio para transmitir la cultura al alumno, el maestro es el experto y el éxito de los estudiantes es relativo al fracaso del compañero; para reemplazarla por una racionalidad donde alumnos y docentes son sujetos activos que construyen el conocimiento interactuando entre sí.

Hace mucho tiempo se viene trabajando en investigaciones acerca de la cooperación, desde finales del siglo XIX (1898) hasta nuestros días, se han hecho más de 600 investigaciones experimentales y más de 100 correlacionales sobre los esfuerzos competitivos, cooperativos e individualistas.

En 1929, Maller escribió un libro sobre la cooperación y años después, en 1937, May y Doob, escribieron otro libro sobre este particular, en 1949 Morton Deustch publicó una reseña de las investigaciones realizadas hasta ese entonces y una teoría sobre la cooperación, más adelante, en 1963 Miller y Hamblin reseñaron 24 estudios.

Johnson y Johnson, en 1970 y 1974 publicaron numerosas reseñas sobre investigaciones cooperativas.

A partir de 1974, los artículos de reseñas sobre investigaciones sobre el tema son demasiado abundantes para detallarlas.

Dichos artículos han demostrado varias cosas sobre la importancia de la cooperación en el aprendizaje.

La eficacia de la cooperación ha sido confirmada tanto por la investigación teórica como por sus demostraciones y existe tanto literatura científica como profesional acerca del tema (Johnson y Johnson, 1978).

Los estudios de demostración se agrupan en:

1. Evaluaciones comparativas que demuestran que determinado procedimiento de aprendizaje cooperativo funciona mejor que otros.
2. Evaluaciones que demuestran que el aprendizaje cooperativo produce resultados beneficiosos.
3. Evaluaciones formativas que apuntan a mejorar las implementaciones en (cursos) del aprendizaje cooperativo.
4. Encuestas sobre el impacto del aprendizaje cooperativo en los estudiantes (Johnson y Johnson, 1989).

El aprendizaje cooperativo puede usarse con cierta confianza en todos los niveles de grados, en todas las materias y para cualquier tarea.

Los investigadores han descubierto además que al realizar actividades académicas cooperativas, los individuos establecen metas que son benéficas para sí mismos y para los demás miembros del grupo, buscando así maximizar tanto su aprendizaje como el de los de otros. El equipo trabaja junto hasta que todos los miembros del grupo han entendido y completado la actividad con éxito.

Cabe decir que las relaciones entre iguales pueden incluso constituir para algunos estudiantes las primeras relaciones en cuyo ser tienen lugar aspectos como la socialización, la adquisición de competencias sociales, el control de los impulsos

agresivos, la relativización de los puntos de vista, el incremento de las aspiraciones e incluso el rendimiento académico.

El trabajo en equipo cooperativo tiene efectos en el rendimiento académico de los participantes así como en las relaciones socio-afectivas que se establecen entre ellos. Se usa el aprendizaje cooperativo como estrategia para disminuir la dependencia de los estudiantes de sus profesores y aumentar la responsabilidad de los estudiantes por su propio aprendizaje.

El aprendizaje cooperativo no solo trae beneficios académicos para los alumnos, estudios de Johnson y Johnson encontraron que la cooperación aumentaba la autoestima en general, más que la competencia o el individualismo.

Es claro que el actuar conjuntamente con otros, necesariamente produce una obligación o compromiso con el equipo de cumplir a cabalidad con las tareas propuestas, así se evita que la responsabilidad la lleve un solo integrante del grupo y dichas actividades se realizan mejor, es decir, la elaboración de los trabajos presenta una mejoría notable en comparación con aquellos que se realizan individualmente. (Correa V, 2001).

Otros teóricos afirman que el aprendizaje cooperativo es apropiado para los estudiantes por razones que van desde lo estrictamente académico hasta lo emocional, por ejemplo para Slavin (1985), pueden aparecer diferencias individuales con respecto al rendimiento puesto que los alumnos no llegan a competir nunca en igualdad de condiciones, debido a las diferencias previas existentes en los diferentes niveles de capacidad (almacenamiento, comprensión, procesamiento, etc.) de tal manera que los alumnos que tienen mayor probabilidad de tener éxito en esta carrera competitiva por conseguir las mejores calificaciones y los primeros puestos son los más capaces, mientras que los de capacidades inferiores pueden presentar conductas poco apropiadas al no tener esperanzas de

alcanzar los mejores resultados, para el, el aprendizaje cooperativo no es solo una estrategia de educación para mejorar el logro de los alumnos sino también una forma de crear un ambiente alegre y sociable en el salón de clases, que por supuesto produce bienestar en las cuestiones afectivas e interpersonales.

#### **2.4.1 Componentes esenciales del aprendizaje cooperativo**

“Mejor están dos que uno solo, por que logran mayor fruto de su trabajo, si caen, el uno levanta al otro, pero ¡ay del solo cuando cae! no tendrá quien lo levante; si dos duermen juntos, se calientan mutuamente, pero uno solo, ¿Cómo se calentará?, si alguien avasalla a uno de ellos, los dos le hacen frente: la cuerda de tres cabos tarda en romperse.”

ECLESIASTÉS 4:9-12

Estructurar el aprendizaje cooperativo no consiste solamente en sentar a los alumnos juntos y decirles que se ayuden entre si, ya que existen muchas conductas que pueden resultar perjudiciales para los grupos, por ejemplo, los miembros menos capaces o interesados a veces dejan que otros completen las tareas del grupo, lo cual crea el efecto “polizón” (Kerr y Bruun,1983) que hace que los integrantes individualistas del grupo realicen cada vez menos esfuerzo y avancen con el trabajo colectivo, al mismo tiempo, los que hacen la mayor parte del trabajo pueden querer esforzarse menos, para evitar el efecto succión que provoca el hecho de hacerlo todo (Kerr,1981).

Los esfuerzos grupales también se pueden caracterizar por el desamparo autoprovocado (Langer y Benevento,1978), la dispersión de la responsabilidad y la haraganería social (Latane, Williams y Harbin,1979), la renuencia (Salomón,1981), la división disfuncional del trabajo (“yo pienso y tu escribes”) (Sheingold, Hawkins y Char, 1984), la dependencia inadecuada de la autoridad (Webb, Ender y Lewis,1986), el conflicto destructivo Collins, 1970; Johnson y Johnson,1979), la rebelión contra una tarea y otras formas de conducta que debilitan el desempeño colectivo (Johnson, Johnson y Holubec, 1994).

Para la mayoría de los expertos, los componentes esenciales del aprendizaje cooperativo son:

- **Liderazgo distribuido:** Todos los estudiantes son capaces de entender, aprender y desarrollar tareas de liderazgo.
- **Agrupamiento heterogéneo:** Los equipos efectivos son aquellos que son heterogéneos y que incluyen alumnos de diversos sexos, procedencia social y niveles de habilidad.
- **Interdependencia positiva:** Los estudiantes necesitan aprender a reconocer y valorar su dependencia mutua con los demás, una interdependencia positiva se promueve con base en tareas comunes, al pedirse cuentas individuales y grupalmente, recompensas y material de trabajo compartido o la creación de un producto grupal.
- **Adquisición de Habilidades:** La habilidad de los alumnos de trabajar en grupo en forma efectiva esta determinada por la adquisición de habilidades sociales específicas que promueven la colaboración y el mantenimiento del grupo.
- **Autonomía Grupal:** Los equipos de estudiantes podrán solucionar mejor sus propios problemas si no son rescatados por el maestro, los alumnos que solucionan sus problemas son más autónomos y autosuficientes.(Johnson y Johnson, 1989).

**2.4.2 Características de un buen equipo de trabajo cooperativo.** Para que haya un buen equipo de trabajo cooperativo debe darse una productividad conjunta, donde se requiere de una serie de características tales como:

- **Organización:** un equipo no es algo inorgánico, por el contrario hasta su misma denominación denota la idea de acción conjunta, si bien es cierto que la estructura organizacional ha de variar según sean los objetivos propuestos. Existen algunos aspectos que son comunes entre ellos.

- Estructura y toma de decisiones participativas: mediante la cual cada equipo participa activa y responsablemente con el fin de alcanzar con éxito las tareas propias del equipo. La actividad personal de cada participante contribuye a la realización de los objetivos propuestos por el grupo, es por ello que las decisiones deben tomarse participativamente.
- Delimitaciones y Distribución de Funciones y Actividades. Aceptación de responsabilidades: para el logro de los objetivos: cada uno de los participantes debe realizar una serie de funciones, actividades y tareas que no son iguales para todos, esta es una de las primeras decisiones que debe tomarse al formar un equipo, pero es necesario que cada uno de ellos acepte esta responsabilidad que corresponde a su función, procurando que sus tareas confluyan con los objetivos generales del equipo.
- Conducción, Coordinación y Liderazgo: de todo lo anteriormente expuesto queda claro que un trabajo en equipo no puede darse con una dirección autocrática, pero un trabajo en equipo difícilmente puede darse sin que haya alguien que tenga una responsabilidad dirección, coordinación y liderazgo.
- Complementación Humana Interpersonal: la palabra que designa lo sustancial de un equipo es la forma en que se complementan, la acción conjunta y la ayuda mutua que presupone el trabajo en equipo, exigen e implican que cada uno comprenda y que sobre todo practique la complementariedad. Un equipo cumple con su razón de ser cuando cada uno, por pertenecer a él se realiza y completa más plenamente gracias a los otros.
- La Comunicación Fluida y Transparente: en cada grupo se da un conjunto de actividades, interacciones y comunicaciones, sin las que no puede existir un grupo de trabajo, por tanto es importante que exista una buena comunicación, pero esto es posible si hay una información adecuada y suficiente, estas son:

1. Información Operativa.
2. Información General.
3. Información Motivadora.

- Capacidad de aprovechar conflictos y oposiciones: no siempre se tiene en cuenta que el trabajo en equipo necesita un cierto nivel de educación para soportar y superar los conflictos y tensiones dentro de los límites que no alteren la labor del trabajo conjunto.
- Atención Personal y Búsqueda del espíritu de equipo: en lo personal, lo que hay que lograr es que cada uno dentro del grupo se sienta “alguien” que sea aceptado y apreciado, por lo que es acogido en su libertad y en sus peculiaridades de tal forma que las relaciones de grupo le permitan desarrollar sus potencialidades. El sentido gratificante y satisfactorio de participación en un grupo, por la atención que él recibe es lo que desarrolla el sentimiento de “nosotros”.<sup>2</sup>

El aprendizaje cooperativo hace parte del nuevo paradigma educativo, el cual poco a poco y, para bien de los alumnos, está reemplazando al viejo paradigma y cuyas principales características se pueden ver en la siguiente tabla:<sup>3</sup>

---

<sup>2</sup> CASTILLO Jonathan. El aprendizaje cooperativo en la enseñanza de las matemáticas. [en línea]: *de la biblioteca*. < [http://www.monografias.com/trabajos4/aprend\\_mat/aprend\\_mat.shtml](http://www.monografias.com/trabajos4/aprend_mat/aprend_mat.shtml) > [Consulta: 2 de abril de 2007]

<sup>3</sup> JOHNSON David W, JOHNSON Roger T, HOLUBEC Edythe J. Los nuevos círculos del aprendizaje. Aique, Buenos Aires. 1999. p.124.

	<b>Viejo paradigma</b>	<b>Nuevo paradigma</b>
Conocimientos	Transferido de los docentes a los alumnos	Construido en conjunto por docentes y alumnos
Función del docente	Clasificar y agrupar alumnos	Desarrollar las competencias y los talentos de los alumnos
Relaciones	Relación impersonal entre alumnos y entre alumnos y docentes	Transacción personal entre alumnos y entre docentes y alumnos
Alumnos	Recipientes pasivos que se llenan con los conocimientos de los docentes	Constructores activos, descubridores, transformadores de conocimientos
Contexto	Competitivo/individualista	Aprendizaje cooperativo en el aula y equipos cooperativos entre docentes y alumnos
Supuesto sobre la enseñanza	Cualquier experto puede enseñar	La enseñanza es algo complejo y requiere considerable capacitación
Formas de saber	Lógico-científico	Narrativo
Epistemología	Reduccionista	Constructivista
Modo de aprendizaje	Memorizar	Establecer relaciones
Ambiente	Conformidad/uniformidad cultural	Diversidad y estima personal/diversidad cultural y comunidad

## **2.5 EL APRENDIZAJE COOPERATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS**

Durante años se vienen confrontando problemas en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas; los altos porcentajes de fracaso son evidencia del problema que existe en esta asignatura. La enseñanza de las Matemáticas es un proceso que tiene muchos componentes, debe medirse y evaluarse con una amplia gama de criterios para evitar las informaciones incompletas sobre si se logran o no los objetivos propuestos.

Las Matemáticas se presentan en todo los planes de estudio de todos los niveles y modalidades del sistema educativo, por lo que es indispensable que se tomen las medidas para que al estudiante se le facilite el aprendizaje de las mismas.

Vistas dichas causas a través de los estudiantes las podemos clasificar como: motivacionales (falta de interés), actitudinales (los pocos o malos hábitos de estudio, además del temor que el estudiante siente hacia la disciplina), sociales (condiciones desfavorables en el lugar) (Johnson, Johnson y Holubec, 1999).

