BALANCE DE CARGA DE TRABAJO DE EMPLEADOS EN ASIGNACIÓN DE PROYECTOS

SARAY YURLEY ACUÑA PARADA
ESTEBAN MADIEDO BAUTISTA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTA DE INGENIERIA FÍSICO MECÁNICA
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA
2012

BALANCE DE CARGA DE TRABAJO DE EMPLEADOS EN ASIGNACIÓN DE PROYECTOS

SARAY YURLEY ACUÑA PARADA
ESTEBAN MADIEDO BAUTISTA

Tesis grado en modalidad de trabajo de investigación para optar al título de Ingeniero Industrial

Director:
Ing. NÉSTOR RAÚL ORTIZ PIMIENTO
Docente Escuela de estudios Industriales y Empresariales

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTA DE INGENIERIA FÍSICO MECÁNICA
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA
2012

DEDICATORIA

Agradezco a Dios por ser mi fortaleza y guía en el camino hacia una meta más, a los buenos amigos y todos sus deseos, a mi familia y su apoyo, a los que creyeron en mí y se siente orgulloso de los resultados de este proceso. Especialmente a mi nonita Rebeca, Sergio y Andrea.

Saray Yurley Acuña Parada

Agradezco a mi compañera que me aguanto toda la recocha, los chistes, los desplantes, a mis amigos por su apoyo y ánimo en cada etapa de la universidad, especialmente agradezco a Dani por ser tan buena amiga que siempre ha estado brindándome su apoyo tanto en los malos como los buenos momentos, por último a mis padres y familia que siempre me apoyaron para salir adelante y superar esta etapa con la mayor satisfacción posible, cumpliendo a cabalidad los objetivos que me había propuesto.

Esteban Madiedo Bautista

CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

Pág.

LISTA DE ILUSTRACIONES

Pág.

LISTA DE ANEXOS

Pág.

RESUMEN

TITULO: BALANCE DE CARGA DE TRABAJO DE EMPLEADOS EN ASIGNACIÓN DE PROYECTOS[1]

AUTORES: SARAY YURLEY ACUÑA PARADA Y ESTEBAN MADIEDO BAUTISTA[2]

PALABRAS CLAVES: Problemas de asignación, problemas de balance de cargas, proyecto, experimento de Bernoulli, optimización matemática.

DESCRIPCIÓN:

El presente trabajo aborda el problema de balance de carga, específicamente el de la carga asignada a los empleados en el desarrollo de proyectos. En si el problema consiste en encontrar una óptima asignación, de un conjunto de proyectos entre un grupo de empleados, buscando equilibrar la carga de trabajo entre los ingenieros, evitando problemas de insatisfacción y bajo desempeño, causados por sobrecarga y/o cambios bruscos de la carga de trabajo.

Para solucionar este problema se propone un modelo matemático con el objetivo de minimizar el cuadrado de la diferencia entre el promedio de las cargas de trabajo y las cargas totales asignadas a cada ingeniero, ya que de esta manera se disminuye la variabilidad de las cargas asignadas a los empleados. Posteriormente, los resultados de este modelo son comparados con los obtenidos del modelo matemático propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim el cual minimiza la diferencia entre la máxima y mínima de carga de trabajo asignado. Para realizar esta comparación se emplea una prueba de hipótesis basada en un experimento de Bernoulli normalizado, en el cual se determina que las asignaciones obtenidas por los dos modelos no siempre son iguales.

Para resolver los modelos matemática se utiliza el entorno de programación GAMS (General Algebraic Modeling System) y para generar aleatoriamente los valores de las variables de interés de los dos modelos se emplea Microsoft Excel.

[1]Proyecto de grado
[2] Faculta de Ingeniería Físico Mecánica. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Néstor Raúl Ortiz Pimiento.

ABSTRACT

TITLE: WORKLOAD BALANCE OF EMPLOYEES IN PROJECT ASSIGNMENT[3]

AUTHORS: SARAY YURLEY ACUÑA PARADA Y ESTEBAN MADIEDO BAUTISTA[4]

KEYWORDS: Assignment problems, load balancing problems, project, experiment Bernoulli, mathematical optimization.

DESCRIPTION:

The present work deals the problem of load balancing, specifically the assigned load on employees in the project development. The problem is to find an optimal projects assignment that allows load balancing among workers, avoiding dissatisfaction and poor performance problems, due to overloading and / or sudden changes in workload.

To solve this problem, it's proposed a mathematical model that seeks minimizing the squared difference between the average workload and the total loads assigned to each engineer and this way reduce the variability of the assigned loads to employees. Later, the model's results are compared with the results obtained from the model proposed by Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim that minimizes the difference between the maximum and minimum workload assigned. To realize the comparison is used a hypothesis test based in a normalized Bernoulli experiment which determines that the assignments obtained for the models always aren't the same.

To develop the paper uses the following tools, GAMS (General Algebraic Modeling System) and Microsoft Excel.

[3] Graduation project

[4] Faculty of Engineering Physique Mechanical. Industrial and Business Studies School. Director: Director: Néstor Raúl Ortiz Pimiento.

TABLA DE CUMPLIMIENTOS DE OBJETIVOS

OBJETIVO	CUMPLIMIENTO
Programar el modelo propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim, por medio del uso del entorno de programación GAMS, para resolver el problema de balance de carga de trabajo de los empleados en la asignación de proyectos mediante la formulación matemática que ellos plantean.	ANEXO 1. CODIGO EN GAMS PARA EL MODELO PLANTEADO POR ZHIRONG LIANG, SONGSHAN GUO, YANZHI LI Y ANDREW LIM
Reestructurar el modelo de balance de carga de trabajo de empleados en la asignación de proyectos a partir de una nueva función objetivo (minimizar la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre las cargas individuales y la carga promedio), y plantear las restricciones que permitan completar la formulación matemática del modelo.	4. FORMULACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO
Programar el modelo matemático formulado en este proyecto, a través del uso del entorno de programación GAMS para resolver el problema de balance de carga de trabajo de los empleados en la asignación de proyectos mediante el algoritmo	ANEXO 2. CODIGO EN GAMS PARA EL MODELO FORMULADO EN ESTE TRABAJO DE GRADO.

matemático obtenido del ajuste de las restricciones y la función objetivo propuesta.	
Resolver $n * m$ casos diferentes de balance de carga de empleados en la asignación de proyectos, una vez se tengan programados los modelos, tanto el propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim como el formulado en este trabajo de grado. Al llegar a esta etapa, la generación de cada caso, se hará aleatoriamente, definiendo la cantidad de empleados, cantidad de proyectos, cantidad de etapas y la carga de cada proyecto, se tomara como referencia una distribución de probabilidad uniforme discreta para generar cada parámetro requerido, esta distribución se limitara de tal manera que se garantice que se pueda encontrar solución al modelo por un método exacto.	5. RESULTADOS NUMERICOS ANEXO 5. GENERACIOND E NUMEROS ALEATORIOS PARA nxm LOS CASOS
Analizar los resultados obtenidos del uso de ambos modelos en términos de las asignaciones encontradas por los mismos, para de esta forma determinar si son equivalentes y si alguno de los dos modelos emplea	6. PRUEBA DE HIPOTESIS CON EXPERIMENTO BERNOULLI ANEXO 7. RESULTADOS NÚMERICOS DE LAS ASIGNACINACIONES OBTENIDAS

menor tiempo para llegar a su solución; de ser diferentes las asignaciones obtenidas se dejara abierto el estudio para analizar cuál de los dos modelos brinda un mejor balance de las cargas	DE LA CORRIDA DE LOS nxm LOS CASOS

INTRODUCCION

En la actualidad la gestión de proyectos es parte vital en las organizaciones e incluso es un factor relevante en las decisiones estratégicas de la alta gerencia, ya sea porque el modelo de negocio de la organización es vender y ejecutar proyectos para sus clientes (como pasa en las empresas de consultoría, desarrollo de software, producción audiovisual, agencias de publicidad o de ingeniería), o porque la compañía está buscando asegurar su futuro trabajando en proyectos de innovación de sus productos, procesos o sistemas. De igual forma en cualquiera de las dos situaciones existen unos proyectos que deben ser asignados y ejecutados por los empleados, y los cuales la administración debe gestionar de tal forma que se obtenga un producto de calidad (un software, publicidad, nuevo artículo, etc.) sin exceder los recursos de personal, tiempo y dinero atribuidos.

Es por este motivo que en la actualidad las empresas, están buscando la forma de optimizar sus procesos de ejecución y administración, todo con el objetivo de obtener mejores resultados que satisfagan las expectativas del cliente, ya sea interno o externo, y de cumplir el tiempo y presupuesto económico, siendo en esta búsqueda donde aparece el problema balance de carga en de asignación de proyectos.

El problema de asignación de proyectos a empleados no se ha tratado ampliamente en la literatura, apareció por primera vez en el artículo [1] en el 2009, donde se planteo como respuesta al problema de asignación de proyectos para el diseño y elaboración de nuevos y modificados juguetes, esto surgió en el departamento de I+D de una fábrica de juguetes de origen estadunidense con maquilas en china. A pesar de los pocos referentes que existen sobre este problema, se debe resaltar la relación que tiene con el modelo de asignación clásico y tres de sus variantes o adaptaciones (el problema de asignación generalizado, el problema de asignación balanceada y el problema de asignación en un horizonte de tiempo).

El modelo clásico de asignación, es una relación uno a uno de personas a puestos de trabajo o tareas a fin de generar cierto nivel de competencia y minimizar el costo total de la asignación[5]. Es indiscutible que el problema de asignación clásico es el inicio de un largo camino investigativo que llega hasta el problema de balance de carga de empleados en asignación de proyectos, el cual será tratado en este trabajo; teniendo en cuenta ciertas particularidades, las cuales son principalmente: el número de proyectos es superior a la cantidad de personas disponibles y estas tienen capacidad de ejecutar varios proyectos al mismo tiempo, la función objetivo busca equilibrar la carga de trabajo, debido a que de una carga desbalanceada se desprenden muchas complicaciones para la organización, y finalmente se considera que los proyectos duran varios periodos durante los cuales la carga de trabajo requerida fluctúa.

Como una respuesta a la diferencia en la relación proyectos-empleados, que no es uno a uno, aparece el problema de asignación generalizado (GAP), tal como se describe en [2], en el cual se considera un número m de agentes, que pueden ser máquinas o trabajadores, frente a una cantidad mayor de n tareas las cuales consumen la capacidad de los agentes. Este modelo no se adecúa totalmente al planteado en este trabajo de grado, puesto que sólo considera la propiedad mencionada anteriormente, manteniendo el resto de restricciones del problema clásico. Para el problema de asignación en un horizonte de tiempo se considera la asignación de carga de trabajo de tiempo variante, es decir que puede durar más de lo estipulado o exigir mayores esfuerzos de los previstos. La diferencia principal

[5] El modelo de asignación clásico es ampliamente tratado en la literatura, se encuentra en libros de texto para un curso de introducción a la ciencia ya sea de gestión o la investigación de operaciones o de producción. En el artículo “Assignment problems: a golden anniversary survey” realizado por David W. Pentico se hace un descripción superficial sus principales variantes, desde su aparición por primera vez en 1955.

con el problema planteado en este trabajo es que la carga no estacionaria no tiene un único periodo sino que duran varios periodos sucesivos. Finalmente S Martello, W.R Pulleyblank, P Toth y D de Werra, en 1984, en [3], tratan el balance de la carga de trabajo, pero lo hacen en base al problema clásico de asignación.

