

Solución de un Modelo de Localización de Máxima Cobertura Para Estaciones de Bomberos

Andrea Carolina Sierra Hernández, Nayla Yessenia Sanabria Lozada

Trabajo de Grado para Optar el Título de Ingeniero Industrial

Director:

Daniel Orlando Martínez Quezada

Msc. Ingeniería Industrial

Codirector:

Javier Eduardo Arias Osorio

Magister en Administración

Universidad Industrial De Santander

Facultad De Ingenierías Físico-Mecánicas

Escuela De Estudios Industriales Y Empresariales

Bucaramanga

2020

Dedicatoria

A Dios Padre Todopoderoso que puso en mi camino las señales precisas para guiarme en la elección de esta maravillosa carrera, fue gracias a su respaldo que pude superar cada obstáculo puesto en mi ámbito académico y también me dio la fuerza que necesitaba en los momentos de debilidad.

A mi madre, Ana Victoria Hernández Espitia, por haberme dado la vida, sus correcciones oportunas y ser ejemplo de determinación, por ser también la roca en la que nuestra familia se sostiene, el motor de nuestro hogar y la firmeza en los momentos más difíciles. Gracias por tu amor y todos tus consejos.

A mi padre, Guillermo León Sierra Pineda, por apoyar siempre mis sueños y metas, ser el mejor padre que Dios y la vida me pudieron haber dado, por ser el mayor ejemplo de entrega y amor. Sin ti no sería la mujer que soy ahora pues siempre que veo a mi lado estás ahí para apoyarme y amarme.

A mis hermanos mayores, Rocío, Hernando y Johana, cada uno de ustedes es un ejemplo de vida a seguir, cada uno me enseña una faceta distinta del camino que voy trazando, me aconseja y me guía, gracias por compartir sus experiencias, por encaminarme en la ingeniería, cada uno a su manera, los amo.

A mi compañera, Nayla Sanabria, por su esfuerzo, su actitud positiva, su paciencia y su buena energía, no hubiera podido pedir mejor compañera para vivir esta grandiosa etapa y comenzar una nueva. Nos quedan muchos éxitos más de aquí en adelante.

A mis amigos que me acompañaron en todo el recorrido académico, Danna, Karen, Andrés y Laura, gracias a ustedes la soledad se disipaba y las sonrisas nacían junto a los buenos momentos.

A mis mejores amigas, Nia, Eli y Paka, ustedes me demostraron que la distancia no impide que las amistades florezcan y se fortalezcan, gracias por su creatividad, sus consejos y las risas que me regalaron siempre. Las adoro.

A todos mis compañeros y docentes que formaron parte de mi vida académica, a aquellos que compartieron su conocimiento conmigo que me formaron no solo académicamente, sino que me dieron herramientas para afrontar situaciones y hacerme crecer como persona.

Andrea Carolina Sierra Hernández

Dedicatoria

A Dios por darme la sabiduría, la valentía, el amor, la fuerza y la guía del espíritu santo.

Todo se lo debo a él.

A mi madre Evidalia Lozada Saavedra por su apoyo, amor y sacrificio, quien con sus oraciones diarias lograron que mi sueño de ser una profesional se hiciera realidad.

A mi padre Gustavo Sanabria Moreno ejemplo de vida y superación para mí y mis hermanos, el mejor padre que pude haber recibido como regalo y bendición de Dios.

A la increíble familia OTRANSA S.A por su apoyo económico durante este tiempo de formación como ingeniera profesional y a quienes les estaré infinitamente agradecida y llevo en mi corazón.

A mi hermana Laura Melissa Sanabria Lozada por ser fuente de inspiración y a mis demás hermanos por su apoyo y ánimo para superarme cada día.

Nayla Yessenia Sanabria Lozada.

Agradecimientos

Al profesor MSc. Daniel Orlando Martínez Quezada y a la profesora MSc. Tatiana Andrea Castillo Jaimes por su orientación, paciencia, confianza y acompañamiento en el desarrollo de este proyecto.

Al profesor MSc. Javier Eduardo Arias Osorio por su guía siempre oportuna.

Al grupo de investigación OPALO.

A nuestros padres y familia.

A nuestros amigos.

Nayla Yessenia Sanabria Lozada

Andrea Carolina Sierra Hernández

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	18
1. Objetivos	22
1.1 Objetivo General	22
1.2 Objetivos específicos	22
2. Planteamiento del problema.....	22
2.1 Situación Nacional	24
2.2 Comportamiento en Colombia, Santander y Bucaramanga	25
3. Revisión de la literatura	28
3.1 Problemas de Localización	28
3.1.1 Clasificación de los problemas de localización.	29
3.1.1.1 Los problemas de cobertura o set Covering.....	30
3.1.1.1.1 Problema de localización de cobertura total (LSCP).....	30
3.1.1.1.2 Problema de localización máxima cobertura (MCLP).....	30
3.1.1.2 El problema de dispersión.....	30
3.1.1.3 El Problema de centro.....	30
3.1.1.4 El problema de medianas.....	31
3.2 Clases de Modelos de Cobertura.....	31
3.2.1 Modelos Estáticos	31
3.2.2 Modelos Probabilísticos.....	31

3.2.3 Modelos Dinámicos 32

3.3 Protocolo de Búsqueda 33

3.4 Resultados de la Revisión de la Literatura..... 34

3.5 Marco de Antecedentes..... 37

3.6 Métodos de Solución..... 38

3.6.1 Métodos exactos..... 38

3.6.1.1 GAMS CPLEX. 38

3.6.2 Sistemas de información geográfica. 39

3.6.3 Búsqueda Tabú..... 40

3.6.4 Recocido Simulado 40

3.6.5 Algoritmo Genético 40

3.6.6 Algoritmos Codiciosos..... 40

3.6.7 Simulación 40

4. Marco Teórico..... 40

4.1 Incendios Forestales..... 41

4.2 Teoría de la complejidad computacional 42

4.2.1. Clases de complejidad..... 42

4.2.1.1. Clase P 43

4.2.1.2. Clase NP..... 43

4.2.1.3. Clase NP-hard 43

4.2.1.4. Clase NP-completo 44

4.3 Algoritmos evolutivos..... 44

4.4 Algoritmos Genéticos 44

4.4.1 Codificación de la información del problema.....	47
4.4.1.1 Genes.....	47
4.4.1.2 Cromosomas	47
4.4.1.3 Genotipo.....	47
4.4.1.4 Fenotipo	48
4.4.2 Población.....	48
4.4.2.1 Tamaño de la población.....	48
4.4.2.2 Generación de la población inicial.....	48
4.4.3 Selección.....	49
4.4.3.1 Selección proporcional a la función de adaptación.....	49
4.4.3.2 Proporcional al rango del individuo.....	50
4.4.3.3 Muestreo universal estocástico	50
4.4.3.4 Elitista.	51
4.4.3.5 Selección por torneo.	51
4.4.4 Cruce.....	52
4.4.4.1 Cruce de 1 punto.....	52
4.4.4.2 Cruce de 2 puntos.....	53
4.4.4.3 Cruce uniforme.	53
4.4.5 Mutación.	54
4.4.6 Soluciones no factibles.	54
4.4.7 Evaluación.....	54
5. Problemas de localización de instalaciones	55
5.1 Problema de la P-Mediana.....	55

MODELO DE LOCALIZACIÓN PARA ESTACIONES DE BOMBEROS	11
5.2 Problemas P-Centro	57
6. Formulación Del Modelo Matemático.....	58
6.1 Consideraciones	58
6.2 Modelo De Localización De Máxima Cobertura.....	59
6.3 Problema de localización de máxima cobertura (MCLP).....	60
7. Diseño del Algoritmo.....	61
7.1 Representación del Cromosoma	61
7.2 Generación de la Población Inicial	62
7.3 Cálculo de la Función Objetivo	64
7.4 Selección.....	68
7.5 Cruce o Recombinación.....	69
7.6 Mutación	70
7.7 Criterio de Parada	71
7.8 Parámetros.....	72
7.8.1 Matriz.....	72
8. Diseño Experimental.....	73
9. Validación del Algoritmo	77
10. Resultados.....	82
11. Conclusiones.....	85
12. Recomendaciones y Trabajos Futuros	86
Referencias Bibliográficas.....	87

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. Reporte de emergencias Nacional del año 2017.....	26
Figura 2. Reporte de emergencias en el periodo 1 de enero hasta agosto 15 de 2018.....	27
Figura 3. Emergencias manejadas en los departamentos de Colombia en el año 2017	27
Figura 4. Informe de gestión del cuerpo de bomberos de Bucaramanga, del periodo 1 de enero a 31 de marzo de 2018.....	28
Figura 5. Artículos deterministas y probabilísticos hallados.	35
Figura 6. Artículos con modelos discretos y continuos	36
Figura 7. Artículos orientados a estaciones de bomberos y ambulancias.	36
Figura 8. Teoría de la Complejidad computacional.....	43
Figura 9. Esquema de AG canónico.	45
Figura 10. Método de selección de padres denominado muestreo universal estocástico.	51
Figura 11. Cruce de un punto.....	52
Figura 12. Cruce de dos puntos.....	53
Figura 13. Cruce uniforme.....	53
Figura 14. Ejemplo de Cromosoma Binario con 10 Vértices	62
Figura 15. Matriz Población, ejemplo.....	63
Figura 16. Cambio de cromosomas iguales en una población, ejemplo.....	63
Figura 17. Ejemplo Vértices de posibles instalaciones con su respectiva demanda.....	64
Figura 18. Matriz de distancias, ejemplo	65

Figura 19. Matriz de ceros a Matriz de cobertura..... 66

Figura 20. Vector Función Objetivo, ejemplo. 67

Figura 21. Mejor solución, ejemplo..... 67

Figura 22. Cálculo de la función objetivo sin solapamiento..... 68

Figura 23. Cruce, ejemplo..... 70

Figura 24. Diagrama de Pareto de efectos estandarizados..... 75

Figura 25.Efectos principales para resultados: Medias ajustadas 76

Figura 26. Demandas no atendidas 84

Figura 27. Demandas no atendidas variando las instalaciones 85

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1 Niveles de los Factores para el diseño factorial 2k completo	73
Tabla 2 Instancias con 500 vértices	74
Tabla 3 Tabla ANOVA: Análisis de Varianza para 500 Vértices	76
Tabla 4 Comparación demanda no atendida para instancias de 324 Vértices	80
Tabla 5 Comparación demanda no atendida para instancias de 402 Vértices	80
Tabla 6 Comparación demanda no atendida para instancias de 500 Vértices	82
Tabla 7 Resultados Comparación	83
Tabla 8 Resultados Comparación de las demandas no atendidas variando la cantidad de instalaciones.....	84

Lista de Apéndices

**(Disponible en CD entregable y en Base de Datos de la Biblioteca de la Universidad
Industrial de Santander)**

Apéndice A. Algoritmo programado.

Apéndice B. Algoritmo ejecutable en MATLAB.

Apéndice C. Artículo Académico de Carácter Publicable.

Apéndice D. Artículos revisión de literatura

Resumen

Título: Solución de un Modelo de Localización de Máxima Cobertura Para Estaciones de Bomberos.*

Autoras: Andrea Carolina Sierra Hernández, Nayla Yessenia Sanabria Lozada **

Palabras Claves: Localización, Máxima Cobertura, Estaciones De Bomberos, Modelos Matemáticos, Métodos De Solución.

Descripción:

Esta investigación se enfoca en el problema de localización de cobertura máxima aplicado a problemas de ubicación en instalaciones de emergencia, como las estaciones de Bomberos. Este problema se modela para el caso específico y se aborda con algoritmos evolutivos (EA). La alta diversidad biológica, la sostenibilidad del agua y el suelo y algunas actividades humanas en Colombia son afectadas por los incendios. Según el IDEAM (2018) en el 2018 se reportó alerta roja en 22 de los 32 departamentos del país. Por ende, nace la necesidad de hacer una solución de un modelo para la instalación de un centro de atención enfocado a este tipo de emergencias, como lo son las estaciones de Bomberos. Debido a las características de este problema se decidió limitar el alcance de este proyecto a problemas de máxima cobertura. Inicialmente, se usa una ecuación de búsqueda que combina las palabras clave (...) para hacer una revisión de la literatura. Los resultados de la revisión permiten identificar modelos matemáticos utilizados para resolver el problema de cobertura en instalaciones de emergencia y los métodos de solución más usados para este fin. Dentro de los métodos de solución encontrados están los algoritmos evolutivos, específicamente, los algoritmos genéticos. Es así como se decide desarrollar un algoritmo genético, con parámetros basados en la literatura encontrada, que dé solución a un modelo de localización de máxima cobertura. Finalmente se presentan los resultados obtenidos y la comparación con instancias encontradas.

* Proyecto de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director: Daniel Orlando Martínez Quezada. Codirector: Javier Eduardo Arias Osorio

Abstract

Title: Maximum Coverage Localization Model for Firefighter Stations: A Solution.*

Authors: Andrea Carolina Sierra Hernández, Nayla Yessenia Sanabria Lozada **

Keywords: Localization, Maximum Coverage, Firefighter Stations, Mathematic Models, Solution Methods.

Description:

This research focuses on the problem of locating maximum coverage applied to location problems in emergency facilities, such as Fire stations. This problem is modeled for the specific case and is approached with evolutionary algorithms (EA). High biological diversity, water and soil sustainability and some human activities in Colombia are critical of fires. According to IDEAM (2018) in 2018, a red alert was reported in 22 of the 32 departments of the country. For example, the need is born to make a solution of a model for the installation of a center of attention focused on this type of emergencies, such as the Fire stations. Due to the characteristics of this problem, the scope of this project is limited to maximum coverage problems. Initially, a search equation is used that combines the keywords (...) to review the literature. The results of the review can identify mathematical models used to solve the problem of coverage in emergency facilities and the most used solution methods for this purpose. Among the solution methods found are the evolutionary, specific algorithms, the genetic algorithms. This is how it is decided to develop a genetic algorithm, with specific parameters in the literature found, that provides a solution to a maximum coverage location model. Finally, the results obtained and the comparison with instances found are presented.

* Bachelor Thesis

** Faculty of Mechanical Physical Engineering, School of Industrial and Business Studies, Director: Daniel Orlando Martínez Quezada. Codirector: Javier Eduardo Arias Osorio

Introducción

Según la dirección Nacional de Bomberos de Colombia se define como incendio forestal a un tipo de incendio que se caracteriza por producirse y desarrollarse en zonas naturales con abundante vegetación. Los incendios forestales constituyen una de las causas significativas de la deforestación y la degradación de los ecosistemas. El origen de los problemas generados por los incendios radica fundamentalmente en la irresponsabilidad de algunas personas, ya que el 90% de los incendios forestales ocurridos a nivel mundial, son provocados por el hombre (DNBC, 2015).

Según el informe de gestión del año 2017 las emergencias totales reportadas de los cuatro años anteriores han venido presentando un crecimiento aproximado del 36%, fueron 1.915 los incendios forestales totales reportados en el año 2017 los cuales representan el 2.01% de todas las emergencias. Para el departamento de Santander las hectáreas afectadas por los incendios fueron 1467.50, ocupando el octavo puesto de los departamentos de Colombia con mayores afectaciones por esta emergencia (DNBC, 2017).

También en el informe de gestión anual de 2017, se dice que durante la temporada seca de ese mismo año se hizo seguimiento diario de más de 50 eventos clasificados como incendios forestales y quemas prohibidas; a su vez se emitieron 15 boletines informando a nivel interno y externo la labor realizada por los Bomberos, así como las condiciones meteorológicas y alertas por probabilidad de ocurrencias de incendios en la cobertura vegetal (DNBC, 2017).

Las consecuencias directas de los incendios forestales tienen un gran impacto ambiental, son variadas y van desde afectaciones a la vegetación, a los microorganismos y a la fauna del sitio

donde se encuentra la conflagración; como también a la contaminación del suelo y de los recursos hídricos hasta afectación a la atmósfera, contribuyendo al “efecto invernadero”. Cabe destacar que, dependiendo también de la zona de alcance del incendio, puede existir un grave deterioro en términos cuantitativos de hectáreas y otros productos, sean estos cultivos agrícolas, instalaciones, construcciones, viviendas, entre otros; lo cual puede reducir dicha pérdida de recursos a una contabilización de los daños en millones de pesos.

La búsqueda por querer reducir el impacto negativo que se está generando a causa de fenómenos naturales e irresponsabilidad de algunas personas, ha llevado a organizaciones como el cuerpo oficial de bomberos de Bucaramanga a actuar ante la ocurrencia de una emergencia, gestionando acciones preventivas en las etapas de mitigación, preparación y respuesta.

Por eso es importante tener en cuenta que las instalaciones de estas organizaciones puedan cubrir las zonas con mayor riesgo de incendios, de manera que puedan dar una respuesta rápida y eficiente ante la ocurrencia de algún desastre, en este caso, un incendio forestal. Hay que tener en cuenta que dichos servicios deben cumplir con un tiempo de respuesta o de atención mínimo, de ahí que sea motivo para las unidades de investigación querer apoyar en la gestión de este tipo de emergencias con estrategias o metodologías funcionales que ayuden a la toma de decisiones para lograr maximizar la zona de cobertura y minimizar los tiempos de respuesta.

De acuerdo con lo anterior, este trabajo propone diseñar un algoritmo genético que dé solución al problema de localización de máxima cobertura para estaciones de Bomberos. Dicho problema será abordado de acuerdo con el planteamiento del modelo de localización de máxima cobertura (Maximal Covering Location Problem - MCLP), el cual busca la ubicación de una serie de instalaciones para maximizar la cobertura de los puntos de demanda, considerando un radio o tiempo de cobertura y restringiendo el número de instalaciones posibles de localizar.