En cuanto a los educadores, las causas del problema las pudiésemos ubicar en variables vinculadas con su formación y experiencia profesional, dominio de la didáctica, dominio de técnicas y conocimiento de la Psicología de los niños.

Es muy importante también tener muy en cuenta las diferencias individuales al momento de desarrollar el proceso educativo y evaluativo de las Matemáticas.

También es cierto que a todo lo anterior se une el hecho de que son escasos los informes e investigaciones específicas sobre la enseñanza de Matemáticas en la escuela, particularmente si casi no existen investigaciones que aborden específicamente aspectos metodológicos de esta disciplina, para solucionar este

problema académico es necesario mejorar los planeamientos curriculares de acuerdo con los avances científicos y tecnológicos, para que este enfoque de trabajo cooperativo pueda servirnos de gran ayuda, ya que aquí los estudiantes más aventajados pueden ayudar a los que se les dificulta la solución de problemas matemáticos.

La práctica de resolver problemas matemáticos en equipo les permite a los alumnos ejercitar las destrezas necesarias para resolver problemas en la “vida real”, fuera del colegio, la mayor parte de las actividades dirigidas a resolver problemas matemáticos se realizan en equipos cuyos integrantes interactúan para clarificar y definir un problema, para descubrir e ilustrar un problema, para analizar y proponer métodos de resolución de problemas.

El empleo de procedimientos similares en los grupos de aprendizaje cooperativo promueve la resolución productiva de problemas, pues les permite a los alumnos poner continuamente sus ideas a prueba así como obtener y brindar retroalimentación.

En primer lugar, el docente formará grupos cooperativos que sean heterogéneos en cuanto a los conocimientos matemáticos de sus miembros y en los que al menos uno de los alumnos sepa leer bien, los integrantes del equipo deben entender que su objetivo común es resolver un problema, ponerse de acuerdo en la respuesta y ser capaces de explicar cada paso que dieron para resolverlo.

En segundo lugar, los miembros del grupo deben leer el problema, determinar que saben y que ignoran al respecto y luego hacer una descripción matemática del problema, empleando ecuaciones, diagramas o gráficos.

Por último, los grupos analizarán la eficacia con que trabajaron juntos (enumerando las acciones concretas que condujeron al resultado obtenido),

planificarán sus futuras conductas para mejorar el proceso de resolver problemas, se agradecerán unos a otros por la atención prestada y festejarán su buen rendimiento.

Estas son las reseñas de algunos de los principales trabajos cooperativos en matemáticas:

- Serrano, J.M. y otros (1997).

Sin duda el trabajo más completo que se ha encontrado al respecto. Comienza con una presentación de la historia del trabajo cooperativo, y muestra las generalidades del mismo. Concibe el trabajo cooperativo como aquel en el que los objetivos de los individuos están tan relacionados que un individuo sólo puede alcanzar su objetivo si los demás alcanzan los suyos, en esta situación cada miembro alcanza la recompensa en función del trabajo de los demás miembros del grupo. El autor hace una presentación exhaustiva de los métodos de trabajo cooperativo para el aprendizaje de las matemáticas: laboratorio y recopilación de datos, instrucción asistida por ordenador en grupos, grupos cooperativos para recuperación en matemáticas y revisión en grupos pequeños de los errores en pruebas diagnósticas.

- Grupo LaX. (2000).

A partir de una experiencia en la Olimpiada Matemática en primaria, los autores exponen el proceso seguido para convertir un problema tradicional en una actividad para el trabajo cooperativo en clase, mediante la división de la tarea y de las informaciones, lo que predispone a un trabajo tipo Jigsaw, en el que la interdependencia de los alumnos está lograda.

En todos los documentos consultados se destaca que el trabajo cooperativo favorece actitudes y valores de socialización. A pesar de que se contempla como una forma óptima de atención a la diversidad, aparecen muchas dificultades para

su utilización. Algunas de ellas están ligadas a la falta de preparación específica del profesorado, otras a la carencia de herramientas específicas (por ejemplo para la evaluación), y otras a la actitud de la comunidad educativa, reticente a veces ante este tipo de trabajo, debido a que entra en conflicto con los valores de la sociedad competitiva en la que vivimos. Pero, pese a todas estas circunstancias, hemos observado que la puesta en práctica de tareas diseñadas para el trabajo cooperativo en el aula favorece un desarrollo más integral de los alumnos y alumnas.

En cuanto a la evaluación de los alumnos no se han encontrado trabajos que hagan propuestas concretas sobre estrategias de evaluación en una enseñanza cooperativa en matemáticas.

## **2.6 ROL DEL DOCENTE**

En la literatura psicológica se precisa que cada tipo de actuación del profesor está fundamentada en un paradigma psicológico, por ejemplo el profesor coordinador en el paradigma conductista, el profesor facilitador en el humanismo, el profesor mediador en los paradigmas sociocultural, cognitivo y constructivista.

Según (Johnson y Johnson, 1992, Johnson, Johnson y Holubec, 1993), el docente cumple seis roles en el aprendizaje cooperativo.

1. Especifica los objetivos de la actividad.
2. Toma decisiones previas a la enseñanza respecto de los grupos, la disposición del aula, los materiales educativos y los roles de los estudiantes del grupo.
3. Explica la tarea y la estructura de objetivos a los estudiantes.
4. Pone en marcha la actividad cooperativa.
5. Controla la efectividad de los grupos de aprendizaje cooperativo e interviene cuando es necesario.

6. Evalúa los logros de los alumnos y los ayuda a discutir cómo ha resultado la colaboración en el grupo.

En general, casi todos los expertos coinciden en que es deber del profesor:

- Especificar objetivos de enseñanza.
- Decidir el tamaño de los grupos.
- Asignar estudiantes a los grupos.
- Preparar o condicionar el aula.
- Planear los materiales de enseñanza.
- Asignar los roles para asegurar la interdependencia.
- Especificar las conductas deseadas.
- Monitorear la conducta de los estudiantes.
- Enseñar con relación a la tarea.
- Proporcionar un cierre a la lección.

La tarea más ardua del docente comienza cuando los grupos de trabajo cooperativo comienzan su funcionamiento, mientras los alumnos trabajan juntos, el docente debe circular entre los grupos para supervisar sistemáticamente la interacción entre los miembros y así evaluar el progreso escolar de los alumnos, su empleo de las destrezas interpersonales y grupales, el docente debe escuchar lo que se habla en cada grupo y recoger datos sobre la interacción de los miembros.

La supervisión podría dividirse en cuatro etapas:

1. Prepararse para observar a los grupos de aprendizaje, decidir si algún alumno, y en ese caso cual, cual de ellos ayudará a observar y elegir en que formas de observación se van a emplear.

2. Observar para determinar los grados de cooperación que se da en los grupos de aprendizaje cooperativo.
3. Intervenir cuando sea necesario para mejorar la ejecución de la tarea.
4. Hacer que los alumnos evalúen la calidad de su propia participación en los grupos de aprendizaje cooperativo para fomentar la auto-supervisión.

En la siguiente tabla se muestran algunas recomendaciones hacia el docente para supervisar e intervenir en el desarrollo de la clase cooperativa.<sup>4</sup>

<b>Verificar si</b>	<b>Si se cumple</b>	<b>No se cumple</b>
Los miembros del grupo están sentados cerca unos de otros	Bien sentados	Acerquen mas las sillas
El grupo tiene los materiales correctos, en la pagina indicada	Bien, ya están listos	Vayan a buscar lo que necesitan, yo los espero
Los alumnos a quienes se les asignaron roles los están cumpliendo	¡Muy bien! están haciendo lo que deben	¿Quién debe hacer que cosa?
Los grupos han iniciado la tarea	¡Bien! ya empezaron	Quiero verlos empezar, ¿necesitan ayuda?
Se están empleando técnicas cooperativas(en general)	¡Buen grupo! sigan así	¿Qué técnicas se necesitarían aquí? ¿Que tendrían que estar haciendo ustedes?
Se está empleando una técnica cooperativa especifica  El trabajo escolar se está haciendo bien	¡Buena incentivación  Están siguiendo el procedimiento apropiado para esta tarea  !Buen trabajo!	¿Quién puede incentivar a Elsa?, repitan con sus propias palabras lo que acaba de decir Elsa.  Las respuestas deben ser más amplias, volveré a explicarles como hacer esto.

<sup>4</sup> JOHNSON David W, JOHNSON Roger T, HOLUBEC Edythe J. El aprendizaje cooperativo en el aula. Paidós, Buenos Aires, 1999, p.110-111

<b>Verificar si</b>	<b>Si se cumple</b>	<b>No se cumple</b>
Los miembros propician la responsabilidad individual	Se están asegurando de que todos entiendan !muy bien hecho!	Raúl, muéstrame como hacer el primer ejercicio, David, explícame por que el grupo escogió esta respuesta.
Los alumnos renuentes están participando	Me alegra ver que todos participen	Le pediré a Helena que explique el ejercicio numero cuatro, ayúdenla a prepararse y yo volveré dentro de un rato.
Los miembros se explican unos a otros lo que están aprendiendo y sus procesos de razonamiento.	¡Muy buenas explicaciones! sigan así	Quiero que cada uno tome un problema y me explique, paso a paso, como resolverlo.
El grupo está dispuesto a cooperar con otros grupos.	Me alegra que ayuden a los otros grupos, muy bien, por ser solidarios.	Cada uno de ustedes vaya a otro grupo y compare su respuesta al ejercicio numero seis.
Todos participan en igual medida	Todos están participando en igual medida ¡Muy buen grupo!	Roberto, tú eres el primero en contestar todas las veces ¿podrías actuar como supervisor de la precisión?
Los grupos han terminado de trabajar.	El trabajo de ustedes parece estar muy bien, ahora hagan la actividad que está escrita en la pizarra.	Se están esmerando mucho, pero ya casi no queda tiempo, apresúrense un poco.
Los grupos trabajan con eficacia.	Este grupo está trabajando muy bien ¿Qué conductas les ayudan a lograrlo?	Díganme que anda mal en la forma de trabajar de este grupo, hagamos tres planes para resolver el problema.

## **2.7 ROL DEL ESTUDIANTE**

Ningún método de enseñanza por bueno que sea puede dar resultados sin la ayuda y la buena voluntad de los estudiantes. Para que la implementación del aprendizaje cooperativo rinda buenos frutos es necesario que:

- Cada miembro sea responsable no solo de colaborar con sus fortalezas sino también de ayudar a los otros a comprender la fuente de sus propias fortalezas.
- Cualquier miembro que se sienta en inferioridad de condiciones o incómodo sea alentado a colaborar.
- Los alumnos de cada equipo se comprometan con la meta o producto final, siendo capaces de comprender y aceptar que todos en el grupo necesitan manejar la información que será brindada o las habilidades a desarrollar para alcanzar dicha meta.
- Cada individuo fortalezca al equipo.
- Haya buena voluntad de parte de los integrantes de los grupos.
- Exista comprensión de parte de alumnos y profesores acerca de los beneficios de esta forma de aprendizaje. (Hodgson y Mcconnell, 1995).

## **2.8 LOS PRODUCTOS NOTABLES**

En matemáticas se le conoce como productos notables a aquellos productos que responden a reglas fijas, es decir, son productos que pueden ser obtenidos sin efectuar la multiplicación término a término.

La razón para escoger este tema específico radica en que es un tema que comúnmente los profesores lo han enseñado de una manera mecánica, tratando de que los estudiantes memoricen las fórmulas, muchas veces sin conocer su interpretación geométrica, además este tema se presta para el enfoque constructivista en donde son los mismos alumnos los que encuentran y descubren

las fórmulas de cada producto notable, para esta investigación se han escogido seis de los mas comunes y normalmente mas utilizados que son los siguientes:

1. Cuadrado de la suma de un binomio:  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Cuadrado de la diferencia de un binomio:  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3. Cubo de la suma de un binomio:  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

4. Cubo de la diferencia de un binomio:  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

5. Producto de dos binomios con un termino común:  $(x + a)(x + b) = x^2 + xb + ax + ab$

6. Suma por diferencia de un binomio:  $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

### **3. METODOLOGÍA**

La metodología aplicada en las actividades es la concerniente a los principios teóricos del aprendizaje cooperativo formal, está basada en sus recomendaciones, las actividades se desarrollarán en grupos de cuatro estudiantes, y donde cada alumno tendrá en lugar de uno, a cuatro profesores y a su vez cada estudiante será también profesor de sus compañeros de equipo.

Las clases se desarrollarán con los grupos conformados de manera que exista interacción cara a cara entre todos los miembros de los equipos, en cada sesión se les entregará una guía a cada estudiante con situaciones y ejercicios que, por medio de su realización y de la interacción positiva entre cada alumno y sus compañeros de equipo dará como resultado que todos lleguen a las mismas fórmulas de cada uno de los 6 productos notables vistos en esta investigación, los alumnos que tengan mas facilidades para llegar a estas igualdades servirán como apoyo a aquellos que presenten mayores dificultades y así todos alcanzaran el objetivo académico propuesto y de paso esto les ayudará a mejorar sus relaciones con sus compañeros y a ser menos individualistas y mas tolerantes y respetuosos de las ideas de los demás y a aprovechar las ventajas de la cooperación en la educación.

