

**CABRI ELEM COMO MEDIO MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA
DE LA SIMETRÍA CENTRAL**

ALICIA HERRERA ORTIZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA**

2012

**CABRI ELEM COMO MEDIO MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA
DE LA SIMETRÍA CENTRAL**

ALICIA HERRERA ORTIZ

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de
ESPECIALISTA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

Director:

MARTÍN EDUARDO ACOSTA GEMPELER

Doctor en didáctica de las matemáticas

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA**

2012

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	11
1. ANTECEDENTES	14
1.1 PROYECTO DE INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS	14
1.2 CONCEPTUALIZACIÓN DE LA TRASLACIÓN CON LA MEDIACIÓN DEL PROGRAMA CABRI ELEM	14
1.3 EL CABRI ELEM COMO HERRAMIENTA PARA LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN EN EL PLANO	15
2. JUSTIFICACIÓN	16
2.1 EL USO DE TECNOLOGÍA EN EL AULA	16
2.2 LA IMPORTANCIA DE LA DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	16
2.3 CONOCIMIENTO DEL SOFTWARE	17
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
4. OBJETIVOS	19
4.1 GENERAL	19
4.2 ESPECÍFICOS	19
5. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	20
5.1 FUNDAMENTACIÓN MATEMÁTICA	20
5.2 FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA	22
6. METODOLOGÍA	25
7. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES	26
7.1 GENERALIDADES	26
7.2 PRIMERA ACTIVIDAD: MANZANAS	27
7.2.1 Análisis a priori de la actividad uno: manzanas	27
7.2.2 Análisis a posteriori de la actividad uno: manzanas	38
7.3 SEGUNDA ACTIVIDAD: LA CASA	57

7.3.1	Análisis a priori de la actividad dos: la casa	57
7.3.2	Análisis a posteriori de la actividad dos: la casa	69
7.4	TERCERA ACTIVIDAD: LA CASA FINAL	107
7.4.1	Análisis a priori de la actividad tres: la casa final	107
7.4.2	Análisis a posteriori de la actividad tres: la casa final	118
	CONCLUSIONES	155
	BIBLIOGRAFÍA	157

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Construcción de una simetría central	21
Figura 2. Tarea 1. Actividad 1	29
Figura 3. Tarea 2. Actividad 1	30
Figura 4. Tarea 3. Actividad 1	31
Figura 5. Tarea 4. Actividad 1	32
Figura 6. Tarea 5. Actividad 1	34
Figura 7. Tarea 6. Actividad 1	35
Figura 8. Posición de los fruteros – Ronda 1	43
Figura 9. Posición de los fruteros –Ronda 2	43
Figura 10. Ubicación del centro de simetría	45
Figura 11. Ubicación del frutero – Ronda 1	47
Figura 12. Ubicación del frutero – Ronda 2	47
Figura 13. Ubicación del frutero por otro estudiante	48
Figura 14. Estrategia de solución para ubicar el frutero – Ronda 1	50
Figura 15. Estrategia de solución para ubicar el frutero – Ronda 2	51
Figura 16. Evidencia de trabajo realizado por los estudiantes en la tarea 2	53
Figura 17. Evidencia de estrategia de solución para la tarea 4	54
Figura 18. Evidencia del trabajo realizado en la tarea 6	56
Figura 19. Descripción de la casa	58
Figura 20. Tarea 1. Actividad 2	59
Figura 21. Tarea 2. Actividad 2	60
Figura 22. Tarea 3. Actividad 2	62
Figura 23. Tarea 4. Actividad 2	64
Figura 24. Tarea 5. Actividad 2	65
Figura 25. Tarea 6: Actividad 2	67
Figura 26. Descripción de la casa verde	108

Figura 27. Tarea 1. Actividad 3	109
Figura 28. Tarea 2. Actividad 3	111
Figura 29. Tarea 3. Actividad 3	113
Figura 30. Tarea 4. Actividad 3	116

RESUMEN

TITULO: CABRI ELEM COMO MEDIO MATERIAL DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA DE LA SIMETRÍA CENTRAL*

AUTORA: HERRERA ORTIZ, Alicia**

PALABRAS CLAVES: Transformaciones, Simetría central, Cabri Elem.

DESCRIPCIÓN:

En este trabajo se presenta el diseño y aplicación de tres actividades, las cuales se denominan: Manzanas, la casa y la casa final. Las tres actividades fueron diseñadas con base en la teoría de las situaciones didácticas expuesta por Guy Brousseau, utilizando el programa Cabri Elem como medio material que permite un aprendizaje por adaptación, es decir, que el estudiante no recibe los contenidos de forma pasiva, sino que en su interacción con el medio, descubre conceptos y sus relaciones, para luego adaptarlos a su esquema cognitivo.

Las actividades diseñadas fueron planeadas para trabajarlas con estudiantes de cuarto y quinto grado del colegio Integrado Pequeños Sabios ubicado en el municipio de Floridablanca Santander, del barrio el Carmen, a través de estas actividades se busca que los estudiantes aprendan el tema de simetría central.

Cada actividad comprende dos rondas; y cada ronda está compuesta por una serie de tareas planteadas a los estudiantes, los cuales trabajaran por parejas, para que de esta manera puedan socializar entre ellos las soluciones que planteen. En cada actividad se realiza un análisis haciendo uso de la ingeniería didáctica como metodología de investigación, la cual comprende un análisis a priori (donde se predice lo que pueden realizar los estudiantes), la implementación o aplicación y un análisis a posteriori (donde se confronta lo que realizaron los estudiantes con lo que se había predicho), para evidenciar que los estudiantes logren identificar propiedades de la simetría central y aplicarlas como estrategia de solución en las diferentes tareas propuestas.

* Trabajo de grado.

** Facultad de ciencias. Escuela de Matemáticas, Especialización en Educación Matemática. Director: ACOSTA GEMPELER, Martín Eduardo; Doctor en Didáctica de las Matemáticas.

SUMMARY

TITLE: CABRI ELEM AS DIDACTIC MATERIAL MEDIUM FOR TEACHING MATERIAL FOR TEACHING OF CENTRAL SYMMETR^{*}

AUTHOR: HERRERA ORTIZ, Alicia^{**}

KEY WORDS: Transforms, Central symmetry, Cabri Elem.

DESCRIPTION:

This paper presents the design and implementation of three activities which are called: Apples, the house and the house finally. The three activities were designed based on the theory of didactic situations exposed by Guy Brousseau, using the program as a means Cabri Elem learning material that allows for adaptation, ie, that the student does not receive content passively, but in their interaction with the environment, discover concepts and relationships, and then adapt them to their cognitive schema.

The activities designed were plans to work with students in fourth and fifth grade school boy knew Integrated located in the municipality of Floridablanca Santander, Carmen neighborhood, through these activities for students to learn the subject of central symmetry.

Each activity includes two rounds, and each round consists of a series of tasks posed to the students, who work in pairs, so that in this way to socialize among them the solutions that arise. For each activity, an analysis of engineering using didactic and research methodology, which includes a priori analysis (where predicts what students can do), implementation or application and a and a posteriori analysis (where it confronts the students who made what had been predicted), for to show that the students able to identify the symmetry properties of central and apply as a solution strategy proposed in the different tasks.

^{*} Graduation Project

^{**} Faculty of sciences. Mathematics School. Specialization in Mathematics education. Director: ACOSTA GEMPELER, Martín Eduardo; PhD in Didactics of Mathematics.

INTRODUCCIÓN

En el desempeño de mi labor docente he detectado poca didáctica y tiempo dedicado a la enseñanza de la geometría, a pesar de los diversos estudios que dejan ver la importancia de trabajar con materiales donde los alumnos puedan manipular y aprender de una forma diferente al sólo uso del lápiz y del papel, para generar así, motivación en la enseñanza y en el aprendizaje.

El acompañamiento que realizo a mis hijos de siete y cuatro años, me permite observar la interacción que ellos hacen con los elementos de su entorno; esta interacción les facilita adquirir conocimiento y asimilación del espacio donde se desenvuelven. Cuando ellos se plantean un quehacer, actúan sobre lo que tienen para resolverlo y sobre los errores cometidos para cambiar la acción que realizan. Por ejemplo cuando la niña quiere un objeto que no está a su alcance, pide ayuda a la mamá, si ella no le presta ayuda, busca una silla, si aún no alcanza pone otra o forma una pila de sillas hasta obtener la altura que desea para lograr el objetivo. El niño viendo televisión oye una palabra cuyo significado no conoce, pregunta a la mamá, si ella no le responde, busca en el diccionario. Esta iniciativa y motivación propia por parte de los niños son los elementos esenciales a la hora de aprender.

Esta experiencia amerita que resalte la importancia de las teorías del aprendizaje en el proceso de enseñanza con los niños en los diferentes espacios donde ellos interactúan y de esta manera observar diferentes maneras como adquieren aprendizaje.

“Mediante la adaptación (entrada de la información), se consigue un equilibrio entre la asimilación de los elementos del ambiente (integración de los elementos nuevos y de las nuevas experiencias a las estructuras previas) y la acomodación de dichos elementos a través de

la modificación o reformulación de los esquemas y estructuras mentales existentes.

En teoría, el equilibrio de una estructura se conseguiría cuando las acomodaciones anteriores pudieran permitir la asimilación de algo nuevo sin que dicha estructura se modificara. Pero, justamente, para avanzar en el nivel de inteligencia, el desarrollo requiere del “desequilibrio” para que puedan modificarse las estructuras intelectuales.

La inteligencia se desarrolla, así, por la asimilación de la realidad y la acomodación a la misma. La organización, por su parte, es la función que sirve para estructurar la información en las unidades que van a configurar los esquemas de conocimiento”¹.

Los motivos que a continuación se mencionan me llevaron a plantear actividades para enseñar el tema de simetría central en el colegio Integrado Pequeños Sabios, enfocada en la teoría de las situaciones didácticas:

- Observar que mis hijos adquieren un aprendizaje de su entorno mediante la adaptación, por la motivación y reflexión que hacen sobre las cosas que no le van a funcionar a la hora de resolver su tarea propuesta.
- La importancia y el uso de nuevas tecnologías en el aula, además un conocimiento previo que tenía del software de geometría Cabri.
- Una conversación con el profesor Martín Acosta que me mostró la versión de Cabri Elem diseñado para primaria.

Finalmente se diseñó y se puso en práctica tres actividades para la enseñanza de la simetría central bajo el enfoque de la Teoría de las Situaciones Didácticas expuesta por Guy Brousseau, haciendo uso del programa Cabri Elem como medio

¹TEORÍAS DE APRENDIZAJE. Educar Chile. Curso a distancia que comprende cuatro módulos sobre teorías del aprendizaje, módulo cuatro: enfoques constructivistas y sus aplicaciones en el aula. Disponible en: http://www.educarchile.cl/web_wizzard/ver_home.asp?id_proyecto=3

material que permite un aprendizaje por adaptación (el estudiante no recibe los contenidos de forma pasiva, sino que en su interacción con el medio, descubre conceptos y sus relaciones, para luego adaptarlos a su esquema cognitivo).

1. ANTECEDENTES

1.1 PROYECTO DE INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS

En este proyecto el aspecto a resaltar fue la formación de docentes a través de la cual se esperaban cambios en las prácticas educativas usuales. Este aspecto se retoma para el desarrollo de la presente investigación ya que el uso del programa Cabri Elem, pone de manifiesto un cambio en la enseñanza de la geometría, pasar de un método de lápiz y papel con figuras estáticas a un método visual dinámico, donde se pueden manipular los objetos geométricos.

Con el proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de matemáticas que realizó el ministerio de educación se generó materiales de apoyo basados en el uso de la tecnología. Para complementar dicho trabajo la presente investigación aporta unas actividades para enseñar transformaciones geométricas haciendo uso del software Cabri elem.

1.2 CONCEPTUALIZACIÓN DE LA TRASLACIÓN CON LA MEDIACIÓN DEL PROGRAMA CABRI ELEM

El objetivo de este trabajo se centró en adaptar y aplicar actividades en Cabri Elem para la conceptualización de la traslación en estudiantes de cuarto grado de primaria del Colegio Liceo Patria las cuales estaban diseñadas en el software de geometría dinámica “Cabri II”.

La presente investigación quiere complementar este trabajo, con el uso de Cabri Elem en primaria con el tema de simetría central. Para ello se retoma la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau y la ingeniería didáctica como

metodología; con lo cual las autoras Adriana L. Mora y Angi J. Lucena apoyan su trabajo de investigación.

1.3 EL CABRI ELEM COMO HERRAMIENTA PARA LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO DE ROTACIÓN EN EL PLANO

La autora Ramírez Maribel presenta un trabajo de investigación sobre El cabri Elem como herramienta para la enseñanza del movimiento de rotación en el plano. El objetivo del trabajo fue elaborar, aplicar y evaluar una propuesta de trabajo en el aula basada en la teoría de las Situaciones Didácticas, utilizando Cabri Elem como medio material para la enseñanza del concepto de la rotación en el plano a los estudiantes de sexto grado.

Este trabajo de investigación buscaba que los estudiantes reconocieran el concepto de ángulo y las características del movimiento de rotación y con ello pudieran mejorar su pensamiento geométrico y espacial.

En este ámbito de investigación la promoción de la tecnología en el aula, el manejo de recursos informáticos, y el desarrollo de procesos de aprendizaje con actividades metodológicas agradables, permite pensar como contribuir a enriquecer las acciones investigativas anteriores, aportando herramientas pedagógicas para el fortalecimiento de conceptos elementales de la geometría.

La presente investigación igualmente pretende ampliar el uso de tecnología en el aula para la enseñanza de la geometría. Y se apoya en los proyectos anteriores para la elaboración de las actividades y su respectivo análisis.

2. JUSTIFICACIÓN

Algunas de las razones que llevaron a realizar la siguiente investigación para llevar a cabo la enseñanza del tema simetría central en cuarto y quinto grado de primaria son las siguientes:

2.1 EL USO DE TECNOLOGÍA EN EL AULA

Las nuevas tecnologías crean nuevos lenguajes y formas de representación y por tanto nuevos escenarios de aprendizaje, las instituciones no pueden permanecer al margen, sino que deben conocer y utilizar estas nuevas formas de comunicación. El fundamento está en el buen uso de la manipulación directa que proporciona Cabri a los objetos teóricos de la geometría para que de esta manera se motive la enseñanza y aprendizaje de la geometría en la básica primaria.

2.2 LA IMPORTANCIA DE LA DIDÁCTICA EN LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

El uso de tecnologías influye directamente para que se adquieran comportamientos diferentes a los habituales como la enseñanza teórico-mecánica, esquematizada hacia la aplicabilidad de normas y patrones de seguimiento, lo cual da cuenta de la poca observación y análisis por parte del estudiante, de la falta de capacidad innovadora y la ausencia del lenguaje interactivo como estrategia de aprendizaje creativo.

La actividad creadora no se limita a reproducir formulaciones y despeje de ejercicios, sino que a través de la curiosidad y la imaginación el estudiante proyecte, cree y modifique su conocimiento. En este sentido la enseñanza de la

geometría toma un papel importante en los procesos de formación de los estudiantes de la básica primaria.

2.3 CONOCIMIENTO DEL SOFTWARE

En el trabajo de grado para optar el título de licenciada en matemáticas diseñe unos talleres para la enseñanza del círculo y circunferencia en el grado noveno, utilizando el enfoque del modelo de Van Hiele haciendo uso del software Cabri Geometry Plus.

Por otra parte el Doctor Martín Acosta docente de la Escuela de matemáticas me presentó la versión Cabri Elem, diseñado para la enseñanza en primaria, y mostró unas actividades implementadas para la enseñanza de la geometría en primaria. La nueva versión de Cabri presenta unas herramientas donde se pueden implementar actividades incluyendo imágenes que llaman la atención de los estudiantes de acuerdo a su edad y las actividades presentadas por el Doctor Martin Acosta me motivaron para realizar sobre esta temática el proyecto de grado.

Esta justificación permite que se investigue y se explore en el campo de las tecnologías para la implementación y el uso de herramientas que contribuyan a la orientación y dirección de lo que se pretende enseñar especialmente en el área de la geometría. De esta manera se pretende aportar al mejoramiento del nivel académico y los procesos de enseñanza y aprendizaje, en el área de geometría en la básica primaria.

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

¿Cómo usar Cabri Elem para la enseñanza de la simetría central a estudiantes de cuarto y quinto primaria del colegio integrado Pequeños Sabios del municipio de Floridablanca, de acuerdo con la Teoría de las Situaciones Didácticas?

4. OBJETIVOS

4.1 GENERAL

Diseñar, aplicar y evaluar una propuesta de trabajo en el aula, basada en la teoría de las situaciones didácticas, haciendo uso de cabriElem como medio material para la enseñanza de la simetría central a estudiantes de cuarto y quinto grado de la básica primaria.

4.2 ESPECÍFICOS

- Diseñar unas actividades bajo el enfoque de las situaciones didácticas, teniendo en cuenta las características que proporciona Cabri Elem, para que los estudiantes adquieran el concepto de la simetría central, reconociendo las propiedades de la misma.
- Aplicar las actividades planeadas y elaboradas en Cabri Elem a un grupo de estudiantes de cuarto y quinto grado del colegio integrado pequeños sabios del municipio de Floridablanca.
- Analizar el funcionamiento de las actividades propuestas, mediante el análisis de las estrategias utilizadas por los estudiantes en el desarrollo de las tareas propuestas, comparándolo con el análisis previo que se había hecho de las mismas.

5. FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

Para el desarrollo del siguiente trabajo se tiene en cuenta dos enfoques que estructuran el diseño de las actividades planteadas:

5.1 FUNDAMENTACIÓN MATEMÁTICA

La siguiente propuesta de trabajo se basa en el marco del pensamiento espacial y los sistemas geométricos, que se plantean en los estándares matemáticos que propone el ministerio de educación nacional, con respecto al tema de las transformaciones. El cual supone que los estudiantes al terminar el quinto grado deben hacer conjeturas y verificar los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños, por lo que se hace necesario abordar el tema de movimientos en el plano en especial el de simetría central, el cual es el que se aborda para este trabajo de investigación.

Según el artículo: Introducción a las transformaciones geométricas² que se expone en la página web gobierno de canarias, se dice que las transformaciones geométricas han sido siempre usadas en diferentes culturas desde los tiempos antiguos hasta la actualidad. Las traslaciones, giros, simetría central y simetría axial son transformaciones muy comunes que se encuentran en elementos del entorno. En ellas se pueden apreciar, como al realizar la transformación, la figura imagen conserva la forma, (es decir los ángulos) y el tamaño, (es decir las distancias). Dichas transformaciones se le llaman Isometrías, por lo tanto la simetría central, tema objeto de estudio en la presente investigación, es una transformación isométrica. Dentro de los tres tipos principales de transformaciones: rotaciones,

² INTRODUCCIÓN A LAS TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS. Disponible en: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/matematicas/Geometria/Actividades/Transformaciones/introduccion_transformaciones_geometricas.htm

traslaciones y reflexiones se encuentra la simetría central, la cual es un caso particular de Rotación (giro) cuando éste es de 180° .

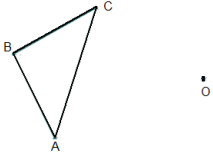
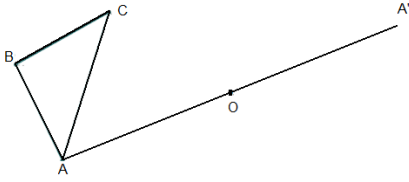
También en otro artículo que define la simetría central³, según se expone en la página web gobierno de canarias, se puede resumir que:

Una simetría central es una transformación isométrica donde a cada punto A del plano se le asocia otro punto A' llamado imagen de A, o también homólogo de A, de tal manera que el punto medio del segmento AA' sea el punto O llamado el centro de la simetría.

Algunas propiedades de la simetría central son:

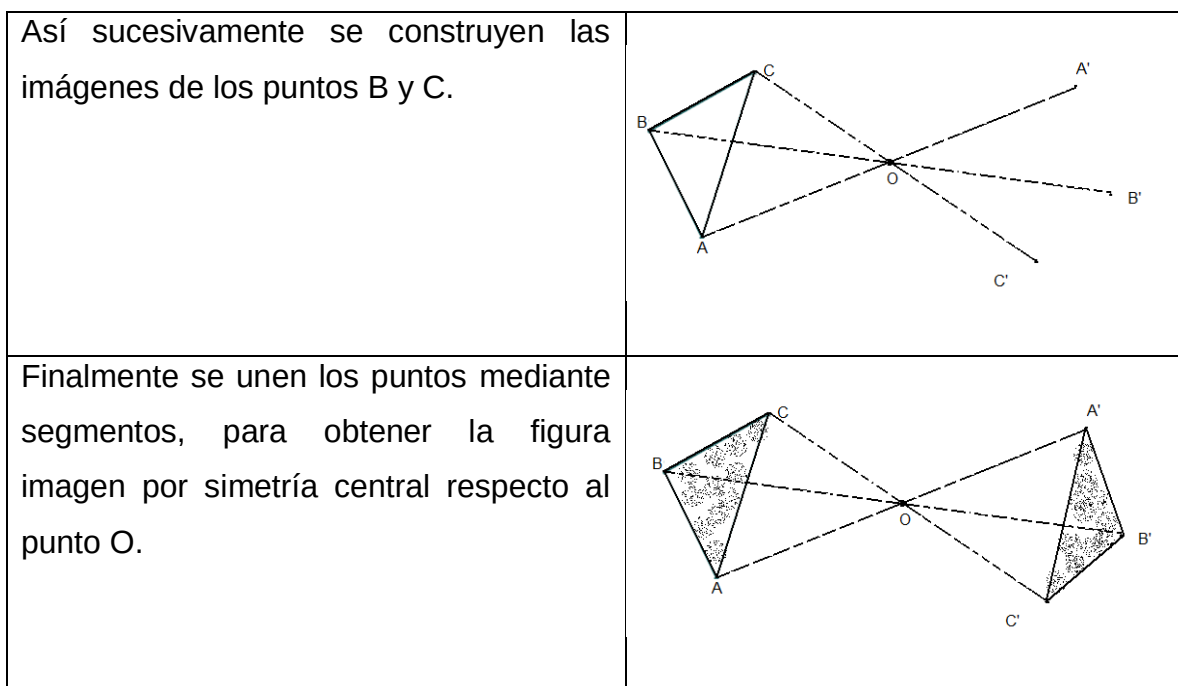
1. El punto O es el punto medio del segmento AA'.
2. Los puntos A, A' y O se encuentran sobre una misma línea recta, es decir están alineados.

Figura 1. Construcción de una simetría central

Para ejemplificar lo expuesto, se toma el triángulo ABC, para hallar la imagen por simetría central respecto al punto O.	
Inicialmente para obtener el homólogo o la imagen del punto A, se traza un segmento que une el punto A con el centro de simetría O y se prolonga una longitud igual a la distancia del punto A al centro de simetría.	

³ SIMETRÍA CENTRAL. Disponible en: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/matematicas/Geometria/Actividades/Transformaciones/simetria_central.htm

Figura 1. Construcción de una simetría central (continuación)



Según el ejemplo, también se puede ver que al aplicar sucesivamente dos simetrías con el mismo centro de simetría O, se obtiene el triángulo original ABC. Además para hallar el homólogo de cada punto, basta con hacer un giro de 180° .

5.2 FUNDAMENTACIÓN DIDÁCTICA

“Los elementos fundamentales de esta teoría son los conceptos de situación didáctica y situación a-didáctica, que podemos enunciar de la siguiente manera:

Una situación didáctica comprende tres elementos: un profesor, un saber y un estudiante (o grupo de estudiantes) y se caracteriza por la intervención directa del profesor para enseñar el saber a los estudiantes. Por su parte, una situación a-didáctica es una situación problema que se caracteriza por la no intervención del profesor para enseñar el saber (el profesor interviene únicamente para evitar que el estudiante renuncie a resolver el problema). Si el profesor no interviene para enseñar el saber, ¿cómo es posible que el estudiante aprenda? Según la TSD, el

estudiante aprende gracias a la interacción con un medio material de la siguiente manera:

1. El estudiante realiza una acción sobre el medio,
2. El medio reacciona a esa acción (lo que se llama retroacción)
3. El estudiante interpreta esa retroacción del medio y decide modificar o reforzar su acción (a esta modificación o refuerzo se le llama aprendizaje por adaptación).

Entonces el medio es un elemento fundamental para garantizar el aprendizaje por adaptación. En realidad, el profesor interviene para enseñar al estudiante, pero de manera indirecta, a través del medio. Es decir, el profesor toma decisiones sobre las características que debe tener el medio, con el fin de que la interacción del estudiante con el medio conduzca a un aprendizaje que esté estrechamente relacionado con el saber que desea enseñar. Un medio tiene potencialidades (posibilidades de acción que se le ofrecen al estudiante) y restricciones (límites a las posibles acciones del estudiante). El profesor selecciona las potencialidades y restricciones del medio que necesita para encaminar el aprendizaje hacia el saber que desea enseñar.

Pero el aprendizaje no concluye al finalizar la situación a-didáctica, pues entonces el profesor interviene de nuevo directamente para resaltar los aspectos del aprendizaje realizado por los estudiantes, y ponerlos en relación con el saber. Es lo que la TSD llama fase de institucionalización.

La TSD distingue también el saber del conocimiento. El saber es llamado “saber sabio”, es decir es el producto de una comunidad con autoridad reconocida y por lo tanto es institucional. Por el contrario, el conocimiento es esencialmente personal y no institucional. Es el producto de las experiencias personales de los estudiantes.

La operacionalización de la TSD en la práctica, requiere analizar el saber que se desea enseñar, y caracterizar el conocimiento correspondiente como una estrategia ganadora para resolver un problema. El profesor debe seleccionar las potencialidades del medio que favorecen el uso de esa estrategia y las restricciones que impiden el uso de otras estrategias.

Cabri-Elem como medio en una situación a-didáctica. De acuerdo con lo anterior, podemos caracterizar a Cabri-elem como un medio material para realizar situaciones a-didácticas. Es decir, un medio en el cual el alumno puede realizar acciones, recibir retroacciones e interpretarlas para modificar o reforzar sus acciones, con miras a resolver un problema. La gran ventaja de Cabri-Elem es el hecho de que las retroacciones que ofrece corresponden a propiedades matemáticas, posibilitando al profesor establecer relaciones entre los conocimientos construidos por los alumnos, y el saber matemático que desea enseñar. Además, Cabri-elem le permite al profesor controlar de diferentes maneras las acciones de los alumnos (para evaluarlas, bloquearlas, o entregar retroalimentación sobre las mismas), enriqueciendo las posibilidades de organización de situaciones a-didácticas”⁴.

⁴ MORA, A. y LUCENA, A. Conceptualización de la traslación con la mediación del programa Cabri Elem. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Matemáticas, 2010, p6.

6. METODOLOGÍA

Para el desarrollo del proyecto se emplea la metodología de investigación denominada ingeniería didáctica la cual comprende tres fases.

- **Diseño**, que es donde el profesor realiza un análisis a priori de la actividad para ver sí, el diseño de la misma favorece un proceso de aprendizaje. En este análisis se tiene en cuenta lo que los estudiantes pueden hacer, describiendo o prediciendo lo que ellos van a realizar de acuerdo a la tarea propuesta, a sus conocimientos previos y las restricciones y potencialidades que ofrece Cabri Elem.
- **Experimental**, cuando el profesor aplica las actividades a los estudiantes, observando si lo planeado se lleva acabo como se esperaba.
- **Validación**, cuando el profesor realiza un análisis a posteriori para comparar, lo que realizaron los estudiantes, y lo que se esperaba que realizaran. En este análisis se confronta el análisis a priori con los datos recogidos durante la fase experimental y de esta forma confirmar o contradecir las predicciones planteadas.

Durante la fase experimental se tomarán datos filmados de una pareja de estudiantes y se recogerán evidencias escritas de los trabajos realizados por todos.

7. ANÁLISIS DE LAS ACTIVIDADES

7.1 GENERALIDADES

Las actividades desarrolladas para este trabajo fueron tres: Manzanas, La casa y La casa final. Las actividades consisten en desarrollar una serie de tareas que se le proponen a los estudiantes en diferentes hojas de trabajo del software Cabri Elem.

Una tarea es un problema diseñado con un objetivo definido para que los estudiantes logren resolver y adquirir un aprendizaje.

Para la actividad de manzanas se diseñaron seis tareas, para la actividad de la casa seis y para la actividad de la casa final cuatro.

A un conjunto de tareas con los mismos objetos se le llamará ronda. Para cada actividad se han creado dos rondas, la segunda ronda se diferencia de la primera por la posición del centro de la simetría.

Cada actividad comprende dos rondas; y cada ronda está compuesta por unas tareas planteadas a los estudiantes, los cuales trabajarán por parejas, de esta forma pueden socializar entre ellos las soluciones que planteen. Inicia un estudiante en la ronda uno manipulando el mouse del computador, mientras el otro observa y participa en la solución al compañero, luego de terminar la ronda se le indica al estudiante que puede ceder el turno al compañero para que inicie con la otra ronda.