En este documento se presenta la investigación y los resultados del proyecto que se ha llevado a cabo, de forma que en el primer capítulo se presenta el planteamiento del problema, siendo complementado con la situación nacional y con datos del comportamiento del país, del departamento y de la ciudad de Bucaramanga frente a la problemática encontrada.

En el segundo capítulo puede encontrarse la justificación del problema tratado en este proyecto.

En el tercer capítulo encontramos los objetivos planteados al inicio de la investigación y a su vez, la tabla donde se muestra el cumplimiento que se dio a cada uno de estos objetivos, de manera que se concluyera el proyecto exitosamente

En el cuarto capítulo encontramos una revisión de la literatura, la cual nos ayuda en el marco de la investigación.

El marco teórico se desarrolla en el quinto capítulo con conceptos como teoría de la computación, algoritmos evolutivos, algoritmos genéticos y en el sexto capítulo se encuentran otros problemas de localización como P Mediana y P centro que sirvieron de guía en el transcurso del desarrollo del modelo matemático.

La formulación del modelo matemático utilizado puede hallarse en el numeral siete de este libro.

El capítulo número ocho contiene el modelo matemático de localización de máxima cobertura (MCLP) así como sus ecuaciones (función objetivo y restricciones) y la explicación de cada una de ellas.

El desarrollo final del algoritmo genético que dio solución al problema de localización de máxima cobertura (MCLP por sus siglas en inglés) puede encontrarse en el capítulo número nueve.

Así mismo, identificando la importancia del análisis de la varianza a la que pueda estar sujeto el proyecto desarrollado, el capítulo 10 muestra un diseño experimental realizado sobre una instancia representativa.

La validación del algoritmo, así como las especificaciones técnicas del equipo donde se hallaron los resultados y los tiempos de ejecución obtenidos pueden ser revisados en el capítulo onceavo del presente documento.

Desde el capítulo doce se muestran los resultados obtenidos con la ejecución del algoritmo en MATLAB. Finalmente se presentan las conclusiones, recomendaciones y trabajos futuros al final del documento.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Diseñar un algoritmo genético que dé solución al problema de localización de estaciones de máxima cobertura (MCLP).

1.2 Objetivos específicos

Realizar una revisión de literatura en bases de datos científicas sobre el problema de localización de estaciones de bomberos con cobertura máxima en un área determinada.

Adaptar un modelo matemático de localización de máxima cobertura de manera que cumpla con las especificaciones necesarias para la ubicación de estaciones de bomberos.

Desarrollar un algoritmo genético para dar solución al problema de localización de máxima cobertura en el lenguaje de programación Matlab.

Comparar las soluciones encontradas por el algoritmo programado.

Elaborar un artículo académico de carácter publicable basado en la investigación realizada mostrando los resultados obtenidos más relevantes.

2. Planteamiento del problema

Las amenazas que han sido estudiadas para el departamento de Santander se han visto materializadas en los últimos años y han desencadenado una serie de eventos que, a su vez, han dejado impactos negativos para nuestra región, los cuales han ido en aumento con el paso del tiempo. Los eventos hidrometeorológicos relacionados con el fenómeno ENOS (fenómeno del niño y de la niña), inciden en los efectos perjudiciales tales como los incendios forestales y las inundaciones, dejando como resultado graves afectaciones a la población, al transporte, al sector agropecuario y a los ecosistemas.

Sabiendo de antemano que los fenómenos naturales presentes en Colombia han dejado severas consecuencias debido a sus características geográficas y geológicas, muchas veces ligadas a respuestas inadecuadas, no oportunas o desconocidas por parte de la población, los entes gubernamentales y los grupos de apoyo para la atención de los eventos, es que surge la idea de realizar un proyecto basado en el cuerpo oficial de bomberos de Bucaramanga. En un proyecto de años anteriores, estos manifestaron no tener la posibilidad de llegar a ciertas zonas de difícil acceso y que por lo tanto no se cumple con un tiempo de atención esperado. De lo anterior nace la necesidad de formular un modelo matemático para el problema de localización de las estaciones de bomberos y así determinar las mejores ubicaciones para las instalaciones; de esta manera se optimizan ciertos objetivos del nivel de servicio que se debería ofrecer.

El propósito de los modelos de localización de máxima cobertura es intentar satisfacer todos los puntos de demanda, permitiendo incrementar el área de cobertura; como resultado, se podría buscar el número mínimo de estaciones de bomberos que lograría alcanzar la mayoría de los posibles clientes (población). Tras una primera revisión, se evidenció que existen diversos modelos los cuales han sido ampliamente estudiados a través de los años y que abarcan de gran

manera el propósito de este trabajo. Por tal motivo, se hizo una búsqueda selectiva que dio como resultado dos modelos que cumplen con las condiciones principales del proyecto.

El problema de localización de máxima cobertura (Maximal Covering Location Problem - MCLP) busca la ubicación de una serie de instalaciones para maximizar la cobertura de los puntos de demanda. Por su parte, el problema de localización de un conjunto de cobertura (Location Set Covering Problem - LSCP) busca optimizar el número de instalaciones de servicio requeridos para atender todos los puntos de una demanda establecida, ambos con enfoques deterministas. El enfoque que se tratará en este trabajo será determinista, con el fin de abrir la puerta a nuevos proyectos de investigación bajo el mismo problema pero que incluyan incertidumbre en la modelación.

Con el desarrollo del proyecto lo que se pretende es resolver un problema de localización de cobertura máxima, a través de un algoritmo genético adecuado al contexto de la atención a emergencias por parte de los bomberos. Esto con el fin de entregar resultados que ayuden a la toma de decisiones de forma racional por parte de los diversos organismos de emergencia, cuando estos deban enfrentar condiciones adversas.

2.1 Situación Nacional

La alta diversidad biológica, la sostenibilidad de los recursos agua y suelo, así como algunas actividades humanas se ven afectadas en Colombia de forma notoria por los incendios. Este fenómeno se presenta de manera recurrente en gran parte del país, en especial durante los períodos secos prolongados, tiempo en el cual los ecosistemas tropicales húmedos y muy húmedos pierden parte de los contenidos de humedad superficial e interior, incrementando sus

niveles de susceptibilidad y amenaza hacia la combustión de la biomasa vegetal que los compone.

El Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) emitió una circular el 11 de febrero de 2018 que declaró la alerta roja en 22 de los 32 departamentos de Colombia que abarcan 313 municipios del país por riesgo de incendios forestales (IDEAM, 2018).

“De acuerdo con Christian Euscátegui, del Servicio de Pronósticos y Alertas del IDEAM estamos en temporada seca, entonces cierta cantidad de incendios y amenazas es normal. Sin embargo, el año pasado (2017) tuvimos temperaturas más altas y hubo menos amenazas” (Calle, 2018). Algunas de las causas que han generado esta cantidad de incendios forestales se atribuyen a fallas humanas, las cuales representan un 90% del total de factores que producen dichos incendios; otras causas van asociadas a las intenciones de deforestación (IDEAM, 2018). De lo anteriormente mencionado los incendios forestales alejan a Colombia cada vez más de la meta que adoptó en los Acuerdos de París de 2015, es decir, reducir el 20% de sus emisiones de gases de efecto invernadero para el año 2030.

2.2 Comportamiento en Colombia, Santander y Bucaramanga

El reporte de emergencias nacional vigente del año 2018 se presenta en la *¡Error! No se encuentra el origen de la referencia..* Las emergencias manejadas por bomberos voluntarios, oficiales y aeronáuticos de Colombia, según el informe de emergencias DNBC (Dirección Nacional de Bomberos Colombia), generado desde el 1 de enero hasta agosto 15 de 2018, tuvo

un total de 60.988 eventos. En la *Figura 2* se consolidan las emergencias presentadas durante ese periodo de tiempo.

ITEM	EMERGENCIAS.	TOTAL.	PORCENTAJE	ITEM	EMERGENCIAS.	TOTAL.	PORCENTAJE	ITEM	EMERGENCIAS.	TOTAL.	PORCENTAJE
1	ATENCION PREHOSPITALARIA.	19.110	20,11%	14	DESABASTECIMIENTO DE AGUA.	1.182	1,24%	24	VENDAVAL.	239	0,25%
2	ACCIDENTE DE TRANSITO.	17.028	17,92%	15	INCENDIO VEHICULAR.	1.015	1,06%	25	CRECIENTE SUBITA.	203	0,21%
3	*OTROS.	16.120	16,96%	16	FALLA ELECTRICA.	977	1,02%	26	DESBORDAMIENTO.	113	0,11%
4	TRASLADO DE PACIENTE.	8.287	8,72%	17	DESIZAMIENTO.	959	1,01%	27	EXPLOSION.	72	0,07%
5	CONTROL DE ABEJAS.	7.626	8,02%	18	BUSQUEDA Y RESCATE DE PERSONAS.	615	0,64%	28	ACCIDENTE MINERO.	31	0,03%
6	QUEMAS PROHIBIDAS.	4.563	4,81%	19	SISMO.	575	0,61%	29	ACCIDENTE AEREO.	16	0,01%
7	CAIDA DE ARBOL.	3.234	3,41%	20	DERRAME DE HIDROCARBURO.	551	0,58%	30	GRANIZADA.	15	0,01%
8	INCENDIO ESTRUCTURAL.	2.760	2,91%	21	MATERIALES PELIGROSOS. BUSQUEDA Y	421	0,44%	31	ACCIDENTE FLUVIAL.	12	0,01%
9	FUGA DE GAS.	2.136	2,24%	22	RECUPERACION DE CUERPO.	357	0,37%	32	TORMENTA ELECTRICA.	10	0,01%
10	INCENDIO FORESTAL.	1.915	2,01%	23	COLAPSO.	288	0,31%	33	AVALANCHA.	5	0,01%
11	RESCATE ANIMAL.	1.871	1,96%					34	ACCIDENTE MARITIMO.	0	0%
12	FALSA ALARMA.	1.508	1,58%					35	SEQUIA.	0	0%
13	INUNDACION.	1.186	1,24%								

Figura 1. Reporte de emergencias Nacional del año 2017. Copyright 2017 por DNBC. Reimpreso con permiso.

En la *Figura 3* se muestra la cantidad de eventos atendidos por los diferentes cuerpos de bomberos constituidos en Colombia, se señala también cuales son los Departamentos con mayor índice de eventos atendidos que son representados con el color rojo dado la gran cantidad de emergencias presentadas. Bogotá, Antioquia y Valle del cauca son las 3 regiones que lideran el listado de emergencias manejadas por los Bomberos en Colombia. Sólo Bogotá representa el 24,43% del total de eventos presentados, mientras que el Vaupés es el departamento con menos emergencias presentadas en el país con un 0.001% de las emergencias totales, cabe resaltar que el Amazonas representa el mismo porcentaje que Vaupés, acompañándolo en los últimos puestos de emergencias atendidas por los bomberos.

EMERGENCIAS	TOTAL
ACCIDENTE AEREO	05
ACCIDENTE DE TRANSITO	9.749
ACCIDENTE FLUVIAL	02
ACCIDENTE MARITIMO	0
ACCIDENTE MINERO	13
ATENCION PREHOSPITALARIA	10.015
AVENIDA TORRENCIAL	08
BUSQUEDA Y RECUPERACION DE CUERPO	183
BUSQUEDA Y RESCATE DE PERSONAS	796
CAIDA DE ARBOL	2.094
COLAPSO	123
CONTROL DE ABEJAS	4.400
CRECIENTE SUBITA	49
DERRAME DE HIDROCARBURO	380
DESABASTECIMIENTO DE AGUA	443
DESBORDAMIENTO	55
DESLIZAMIENTO	563
EXPLOSION	51
FALLA ELECTRICA	658
FALSA ALARMA	2.458
FUGA DE GAS	1.841
GRANIZADA	06
INCENDIO ESTRUCTURAL	1.967
INCENDIO FORESTAL	1.975
INCENDIO VEHICULAR	979
INUNDACION	724
MATERIALES PELIGROSOS	655
*OTROS	10.783
QUEMAS PROHIBIDAS	3.561
RESCATE ANIMAL	1.821
SEQUIA	0
SISMO	144
TORMENTA ELECTRICA	08
TRASLADO DE PACIENTE	4.375
VENDAVAL	104

Figura 2. Reporte de emergencias en el periodo 1 de enero hasta agosto 15 de 2018. Modificado de DNBC.

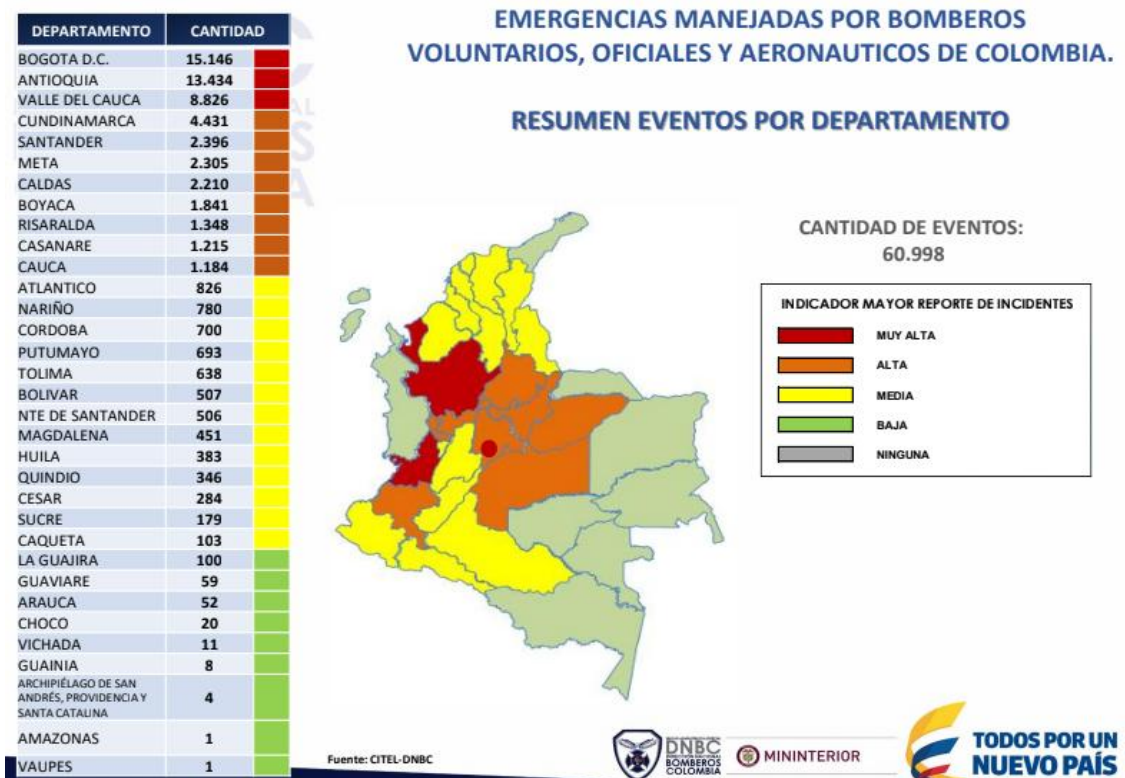


Figura 3. Emergencias manejadas en los departamentos de Colombia en el año 2017. Copyright 2017 por DNBC.

Reimpreso con permiso.

El informe de gestión presentado por el cuerpo de bomberos de Bucaramanga, del periodo 1 de enero a 31 de marzo de 2018, se muestra en la *Figura 4*. En este, se puede observar un aumento en la emergencia de incendios forestales del año 2018 con respecto al año 2017.

EMERGENCIA	2017	2018	VARIACION
Incendio en Basureros	30	40	10
Incendios Forestales	197	229	32
Escape de Gas Natural	17	10	-7
Derrumbe Estructural	7	3	-4
Inundaciones	1	1	0
Incendios comerciales	4	5	1
Explosiones	3	1	-2
Incendio Estructural	1	3	2
Incendios Industriales	5	2	-3
Emergencias Productos Químicos	0	0	0

Figura 4. Informe de gestión del cuerpo de bomberos de Bucaramanga, del periodo 1 de enero a 31 de marzo de 2018. Copyright 2017 por DNBC. Reimpreso con permiso.

3. Revisión de la literatura

3.1 Problemas de Localización

El problema clásico de localización consiste en ubicar uno o varios servicios para cubrir la demanda de una serie de puntos conocidos, usualmente denominados puntos de demanda, optimizando alguna medida de efectividad.

En la literatura se puede encontrar un gran número de trabajos dedicados al estudio de este tipo de problemas. Dependiendo del espacio soporte donde se hayan planteado esos problemas, los procedimientos para estimarlos se clasifican en modelos de localización continua, discreta y

sobre redes. Dentro de cada uno de estos tres grandes grupos de modelos, existe una amplia variedad de medidas de efectividad usadas para localizar los nuevos servicios. Sin duda alguna, dos de las más usadas son el criterio minisum, que busca la minimización de costes globales de transporte y el criterio minimax, basado en la equidad e igualdad de costes entre los puntos de demanda.

Según Daskin (1995), Las decisiones de localización también surgen en una variedad de problemas de sector público y privado. Por ejemplo, los gobiernos estatales necesitan determinar bases para una flota de vehículos de emergencia que atienda en carretera, similarmente los gobiernos locales deben ubicar estaciones de bomberos y ambulancias en las ciudades.

