

SISTEMA EXPERTO PARA LA MONITORIZACIÓN DE SALUD ESTRUCTURAL
MEDIANTE EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES: ADAPTACIÓN Y
VALIDACIÓN NUMÉRICA

JHONATAN CAMACHO NAVARRO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERIAS ELECTRICA, ELECTRONICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2010

SISTEMA EXPERTO PARA LA MONITORIZACIÓN DE SALUD ESTRUCTURAL
MEDIANTE EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES: ADAPTACIÓN Y
VALIDACIÓN NUMÉRICA

JHONATAN CAMACHO NAVARRO

Trabajo de investigación para optar al título de
Magíster en Ingeniería área Electrónica

Director
RODOLFO VILLAMIZAR MEJÍA
Dr. Tecnologías de la información

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERIAS ELECTRICA, ELECTRONICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2010

*A mi Diosito por permitirme alcanzar las metas
A mis padres por apoyarme siempre que lo necesito
A mi novia que quiero tanto por brindarme compañía
A mis amigos, profesores y familiares por participar en este triunfo*

Jhonatan Camacho Navarro

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Al Dr. Rodolfo Villamizar, director del proyecto, por supervisar y orientar el trabajo, promoviendo calidad, coherencia, buena redacción y el uso de la terminología apropiada, así como la culminación exitosa del trabajo.

Al Magíster Cesar A. Duarte y el Dr. Daniel Sierra, por sus aportes oportunos y su firme convicción en la investigación.

Al Msc Jabid E. Quiroga y el Dr. Oscar Gualdrón por las sugerencias y gran interés.

ÍNDICE GENERAL

pág.

Introducción

1. Monitorización de Salud Estructural	19
1.1. Definición del Problema.....	21
1.2. Objetivos.....	22
1.3. Algoritmo de monitorización propuesto.....	23
1.3.1. ETAPA 1. Obtención de información de un problema Benchmark....	24
1.3.2. ETAPA 2. Extracción de características.....	26
1.3.3. ETAPA 3. Reducción de características.....	26
1.3.4. ETAPA 4. Detección, Localización y Cuantificación de daños.....	27
2. Metodología CBR para monitorización de salud estructural	28
2.1. Extracción de Características	28
2.1.1. Cálculo de la TWD.....	28
2.1.2. Reducción de dimensionalidad mediante ACP	30
2.2. Razonamiento Basado en Casos (CBR)	31
2.2.1. Marco Conceptual	31
2.2.2. Ciclo CBR	32
2.3. Identificación de Daños	33
2.3.1. Representación de casos	34
2.3.2. Construcción de la base de casos	37
2.3.3. Recuperación y Adaptación	40
2.3.4. Índices de error	43
2.3.5. Selección de parámetros	44
2.3.5.1. Parámetros de la TWD.....	44
2.3.5.2. Parámetros de la red SOM.....	47
2.3.5.3. Validación cruzada en CBR.....	49
3. Validación Numérica	50
3.1. Caso de estudio: Estructura Benchmark UBC	50

3.2. Generación de casos	52
3.3. Medidas de error.....	54
3.4. Descripción de las pruebas	54
3.5. Estimación de la Correlación Cruzada	55
3.6. Identificación de daños.....	58
3.6.1. Transformada Wavelet Discreta	58
3.6.2. Análisis de Componentes principales	59
3.6.3. Red SOM	62
4. Conclusiones, Aportes y Trabajos Futuros	67
4.1. Conclusiones.....	67
4.2. Aportes	69
4.3. Trabajo Futuro.....	69
Bibliografía.....	71
Anexos	73

Lista de tablas

	pág.
Tabla 1. Rango de frecuencias - resolución.....	45
Tabla 2. Modos naturales para los modelos de la estructura Benchmark UBC	50
Tabla 3. Modos de vibración estimados.....	56
Tabla 4. Modos de vibración estimados para 100 casos.....	57
Tabla 5. Varianza y error medio de la estimación en 100 casos.....	58
Tabla 6. Cantidad de coeficientes resultantes de la TWD.....	59
Tabla 7. Parámetros de entrenamiento CBR.....	62
Tabla 8. Indicadores y errores sobre los grupos de validación cruzada.....	63
Tabla 9. Indicadores y errores sobre los grupos de entrenamiento en validación cruzada	64
Tabla 10. Errores medio y desviación del error.....	65
Tabla 11. Resultados de la estimación para un daño específico.....	66
Tabla 12. Rango de frecuencias analizadas en cada nivel de resolución.....	88

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Reconocimiento de patrones.....	21
Figura 2. Metodología propuesta	23
Figura 3. MSE nivel III aplicado a un Benchmark de un edificio de n pisos.	24
Figura 4. Vector de características caso 1.	25
Figura 5. Reducción de características.....	26
Figura 6. Esquema del patrón final.	27
Figura 7. Algoritmo de descomposición de la DWT a través de un banco de filtros.	29
Figura 8. Algoritmo SWT para el desarrollo de la TWD sin necesidad de diezmado.	29
Figura 9. Ciclo CBR.....	33
Figura 10. Ciclo CBR propuesto	34
Figura 11. Conjunto de casos	35
Figura 12. Conjunto de casos modificado.....	37
Figura 13. Construcción de la base de casos.....	38
Figura 14. Matriz de características principales.....	38
Figura 15. Entrenamiento de la Red SOM.....	40
Figura 16. Casos Recuperados.....	41
Figura 17. Probabilidad de daño	41
Figura 18. División del plano tiempo-frecuencia para niveles de descomposición parcial y completa en TWD.....	46
Figura 19. Estructura Benchmark UBC.	50
Figura 20. Disposición de acelerómetros en la estructura.	51
Figura 21. Modelo de identificación.	53
Figura 22. Correlación cruzada	55

Figura 23. Densidad espectral de potencia en la dirección y	56
Figura 24. Modos estimados para 100 casos.....	57
Figura 25. Coeficientes wavelet db4 caso sin daño.....	59
Figura 26. Parámetros de ACP para una familia wavelet.....	60
Figura 27. Varianza de componentes principales coeficientes Coiflet3.....	60
Figura 28. Aportes de los coeficientes wavelet (Coiflet3) a las componentes principales.....	61
Figura 29. Error relativo de dimensión.....	63
Figura 30. Error relativo del número del elemento.....	64
Figura 31. Error relativo para la estimación de severidad.....	64
Figura 32. Resultados de la estimación para un daño específico.....	66
Figura 33 Proceso de análisis de Fourier.	74
Figura 34 Forma de onda de ecuación Gaussiana.	76
Figura 35 Proceso de análisis de Fourier de tiempo corto.	76
Figura 36 Proceso de análisis Wavelet con filtros pasa-bajo y pasa-alto.....	79
Figura 37 Esquema de la descomposición en Series Wavelet, con el algoritmo piramidal.	80
Figura 38 Esquema de la reconstrucción Wavelet.	80
Figura 39 Esquemas de los distintos espacios de operación para análisis.....	81
Figura 40. Calculo de c.....	81
Figura 41.Desplazamiento.	82
Figura 42. Dilatación.	82
Figura 43 Representación de la transformada Wavelet en el espacio escala- tiempo.....	82
Figura 44 Escalamiento de la función wavelet.....	83
Figura 45 Formato de datos para realizar análisis de componentes principales.....	91
Figura 46 Vectores de variables para realizar análisis de componentes principales.....	92
Figura 47 Matriz de datos centrados.	93

Figura 48 Matriz de covarianza	94
Figura 49. Gráfica de codo para seleccionar el número de componentes	97
Figura 50. Efecto del sobre-entrenamiento	101
Figura 51. Representación gráfica validación cruzada	101
Figura 52. Cromosoma de parámetros SOM	102
Figura 53. Neuronas de entrada vs Neuronas de salida	103
Figura 54. Diagrama de flujo de la estructura del algoritmo genético	103

LISTA DE ANEXOS

A. La Transformada Wavelet	73
A.1. Introducción	73
A. 2. Análisis de Fourier.....	73
A.2.1. Coeficientes y Series de Fourier	74
A.2.2. Transformada de Fourier	75
A.2.3. Limitaciones del análisis de Fourier	75
A.3. Transformada Wavelet	76
A.3.1. Wavelets orto normales y discretas.....	77
A.3.2. Algoritmo piramidal - Descomposición wavelet.....	79
A.3.3. Algoritmo piramidal – Reconstrucción.....	80
A.4. Análisis tiempo – frecuencia.....	80
A.4.1. Escala y frecuencia.....	83
A.4.2. La naturaleza de escala	83
A.4.3. Número de operaciones.....	83
B. Selección de la wavelet.....	85
B.1. Introducción.....	85
B.2. Antecedentes de Metodologías planteadas	85
B.3. Metodologías propuestas por los autores	86
B.3.1. Uso de la correlación cruzada	87
B.3.2. Uso de la DWT para elegir wavelet madre	88
B.3.3. Observaciones.....	88
C. Análisis de Componentes Principales.....	90
C.1. Introducción.....	90
C.2. Procedimiento.....	92
C.2.1. Obtener los datos.....	92
C.2.2. Estandarizar las variables originales.....	92

C.2.3. Calcular la matriz de covarianza.....	93
C.2.4. Calcular los valores y vectores propios.....	94
C.2.5. Elegir componentes.....	95
C.2.6. Derivar el nuevo conjunto de datos.....	98
C.2.7. Volviendo al conjunto de datos originales.....	99
D. Sintonización de la metodología CBR.....	100
D.1. Introducción.....	100
D.2. Validación Cruzada.....	100
D.3 Algoritmos Evolutivos.....	102

RESUMEN

TÍTULO:

SISTEMA EXPERTO PARA LA MONITORIZACIÓN DE SALUD ESTRUCTURAL MEDIANTE EL RECONOCIMIENTO DE PATRONES: ADAPTACIÓN Y VALIDACIÓN NUMÉRICA*

AUTOR:

JHONATAN CAMACHO NAVARRO**

PALABRAS CLAVE:

Monitorización de salud estructural, Transformada Wavelet Discreta, Análisis de Componentes Principales, Redes SOM, Razonamiento Basado en Casos, Reconocimiento de patrones.

DESCRIPCION:

La monitorización de salud estructural comprende la detección, localización, cuantificación y diagnóstico de la severidad de daños en estructuras civiles, mecánicas o aeronáuticas. En el presente trabajo se especifican los componentes de una metodología de supervisión experta para detectar, localizar y cuantificar variaciones porcentuales de la rigidez en estructuras. El sistema de supervisión experta que se propone está basado en el reconocimiento de patrones y el uso de técnicas que emulan el conocimiento de expertos a partir de información en tiempo-frecuencia de la dinámica de la estructura. De esta forma, la aplicación de la transformada wavelet discreta, los mapas auto-organizados, el razonamiento basado en casos y el análisis de componentes principales, se presentan como una opción viable para dar solución al problema de monitorización de salud estructural de nivel III. El algoritmo de monitorización de salud estructural propuesto se validó de manera numérica sobre un problema Benchmark de monitorización para una estructura de ingeniería civil. Sin embargo, la metodología puede ser usada en otros tipos de estructuras a partir de un modelo analítico apropiado y realizando las adaptaciones requeridas para el problema específico. Los principales aportes del trabajo comprenden la adaptación de una metodología similar para detección de impactos en alas de avión así como la inclusión de indicadores para evaluar el comportamiento del algoritmo durante las fases de entrenamiento y validación además de la especificación detallada de cada parámetro.

* Proyecto de Investigación

**Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Rodolfo Villamizar Mejía.

ABSTRACT

TITLE:

STRUCTURAL HEALTH MONITORING USING AN EXPERT SYSTEM BASED ON PATTERN RECOGNITION*

AUTHORS:

JHONATAN CAMACHO NAVARRO**

KEYWORD:

Structural Health Monitoring, Discrete Wavelet Transform, Principal Component Analysis, Self-Organizing Maps, Case-based reasoning.

DESCRIPTION:

This work presents an expert monitoring algorithm approach able to detect, locate and quantify stiffness variations in structures. The proposed algorithm is based on pattern recognition and techniques emulating expert knowledge. Time-frequency information about structural dynamics is obtained by using discrete wavelet transform, self-organizing maps, case-based reasoning and principal component analysis. Environmental disturbance is considered as viable for structural health monitoring at level III. The proposed algorithm was initially numerical validated on a benchmark monitoring problem for a civil engineering structure; however it could be used for another type of structures by using an appropriate analytical model and adapting it to the specific problem. The Benchmark used is the scaled steel frame structure available in the Washington University Structural Control and Earthquake Engineering Laboratory and modeled by the work group belongs to the American Society of Civil Engineering. The main contributions of the work include an adaptation of a similar methodology to detect impacts on aircraft wings and the inclusion of indicators for assessing the performance of the algorithm during the training and validation phases, as well as the detailed specification of each parameter. Future works are necessary in order to improve the false positive rate. Also, practical y/o experimental results are required to test the effectiveness of the proposed methodology.

* Research Project

** Faculty of Physicist Mechanical Engineering. School of Electrical Engineering, Electronics and Telecommunications. Rodolfo Villamizar Mejia.

INTRODUCCIÓN

La identificación de daños en estructuras civiles, mecánicas ó aeroespaciales, se conoce a nivel mundial como el problema de Monitorización de Salud Estructural (MSE). En [1] se presenta una revisión del estado del arte de técnicas desarrolladas para MSE durante las 3 últimas décadas. En dicha revisión se evidencia un aumento significativo en el número de investigaciones [1]-[4] para la evaluación de daños en edificios, puentes, aviones, cohetes, máquinas eléctricas, tuberías de gas, vigas y materiales compuestos [1]-[6]. Sin embargo, aún se requiere desarrollar técnicas para MSE aplicadas sobre estructuras con modelos complejos, con alta confiabilidad y funcionalidad en el diagnóstico, además de capacidad de evaluación en tiempo real.

Además, en [1] se plantea la MSE como un paradigma de reconocimiento de patrones, mediante el cual es posible detectar, localizar ó cuantificar daños dependiendo del número y tipo de variables físicas que se midan, las técnicas de procesamiento de señal aplicadas y de los modelos estadísticos considerados para la toma de decisiones [1]-[3].

Por lo tanto, este trabajo representa un aporte al problema MSE mediante el uso de una metodología de supervisión experta basada en el reconocimiento de patrones. El algoritmo de supervisión experta propuesto hace uso de técnicas de procesamiento digital de señales tales como la transformada wavelet discreta (DWT) y el análisis de componentes principales (PCA), así como técnicas de inteligencia artificial como el Razonamiento Basado en Casos (CBR) y las redes neuronales SOM (*Self Organizing Map*), para detectar, localizar y cuantificar cambios porcentuales de rigidez en una estructura.

Esta propuesta se orienta en adaptar técnicas que incluyan análisis automático de la mínima cantidad de datos, con poca intervención humana y con capacidad de evaluar daños de manera no supervisada [4]. En el [Capítulo 1](#) se presenta el marco teórico relacionado con Monitorización de Salud Estructural, los objetivos de la propuesta y el esquema general del algoritmo de supervisión propuesto. En el [Capítulo 2](#) se especifican cada uno de los componentes del algoritmo de supervisión experta propuesto, teniendo como marco de referencia el razonamiento basado en casos. Además, se definen procedimientos para la selección de cada uno de los parámetros que se requieren para la apropiada implementación numérica de la metodología propuesta. En el [Capítulo 3](#) se discuten los resultados de la validación numérica, realizada sobre un problema *Benchmark* de ingeniería civil. De esta manera, en el [Capítulo 3](#) se presenta el modelo de la estructura y la adaptación específica del algoritmo. En el [Capítulo 4](#) se exponen las conclusiones, aportes y trabajos futuros. Seguidamente, se relaciona la [Bibliografía](#) consultada para el desarrollo de la propuesta. Finalmente se presentan cuatro Anexos relacionados con el marco teórico de la transformada *wavelet* ([Anexo A](#)), la selección de la *wavelet madre* ([Anexo B](#)), los parámetros del Análisis de Componentes Principales ([Anexo C](#)) y procedimientos para la

sintonización de la metodología CBR usando validación cruzada y algoritmos genéticos ([Anexo D](#)).

MONITORIZACIÓN DE SALUD ESTRUCTURAL

Un programa de MSE es desarrollado generalmente en 5 etapas:

- 1.) Inspección visual.
- 2.) Modelado de la estructura.
- 3.) Instrumentación de la estructura.
- 4.) Desarrollo de técnicas para evaluación de daños.
- 5.) Validación e implementación de las técnicas para evaluación de daños.

La inspección visual es la técnica más común para la identificación de daños en estructuras y sirve como estándar para comparar las tecnologías de evaluación de daños en estructuras. El proceso de inspección visual se realiza para establecer el estado inicial de la integridad (salud) de la estructura. Además, durante la inspección visual se buscan daños evidentes como grietas y se establecen los parámetros de diseño que serán tenidos en cuenta en etapas posteriores del programa de MSE [5], [6].

No obstante, el proceso de inspección visual es costoso, consume tiempo, tiene menor probabilidad de detectar daños específicos, no revela defectos observados mas allá de una rutina de inspección y es propenso a errores humanos, en los cuales influyen factores como el miedo al tráfico, agudeza visual, intensidad de la luz, carga de trabajo para el inspector, percepción del mantenimiento, complejidad y accesibilidad.

De acuerdo a las necesidades del programa para MSE, se desarrolla un modelo analítico de la estructura, cuyos parámetros generalmente son obtenidos mediante el método de elementos finitos. El modelo matemático comúnmente usado es la ecuación diferencial de movimiento (ver [Ec.1.1](#)) y representa el comportamiento dinámico de la estructura debido a excitaciones externas y condiciones internas tales como vientos, sismos, cargas, condiciones normales de operación, humedad, temperatura, esfuerzo y envejecimiento [1]-[3], [5] – [6].

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = F \quad \text{Ec. 1.1}$$

En la [Ec.1.1](#), **M** es la matriz diagonal de masas, **C** es la matriz de amortiguamientos, **K** es la matriz de rigidez, **F** es el vector de fuerzas aplicado en la estructura y **x** es el vector con los desplazamientos de cada uno de los elementos de la estructura respecto a un marco de referencia inercial.

Por otra parte, luego que el modelo analítico de la estructura se ha establecido, se realiza un ajuste del mismo utilizando información de los modos de vibración de la estructura proveniente de registros de velocidad, desplazamiento ó aceleración ambiental. Para lograr esta tarea, se instrumenta la estructura mediante sensores de aceleración localizados en elementos que aporten información significativa. El uso de acelerómetros es frecuente debido al menor costo que tienen, en contraste con la fibra óptica, velocímetros y medidores de desplazamiento [1], [2].

Cuando el modelo analítico de la estructura ha sido ajustado, la siguiente etapa consiste en desarrollar técnicas de evaluación de daños a partir del procesamiento

de los registros temporales de aceleración ambiental. Las técnicas para MSE facilitan la identificación de daños mejorando el proceso de inspección visual, reduciendo costos, tiempo y errores humanos durante el proceso de evaluación de la integridad de la estructura. La premisa básica de los métodos para identificación de daños consiste en detectar las alteraciones de la respuesta dinámica debida a cambios de las propiedades físicas de la estructura **[1] – [6]**.

Una manera de definir el alcance de las técnicas de evaluación de daños en MSE, es de acuerdo al grado de complejidad con la que se realiza la identificación del daño y se establece por niveles de tareas logradas, así: **[1]**

- Nivel I: Detección del daño.
- Nivel II: Nivel I + Localización.
- Nivel III: Nivel II + Cuantificación.
- Nivel IV: Nivel III + Pronóstico de la vida útil.

El nivel I consiste en identificar si existen ó no daños estructurales tales como grietas, cambios de rigidez, pérdida de elementos y en general cambios que producen el deterioro de la estructura antes que se produzca un colapso **[3]**.

Por otro lado, la localización consiste en determinar la ubicación espacial del daño **[1]-[5]** y depende de los requerimientos para lograr altos grados de aislamiento (el aislamiento según **[3]** corresponde al grado de localización más preciso en MSE.). Así, las necesidades del problema MSE respecto a localización, definen la complejidad del procesamiento a utilizar, así como los costos y cantidad de mediciones por realizar **[2], [5], [6]**. Además, como parámetros de robustez, las técnicas de MSE deben tener en cuenta los efectos adversos de las condiciones ambientales, complejidad de los modelos, limitaciones respecto a la disponibilidad de sensores y errores en las medidas de la respuesta dinámica.

El nivel III y el nivel IV de MSE generalmente se encuentran muy relacionados y el objetivo es realizar una medida del daño, cuantificar su alcance y estimar la severidad para efectuar una predicción de la vida útil de la estructura. En este sentido, las metodologías planteadas realizan cálculos del cambio porcentual de las propiedades físicas de la estructura ó en otros casos se realizan estudios de habitabilidad de edificios luego que han sido afectados por catástrofes naturales **[5]-[7]**.

La última etapa de un programa de MSE es la validación e implementación de las técnicas desarrolladas para la evaluación de daños en la estructura. Así, la validación se realiza en dos fases: numérica y experimental; y luego que las técnicas han sido validadas se implementan sobre la estructura real **[8], [9]**.

La validación numérica consiste en simular diferentes escenarios de daño y condiciones de operación utilizando alteraciones del modelo analítico. De esta forma, durante la simulación se verifica que los métodos de evaluación desarrollados cumplan con las tareas para las cuales han sido diseñados **[10]**.

La validación experimental se efectúa luego que se obtienen los resultados esperados en la validación numérica. Durante esta fase se evalúan los resultados

de los métodos de evaluación de daños desarrollados, sobre un modelo a escala de la estructura [10].

1.1. Definición del problema

La metodología planteada para MSE es una adaptación del paradigma del reconocimiento de patrones estadísticos, definido en cuatro módulos como se ilustra en la **Figura 1**: [1], [3].

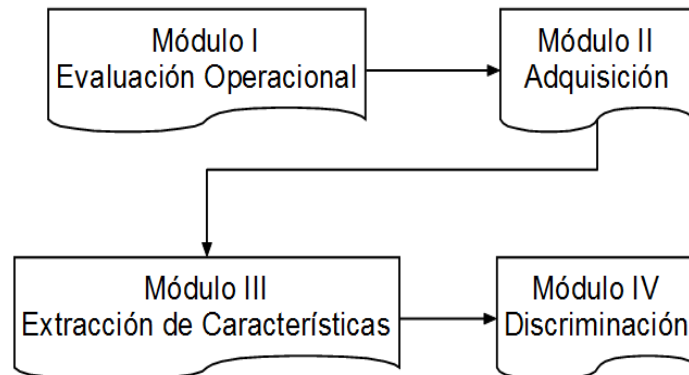


Figura 1 Reconocimiento de patrones
Fuente [Autor]

La Evaluación Operacional responde 4 inquietudes: [1].

- 1.) ¿Cuáles son los motivos económicos o de seguridad para realizar monitorización?
- 2.) ¿Cómo se define el daño?
- 3.) ¿Cuáles son las condiciones ambientales y operacionales bajo las que debe funcionar el sistema de monitorización?
- 4.) ¿Cuáles son las limitaciones para adquisición de datos?

En la evaluación operacional se identifican zonas que no pueden ser instrumentadas permitiendo tomar decisiones respecto a las magnitudes de interés que deben ser medidas [2].

La razón principal para monitorizar estructuras civiles se fundamenta en el largo tiempo de funcionamiento que han tenido y en la importancia comercial que representan. Es así que la mayoría de los procesos de monitorización son llevados a cabo por cuestiones de seguridad, con el fin de detectar daños a tiempo y evitar catástrofes por posibles colapsos. Además, se han implementado sistemas de control que permiten contrarrestar los efectos de terremotos y fuertes vientos [3] – [5], [6].

Durante la adquisición de datos, se realiza la selección del método de excitación para efectuar el análisis, los tipos, número y ubicación de los sensores, así como los equipos para adquisición, almacenamiento y transmisión de datos. De esta forma, se deben considerar los efectos del ruido, las condiciones variantes del

medio, la duración de los registros almacenados, normalización de datos, la necesidad de correlacionar información para compensar las limitaciones de transmisión y almacenamiento, entre diversos aspectos de la adquisición de datos. Además, es evidente la falta de registros históricos de estructuras civiles y la existencia casi nula de infraestructuras instrumentadas [1] - [3].

La extracción de características consiste en identificar descriptores que se relacionen con el daño y no con efectos del ruido u otros factores. Para la selección de características se ha encontrado que es necesario identificar propiedades sensitivas al daño mediante las medidas de vibración. El proceso de extracción de características permite distinguir entre estructuras con y sin daño. Para ello, el procedimiento consiste en establecer un vector de pocas características que en síntesis constituye una forma de compresión de los datos [1].

Por otra parte, el desarrollo de un modelo estadístico para la discriminación de características, asegura que las características seleccionadas para identificar el daño son estadísticamente significativas. Los modelos constituyen la implementación de algoritmos que operan sobre las características para detectar, localizar y cuantificar el daño en la estructura [1]. Además, en esta etapa se desarrollan estrategias para realizar un pronóstico de la vida útil de la estructura. Dentro de los procedimientos encontrados en el estado del arte, se hace uso de algoritmos de aprendizaje no supervisado, clasificación de grupos, análisis de regresión, modelos *Bayesianos*, y técnicas de inteligencia artificial; las cuales permiten la búsqueda de patrones y anomalías en los registros de aceleración de la estructura [1] y [3].

1.2. Objetivos

Objetivo General

Adaptar una metodología de supervisión experta al problema de monitorización de salud estructural hasta nivel 3, usando técnicas de inteligencia artificial y procesamiento digital de señales.

Objetivos Específicos

- Obtener patrones de comportamiento de la estructura bajo variaciones porcentuales de rigidez, a partir de la extracción de características de las señales de vibración ambiental, aplicando la transformada *wavelet* discreta y el análisis de componentes principales.
- Detectar, localizar y cuantificar daños estructurales (nivel 3 de monitorización de salud estructural) a partir del entrenamiento de un sistema experto basado en mapas auto-organizados y usando patrones de comportamiento de la estructura ante variaciones porcentuales de rigidez.

- Validar numéricamente la metodología de supervisión experta, sobre un problema *Benchmark* de ingeniería civil, utilizando señales de aceleración ambiental.

1.3. Algoritmo de monitorización propuesto.

La metodología planteada en el presente trabajo se basa en los 4 módulos del reconocimiento de patrones (ver **Figura 1**). En la **Figura 2**, se ilustra la adaptación propuesta.

De acuerdo con la **Figura 2**, los 4 módulos del Reconocimiento de Patrones pueden ser reemplazados por 4 etapas establecidas por las condiciones requeridas en un problema *Benchmark* y por los algoritmos de supervisión experta disponibles. De este modo, el modulo 1 y 2, es desarrollado por la etapa 1, el modulo 3 por las etapas 2 y 3, y el modulo 4 por la etapa 4. Además, las etapas deben ser nuevamente desarrolladas en forma secuencial.

En la **Figura 2** se observa que el módulo 3 se desarrolla en dos etapas. La razón radica en que, según numerosos trabajos reportados en la literatura, el éxito de los modelos utilizados para identificación de daños depende en gran medida del proceso de extracción de características.

En definitiva, la efectividad de muchas de las metodologías para detección de daños está determinada en parte por el uso apropiado del PRE-procesamiento de los datos. Por ello, en algunas ocasiones, es necesario realizar compresión de información utilizando técnicas como Análisis de Componentes Principales ó Descomposición en Valores Singulares. [1].