7.2 PRIMERA ACTIVIDAD: MANZANAS

7.2.1 Análisis a priori de la actividad uno: manzanas

- **Objetivo de la actividad 1: manzanas.** Con esta actividad se busca que los alumnos visualicen algunas propiedades relacionadas con la simetría central como:

1. La figura imagen depende de la figura original. Los estudiantes pueden observar que cada manzana verde depende de su correspondiente manzana roja para moverse. Es decir la manzana verde no puede arrastrarse directamente sino a través del movimiento que tenga la manzana roja. Aunque no es una propiedad geométrica de la simetría central sino una característica que proporciona el software Cabri Elem a los objetos, sirve para que los estudiantes logren visualizar la dependencia en el movimiento y la imagen correspondiente de la manzana roja.
2. La figura original, su imagen y el centro de simetría están en línea recta. Esto lo pueden visualizar los estudiantes cuando al tratar de cumplir las tareas propuestas, observan que la manzana roja, la manzana verde y la carita (que representa el centro de simetría) mantienen una alineación.
3. Existe un solo punto donde la figura original y su imagen coinciden, el cual se llama centro de la simetría. Los estudiantes al realizar el arrastre de los objetos para intentar cumplir las diferentes tareas propuestas pueden predecirlo y luego visualizarlo en la carita feliz. Al pasar de una ronda a otra se darán cuenta que el centro de simetría, lugar donde se reúnen todas las manzanas, cambia de posición.

4. La distancia entre la figura original y el centro de la simetría es la misma que entre el centro de simetría y la figura imagen, es decir, los estudiantes pueden visualizar que el centro de simetría es el punto medio de la distancia entre la manzana roja y la manzana verde.

En las seis tareas propuestas están presentes todas estas propiedades de la simetría central, aunque los estudiantes van constatando cada una de ellas a medida que avancen en el desarrollo de las mismas.

En general los objetos que componen la actividad son: cuatro manzanas rojas y cuatro manzanas verdes. Las manzanas verdes son imágenes mediante la simetría central de las manzanas rojas; las manzanas rojas se pueden arrastrar directamente, las manzanas verdes no pueden ser arrastradas, por lo tanto las manzanas verdes se van a mover sólo cuando se muevan las manzanas rojas; el centro de la simetría se encuentra oculto.

- **Tarea 1: mete las manzanas rojas en el frutero**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** además de las manzanas, aparece un frutero rojo que no puede arrastrarse.

Cuando lleven todas las manzanas al frutero rojo aparece un letrero con una retroalimentación positiva y una flecha indicando que pueden avanzar a la siguiente tarea.

Figura 2. Tarea 1. Actividad 1



El objetivo de esta tarea consiste en que los estudiantes visualicen la dependencia del movimiento de una manzana verde cuando mueva la manzana roja.

Se espera que los estudiantes vayan directamente a las manzanas rojas y las arrastren al frutero. Cuando cumplan la tarea propuesta aparece una retroalimentación positiva “muy bien” y una flecha indicando que pueden pasar a la siguiente tarea.

- **Tarea 2: mete las manzanas verdes en el frutero.**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** los objetos son idénticos a la hoja anterior solamente que cambia el color del frutero a verde. Igualmente cuando lleven todas las manzanas verdes al frutero verde aparece un mensaje con una retroalimentación positiva y una flecha que indica que pueden pasar a la siguiente tarea.

Figura 3. Tarea 2. Actividad 1



El objetivo de la tarea consiste en que los estudiantes se den cuenta que las manzanas verdes no pueden ser arrastradas directamente, por lo tanto su movimiento depende del movimiento que realizan las manzanas rojas.

Se espera que los estudiantes vayan directamente a intentar arrastrar las manzanas verdes y al ver que no es posible, puede suceder:

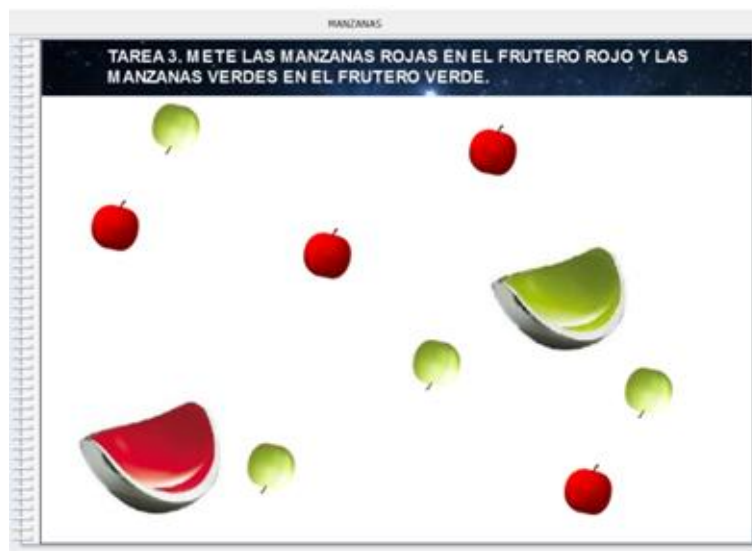
1. Que los estudiantes vayan a arrastrar las manzanas rojas para mover las verdes y puedan así cumplir la tarea propuesta.
2. Que digan que no se puede, a lo cual es posible que otro compañero advierta que mueva las rojas o que la profesora haga una intervención diciendo: ¡intenta mover otras cosas!

Cuando cumplan la tarea propuesta aparece una retroalimentación positiva “bien hecho” y una flecha indicando que pueden pasar a la siguiente tarea.

- **Tarea 3: mete las manzanas rojas en el frutero rojo y las manzanas verdes en el frutero verde.**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** esta hoja de trabajo se diferencia de las anteriores porque aparecen los dos fruteros rojo y verde. El frutero rojo se puede arrastrar y el verde no. Como en las anteriores al cumplir la tarea aparece la retroalimentación positiva y la flecha para avanzar a la otra tarea.

Figura 4. Tarea 3. Actividad 1



Esta tarea es una variante de las anteriores, donde se busca que los estudiantes consoliden el hecho que las manzanas verdes no pueden ser arrastradas directamente. Además va a servir de introducción para las restricciones o posibilidades que pueden presentar las siguientes tareas, cuando se den cuenta que pueden mover un frutero pero el otro no.

Se espera que los estudiantes vayan directamente a arrastrar las manzanas rojas y las lleven al frutero rojo. Como las manzanas verdes quedan fuera del frutero verde, puede ser que intenten mover el frutero verde; al no poderlo mover dirán que no se puede, la profesora u otro compañero hará una intervención diciendo: ¡intenta con el otro frutero! Y así puedan cumplir la tarea propuesta.

También se espera que inicialmente lleven las manzanas verdes al frutero verde y luego arrastre el frutero rojo a donde se encuentran las rojas, y así lleve a cabo la tarea propuesta.

Cuando cumplan la tarea propuesta aparece una retroalimentación positiva “felicitaciones” y una flecha indicando que pueden avanzar a la siguiente tarea.

- **Tarea 4: mueve el frutero y mete todas las manzanas**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** en esta hoja de trabajo además de las manzanas aparece un frutero de color naranja que puede ser arrastrado. Una vez se tengan todas las manzanas dentro del frutero aparece la retroalimentación positiva y la flecha para avanzar a la siguiente tarea.

Figura 5. Tarea 4. Actividad 1



El objetivo de esta tarea consiste en que los estudiantes se den cuenta que solo hay un punto donde se reúnen las manzanas y que además visualicen que éste se encuentra en la mitad de una manzana roja y su correspondiente verde.

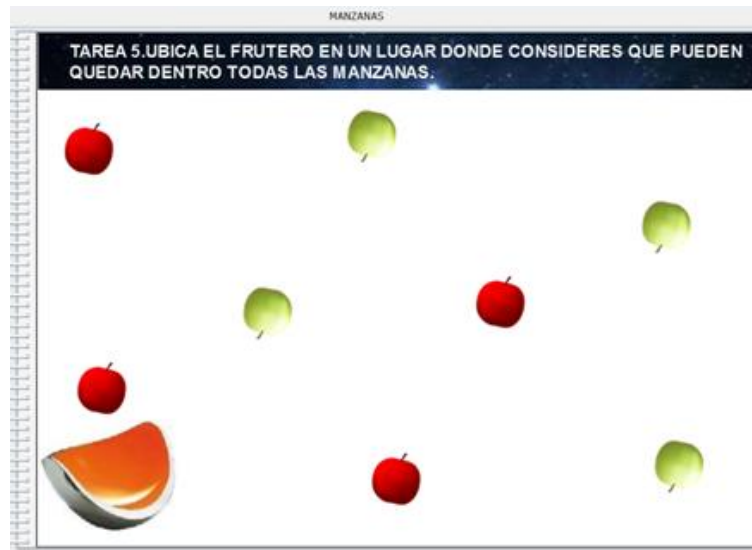
Se espera que los estudiantes vayan directo a mover el frutero, traten de predecir el punto donde se reúnen las manzanas y lo corroboren al poner las manzanas en el frutero o también se esperaría que reuniera primero las manzanas y luego llevara el frutero.

Una vez hayan cumplido la tarea propuesta aparece una retroalimentación positiva “BIEN” y una flecha indicando que pueden continuar con otra tarea.

- **Tarea 5: mueve el frutero y mete todas las manzanas**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** la diferencia de esta hoja de trabajo con la anterior es que Inicialmente las manzanas rojas no se pueden arrastrar. Cuando el frutero haya sido movido aparece una instrucción que dice: “cuando considere que ya está listo haga clic aquí”, cuando hagan clic en el botón que aparece, las manzanas se liberan y el frutero no podrá ser arrastrado. Luego aparece la instrucción: “ahora junta todas las manzanas rojas con las verdes”. Si al juntarlas la posición del frutero no es la correcta aparece una carita triste y un botón con la instrucción: “inténtalo de nuevo, haga clic aquí” al hacer clic al botón se reinicia la actividad. Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva y una flecha indicando que pueden avanzar a la siguiente tarea.

Figura 6. Tarea 5. Actividad 1



El objetivo de la tarea es que el estudiante anticipe el centro de la simetría, es decir, el punto donde se juntan las manzanas.

Se espera que los estudiantes tomen el punto medio de una manzana roja y su correspondiente verde.

Una vez tenga la posición correcta aparece una retroalimentación positiva “EXCELENTE”, y la flecha indicando ve por otra tarea; además una carita feliz y un mensaje que dice “de aquí en adelante, pondremos una carita feliz en el lugar donde se pueden juntar todas las manzanas”.

- **Tarea 6: ubica el frutero verde de manera que si pones todas las manzanas rojas en el frutero rojo las verdes queden en el verde**

- **Descripción de la hoja de trabajo:** en esta hoja de trabajo además de las manzanas aparecen los dos fruteros rojo y verde y una carita feliz, que representa el centro de la simetría. El frutero rojo y la carita feliz no pueden ser arrastrados. Inicialmente las manzanas rojas no pueden ser arrastradas, una vez los

estudiantes muevan el frutero verde aparece un botón con la instrucción que dice: “cuando considere que ya está listo haga clic en el botón”; cuando hagan clic en el botón se liberan las manzanas y el frutero verde no podrá ser arrastrado. Luego aparece la instrucción “lleve todas las manzanas rojas al frutero rojo”.

Si la posición no es correcta aparece una carita triste y un botón con la instrucción: “inténtalo de nuevo” cuando hagan clic en el botón se reinicia la actividad.

Figura 7. Tarea 6. Actividad 1



El objetivo de la tarea consiste en que los estudiantes utilicen la carita feliz como el punto medio de una manzana roja y su correspondiente verde para que pueda así anticipar la posición del frutero verde.

Se espera que el estudiante tome la distancia, con sus dedos o algún objeto, desde el frutero rojo hasta la carita feliz y la lleve al otro lado de la carita en línea recta para poner la ubicación del frutero verde.

Cuando la posición sea correcta aparece una retroalimentación positiva “bien hecho” y una flecha indicando que pueden continuar. Al hacer clic en la flecha aparece una carita feliz con la instrucción hacer clic aquí, y un letrero: “felicitaciones por su buen desempeño”. Una vez hagan clic aparece una imagen y la instrucción “cede el turno a su compañero” y así se dará inicio a la segunda ronda.

Al finalizar la ronda uno, los estudiantes pasan a la ronda dos, intercambiando los roles. Con este cambio de ronda se busca que ellos refuercen lo aprendido en la primera ronda y que se den cuenta de otras posiciones diferentes que tiene el centro de la simetría.

La ronda dos comprende igualmente un conjunto de seis tareas con los mismos objetos (manzanas, fruteros y carita feliz) trabajados en la ronda uno, con la diferencia que el centro de la simetría cambia de posición.

- **Análisis a priori de la puesta en común.** Realizadas las dos rondas de la actividad se efectuará una puesta en común, en la cual se busca evidenciar si los estudiantes lograron identificar las propiedades de la simetría central establecidas en el objetivo de la actividad. Para ello se van desarrollando nuevamente las tareas de una ronda frente a todos, realizando preguntas, de tal forma que ellos expongan los argumentos que utilizaron para su solución.

Algunas preguntas planeadas serían:

1. ¿Qué sucede cuando se van a arrastrar las manzanas verdes para llevarlas al frutero?

Esta pregunta referida a la tarea 2: mete las manzanas verdes en el frutero, busca que los estudiantes manifiesten la imposibilidad de mover las manzanas verdes directamente, sino que debe hacerse a través de las rojas.

2. ¿Qué pasa cuando lleva una manzana roja al frutero rojo?

Esta pregunta referida a la tarea 3: mete las manzanas rojas en el frutero rojo y las manzanas verdes en el frutero verde, busca que los estudiantes indiquen que al quedar afuera la manzana verde del frutero verde y no poder mover el frutero verde, hay que mover el frutero rojo, por la dependencia que existe entre las manzanas. Además que argumenten las estrategias usadas para saber poner el frutero rojo.

3. ¿Podían ubicar el frutero en otro lado?

Esta pregunta referida a la tarea 4: mueve el frutero y mete todas las manzanas, busca que los estudiantes manifiesten que solo existe un lugar donde se reúnen las manzanas.

4. ¿Cómo saber dónde poner el frutero?

Esta pregunta referida a la tarea 5: mueve el frutero y mete todas las manzanas, busca que los estudiantes argumenten las estrategias usadas para predecir el centro de la simetría y enfatizarles que sólo se podía en la mitad de una manzana roja y una manzana verde.

5. ¿Hacia dónde se debe poner el frutero?

Esta pregunta referida a la tarea 6: ubica el frutero verde de manera que si pones todas las manzanas rojas en el frutero rojo las verdes queden en el verde, busca que los estudiantes manifiesten las estrategias usadas, resaltar la alineación de los objetos y la carita feliz como punto medio de una manzana roja y su correspondiente verde.

7.2.2 Análisis a posteriori de la actividad uno: manzanas. Se usarán los símbolos E1, E2, E3, etc., para registrar las intervenciones de los estudiantes observados, durante el desarrollo de las diferentes tareas propuestas.

- **Tarea 1: mete las manzanas rojas en el frutero.**

Ronda 1

E1: {lee} lleva las manzanas rojas al frutero.

E1: {Coge y lleva las manzanas rojas al frutero, y aparece la retroalimentación positiva}

E1: ¡Muy bien! {Cuando logra llevar todas las manzanas al frutero}

Ronda 2

E2: {Coge y lleva las manzanas rojas al frutero sin ninguna dificultad y avanza a la siguiente tarea}

Tanto en la ronda uno como en la dos, los estudiantes van directamente a arrastrar las manzanas rojas, llevándolas al frutero sin ninguna dificultad, tal como se había previsto.

Mediante la teoría de las situaciones didácticas se puede observar la intención de los estudiantes: meter las manzanas rojas al frutero. Para ello, realizan una acción: coger una manzana roja y llevarla al frutero. La retroacción que el medio le ofrece, les permite validar su acción, y la repiten tres veces más hasta meter todas las manzanas en el frutero.

Los estudiantes lograron el objetivo propuesto, al notar el movimiento de las manzanas verdes cuando movieron las rojas; como se puede evidenciar en el desarrollo de la siguiente tarea.

- **Tarea 2: mete las manzanas verdes en el frutero.**

Ronda 1

E1: {Después de leer la instrucción, intenta arrastrar las manzanas verdes}

E1: ¡Es difícil! {Tratando de mover las manzanas verdes y no puede}

E3: ¡Con las rojas! {Dice el compañero que se encuentra al lado}

E1: {Mueve una manzana roja y logra meter una verde en el frutero verde}

E1: ¡Ah bien!

E1: {Termina de llevar las otras manzanas y pasa a la siguiente tarea}

Ronda 2

E2: {Intenta arrastrar una manzana verde y no puede}

E1: ¡Qué hace Elisa!

E2: {Deja la manzana verde y arrastra la manzana roja para llevar la manzana verde al frutero}

E2: ¡Bien! {Cuando logra llevar las manzanas verdes al frutero}

Inicialmente, como se esperaba que sucediera, los estudiantes en la ronda uno y dos intentan arrastrar directamente las manzanas verdes.

Retomando la teoría de las situaciones didácticas, se puede observar la retroacción que hace el medio a la acción de los estudiantes, cuando van a arrastrar las manzanas verdes y no pueden. Por efecto de esta retroacción pueden invalidar la acción que realizan sobre el medio, esto se evidencia cuando los estudiantes abandonan el intento de arrastrar la manzana verde y van a mover la roja, logrando llevar las manzanas verdes al frutero verde, moviendo las rojas.

Con la intervención de E3, ¡con las rojas!, en la ronda uno, y en la ronda dos la reacción que muestra la compañera cuando E2 le dice: ¡Qué hace Elisa! se puede

observar que los estudiantes logran identificar la dependencia del movimiento de las manzanas verdes al mover las rojas.

- **Tarea 3: mete las manzanas rojas en el frutero rojo y las manzanas verdes en el frutero verde.**

Ronda 1

E1: {Lleva inicialmente una manzana roja al frutero rojo, quedando la verde afuera del frutero verde, entonces, trata de meter la manzana verde en el frutero verde, moviendo la roja}

E1: ¡Huy está difícil! {Moviendo solo las manzanas una y otra vez}
(Se salió una manzana de la pantalla, la profesora intervino, saliendo de la actividad y empezando nuevamente).

E1: ¡Hay no! ¡Ya no puedo! {Sigue intentando solo con el movimiento de las manzanas}

E2: ¡No! mueva este. {Señalando el frutero verde}

E1: {Intenta mover el frutero verde, pero no puede}

Profesora: ¡Podemos mirar qué otra cosa podemos mover!

E1:{Trata de arrastrar el frutero verde para llevarlo hacia donde están las manzanas verdes}

E1: Pero es que el frutero verde no se puede mover.

Profesora: ¿Ya intentaste con el rojo?

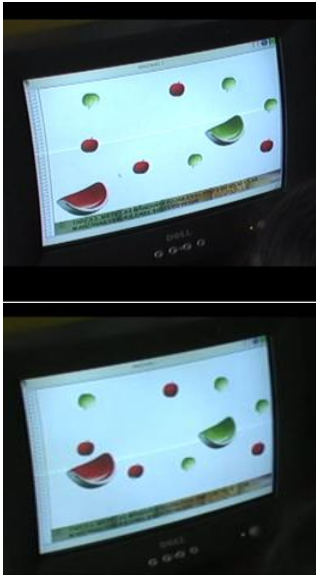
E2: ¡El rojo entonces!

E1:{Mete todas las manzanas verdes en el frutero verde y trata de coger el frutero rojo}

E2: Hacia el centro. {Señalando hacia el centro del frutero}

E1: ¡Gané! {Cuando logra llevar el frutero rojo a donde estaban las manzanas rojas}

Ronda 2

{La figura muestra la posición inicial del frutero rojo y luego la posición cuando los estudiantes lo mueven} E2: {Lleva el frutero rojo a la posición que muestra la figura. Luego lleva una manzana roja al frutero rojo, quedando la manzana verde afuera del frutero verde. Después trata de mover el frutero verde o la manzana verde; pero no puede}	
--	--

E1: ¿Qué pasa Elisa?

E2: ¡Ah! {Exclama con desesperación}

E1: Póngalas en el orden {Señalado hacia el frutero rojo}

E2: {Sigue intentando mover el frutero verde}

E1: ¿Qué está haciendo?

E2: Moviendo el frutero.

E1: Las manzanas.

E2: {Deja el frutero y mete las manzanas rojas en el frutero rojo}

E1: ¡Perdiste!

E2: No, No.

E2: {Moviendo las rojas, lleva las manzanas verdes al frutero verde. Luego arrastra el frutero rojo a donde quedan las rojas}

E1: ¡Huy, bien! {Cuando logra cumplir la tarea y pasar a la siguiente}

Como se había previsto, los estudiantes logran establecer el hecho de que las manzanas verdes no pueden ser arrastradas directamente sino a través de las rojas.

Este nuevo conocimiento por ellos adquirido, es sustentado por lo que propone la teoría de las situaciones didácticas, cuando la profesora tiene la intención: “que los estudiantes aprendan que las manzanas verdes no se pueden arrastrar directamente, por la dependencia que hay entre ellas”. Este conocimiento se puede observar cuando los estudiantes realizan una acción sobre el medio, mover las manzanas verdes a través de las rojas, cuando inician la actividad. Además en la ronda dos, cuando E2 intenta arrastrar las manzanas verdes, E1 advierte ¿Qué está haciendo? a lo cual E2 reacciona y va a mover la manzana roja.

Por otro lado la tarea sirvió de manifiesto para que ellos notaran otros movimientos además del que tenían las manzanas, como se puede ver inicialmente en la ronda uno, E1 (el estudiante) solo movía las manzanas sin intentar mover otras cosas y con la intervención de la profesora abandona las manzanas y se dirige a los fruteros, también se evidencia cuando en la ronda dos E2 va directo a mover el frutero rojo.

En la ronda dos, la intención que tenían los estudiantes de ubicar el frutero en una posición similar al de la ronda uno para cumplir la tarea, fue fallida. Cuando ellos realizan la acción de llevar las manzanas rojas al frutero rojo, el medio les ofrece la siguiente retroacción: las manzanas verdes quedan afuera del frutero, por lo que E1 manifiesta ¡Perdiste!; esta retroacción invalida la acción de los estudiantes en cuanto a la posición del frutero y los obliga a modificarla, por eso E2, moviendo las rojas, lleva las manzanas verdes al frutero verde y luego arrastra el frutero rojo a donde quedan las rojas, obteniendo así, la estrategia ganadora.

Aquí se ve como las retroacciones del medio hacen que los estudiantes interpreten las acciones que realizan y tuvieran que modificarlas.

Se puede notar también que en la ronda dos los estudiantes no se han dado cuenta que el centro de simetría ha cambiado y es así que ubica el frutero en una posición muy similar al de la ronda uno, como se puede apreciar en la figura 8 (para la ronda dos) y la 9 (para la ronda uno).

Figura 8. Posición de los fruteros – Ronda 2



Figura 9. Posición de los fruteros –Ronda 1



- **Tarea 4: mueve el frutero y mete todas las manzanas.**

Ronda 1

E1: {Después de leer la instrucción, coge el frutero y lo lleva a una posición próxima al centro de simetría}

E1: Es como por aquí.

E1: {Lleva las manzanas al frutero y luego mueve un poco el frutero para que queden bien dentro todas las manzanas}

E1: ¡Que fácil!

E1: ¡Bien! {Cuando logra cumplir la tarea}

Ronda 2

E1: A la mitad.

E2: {Lleva el frutero a una posición cercana al centro de simetría. Luego junta las manzanas y quedan afuera del frutero,}.

E1: Ahora mueva el frutero

E2: {Mueve el frutero hacia donde estaban las manzanas juntas, aparece la retroalimentación y avanza a la siguiente tarea}

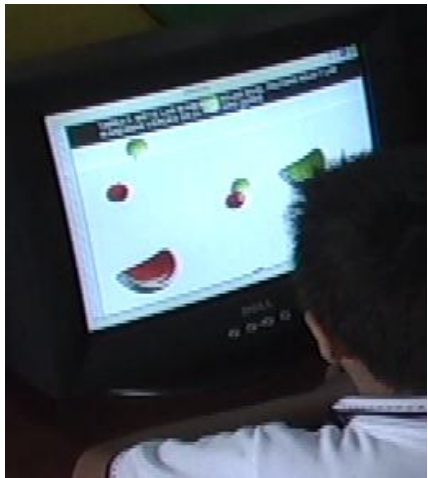
Tanto en la ronda uno como en la dos, los estudiantes van directamente a mover el frutero para ponerlo en un lugar muy próximo al centro de la simetría, luego arrastran las manzanas y las reúnen, ubicando el frutero sin ninguna dificultad, cumpliendo así la tarea propuesta. Los estudiantes reconocen un solo punto donde se van a reunir todas las manzanas, cuando hacen el movimiento del frutero hacia el lugar correspondiente sin mover las manzanas inicialmente y cuando E1 advierte: “a la mitad” en la ronda dos.

Los estudiantes tienen la intención de llevar todas las manzanas al frutero, para ello realizan la acción de mover el frutero, usando el conocimiento que debe estar en la mitad “se diría que en la mitad de una manzana roja y la verde correspondiente”, luego interpretan dicha acción como correcta, ya que la retroacción que el medio les ofrece les permite validarla, pues al reunir las manzanas quedan en el frutero.

La advertencia de E1 “a la mitad”, pone de manifiesto que estuviera hablando de la mitad entre las dos manzanas roja y verde correspondiente, lo cual se ha de corroborar en el desarrollo de las siguientes tareas.

Por otro lado la existencia de este punto que ellos han encontrado sin haber movido las manzanas inicialmente, evidentemente no se debe a una situación de azar, como se aprecia y expone en el siguiente cuadro.

Figura 10. Ubicación del centro de simetría

El hecho que en la ronda uno no muevan inicialmente las manzanas para buscar el punto donde se reúnen las manzanas, se debe a que en la tarea tres, antes de mover el frutero, “juegan” con el arrastre de las manzanas una y otra vez y han logrado encontrar ese punto antes, como se puede apreciar en la figura.	
---	---

- **Tarea 5: mueve el frutero y mete todas las manzanas**

Ronda 1

E1:{Después de leer la instrucción, Intenta mover una manzana roja; pero no puede. Luego coge el frutero y lo ubica en una posición casi exacta al centro de simetría, apareciendo un botón con una instrucción}

E1: {Lee} Cuando considere que ya está listo, haz clic aquí.

E1: {Hace clic en el botón y lee} Ahora junta todas las manzanas rojas con las verdes.

E1: {Junta las manzanas y aparece la retroalimentación positiva, la carita feliz, un mensaje y la flecha para avanzar a la siguiente tarea}

E1: {Lee y luego y avanza a la siguiente tarea} De aquí en adelante, pondremos una carita feliz en el lugar donde se pueden juntar todas las manzanas.

Ronda 2

E2:{Lee la instrucción y lleva el frutero a una posición muy cercana al centro de simetría, aparece el botón con una instrucción}

E2: {Hace clic en el botón y mete las manzanas en el frutero, aparece la retroalimentación, la carita feliz, un mensaje y la flecha para avanzar a la siguiente tarea}

E2: {Lee} De aquí De aquí en adelante, pondremos una carita feliz en el lugar donde se pueden juntar todas las manzanas

Inicialmente los estudiantes tienen la intención de juntar las manzanas; pero el medio les ofrece una retroacción: no permitirles mover las manzanas rojas, por lo tanto ellos interpretan e invalidan esa acción, por eso abandonan el intento de mover las manzanas, modifican la acción y pasan a mover el frutero. Aquí se deja ver que la acción que los estudiantes realizan: llevar el frutero al lugar acertado; pudiera ser una interpretación que ellos hacen de la acción realizada en la tarea anterior y por lo tanto la repiten para obtener la estrategia ganadora: predecir el centro de simetría o posición del frutero para meter todas las manzanas.

En esta tarea los estudiantes en la ronda uno y dos, como se esperaba, van directo a llevar el frutero en la posición que corresponde, ver figuras No.11 y No.12, dando a entender que reconocen el centro de simetría como el punto medio de dos manzanas roja y la verde correspondiente; pero es un hecho que luego en el desarrollo de la tarea 6 se evidencia que no es así, ya que no utilizan este hecho para resolverla.

Figura 11. Ubicación del frutero – Ronda 1

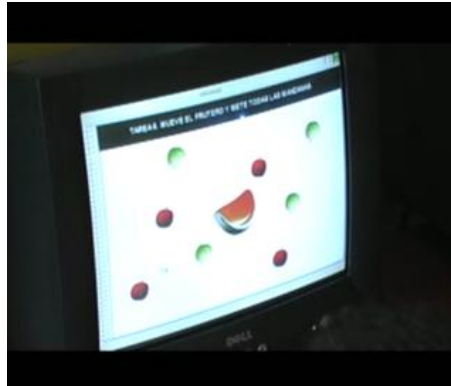


Figura 12. Ubicación del frutero – Ronda 2



Sin embargo, otros estudiantes, sí manifiestan, con mayor claridad que están hablando de la mitad entre las dos manzanas roja y verde correspondiente, como se puede ver en la pareja que se encuentra al lado, cuando muestran con sus dedos las posiciones de las dos manzanas.

E4 ¡hacia la mitad! {Señalando con el dedo}

E3 aquí, {Señalando las dos manzanas, como se puede ver en la figura 13}

Figura 13. Ubicación del frutero por otro estudiante



Los estudiantes hablan ciertamente de la mitad de estas dos manzanas, este es un hecho que se corrobora en la puesta en común (ver figura 17 en el análisis a posteriori de la puesta en común).

- **Tarea 6: ubica el frutero verde de manera que si pones todas las manzanas rojas en el frutero rojo las verdes queden en el verde.**

Ronda 1

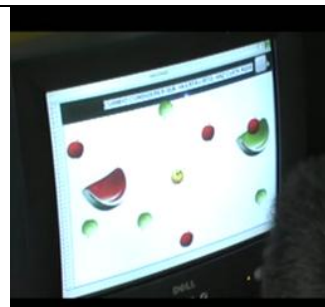
E1: {Trata de mover la carita, las manzanas rojas y no puede}

E2: El frutero.