El presente trabajo abarca todos los pasos necesarios para la formulación y evaluación del problema de balanceo de carga de trabajos de los empleados en la asignación de proyectos. Para esto en primera instancia formula el modelo matemático con la función objetivo propuesta, posteriormente se programa y resuelve en GAMS y sus resultados se analizan por medio de la prueba de hipótesis basada en el experimento de Bernoulli.

En el capítulo 4 se reformula el modelo matemático propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim a partir de una función objetivo distinta, es decir, mientras para ellos el balance de la carga de trabajo se alcanza minimizando la diferencia entre la carga de trabajo máxima asignada y la carga mínima ($\text{Minimizar: Z} = \text{U} - \text{L}$), en este trabajo se plantea minimizar la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre las cargas individuales de los empleados y la carga promedio ($\text{Minimizar:} Z = \sum_{i}^{M}(c_i - \bar{c})^2$)[6]. LA diferencia es que con la función objetivo planteada por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim se acorta la distancia entre la máxima y mínima carga asignada hasta encontrar la asignación que haga este trecho lo más pequeño posible, de tal manera que entre mayor similitud haya entre las cargas extremas, las cargas del medio también serán semejantes. Por otro lado la función objetivo propuesta por este trabajo busca acercar la carga total de cada empleados a la carga promedio ideal $\left(\bar{c} = \frac{\sum_{k=1}^{p} c_k}{M}\right)$[7], de forma que entre menor sea la diferencia, todas las cargas

[6]Este modelo es de programación cuadrática, siendo el óptimo local el óptimo global.
[7]$\bar{c} = Carga\ promedio\ ideal$; $c_k = Carga\ del\ proyecto\ k$; $M = Numero\ total\ de\ empleados$; $p = numero\ total\ de\ proyectos$

asignadas se parecerán mas a la carga promedio ideal, por lo tanto serán similares entre ellas, balanceando las cargas.

En el capítulo 5 se muestra la programación los dos modelos en GAMS y sus resultados, ésto se realiza de esta manera ya que se desea comparar las asignaciones obtenidas a partir de dos funciones objetivo con expresiones matemáticas diferentes, pero que persiguen el mismo propósito: equilibrar cargas de trabajo. Es necesario correr ambos modelos con los mismos casos de estudio[8] para que de esta forma se pueda realizar la comparación propuesta en este trabajo. Esta comparación se realizará por medio de una prueba de hipótesis con criterios de decisión tomados de un experimento de Bernoulli normalizado, con el cual se obtendrá la proporción de proyectos asignados de igual forma (ésto se considera como la probabilidad de "éxito").

En el capítulo 6, para poder realizar dicha evaluación, se generarán aleatoriamente $n * m$[9] casos diferentes (con respecto a la cantidad de empleados, el horizonte de planeación y el número de proyectos dentro de carteras de proyectos a asignar) los cuales se analizarán inicialmente con el modelo planteado por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim, y posteriormente con el modelo propuesto en este trabajo de investigación.

---

[8] Un caso de estudio corresponde a una cartera de proyectos que deben ser asignados a un grupo de empleados.
[9] En la metodología se explica el significado de *n* y *m*

1. OBJETIVOS

1.1. GENERAL

Formular un modelo para balancear la carga de trabajo de empleados en el problema de asignación de proyectos, a partir de una nueva función objetivo (minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre las cargas individuales de los empleados y la carga promedio) y comparar la asignación que está realiza con la obtenida de emplear el modelo propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim.

1.2. ESPECIFICOS

- Programar el modelo propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim, por medio del uso del entorno de programación GAMS, para resolver el problema de balance de carga de trabajo de los empleados en la asignación de proyectos mediante la formulación matemática que ellos plantean.

- Reestructurar el modelo de balance de carga de trabajo de empleados en la asignación de proyectos a partir de una nueva función objetivo (minimizar la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre las cargas individuales y la carga promedio), y plantear las restricciones que permitan completar la formulación matemática del modelo.

- Programar el modelo matemático formulado en este proyecto, a través del uso del entorno de programación GAMS para resolver el problema de balance de carga de trabajo de los empleados en la asignación de proyectos mediante el algoritmo matemático obtenido del ajuste de las restricciones y la función objetivo propuesta.

- Resolver $n * m$ casos diferentes de balance de carga de empleados en la asignación de proyectos, una vez se tengan programados los modelos, tanto el propuesto por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim como el formulado en este trabajo de grado. Al llegar a esta etapa, la generación de cada caso, se hará aleatoriamente, definiendo la cantidad de empleados, cantidad de proyectos, cantidad de etapas y la carga de cada proyecto, se tomará como referencia una distribución de probabilidad uniforme discreta para generar cada parámetro requerido, esta distribución se limitará[10] de tal manera que se garantice que se pueda encontrar solución al modelo por un método exacto.

- Analizar los resultados obtenidos del uso de ambos modelos en términos de las asignaciones encontradas por los mismos, para de esta forma determinar si son equivalentes, de ser diferentes las asignaciones obtenidas se dejará abierto el estudio para analizar cuál de los dos modelos brinda un mejor balance de las cargas.

[10]En la metodología se especifican los límites asignados a cada parámetro y cómo estos garantizan la solución por el método exacto.

2. MARCO REFERENCIAL

2.1. MARCO TEORICO

2.1.1. Proyecto

Un proyecto es un esfuerzo temporal que se lleva a cabo para mejorar o crear un producto, servicio o un resultado único, la naturaleza temporal de los proyectos indica un principio y un final definido, el cual se alcanza cuando se logran los objetivos del proyecto, cuando éste se termina porque sus objetivos no se cumplirán o cuando ya no existe la necesidad que dio origen al proyecto. La realización de un proyecto incluye una sucesión de operaciones que están relacionadas entre sí, todo dentro de un plazo de tiempo establecido y con presupuesto económico planeado. Los proyectos tienen las siguientes características:[11]

- Capacidad de prestar un servicio como, por ejemplo, las funciones del negocio que respaldan la producción o la distribución.

- Un resultado como, por ejemplo, salidas o documentos. Estos se pueden ver en un proyecto de investigación, donde se obtienen conocimientos que pueden usarse para determinar si existe o no una tendencia o si un nuevo proceso beneficiará a la sociedad.

[11]PMBOK Tercera Versión en Español Project Management Institute. «Capítulo 1». *Guía de los Fundamentos de la Dirección de Proyectos* (3ª edición). ISBN 1-930699-73-5.

- Singularidad, es una característica importante de los productos entregables de un proyecto. Por ejemplo, se han construido muchos miles de edificios de oficinas, pero cada edificio individual es único: diferente propietario, diseño, ubicación, contratista, etc. La presencia de elementos repetitivos no cambia la condición fundamental de único del trabajo de un proyecto.

- Elaboración gradual. "Elaboración gradual" significa desarrollar en pasos e ir avanzando mediante incrementos. Por ejemplo, el alcance de un proyecto se define de forma general al comienzo del proyecto, y se hace más explícito y detallado a medida que el equipo del proyecto desarrolla un mejor y más completo entendimiento de los objetivos y de los productos entregables.

De las anteriores características se pueden resaltar los siguientes ejemplos de proyectos:

- Desarrollo de un nuevo producto o servicio.
- Implementación de un cambio en la estructura, el personal o el estilo de una organización.
- Desarrollo o adquisición de un sistema de información nuevo o modificado.
- Construcción de un edificio o una infraestructura.
- Implementación de un nuevo proceso o procedimiento de negocio.

Como se puede ver en los ejemplos anteriores los proyectos hacen parte de todas las empresas, en ocasiones se presentan en su funcionamiento propio, (como pasa con los proyectos de investigación y desarrollo de un nuevo producto, servicio, proceso o sistema) y en otras porque su tipo de negocio es el de desarrollar proyectos para otras organizaciones (como los contratistas de una obra de construcción o los consultores). En cualquiera de estas dos circunstancias, las empresas tiene la necesidad de gestionar los proyectos para garantizar su supervivencia y más aún su crecimiento, pues no hacerlo lo pone en una situación de desventaja con respecto a su competencia, la cual con una buena ejecución de sus proyectos logra posicionarse ante sus clientes; en la primera situación porque ofrece productos o servicios de valor (alta calidad y bajo precio) y en el segundo contexto porque está en la capacidad de satisfacer los requerimientos del cliente y cumplir con sus promesas, en calidad, tiempo y presupuesto.

2.1.2. Prueba de hipótesis

En la realización de una prueba de hipótesis es necesario un estimador, el cual se obtiene a través de un método inferencial. Este método se basa en el estudio de una muestra que representa adecuadamente a la población. Producto de dicho estudio se obtiene una medida que se denomina estimador; mediante la inferencia o inducción de este valor se obtiene una medida poblacional esperada denominada parámetro.

Una prueba de hipótesis tiene como objetivo principal evaluar suposiciones o afirmaciones acerca de los valores estadísticos de la población, denominados parámetros.

Se dice que se toman decisiones estadísticas cuando se hace indispensable tomar una decisión sobre la validez de la representación de una población, con base en los resultados obtenidos a través de una muestra. Para tomar una decisión es necesario, ante todo plantear posibilidades acerca de la característica o características a estudiar en una población determinada. La suposición puede ser cierta o falsa. Estas suposiciones se llaman hipótesis estadísticas [4].

La hipótesis es un supuesto sobre un parámetro o algún valor estadístico de una población. Una hipótesis estadística debe tomarse con referencia a un parámetro, (ya sea una media aritmética, una proporción o varianza y otros). De esta forma se determina que no todas las hipótesis son hipótesis estadísticas.

Una hipótesis estadística también puede considerarse, como la afirmación de una característica ideal de una población sobre la cual hay inseguridad en el momento de formularla y es expresada de tal forma que pueda analizarse.

En la decisión de aceptar o rechazar una hipótesis pueden cometerse dos tipos de error:

- Error tipo II.- Aceptar la hipótesis cuando ha debido rechazarse.
- Error tipo I.- Rechazar la hipótesis cuando ha debido aceptarse.

Existe por lo tanto, dos posibles decisiones: aceptar o rechazar la hipótesis la que, a la vez, puede ser cierta o falsa.

Tipos de error:

Tabla 1. Tipo de errores

		VERDADERA	FALSA
DECISIONES	ACEPTAR	Decisión correcta	Error de tipo II (β)
	RECHAZAR	Error de tipo I (α)	Decisión correcta

- Si se acepta una hipótesis verdadera la decisión es correcta.
- Si se acepta una hipótesis falsa, cometemos error de tipo II.