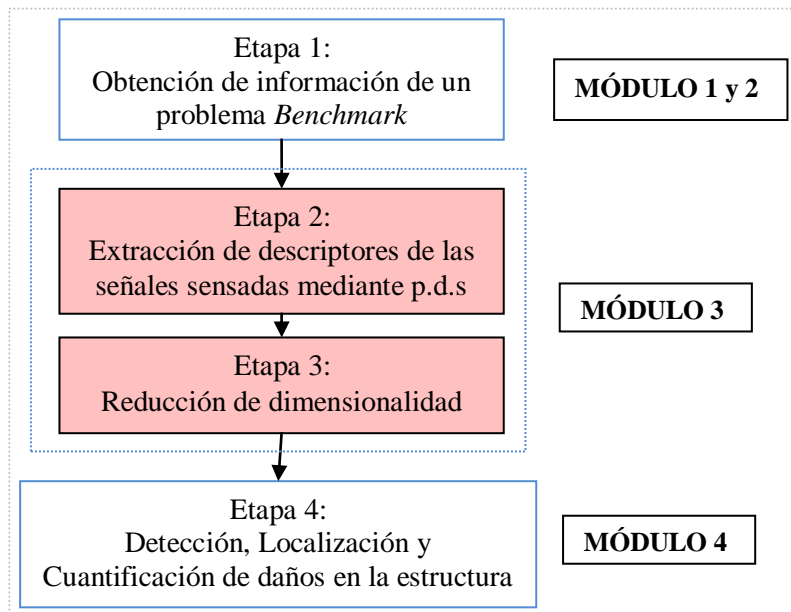


Figura 2. Metodología propuesta
Fuente [Autor]

En las Figuras 1.3-1.6 se presenta, como ejemplo de la metodología propuesta, la MSE de un edificio de n pisos. Además, se especifican los detalles relacionados con cada una de las 4 etapas planteadas.

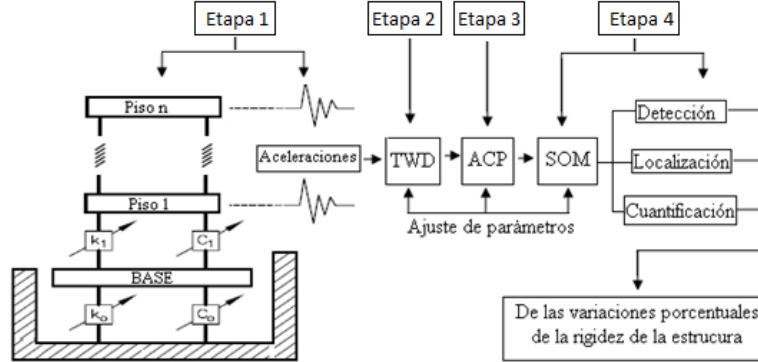


Figura 3. MSE nivel III, aplicado a un Benchmark de un edificio de n pisos.
Fuente [Autor]

1.3.1. ETAPA 1. Obtención de información de un problema *Benchmark*.

Modelo de referencia: Como primer paso, se obtiene un modelo nominal de la estructura. La estructura de la Figura 3 es modelada mediante la Ecuación 1.1, para la cual se asume un comportamiento dinámico lineal. Esta dinámica es representada por las matrices de masa ($M \in \mathbb{R}^{n \times n}$), amortiguamiento ($C \in \mathbb{R}^{n \times n}$) y rigidez ($K \in \mathbb{R}^{n \times n}$), las cuales son definidas positivas y se expresan en las Ecuaciones 1.2, 1.3 y 1.4.

$$M = \text{diag}(m_i); \quad i = 1, 2, \dots, n \quad \text{Ec. 1.2}$$

$$C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \dots & 0 & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ & 0 & 0 & 0 & \dots & -c_n & c_n \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.3}$$

$$K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \dots & 0 & 0 \\ & \vdots & & \ddots & \vdots & \\ & 0 & 0 & 0 & \dots & -k_n & k_n \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 1.4}$$

Para la estructura de la Figura 3 $K_0, K_1, \dots, K_n, C_0, C_1, \dots, C_n$ representan los valores nominales de la rigidez y amortiguamiento de cada piso, y son proporcionados por el *Benchmark*.

Generación de casos usando registros de aceleración: El segundo paso consiste en generar una base de casos a partir de variaciones porcentuales de la

rigidez nominal de la estructura. En la [Figura 4](#) se observa un caso particular, en el cual se registran dos señales de aceleración ambiental y se extrae un vector de características mediante la aplicación de la transformada wavelet discreta. Los registros de aceleración se utilizan para generar la base de casos cuando la excitación de la estructura es conocida (vibración forzada).

Generación de casos usando funciones de correlación: En estructuras civiles generalmente no se conoce la fuerza de excitación, por lo que las técnicas de identificación utilizan información de la respuesta dinámica de la estructura debida a perturbaciones de vibración ambiental. En este sentido, el método más utilizado para estudiar la respuesta de la estructura es a partir de funciones de correlación mediante la técnica de excitación natural (NExT). [5], [6]. NExT está basado en el hecho que la función de correlación cruzada entre la respuesta de aceleración y una señal de referencia satisface la ecuación homogénea de movimiento. Ver [Ec. 1.5](#). [5], [6].

$$M\ddot{R}_{\dot{X}\dot{X}_i}(\tau) + C\dot{R}_{\dot{X}\dot{X}_i}(\tau) + KR_{\dot{X}\dot{X}_i} = 0 \quad \text{Ec. 1.5}$$

En la [Ec. 1.2](#) $\ddot{R}_{\dot{X}\dot{X}_i}(\tau)$ es la segunda derivada de la función de correlación cruzada entre el proceso aleatorio $\dot{X}(t)$ y un proceso estocástico de referencia $\dot{X}_i(t)$. Usando esta técnica es posible obtener funciones de correlación de respuestas a una excitación desconocida, la cual debe ser tratada como datos de vibración libre. [2] – [6]. Basado en la técnica NExT, la base de casos se construye utilizando las funciones de correlación entre los registros de aceleración generados mediante el modelo analítico ([Ec. 1.1](#)) y debido a perturbaciones de ruido blanco gaussiano.

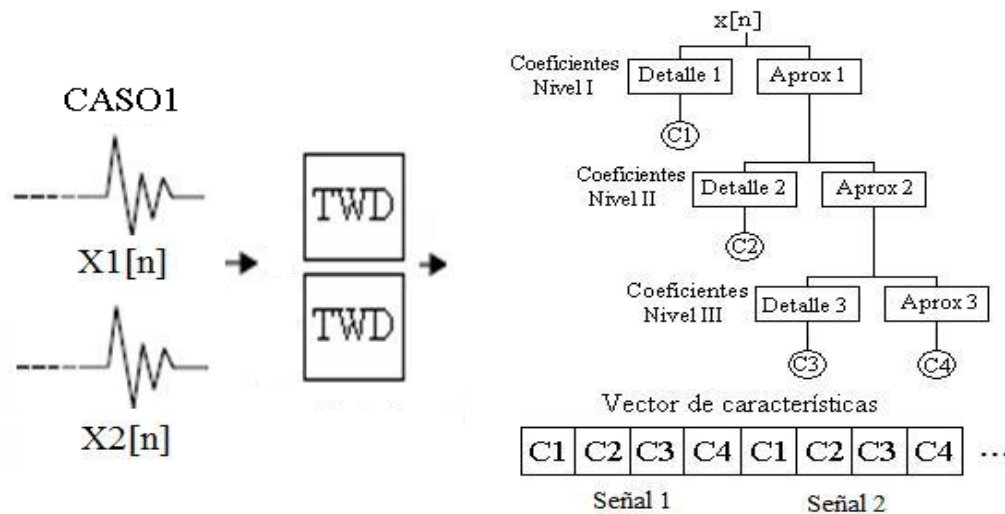


Figura 4. Vector de características caso 1.

Fuente [Autor]

1.3.2. ETAPA 2. Extracción de características.

Luego de generar la base de casos, el siguiente paso consiste en obtener vectores característica que representen la información estadísticamente significativa de las variaciones de rigidez. El vector de características corresponde a los coeficientes obtenidos luego de aplicar DWT. No obstante, cuando la cantidad de casos es grande; es necesario aplicar alguna metodología para la selección de características en el espacio DWT. En este caso, el vector de características se construye a partir de estadísticos (descriptores C_1, C_2, \dots, C_n Figura 4) calculados sobre los coeficientes de aproximación y detalle que resultan del análisis mediante DWT. Otro procedimiento para la selección de características consiste en considerar los coeficientes DWT en diferentes posiciones del mismo caso como variables independientes aleatorias. Así, teniendo en cuenta el teorema del límite central, cada variable se distribuye aproximadamente mediante una normal. De esta manera, los máximos en la normal y de los coeficientes DWT ocurren en las mismas posiciones. Estas posiciones determinan los puntos medios de los *clusters* en el set de patrones de daño. Así, las características se calculan a través de la raíz cuadrada de la energía de los coeficientes DWT en el *cluster* correspondiente.

De esta forma, para diferentes escenarios de daño y condiciones de excitación, se genera la matriz de casos como ilustra la Figura 5.

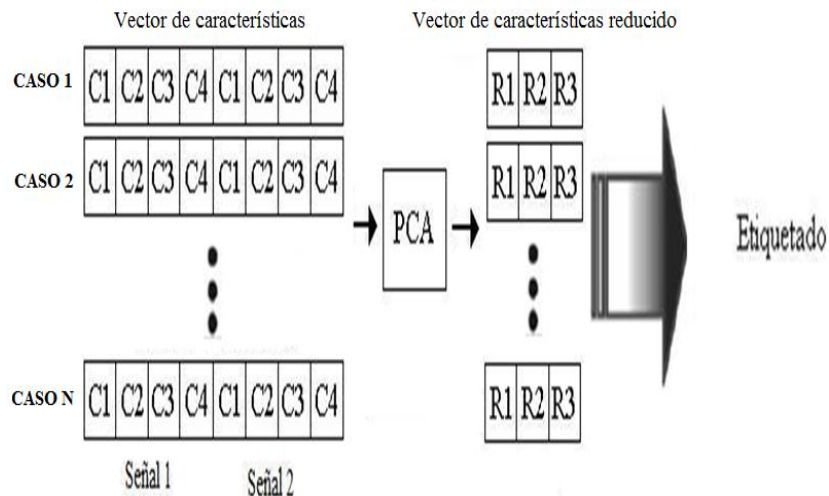


Figura 5. Reducción de características
Fuente [autor]

1.3.3. ETAPA 3. Reducción de características.

En la Figura 5 se muestra además el proceso de reducción de dimensionalidad sobre cada vector de características. Para ello, se aplica Análisis de Componentes Principales (ACP) para realizar compresión de datos, correlacionar información y

detectar patrones ó tendencias.

Etiquetado: Además del proceso de reducción de características, se realiza un etiquetado cualitativo de cada vector reducido en el que se especifica la ubicación y cuantificación de la variación realizada. En la [Figura 6](#) se muestra el vector reducido y etiquetado, donde X_n representa un número de 1 a n correspondiente a cada piso y X_p es un número de 0 a 50 que representa la variación (disminución) porcentual realizada respecto a la rigidez nominal.

1.3.4. ETAPA 4. Detección, Localización y Cuantificación de daños.

Entrenamiento: Cuando el vector reducido es etiquetado, se genera una rejilla de dos dimensiones mediante mapas auto-organizados (redes SOM), la cual representa el patrón final organizado de la base de casos.

Validación: Para la validación, se genera un nuevo caso (diferente excitación, diferente ó igual variación porcentual en alguno de los pisos, se añade ruido a la señal medida) y se realiza la búsqueda en el mapa de casos. La red SOM permite encontrar de manera rápida, basada en medidas de distancia, el caso más parecido al generado y de esta forma se asigna la etiqueta correspondiente.

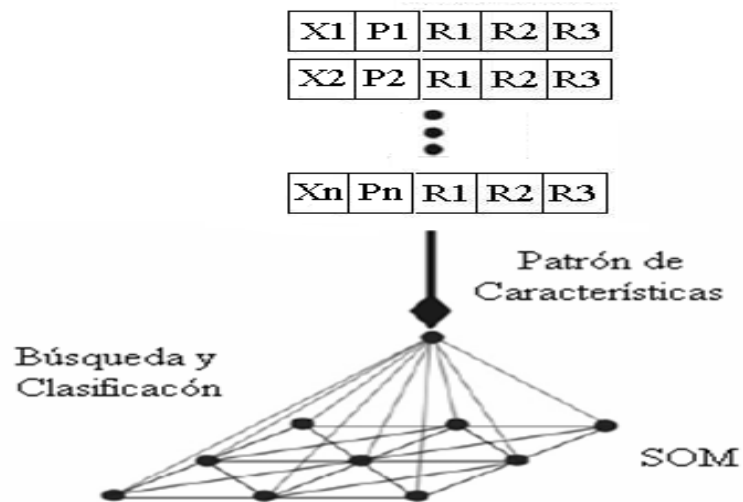


Figura 6. Esquema del patrón final.
Fuente [autor]

METODOLOGÍA CBR PARA MONITORIZACIÓN DE SALUD ESTRUCTURAL

En el presente trabajo se expone la adaptación de una metodología de supervisión experta para abordar el problema MSE mediante los 4 módulos del reconocimiento de patrones (**Figura 1**). La adaptación consiste en aplicar la técnica del razonamiento basado en casos (CBR) para identificar variaciones porcentuales de rigidez en una estructura.

Los aportes del presente trabajo se enfocan en definir las especificaciones de los módulos III y IV del reconocimiento de patrones estadísticos (ver **Figura 1**). Lo anterior supone que las tareas requeridas en los módulos I y II han sido realizadas previamente y por consiguiente se cuenta con una base de datos que contiene suficientes registros de aceleración. La respuesta dinámica de la estructura puede ser obtenida mediante simulaciones de un modelo numérico ó de medidas experimentales tomadas directamente de la estructura ó disponibles en un *Benchmark* como indica la **Figura 2**.

Inicialmente, se describen las técnicas de extracción de características que deben ser utilizadas para aplicar el algoritmo de supervisión experta propuesto. Luego, se presentan las características de un sistema fundamentado en el Razonamiento Basado en Casos (CBR) así como las técnicas de discriminación empleadas. De esta manera, se especifican los parámetros necesarios y además se describen las características que deben cumplir los registros de aceleración disponibles en la base de registros de datos.

2.1. Extracción de Características

El módulo III de la **Figura 1**, correspondiente a la extracción de características mediante técnicas de procesamiento digital de señales (PDS), es efectuado aplicando Transformada *Wavelet* Discreta (*TWD*) y Análisis de Componentes Principales (*ACP*).

2.1.1. Cálculo de la TWD

El carácter estocástico y no estacionario de las señales de aceleración, ha hecho necesario explorar técnicas que mejoren el proceso de extracción de características. De esta manera, enfoques basados en un conjunto de características obtenidas a partir del análisis en tiempo-frecuencia, han mostrado mejores resultados que aquellos basados únicamente en descriptores a partir del dominio del tiempo ó la frecuencia. Así, la aplicación de la *TWD* se justifica en la ventaja que tiene sobre técnicas tradicionales para representar señales no estacionarias, no periódicas, con discontinuidades y picos agudos empleando el análisis multi-resolución.

En general existen dos procedimientos para el desarrollo de la transformada wavelet en el dominio discreto. El procedimiento por diezmado (*Decimated Wavelet Transform, DWT*), el cual es no redundante, variante al

desplazamiento y no estacionario; y el procedimiento estacionario (*Stationary Wavelet Transform*, SWT), el cual es redundante, invariante al desplazamiento y no implica diezmado.

DWT. La DWT, bajo el planteamiento de *Mallat* [11], corresponde a un banco de filtros en octava, y es implementado como una cascada de filtros FIR pasa-bajas y pasa-altas seguidos de sub-muestreo, como ilustra la **Figura 2.1**.

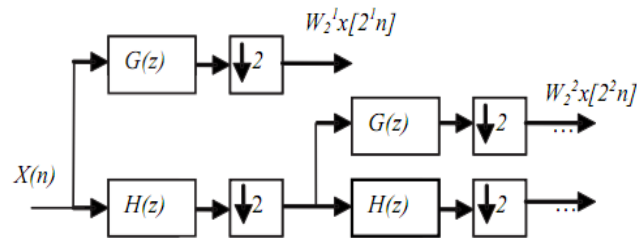


Figura 7. Algoritmo de descomposición de la DWT a través de un banco de filtros.

Fuente [11].

En el algoritmo de la **Figura 7**, el proceso de sub-muestreo elimina la redundancia en la representación, ya que luego del filtrado sólo son necesarias la mitad de las muestras para su representación (sólo se tiene la mitad del ancho de banda de la señal original). Es decir, a través de la **Figura 7** se consigue una transformada wavelet no-redundante, a costa de la varianza al desplazamiento.

SWT. La SWT constituye un algoritmo rápido para el cálculo de la TWD conocido en francés como *algorithme à trous* [11]. Este algoritmo es similar al desarrollado por *Mallat* pero sin el proceso de sub-muestreo, como se observa en la **Figura 8**. Con este esquema se obtiene invarianza al desplazamiento, la cual es compensada por la redundancia en la descomposición.

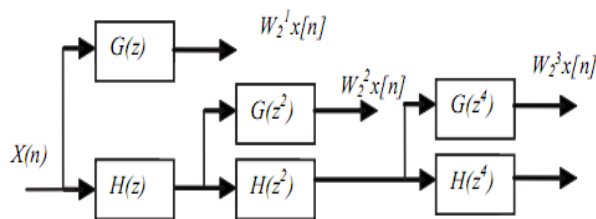


Figura 8. Algoritmo SWT para el desarrollo de la TWD sin necesidad de diezmado. Fuente [11].

Teniendo en cuenta los algoritmos de las **Figuras 2.1 y 2.2**, el vector de características originales es conformado por los coeficientes de detalle y aproximación obtenidos en cada nivel de resolución del análisis *wavelet* realizado ($W_i^j x[n]$). En esta etapa, se obtiene el patrón que representa las variaciones de rigidez en la estructura, determinado por los vectores de características de las

señales provenientes de cada uno de los sensores ubicados en los elementos de la estructura

2.1.2. Reducción de dimensionalidad mediante ACP

Existe un inconveniente en el uso directo del vector de características originales como entrada a los algoritmos de inteligencia artificial (IA), ya que en su mayoría corresponden a vectores con alta dimensionalidad y de información poco organizada [1 - 2]. Por esta razón, es necesario reducir el tamaño del vector de características mediante técnicas que permitan conservar y organizar la información relevante. Lo anterior reduce el tiempo de procesamiento y mejora los resultados esperados en los algoritmos de IA.

La reducción de dimensionalidad y selección de características, se puede lograr utilizando métodos por proyección, dentro de los cuales el más común es el análisis de componentes principales (ACP).

El objetivo del análisis ACP es detectar información redundante y reorganizarla de tal forma que sea más fácil de interpretar. ACP es una herramienta estándar para compresión de datos y extracción de información. Mediante ACP se obtienen descriptores a través de la combinación lineal de las variables originales. Estos nuevos factores describen las tendencias en el conjunto original de datos. Así, la aplicación de ACP busca encontrar las variables de mayor significancia estadística.

Los datos multivariantes son organizados en K variables y M muestras por variable. De esta manera, para MSE, ACP es aplicado sobre un conjunto de respuestas dinámicas transformadas (matriz 2D de coeficientes *wavelet*) y que representan variaciones de rigidez en la estructura. Específicamente, los coeficientes *wavelet* en la misma posición para diferentes casos (variaciones de rigidez) son tratados como variables aleatorias independientes.

Las nuevas características (características principales) se obtienen a partir de los vectores propios de la matriz de covarianzas o de la matriz de correlaciones (análisis normalizado). El análisis normalizado no se ve afectado por las variaciones de amplitud del vector de características. Asimismo, se plantea la hipótesis que el análisis ACP mediante la matriz de covarianzas, tenga el mismo comportamiento expresado en [14]; donde la selección de los coeficientes *wavelet* se efectúa aplicando el teorema del valor medio e identificando zonas de mayor aporte en energía.

Por otra parte, para establecer el número de componentes principales que deben ser retenidas, es común utilizar el criterio de *Káiser*, Ec 2.1; según el cual, se deben conservar las nuevas características cuya varianza (V_{cp}) esté por encima del promedio, es decir, superior al valor de la varianza total dividido sobre el número de descriptores.

$$V_{cp} \geq \frac{\text{Varianza Total}}{\text{Número de Descriptores}} \quad \text{Ec. 2.1}$$

El criterio de *káiser* presenta la ventaja de poder ser calculado automáticamente, además de tener en cuenta el comportamiento estadístico de las variables originales.

2.2. Razonamiento Basado en Casos (CBR)

La metodología desarrollada en el presente trabajo implementa técnicas de identificación de daños basadas en conocimiento. De esta manera, para solucionar el problema de identificación de daños en estructuras, el algoritmo de supervisión propuesto aplica la Transformada *Wavelet Discreta (DWT)* y el Análisis de Componentes Principales (ACP) para extraer información relevante de una señal, luego mediante CBR se obtiene un diagnóstico inicial por analogía. Para este último propósito, se entrena una red SOM como herramienta de clasificación, la que a partir de la organización de casos antiguos en memoria, mejora la velocidad del razonamiento. Así, cuando casos antiguos y similares son *recuperados*, la severidad y ubicación del daño son obtenidas mediante la aplicación de reglas heurísticas.

Las nociones básicas del CBR se presentan en la sección [2.2.2](#) y [2.2.3](#). Asimismo, la metodología para identificación de daños se describe detalladamente en la sección [2.3](#). De esta manera, se aborda el proceso de extracción de características a partir de la respuesta dinámica de una estructura, así como la organización de la base de conocimiento para la recuperación y adaptación de soluciones previas a la identificación final del daño. La validación numérica de la metodología es presentada en el **Capítulo 3**, en la que fueron utilizadas pruebas sobre un modelo de una estructura real a escala, para verificar el desempeño de la metodología.

2.2.1. Marco conceptual

La habilidad de los seres humanos para la solución de problemas, usando muchas veces un conjunto de conocimiento incompleto e incierto, ilustra la robustez del esquema de procesamiento de información que posee. Asimismo, es posible observar que su eficiencia para la solución de problemas mejora a medida que obtiene mayor experiencia. Todas estas cualidades son deseables para un sistema inteligente computarizado operando en el mundo real.

El Razonamiento Basado en Casos (CBR) es un modelo del razonamiento humano. La idea en CBR es esencialmente que las personas se apoyan en experiencias previas cuando requieren solucionar un problema. De esta manera, es posible reutilizar soluciones sin pensar profundamente en la nueva situación. Es decir, el CBR se basa en la percepción que los nuevos problemas son, en general, similares a problemas previos que han aprendido, y así, las soluciones previas pueden ser utilizadas en la situación actual.

Existen diversos ejemplos que ilustran la idea anterior. En muchos campos, cuando se presenta un problema, un profesional con muchos años de experiencia

es considerado el más capacitado para solucionarlo que uno recién graduado, así este último posea excelentes notas académicas. Los médicos utilizan diagnósticos y tratamientos que han sido efectivos en pruebas anteriores cuando aparece un nuevo paciente con síntomas similares. Los abogados frecuentemente utilizan razonamientos basados en percepciones o jurisprudencias cuando hay ausencia de conceptos bien definidos o leyes precisas. Los jugadores de ajedrez normalmente emplean secuencias de movimientos automáticos, los que constituyen variaciones de movimientos clásicos y que han sido aplicados efectivamente a un conjunto de situaciones similares. En general, la vida diaria brinda la oportunidad de aplicar CBR.

El uso de aproximaciones basada en conocimiento, para identificación de daños fue sugerido por [15] en 1993, pero a pesar que el razonamiento basado en casos ha sido utilizado gradualmente en varios campos como el diagnóstico, la predicción y planeación y ha ganado especial atención en MSE, son pocas las referencias que se encuentran en detección de daños. [15], [16].

En el campo de diseño estructural, los investigadores han usado el razonamiento basado en casos para diseño de puentes, ya que muchos modelos que existen explican el comportamiento de las estructuras. Por ejemplo, una aproximación de razonamiento basado en casos aplicado al diagnóstico, descrita por [17], combina modelos compuestos con modelos reutilizados para mejorar el diagnóstico. Las redes SOM implementan técnicas de nivel III en MSE utilizando bases de casos sobre comportamientos del daño. En este sentido, las redes SOM constituyen un método para clasificar observaciones de manera no supervisada. Tienen la ventaja de agrupar casos para realizar búsquedas de daños similares. En MSE se han utilizado para detectar impactos en alas de avión. [18]. De esta forma, las redes SOM permiten evaluar el estado de la estructura mediante CBR. Sin embargo, las investigaciones actuales poseen problemas en cuanto al número de falsos positivos, y falsos negativos de los resultados. Por ello, las redes SOM contemplan mejoras para convertirse en una técnica prometedora en el campo de la MSE. [6]-[11]

2.2.2. Ciclo CBR

Un sistema fundamentado en CBR requiere un conjunto de experiencias ó casos, almacenados en una base de conocimiento. Cada caso es generalmente un registro que comprende una descripción (mínima representación) de un problema y su solución. El ciclo CBR consiste básicamente en *retener* casos para futuras *reutilizaciones*. La meta es *reutilizar* viejos casos para solucionar problemas por analogía. Un problema es solucionado *recuperando* una situación similar (caso ó casos) del pasado y *reutilizando* su solución en la nueva situación. *Reutilizar* implica un procedimiento de adaptar la solución *recuperada*, proceso que finaliza con la *revisión* de la solución propuesta [14]. La **Figura 9** ilustra el anterior procedimiento.

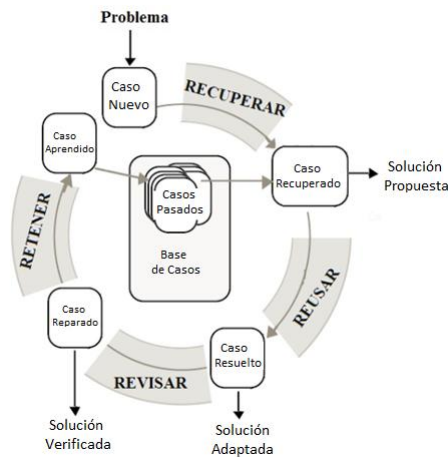


Figura 9. Ciclo CBR
Fuente [14]

2.3. Identificación de Daños

La detección, localización y cuantificación de las variaciones porcentuales de rigidez en la estructura se logra mediante el uso de técnicas de IA, en este caso, redes SOM y razonamiento basado en casos (CBR). En esta sección se describe una metodología para MSE basada en CBR y reconocimiento de patrones. De esta manera, los pasos para el proceso de identificación de daño son [14]:

Modo Aprendizaje: En este modo, un modelo de la estructura es usado para simular respuestas de daño y generar un conjunto de casos. Seguidamente, usando una modificación de Mapas Auto-Organizados (red SOM) se construye la base de casos inicial. Esta base de casos es utilizada para diagnosticar futuras situaciones por analogía (ver [Figura 10](#)). Los pasos seguidos son:

1. Escoger la estructura a estudiar
2. Definir los patrones de daño a identificar.
3. Escoger un conjunto de casos que contengan simulaciones previas de varios casos de daños estructurales.
4. Construir la base de conocimiento con los casos seleccionados.