Daskin (1995) también nos dice que el problema de localización tiene 4 interrogantes básicas

1. ¿Cuántas instalaciones deben ubicarse?
2. ¿Dónde debe ubicarse cada instalación?
3. ¿Qué tan grande debe ser cada instalación?
4. ¿Cómo se debe asignar la demanda de las localizaciones de servicios a las instalaciones?

Las respuestas a estas preguntas dependen íntimamente del contexto en el que el problema de localización está siendo resuelto y de los objetivos subyacentes a éste. A través de los años se ha tratado el problema de localización con el estudio de diferentes variaciones de los modelos y algoritmos para su solución.

3.1.1 Clasificación de los problemas de localización. Current et al. (2002) clasifican el problema de localización en 8 Modelos básicos considerando la distancia. Sin embargo, es bueno enfocarse en los 4 más interesantes y que más se han tratado en la literatura para la localización de instalaciones, A continuación, son enumerados:

3.1.1.1 Los problemas de cobertura o set Covering. pertenecen a la rama de problemas de optimización combinatoria, su complejidad es exponencial y es un problema NP complejo.

El objetivo de este grupo de problemas es el de cubrir la demanda de forma total o parcial teniendo en cuenta las distancias o el tiempo de respuesta entre las instalaciones y los puntos o nodos de demanda (Current et al., 2002).

Los problemas de cobertura se dividen en dos:

3.1.1.1.1 Problema de localización de cobertura total (LSCP). Este problema de localización busca el número total de instalaciones para cubrir toda la demanda, garantizando que cada nodo de demanda sea cubierto por al menos una instalación factible.

3.1.1.1.2 Problema de localización máxima cobertura (MCLP). Este restringe el número de instalaciones a localizar y su objetivo es maximizar la cobertura con dicho número de instalaciones fijas.

3.1.1.2 El problema de dispersión. Tiene como objetivo principal maximizar el mínimo de las distancias y se aplica a casos donde se requiere que las instalaciones sean ubicadas lo más alejadas posibles de los centros urbanos, como los vertederos de basuras.

3.1.1.3 El Problema de centro. Este aborda el problema de minimizar la distancia máxima en la que el nodo de demanda se encuentra hasta su instalación cercana dado que se ubica un número predeterminado de instalaciones.

3.1.1.4 El problema de medianas. Su objetivo es ubicar instalaciones dada una demanda finita conocida que encuentra las ubicaciones de las instalaciones para minimizar la distancia total ponderada por la demanda entre los nodos de demanda y las instalaciones a las que están asignados.

3.2 Clases de Modelos de Cobertura

A su vez, los modelos de cobertura pueden dividirse en 3 clases estática, probabilística y dinámica.

3.2.1 Modelos Estáticos. Los modelos estáticos son utilizados para minimizar el número de localizaciones y los de maximización de cobertura simplifican el mundo real de los problemas del sistema de emergencia al tratarlo como un sistema estático y determinista (Benabdouallah y Bojji., 2018).

Sin embargo, los modelos estáticos no satisfacen con éxito los puntos de demanda, ya que, gracias al aspecto estocástico de la llegada de incidentes, los modelos estáticos quedan cortos para enfrentar el estudio realista de los problemas de ubicación de estaciones de emergencia (Benabdouallah y Bojji., 2018).

3.2.2 Modelos Probabilísticos. Al contrario de los modelos estáticos, los problemas probabilísticos tienen en cuenta la fracción de indisponibilidad de los vehículos de la estación de bomberos y su nivel de fiabilidad. Los modelos probabilísticos tienen como objetivo maximizar

la cobertura (MALP I, MALP II, AMEXCLP y QPLSCP) sin ignorar los criterios de disponibilidad de vehículos o localizaciones (Benabdouallah y Bojji., 2018).

El modelo MEXCLP maximiza la cobertura de las demandas planificadas, incluida la fracción de disponibilidad de las localizaciones.

El MALP I excluye la fracción ocupada de los vehículos relacionados con cada sitio de espera y adopta, entonces, que los vehículos son independientes y tienen la misma fracción ocupada independientemente del sitio de espera

Sin embargo, el MALP II asigna a cada estación una fracción ocupada que depende del sitio de espera. Mientras tanto, AMEXCLP es una extensión del modelo MEXCLP, con la diferencia que en éste las estaciones siguen un modelo de cola.

La clase probabilística de modelos de cobertura es relevante porque incluye la disponibilidad estocástica los vehículos de emergencia que representa el mundo realista de los problemas de emergencia.

3.2.3 Modelos Dinámicos. Los modelos dinámicos de ubicación están destinados a optimizar la cobertura de las demandas que fluctúan durante el día. Entre los primeros modelos dinámicos hay un modelo que ha sido utilizado por la protección civil para satisfacer las demandas de emergencia durante los desastres naturales (Kolesar y Walker, 1974).

En la literatura, existen investigadores que ampliaron algunos modelos probabilísticos y estáticos para resolver sus modelos dinámicos: Repede y Bernardo, (1994), Beasley y Chu, (1996) y Gendreau et al. (2001); resolvieron sus modelos recurriendo a la programación matemática, métodos heurísticos y técnicas de simulación que dieron soluciones óptimas en un

tiempo razonable. E incluso, recientemente hay otros que integraron el "sistema de información geográfica" (SIG). (Lokhman et al 2012).

En resumen, los modelos dinámicos de ubicación de ambulancias resaltan la fluctuación de las demandas y el tiempo de viaje durante el día para maximizar la cobertura de las demandas. (Chen et al 2015).

3.3 Protocolo de Búsqueda

Para efectuar la revisión literaria, en primer lugar, se identificaron las palabras representativas a medida que se realizó una revisión preliminar del tema a abordar, para así construir la ecuación de búsqueda aplicada en la base de datos *Web of Science* suministrada por la Universidad Industrial de Santander. Con base en esta ecuación se obtuvieron 71 artículos en inglés filtrada por un periodo de tiempo de 10 años, del 2008 al 2018, donde se suprimieron artículos que no se alineaban con el tema de investigación.

((Location OR ubication) AND covering) AND "algorithm" AND (disaster OR emergency OR fire))*

La ecuación de búsqueda se adaptó y utilizó para que se pudiera determinar aquellos artículos que hablaran de ubicación o localización junto a cobertura, adicionalmente se agregó una parte de algoritmos como método de solución; por último y con el fin de dirigir la búsqueda a estaciones de bomberos, la ecuación se enfocó en términos como emergencias, desastres y fuego.

Inicialmente, la búsqueda arrojó alrededor de 200 artículos que luego fueron depurados y se convirtieron en setenta y un (71) artículos; estos últimos fueron evaluados por el tipo de modelo y los métodos de solución que manejaban.

Seguidamente, con dichos criterios se hizo una nueva selección quedando así un número de veintiún (21) artículos que fueron divididos en casos de estudio y revisiones de la literatura.

Por último, se clasificaron en la clase de Modelo de Cobertura que se trataba en ellos para así enfocar la investigación a Modelos Determinísticos. En la **¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.** se muestra el resultado de esta búsqueda.

3.4 Resultados de la Revisión de la Literatura

Con el fin de resumir los hallazgos encontrados en la revisión de la literatura, pueden observarse tres gráficas diferentes, donde se muestra la proporción de artículos con respecto a tres (3) criterios diferentes:

- Si los artículos tratan de Modelos deterministas o probabilistas.
- Si tratan de modelos discretos o continuos.
- Si se basan en instalaciones de bomberos o ubicación de ambulancias.

En la Figura 5 puede observarse cómo la mayor cantidad de artículos encontrados fue de tipo determinista tomando una proporción de 71,43% con respecto a todos los artículos hallados con la ecuación de búsqueda planteada. Así mismo, se observa que la proporción de artículos probabilísticos con respecto a la de deterministas es bastante inferior pues posee apenas un porcentaje de 19,05%.

Aquellos artículos que desarrollan modelos deterministas y modelos probabilísticos a la vez son mucho menores con respecto a las otras dos categorías, poseyendo apenas con una proporción de 9,52%.

En la Figura 6 puede observarse cómo la gran mayoría de artículos encontrados trataban con modelos con variables de tipo discreto tomando una proporción de 90,48% con respecto a todos los artículos hallados con la ecuación de búsqueda planteada. Así mismo, podemos observar que la proporción de artículos que trabajan con variables de tipo continuo es bastante inferior con respecto a aquellos que trabajan con variables discretas, pues posee apenas un porcentaje de 9,52%.

En la Figura 7 puede observarse que en cuanto al tipo de instalación de emergencia a ubicar manejada en los artículos existe cierta cercanía en cuanto a proporción. Sin embargo, es evidente que cuando se trata de estaciones de emergencia para ambulancias la proporción es un poco mayor.

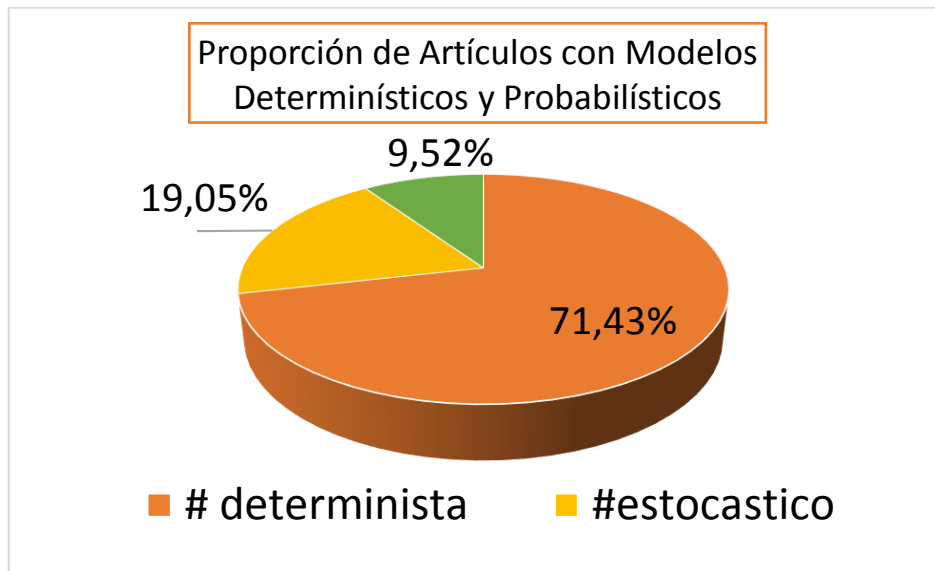


Figura 5. Artículos deterministas y probabilísticos hallados.

Los artículos que trataban de resolver el problema de localización para ubicar estaciones de bomberos cuentan con una proporción de 42.9% de los artículos, mientras que la de ambulancias

es ligeramente mayor con 4 puntos porcentuales, poseyendo una proporción de 57.1% de la cantidad total hallada de artículos con la ecuación de búsqueda utilizada.

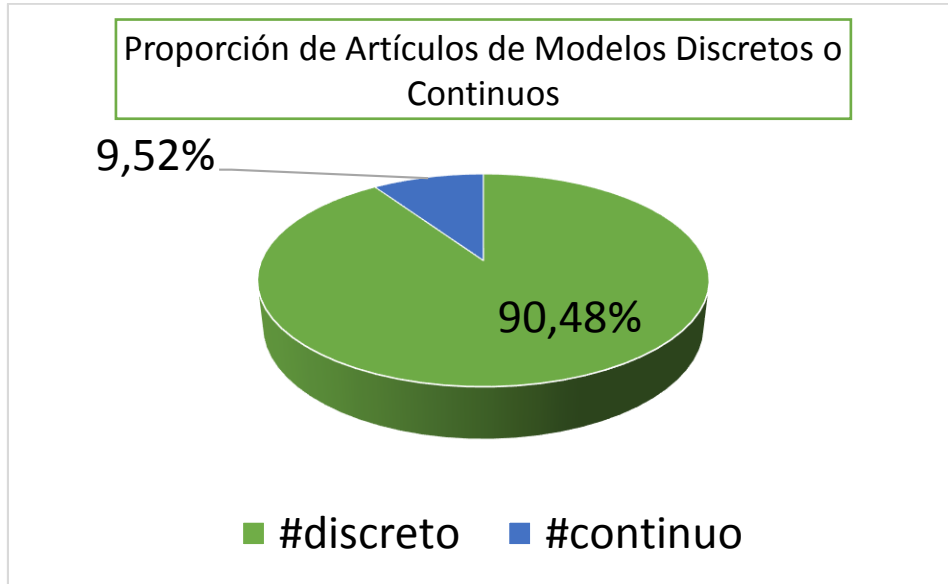


Figura 6. Artículos con modelos discretos y continuos

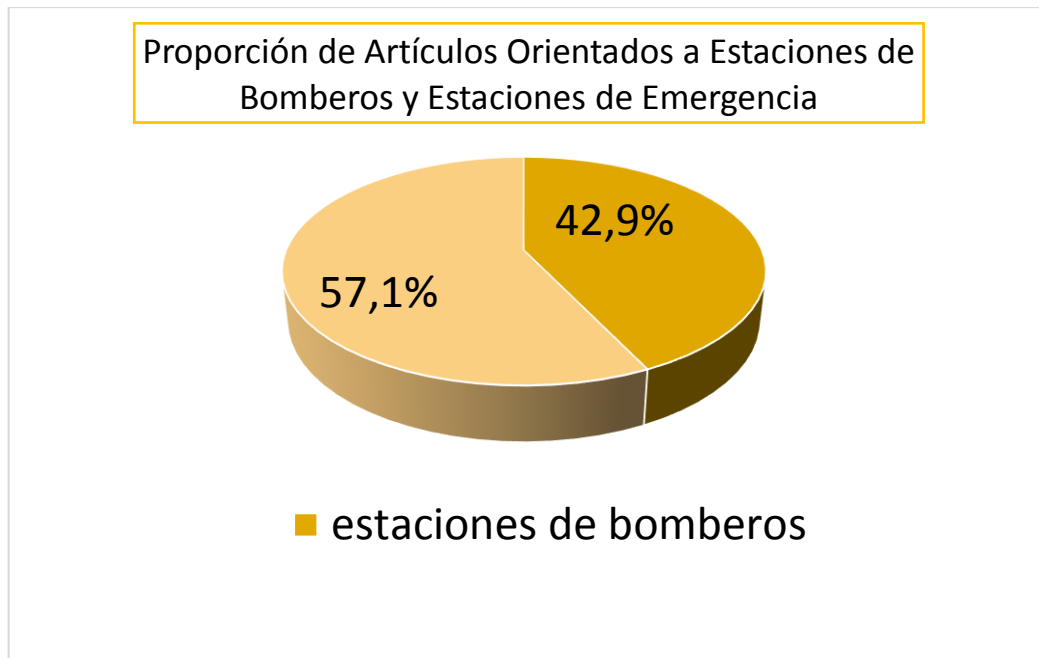


Figura 7. Artículos orientados a estaciones de bomberos y ambulancias.

3.5 Marco de Antecedentes

En el año 2016, se realizó una tesis de pregrado por Rojas (2016) titulado “Localización de recursos móviles de apagado de incendios forestales en la región de Valparaíso, Chile, utilizando modelos de cobertura”, quien propuso determinar la localización de recursos móviles para apagado de incendios forestales, en la región de Valparaíso, Chile, formulando dos modelos de cobertura para determinar la localización óptima de los recursos para emergencias forestales que fueron implementados posteriormente. El primero fue el modelo de localización con máxima cobertura, también conocido como MCLP en el cual se busca maximizar la demanda cubierta, considerando un radio o tiempo de cobertura y restringiendo el número de instalaciones posibles de localizar; el segundo modelo fue de localización con cobertura total, también conocido como LSCP, que plantea localizar la mínima cantidad de instalaciones de manera tal que se cubran los puntos de demanda en su totalidad. Los problemas de cobertura fueron modelos resueltos con AMPL y CPLEX. La generación de los nodos demanda y la asignación de prioridad se realizó utilizando MATLAB R2013b.

En el año 2011, se realizó una tesis de Maestría en ciencias en Ingeniería de sistemas, por la estudiante Romero (2011), titulado “Un marco integrado para el control y gestión de incendios forestales” donde uno de los objetivos principales era encontrar la ubicación óptima de los recursos para extinguir incendios forestales y en donde se esperaba obtener la ubicación de los recursos de tal manera que se maximice la suma ponderada de puntos de demanda, bajo los siguientes requerimientos: un punto de demanda puede ser cubierto por más de un recurso y existe un número limitado de recursos. El modelo planteado fue Maximal Covering Location Problem (MCLP) y el procedimiento de solución para el problema de programación entera que

se planteó está basado en el método de ramificación y acotamiento, lo cual le garantizó que la solución encontrada fuera la óptima.

En el año 2012, se publicó un artículo titulado *Spatial performance to locate city fire stations*, por Chang et al., (2012). Allí se analizan las instalaciones usando pruebas del problema de ubicación de cobertura máxima y cálculos heurísticos de Lagrange. Estos métodos son capaces de simular y analizar el rendimiento de rescate después de que se hayan agregado nuevas instalaciones a un sistema, y los resultados también se pueden usar para guiar las ubicaciones futuras de las instalaciones de rescate. Los niveles de rendimiento de las instalaciones de rescate de emergencia fueron Simulados y analizados utilizando la máxima ubicación de cobertura.

3.6 Métodos de Solución

Existen diferentes métodos de solución, en los párrafos siguientes se enunciarán brevemente algunos de ellos.

3.6.1 Métodos exactos. Estos métodos resuelven problemas de manera exacta con el uso de software especializado. Sin embargo, su mayor debilidad puede llegar a ser la complejidad computacional de algunos modelos matemáticos, que muchas veces imposibilitan su uso.

