



ANÁLISIS Y DISEÑO EXPERIMENTAL DE UN SISTEMA ESTRUCTURAL CON  
AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA (AMS) BAJO CARGA  
ARMÓNICA

JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA  
RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2015



ANÁLISIS Y DISEÑO EXPERIMENTAL DE UN SISTEMA ESTRUCTURAL CON  
AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA (AMS) BAJO CARGA  
ARMÓNICA

JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA  
RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE

PROYECTO DE GRADO  
Modalidad de investigación para optar al título de  
Ingeniero Civil

Director de proyecto:  
OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO  
Ingeniero civil, PhD

Codirector de proyecto:  
RICARDO ALFREDO CRUZ HERNÁNDEZ  
Ingeniero civil, PhD

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2015

## **DEDICADO**

*A Dios por darme la fortaleza para desarrollar este proyecto.*

*A mis padres, militantes irreductibles del maravilloso partido del amor.*

*A mis maestros, que me instruyeron en el arte de la investigación y el conocimiento.*

*A mis compañeros y amigos, que me acompañaron y apoyaron incondicionalmente.*

**JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA**

## **DEDICADO**

*A Dios por brindarme la sabiduría y fortaleza para desarrollar este proyecto.*

*A mis padres, y demás familiares por la formación y apoyo incondicional.*

*A mis profesores, que me incentivaron a la investigación y me dieron tantos  
consejos.*

*A mis amigos, que me acompañaron en cada paso que daba y apoyaron para  
poder superarlo.*

**RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE**

## **AGRADECIMIENTOS**

Al profesor Oscar Javier Begambre por la colaboración y orientación que nos brindaron en todo el desarrollo de este proyecto.

Al profesor Ricardo Cruz por la colaboración y orientación que nos brindaron en todo el desarrollo de este proyecto.

Al profesor Carlos Borrás, a sus estudiantes Diego Camacho y Daniel Verano, por el control de los equipos para el manejo de la mesa sísmica.

A los grupos de investigación INME de la Escuela de Ingeniería Civil y DICBOT de la Escuela de Ingeniería Mecánica por el préstamo de los equipos necesarios para llevar a cabo las respectivas mediciones.

A los técnicos Jaime Cadena, Jairo Hernández y German Hernández por todo el apoyo prestado en el laboratorio de estructuras del EABP.

*JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA  
RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE*

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN.....	15
NOMENCLATURAS. ....	18
1 TIPOLOGÍA DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA.....	19
1.1. SISTEMA TMD TRASLACIONAL.....	19
1.2 SISTEMA PTMDs.....	20
1.3 SISTEMA TMD MÚLTIPLE. ....	22
1.4 SISTEMA ACTIVO O ATMD. ....	23
1.5 SISTEMA SATMD. ....	26
2 ANÁLISIS EXPERIMENTAL.....	30
2.1 MONTAJE EXPERIMENTAL.....	30
2.2 CARACTERIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE ESTUDIO.....	32
2.3 FUNDAMENTO TEÓRICO DE DISEÑO. ....	36
2.4 PARÁMETROS DE DISEÑO PTMD. ....	39
3 RESULTADOS OBTENIDOS EN EL LABORATORIO. ....	43
3.1 ESTRUCTURA SIN DISIPADOR. ....	43
3.2 SISTEMA ESTRUCTURAL CON AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADAS ACOPLADAS.....	45
3.2.1 Longitud de 10 cm.....	45
3.2.2 Longitud de 15 cm.....	47
3.2.3 Longitud de 20 cm.....	49
4 ANÁLISIS PARAMÉTRICO. ....	51
4.1 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LA MASA DEL DISPOSITIVO.....	52
4.2 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LA LONGITUD DEL PÉNDULO.....	57
5 DISEÑO DEL PTMD PARA EL MODELO DE ANÁLISIS. ....	60
CONCLUSIONES. ....	66
BIBLIOGRAFÍA. ....	68