Modo de operación: Validación. En este modo cada nueva experiencia es almacenada (*retenida*) una vez el daño ha sido identificado mediante la *adaptación* de los casos *recuperados*. Los pasos seguidos son:

1. Generar señales que representen patrones de daños no almacenados en la base de casos.
2. *Recuperar* de la base de casos, los patrones de daño más similares.
3. *Adaptar* la solución de los casos similares y proponer una nueva solución.
4. *Realizar* un reporte del daño identificado en la estructura seleccionada.

5. *Retener* la nueva solución como parte de un nuevo caso, una vez ha sido validado ó confirmado.

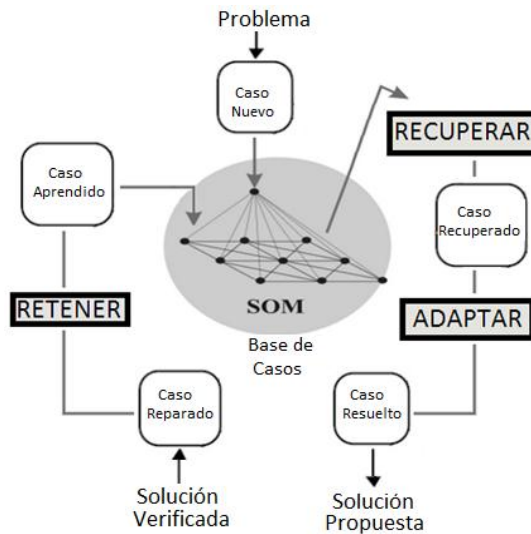


Figura 10. Ciclo CBR propuesto
Adaptado de [14]

2.3.1. Representación de casos

Antes de generar los casos, es necesario definir cuales defectos son los más representativos dentro del conjunto de daños que serán identificados. En otras palabras, cuáles son los daños más frecuentes, cuáles son los más importantes, cuáles son coherentes, el daño más pequeño y el daño más grande. La base de casos no debe ser cargada con daños que nunca ocurrirán.

Cada caso es obtenido de la simulación de la dinámica de la estructura ante una excitación dada, y usando uno varios modelos numéricos que incluyan uno o varios defectos. Cada caso es una estructura de datos que contiene el defecto de la estructura (localización y cuantificación) y la respuesta dinámica simulada. La base de conocimiento construida debe contener información representativa de los diferentes escenarios de daño. Además, esta debe ser robusta de tal forma que se consideren diferentes condiciones de operación, errores de modelado de la estructura, ruido en los sensores, limitación de sensores y errores en la adquisición entre otros efectos adversos que se deseen estudiar.

a. Generación de los registros de aceleración

En esta fase, se obtiene como resultado un conjunto de casos (*set of cases*), (registros de aceleración de diferentes sensores) que representa el comportamiento de la respuesta dinámica de la estructura ante una determinada condición de daño.

Así por ejemplo, si el daño se define como el cambio porcentual de la rigidez en

los elementos de una estructura que dispone de n sensores, el conjunto de casos (**set de casos**) se obtiene luego de simular los registros temporales de aceleración, en cada sensor, para todas las variaciones de rigidez que se deseen estudiar en cada elemento de la estructura, tal como se ilustra en la **Figura 11**.

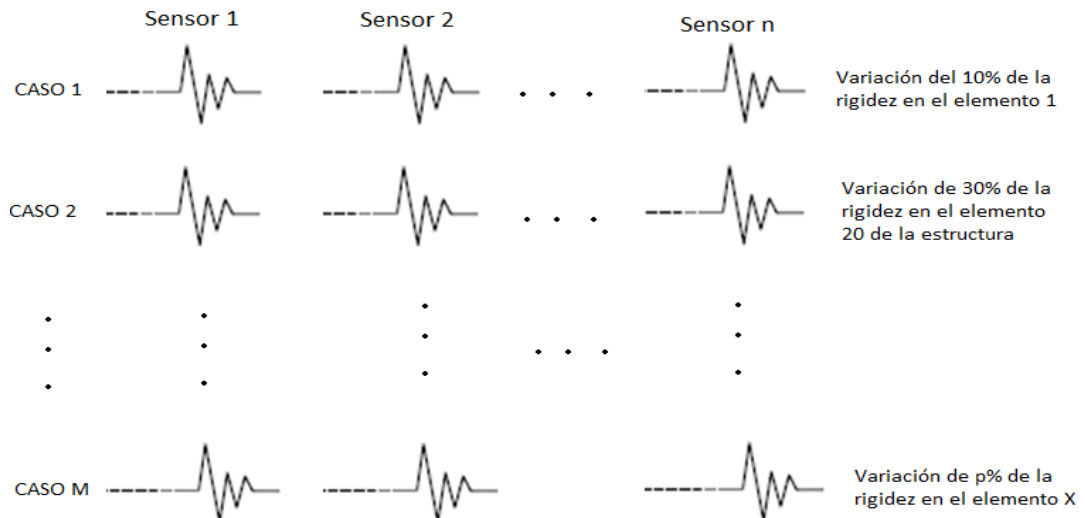


Figura 11. Conjunto de casos
Fuente [Autor].

b. Características de los registros de aceleración

Como se observa en la **Figura 11**, el tamaño del set de casos depende de la cantidad de sensores disponibles en la estructura, del tiempo de duración de las señales de aceleración, de la frecuencia de muestreo, del número de elementos que se deseen estudiar y de las variaciones porcentuales de rigidez que se deseen identificar, teniendo en cuenta las consideraciones mencionadas al inicio de este ítem.

En relación a lo anterior, se considera que la longitud de los registros de aceleración y la frecuencia de muestreo deben ser iguales para todos los sensores. Además, la frecuencia de muestreo y el tiempo de duración deben ser de tal forma que se conserve la información relacionada con los principales modos de vibración en la estructura. Asimismo, se recomienda identificar variaciones porcentuales de rigidez para un paso constante (por ejemplo cada 10%), lo cual facilita la implementación numérica de los algoritmos [14].

c. Cálculo de las funciones de correlación

Para la generación del set de casos mostrado en la **Figura 11**, se utiliza el modelo de la **Ec. 1.1**. No obstante, en estructuras civiles generalmente no se conoce la fuerza de excitación, por lo que las técnicas de identificación utilizan

generalmente información de la respuesta dinámica de la estructura debida a perturbaciones de vibración ambiental. En este sentido, el método más utilizado para estudiar la respuesta de la estructura es a partir de funciones de correlación mediante la técnica de excitación natural (*NExT*). [5], [6].

NExT está basado en el hecho que la función de correlación cruzada entre la respuesta de aceleración y una señal de referencia satisface la ecuación homogénea de movimiento. Ver **Ec. 2.2**. [5], [6].

$$M\ddot{\mathbf{R}}_{\ddot{X}X_i}(\tau) + C\dot{\mathbf{R}}_{\ddot{X}X_i}(\tau) + K\mathbf{R}_{\ddot{X}X_i} = \mathbf{0} \quad \text{Ec. 2.2}$$

En la **Ec. 2.2**, $\ddot{\mathbf{R}}_{\ddot{X}X_i}(\tau)$ es la segunda derivada de la función de correlación cruzada entre el proceso aleatorio $\ddot{X}(t)$ y un proceso estocástico de referencia $\ddot{X}_i(t)$. En este caso, los procesos aleatorios son débilmente estacionarios y representan las señales de aceleración ambiental medidas en la estructura.

Usando esta técnica es posible obtener funciones de correlación de respuestas a una excitación desconocida, la cual debe ser tratada como datos de vibración libre. La excitación debe ser estacionaria y de banda ancha. [2] – [6].

Basado en la técnica *NExT*, se efectúa una modificación del set de casos; para lo cual se generan registros de aceleración utilizando el modelo analítico (**Ec. 1**), debidos a perturbaciones de ruido blanco *gaussiano*. Estas aceleraciones, representan la respuesta de la estructura ante señales de vibración ambiental.

El resultado se observa en la **Figura 11**. Posteriormente, se calcula la función de correlación cruzada ($\ddot{\mathbf{R}}_{\ddot{X}X_i}(\tau)$) entre las señales de aceleración y una medida de referencia utilizando el estimador de la **Ec. 2.3**, el cual hace uso de la función de densidad espectral cruzada de potencia ($\dot{\mathbf{S}}_{\ddot{X}X_i}(k)$).

$$\ddot{\mathbf{R}}_{\ddot{X}X_i}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{S}_{\ddot{X}X_i}(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \quad \text{Ec. 2.3}$$

La función de correlación cruzada, de acuerdo a *NExT* [5]- [6], tiene la misma forma de la respuesta al impulso (sumatoria ponderada de exponenciales complejas) de la estructura. De esta forma, se obtiene una representación independiente de la fuerza de excitación, la cual conserva los modos de vibración de la estructura. El set de casos modificado se ilustra en la **Figura 12**, donde $\ddot{X}_c(\mathbf{S}_i, \mathbf{S}_j)$ es la función de correlación cruzada entre la señal de aceleración j y la referencia i (para la **Figura 12**, la referencia es el sensor 1).

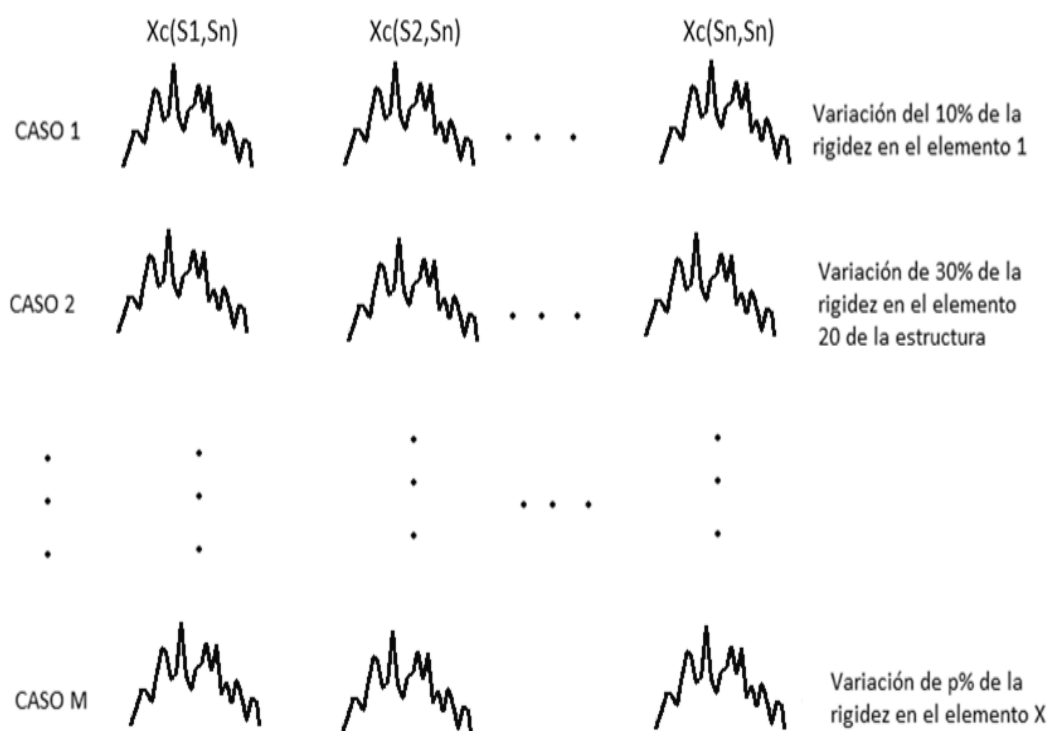


Figura 12. Conjunto de casos modificado.

Fuente [Autor].

2.3.2. Construcción de la base de casos

La base de casos es un arreglo en memoria, donde se organiza la información estadísticamente significativa del total de simulaciones usadas para en el modo de aprendizaje. La información almacenada describe de manera compacta (caracterizada y reducida) la respuesta dinámica de cada uno de los daños bajo estudio, lo que facilita la búsqueda de los casos más similares a un nuevo patrón de daño.

En la metodología propuesta, la base de casos es un mapa auto-organizado (red SOM), donde cada caso está definido por el daño en la estructura y la mínima representación de su respuesta dinámica. De esta forma, la mínima representación es el conjunto de características principales que son extraídas mediante TWD y ACP aplicados a los registros temporales de aceleración. La **Figura 13** muestra el proceso de extracción de características y construcción de la base de casos.

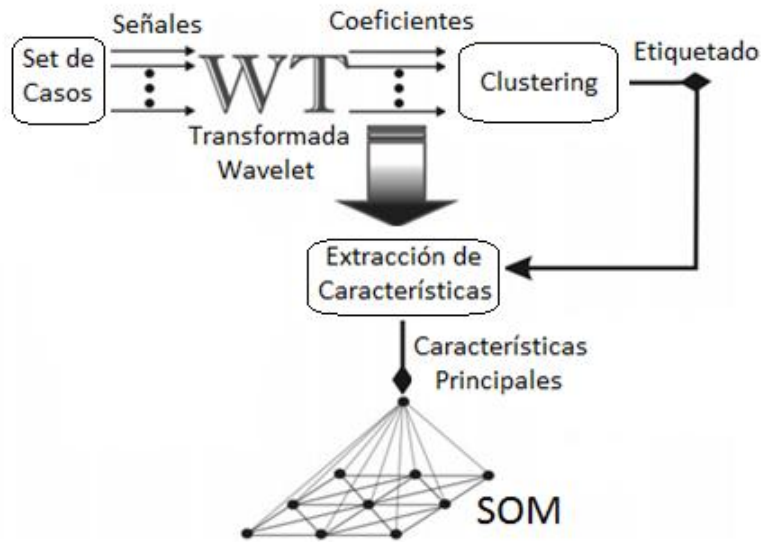


Figura 13. Construcción de la base de casos
Adaptado de [14]

Luego que el set de casos es generado, se realiza el proceso de extracción de características principales. Así, como se observa en la [Figura 14](#), cada caso es representado por un vector fila.

$$\begin{bmatrix}
 C_{1,0,1} & \dots & C_{1,0,r} \\
 C_{1,1,1} & \dots & C_{1,1,r} \\
 \vdots & \dots & \vdots \\
 C_{1,20,1} & \dots & C_{1,20,r} \\
 \vdots & \ddots & \vdots \\
 C_{116,20,1} & \dots & C_{116,20,r}
 \end{bmatrix}$$

Figura 14. Matriz de características principales
Fuente [Autor]

Para obtener las filas de la matriz de casos, se efectúan 5 pasos:

- 1.) **Cálculo del vector característica por sensor:** Primero se aplica *TWD* a cada uno de los registros de aceleración generados con una variación específica de la rigidez en un elemento de la estructura (caso). Así, de este primer cálculo se obtiene un conjunto de coeficientes *wavelet* de las señales provenientes de cada sensor y que representan un caso particular. Los coeficientes son

- almacenados en un vector.
- 2.) **Condensación:** Seguidamente, los vectores de características originales de cada sensor son concatenados para conformar las características originales que representan el caso.
 - 3.) **Concatenación:** Se repiten los pasos 1-3 para cada patrón de daño (caso) considerado y se obtiene la matriz original de características. Cada fila representa un caso.
 - 4.) **Reducción:** Posteriormente, se fusiona y reduce la matriz aplicando *ACP* con el fin de eliminar información redundante; obteniendo como resultado la matriz de características principales (**Figura. 2.8**). Cada fila de la matriz representa el vector de características principales (*descriptores*) para cada caso. En esta fase, es posible que se requiera obtener descriptores del caso aplicando métodos para selección de coeficientes *wavelet*. Lo anterior, debido al volumen de datos que puede tener la base de casos y por ende el costo computacional que representa. En la sección 3.1.3 se describen dos metodologías adicionales que ilustran el proceso de reducción de características a partir de estadísticos calculados sobre los coeficientes *wavelet* y *ACP*. La combinación constituye el proceso de obtención de descriptores.
 - 5.) **Etiquetado:** Por último, se le asigna una etiqueta a cada caso con el número del elemento y otra con la variación porcentual realizada. En su defecto, esta información debe poder inferirse del tamaño del *set de casos*.

Por ejemplo, para construir la matriz de características principales de la figura 5, se han considerado variaciones (disminuciones) entre 0% y 100% (pasos de 5%), en 116 elementos de una estructura. Así, el vector $[C_{1,20,1} \dots C_{1,20,r}]$ contiene las características principales de una disminución del 100% de rigidez en el elemento 1; el vector $[C_{3,4,1} \dots C_{3,4,r}]$ corresponde a una pérdida de rigidez del 20% en el elemento 3 y el vector $[C_{1,0,1} \dots C_{1,0,r}]$ representa una disminución del 0% en la rigidez del elemento 1. Como se observa, el primer índice relaciona la ubicación del elemento, el segundo índice corresponde a la cuantificación del daño y el valor de r depende de la cantidad de características reducidas mediante *ACP*. En este caso, dicha información se obtiene del tamaño del set de casos, lo cual no siempre es posible.

Cuando el conjunto de características principales ha sido obtenido, se procede a crear y entrenar una red SOM (**Figura 15**). La red SOM constituye una herramienta que facilita la búsqueda de patrones de daño y mediante un elemento intérprete, permite la identificación de nuevos casos.

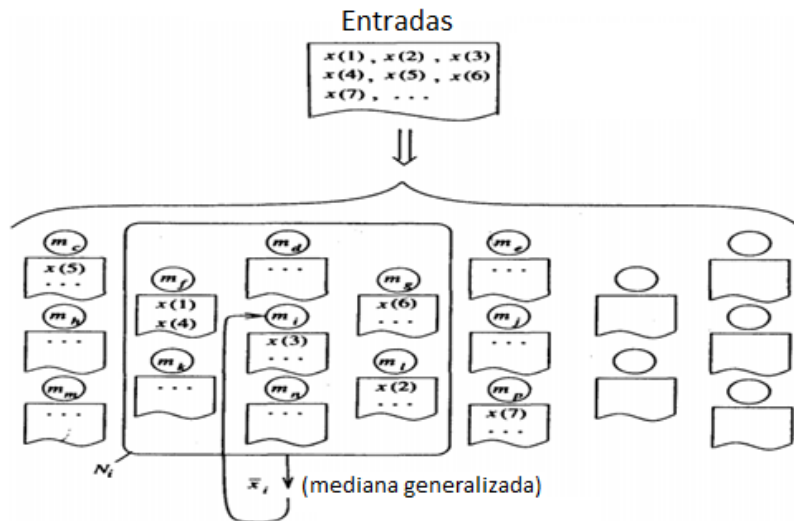


Figura 15. Entrenamiento de la Red SOM
Fuente [15]

Como se observa en la **Figura 15**, la red SOM genera *clusters* (grupos) donde se organizan los casos con características similares. De esta manera, la red SOM tiene L neuronas (una por cada característica) en la capa de entrada y r neuronas o *clusters* en la capa de salida. Como resultado, se obtiene un modelo por cada *clúster* de casos.

2.3.3. Recuperación y Adaptación

Luego que se ha entrenado el mapa auto-organizado, se generan nuevos casos con el fin de validar la metodología. Los nuevos casos deben ser independientes de aquellos que se utilizaron para crear la base de casos. Para realizar la validación se pueden utilizar datos provenientes de pruebas experimentales sobre la estructura real, de un modelo a escala ó de datos obtenidos a partir de simulaciones del modelo analítico.

Seguidamente, se obtiene el vector de características principales para el nuevo patrón de daño. Con estas características, la red SOM *recupera* un conjunto de casos similares y almacenados en un *clúster*. La red SOM utiliza una medida de similaridad basada en la menor distancia Euclidiana, entre el vector de características principales y el modelo del *clúster*. De esta forma, se *recuperan* las etiquetas de los casos almacenados cuyo modelo tenga la menor distancia al vector de características principales del nuevo patrón de daño. Como resultado se obtiene una tabla como la de la **Figura 16**, donde se relacionan el número del elemento con daño, el porcentaje (%) de variación de la rigidez en el elemento y el parecido (distancia) con el nuevo caso.

# Elemento Dañado	% de variación	Distancia
-15-	-30%-	0.00362
-14-15	-10%-10%-	0.00747
-11-14-15-	-10%-10%-10%-	0.01123
-11-15-	-10%-10%-	0.01483
-11-14-	-15%-15%-	0.01517
-30-	-30%-	0.03071
-29-30-	-25%-25%-	0.03308
-29-30-	-30%-30%-	0.03308
-14-15-	-25%-25%-	0.03397
-25-	-30%-	0.03530
-29-30-	-20%-20%-	0.04081
-26-29-	-15%-15%-	0.04104
-26-30-	-15%-15%-	0.04162
-11-14-	-10%-10%-	0.04253
-30-	-20%-	0.04499

Figura 16. Casos Recuperados.
Fuente [14]

Para identificar el nuevo patrón de daño, es necesario *Adaptar* la información *recuperada*. Para ello, se premian los elementos que tengan altas frecuencias de repetición y los casos con la distancia más pequeña. Además, es necesario definir un *umbral* para recuperar los casos más significativos.

La *Adaptación* consiste en obtener un factor para cada uno de los elementos que pertenecen al grupo de casos recuperados. El factor es la suma de los inversos de las distancias en la cual este elemento está presente. Por ejemplo, para la **Figura 16**, el factor del elemento 15 es [14]:

$$F_{15} = \frac{1}{0.00362} + \frac{1}{0.00747} + \frac{1}{0.01123} + \frac{1}{0.01483} + \frac{1}{0.03397} = 596.027 \quad \text{Ec. 2.4}$$

Luego, normalizando estos factores, se calcula la probabilidad de daño en cada elemento. Por ejemplo, de la información recuperada en la **Figura 16** se obtiene la solución propuesta en la **Figura 17**. En la **Figura 17**, el elemento cero corresponde a la estructura sin daño.

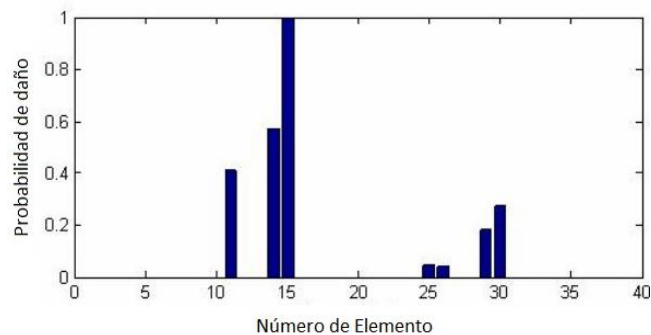


Figura 17. Probabilidad de daño.
Fuente [14]

Luego de calcular la probabilidad de daño en cada uno de los elementos de la estructura, se estima un umbral para establecer la dimensión del daño. La dimensión indica la cantidad de elementos con daño en un caso en particular.

El umbral se calcula mediante un promedio ponderado que utiliza los inversos de las distancias ó el factor calculado anteriormente (**Ec 2.4**). Por ejemplo, utilizando la información de la **Figura 16** y la **Ec.2.5** se obtiene una dimensión de 1.7, lo cual indica que dos elementos (14 y 15) tienen daño en la estructura (en este caso se ha redondeado el resultado).

$$Dimension = \sum_{j=1}^n dim(j) * \frac{d(1)/d(j)}{\sum_{i=1}^n d(1)/d(i)} \quad EC.2.5$$

En la **Ec. 2.5** $n = 15$ corresponde al total de casos recuperados, mientras que dim y d representan la dimensión y la distancia de cada caso recuperado. Obsérvese que $d(1)$ es la mínima distancia (0.00362).

Para estimar la severidad del daño (%), se aplica igualmente un estimador basado en el promedio ponderado de las distancias como indica la **Ec.2.6**.

$$Severidad_E = \sum_{j=1}^m dam(j) * \frac{d(1)/d(j)}{\sum_{i=1}^m d(1)/d(i)} \quad EC.2.6$$

En la **Ec. 2.6**, $Severidad_E$ corresponde al porcentaje de daño en el elemento, m corresponde al número de casos recuperados que contienen información del elemento, sev y d representan la severidad (%) y la distancia de cada caso recuperado. Asimismo, $d(1)$ es la mínima distancia. Por ejemplo, utilizando la información de la **Figura 16** y la **Ec.2.6** se obtiene lo siguiente:

$$Severidad_{15} = \sum_{j=1}^5 dam(j) * \frac{1/d(j)}{F_{15}} = 20.01\% \quad Ec.8$$

Lo anterior indica que el elemento 15 presenta una disminución de la rigidez de un 20%. Para el ejemplo solo será necesario calcular la severidad para los elementos con mayor probabilidad (14 y 15). Evaluando se obtiene que el elemento 14 presenta disminución de la rigidez del 12.26% y una probabilidad del 57% de daño ($F_{14} = 341.7861$). Observe que solo se calcula la severidad para dos elementos, ya que la dimensión del nuevo caso es 2. La severidad también puede ser estimada como el valor promedio o la mediana de la información de severidad en los casos recuperados. El cálculo del factor y de las medidas estadísticas sobre la información de los casos recuperados, constituye el elemento intérprete de la

metodología propuesta.

Finalmente, cuando se identifica el nuevo patrón de daño, la solución es verificada por un operario y en caso de ser correcta, se almacena la información en el *clúster* correspondiente. Asimismo, si la información es incorrecta se crea una base de casos erróneos y cuando la similaridad del nuevo caso con los casos erróneos sea superior a un umbral, no se tiene en cuenta la información.

2.3.4. Índices de error

En este punto se observa que es posible medir dos indicadores de error, enunciados mediante las ecuaciones 2.8 y 2.9:

$$\%(error_{Dimensión}) = \left| \frac{Dimensión_{Estimada} - Dimensión_{Real}}{Dimensión_{Real}} \right| \times 100 \quad Ec. 2.8$$

$$\%(error_{Severidad}) = \sum_{i=1}^n \left| \frac{Severidad_{Estimada}(i) - Severidad_{Real}(i)}{Severidad_{Real}(i)} \right| / n \times 100 \quad Ec. 2.9$$

El error de severidad constituye el promedio de los errores individuales en el porcentaje de daño estimado para cada elemento de la estructura. Este error puede ser evaluado por zonas de interés conforme la disposición geométrica de la estructura. Dicho error solo es calculado sobre los n elementos con mayor probabilidad de daño.

Asimismo, para estimar una medida del porcentaje de aciertos y errores durante el proceso de identificación del daño, se evalúa un indicador para valorar los resultados del primer nivel de SHM. Es decir, cuando se identifica que la estructura no posee daños significativos, el caso recuperado con mayor similaridad debe tener información del elemento número cero. En este caso, no se evalúan las **Ec. (2.4)-(2.9)**, ya que no existe daño en la estructura. En contraste, se cuantifica si es un falso positivo o un falso negativo, es decir, se calcula un indicador para estimar si en realidad el patrón identificado corresponde a la estructura sin daño, o por el contrario, el sistema produjo un error al despreciar un verdadero daño. Dichos indicadores vienen dados por las ecuaciones **(2.10)** y **(2.11)**:

$$\%(error_{FP}) = \frac{\#Falsos Positivos}{\#Casos sin daño} \times 100 \quad Ec. 2.10$$

$$\%(error_{FN}) = \frac{\#Falsos Negativos}{\#Casos con daño} \times 100 \quad Ec. 2.11$$

Un falso positivo ocurre cuando el sistema experto detecta un daño, cuando

realmente debería informar que la estructura no tiene daño en ningún elemento. Un falso negativo sucede cuando el algoritmo de supervisión detecta que no hay daño en algún elemento de la estructura, cuando realmente el nuevo caso relaciona la existencia de daño en algún elemento de la estructura.