E1: ¡Ah! sí.

E1: {Lleva el frutero verde a la posición que muestra la figura y aparece un botón con una instrucción.}

E1: {Lee y hace clic en el botón y aparece la instrucción: ahora mete todas las manzanas rojas en el frutero rojo}.



E1: {Lleva las manzanas rojas al frutero rojo}

E2: Esta es la posición. {Señalando con sus dedos la posición donde están las manzanas verdes}

{Aparece una carita triste y la instrucción: inténtalo de nuevo}

E1: {Lee sonriendo} Inténtalo de nuevo.

E1: Bueno, ¡acá es! {Señalando con sus dedos la posición donde están las manzanas verdes}

E1: {Reinicia la actividad, pone el frutero en la posición donde tiene su dedo y hace clic en el botón que aparece}

E1: {Lleva las manzanas rojas al frutero rojo y cumple la tarea}

Profesora: Ahora sede el turno al compañero.

Ronda 2

E2: {Trata de mover el frutero rojo y no puede}

Profesora: ¿Qué vas a mover?

E2: El frutero

Profesora: Lee la instrucción

E1: El verde.

E2: {Lleva el frutero verde a la posición que muestra la figura, aparece una instrucción y un botón, luego hace clic en el botón}	
--	---

E1. Ahora mete todas las manzanas rojas en el frutero rojo.

E2: {Mete las manzanas rojas en el frutero rojo y aparece una carita triste un botón y la instrucción: inténtalo de nuevo}

E1: Venga le ayudo, el rojo está aquí y el verde es aquí. {Señalando con sus dedos las posiciones de las manzanas rojas y verdes}

E2: {Hace clic en el botón para intentarlo de nuevo}

E1: El rojo está bien, solo es el verde.

E2: {Trata de mover el frutero verde y E1 quitó los dedos de la pantalla}

E2: ¿Qué hizo?

E1: A es por aquí. {Coge el mouse y ubica el frutero en la posición correcta, aparece un botón y la instrucción: Cuando consideres que ya está listo haz clic aquí}

E2: {Hace clic en el botón y lleva las manzanas rojas al frutero rojo, cumpliendo con la tarea}

Profesora: ¡Bien! Ahora pasamos a socializar la actividad.

En esta tarea no se cumplió el objetivo trazado, pues, tanto en la ronda uno como en la dos los estudiantes no usan la carita feliz como el punto medio entre las dos manzanas roja y verde correspondiente, como habían dado a entender en las dos tareas anteriores.

Los estudiantes usan como estrategia de solución retener la posición que corresponde con el dedo, tal y como se evidencia en las figuras 14 y 15.

Figura 14. Estrategia de solución para ubicar el frutero – Ronda 1

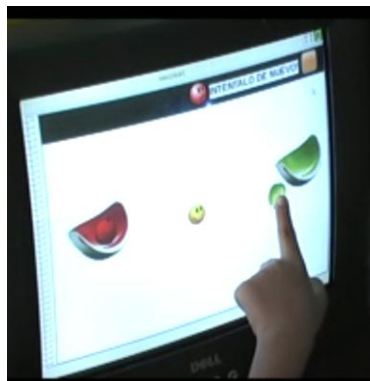


Figura 15. Estrategia de solución para ubicar el frutero – Ronda 2



En la ronda uno parece que los estudiantes se dan cuenta de la alineación entre la carita, y las manzanas o fruteros con la ubicación del frutero; pero en la ronda dos no ponen este hecho de manifiesto pues la ubicación del frutero no es en alineación con la carita y el otro frutero, lo que deja ver que no hay claridad en la alineación que debe existir entre los objetos. Aunque otros estudiantes si manifiestan este hecho en la puesta en común.

La intención inicial que tienen los estudiantes es ubicar las manzanas en el frutero rojo y luego poder ubicar el frutero, por eso intentan mover el frutero rojo o las manzanas; el medio les ofrece la retroacción: no puede moverlas; ellos invalidan su acción y la modifican, ahora van y mueven el frutero. Cuando van a corroborar la posición, el medio les ofrece la retroacción: aparece una carita triste y la instrucción, inténtalo de nuevo; esto los obliga a modificar su acción, para lo cual utilizan como estrategia, guardar la posición manteniendo el dedo en la pantalla. Esta es una acción que no se había previsto en el análisis a priori, por eso logran cumplir la tarea sin hacer uso del conocimiento que se quería.

En general en el paso de la ronda uno a la dos los estudiantes no evidencian el cambio de posición del centro de simetría, hecho que se evidencia con claridad en

la tarea tres, y en el desarrollo de las otras tareas, donde las posiciones utilizadas son similares a las de la ronda anterior. Esto se debe al hecho de no haber marcado bien la diferencia entre estas posiciones en la elaboración de las actividades.

- **Análisis a posteriori de la puesta en común**

Profesora: para esta tarea 2 vamos a hacer un dibujo de cómo está la actividad en este momento.

E3: ¿cómo sabemos cuál es la roja y la verde?

Profesora: Con la letra R y V para poder identificar.

E1: ¿El palito?

Profesora: ¿Qué pasa con el palito?

E1: Está en diferente lado.

Profesora: como lo vea lo vas a dibujar.

Profesora: ya para realizar la tarea, ¿cómo llevamos las manzanas verdes al frutero verde?

E4: Moviendo las rojas, y las rojas están como pegadas con las verdes.

Profesora: Las rojas están ¿qué?

E4: Como con una cuerda.

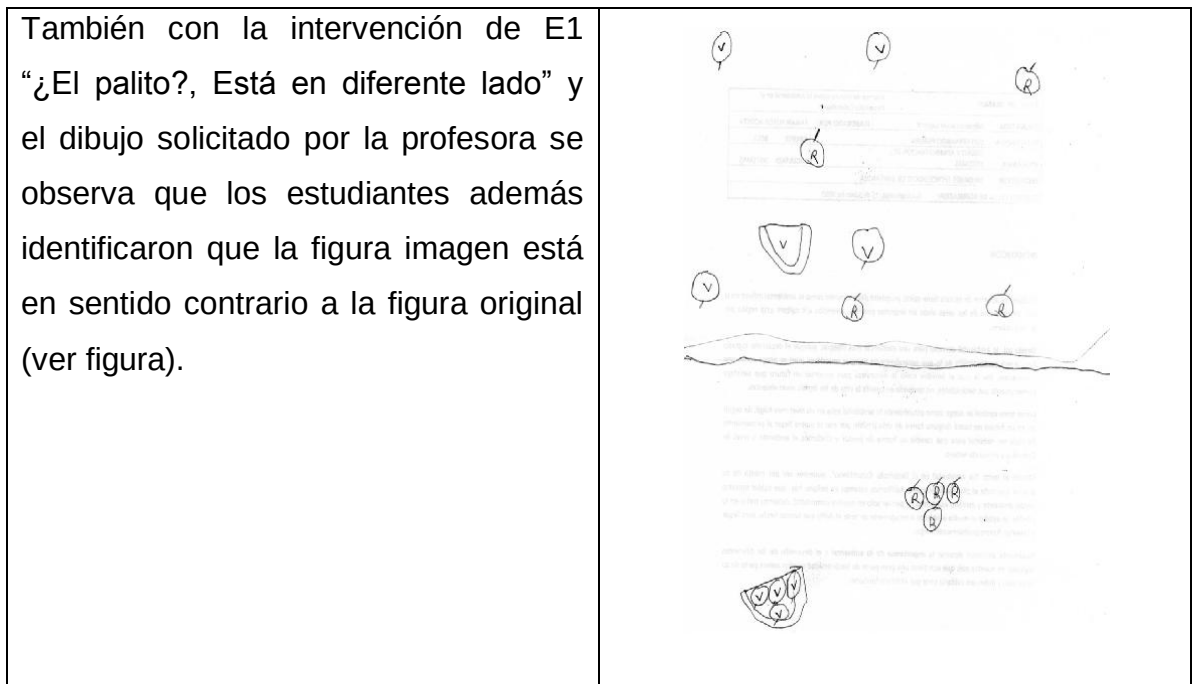
Profesora: Decimos que la roja está como amarrada con la verde o que la verde depende de ...

E4: de la roja.

Profesora: En la otra parte de la hoja hacen el dibujo de cómo va a quedar después.

Como se esperaba, los estudiantes logran identificar algunas propiedades de la simetría central. Una es la dependencia de la figura imagen con la figura original.

Figura 16. Evidencia de trabajo realizado por los estudiantes en la tarea 2



En referencia a la Tarea 4: Mueve el frutero y mete todas las manzanas.

Profesora: En esta tarea ¿qué debían hacer?

E4: Mover el frutero.

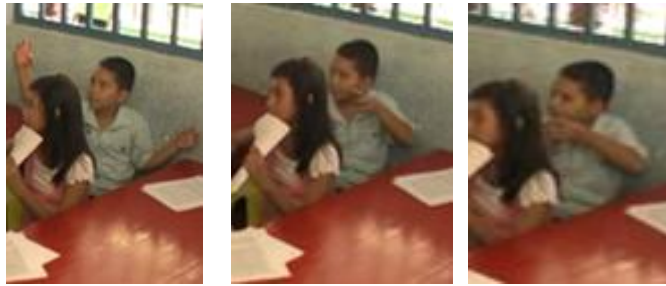
Profesora: ¿Hacia dónde debían moverlo?

E4: Hacia la mitad.

Profesora: ¿Por qué hacia la mitad?

E4: Porque las manzanas están separadas y se van uniendo hacia la mitad {haciendo con sus manos los movimientos de pegar y despegar las manzanas, ver figura 17}

Figura 17. Evidencia de estrategia de solución para la tarea 4



Profesora: ¿Podíamos poner el frutero en otro lugar?

E1: Si, ¡muchos!

Profesora: Por aquí {señala varios lugares}

E1: Ah no, solo hacia la mitad, que es donde se juntaban todas.

Otra propiedad que queda aquí en claro y en la tarea cinco es que los estudiantes lograron identificar que existe un solo punto donde se juntan las manzanas; pero le faltó a la profesora precisar hacia qué mitad hacen referencia los estudiantes, y enfatizar sobre la mitad de una manzana roja y una verde correspondiente.

En referencia a la Tarea 5: Mueve el frutero y mete todas las manzanas.

Profesora: ¿Cuántos puntos existen donde podíamos ubicar el frutero?

E1: Uno

E4. En la mitad.

E3: Hacia la mitad de las...cuando se mueven {señalando con sus manos cuando se acercan las manzanas}.

Para esta tarea, donde el objetivo era predecir el centro de la simetría usando el hecho que sólo se podía en la mitad de una manzana roja y una manzana verde, se observa que la profesora no hizo la claridad pertinente que correspondía.

En referencia a la Tarea 6: Ubica el frutero verde de manera que si pones todas las manzanas rojas en el frutero rojo las verdes queden en el verde.

Profesora: ¿Qué significa la carita?

E6: donde se juntan las manzanas

E4: El frutero hay que ubicarlo alineado.

Profesora: ¿Alineado con quién?

E4: Con el frutero rojo y la carita.

E2: Es que en la carita esta la roja y la verde, entonces hay que saber dónde está la roja para ubicar el verde.

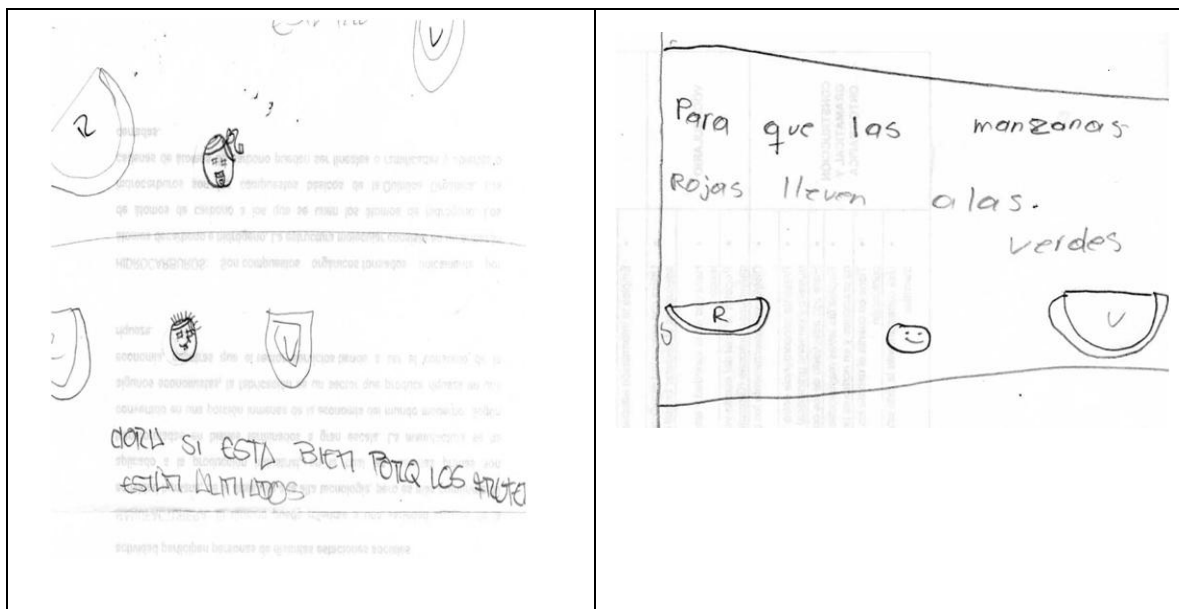
Profesora: ¿Para saber dónde ubicar el frutero verde qué decimos? Yadi?

E6: Que hay que alinearlos según la carita.

Profesora: En la hoja, dibujan donde debe quedar el frutero verde y escriben porqué lo que acaban de decir lo escriben.

Otra propiedad que lograron identificar los estudiantes es la alineación entre los objetos, como se puede apreciar en la figura 18 que muestra los dibujos realizados por los estudiantes y cuando intervienen los estudiantes “El frutero hay que ubicarlo alineado, con el frutero rojo y la carita, que hay que alinearlos según la carita”.

Figura 18. Evidencia del trabajo realizado en la tarea 6



Los estudiantes no manifiestan la alineación precisa entre la manzana roja, su imagen, la manzana verde y la carita feliz, sino que asocian con los fruteros este hecho, le faltó a la profesora hacer la claridad pertinente. Otro hecho es que aunque no manifiestan que la distancia entre una manzana roja y la carita feliz es la misma que entre la manzana verde correspondiente y la carita feliz, sí se puede apreciar en los dibujos que mantienen las distancias iguales, nuevamente le faltó a la profesora enfatizar verbalmente en este hecho y que utilizaran la carita feliz como el punto medio de una manzana roja y su correspondiente verde.

En general se puede apreciar en el desarrollo de las diferentes tareas, en la puesta en común y en los dibujos realizados por los estudiantes, que con el desarrollo de la actividad los estudiantes logran cumplir el objetivo propuesto e identifican las propiedades de la simetría central: La figura imagen depende de la figura original, La figura original, su imagen y el centro de simetría están en línea recta, Existe un solo punto donde la figura original y su imagen coinciden, el cual se llama centro de la simetría y que la distancia entre la figura original y el centro

de la simetría es la misma que entre el centro de simetría y la figura imagen, es decir, que el centro de simetría es el punto medio de la distancia entre la manzana roja y la manzana verde.

7.3 SEGUNDA ACTIVIDAD: LA CASA

7.3.1 Análisis a priori de la actividad dos: la casa

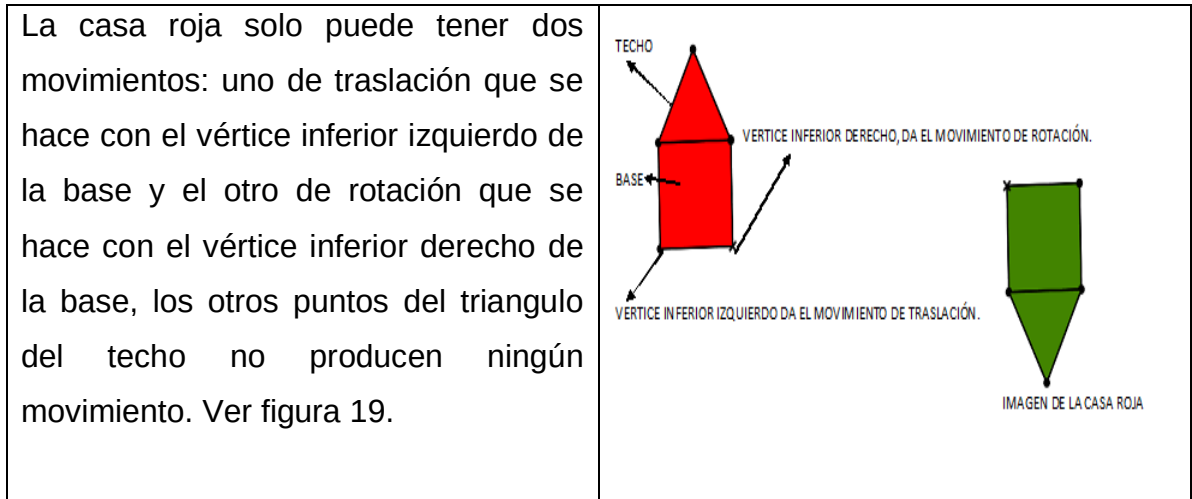
- **Objetivo de la actividad 2: la casa.** En esta actividad, además de reforzar la identificación de las propiedades expuestas en la actividad uno, se busca que los estudiantes logren:

1. Cambiar la concepción en la transformación global de un objeto a la transformación puntual; es decir, pasar de ver un objeto como una sola cosa a verlo como un objeto formado por puntos.
2. Observar que la orientación de la figura imagen cambia respecto a la figura original. Los estudiantes al tratar de cumplir las tareas propuestas pueden verificar que la casa verde (imagen de la casa roja por simetría central) se debe poner con el techo en orientación contraria al que tiene la casa gris.
3. Visualizar el centro de la simetría como el punto medio de un punto original y su correspondiente imagen.

En general los objetos que componen la actividad son: una casa roja y una casa verde. La casa verde es la imagen por simetría central de la casa roja, y no puede ser arrastrada directamente, sino que se mueve a través del movimiento que tenga la casa roja.

Cada casa está construida sobre cinco puntos, que forman un cuadrado para la base y un triángulo para el techo.

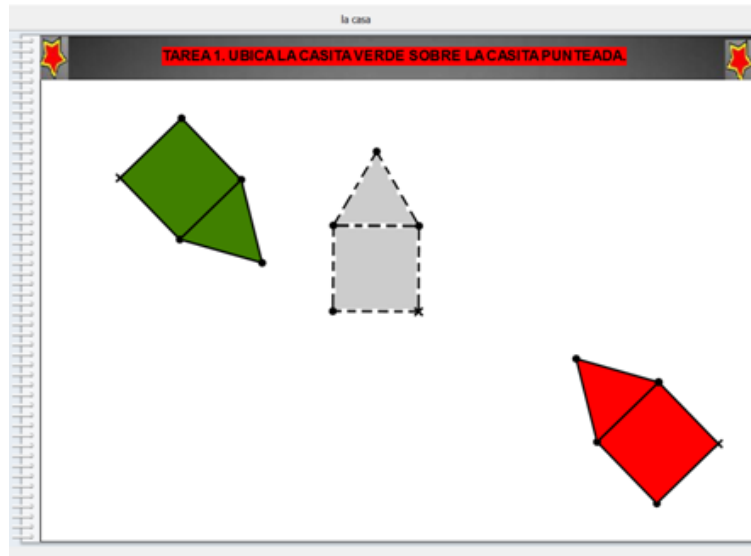
Figura 19. Descripción de la casa



- **Tarea 1: ubica la casita verde sobre la casita punteada**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Además de las casas roja y verde aparece una casa gris punteada que no puede ser arrastrada. Sobre el vértice inferior derecho de la base de la casa gris se encuentra ubicado el centro de simetría. Una vez cumplan la tarea aparece una retroalimentación positiva y una flecha para avanzar a la siguiente tarea.

Figura 20. Tarea 1. Actividad 2



Los objetivos de esta tarea consisten en que los estudiantes:

1. Se den cuenta que el movimiento de la casa verde depende del movimiento de la casa roja.
2. Visualicen que las casas roja y verde quedan en sentidos opuestos. Cuando los estudiantes intenten llevar la casa verde sobre la gris observaran que las posiciones de los techos quedan en sentidos contrarios.
3. Observen que la casa verde gira en el mismo sentido en que gira la casa roja.

Se espera que los estudiantes vayan directo a intentar mover la casa verde. Al no poder moverla, se espera que se den cuenta que la casa verde no se puede arrastrar directamente, al igual que sucedía en la actividad anterior con las manzanas verdes. Luego busquen la forma de mover la casita roja para cumplir la tarea.

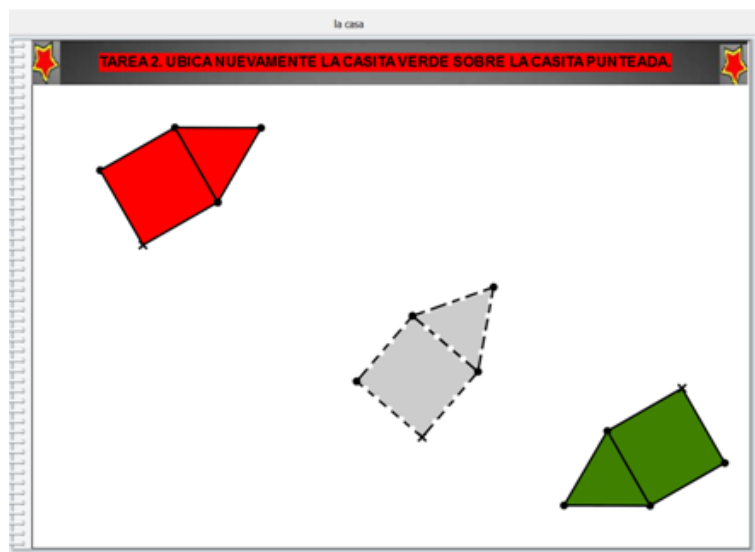
Si los estudiantes no pueden determinar los puntos que le dan el movimiento a la casa roja y llegan a manifestar la imposibilidad del desarrollo de la tarea. La profesora hará una intervención diciendo “intenta moverla a través de alguno de sus puntos”.

Una vez cumplan la tarea aparece una retroalimentación positiva: “muy bien” y una flecha indicando que pueden pasar a la siguiente tarea.

- **Tarea 2: ubica nuevamente la casita verde sobre la casita punteada**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja de trabajo es igual a la anterior, con la diferencia que el centro de simetría se encuentra ubicado sobre el vértice superior izquierdo de la base de la casa gris. La intención de cambiar la posición del centro sobre la casa gris, es que los estudiantes vayan visualizando más detenidamente la correspondencia entre los diferentes puntos que conforman la casa.

Figura 21. Tarea 2. Actividad 2



Con esta tarea se busca que los estudiantes refuercen los objetivos de la tarea 1 al presentarles una tarea variante de la tarea anterior.

Se espera que los estudiantes ya no vayan directo a intentar mover la casa verde, sino que vayan directamente a la casa roja para mover la verde y logren así cumplir la tarea propuesta.

Una vez cumplan la tarea aparece una retroalimentación positiva: "buen trabajo" y una flecha indicando que vayan por otra tarea.

- **Tarea 3: ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas roja y verde en uno de sus puntos**

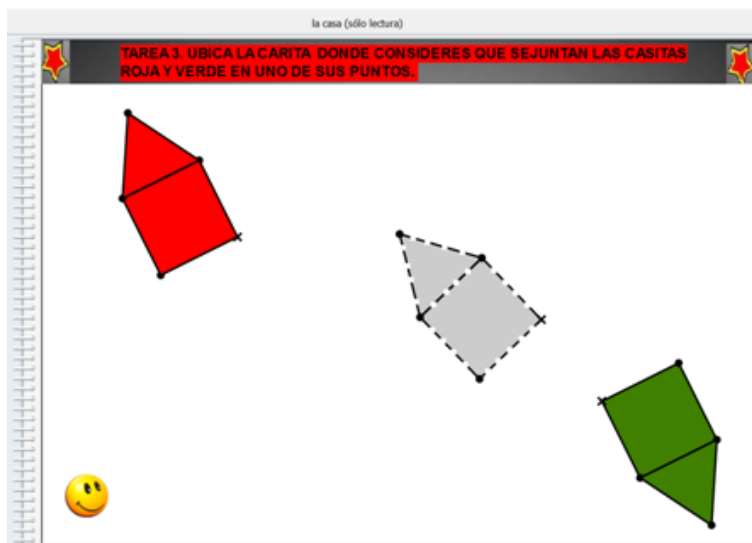
- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja es igual que la anterior con la diferencia que aparece una carita feliz que se puede arrastrar y la casa roja no se puede arrastrar inicialmente.

Una vez muevan la carita aparece un botón con una instrucción: "cuando consideres que ya está listo haz clic aquí". Al hacer clic en el botón se libera la casa roja y se fija la carita feliz, apareciendo la instrucción: "lleva la casita verde sobre la gris".

Si la posición no es correcta aparece una carita triste con la instrucción "inténtalo de nuevo", al intentarlo de nuevo se reinicia la tarea.

Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva: "que bien" y una flecha indicándoles que pueden avanzar a la siguiente tarea.

Figura 22. Tarea 3. Actividad 2



Con esta tarea se busca que los estudiantes establezcan los puntos que son las imágenes correspondientes a cada punto de la casa roja y logren predecir el centro de simetría, estableciéndolo como el punto medio de un punto de la casa roja y su correspondiente punto imagen de la casa verde.

Se espera que los estudiantes vayan directo a mover la carita feliz y la lleven a un punto sobre la casa gris, para lo cual utilizarán el hecho de establecer el punto medio entre un punto de la casa roja y su correspondiente imagen de la casa verde.

Haciendo el análisis de esta tarea se observa un error en el diseño de las tareas 1 y 2, al haber puesto el centro de simetría sobre la casa gris, pues con este hecho es posible que los estudiantes no establezcan la correspondencia entre todos los cinco puntos de la casa roja con los cinco puntos de la casa verde y al realizar la tarea 3, los estudiantes pueden haber interiorizado que el punto de coincidencia

de las casas roja y verde es uno de los vértices de la casa gris; entonces procederán a colocar el punto pedido sucesivamente en alguno de esos vértices, sin tener en cuenta el conocimiento esperado: el punto de coincidencia es el punto medio entre cualquier punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde. Para solucionar esta situación, se sugiere en alguna de las hojas de trabajo de la secuencia que el centro de simetría esté afuera de la casa gris.

- **Tarea 4: ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos.**

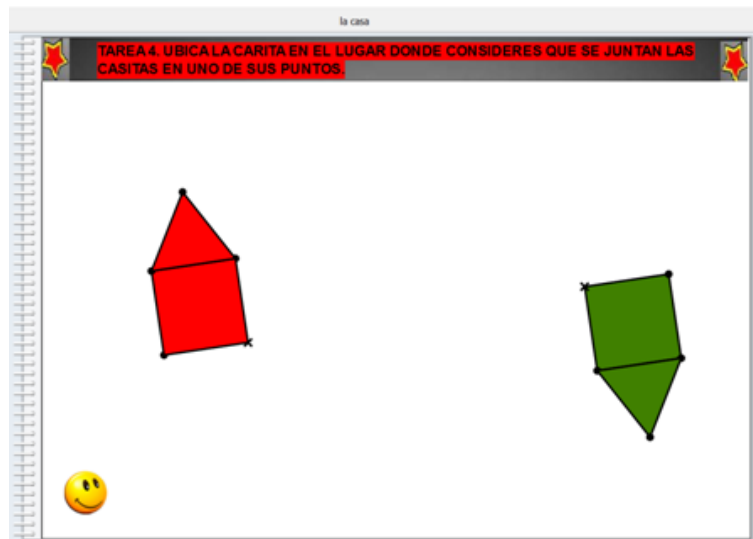
- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja se diferencia de la anterior porque no aparece la casa gris.

Una vez muevan la carita aparece un botón con una instrucción: “cuando consideres que ya está listo haz clic aquí”. Al hacer clic en el botón se libera la casa roja y se fija la carita feliz, apareciendo la instrucción: “ahora junta los puntos de los techos de las casitas”.

Si la posición no es correcta aparece una carita triste con la instrucción “para volver a intentarlo haz clic aquí”, al intentarlo de nuevo se reinicia la tarea.

Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva: “bien hecho” y una flecha indicándoles que vayan por otra tarea.

Figura 23. Tarea 4. Actividad 2



El objetivo de esta tarea es una variante de la anterior, donde no va a tener la casa gris como referencia para la ubicación de la carita feliz.

Se espera que los estudiantes ubiquen la carita feliz en el punto medio de un punto de la casa roja con su correspondiente (imagen) punto de la casa verde.

- **Tarea 5: utiliza las herramientas de la parte de abajo para ubicar el punto amarillo en el lugar donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** En esta hoja de trabajo, además de las dos casas roja y verde, aparece un punto amarillo que se puede arrastrar y dos íconos que son herramientas del software, y sirven para ubicar más exactamente el punto amarillo donde se encuentra el centro de la simetría.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite tomar la distancia entre dos puntos.