- Si rechazamos una hipótesis verdadera, encontramos error de tipo I.
- Si rechazamos una hipótesis falsa, la decisión es correcta.

2.1.3. Experimento Bernoulli.

Un experimento de Bernoulli es un ensayo aleatorio que sólo puede concluir de dos maneras distintas mutuamente excluyentes: éxito o fracaso. En estos casos, se puede asociar cada uno de los resultados posibles con los números 0 y 1, según convenga. Por ejemplo si el resultado de interés es el "éxito", podría tomar $x = 1$ y el fracaso sería $x = 0$, si el resultado de interés fuera el "fracaso" la asignación se haría al revés. Partiendo de un experimento de Bernoulli se llega a los procesos de Bernoulli que son secuencias de experimentos de Bernoulli con las siguientes características:

1. Hay una secuencia de n intentos, es decir, el experimento se puede repetir n veces.
2. Los intentos son idénticos y cada uno de ellos puede resultar en uno de dos posibles resultados: éxito o fracaso. El éxito tiene una probabilidad "p" y el fracaso una probabilidad "q" de ocurrir ($q = 1 - p$).
3. Los ensayos son independientes, es decir, el resultado de cualquier ensayo particular no es afectado por el resultado de cualquier otro ensayo.
4. La probabilidad de éxito y de fracaso permanece constante durante el proceso.

Una variable aleatoria X tiene una distribución Bernoulli si y sólo si su función de densidad de probabilidad es:

$$f(x;p) = \begin{Bmatrix} p^x(1-p)^{1-x} & si\ x = 0,1 \\ 0 & en\ otro\ caso \end{Bmatrix}$$

La $E(X)$ y la $V(X)$ cuando X tiene una distribución Bernoulli se calcula como:

$$E(X) = \sum_{x=0,1} xf(x) = 0(p^o(1-p)^{1-0}) + 1(p^1(1-p)^{1-1}) = p$$

$$V(X) = \sum_{x=0,1} \left(x - E(x)\right)^2 f(x) = (0-p)^2(p^0(1-p)^{1-0}) + (1-p)^2(p^0(1-p)^{1-0})$$
$$= p(1-p)$$

Los experimentos de este tipo siguen la que se ha denominado distribución binomial, por lo que la variable aleatoria X con distribución binomial debe ser de la forma, $\mathrm{X} = \text{número de éxitos en los n ensayos de Bernoulli}$.

2.1.3.1. Distribución Binomial**:** Es una distribución discreta que mide la probabilidad de obtener x éxitos en una secuencia de n ensayos independientes de Bernoulli con una probabilidad fija p de ocurrencia del éxito entre los ensayos.

La función de probabilidad para la presente distribución se muestra a continuación:

$$f(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Donde, x = {0, 1, 2,…, n}, siendo, $\binom{n}{x} = \frac{n!}{x!(n-x)!}$ las combinaciones de n en x.

Cuando n es grande y p no toma valores extremos, a la ley Binomial se puede aproximar mediante una ley normal. Las condiciones bajo las cuales esta aproximación conduce a resultados correctos son: $n \geq 5$ y $\frac{1}{\sqrt{n}}\left|\sqrt{\frac{1-p}{p}} - \sqrt{\frac{p}{1-p}}\right| < 0.3$, como se describe en [5], entonces $B(x;n,p) \approx \psi\left(\frac{x+\frac{1}{2}-np}{np(1-p)}\right)$ donde $\psi(b)$ es función de distribución de la ley normal estándar en el punto b.

2.1.3.2. Intervalo de confianza para el experimento de Bernoulli: Si en una población Bernoulli de parámetro p y con variable aleatoria X definida como $X = número\ de\ exitos\ de\ la\ muestra$, X sigue una distribución binomial de parámetros (n,p). Si la muestra es grande, en concreto $n \geq 30$ y además se cumple con $n.p \geq 5$ y $n.q \geq 5$; se tiene que la proporción muestral $P = X/n$ se distribuye aproximadamente como una normal $N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$, entonces se puede usar el teorema central del límite.

En una población Bernoulli, $E(X) = p,\ V(X) = p(1-p),$ y si denota por P a la proporción en la muestra $\bar{X}_n = P$. De esta manera se puede aplicar el intervalo de confianza para la media con varianza conocida, sustituyendo lo anterior y aproximando $p(1-p)$ por $P(1-P)$, un intervalo de confianza aproximado para p a nivel $1-\alpha,$ tal como lo platea [6], será:

$$P\left[P \pm z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}\right] = 1-\alpha$$

2.1.4. Optimización Matemática

La optimización o programación matemática es cualquier proceso por el cual se produce la mejor solución, entre un conjunto de elementos, a un problema dado (óptimo viene del latín, *optimus*, que significa mejor). El elemento principal de la optimización es el modelo matemático, el cual es una representación aproximada de una situación real.

En su forma más simple el problema de optimización corresponde a resolver una ecuación de este tipo, [7]:

$$\max f(x) \text{O} \min f(x)$$

$$x \in \Omega \subseteq \mathbb{R}^n$$

Donde $x = (x_1, \ldots, x_n)$ es un vector y representa variables de decisión, cuyos valores están bajo nuestro control, $f(x)$ es llamada función objetivo y representa o mide la calidad de las decisiones (usualmente números enteros o reales) y Ω es el conjunto de puntos o decisiones factibles o restricciones del problema.

Algunas veces es posible expresar el conjunto de restricciones Ω como solución de un sistema de igualdades o desigualdades.

$$g(x_1, \ldots, x_n) \leq 0$$

$$h(x_1, \ldots, x_n)) = 0$$

Un problema de optimización trata entonces de tomar una decisión óptima para maximizar (ganancias, velocidad, eficiencia, etc.) o minimizar un criterio determinado (costos, tiempo, riesgo, error, etc.). Las restricciones significan que no cualquier decisión es posible. Una solución del modelo es factible si satisface todas las restricciones. Es óptima si, además de ser factible, produce el mejor valor (máximo o mínimo) de la función objetivo.

2.2. ANTECEDENTES

El problema de asignación nació en 1955 con el planteamiento del problema de asignación clásico, a través de la historia este se fue reestructurado generando un gran número de variantes. Las principales modificaciones que influyen en el problema propuesto en este trabajo de grado son el problema de asignación generalizado (GAP), el problema de asignación en un horizonte de tiempo y el problema de asignación equilibrado. Todas ellas se describirán a continuación.

Aunque el nombre de "problema de asignación" apareció por primera vez en 1952 en un documento de Votaw y Orden (Votaw, D. F., A. Orden. 1952. “The personnel assignment problem.”), lo que generalmente se reconoce como el inicio del desarrollo de los métodos de solución práctica y variaciones sobre el problema de asignación clásico fue la publicación en 1955 en el artículo de Kuhn sobre el método húngaro para su solución, “The Hungarian method for the assignment problema”.

El problema de asignación clásico consiste en encontrar una correspondencia uno a uno entre las tareas n y n agentes, con el objetivo de minimizar el costo total de las asignaciones. Este problema es común en situaciones tales como la asignación de máquinas a los puestos de trabajo, de trabajadores a los puestos de trabajo y la asignación de trabajadores a las máquinas. Este problema tiene una suposición explícita, la cual es que a cada agente se le asigna un trabajo y cada trabajo utiliza exactamente una persona o máquina, tal como se detalla en [8].

A través de la historia a este problema se le han hecho una infinidad de modificaciones, buscando ajustarlo cada vez más a casos específicos de asignación, al punto que cuando se cumplió cincuenta años de su aparición, David W. Pentico realizo un artículo en su honor, “Assignment problems: a golden anniversary survey”, el cual hace un descripción superficial de sus principales variantes. En la actualidad casi todos los libros de texto para un curso de introducción a la ciencia ya sea de gestión o de investigación de operaciones o de producción hacen una descripción de este problema.

La versión básica del problema de asignación clásico permite que a un agente se le asignen múltiples tareas es el problema de asignación generalizada o GAP. Este modelo supone, como en el problema de asignación clásico, que cada tarea se le asignará a un agente, pero permite la posibilidad que a un agente se le puede asignar más de una tarea, sin dejar de reconocer cuánto de la capacidad de un agente se podrá usar para hacer los trabajos asignados. Así, el GAP es un ejemplo de un problema de asignación de uno a muchos, que reconoce los límites de capacidad y como una tarea puede utilizar sólo una parte de la capacidad de un agente.

En el problema de asignación generalizada (GAP) hay n tareas que deben ser asignadas a los m agentes, $m \leq n,$ Los ejemplos clásicos de este modelo son: puestos de trabajo que deben ser procesados y máquinas o personas que pueden procesar estos puestos de trabajo, o máquinas que deben ser operadas y personas que pueden operar estas máquinas. De esta manera los agentes pueden ser maquinas o personas, y cada uno de ellos tiene una capacidad determinada.

El GAP fue definido por Ross y Solares en 1975, en [2], este escrito inspirado en los problemas de la vida real, tales como la asignación de puestos de trabajo con las redes informáticas y el problema de una sola fuente. El objetivo del GAP es por lo general encontrar la mejor asignación donde el costo total de finalizar las tareas se reduce al mínimo.

Cattrysse y Van Wassenhove, en 1992, en [9], identificaron una gran variedad de aplicaciones donde GAP que se ha utilizado directamente o como un sub problema dentro de un tipo de modelo más amplio. Entre estas se incluyen los estudios de problemas de localización de carga fija, rutas de vehículos, la agrupación de carga para los sistemas de fabricación flexible, la programación de proyectos, la asignación de almacenamiento, el diseño de redes de comunicación, la programación de los pagos en las cuentas, la asignación de tareas de desarrollo de software para los programadores, la asignación de puestos de trabajo en los equipos de redes y la programación variable de la longitud de los comerciales de televisión.

El GAP es el problema que por primera vez considera la posibilidad de un mayor número de tareas que de agentes ejecutores y plantea como la capacidad total disponible de los empleados o las maquinas se va consumiendo por los trabajos que se le asignan, tal como ocurre en el problema propuesto en este trabajo de grado. El GAP es un problema clasificado como Np-hard, lo que significa que los requisitos computacionales para resolverlo tienden a aumentar muy rápidamente con sólo un modesto aumento en el tamaño del problema, como una forma de mitigar las complicaciones que esto generase se han planteado una gran cantidad heurísticas para resolverlo, un ejemplo de esto es el trabajo de Juan Díaz y Elena Fernández en 1998, [10].

Las diferencias sustanciales del GAP con el problema de balance de carga de trabajo de los empleados en la asignación de proyecto son: (1) Para el GAP las tareas a asignar tiene una duración de corto plazo con una carga de trabajo fija, mientras que los proyectos se desarrollar en un periodo de largo plazo en varias etapas durante las cuales fluctúa su carga, (2) El objetivo, tanto de los estudios mencionados como de todos los de su tipo, es el de reducir al mínimo los costos generados por la asignación o el de maximizar el beneficio económico de la misma (como se mostró anteriormente) al contrario en la asignación de proyectos se busca el equilibrio de la carga de trabajo asignada.