El profesor supervisará atentamente cada equipo y velará para que en todos se cumplan las bases del aprendizaje cooperativo y estará dispuesto a aclarar las dudas e inquietudes de los alumnos utilizando la ayuda de sus mismos compañeros de grupo y solo tomará la palabra en el pizarrón para cerrar las sesiones luego de terminadas y entregadas las guías o para hacer repasos de conceptos previos necesarios.

### **3.1 POBLACIÓN Y MUESTRA**

La población que participó en esta investigación fueron los estudiantes de grado octavo del curso 8.3 del Colegio Las Américas de Bucaramanga, y la muestra fue de 17 estudiantes de los 41 con que cuenta el curso, teniendo en cuenta que se trata de una investigación cualitativa que no pretende generalizar acerca del resultado de aplicar este método de enseñanza en productos notables a estudiantes de octavo grado, sino sacar algunas conclusiones y observaciones con base en los 17 alumnos que hacen parte de la muestra.

### **3.2 MATERIAL UTILIZADO**

El material que se usó durante este proceso fueron las guías preparadas por el autor, el rompecabezas algebraico (regletas de Dienes) que los alumnos ya conocían y habían trabajado en otros temas y los policubos o cubos de Dienes que fueron suministrados por la profesora de este curso.

### **3.3 CONFORMACIÓN DE LOS EQUIPOS**

Como el grupo consta de 41 estudiantes, se decidió dividirlo, según lo recomiendan los expertos, en grupos pequeños de no más de 6 estudiantes cada uno, para tratar de evitar la indisciplina que pueden generar muchos grupos en un salón de clases, así que se conformaron 9 grupos de 4 estudiantes y uno de 5 alumnos, la razón para no dividirlos en parejas o en grupos de tres estudiantes es que serían demasiados grupos (20 y 14, respectivamente) y no se le podría dedicar tanto tiempo a la supervisión y observación de cada grupo, como si podría hacerse al ser solo diez los equipos a evaluar.

Así, la muestra estará compuesta por 17 estudiantes de cuatro grupos (tres grupos de cuatro estudiantes y un grupo de cinco) el criterio para escoger a los

integrantes de cada equipo, que deben ser heterogéneos como recomiendan los estudiosos del tema, fue hacer tres listas, una con los 10 estudiantes con las notas mas sobresalientes, otra lista con los 10 estudiantes cuyas notas han sido las mas bajas y una tercera lista con los restantes 21 estudiantes. Así quedaron conformadas las listas:

<b>Lista 1</b>	<b>Lista 2</b>	<b>Restantes</b>	
#1 ISAÍAS REYES	#11 JUAN CAMILO PALACIO	#21 VERÓNICA DUARTE	#32 JULIO CUELLAR
#2 CRISTIAN NIÑO	#12 SHIRLEY ÁLVAREZ	#22 GRACIELA SUÁREZ	#33 MAGDIANY BLANCO
#3 LAIX MALAGÓN	#13 ROCÍO PORTILLA	#23 JESÚS SANDOVAL	#34 CARLOS DÍAZ
#4 DIANA HERNÁNDEZ	#14 ANGÉLICA JOYA	#24 JORDIN PEDRAZA	#35 FERNANDO ALONSO
#5 FABIÁN MALDONADO	#15 ALEXANDRA BOHÓRQUEZ	#25 SLENDY AMADO	#36 CESAR FLÓREZ
#6 TATIANA VILLAMIZAR	#16 GILDARDO PÉREZ	#26 YURANI ESPITIA	#37 CINDY OLIVAR
#7 FREIMAR FLÓREZ	#17 JULIANA BERNAL	#27 SANDY DÍAZ	#38 HAROLD TORRES
#8 DIANA HERNÁNDEZ THOME	#18 YESMI QUIROGA	#28 CAMILA BELTRÁN	#39 MARTHA SALAMANCA
#9 ERIKA RODRÍGUEZ	#19 ELKIN ORDUZ	#29 LUIS ROJAS	#40 MARIA SIERRA
#10 KATHERINA SUÁREZ	#20 MARCELO NÚÑEZ	#30 ERIKA REY	#41 LAURA GARCÍA
		#31 MIGUEL HERNÁNDEZ	

Cada equipo estaría entonces integrado por un estudiante de las dos primeras listas y dos alumnos de la última lista a excepción del grupo de cinco estudiantes al que le corresponderán tres estudiantes de dicha lista.

La escogencia de los integrantes se hizo con la ayuda de la profesora que ya los conoce y sabe cuales no deben quedar juntos en el mismo grupo.

Se trató al máximo de que los grupos fueran tan heterogéneos como fuera posible, tanto en género como en habilidades académicas, como el curso está compuesto por 24 mujeres y 17 hombres fue imposible que todos los grupos fueran integrados por dos hombres y dos mujeres, algo que los expertos casi que prohíben es dejar que los alumnos sean quienes decidan sus compañeros de equipo pues lo más probable sería que no se dedicaran exclusivamente a las actividades y se distrajeran conversando y generando indisciplina y desorden en el aula.

Luego se realizaron 5 sesiones que se describen a continuación.

## **4. ACTIVIDADES**

El martes 10 de abril se hizo la observación inicial del grupo, el horario de las clases de álgebra es el siguiente: martes y jueves a las dos primeras horas(6:30-7:25 AM/7:25-8:20 AM),ese día la profesora se encontraba haciendo una actividad de auto evaluación con los estudiantes del tema que acababa de evaluarles, la primera impresión del grupo fue la esperada para niños de esa edad, algunos mas inquietos y desaplicados y otros mucho mas callados y atentos. Así que no parecía un grupo demasiado conflictivo, pero tampoco era el más adelantado de los octavos, incluso la profesora había advertido en varias ocasiones que de los octavos era el curso con la peor disciplina.

Ese mismo día quedaron confeccionados los 10 grupos, antes de finalizar la clase la profesora presentó al docente y les informó que se iniciaría una actividad nueva con otro tema, luego el docente hizo su presentación diciendo que esperaba la colaboración de todos los alumnos y que esperaba que todos alcanzaran un óptimo aprendizaje del tema y un buen nivel de aprovechamiento del método empleado. Además se les informo que debían traer de ahora en adelante las regletas de Dienes en todas las clases de álgebra ya que serían parte importante dentro de la metodología.

### **4.1 PRIMERA SESIÓN**

En la primera sesión se dio inicio a una serie de actividades que tendrían como objetivo principal que los niños conozcan un nuevo método de enseñanza y que saquen el mayor provecho de él, para aprender productos notables de una manera distinta y novedosa, se hizo una introducción acerca de la actividad que se iba a desarrollar ese día y se enteraron que de ahora en adelante se trabajaría en equipos, inmediatamente después se leyó el nombre de los integrantes de los

grupos, claramente se evidenció en varios estudiantes una reacción de rechazo hacia los grupos a los que habían sido asignados ya que estaban acostumbrados a hacerse en grupos de su escogencia y no los indicados por el docente, varios estudiantes comentaron que querían hacerse en otro grupo y quedó claro que los hombres y las mujeres no tenían la costumbre de trabajar juntos pues los hombres sugerían que querían trabajar con ciertos compañeros y las niñas que las dejara hacer con ciertas compañeras, peticiones que no fueron tenidas en cuenta siguiendo las recomendaciones, cuando finalmente quedaron armados los grupos se les pidió que juntaran mas las sillas para que hubiese una interacción cara a cara entre ellos, a lo que algunos accedieron a regañadientes.

Al ver que algunos de los estudiantes no estaban conformes con sus compañeros fue necesario recurrir a frases motivadoras para convencerlos de que todos sus compañeros deben ser sus amigos y con todos deberían poder trabajar en armonía y con un clima de camaradería, compañerismo, apoyo mutuo y sobre todo, de colaboración e interdependencia positiva (tú me necesitas tanto como yo te necesito) hasta que quedaron ubicados los grupos adecuadamente con excepciones de tres estudiantes que no asistieron ese día a clase.

Luego se prosiguió con el bautizo de los equipos, es muy importante que cada grupo escoja un nombre con el cual se identifiquen y que los haga sentir parte de un grupo especial.

En ese momento empezó a notarse esa discusión fructífera y productiva que sucede entre los puntos de vista de cada alumno y que al final genera un acuerdo entre todos y una decisión final con la que todos estén de acuerdo y que les enseña a ser mas tolerantes con las opiniones de los demás y aceptar que no se pueden imponer siempre las ideas propias en detrimento de las ideas de los demás, que son igual de valiosas y acertadas.

Como es natural algunos grupos se demoraron mas que otros, en especial un

grupo formado por tres niñas y un niño en el que no se había podido llegar a un acuerdo dado que las niñas querían ponerle un nombre claramente femenino con la obvia oposición del varón del grupo, después de que se les dijo que el nombre que escogieran debería identificar a todos los integrantes del grupo y no solo a una parte así esta fuera mayoría, así que el nombre de los grupos debería ser unisex.

Uno de los equipos eligió el nombre "Los Killers" apelativo que por supuesto no fue aceptado por su contenido violento y que propició una charla acerca de la seriedad con la que se debían escoger esos nombres ya que se trataba de equipos de estudio de álgebra y no de pandillas callejeras.

Al final estos fueron los nombres escogidos para los grupos por los alumnos:

LOS NN ESTERNOCLEIDOMASTOIDEO CAPRICORNIO ACUARIO

#1 ISAÍAS REYES	#2 CRISTIAN NIÑO	#3 LAIX MALAGON	#4 DIANA HERNÁNDEZ
#11 JUAN CAMILO PALACIO	#12 SHIRLEY ÁLVAREZ	#13 ROCÍO PORTILLA	#14 ANGÉLICA JOYA
#21 VERÓNICA DUARTE	#22 GRACIELA SUÁREZ	#23 JESÚS SANDOVAL	#24 JORDIN PEDRAZA
#32 JULIO CUELLAR	#31 MIGUEL HERNÁNDEZ	#34 CARLOS DÍAZ	#35 FERNANDO ALONSO
	#33 MAGDIANY BLANCO		

## LAS CUATRO ESTRELLITAS MONSCHINE THE SWAT SCORPION IMIX

#5 FABIAN MALDONADO	#6 TATIANA VILLAMIZAR	#7 FREIMAR FLÓREZ	#8 DIANA HERNANDEZ THOME	#9 ERIKA RODRIGUEZ
#15 ALEXANDRA BOHÓRQUEZ	#16 GILDARDO PÉREZ	#17 JULIANA BERNAL	#18 YESMI QUIROGA	#19 ELKIN ORDUZ
#25 SLENDY AMADO	#26 YURANI ESPITIA	#27 SANDY DIAZ	# 28 CAMILA BELTRAN	# 29 LUIS ROJAS
#36 CESAR FLÓREZ	#37 CINDY OLIVAR	#38 HAROLD TORRES	#39 MARTHA SALAMANCA	# 40 MARIA SIERRA

## LOS TECNOLÓGICOS

#10 KATHERINE SUAREZ
#20 MARCELO NÚÑEZ
#30 ERIKA REY
#41 LAURA GARCIA

Inmediatamente después se dio inicio a la explicación sobre lo que consistía el "juego cooperativo", que trataba de responder diez preguntas que serían escritas en el tablero y el grupo que primero envié a uno de sus miembros al pizarrón con el espógrafo, que sería dejado a en el escritorio del docente a disposición de los alumnos, y escriba la respuesta correcta obtendrá un punto.

El equipo ganador será aquel que consiga más puntos, este juego tenía varios propósitos, uno de ellos era introducir a los alumnos en los principios e ideales del aprendizaje cooperativo (responsabilidad individual, compromiso grupal, interdependencia positiva, compañerismo, solidaridad, etc.), otro de los objetivos era el de observar cuidadosamente la conducta de los estudiantes y la actitud de los grupos hacia el juego y así irlos conociendo poco a poco, otro propósito de esta actividad lúdica era conocer los preconceptos que tenían los alumnos sobre álgebra básica, por esa razón las diez preguntas tenían que ver con operaciones entre polinomios, operaciones donde aparecieran signos negativos, reglas de potenciación, etc.

Estas son las preguntas con sus respectivas respuestas y el nombre del grupo que las respondió primero:

Estas fueron las preguntas:

PREGUNTA	RESPUESTA	EQUIPO
$a + 2a$	$3a$	Esternocleidomastoideo
$(2 + 3)^2$	$25$	Las cuatro estrellitas
$4a \cdot (-2b)$	$-8ab$	Los tecnológicos
$b^2 \cdot b^3$	$b^5$	Esternocleidomastoideo
$(5 - 2)^3$	$27$	The swat
$b^5 / b^3$	$b^2$	Scorpión
$2y - 6y + 8$	$-4y + 8$	Scorpión
$(x + 2)(x - 3)$	$x^2 - x - 6$	Esternocleidomastoideo
$(a^4)^2$	$a^6$	The swat
$5x^3 + x^3$	$6x^3$	The swat

## **ANÁLISIS DE LA SESIÓN**

Esta actividad permitió hacer un primer diagnóstico de los equipos, del carácter y personalidad de los alumnos, así como de la empatía o antipatía existente entre ellos, los más activos y dispuestos para la actividad lógicamente fueron los que obtuvieron más puntos.