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Modelo esquemático de un amortiguador de masa sintonizada acoplado. .....	16
Figura 2. Esquema de un sistema TMD traslacional unidireccional.....	20
Figura 3. Esquema de un sistema PTMD. ....	21
Figura 4. Esquema de un TMD Múltiple.....	22
Figura 5. Esquema de un sistema ATMD. ....	24
Figura 6. Esquema de un sistema ATMD Hibrido.....	26
Figura 7. (a) Esquema de la mesa sísmica unidireccional utilizada en el ensayo experimental. (b) Fotografía conexión acelerómetro-estructura.....	31
Figura 8. Modelo estructural del pórtico objeto de la prueba experimental (a) Vista Isométrica. (b) Vista s Laterales.....	33
Figura 9. Detalle del movimiento libre del sistema amortiguado de estudio: estructura sin disipador.....	36
Figura 10. (a) Tensores sobre el montaje del dispositivo de control. (b) Detalle tensores de acero usados en la evaluación preliminar del dispositivo.....	40
Figura 11. Masas usadas en la evaluación preliminar del dispositivo.....	41
Figura 12. Amplitudes de aceleración registradas para la estructura sin disipador. .....	44
Figura 13. Amplitudes de desplazamiento registradas para la estructura sin disipador. ....	44
Figura 14. Comparación de las magnitudes de aceleración del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los tensores de 10cm.....	46
Figura 15. Comparación de las magnitudes de desplazamiento del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los tensores de 10cm.....	47
Figura 16. Comparación de las magnitudes de aceleración del segundo piso tomadas para las masas de estudio con una longitud de 15cm.....	48
Figura 17. Comparación de las magnitudes de desplazamiento del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los tensores de 15cm.....	48
Figura 18. Comparación de la aceleración en masas con una longitud de 20 cm.	50

Figura 19. Comparación de los desplazamientos en las diferentes masas con una longitud de 20 cm.....	50
Figura 20. Valores RMS de la aceleración variando la relación de masa $\mu$ para las diferentes longitudes de los tensores del péndulo PTMD: (a). 10 cm. (b). 15 cm. (c). 20 cm. ....	52
Figura 21. Valores RMS de la aceleración variando la relación de masa $\mu$ para diferentes estados de la longitud del péndulo PTMD para los niveles de estudio: (a). 1er piso. (b). 2do piso. ....	55
Figura 22. Valores RMS de los desplazamientos variando la relación de masa $\mu$ para diferentes estados de la longitud del péndulo PTMD para el nivel superior de la estructura primaria. ....	56
Figura 23. Valores RMS de la aceleración variando la relación de la longitud del péndulo PTMD para diferentes relaciones de masa $\mu$ para los niveles de estudio: (a). 1er piso. (b). 2do piso. ....	58
Figura 24. Valores RMS de los desplazamientos variando la relación de la longitud del péndulo PTMD para diferentes relaciones de masa $\mu$ para el nivel superior de la estructura primaria. ....	59

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Principales tipologías de TMD empleadas en pórticos. ....	29
Tabla 2. Propiedades del material acero usado en los elementos estructurales del Pórtico.....	32
Tabla 3. Frecuencias y Periodos de vibración de la estructura.....	34
Tabla 4. Propiedades del tensor seleccionado o cable galvanizado alma de acero. ....	39
Tabla 5. Propiedades de la Masas de material Hierro Fundido. ....	40
Tabla 6. Composición para las propiedades de masa y longitud evaluadas en el prototipo PTMD de estudio. ....	41
Tabla 7. Proporción de masa de dispositivos con respecto a la masa total de la estructura. ....	42
Tabla 8. Máximas aceleraciones registradas en la estructura sin disipador. ....	43
Tabla 9. Máximos desplazamientos registrados en la estructura sin disipador. ....	44
Tabla 10. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes valores de masa de la PTMD para longitud de 10 cm de los tensor. ....	46
Tabla 11. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes estados de masa de la PTMD.....	49
Tabla 12. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes estados de masa de la PTMD para longitud de 15 cm de los tensor. ....	49
Tabla 13. Valores RMS para las magnitudes de aceleración y desplazamiento para la estructura sin disipador. ....	51
Tabla 14. Balance en porcentaje de disipación en la reducción de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes casos de relación de masa $\mu$ para las diferentes longitudes de los tensores del péndulo PTMD: (a). 10 cm. (b). 15 cm. (c). 20 cm. ....	54
Tabla 15. Balance en porcentaje de disipación en la reducción de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con el PTMD de diseño. ....	60
Tabla 16. Parámetros PTMD de diseño obtenidos experimentalmente. ....	61
Tabla 17. Parámetros óptimos PTMD de diseño obtenidos experimentalmente. ....	64
Tabla 18. Balance en % sobre los Parámetros óptimos PTMD de diseños obtenidos para los dos métodos de análisis. ....	65