Otra caso del problema de asignación que fundamenta el problema tratado en este proyecto es el problema de asignación equilibrada o balanceada, el cual fue descrito por primera vez en 1984 por S Martello, W.R Pulleyblank, P Toth y D de Werra en [3], y tiene como objetivo reconocer la asignación que reduzca al mínimo la diferencia entre los valores máximos y mínimos de carga asignada.

Un ejemplo del problema de asignación balanceado, se puede ver en una agencia de viajes estadounidense la cual está planificando un programa de viajes a Europa con todos los viajeros, cada uno de los cuales se llevará a uno de los viajes, ida y vuelta en el mismo par de vuelos charter, el objetivo es reducir al mínimo la diferencia entre las fechas de partida y los vuelos de regreso. Otro ejemplo es la elección de los proveedores para un producto de múltiples componentes, con el objetivo de minimizar la diferencia entre los tiempos de fallos máximos y mínimos que se espera para los componentes que tendrán que ser reemplazados en la misma época.

Este problema aun cuando tiene en cuenta el equilibrio de la carga de trabajo diverge con el problema de balance de carga de trabajo de empleados en asignación de proyectos, propuesto en este trabajo de grado, en la relación de agentes y tareas, en la estacionalidad de la carga y en el planteamiento de un solo periodo de corto plazo. Es por eso que se necesitan otros elementos que lo complemente para poder generar el adecuado modelo que optimice este problema.

Una aplicación concreta de este problema se encuentra en el artículo de Jhon Larusic y P. Punnen [11], donde se presenta el problema de equilibrio del vendedor viajero utilizando el modelo de distribución equitativa de los recursos planteado por Martello, el cual formula la optimización del balance a través de alternativas factibles que minimicen el rango de la dispersión medido entre las actividades. En este trabajo se compara la eficiencia de un algoritmo heurístico y un algoritmo matemático propio de los autores.

El tercer caso de los problemas de asignación que se usa como apoyo para la formulación del problema estudiado en este proyecto son los problemas de asignación en un horizonte de tiempo, en los cuales se plantea la asignación de tareas o puestos de trabajos a los agentes, que a menudo son miembros del personal, en un horizonte de tiempo, lo que se ve reflejado en una carga de trabajo fluctuante entre cada periodo, el cual puede ser en meses, semanas, días, etc. Es válido aclarar que lo que cambia no son las labores asignadas, sino que estas pueden tener una carga asociada que varía dependiendo de ciertas circunstancias externas al tipo de trabajo designado.

Existen varias aplicaciones de estos problemas en casos muy específicos, pero la que mejor se correlaciona con el problema propuesto en este trabajo de grado es la asignación de turnos a los residentes de medicina. Franz y Miller en 1993, discutieron este problema en su estudio “Scheduling medical residents to rotations: Solving the large-scale multiperiod staff assignment”, donde proponían horizonte de planeación de 12 meses. Se han realizados otros publicaciones relacionadas al tema como la que hizo D.W. Pentico en 1980, “Computer scheduling of medical school clerkships”, donde se programan los turnos de estudiantes de tercer grado, los cuales deben estudiar y trabajar, en un horizonte de planificación de 45 semanas, y las clases, que son de duración variable, comienzan en fechas específicas y tienen inscripciones mínima y máximo.

La similitud de este problema está en la carga fluctuante, esto se debe a que un residente debe ser asignado a un tipo de rotación (o conjunto de turnos) y aunque aparentemente él tenga que realizar el mismo trabajo todas las veces, atender los pacientes que ingresan por urgencia, en realidad tiene una carga que varía debido al número de pacientes que ingresen a urgencia y a las distintas complicaciones que pueden presentar los caso. Sin embargo esta carga no estacionaria es propia de un único periodo de planificación, mientras que los proyectos se ejecutan durante varios periodos, en los cuales se presentan distintas cantidades de etapas cada una con una carga de trabajo variante.

Finalmente se tiene el Problema de balanceo de la carga de trabajo en asignación de proyectos, el cual plantea la existencia de un conjunto de P proyectos que deben ser asignados dentro de un grupo de M empleados idénticos, en un horizonte de planificación discreto de T periodos, durante los cuales debe ser terminado el proyecto. Cada proyecto se extiende durante varios períodos consecutivos, y la carga de trabajo de los proyectos es diferente y fluctúa durante el ciclo de desarrollo. Cada empleado está capacitado para trabajar en cualquier proyecto. Sin embargo, una vez que un proyecto se asigna a un empleado, el empleado tiene que trabajar en el proyecto hasta que se termine, es decir, los proyectos no puede ser reasignado mientras estén en proceso.

La carga de trabajo de los ingenieros en todos los periodos es limitada de forma razonable para evitar exceder la capacidad del empleado, el objetivo consiste en asignar los proyectos a los ingenieros de tal manera que en el horizonte de planificación, la carga total de trabajo de los ingenieros se equilibre. Por lo tanto se está interesado en encontrar el mejor balance de carga de trabajo a diferentes niveles y limitando la máxima carga de trabajo de los periodos. De esta forma la decisión final sobre la asignación del proyecto se hace entonces con una solución de compromiso entre el equilibrio de carga y la máxima carga de trabajo para cada periodo (es decir la solución busca balancear la carga y a su vez evita que la carga de un empelado en un periodo de tiempo supere la carga máxima de trabajo).

Este problema apareció por primera vez en la literatura en el 2009, y fue planteado por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim en [1], en su modelo se consideran los mismos supuestos que en el problema planteado en este proyecto, con la diferencia que para ellos la carga total de trabajo se considera equilibrada si la diferencia entre el máximo y el mínimo volumen de trabajo total de todos los ingenieros se reduce al mínimo, mientras que para este proyecto la carga de trabajo se balanceará reduciendo al mínimo la sumatoria de los cuadrados entra la carga de trabajo individual y la carga promedio. A parte del modelo matemático en su trabajo Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim proponen una heurística de dos etapas con la cual solucionan el problema evitando los inconvenientes de Np-Hard propio de este problema. Al contrario la propuesta de este trabajo es emplear programación cuadrática binaria mixta y modelación en GAMS para solucionar el modelo formulado.

3. METODOLOGÍA

Para formular el modelo matemático de balance de carga de trabajo en asignación de proyectos se parte de una función objetivo nunca antes empleada para modelar este problema, la cual es la siguiente:

$$\text{Minimizar: } \sum_{i}^{M} (c_i - \bar{c})^2$$

Dónde:

c_i: Es la carga de trabajo total asignada al empleado i.

$$c_i = \sum_{k}^{P} \sum_{t}^{T} c_{kt} x_{ik} \qquad i = 1, \dots, M$$

$\bar{c}$: Es el promedio del total de cargas de trabajo individuales asignadas.

Notación:

t: Índice para periodos, $t = 1, \dots, T$
i: Índice para empleados,$i = 1, \dots, M$
k: Índice para proyectos,$k = 1, \dots, P$

Teniendo en cuenta la función objetivo anteriormente descrita se formularán las restricciones que la complementen, y permitan la estructuración completa del nuevo modelo de balance de carga de trabajo de los empleados. Contando con este modelo, y de igual manera que como se realizó con el modelo de Zhirong

Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim, se hará una programación por medio del uso de GAMS.

Para comparar la asignación de los dos modelos matemáticos, así determinar si hay similitud entre ellos, se diseñará una prueba de hipótesis. Para obtener el criterio de decisión se usa el intervalo de confianza del experimento de Bernoulli normalizado $N\left(p, \frac{pq}{n}\right)$[12], donde un caso de estudio a resolver por los modelos matemáticos planteados, corresponderá a una unidad de muestreo. Si la asignación obtenida por ambos modelos matemáticos es exactamente igual, se contabilizará este caso de estudio como un éxito (Bernoulli).

El procedimiento a seguir será el siguiente:

1. Inicialmente se resolverán m casos de estudios.

2. Se contabilizarán las veces que durante los m casos, los dos modelos matemáticos obtuvieron asignaciones iguales (éxitos), calculando luego el valor $P = número\ de\ casos\ exitosos/m$[13].

3. Se repiten nuevamente los pasos 1 y 2 hasta que se obtengan n valores P.

4. Posterior mente se comprueba la siguiente hipótesis:

$$H_0: P_0 \geq 90\%$$

$$H_1: P_0 < 90\%$$

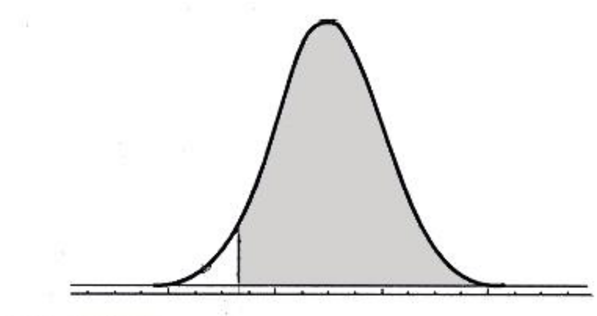
[12] $p = probabilidad\ de\ exito\ (asignaciones\ iguales)$
[13] $P = Probabilidad\ de\ obtener\ asignaciones\ iguales\ en\ los\ m\ casos\ analizados$

Con la siguiente regla de decisión[14]:

No se puede rechazar la hipótesis H_0 si el valor P se encuentra entre la zona de aceptación, es decir, $P > P_0 - z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}$.

Se rechaza H_0 si el valor P se encuentra fuera de la zona de aceptación, es decir, $P \leq P_0 - z_{1-\propto}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}$

Ilustración 1. Curva normal



Para poder usar este modelo se debe normalizar el experimento Bernoulli, así que es necesario contar una muestra de n estimadores P_i. El tamaño de esta muestra, tal como se plantea en [6], debe cumplir las siguientes condiciones: $n \geq 30$ y $n.p \geq 5$ y $n.q \geq 5$. Además de esto, cada estimador es obtenido a partir de una submuestra de tamaño m, las cuales debe tener también una distribución normal, así que se hace una aproximación de la distribución binomial a la normal de la siguiente manera: $m \geq 5$ y $\frac{1}{\sqrt{m}}\left|\sqrt{\frac{1-p}{p}} - \sqrt{\frac{p}{1-p}}\right| < 0.3$.

[14] La regla de decisión fue planteada apartir del intervalo de confianza del Experimento de Bernoulli Normalizado descrito en: Mateus Mahiques, J., Sirvent Prades, R., Sagasta Pellicer, S.: Manual de control estadístico de calidad: teoría y aplicaciones, Publicaciones de la Universitat Jauma, 2006.

De esta manera se tendrán n estimadores P_i cada uno obtenido a partir de m carteras, para un total de carteras de $n * m$. Para determinar los valores de n y m se realizará una premuestra de 15 valores (tamaño definido para una mayor confiabilidad estadística), de donde se obtendrá el p que se remplazara en las formulas anteriores.