3.6.1.1 GAMS CPLEX. GAMS es un lenguaje algebraico de modelado que posee gran capacidad de indexación de las variables y ecuaciones, permitiendo cambiar sin dificultad las dimensiones del modelo y de forma natural separa datos de resultados, desde el punto de vista del modelador permite la detección de errores de consistencia en la definición y verificación del

modelo y desde el punto de vista del usuario simplifica drásticamente su mantenimiento. (Ramos et al., 2010).

3.6.2 Sistemas de información geográfica. Se encontró en la revisión de la literatura que muchos de los artículos hablaban sobre Sistemas de información geográfica (GIS por sus siglas en inglés), explicando que son una integración organizada de hardware, software y datos geográficos diseñada para capturar, almacenar, manipular, analizar y desplegar en todas sus formas la información geográficamente referenciada con el fin de resolver problemas complejos de planificación y de gestión.

En muchos de los artículos se apoyan de esta herramienta para el levantamiento de datos de manera que puedan agrupar mejor los nodos de demanda en determinada ciudad para hacer casos de estudio.

En resumen, los SIG ayudan a resolver 6 cuestiones importantes ordenadas de menor a mayor complejidad, son:

- Localización: Pregunta por las características de un lugar.
- Condición: Cumplimiento o no de unas condiciones impuestas al sistema.
- Tendencia: Comparación entre situaciones temporales o espaciales distintas de alguna característica.
- Rutas: Cálculo de rutas óptimas entre dos o más.
- Pautas: Detección de pautas.
- Modelos: Generación de modelos a partir de fenómenos o actuaciones.

3.6.3 Búsqueda Tabú. Su objetivo es superar el problema de que una búsqueda local quede atrapada en un óptimo local permitiendo iteraciones que no mejoren siempre que se encuentre un óptimo local.

3.6.4 Recocido Simulado. Es un algoritmo basado en la búsqueda local que tiene la capacidad de salir de la optimización local, el cual primero hace saltos irregulares y tras cierto tiempo llega a un punto mejor tratando de tener una búsqueda más sistemática.

3.6.5 Algoritmo Genético. Son usados principalmente en problemas de búsqueda y en la optimización de parámetros. Éstos se basan en el principio de selección natural y en la reproducción sexual de los seres vivos.

3.6.6 Algoritmos Codiciosos. Los algoritmos codiciosos son usados, en general, para resolver problemas de optimización. El principio fundamental de este tipo de algoritmos es lograr un óptimo global tomando decisiones locales que son óptimas.

3.6.7 Simulación. Proceso de diseñar un modelo en un sistema real y llevar a cabo experiencias con él, con la finalidad de aprender el comportamiento del sistema o evaluar ciertas estrategias para su funcionamiento.

4. Marco Teórico

4.1 Incendios Forestales

Un incendio forestal ocurre cuando el fuego se extiende de manera descontrolada y afecta los bosques, las selvas, o la vegetación de zonas áridas y semiáridas, según el triángulo del fuego, para que se produzca un incendio se necesitan tres elementos los cuales son: Calor, oxígeno y combustibles. Se calcula que las actividades humanas ocasionan el 99% de estos incendios y sólo el resto tiene como causas fenómenos naturales como descargas eléctricas y la erupción de volcanes.

Algunas condiciones permanentes que influyen sobre la forma y velocidad en que el fuego se propaga son el tiempo atmosférico, la topografía del lugar y los combustibles; con esto se puede conocer las probabilidades de que el fuego se produzca y las condiciones transitorias de tipo meteorológico como la temperatura, humedad relativa, velocidad y dirección del viento, etc., ayudan a prever los alcances de un incendio.

Los tipos de incendios forestales que se pueden presentar en una emergencia son los superficiales, subterráneos y de copa. Los incendios superficiales se presentan cuando el fuego se propaga en forma horizontal sobre la superficie del terreno y alcanza hasta metro y medio de altura; estos afectan combustibles vivos y muertos como pastizales, hojas, ramas, ramillas, arbustos o pequeños árboles de regeneración natural o plantación, troncos, humus, entre otros. Por su parte, los subterráneos se presentan cuando un incendio superficial se propaga bajo el suelo, generalmente éstos no producen llamas y emiten poco humo. Finalmente, los incendios de copa o aéreos son los más destructivos, peligrosos y difíciles de controlar debido a que el fuego consume toda la vegetación y las llamas avanzan primero sobre el nivel del suelo y se propagan por continuidad vertical. (DNBC, 2015).

4.2 Teoría de la complejidad computacional

La Teoría de la Complejidad Computacional es la parte de la teoría de la computación que estudia los recursos requeridos durante el cálculo para resolver un problema. En ella existen dos tipos de recursos que requieren las máquinas de Turing (MT) para resolver problemas decidibles en el marco de la jerarquía de la computabilidad, los cuales son: el tiempo (cantidad de pasos efectuados por las MT para resolver un problema) y el espacio (cantidad de celdas utilizadas por las MT para resolver un problema). Tales conceptos son importantes ya que determinan qué tan útil será un algoritmo dependiendo de la cantidad de recursos que utilice en la resolución del problema para el cual fue planteado. (Cortéz, 2004).

Estudiar también los procesos computacionales hace que podamos encontrar dos clases de problemas: aquellos que tiene solución y aquellos sin solución. De tal clasificación se pueden agrupar la complejidad de los problemas en dos tipos: P (problemas con costo computacional polinómico), y NP (problemas con costo no polinomial).

4.2.1. Clases de complejidad. Para poder hacer una adecuada clasificación de los problemas de decisión bajo la teoría de complejidad computacional, debemos saber que dicha clasificación está basada en el modelo teórico de la máquina de Turing. Se debe distinguir también entre la MT Determinista (para cada par (estado, símbolo) existirá solo una posible solución) y la MT no Determinista (para cada par (estado, símbolo) existirá más de una posible solución). (Chávez et al., 2014).

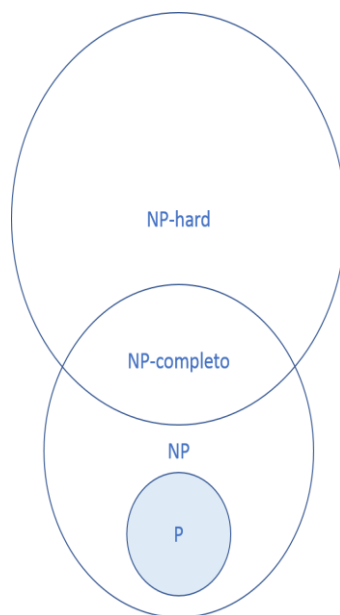


Figura 8. Teoría de la Complejidad computacional. Adaptado de (López Restrepo & Rojas Paredes, 2016)

4.2.1.1. Clase P. Contiene los problemas de solución que una MT determinística puede resolver en un tiempo polinómico, es decir, la relación entre el tamaño del problema y su tiempo de ejecución es polinómica. La mayoría de estos problemas son corrientes y en la práctica pueden resolverse con un tiempo de ejecución razonable.

4.2.1.2. Clase NP. Contiene los problemas de solución que una MT no determinística puede resolver en un tiempo polinómico. La principal propiedad de los problemas de la clase NP es que sus soluciones pueden ser examinadas de modo eficiente en tiempo polinomial (López Restrepo & Rojas Paredes, 2016).

4.2.1.3. Clase NP-hard. Contiene problemas de decisión, optimización o búsqueda que son como mínimo tan difíciles como un problema NP (López Restrepo & Rojas Paredes, 2016).

4.2.1.4. Clase NP-completo. Contiene los problemas que están entre la intersección del NP y el NP-hard (López Restrepo & Rojas Paredes, 2016).

En la *Figura 8* se muestra la composición de los subconjuntos de las clases de complejidad:

4.3 Algoritmos evolutivos

Los algoritmos evolutivos son un conjunto de técnicas de optimización y de búsqueda de soluciones, los cuales están inspirados en los postulados de la evolución biológica de Darwin. Gracias al gran impacto que han tenido estos métodos a la hora de resolver problemas, nace la Computación Evolutiva (University of Malaga, s.f.)

El campo de la Computación Evolutiva ha sido reconocido por su flexibilidad y adaptabilidad para la resolución de problemas, generalmente de optimización (Ochoa, 2003). Así mismo, cuenta con tres grandes enfoques bien definidos, los cuales son: Los Algoritmos Genéticos (GA's, por sus siglas en inglés), la programación evolutiva (PE) y las estrategias evolutivas (ES's, por sus siglas en inglés) (University of Malaga, s.f.).

A continuación, se hace una descripción breve de uno de los enfoques más utilizados de la computación evolutiva: los algoritmos genéticos; junto a las definiciones de los elementos más importantes que los componen.

4.4 Algoritmos Genéticos

La primera mención del término “Algoritmo Genético”, junto a la primera publicación sobre una aplicación de éste, fueron hechas por Bagley (1967). Él diseñó algoritmos genéticos para buscar

parámetros en funciones de evaluación de juegos para luego compararlo con otro tipo de algoritmos. Sin embargo, John Holland es considerado el creador de los AGs (Salazar, 2008).

Holland desarrolló los AGs durante las décadas de los 60's y 70' en compañía de sus colegas y alumnos. Su propósito inicial era estudiar el fenómeno de adaptación de la naturaleza y utilizar dichos mecanismos evolutivos en las ciencias computacionales (Salazar, 2008).

Los AGs son usados principalmente en problemas de búsqueda y en la optimización de parámetros. Éstos se basan en el principio de selección natural (o supervivencia del más apto) y en la reproducción sexual de los seres vivos.

Para poder resolver un problema con algoritmos genéticos, se parte de una población generada, generalmente, de manera aleatoria (es decir, no en todos los casos), en la cual, cada uno de los individuos que hace parte de dicha población es una solución al problema. Se debe tener en cuenta que tales individuos se asemejan a la codificación de los cromosomas, por lo cual están sujetos a una probabilidad que determina si pueden mutar o reproducirse. (Gestal, 2013).

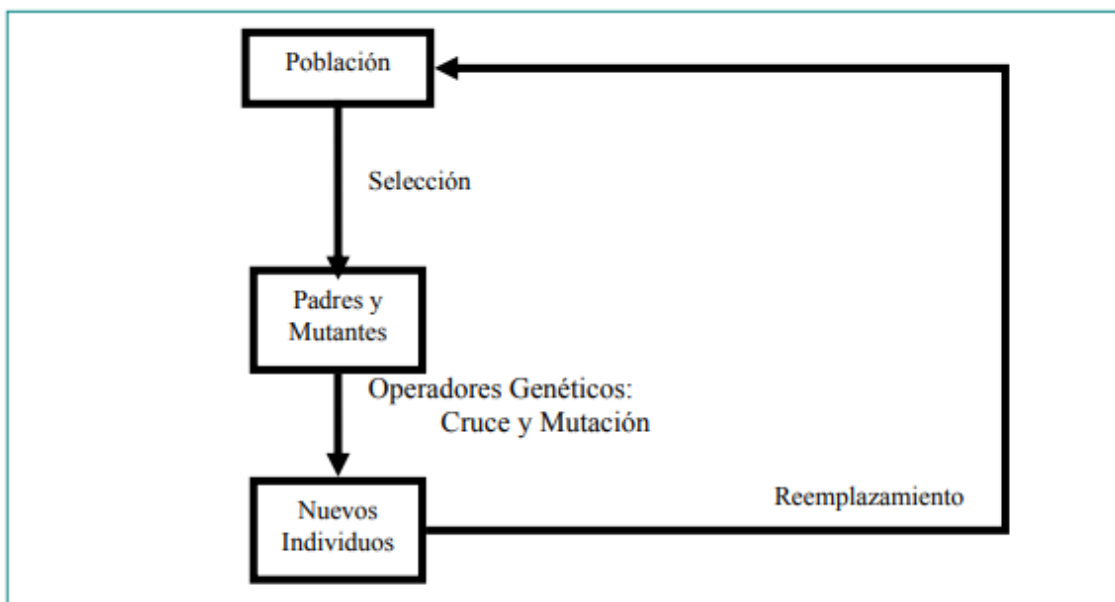


Figura 9. Esquema de AG canónico. Copyright por (Melián et al., 2009). Reimpreso con permiso.

Son dos las estrategias más utilizadas para desarrollar el algoritmo; en la primera, cuando un par de individuos llamados “padres” genera una descendencia de individuos llamada “hijos”, estos últimos serán comparados con sus padres de manera que pueda saberse cuales son mejores, y así serán reemplazados. Por otra parte, la segunda estrategia no hace ninguna comparación, sino que reemplaza a los padres por sus hijos, directamente. Ambas estrategias buscan mejorar la población inicial hasta el punto en el que se encuentre una posible solución óptima al problema modelado (Gestal, 2013).

Los Algoritmos Genéticos (AGs) son una técnica de búsqueda metaheurística basada en la teoría de la evolución donde se intenta replicar el comportamiento biológico de la selección natural y la genética. Según (Melián, Moreno & Vega, 2009), la versión más simple de los algoritmos genéticos o *canónica* tiene una serie de pasos a seguir:

1. Generar una población inicial de soluciones.
2. Seleccionar las soluciones mejor adaptadas de la población actual.
3. Cruzar algunas soluciones “padres” para obtener su descendencia “hijos”.
4. Mutar algunas soluciones para obtener las mutaciones en las soluciones.
5. Elegir las soluciones que sobreviven (selección del individuo más fuerte) para formar la nueva generación.
6. Volver al paso 2 de no alcanzarse el criterio de parada.

En la *Figura 9* se muestra el esquema del algoritmo genético canónico.

A continuación, los elementos más relevantes de dichos pasos se tratarán de manera más extensa:

4.4.1 Codificación de la información del problema. Como se ha venido mencionando, los AGs están basados en la evolución natural de cualquier organismo vivo, por ende, es coherente que su terminología sea la misma empleada en la biología, en este caso, en la estructura del ADN. Todo organismo vivo contiene células y cada célula contiene cromosomas, así mismo, cada cromosoma contiene ADN. A un conjunto de cromosomas se les llama genoma, que es la colección completa del material genético. Lo que se conoce como genotipo, es el conjunto de genes contenidos en un genoma, el genotipo dará lugar, tras el desarrollo fetal, al fenotipo del organismo en el cual estarán codificadas sus características físicas y mentales; dicho de otra manera, esta será la base de partida.

4.4.1.1 Genes. Se denomina *genes* a los parámetros del problema. Estos datos o parámetros contienen bits que suelen recibir el nombre de *alelo* (Gestal, Rivero, Rabuñal, Dorado & Pazos, 2010).

4.4.1.2 Cromosomas. El conjunto de todos los parámetros forma una cadena de valores, la cual se llamará *cromosoma*.

4.4.1.3 Genotipo. El conjunto de parámetros que representa un cromosoma en particular se denomina *genotipo*. La adaptación de un individuo al problema depende del genotipo, es decir, a sus características internas. El genotipo contiene las características necesarias para crear un individuo (Gestal et al., 2010).

4.4.1.4 Fenotipo. Los *fenotipos* representan las características visibles de un individuo. En otras palabras, el *genotipo* contiene la información que se necesita para crearse un organismo o individuo (solución factible al problema), denominado *fenotipo* (Gestal et al., 2010).

4.4.2 Población. Representa el conjunto de soluciones (individuos) del problema que se pretenden optimizar por medio de los operadores de selección, cruce y mutación a lo largo de las nuevas generaciones. El parámetro de población tiene dos criterios importantes a elegir.

4.4.2.1 Tamaño de la población. Uno de los elementos claves a la hora de realizar un algoritmo genético es determinar el tamaño de la población; en este parámetro se indica la cantidad de elementos que habrá en la población (Gestal et al., 2010). Si ésta es muy pequeña, se puede dar la sensación de que no es suficiente para cubrir de manera adecuada el espacio de búsqueda (Melián, Moreno & Vega, 2009). Por otro lado, si es muy grande, puede consumir demasiados recursos computacionales.

Para encontrar el equilibrio a la hora de saber qué tamaño de la población es el indicado existe la estrategia de *estancamiento*, que consiste en observar la mejora media de los individuos luego de los cruces, es decir, dejar el tamaño de la población en un número determinado en el momento en que dejen de producirse mejoras aceptables. O bien, el *criterio de parada* también puede definirse teniendo en cuenta solamente el costo computacional, ya sea tiempo o espacio de procesamiento en una computadora (Melián et al., 2009).

4.4.2.2 Generación de la población inicial. La población inicial se escoge de manera aleatoria de entre el conjunto de individuos pertenecientes al dominio del problema, en la

mayoría de los casos; de manera que pueda conseguirse una población inicial heterogénea la cual abarque de manera adecuada el espacio de búsqueda y consiga óptimos de la forma más rápida posible (Álvarez, Núñez & Ortiz, 2012).

4.4.3 Selección. Una vez generado los individuos (soluciones) estos pasarán a la fase de evaluación, donde se les aplicara una función de aptitud para saber qué tan eficaz es la solución que esta codificada. Al final de la fase, cada cromosoma va a recibir una calificación de aptitud que es importante porque en base a esto se procede a elegir los cromosomas que serán cruzados en la siguiente generación. Obtener una calificación alta significa que es una buena solución y por tanto debería tener una mayor probabilidad pasar sus genes a la siguiente generación mientras que una baja calificación implica una menor o nula probabilidad de transmitir los genes. Es aquí donde se da la selección natural: si es bueno sobrevive, pero si es malo, muere. Existen diferentes estrategias de selección que pueden aplicarse en un AG, las más usuales se describen a continuación.

4.4.3.1 Selección proporcional a la función de adaptación. Fue un método propuesto por Goldberg y Richardson (1987), utilizando una modificación de la función objetivo de cada individuo y en la cual cada sujeto tiene una probabilidad de ser seleccionado como padre que es proporcional al valor de su función de adaptación.