En las Ecs. 2.10 y 2.11, el número de casos con y sin daño se refiere al conjunto de casos almacenados en la base de casos del algoritmo CBR.

2.3.5. Selección de parámetros

En las secciones anteriores se presentó de manera detallada la metodología de razonamiento basado en casos que resuelve el problema de MSE nivel III. No obstante, es necesario especificar los parámetros más importantes para efectuar adecuadamente el proceso de extracción de características.

2.3.5.1. Parámetros de la TWD

En primera instancia, para aplicar de manera adecuada la *TWD* se debe determinar la cantidad de muestras que serán procesadas, la familia *wavelet* que se utilizará, el nivel de resolución que será empleado en el análisis y la implementación numérica que se tendrá en cuenta.

- **Familia Wavelet**

La selección de la *wavelet* madre depende en gran medida de la naturaleza de la señal y del objetivo del procesamiento. La revisión del estado del arte (ver [Anexo B](#)) sugiere evaluar los resultados con las *wavelet* madre que tienen implementación digital en *MATLAB*[®], las que menor tiempo de procesamiento emplean, las que tienen mayor parecido con las señales de aceleración ambiental (con base en el coeficiente de correlación cruzada), las que mejor representan el contenido en frecuencia de las señales (con base en información relacionada de los modos de vibración), las que tienen mayor entropía [20] en tareas de reconocimiento de patrones a partir de medidas de similaridad (relacionado con problemas MSE) y descartando aquellas que en pruebas piloto no superan tasas de acierto del 80%. Además, sugieren tener en cuenta la influencia que tienen las propiedades de una *wavelet* madre tales como momentos de desvanecimiento, soporte compacto, regularidad, simetría y varianza en el tiempo.

Sin embargo, como la familia de bases *wavelet* es numerosa y no hay criterios generales para seleccionar la más adecuada de acuerdo al problema, se realizó un estudio previo ([Anexo B](#)) en el que se determinó realizar las pruebas con *wavelets* madre ampliamente usadas en investigaciones relacionadas con el reconocimiento de patrones [11]. Las *wavelet* madre pre seleccionadas son: *daubechies4*, *daubechies5*, *daubechies6*, *coiflet3*, *coiflet4*, *coiflet5*, *symlet4*,

symlet5 y *symlet6*. Se tienen en cuenta solo los anteriores las familias *wavelet* y los órdenes relacionados para mantener una relación adecuada entre la longitud del soporte compacto y la cantidad de momentos de desvanecimiento ([Anexo B](#)).

- **Nivel de resolución**

Para determinar el nivel hasta donde se debe realizar la descomposición, generalmente se relacionan cada uno de los niveles de descomposición con el rango de frecuencias que analiza (ver [Tabla 1](#)). De acuerdo a la [Tabla 1](#), se deben considerar los detalles con aportes de energía relacionados con los modos de vibración de la estructura.

Tabla 1. Rango de frecuencias - resolución.
Fuente [Autor]

Nivel de resolución	Frecuencia normalizada
1er Nivel detalle	$\pi/2 \leftarrow \rightarrow \pi$
2do Nivel detalle	$\pi/4 \leftarrow \rightarrow \pi/2$
3er Nivel detalle	$\pi/8 \leftarrow \rightarrow \pi/4$
4to Nivel detalle	$\pi/16 \leftarrow \rightarrow \pi/8$

No obstante, respecto al nivel de resolución, es necesario tener en cuenta que la respuesta dinámica de las estructuras comprende el espectro de baja frecuencia. De esta manera, observando la [Tabla 1](#), los primeros niveles de descomposición en el análisis *wavelet* dividen el eje de la frecuencia en bandas de alta y baja frecuencia ($0 - \pi/2$; $\pi/2 - \pi$). Los siguientes niveles de descomposición dividen la sub-banda de baja frecuencia ($0 - \pi/2$) en otras bandas de baja y alta frecuencia ($0 - \pi/4$; $\pi/4 - \pi/2$) y así sucesivamente. De esta manera, si la descomposición es terminada antes de una completa subdivisión del plano frecuencia, el eje de la frecuencia no es completamente particionado hacia frecuencias cercanas a cero. En este caso la señal de aproximación ocupa la sección no particionada del plano ([Figura 18.b](#)). Una completa división se ilustra en la [Figura 18.a](#). Lo anterior sugiere, que se debe realizar un análisis *wavelet* hasta el nivel de resolución más alto posible, a costa del costo computacional. En su defecto, para tratar con el coste computacional, se deberían procesar únicamente los coeficientes de aproximación.

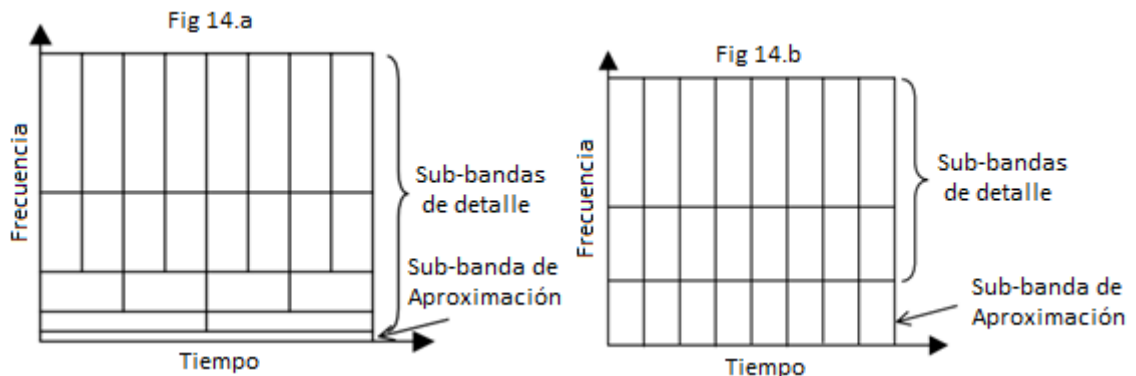


Figura 18. División del plano tiempo-frecuencia para niveles de descomposición parcial y completa en TWD. Adaptado de [11].

- **Cantidad de muestras de la señal**

Respecto a la longitud temporal de los registros que deben ser analizados; según [2] la identificación se degrada rápidamente a medida que disminuye la longitud de los segmentos. Así, se deben procesar la cantidad de datos suficiente que permitan obtener información útil sobre los modos de vibración. De esta manera, la longitud depende de la estructura que se esté evaluando. En el **Capítulo 3** se especifican dichos parámetros para las estructuras *Benchmark* analizadas en el presente trabajo.

- **Implementación de la TWD**

Para la implementación numérica de la *TWD*, se sugiere el uso del algoritmo *SWT*; ya que las señales de aceleración ambiental durante adquisición en tiempo real no pueden ser alineadas antes del análisis. De esta forma, el problema de traslación temporal es inevitable. Así, para que el proceso de extracción de características sea robusto, se hace necesario el análisis mediante algoritmos invariantes al desplazamiento.

No obstante, aplicar ACP sobre los coeficientes resultantes de la *SWT* requiere alrededor de 784 Mbytes de memoria (datos para MSE). Dicho requerimiento representa un alto costo computacional. De esta manera, es necesaria otra estrategia para contrarrestar el efecto de varianza al desplazamiento de la *DWT*. La invarianza al desplazamiento contribuye a modificaciones no lineales de los coeficientes *wavelet*. Esto generará dispersión en el plano tiempo-frecuencia más complejo que simples desplazamientos temporales. De esta forma, se incrementará el grado de varianza entre patrones de daño y probablemente, se degrada la capacidad de generalización del conjunto de características. Así, es importante caracterizar los efectos de la varianza al desplazamiento en el comportamiento del conjunto reducido de características.

Los cambios en los coeficientes *wavelet* debido al desplazamiento, puede ser

modelado como ruido distribuido en forma aleatoria [15]. Este hecho tiene importantes implicaciones en el espacio de la transformada ACP, ya que mediante ACP se ignoran fuentes de ruido no correlacionadas, relegándolo a las componentes de menor varianza. Así, el uso de la *DWT* en conjunto con ACP, reduce los efectos de la varianza al desplazamiento en la *DWT*. La anterior proposición fue corroborada en [15]. De esta manera, es apropiado el uso de la *DWT* en relación a la *SWT*.

2.3.5.2. Parámetros de la red SOM

Hasta el momento se han especificado algunos parámetros relevantes para el adecuado uso de la *TWD*. Sin embargo, aún no se ha establecido una forma para seleccionar los parámetros que involucran el entrenamiento de la red SOM. Teniendo en cuenta lo anterior, el entrenamiento de la red SOM depende básicamente de los siguientes parámetros (considerando las opciones de la *somtoolbox* disponible en [16]):

1. Método para normalización de los datos de entrada: Varianza, Rango, lineal, logarítmico, logístico, histograma discreto ó histograma continuo.
2. Algoritmo de entrenamiento: Secuencial ó por lotes.
3. Modo de inicialización: Aleatorio ó lineal.
4. Número de neuronas de salida.
5. Tamaño de la grilla.
6. Estructura de la grilla: Rectangular ó Hexagonal.
7. Forma del mapa: Laminar, Cilíndrico ó Toroidal.
8. Función de vecindad: *Gaussiana*, *Gaussiana* recortada, Burbuja ó Exponencial. Cada función tiene sus propios parámetros.

De los anteriores parámetros, en [15] se ha establecido que para lograr alta velocidad de convergencia, generalmente se crea la red SOM utilizando el algoritmo de entrenamiento *por lotes* inicializado de manera *lineal*.

Por otra parte, en [17] se especifica una regla *heurística* para determinar automáticamente el número de neuronas de salida. Así, dependiendo de la cantidad de casos de entrenamiento, se calcula la cantidad de neuronas de salida mediante la **Ecuación 2.12**; donde m_{units} corresponde al número de *clústeres* de la red SOM y n es el número de casos para entrenamiento. Igualmente, para definir el tamaño adecuado de la grilla; se ajusta (al valor más cercano) la proporción entre la longitud de los lados del mapa con la relación entre los 2 máximos valores propios de los datos de entrenamiento [17].

$$m_{units} \approx 5\sqrt{n} \quad \text{Ec. 2.12}$$

Además, en [15] se determina que para la mayoría de problemas relacionados con tareas de agrupamiento (*clustering*), la forma *laminar* del mapa y la estructura

hexagonal de la grilla han presentado los mejores resultados. No obstante, solo en el caso que se posea información sobre la distribución de los datos y que la tendencia se aproxime a una forma circular, en [15] se recomienda utilizar un mapa *cilíndrico* ó *Toroidal*.

Sin embargo, en [15] no se garantiza que al crear un mapa *laminar* con grilla *hexagonal* y con un número de *clusters* determinados por la Ecuación 2.12, se obtendrán buenos resultados en un problema de aplicación específica donde se utilicen las redes SOM. Asimismo, en la revisión del estado del arte realizada para la elaboración del presente artículo, no se encontraron trabajos relacionados con MSE basada en redes SOM que provean información acerca de la distribución de los datos y permitan determinar los parámetros óptimos de la forma del mapa, la estructura de la grilla, y la cantidad de neuronas de salida.

Por otro lado, para evaluar la calidad de la base de casos construida, se propone estudiar los siguientes indicadores:

1. Error topográfico: mide la precisión de la proyección realizada e idealmente debe ser cercano a cero.
2. Error medio de cuantificación: mide la preservación de la topología de los datos e idealmente debe ser cercano a cero.
3. Uniformidad del histograma: mide la distribución de casos en cada *clúster*. Para la metodología propuesta, idealmente cada *clúster* debería tener casos de daño en un solo elemento (ó de una zona geométrica de la estructura), no deberían existir *clusters* vacíos y todos los *clusters* deberían tener igual cantidad de casos.
4. Centroides de los *clusters* del mapa: indican la posición geométrica de cada *clúster*. Idealmente, deberían corresponder a los puntos de mayor densidad de los datos de entrenamiento. Así, las neuronas que superen un *umbral* de activación representan adecuadamente la distribución de los datos de entrenamiento.

De acuerdo a lo anterior, se plantea estudiar los efectos que tienen los anteriores indicadores de calidad del mapa en el resultado final de identificación. En las ecuaciones 2.13 y 2.14 se enuncian los diferentes indicadores.

$$f(i) \sim e_t; e_q; n_l; n_h; n_e; B_i \quad Ec \ 2.13$$

$$n_p = \frac{m_{units}}{n} \quad Ec \ 2.14$$

En la Ecuación 2.13, $f(i)$ es la relación de indicadores mencionados anteriormente, e_t es el error topográfico, e_q es el error medio de cuantificación, n_l y n_h son respectivamente, el número de *clusters* que almacenan una cantidad de casos muy por debajo y muy por encima de la relación n_p , m_{units} es la cantidad de

clusters en la red SOM, n es la cantidad de casos de entrenamiento, n_p es una relación para evaluar la uniformidad del histograma, n_e es el número de *clusters* que almacenan casos que representan daños en elementos dispersos y B_i es la cantidad de *clusters* que no superan el umbral de activación definido por los Centroides de la distribución de los datos de entrenamiento.

2.3.5.3. Validación cruzada en CBR

Dentro de la metodología CBR expuesta en secciones anteriores, no se han relacionado los efectos que tiene el modo de *Aprendizaje* con el modo de *operación*. Es decir, no se han definido medidas que permitan estudiar el error de entrenamiento y el error de validación, ya que se debe evaluar el comportamiento del elemento intérprete sobre los casos de entrenamiento y sobre los casos de validación respectivamente. Esto para asegurar que la etapa de *Adaptación* funcionará correctamente sobre nuevos casos. Además, durante el modo *operación* de la metodología CBR, es necesario definir un *umbral* para la cantidad de *clusters* que se deben recuperar. Igualmente, si esta fase se verificara utilizando nuevamente los casos con los que se creó la base de casos, es evidente que la solución se encontraría rápidamente realizando una sub-búsqueda dentro del *cluster* de mayor similaridad. Por ello, sería adecuado utilizar otro *umbral* para seleccionar una cantidad de casos dentro de cada *clúster* recuperado. De la misma forma, en el modo *operación* se debe establecer un procedimiento que permita escoger el parámetro estadístico (media, mediana ó promedio ponderado) del elemento intérprete que resulte más adecuado para detectar, localizar y cuantificar nuevos patrones de daño.

En el [Anexo D](#) (sección [D.3](#)) se presenta un método basado en Algoritmos Genéticos (AG) que permite la selección automática y óptima de los anteriores parámetros.

Para estudiar los efectos del elemento intérprete cuando se evalúa sobre casos de *entrenamiento* y *operación*, se propone aplicar *validación cruzada* y *búsqueda en malla* teniendo en cuenta los siguientes indicadores:

1. Error promedio de identificación.
2. Desviación estándar del error de identificación.

La *validación cruzada* consiste en dividir aleatoriamente el conjunto de casos de entrenamiento en N grupos. Luego, sobre $N-1$ grupos se aplica la metodología CBR y se evalúa el error de identificación para el grupo que no fue tenido en cuenta. El proceso se repite de tal forma que a cada grupo se le calcule un error de identificación. De esta forma se obtienen N errores de identificación para los cuales se calcula el valor promedio y la desviación estándar.

VALIDACIÓN NUMÉRICA

La validación numérica del algoritmo de supervisión experta propuesto en el presente trabajo se realizó mediante la construcción de casos del problema *Benchmark* definido por el grupo de trabajo en Monitorización de Salud Estructural ASCE (*American Society of Civil Engineering*), cuyos modelos numéricos están implementados en MATLAB® y permite generar la respuesta dinámica de tres estructuras: El puente atirantado *Bill Emerson Memorial*, la estructura metálica de la *University of British Columbia (UBC)* y un edificio de 10 pisos. En el presente trabajo se realiza la validación numérica utilizando la estructura *Benchmark UBC*. Los modelos y el procedimiento de validación se describen en las secciones 3.1 - 3.2.

3.1 Caso de estudio: Estructura Benchmark UBC.

La estructura *Benchmark UBC* corresponde a un *frame* metálico de 4 pisos, con un modelo a escala 1:3 ubicado en el laboratorio de Ingeniería Sísmica de la Universidad de *British Columbia*, Canadá. La estructura tiene un lote cuadrado de ancho 2.5m y altura 3.6m. [Figura 19](#).

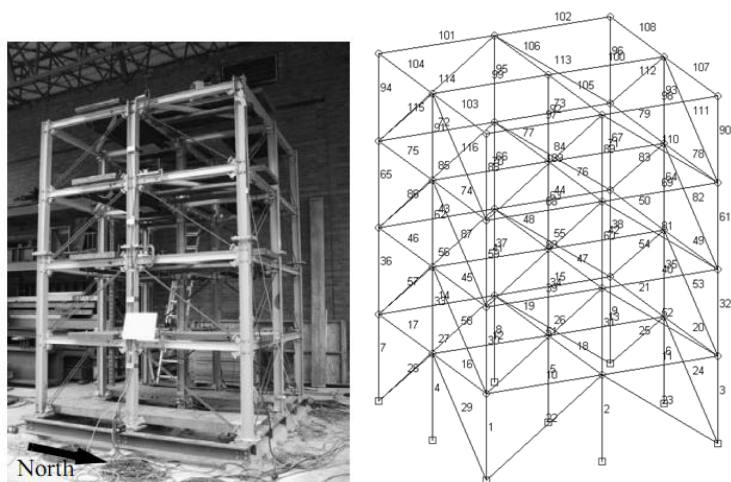


Figura 19. Estructura *Benchmark UBC*.
Fuente [5]

Un modelo numérico de 120 grados de libertad (*DOF*) fue desarrollado por la ASCE, teniendo en cuenta movimientos en cada piso en el plano horizontal y rotaciones con respecto a los ejes verticales. En la [Tabla 2](#) se indican las frecuencias naturales de la estructura sin daño. Como se observa en la [Figura 19](#), la estructura se encuentra compuesta, en cada piso, por 9 elementos columna (verticales), 12 elementos viga (horizontales) y 8 elementos de refuerzo (diagonales) para un total de 116 elementos.

Tabla 2. Modos naturales para los modelos de la estructura *Benchmark* UBC.
Fuente [5].

Piso N°	Dirección X (Hz)	Dirección Y (Hz)
1	8.53	8.2
2	24.24	22.54
3	39.73	35.58
4	55.16	48.37

La respuesta dinámica fue simulada mediante 4 registros de aceleración por piso, dos en dirección X y dos en dirección Y, [Figura 20](#). Además, se agrega a los registros de aceleración ruido blanco con amplitud del 10% del valor *rms* de la aceleración en el techo.

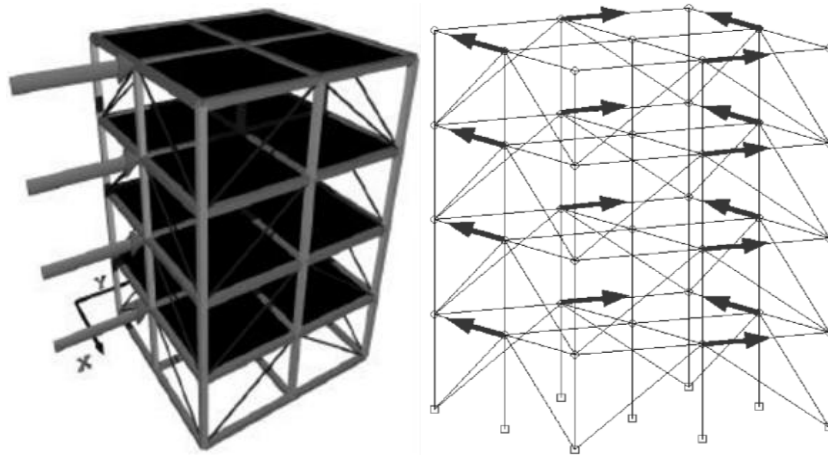


Figura 20. Disposición de acelerómetros en la estructura.
Fuente [5].

La señal de perturbación (excitación) es una fuerza horizontal aplicada en cada piso de la estructura modelando excitación ambiental ó fuerza del viento. Las fuerzas son modeladas como ruido blanco *Gaussiano* e independiente, el cual es procesado mediante un filtro pasa-baja, *Butterworth*, de sexto orden y frecuencia de corte 100 Hz, que incluye frecuencias en los principales modos de vibración.

Para el Benchmark, se considera la identificación de los siguientes patrones de daño:

1. Estructura sin daño.
2. Todos los refuerzos (brazos) del primer piso son removidos.
3. Todos los refuerzos (brazos) del primer y tercer piso son removidos.
4. Un refuerzo (brazo) del primer piso es removido.

5. Un refuerzo (brazo) del primer y tercer piso es removido.
6. Un refuerzo (brazo) del primer y tercer piso es removido y además una viga del primer piso sufre un decremento en el valor de la rigidez.
7. Daño en un solo elemento (viga, refuerzo ó columna) de la estructura, en cualquier piso.
8. Daño en más de un elemento (máximo 4) del mismo tipo (viga ó refuerzo ó columna) y localizado en el mismo piso.
9. Daño en más de un elemento (máximo 4) de cualquier tipo (viga, columna ó refuerzo) y localizado en el mismo piso.

Dado lo anterior, se considera daño severo cuando más de 4 elementos de un mismo tipo presentan daño en un mismo piso. Los seis primeros patrones de daño se plantean con el objetivo de contrastar resultados con otras técnicas de MSE, ya que diferentes autores han desarrollado procedimientos que identifican dichos tipos de daño. Los restantes patrones de daño se consideran como aporte de la presente investigación con el objetivo de identificar daños que representan diferentes niveles de severidad y de obtener mayores grados de aislamiento en la técnica de MSE propuesta.

3.2 Generación de casos

Para la estructura *Benchmark UBC* se generaron de manera aleatoria 100 casos sin daño, 300 con daño en un solo elemento (disminución de rigidez entre 10% y 50% en pasos de 10%), 5860 casos con daño simultáneo (máximo 4 elementos del mismo tipo con disminución de rigidez entre 10% y 50% en pasos de 10%), 548 casos con 100% de disminución en la rigidez (*Full-Damage*, máximo 3 elementos del mismo tipo con daño simultáneo) y 6 casos correspondientes a los definidos en el problema *Benchmark*; para un total de 6814 patrones de daño para la etapa de entrenamiento. Para la etapa de validación se generaron 1870 casos entre daños en un solo elemento (280), daños simultáneos (1360), *Full-Damage* (204), estructura sin daño (20) y 6 casos correspondientes a los definidos en el problema *Benchmark* (datos experimentales). Los casos de la estructura sin daño fueron simulados variando la semilla para generar la fuerza de excitación, mientras que para el resto de casos se mantuvo la semilla de generación aleatoria constante. El objetivo es evaluar la influencia de la fuerza de excitación.

Con base en los modos naturales de la estructura ([Tabla 2](#)), los siguientes parámetros fueron utilizados para la generación de casos:

1. Los datos de aceleración fueron *sub-muestreados* a 125 Hz, frecuencia que contiene información sobre todos los modos de vibración traslacionales de la estructura.
2. Para el cálculo de las funciones de densidad espectral de potencia se aplicó el método *welch* utilizando ventanas de 1024 puntos con 75% de *overlap*. Esto maximiza el promediado de los puntos mediante registros cortos.

3. Se utilizaron registros de 150 segundos de longitud, para un total de 70 promedios en el cálculo de la densidad espectral de potencia.
4. Para reducir los efectos del *Leakage* se utilizó una ventana *Hanning*.
5. Como canal de referencia para el cálculo de la densidad espectral de potencia se utilizó la aceleración del techo. Este canal fue seleccionado porque todos los modos de vibración son observados en este punto.

Ya que cada uno de los pisos de la estructura se asume rígido, es posible desacoplar el movimiento para determinar la aceleración traslacional en las direcciones x, y . Así, los movimientos son desacoplados usando el promedio de las dos aceleraciones en lados opuestos de la estructura; como indica la [Ecuación 3.1](#):

$$a_i = \frac{a_{1i} + a_{2i}}{2} \quad \text{Ec. 3.1}$$

Donde a_i es la aceleración en la i –ésima dirección (x ó y) y a_{1i}, a_{2i} son las dos aceleraciones medidas en cada piso en la respectiva dirección, como indica la [Figura 20](#). De esta forma, debido al desacople, no existen frecuencias torsionales en la densidad espectral cruzada y la dinámica de la estructura se comporta como el modelo de identificación mostrado en la [Figura 21](#).

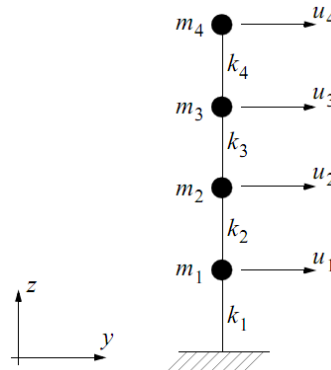


Figura 21. Modelo de identificación.
Fuente [5].

De acuerdo con la [Figura 21](#), por cada dirección (x e y) se obtiene un registro de aceleración en cada piso. De esta forma, cada caso está representado por 8 registros de aceleración.

Además del método *welch* para la estimación de la densidad espectral de potencia cruzada, se aplicó la [Ecuación 3.2](#) para realizar pruebas adicionales. Para ello, se generaron 100 casos de la estructura sin daño.

$$S_{\ddot{x}x_i}(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N R_{\ddot{x}x_i}(k) e^{\frac{j2\pi nk}{N}} \quad \text{Ec. 3.2}$$

El objetivo de aplicar la [Ecuación 3.2](#) en la estimación de la densidad espectral de potencia cruzada, es evaluar la influencia del método utilizado para la estimación de los modos de vibración en la estructura. En la [Ecuación 3.2](#) N es el número de puntos de la función de correlación cruzada $R_{\ddot{X}X_i}$, mientras que X_i es la referencia de las medidas de aceleración \ddot{X} . El número de muestras utilizadas para la estimación de la función de correlación cruzada corresponden a los 90 segundos de aceleración, con una frecuencia de muestreo 125 Hz. La función $R_{\ddot{X}X_i}$ se calcula mediante la definición dada por la [Ecuación 3.3](#).

$$R_{\ddot{X}X_i}(t, t + \tau) = E[\ddot{X}(t)X_i(t + \tau)] \text{ Ec. 3.3}$$

En la [Ecuación 3.3](#) la función de correlación cruzada es calculada de los registros de datos utilizando el valor esperado.

3.3. Medidas de error.

Como indicadores de la tasa de éxito para identificación de daños, se utilizan las medidas de error especificadas en las [Ecuaciones 2.5](#) (error de dimensión) y [2.6](#) (error de severidad). Además, se definen dos nuevos índices que tengan en cuenta el modelo de identificación de la [Figura 21](#). Estos nuevos índices se expresan en las [Ecuaciones 3.4](#) y [3.5](#).

$$Dam_{EI} = \max_{k \in n} Dimension_k ; n = 1,2,3,4 \text{ EC.3.4}$$

$$Severidad_{EI} = \frac{\sum_{k \in n} (Severidad_E)_k}{k} ; n = 1,2,3,4 \text{ EC.3.5}$$

La [Ecuación 3.4](#) relaciona el número de elementos que pertenecen al modelo de la [Figura 20](#) y que son parte de cada uno de los elementos del modelo de la [Figura 21](#). Es decir, se contabiliza el número de elementos con daño en el piso n de la estructura *Benchmark UBC*. Por otro lado, en la [Ecuación 3.5](#) se calcula la severidad promedio de los elementos que pertenecen al piso respectivo.