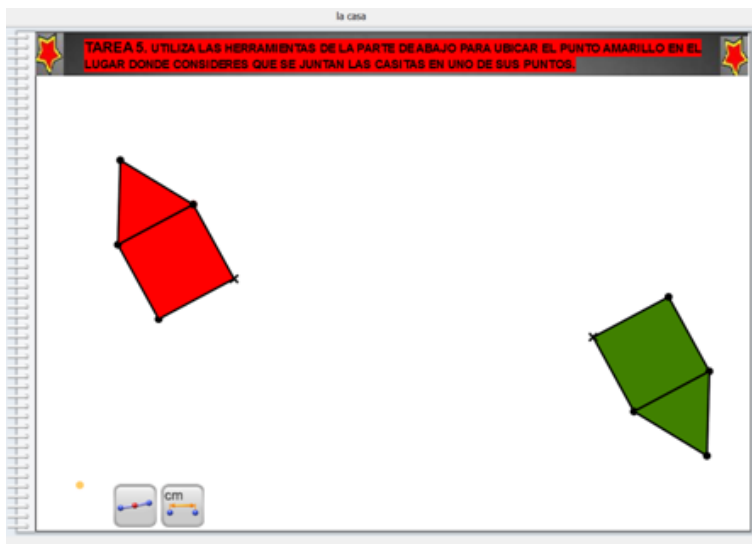
Este ícono al hacer clic sobre él, permite construir el punto medio entre dos puntos.

Inicialmente la casa roja no se puede mover, una vez muevan el punto amarillo aparece un botón con una instrucción: “cuando consideres que ya está listo haz clic aquí”. Al hacer clic en el botón se libera la casa roja y se fija el punto amarillo, apareciendo la instrucción: “ahora junta los puntos de los techos de las casitas”

Si la posición no es correcta aparece una carita triste con la instrucción “para volver a intentarlo haz clic aquí”, al intentarlo de nuevo se reinicia la tarea.

Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva: “bien hecho” y una flecha indicándoles que vayan por otra tarea.

Figura 24. Tarea 5. Actividad 2



El objetivo de esta tarea es que los estudiantes puedan predecir el centro de simetría con mayor exactitud, a cuando utilizaban la carita feliz.

Se espera que los estudiantes ubiquen el punto amarillo haciendo uso de la herramienta punto medio, señalando un punto de la casa roja y su correspondiente punto imagen de la casa verde, lo que lo llevaría a una solución correcta.

También se esperaría que hagan uso de la herramienta distancia, tomando la medida desde un punto de la casa roja al punto amarillo y luego desde su punto imagen correspondiente de la casa verde al punto amarillo, después moverá el punto amarillo a un lugar tal que las dos distancias tomadas sean iguales; es de aclarar que esta herramienta los puede llevar a una solución correcta o a una incorrecta. Incorrecta si sólo toman como referencia o condición que las distancias sean iguales olvidando la alineación que deben tener los objetos.

- **Tarea 6: ya sabes que el punto donde se encuentran los puntos de los techos es en la mitad de ellos. Ahora tienes que construir ese punto utilizando las herramientas de la parte de abajo y que siga estando en la mitad aunque se mueva la casa verde.**

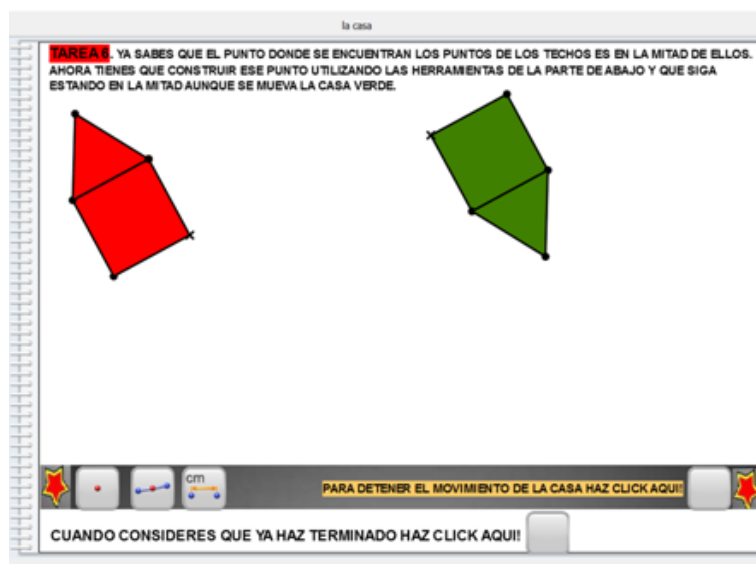
- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja de trabajo tiene además de las dos casas y de los dos íconos presentados en la tarea anterior otro ícono y un botón en la parte de abajo con la instrucción: “cuando consideres que ya haz terminado haz clic aquí”. Esto les permite validar el trabajo que ellos realicen.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite construir un punto.

También la casa verde se encuentra en movimiento giratorio, el cual lo pueden detener o iniciar cuando hagan clic sobre el botón que se les indica en la parte de abajo de la hoja de trabajo.

Figura 25. Tarea 6: Actividad 2



El objetivo de esta tarea es que los estudiantes puedan crear el centro de simetría que se encuentra oculto.

Se espera que los estudiantes reconozcan los puntos imágenes que corresponden a cada uno de los puntos de la casa roja y con solo un punto de la casa roja y su correspondiente punto imagen de la casa verde, ellos utilicen la herramienta punto medio para crear el punto que se les pide. Luego usen la herramienta distancia para tomar las distancias y ver que aunque la casa verde se mueva las distancias se mantienen.

Al hacer clic para validar el trabajo, aparece la pregunta ¿las distancias son iguales aunque la casita verde se esté moviendo? junto con los iconos “sí” para avanzar y “no” para continuar resolviendo la tarea.

Si la respuesta es “no”, la instrucción queda como se encontraba inicialmente.

Si la respuesta es Sí, aparece la retroalimentación positiva “excelente” y una flecha para avanzar. Al hacer clic en la flecha aparece una carita feliz con la instrucción hacer clic aquí, y un letrero: “felicitaciones por su buen desempeño”. Una vez hagan clic aparece una imagen y la instrucción “cede el turno a su compañero” y así se dará inicio a la segunda ronda.

- **Análisis a priori de la puesta en común.** Terminadas las dos rondas de la actividad se efectuará una puesta en común, en la cual se busca evidenciar si los estudiantes lograron cumplir los objetivos trazados para esta actividad. La profesora frente a todos va desarrollando las tareas de la ronda uno, junto con la participación de los estudiantes, realizando preguntas, de tal forma que ellos expongan los argumentos que utilizaron para su solución.

Algunas preguntas planeadas serían:

1. ¿Cuántos puntos y qué figuras geométricas forman la casa roja? Esta pregunta se hace con la intención de visualizar la figura como un objeto formado por otros objetos.
2. ¿Cómo se podía ubicar la casa verde sobre la gris?
Esta pregunta referida a la tarea 1: Ubica la casita verde sobre la casita punteada., busca que los estudiantes manifiesten la imposibilidad de mover la casa verde directamente, sino que debe hacerse a través de la casa roja. Igualmente que identifiquen los movimientos de rotación y traslación y los puntos que los producen en la casa roja.
3. ¿Cómo es la posición de los techos de las casas roja y verde?, busca que los estudiantes manifiesten que la orientación es en sentidos contrarios.
4. ¿En cuáles puntos se pueden juntar las dos casas roja y verde?

Esta pregunta referida a la tarea 2: Ubica nuevamente la casita verde sobre la casita punteada, busca que los estudiantes señalen algunos puntos de la casa roja y su respectivo punto imagen de la casa verde, lo cual también servirá de manifiesto para la estrategia de solución en la tarea 3: Ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas roja y verde en uno de sus puntos.

5. ¿Cuál herramienta se puede utilizar para garantizar que el punto amarillo quede en la posición correcta? Esta pregunta referida a la tarea 5: utiliza las herramientas de la parte de abajo para ubicar el punto amarillo en el lugar donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos, y a la tarea 6: Ya sabes que el punto donde se encuentran los puntos de los techos es en la mitad de ellos; ahora tienes que construir ese punto utilizando las herramientas de la parte de abajo y que siga estando en la mitad aunque se mueva la casa verde, busca que los estudiantes expongan la estrategia de solución empleada y que reconozcan la posición del punto amarillo como el punto medio de un punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde.

7.3.2 Análisis a posteriori de la actividad dos: la casa. En esta actividad, los estudiantes observados sólo trabajaron la ronda uno, pues uno de ellos llegó tarde, y el que comenzó se demoró mucho tiempo en el desarrollo de las tareas. Los demás grupos de trabajo sí avanzaron a la ronda dos.

- **Tarea 1: ubica la casita verde sobre la casita punteada.**

Profesora: {A todo el grupo} Empiecen la actividad., hay que ensayar, mirar qué se puede mover para poder cumplir la tarea.

E2: Está difícil. {Intenta arrastrar la casa verde, y no puede}

Profesora: {A todo el grupo} Recordemos un poco qué pasaba con las manzanas verdes.

E2: Ay, ya sé cómo.

E2: {Intenta mover la casa roja}

E3: ¡Yo, ya la encontré! {Compañero que se encuentra al lado, refiriéndose a que ya puede mover la casa roja}

E2: Si pero, ¿dónde está la de la roja? {Refiriéndose al punto que hace mover la casa roja}

Profesora: {A todo el grupo} Ubicamos, ubicamos, en algún lado sale algo.

E2: ¡Ah! {Mueve la casa roja con el punto de rotación}

E3: Mire, si muevo la roja, se mueve la verde.

E2: Pero no se puede mover. {Refiriéndose a que no la puede trasladar}

Profesora: Intenta con otro punto a ver qué pasa.

E2: {Gira la casa roja y luego intenta arrastrar la verde}

Profesora: {A todo el grupo} ya ven que la casa tiene cinco puntos, ya encontraron un punto que la hace girar, intenten con otro punto a ver qué otro movimiento nos hace.

E2: {Vuelve a la casa roja y encuentra el punto de traslación, luego gira la casa roja y lleva la casa verde sobre la gris, quedando las casas roja y verde unidas en el vértice inferior derecho de la base. Aparece el letrero de retroalimentación “¡muy bien!”}

E2: ¡Listo!

Profesora: ¡Muy bien!

Como se esperaba, los estudiantes van directo a intentar arrastrar la casa verde y el medio les ofrece la retroacción, que no se puede, por eso la expresión de la estudiante: “Está difícil”. La estudiante interpreta la retroacción e invalida su acción, abandonando el intento de mover la casa verde y pasa a intentar mover la roja. Cuando va a mover la casa roja el medio le ofrece la retroacción, que si se puede mover, permitiéndole girar la casa roja. Con la interpretación que hace la

estudiante de esta retroacción, ella valida su acción, buscando el otro punto que le hace el movimiento de traslación a la casa roja.

Aunque inicialmente presentó dificultad para poder hallar los puntos que le daban el movimiento de rotación y traslación a la casa roja, con las intervenciones de la profesora se logró superar la dificultad y en general la tarea fue resuelta sin mayor dificultad.

El objetivo esperado: que los estudiantes se den cuenta que el movimiento de la casa verde depende del movimiento de la casa roja, se cumplió, como se puede evidenciar cuando la profesora hace la intervención de recordar lo que pasaba con las manzanas, ellos asocian la dependencia de los objetos y E2 expresa: “ay, ya sé cómo” pasando a mover la casa roja, para poder mover la casa verde.

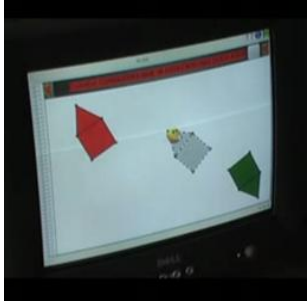
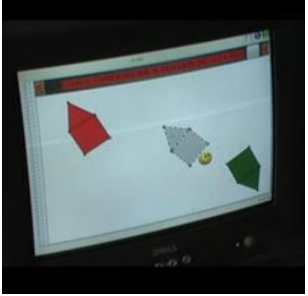
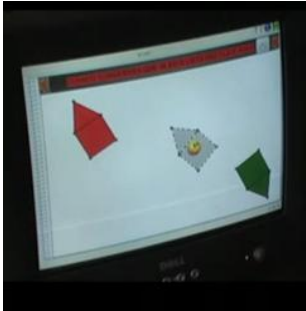
- **Tarea 2: ubica nuevamente la casita verde sobre la casita punteada.**

E2: {lee la instrucción, gira la casa roja para poner la verde en la orientación que tiene la casa gris, después traslada la roja para llevar la verde sobre la gris, acomodando luego con el giro la posición, quedando la casa roja y verde unidas en el vértice superior izquierdo de la base y aparece la retroalimentación positiva con una flecha indicando que avance a la otra tarea}

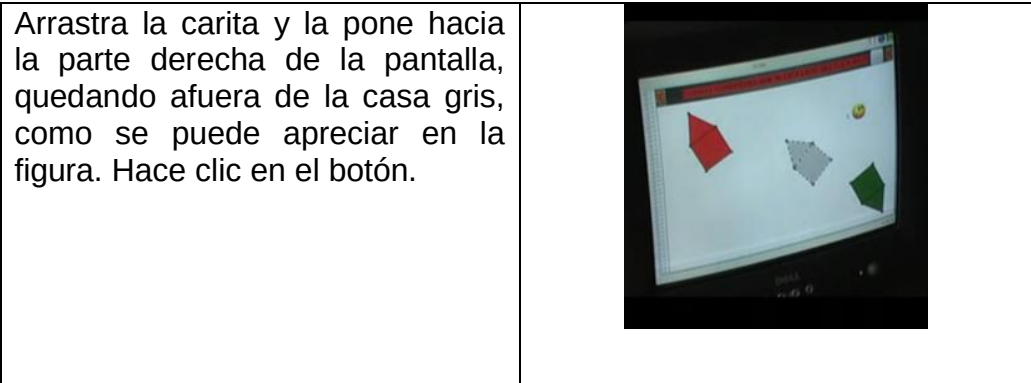
La estudiante realiza la acción (mover la casa roja) sobre el medio con la intención de llevar la casa verde sobre la casa gris, el medio le ofrece la retroacción (se puede mover), ella valida su acción (es correcto mover la casa roja) logrando la estrategia ganadora (cumplir la tarea).

Se cumplió el objetivo tal como se esperaba, los estudiantes ya no intentaron arrastrar la casa verde y fueron directo a mover la casa roja.

- **Tarea 3: ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas roja y verde en uno de sus puntos.**

E2: {lee la instrucción, arrastra la carita, aparece un botón con la instrucción “cuando esté listo haz clic”} Inicialmente lleva la carita pasándola por el vértice del techo de la casa gris, como se aprecia en la figura.	
Después de pasar la carita por el vértice del techo, la ubica en la parte de abajo de la casa gris, como se observa en la figura.	
Luego ubica sobre la pantalla los dedos índice (sobre el vértice inferior derecho de la base de la casa roja) y pulgar (más abajo del índice) y los desliza hacia abajo de la pantalla, como queriendo tomar una medida, tal como se puede ver en la figura.	
Finalmente arrastra la carita al centro de la casa gris, ver figura. Hace clic en el botón y lee: Ahora lleva la casa verde sobre la gris.	

E2:{Gira la casa roja, luego la traslada para ponerla sobre la gris, quedando la casita roja y verde juntas en el vértice superior izquierdo de la base, a su vez aparece un botón y una carita triste con la instrucción inténtalo de nuevo. Hace clic en el botón, y se reinicia la tarea}



E3: ¡Felicitaciones! {Alegrándose de haber cumplido la tarea tres}

E4: {Compañero de E3} ¡Ya pasamos!

E2: ¿Cómo lo hiciste?

E5: ¿En cuál van? {Estudiante que se oye más retirado de la pareja observada?}

E4: En la cuarta.

E2: ¿Dónde la pusiste?

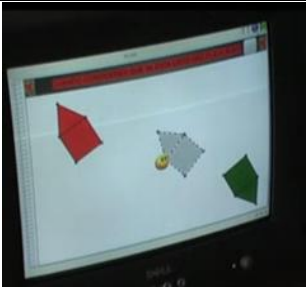
E4: ¡Mmmm...! {Expresando que no supo donde la ubicó}

Profesora: Cada uno en su trabajo.

E2: {Gira la casa roja, luego la traslada para ponerla sobre la casa gris quedando la casita roja y verde juntas en el vértice superior izquierdo de la base, a su vez aparece de nuevo la carita triste y el botón para intentarlo de nuevo}.

E2: Desde aquí...{Señala con el mouse la carita, como se aprecia en la figura}	
E2:...hasta aquí. {Señala con el mouse el punto donde se juntan las casitas, como se puede ver en la figura}	

E2: {Reinicia la tarea.}

Arrastra y lleva la carita feliz al vértice superior izquierdo de la base de la casa gris, como se puede ver en la figura. Luego hace clic en el botón.	
--	--

E2: {Gira y traslada la casa roja para ubicar la verde sobre la gris, aparece el mensaje de retroalimentación}

E2: ¡Qué bien! {Leyendo la retroalimentación positiva que aparece}

El objetivo trazado para esta tarea no se cumplió, pues la estudiante no logra establecer los puntos de la casa verde que son las imágenes correspondientes a cada punto de la casa roja y poder ubicar la carita feliz en el punto medio de algún par de ellos. También se puede observar que no se cumplió lo que se había

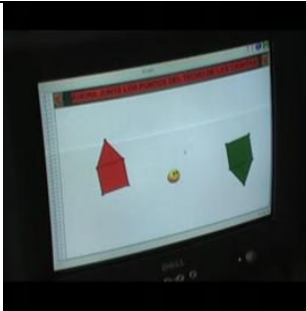
supuesto en el análisis a priori ya que la estudiante no ha interiorizado que el punto de coincidencia de las casas roja y verde está en uno de los vértices de la casa gris; y se esperaba que procediera a colocar la carita feliz en alguno de los vértices donde coincidían en las tareas uno (vértice inferior derecho de la base) y dos (vértice superior izquierdo de la base) suponiéndose que serían puntos de referencia; pero no fue así, porque en dos ocasiones termina ubicando la cara feliz primero en el centro y luego afuera de la casa gris. Además se le suma el hecho que a pesar de que el medio le muestra el punto de coincidencia de las casas roja y verde cuando se le pide llevar la casa verde sobre la gris, ella no hace la interpretación de dicha retroacción y sigue en la búsqueda de la solución al azar, llevando en la segunda ocasión la carita afuera de la casa gris. Por otro lado se puede decir que la estudiante logra cumplir la tarea por la interpretación que hace de la retroacción que el medio le ofrece por segunda vez, cuando ella dice: “Desde aquí hasta aquí” señalando que debe arrastrar la carita feliz al lugar de coincidencia que el medio le está mostrando.

Tal como se había examinado en el análisis a priori, la estudiante realiza unas acciones de ensayo-error, que le sirvieron como estrategia de solución de la tarea; pero no pone de manifiesto un hecho donde haga uso del conocimiento sobre simetría central como la profesora lo había planeado, que debía ubicar la carita feliz en el punto medio de cualquier punto de la casa roja y su correspondiente punto imagen de la casa verde. Además no se cumplió lo que se había predicho, que arrastraran la carita al vértice marcado con X, o al vértice superior izquierdo de la base de la casa gris, teniendo en cuenta que en las tareas anteriores estos puntos eran donde coincidían las casas.

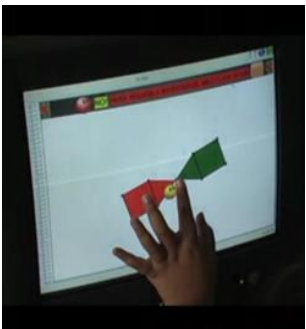
Por otro lado se puede apreciar que el medio le permitió resolver la tarea propuesta, sin aplicar el conocimiento que la profesora quería que usaran: la carita se debe colocar en el punto medio entre un par de puntos correspondientes de las casas roja y verde. Por lo tanto es una tarea que se debe replantear, teniendo en

cuenta que en el diseño de las situaciones a-didácticas, este tipo de estrategia se deben bloquear, ya que de esta forma los estudiantes no van a adquirir el conocimiento que se quiere.

• **Tarea 4: ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos**

E2: {lee la instrucción y lleva la carita feliz a la posición que muestra la figura, aparece la instrucción: “cuando estés listo haz clic”, hace clic y aparece el letrero: junta los techos de las casas}	
---	--

E2: {Gira la casa roja, luego traslada la casa roja hasta juntar los techos, aparece un botón y una cara triste con la instrucción: “inténtalo de nuevo”}

E2: {Guarda con sus dedos la posición donde se juntan los techos, ver figura} E2:{Hace clic y reinicia la tarea} E2: {Lleva la carita feliz, donde tenía la posición del dedo, como se puede apreciar en la figura.	
--	--

{Luego quita su mano y hace clic en el botón para mover la casa roja}

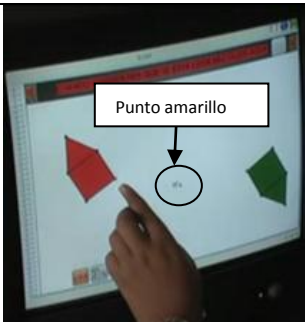
E2: {Traslada la casa roja para juntar los techos y aparece la retroalimentación positiva y pasa a la siguiente tarea}

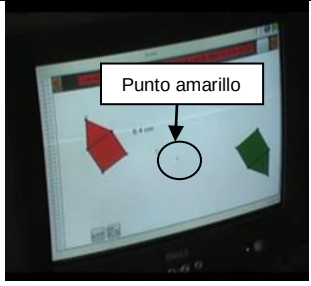
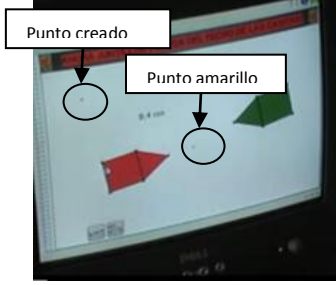
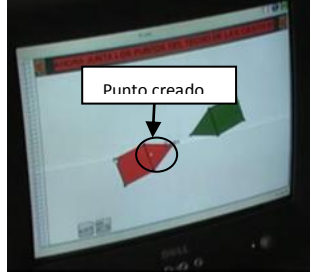
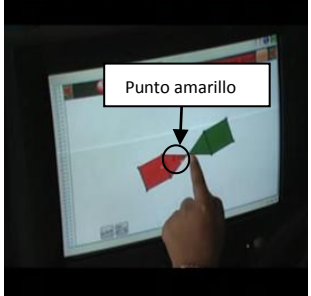
Para la solución de esta tarea usa una estrategia que ya había usado en la actividad de las manzanas, como lo es guardar la posición con la ubicación de los

dedos, para lo cual no utiliza el conocimiento que la profesora esperaba, que establezcan un par de puntos correspondientes y ubiquen la carita en el punto medio de ellos. Por lo tanto es una tarea que al igual que la anterior se debe replantear como por ejemplo que al reiniciar la tarea el centro de simetría cambie, de esta forma la posición que guarde con sus dedos no sirve y los obligaría a buscar otra estrategia de solución.

Se puede apreciar que ante la retroacción que le ofrece el medio: aparece un botón y una cara triste con la instrucción: inténtalo de nuevo, ella hace su interpretación: guarda con sus dedos la posición, cuando el medio le ofrece la visualización de donde se juntan las casas, pues la posición inicial que usó no les va a servir. Por esto ella modifica su acción y ubica la carita feliz en otra posición diferente.

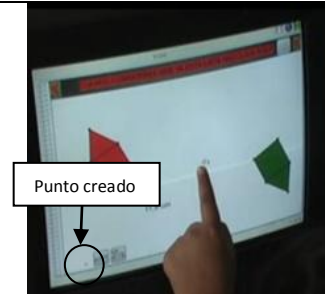
- **Tarea 5: utiliza las herramientas de la parte de abajo para ubicar el punto amarillo en el lugar donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos.**

E2: {Lee la instrucción} {Arrastra el punto amarillo cerca al centro de simetría, Pone su dedo cerca al vértice inferior derecho de la casa roja y lo desliza hacia la parte de abajo de la pantalla, como se puede ver en la figura, a la vez que corre otro poco el punto amarillo. Aparece el letrero “cuando considere que ya está listo haz clic en el botón”}.	
--	--

{Usa la herramienta distancia y toma la distancia desde el punto amarillo hasta el punto del techo de la casa roja, creando un punto nuevo en el techo. Ver figura.}	
{Luego hace clic en el botón, aparece la instrucción: “ahora junta los puntos de los techos de las casitas”, gira la casa roja. En la figura se puede ver el punto que creó al tomar la distancia}	
{Arrastra el punto que creó y lo pone sobre el punto del techo. Traslada la casa roja hasta juntar los techos. Ver figura.}	
E2: Ese es. {Señala con su dedo y guarda la posición como muestra la figura}	

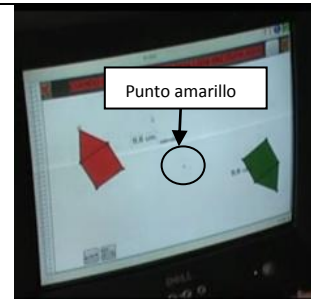
Profesora: Pero hay que usar las herramientas.

{Hace clic en el botón y reinicia la tarea, lleva el punto donde tenía el dedo, ver figura, gira la casa roja y luego la traslada para juntar los techos}.



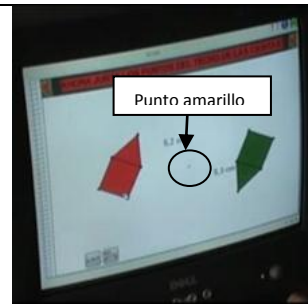
E2: ¡Ay no! {Aparece la instrucción inténtalo de nuevo, vuelve y guarda la posición con su dedo, Al reiniciar la tarea, lleva el punto amarillo a la posición donde tenía el dedo}

{Toma el punto que había creado y lo lleva al techo de la casa roja, luego toma la distancia desde el punto amarillo hasta el punto del techo de la casa verde, haciendo uso de unas de las herramientas proporcionadas. En la figura se observan las dos distancias iguales.
Hace clic en el botón y gira la casa roja para juntar los techos}.



E2: ¡Ahhh! {Desesperada, porque al girar la casa roja el punto que creó no se mueve con el techo de la casa roja}

E2: Teacher {Llamando a la profesora, vuelve y toma el punto creado y lo lleva a donde está el techo de la casa roja, gira la casa y el punto no se le mueve, entonces lo borra y toma la distancia desde el punto amarillo hasta el techo de la casa roja; gira la casa roja y ahora si cambian las distancias cuando gira la casa roja}
{La figura muestra las distancias de (5.2 y 5.3) las cuales cambian cuando la casa roja se mueve}.



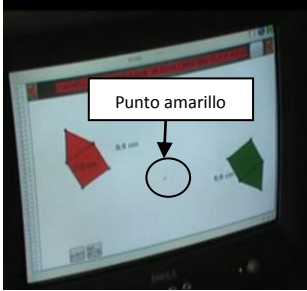
E2: ¡y ya!

(En este momento llegó E1)

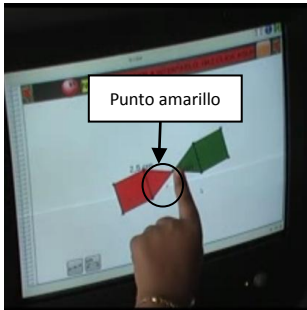
E2 {Gira la casa roja y las distancias difieren un poco, luego junta los techos de las casa y sale la cara triste y la instrucción inténtalo de nuevo. Desesperada, toma varias distancias entre puntos de la casa roja, o también con la casa verde; pero no los correspondientes}

Profesora: {A todo el grupo} Cuando quieran borrar algo que han hecho, lo señalan y le dan suprimir

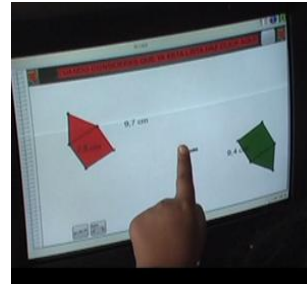
E2: {Reinicia la tarea y borra los puntos y distancias tomadas, quedando una que no pudo borrar y las dos del punto amarillo a los techos}

E2: {Toma el punto amarillo y lo ubica de tal forma que le quedan las dos distancias iguales en 9,6cm ver figura}	
--	---

E2: ¡Ahí! {Haciendo clic en el botón para mover la casa roja y juntar los techos}

Al juntar los techos, el punto amarillo no le quedó en la posición acertada, así que nuevamente guarda la posición con el dedo, como se observa en la figura.	
--	--

{Reinicia la tarea y ubica el punto amarillo en donde tenía el dedo. Las distancias tomadas le quedan al techo de la casa roja 9,7 y al techo de la casa verde 9,4. Ver figura}



E2:{Hace clic en el botón y gira la casa roja, luego junta los techos, nuevamente aparece la carita triste y llama a la profesora}

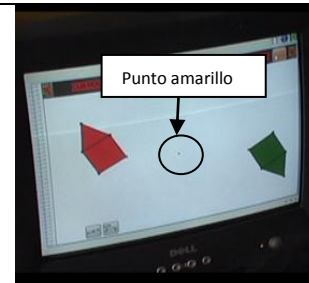
E2: Es que mire ¡no me queda!