En la Ecuación (1) Denotando por $P_{j,t}^{\text{prop}}$ la probabilidad de que el individuo I_t^j sea seleccionado como padre, se tiene que:

$$p_{j,t}^{\text{prop}} = \frac{g(I_t^j)}{\sum_{j=1}^{\lambda} g(I_t^j)} \quad (1)$$

4.4.3.2 Proporcional al rango del individuo. Este método produce una repartición más uniforme de la probabilidad de selección. Los individuos de la población son ordenados de menor a mayor con respecto a la función de adaptación, es decir, el peor individuo tiene rango 1, mientras que el individuo con mejor función objetivo tiene rango λ .

En la Ecuación (2), sea $P_{j,t}^{\text{rango}}$ la probabilidad de que el individuo I_t^j sea seleccionado como padre, cuando la selección se efectúa proporcional al rango del individuo.

$$p_{j,t}^{\text{rango}} = \frac{\text{rango}(g(I_t^j))}{\lambda(\lambda + 1)/2} \quad (2)$$

4.4.3.3 Muestreo universal estocástico. Baker (1987) introduce un método denominado muestreo universal estocástico, en el cual se utiliza un único giro de la ruleta siendo los sectores circulares proporcionales a la función objetivo. Los individuos son seleccionados a partir de marcadores igualmente espaciados y con comienzo aleatorio. Efectuando un paralelismo con los métodos de muestreo estadísticos (Ver *Figura 10*).

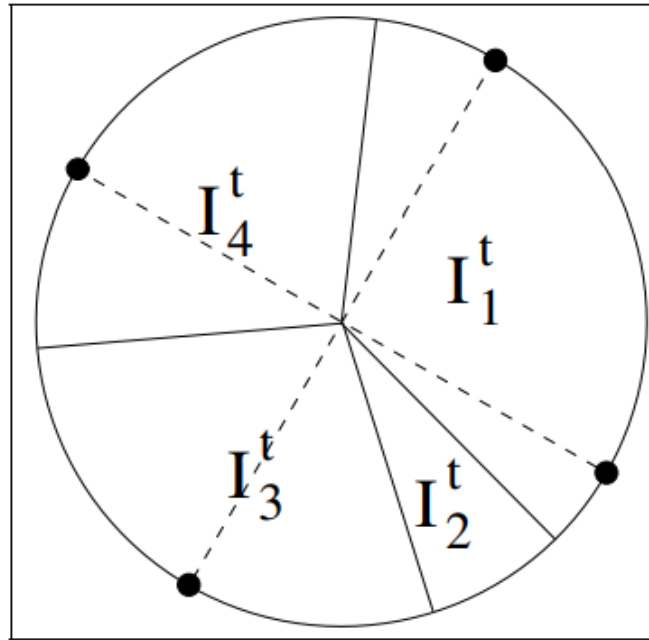


Figura 10. Método de selección de padres denominado muestreo universal estocástico. El individuo I_1^t se escoge 2 veces, mientras que I_3^t e I_4^t son elegidos una única vez.

4.4.3.4 Elitista. Se fuerza a que el mejor individuo de la población en el tiempo t , sea seleccionado como padre y obliga a que una proporción de los hijos deba ser generada por una proporción de los mejores padres.

Ejemplo: El 80% de los hijos será generada por el 20% de los mejores padres.

4.4.3.5 Selección por torneo. En la literatura se encuentra que es uno de los mejores métodos, ya que la idea principal consiste en seleccionar a los individuos genéticos, basándose en comparaciones directas entre sus genotipos y además se encuentra dos versiones de selección mediante torneo, los cuales son determinístico y probabilístico. En la selección determinista se escoge al azar un número n de individuos en la mayoría de los casos ese valor es $n=2$ de estos individuos se selecciona el más apto para pasarlo a la siguiente generación. En la selección probabilística se diferencia en el paso de selección del ganador de dicho torneo, es este caso se

genera un numero aleatorio en un intervalo (0,1), si este es mayor que el parámetro fijado en el proceso evolutivo entonces se procede a escoger el individuo más apto y en caso opuesto el menos apto, generalmente ese parámetro toma valores en el rango $0.5 < p \leq 1$.

4.4.4 Cruce. Toda generación proviene de una anterior, teniendo eso en cuenta y al igual que en la naturaleza, se genera una descendencia a partir del mismo número de individuos de la generación anterior, por lo general de cada par de individuos (Gestal et al., 2010). Sin embargo, existen varios tipos de cruce que se tratarán a continuación.

4.4.4.1 Cruce de 1 punto. Esta manera de cruzar individuos es la más sencilla y consiste en que, una vez escogido un par de individuos, se cortan los cromosomas de cada uno, en *un punto* seleccionado de manera aleatoria y así se genera un par de individuos diferenciados a sus “padres” (Gestal et al., 2010). La *Figura 11* muestra de manera gráfica el procedimiento descrito anteriormente.

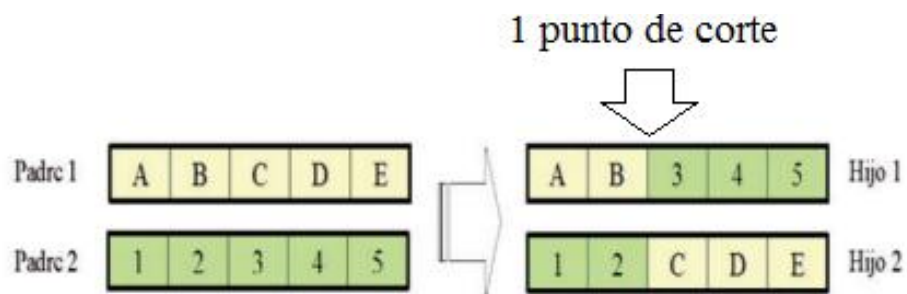


Figura 11. Cruce de un punto. Adaptado de Gestal et al., 2010.

4.4.4.2 Cruce de 2 puntos. En este método de cruce, en vez de cortar el cromosoma de la generación anterior en un solo punto, se hace en dos y se genera un par de individuos “hijos” diferenciados a sus “padres” (Gestal et al., 2010) (Ver *Figura 12*).

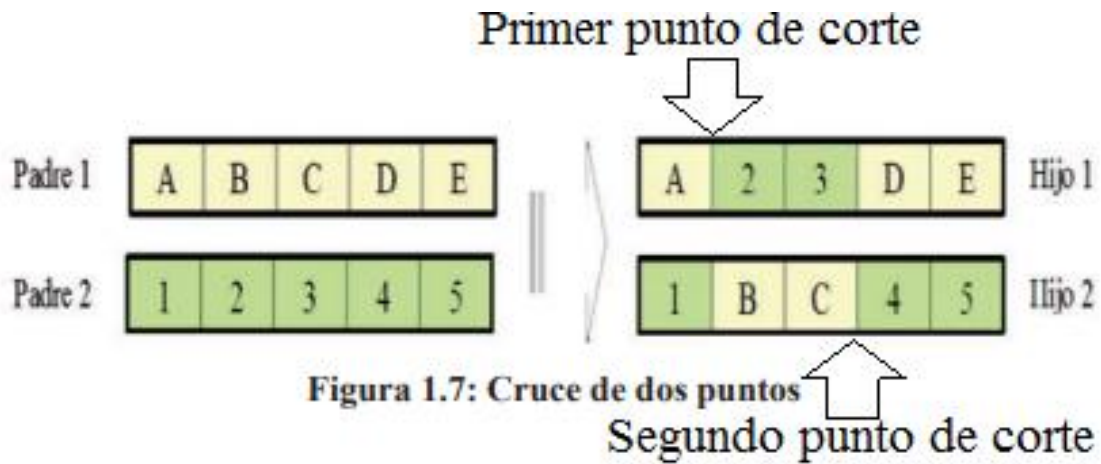


Figura 12. Cruce de dos puntos. Adaptado de Gestal et al, 2010.

4.4.4.3 Cruce uniforme. Es un método de cruce distinto a los dos anteriores en el cual cada “hijo” puede tener información o “genes” de sus “padres”, cada uno con una misma probabilidad de que sea de uno u otro “padre” (Ver *Figura 13*).

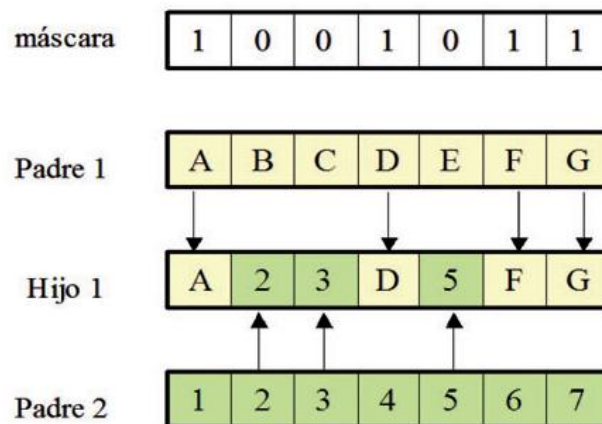


Figura 13. Cruce uniforme. Copyright 2010 por Gestal et al. Reimpreso con permiso.

4.4.5 Mutación. Se basa solo en cambiar un valor en la cadena de datos y contribuye a introducir diversidad en el proceso. Esta mutación se puede dar al final del cruce de datos o antes ósea después de la evaluación de aptitud y es un mecanismo necesario para evitar que el algoritmo se quede bloqueado en alguna solución ineficaz o sin sentido, se utilizan cromosomas de mayor puntuación para introducir un cambio aleatorio en sus elementos.

4.4.6 Soluciones no factibles. Son las formas en las que debemos abordar las soluciones no factibles. En el momento del cruce de los individuos, se podría presentar una descendencia que podría ser total o parcialmente no factible. Existen tres formas diferentes de manejar ese tipo de situación.

La primera consiste en rechazar los individuos no factibles. La segunda es una estrategia de penalizar las soluciones no factibles en la función de aptitud y la tercera consiste en tratar de repararlas y transformarlas en soluciones factibles.

4.4.7 Evaluación. Para que un AG funcione correctamente, es necesario contar con un método que indique si los individuos de la población representan soluciones factibles al problema que se plantea. Por tanto, al igual que con la codificación, cada problema que desee resolverse debe tener su propio método. (Gestal et al., 2010).

Es así como nace la función de evaluación, la cual establece una dato numérico o medida numérica de la bondad de la evaluación; dicha función resulta complicada de encontrar en los problemas reales al tener un elevado número de variables y parámetros que debe tener en cuenta (Álvarez et al., 2012).

Por ende, es más fácil evaluar los individuos seleccionados dentro de la función a optimizar o *fitness*. Así, los valores que mejor se adapten a la ecuación serán aquellos que den mejor solución al problema planteado (Álvarez et al., 2012).

5. Problemas de localización de instalaciones

5.1 Problema de la P-Mediana

Las decisiones de localización de instalaciones a largo plazo como las plantas de producción, centros de distribución, bases de servicio de emergencias, colegios, hospitales entre otros, se encuentran hoy en día inherentes en nuestro entorno natural y las cuales buscan facilitar las distancias en los desplazamientos que se deben realizar de una instalación a otra como también busca minimizar los costos de la parte ofertante o prestadora de un servicio o bien, logrando como objetivo satisfacer la parte demandante.

Por ende, de lo anteriormente mencionado el problema de la p-mediana, considera una situación en la cual se requiere dividir o particional un conjunto de clientes en exactamente p grupos y en la cual se busca encontrar la mejor configuración de instalaciones para atender de la mejor forma la demanda de la población, la formulación que resuelve este problema fue planteada por Hakimi (1964), el modelo localiza o asigna la mediana de las p instalaciones de modo que minimicé las distancias totales entre las demandas y sus instalaciones más cercanas, como también tiene el objetivo de minimizar el costo de desplazamiento entre la demandas y las instalaciones.

La formulación matemática del problema de la p- mediana puede formularse de varias maneras, pero en esta sección presentamos el modelo propuesto por *D.A. Schilling et al* (2000).

Formulación:

$$\text{Min } z = \sum \sum a_i d_{ij} x_{ij} \quad (3)$$

Sujeto a:

$$\sum x_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \quad (4)$$

$$x_{ij} \leq y_j \quad \forall i \in I, j \in J \quad (5)$$

$$\sum y_j = p \quad (6)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (7)$$

Donde:

$i \in I$ = índice y conjunto de los nodos de demanda,

$j \in J$ = índice y conjunto de los nodos potenciales del servidor

a_i = demanda al nodo i ,

d_{ij} = distancia del nodo i al nodo j ,

p = número de servidores a localizar

$x_{ij} = 1$ si el nodo i se asigna al servidor j y 0 si no

y_j toma el valor 1 si un servidor está abierto en j y 0 si no.

La función objetivo (3) representa el mínimo costo de satisfacer la demanda de todos los nodos de la red.

La restricción (4) indica que cada nodo de la red debe ser atendido por exactamente un servidor, la restricción (5) indica que cuando un servidor no se localicé en el nodo j , ningún nodo

puede ser atendido por dicho servidor, la restricción (6) indica que se debe instalar exactamente p servidores (localizaciones) y finalmente la restricción (7) indica la naturaleza binaria de las decisiones de localización de un servidor o de asignación a un servidor.

5.2 Problemas P-Centro

El problema de los p -centros, también conocido como MinMax, es un problema de localización utilizado para determinar la ubicación de una instalación sobre cualquier lugar en una red establecida. Consiste en colocar p centros de servicio y asignar clientes a dichos centros de manera que se minimice la máxima distancia entre la demanda y su centro de distribución más cercano. (Sanabria Coronado, Peralta Lozano & Orjuela, 2017).

Para resolver el problema P-centro existen dos formas:

- Centros de nodo: Las instalaciones elegibles se restringen a los vértices de la red.
- Centros absolutos: Las instalaciones elegibles se ubican en cualquier lugar dentro de la red.

El problema p -centro se puede formular de la siguiente manera:

La función objetivo es:

$$\text{Minimizar } Q \tag{8}$$

Las restricciones son:

$$\sum y_{ij} = 1 \quad \forall i \in I \tag{9}$$

$$y_{ij} - x_j \leq 0 \quad \forall i \in I, j \in J \tag{10}$$

$$\sum x_j = p \tag{11}$$

$$x_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J \quad (12)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (13)$$

$$\sum d_{ij}y_{ij} - Q \leq 0 \quad \forall j \in J \quad (14)$$

La función objetivo de la p mediana junto a la restricción (8) minimiza la distancia máxima entre cliente y la instalación. A su vez, al igual que en el problema P-mediana la restricción (9) asegura que se asigne a cada nodo de demanda una instalación candidata, la ecuación (10) controla que solo se asigne aquellas instalaciones localizadas, la restricción (11) controla que se abra el número de instalaciones requeridas y las restricciones (12) y (13) definen las variables de decisión como binarias. Además de las restricciones ya mencionadas, aparece la restricción (14) la cual limita el número de instalaciones a una cantidad ya establecida. (Sanabria Coronado et al., 2017).

6. Formulación Del Modelo Matemático

6.1 Consideraciones

Las siguientes son las consideraciones a tener en cuenta.

- Debe estar al menos un vehículo disponible.
- Flota de vehículos homogéneos.
- Se debe tomar en cuenta un radio o un tiempo de cobertura.
- La demanda de cada punto se considera cubierta siempre y cuando al menos uno de los recursos de una instalación pueda proporcionar atención a dicha demanda (Guzmán et al., 2016).

- El punto de demanda está cubierto solo si una o más instalaciones están ubicadas dentro del estándar de distancia.

6.2 Modelo De Localización De Máxima Cobertura

A continuación, se presenta cada uno de los conjuntos, parámetros y variables consideradas en el modelo matemático teniendo como referencia el modelo propuesto por Chuch y ReVelle (1974), (Li et al.,2011).

- **Conjuntos**

i : subíndice puntos de demanda

V : conjunto de puntos de demanda

W : conjunto de sitios potenciales de la instalación

j : subíndice de los sitios potenciales de la instalación

- **Parámetros**

d_i : tamaño de la población del punto de demanda i .

p : número total de instalaciones disponibles.

W_i : conjunto de los sitios de las instalaciones que cubren el punto de demanda i , es decir, $\{j \in W_i \mid t_{ij} \leq r\}$.

r : umbral de distancia para que un punto de demanda se considere cubierto

t_{ij} : distancia desde el punto de demanda i hasta la instalación en el sitio j .

- **Variables binarias**

y_i : variable binaria, igual a 1 si y solo si el punto de demanda i está cubierto al menos una vez, cero de lo contrario.

X_j : variable binaria, igual a 1 si y solo si una instalación se encuentra en el sitio j , cero de lo contrario.

6.3 Problema de localización de máxima cobertura (MCLP)

El modelo de localización de máxima cobertura (MCLP, por sus siglas en inglés) fue propuesto por Church y ReVelle (1974). Este modelo busca maximizar el cubrimiento de la demanda tomando en cuenta un radio o un tiempo de cobertura a la vez que restringe el número de instalaciones posibles que deben ser ubicadas. Es bastante útil cuando se buscan reducir los costos, pues usa un número reducido de instalaciones conocido a priori que deben ser optimizadas para cubrir todos los puntos de demanda establecidos (Li et al.,2011).

El MCLP asocia un valor individual a todos sus puntos de demanda que representa la importancia que tiene cada uno; de manera que las instalaciones puedan ubicarse en cualquiera de los puntos de demanda i , de tal forma que aquellos puntos con mayor relevancia estarán cubiertos. La demanda de cada punto se considera cubierta siempre y cuando al menos uno de los recursos de una instalación j pueda proporcionar atención a dicha demanda (Guzmán et al., 2016).