A su vez también se empezaron a identificar los grupos más pasivos, renuentes o apáticos hacia la actividad, como Acuario, Imix y especialmente Monschine.

El timbre que finalizaba la clase sonó casi al tiempo que terminábamos el décimo ejercicio de este juego donde hubo un empate en el primer lugar entre Esternocleidomastoideo y The Swat, antes de salir del aula se les recordó que trajeran el rompecabezas algebraico para la siguiente clase.

Esta primera actividad sirvió también para hacer la escogencia de la muestra, ya que desde el principio se sabía que no podría y además no debía ser todo el curso por la dificultad que representa vigilar atentamente a 41 estudiantes y sobretodo, evaluarlos y hacer el análisis de sus notas y sacar conclusiones para todos, así que se optó por escoger a cuatro de los 10 grupos que fueron escogidos tratando de que fueran una representación de todo el curso en lo que fuera posible, debido a esto se decidió escoger al grupo mas sobresaliente durante la primera actividad, Esternocleidomastoideo, al grupo menos participativo en dicha actividad, Monschine, y Scorpión por ser el único equipo formado por solo mujeres y las Cuatro Estrellitas como representante de un grupo mixto de 2 hombres y dos mujeres, de esta manera la muestra quedo integrada por 17 estudiantes que serán mucho mas fáciles de evaluar que el curso en pleno.

## 4.2 SEGUNDA SESIÓN

En esta sesión se comenzó a trabajar con la primera guía, primero se conversó un poco sobre el juego cooperativo y se les habló por primera vez que durante las próximas semanas iban a trabajar con un innovador método llamado aprendizaje cooperativo, se les informó en qué consistía y cuáles eran sus principios y estrategias básicas. Terminada la introducción, ya con los equipos debidamente organizados se entregó la primera guía.



### GUÍA # 1

#### Objetivos:

- Organizar los equipos de trabajo cooperativo.
- Dar a conocer a los estudiantes los principios del aprendizaje cooperativo a través de una actividad lúdica.
- Deducir la fórmula de un producto notable (cuadrado de la suma de un binomio), comprender su concepto y representación geométrica.

*“Tu éxito me beneficia y mi  
éxito te beneficia a ti”*

#### ACTIVIDADES

1. Organización de los 10 equipos de trabajo cooperativo formados cada uno por 4 estudiantes que se acomodarán de tal manera que se permita la interacción cara a cara entre todos.
2. Cada equipo elegirá un nombre que los identificará de ahora en adelante durante las actividades.
3. Actividad lúdica.

## **EL JUEGO COOPERATIVO**

Esta actividad consiste en que cada equipo tratará de encontrar la respuesta a cada una de las 10 preguntas leídas por el profesor valiéndose de la cooperación y participación activa de todos los miembros de cada equipo.

En cada pregunta ganará el equipo que primero escriba en el tablero la respuesta correcta.

El equipo ganador será aquel que mas preguntas logre contestar acertadamente, cada pregunta le otorgará un punto adicional en la nota al equipo que la haya contestado correctamente en el tablero.

Cada equipo debe transcribir las 10 preguntas con sus respectivas respuestas y con el nombre del equipo que contestó primero.

4. Leer en voz baja el siguiente texto, cada miembro del equipo deberá leer una parte mientras los demás escuchan atentamente.

### **¿QUÉ ES EL APRENDIZAJE COOPERATIVO Y CUÁLES SON SUS VENTAJAS EN LA EDUCACIÓN?**

El aprendizaje cooperativo es el empleo didáctico de grupos reducidos en los que los alumnos trabajan juntos para maximizar su propio aprendizaje y el de los demás.

Este método contrasta con el aprendizaje competitivo, en el que cada alumno trabaja en contra de los demás para alcanzar objetivos escolares determinados.

El aprendizaje cooperativo es un proceso en equipo en el cual los miembros se apoyan y confían unos en otros para alcanzar una meta propuesta.

## **CARACTERÍSTICAS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO**

- Cada miembro le da lugar al otro para que hable, colabore y sus aportes sean tenidos en cuenta por sus compañeros.
- Cada individuo fortalece al equipo.
- Cualquier miembro que se sienta en inferioridad de condiciones o incómodo con la mayoría debería ser alentado activamente a colaborar.
- Los alumnos de cada equipo deben comprometerse con la meta o producto final, siendo capaces de comprender y aceptar que todos en el grupo necesitan manejar la información que será brindada o las habilidades a desarrollar para alcanzar dicha meta.
- Comprensión de parte de alumnos y profesores acerca de los beneficios de esta forma de aprendizaje.

## **VENTAJAS DEL APRENDIZAJE COOPERATIVO**

Finalmente cabe destacar que las ventajas del aprendizaje cooperativo se ubican en dos áreas: la cognitiva y la socio-afectiva.

- Ayuda a clarificar las ideas.
- Desarrolla destrezas de comunicación.
- Provee de un contexto en el que el estudiante toma el control de su propio aprendizaje en un contexto social.
- Desarrolla actitudes positivas hacia el aprendizaje.
- Promueve las relaciones entre los estudiantes.
- Aumenta la motivación y la autoestima.
- Promueve el respeto por los otros.
- Desarrolla habilidades interpersonales y estrategias para resolver conflictos.
- Desarrolla la tolerancia, la flexibilidad y la apertura hacia los demás.

- Enseña a compartir responsabilidades.
- Ayuda a que el alumno desarrolle menos estereotipos y a que aprenda a valorar las diferencias de raza, religión, opinión, género, etc.
- Brinda el espacio para superar las dificultades que alguien pueda tener en un ambiente de compañerismo y confianza.

A continuación los equipos utilizarán su material didáctico (regletas de Dienes o rompecabezas algebraico) para realizar los siguientes puntos de esta actividad.

5. Exploren el material y averigüen que figuras geométricas se pueden construir utilizando las 4 regletas

6. Determinen el área de cada una de las 4 regletas utilizando la letra A para el lado del cuadrado grande y la letra B para el lado del cuadrado pequeño.

FIGURA	ÁREA
Cuadrado grande	
Cuadrado pequeño	
Rectángulos	

7. Construyan un cuadrado con las 4 regletas y hallen el área de dicho cuadrado

8. Intercambien opiniones acerca de la igualdad que acaban de encontrar y decidan como deberían llamarla de acuerdo a sus características. Discutan sobre su importancia y posibles aplicaciones.

9. Desarrollar:

a.  $(\blacktriangle + \blacksquare)^2 =$

b.  $((x + y)^2 + (a + b)^2)^2 =$

10. Comenten acerca de esta nueva experiencia de enseñanza a través de los equipos de trabajo cooperativo, hablen sobre sus ventajas y desventajas y sobre como podría aportar cada uno para mejorar el aprendizaje propio y el de sus compañeros con miras a las siguientes actividades

11. Discusión, intercambio de ideas y experiencias, y reflexión intergrupal

*“Juntos triunfaremos, divididos fracasaremos”*

Consigna de la independencia de Estados Unidos

## **DESARROLLO DE LA SESIÓN**

Como primera medida, los equipos iniciaron la lectura del texto: ¿qué es el aprendizaje cooperativo y cuáles son sus ventajas en la educación? Que los introdujo aún más en lo que a la teoría del aprendizaje cooperativo se refiere, luego de terminar la lectura los estudiantes iniciaron la exploración del material didáctico (rompecabezas algebraico), intentando formar figuras geométricas con las cuatro regletas necesarias para esta actividad, mas adelante y rápidamente todos los equipos construyeron el cuadrado que se pedía en la guía.

Al preguntarles por las áreas los cuadrados y rectángulos se evidenció un preocupante desconocimiento, por parte de algunos estudiantes, del concepto de área e incluso de la definición y la diferencia entre un cuadrado y un rectángulo. Muchos tenían memorizado que el área del cuadrado grande era  $X$  y el área del pequeño era  $1$ , puesto que la profesora les había asignado esos valores a los lados de los cuadrados, algunos aunque recordaban que el área de un rectángulo era base por altura parecían no entender por que el área de un cuadrado es  $L \times L$ , lo que refleja falta de manejo de geometría e ignorancia de las características de las figuras geométricas.

Hubo necesidad varias veces de hacer repastos de geometría, leyes de la aritmética, ya que muchos no se acordaban de estas y se quedaban callados ante preguntas como ¿ qué dice la ley asociativa? o ¿cuál es la ley distributiva?, a veces se escuchaban algunas respuestas realmente desconcertantes como por ejemplo, ante la pregunta ¿cuál es el área de un cuadrado de lado  $a$ , algunos pocos decían que no sabían, otros que era  $(a + a)$  o  $(4a)$  pensando que el área de un cuadrado es la suma de sus lados, aunque sabían que el área de un rectángulo es base x altura, al parecer esto lo habían memorizado sin entender su significado.

Tal parece que se les olvidaran las cosas tan rápido como las aprenden, lo que se explica fácilmente si tenemos en cuenta que son niños que no acostumbran a leer y estudiar fuera del salón de clases y que es solo en el aula donde abren los cuadernos y piensan de nuevo en álgebra.

Más preocupante aún, es que ningún estudiante supo dar una respuesta satisfactoria cuando se les preguntó que representa el área de una figura y la mayoría la confundían con el perímetro, al cabo de un tiempo, luego de pasar varias veces por todos los grupos, se notó el progreso de los mismos, en diferente medida pero aunque unos equipos tardaron mucho más que otros, todos alcanzaron a encontrar la igualdad buscada antes de terminar la clase y habían comprendido su significado geométrico, o al menos eso contestaron todos, se evidenciaron en este momento las bondades del trabajo en equipos ya que en todos habían alumnos que no comprendían algunas de las actividades pero en sus grupos tenían compañeros que si sabían que hacer y lejos de realizar las actividades y entregar la guía y evitar ayudar a sus compañeros se vio todo lo contrario y a través de esta cooperación se logró que todos realizaran las actividades con éxito y pudieran entregar las guías resueltas y gran parte de ellas correctamente, faltando unos minutos para acabarse la clase se dio un breve discurso acerca de los productos notables, por qué se les llama así y por qué esta

igualdad encontrada se denomina "cuadrado de la suma de un binomio" se considera un producto notable, en el transcurso de esta explicación terminó la clase.

### **4.3 TERCERA SESIÓN**

La tercera sesión tenía como objetivos encontrar las fórmulas de otros dos productos notables "cuadrado de la diferencia de un binomio" y "producto de dos binomios con un término común" por medio del trabajo en equipo, como en la clase anterior no se alcanzó a hacer una actividad que es fundamental para el avance de este proceso, la reflexión intergrupal y extragrupal, en la cual se hizo un conversatorio sobre cómo les ha parecido este método de enseñanza y acerca de la actitud de los estudiantes y sus equipos hacia el mismo.

Se les recordó de nuevo que, tal y como lo aconsejan los investigadores del tema, la nota de los trabajos en grupo que se hagan en el aula de clases debe ser el promedio de las notas de todos sus integrantes y eso sumado a las notas de los exámenes individuales, en los que se comprobara que tanto han aprendido, la cual será individual, además de los puntos adicionales que el docente pueda agregar o sustraer por cuenta de la conducta de los alumnos, dará como resultado la nota final de cada estudiante. Además se les explicó que el fin de este sistema de calificación es que los alumnos se preocupen no solo de su propio aprendizaje sino también del aprendizaje de los demás, ya que una nota baja de algún miembro del grupo incidirá negativamente en la nota grupal; así, al preocuparse cada estudiante por el aprendizaje del compañero tratará de explicarle los contenidos con sus propias palabras lo que mejorará sustancialmente su propio aprendizaje y hará que lo interiorice aún más.

Después del conversatorio, en donde pocos alumnos participaron voluntariamente y se oyeron varias quejas de estudiantes sobre la actitud de algunos compañeros,

que se negaron a participar activamente y se limitaron a mirar y escuchar lo que sus compañeros hacían o a hablar o hacer cualquier otra actividad distinta a la planteada en la actividad anterior.

La profesora siempre estuvo presente en el aula y cuando era necesario intervenir lo hacía siempre insistiendo y recalcándoles a los alumnos la responsabilidad y el compromiso que debían asumir, ya que si bien es cierto que el aprendizaje cooperativo ha dado buenos resultados en donde quiera que se ha implantado, también lo es que ningún método de enseñanza existente puede rendir buenos frutos sin mediar la actitud positiva y la buena voluntad de los alumnos.

A continuación, previo acomodamiento de los grupos, se les entregó la segunda guía, recordándoles que sacaran su material didáctico.

## SEGUNDA GUÍA



### GUÍA # 2

#### Objetivos:

- Consolidar los equipos de trabajo cooperativo.
- Mejorar las habilidades de los alumnos para la interacción personal con sus compañeros.
- Reconocer e identificar los siguientes productos notables: cuadrado de la diferencia de un binomio y producto de dos binomios con término común.