Profesora: Mira que está un poquito corrido

E2: {Reinicia la tarea y borra las distancias tomadas, nuevamente queda una que no puede borrar. Mueve el punto amarillo para aparecer el botón y lo regresa a donde estaba inicialmente, luego gira y traslada la casa roja hasta tener los techos cerca. Intenta arrastrar el punto amarillo para llevarlo a la mitad de los dos puntos del techo; pero el punto amarillo no lo puede mover, entonces junta los techos y reinicia la tarea y borra la distancia que no podía borrar}

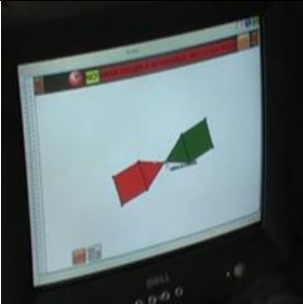
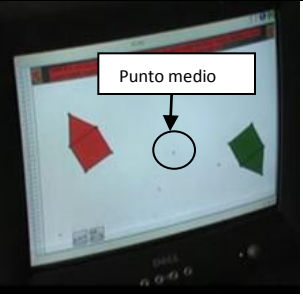
E2:{Intenta arrastrar la casa roja; pero no puede}

Lleva el punto amarillo a una posición cerca al centro de simetría, como se observa en la figura.



E2: {Junta los techos de la casa, y aparece nuevamente la carita triste}

Profesora: {Explica a otro estudiante no observado} Recuerda las herramientas que tiene, con esta puedes encontrar un punto en la mitad y con esta puede tomar distancia entre dos puntos

E2:{Teniendo los techos juntos, intenta usar la herramienta punto medio; creando el punto medio; pero no es claro entre cuales puntos, ver figura}	
E2: {Reinicia la tarea y lleva el punto amarillo sobre el punto medio que creó; pero nuevamente aparece la carita triste} {En la figura se puede ver el punto medio que creó que es hacia donde lleva el punto amarillo}	

E2: Teacher

Profesora: Mira con esta herramienta (señalando la herramienta punto medio) puede encontrar la mitad de dos puntos y con esta (señalando la otra) puede encontrar la distancia de dos puntos. Mira a ver, como te sirven.

{Desesperada usa las dos herramientas sin un objetivo claro, como se aprecia en la figura. Luego reinicia la tarea y borra todo lo hecho.}	
--	--

E2: {Lleva nuevamente el punto amarillo cerca al centro de simetría y toma las distancias del punto amarillo a cada uno de los techos de las casas, al juntar los techos nuevamente aparece la carita triste}

E2: Profe

Profesora: Es que mira que las dos distancias no son iguales, ves donde te quedó un poco corrido. {Señalando donde están los techos y en donde está el punto amarillo}

E2: ¡Ah ya!

E2: {Reinicia la tarea y borra las distancias y puntos creados, luego lleva el punto amarillo cerca al centro de simetría y toma las distancias entre el punto del techo de la casa roja y el punto amarillo y entre el punto del techo verde y el punto amarillo}

E2: Profesora

Profesora: ¿Cómo tienen que ser esas distancias?

E2: Iguales

Profesora: Entonces,... eso que estás haciendo.

E2: {Mueve el punto amarillo para que las distancias queden iguales, nuevamente cuando junta los techos aparece la carita triste}

E1: Es que hay mucha diferencia {Cuando la compañera acerca y aleja los techos}

E2: Profesora, Es que antes estaban iguales

Profesora: ¿Y cuando junta los techos?

E2: No.

Profesora: Entonces usa la otra herramienta, que te va a mostrar la mitad de dos puntos.

E2: {Crea el punto medio entre los puntos de los techos de las casas}

Profesora: Si ve donde tiene el punto amarillo y ve donde debe quedar.

E2: Ah.

E2: {Reinicia la tarea y lleva el punto amarillo sobre el punto medio creado, Gira la casa roja y la traslada para juntar los techos}

E2: ¡Bien! {Cuando logra cumplir la tarea}

Profesora: Ahora sí, ¡vivo!

En el desarrollo de esta tarea se observa que la estrategia usada en la actividad de las manzanas y en la tarea anterior, aquí no le está funcionando, por esta razón la exclamación que realiza ¡ay no! cuando aparece la instrucción inténtalo de nuevo, sin embargo su acción no la modifica y vuelve a guardar la posición con sus dedos. También hay otra acción que los estudiantes no modifican y es que el punto que creó inicialmente sobre el vértice del techo de la casa roja, no se le va a mover, ni la distancia tomada le va a estar cambiando a medida que mueva la casa roja, por esto la exclamación de desespero ¡Ahhh!, cuando nuevamente va a mover la casa roja y este punto no se mueve; pero puede observar ahora que con la casa verde esta distancia sí cambia a medida que la casa se mueve.

Sin embargo adiciona una acción que conlleva un conocimiento del tema de la simetría central, como lo es el hecho de llevar el punto creado anteriormente al techo de la casa roja y además tomar la distancia desde el techo de la casa verde al punto amarillo, verificando que las distancias son iguales.

En esta acción: “entonces lo borra y toma la distancia desde el punto amarillo hasta el techo de la casa roja; gira la casa roja y ahora si cambian las distancias cuando gira la casa roja” se aprecia la interpretación que hacen los estudiantes a la acción realizada y la cual modifican, de ahí la expresión “¡y ya!” pensando que ya estaba resuelta la tarea, sin embargo como se había predicho, al usar la herramienta distancia surge una solución incorrecta pues olvidó la alineación de los objetos. La estudiante ante esta retroacción que el medio le ofrece analiza que su estrategia no está funcionando y se desanima; por eso la expresión: “¡Es que mire no me queda!”. Esta interpretación que la estudiante hace de la retroacción la lleva a invalidar su estrategia de solución y a buscar otra: “Mueve el punto amarillo para aparecer el botón y lo regresa a donde estaba inicialmente, luego gira y traslada la casa roja hasta tener los techos cerca. Intenta arrastrar el punto

amarillo para llevarlo a la mitad de los dos puntos del techo; pero el punto amarillo no lo puede mover, entonces junta los techos y reinicia la tarea”.

También se puede observar como los estudiantes abandonan la estrategia de guardar la posición con el dedo y crean otra estrategia, lo que pone de manifiesto el buen diseño de la situación a-didáctica, pues se le están negando acciones que no los obligan a hacer uso del conocimiento que la profesora quiere que adquieran por adaptación.

En esta otra acción:

E2: {intenta arrastrar el punto amarillo para llevarlo a la mitad de los dos puntos del techo; pero el punto amarillo no lo puede mover, entonces junta los techos y reinicia la actividad}.

E2:{Intenta arrastrar la casa roja; pero no puede. Lleva el punto amarillo a una posición cerca al centro de simetría, junta los techos de la casa, y aparece nuevamente la carita triste}.

Nuevamente se observa como los estudiantes tienen que modificar sus estrategias de solución ya que el medio les está ofreciendo unas retroacciones, como no poder mover el punto amarillo o la casa roja cuando quieren. Por esto la intervención que hace la profesora en insistir en el uso de la herramienta punto medio e impedir que los estudiantes declinen en su intento de resolver la tarea y la logren cumplir satisfactoriamente.

Por lo expuesto anteriormente se destaca el buen diseño de la tarea cumpliendo con el objetivo de la situación a-didáctica. También se aprecia que el objetivo no se cumplió, pues los estudiantes no logran predecir el centro de simetría; ellos logran encontrarlo por la asesoría de la profesora. Además aunque la tarea decía: “ubicar el punto amarillo en el lugar donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos” se observa que los estudiantes se centraron solo con los puntos de los techos de las casas”, pasando desapercibidos los otros cuatro

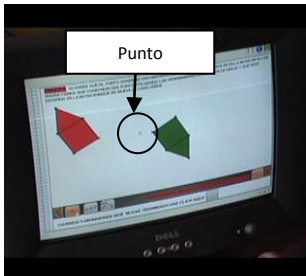
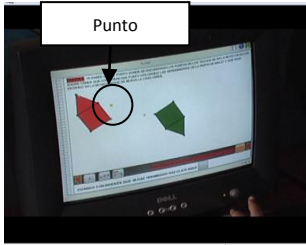
puntos, debido tal vez a la instrucción: “ahora junta los puntos de los techos de las casitas”.

- **Tarea 6: ya sabes que el punto donde se encuentran los puntos de los techos es en la mitad de ellos.**

Ahora tienes que construir ese punto utilizando las herramientas de la parte de abajo y que siga

Estando en la mitad aunque se mueva la casa verde.

E2:{lee la instrucción}

{Hace clic en el botón para detener el movimiento de la casa verde, crea un punto, con la opción punto en la posición que se muestra figura}	
{Luego crea otro punto sobre el punto del techo de la casa roja, después usa la herramienta punto medio y crea el punto medio entre el punto del techo de la casa roja y el punto creado. Ver figura}	

{Luego toma la distancia entre el vértice inferior derecho de la base de la casa verde y el punto del techo de la casa roja, después toma la distancia entre el punto inicialmente creado y el punto del techo de la casa verde, posteriormente hace clic en el botón, que valida la tarea. Aparece la pregunta ¿las distancias son iguales aunque la casita verde se esté moviendo, si o no?}

E2: Teacher. {Llamando a la profesora}

Profesora: Silvia, dice: ¿Las distancias son iguales? {Señalando la pregunta que aparece}

E2: No.

Profesora: ¿Aunque la casa verde se mueva? {Hace clic en el botón para mover la casa verde}

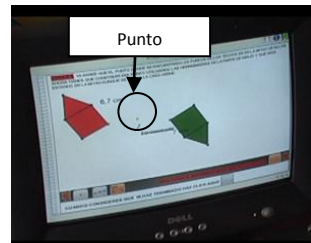
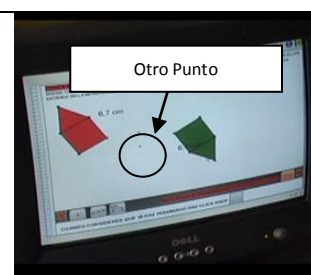
Profesora: ¿Qué pasa cuando la casa se está moviendo? ¿Qué pasa con esas distancias?

E2: No son iguales.

Profesora: ¿Entonces qué tengo que decirle?

E2: Que no. {Hace clic en el botón no}

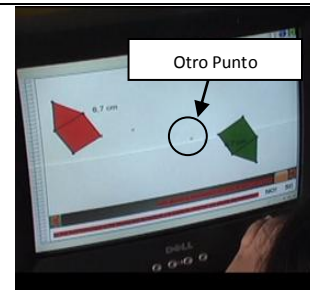
E2: Detiene la casa verde, y borra los puntos dibujados y las distancias.

{Crea un punto en la posición que indica la figura. Luego toma la distancia del punto del techo de la casa roja y el punto creado, obteniendo una medida de 6.7cm.}	
{Después toma la distancia desde el techo de la casita verde hasta otro punto que crea cerca al otro que había creado ver figura, obteniendo una medida de 6.7cm.}	

E2: {Pone a mover la casa verde y la distancia tomada al techo de la casa roja, permanece invariante, mientras la otra cambia. Después hace clic para validar la tarea}

E1: No.

E2: {Detiene la casa verde y mueve el segundo punto creado hasta que logra dejar las distancias iguales, en 6.7cm. Ver figura}



E2: Teacher.

E1:{Pone a mover la casa verde y las distancias ya no son iguales}

E2: ¡No!

E2: {Llega la profesora} ¡Ya dio 6,7! Profe Ahorita dio 6.7

E1: Si dio 6.7

Profesora: Pero cuando se mueva tienen que seguir siendo la misma.
{Hace clic para no validar la tarea}

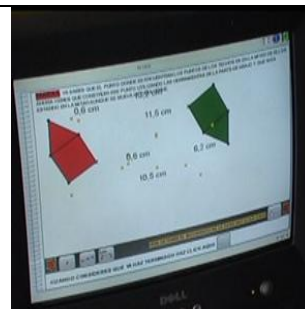
E1: Yo usé esta herramienta {señala la herramienta punto}

Profesora: Si esa no te funciona, usa la otra {señala la herramienta punto medio}.

E2: {Detiene la casa}

E1: Use esta {Señala la herramienta punto medio}

{Crea el punto medio entre los puntos de los techos de las casa roja y verde, luego crea el punto medio del techo de la casa verde al otro punto medio, toma varias distancias entre puntos de las casa y nuevos creados, entre los puntos medios creados y otros nuevos creados, y pone a mover la casa verde. Tal como se puede apreciar en la figura}



E2: ¡Profe! {Llamando a la profesora}

Profesora: ¿Cuál es el punto que creó?, aquí dice: construya el punto.
{Señalando el enunciado de la tarea} ¿Cuál es ese punto?

E2: No se.

Profesora: Bueno, borra todo y crea nuevamente el punto.

E2: {Detiene la casa verde y borra todos los puntos, lee nuevamente la instrucción de la tarea y mueve la casa roja para juntar los techos de las casas roja y verde. Crea un punto donde se juntan los techos y pone a mover la casa verde. Cuando se separan las casas, detiene el movimiento de la verde y toma distancias entre el punto del techo de la casa roja o verde con otro nuevo que crea, generando varias distancias, pone a mover la casa verde.}

E2: Profe.

Profesora: Bueno, ¿Sabes cuál es el punto?

E2: No.

Profesora: Hagamos una cosa, borra todo.

E2: {Borra todos los puntos y distancias tomadas, luego junta nuevamente los techos y mueve en rotación la casa roja, observando las posiciones de las casas un momento. Ver figura.}	
--	--

{La profesora interviene en el grupo de al lado, y aparentemente los alumnos observados intentan copiar el trabajo de sus compañeros}

E3: Profesora, ¿Es en este? {Teniendo seleccionada la opción punto medio y habiendo señalado el techo de la casa verde}

Profesora: Ese. {Le señala el punto del techo de la casa roja}

E3: {Hace clic en el punto} ¿Ahora?

Profesora: {Toma la opción distancia y toma la distancia del verde al punto y luego del punto al rojo}

E3: {Toma las distancias, y aparecen que son iguales, luego pone a mover la casa verde}

Profesora: ¿Cómo son las distancias?

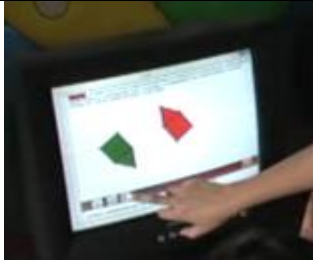
E3: Iguales, ¡ya!

E2: {Observa lo que hace E3, el compañero de al lado, luego lleva la casa roja a una posición similar a la que tienen los compañeros de al lado} Como se puede apreciar en la figura. {Luego pone en movimiento la casa verde y acerca la casa roja}	
---	--

E2: ¿Cómo? {le pregunta a E3}

E3: Ahí, ahí, téngala, {indicándole que pare el movimiento de la casa}

E2: {Detiene el movimiento de la casa verde}

E3: Con este. {Señala la herramienta punto medio} {Como se observa en la figura}	
E3: Aquí {Señalando el punto del techo de la casa verde, ver figura}	

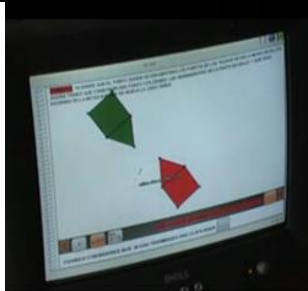
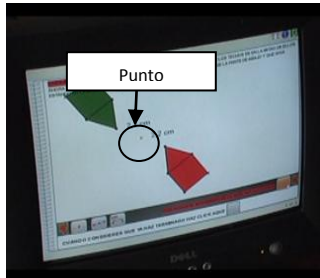
E3: Hasta ahí. {Indicándole que el techo de la casa roja?}

E2: {Hace clic en el punto del techo de la casa roja}

E3: y toma las distancias.

E2: ¡Ah!

E2: {Borra el punto que se había creado, mueve la casa roja, pone a mover la verde y luego la detiene}

{Después usa la herramienta punto medio y crea el punto medio entre los puntos de los techos de las casas roja y verde, ver figura}	
{Luego toma las distancias desde el techo de la casa roja al punto creado y desde el techo de la casa verde hasta el punto creado} Ver figura}	

E2: {Pone en movimiento la casa verde, manteniéndose las distancias iguales} ¡Teacher! {llamando a la profesora}

Profesora: ¿Ahora si te salió?

E2: Sí, mire muevo la casita {Se mantienen las distancias iguales}

Profesora: Muy bien, ahora sí, le das clic en el botón SI y avanza.

El objetivo de la tarea no se cumplió pues los estudiantes no lograron identificar un par de puntos correspondientes: los puntos de los techos de las casas, y usar la

herramienta punto medio para hallar el centro de simetría, por si solos, sino que resuelven la tarea con la ayuda que les proporciona E3, compañero de al lado.

Para el desarrollo de esta tarea se puede apreciar como los estudiantes interpretan las diferentes retroacciones que el medio les ofrece y de esta forma modifican la acción que están realizando, pero no logran la estrategia ganadora: crear el punto pedido, haciendo uso del conocimiento de las propiedades de la simetría central.

Ante la primera acción estratégica que hacen los estudiantes: “Crea un punto, Luego crea otro punto sobre el punto del techo de la casa roja, después usa la herramienta punto medio y crea el punto medio entre el punto del techo de la casa roja y el punto creado, Luego toma la distancia entre el vértice inferior derecho de la base de la casa verde y el punto del techo de la casa roja, después toma la distancia entre el punto inicialmente creado y el punto del techo de la casa verde, posteriormente hace clic en el botón, que valida la tarea” el medio les ofrece la retroacción: “Aparece la pregunta ¿las distancias son iguales aunque la casita verde se esté moviendo, si o no?” a lo cual ellos interpretan y responden: No son iguales, por lo tanto enseguida la acción que realizan: “Detiene la casa verde, y borra los puntos dibujados y las distancias.” para dar paso al planteamiento de otra estrategia.

En la segunda acción estratégica: “Crea un punto, Luego toma la distancia del punto del techo de la casa roja y el punto creado, obteniendo una medida de 6.7cm. Después toma la distancia desde el techo de la casita verde hasta otro punto que crea cerca al otro que había creado, obteniendo una medida de 6,7cm. Pone a mover la casa verde” el medio les ofrece la siguiente retroacción: “La distancia tomada al techo de la casa roja, permanece invariante, mientras la otra cambia” la cual E1 interpreta y dice NO (Contestando la pregunta, que aparece cuando se va a validar la tarea), luego realizan la acción de detener la casa verde y dar paso a otra estrategia de solución.

La tercera estrategia de solución que los estudiantes plantean es: “mueve el segundo punto creado hasta que logra dejar las distancias iguales, en 6.7cm, luego Pone a mover la casa verde” el medio les ofrece la retroacción “muestra que las distancias ya no son iguales” la cual interpretan con ayuda de la profesora: “E2: No, ¡Ya dio 6,7! Profe Ahorita dio 6.7, E1: Si dio 6.7, Profesora: Pero cuando se mueva tienen que seguir siendo iguales” por lo tanto modifican la acción: Usa la herramienta punto medio, crea varios puntos medios y toma varias distancias. Pone a mover la casa verde. Luego borra todo, para plantear otra estrategia de solución.

En el desarrollo de esta tarea se pone de manifiesto el buen diseño de la tarea, pues los estudiantes no logran resolverla sin hacer uso del conocimiento de la propiedad de la simetría central que dice que el centro de simetría es el punto medio entre el punto original y el punto imagen.

Sin embargo se observa que los estudiantes se centran sólo en los puntos de los techos de las casas roja y verde y no establecen una relación con los otros cuatro puntos de las casas. Este hecho pone de manifiesto que la redacción en la tarea: ya sabes que el punto donde se encuentran los puntos de los techos es en la mitad de ellos. ahora tienes que construir ese punto utilizando las herramientas de la parte de abajo y que siga estando en la mitad aunque se mueva la casa verde, hay que modificarla de tal forma que los estudiantes no se centren sólo en los puntos de los techos de las casas. Una posible redacción sería: Haciendo uso de las herramientas de la parte de abajo, debes construir un punto de tal forma que la distancia entre cualquier punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde se mantengan iguales, aunque la casa verde se mueva.

- **Análisis a posteriori de la puesta en común**
- **En referencia a la Tarea 1: Ubica la casita verde sobre la casita punteada.**

Profesora: Bueno la tarea uno, ¿Quién colabora para resolverla?;

Edwin pasa, ¿Cómo la resolvieron?

E6: Llevando la casita verde sobre la casita gris, {pasa a resolver la tarea en el computador}

Profesora: ¿Qué tenían que mover para llevar la casa verde sobre la gris?

E4: La casita roja

Profesora: ¿Por qué tocaba mover la roja?

E7: Porque la verde solo se mueve si se mueve la roja

Profesora: Porque la verde depende...

E1: De la roja

Profesora: Porque la casita verde solo se mueve si movemos la roja, entonces decimos que la verde depende de la roja, al igual que las manzanas ¿qué decíamos?

E1: Que la verde no podía estar sin la roja.

Profesora: Bien, pasamos a la tarea dos.

En esta tarea se puede apreciar que el objetivo propuesto se cumplió y los estudiantes logran relacionar la dependencia de la casa verde con la roja. Faltó a la profesora enfatizar sobre las dos figuras que formaban las casas y los cinco puntos que la constituían, para establecer la diferencia entre la figura anterior que era global y esta que es puntual, es decir, formada por puntos.

- En referencia a la Tarea 2: Ubica nuevamente la casita verde sobre la casita punteada.

Profesora: Sebastián resuélvala, ¿Qué vas a mover?

E1: La roja

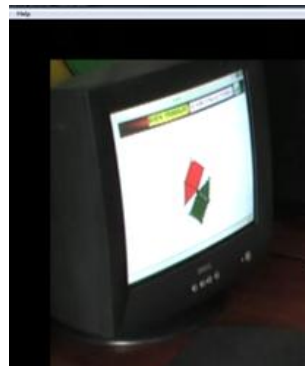
Profesora: La casita roja se movía con dos puntos, ¿El punto de la X qué hacía?

E7: La cambiaba de posición.

Profesora: Bien! Ahora déjala ahí. (Según figura) ¿Cómo queda la casita roja con la verde según sus techos?

E2: Al revés

Profesora: Decimos al revés o contrarios!



Profesora: Recordemos qué pasaba con la manzanas

E2: Que la verde se movía con la roja

Profesora: ¿Y qué más, los palitos?

E7: Los palitos de las verdes para abajo y el de las manzanas rojas para arriba.

Profesora: ¿y aquí con los techos?

E4: Uno va para un lado y el otro para el otro lado.

Profesora: Bien pasamos a la tarea tres.

En esta tarea se puede ver que los estudiantes lograron identificar la propiedad de la simetría central: la figura original y la imagen quedan en sentidos contrarios. Esto se puede apreciar en las respuestas de los estudiantes: “Al revés, Uno va para un lado y el otro para el otro lado”. Además hacen relación a lo mismo que ocurría con las manzanas.

Respecto a lo planeado como tercer objetivo de la tarea y para la puesta en común, faltó a la profesora enfatizar acerca del movimiento de rotación y que los estudiantes pudieran establecer que los giros eran en los mismos sentidos, aprovechando la respuesta que da el estudiante: “La cambiaba de posición”. Por lo

tanto se puede decir que el objetivo propuesto: Que los estudiantes observen que la casa verde gira en el mismo sentido en que gira la casa roja, no se cumplió.

- En referencia a la Tarea 3: Ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas roja y verde en uno de sus puntos.

Profesora: Jhonier ¿Qué teníamos que hacer ahí?

E4: Ubicar la carita en la mitad de la casita gris.

Profesora: ¿En la mitad?

E2: No, donde se juntaban las dos casitas.

Profesora: ¿Cómo saber dónde ubicar la carita?

E3: En la casa gris

Profesora: ¿Dónde?

E2: {Pasa a resolver la tarea}

E2: A este lado, porque ahí se juntaban {lleva la carita al vértice superior izquierdo}

Profesora: Bien, pasamos ahora a la tarea cuatro.

En esta tarea se puede apreciar que los estudiantes no logran predecir el centro de simetría, por ejemplo cuando E4 dice en la mitad de la casa gris y cuando E2 dice donde se juntaban. Aunque E2 (estudiante observada) logra resolverla no lo predice como se apreció en el registro de lo observado.

- En referencia a la Tarea 4: Ubica la carita donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos.

Profesora: Aquí ya no está la casa gris de referencia para ubicar la carita, Yady nos colabora, ¿Dónde ubicar la carita?

E5: En la mitad.

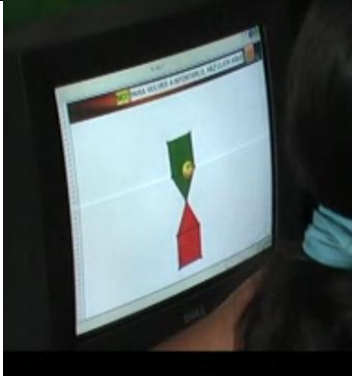
Profesora: ¿En la mitad?

E5: en la mitad de la hoja.

Profesora: La mitad de la hoja, de las casas, de los puntos, ¿de quién?

E7: De los puntos de la roja y de la verde

E6: Del techo

E5: {Lleva la carita hacia el centro de la pantalla, aparece la instrucción: “cuando consideres que ya está listo haz clic aquí”, al hacer clic aparece la instrucción: “ahora junta los techos de las casas”. La estudiante junta los techos de las casas, y la carita no queda en el punto que corresponde, como se aprecia en la figura. Aparece la instrucción: “inténtalo de nuevo”}	
--	--

E6: No, le quedo mal

Profesora: Un momento deja ahí. Ahí está en la mitad de la hoja, entonces es en la mitad ¿de quién?

E6: En la mitad de los puntos.

Profesora: ¿De cuáles puntos?

E6: De los puntos de los techos de las casas

Profesora: Entonces, haz clic para intentarlo de nuevo, ya no vamos a mirar la mitad de la hoja, sino en la mitad de los puntos.

E5: {Guarda la posición donde se juntan los techos con los dedos, como se puede apreciar en la figura y reinicia la tarea.}



E5: {Luego quita los dedos y lleva la carita feliz recordando aproximadamente la posición}

Profesora: Ya no va a mirar la mitad de la hoja sino la mitad de los puntos. ¿Cuáles puntos?

E6: De los techos

Profesora: ¿Solamente se puede en la mitad de los techos?

E5: {Termina de ubicar la carita}

Profesora: ¿Yadi, una estrategia que se puede usar para saber que si está en la mitad, cuál sería?

E1: Es poner el dedo

Profesora: No, ¿Cuál mitad estas calculando?

E5: De acá y de acá. {Refiriéndose arriba y abajo de la hoja}

Profesora: Estas calculando en la mitad de la hoja. Anteriormente vimos que estaba en la mitad de la hoja y que esa no era la posición.

E6: Le volvió a quedar mal

Profesora: ¿En la mitad de quién?

{Varios estudiantes responden E3, E6, E7} De los puntos de las casas

Profesora: ¿De cuales puntos?

E7: De los techos

Profesora: Señálelos

E5: Este y este {Señala el punto del techo y el punto superior derecho de la base de la casa roja}

E6: No, este y este {Coge el mouse y señala los dos puntos de los techos de las casa roja y verde}

Profesora: Yadi, estamos diciendo que la carita se va a ubicar en la mitad de los puntos de los techos de las casas. ¿Cómo saber que está bien ubicada, qué estrategia usar?

E5: midiendo estos dos puntos. {Señala los puntos de los techos de las casas roja y verde}

Profesora: ¿Cómo los medimos?

E6: Con los dedos

E5: A ¡ya! {Mide con los dedos, desde el techo de la casa roja hasta la carita y desde el techo de la casa verde a la carita}

Profesora. ¿Están iguales?

E5: No

Profesora: ¿Está bien ubicada la carita?

E5: No, hay que moverla más para abajo {Va moviendo la carita}

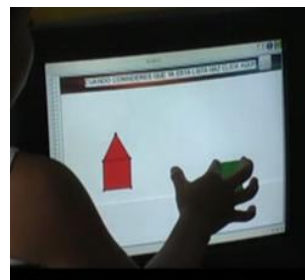
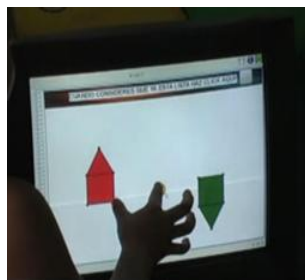
Profesora: ¿y cómo saber que está bien?

E5: Midiendo con los dedos que sean iguales. (Ver figura que muestra la medición que hace la estudiante)	
---	--

Profesora: ¿Y qué pasa con la distancia de la carita a otros puntos, por ejemplo al punto X?

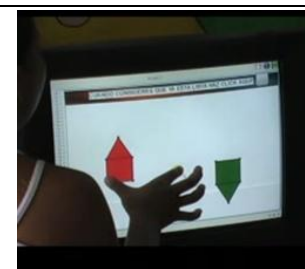
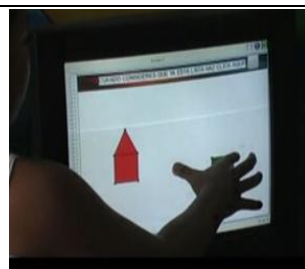
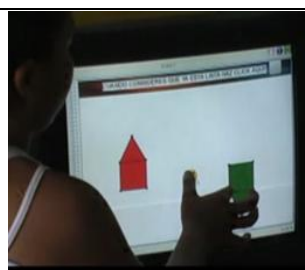
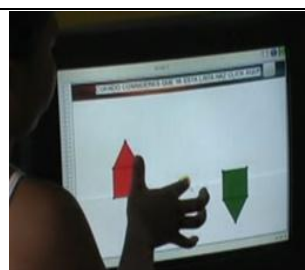
E2: Son iguales

E5: {Toma con sus dedos la distancia, ver figura}



Profesora: y ¿con los otros puntos?

E5: También son iguales {En la figura se ve el señalamiento que hace la estudiante con cada uno de los otros puntos}.



Profesora: Bien ya encontraron como medir esas distancias. Ahora vamos a la tarea cinco.