La formulación del modelo es la siguiente:

El objetivo es representado por la ecuación (15) y maximiza la cobertura de la demanda.

$$Max \sum_{i \in V} d_i y_i \quad (15)$$

La ecuación (16) representa la restricción que garantiza que el punto de demanda i está cubierto solo si una o más instalaciones están ubicadas dentro del estándar de distancia:

$$\sum_{j \in W_i} x_j \geq y_i, \quad i \in V \quad (16)$$

La siguiente restricción (17) especifica que el número total de instalaciones disponibles es igual a p :

$$\sum_{j \in W} x_j = p \quad (17)$$

Finalmente, la última restricción (18) tiene que ver con la naturaleza binaria de las variables:

$$x_j, y_j \in \{0,1\}, j \in W, i \in V \quad (18)$$

Al considerar el tamaño de la demanda para poder utilizarlo como el peso (o valor individual) de cada punto de demanda en la función objetivo, este modelo se hace más realista. (Li et al.,2011).

Cabe resaltar que, aún si son ecuaciones reducidas con sumatorias, detrás de cada una de ellas se encuentra un gran número de variables, las cuales dependen del problema que se vaya a tratar; por ello debe considerarse la complejidad computacional para la resolución del modelo. También se encontró en la literatura que, el MCLP es un problema NP-hard (Garey y Johnson, 1979) para lo cual es aconsejable utilizar un algoritmo de solución no exacto que permita hallar buenas soluciones a un bajo costo computacional.

7. Diseño del Algoritmo

7.1 Representación del Cromosoma

Se define un vector de combinaciones, donde la longitud de éste representa el número de posibles instalaciones o vértices con los que cuenta el algoritmo genético para definir aquellas en las que se instalará cada una de las p estaciones de bomberos con un radio r de cobertura dado.

Para este proyecto en concreto y apoyados en el trabajo de Lorena et al. (2007) se tomaron tres tamaños distintos de vectores binarios: 324, 402, y 500.

Para efectos de ejemplificación, la Figura 14 representa un vector binario de 7 posibles instalaciones o vértices, dónde se elegirá el número $p=4$ de instalaciones a ubicar. En este ejemplo, tal como en el algoritmo realizado para este proyecto, el número cero (0) indica que no será ubicada la instalación en dicho vértice y el número uno (1) indica que si será ubicada.

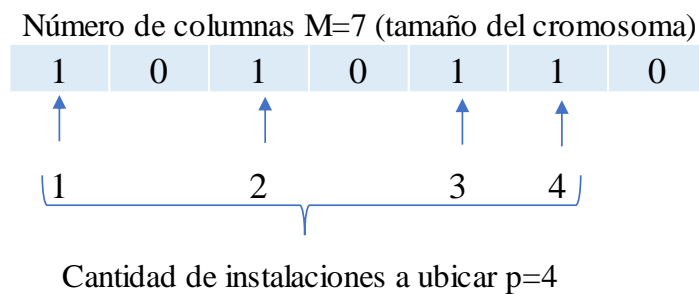


Figura 14. Ejemplo de Cromosoma Binario con 10 Vértices

7.2 Generación de la Población Inicial

La población inicial del algoritmo es generada a través de una matriz de tamaño $N \times M$ donde N representa el tamaño de la población y M representa el tamaño cada cromosoma (número de bits o número de columnas). Así mismo, cada solución creada en la población inicial (filas) es una secuencia generada de manera aleatoria. La Figura 15 muestra un ejemplo de una matriz de $N=7$ y $M=7$.

A su vez, cada solución de la población inicial es comparada con sus antecesoras de manera que no haya posibilidad de crear dos soluciones iguales y de esta manera obtener diversidad en las soluciones. Si es encontrada una solución repetida, ésta será sustituida por una nueva solución única previamente evaluada como se muestra en la Figura 16.

Número de columnas M=7 (tamaño del cromosoma)

POBLACIÓN							
Instalaciones	1	2	3	4	5	6	7
cromosoma 1	1	0	1	1	0	1	0
cromosoma 2	0	0	1	1	1	1	0
cromosoma 3	1	1	1	0	0	1	0
cromosoma 4	0	1	1	1	0	1	0
cromosoma 5	1	0	1	0	1	1	0
cromosoma 6	1	1	0	1	0	0	1
cromosoma 7	0	1	0	1	1	1	0

Número de filas N=7 (tamaño de la población)

Figura 15. Matriz Población, ejemplo.

Cromosomas repetidos	cromosoma 1	1	0	1	1	0	1	0
	cromosoma 2	0	0	1	1	1	1	0
	cromosoma 3	1	1	1	0	0	1	0
	cromosoma 4	0	1	1	1	0	1	0
	cromosoma 5	1	0	1	0	1	1	0
	cromosoma 6	1	1	0	1	0	0	1
	cromosoma 7	1	0	1	1	0	1	0
Se cambia	cromosoma 1	1	0	1	1	0	1	0
	cromosoma 2	0	0	1	1	1	1	0
	cromosoma 3	1	1	1	0	0	1	0
	cromosoma 4	0	1	1	1	0	1	0
	cromosoma 5	1	0	1	0	1	1	0
	cromosoma 6	1	1	0	1	0	0	1
	cromosoma 7	0	1	0	1	1	1	0

Figura 16. Cambio de cromosomas iguales en una población, ejemplo.

7.3 Cálculo de la Función Objetivo

Para encontrar una buena solución a la ubicación de instalaciones de bomberos por medio de un algoritmo genético, la función objetivo busca la máxima cobertura dados N vértices posibles cada uno de los cuales posee una demanda determinada, la Figura 17 muestra un ejemplo pequeño de posibles puntos de demanda y a su vez, posibles puntos de ubicación para la estación de bomberos.

Número de instalación	Posición instalaciones		Demanda
	x	y	
1	206	232	50
2	112	147	4
3	165	177	33
4	192	194	15
5	87	129	1
6	107	125	5
7	55	47	87

Figura 17. Ejemplo Vértices de posibles instalaciones con su respectiva demanda.

La manera de saber si un punto de demanda esté cubierto, es aplicando un radio de cobertura ($r=150$, por ejemplo) y se calculan las distancias entre todas las posibles instalaciones por medio de distancias euclidianas, En este ejemplo generaremos una matriz de distancias mostrada en la Figura 18 con el fin de saber cuantos puntos de demanda alcanza en un radio r menor o igual a 150.

Matriz de distancias							
Instalaciones	1	2	3	4	5	6	7
1	0	126,7	68,6	40,5	157,4	145,8	238,8
2	126,7	0	60,9	92,8	30,8	22,6	115,1
3	68,6	60,9	0	31,9	91,6	77,9	170,3
4	40,5	92,8	31,9	0	123,5	109,5	200,9
5	157,4	30,8	91,6	123,5	0	88,0	20,4
6	145,8	22,6	77,9	109,5	88,0	0	93,7
7	238,8	115,1	170,3	200,9	20,4	93,7	0

Figura 18. Matriz de distancias, ejemplo

Para hallar la demanda cubierta con solapamientos, primero, se crea una matriz de ceros la cual va a almacenar el número de veces que está cubierto un nodo de demanda. Es decir, una vez se evalúe la matriz de población (Figura 15) y se encuentre que un bit sea igual a uno (1) se sumará al bit de la matriz de ceros en la misma posición que el del vector población un número 1.

Para manera de comprobación, la mayor cantidad de veces posible de cubrir un vértice de demanda por la evaluación de cada cromosoma no debe ser mayor al número de instalaciones, de manera que si se tiene que $p=4$, el valor mayor que puede tomar un bit de la matriz de cobertura es 4. En la Figura 19 se puede ver el resultado de este proceso.

Aquellas ubicaciones que no sean cubiertas (es decir, la posición de la matriz de cobertura de dicho nodo de demanda es igual a cero) se sumaran y se guardaran en un vector aparte llamado demanda no atendida.

Matriz de ceros							
Instalaciones	1	2	3	4	5	6	7
cromosoma 1	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 2	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 3	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 4	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 5	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 6	0	0	0	0	0	0	0
cromosoma 7	0	0	0	0	0	0	0

Evaluando los bits de cada cromosoma y el radio de cobertura \leq a 150 entonces resulta que cada cromosoma (individuo) cubre cada instalación el siguiente número de veces:

Matriz de conteo de cobertura							
Instalaciones	1	2	3	4	5	6	7
cromosoma 1	4	4	4	4	3	4	1
cromosoma 2	3	4	4	4	4	4	2
cromosoma 3	4	4	4	4	3	4	2
cromosoma 4	4	4	4	4	4	4	2
cromosoma 5	3	4	4	4	3	4	2
cromosoma 6	3	4	3	3	3	4	2
cromosoma 7	3	4	4	4	4	4	3

Figura 19. Matriz de ceros a Matriz de cobertura

Una vez se obtiene la cantidad de veces que es cubierto un punto, cada fila de la matriz de cobertura se multiplica por el vector de demanda (columna demanda de la Figura 17) para así crear un vector que guarde tales resultados, obteniendo una primera función objetivo teniendo en cuenta las repeticiones de cobertura (Figura 20).

En el vector creado, se busca el mayor número obtenido de dicha multiplicación, el cual representa la máxima demanda cubierta, obteniéndose así el cromosoma con la ubicación de las instalaciones que se acercan a una solución óptima como se muestra en la Figura 21.

	FUNCIÓN OBJETIVO
cromosoma 1	518
cromosoma 2	556
cromosoma 3	605
cromosoma 4	606
cromosoma 5	555
cromosoma 6	507
cromosoma 7	643

Figura 20. Vector Función Objetivo, ejemplo.

	FUNCIÓN OBJETIVO	
cromosoma 1	518	
cromosoma 2	556	
cromosoma 3	605	
cromosoma 4	606	
cromosoma 5	555	
cromosoma 6	507	
cromosoma 7	643	cromosoma 7
Mejor solución		0 1 0 1 1 1 0

Figura 21. Mejor solución, ejemplo

Para hallar la demanda cubierta sin solapamiento se crea también una matriz de ceros que se convertirá en una matriz de cobertura, con la única diferencia que, cuando se evalúa según si se ubica o no instalación en ella, no se suma un número uno (1) al valor que está en la misma posición donde se encuentra el bit con valor uno en la matriz población, sino que simplemente se cambia de la siguiente manera:

- Si el valor en la posición de la matriz de cobertura es igual a cero (0) y ésta es cubierta, entonces su valor cambia a uno (1).
- De lo contrario, si el valor de posición de la matriz de cobertura es uno (1) dicho valor se deja en uno (1).

El proceso que se realiza para hallar la función objetivo sin solapamiento y el vector de demanda no cubierta es el mismo que se realiza para los datos con repetición.

En la Figura 22 se muestra el resultado. Cabe aclarar que los datos en la matriz de cobertura que se muestra en la imagen fueron modificados arbitrariamente para hacer notar la diferencia entre ambas funciones objetivo.

Matriz de cobertura								Demanda	Función Objetivo Sin solapamiento
Instalaciones	1	2	3	4	5	6	7		
cromosoma 1	1	0	1	1	1	1	1	50	191
cromosoma 2	1	1	0	0	0	1	1	4	146
cromosoma 3	1	1	0	1	1	1	1	33	162
cromosoma 4	1	1	1	1	1	0	1	15	190
cromosoma 5	1	1	1	0	1	1	1	1	180
cromosoma 6	1	1	0	1	1	0	1	5	157
cromosoma 7	1	1	1	1	1	1	1	87	195

Figura 22. Cálculo de la función objetivo sin solapamiento.

7.4 Selección

En el proceso de selección lo que se busca es escoger los cromosomas que serán padres para dar origen a una siguiente población de cromosomas hijos. El operador de selección utilizado en este proyecto fue el de torneo.

De manera aleatoria se seleccionan dos cromosomas o filas de la matriz de población, entre los cuales se compara el valor del vector creado para la función objetivo (cobertura) que corresponde a cada uno y se selecciona aquel que posea un valor de cobertura mayor.

El parámetro de selección utilizado fue de 80%, determinado con ayuda de la literatura, lo que quiere decir que, de una población de cien (100) cromosomas el 80% de estos (ochenta individuos) competirá entre sí y generará una nueva población de cien (100) individuos hasta cumplir con alguno de los criterios de parada que se explicarán más adelante.

7.5 Cruce o recombinación

El punto de cruce se selecciona de manera aleatoria de manera que sea un número entero que represente una posición dentro del cromosoma y que esté entre 1 y $n-1$; donde n representa la cantidad máxima de vértices o posibles instalaciones, o sea, el tamaño del vector.

Se seleccionan parejas aleatorias de los cromosomas padres resultantes del proceso de selección y se aleatoriza también el porcentaje de cruce que posean, de manera que, si es mejor al parámetro de cruce ya establecido, es posible cruzar esa pareja, de lo contrario se intentará con otra.

Así mismo, el gen de cruce (gen donde se hará el corte de un punto) es seleccionado de manera aleatoria en cada pareja de padres. Una vez seleccionado dicho gen, los hijos se crean como se explica a continuación (Figura 23):

- Hijo 1: Para este cromosoma resultante se toma desde la primera posición del vector padre 1 hasta la posición que ha sido determinada anteriormente de manera aleatoria y seguido a ello, se toma del vector padre 2 los datos encontrados después de la posición

determinada hasta el número final de posiciones de dicho vector, es decir, la posición n.

- Hijo 1: Para este cromosoma resultante se toma desde la primera posición del vector padre 2 hasta la posición que ha sido determinada anteriormente de manera aleatoria y seguido a ello, se toma del vector padre 1 los datos encontrados después de la posición determinada hasta el número final de posiciones de dicho vector, es decir, la posición n.

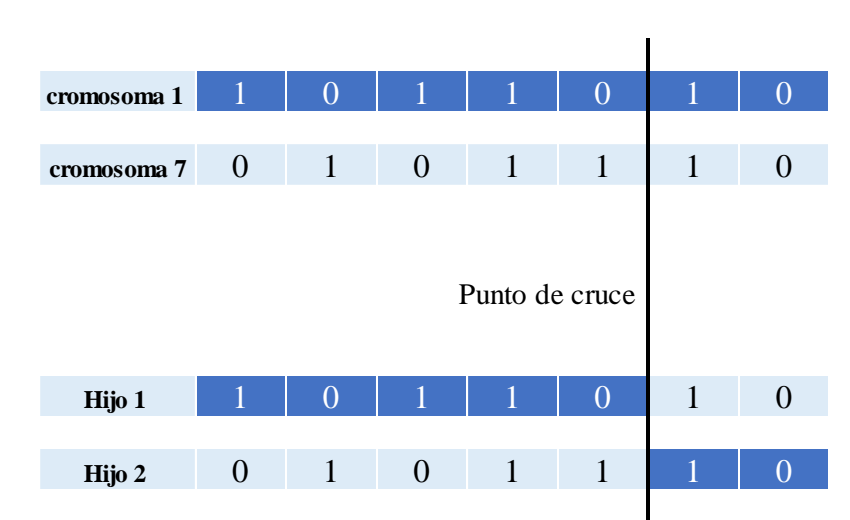


Figura 23. Cruce, ejemplo

Debe tenerse en cuenta que cada cromosoma solo debe poseer tantos bits con valor igual a uno (1) como instalaciones se desee instalar, por lo que se hace una revisión de los cromosomas y se procesan de nuevo aquellos que no cumplan con esta condición.

7.6 Mutación

Con el fin de explorar otros espacios de búsqueda con posibles soluciones y evitar óptimos locales a la hora de aplicar el algoritmo, se realiza un proceso de mutación el cual hace que el 40% de la población creada en cada iteración del algoritmo cambie dos valores de sus bits, es decir, si la posición determinada para la mutación contenía un valor igual a uno (1), esta debe cambiarse a cero (0). Las posiciones que se cambiarán al valor contrario serán escogidas de manera aleatoria.

Debe tenerse en cuenta que la cantidad de valores iguales a uno (1) en cada cromosoma debe ser igual al número p de instalaciones previamente establecido desde el inicio de cada prueba. Las posiciones en las que será realizada la mutación deben ser escogidas entre un valor de 1 y $n-1$ de manera completamente aleatoria para cada cromosoma, donde n es el número de posibles instalaciones o tamaño del vector.

El porcentaje de mutación es un parámetro escogido con ayuda de la literatura.

7.7 Criterio de Parada

El algoritmo detendrá su ejecución una vez se cumpla alguna de las siguientes condiciones:

1. La cantidad de iteraciones alcanza el número de iteraciones determinado inicialmente. Para este proyecto dicho número de iteraciones se encuentra entre 1000 y 100000, dependiendo de la prueba realizada y siendo establecido con ayuda de la literatura.
2. Si antes de cumplirse el primer criterio de parada, las soluciones encontradas por el algoritmo no presentan mejores resultados después de un número que represente la décima parte de las iteraciones realizadas.

Es decir, si se establece que se realizarán 1000 iteraciones y antes de completarlas se encuentra que la mejor solución obtenida en cada iteración no mejora luego de la décima parte de 1000, el algoritmo se parará y arrojará dicha solución.

7.8 Parámetros

Para la ejecución del algoritmo se deben tener en cuenta algunos parámetros en la población inicial, el algoritmo programado se puede consultar en el Apéndice A.