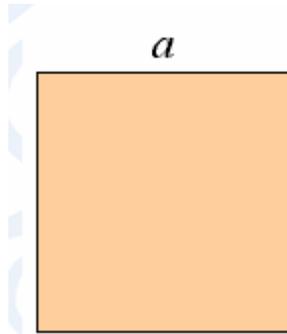
*“Juntarnos es un comienzo, seguir juntos es un proceso; trabajar juntos es el éxito”*

**HENRY FORD**

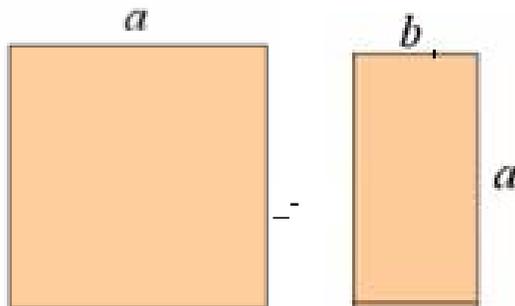
1. Realizar los siguientes pasos de las dos actividades siguientes con el material de que dispone cada equipo.

### ACTIVIDAD 1

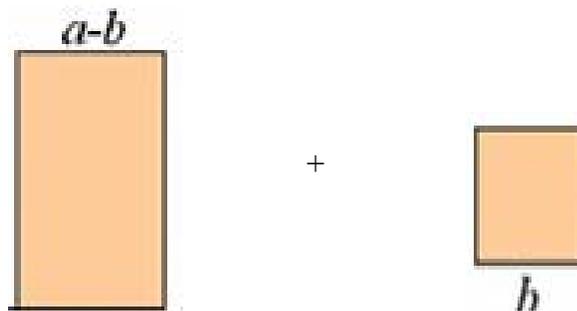
**Paso 1:** Juan tiene un terreno cuadrado cuyo lado tiene una longitud igual a  $A$ .



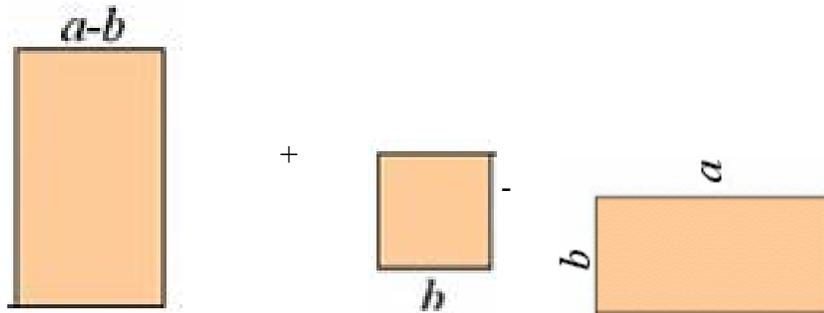
**Paso 2:** Juan decide vender una parte de su terreno equivalente a un rectángulo de lados  $a$  y  $b$ .



**Paso 3:** Después compra un sector de terreno aledaño al suyo de forma cuadrada de lado  $b$ .



**Paso 4:** luego vende otra parte de su terreno que también equivale a un rectángulo de lados  $a$  y  $b$ .



2. Hallen el área del terreno de Juan en cada uno de los pasos:

**Paso 1 =**

**Paso 2 =**

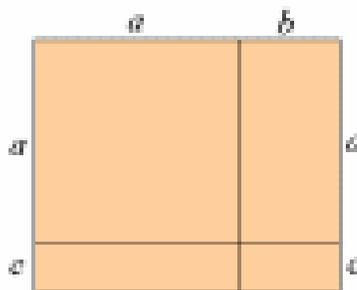
**Paso 3 =**

**Paso 4 =**

3. Analicen las semejanzas y diferencias halladas en las dos igualdades encontradas en esta actividad y en la actividad de la guía anterior.

## ACTIVIDAD 2

El centro comercial “paguemenos” está dividido en 4 secciones como se ve en la figura, la sección 1 es para los víveres, la sección 2 es para los electrodomésticos, la sección 3 es para ropa y la cuarta sección es para artículos de aseo y ferretería.



4. Encuentren el área de cada una de las secciones.

**Área de la Sección 1 =**

**Área de la Sección 2 =**

**Área de la Sección 3 =**

**Área de la Sección 4 =**

5. Hallen el área del centro comercial primero mediante la suma del área de sus 4 secciones y luego a través de la multiplicación de los lados del rectángulo que forma el centro comercial.

**Suma de las áreas de las secciones =**

**Multiplicación de los lados =**

6. La igualdad que acaban de encontrar se llama “producto de dos binomios con un término común” y la que hallaron en la actividad 1 es conocida como “cuadrado de la diferencia de un binomio” y, como todos los productos notables, se utilizan para abreviar la escritura y además para evitarse cálculos y multiplicaciones innecesarias y si los sabemos aplicar pueden ahorrarnos mucho trabajo algebraico.

Desarrollar:

a.  $(x + y)(x + w) =$

b.  $(x - y)(x + w) =$

c.  $(x + y)(x - y) =$

d.  $(x - y)(x - y) =$

e.  $(p - q)^2 =$

f.  $(q - p)^2 =$

7. Reflexión y conversatorio acerca de los avances y las dificultades presentadas hasta el momento en nuestra experiencia con el aprendizaje cooperativo.

*“Todos para uno y uno para todos”*

ALEJANDRO DUMAS

## **DESARROLLO DE LA SESIÓN**

Para hacer la construcción del cuadrado de la diferencia de un binomio se utilizó una situación de la vida cotidiana que hacía referencia a un terreno, al cual se le hacían algunas modificaciones. La idea era encontrar el área del mencionado terreno después de cada modificación hecha o paso como se le llama en la guía, el cual era reproducido por los estudiantes con sus regletas para que pudieran visualizar mejor los cambios sufridos por el área del terreno.

Los alumnos mas desinteresados de la actividad incluso intentaban adivinar cuando se les interrogaba sobre cuál era el área del rectángulo que se estaba restando, sobre todo dos de los miembros del equipo Monschine quienes dieron respuestas como: el área es  $a$ , es  $b$ ,  $b$  a la 2,  $a + b$ , cosa que reafirmó lo que ya se sabía, que ignoraban completamente el concepto de área. A pesar de que se les había explicado en la clase anterior y actuaron como si hubiesen entendido perfectamente, el único hombre de ese equipo comentó que no le gustaban para nada las matemáticas y que además era malo para esta materia, dicho con sus propias palabras. Al preguntarle que aficiones tenía respondió que el fútbol, y al preguntarle como jugaba al fútbol contestó que muy bien y que jugaba todos los días, a lo cual le siguió una explicación para que entendiera la relación causa-efecto entre jugar a menudo y jugar bien. A sí mismo, entre estudiar matemáticas y repasar las lecciones con un mayor aprendizaje y mejores notas.

En varios alumnos además de él, se evidenció una notable falta de interés por las matemáticas, cosa que desafortunadamente es común en jóvenes que están en pleno proceso de cambio y de transición entre la niñez y la adolescencia, la pubertad. Esto puede atenuarse por medio de una motivación adecuada como las notas, que en esta etapa de la vida es lo que más le preocupa a los alumnos al igual que la posibilidad de perder la materia, pero sobre todo, de perder del año, pero con las medidas actuales tales como la promoción automática, las interminables recuperaciones y el hecho de que solo puedan perder el año el 5% de los estudiantes del colegio, los alumnos se relajan y tienden a nivelarse por lo bajo los buenos estudiantes con los regulares ya que unos piensan que no vale la pena esforzarse demasiado si igual saben que no perderán el año y los otros no se esfuerzan en lo más mínimo pues existe la promoción automática y la posibilidad de pasar el año es muy alta.

Otra manera de motivar a los alumnos sería con clases más dinámicas y activas tal como lo propone el aprendizaje cooperativo, pues en él los estudiantes son participes y además forjadores de su propio aprendizaje y al de sus compañeros de equipo. Aprendiendo activamente a través de la interacción con otros compañeros de su misma edad y gustos similares, y entre quienes se crea una interdependencia, es decir, cada uno depende no solo de sí mismo, sino también de sus coequiperos y viceversa. La clave para que el aprendizaje cooperativo funcione radica en que esta interdependencia sea positiva, es decir y sea encaminada hacia las actividades propuestas por el docente y hacia los objetivos trazados y no se distraigan en conversaciones sobre temas que nada tienen que ver con la asignatura.

En los siguientes pasos los alumnos seguían los mismos inconvenientes, aunque en una proporción menor ya que en cada equipo había por lo menos un estudiante que tenía claro los conceptos y comprendía la actividad, se le adjudicó a este estudiante y en el caso de algunos grupos, a 2 estudiantes, que se encargaran y

aseguraran que sus compañeros entendieran la actividad, además se les recordaba que las notas serían promediadas así que sería mejor que se preocuparan por el aprendizaje de todos los miembros de su grupo y no solo del propio.

La actividad dos fue mucho más sencilla para la mayoría de los equipos, el principal problema que tuvieron fue hallar el área del centro comercial multiplicando los lados del rectángulo  $[(a + b)(a + c)]$  pero rápidamente despejaron sus dudas gracias a las explicaciones de sus compañeros o del docente, en los últimos minutos de la clase, luego de que la totalidad de los grupos llegaron a las igualdades esperadas, se procedió a una exposición sobre estos dos nuevos productos notables encontrados, su importancia y la relación entre los productos notables hallados en la primera guía y en la primera actividad de esta segunda guía. La reflexión y el conversatorio sobre esta actividad tuvieron que ser aplazados para la siguiente clase debido a la falta de tiempo.

#### **4.4 CUARTA SESIÓN**

En esta sesión continuaríamos con la reflexión acerca del comportamiento de los equipos y sobre las dudas respecto al tema, pocos estudiantes se atrevieron a expresar su opinión pues la mayoría son reacios a hablar frente a sus compañeros y más aún a pasar al tablero, entre las pocas intervenciones de ese día se encuentran las de los dos varones del equipo "Esternocleidomastoideo" quejándose de algo que ya había sido percibido desde el inicio de estas actividades y es que las mujeres del grupo no ponían el interés necesario ni participaban lo suficiente en la realización de las actividades, a pesar de que ya se les había recomendado que lo hicieran y también se les había pedido a los dos hombres que les explicaran y las disuadieran para que participaran más.

Algo similar expresó un integrante del equipo "Las Cuatro Estrellitas",

precisamente el que hacía parte de la primera lista, acerca de sus compañeras de grupo.

Terminado el conversatorio, se dio paso a la entrega de la tercera guía cuyo objetivo primordial aparte de afianzar el esfuerzo cooperativo era construir, en base a una situación cotidiana y con la ayuda de las regletas, la forma algebraica de la suma por diferencia de un binomio.

### TERCERA GUÍA



COLEGIO LAS AMÉRICAS  
HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ

*“No podemos hacerlo sin ti”*

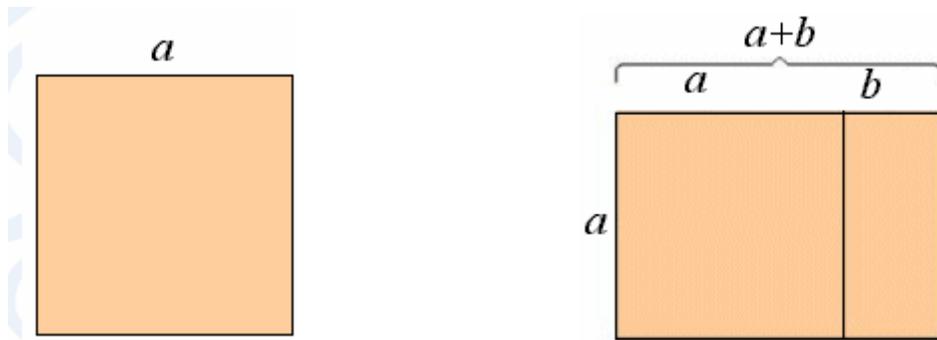
### GUÍA # 3

#### **Objetivos:**

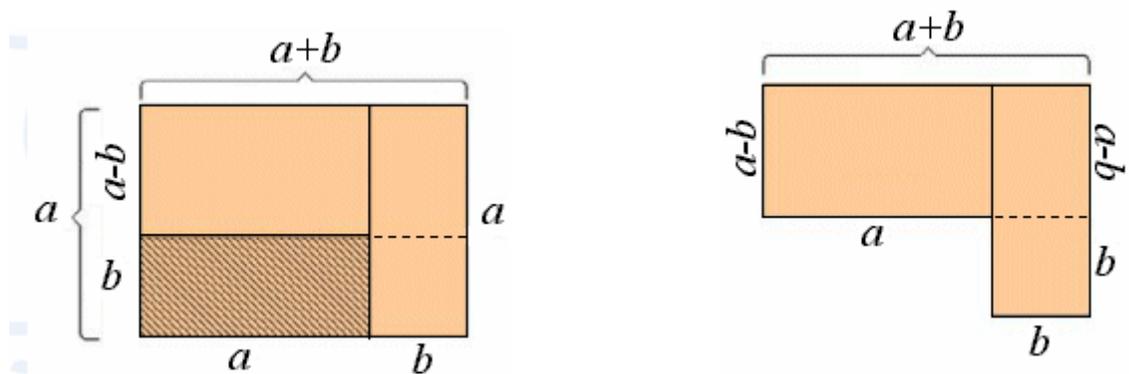
- Maximizar la capacidad de cada uno de los estudiantes por medio del trabajo en equipos cooperativos.
- Encontrar la fórmula de la diferencia de cuadrados a través de las regletas de Dienes basados en el trabajo en equipo.