Se puede apreciar que los estudiantes en el desarrollo de la tarea no habían logrado establecer la relación entre los puntos de la casa roja y sus correspondientes puntos de la casa verde, y se evidencia que la resolvieron con la estrategia de guardar la posición antes de reiniciar la tarea con los dedos. Aunque se destaca la intervención de los estudiantes E6 y E7 que manifiestan en la mitad de los puntos de los techos de las casas.

- En referencia a la Tarea 5: Utiliza las herramientas de la parte de abajo para ubicar el punto amarillo en el lugar donde consideres que se juntan las casitas en uno de sus puntos.

Profesora: ¿Quién nos colabora para resolverla?

Carreño, muy bien, lee la instrucción ¿qué hay que hacer?

E7: {Lee la instrucción}

Profesora: ¿Cómo medíamos antes?

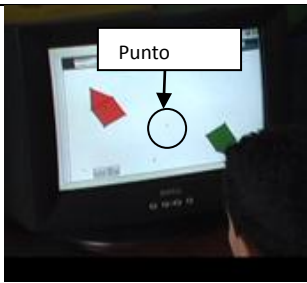
E1: Con los dedos

Profesora: Ahora tenemos la herramienta para medir. ¿Qué hacer para resolver la tarea?

E6: Primero poner el punto en la mitad de los puntos

Profesora: ¿De cuáles puntos?

E7: El de la X.

E7: {Toma la opción punto medio, señala el vértice inferior derecho de la base de la casa verde, después el correspondiente de la casa roja y crea así el punto medio, que se muestra en la figura}	
--	--

Profesora: La herramienta que ha utilizado Juan David, crea el punto exacto en la mitad, ¿En la mitad de quien?

E7: De estos dos. {La figura muestra el señalamiento que hace el estudiante de los puntos correspondientes}		
--	---	---

Profesora: ¿Dónde se va a ubicar el punto amarillo que es el que piden ubicar?

E7: Acá. {Señalando el punto medio que ha creado, como se aprecia en la figura}	
--	---

E7: {Arrastra el punto amarillo y lo lleva sobre el punto creado}

Profesora: Ahora junta los techos para ver qué pasa.

E7: {Gira y traslada la casa roja para juntar los techos y aparece una retroalimentación positiva}

Profesora: Muy bien.

E1: Vamos por otra tarea.

En la solución de esta tarea se destaca la seguridad que manifiesta el estudiante en las respuestas y en saber seguir los pasos para resolver la tarea. Además el hecho que toma como referencia el punto X para hallar el punto medio y no el punto del techo de la casa. Se aprecia que ha establecido bien la relación de los puntos de la casa roja y sus correspondientes puntos de la casa verde.

- En referencia a la Tarea 6: ya sabes que el punto donde se encuentran los puntos de los techos es en la mitad de ellos.

Ahora tienes que construir ese punto utilizando las herramientas de la parte de abajo y que siga

Estando en la mitad aunque se mueva la casa verde.

E4: Esa la hace Wendy, porque ella quería hacer esa.

Profesora: Pasa Wendy, ¿Qué tenemos que hacer?

E3: Primero parar la casita.

E3: {Selecciona la opción punto medio}

Profesora: ¿Cuáles puntos vas a tomar?

E3: Los del techo

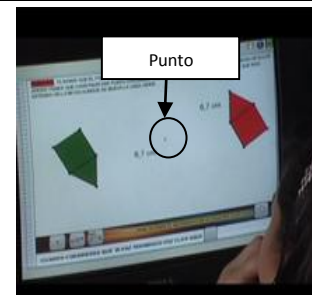
Profesora: Recuerden que ya vimos que se puede con cualquier otro punto de la casita.

E4: Puede tomar otro punto.

E3: No, toca señalar el negro, ¿cierto?

Profesora: Sí, porque de lo contrario le va a crear otro.

E3: {Crea el punto medio de los techos de las casa, luego toma la distancia y pone en movimiento la casa verde, como se aprecia en la figura}



Profesora: ¿Cómo son esas distancias?

E3: Iguales.

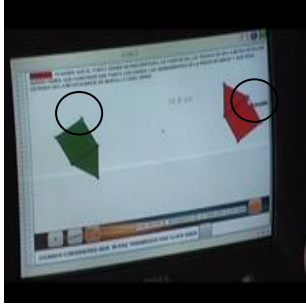
Profesora: ¿Qué pasa si toma distancia no entre los techos, sino con otros puntos?

E7: Quedan iguales

E6: También son iguales

E3: ¿Creo otro punto?

Profesora: No, borre las distancias y tome otras, que no sea la de los techos.

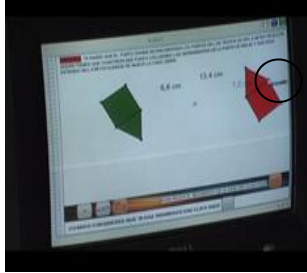
E3: {Borra las distancias, toma la opción distancia, señala el vértice inferior izquierdo de la base de la casa verde y se dirige a un punto de la casa roja, como se aprecia en la figura}	
--	--

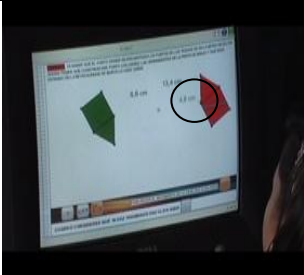
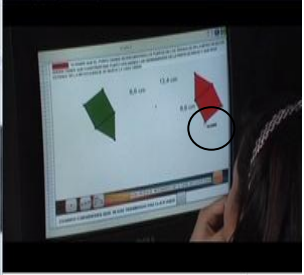
E7: En el de la mitad.

E3: umum {Señalando con la cabeza que no}

E7: Al de la mitad.

E3 ¡Ah! {Señala nuevamente la distancia del vértice inferior izquierdo de la base de la casa verde al punto medio, obteniendo una distancia de 6,6 cm.}

{Luego señala el punto medio y se dirige a la casa roja pasando por el vértice superior derecho, ver figura}	
---	--

{Después pasa al vértice superior izquierdo de la base, ver figura}	
{Y finalmente hace clic en el vértice correspondiente, cuando observa que las distancias son iguales, como se puede observar en la figura}	

Profesora: Vemos que no importa cuales puntos tome las distancias son iguales, lo que hay que tener en cuenta es cuál punto corresponde con cuál. Ahora borra la primera distancia que tomó y toma otras distancias.

E3: ¿Esta también? {Refiriéndose a las últimas tomadas}

Profesora: No, esas no.

E4: Tome las distancias de las X, son las más fáciles.

E3: {mide las distancias desde el punto X de la casa verde hasta el punto medio y luego desde el punto X de la casa roja al punto medio. Pone a mover la casa verde}

Profesora: Vemos que esas distancias también se mantienen iguales. Bueno así se debían resolver las tareas, recuerden que hay que indagar en lo que se puede hacer y aunque nos permita avanzar sin resolver la tarea, hay que hacerla bien. No como hicieron algunos compañeros de saltar sin terminarla.

Aunque la estudiante logra resolver la tarea se puede decir que no logra el objetivo propuesto, pues en el desarrollo de la tarea en la ronda uno, llega a la solución con la asesoría de la profesora, como se aprecia en la transcripción realizada de la ronda uno, la cual se presenta a continuación nuevamente:

“E3: Profesora, ¿Es en este? {Teniendo seleccionada la opción punto medio y habiendo señalado el techo de la casa verde}

Profesora: Ese. {Le señala el punto del techo de la casa roja}

E3: {Hace clic en el punto} ¿Ahora?

Profesora: {Toma la opción distancia y toma la distancia del verde al punto y luego del punto al rojo}

E3: {Toma las distancias, y aparecen que son iguales, luego pone a mover la casa verde}

Profesora: ¿Cómo son las distancias?

E3: Iguales, ¡ya!”

Nuevamente en esta tarea se evidencia que los estudiantes no han logrado establecer la relación entre cada punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde. Además, nuevamente se destacan las intervenciones de los estudiantes E6 y E7, quienes responden en forma correcta a las preguntas que la profesora hace.

En general en el desarrollo de la actividad se aprecia que no todos los estudiantes logran un cambio en la concepción global de las figuras a una concepción puntual. Lo que se aprecia en la dificultad que manifestaron para establecer la relación entre cada punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde.

Por otro lado logran observar que la orientación de la figura imagen cambia respecto a la figura original y visualizar el centro de la simetría como el punto medio de un punto original y su correspondiente imagen.

7.4 TERCERA ACTIVIDAD: LA CASA FINAL

7.4.1 Análisis a priori de la actividad tres: la casa final. En esta actividad los estudiantes, a partir de la casa roja y del centro de simetría, tendrán que ubicar la casa verde para que sea simétrica de la casa roja. Luego deberán construir la casa verde a partir de la roja y el centro de simetría.

Los objetivos de esta actividad consisten en que los estudiantes:

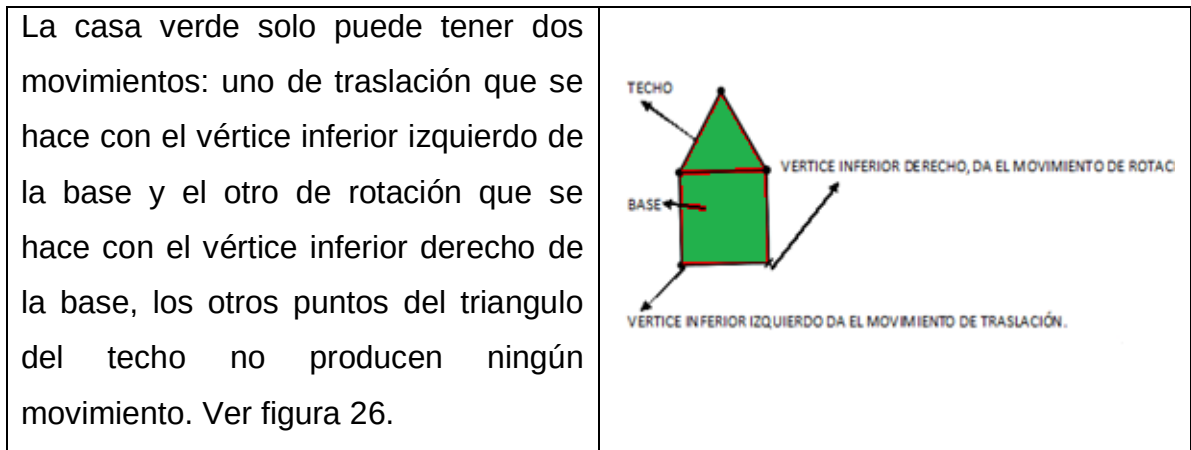
1. Utilicen los conocimientos construidos en las actividades anteriores para predecir la posición que deberá tener la casa verde:
 - a) Las casas roja y verde tienen orientaciones contrarias
 - b) las distancias entre un punto y el centro de simetría es igual que la distancia entre su imagen y el centro de simetría
 - c) Dos puntos correspondientes deben estar alineados con el centro.
2. Utilicen esos mismos conocimientos para construir la casa verde.
3. Visualicen la figura imagen en la misma forma y tamaño que la figura original.

Juan y María tienen un dibujo donde representaron la situación anterior de las casitas, pero la profesora les ha dicho que ¡les quedó mal! y ahora están tratando de arreglar su dibujo. ¿Puedes ayudarlos?

- **Tarea 1: Mueve la casita verde para corregir el dibujo de Juan y María.**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Recordemos que cada casa está construida sobre cinco puntos, que forman un cuadrado para la base y un triángulo para el techo.

Figura 26. Descripción de la casa verde



Esta hoja de trabajo está compuesta por una casa roja y una casa verde, las cuales son de igual forma y tamaño. La casa roja no puede ser arrastrada y la casa verde se puede mover por rotación y traslación.

También se encuentra una carita feliz que representa el centro de simetría y no podrá ser arrastrada. Además hay una casa verde punteada que se encuentra oculta, la cual es imagen por simetría central respecto al punto de la carita feliz y será mostrada para verificar la posición correcta donde debe quedar la casa verde que los estudiantes deben ubicar.

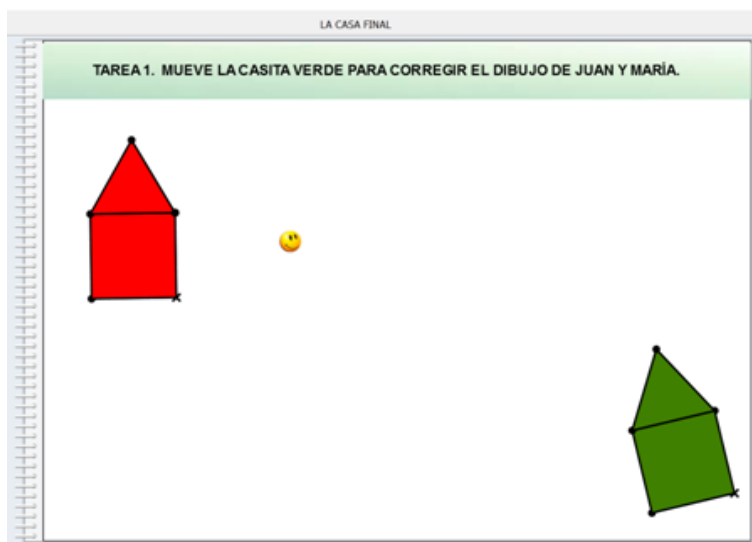
Una vez muevan la casa verde aparece un botón con una instrucción: “cuando consideres que ya está listo haz clic aquí”. Al hacer clic en el botón se muestra la casa verde punteada y aparece una instrucción según la posición que hayan tomado los estudiantes de la casa verde:

Si la posición no es correcta aparece una carita triste con la instrucción “inténtalo de nuevo” al intentarlo de nuevo se reinicia la tarea.

Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva: “muy bien” y una flecha indicándoles que vayan por otra tarea.

Cuando la casa verde punteada aparece, la casa verde que han ubicado no podrá ser cambiada de posición.

Figura 27. Tarea 1. Actividad 3



El objetivo de esta tarea es que los estudiantes puedan predecir la imagen por simetría central respecto a la carita feliz de la casa roja.

Se espera que los estudiantes vayan directo a mover la casa verde para llevarla a la posición que considerarían es la imagen por simetría central de la casa roja. Para ello se espera que usen el hecho que la carita feliz es el punto medio de las distancias entre un punto de la casa roja y su respectivo punto imagen de la casa verde. Se espera que tomen dichas distancias con los dedos, tratando de mantener la alineación de los tres objetos.

En caso que tengan que reiniciar la tarea se esperaría que usen la estrategia de guardar la posición con sus dedos de donde debe quedar la casa verde, ya que es una estrategia que han usado en el desarrollo de las anteriores tareas propuestas.

- **Tarea 2: mueve la casita verde para mostrar a Juan y María la posición exacta donde debe quedar.**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja de trabajo es igual a la anterior, con la diferencia que aparecen dos herramientas para poder ubicar la casa verde con mayor exactitud.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite tomar la distancia entre dos puntos.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite dibujar una recta señalando dos puntos.

Igual al anterior, cuando muevan la casa verde aparece un botón con una instrucción: “cuando consideres que ya está listo haz clic aquí”. Al hacer clic en el botón aparece la casa verde punteada y una instrucción que cambia según la posición que los estudiantes hayan dispuesto de la casa verde:

Si la posición no es correcta aparece una carita triste con la instrucción “inténtalo de nuevo” al intentarlo de nuevo se reinicia la tarea.

Si la posición es correcta aparece una retroalimentación positiva: “MUY BIEN” y una flecha indicándoles que vayan por otra tarea. Hay que tener en cuenta que la posición es correcta siempre y cuando la suma de las distancias de los cinco puntos de la casa verde punteada oculta a los cinco puntos correspondientes de la casa verde sea menor que 3 cm. Este hecho genera visualmente que las posiciones de las casas verde y verde punteada sea la una sobrepuesta sobre la otra. La casa verde no podrá ser cambiada de posición cuando ya aparezca la casa verde punteada.

Figura 28. Tarea 2. Actividad 3



Con esta tarea se busca que los estudiantes haciendo uso de las herramientas proporcionadas, puedan predecir la imagen por simetría central respecto a la carita feliz de la casa roja, de una forma no perceptiva sino haciendo uso de mediciones para generar una imagen muy aproximada a la imagen de la casita verde punteada oculta (verdadera imagen).

Teniendo en cuenta las estrategias usadas por los estudiantes en la solución de las tareas anteriores, inicialmente se esperaría que los estudiantes muevan la casa y traten de ponerla de acuerdo a la posición anterior, luego intenten resolver la tarea usando la estrategia de los dedos, guardando la posición con los dedos, hecho que no les va a funcionar porque la tarea está diseñada de tal forma que la suma de las distancias entre cada uno de los cinco puntos de la casa verde punteada oculta y los cinco puntos correspondientes de la casa verde, es menor que tres centímetros, hecho que les exige una mayor precisión a la hora de ubicar la casa verde. Cuando ellos usan una medición perceptiva la suma de las distancias será mayor que tres, por lo tanto deben hacer uso de las herramientas proporcionadas para que puedan realizar mediciones más precisas. Esta es una

forma de bloquear dicha acción de los estudiantes, que no requiere conocimiento de simetría central.

Por otro lado puede suceder que los estudiantes tracen la línea por cada par de puntos correspondientes entre las asas roja y verde, o por un punto de la casa roja y el punto de la carita feliz; después tomen las distancias desde un punto de la casa roja a la carita feliz y luego desde su correspondiente punto de la casa verde a la carita feliz. Posteriormente muevan la casa verde hasta que las distancias sean iguales, para cumplir la tarea.

- **Tarea 3: ahora la casita verde esta oculta y debes construirla haciendo uso de las herramientas.**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja de trabajo tiene además de los dos íconos presentados en la tarea anterior otros cuatro íconos y no aparece la casa verde.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite trabajar la opción compás. Hay que señalarle un punto para el centro y otro para el radio.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite construir un punto.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite dibujar el punto de intersección entre dos objetos.



Este ícono al hacer clic sobre él, permite dibujar un polígono terminando en el punto que inició.

Además un botón en la parte de abajo con la instrucción: “cuando consideres que ya has terminado para mostrar la casita verde haz clic aquí”. Cuando hagan clic en el botón aparece la pregunta ¿está bien ubicada la figura que has construido?

SI__ con una flecha indicando avanzar y NO__ con una flecha indicando retroceder. Esto les permite validar el trabajo que ellos realicen, supervisado por la profesora.

Dado que el medio no impide a los estudiantes que avancen a la siguiente tarea sin haber resuelto bien las tareas tres y cuatro, la profesora les pone como regla que no podrán avanzar a la siguiente tarea sin el visto bueno de la profesora sobre el trabajo que ellos hayan realizado. Una vez se valide la tarea las herramientas desaparecen por lo tanto no podrán construir nada cuando se tenga la casa verde punteada, pero si podrán modificar lo que tengan ya construido.

Figura 29. Tarea 3. Actividad 3



El objetivo de esta tarea consiste en que los estudiantes puedan construir la imagen de la casa roja respecto al punto de la carita feliz (casa verde) haciendo uso de las herramientas expuestas. Otro objetivo es que logren visualizar que la imagen por simetría central de la casa roja debe conservar el mismo tamaño y forma.

Entre las acciones que los estudiantes puedan realizar para cumplir la tarea se contemplan:

- Puede suceder que los estudiantes inicien dibujando una recta usando un punto de la casa roja y el punto de la carita feliz, luego dibuje un punto sobre la recta, después tome las medidas del punto de la casa roja a la carita feliz y de la carita feliz al punto construido sobre la recta. Luego mueve el punto construido hasta que las distancias queden iguales. De esta misma forma puede construir otros puntos que necesite. Después con la herramienta polígono construya la casa usando los puntos construidos.
- Pueden dibujar una recta usando un punto de la casa roja y el punto de la carita, después con la opción compás, señale la carita feliz como centro y el punto de la casa roja como radio, luego construye el arco hasta que corte la recta al otro lado de la carita. Después con la herramienta punto de intersección señale la recta y el arco para marcar el punto de intersección. Así puede construir otros puntos que necesite y construir el polígono haciendo uso de dichos puntos.
- También es posible que dibujen un punto, luego una recta por ese punto y la carita feliz o un punto de la casa roja, después tomar la medida desde el punto de la casa roja hasta la carita y desde la carita hasta el punto construido, posteriormente mover el punto hasta que las distancias sean iguales y los tres elementos queden alineados. De esta forma construir los puntos que requiera y con la opción polígono dibujar la casa sobre los puntos que ha construido.
- Es posible que los estudiantes dibujen la casa con el uso de la herramienta polígono sin haber construido los puntos inicialmente y cuando validen la tarea, como aparece la casa verde punteada, muevan los vértices hasta los puntos de la casa verde punteada. Aunque ellos pueden cumplir la tarea, no habrán

cumplido el objetivo, pues deben usar los conocimientos de la simetría central. Está es una estrategia que no se puede bloquear en esta tarea; pero en la siguiente tarea si la van a usar ya no les va a funcionar.

- Teniendo en cuenta la estrategia de guardar la posición con los dedos es posible que inicialmente den clic al botón que aparece para validar, cuando tengan la casa verde punteada guarden la posición de algunos puntos con los dedos y luego con la opción punto, dibujen el punto donde tienen los dedos. Después sobre estos puntos con la herramienta de polígono dibujen la casa pedida. Esta estrategia igualmente que la anterior no se puede bloquear, pero ya en la otra tarea no les funcionará.

En cualquiera de estos cinco casos la figura se puede construir sin tener necesariamente los cinco puntos para formar la casa verde.

En el diseño de esta tarea es posible que cumplan con la tarea propuesta sin hacer uso del conocimiento de la simetría central, aunque son estrategias que se consideran, por el hecho de no saber qué y cómo van a dibujar los estudiantes se hace difícil poder bloquear dichas acciones. Es algo con lo que se juega, esperando que no sean las estrategias que utilicen.

Con la aceptación de la profesora, una vez se dé la opción SI para validar la tarea aparece una retroalimentación positiva “buen trabajo, ahora ve por la última tarea”.

• **Tarea 4: ahora debes construir la casita verde haciendo uso de las herramientas y que se mueva cuando la carita se mueva.**

- **Descripción de la hoja de trabajo.** Esta hoja de trabajo se diferencia de la anterior porque aparece la carita feliz en movimiento y un botón en la parte inferior derecha del monitor que al hacer clic puede detener o arrancar el movimiento de la

carita.

La pregunta que se plantea para cuando se valida la tarea es: ¿se mueve la figura que has construido junto con la casita punteada? SI_____, NO_____

Figura 30. Tarea 4. Actividad 3



El objetivo de esta tarea consiste en que los estudiantes construyan la imagen por simetría central respecto al punto de la carita feliz, aplicando los conocimientos de simetría central que se han trabajado en las actividades anteriores. Además esta figura construida se debe mover junto con el movimiento que hace la carita, manteniéndose en igual forma y tamaño. Aquí necesariamente la casa debe montarse sobre los cinco puntos construidos.

Los estudiantes pueden inicialmente construir los cinco puntos y luego sobre esos cinco puntos construir con la herramienta de polígono la casa pedida. Se espera que los estudiantes usen las estrategias 1 y 2 planteadas en la tarea anterior para construir los cinco puntos sobre los cuales se va a construir la casa verde pedida.

Hay que tener en cuenta que las estrategias 1 y 2 para construir los puntos son las que conllevan a la solución de la tarea planteada.

Aquí las estrategias 3, 4 y 5 planteadas en la tarea anterior no van a funcionar, porque cuando la carita se mueva la casa construida no se va a mover junto con ella.

Una vez la profesora dé el visto bueno para validar la tarea, aparece un letrero de retroalimentación positiva junto con una flecha para avanzar y llegar así a la instrucción de ceder el turno al compañero e iniciar la ronda dos.

- **Análisis a priori de la puesta en común.** Una vez terminadas las rondas uno y dos se realizará una puesta en común donde los estudiantes pueden exponer los argumentos y estrategias usadas para resolver las tareas propuestas. Además la profesora hará algunas preguntas que permitan dejar en claro el tema de simetría central.

Para la puesta en común se trabaja con todo el grupo atendiendo la participación de cada uno de ellos en la solución de las diversas tareas propuestas. Se toma una de las rondas y se van desarrollando cada una de las tareas en forma grupal. Algunas de las preguntas planeadas que pueden ayudar a clarificar, haciendo uso de las propiedades trabajadas el tema de simetría central en las actividades anteriores para resolver cada una de las tareas pueden ser:

1. ¿Cómo se debía poner la casa verde de tal forma que se pueda cumplir la tarea? Esta pregunta referida a la tarea uno busca que los estudiantes manifiesten que las posiciones de las casa deben ser contrarias. Además que expresen que la carita feliz debe estar en la mitad de cada par de puntos correspondientes de las casa roja y verde.

2. ¿Por qué esta tarea no se puede solucionar al igual que la tarea anterior? Esta pregunta referida a la tarea dos busca que los estudiantes expresen la necesidad de usar la herramienta recta porque están pidiendo con exactitud la posición de la casa verde, manifestando que de esta forma se garantiza bien la alineación de los objetos.
3. ¿Cómo se puede garantizar que los puntos que se construyan se muevan junto con la carita? Esta pregunta referida a la tarea cuatro, busca que los estudiantes tengan en claro como hallar la imagen de un punto de la casa roja, es decir, que primero se debe trazar la línea para garantizar que los objetos van a estar alineados y segundo que la carita es punto medio de un par de puntos correspondientes de las casas roja y verde, logrando que las distancias desde un punto de la casa roja a la carita es igual desde la carita hasta su correspondiente punto de la casa verde.
4. ¿Cuántos puntos se necesitaban para poder construir la casa? Esta pregunta referida a la tarea tres busca que los estudiantes manifiesten que teniendo mínimo dos puntos se podía construir la casa; pero en la tarea cuatro necesariamente se deben construir los cinco puntos para garantizar que la casa construida se va a mover junto con la carita.

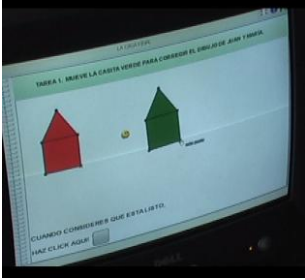
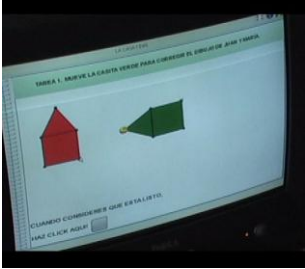
7.4.2 Análisis a posteriori de la actividad tres: la casa final. Antes de iniciar el desarrollo de esta actividad, se les trabajó a los estudiantes unas tareas explicativas sobre el uso de las herramientas que iban a necesitar.

Por cuestiones de tiempo solo se trabajó la ronda uno, y la ronda dos se desarrolló con todos los estudiantes en la puesta en común.

También teniendo en cuenta que en la tarea No. 6 de la actividad anterior los estudiantes validaron sin tener la solución correcta de la tarea, la profesora

impone en las tareas No. 3 y No. 4 la regla de no avanzar hasta que ella vea y apruebe el trabajo que han realizado.

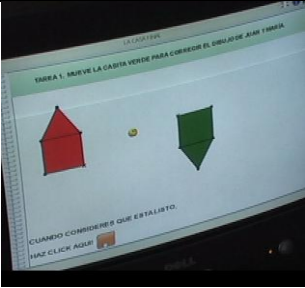
- **Tarea 1: mueve la casita verde para corregir el dibujo de Juan y María.**

E2: {Lee la instrucción, traslada la casa verde a la posición que muestra la figura}	
{Gira y traslada la casa verde hasta poner el punto del techo en la carita feliz. Ver figura}	

E1: {Leyendo} Cuando consideres que ya está listo, haz clic aquí.

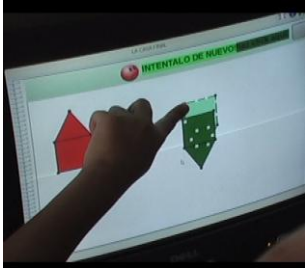
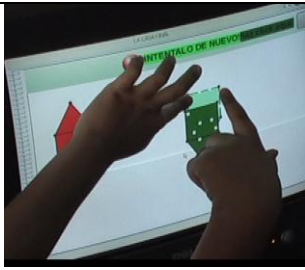
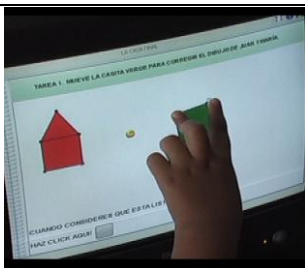
E2: {Hace clic en el botón, y aparece una carita triste con la instrucción: “inténtalo de nuevo”}

E1: ajaj-aja-aja...

E2: {Reinicia la tarea y lleva la casita verde a la posición que muestra la figura}	
---	--

{Hace clic en el botón y aparece nuevamente la carita triste}

E1: ¡Huy!

E1: {Pone el dedo en la pantalla guardando un vértice de la base de la casa, como se puede observar en la figura}	
E2: {Pone el dedo en la pantalla, guardando la posición de otro vértice de la base de la casa, como se ve en la figura}	
E2: {Reinicia la tarea y toma con su otro dedo la posición que tenía el compañero, según se observa en la figura}	
E2: {Lleva la casa verde ubicándola de tal forma que los vértices de la base queden en la posición donde tenían los dedos, ver figura}	

E2: {Hace clic en el botón para validar la tarea, aparece la casa verde punteada un poco corrida de la casa verde que ubicaron los estudiantes y la retroalimentación positiva: “muy bien, ve por otra tarea”.