A continuación, se listan los parámetros tenidos en cuenta para la inicialización del algoritmo genético propuesto:

- Cantidad de instalaciones a ubicar
- Radio de cobertura
- Tamaño de la población

7.8.1 Matriz. Mejores Individuos: matriz con población inicial tamaño $nPob \times nGen$, donde $nPob$ representa el número de filas de la matriz de población y $nGen$ representa la Cantidad de bits en cada cromosoma (número de columnas de la matriz).

Además, también el algoritmo proporciona en el cromosoma la posición en la cual se debería ubicar la instalación y arroja el valor de la función objetivo.

En el Apéndice A se encuentra el código de programación del algoritmo con su respectivo análisis de cada una de las funciones creadas, además también se encontrará que para la ejecución del algoritmo se deben tener en cuenta algunos parámetros y matriz con población

inicial. El algoritmo programado como tal se puede consultar en el Apéndice B puede abrirse e iniciarse con el programa ejecutable en el lenguaje MATLAB.

8. Diseño Experimental

Para identificar los efectos que tienen los parámetros sobre la variable respuesta (Función objetivo), se realiza un diseño factorial 2^k , teniendo en cuenta los parámetros tamaños de la población e iteraciones, los cuales son variables de entrada del Algoritmo Genético y se escogen estos factores como los posibles efectos principales debido a que estos mismos fueron utilizados en la validación.

Para la instancia se realizó un diseño de experimentos, que fueron creados y analizados en el software estadístico Minitab 17, con 2 factores (A, B) y dos niveles (+1, -1), siendo 2^2 el diseño seleccionado. Los niveles utilizados para cada parámetro se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1

Niveles de los Factores para el diseño factorial 2^k completo

Niveles	Tamaño de población	Iteraciones
Bajo	50	1000
Alto	100	100000

Los efectos son estadísticamente significativos sobre la variable ZFO cuando sus valores p son menores que el nivel de significancia (α), que para el análisis de varianza considerado es del 5%.

En el análisis de la instancia se presentan el diagrama de Pareto de efectos estandarizados en el cual los efectos que se extienden más allá de la línea de referencia son significativos, de igual manera, se presenta la gráfica de efectos principales, la cual muestra en qué nivel la variable respuesta se minimiza.

Tabla 2

Instancias con 500 vértices

Tamaño de la población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	Fo (MCLP)	% dif
50	1000	2942.82	11855	7852	302.84
100	1000	2942.82	11796	7911	300.84
50	100000	2942.82	11622	8085	294.92
100	100000	2942.82	10983	8724	273.2
50	1000	2942.82	11884	7823	303.83
100	1000	2942.82	11783	7924	300
50	100000	2942.82	11703	8004	297.67
100	100000	2942.82	10975	8732	272.94

Los niveles altos y bajos se toman como referencia de las instancias de la literatura, en donde basados en Pereira et al. (2007) el número máximo de iteraciones se fijó en 100000. y para el caso del tamaño de la población fue sacado del artículo titulado problema de máxima cobertura aplicado a centros de atención en salud: aproximación mediante algoritmos genético. Amaya et al. (2017).

Para llevar a cabo el diseño de experimentos se tiene en cuenta el parámetro p que hace referencia a la cantidad de instalaciones, n hace referencia a la cantidad de vértices y además se tiene en cuenta la demanda total para calcular el valor de la demanda no atendida.

Parámetros:

nGen= 500 vértices

$p = 40$

Demanda Total = 19707

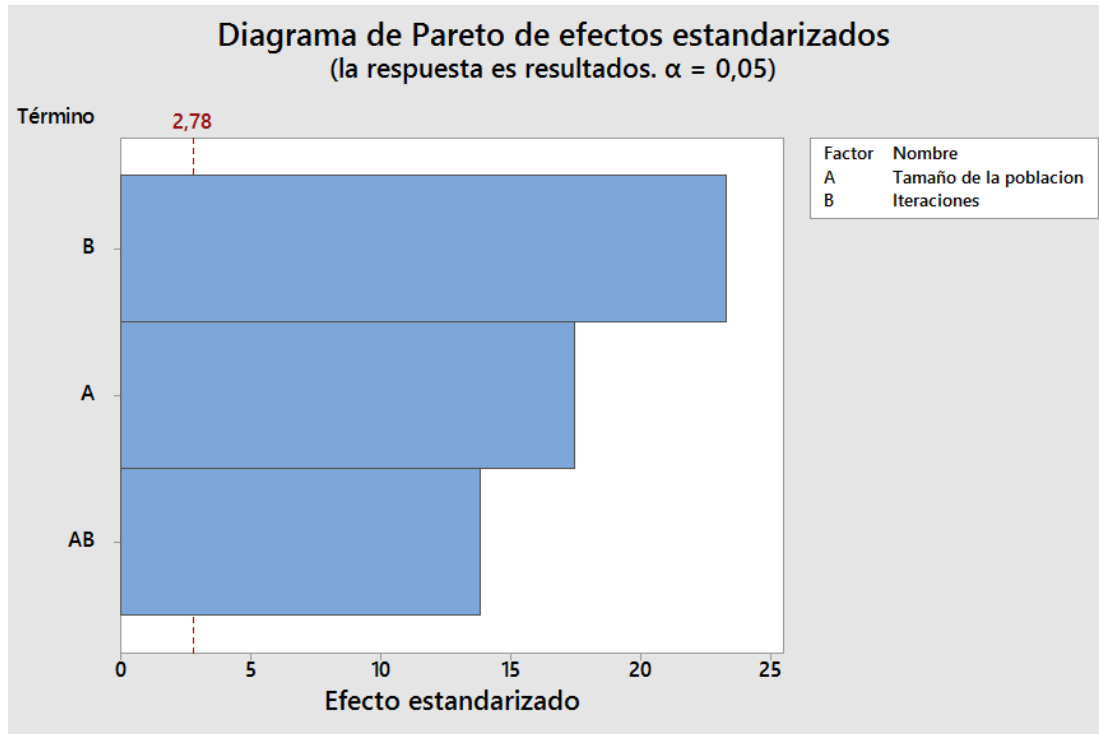


Figura 24. Diagrama de Pareto de efectos estandarizados

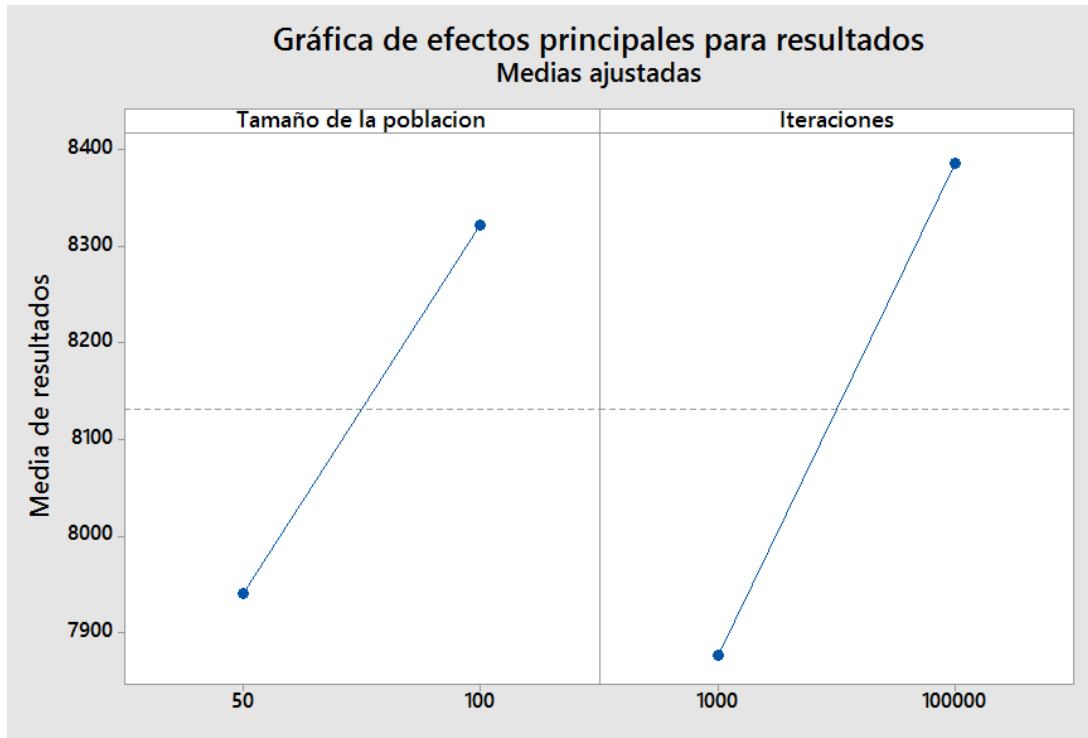


Figura 25.Efectos principales para resultados: Medias ajustadas

Tabla 3

Tabla ANOVA: Análisis de Varianza para 500 Vértices.

Fuente	GL	SC Ajuste	MC Ajuste	Valor F	Valor p
Modelo	3	93453,5	31151,2	31,71	0,003
Lineal	2	93413,0	46706,5	47,54	0,002
Tamaño Población	1	11400	11400,5	11,60	0,027
Iteraciones	1	82012,5	82012,5	83,47	0,001
Interacciones de 2 términos	1	40,5	40,5	0,04	0,849
Tamaño de Población*Iteraciones	1	40,5	40,5	0,04	0,849
Error	4	3930,0	982,5		
Total	7	97383,5			

Para esta instancia los factores con efectos significativos son el número de iteraciones y el tamaño de la población; el número de iteraciones es el factor más significativo en el nivel alto y

el otro factor también es muy similar arrojando respuestas de una ZFO función objetivo mayor. Las demás interacciones de estos no evidencian un efecto significativo.

En la Tabla 3 para esta instancia se puede observar los grados de libertad, la suma de cuadrados suma de cuadrados medios, valor F y valor p, en donde se analiza los factores tanto iteraciones como tamaño de población, donde se evidencia un efecto significativo en el valor ZFO que es la respuesta de la cobertura máxima que tiene como objetivo el modelo matemático. Así mismo, los resultados más relevantes de la investigación de este proyecto están resumidos en el Apéndice C.

9. Validación del Algoritmo

El algoritmo genético fue programado en Matlab y se probó en un computador Intel ® Core™ i3 -4025U CPU @ 1.90GHz, memoria RAM 6 GB, con un sistema operacional Windows 8.1 pro de 64 bits.

En la validación se utilizaron las instancias disponibles en <http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>, utilizadas en un artículo titulado A COLUMN GENERATION APPROACH FOR THE MAXIMAL COVERING LOCATION PROBLEM por Pereira, M. A.; Lorena, L. A. N. and Senne, E. L. F. en el 2007, (Pereira et al., 2007).

Dicho documento fue un estudio anterior donde los autores presenten un método de estabilización simple para la ubicación de cobertura máxima (MCLP) formulados como problemas p-medios y resueltos por una generación de columnas, además de utilizar relajación lagrangiana para el problema PMP, p-mediano problema, SPP (set partition problema), SCP (set covering problem with cardinality constraint) y LSPMP (lagrangean/surrogate approach).

A continuación, se explica el valor lb con el cual comparamos resultados según las instancias.

lb: mejor valor encontrado por (LSPMP) presenta límites inferiores que se mantuvieron durante las iteraciones, lo que indicaba que el problema SCP (Set covering problem with cardinality constraint) produjo la misma solución dual óptima λ . El valor óptimo para el correspondiente problema MCLP se calcula como:

$$v(PMP) = \text{Min} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} d_{ij} x_{ij} \quad (19)$$

$$c_{ij} = \begin{cases} 0, & \text{si } d_{ij} \leq U \\ b_i, & \text{si } d_{ij} > U \end{cases} \quad (20)$$

$$\text{Demanda atendida} = \sum b_i \cdot v(PMP) \quad (21)$$

Donde:

$x_{ij} = 1$ si el vértice i se asigna a la instalación j , y $x_{ij} = 0$, de lo contrario

b_i : valor de la demanda

U : radio de cobertura

d_{ij} : demanda en cada vértice i

De lo anterior se puede deducir que el valor lb que aparece en las instancias es la demanda no atendida.

Para la ejecución se determinó variar el tamaño de población y las iteraciones de la siguiente manera:

- Tamaño población: 50-100
- Iteraciones :100000-1000

Se ejecutaron las ocho combinaciones posibles de acuerdo con la variación de los parámetros, además para las tablas de las instancias se ejecutó el algoritmo teniendo en cuenta los parámetros anteriormente mencionados en el diseño de experimentos y de acuerdo a las investigaciones realizadas por Pereira et al. (2007).

Seguidamente, pueden observarse las tablas donde se compara la demanda no atendida encontrada con el algoritmo genético y el valor lb (lower bounds), que corresponde a los valores encontrados en la investigación de Pereira et al. (2007): A COLUMN GENERATION APPROACH FOR THE MAXIMAL COVERING LOCATION PROBLEM reportado en el portal <http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>, así como también se presenta el porcentaje de diferencias.

- Tamaño de la población
- Iteraciones
- lb: lower bounds (mejores limites inferiores encontrados)
- demanda no atendida
- Fo (MCLP)= función objetivo
- %dif: porcentaje de diferencia entre los mejores limites encontrados con la demanda no atendida.

Parámetros:

- nGen = 324 vértices
- p = 20

En la Tabla 4 se presentan las instancias con 324 vértices, donde se tiene en cuenta los parámetros mencionados anteriormente y la demanda total de 12152 para realizar la resta de ese valor con la función objetivo y calcular de esta manera la demanda no atendida que finalmente

será el valor con el que nos comparamos con el lb de las instancias pone en evidencia que el algoritmo propuesto no alcanza en ninguna combinación a el mejor límite inferior. Sin embargo, el máximo valor encontrado en la función objetivo se encuentra con una población de 100 y 100000 iteraciones con un porcentaje de diferencia del 59.49%.

Tabla 4

Comparación demanda no atendida para instancias de 324 Vértices.

Tamaño de la población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	Fo (MCLP)	% dif
50	1000	4522.45	7949	4203	75.76
100	1000	4522.45	7824	4328	73
50	100000	4522.45	7432	4720	64.33
100	100000	4522.45	7227	4925	59.80
50	1000	4522.45	7926	4226	75.25
100	1000	4522.45	7834	4318	73.22
50	100000	4522.45	7427	4725	64.22
100	100000	4522.45	7213	4939	59.49

Parámetros:

- nGen = 402
- p = 30

Tabla 5

Comparación demanda no atendida para instancias de 402 Vértices.

Tamaño de la población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	Fo (MCLP)	% dif
50	1000	2826.46	9200	6784	225.49
100	1000	2826.46	9081	6903	221.28

Continuación Tabla 5

Tamaño de la población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	Fo (MCLP)	% dif
50	100000	2826.46	8921	7063	215.62
100	100000	2826.46	8033	7951	184.20
50	1000	2826.46	9258	6726	227.54
100	1000	2826.46	9000	6984	218.42
50	100000	2826.46	8939	7045	216.26
100	100000	2826.46	8002	7982	183.11

En la Tabla 5 se presentan las instancias con 402 vértices, donde se tiene en cuenta los parámetros mencionados anteriormente y la demanda total de 15984 para realizar la resta de ese valor con la función objetivo y calcular de esta manera la demanda no atendida que finalmente será el valor con el que nos comparamos con el lb de las instancias se hace evidente que el algoritmo propuesto no alcanza en ninguna combinación a el mejor límite inferior. Sin embargo, el máximo valor encontrado en la función objetivo se encuentra con una población de 100 y 100000 iteraciones, con un porcentaje de diferencia del 183.1%.

Parámetros:

- nGen = 500
- p = 40

Tabla 6

Comparación demanda no atendida para instancias de 500 Vértices.

Tamaño de la población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	Fo (MCLP)	% dif
50	1000	2942.82	11855	7852	302.84
100	1000	2942.82	11796	7911	300.84
50	100000	2942.82	11622	8085	294.92
100	100000	2942.82	10983	8724	273.2
50	1000	2942.82	11884	7823	303.83
100	1000	2942.82	11783	7924	300
50	100000	2942.82	11703	8004	297.67
100	100000	2942.82	10975	8732	272.94

En la Tabla 6 se presentan las instancias con 500 vértices, donde se tiene en cuenta los parámetros mencionados anteriormente y la demanda total de 19707 para realizar la resta de ese valor con la función objetivo y calcular de esta manera la demanda no atendida que finalmente será el valor con el que nos comparamos con el lb de las instancias se pone en evidencia que el algoritmo propuesto no alcanza en ninguna combinación a el mejor límite inferior. Sin embargo, el máximo valor encontrado en la función objetivo se encuentra con una población de 100 y 100000 iteraciones, además el porcentaje de diferencia de 272.94%.

10. Resultados

Los resultados de la ejecución del algoritmo teniendo en cuenta los parámetros establecidos, como de influencia encontrados en el capítulo anterior, fueron comparados con los resultados publicados por Pereira et al. (2007). y formulados como problemas p-medianos y resueltos por una generación de columnas utilizando CPLEX 7.5.

En la Tabla 7 se presenta el resumen de esta comparación donde el valor de p (instalaciones) se dejó fijo como se puede ver en el diseño de experimentos y en la validación del algoritmo.

Tabla 7

Resultados Comparación

Instancias	Tamaño de población	Iteraciones	Lb	Demanda no atendida	fo (MCLP)	%dif
<i>instancia 324</i>	100	100000	4522,45	7213	4939	59.49
<i>instancia 402</i>	100	100000	2826,46	8002	7982	183.11
<i>instancia 500</i>	100	100000	2942,82	10975	8732	272.94

Se encuentra que al comparar las respuestas obtenidas con el algoritmo genético existe diferencias en los resultados, en donde también se puede observar que la demanda no atendida por nuestro algoritmo es mayor comparada con los resultados encontrados por Pereira et al. (2007).