Para poder resolver los modelos matemáticos anteriormente mencionados se necesitan ciertos datos que serán obtenidos de la siguiente manera:

- El número de proyectos que conformarán cada una de los $n * m$. casos mencionados, el cual se encontrará con ayuda de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 8 y 12.

- La cantidad de etapas que tendrá cada uno de los proyectos que conformarán las distintas carteras, estás se fijarán por medio de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 5 y 10.

- El número de empleados disponibles para asignar los proyectos se fijará por medio de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 3 y 5.

- La carga de trabajo de cada proyecto en los diferentes periodos está asociada a los tiempos que este requiera en cada fase.

Los límites definidos para las distribuciones de probabilidad uniforme discreta fueron determinados en busca de garantizar la solución del problema por medio de métodos exactos; estos valores se obtuvieron de la revisión del trabajo realizado por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim, y son los datos en los que ellos pudieron encontrar solución por medio del método exacto en un tiempo computacional razonable.

4. FORMULACIÓN DELMODELO MATEMÁTICO

El problema de balance de carga de trabajo de empleados en una asignación de proyectos consiste en que una empresa que tiene P proyectos, los cuales se deben asignar entre M empleados, siendo el número de empleados menor que la cantidad de proyectos, y los cuales a su vez deben desarrollarse en un horizonte de planificación discreto de T períodos. Las cargas de los proyectos son distintas entre sí y de un periodo al otro. Además se tiene como condición del problema, que cada empleado tiene las competencias necesarias para trabajar en cualquier proyecto y este no influenciará en el tiempo, calidad o los recursos económicos empleados para el desarrollo del mismo y que una vez que se le asigne un proyecto no podrá cedérselo a otro empleado. Para garantizar la calidad y evitar la insatisfacción laboral de los empleados, se establece un límite para la carga de trabajo de un empleado en un período.

4.1. MODELO MATEMATICO PROPUESTO POR ZHIRONG LIANG, SONGSHAN GUO, YANZHI LI Y ANDREW LIM.

El modelo para el problema de balance de carga de trabajo en la asignación de proyecto, fue descrito en [1], y es el siguiente:

$$\text{Minimizar:}\ \ \mathrm{U} - \mathrm{L}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{M} x_{ik} = 1\,, \quad k = 1, \ldots, P$$

$$\sum_{k=1}^{P} c_{kt} x_{ik} \leq C, \quad i = 1, \dots, M; \quad t = 1, \dots, T$$

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{P} c_{kt} x_{ik} \leq U, \quad i = 1, \dots, M$$

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{P} c_{kt} x_{ik} \geq L, \quad i = 1, \dots, M$$

$$U, L \geq 0, \qquad x_{ik} \in \{0,1\}$$

Notación:

t: Índice para periodos, $t = 1, \dots, T$

i: Índice para empleados,$i = 1, \dots, M$

k: Índice para proyectos, $k = 1, \dots, P$

Dónde:

U: Máxima carga de trabajo total de todos los ingenieros en el horizonte de planeación.

L: Mínima carga de trabajo total de todos los ingenieros en el horizonte de planeación.

x_{ik}: Elección de asignación. Es 1 si el proyecto k es asignado al ingeniero i.

c_{kt}: Carga de trabajo del proyecto k en el periodo t.

C: Máxima carga de trabajo permitida en el período para cualquier ingeniero.

En lo anterior se puede ver que el primer grupo de restricciones asegura que un proyecto se asigne a uno y sólo un ingeniero. El segundo grupo de restricción asegura que la carga de trabajo del período de todos los ingenieros sea acotada superiormente. El tercer y cuarto grupo de restricciones se utilizan para definir el máximo y el mínimo total de carga de trabajo, debido a la función objetivo, U y L será exactamente igual al máximo y mínimo de carga total de trabajo.

Para la solución del problema de asignación de proyecto los autores proponen dos fases, en la primera de ellas, se buscan soluciones viables, es decir, aquellas que no excedan la carga de trabajo limite, *C.* La segunda etapa buscará mejorar el equilibrio de la carga, hasta encontrar la solución óptima. El procedimiento es repetido muchas veces ya que las soluciones iníciales encontradas en la primera etapa presentan aleatoriedad.

El primer paso es permutar los proyectos de una lista al azar, obteniendo diferentes soluciones iníciales, posteriormente uno a uno son asignados los proyectos a los ingenieros, siguiendo la primera regla de ajuste o la regla de ajuste óptimo. Si no es encontrada una solución factible en el primer paso, se aplicara branch and bound a subproblemas de dos ingenieros, en caso de que todavía no haya una solución factible, se harán subproblemas con tres ingenieros, para la ejecución de este paso los autores desarrollaron un algoritmo en C++.

Aunque el procedimiento de ramificación y acotación funciona bastante bien en términos de llegar a soluciones viables, a menudo toma mucho tiempo, porque frecuentemente los subproblemas no terminan con soluciones factibles y por lo tanto muchos de ellos se deben resolver a través de métodos no lineales; como solución al inconveniente los autores plantearon una heurística para eliminar aquellos subproblemas que no tuvieran una solución viable. En esta etapa se presta atención sólo a la viabilidad, por esto es necesario realizar otra etapa la cual se centra en mejorar el rendimiento de la solución inicial.

El proceso se hace a partir de las soluciones halladas en la fase anterior, de la siguiente manera:

Primero se ordenan los ingenieros en orden decreciente de acuerdo a la carga de trabajo total, después se elige el ingeniero con la máxima carga total de trabajo y se consolida con otro ingeniero con la carga de trabajo total más baja. Se denota la carga total de trabajo máxima como U, y la utilizada para la consolidación, L. El mejor resultado se da cuando la reasignación de los proyectos entre dos ingenieros tenga una carga total de trabajo, [(U+L)/2], donde la mayor mejora es [(U+L)/2], , después se toma el ingeniero con la carga total de trabajo máximo y se trata de consolidar con otro ingeniero con una carga de trabajo total más baja, si la carga de trabajo total se iguala a L, significa que no hay mejora, en caso de que no haya mejora, se debe ordenar los ingenieros de nuevo en orden decreciente de acuerdo a la carga de trabajo total, y repetir el procedimiento. De lo contrario, se trata de consolidar el ingeniero de la carga total de trabajo máxima con el ingeniero con la segunda menor carga de trabajo total. Si esto no funciona, entonces se elige el ingeniero con la tercera carga más baja, y así de forma sucesiva hasta lograr una mejora.

Con todo lo anterior, se trata de reducir la carga máxima de trabajo U, cuando la carga de trabajo total no puede reducirse aún más, se amplía la carga total de trabajo mínimo. Para esto se consolida el ingeniero con la carga de trabajo total mínima con el que tiene la segunda carga de trabajo total más grande (ya que el que tiene la carga de trabajo total máxima se ha considerado antes).En caso de que no haya mejora, se ordenan los ingenieros de nuevo para continuar la consolidación de ingenieros con una menor carga de trabajo total mínima con los ingenieros con el máximo volumen de trabajo total, es decir, la elaboración de los ingenieros de la parte superior e inferior de la lista, si no hay mejoría, entonces se consolidan con el ingeniero cuya carga de trabajo total es la tercera más grande, así sucesivamente hasta que no se puedan realizar más mejoras a la carga total de trabajo mínima. Finalmente se empieza a reducir la carga total máximo de nuevo, seguido de la ampliación de la carga total de trabajo mínimo. Esta etapa se detiene cuando no se pueden lograr más mejoras

4.2. MODELO PROPUESTO

El objetivo del modelo es asignar los proyectos a los empleados con el propósito de equilibrar la carga de trabajo total entre ellos, el balance de carga se medirá por medio de la sumatoria de los cuadrados de las diferencias entre las cargas individuales y la carga promedio. El modelo del problema de balance de carga de trabajo de empleados en una asignación de proyectos se formulo en este trabajo de la siguiente manera:

$$\text{Minimizar:} \sum_{i}^{M} (c_i - \bar{c})^2$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^{M} x_{ik} = 1, \qquad k = 1, \dots, P$$

$$\sum_{k=1}^{P} c_{kt} x_{ik} \leq C, \qquad \mathrm{i} = 1, \dots, \mathrm{M}; \quad \mathrm{t} = 1, \dots, \mathrm{T}$$

$$\mathrm{x_{ik}} \in \{0,1\}$$

Notación:

t: Índice para periodos, $t = 1, \dots, T$

i: Índice para empleados, $i = 1, \dots, M$

k: Índice para proyectos, $k = 1, \dots, P$

Variable de decisión:

x_{ik}: Elección de asignación.

$$x_{ik}: \begin{cases} 1 & \text{Si el proyecto } k \text{ es asignado al empleado } i \\ 0 & De\ otro\ modo \end{cases} \Big\}$$

c_i: Carga de trabajo total asignada al empleado i. Es igual a la sumatoria de la carga de trabajo durante todos los periodos $t,$ del total proyectos k asignados al empleado i

$$c_i = \sum_{k}^{P} \sum_{t}^{T} c_{kt} x_{ik} \qquad i = 1, \dots, M$$

Parámetros:

$\bar{c}$: Promedio del total de cargas de trabajo individuales asignadas. Es igual a carga total de los proyectos a asignar (sumatoria de las cargas de todos los proyectos k en todo los periodos t) dividida entre el total de empleados M. Este dato es independiente a la asignación que resulte, es un dato de entrada del modelo.

$$\left(\bar{c} = \sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{P} c_{kt} \Big/ M \right)$$

c_{kt}: Carga de trabajo del proyecto k en el periodo t.

C: Máxima carga de trabajo permitida en cualquier período t para cualquier empleado i.Para los análisis de este proyecto se toma un $\mathrm{C} = 48\,\mathrm{horas}$, el cual equivale al número de horas permitido por ley para una semana de trabajo, que es la unidad de medida de los periodos del proyecto, de manera que un periodo es igual a una semana.

La función objetivo busca acercar la carga total de cada empleados a la carga promedio ideal de forma que entre menor sea la diferencia entre ellas, todas las cargas asignadas se parecerán más a la carga promedio ideal, por lo tanto serán similares unas con otras, balanceando las cargas. La primera restricción hace referencia a que un proyecto no puede ser asignado a más de un empleado. La segunda restricción se refiere a que el total de las carga de trabajo de los proyectos asignados a un empleado i durante cualquier periodo t no puede superar la carga de trabajo máxima permitida, C.

5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Para resolver el problema de asignación de proyectos, se usa un método exacto de optimización matemática, para lo cual se emplea el entorno de programación GAMS (General Algebraic Modeling System). En este entorno se programa el modelo matemático planteado por Zhirong Liang, Songshan Guo, Yanzhi Li y Andrew Lim[15] en [1] y el modelo matemático formulado en este trabajo de grado, el cual fue descrito detalladamente en el capitulo anterior. En los Anexos 1 y 2 se presenta el código desarrollados para el modelo existente y el propuesto, respectivamente.