E1: ¡Huy, muy bien!

Profesora. Muy bien, quedó un poco corrido; pero en la siguiente ya no puede estar corrido.

E2: {Hace clic en la flecha para avanzar}

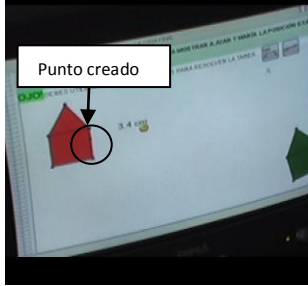
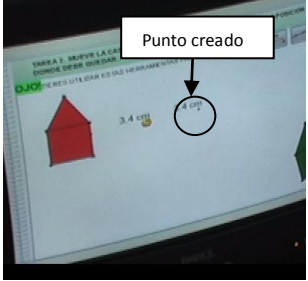
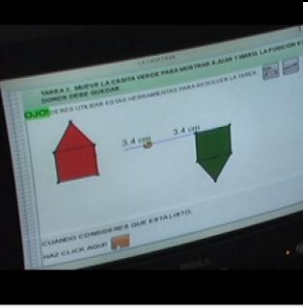
El objetivo de la tarea no se cumplió, pues los estudiantes logran resolver la tarea, tratando de recordar la posición que tiene la casa verde punteada oculta, mas no logran predecir dicha posición. Se puede apreciar en el primer intento, que no se cumplió lo que se había predicho, pues los estudiantes no tienen claro que la carita feliz es el punto medio de un punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde. Además no visualizan la orientación contraria de las casitas, que se habían trabajado en la actividad anterior.

Por otro lado como se había planeado, los estudiantes van directo a mover la casa verde, atendiendo la instrucción dada. También se cumple el hecho, de volver a usar la estrategia de guardar la posición con los dedos, aunque en una segunda opción, cuando reinician la tarea, pues es una estrategia que les ha funcionado y aquí nuevamente les funciona.

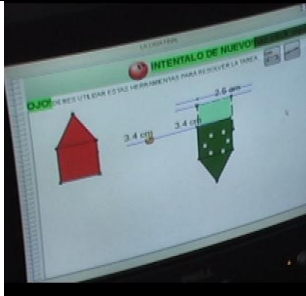
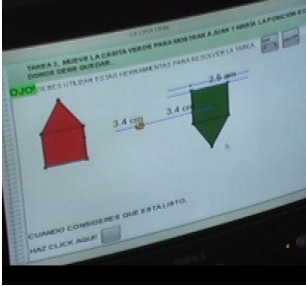
Se puede ver que ante la retroacción: aparece una carita triste con la instrucción: “inténtalo de nuevo” los estudiantes no guardan la posición con los dedos; pero hace una percepción de lo que el medio le mostró, ante esta interpretación, realizan la acción de llevar la casa verde a una posición aproximada de lo pedido.

También cuando el medio nuevamente les ofrece la retroacción de aparecer la carita triste, hacen la interpretación que con la sola percepción que hicieran no bastaba, por lo tanto cambian su acción y retoman la estrategia de guardar la posición con los dedos y logran la estrategia ganadora: cumplir la tarea propuesta.

- **Tarea 2: mueve la casita verde para mostrar a Juan y María la posición exacta donde debe quedar.**

E2: {Lee la instrucción, toma la distancia entre la carita y un punto creado sobre el lado derecho de la base, ver figura}	
{Toma la distancia entre la carita y otro punto que crea al lado derecho de la carita, de tal forma que la distancia es igual a la otra tomada de 3,4 cm. Ver figura}	
E2: {Dibuja una recta con el punto de la carita feliz y segundo punto creado, luego lleva la casa verde a la posición que muestra la figura. Aparece el letrero: "cuando consideres que está listo haz clic aquí"} }	

E2: {Hace clic en el botón, aparece la casa verde punteada y una carita triste y la instrucción: "inténtalo de nuevo" .Toma la distancia entre los dos vértices inferiores de la base (2,5 cm.), luego dibuja una recta por estos dos puntos}

{Después dibuja otra recta encima de la dibujada. Ver figura y reinicia la tarea.}	
E2: {Traslada y gira la casa verde para llevarla sobre la primera recta dibujada, como se observa en la figura}	

E1: Haz clic aquí. {Señalando con el dedo el botón que aparece en la parte izquierda abajo de la pantalla}

E2: {Hace clic en el botón, aparece la casa verde punteada y una retroalimentación positiva: “bien hecho, ve por otra tarea”}

Profesora: Muy bien.

E1: Sí, ¡quedó exacto!

El objetivo planeado igualmente no se cumplió, los estudiantes usaron las herramientas para poder encontrar la posición de la casa verde como la imagen de la casa roja por simetría central, respecto a la carita feliz; pero no logran predecirla, como se esperaba.

Tratan de utilizar el conocimiento que la carita es el punto medio de un punto de la casa roja y su correspondiente punto de la casa verde, aunque no toman uno de los cinco puntos que tiene la casa, sino que dibujan uno sobre el lado de la base y dibujan otro, al otro lado de la carita a igual distancia y alineados los tres objetos; pero cuando ubica la casa verde deja ese punto no sobre el lado sino sobre el

vértice. Con este hecho se pone de manifiesto que los estudiantes no han logrado cambiar la concepción de una figura global a una figura puntual, de ahí que traten de poner la casa verde a igual distancia de la roja, sin tener en cuenta la ubicación de los puntos sino de la figura en forma global.

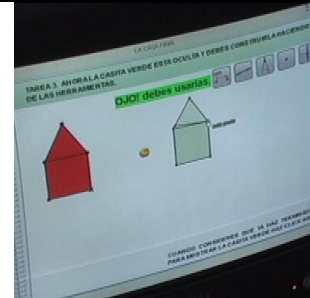
Los estudiantes logran cumplir la tarea haciendo uso de una estrategia que no se esperaba, sin hacer uso del conocimiento; por lo tanto algo que se puede mejorar en el diseño de la tarea es no mostrar la solución al reiniciar la tarea uno y dos.

Por otro lado se puede apreciar que inicialmente los estudiantes no ponen la casa a percepción como se había predicho. Tampoco se cumplió como se había predicho que los estudiantes usaran la estrategia de guardar la posición con los dedos; pero a cambio hacen uso de las herramientas para guardar la posición que tenía la casa verde punteada oculta. Esto pone de manifiesto una falla en el diseño de la actividad, la cual se podría mejorar si no se mostrara la solución o cuando ellos reinicien la tarea se cambiara de posición el centro de la simetría.

También se puede apreciar que cuando el medio les ofrece la retroacción de mostrar la casa verde punteada, ellos interpretan que esta es la posición y que al reiniciar la tarea se les va a desaparecer. Por eso realizan la acción de antes de reiniciar la tarea, marcar la distancia de la base y sobre dos puntos de la casa punteada dibujar una recta, para de esta forma, al reiniciar la tarea poder tener una marca donde debe quedar la posición de la casa verde y obtener así la estrategia ganadora.

- **Tarea 3: ahora la casita verde esta oculta y debes construirla haciendo uso de las herramientas**

E2: {Lee la instrucción, e inicia dibujando un rectángulo con la opción polígono, luego con la misma opción va a dibujar el triángulo para el techo, en la misma posición en que se encuentra la casa roja, ver figura}



E1: ¡Huy no! quedó al revés.

E2: {Hace clic en el botón, que está en la parte derecha abajo de la pantalla para validar la tarea, desaparece la instrucción y las herramientas, aparece la casita verde punteada y la pregunta ¿Está bien ubicada la figura que has construido?}

Profesora: No, decimos que no, porque veo que no está bien

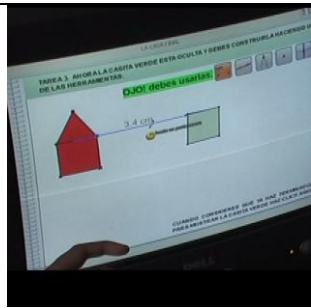
E2: {Hace clic en la flecha de “no”}

E3: {Compañero que está al lado} ¡Si quedó bien!

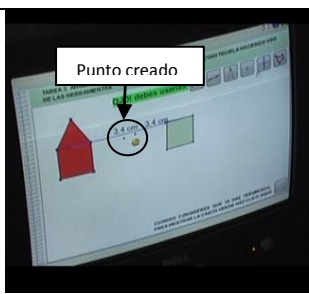
E1: No, quedó al revés

Profesora. En la tarea tres, sólo vamos a decir SI, cuando la profesora vea que si quedo bien.

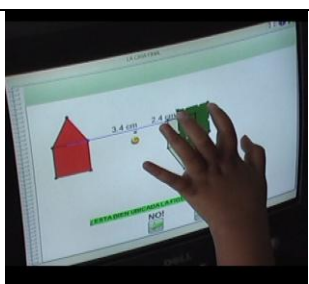
E2: {Borra las figuras construidas, dibuja un rectángulo, luego una recta usando el punto superior derecho de la base de la casa roja y el punto del vértice del rectángulo dibujado}

{Después toma la distancia de un vértice de la casa roja a un punto arriba de la cara feliz, como se aprecia en la figura}	
---	--

E1: Ahí. {Señalando la cara feliz, cuando la compañera está tomando la distancia}

E2: {Toma la distancia desde el vértice que dibujó hasta que la distancia le quede igual a 3,4 cm. como la anterior, creando el punto que se aprecia en la figura.	
---	--

E2: {Lleva el punto anterior creado y lo pone encima del primer punto que creó, quedando a una distancia de 2,4 cm. Luego dibuja en la parte de abajo del rectángulo un triángulo para el techo de la casa, luego hace clic en el botón para validar, aparece la casa verde punteada y desaparecen las herramientas}

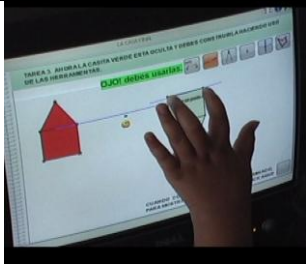
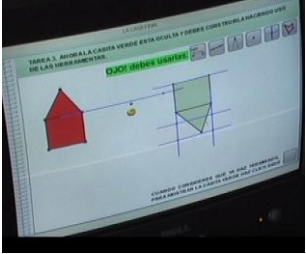
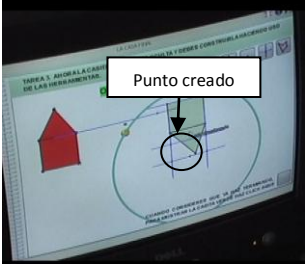
{Guarda la posición de los dos vértices de la casa verde punteada, como se aprecia en la figura}	
---	---

E2: {Trata de quitar los dedos}

E1: ¿Para qué son los dedos Elisa?

E1: {Con los dedos sostenidos en la pantalla, borra las figuras y distancias}

E2: {Pone nuevamente los dedos en los vértices de la base de la casa punteada y hace clic en la opción “no”}

{Teniendo los dedos usa la opción recta y dibuja una recta con los dos puntos donde tiene sus dedos, como se puede ver en la figura}	
{Dibuja cuatro rectas como se aprecia en la figura, empezando por la de los lados y luego las dos de la parte de abajo}	
{Luego toma la opción compás y dibuja un círculo con centro en un punto creado cerca al punto del techo de la casa que tiene dibujada, y radio hasta la carita feliz, como se se aprecia en figura}	

E1: ¡Huy Elisa!

E2: ¡Ya se!

E2: {Borra el círculo, y el triángulo, usa la opción polígono para dibujar nuevamente el triángulo para el techo}

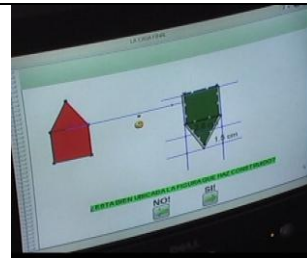
E1: Ahí, {Sonriendo, le muestra el botón de validar}

E2: Ay no.

E2: {Toma las distancias de los lados del triángulo y hace clic en el botón para validar}

E2: ¡Huy no! Es un poquitico más arriba.

{En la figura se aprecia la figura que tienen}



E1: Profesora, mire como la tiene Elisa.

Profesora: Dale que SI.

E2: {Hace clic en “si”, y aparece la retroalimentación positiva: “buen trabajo, ahora ve por la última tarea”.

Los estudiantes logran construir la casa verde que será imagen de la casa roja respecto a la carita, sin embargo a pesar que usan las herramientas no es claro que apliquen el conocimiento de las propiedades trabajadas en otras actividades, puesto que hacen uso de la percepción, cuando el medio les muestra la casa verde punteada, y retoman la estrategia de guardar la posición con los dedos o con la recta.

Aunque se puede apreciar que inicialmente tratan de aplicar la carita como punto medio y la alineación que deben tener los objetos, cuando dibujan un rectángulo, luego una recta usando el punto superior derecho de la base de la casa roja y el punto del vértice del rectángulo dibujado, luego toma la distancia del vértice de la casa roja a un punto arriba de la carita feliz (le mide 3,4 cm.) y después toman la distancia desde el vértice que dibujó hasta que la distancia le quede igual a 3,4 cm.

También se puede apreciar que tienen claro que los objetos deben estar en posiciones contrarias cuando E1 manifiesta: No, quedó al revés, además que deben conservar el mismo tamaño y forma, lo que se observa cuando encajan la figura en las rectas, como indicando de ahí no se puede salir.

Los estudiantes plantean una estrategia de solución que se consideran como una combinación de dos que se habían predicho. Dibujan la casa con el uso de la herramienta polígono sin haber construido los puntos inicialmente haciendo uso de su percepción y cuando validan la tarea, como aparece la casa verde punteada retoman la estrategia de guardar la posición con los dedos, dibujando sobre estas posiciones la base de la casita pedida. Igualmente como se había predicho, la estrategia usada para resolver esta tarea no les va a funcionar para resolver la siguiente, de ahí la dificultad que se presentó para lograr resolverla, como se verá posteriormente.

Los estudiantes llegan a una estrategia ganadora por las diferentes acciones que realizan sobre el medio, modificándola cada vez que interpretaban las retroacciones que el medio les ofrecía.

En la primera acción: “Dibuja la casa verde con la opción polígono, en la misma posición que tiene la casa roja” el medio les ofrece la retroacción: “Muestra la casa verde punteada, que estaba oculta”, E1 interpreta que no es, por eso manifiesta: “huy no quedó al revés” ante esta interpretación ellos realizan una nueva acción: “Borra las figuras construidas, dibuja un rectángulo, luego una recta usando el punto superior derecho de la base de la casa roja y el punto del vértice del rectángulo dibujado” para dar paso a otra estrategia de solución.

En la segunda acción: Toma la distancia desde un punto de la casa roja hasta arriba de la carita, luego desde el vértice del rectángulo que dibujó hasta que la distancia le quede igual a 3,4 cm” el medio les ofrece la retroacción: “Las distancias son iguales”, luego los estudiantes interpretan: “Las posiciones no están en dirección a la carita feliz”, luego ellos modifican la acción, ahora: “Lleva el punto sobre el otro, quedando una distancia de 3,4 cm, y la otra de 2,4 cm.” para proseguir a la siguiente acción estratégica de solución.

Nueva acción: “Termina de dibujar la casa, luego hace clic en el botón para validar”, el medio ofrece la retroacción: “aparece la casa verde punteada y desaparecen las herramientas” y los estudiantes interpretan: “La figura construida no está bien ubicada”, luego modifican la acción, ahora: “Guarda la posición de los dos vértices de la casa verde punteada con los dedos” y da paso a otra nueva acción.

Otra acción que realizan: “Con la opción polígono dibuja el rectángulo ubicando los dos primeros vértices en la posición que tenía sus dedos, luego termina de dibujar la casa. Hace clic en el botón para validar la tarea” la retroacción que el medio les ofrece: “Aparece la casa verde punteada y la pregunta: ¿se mueve la casita que has construido junto con la casita verde punteada?, los estudiantes hacen una interpretación de dicha retroacción: “huy, no, un poquito. Es decir la casa construida no está bien ubicada.”, luego modifican la acción ahora: “Pone nuevamente los dedos en los vértices de la base de la casa verde punteada”

Por lo expuesto anteriormente se destaca del diseño de la tarea, que se logró bloquear acciones de los estudiantes donde no hicieran uso del conocimiento sobre la simetría central; pero un error que se evidencia al igual que en las tareas anteriores es mostrar la solución ya que los estudiantes se limitan a recordar o guardar la imagen por simetría central de la casita roja respecto a la carita feliz.

También se aprecia que los estudiantes no tienen la concepción puntual de la figura sino global

- **Tarea 4: ahora debes construir la casita verde haciendo uso de las herramientas y que se mueva cuando la carita se mueva**

E2: {Lee la instrucción}

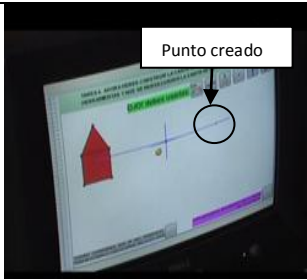
Profesora: igual que la anterior; pero se debe cumplir que se debe mover cuando la carita se mueva}

E2: {Escoge la opción recta y dibuja una recta tratando de pasar por el punto de la carita feliz y un punto sobre el lado derecho de la base de la casa roja}

E1: Hay ya sé lo que hay que hacer Elisa. Hay que usar este. {Señala la herramienta recta}

E2: No, es esto. {Dibuja otra recta (como perpendicular), pasando por el primer punto}

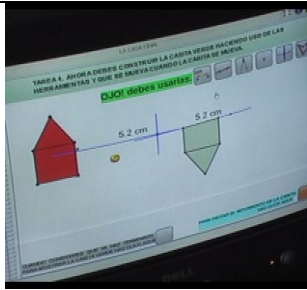
E1: O tal vez, este. {Señala la herramienta punto}

E2: {Dibuja otra recta pasando por el primer punto y luego crea uno a la parte de la derecha, sobre la primer recta dibujada. Como se aprecia en la figura}	
--	--

E2: {Toma la distancia desde el punto creado hasta el punto donde está la recta vertical, luego toma la distancia desde la recta vertical hasta un punto cercano al punto que se encuentra sobre el lado de la casa roja, obteniendo una distancia de 5,2 cm.}.

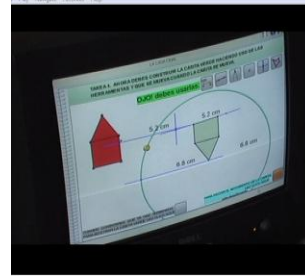
Profesora: Elisa cuando quiera la carita la puedes parar con el botón de abajo

E2: {Hace clic en el botón para detener el movimiento de la carita}

{Después con la opción polígono dibuja la casa, como se aprecia en la figura}	
--	--

E2: {Con la opción compás dibuja un círculo con centro en el techo de la casa verde construida y radio hasta la carita feliz}

{Luego dibuja otra recta desde el vértice del techo de la casa verde, hasta un punto sobre el círculo y le toma la distancia, luego toma la distancia desde el mismo punto de la casa verde hasta el otro lado sobre el círculo. Ver figura}



E2: Sí. {Expresando sentimiento de alegría, cuando observa las dos distancias iguales}

E1: Para iniciar el movimiento de la carita, haz clic aquí. {Lee}

E2: {Hace clic para poner a mover la carita}

Profesora: La casita verde no se mueve.

E1: ¡No!

Profesora: Les voy a dar una pista. Sí hacen una recta, recuerdan en la tarea anterior, ¿Cómo eran las distancias de los puntos a la carita?

E2: A, ya ya.

Profesora: {Hace clic en el botón para validar la tarea, desaparece la instrucción y las herramientas, además aparece la casa verde punteada oculta y la pregunta ¿Se mueve la figura que has construido junto con la casita punteada? y la instrucción: “sí” para avanzar “no” para volver a la tarea}

Profesora: Si vez donde va. {Señalando la casa verde punteada y la que han dibujado} y si haces clic aquí {Señalando el botón para mover la carita}

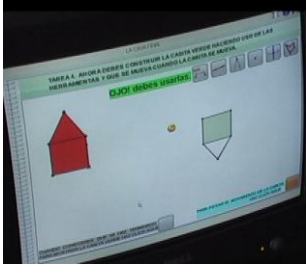
E2: {Hace clic en el botón y se mueve la casa verde punteada}

Profesora: Esta casa verde que dibujas, tiene que moverse con ella.

E2: ¡Ah! ya sé cómo.

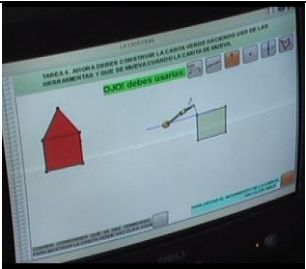
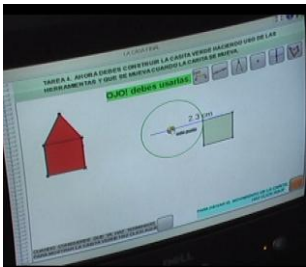
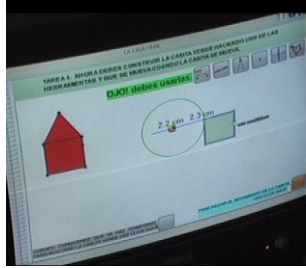
Profesora: {Hace clic en “no”, aparece la instrucción y las herramientas, si quiere mejor borra todo}

E2: {Borra todos los objetos que había creado}

E2: {Con la opción polígono, dibuja una casa recordando la posición que tenía la verde punteada, Ver figura. {Después borra el techo de la casa y queda un rectángulo verde}	
---	--

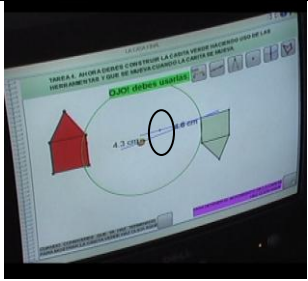
Profesora: Puedes dibujar una recta usando el punto de la carita, la carita tiene un punto, ¡si ves!

E2: {Dibuja una recta pasando por la carita y un vértice del rectángulo verde que había dibujado}

{Luego usa el compás y traza un círculo con centro en la carita y radio hasta un vértice del rectángulo}	
{Después toma la distancia del círculo (a la parte izquierda de la carita) a la carita, obteniendo 2,3cm.}	
{Luego trata de tomar la distancia del vértice a la carita; pero señala es el círculo y no el punto, por lo tanto la distancia le marca la misma que tenía 2,3cm. Entonces decide tomar del círculo a un punto cercano a la carita, obteniendo una distancia de 2,2cm}	

{Luego usando la opción polígono construye un triángulo para el techo de la casita, pone a mover la carita}

E1: lo único que se mueve es el círculo.

E2: {Dibuja una recta desde el vértice superior izquierdo de la base hasta el punto que se muestra en la figura cerca a la carita}	
---	--

{Luego detiene el movimiento de la carita y dibuja una recta pasando por el vértice superior izquierdo de la casa roja y la carita}

Profesora: Si quiere borra todo y deja esta recta. {Señalándole la última recta dibujada}

E2: {Borra todo lo que había construido}

E2: {Hace clic en el botón de validar la tarea, aparece la casa verde punteada y la pone a mover} ¡Ya!

E1: No hizo nada.

Profesora: Esa es la que tenía, no la que dibujaste.

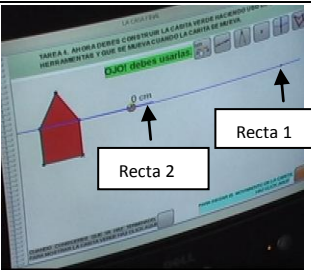
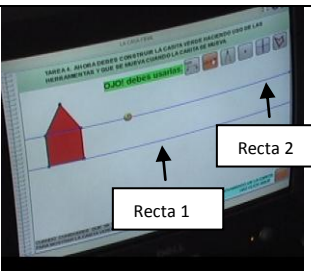
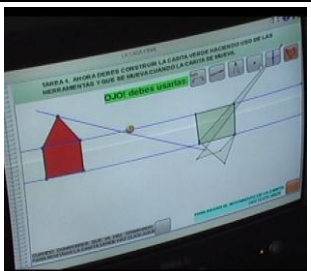
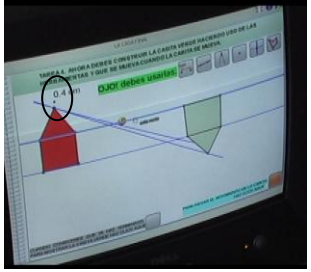
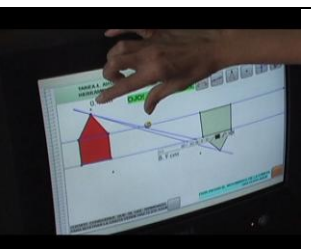
E2: Detiene el movimiento.

Profesora: Dile no.

E2: {Hace clic en el botón “no” y aparece nuevamente las herramientas y la instrucción. Dibuja nuevamente una recta pasando por el vértice superior izquierdo de la base de la casa roja y otro punto, de tal forma que la recta pasa por la carita}

Profesora: Por la carita y luego estírala.

E2: {Dibuja otra recta pasando por la carita y por el vértice superior izquierdo de la base de la casa roja}

E2: {Trata de tomar la distancia de vértice superior izquierdo de la base de la casa roja a la carita, pero no puede porque señala es la recta}	
{Entonces borra todo nuevamente. Luego traza una recta desde el vértice inferior izquierdo hasta otro punto fuera de la casa roja, después dibuja otra recta desde el vértice superior izquierdo hasta otro punto fuera de la casa roja de tal forma que le pase por la carita}	
{Después dibuja otra recta pasando por el punto del techo de la casa roja y la recta 1, luego dibuja un rectángulo con los vértices sobre las rectas y un triángulo con la opción polígono, para el techo (se le dificulta dibujar el triángulo; pero finalmente logra construir la casa)}	
{Después dibuja otra recta pasando por el techo de la casa roja y el techo de la casa verde construida. Trata de tomar distancia desde el techo de la casa roja, señalando luego las rectas (no es claro hasta dónde) finalmente crea un punto arriba del techo, como se aprecia en la figura}	
Profesora: Espera Elisa ¿Cómo tiene que ser esta distancia, Con la del otro techo? {En la figura, se aprecia la distancia que pregunta la profesora}	

Profesora: Recuerda cómo eran esas distancias

E1: Iguales

Profesora: muy bien

E2: Borra todo lo construido

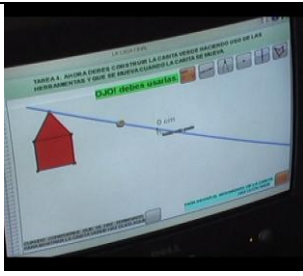
Profesora: Con la opción recta, dibuja la recta. Usa la carita porque con ella se mueve, y al techo puede ser.

E2: {Dibuja la recta por la carita y el techo}

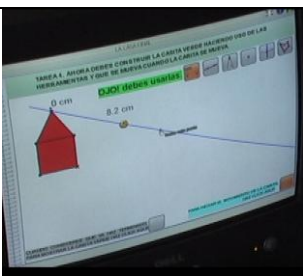
Profesora: Estírala. Ahora toma un punto sobre esa recta

E2: {Con la opción punto, dibuja el punto sobre la recta}

Profesora: Ahora toma esta distancia {Señalando del techo a la carita} y esta distancia {Señalando de la carita al punto sobre la recta}

E2: {Trata de tomar las distancias} Pero es que no me salen, me da cero.	
---	---

Profesora: Es que no toma bien los puntos. Debes señalarlo, que diga este punto.

E1: Y le quedo mal {Porque E2 tomo la distancia desde el techo hasta el punto sobre la recta, obteniendo una medida de 8,2cm, como se aprecia en la figura}	
--	--

Profesora: ¿A dónde debe ir Sebastián?

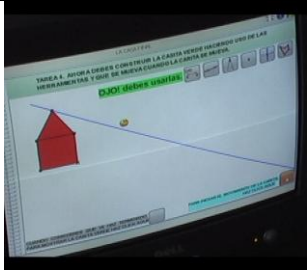
E1: A la carita

Profesora: Muy bien. Ayúdale a la compañera.

E1: De aquí a aquí. {Señalando del techo a la carita}

E2: {Toma la distancias; pero se confunde con las otras}

E2: Espere. {Borra todo}

E2: {Dibuja nuevamente una recta pasando por el techo de la casa y otro punto creado}	
--	--

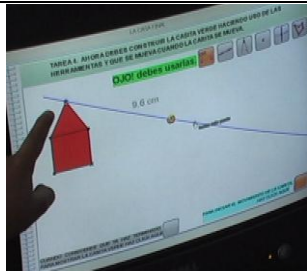
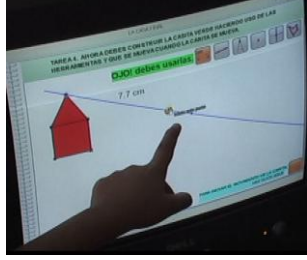
Profesora: No Elisa, coge la carita para que le quede. Bórrala.

E2: {Borra la recta y hace nuevamente otra pasando por el punto del techo y la carita}

Profesora: Estírala, ahora toma un punto sobre esa recta.

E2: {Dibuja el punto sobre la recta}

Profesora: Toma las distancias, ¿de dónde a dónde Sebastián?