3.4. Descripción de las pruebas

Para la estructura *Benchmark UBC* se efectuaron tres pruebas diferentes. La primera consiste en la evaluación de 2 métodos para la estimación de la correlación cruzada, así como la influencia de la fuerza de excitación. De acuerdo a los resultados en la primera prueba, se efectúa un segundo experimento para verificar los porcentajes de acierto en la identificación de daños. En la segunda prueba, se estudia el comportamiento de los parámetros en la etapa de entrenamiento y validación.

3.5. Estimación de la correlación cruzada

Para la estimación de la correlación cruzada se evaluaron dos métodos, como se mencionó en la sección 3.2: El método *welch* y valor esperado. Para ello, se realizó el estudio de 100 casos correspondientes a registros de aceleración generados con la estructura sin daño. La perturbación corresponde a ruido *gaussiano* generado mediante semilla variable utilizando el registro de tiempo del computador. De esta forma, se garantiza que la excitación es completamente aleatoria. Para estudiar la influencia de la aleatoriedad, se calculan los modos de vibración de la estructura para cada caso (usando los dos métodos) y se evalúa el error de la estimación.

En la Figura 22 se ilustran las correlaciones utilizando el método *welch* y el método del valor esperado.

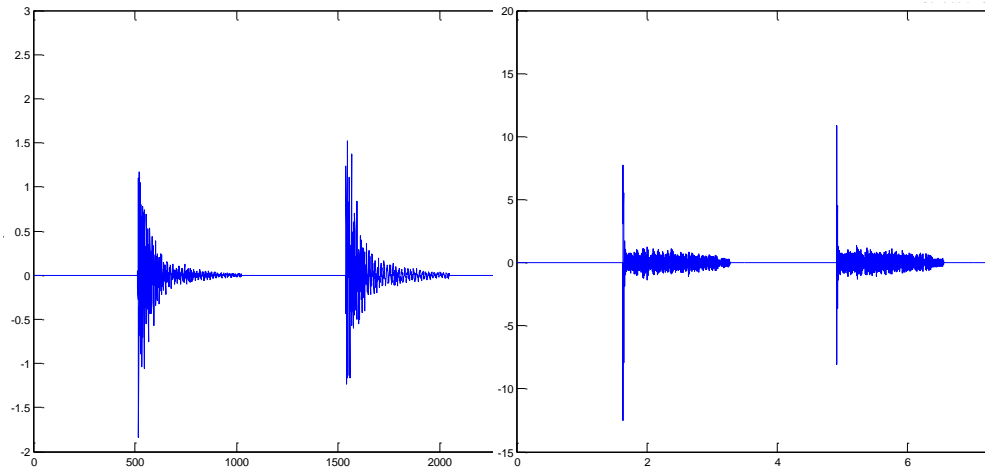


Figura 22. Correlación cruzada: Izquierda - método *welch*. Derecha: Valor Esperado. Fuente [Autor].

Para el caso del método *welch* cada función tiene una longitud de 512 muestras para un total de 4096, mientras que para el caso del valor esperado cada función posee 16.384 muestras para un total de 131.072. Se observa, que existen componentes muy cercanos a cero, esto se debe a que no se excita en la dirección *x*.

En la Figura 23 se ilustra la densidad espectral de potencia para una de las funciones de correlación cruzada en la dirección *y*. La densidad espectral de potencia de la función de correlación estimada mediante el método *welch*, contiene menos ruido que la correspondiente al valor esperado.

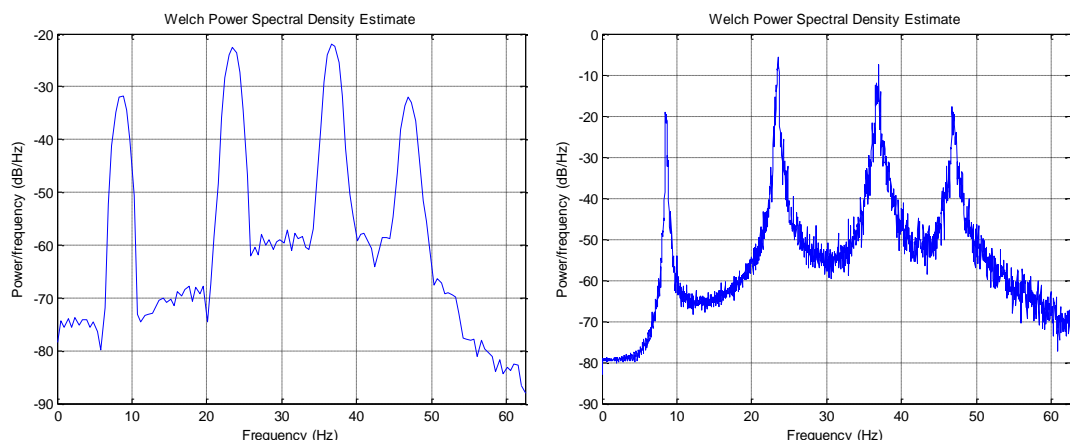


Figura 23. Densidad espectral de potencia en la dirección y. Izquierda: método *welch* – Derecha: Valor Esperado. Fuente [Autor].

En el espectro es posible identificar claramente los 4 modos de vibración en la dirección y, los cuales son presentados en la [Tabla 3](#). Los errores en la estimación son muy bajos, no superan el 1% para los tres primeros modos y 20% para el cuarto modo.

Tabla 3. Modos de vibración estimados.
Fuente [Autor]

	Modo1 (Hz)	Modo 2 (Hz)	Modo 3 (Hz)	Modo 4 (Hz)
Teórico	8.53	24.24	39.73	55.16
Valor esperado	8.484	23.5	36.96	46.75
Error	0.0054	0.0305	0.0697	0.1525
Método <i>Welch</i>	8.789	23.44	36.62	46.88
Error	0.0295	0.0341	0.0849	0.1766
Diferencia	0.2590	0.8000	3.1100	8.2800

En la [Tabla 9](#), se muestran las varianzas y el error medio en la estimación usando los 100 casos, y utilizando un promedio para las cuatro funciones de correlación disponible. Para la detección automática de los modos de vibración se implementó tres algoritmos para la detección de máximos: El primero calcula la derivada y detecta cruces por cero utilizando las funciones *smooth* y *diff* para suavizar la densidad espectral de potencia y aproximar la derivada respectivamente. Este método presentó demasiados errores en el momento de detectar automáticamente los modos de vibración. El segundo método consiste en detectar mediante reglas heurísticas picos de funciones similares a una normal. Dicho método también presentó dificultades. Dado lo anterior, se decidió implementar un tercer procedimiento que consiste en segmentar la función de la densidad espectral de potencia normalizada y suavizada en 4 franjas (0, 15, 30, 45 y 60 Hz). De esta manera, cada modo de vibración se obtiene como el máximo en

la franja correspondiente. Se promediaron los resultados para las 4 señales de correlación disponibles en cada caso. En la [Tabla 4](#), se observan los modos estimados en 10 casos, mientras que la varianza y el error medio en las estimaciones, se ilustra en la [Tabla 5](#).

Tabla 4. Modos de vibración estimados para 100 casos.
Fuente [Autor]

	Valor Esperado				Método <i>Welch</i>			
	Modo 1	Modo2	Modo3	Modo4	Modo 1	Modo2	Modo3	Modo4
Caso1	8.575 4	23.475 6	36.941 5	47.058 1	8.789 1	23.437 5	36.621 1	46.875 0
Caso2	8.575 4	23.441 3	36.872 9	47.042 8	8.789 1	23.437 5	36.621 1	46.875 0
Caso3	8.575 4	23.490 9	36.900 8	47.017 4	8.789 1	23.437 5	36.783 9	46.997 1
Caso4	8.583 1	23.469 9	36.891 9	47.004 7	8.789 1	23.437 5	36.743 2	46.966 6
Caso5	8.581 5	23.468 0	36.904 9	46.951 3	8.789 1	23.437 5	36.718 8	46.948 2
Caso6	8.585 6	23.457 8	36.881 8	46.943 7	8.789 1	23.437 5	36.702 5	46.936 0
Caso7	8.592 9	23.450 6	36.888 1	46.963 3	8.789 1	23.437 5	36.690 8	46.927 3
Caso8	8.590 7	23.456 6	36.873 8	46.979 0	8.789 1	23.437 5	36.682 1	46.920 8
Caso9	8.592 4	23.468 0	36.860 1	46.984 4	8.789 1	23.437 5	36.675 3	46.915 7
Caso10	8.596 8	23.455 8	36.855 3	46.977 2	8.789 1	23.437 5	36.669 9	46.911 6

En la [Figura 24](#) se grafican las estimaciones para los 100 casos.

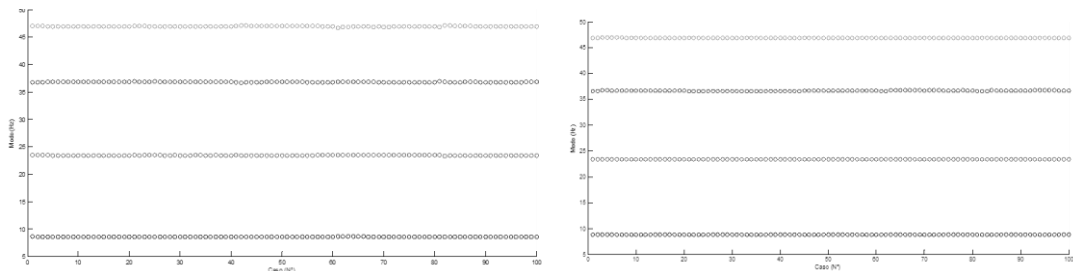


Figura 24. Modos estimados para 100 casos. Izquierda: método *welch* – Derecha: Valor Esperado. Fuente [Autor].

Tabla 5. Varianza y error medio de la estimación en 100 casos.
Fuente [Autor]

	Varianza		Valor medio		
	Valor Esperado	Método <i>Welch</i>	Valor Esperado	Método <i>Welch</i>	Error
Modo 1	0.0001	0	8.5915	8.7891	0.0230
Modo 2	0.0011	0	23.4554	23.4375	0.0008
Modo 3	0.0013	0.0025	36.8331	36.6819	0.0041
Modo 4	0.0035	0.0004	46.9902	46.8852	0.0022

De acuerdo a los resultados, es posible concluir que la información de la dinámica de la estructura que se puede obtener utilizando el método *welch* ó el valor esperado no representa variabilidad estadísticamente significativa. Además, se observa que la semilla utilizada para la fuerza de excitación en la generación de casos, no afecta la información dinámica que se puede obtener.

Dado lo anterior, en adelante, se utilizará el método *welch* ya que presenta menor variación y se requieren menos muestras para representar la función de correlación cruzada. Asimismo, se empleará una semilla arbitraria de valor 123, la cual es el parámetro por defecto en el problema *Benchmark*.

3.6. Identificación de daños

En esta sección se presentan los resultados del entrenamiento y validación.

3.6.1. Transformada Wavelet

Para el cálculo de la Transformada *wavelet* se realizaron pruebas con las siguientes familias *wavelet*: *Daubechies4 (db4)*, *Daubechies5 (db5)*, *Daubechies6 (db6)*, *Coiflet 3 (coif3)*, *Coiflet 4 (coif4)*, *Coiflet 5 (coif5)*, *Symlet 4 (sym4)*, *Symlet 5 (sym5)*, *Symlet 6 (sym6)*. En la [Figura 25](#) se ilustran los coeficientes *wavelet* para uno de los 100 casos sin daño usando la *wavelet* madre *db4* hasta el máximo nivel de resolución. En total se obtienen 4400 coeficientes para las 8 funciones de correlación cruzada.

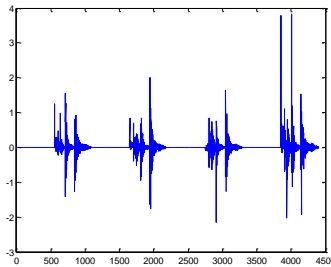


Figura 25. Coeficientes *wavelet* db4 caso sin daño.

Fuente [Autor].

Como se observa en la [Figura 25](#), los coeficientes que corresponden a la dirección x tienen valor prácticamente cero (10^{-4}). Este resultado es acorde con las características del escenario de daño, ya que la estructura no se excita en la dirección x . Dado lo anterior, es inadecuado procesar las señales correspondientes al plano x . Así, solo serán procesados la mitad de los coeficientes, los cuales corresponden a la dirección y . Se observa además, que a simple vista, los coeficientes tienen una forma similar a la función de correlación cruzada.

Para estimar el nivel máximo de resolución en el cálculo de la TWD se utilizó la función *wmaxlev*. En la [Tabla 6](#) se resumen los niveles de resolución máximo (NR) para cada una de las *wavelet madre* y la cantidad de coeficientes resultantes para cada una de las dos implementaciones numéricas (SWT y DWT).

Tabla 6. Cantidad de coeficientes resultantes de la TWD.

Fuente [Autor]

	N R	SWT	DWT		N R	SWT	DWT		N R	SWT	DWT
Db 4	6	14.33 6	2.20 0	Coif 3	4	10.24 0	2.30 4	Sym 4	6	14.33 6	2.20 0
Db 5	5	12.28 8	2.21 2	Coif 4	4	10.24 0	2.40 8	Sym 5	5	12.28 8	2.21 2
Db 6	5	12.28 8	2.25 6	Coif 5	4	10.24 0	2.50 4	Sym 6	5	12.28 8	2.25 6

3.6.2. Análisis de Componentes Principales

Para cada una de las familias *wavelet*, los coeficientes resultantes fueron reducidos usando los parámetros de la [Figura 26](#) en el espacio ACP.

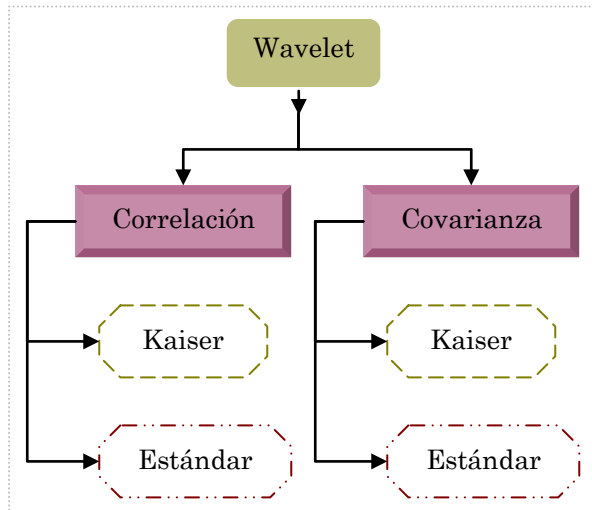


Figura 26. Parámetros de ACP para una familia *wavelet*. Fuente [Autor].

En la [Figura 27](#) se ilustra la varianza de las primeras 30 componentes para los coeficientes *wavelet* de la matriz de casos y calculados con la *wavelet* madre *Coiflet3* usando la matriz de covarianza.

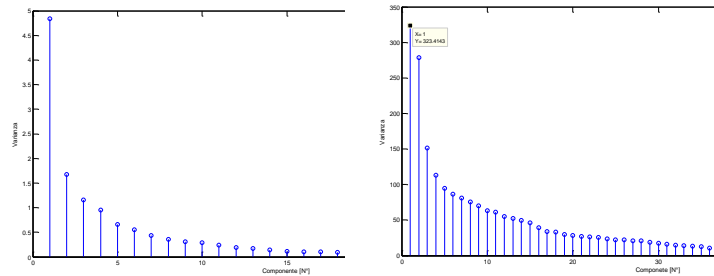


Figura 27. Varianza de componentes principales coeficientes *Coiflet3*: Izquierda -Covarianza. Derecha -Correlación. Fuente [Autor].

Como se observa en la [Figura 27](#), las varianzas de cada componente se encuentran ordenadas de mayor a menor. El criterio Káiser establece que se deben conservar las componentes con varianza mayor al promedio y en el criterio estándar se conservan las componentes que superen un porcentaje de la varianza máxima. Para los datos de la [Figura 27](#), cuando se utiliza la matriz de Covarianza, la varianza promedio es 0.0059. Este valor es muy bajo debido al gran número de componentes (2304). Según el criterio Káiser se deben conservar 63 componentes. No obstante, considerando el criterio estándar, se deben conservar solo las primeras 18 componentes, aquellas que tienen varianza superior al 2% del valor máximo. Cuando se utiliza la matriz de correlación, según el criterio káiser se deben conservar 89 componentes (varianza media igual a 1 - normalizada); mientras que de acuerdo al criterio estándar se deben mantener solo 48. Observando el comportamiento de la [Figura 27](#), de manera intuitiva resulta más apropiado el criterio estándar. Es importante anotar la capacidad de compresión

de características que tiene ACP. Originalmente se tenían 2304 coeficientes representando el set de casos, solo se requieren alrededor de 50 (2,5%) componentes para resumir la variabilidad de la respuesta dinámica de la estructura ante cambios de rigidez.

Otro tipo de análisis útil de los resultados obtenidos mediante ACP es la observación de los aportes de cada coeficiente *wavelet* en la construcción de las componentes principales. Dichos aportes corresponden a los elementos de cada vector propio de la matriz de covarianza (ó correlación). Así, es posible evaluar los niveles de descomposición *wavelet* más significativos y encontrar *clusters* en los coeficientes. En la [Figura 28](#) se ilustran los aportes para la matriz de covarianza y correlación usando la *wavelet* madre *coiflet3*.

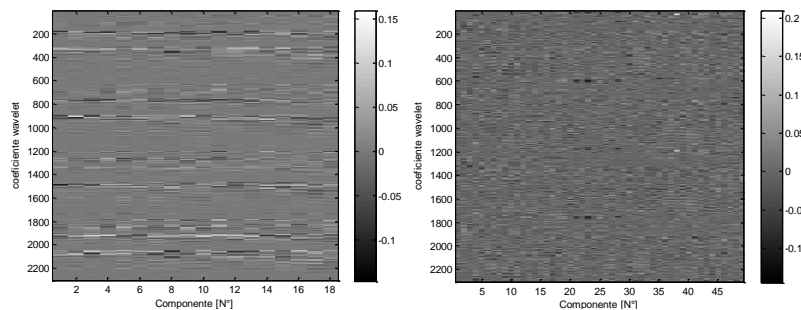


Figura 28. Aportes de los coeficientes *wavelet* (Coiflet3) a las componentes principales. Izquierda: Matriz de Covarianza – Derecha: Matriz de Correlación.

Fuente [Autor].

De acuerdo a la organización de coeficientes establecida por MATLAB® y los parámetros del *Benchmark*, de la [Figura 28](#) se observa lo siguiente:

- Al usar la matriz de correlación no se generan *clusters* o patrones en los coeficientes. Esto se debe al hecho que se han estandarizado los datos originales (media cero y varianza uno). Lo anterior implica que todos los coeficientes son tratados con igual importancia y aportan en igual medida a la construcción de las componentes principales.
- Mediante la matriz de covarianza se da mayor importancia a los coeficientes de mayor valor. Dichos coeficientes presentan aportes más significativos en la generación de las componentes principales. De esta manera, se generan *clusters* alrededor de dichos valores. En la [Figura 28](#) los *clusters* se identifican en las zonas más blancas y más negras, para el ejemplo, se observan aproximadamente 2 regiones en cada sensor y cada región corresponden a los últimos niveles de detalle. Contrario a lo que se esperaría, los niveles de aproximación (bajas frecuencias) no representan mayores aportes, ni tampoco los primeros niveles de detalle. Se esperaría que los niveles de aproximación representen mayor variación ya que los registros de aceleración son de baja

frecuencia. No obstante, se observa que las variaciones de rigidez se encuentran representadas en los últimos niveles de detalle.

3.6.3. Red SOM

Luego de reducir el conjunto de coeficientes *wavelet* se procede a entrenar la red SOM. En el presente trabajo no se realizó sub-búsqueda dentro de los *clusters* generados en las neuronas de salida de la red SOM. Respecto a la selección de parámetros, aún no se implementaron el Algoritmo Genético planteado y búsqueda en malla (debido al coste computacional), para ello, se encuentra en desarrollo un trabajo de pre-grado cuyo objetivo principal es la evaluación de las metodologías de selección de parámetros planteadas en el presente trabajo. No obstante, se implementó validación cruzada para estudiar el comportamiento del error en la metodología de identificación de fallas propuesta.

La matriz de características reducidas contiene 6837 filas (casos), de esta manera, el número de neuronas de salida será 413 ($5\sqrt{n}$). Se utilizaron 3 *clusters* para la recuperación de casos, ya que no se debe utilizar uno solo debido a que probablemente se encuentre vacío. Utilizar más de 3 *clusters* eleva considerablemente el tiempo de entrenamiento (~ 1 hora adicional). Para la validación cruzada se usaron 3 grupos de datos generados mediante estratificación, de tal forma que cada grupo contiene casos relacionados a daños en uno, dos, tres y cuatro elementos, además de patrones sin daño. Los demás parámetros de la metodología CBR fueron operados por defecto tal como indica la [Tabla 7](#).

Tabla 7. Parámetros de entrenamiento CBR.
Fuente [Autor]

Parámetro	Valor seleccionado
Método de normalización	Varianza
Algoritmo de entrenamiento	Por lotes
Modo de inicialización	Lineal
Tamaño de la grilla	Calculado mediante ACP
Estructura de la grilla	Rectangular
Forma del mapa	Rectangular
Función Gaussiana	Gaussiana
Elemento Intérprete	Promedio Ponderado
Indicadores	Uniformidad del histograma

Utilizando los datos resultantes con la *wavelet* madre *coiflet3* y la matriz de correlación junto con el criterio *káiser* se obtienen los siguientes resultados:

Tabla 8. Indicadores y errores sobre los grupos de validación cruzada.
Fuente [Autor]

Ind.	Grupo de validación 1			Grupo de validación 2			Grupo de validación 3			
	nl	nh	nv	nl	nh	nv	nl	nh	nv	
	0.28	0.73	0.27	0.27	0.73	0.27	0.26	0.74	0.26	
Error	FN		FP		FN		FP		FN	
	4		31		8		33		8	
	errTy		errFI		errTy		errFI		errTy	
	501/7417		1488/7417		474/7422		1361/7422		469/7452	

Los errores correspondientes a falsos positivos se encuentran relacionados con la poca cantidad de casos sin daño (100) en relación a casos con daño (6708) y al efecto de la variación de semilla (fuerza totalmente aleatoria) para la generación de los mismos. Asimismo, esto se debe al sobre-cargo de información en los *clusters* de la red SOM (alto valor de *nh* y bajo valor de *nl*), lo cual indica una distribución poco eficiente de los casos. Además, el 30% de los clusters se encuentran vacíos, lo que significa espacio no aprovechado.

Además, se calcularon otros indicadores de error relacionados con el error medio y la desviación estándar en la estimación de la ubicación del elemento y el porcentaje de daño (mean_EI, std_EI, mean_Se, std_Se respectivamente). Asimismo, se calcula el error en la estimación de la dimensión del daño. En las Figuras 3.11, 3.12 y 3.13 se observan los resultados para el grupo de validación 1.

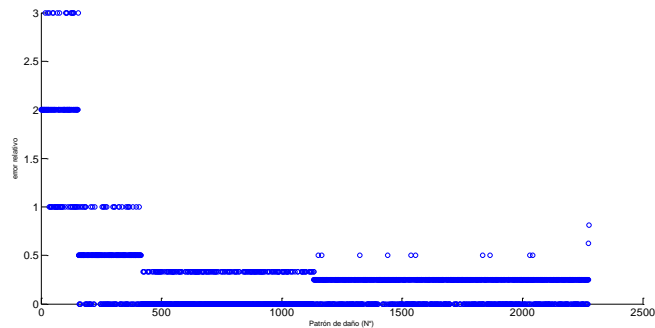


Figura 29. Error relativo de dimensión.
Fuente [Autor].

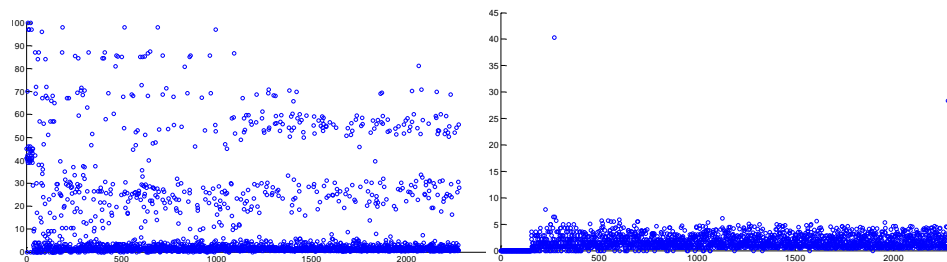


Figura 30. Error relativo del número del elemento. Izquierda: Error medio. Derecha: Desviación estándar. Fuente [Autor].

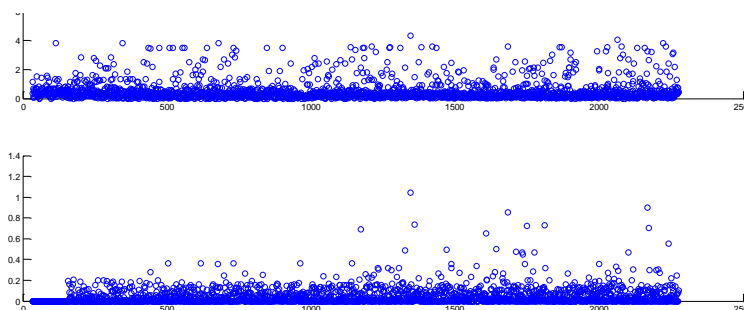


Figura 31. Error relativo para la estimación de severidad. Superior: Error medio. Inferior: Desviación estándar. Fuente [Autor].

Los datos en las figuras anteriores indican que los errores presentan valores bajos con poca dispersión, indicando que la metodología estima de manera adecuada la severidad del daño. En la [Tabla 9](#), se enuncian los resultados para los grupos de entrenamiento en validación cruzada.

Tabla 9. Indicadores y errores sobre los grupos de entrenamiento en validación cruzada. Fuente [Autor]

	Grupo de Entrenamiento 1		Grupo de Entrenamiento 2		Grupo de Entrenamiento 3	
	FN	FP	FN	FP	FN	FP
Error	4	62	16	63	9	60
	errTy	errFI	errTy	errFI	errTy	errFI
	1046/ 14874	2642/ 14874	2320/ 14869	796/14869	2241/14839	943/14839
Índices	Entrenamiento Con el Conjunto de Datos Completo					
	nl		nh		nv	
	0.2560		0.7440		0.2560	

Los resultados anteriores contemplan además situaciones en la que el algoritmo no relaciona información sobre el caso validado, es decir, los *clusters* de mayor similitud se encuentran vacíos. En las pruebas realizadas solo 1/33 casos se comportan de esta manera. En la [Tabla 10](#) se muestran el error medio y la desviación estándar del error en la identificación para cada una de las *wavelet* madre utilizada. Los indicadores ilustrados son los mismos de la [Tabla 9](#). En la

Tabla 10 no se relacionan los falsos positivos (FP), los falsos negativos (FN), ni los casos no identificados (NI), ya que los resultados son muy similares a los de la Tabla 9.