5.1. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

Los modelos matemáticos desarrollados en este proyecto tienen unos parámetros, las cuales, como su nombre indica, tienen valores distintos en cada caso de estudio, de manera que para poder encontrar los nxm casos se debe primero hallar la forma de generar los valores de cada una de las variables. Determinar estos valores es indispensable, ya que una vez generados, éstos se deben ingresar al código del programa para que de esta manera se pueda resolver los modelos matemáticos anteriormente mencionados. Los parámetros a los que son necesarios encontrar el valor numérico son las siguientes:

- El número de proyectos, k, que conforma cada caso desarrollado, el cual se encontraron con ayuda de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 8 y 12.

[15] A partir de aquí, cada vez que se haga referencia a este modelo se denotara como Modelo Existente.

- La cantidad de etapas,t, que tiene cada uno de los proyectos que conformaran las distintas carteras, estas se fijaron por medio de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 5 y 10.

- El número de empleados, i, disponibles para asignar los proyectos se fijó por medio de una distribución de probabilidad uniforme discreta entre 3 y 5. Este número también debe ser incluido en el código, en la línea donde se halla promedio de la carga de trabajo ideal $\bar{c}$.

- La carga de trabajo de cada proyecto en los diferentes periodos, $c(k,t)$, la cual está asociada a los tiempos que este requiera en cada fase. Dado el caso de que el proyecto tenga menor número de etapas que las requeridas en la matriz, $c(k,t)$ tomará el valor de cero en las columnas cuyo número sea superior que el número de etapas del proyecto. El tamaño de la matriz es $(k, 10)$, siendo fijo el valor de t en el mayor número que este puede alcanzar, porque con un solo proyecto que tenga este número de etapas es suficiente para que la matriz deba tener ese número de columnas.

Para generar estos números, de manera aleatoria, se empleo la herramienta informática Microsoft Excel, incluyendo un macro, el cual es una serie de procedimientos o funciones agrupados en un módulo VBA (visual Basic para aplicaciones) que se almacena para poder ejecutarse cuando se invoque a dicho macro.

El macro creado cumple la función de generar los grupos de números aleatorios para cada corrida, aprovechando la función ofrecida por Excel ALEATORIO.ENTRE (inferior; superior) que devuelve un número entero aleatorio dentro del rango especificado siguiendo una distribución uniforme, donde cada número tiene la misma probabilidad de ser devuelto. En la ejecución del macro se debe introducir el número de corridas a las que se le va a generar números aleatorios y paso siguiente se originan el número de ingenieros, seguido por el número de proyectos, las etapas que tendrá cada proyecto y por último la carga de cada etapa, esto se repite hasta generar los números de la última corrida.

En el Anexo 3, código de generación para números aleatorios, se muestra el código programado en Excel. A través de este se generan los números en Excel formando una tabla como la que se muestra en el Anexo 4 y Anexo 5, Generación de números aleatorios para la pre muestra y Generación de números aleatorios para los nxm casos, respectivamente.

5.2. DETERMINACIÓN DE $\boldsymbol{n}$ Y $\boldsymbol{m}$.

Para comparar los modelos matemáticos se usó una prueba de hipótesis basada en un experimento de Bernoulli normalizado, el cual está compuesto de n unidades muéstrales cada una con m casos. Para que las unidades muéstrales tengan una distribución normal es necesario cumplir con las siguientes restricciones en el número de casos, las cuales se plantean en [6]:

$$\left\{ \begin{array}{c} m \geq 5 \\ m \geq \left(\dfrac{\left| \sqrt{\frac{1-p}{p}} - \sqrt{\frac{p}{1-p}} \right|}{0.3} \right)^2 \end{array} \right\}$$

A su vez para que el número total de unidades muéstrales se pueda tratar como un experimento Bernoulli normalizado, este debe cumplir con las siguientes restricciones, las cuales se describen en [6]:

$$\begin{Bmatrix} n \geq 30 \\ n \geq \dfrac{5}{q} \\ n \geq \dfrac{5}{p} \end{Bmatrix}$$

$$sí\, q = 1 - p$$

De igual manera en los dos casos, tanto para determinar el valor de n, como el de m, era necesario primero establecer el valor de p y q, para con ellos poder resolver las formulas que estipulan el número de casos que eran necesario desarrollar para realizar la fase de la prueba de hipótesis, de esta manera se planteo una pre muestra de un tamaño de 15 casos, los cuales se desarrollaron en GAMS con la programación ya mencionada y generando los valores numéricos de las variables de interés con el marco de Excel programado. Los resultados de las corridas de la pre muestras se muestran en el Anexo 6.

Donde $p = 1$ si la asignación son iguales y $p = 0$ en caso contrario, la asignación se considera igual cuando los grupos de proyectos formados son iguales, sin importar a que ingeniero se le asigne cada grupo de proyectos, es decir, debido a que el ingeniero no influye en un mejor o peor desarrollo del proyecto, en su tiempo de ejecución, ni representa un menor o mayor costo, sino que por el contrario todos se consideran iguales y con las mismas capacidades, entonces los que se tiene en cuenta es el cómo son agrupados los proyectos y la carga total que estos generan sobre cada empleado, porque esta organización de grupos de proyectos es lo que permite realizar un mejor balanceo de cargas.

Con los datos obtenidos en la tabla mostrada en el Anexo 6, y realizando el promedio de ellos se obtuvo que $p = \frac{9}{15} = 0.6$ y $q = \frac{3}{15} = 0.4$ y remplazándolos en las formulas anteriormente mencionadas para la normalización de las unidades muéstrales y para la utilización de la prueba de hipótesis en base al experimento de Bernoulli normalizado, se determino n y m, de la siguiente forma:

$$m = \left\{ \begin{array}{c} m \geq 5 \\ \cap \\ m \geq \left(\frac{\left| \sqrt{\frac{1-p}{p}} - \sqrt{\frac{p}{1-p}} \right|}{0.3} \right)^2 = \left(\frac{\left| \sqrt{\frac{0.4}{0.6}} - \sqrt{\frac{0.6}{0.4}} \right|}{0.3} \right)^2 = 1.852 \end{array} \right\} = 5$$

$$n = \left\{ \begin{array}{c} n \geq 30 \\ \cap \\ n \geq \frac{5}{q} = \frac{5}{0.4} = 12.5 \\ \cap \\ n \geq \frac{5}{p} = \frac{5}{0.6} = 8.333 \end{array} \right\} = 30$$

De manera que $nxm = 30x5 = 150$ es el total de corridas a realizar para poder desarrollar la siguiente fase del proyecto, donde se comparan las asignaciones obtenidas a partir de los dos modelos matemáticos, el modelo existente y el formulado en este trabajo de grado. En el Anexo 7 se muestran los resultados numéricos las asignaciones generadas por estos dos modelos.

Comparando las asignaciones obtenidas a partir de los dos modelos se encontró los siguientes casos:

- Igual agrupación de proyectos[16]

Tabla 2.Corrida 2 de los $\boldsymbol{nxm}$ casos: Ejemplo de caso de igual agrupación de proyectos

CORRIDA	**Modelo planteado en el proyecto**		**Modelo Existente**	
	Asignación	Carga total asignada	Asignación	Carga total asignada
2	1,2	140	1,2	140
	1,6		1,6	
	2,1	143	2,1	143
	2,8		2,8	
	3,7	93	3,3	85
	4,4	132	4,7	93
	4,5		5,4	132
	5,3	85	5,5	
	U-L	**58**	**U-L**	**58**
	S(cp-ci)^2	**3017,2**	**S(cp-ci)^2**	**3017,2**

Fuente: Autores

- Diferente agrupación proyectos, pero igual cargas de trabajo total asignado a cada ingeniero.[17]

[16]Se forman grupos de proyectos iguales, es decir cada uno está conformado por los mismos proyectos, pero estos no son asignados necesariamente a los mismos ingenieros.
[17]Esto ocurre porque hay dos o más proyectos con cargas totales iguales, lo que permite que se formen dos grupo conformados por distinto proyectos, pero con la mima carga de trabajo total.

Tabla 3. Corrida 1 de los $\boldsymbol{nxm}$ casos: Ejemplo de caso de diferente agrupación de proyectos, pero igual cargas de trabajo total asignado a cada ingeniero.

CORRIDA	Modelo planteado en el proyecto		Modelo Existente	
	Asignación	Carga total asignada	Asignación	Carga total asignada
1	1,3	235	1,3	235
	1,4		1,4	
	1,7		1,9	
	1,10		1,10	
	2,5	232	2,1	233
	2,8		2,2	
	2,9		2,6	
	3,1	233	3,5	232
	3,2		3,7	
	3,6		3,8	
	U-L	**3**	**U-L**	**3**
	S(cp-ci)^2	**4,66**	**S(cp-ci)^2**	**4,66**

Fuente: Autores

- Diferente agrupación de proyectos, igual diferencia entre la máxima y mínima carga, pero mejor resultado de $\sum_i^M (c_i - \bar{c})^2$ por parte de modelo planteado en este proyecto.

Tabla 4. Corrida 7 de los $\boldsymbol{nxm}$ casos: Ejemplo de caso de diferente agrupación de proyectos, igual diferencia entre la máxima y mínima carga, pero mejor resultado de $\boldsymbol{\sum_i^M (c_i - \bar{c})^2}$ por parte de modelo planteado en este proyecto.

CORRIDA	Modelo planteado en el proyecto		Modelo Existente	
	Asignación	Carga total asignada	Asignación	Carga total asignada
7	1,2	230	1,2	230
	1,4		1,4	

	1,5		1,5	
	2,7	219	2,6	222
	2,9		2,9	
	2,11		2,11	
	3,8	215	3,1	218
	3,10		3,3	
	3,12		3,7	
	4,1	221	4,8	215
	4,3		4,10	
	4,6		4,12	
	U-L	**15**	**U-L**	**15**
	S(cp-ci)^2	**120,75**	**S(cp-ci)^2**	**126,75**

Fuente: Autores

6. PRUEBA DE HIPOTESIS CON EXPERIMENTO BERNOULLI

Los resultados numéricos obtenidos de correr los nxm casos con los dos modelos matemáticos programados en GAMS fueron organizados en 30 unidades muéstrales, cada una conformada por 5 casos, para posteriormente realizar las respectivas comparaciones de la asignación y poder aplicar la prueba de hipótesis planteada, el procedimiento realizado para este proceso fue el siguiente:

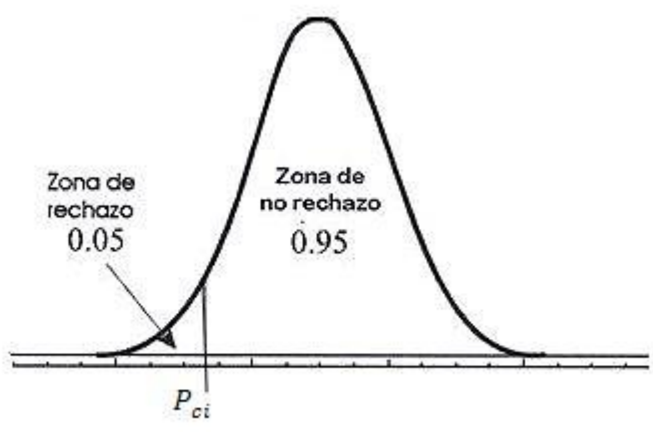
1. Planteamiento de Hipótesis

$$H_0: P_0 \geq 90\%$$

$$H_1: P_0 < 90\%$$

2. Grafica de Decisión

Ilustración 2. Grafica de decisión



3. Regla de decisión (planteada a partir del intervalo de confianza para un experimento de Bernoulli descrito en [6]):

No se puede rechazar la hipótesis H_0 si el valor P se encuentra entre la zona de aceptación, es decir, $P > P_0 - z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}$.