Realizar las siguientes actividades con el rompecabezas algebraico.

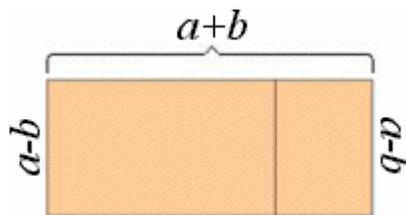
**Paso 1:** Jorge tiene una piscina de forma cuadrada en su casa, la longitud de su lado es  $a$ , al cabo de un tiempo decide ampliarla de un lado  $b$  metros como se observa en la figura.



**Paso 2:** Más tarde quiere construir unos baños junto a la piscina para lo cual utiliza una parte rectangular de la piscina de lados  $a$  y  $b$ .



**Paso 3:** Finalmente construye un pequeño sauna sobre la parte cuadrada de lado  $b$  que sobresale de la piscina, con lo que esta adquiere una forma rectangular.



1. Determinar el área de la piscina en los pasos anteriores

**Paso 1 =**

**Paso 2 =**

**Paso 3 =**

2. Ahora encuentren el área de la piscina después del paso 3 multiplicando los lados del rectángulo.

3. La igualdad que hallaron es conocida como “diferencia de cuadrados” o “suma por diferencia de un binomio”, dependiendo del lado que la mire. Este es otro de los productos notables más frecuentes.

Desarrollar:

a.  $x^2 - y^2 =$

b.  $(p + q)(p - q) =$

c.  $(x - y)(x + y) =$

3. Análisis inter y extragrupal de lo aprendido hasta el momento, no solo sobre productos notables sino también sobre solidaridad, compañerismo y en general sobre lo que les ha dejado de enseñanza esta nueva experiencia con el aprendizaje cooperativo.

4. Desarrollar en la casa:

a.  $(a + b)^2 + (x - y)^2 - (m^2 - n^2) + [(c + d)(c + e)].$

*“Qui docet discet” (cuando uno enseña, aprende dos veces)*

SÉNECA

## **ANÁLISIS DE LA SESIÓN**

Esta vez los equipos se vieron mucho más compenetrados, aunque con algunas excepciones, solo en los pasos 2 y 3, algunos equipos tuvieron pequeños inconvenientes en hallar el área de la piscina luego de las modificaciones hechas, pero dichas dudas fueron despejadas satisfactoriamente. Varios equipos

culminaron rápidamente y con éxito, mientras que otros grupos aún no habían avanzado mucho pues estaban más dedicados a la indisciplina o a hacer otras actividades distintas a las de la clase, a los integrantes de los grupos que ya habían terminado se les asignó la tarea de ir a otros grupos para explicarles a sus demás compañeros y así lograr terminar la actividad y que todos los estudiantes consiguieran completar y comprender a satisfacción las actividades. Esto generó algo de indisciplina ya que los estudiantes se fueron hacia los grupos donde estaban sus amigos y se dedicaron mas a hablar con ellos que a preguntarles y a ayudarles con sus dificultades en las actividades, por esa razón fue necesario indicarles a los estudiantes a que grupo debían ir y a cuales compañeros debían ayudarles y así se logró parcialmente aminorar el desorden producido inicialmente.

Durante los minutos finales de la clase, después de que el grupo se acomodara de nuevo en filas, se dio inicio al conversatorio que en esta ocasión tuvo como ingrediente una charla acerca de la indisciplina y la falta de interés vistos en algunos estudiantes en los que poca evolución se había notado en este proceso. La clase terminó con un repaso sobre el producto notable que se acababa de conocer.

#### **4.5 QUINTA SESIÓN**



COLEGIO LAS AMÉRICAS  
HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ

#### GUÍA # 4

*“Cuidense unos a otros, compartan sus energías con el grupo, ninguno debe sentirse solo ni segregado, por que es entonces cuando no llegan a la cima”*

Willi Unsoeld; renombrado alpinista

## Objetivos:

- Ratificar y fortalecer la colaboración entre los miembros de los equipos.
- Encontrar las fórmulas del cubo de la suma de un binomio y del cubo de la diferencia de un binomio por medio de un material didáctico llamado policubos y comprender su interpretación geométrica.

Recuerden las siguientes fórmulas:

**Cuadrado de la suma de un binomio:**  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

**Cuadrado de la diferencia de un binomio:**  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

1. Ahora encuentren una igualdad para el cubo de la suma y de la diferencia de un binomio, pueden hacerlo haciendo las multiplicaciones respectivas, es decir, a que será igual:

a.  $(a + b)^3 =$

b.  $(a - b)^3 =$

2. Para hallar las representaciones geométricas de estas igualdades estas igualdades utilicen el material entregado (los policubos), primero formando 2 cubos con los policubos, uno que tenga de arista  $(a + b)$  y el otro con  $(a - b)$  como arista. Utilizando la letra  $a$  para referirse a la arista del cubo grande y  $b$  para la arista del cubo pequeño.

3. Desarrollar:

a.  $(3x + 2y)^3 =$

b.  $(y - x)^3 =$

4. Comenten e intercambien opiniones acerca del aporte hecho por cada uno a su equipo de trabajo, piensen en cual es la mejor manera para que su grupo y por ende usted mismo, obtengan notas sobresalientes acordes a su desempeño y aprendizaje.

*“Pagaré más por la habilidad de tratar con gente que por cualquier otra habilidad que exista en la tierra”*

John Davison Rockefeller; multimillonario estadounidense

## **ANÁLISIS DE LA SESIÓN**

Como no se contaba con los suficientes policubos para todos los grupos, esta vez la actividad se limitó a que los alumnos encontraran las fórmulas de los productos notables algebraicamente mientras que el docente se encargaría de explicar y mostrarles su interpretación y significado geométrico mediante los cubos de Dienes, en esta actividad más que en ninguna de las anteriores se notó la indisciplina y apatía de ciertos estudiantes hacia la actividad, a pesar de que se les había advertido que el examen final sería el jueves siguiente, incluso antes de que se unieran los grupos hubo algunas estudiantes que manifestaron no querer trabajar en sus equipos y que querían trabajar juntas, cosa que por supuesto era totalmente improcedente, más aún teniendo en cuenta que estas alumnas estaban dedicadas única y exclusivamente a conversar y reírse entre ellas ignorando por completo lo que se hacía en la clase, después de mucho insistir accedieron a trabajar en sus equipos pero no con la mejor disposición.

Muchos estudiantes se encontraron en serios problemas al realizar el producto entre un binomio y un trinomio, al llegar a este producto  $(a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$  algunos alumnos se quedaban sin saber que hacer, lo que una vez más puso en evidencia que se les había olvidado multiplicar polinomios y la ley distributiva, que ya conocían y habían repasado con la profesora, lo más grave es que todavía

algunos estudiantes desconocían o no recordaban la ley de los signos y además cometen errores algebraicos como  $a^2 a = a^2 + a$ ;  $2ab(a) = 3ab$ ;  $a^2 (-b) = a^{-2}b$ , y otros más, que reflejan falta de práctica y manejo algebraico.

Con el transcurrir de la clase se fue haciendo una observación atenta y metódica de los equipos, sobre todo los pertenecientes a la muestra escogida, finalmente, después de que todos los grupos llegaron a las fórmulas deseadas, se hizo la explicación de la interpretación geométrica con los policubos y así vieron como se representaba esta fórmula, tan complicada para algunos, por medio de 2 cubos y 6 placas de diferentes tamaños pero siempre con aristas a y b.

Faltando poco para finalizar la que sería la última clase, se procedió a la reflexión inter y extragrupal en donde se trató de conocer las opiniones de los alumnos pasadas las cinco actividades.

La mayoría de los pocos que intervinieron expresaron su beneplácito por esta metodología y resaltaron sus ventajas, otros se quejaron por la falta de apoyo y colaboración de sus compañeros de equipo y solo una estudiante manifestó públicamente su desagrado por este método y afirmó que era mucho mejor trabajar sola, a otros que ya eran conocidos por el poco aporte y la mínima voluntad que pusieron durante las actividades su silencio no hizo más que corroborar su apatía e incluso antipatía por la materia y por el trabajo en grupo o individual.

La clase terminó en medio de la entrega de las guías pasadas debidamente calificadas en las cuales las notas habían sido en su mayoría satisfactorias, antes de que los alumnos se salieran del aula y se dispersaran se les hizo entrega de la guía de repaso que ya había sido anunciada desde la clase anterior, en la que encontrarían toda la información y teoría sobre los productos notables, con ejemplos y ejercicios para practicar.

## GUÍA DE REPASO



COLEGIO LAS AMÉRICAS  
HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ

### GUÍA # 5

#### Objetivos:

- Recordar y practicar las fórmulas de los 6 productos notables vistos en las guías anteriores.
- Lograr por medio de los equipos de trabajo cooperativo un mayor afianzamiento de los conceptos y alcanzar un aprendizaje significativo.

#### REPASO DE LOS 6 PRODUCTOS NOTABLES VISTOS EN LAS ACTIVIDADES ANTERIORES

En esta guía se encuentra resumida una parte importante de la información de las guías anteriores y además tiene el propósito de que todos los equipos la aprovechen para que estudien y practiquen no solo pensando en el examen sino en asimilar y aprender realmente estas fórmulas y conceptos.

#### 1. Cuadrado de la suma y la diferencia de un Binomio:

$$(a \pm b)^2$$

Para encontrar la fórmula resolveremos el cuadrado del binomio como un producto de factores iguales.

**EJEMPLO:**

$$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(m + n)^2 = (m + n)(m + n) = m^2 + m n + m n + n^2 = m^2 + 2mn + n^2$$

$$(c + d)^2 = (c + d)(c + d) = c^2 + c d + c d + d^2 = c^2 + 2cd + d^2$$

¿Qué sucede cuando tenemos signo menos?

$$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(m - n)^2 = (m - n)(m - n) = m^2 - m n - m n + n^2 = m^2 - 2mn + n^2$$

$$(c - d)^2 = (c - d)(c - d) = c^2 - c d - c d + d^2 = c^2 - 2cd + d^2$$

**EJERCICIOS:** Aplicando la fórmula encuentra el resultado de los siguientes cuadrados de binomios:

1. $(x + 3)^2 =$	2. $(m + 12)^2 =$
3. $(2x + 5)^2 =$	4. $(7x + 9)^2 =$

2. Productos de binomios con un término común:

$$(x + m)(x + n)$$

Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios:

**EJEMPLO:**

$$(x + 7)(x + 3) = x^2 + 3x + 7x + 21 = x^2 + 10x + 21$$
$$(x + 2)(x + 5) = x^2 + 5x + 2x + 10 = x^2 + 7x + 10$$
$$(x + 4)(x + 12) = x^2 + 12x + 4x + 48 = x^2 + 16x + 48$$

EJERCICIOS: Resuelve aplicando la fórmula:

1. $(x+2)(x+5) =$	2. $(x+12)(x+7) =$
3. $(x-15)(x-7) =$	4. $(x-3)(x-20) =$

3. Suma por su diferencia:

$$(x + a)(x - a)$$

Para encontrar la fórmula lo multiplicaremos como un producto de binomios:

**EJEMPLO:**

$$\begin{aligned} 1. \quad (x + m)(x - m) &= x^2 - mx + mx - m^2 = x^2 - m^2 \\ 2. \quad (x - a)(x + a) &= x^2 + ax - ax - a^2 = x^2 - a^2 \\ (x + y)(x - y) &= x^2 - xy + xy - y^2 = x^2 - y^2 \end{aligned}$$

**EJERCICIOS:** Completa los siguientes espacios que faltan para que sea una suma por su diferencia:

$25 - \underline{\quad} = (\underline{\quad} + 7y)(\underline{\quad} - 7y)$	$\underline{\quad} - 49m = (2n + \underline{\quad})(2n - \underline{\quad})$
$36x^2 - 121 = (\underline{\quad} - \underline{\quad})(\underline{\quad} + \underline{\quad})$	$64 - \underline{\quad} = (\underline{\quad} + 3y)(\underline{\quad} - 3y)$

4. **Cubo de la suma y la diferencia de un Binomio:**

$$(a \pm b)^3$$

Para encontrar la fórmula resolveremos el cubo del binomio como un producto de factores iguales.