Tabla 10. Errores medio y desviación del error.
Fuente [Autor]

	Entrenamiento				Validación			
	errFI (%)		errTy (%)		errFI (%)		errTy (%)	
	mean	std	mean	std	mean	std	mean	std
coif3_Corr	18.02	0.92	7.54	0.86	21.51	1	8.49	0.6
coif3_Cov	14.8	1.1	6.23	0.7	16.97	2.19	6.96	0.56
coif4_Corr	18.28	1.62	7.33	0.6	22.26	2.75	8.1	0.79
coif4_Cov	15.59	1.34	5.87	0.68	18.18	1.25	6.46	1.1
coif5_Corr	15.91	1.91	6.7	0.53	18.97	1.54	6.85	0.49
coif5_Cov	15.92	0.75	6.7	0.22	18.05	0.5	6.98	1.27
db4_Corr	17.35	1.38	7.92	0.19	21.61	1.61	8.33	0.82
db4_Cov	15.9	1.1	6.22	0.18	17.57	0.28	6.71	0.41
db5_Corr	18.95	0.79	7.89	1.29	22.23	1.04	8.39	1.71
db5_Cov	16.57	3.19	6.72	0.89	19.0	1.82	7.29	1.15
db6_Corr	16.99	2.26	7.83	1.33	20.27	1.57	8.42	1.6
db6_Cov	15.97	1.15	6.09	0.38	18.96	1.71	6.58	0.33
sym4_Corr	18.41	3.11	7.62	0.64	21.63	4.11	8.08	1.0
sym4_Cov	15.67	1.1	6.2	0.79	17.97	2.21	6.88	0.29
sym5_Corr	17.13	1.09	7.63	0.03	20.49	1.91	8.31	0.5
sym5_Cov	16.22	0.79	6.93	0.56	19.44	1.14	7.46	0.37
sym6_Corr	16.74	1.23	7.62	0.37	20.58	1.42	8.2	0.56
sym6_Cov	15.89	0.77	6.09	0.58	18.89	1.8	6.58	0.44

De acuerdo a los datos de la Tabla 10, para los parámetros seleccionados no se observan cambios significativos al utilizar el conjunto de familias *wavelet*. Además, se observa que la matriz de Covarianza, en la mayoría de los casos, presenta mejores resultados en contraste con el uso de la Correlación. No obstante, con la *wavelet* madre *coiflet3* se obtiene la mayor exactitud: 93.77 % en la identificación del tipo de elemento y 85.2% en la ubicación del piso.

En la Figura 32 se ilustra el resultado mediante la *wavelet* madre *coiflet3*, donde el daño simulado corresponde a los elementos 90, 94 y 95 con 50% de reducción en la rigidez. La dimensión estimada es 4. En la Tabla 20 se muestran los elementos y porcentajes de daño estimado.

Tabla 11. Resultados de la estimación para un daño específico.
Fuente [Autor]

Elemento con daño	Probabilidad	Porcentaje de daño
90.0000	1.0000	41.4286
92.0000	0.9643	39.2593
88.0000	0.9286	40.3846
93.0000	0.8571	38.3333

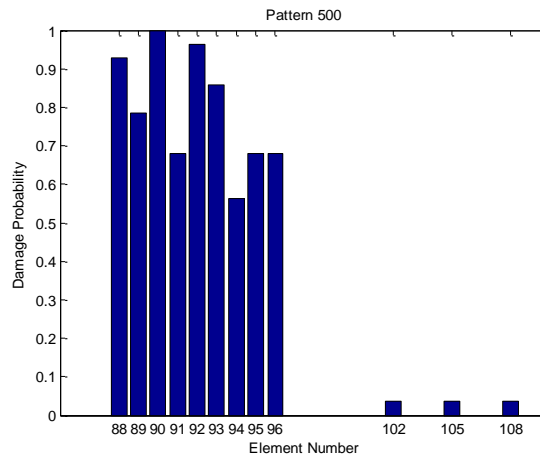


Figura 32. Resultados de la estimación para un daño específico.
Fuente [Autor].

De acuerdo a los resultados de la [Figura 32](#), la metodología propuesta identifica adecuadamente cambios de rigidez en la estructura; proporcionando información sobre la ubicación del daño e identificando el tipo de elemento afectado. No obstante, aún se requieren trabajos futuros para disminuir la cantidad de falsos positivos. En este aspecto, se encuentra en desarrollo un proyecto que tenga en cuenta los procedimientos de selección de parámetros descritos en la [sección 2.3.5](#).

CONCLUSIONES, APORTES Y TRABAJOS FUTUROS

4.1. Conclusiones

- En contraste con estimaciones estadísticas (valor esperado), el método *welch* es más adecuado para la estimación de la función de correlación cruzada en tareas relacionadas con MSE. Lo anterior, debido a que los resultados ilustran que se requieren menos muestras para representar la dinámica de la estructura, produciendo un espectro suavizado más apropiado para posteriores análisis.
- El uso de métodos para la localización automática de los modos de vibración, basados en la detección de cruces por cero mediante la ubicación de máximos en la derivada, no es un procedimiento adecuado, ya que la sensibilidad al ruido de dichos métodos, afecta en gran medida los resultados finales. Así, es preferible la implementación de algoritmos basados en la segmentación del espectro.
- En relación al uso de criterios para reducir automáticamente un conjunto de características mediante ACP, es más apropiado la aplicación del criterio estándar expuesto en el presente trabajo. Lo anterior, fundamentado en el hecho que dicho criterio permite tener en cuenta la tendencia de la varianza cuando existe gran número de variables. Esto es acorde con otros trabajos, donde se ilustra que el criterio estándar conlleva a mejores resultados.
- La metodología CBR expuesta en el presente trabajo, es altamente sensible a la selección adecuada de los parámetros internos descritos en el cuerpo del documento. Así, aspectos como el número de *clusters* vacíos y el número de *clusters* recuperados elevan considerablemente el tiempo de entrenamiento. Además, dichos parámetros tienen repercusiones directas al momento de realizar la implementación *Hardware* del algoritmo, aumentando los requerimientos del procesador a utilizar. De esta manera, las metodologías descritas en el presente trabajo constituyen un elemento fundamental del algoritmo de supervisión experta.
- El uso de validación cruzada eleva significativamente los tiempos de entrenamiento, pero permite al diseñador del problema MSE, observar indicadores de error confiables y obtener el grado de certeza de la respuesta de identificación en el sistema. De esta manera, los índices de error descritos en el presente trabajo son adecuados para la estructura *Benchmark* estudiada, siendo necesario realizar la adaptación respectiva en otro tipo de estructura. No obstante, la metodología descrita puede ser usada como base para establecer los cambios necesarios.

- La detección de cambios de rigidez mediante el algoritmo propuesto, se logra con tasas de acierto superior al 70%, localizando apropiadamente el tipo de elemento con daño (>90%) y la ubicación en el piso respectivo (>80%). Sin embargo, es necesario utilizar otros parámetros para reducir el número de falsos positivos, que tengan en cuenta los efectos de usar excitación aleatoria.
- El uso de ACP mediante la matriz de Covarianza requiere menos características para representar las variaciones de rigidez, además de permitir el estudio de los coeficientes *wavelet* más significativos en el proceso de identificación de falla. Así, en contraste con la matriz de Correlación, los resultados finales del algoritmo de MSE no presentan variaciones significativas. De esta manera, es más apropiado el uso de la matriz de Covarianza, lo que indica que la amplitud (máximos valores) de los coeficientes *wavelet* describen el patrón generado por los cambios de rigidez en la estructura *Benchmark*.
- Los niveles de resolución de la descomposición *wavelet* más significativos corresponden al detalle 3 y detalle 4, relacionados al rango de frecuencia del primer y segundo modo de vibración de la estructura. Dichos aportes se mantienen para los sensores de los 4 pisos. Esto significa que el uso de menos sensores afectaría el resultado final de identificación, sin embargo, es posible utilizar en implementaciones futuras únicamente los coeficientes correspondientes al nivel 3 y nivel 4, lo que implica reducción de coste computacional.
- Las *wavelet* madre utilizadas en el presente trabajo no representan variaciones significativas en los resultados. Esto se debe a que las familias *wavelet* utilizadas tienen propiedades similares y que los cambios de rigidez se encuentran altamente caracterizados por la información en frecuencia más que por su información temporal respecto a cambios abruptos. Así, el uso de la DWT permite aprovechar las características del análisis multi-resolución para obtener apropiadamente dicha información.
- A pesar de las pocas variaciones en los resultados usando diferentes familias *wavelet* (~1%-3%), la *wavelet* madre *coiflet3* presenta la mayor exactitud: 93.77 % en la identificación del tipo de elemento y 85.2% en la ubicación del piso.
- La estimación de severidad mediante factores ponderados muestra mejores resultados que otros basados en el valor medio y la mediana utilizados en metodologías reportadas en el estado del arte.

4.2. Aportes

- En el presente trabajo se usó una metodología de monitorización de estructuras, para evaluar cambios de rigidez mediante vibración ambiental (no forzada).
- La metodología propuesta, contiene procedimientos para la selección apropiada de parámetros, lo que requiere poca intervención humana.
- El usuario final del algoritmo de supervisión experta planteado, cuenta con índices de evaluación de la confiabilidad de la respuesta.
- Se obtuvo un algoritmo de fácil adaptación a estructuras complejas.
- Las características numéricas del algoritmo de supervisión experta descrito en el presente trabajo, indican que una implementación de esta en *hardware* sería viable y de un costo computacional aceptable.
- Los resultados respecto a la estimación de la severidad del daño, muestran mejor comportamiento en contraste con los reportes de trabajos consultados en el estado del arte.

4.3. Trabajo Futuro

- Definir la cantidad mínima de sensores que se requieren para identificar cambios de rigidez en una estructura. Igualmente, estudiar la influencia de la ubicación de los sensores, así como la pérdida de datos.
- Utilizar datos experimentales de modelos a escala y tamaño real para validar el algoritmo.
- Estudio sensibilidad metodología CBR (# de casos, porcentaje de daño).
- Utilizar un método automático de selección los parámetros de la red (por ejemplo un algoritmo evolutivo) con el fin de reducir tiempo entrenamiento y evitar la aparición de *clusters* vacíos, así como la sobrecarga de información en los grupos.
- Incluir la etapa de retención en la metodología CBR propuesta.
- Aplicar ACP a cada sensor, con el objetivo de entrenar una red SOM con los casos correspondientes a un sensor y evitar fallos por pérdidas de información.

- Validar la metodología usando los demás escenarios del *Benchmark* con el objetivo de estudiar los efectos por variaciones de masa y reducción de sensores así como la influencia de excitar la estructura en diferentes direcciones.
- Reducir los efectos de borde presentes en la descomposición *Wavelet* mediante DWT.
- Utilizar DWT para detectar automáticamente los modos.
- Realizar un estudio estadístico mediante ACP para decidir nivel de resolución.
- Evaluar otras metodologías para extracción de características mediante DWT.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Czarnecki, J. J., Shunk, D. D., Stinemates, D. W. & Nadler, B. R. A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001. Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS. 2003W.-K. Chen, *Linear Networks and Systems* (Book style). Belmont, CA: Wadsworth, , pp. 123–135., 1993
- [2] Farrar, Charles R, & Worden, K. An Introduction to structural health monitoring. Los Alamos National Laboratory. Published December 2006.
- [3] Giraldo, Diego. “A Structural Health Monitoring Framework for Civil Structures”. Doctoral Dissertation thesis. Washington University. 2006.
- [4] Caicedo, J.M. and Johnson, E.A., “Structural Health Monitoring of Flexible Civil Structures,” Doctoral Dissertation thesis. Washington University. 2003.
- [5] Lucas, Ashley. Structural Health Monitoring Studies on a Girder Bridge. Undergraduate Research Assistant Washington University. St. Louis. 2003.
- [6] Mujica, Luis E., Vehí, Joseph., Rodellar, José. Detección de impactos mediante razonamiento basado en conocimiento: Aplicación a una sección de ala de avión. 1Departament d'Electrònica, Informàtica i Automàtica. Escola Politècnica Superior - Universitat de Girona. 2005.
- [7] Doebling, S.W., and C.R. Farrar “Using Statistical Analysis to Enhance Modal-Based Damage Identification,” in Structural Damage Assessment Using Advanced Signal Processing Procedures, Proceedings of DAMAS '97, University of Sheffield, UK, pp. 199–210. 1997.
- [8] Carreño T, Martha L., Cardona A, Omar D., Marulanda F, Mabel C., & Barbat, Alex H. Herramienta Computacional para la evaluación post-sísmica de daños en edificios. Artículo de la Universidad Politècnica de Catalunya. 2006.
- [9] Carreño T, Martha L. Sistema Experto para la Evaluación del daño Postsísmico en edificios. Universidad de Girona. 2005.
- [10] Giraldo, Edgar. Evaluación de riesgo ExPost. Evaluación del daño en edificios después de un terremoto. Universidad de Catalunya. 2006.
- [11] Sofge, Donald A. Structural Health Monitoring Using Neural Network Based Vibrational System Identification. Cambridge, Massachusetts 1999.
- [12] Montalvão, D, N.M.M. Maia & A.M.R. Ribeiro. A Review of Vibration-based Structural Health Monitoring with Special Emphasis on Composite Materials. The Shock and Vibration Digest, Vol. 38, No. 4, July 2006 000–000 ©SAGE Publications. 2006.
- [13] Lynch, J. P. An overview of wireless structural health monitoring for civil structures. Phil. Trans. R. Soc. A 365, 345–372. 2007.
- [14] Park, G. & Inman, D. J. Structural health monitoring using piezoelectric impedance measurements. Phil. Trans. R. Soc. A 365, 373–392. 2007.
- [15] Todd, M. D., Nichols, J. M., Trickey, S. T., Seaver, M., Nichols, C. J. & Virgin, L. N. Bragg grating-based fibre optic sensors in structural health monitoring. Phil. Trans. R. Soc. A 365, 317–343. 2007.

- [16] Worden, K. & Dulieu-Barton, J. M. An overview of intelligent fault detection in systems and structures. *Int. J. Struct. Health Monit.* 3, 85–98. 2004.
- [17] Dyke, S.J., Caicedo, J.M., Turan, G., Bergman, L.A., & Hague, S. Benchmark Control Problem for Seismic Response of Cable-Stayed Bridges. Dept. of Civil Engineering. Washintong University. Diciembre, 2000.
- [18] Catbas, Necati., Dyke, Shirley & Caicedo, J. Research Needs and Benchmark Studies in Bridge Health Monitoring. International Association of bridge maintenance and safety. Febero, 2005.
- [19] Dyke, Shirley. J., & Caicedo, J.M. Monitoring of a Benchmark Structure for Damage Identification. Department of Civil Engineering. Washington University. St Louis. Mayo 2000.
- [20] Dyke, Shirley. J., Bernal, Dionisio., beck, James., & Ventura, Carlos. Experimental Phase II of the Structural Health Monitoring Benchmark Problem. Unioversity of British Colombia. Agosto, 2002.
- [21] Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F. M., Czarnecki, J. J., Shunk, D. D., Stinemates, D. W. & Nadler, B. R. A Review of Structural Health Monitoring Literature: 1996–2001. Los Alamos National Laboratory Report, LA-13976-MS. 2003W.-K. Chen, *Linear Networks and Systems* (Book style). Belmont, CA: Wadsworth, 1993, pp. 123–135.
- [22] Farrar, Charles R, & Worden, K. An Introduction to structural health monitoring. Los Alamos National Laboratory. Published December 2006
- [23] CHARLES R. FARRAR AND NICK A. J. LIEVEN .Damage prognosis: the future of structural health monitoring. Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM 87545, USA Department of Aerospace Engineering, University of Bristol. 2006.
- [24] Catbas, Necati., Dyke, Shirley & Caicedo, J. Research Needs and Benchmark Studies in Bridge Health Monitoring. International Association of bridge maintenance and safety. Febero, 2005.
- [25] Giraldo, Diego. “A Structural Health Monitoring Framework for Civil Structures”. Doctoral Dissertation thesis. Washington University. 2006.
- [26] Caicedo, J.M. and Johnson, E.A., “Structural Health Monitoring of Flexible Civil Structures,” Doctoral Dissertation thesis. Washington University. 2003.
- [27] Giraldo, Edgar. Evaluación de riesgo ExPost. Evaluación del daño en edificios después de un terremoto. Universidad de Cataluña. 2006.
- [28] Dyke, S.J., Caicedo, J.M., Turan, G., Bergman, L.A., & Hague, S. Benchmark Control Problem for Seismic Response of Cable-Stayed Bridges. Dept. of Civil Engineering. Washintong University. Diciembre, 2000.
- [29] Dyke, Shirley. J., & Caicedo, J.M. Monitoring of a Benchmark Structure for Damage Identification. Department of Civil Engineering. Washington University. St Louis. Mayo 2000.
- [30] Dyke, Shirley. J., Bernal, Dionisio., beck, James., & Ventura, Carlos. Experimental Phase II of the Structural Health Monitoring Benchmark Problem. Unioversity of British Colombia. Agosto, 2002.

Anexo A

La transformada Wavelet

A.1. Introducción

Para comprender de forma más clara en qué consiste el análisis de señales mediante la transformada wavelet es necesario tener en cuenta la evolución a través del tiempo de herramientas matemáticas desarrolladas para tal fin.

En primer lugar se realiza un breve análisis de señales con la transformada de Fourier haciendo énfasis tanto en sus potencialidades como en sus limitaciones, dejando ver la necesidad de una herramienta que solucione estos inconvenientes, posteriormente la transformada de Fourier de tiempo corto (STFT) o transformada de *Gabor*, se presenta como alternativa de análisis al describir información de la señal tanto en tiempo como en frecuencia, usando ventanas de tiempo con un ancho definido.

La Transformada Wavelet, herramienta matemática desarrollada a mediados de los años '80, es eficiente para el análisis local de señales no estacionarias y de rápida transitoriedad y al igual que la Transformada de Fourier con Ventana (STFT), mapea la señal en una representación de tiempo-escala. El aspecto temporal de las señales es preservado. La diferencia está en que la Transformada Wavelet provee análisis de multi-resolución con ventanas dilatadas. El análisis de las frecuencias de mayor rango se realiza usando ventanas angostas y el análisis de las frecuencias de menor rango se hace utilizando ventanas anchas [24].

Este capítulo se presenta como material base para entender el concepto y profundiza brevemente en la fundamentación matemática que sustenta el análisis de señales usando transformada wavelet, al presentar conceptos y definiciones útiles que facilitan su entendimiento.

Las Wavelets, funciones bases de la Transformada Wavelet, son generadas a partir de una función Wavelet básica, mediante traslaciones y dilataciones. Estas funciones permiten reconstruir la señal original a través de la Transformada Wavelet inversa. La Transformada Wavelet no es solamente local en tiempo, sino también en frecuencia.

Dentro de los usos de esta poderosa herramienta podemos nombrar, además del análisis local de señales no estacionarias, el análisis de señales electrocardiográficas, sísmicas, de sonido, de radar, así como también es utilizada para la compresión y procesamiento de imágenes y reconocimiento de patrones.

A.2. Análisis de Fourier

En 1807, Jean B. Fourier demostró que una función podía ser desarrollada en términos de series trigonométricas, y que se podían obtener, por integración, fórmulas para los coeficientes del desarrollo.

Un análisis de Fourier permite descomponer la señal original en sus componentes sinusoidales de diferentes frecuencias, lo cual puede ser interpretado como un cambio en la señal de su base de tiempo a una base en frecuencia (Figura 33).



Figura 33 Proceso de análisis de Fourier.
Fuente [www.mathwoks.com]

A.2.1. Transformada de Fourier

Para obtener una representación que pueda ser válida para todos los valores de x cuando $f(x)$ no es periódica, es natural intentar extender la representación anterior dejando que c tienda a infinito, lo que da lugar a la Transformada de Fourier [20].

La Transformada de Fourier de una función no periódica $f(x)$ está definida por

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{-ikx} dx \quad (\text{Ec. A. 1})$$

Donde k es una variable real continua.

La función puede ser reconstruida a partir de sus componentes de Fourier, por medio de la transformada inversa de Fourier:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)e^{ikx} dk \quad (\text{Ec. A. 2})$$

La Transformada de Fourier en $L^2 [R, R]$ (Espacio de Hilbert – Señales de Energía finita) satisface las siguientes propiedades:

- Es una transformación de Fourier uno-a-uno de $L^2 [R, R]$ en sí mismo.
- Preserva la norma,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{+\infty} |F(k)|^2 dk \quad (\text{Ec. A. 3})$$

- Preserva el producto interno,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g^*(x)dx = \int_{-\infty}^{+\infty} F(k)G^*(k)dk \quad (\text{Ec. A.4})$$

A.2.2. Limitaciones del análisis de Fourier

La Transformada de Fourier es ampliamente utilizada en el procesamiento y análisis de señales con resultados satisfactorios en los casos en que estas señales son periódicas y lo suficientemente regulares, pero no ocurre lo mismo para el análisis de señales cuyo espectro varía con el tiempo (señales no estacionarias).

Tomando el caso en el que la función f a descomponer es una señal dependiente del tiempo, puede decirse que las funciones de la base de Fourier son de duración infinita en el tiempo, pero locales en frecuencia.

La Transformada de Fourier detecta la presencia de una determinada frecuencia pero no brinda información acerca de la evolución en el tiempo de las características espectrales de la señal. Muchos aspectos temporales de la señal, tales como el comienzo y el fin de una señal finita y el instante de aparición de una singularidad en una señal transitoria, no pueden ser analizados adecuadamente por el análisis de Fourier.

Para los casos de señales no estacionarias y transitorias se utiliza generalmente la *Transformada de Fourier con Ventana*.

A.2.3. Transformada de Fourier con ventana

Una forma de analizar una señal no estacionaria es realizar un análisis espectral dependiente del tiempo. Una señal estacionaria es dividida en una secuencia de segmentos de tiempo en los cuales la señal puede ser considerada como cuasi-estacionaria y la Transformada de Fourier es aplicada a cada segmento local de la señal.

Gabor, en 1940, fue el primero en introducir la Transformada de Fourier de tiempo corto, conocida como la Transformada de Fourier con Ventana Deslizante, definida como:

$$s_f(\omega, \tau) = \int f(t)g^*(t - \tau)e^{-i\omega t} dt \quad (\text{Ec. A.5})$$

Donde $g(t)$ es una ventana deslizante, la cual tiene un ancho fijo y se traslada a lo largo del eje temporal por un factor Δt [24]. Así, propuso a la función *Gausiana* como la función ventana $g(t)$ y demostró que la Transformada de Fourier de una ventana *Gausiana* continúa siendo *Gausiana* [24].

La función está definida como (Figura 34)

$$g(t) = \frac{1}{s} e^{-\frac{\pi t}{s^2}} \quad (\text{Ec. A.6})$$

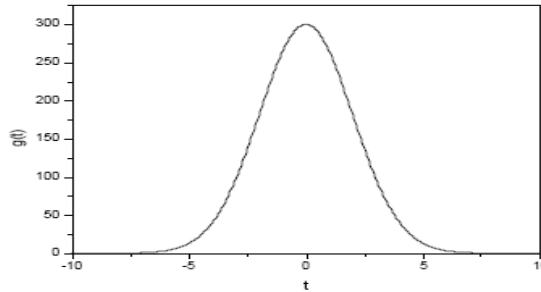


Figura 34 Forma de onda de ecuación Gaussiana.
Fuente [autor]

Con la Transformada de Fourier con Ventana se logra una mejor localización de la aparición de una singularidad en una señal. Pero solo se conocerá en qué intervalo de tiempo se produce la singularidad, debido a que la localización depende del ancho elegido para la función ventana. Además, los eventos no podrán ser observables si aparecen muy cerca unos de otros, ya que no será posible distinguirlos dentro de una misma amplitud de ventana (Figura 35) [8].

Una herramienta matemática que permite resolver estos problemas es la Transformada Wavelet. Este tipo de transformada es capaz de concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia mejor que la Transformada de Fourier con Ventana. Con esta última, una vez que el tamaño de la ventana es elegido, todas las frecuencias son analizadas con las mismas resoluciones de tiempo y frecuencia, distinto de lo que sucede en la Transformada Wavelet que tiene un tamaño de ventana adaptado a las frecuencias.



Figura 35 Proceso de análisis de Fourier de tiempo corto.
Fuente [www.mathwoks.com]

A.3. Transformada *Wavelet*

De manera muy general, la Transformada Wavelet de una función $f(t)$ es la descomposición de $f(t)$ en un conjunto de funciones $\psi_{s,\tau}(t)$, que forman una base y son llamadas las “*Wavelets*” [24]. La Transformada Wavelet se define como:

$$W_f(s, \tau) = \int f(t) \psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (\text{Ec. A.7})$$

Las Wavelets son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función wavelet $\psi(t)$, llamada la “*Wavelet madre*”, y se define como:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (\text{Ec. A.8})$$

Donde s es el factor de escala, y τ es el parámetro de traslación.

Las wavelets $\psi_{s,\tau}(t)$ generadas de la misma función wavelet madre $\psi(t)$ tienen diferente escala s y ubicación τ , pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala $s > 0$. Las Wavelets son dilatadas cuando la escala $s > 1$, y son contraídas cuando $s < 1$. Así, cambiando el valor de s se cubren rangos diferentes de frecuencias. Valores grandes del parámetro s corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de $\psi_{s,\tau}(t)$. Valores pequeños de s corresponden a frecuencias de mayor rango o una escala muy pequeña de $\psi_{s,\tau}(t)$ [25].

A.3.1. Wavelets Orto-normales y discretas

Cuando la función $f(t)$ es continua y las wavelets son continuas con factor de escala y traslación discretas, la Transformada Wavelet resulta en una serie de coeficientes wavelets, y es llamada la descomposición en Series Wavelet [24].

La función $f(t)$ puede ser reconstruida desde los coeficientes wavelets discretos $W_f(s, \tau)$, de la siguiente manera:

$$f(t) = A \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \psi_{s,\tau}(t) \quad (\text{Ec. A.9})$$

Donde A es una constante que no depende de $f(t)$.

A estas funciones wavelets continuas con factores de escala y traslación discretos se las denomina *Wavelets discretas* [24]. Los factores de escala y traslación de las wavelets discretas pueden ser expresados como:

$$s = s_0^i \quad y \quad \tau = k\tau_0 s_0^i \quad (\text{Ec. A.10})$$

Donde el exponente i y la constante k son enteros, y $s_0 > 1$ es un paso fijo de dilatación.

El parámetro de traslación τ depende del paso de dilatación s , Ec. A.10. Entonces, a partir de la Ec. A.8 y con la Ec. A.10, las correspondientes wavelets discretas quedan expresadas como:

$$\psi_{i,k}(t) = s_0^{-i/2} \psi\left(s_0^{-i}(t - k\tau_0 s_0^i)\right) = s_0^{-i/2} \psi(s_0^{-i}t - k\tau_0) \quad (\text{Ec. A.11})$$

A través de la [Ec. A.11](#), la Transformada Wavelet de una función continua es realizada a frecuencias y tiempos discretos que corresponden a muestreos con distintas traslaciones (tiempo) y distintas dilataciones (o cambios de escala).