Se rechaza H_0 si el valor P se encuentra fuera de la zona de aceptación, es decir, $P \leq P_0 - z_{1-\propto}\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}$

4. Se determinó un valor de p y de q para cada uno de los 5 casos de cada una de las 30 unidades muéstrales, donde $p = 1$ si los dos modelos generan la misma asignación, y de lo contrario $p = 0,\ q = 1 - p$. Para definir cuando ocurría un éxito, es decir cuando la asignación es igual, se considero el siguiente criterio de decisión:

Solo se acepta como asignaciones iguales aquellas en la que la agrupación obtenida de dos modelos de proyectos sea idéntica, pues como se había explicado en el capitulo anterior para la determinación de los valores de p y q en la premuestra, el empleado que realice el proyecto no es relevante en este estudio, solo lo es, el cómo son distribuidas las cargas de trabajo entre los empleados y que esto se haga de manera balanceada. En cualquiera de los otros dos casos de agrupación, p toma el valor de cero.

5. Se hallo la sumatorias de p y q en cada unidad muestral y con estos datos se hallo P y Q de la siguiente manera:

$$P = \frac{\sum p}{m}$$

$$Q = 1 - P$$

6. Con esos resultados se hallo el P y Q general de las 30 unidades muestrales, tal como se muestra a continuación:

Tabla 5. Determinación de los valores $\boldsymbol{P}$ y $\boldsymbol{Q}$ de las unidades muéstrales

Unidad muestral	$\sum p$	$\sum q$	P	Q
1	2	3	0,4	0,6
2	3	2	0,6	0,4
3	1	4	0,2	0,8
4	4	1	0,8	0,2
5	5	0	1	0
6	3	2	0,6	0,4
7	4	1	0,8	0,2
8	2	3	0,4	0,6
9	5	0	1	0
10	2	3	0,4	0,6
11	3	2	0,6	0,4
12	5	0	1	0
13	2	3	0,4	0,6
14	3	2	0,6	0,4
15	1	4	0,2	0,8
16	4	1	0,8	0,2
17	2	3	0,4	0,6
18	3	2	0,6	0,4
19	1	4	0,2	0,8
20	4	1	0,8	0,2
21	2	3	0,4	0,6
22	4	1	0,8	0,2

23	3	2	0,6	0,4
24	4	1	0,8	0,2
25	5	0	1	0
26	3	2	0,6	0,4
27	3	2	0,6	0,4
28	4	1	0,8	0,2
29	3	2	0,6	0,4
30	4	1	0,8	0,2

Fuente: Autores

$$P = \frac{\sum P}{n} = 0{,}627$$

$$Q = 1 - P = 0{,}373$$

7. Calculo de los valores críticos: Para un $1 - \propto = 95\%$

$$P_{ci} = P_0 - z_{\propto}\sqrt{\frac{P_0(1 - P_0)}{n}} = 90\% - 1{,}64\sqrt{\frac{90\%(10\%)}{30}} = 81\%$$

8. Toma de decisión

$$P \leq P_{ci}$$

$$62{,}7\% \leq 81\%$$

Hay suficiente evidencia estadística para rechazar H_0 y decir que las asignaciones generadas a partir de los dos modelos matemáticos analizados, el modelo existente y el formulado en este proyecto, en no son iguales en el 90% o más de los casos, es decir que el porcentaje de similitud, $P,$ en los resultados obtenidos en ambos modelos para un mismo problema es menor de 90%.

CONCLUSIONES

Se alcanzaron todos los objetivos propuestos en la investigación; el modelo planteado en este trabajo de investigación arroja buenos resultados, puesto que a los empleados se les asignan cargas similares entre sí, es decir que todos reciben una carga total parecida, conllevando a una buena repartición de las cargas

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos de la prueba de hipótesis realizada se determina que el porcentaje de similitudes, P, en los resultados obtenidos en ambos modelos, para un mismo problema, es inferior de 90%, es decir que no en el 90% o más de las ocasiones se obtendrá una asignación igual.

Un gran porcentaje de los casos que no se consideraron como asignaciones iguales obtuvieron el mismo balance de la carga de trabajo (28.67%), esto ocurre en el caso donde se generaban diferente agrupación de proyectos, pero igual cargas de trabajo total asignado a cada ingeniero, lo cual es debido a que aunque las cargas de los periodos sean diferentes se puede encontrar proyectos con igual carga total generando combinaciones de proyectos que dan la misma carga.

El valor que se obtuvo en la función objetivo propuesta, calculado a partir de cada una de las soluciones que ofrecía el modelo existente, nunca fueron mejores al valor obtenido por el modelo propuesto. Realizando este análisis en sentido contrario, el valor que se obtuvo en la función objetivo del modelo existente, calculado a partir de cada una de las soluciones que ofrecía el nuevo modelo, nunca fueron peores al valor obtenido por el modelo existente. Lo cual podría sugerir que el modelo propuesto es más apropiado que el modelo existente, para evaluar cargas de trabajo en el problema de asignación de proyectos.

En necesario realizar una investigación más profunda para poder determinar cuál de los dos modelos estudiados en el trabajo brinda una mejor solución al problema de balance carga a empleados en asignación de proyectos, puesto que este trabajo buscó precisar si los modelos realizaban asignaciones iguales para un mismo problema, mas no analizó factores que pudieran establecer cuál de ellos es mejor.

El modelo planteado por este trabajo puede ser aplicado en aquellas organizaciones donde su modelo de negocios es vender y ejecutar proyectos para sus clientes (tales como las empresas de consultoría, desarrollo de software, producción audiovisual, agencias de publicidad o de ingeniería), o porque la compañía está buscando asegurar su futuro trabajando en proyectos de innovación de sus productos, procesos o sistemas; teniendo en cuenta la restricción en la cual los proyectos deben estar establecidos al principio del horizonte del tiempo.

RECOMENDACIONES

Se recomienda realizar la aplicación del modelo propuesto en situaciones reales, para poder conocer el comportamiento y eficiencia del modelo en escenarios no ideales.

Es necesario realizar un estudio más profundo que incluya variables que permitan determinar cuál de los dos modelos es más adecuado, en sus resultados y en los recursos que éste requiere, para solucionar el problema de asignación de proyectos.

Es recomendable que para trabajos futuros se tengan en cuenta las características y competencias de los empleados como factor de decisión en la asignación de los proyectos, es decir que se determine cómo las habilidades individuales de los ingenieros afectan los tiempos de ejecución del proyecto y sus costos.

Se propone que en estudios posteriores se investigue el caso de balance de cargas a empleados en asignación de proyectos donde no todos los proyectos a asignar están establecidos al principio del horizonte de tiempo sino son recibidos cuando se ha empezado la ejecución de otros proyectos.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICA

[1] Liang, Z., Guo, S., Li, Y., Lim, A.: Balancing workload in project assignment, LNAI 5866, 2009, p. 91–100, (2009).

[2] Ross, G.T., Soland, R.M.: A Branch and Bound Algorithm for the generalized assignment problem, Math. Programming, 1975,p. 91-103.

[3]Martello S., Pulleyblank, W.R., Toth, P., de Werra, D.: Balanced optimization problems. Operations Research Letters 3(5), 1984, p. 275–278.

[4]Larson, H. J: Introducción a la teoría de probabilidad e inferencia estadística, Grupo Noriega Editores, 2002.

[5] Prat Bartes, A., Tort-Mortorell Llabrés, X., Grima Cintas, P., Pozueta Fernández, L.: Métodos estadísticos de control y mejora de la calidad, Alfaomega grupo editor S.A, 2000.

[6] Mateus Mahiques, J., Sirvent Prades, R., Sagasta Pellicer, S.: Manual de control estadístico de calidad: teoría y aplicaciones, Publicaciones de la Universitat Jauma, 2006.

[7] Taha, H.A.: investigación de operaciones, 7ª edición, Pearson Educación, México, 2004.

[8] Pentico, D.W.: Assignment problems: A golden anniversary survey. European Journal of Operational Research 176(2), 2007, p. 774–793.

[9] Cattrysse, D.G., Van Wassenhove, L.N.: A survey of algorithms for the generalized assignment problem. European Journal of Operational Research 60(3), 1992, p. 260–272.

[10] Díaz, J.A., Fernández, E.: A tabu search heuristic for the generalized assignment problem, European Journal of Operational Research 132, 2001, p. 22-38.

[11] Larusic, J., Pinnen, A.P.: The balanced traveling salesman problem, Computers & Operations Research 38, 2011, 868–875.

BIBLIOGRAFÍA

Cattrysse, D.G., Van Wassenhove, L.N.: A survey of algorithms for the generalized assignment problem. European Journal of Operational Research 60(3), 1992, p. 260–272

Díaz, J.A., Fernández, E.: A tabu search heuristic for the generalized assignment problem, European Journal of Operational Research 132, 2001, p. 22-38

Duin, C.W., Volgenant, A.: Minimum deviation and balanced optimization: A unified approach. Operations Research Letters 10(1), 1991, p. 43–48

Franz, L.S., Miller, J.L.: Scheduling medical residents to rotations: Solving the large-scale multiperiod staff assignment problem. Operations Research 41(2), 1993, p. 269– 279

Harper, P.R., Senna, V., Vieira, I.T., Shahani, A.K.: A genetic algorithm for the project assignment problem, Computers & Operations Research 32, 2005, p. 1255–1265

Kuhn, H.W.: The Hungarian method for the assignment problem, Naval Research Logistics Quarterly 2 (1&2), 19955, p. 83–97

Larson, H. J: Introducción a la teoría de probabilidad e inferencia estadística, Grupo Noriega Editores, 2002.

Larusic, J., Pinnen, A.P.: The balanced traveling salesman problem, Computers & Operations Research 38, 2011, 868–875

Liang, Z., Guo, S., Li, Y., Lim, A.: Balancing workload in project assignment, LNAI 5866, 2009, p. 91–100

Liang, Z., Guo, S., Li, Y., Lim, A.: Load balancing in project assignment, Computers & Operations Research 37, 2010, p. 2248–2256

Lorena, L.A. N., Narciso, M.G.: Relaxation heuristics for a generalized assignment problem, European Journal of Operational Research 91, 1996, p. 600-610

Martello S., Pulleyblank, W.R., Toth, P., de Werra, D.: Balanced optimization problems. Operations Research Letters 3(5), 1984, p. 275–278

Mateus Mahiques, J., Sirvent Prades, R., Sagasta Pellicer, S.: Manual de control estadístico de calidad: teoría y aplicaciones, Publicaciones de la Universitat Jauma, 2006.