**EJEMPLO:**

$$(a + b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b) = (a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$$

$$= a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(m + n)^3 = (m+n)(m+n)(m+n) = (m+n)^2(m+n) = (m^2 + 2mn + n^2)(m+n)$$

$$= m^3 + 2m^2n + mn^2 + m^2n + 2mn^2 + n^3 = m^3 + 3m^2n + 3mn^2 + n^3$$

**¿Qué sucede cuando tenemos signo menos?**

$$(a-b)^3 = (a-b)(a-b)(a-b) = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$$

$$= a^3 - 2a^2b + ab^2 - a^2b + 2ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$(m-n)^3 = (m-n)(m-n)(m-n) = (m-n)^2(m-n) = (m^2 - 2mn + n^2)(m-n)$$

$$= m^3 - 2m^2n + mn^2 - m^2n + 2mn^2 - n^3 = m^3 - 3m^2n + 3mn^2 - n^3$$

**EJERCICIOS:** Aplique la fórmula para resolver el cubo de binomio:

$(x+2)^3 =$	$(x-1)^3 =$
$(x-5)^3 =$	$(x+3)^3 =$

Completa los siguientes espacios que faltan en los cubos de los binomios.

$(x - \underline{\quad})^3 = \underline{\quad} - \underline{\quad} + \underline{\quad} - 27$	$(5x + \underline{\quad})^3 = \underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad} + 64y^3$
$(\underline{\quad} - \underline{\quad})^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$	$(\underline{\quad} - \underline{\quad})^3 = 125 - 75x + 15x^2 - x^3$

#### 4.6 EXAMEN



COLEGIO LAS AMÉRICAS  
HERNÁN DARÍO ACEVEDO SÁNCHEZ

Analiza cada ejercicio antes de escribir la respuesta:

1.  $(a + b)(a - b) + b^2$
2.  $(3 - \underline{\quad})^2 = \underline{\quad} - 12 + 4$
3.  $p^3 + 3p^2q + 3pq^2 + q^3$
4.  $(x + y)^3 + (x + y)^2$
5.  $w^2 + z^2 + 2wz$
6.  $(x + a)(b + x)$
7.  $y^2 - c^2$

Escribe en forma algebraica los siguientes productos notables:

8. Producto de dos binomios con término común.
9. Cubo de la suma de un binomio.
10. Cuadrado de la diferencia de un binomio.

¡Muchos éxitos!

Antes de dar inicio al examen se les pidió que sacaran la guía de repaso y sorprendentemente muchos ni siquiera la llevaron a clase y cuando se les dijo: alcen la mano los estudiantes que no estudiaron para el examen, 11 estudiantes tuvieron el valor de hacerlo y reconocer que no habían estudiado, sin embargo, por falta de tiempo y a sabiendas de que por más que se aplazara el examen siempre habría varios estudiantes que no habrían estudiado, se decidió entregar el examen y esperar los resultados, durante el transcurso del examen se vieron algunos rostros de preocupación, aunque la mayoría se veía dedicado a resolver los ejercicios propuestos, algunos alumnos se veían pensativos y sin intenciones de terminar pronto el examen, a pesar de que solo se disponía de la primera hora de clase para tal fin.

Probablemente el hecho de saber que muy pocos estudiantes van a perder el año, los hace relajarse y tomar las cosas con demasiada calma y sin ningún tipo de temor a perder la materia, eso sumado a la irresponsabilidad apenas normal en niños de esta edad, hacen que no le dieran la importancia que merecía este examen, algunos lo entregaron muy rápido mientras que alrededor de la mitad del curso esperó a que se les recogiera la hoja faltando unos 5 minutos para que finalizara la primera hora, en vista de que solo estaban dejando que pasara el tiempo sin intentar siquiera resolver los puntos del examen, como si esperaran que las respuestas les cayeran del cielo.

Luego de una cálida despedida por parte de la profesora se dio fin a esta actividad con unas breves palabras en las que se trató una vez más de hacer entrar en conciencia de la importancia de las matemáticas en la vida diaria y en el futuro profesional de todos los estudiantes y de que aprovecharan al máximo a su profesora y la capacidad de sus compañeros y su propia capacidad de ser buenos profesores también.

## 5. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

Como su nombre lo indica, en esta investigación se propone un método de enseñanza de las matemáticas diferente al utilizado en la mayoría de los centros educativos, el propósito primordial de este trabajo de grado consiste en lograr un mejor aprendizaje de los estudiantes aprovechando las bondades de este sistema, como el hecho de que los estudiantes puedan aprender de compañeros y amigos de su misma edad y en su mismo lenguaje, entre otras.

El propósito de esta investigación no era el de compararlo con otros métodos de enseñanza sino más bien llevarlo a la práctica y verificar las bondades y beneficios que ha demostrado en estudios hechos en diversos países por expertos en la materia, hecho que se logró a pesar de que no se logró que la totalidad de los estudiantes aprobaran, sin embargo no deja de ser valioso el hecho de haber puesto en práctica en estos alumnos el aprendizaje cooperativo y, más allá de sacar unas notas lo más importante de esta investigación fue evaluar la actitud y el efecto causado en los estudiantes este método nuevo para ellos.

Además la interacción que implica el trabajo en equipo trae consigo ventajas adicionales como el mejoramiento de las relaciones interpersonales entre los alumnos, también fomenta la solidaridad y la tolerancia entre los mismos, aunque cabe decir que el trabajo en grupos permanentes puede ocasionar inconvenientes sobretodo entre adolescentes debido a la rebeldía e irresponsabilidad características en esta etapa de la vida, además de su tendencia a polarizarse en grupos lo que hace un poco más compleja su utilización que en niños de primaria que normalmente son más obedientes y respetuosos o en adultos que por su madurez aceptan trabajar en grupo con cualquier compañero con el mismo empeño y dedicación.

Es muy difícil asignarle una nota, tanto cuantitativa, como se hace aún en las universidades o en algunos colegios, como cualitativa, que es el caso del Colegio Las Américas, sin embargo, es imperativo hacerlo.

Para sacar la nota definitiva de cada estudiante se tuvieron en cuenta las cinco notas obtenidas entre las cuatro guías y el examen final, además de la evaluación de la conducta, disciplina y la disposición hacia el trabajo cooperativo y demás actitudes observadas en los estudiantes. Las notas obtenidas fueron las siguientes:

### **ESTERNOCLEIDOMASTOIDEO**

<b>Estudiante</b>	<b>Guía 1</b>	<b>Guía 2</b>	<b>Guía 3</b>	<b>Guía 4</b>	<b>Examen</b>	<b>Definitiva</b>	<b>Nota anterior</b>
#2 CRISTIAN NIÑO	S	E	E	A	A	S	E
#12 SHIRLEY ÁLVAREZ	S	E	E	A	D	A	I
#22 GRACIELA SUÁREZ	S	E	E	A	D	I	A
#31 MIGUEL HERNÁNDEZ	S	E	E	A	D	A	I
#33 MAGDIANY BLANCO	S	E	E	A	D	D	I

Este curioso y largo nombre surgió a raíz de que la profesora mencionó este músculo en una charla el día que se hizo la observación y tal vez a ellos les pareció una palabra muy singular y decidieron tomarla como el nombre de su equipo.

Este grupo quedó conformado por cinco estudiantes, pero en realidad es como si hubiesen sido cuatro, por que una de las integrantes, Magdiany, prácticamente no quiso participar, además de ser bastante indisciplinada ya que con frecuencia se ponía a conversar con sus compañeras distrayéndolas o se dedicaba a hacer tareas de otras materias o a escribir cosas en sus cuaderno, por más que se le

invitó a participar y sus mismos compañeros trataron en varias ocasiones de que se uniera al atrabajo ella hizo caso omiso y continuó con la misma actitud.

De nada valieron los pedidos de sus compañeros y del docente para que se entusiasmara y esmerara por el trabajo en grupo y aunque nunca se quejó de sus compañeros, los varones del grupo si se quejaron mucho de ella y de su poca participación y de ahí la nota obtenida que fue la más baja del grupo.

El estudiante que más se destacó de este equipo fue Cristian, quien siempre se mostró activo, era de los primeros en terminar y que además se sentía muy seguro de sí mismo, tanto así que como el mismo lo confesó, no estudió para el examen final pues como él mismo lo dijo, eso era muy fácil, sin embargo su nota en el examen no fue la mejor.

Las estudiantes Shirley y Graciela, se hacían siempre una junto a la otra dentro del grupo y solían susurrarse mucho entre ellas y, aunque fue necesario repetirles varias veces los ideales del aprendizaje cooperativo lentamente fueron mejorando su actitud, pero como la gran mayoría de alumnos del curso no estudiaron la guía para el examen y a una de ellas no le alcanzó para pasar pues sólo hasta la cuarta actividad se le vio participar activamente en el grupo.

Miguel, es de esos alumnos bastante indisciplinados que contagian a quienes están cerca de ellos, él, junto a Cristian, terminaban muy rápido las guías e intentaban dedicarse el resto del tiempo a hablar y fomentar el desorden pero se les encargó la misión de explicarles a sus compañeros de grupo en lo cual invertían el resto del tiempo.

Tal vez se confió demasiado y no repasó para el examen y por eso le fue mal, pero ya anteriormente durante las actividades había demostrado que estaba dispuesto a colaborarles a sus compañeros de grupo y a dejarse colaborar de

ellos.

### **LAS CUATRO ESTRELLITAS**

<b>Estudiante</b>	<b>Guía 1</b>	<b>Guía 2</b>	<b>Guía 3</b>	<b>Guía 4</b>	<b>Examen</b>	<b>Definitiva</b>	<b>Nota anterior</b>
#5 FABIÁN MALDONADO	S	S	A	D	A	A	S
#15 ALEXANDRA BOHÓRQUEZ	S	S	A	D	D	D	A
#25 SLENDY AMADO	S	S	A	D	A	A	I
#36 CESAR FLÓREZ	S	S	A	D	D	I	----

Al igual que el grupo anterior, en este equipo también hubo numerosas quejas por parte de Fabián, para con sus dos compañeras, especialmente Alexandra quien, además de faltar a dos clases, las veces que fue no aportó mucho al grupo y demostró ser irrespetuosa y grosera por la forma de responderle a sus compañeros y a su profesor.

En cuanto al resto del equipo en general siempre se veían dedicados a sus guías, se caracterizaban por preguntar bastante y expresar libremente sus inquietudes, además, nunca protestaron por tener que trabajar juntos.

Su rendimiento académico fue bueno hasta la quinta actividad en la que la indisciplina contagió a la mayoría de estudiantes del curso, y como casi todos los alumnos, se nota que no leyeron la guía de repaso y se presentaron al examen confiando en lo que recordaban de las clases.

El estudiante Fabián, fue el más sobresaliente del grupo ya que siempre colaboró con sus compañeros, y se mostraba siempre dispuesto a atender y resolver las dudas de los mismos.

## SCORPION

Estudiante	Guía 1	Guía 2	Guía 3	Guía 4	Examen	Definitiva	Nota anterior
#8 DIANA HERNÁNDEZ THOME	S	S	S	S	A	A	S
#18 YESMI QUIROGA	S	S	S	S	D	A	I
#28 JULIANA BELTRÁN	S	S	S	S	D	A	I
#39 MARTHA SALAMANCA	S	S	S	S	E	E	I

En este grupo, conformado por cuatro mujeres, los resultados académicos fueron tal vez los mejores, pero no así la disciplina de todas las integrantes, sin embargo ninguna de ellas deberá recuperar este tema, y, aunque en clase trabajaban juntas, se veían activas y cooperaban entre sí, era evidente que no todas ellas eran amigas o llevaban una relación cordial, las estudiantes Diana y Juliana, se sentaban siempre una al lado de la otra y constantemente se les llamaba la atención para que dejaran de hablar tanto, aunque siempre la excusa era que estaban hablando de la actividad, cosa que no era cierta, en menor medida parecía haber empatía entre ellas y la estudiante Yesmi, pero, por lo visto, no tenían ningún tipo de relación con la estudiante Martha, que, dicho sea de paso, fue la más sobresaliente del grupo y tal vez de todo el curso, ya que luego de terminar las actividades no se volvían a dirigir la palabra y se sentaban en filas diferentes.

Aunque existió cooperación entre ellas durante las actividades, quizás el tiempo no fue suficiente para que naciera una amistad entre ellas o por lo menos una relación de más compañerismo, sobre todo de parte de las alumnas Diana y Juliana, hacía las demás.

## MONSCHINE

Estudiante	Guía 1	Guía 2	Guía 3	Guía 4	Examen	Definitiva	Nota anterior
#6 TATIANA VILLAMIZAR	S	S	D	E	E	E	E
#16 GILDARDO PÉREZ	S	S	D	E	D	D	D
#26 YURANI ESPITIA	S	S	D	E	D	I	I
#37 CINDY OLIVAR	S	S	D	E	A	A	E

Su nombre tuvo origen en la leyenda de la portada de un cuaderno de uno de sus integrantes, ya que ni siquiera para escoger el nombre del grupo tuvieron iniciativa y entusiasmo, desde el primer día fue evidente que era el grupo con menos interés y voluntad para trabajar, en especial el estudiante Gildardo, quien abiertamente manifestó su desagrado por las matemáticas, sus pocas actitudes para las mismas, y que solo se interesaba en el fútbol, Yurani, quién a pesar de no ser tan indisciplinada tampoco se le veía mayor interés en las actividades y permanecía pensativa la mayoría del tiempo, tal vez fueron los dos estudiantes a los que más se les insistió que trabajaran en equipo solidariamente, pero todas estas recomendaciones fueron infructuosas ya que, al parecer, les daba igual aprender o no aprender, y pasar o no pasar la materia.