En la Figura 26 se puede observar las demandas no atendidas del algoritmo genético representadas por la línea roja y las demandas no atendidas representadas con la línea azul de las instancias. Pereira et al. (2007)

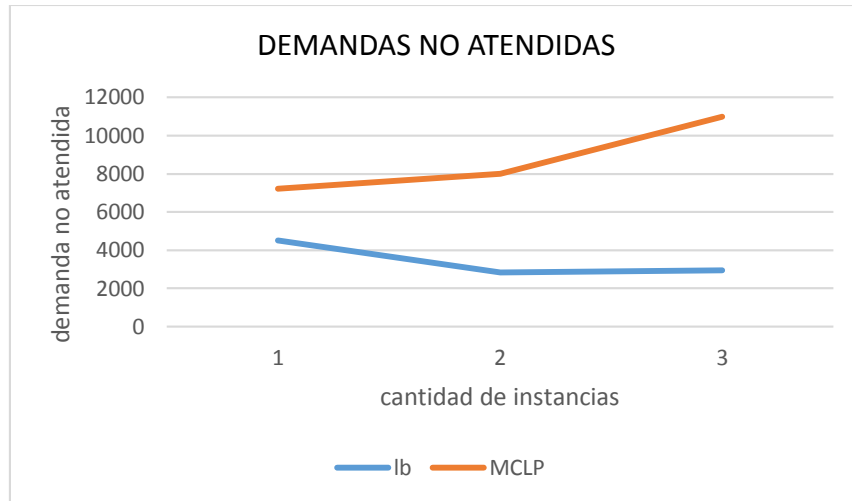


Figura 26. Demandas no atendidas

10.1 Comparación variando las instalaciones con la instancia de 324 vértices

Parámetros: nGen =324 vértices; iteraciones=100000 *demanda total: 12152*

Tabla 8

Resultados Comparación de las demandas no atendidas variando la cantidad de instalaciones

<i>P</i>	<i>Lb</i>	<i>Demanda no atendida</i>	<i>Fo (MCLP)</i>
20	4522.45	7213	4939
30	2160.09	5579	6573
40	1075.44	4895	7257
50	386.53	3950	8202
60	124.31	3445	8707
80	0	1936	10216
108	0	490	11662

En la Tabla 8 se puede observar los resultados de las demandas no atendidas variando el valor de las instalaciones tanto del algoritmo genético como el de las instancias Pereira et al. (2007).

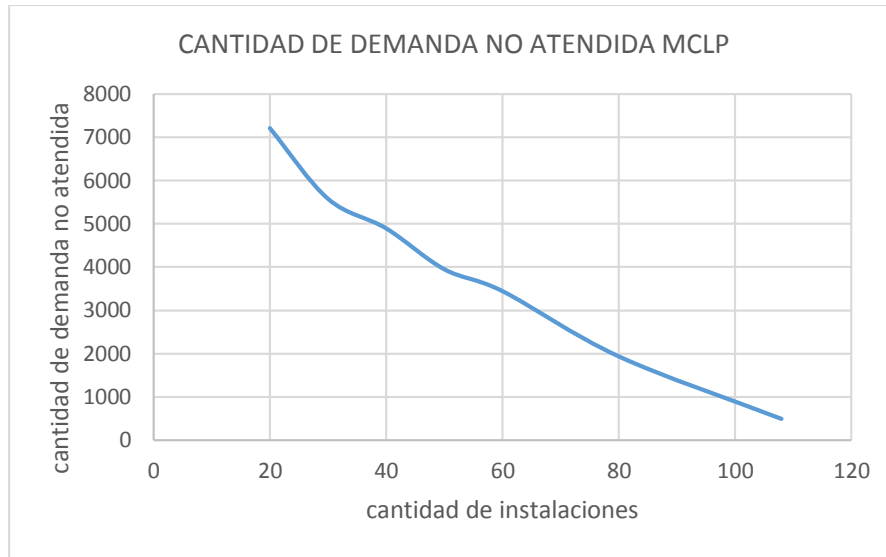


Figura 27. Demandas no atendidas variando las instalaciones

En la Figura 27 se puede observar como la demanda no atendida va disminuyendo a medida que aumentamos el valor de las instalaciones a ubicar.

11. Conclusiones

La revisión literaria, fue fundamental para llegar al fin principal de este proyecto que era el de generar una herramienta que ayudara a solucionar el problema de ubicación de instalaciones de emergencia con el caso específico de las estaciones de bomberos, a su vez, maximizando la cobertura en los puntos de demanda. El resultado de la revisión literaria fue el de sugerir un modelo de localización máxima cobertura, en este caso, la decisión fue trabajar un modelo determinista de p -instalaciones con máxima cobertura.

De la revisión literaria se pudo concluir que han sido menos las investigaciones realizadas con modelos probabilísticos y orientadas a estaciones de bomberos, cabe resaltar que fueron 13 artículos encontrados como casos de estudio.

A partir de las instancias evaluadas se pudo encontrar valores de diferencia con respecto al óptimo desde 59.49% hasta un 272.94% tomando en cuenta como medida de desempeño la demanda no atendida para cada caso evaluado.

En el análisis del diseño experimentos de las instancias se concluye que el efecto del factor número de iteraciones es el más influyente y al modificar este es posible llegar a mejorar los resultados, sin embargo, al realizar nuevas corridas aumentando este valor, se incrementa el tiempo computacional y la mejora no es tan significativa.

12. Recomendaciones y Trabajos Futuros

Es recomendable indagar más en los modelos probabilísticos como modificaciones de los modelos estocásticos, pues dan una representación más cercana a la realidad de los problemas.

Se aconseja que para ubicar estaciones de bomberos se tenga en cuenta un estudio técnico utilizando modelos de localización que ayuden en la toma de decisiones, ya que existe una menor cantidad de estudios orientada a este tipo de instalaciones.

Sería interesante asociar investigaciones del cambio climático y otros factores de incendios forestales con la localización de estaciones de bomberos, además serviría para ampliar esta área de investigación ya que está principalmente enfocada a la ubicación de servicios médicos de emergencia (ambulancias).

Referencias Bibliográficas

- A. Chen, T. Yu, T. Lu, W. Chuang, J. Lai, C. Yeh, Y. Oyang, M. Heui-Ming Ma, and W. Sun, "Ambulance Service Area Considering Disaster-Induced Disturbance on the Transportation Infrastructure," *Journal of Testing and Evaluation* 43, no. 2 (2015): 1-11. <https://doi.org/10.1520/JTE20140084>
- Álvarez, J., Núñez, A., & Ortiz, J. (2012). Introducción a los algoritmos genéticos. Introducción a los algoritmos evolutivos. Recuperado de <https://ingenierosenapuros.files.wordpress.com/2012/06/introducccic3b3n-a-los-algoritmos-genc3a9ticos-p.pdf>
- Amaya G, A. G. C. A., Hernández H, J. S., & Sampayo O., E. F. (2018). Problema de Máxima Cobertura Aplicado a Centros de Atención en Salud: Aproximación Mediante Algoritmos Genéticos. *Semilleros*, 4(8), 1. Recuperado a partir de <https://revistas.fio.unam.edu.ar/index.php/semillero/article/view/120>
- Augusto Cortéz (2004), Teoría de la complejidad computacional y teoría de la computabilidad. Obtenido de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. http://sisbib.unmsm.edu.pe/bibvirtualdata/publicaciones/risi/n1_2004/a14.pdf
- Bagley, J.D. (1967) The behavior of adaptive systems which employ genetic and correlation algorithms. *Dissertation Abstracts International*. 1967. Vol. 28 No.12.
- Beasley, J., & Chu, P. (1996). A genetic algorithm for the set covering problem. *European Journal of Operational Research*, 94(2), 392–404. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00159-x](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00159-x)

- Benabdouallah, M., & Bojji, C. (2018). A review on coverage models applied to emergency location. *International Journal of Emergency Management*, 14(2), 180. <https://doi.org/10.1504/ijem.2018.090886>
- C Guzmán, Virgilio & Maclovio, J & De, Arturo & Chapa, León & Oviedo, Byron. (2016). Un modelo de localización de máxima cobertura difuso para el despliegue óptimo de ovitrampas para monitorear el aedes aegypti. https://www.researchgate.net/publication/313470976_UN_MODELO_DE_LOCALIZACION_DE_MAXIMA_COBERTURA_DIFUSO_PARA_EL_DESPLIEGUE_OPTIMO_DE_OVITRAMPAS_PARA_MONITOREAR_EL_AEDES_AEGYPTI
- Calle, H. (2018). Se encienden las alertas por incendios forestales en Colombia. [Blog] El espectador. Available at: <https://www.elespectador.com/noticias/medio-ambiente/se-encienden-las-alertas-por-incendios-forestales-en-colombia-articulo-738708>
- D.A. Schilling, K.E. Rosing, C.S. ReVelle (2000), Network distance characteristics that affect computational effort in p-median location problems, *European Journal of Operational Research*
- Daoqin Tong, Alan Murray and Ningchuan Xiao (2009), Heuristics in Spatial Analysis: A Genetic Algorithm for Coverage Maximization. DOI 10.1080/00045600903120594. http://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2084/full_record.do?product=WOS&search_mode=GeneralSearch&qid=1&SID=7BcMrXIgmOUVSKXxETU&page=1&doc=1
- Daskin, M. S. (1978). Chapter 10 Multiobjective Analysis of Facility Location Problems. *Mathematics in Science and Engineering*, , 281–314. [https://doi.org/10.1016/s0076-5392\(08\)60912-1](https://doi.org/10.1016/s0076-5392(08)60912-1)

- Diaz-Romero, M.A., Alarcon-Aquino, V., Diaz-Garcia, J.A.(2013), A Hybrid algorithm applied to facility location for forest fire fighting considering budget constraints. Obtenido de la International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE) Mexico City, Mexico. September 30-October 4, 2013. DOI 10.1109/ICEEE.2013.6676055.<https://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2150/record/display.uri?eid=2-s2.0-84899066116&origin=resultslist&sort=plf-f&src=s&st1=A+Hybrid+algorithm+applied+to+facility+location+for+forest+fire+fighting+considering+budget+constraints&st2=&sid=6c23597940739b9e0861b6688ead8cae&sot=b&sd t=b&sl=118&s=TITLE-ABS-KEY%28A+Hybrid+algorithm+applied+to+facility+location+for+forest+fire+fighting+considering+budget+constraints%29&relpos=0&citeCnt=0&searchTerm=>
- DNBC. (2015). *Glosario / Dirección Nacional de Bomberos de Colombia*. Recuperado el 21 de 09 de 2018, de <https://bomberos.mininterior.gov.co/atencion-al-ciudadano/glosario-0>
- Gabriela Alfaro Rojas (2016), localización de recursos móviles de apagado de incendios forestales en la región de Valparaíso, utilizando modelos de cobertura chile. Obtenido de la Universidad Técnica Federico Santa María. <https://repositorio.usm.cl/handle/11673/23542>
- Garey, M.; Johnson, D. Computers and intractability: a guide to the theory of NPcompleteness. San Francisco: W.H.Freeman and Co, 1979. 338 p
- Gendreau, M., Laporte, G., & Semet, F. (2001). A dynamic model and parallel tabu search heuristic for real-time ambulance relocation. *Parallel Computing*, 27(12), 1641–1653. [https://doi.org/10.1016/s0167-8191\(01\)00103-x](https://doi.org/10.1016/s0167-8191(01)00103-x)

Gestal, M., Rivero, D., Rabuñal, J. R., Dorado, J., & Pazos, A. (2010). Introducción a los Algoritmos Genéticos y la Programación Genética (Ed. rev.). Recuperado de <http://www.galeon.com/dantethedestroyer/algoritmos.pdf>

Gobernación De Santander. Plan Departamental Para La Gestión Del Riesgo De Desastres Departamento De Santander. (2016-2019) Versión 2, Capítulo 3, Contexto Del Departamento De Santander. <http://www.santander.gov.co/index.php/gobernacion/documentacion/download/312-participacion-ciudadana/5674-casapar-resoluciones-provincia-guanentina>.

Hsueh-Sheng Chang, Chi-Ming Lai, Ling Hwang (2012), Spatial performance to locate city fire stations. Obtenido de Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Municipal Engineer 165(1), pp: 19-29. DOI 10.1680/muen.2012.165.1.19.

<https://bibliotecavirtual.uis.edu.co:2142/content/pdf/10.1007%2Fs00186-011-0363-4.pdf>

Informe de emergencias desde enero 1 a agosto 31 de 2018. Obtenido de la DNBC (Dirección Nacional de Bomberos Colombia). <https://drive.google.com/drive/folders/1GHbJWY6MuSKN-uCNa8c2cqGmN0-xVvmO>

Informe de Gestión desde enero 1 a marzo 31 de 2018. Obtenido de los bomberos de Bucaramanga. <http://www.bucaramanga.gov.co/el-atril/wp-content/uploads/2018/05/INFORME-DE-GESTION-ENERO-MARZO-DE-2018.pdf>

Kolesar, Peter and Warren Walker, (1974) *Measuring the Travel Characteristics of New York City's Fire Companies*. Santa Monica, California, Estados Unidos. Obtenido de RAND Corporation.: <https://www.rand.org/pubs/reports/R1625z1.html#download>

- Lokhman MT, Abdul Rasam AR, Mohd Noor AM. Re-forming health care facility using geographical information system (2012). In: Proceedings – 2012 IEEE Control and System Graduate Research Colloquium. (ICSGRC 2012. art. no. 6287174). p. 267-70.
- López Restrepo , J., & Rojas Paredes, A. (2016). Teoría de la complejidad y heurísticas. *El problema de Asignación cuadrática (QAP)*. Buenos Aires, Argentina. Obtenido de <https://jcc.dcc.fceia.unr.edu.ar/2016/slides/2016-paredes-restrepo.pdf>
- Marcos Gestal Pose (2013) Introducción a los Algoritmos Genéticos. Obtenido de la Universidad de Cataluña. [https://www.researchgate.net/publication/237812449_Introduccion_a_los Algoritmos Genéticos](https://www.researchgate.net/publication/237812449_Introduccion_a_los_Algoritmos_Geneticos)
- Masood A. Badri, Amr K. Mortagy, Colonel Ali Alsayed. (1998). Theory and Methodology A multi-objective model for locating fire stations. Obtenido de European Journal of Operational Research, 243-260. <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221797002476>
- Melián, B., Moreno, J. A., & Vega, J. M. (2009). Algoritmos Genéticos. Una visión práctica. Números. Revista didáctica de matemáticas, 71, 29–47. Recuperado de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/71/Darwin_03.pdf
- Minerva Aidee Díaz Romero (2011), Un marco integrado para el control y gestión de incendios forestales. Obtenido de la Universidad Autónoma de Nuevo León. <http://eprints.uanl.mx/2380/1/1080049462.pdf>
- Ministerio de Ambiente, Incendios de la cobertura vegetal. Obtenido del IDEAM - Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales. <http://www.ideam.gov.co/web/ecosistemas/incendios-cobertura-vegetal>.

- Nogueira, L. A. (2002). *Problem instances*. Recuperado 24 enero, 2019, de <http://www.lac.inpe.br/~lorena/instancias.html>
- Ochoa, G. (2003). Introducción a la Computación Evolutiva y la Morfogénesis Artificial. Recuperado 24 enero, 2019, de <http://www.cs.stir.ac.uk/~goc/papers/GOchoaIntroCompEv.pdf>
- Patrón, C., López, J. M., Piovesan, S., & Demaría, B. (Mayo de 2014). Análisis bibliométrico de la producción científica de la revista Odontoestomatología. *Odontoestomatología*, 16(23), 34-43. Recuperado el 21 de 09 de 2018, de http://www.scielo.edu.uy/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1688-93392014000100005&lng=es&tlng=es
- Pereira, M; Lorena, L. y Senne, E. (2007). A Column Generation Approach For The Maximal Covering Location Problem. 1-38
- Repede, J. F., & Bernardo, J. J. (1994). Developing and validating a decision support system for locating emergency medical vehicles in Louisville, Kentucky. *European Journal of Operational Research*, 75(3), 567–581. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(94\)90297-6](https://doi.org/10.1016/0377-2217(94)90297-6)
- Salazar Larico, P. (2008). Algoritmos Genéticos. Recuperado 24 enero, 2019, de <http://www.revistasbolivianas.org.bo/pdf/rits/n1/n1a07.pdf>
- Sanabria Coronado, L. A., Peralta Lozano, A. M., & Orjuela, J. A. (2017). Modelos de Localización para Cadenas Agroalimentarias Perecederas: una Revisión al Estado del Arte. *Ingeniería*, 22(1), 65. <https://doi.org/10.14483/udistrital.jour.reving.2017.1.a04>
- University of Malaga. (s.f.). Introduction on Evolutionary Algorithms. Recuperado 24 enero, 2019, de <http://neo.lcc.uma.es/>

- Virgilio Guzmán, Antonio D. Masegosa, David Pelta, José Luis Verdegay (2014). Manejo de incertidumbre en el Problema de Localización de Cobertura Máxima: Una revisión con énfasis en el enfoque difuso. https://www.academia.edu/13796112/Manejo_de_incetidumbre_en_el_Problema_de_Localizaci%C3%B3n_de_Cobertura_M%C3%A1xima_Una_revisi%C3%B3n_con_%C3%A9nfasis_en_el_enfoque_difuso
- Xueping Li · Zhaoxia Zhao · Xiaoyan Zhu · Tami Wyatt (2011), Covering models and optimization techniques for emergency response facility location and planning: a review. DOI 10.1007/s00186-011-0363-4.