E1: Desde aquí. {Señala el techo de la casa} E1: Del techo a la carita y de la carita al punto.	
Profesora: Bien Sebastián. Elisa toma la distancia. E2: {Toma la distancia obteniendo 7,7cm.} {La figura muestra el señalamiento la distancia tomada}	

E2: {Toma la distancia de la carita al punto y obtiene 0 cm}

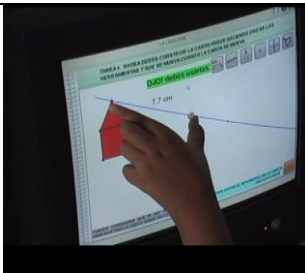
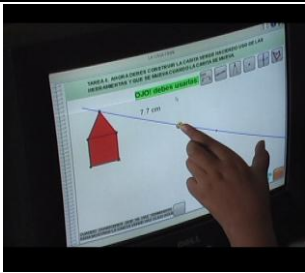
Profesora: No, tienes que decirle este punto.

E2: {Toma la distancia creando otro punto cerca al que ya estaba dibujado}

Profesora: No, borra eso.

E2: {Borra los dos puntos}

Profesora: Dibuje el punto sobre la recta. Ahora tome la distancia.

E2: {Toma la distancia con sus dedos, como se aprecia en la figura}	
E2: {Lleva esa distancia al otro lado Como se ve en la figura, y toma la opción punto para ponerlo donde tiene el dedo}	

Profesora: Elisa, para eso tiene la herramienta para medir.

E2: {Toma la distancia; pero no señala bien los puntos y eso le da distancias de cero y genera otros puntos}

Profesora: No, señala hasta que le diga este punto. Borra.

E2: {Borra las distancias y puntos que ha creado y nuevamente toma la distancia de la carita al punto sobre la recta, obteniendo 7,8 cm.}

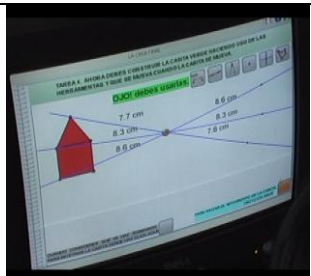
Profesora: Ahora ese punto lo puedes mover

E2: {Mueve el punto para obtener la distancia igual a la otra}

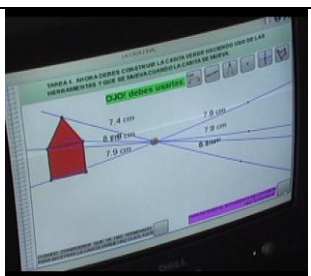
Profesora: Eso mismo, ahora debes hacerlo con los otros cuatro puntos, así vas a poder construir la casa sobre esos puntos. Ahora haz clic aquí {Señalando el botón para mover la carita} Si ves el punto se mueve cuando la carita se mueve}

E2: Ahh.

Profesora: Ya ves ahora eso mismo con los otros puntos.

E2: {Repitiendo el mismo proceso logra hacer las rectas que muestra la figura}	
---	--

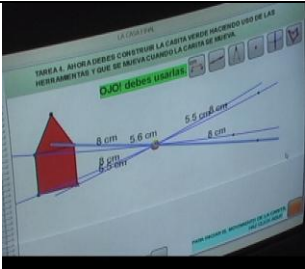
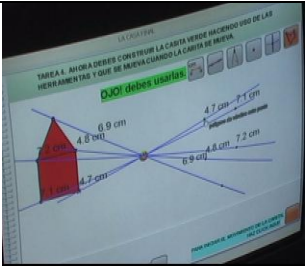
{Cuando construye la recta cuatro con el vértice superior derecho de la base, se confunde al no saber cual distancia es la que corresponde a cada punto y no avanza}

E2: ¡Ay no, esta se la lleva la de los otros! {Desesperada, refiriéndose a que toma una distancia y le queda encima de la otra y luego cuando la va a correr se la arrastra, la figura ilustra las distancias tomadas y las rectas dibujadas}	
--	--

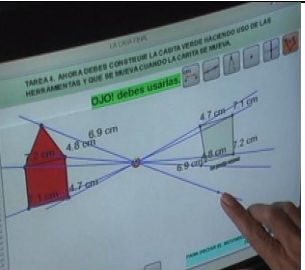
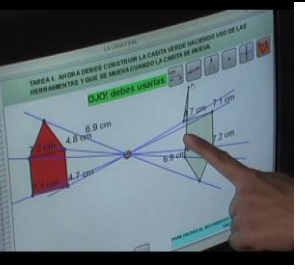
E2: Ay no, se me desbarató, ahora tengo que borrarlo todo.

E1: {Toma el mouse y empieza la construcción}

Profesora: Estén concentrados. Tener claro cuál es el punto que le corresponde a cada uno.

{La figura muestra las 4 rectas construidas por el estudiante y sus respectivas distancias}	
{Después de un tiempo logra hacer el otro punto que le faltaba. La figura muestra las 5 rectas trazadas, los cinco puntos y las cinco distancias}	

Profesora: Ahora con la opción polígono dibuja la casa sobre los puntos.

{La figura muestra la construcción de la casa sobre los puntos} Profesora: acá, acá {Señalando e indicando como construirla}	
Profesora: baje, baje, ahora al otro, clic, haz clic, donde empezó, haz clic {El estudiante se le dificulta terminar la figura. Como se aprecia en la figura}	

E1: {pone a mover la carita y la casita se mueve, después hace clic sobre el botón para validar la tarea y aparece la casita verde punteada superpuesta en la que se tenía y se van moviendo las dos}

Profesora: Bien vamos a la socialización de la actividad, por tiempo no se puede hacer la ronda dos. Así que vamos a trabajar en la ronda dos para socializar la solución de las tareas.

Para esta tarea igualmente no se cumplió el objetivo propuesto, pues los estudiantes no logran construir la casita que será la imagen por simetría central de la casita roja, respecto a la carita feliz, sin la asesoría de la profesora.

Se evidencia que una vez la profesora asesora para la construcción de la primera recta, a ellos se les dificulta llegar a construir los cinco puntos, por la confusión que presentan al tener varias distancias y una cerca a la otra.

Además se le suma el hecho que usan las herramientas sin tener claridad en su aplicación. Como se aprecia en la toma de distancias, al no saber qué punto señalar y esto generaba otros puntos que los llevó a confundir. Por ejemplo: E2: {Toma las distancias} Pero es que no me salen, me da cero, E2: ¡Hay no esta se la lleva la de los otros!, E2: ¡Hay no se me desbarató.

Las primeras imágenes en la transcripción ponen de manifiesto que los estudiantes no lograron ver la casa formada por puntos, sino como un objeto global. Ellos tratan de poner la casa (como un solo objeto) más o menos tratando que la carita quede en la mitad y alineados; pero no cada uno de los puntos que forman la casa.

Por otro lado se aprecia que en la acción de tomar las distancias, el medio les muestra la distancia tomada y E1 interpreta: “Y le quedo mal” además de responder acertadamente a las preguntas hechas por la profesora.: “De aquí a aquí. {Señalando del techo a la carita}” Luego debe modificar la acción, “Toma la distancia desde el techo hasta la carita y luego de la carita hasta el punto”

- **Análisis a posteriori de la puesta en común**

- **En referencia a la Tarea 1: Mueve la casita verde para corregir el dibujo de Juan y María.**

Profesora: Bueno vamos a trabajar la ronda dos de la actividad. Aquí nos dice vamos aplicar lo que sabemos. La casita verde ¿cómo se va llamar?

E4: La imagen de la casita roja {Leyendo la instrucción presentada}

Profesora: Esta imagen tiene unas características ¿cómo cuáles?

E1: El techo es contrario al de la casita roja y los puntos de los techos están a igual distancia de la carita o punto amarillo. {Leyendo}

Profesora: Recordamos ¿Cómo eran los techos?

E6: Triangulares

E7: Opuestos

Profesora: O Contrarios, uno va para un lado y el otro hacia el otro lado. Además los puntos de los techos respecto a la carita o punto amarillo...

E2: A igual distancia

Profesora: La tarea decía: mueve la casita roja para que sea la imagen de la casita roja. Como se ve la casa roja, ¿Cómo va a ir el techo de la casa verde?

E: {Varios responden} Hacia abajo

Profesora: Entonces será que solo poniéndole el techo hacia abajo ya se puede decir que esta lista.

E7: No. porque hay que llevarla a la posición correcta que quede este bichito con este. {Señalando los dos puntos X de las casas roja y verde}

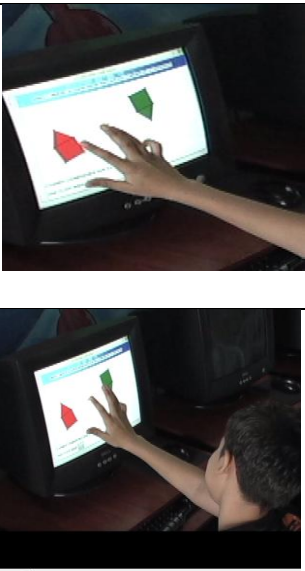
Profesora: teniendo en cuenta que estén a igual distancia de la carita. ¿Quién pasa y nos dice como la resolvió? ¡Jhonier, pasa!

E4: {Traslada y gira la casa}

Profesora: ¿Cómo sabes dónde y cómo exactamente ubicarla Jhonier?
¿Cómo sabe que ahí está bien?

E4: Por la distancia

Profesora: ¿Qué distancia?

E4: {Toma la distancia con sus dedos, como se aprecia en las siguientes dos figuras}	
---	---

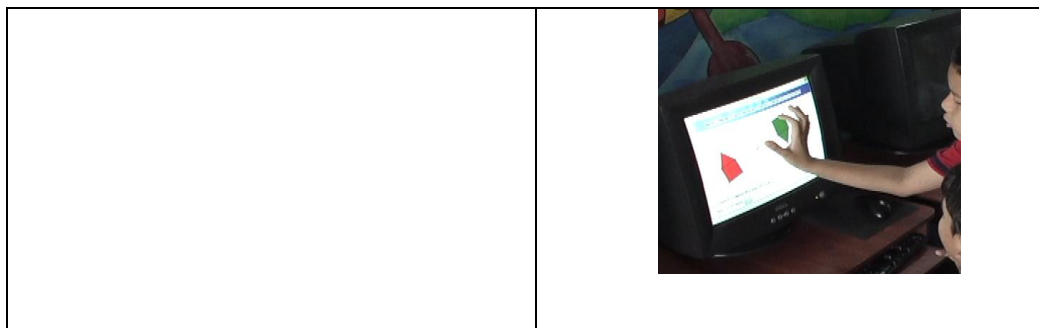
Profesora: ¿Qué mide de los puntos o la casa?

E7: {Pasa y le señala el punto X de la casa}

E4: De la X.

Profesora: Juan David, ¿Cómo hace para saber que está bien?

E7: Se mide, así y luego así {Las siguientes dos figuras muestran la medición que hace el estudiante}	
--	--



Profesora: Bueno decimos que el punto X está bien ubicado y ¿el punto del techo?

E4: {Hace en la misma forma las mediciones} Sí, está bien.

Profesora: Recuerden que cada punto de la imagen y de la casa roja deben estar a igual distancia de la carita. Entonces prueba a ver como quedó.

E4: {Hace clic en el botón para verificar la posición, aparece la casa verde punteada y un mensaje de retroalimentación para pasar a la otra tarea}.

Se puede apreciar como E4 aun toma la casa como una figura global y no había establecido la correspondencia entre cada punto de las casas roja y verde. Con la intervención de E7, logra ver la figura puntualmente.

Los estudiantes van directo a mover la casa verde y logran predecir la imagen por simetría central de la casita roja, respecto a la carita feliz.

- En referencia a la Tarea 2: Mueve la casita verde para mostrar a Juan y María la posición exacta donde debe quedar.

Profesora: Vemos que en la tarea anterior quedó un poco corrida la casa verde de la punteada, en esta tarea están pidiendo lo mismo pero más exacta, es decir, ya no puede quedar corrida. En la tarea uno midieron con los dedos, en esta ¿qué herramienta van a usar?

E6: La que dice centímetros

Profesora: Cuando medían con los dedos es posible que se corrieran un poco al trasladar la medida, ya con esta herramienta eso no va a ocurrir. La otra herramienta ¿qué hace?

E: {varios responden} Es para hacer una recta

Profesora: ¿Porqué usar la recta?

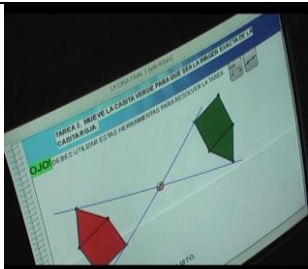
E6: Porque se deben tomar las distancias en recta.

Profesora: ¿Quién pasa?

E7: Yo, profesora

Profesora: Juan David, Muéstranos ¿cómo lo hizo?

E7: {Dibuja una recta pasando por el punto X y la carita feliz, luego alarga la recta tomando un extremo, luego dibuja otra recta pasando por el techo y la carita}.

{Después traslada y gira la casa sobre las rectas trazadas, como se ve en la figura}	
---	---

Profesora: Un momento, antes de hacer clic. ¿Quién quiere tomar las distancias?

E2: Tienen que ser iguales

E6: {Pasa y coge el mouse, toma las distancias. Del punto X de la casa roja a la carita mide 4,2 cm y de la carita al punto X de la casa verde mide 4,6, las otras distancias dan iguales a 6,4cm.}

Profesora: La casa tiene cinco puntos, será que con esos dos ¿ya da?

E: {Varios responden} Sí.

Profesora: Bueno cuadra la otra distancia y haz clic a ver.

E7: {Gira un poco la casa quedando las distancias iguales en 6,4 cm, hace clic en el botón y aparece la casa verde punteada sobre la verde y un mensaje de retroalimentación para avanzar a la siguiente tarea}

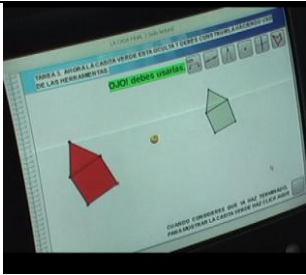
Profesora: Muy bien.

En esta tarea se evidencia que los estudiantes han establecido la correspondencia entre cada punto de la casa roja y su imagen de la casa verde. También se destaca el uso adecuado que hace de las herramientas proporcionadas y la seguridad en el proceso de solución de la tarea que demuestra el estudiante.

- En referencia a la Tarea 3: Ahora la casita verde esta oculta y debes construirla haciendo uso de las herramientas.

Profesora: ¿Quién nos colabora? Sebastián, pasa. ¿Qué va a hacer?

E1: Primero pongo cuatro puntos para hacer un cuadrado. {Toma la herramienta punto, ubica cuatro puntos y luego con la opción polígono, dibuja el rectángulo}.

{Después dibuja otro punto para el techo y finalmente con la herramienta polígono dibuja el triángulo. La casita formada se puede ver en la figura}	
--	--

E6: Sebastián, pero la casa debe ser más grande

Profesora: ¿Cómo la resolvió?

E1: {Trata de agrandar la casa construida, no contesta a la pregunta}

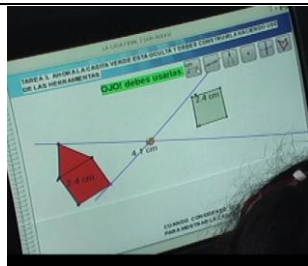
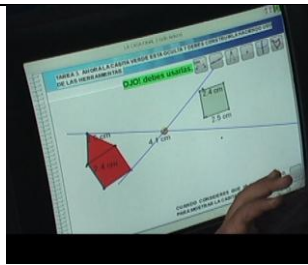
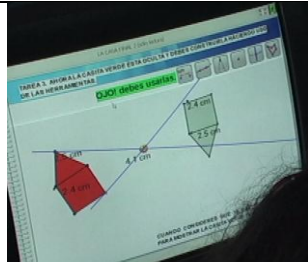
E2: Dale Suprimir

Profesora. Pasa Elisa y dinos como la resolvieron

E2: Con las rectas

E2: {Borra la casa que estaba construida. Dibuja una recta pasando por el punto X y la carita, otra del punto del techo de la casa y la carita, toma la distancia del punto X a la carita, obteniendo 4,1. Después toma la opción polígono y dibuja quiere dibujar un cuadrado e hizo un triángulo. Lo borra}

E7: Más arriba, le dije que era más arriba

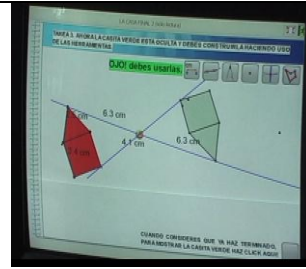
E2: {Toma la distancia del lado izquierdo de la casa roja obteniendo, 2,4 cm. Después ubica dos puntos dentro del ángulo que forman las rectas y toma la distancia entre estos puntos, los mueve hasta obtener 2,4 cm. Sobre estos puntos construye un rectángulo, ver figura}	
{Luego toma la distancia del lado del techo, obteniendo 2,5cm. Toma la distancia del punto de la base del rectángulo hacia abajo, hasta obtener la misma distancia. Ver la figura}	
{Después dibuja el techo de la casa usando este punto creado. como se aprecia en la figura}	

E2: {Ubica un punto sobre la recta del punto X y toma la distancia de la carita a este punto, corre el punto hasta que le mide iguala la otra 4,1 cm. Después mueve los puntos de la casa construida para que le queden sobre este punto construido}

Profesora: {Señala la recta del punto del techo de la casa roja} ¿Qué punto debe venir sobre esta recta?

E4: El del techo

E2: {Toma las distancias de los techos a la carita feliz y mueve la casa construida, hasta obtener el techo sobre la recta y las distancias iguales. ver figura}



E2: {Hace clic en el botón para validar la tarea y aparece la casa verde punteada sobrepuesta en la que se ha construido. Hace clic en la respuesta SI de la pregunta que aparece ¿Está bien ubicada la figura que has construido?}

Profesora: Bien, pasamos ahora a la otra tarea.

Se logra el objetivo propuesto de visualizar la propiedad que la figura imagen debe tener el mismo tamaño y forma, como se aprecia en la intervención de E6: Sebastián, pero la casa debe ser más grande y cuando E2 toma las medidas de la casa roja y las cuadra para que la casa que está construyendo conserve estas mismas distancias.

Por otro lado se aprecia el uso de las propiedades: la alineación de los objetos y la carita como punto medio de un punto de la casa roja y su correspondiente de la casa verde.

Además se destaca como la estudiante E2 que es la observada en el desarrollo de la tarea, hace en la puesta en común otra estrategia de solución donde se evidencia mayor apropiación de las propiedades de la simetría central.

- En referencia a la Tarea 4: Ahora debes construir la casita verde haciendo uso de las herramientas y que se mueva cuando la carita se mueva.

E: {Varios estudiantes hablan} ¡Huy esa si era difícil!

Profesora: Aquí es como la anterior, solo que vemos que la carita se mueve y la casa que se construya, también se debe mover.

E1: Yo paso.

Profesora: ¿Qué es lo primero que se debe hacer?

E1: Dibujar los puntos

Profesora: Los puntos que son la imagen de los puntos de la casa roja. Entonces ¿qué hacer Sebastián?

E1: Dibujar una recta del punto del techo a la carita.
{Mientras E1 va construyendo}

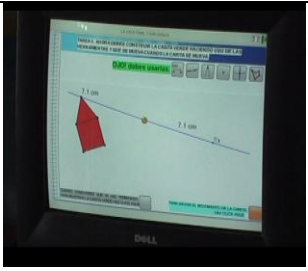
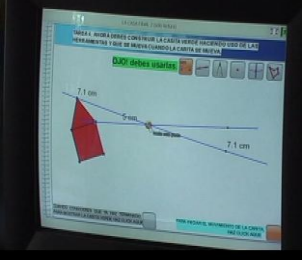
Profesora: ¿Qué es lo que va a construir Sebastián?

E: {Varios responden} Una casita

Profesora: La casita que es... Juan Davis, esa casita que está construyendo Sebastián ¿qué es? La imagen de ¿quién?

E: {Varios responden} De la casita roja.

Profesora: Decimos que se va a construir la imagen de la casita roja

{Toma la distancia del punto del techo de la casa a la carita, obteniendo 7,1cm., luego ubica un punto sobre la recta y toma la distancia de de la carita al punto. Después mueve el punto para que las distancias le den iguales, como se aprecia en la figura}	
{Después dibuja una recta pasando por el vértice superior derecho de la base de la casa roja y la carita. Ubica el punto sobre la recta. Después toma la distancia del punto de la casa roja a la carita, como se aprecia en la figura}	

Profesora: Esa es la distancia del punto de la casa a la carita. Y ¿luego?

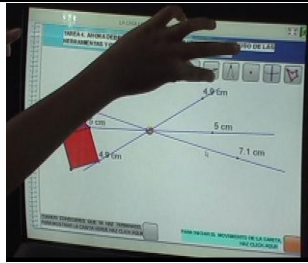
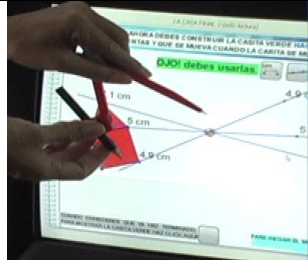
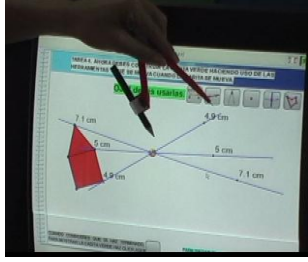
E1: Repetimos el procedimiento tres veces.

Profesora: Miren que tiene que decirle hasta este punto, si le señala la recta, él le está tomando la recta. Corre esas distancias para que luego no se vaya a confundir.

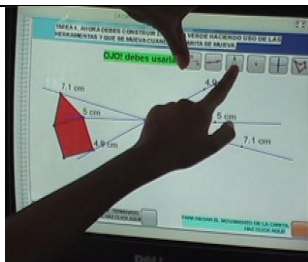
E2: Si, Sebastián.

E1: {Después dibuja la recta pasando por el vértice inferior derecho de la base de la casa roja y la carita, ubica el punto y toma las distancias}

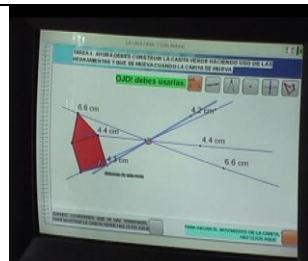
Profesora: Sebastián está tomando la medida usando la opción distancia para medir.

E1: Con estas dos. {Señala las herramientas que está usando en la construcción, como se aprecia en la figura}	
Profesora: Cuando usamos el compás, esa medida también la podemos tomar así. {Muestra con el compás como se haría. Ver figura}	
	

Profesora: O lo mismo como la tomaban con los dedos, ¿cierto? {Hace el señalamiento con los dedos}

Profesora: Si no tuviera está {Señala la herramienta de medir} ¿cómo mediría? E1: Con está. {Señala la herramienta compás} {La figura muestra los señalamientos que se hacen}	
--	--

Profesora. Lo que hay que tener presente es que las distancias sean iguales y que estén sobre la línea.

E1: {Construye otra recta pasando por el vértice inferior izquierdo de la base de la casa roja y la carita, pone el punto sobre la recta y toma la distancia. Ver figura}	
--	---

E7: Yo no sé qué está haciendo Sebastián.

E4: ¡Huy qué está haciendo Sebastián?

Profesora: Sebastián explícales.

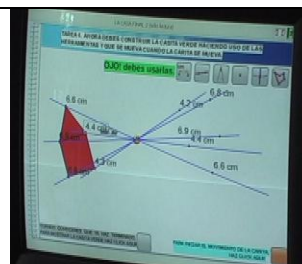
E1: {No responde}

Profesora: Ahora que termine les explica. ¿Ya terminó de construir los cinco puntos?

E1: Me falta uno.

Profesora: Lo que está haciendo Sebastián es construir cada imagen de los puntos de esa casita roja

E1: ¡Yeha! {Cuando logra construir los cinco puntos}



E4: Huy, que reguero de puntos.

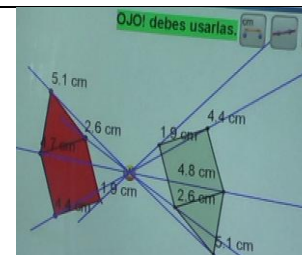
Profesora: Luego ¿qué se hace?

E1: Construir el polígono

E1: {Con la opción polígono construye primero el rectángulo y luego el triángulo}

E4: Yo no hice eso

E1: {Logra construir la casa con los cinco puntos y la pone a mover}



Profesora: Vemos que la casa no se deforma y las distancias se mantienen. Ahora dales clic en el botón donde dice que si ya está listo. Y aparece la casa verde punteada vemos que se mueve con ella. Esa era la tarea y lo que se tenía que hacer. Ahora, dale “si”

El estudiante E1 vuelve y hace el proceso muy bien, con el cual desarrollo la tarea en la ronda uno.

Hay estudiantes que no logran comprender el proceso a seguir y se distraen, por ejemplo cuando E4: ¡huy! qué está haciendo Sebastián? Se observan otros que

saben qué hay que hacer pero se confunden cuando ven tantas líneas. Por ejemplo: “E7: La imagen de la casita roja”

En general se puede decir que los objetivos uno y dos de esta actividad no se cumplieron pues los estudiantes no utilizaron los conocimientos construidos en las actividades anteriores para predecir la posición que deberá tener la casa verde.

Por otro lado si lograron ver que la imagen es de la misma forma y tamaño, pues en sus construcciones trataron de mantener la casa verde en el mismo tamaño y forma que lo tenía la casa roja.

CONCLUSIONES

En el análisis de las actividades diseñadas y aplicadas bajo el enfoque de la Teoría de Las Situaciones Didácticas, se observa que los estudiantes no logran pasar de una concepción global de la figura a una concepción puntual. Puede deberse al nivel de desarrollo de los estudiantes, los cuales aun no están en capacidad de asimilar con alto grado de detalle las propiedades de la simetría central en una figura puntual.

En general el desarrollo de la actividad uno, por ser con una figura global, no presentó mayor dificultad y los estudiantes lograron visualizar y aplicar las propiedades de la simetría central. Teniendo en cuenta el análisis de las actividades se puede decir que los estudiantes lograron identificar o visualizar algunas propiedades de la simetría central como: la figura, el centro de simetría y la imagen deben estar alineados; el centro de simetría es el punto medio de la figura y su imagen; la figura y su imagen tienen posiciones contrarias; la figura imagen depende la figura original; la figura original y la imagen deben tener el mismo tamaño y forma.

Los estudiantes manifestaron gran dificultad en el uso de las herramientas de construcción y de medida del Software proporcionadas para el desarrollo de las tareas. Este hecho les impidió que se centraran en el objetivo de la tarea. También se puede pensar que la dificultad presentada en el uso de las herramientas se debe a que los estudiantes no tienen los conceptos bien claros, como se evidenció cuando trataron de resolver algunas tareas. Por ejemplo, que el punto medio es la mitad de dos puntos, en un círculo la distancia desde un punto del borde al centro es la misma, una recta está determinada por dos puntos, o que un triángulo está determinado por tres puntos.

Las actividades fueron diseñadas bajo el enfoque de las situaciones didácticas, aunque hay que mejorar el bloqueo de algunas acciones para que los estudiantes se vean obligados a buscar estrategias de solución con el uso del conocimiento de las propiedades de la simetría central. Por ejemplo, el hecho de que las soluciones aparecen al verificar les generó a los estudiantes una estrategia de guardar mentalmente la posición correcta o retenerla con la postura de sus dedos en la pantalla. Esto se puede mejorar, manteniendo oculta la solución.

Es recomendable diseñar unas actividades previas para que los estudiantes se familiaricen y adquieran buen manejo de las herramientas proporcionadas para resolver las tareas. Además sería bueno incluir la herramienta ocultar, ya que en la tarea 4 de la actividad tres los estudiantes mostraron dificultad al tener tantos datos en la hoja de trabajo.

Queda al lector la motivación de rediseñar estas actividades atendiendo las recomendaciones expuestas en cada una de las actividades y las que se hacen en estas conclusiones y corroborar si con las mejoras planteadas los estudiantes lograrían adquirir el conocimiento por adaptación, como lo propone el enfoque didáctico de Guy Brousseau.

El desarrollo de este trabajo me aportó nuevas herramientas metodológicas enfocadas hacia el uso de las Tecnologías en el aula. El análisis a priori y posteriori de estas actividades me permitió reflexionar sobre la planeación y ejecución en la enseñanza de las matemáticas para el complemento de mi labor docente.

BIBLIOGRAFÍA

BROUSSEAU, Guy. Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007.

CASTIBLANCO, Ana Celia. Proyecto de Incorporación de Nuevas Tecnologías al currículo de matemáticas. Disponible en: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-92732_archivo.pdf

EDUCAR CHILE. Enfoques constructivistas y sus aplicaciones en el aula (módulo cuatro). Curso a distancia que comprende cuatro módulos sobre teorías del aprendizaje. Disponible en: http://www.educarchile.cl/web_wizzard/ver_home.asp?id_proyecto=3

INTRODUCCIÓN A LAS TRANSFORMACIONES EN EL PLANO. Disponible en: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/matematicas/Geometria/Actividades/Transformaciones/introduccion_transformaciones_geometricas.htm

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares básicos de matemáticas educación básica y media. Disponible en: <http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/article-116042.html>

MONRROY, L., RUEDA, K. Conceptualización de la simetría axial y la traslación con la mediación del programa Cabri Geometry II. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Matemáticas, 2009.

MORA, L., LUCENA, A. Conceptualización de la traslación con la mediación del programa Cabri Elem. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Matemáticas, 2010.

RAMÍREZ, Maribel. El Cabri Elem como herramienta para la enseñanza del movimiento de rotación en el plano. Tesis de grado. Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander, Escuela de Matemáticas, 2010.

SIMETRÍA CENTRAL. Disponible en: http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/3/Usrn/matematicas/Geometria/Actividades/Transformaciones/simetria_central.htm