El paso de muestreo en tiempo es pequeño para el análisis utilizando wavelets de pequeña escala, mientras que es grande para el análisis con wavelets de gran escala. La posibilidad de variar el factor de escala s permite usar wavelets de escala muy pequeña para concentrar el análisis en singularidades de la señal. Cuando solo los detalles de la señal son de interés, unos pocos niveles de descomposición son necesarios. Por lo tanto el análisis wavelet provee una forma más eficiente de representar señales transitorias.

A modo de ejemplo, podemos hacer una analogía entre el análisis de Wavelet y el microscopio. Así, el factor de escala s_0 corresponde al aumento o resolución del microscopio y el factor de traslación τ_0 corresponde a la ubicación donde se hace la observación con el microscopio. Si queremos mirar detalles muy pequeños, el aumento y la resolución deben ser grandes, lo que se corresponde con una i grande y negativo. Esto da lugar a una función wavelet muy concentrada, y a pasos de traslación pequeños. Para un valor de i grande y positiva, la wavelet se extiende y los pasos de traslación son adaptados a esa amplitud [\[24\]](#).

Eligiendo adecuadamente $\psi(t)$ y los parámetros s_0, τ_0 , es posible lograr que las funciones $\psi_{s,\tau}(t)$ constituyan una base orto-normal de $L^2(\mathbf{R})$. En particular si se elige $s_0 = 2$ y $\tau_0 = 1$, entonces existe $\psi(t)$, con buenas propiedades de localización tiempo–frecuencia, tal que $\psi_{s,\tau}(t)$ constituye una base orto-normal $L^2(\mathbf{R})$ [\[25\]](#).

De esta forma, si las funciones wavelets discretas forman una base orto-normal, una función $f(t)$ de soporte finito puede ser reconstruida como una suma de los coeficientes wavelets discretos $Wf(s, \tau)$ multiplicados por las funciones de la base, como sigue:

$$f(t) = \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \psi_{s,\tau}(t) \quad (\text{Ec. A.12})$$

Una descomposición wavelet orto-normal no posee información redundante y representa la señal en forma unívoca. Una base wavelet orto-normal es posible con wavelets con factores de traslación y dilatación discretos [\[26\]](#). Por lo tanto, para estas funciones wavelets discretas ortogonales, los productos internos son iguales a cero:

$$\int \psi_{i,k}^*(t) \psi_{m,n}(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{si } i = m \text{ y } k = n \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (\text{Ec. A.13})$$

En 1986 *Meyer y Mallat* [\[26\]](#) demostraron que la descomposición y reconstrucción wavelet orto-normal podrían ser implementadas en el marco del análisis multiresolución de señales.

A.3.2. Algoritmo piramidal. Descomposición wavelet

Sea la función $f(t)$ que puede ser representada como la combinación lineal de las funciones de escala trasladadas $\phi(t-k)$.

$$f(t) = \sum_k c_0(k)\phi(t-k) \quad (\text{Ec. A.14})$$

Con los coeficientes

$$c_0(k) = \langle f, \phi_{0,k} \rangle = \int f(t)\phi(t-k)dt \quad (\text{Ec. A.15})$$

La Ec. A.15 es la descomposición $f(t)$ en Series Wavelet [24]. En esta descomposición wavelet las bases de la función de escala y las bases wavelet son todas continuas. Los coeficientes de aproximación $c_M(k)$ y los coeficientes wavelet $d_i(k)$ con $i = 1, 2, \dots, M$ y $k \in \mathbb{Z}$ son discretos. Los coeficientes $c_1(n)$ y $d_1(n)$ se pueden calcular con un algoritmo discreto implementado por la aplicación recursiva de filtros discretos paso-alto y paso-bajo a las aplicaciones discretas $c_{i-1}(n)$ (Figura 36).

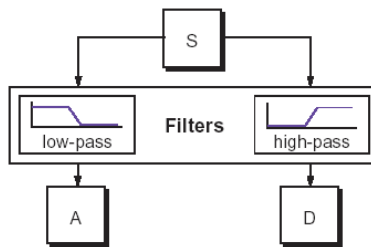


Figura 36 Proceso de análisis Wavelet con filtros pasa-bajo y pasa-alto.
Fuente www.mathwoks.com

La descomposición en aproximaciones suavizadas y detalles a menor resolución se puede continuar tanto como se desee. Este algoritmo es conocido como algoritmo piramidal o de Mallat. Los dos primeros pasos del algoritmo para calcular la descomposición wavelet se muestran en la Figura 36 y en la Figura 37 se muestra la representación en general como bancos de filtros.

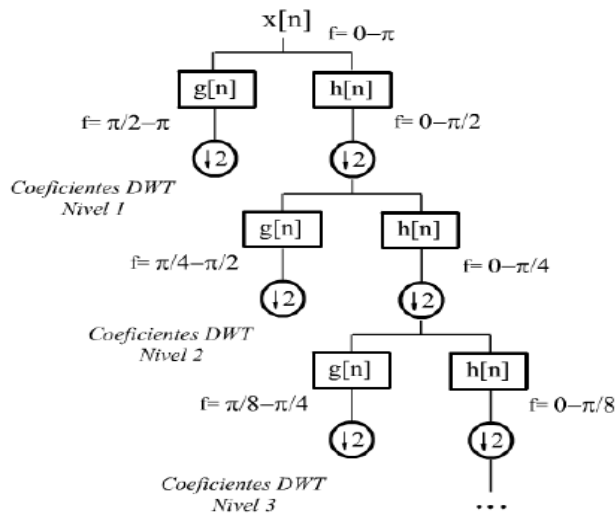


Figura 37 Esquema de la descomposición en Series Wavelet, con el algoritmo piramidal.
Fuente [24]

A.3.3. Algoritmo piramidal. Reconstrucción

La secuencia de la señal original $c_0(n)$ puede ser reconstruida a partir de las secuencias de coeficientes de aproximación $c_i(n)$ y de los *coeficientes wavelet* $d_i(n)$ con $0 < i \leq M$, donde $i = M$ es la menor resolución en la descomposición [24].

La aproximación discreta $c_{i-1}(n)$ en el próximo nivel de mayor resolución puede ser obtenida como la suma de dos *convoluciones*, una entre la aproximación discreta $c_i(n)$ y el filtro paso-bajo $p(n)$ y otra entre los *coeficientes wavelet* $d_i(n)$ y el filtro paso-alto $q(n)$. Como se muestra en la Figura 38, el proceso puede continuar hasta que la secuencia original $c_0(n)$ es reconstruida.

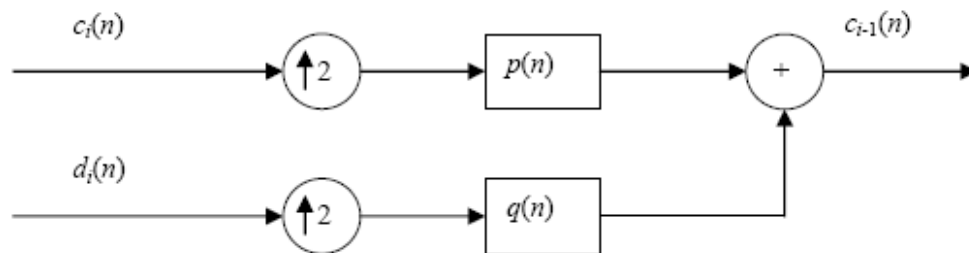


Figura 38 Esquema de la reconstrucción Wavelet.
Fuente [24]

A.4. Análisis Tiempo-Frecuencia

El objetivo del análisis multi-resolución es expandir una señal en una base de funciones cuyas propiedades tiempo-frecuencia se adapten a la estructura local de

la señal. La Transformada Wavelet permite obtener el desarrollo de una señal en una base orto-normal de funciones wavelets, las cuales tienen propiedades de localización en tiempo y frecuencia similares a la Transformada de Fourier con Ventana (Figura 39). En todos los casos anteriores, el patrón de descomposición del plano tiempo-frecuencia está predeterminado por la elección de las funciones de la base.

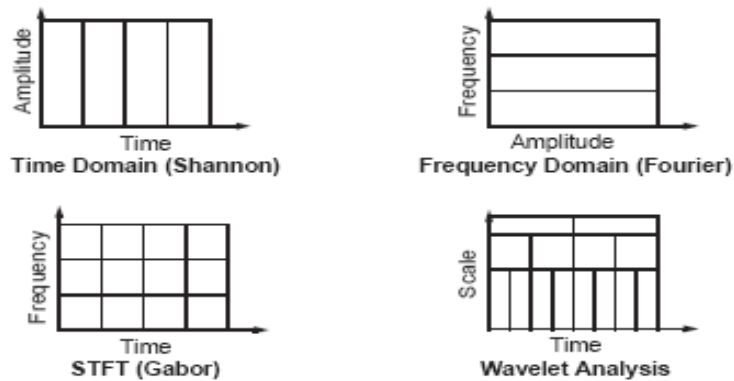


Figura 39 Esquemas de los distintos espacios de operación para análisis.
Fuente www.mathwoks.com

El cálculo de la Transformada wavelet (CWT) se puede resumir en los pasos siguientes:

1. Escoger una wavelet y compararla –realizar un calculo- con la sección encontrada al inicio de la señal original.
2. Calcular un número, c , que representa cuan estrechamente correlacionada esta la wavelet con esta sección de la señal. Un alto valor de c indica una mayor similitud. En otras palabras, si la energía de la señal y la energía de la wavelet son iguales a uno, puede ser interpretado como un coeficiente de correlación.
3. Se debe tener en cuenta que los resultados dependen de la forma de la wavelet escogida.

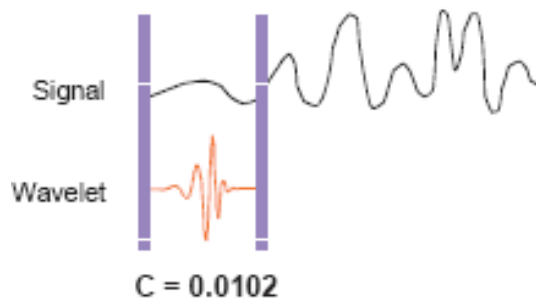


Figura 40. Calculo de c .
Fuente www.mathwoks.com

- Mover la wavelet a la derecha y repetir los pasos 1 y 2 hasta que halla cubierto por completo la señal.

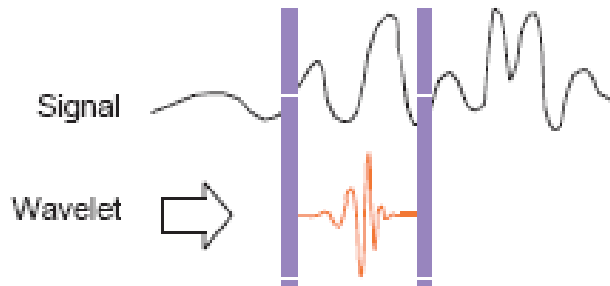
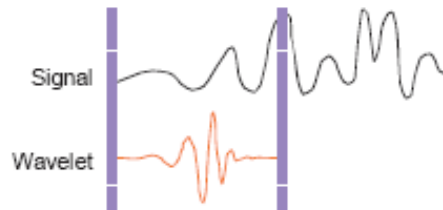


Figura 41.Desplazamiento.
Fuente www.mathwoks.com

- Escalar (dilatar) la wavelet y repetir los pasos 1 a 3.



$$C = 0.2247$$

Figura 42. Dilatación.

Fuente www.mathwoks.com

- Repetir los pasos 1 a 4 para todas las escalas.

Una representación de la transformada wavelet se realiza tomando como eje x el tiempo y como eje y cada valor de escala escogido al realizar el cálculo, denominado plano escala-tiempo, y el valor de los coeficientes c es representado por un color de menor a mayor intensidad, tal como se observa en la [Figura 43 \[26\]](#).

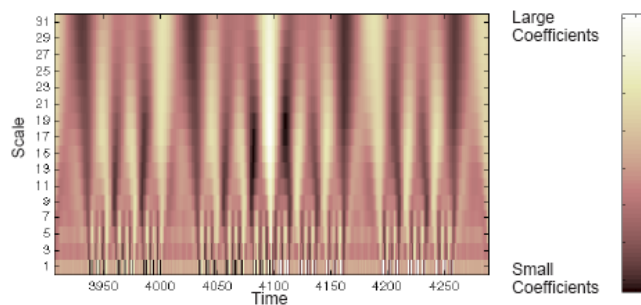


Figura 43 Representación de la transformada Wavelet en el espacio escala-tiempo.

A.4.1. Escala y Frecuencia

Teniendo en cuenta que valores de escala grandes se identifican con formas de wavelet alargadas y viceversa, la relación entre la escala y la frecuencia es una relación inversa debido a la naturaleza de la información obtenida en cada escala, siendo evidente que una wavelet estrecha tiene la capacidad de identificar singularidades y detalles con mayor precisión, mientras que una wavelet estirada permite tener información de baja frecuencia (aproximaciones gruesas) en la señal original (Figura 44) [26].

De esta forma, la relación correspondiente entre escala y frecuencia, en el análisis wavelet obtenido se relaciona así:



Figura 44 Escalamiento de la función wavelet

Fuente www.mathwoks.com

- Baja escala a → Wavelet comprimida → Detalles cambian rápidamente → Alta frecuencia ω .
- Alta escala a → Wavelet alargada → Cambios suaves, características gruesas → Baja frecuencia ω .

A.4.2. La naturaleza de escala

Se debe tener en cuenta que aunque el análisis wavelet no provee una representación como tiempo-frecuencia, no significa que esto sea una debilidad de la técnica, al contrario es una fortaleza.

No solo el plano escala-tiempo es una forma diferente de ver los datos, es una manera natural de analizar un gran número de fenómenos derivados de la naturaleza, como es el caso de los fractales.

A.4.3. Número de operaciones

Consideremos ahora el número de operaciones requerido para la Transformada Wavelet orto-normal de un vector de datos. Sea L la longitud del vector de datos y N la longitud de los filtros $p(n)$ y $q(n)$. En la banda de frecuencia más alta, el primer paso de descomposición requiere $2NL$ multiplicaciones y sumas. En el algoritmo piramidal, en la siguiente banda de frecuencia más ancha la longitud del vector de

aproximación discreta $c(n)$, está reducida a $N/2$. Por lo tanto, el próximo paso de descomposición requiere $2(NL/2)$ multiplicaciones y sumas.

El total de operaciones de la descomposición wavelet orto-normal:

$$2 \left(NL + \frac{NL}{2} + \frac{NL}{4} + \dots \right) = 2NL \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots \right) \cong 4NL \quad (\text{Ec. A.16})$$

De esta forma la Transformada Wavelet orto-normal requiere sólo $O(L)$ operaciones. Esto es todavía más rápido que la Transformada de Fourier, la cual requiere $O(L \log_2 L)$ multiplicaciones y sumas.

Anexo B

Selección de la Wavelet Madre

B.1. Introducción

La transformada *wavelet* (TW) en el procesamiento digital de señales ha mostrado que su implementación promueve resultados favorables que no han sido posibles con otras técnicas de análisis espectral o en el dominio del tiempo. Sin embargo, el uso de la TW trae consigo la tarea de establecer metodologías que permitan elegir la *Wavelet* madre apropiada para realizar la representación más adecuada en el espacio tiempo – frecuencia de la señal original. Esta desventaja, que no está presente en la FT*, resulta de la gran diversidad de *Wavelets* madre que pueden ser utilizadas en análisis.

Encontrar metodologías para este fin no es tarea fácil, ya que la elección de la *Wavelet* madre depende en gran medida de los objetivos que se pretendan alcanzar con el análisis. Cada familia de *Wavelets* registrada en la literatura surge para cumplir propiedades específicas y cada una de ellas puede influir de manera positiva o negativa en los objetivos de una investigación.

Además, debido a la gran cantidad de *Wavelets* madre, no es práctico realizar pruebas con todas las familias, debido a la complejidad de realizar el proceso para algunas de ellas, a la dificultad de interpretar tantos resultados y al tiempo que demanda realizar los análisis. Debido a esto, muchas investigaciones proponen el uso de algunas *Wavelets* madre con carácter exploratorio, buscando mostrar resultados para una familia en particular, de tal forma que se elabore un registro para investigaciones futuras.

B.2. Antecedentes de Metodologías planteadas

En el área de reconocimiento de patrones, **Englenhart et al** [18] plantearon la hipótesis que el buen funcionamiento de la transformada wavelet se debe principalmente al parecido de las wavelets madre con la señal original. Sin embargo, surge la inquietud de cómo medir de forma apropiada el parecido de una wavelet madre con la señal. **Englenhart et al** también plantean el uso de los momentos de desvanecimiento para seleccionar los parámetros *wavelet*.

En relación a lo anterior, el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica se encuentra realizando una investigación titulada “OPTIMIZACIÓN DE

* La Transformada de Fourier solo utiliza señales exponenciales como bases para realizar la aproximación de cualquier tipo de señal, esto es una desventaja respecto a la Transformada Wavelet que permite elegir entre muchas bases para realizar la representación, sin embargo surge la ambigüedad para decidir cual de ellas debe ser utilizada.

TRANSFORMADA WAVELET APLICADA A BIOSEÑALES”* cuyo objetivo es mostrar metodologías que permitan medir el parecido de las wavelets madre con potenciales de acción generados artificialmente a partir de modelos matemáticos. Además, analizan el comportamiento de la transformada wavelet para procesos de filtrado y compresión de señales biológicas, las cuales son operaciones estándar en aplicaciones wavelet. Todo esto con el objetivo de explicar la superioridad de la transformada wavelet frente a otras técnicas de procesamiento de señales.

Para señales de tipo biológico en otras áreas como la electrocardiografía o la encefalografía, las metodologías existentes para elegir la wavelet madre se basan en resultados de investigaciones anteriores y tratan de explicar hipótesis sobre su buen funcionamiento a través de figuras de mérito que permitan medir ese buen comportamiento.

Otras metodologías buscan señales puras (construidas artificialmente) para agregarle ruido con distribución normal y evaluar el error medio encontrado después de aplicar el algoritmo. Este planteamiento es adecuado cuando se puede obtener una señal pura aceptable, lo cual no es posible con señales de aceleración ambiental.

Por otra parte, si la señal a procesar es regular y presenta una singularidad aislada en el instante t_0 , el cual se encuentra dentro del soporte compacto del análisis multiresolución, entonces, el coeficiente *wavelet* asociado corresponderá a una amplitud grande. Si la *wavelet* madre tiene un soporte compacto K , en cada escala existirán K funciones cuyo soporte incluye a t_0 . Para minimizar el número de coeficientes de amplitud alta, se debe reducir el tamaño del soporte de la *wavelet* madre.

En el caso que la señal tenga pocas singularidades aisladas y sea suficientemente suave entre dichas singularidades, es preferible el uso de *wavelets* madre con bastantes momentos de desvanecimiento (i.e. db10, sym10, etc.) con el fin de obtener la mayor cantidad de coeficientes cercanos a cero. En cambio, si la densidad de singularidades por unidad de tiempo se incrementa, sería recomendable reducir el tamaño del soporte, aunque su costo sería la reducción de los momentos de desvanecimiento.

Respecto al compromiso entre una menor longitud del soporte compacto contra una mayor cantidad de los momentos de desvanecimiento, las *wavelets* que mejor se desempeñan son las pertenecientes a las familias *Daubechies* y las del tipo *Spline*. Además, cuando el orden del filtro es muy grande, puede ocurrir inestabilidad.

B.3. Metodologías propuestas

En vista que los estudios existentes para solucionar la ambigüedad al momento de elegir una wavelet madre se encuentran incompletos, se plantean dos

* El estudio se encuentra en curso y es realizado por los investigadores José Martínez-Bonetti, A. Z. Escudero, Adán-Martínez en el estado de Puebla, México.

metodologías al respecto. Los esquemas enunciados a continuación muestran la forma de implementación, resultados obtenidos, así como los inconvenientes y ventajas de cada metodología propuesta, esto con el fin que puedan ser utilizadas en otras investigaciones o en los trabajos futuros de la presente investigación.

B.3.1. Uso de la correlación cruzada

Con base en la idea planteada por el Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, una forma para medir el parecido de dos señales se realiza mediante la correlación cruzada normalizada, de esta forma el coeficiente de correlación es “1” cuando las dos señales son totalmente idénticas, “0” cuando no tienen ningún parecido y “-1” cuando las señales se encuentran invertidas.

MATLAB permite representar en el tiempo las wavelets madre mediante una serie de muestras obtenidas a partir del comando *wavefun* (), donde la cantidad de muestras que representan la Wavelet depende del número de iteraciones que se realice. Si mayor es la cantidad de iteraciones mejor representada se encuentra la wavelet madre, lo que indica una forma de modelar la frecuencia de muestreo.

La correlación cruzada de la wavelet madre con una señal arroja un vector de coeficientes de correlación normalizados, que evalúan la semejanza para diferentes desplazamientos de la señal. El cálculo se realiza en MATLAB mediante el comando *XCORR* (), cuyo requerimiento es la equidad en el número de muestras de las dos señales.

Es posible, que las señales correspondientes a cada sensor no se parezcan entre si, por esa razón es adecuado medir la similitud de la wavelet madre con las señales registradas por cada sensor en particular, para seguidamente evaluar cuales wavelet madre se parece a la mayor cantidad de casos.

Después de implementar la metodología planteada se encontraron los siguientes resultados:

1. Los coeficientes de correlación obtenidos en el proceso dependen enormemente de la cantidad de muestras que se utilicen para realizar el cálculo, mostrando una gran variabilidad en los resultados al utilizar diferentes iteraciones para generar la wavelet madre.
2. El valor máximo de los coeficientes para diferentes variaciones de las pruebas no supera el valor de 0.1
3. Se considera conveniente generar funciones wavelets con iteraciones que no superen un orden “15” ya que el tiempo para construir funciones wavelets con mas iteraciones es muy elevado.
4. La cantidad de datos que se genera es muy elevada dificultando su análisis además que las variaciones que es necesario realizar elevan el tiempo de interpretación. Se recomienda el uso de técnicas de minería de datos.
5. Los resultados son diferentes para las señales correspondientes a un mismo movimiento pero diferente canal.

De acuerdo a los resultados y los diversos resultados, se notó que es necesario realizar pruebas que evalúen la semejanza de la wavelet madre en diferentes segmentos de la señal que representa cada caso. Es necesario también observar la variabilidad de los resultados al modificar el escenario de daño.

B.3.2. Uso de la DWT para elegir Wavelet Madre

Buscando practicidad en los análisis de tal forma que sea posible realizarlos automáticamente y tomar decisiones con el menor esfuerzo posible, los autores plantean un tercer criterio que permita elegir las wavelet madre.

Cuando se realiza un análisis con la DWT el rango de frecuencias procesado en cada nivel de resolución se muestra en la Tabla 12.

Las funciones de correlación cruzada provenientes de señales de aceleración ambiental tienen su mayor contenido de información en la banda de frecuencias correspondiente a los 15.625 – 31.25 Hz. De acuerdo a esto y a la Tabla 12. Los coeficientes del tercer nivel recopilan prácticamente toda esta información, lo que indica que si los coeficientes de detalle en el tercer nivel obtenidos para una wavelet madre en particular son altos, es porque la función wavelet es capaz de conservar adecuadamente esa información. Esta proposición es acorde con los resultados obtenidos en el capítulo 4.

Tabla 12. Rango de frecuencias analizadas en cada nivel de resolución.
Fuente autor

Nivel de resolución	Rango de frecuencias en Hz
1er Nivel	62.5←→125
2do Nivel	31.25←→62.5
3er Nivel	15.625←→31.25

Se propone el uso de una figura de mérito que permita evaluar cuáles wavelet madre representan mejor las funciones de correlación correspondientes al set de casos. La figura de mérito es directamente el valor medio de los coeficientes de detalle en el tercer nivel de resolución.

Los resultados de la metodología propuesta presentan los mismos inconvenientes que el esquema propuesto en el ítem B.3.2, por esa razón no es práctico utilizar estos esquemas propuestos hasta que se elabore un sistema de interpretación más compacto.

B.3.3. Observaciones

A pesar que se plantearon tres formas diferentes para decidir de forma práctica las wavelets madre que deben ser utilizadas en el proceso completo de identificación de movimientos, los resultados no fueron favorables, requiriendo esquematizar las propuestas de forma más compacta, con sistemas de

interpretación más confiables y teniendo en cuenta las diversas variaciones del problema. Además, los tres métodos propuestos presentan la misma ambigüedad al tener que decidir sobre cual conjunto de familias wavelet deben ser aplicados, contando como único criterio aplicárselos a las familias que facilita MATLAB y las que menor tiempo de análisis demanden.

Como las investigaciones que pretenden dar solución a esta ambigüedad no se encuentran aún terminadas, y este no es el objetivo de la presente investigación, además que el tiempo para realizar esos análisis es elevado, se propone realizar pruebas pilotos que permitan identificar de modo rápido las wavelets madre que al ser utilizadas en el proceso completo de identificación presenten tasas de acierto mayores al 90%.

No obstante, para trabajos futuros se busca formalizar mejor las ideas aquí planteadas, así como otros métodos que permitan medir el grado de representabilidad que una wavelet madre tiene de la señal*. Además, en busca de explicar el buen funcionamiento de la transformada wavelet para procesar señales de aceleración ambiental es necesario estudiar la influencia de la función escala dentro del análisis.

* Una forma que se plantea para medir el grado de representabilidad, es comprimir la función de correlación mediante la DWT. Luego de comprimir la señal se evalúan parámetros como el porcentaje de energía retenido, el porcentaje de ceros y la diferencia entre la señal original y la acabada de procesar. Sin embargo esta metodología está aún en estudio por la complejidad de implementación.

Anexo C

Análisis de Componentes Principales *

C.1. Introducción [14], [29], [30], [31], [32]

En la práctica, cuando se recoge información correspondiente al comportamiento dinámico de una estructura mediante funciones de correlación, lo más frecuente es tomar el mayor número de características que describan adecuadamente la dinámica del sistema. Esto sucede porque en general se quiere explorar su comportamiento. Las funciones de correlación se representan entonces, mediante p descriptores (características calculadas) en el dominio del tiempo o la frecuencia para obtener n observaciones (Figura 45).

Sin embargo, demasiadas características ($p > 3$) implican extensos cálculos que no permiten interpretar adecuadamente los datos; ya que las variables pueden estar fuertemente correlacionadas entre ellas y posiblemente brinden la misma información desde otro punto de vista. En este caso se tiene un exceso de información y muchos de los cálculos son innecesarios.

En su lugar, los esfuerzos se orientan sobre la posibilidad de reducir las variables sin pérdida significativa de información, de tal forma que se conserve el patrón que siguen los datos.

Los valores de $X_i(W_j)$ son datos o medidas cuantitativas (numéricas y de valor real).