Pentico, D.W.: Assignment problems: A golden anniversary survey. European Journal of Operational Research 176(2), 2007, p. 774–793

Pentico, D.W.: Computer scheduling of medical school clerkships, Computers & Education 4 (2), 1980, p. 139–143

Prat Bartes, A., Tort-Mortorell Llabrés, X., Grima Cintas, P., Pozueta Fernández, L.: Métodos estadísticos de control y mejora de la calidad, Alfaomega grupo editor S.A, 2000.

Romeijn, H.E., Morales, D.R.: A class of greedy algorithms for the generalized assignment, Discrete Applied Mathematics 103, 209-235 (2000).

Ross, G.T., Soland, R.M.: A Branch and Bound Algorithm for the generalized assignment problem, Math. Programming, 1975, p. 91-103

Savelsbergh, M.: A branch and Price algorithm for the generalized assignment problem, GA 30332-0205, 1999, p. 1-23

Taha, H.A.: investigación de operaciones, 7ª edición, Pearson Educación, México 2004.

Topaloglu, S., Ozkarahan, I.: A constraint programming-based solution approach for medical resident scheduling problems, Computers & Operations Research 38, 2011, p. 246–255.

Topaloglu, S., Ozkarahan, I.: Implicit optimal tour scheduling with flexible break assignments, Computers & Industrial Engineering 44, 2002, p. 75–89

ANEXO 1. CÓDIGO EN GAMS PARA EL MODELO PLANTEADO POR ZHIRONG LIANG, SONGSHAN GUO, YANZHI LI Y ANDREW LIM

SETS

i numero del ingeniero /1*M/

$k$numero del proyecto /1*K/

$t$numero del periodo /1*T/;

TABLE

$C(k,t)$carga del proyecto k en el periodo t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$c_{1,1}$	$c_{1,2}$	$c_{1,3}$	$c_{1,4}$	$c_{1,5}$	$c_{1,6}$	$c_{1,7}$	$c_{1,8}$	$c_{1,9}$	$c_{1,10}$
2	$c_{2,1}$	$c_{2,2}$	$c_{2,3}$	$c_{2,4}$	$c_{2,5}$	$c_{2,6}$	$c_{2,7}$	$c_{2,1}$	$c_{2,9}$	$c_{2,10}$
3	$c_{3,1}$	$c_{3,2}$	$c_{3,3}$	$c_{3,4}$	$c_{3,5}$	$c_{3,6}$	$c_{3,7}$	$c_{3,8}$	$c_{3,9}$	$c_{3,10}$
4	$c_{4,1}$	$c_{4,2}$	$c_{4,3}$	$c_{4,4}$	$c_{4,5}$	$c_{4,6}$	$c_{4,7}$	$c_{4,8}$	$c_{4,9}$	$c_{4,10}$
5	$c_{5,1}$	$c_{5,2}$	$c_{5,3}$	$c_{5,4}$	$c_{5,5}$	$c_{5,6}$	$c_{5,7}$	$c_{5,8}$	$c_{5,9}$	$c_{5,10}$
6	$c_{6,1}$	$c_{6,2}$	$c_{6,3}$	$c_{6,4}$	$c_{6,5}$	$c_{6,6}$	$c_{6,7}$	$c_{6,8}$	$c_{6,9}$	$c_{6,10}$
7	$c_{7,1}$	$c_{7,2}$	$c_{7,3}$	$c_{7,4}$	$c_{7,5}$	$c_{7,6}$	$c_{7,7}$	$c_{7,8}$	$c_{7,9}$	$c_{7,10}$
8	$c_{8,1}$	$c_{8,2}$	$c_{8,3}$	$c_{8,4}$	$c_{8,5}$	$c_{8,6}$	$c_{8,7}$	$c_{8,8}$	$c_{8,9}$	$c_{8,10}$
9	$c_{9,1}$	$c_{9,2}$	$c_{9,3}$	$c_{9,4}$	$c_{9,5}$	$c_{9,6}$	$c_{9,7}$	$c_{9,8}$	$c_{9,9}$	$c_{9,10}$
10	$c_{10,1}$	$c_{10,2}$	$c_{10,3}$	$c_{10,4}$	$c_{10,5}$	$c_{10,6}$	$c_{10,7}$	$c_{10,8}$	$c_{10,9}$	$c_{10,10}$
11	$c_{11,1}$	$c_{11,2}$	$c_{11,3}$	$c_{11,4}$	$c_{11,5}$	$c_{11,6}$	$c_{11,7}$	$c_{11,8}$	$c_{11,9}$	$c_{11,10}$
12	$c_{12,1}$	$c_{12,2}$	$c_{12,3}$	$c_{12,4}$	$c_{12,5}$	$c_{12,6}$	$c_{12,7}$	$c_{12,8}$	$c_{12,9}$	$c_{12,10}$

VARIABLESX(i,k), U, L, OBJ,CH(i);

BINARY VARIABLESX(i,k);

POSITIVE VARIABLES U, L,CH;

EQUATIONSOBJETIVO, R(k), R2(i,t), R3(i), R4(i);

OBJETIVO.. OBJ=e=U-L;

R(k)..sum(i, X(i,k)) =e= 1;

R2(i,t)..sum(k, X(i,k)*C(k,t))=l=48;

R3(i).. Sum((k,t),(C(k,t)*X(i,k)))=l=U;

R4(i).. Sum((k,t), C(k,t)*X(i,k))=g=L;

MODEL modelo1 /all/;

optionoptcr=0.001;

SOLVE modelo1 USING MIP MINIMIZING OBJ;

También puede ser visto en:

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-1-codigo-en-gams-para-el-modelo.html

ANEXO 2. CÓDIGO EN GAMS PARA EL MODELO FORMULADO EN ESTE TRABAJO DE GRADO.

SETS

$i$numero del ingeniero /1*4/

$k$numero del proyecto /1*12/

t numero de la etapa /1*10/;

TABLE

$C(k,t)$carga del proyecto k en la etapa t

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	$c_{1,1}$	$c_{1,2}$	$c_{1,3}$	$c_{1,4}$	$c_{1,5}$	$c_{1,6}$	$c_{1,7}$	$c_{1,8}$	$c_{1,9}$	$c_{1,10}$
2	$c_{2,1}$	$c_{2,2}$	$c_{2,3}$	$c_{2,4}$	$c_{2,5}$	$c_{2,6}$	$c_{2,7}$	$c_{2,1}$	$c_{2,9}$	$c_{2,10}$
3	$c_{3,1}$	$c_{3,2}$	$c_{3,3}$	$c_{3,4}$	$c_{3,5}$	$c_{3,6}$	$c_{3,7}$	$c_{3,8}$	$c_{3,9}$	$c_{3,10}$
4	$c_{4,1}$	$c_{4,2}$	$c_{4,3}$	$c_{4,4}$	$c_{4,5}$	$c_{4,6}$	$c_{4,7}$	$c_{4,8}$	$c_{4,9}$	$c_{4,10}$
5	$c_{5,1}$	$c_{5,2}$	$c_{5,3}$	$c_{5,4}$	$c_{5,5}$	$c_{5,6}$	$c_{5,7}$	$c_{5,8}$	$c_{5,9}$	$c_{5,10}$
6	$c_{6,1}$	$c_{6,2}$	$c_{6,3}$	$c_{6,4}$	$c_{6,5}$	$c_{6,6}$	$c_{6,7}$	$c_{6,8}$	$c_{6,9}$	$c_{6,10}$
7	$c_{7,1}$	$c_{7,2}$	$c_{7,3}$	$c_{7,4}$	$c_{7,5}$	$c_{7,6}$	$c_{7,7}$	$c_{7,8}$	$c_{7,9}$	$c_{7,10}$
8	$c_{8,1}$	$c_{8,2}$	$c_{8,3}$	$c_{8,4}$	$c_{8,5}$	$c_{8,6}$	$c_{8,7}$	$c_{8,8}$	$c_{8,9}$	$c_{8,10}$
9	$c_{9,1}$	$c_{9,2}$	$c_{9,3}$	$c_{9,4}$	$c_{9,5}$	$c_{9,6}$	$c_{9,7}$	$c_{9,8}$	$c_{9,9}$	$c_{9,10}$
10	$c_{10,1}$	$c_{10,2}$	$c_{10,3}$	$c_{10,4}$	$c_{10,5}$	$c_{10,6}$	$c_{10,7}$	$c_{10,8}$	$c_{10,9}$	$c_{10,10}$
11	$c_{11,1}$	$c_{11,2}$	$c_{11,3}$	$c_{11,4}$	$c_{11,5}$	$c_{11,6}$	$c_{11,7}$	$c_{11,8}$	$c_{11,9}$	$c_{11,10}$
12	$c_{12,1}$	$c_{12,2}$	$c_{12,3}$	$c_{12,4}$	$c_{12,5}$	$c_{12,6}$	$c_{12,7}$	$c_{12,8}$	$c_{12,9}$	$c_{12,10}$

VARIABLESCA(i), X(i,k),CP, OBJ;

BINARY VARIABLESX(i,k);

POSITIVE VARIABLESCA(i),CP;

EQUATIONS OBJETIVO, R(k), R2(i,t), R4(i), CPRO;

OBJETIVO.. OBJ =e= sum(i, sqr((CA(i)-CP)));

R1(k)..sum(i, X(i,k)) =e= 1;

R2(i,t).. sum(k, X(i,k)*C(k,t))=l=48;

CPRO.. CP=e=sum((k,t), C(k,t)/M);

R3(i)..CA(i)=e= sum((k,t), X(i,k)*C(k,t));

MODEL NOS /all/;

nos.nodlim=1000000;

optionoptcr=0.001;

optionmiqcp=sbb;

$onecho>sbb.opt

memnodes1000000

$offecho

nos.optfile=1;

optionmiqcp=cplex;

SOLVE NOS USING MIQCP MINIMIZING OBJ;

También puede ser visto en:

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-2-codigo-en-gams-para-el-modelo.html

ANEXO 3. CÓDIGO PARA GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-3-codigo-para-genreracion-de.html

ANEXO 4. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS PARA LA PRE MUESTRA

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-4-generacion-de-numeros.html

ANEXO 5. GENERACIÓN DE NÚMEROS ALEATORIOS PARA LOS nxm CASOS

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-5-generaciond-e-numeros.html

ANEXO 6. RESULTADOS NUMÉRICOS DE LAS ASIGNACINACIONES OBTENIDAS DE LAS CORRIDAS DE LA PRE MUESTRA

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-6-resultados-numericos-de-las.html

ANEXO 7. RESULTADOS NUMÉRICOS DE LAS ASIGNACINACIONES OBTENIDAS DE LAS CORRIDAS DE LOS nxm CASOS

ACUÑA, S., MADIEDO, E.: Balance de Carga a Empleados. Internet: http://balancedecargaaempleados.blogspot.com/2012/01/anexo-7-resultados-numericos-de-las.html