Solo Cindy, quien a pesar de ser un poco inquieta y de tener la costumbre de ponerse mucho de pie y conversar con alumnas de otros equipos, mostró un poco más de interés por participar, aprender y realizar las actividades, por lo menos preguntaba lo que no entendía pero sobre todo Tatiana, quien junto con Martha, del equipo Scorpión, fueron las mejores estudiantes tanto académica como disciplinariamente, ya que no hubo la menor queja sobre su actitud y aunque cometían algunos errores algebraicos de vez en cuando, estaban dispuestas a corregirlos y a asimilar lo que se estaba estudiando, además se tomaban la responsabilidad de explicarles a sus compañeros de equipo que no siempre

estuvieron dispuestos a que les colaboraran y mucho menos a colaborar.

Si se comparan la nota anterior de los 17 estudiantes de la muestra, con la obtenida en este tema y mediante el uso del aprendizaje cooperativo, vemos que de 16 estudiantes (1 estudiante se había retirado y luego volvió al colegio), 7 pasaron y 9 tuvieron que recuperar, lo que da un porcentaje de 43.75% de alumnos que pasaron el tema anterior, mientras que de 17 estudiantes, 11 pasaron y 6 tendrán que recuperar para pasar el tema de productos notables, lo que da un 64.70% de alumnos que no tendrán que recuperar dicho tema, si bien la diferencia es de solo un 20.95% a favor, hay que tener en cuenta que no se contó con el tiempo ni con el conocimiento y tal vez, no se hizo la distribución ideal de los grupos para lograr un porcentaje mayor, pero por sobre todo, y esto mismo lo comentó la profesora ante la pregunta ¿por qué tantos alumnos habían perdido el primer tema siendo tan sencillo?, y es que muchos alumnos no ponen de su parte y no muestran interés en aprender y así es muy difícil hasta para el mejor docente del mundo conseguir que el 100% de los alumnos pasen los temas y la materia, que sería lo ideal.

## **6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Una de las cosas que nos han advertido muchos expertos en el empleo del aprendizaje cooperativo es: "no digas que es fácil" sabemos que no lo es, puede llevar años llegar a dominarlo, y hay una fuerte presión sobre el docente para que enseñe como todos los demás, para que haga que los alumnos aprendan individualmente y para que no se permita que cada estudiante consulte el trabajo del otro. (Johnson, Johnson y Holubec, 1999)

### **CONCLUSIONES**

Esta investigación deja varias conclusiones y recomendaciones que son muy valiosas, entre ellas, algunas que desafortunadamente sólo se pueden hacer después de haberlo puesto en práctica, y que, por más que se halla leído mucha teoría al respecto, no se pueden prever ni prevenir.

Tal vez la principal conclusión es que el aprendizaje cooperativo, utilizado como estrategia para alcanzar un mejor nivel de aprendizaje de los productos notables produjo buenos resultados, y, en comparación con la primera nota obtenida por los mismos alumnos en este año, demostró una disminución en el número de alumnos que sacaron menos de aceptable, y que por lo tanto, deben recuperar el tema, aunque la diferencia no fue muy grande, por lo menos representa que, a pesar de situaciones que no son las ideales, como falta de tiempo para desarrollar las actividades, desconocimiento del grupo de alumnos y ante todo, en contra de la falta de interés de muchos estudiantes, se pudo conseguir que varios de los estudiantes que hacían parte de la muestra hayan mejorado su nota definitiva.

Es apenas lógico que para unos estudiantes que llevan toda su vida escolar acostumbrados a un sistema de enseñanza en el que ellos no son parte activa del

proceso, un cambio repentino como este les provoque cierto rechazo, o, por lo menos, cierta desconfianza o hasta indiferencia, por eso lo ideal sería emplear el aprendizaje cooperativo desde los primeros años de escuela de los niños y así se podrá aprovechar el gran potencial que tiene este método para lograr lo que todo docente desea, que todos sus alumnos alcancen un nivel de aprendizaje mejor que el que normalmente logran.

A juzgar por las notas conseguidas por los alumnos en esta investigación y por la actitud de muchos de ellos, es aceptable suponer que con mas tiempo de trabajo y con un mejor conocimiento del grupo se lograrían resultados muy sobresalientes y es de resaltar que en esta investigación con los productos notables se logró mejorar las notas en casi un 21%, lo que representa la quinta parte de la muestra, que si bien no era lo esperado, si por lo menos demuestra que aún en condiciones que no son las ideales el aprendizaje cooperativo logra mejorar el aprendizaje de los alumnos e indiscutiblemente, los ayuda a mejorar en sus relaciones interpersonales.

Otra conclusión mas es que el nivel de la mayor parte de los estudiantes de este curso es muy bajo, y aún están acostumbrados a no tener que esforzarse en lo más mínimo, a que se les de todo bien masticadito, tal como lo dijo textualmente una estudiante que no está dentro de la muestra:"ah no, a mí no me gusta echar cabeza", refiriéndose a que no le gustaba que un ejercicio la pusiera a pensar, además, pretenden pasar sin estudiar fuera de clases e incluso sin ni siquiera poner atención a las clases y si les va mal, aseguran que es por culpa del docente y no de ellos que no estuvieron dispuestos a dejarse enseñar.

Cuestiones como estas, "cómo lograr que los estudiantes de bachillerato estudien fuera de clases", "cómo conseguir que todos los alumnos presten atención durante las clases", "cómo motivar a los alumnos de bachillerato y lograr que se interesen por las matemáticas" o "cómo conseguir que los estudiantes de bachillerato sean

mas educados, respetuosos y disciplinados", serían excelentes temas de investigaciones mucho mas extensas y complejas, incluso para tesis doctorales.

## **RECOMENDACIONES**

Tratar de conocer bien al grupo antes de iniciar el empleo del aprendizaje cooperativo en el aula.

Aplicar el aprendizaje cooperativo formal es lo más adecuado por la estrecha relación que necesariamente surgirá con el tiempo en los integrantes de los equipos, lo cual hará que se interesen mucho más por el aprendizaje del otro.

Escoger muy bien los integrantes de los equipos, que deben ser tan heterogéneos como se pueda, el método de las tres listas puede ser muy efectivo, si estas están bien distribuidas y se tiene el suficiente conocimiento del curso como para saber a cuales estudiantes de cada lista se deben escoger para que trabajen juntos en armonía.

Asignarles roles específicos a todos los integrantes de los equipos, algo en lo que no se hizo el énfasis necesario y que probablemente derivó en que los estudiantes sintieran una inusitada libertad, que ellos no están en edad de saber aprovechar, ya que vienen acostumbrados a que se les diga paso por paso lo que deben y no deben hacer.

No darse por vencidos al primer intento, si es que este no resulta como esperaba, implementar el aprendizaje cooperativo en el aula exige esfuerzos y sacrificios, no es fácil, pero vale la pena.

## BIBLIOGRAFÍA

ARIAS SILVA Juan de Dios; CÁRDENAS ROA, Carolina; ESTUPIÑÁN TARAPUEZ, Fernando. Aprendizaje cooperativo. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá. 2003.

CAMPBELL, J. The children's crusader. Colonel Francis W Parker. Phd dissertation teachers college, Columbia University. 1965.

COLLINS, B. Social psychology. Reading, Addison-Wesley. 1970.

CORREA VILLAR, Margarita Claudia. Aprendizaje cooperativo como estrategia en la enseñanza de las matemáticas en educación superior. Monografía de grado, Especialización en Docencia Universitaria. Bucaramanga: UIS. 2001.

DANSEREAU D. Learning strategy research. Lawrence Erlbaum, Hillsdale, NJ, 1985.

DEUTSCH M. A theory of cooperation and competition, Human relations 2, 1949.

\_\_\_\_\_. Cooperation and trust: some theoretical notes, Nebraska symposium on motivation. 1962.

DEVRIES, D.; EDWARDS, K. Student teams and learning games: their effects on cross-race and cross-sex interaction. Journal of education psychology. 1974. p. 66, 741-49.

FERREIRO GRAVIE, Ramón; CALDERÓN ESPINO, Margarita. El ABC aprendizaje cooperativo. Trillas, México. 2004.

GRUPO LAX. Trabajo cooperativo en clase de matemáticas. En Thales (2000). IX Congreso sobre enseñanza y aprendizaje de las matemáticas THALES. San Fernando, Servicio de Publicaciones de la Universidad de Cádiz y Thales. 2000.

HODGSON, V. y McCONNELL. D. Cooperative Learning and Development Networks. Computer Assisted Learning. 1995.

JONSON, David W. The social psychology of education. Holt. Rinehart and Wilson, Neva York.1970.

\_\_\_\_\_. Educational psychology, Englewood cliffs, Nueva Jersey, Prentice-Hall, 1979.

JOHNSON, David W; JOHNSON, Roger T. Cooperative, competitive and individualistic learning. Journal of research and development in education. 1978. p. 12, 3-15.

JOHNSON David W, JOHNSON Roger T. Cooperation and competition: theory and research, Edina, Minnesota, Interaction book company, 1989

\_\_\_\_\_. Creative controversy, Intellectual challenge in the classroom. Edina, Minnessota. Interaction book company. 1992.

\_\_\_\_\_. Aprender juntos y solos: aprendizaje cooperativo, competitivo e individualista. Paidós: Buenos Aires. 1999.

JOHNSON, David W., JOHNSON, Roger T. y HOLUBEC, E. Advanced cooperative learning, Edina, Minnessota. Interaction book company. 1992.

\_\_\_\_\_. Cooperation in the classroom. Edina, Minnesota. Interaction book company. 1993.

JOHNSON, David W.; JOHNSON, Roger T.; y SMITH, K. Active learning: cooperation in the college classroom. Edina, Minnesota. Interaction book company. 1991.

KAGAN, S. Cooperative learning, San Juan Capistrano, California, Resources for teachers, 1988.

KERR, N.; y BRUUN, S. The dispensability of member effort and group motivation losses: free-rider effects. Journal of personality and social psychology. 1983 p. 44, 78-94.

KERR, N. Ringelmann revisited: alternative explanations for the social loafing effects. Journal of Personality and social Psychology. p. 7, 224-231.

LANGER, E.; y BENEVENTO, A. Self-induced dependence. Journal of Personality and social Psychology. 1978. p. 34, 886-893.

LATANE, B.; WILLIAMS, K.; y HARKINS S. Many hands make light the work: the causes and consequences of social loafing. Journal of Personality and social Psychology. 1979. p. 37, 822-832.

LEWIN, K.. A dynamic theory of personality. Nueva York: McGraw-Hill. 1935.

MALLER, J. Cooperation and competition: an experimental study in motivation, Nueva York, Teachers college. Columbia University. 1929.

MAY, M.; y DOOB, L. Competition and cooperation. Social science research council bulletin. Nueva York. 1937.

MILLER, L.; y HAMBLIN, R. Interdependence, differential rewarding and productivity. American sociological review. 1963. p. 28, 768-778.

OVEJERO, A. El aprendizaje cooperativo. Una alternativa eficaz a la enseñanza tradicional. PPU. Barcelona. 1990.

PEPITONE, E. Children in cooperation and competition: toward a development social psychology. Lexington, MA, DC, Heath. 1980.

PIAGET, J. (1926). El método clínico (introducción a la representación del mundo en el niño). Trad. cast. En J. Delval (Comp.). Lecturas de psicología del niño I. Madrid: Alianza. 1982.

SALOMÓN, G. Communication and education: social and psychological interactions. People & communication. 1981. p. 13, 9-271.

SERRANO GONZÁLEZ, J. Aprendizaje cooperativo en matemáticas. Murcia Servicio de Publicaciones. 1997.

SHARAN, S.; y SHARAN, Y. Small-group teaching, Englewood cliffs. Nueva Jersey: Educational technology publications. 1976.

SHEINGOLD, K.; HAWKINS, y J CHAR C. I'm the thinkist, you're typist: the interactions of technology and social life of classrooms. Journal of social issues. 1984. p. 40, 49-61.

SLAVIN, R. Classroom reward structure: an analytical and practical review. Review of educational research. 1977. p. 47, 633-650.

\_\_\_\_\_. Cooperative learning, Review of educational research. 1980. p. 50, 315-342.

\_\_\_\_\_. Aprendizaje cooperativo. Aique, Buenos Aires. 1995.

\_\_\_\_\_. Aprendizaje cooperativo, teoría, investigación y práctica. Aique, Buenos Aires. 1999.

VINUESA VILELLA, Maria Pilar. Construir los valores, curriculum con aprendizaje cooperativo. Descleé de Brouwer. Bilbao. 2002.

WEBB, N.; ENDER, P.; y LEWIS, S. Problem-solution strategies and group processes in small group learning computer programming. American educational research journal. 1986. p. 23, 243-261.

WENGER, E. Comunidades de práctica-aprendizaje significativo e identidad. Buenos Aires: Paidós. 2001.

WITTROCK, M. Generative processes of comprehension. Educational psychologist. 1990. p. 24, 345-376, 1990.