* también conocido como descomposición de valores singulares o transformada de *Karhuemn Loeve*

	X_1	X_2	...	X_i	...	X_p
W_1	$X_1(W_1)$	$X_i(W_1)$...	$X_p(W_1)$
W_2	.	medidas o datos			medidas o datos	.
.	.					.
.	.					.
W_J	$X_1(W_J)$	$X_i(W_J)$...	$X_p(W_J)$
.	.	medidas		o	datos	.
.	.					.
W_n	$X_1(W_n)$	$X_i(W_n)$...	$X_p(W_n)$

Figura 45 Formato de datos para realizar análisis de componentes principales
Fuente autor

El análisis de componentes principales es una técnica estadística y algebraica útil para la compresión de información y en la identificación de patrones sobre una muestra de datos. Más específicamente los objetivos del PCA son:

- Evaluar la semejanza entre las observaciones (muestras) a través de las medidas consideradas. Este objetivo en particular responde las siguientes inquietudes:
 1. ¿Existen grupos de muestras semejantes?
 2. ¿Se observa un patrón entre las observaciones?
- Evaluar la relación existente entre las características consideradas:
 1. ¿Existen grupos de variables correlacionadas entre ellas?
 2. ¿Se observa una tipología de variables?

Es importante resaltar que el objetivo principal del análisis de componentes principales, es detectar información redundante y re-organizarla de tal forma que sea fácil de interpretar. PCA permite reducir el número de variables manteniendo la mayor información posible.

Las variables originales son transformadas en otro conjunto de variables que no tienen relación entre si, midiendo el aporte de cada una de ellas sobre la varianza total de los datos. Las nuevas variables no tienen redundancia de información y son combinaciones lineales de las variables originales.

De modo ideal, se buscan menos variables que las originales y almacenen la mayor parte de la información o variabilidad de los datos. El concepto de mayor

información en el contexto de PCA, se relaciona con mayor variabilidad o varianza sin realizar suposiciones sobre el comportamiento de las variables.

Si las variables originales no están inicialmente correlacionadas, no se justifica un análisis de componentes principales. De hacerlo, se obtendrían las mismas variables pero reordenadas de mayor a menor varianza. Para saber si X_1, \dots, X_p están correlacionadas, se puede calcular la matriz de correlaciones aplicándose posteriormente el test de esfericidad de **Barlett**.

C.2. Procedimiento [14], [32], [33]*

A continuación se presentan los pasos que deben realizarse para realizar un análisis de componentes principales:

C.2.1. Obtener los datos:

Considérese una serie de variables X_1, \dots, X_p que constituyen los coeficientes *wavelet* de las funciones de correlación a procesar (Figura 46).

Variables

	X_1	X_2	...	X_i	...	X_p
W_1	$X_1(W_1)$	$X_i(W_1)$...	$X_p(W_1)$
W_2	.	medidas			medidas	.
.	.	o			o	.
.	.	datos			datos	.
W_J	$X_1(W_J)$	$X_i(W_J)$...	$X_p(W_J)$
.	.	medidas		o	datos	.
.	.					.
W_n	$X_1(W_n)$	$X_i(W_n)$...	$X_p(W_n)$

muestras

Figura 46 Vectores de variables para realizar análisis de componentes principales
Fuente autor

Asumiendo n observaciones de cada variable X_i , se desea calcular a partir de ellas un nuevo conjunto de variables (y_1, y_2, \dots, y_p) sin correlación entre sí, cuyas varianzas vayan decreciendo progresivamente.

C.2.2. Estandarizar las variables originales:

Habitualmente, se calculan los componentes principales sobre variables originales estandarizadas, es decir, variables con media 0 y varianza 1.

Este proceso se realiza para evitar problemas de interpretación, como, ¿Qué significado tiene una variable artificial que ha sido creada como una mezcla de otras variables cuyas naturalezas pueden ser muy diferentes? ¿Qué nombre puede recibir por ejemplo, una variable conformada por un poco de edad, otro

* El procedimiento presentado es expuesto en las referencias citadas.

poco de peso, otro poco de ingresos, etc.? Teniendo en cuenta que las nuevas variables son combinación lineal de las variables originales.

Por otra parte, el peso de cada variable original, traducido fundamentalmente en variabilidad, puede ser muy diferente para cada una. Una variable muy dispersa puede contribuir enormemente a la varianza total, mientras que una variable mas homogénea contribuye menos. Esto finalmente determina la participación de cada variable en la conformación de un factor.

Las variables estandarizadas no tienen nombre, son simplemente números sin unidades en las cuales se expresen las mediciones, la estandarización lleva todas las escalas a una escala común de media 0 y varianza 1, con lo cual se elimina el problema de medición y variabilidad diferente de las variables originales. El ACP realizado con variables originales estandarizadas se llama ACP normado.

Al estandarizar las variables originales, se obtiene la siguiente matriz (Z) de datos centrada, [Figura 47](#). Donde \bar{x}_j y S_j representan la media y la varianza de cada variable original respectivamente.

Es importante anotar que esta transformación no altera el comportamiento de las variables originales. Sin embargo, si se actúa de esta forma, se da igual importancia a todas las variables originales.

$$\begin{bmatrix}
 z_{11} & \cdots & z_{1j} & \cdots & z_{1p} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 z_{i1} = \frac{x_{i1} - \bar{x}_1}{S_1} & \cdots & z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{S_j} & \cdots & z_{ip} = \frac{x_{ip} - \bar{x}_p}{S_p} \\
 \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 z_{n1} & \cdots & z_{nj} & \cdots & z_{np}
 \end{bmatrix}$$

término general

Figura 47 Matriz de datos centrados*.
Fuente autores

Resulta claro que el ACP normado debe ser la técnica a seguir en cualquier caso, a menos que se quieran explorar algunas otras posibilidades de tipo teórico o que se tengan variables muy similares tanto en su naturaleza como en su escala de medida.

C.2.3. Calcular la matriz de Covarianza.

Para realizar ACP corriente (variables originales sin estandarizar) se calcula la matriz de covarianzas sobre los datos originales y el [paso en C.2.4](#) se realiza sobre esta matriz.

* media cero y varianza 1

Para el ACP normado se parte de la matriz de correlaciones de los datos originales y el **paso en C.2.4** se realiza sobre esta matriz.

Si las variables originales han sido estandarizadas, esto implica que la matriz de covarianzas es igual a la matriz de correlaciones. La correlación es la covarianza medida para valores estandarizados. La matriz de varianza – covarianza se muestra en la **Figura 48**.

Donde S representa la varianza o la covarianza según corresponda. Se calculan sobre las variables x o sobre las variables z según se desee PCA corriente o PCA normado, respectivamente.

$$S = M = \begin{pmatrix} S_{z_1z_1} & S_{z_1z_2} & \cdots & S_{z_1z_p} \\ S_{z_2z_1} & S_{z_2z_2} & \cdots & S_{z_2z_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{z_pz_1} & S_{z_pz_2} & \cdots & S_{z_pz_p} \end{pmatrix}$$

Figura 48 Matriz de covarianza
Fuente autores

C.2.4. Calcular los valores y vectores propios:

Este paso resulta como solución a la condición de que las nuevas variables deben estar in- correlacionadas entre ellas mismas y deben ser ordenadas de mayor a menor varianza, lo que resulta en el habitual problema de maximizar una función de múltiples variables sujeta a restricciones, el cual queda completamente determinado por multiplicadores de *Lagrange* y el teorema de *Roché - Frobenius*.

En este paso se calculan los valores y vectores propios de la matriz de covarianza construida en el **paso C.2.3**, estos son muy importantes dado que nos proporcionan información importante del conjunto de datos:

- Para PCA corriente, cada valor – propio corresponde a la varianza del componente y_i definido por el respectivo vector – propio, como se indica en la Ec. C.1:

$$Var(y_i) = \lambda_i \quad \text{Ec (C.1).}$$

Si se suman todos los valores propios se obtiene la varianza total original, Ec. C.2:

$$\sum_{i=1}^p Var(y_i) = \sum_{i=1}^p \lambda_i = \sum_{i=1}^p Var(X_i) \quad \text{Ec (C.2).}$$

La suma de las varianzas de las variables originales y la suma de las varianzas de las componentes, son iguales. Esto permite hablar del porcentaje de varianza total que recoge un componente principal:

$$\%Var_{tot}(PC_i) = \frac{\lambda_i}{\sum_{i=1}^p \lambda_i} \times 100$$

Ec (C.3).

Así, de la Ec. C.3 también se podrá expresar el porcentaje de variabilidad recogido por los primeros m componentes, como se indica en la Ec. C.4:

$$\%Var_{tot}(PC_m) = \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{\sum_{i=1}^p Var(X_i)} \times 100 \quad m < p$$

Ec (C.4).

- Para PCA normado, en la matriz de correlaciones todos los elementos de la diagonal son iguales a 1, lo que implica que la suma de todos los autovalores es P, y la proporción de varianza recogida por el j-ésimo componente es :

$$\%Var_{tot}(PC_j) = \frac{\lambda_j}{P}$$

Ec (C.5).

Donde p es el número de variables que se están analizando.

C.2.5. Elegir componentes

Aquí es donde se hace evidente la noción de compresión de información y reducción de dimensión. De hecho, se tiene que el vector – propio con el más alto valor propio es la componente principal del conjunto de datos (porque es el que mayor porcentaje de varianza aporta sobre la varianza total).

Una vez teniendo los vectores propios de la matriz de covarianza, se procede a ordenarlos de mayor a menor valor propio. Esto nos da los componentes en orden de significancia.

En este punto, se puede decidir ignorar componentes de menor significancia, al hacer esto se pierde una pequeña parte de la información, pero si los valores propios son pequeños, la pérdida será tolerable. Si se ignoran algunas componentes, el conjunto de datos final, después del proceso de reconstrucción, tendrá dimensión menor al original.

Entonces, se necesita formar un vector característica, tomando los vectores propios que se deseen conservar y conformar una matriz con estos vectores propios como columnas:

$$\text{vector característica} = (eig_1, eig_2, \dots, eig_r) \quad Ec (E.6).$$

Se tienen 2 opciones:

- Se puede formar el vector característica con todos los vectores propios ($r = p$).
- Se pueden dejar fuera las componentes menos significantes para formar el vector característica ($r < p$).

Para PCA los vectores propios deben ser unitarios. Esto es particularmente útil, ya que los vectores propios deben mostrar el patrón que siguen los datos originales. Así por ejemplo, si los datos son bidimensionales ($p=2$), el vector propio con mayor valor propio, muestra la línea que mejor se ajusta a los datos (por eso se llama la componente principal), mientras el segundo vector propio mide que tanto se alejan los datos de esa línea (por eso se llama segunda componente principal). Este procedimiento se puede generalizar para dimensiones mayores, cuando se desea encontrar el *hiperplano* (patrón) que mejor se ajusta a los datos. Recordar que en dos dimensiones un *hiperplano* es una línea recta. Cada vector propio define una línea recta que mide la variación en cada dirección posible de los datos.

Si interesa PCA como método de compresión de información ($r < p$), para reducir la dimensión de los datos originales; entonces, ¿cómo saber cuáles son las componentes menos significantes? de tal forma que se pueda ignorar su información y no tenerlas en cuenta a la hora de formar el vector característica. ¿Cómo encontrar el valor de r que representa adecuadamente los datos originales?

Se pensaría que el mejor valor de r , es el menor y tan cercano a p como sea posible, y que además esas r componentes deberían ser las de mayor valor propio (porque contienen el mayor porcentaje de varianza). Una manera muy natural de encontrar el valor de r es conservar las componentes que mantengan un porcentaje adecuado de la varianza total, según el criterio de cada investigador y de acuerdo a la naturaleza del problema (un 70%, 80%, 90%, etc.). Sin embargo para determinar el valor de r existen criterios de optimización. A continuación se enuncian varios criterios:

- Según el criterio de **Káiser [28]** se deben conservar las componentes cuyo valor propio esté por encima del promedio :

$$\lambda > \frac{V_T}{P} \quad Ec (C.7).$$

- Según el criterio de **Jolliffe [27]** se deben conservar las componentes cuyo valor propio sea mayor que 0.7:

$$\lambda > 0.7$$

- Calcular la correlación de las nuevas variables con las variables originales, y mantener aquellas componentes que tengan una correlación significativa de acuerdo a la variación de los datos. [32]
- Realizar un gráfico de componentes frente a valor propio asociado. Comenzar seleccionando componentes hasta que los restantes tengan aproximadamente el mismo valor propio. La idea es buscar un “codo” en el gráfico, es decir, un punto a partir del cual los valores propios son aproximadamente iguales y el criterio es mantener un número de componentes que excluya los asociados a valores pequeños y aproximadamente del mismo tamaño. [La Figura 49.](#) muestra la naturaleza de los componentes*.

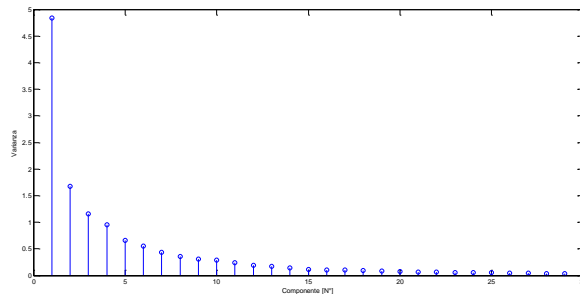


Figura 49. Gráfica de codo para seleccionar el número de componentes
Fuente [autor]

En la [Figura 49](#) se observa que a partir de la componente número 15 los valores propios son constantes y pequeños en comparación con su valor máximo.

No obstante, implementar este criterio requiere de supervisión visual, haciéndose necesaria una forma para aplicarlo automáticamente.

Para datos obtenidos a partir de funciones de correlación estimadas a partir de señales de aceleración ambiental[†], se realizaron pruebas piloto y se encontró que la mayoría de las graficas realizadas muestran que se deben conservar las componentes que tienen asociado un valor propio mayor al 2% del valor máximo[‡]. De esta forma, es posible aplicar el criterio del “codo” automáticamente de acuerdo al comportamiento de los datos.

* Por construcción, a medida que crece el orden del componente, su valor propio debe ir disminuyendo.

† Como los mostrados en la [Figura 49](#).

‡ Esto garantiza que se aplica correctamente el criterio del codo para conservar las componentes más significativas.

La manera de implementar automáticamente el criterio del “codo”, para efectos de la presente investigación, se denominó criterio “estándar” y es una alternativa propuesta por los autores; que consiste en retener aquellos componentes que tengan un valor propio mayor o igual al 2% del máximo correspondiente.

- Usar el criterio de validación cruzada, para determinar el número de componentes por usar y cuáles de ellas, así por ejemplo se pueden tomar una cantidad r , no precisamente las r primeras. Pueden ser de índices diferentes, esto acorde con el análisis recursivo de tomar un número de ellas, r , y alternar cuales pueden dar mejor resultado para una aplicación concreta.

C.2.6. Derivar el nuevo conjunto de datos:

El paso final en PCA una vez que se han escogido las componentes (vectores propios), es tomar la transpuesta del vector característica y multiplicar por la izquierda del conjunto de datos estandarizados, como se muestra en la Ec C.9:

$$\text{DatosFinales} = \text{lineaVectorCaracteristica} \times \text{lineaDatosAjustados} \quad \text{Ec (C.9).}$$

En este punto lo que se obtiene son los datos estandarizados en términos de los vectores escogidos. Si se conservan todas las componentes, se obtienen los datos ajustados, rotados y sin pérdidas, con los vectores propios como nuevos ejes.

Básicamente se han transformado los datos, expresados en términos de los patrones hallados en ellos, donde los patrones son las líneas que mejor describen la relación entre ellos. Esto es particularmente útil porque se han expresado los datos como una combinación de las contribuciones de cada una de las líneas, removiendo las contribuciones menos significativas (en el caso que no se tengan todos los componentes).

Estos datos finales, con reducción de dimensionalidad son los que se utilizarán en el proceso de clasificación.

Puesto que uno de los objetivos que se persigue con el PCA es la representación de las observaciones en un espacio de pocas dimensiones, resulta interesante tener una medida de tal representación para cada muestra. Esa medida está dada por la suma de cosenos cuadrados. Estos valores son los cuadrados de los cosenos de los ángulos formados por el vector que representa a cada muestra con los ejes del sistema de coordenadas factoriales. La suma de todos estos cosenos es igual a la unidad. Sin embargo, si se retienen r factores (componentes), la suma de los r cosenos mide el grado de representabilidad de cada muestra, siendo mejor representadas aquellas muestras para las cuales la suma de los r cosenos cuadrados esté más cerca de 1.

C.2.7. Volviendo al conjunto de datos Originales

Si se desea tener de vuelta el conjunto de datos original (transformada inversa), tras usar la transformación PCA para la compresión de información, hay que recordar que solo si se consideraron todos los componentes en la transformada, se tendrán de vuelta exactamente los datos originales. Sin embargo, si se ha reducido el número de componentes en la transformada final, entonces se recuperaran los datos con alguna pérdida de información.

$$\text{lineaDatosAjustados} = \text{lineaVectorCaracteristica}^T \times \text{DatosFinales} \quad \text{Ec. (C.10)}$$

Pero, para regresar al conjunto original, se debe multiplicar por la varianza y agregar la media de los datos originales (por el proceso de estandarización):

$$\text{DatosOriginal} = \text{varianza} \times (\text{VectorCaracteristica}^T \times \text{DatosFinales}) + \text{media} \quad \text{Ec (C.11)}.$$

La media y la varianza deben ser las de los datos originales. Lo anterior constituye la transformada PCA inversa.

Anexo D

Sintonización de la metodología CBR

D.1. Introducción

En el proceso de entrenamiento se debe considerar tanto el error de aprendizaje como el error de generalización para no incurrir en sobre aprendizajes o sobre ajustes (*over fitting*). Para minimizar la posibilidad de que exista una tendencia a memorizar los ejemplos, usualmente, de todo el conjunto de entrenamiento se emplea aproximadamente un 80% de los patrones para entrenar, reservándose un 20% como conjunto de test.

El proceso de validación cruzada es utilizado en CBR para buscar el punto óptimo entre el error de entrenamiento y el error de test. La situación que se evidencia en problemas prácticos se observa en la figura, en la cual se aprecia que a medida que el error de entrenamiento disminuye con cada iteración, el error de test oscila. De esta forma, con la validación cruzada se optimiza el comportamiento del error en test, al realizar de manera conjunta tanto el entrenamiento de la metodología CBR como su validación con el grupo de prueba hasta encontrar el punto óptimo con pocas iteraciones.

En suma la validación cruzada es una técnica que se utiliza para tratar problemas iterativos repartiendo la muestra en dos sistemas de datos, uno se utiliza para construir el modelo, y el otro para probarlo. Esta técnica incorporada en el entrenamiento de la metodología CBR es usada para evaluar de manera apropiada el error de entrenamiento y validación.

D.2. Validación cruzada [6] [23]

Los modelos de identificación desarrollados deben ser verificados en todas las circunstancias posibles. Sin embargo, es imposible disponer de datos de entrenamiento para simular todas las situaciones posibles. No obstante, el algoritmo de identificación debe ser capaz de generalizar a partir de los datos disponibles.

La deficiente generalización es motivada por los siguientes aspectos:

- Conjunto de entrenamiento escaso o no representativo
- Deficiente representación de los datos
- Arquitectura de la red inadecuada (número de neuronas de salida, forma de la grilla, etc.)
- Aprendizaje erróneo (memorización, posibilidad de mínimos locales, etc.) La [Figura 50](#) ilustra el efecto del sobre entrenamiento.

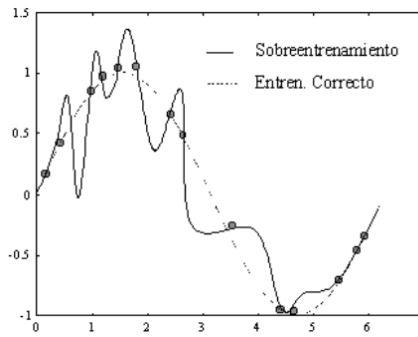


Figura 50. Efecto del sobre-entrenamiento
Fuente [23]

La manera común de realizar el entrenamiento es evaluar la función de error y detener el aprendizaje cuando el error alcanza un mínimo, o si la tasa de reducción del error es inferior a un valor (umbral), o tras un cierto número de iteraciones. Sin embargo, estos métodos no garantizan una buena generalización. De esta manera, la validación intenta subsanar dicha problemática.

El método de validación comúnmente usado es la validación cruzada (*Hold-k-out / Hold- one-out*). El procedimiento consiste en dividir los datos en S grupos de tamaño similar. Un valor típico de S es 10. De esta manera, se entrena el algoritmo S veces, dejando cada vez uno de los conjuntos para validación. Esto permite calcular el error medio de generalización. Al final, se entrena el algoritmo con el conjunto de datos completo y utilizando los parámetros que ofrecen menor error medio. En la Figura 51 se ilustra gráficamente la validación cruzada.

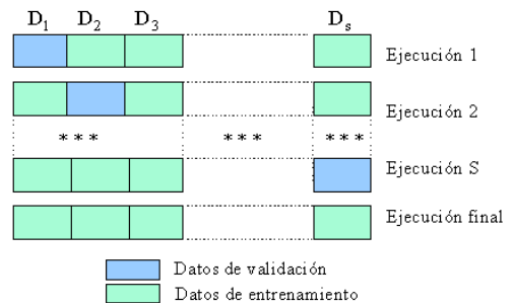


Figura 51. Representación gráfica validación cruzada
Fuente [23]

Ventajas

- Es superior a la validación simple en conjunto de datos pequeños.
- Utiliza todos los datos para entrenar

Desventajas

- Precisa $S+1$ entrenamientos (aumento de tiempo).
- El entrenamiento final no utiliza validación directamente.

En general, es fundamental validar un modelo sobre datos no utilizados en el entrenamiento, además de asegurar que los modelos y el conjunto de datos son representativos del problema. Asimismo, se requiere utilizar buenos estimadores de error para promediar los resultados sobre numerosas ejecuciones.

D.3. Algoritmos Evolutivos

De acuerdo a la discusión presentada sobre la selección de parámetros en una red SOM, aún es necesario establecer una metodología para seleccionar automáticamente y de manera óptima los siguientes parámetros: método de normalización de los datos de entrenamiento, número de *clusters* de la red SOM, forma del mapa, estructura de la grilla y función de vecindad.

Dado lo anterior, se propone el uso de *algoritmos genéticos* y reglas *heurísticas* como herramientas para seleccionar automáticamente los parámetros de la red SOM. Para la selección de parámetros en la red SOM mediante un algoritmo Genético, es necesario definir una función de optimización (aptitud). De esta manera, se plantea minimizar una función que considere los indicadores de error de la sección 2.3.4. La **Ecuación D.1** representa la función objetivo del algoritmo Genético.

$$o(i) = \%(error_{Dimensión}) + \%(error_{Severidad}) + \%(error_{FP}) + \%(error_{FN}) \quad EC D. 1.$$

En la **Ecuación D.1**, $o(i)$ representa la función de optimización que permite evaluar la aptitud de cada una de los individuos que conforman la población objetivo del algoritmo genético. Es decir, se minimiza el error de identificación.

Teniendo en cuenta la función de optimización de la **Ecuación D.1**, se define un cromosoma con siete partes que contienen los diferentes parámetros de la red SOM, como se ilustra en la **Figura 52**.

Método de Normalización	Número de Clústers	Forma del Mapa	Estructura de la grilla	Función de Activación	Parámetros de la Función de Activación
g_1, \dots, g_a	g_1, \dots, g_p	g_1, \dots, g_d	g_1, \dots, g_f	g_1, \dots, g_w	g_1, \dots, g_h
Parte # 1	Parte # 2	Parte # 3	Parte # 4	Parte # 5	Parte # 6

Figura 52. Cromosoma de parámetros SOM
Adaptado de [21]

En la **Figura 52**, los genes g_i son de carácter binario. Además, el valor de los genes correspondiente a los parámetros de la función de vecindad depende de la función de vecindad que se esté evaluando. El valor de los genes que representan el número de *clusters* se limita entre $5\sqrt{n}$ y $\frac{9}{10}n$, donde n es la cantidad de casos de entrenamiento. Para seleccionar el límite superior del número de neuronas, es

necesario tener en cuenta el comportamiento ilustrado en la [Figura 53](#). Así, si se tienen más de 500 casos, es posible utilizar $\frac{9}{10}n$.

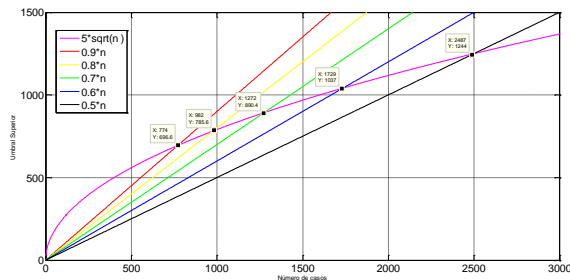


Figura 53. Neuronas de entrada vs Neuronas de salida.
Fuente [Autor]

La operación del algoritmo genético se muestra en la [Figura 54](#).

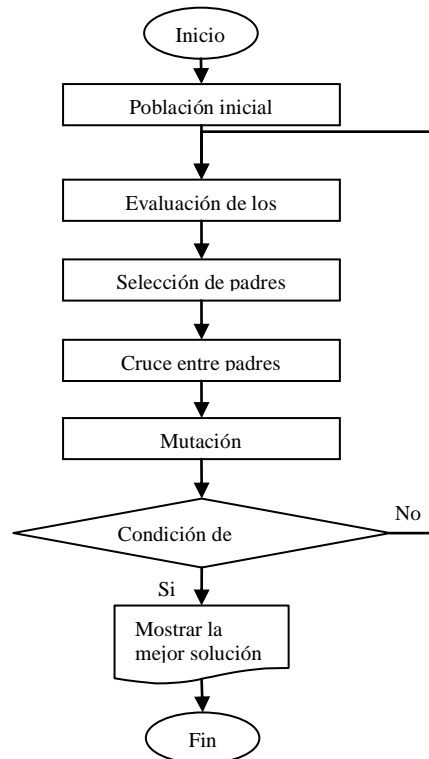


Figura 54. Diagrama de flujo de la estructura del algoritmo genético.
Fuente [Autor]

De acuerdo a la [Figura 54](#) se procede de la siguiente manera:

1. De forma aleatoria se genera la población inicial.
2. Los Q individuos con mayor valor de $f(i)$ se convierten en padres.
3. El cruce entre padres se realiza generando un número binario de n_i bits por cada parte del cromosoma, donde n_i varía para cada parte del cromosoma. Cada bit

representa si se intercambiará o no la información del gen en la parte correspondiente del cromosoma.

4. La nueva población tiene un $p\%$ ($0 < p < 1$) de probabilidad para *mutar*, la cual es evaluada mediante un número aleatorio entre 0 y 1. La mutación consiste en intercambiar aleatoriamente la información de un gen en la población de hijos que superan la probabilidad de mutación.
5. El criterio de terminación será cuando la *aptitud* de los padres de la nueva generación sea similar.

Los valores de umbral que pertenecen al elemento intérprete de la metodología CBR se evalúan mediante búsqueda en malla. Así, el proceso de validación cruzada se realiza con valores de umbral definidos en una grilla bidimensional de pasos grandes y para cada valor se obtiene el error promedio de identificación y la desviación estándar del error de identificación. Con este conjunto de valores, se realiza una gráfica que permite observar el comportamiento del error. La búsqueda se vuelve a realizar en la zona donde el error de identificación es mínimo y reduciendo los pasos de la nueva grilla. Este procedimiento se realiza para cada uno de los parámetros estadísticos del elemento intérprete y al final se seleccionan los parámetros con los que se obtuvieron el mejor resultado.