## RESUMEN

**TITULO:** ANÁLISIS Y DISEÑO EXPERIMENTAL DE UN SISTEMA ESTRUCTURAL CON AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA (AMS) BAJO CARGA ARMÓNICA<sup>1</sup>

**AUTORES:** JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA\*\*  
RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE\*\*

**PALABRAS CLAVES:** *Disipación de energía, Amortiguadores de masa sintonizada, Sismo resistencia, Respuesta dinámica, Prueba experimentales.*

### DESCRIPCIÓN:

El objetivo de esta investigación fue realizar un estudio experimental comparativo en el que se variaron los parámetros básicos de funcionamiento de un sistema de control estructural pasivo, de amortiguadores de masa sintonizada (AMS) de tipología pendular, cuya implementación permite modificar las características dinámicas de una estructura con el objeto de lograr una reducción en la demanda dinámica de ella, de manera que responda favorablemente ante la posibilidad de falla. El fundamento teórico de diseño para el método propuesto es presentado y sustentado experimentalmente, donde se hace la debida correlación con el método numérico sobre la referencia de diseño del PTMD para un modelo de análisis. Los efectos de sintonización y el rendimiento se evalúan sobre una estructura primaria, caracterizada por un pórtico metálico de dos pisos sometido a señales de excitación de base armónicas, y uno con un sistema PTMD acoplado a este modelo en su segunda planta bajo las mismas condiciones de excitación, en búsqueda de la eficiencia del sistema en la respuesta dinámica de la aceleración y de los desplazamientos, observando disminuciones considerables para un diseño óptimo del dispositivo de control cuando se emplea sobre la estructura. Los resultados muestran que, sobre un diseño efectivo acoplado se pueden obtener reducciones hasta del 87% de los desplazamientos cuando se emplea el PTMD. Las restantes conclusiones advertidas de este proceso se agregan sobre las reflexiones estimadas en la investigación del proyecto.

---

<sup>1</sup>Proyecto de Grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo ingeniero civil, PhD. Co-director: Ricardo Alfredo Cruz Hernández ingeniero civil, PhD

## ABSTRACT

**TITLE:** ANALYSIS AND EXPERIMENTAL DESIGN OF A STRUCTURAL SYSTEM WITH TUNED MASS DAMPERS (AMS) LOW HARMONIC LOAD<sup>2</sup>

**AUTHORS:** JUAN CARLOS NÚÑEZ LARROTA\*\*  
RAFAEL RICARDO TORTELLO INFANTE\*\*

**KEY WORDS:** *Energy dissipation, Tuned mass damper, Earthquake resistance, Dynamic response, Experimental Testing.*

### DESCRIPTION:

The aim of this research was to realize an experimental comparative study in which there were changed the basic parameters of functioning of a system of structural passive control, of absorbers of tuned mass (AMS) of pendulous typology, which implementation allows to modify the dynamic characteristics of a structure in order to achieve a reduction in the dynamic demand of her, so that it answers favorably before the possibility of fault. The theoretical foundation of design for the proposed method is presented and sustained experimentally, where the due correlation is done by the numerical method on the reference of design of the PTMD to a model of analysis. The effects of tuning and the performance are evaluated on a primary structure characterized by a metallic portico of two floors submitted to signs of base excitation harmonicas, and one with a system PTMD connected to this model in his second plant under the same conditions of excitation, in search of the efficiency of the system in the dynamic response of the acceleration and of the displacements, observing considerable decreases for an ideal design of the device of control when it uses on the structure. The results show that, on an effective connected design reductions can be obtained up to of 87 % of the displacements when the PTMD is used. The remaining conclusions warned of this process join on the reflections estimated in the investigation of the project.

---

<sup>2</sup>Work Degree

\*\* Faculty of Physicist – Mechanics, School of Civil Engineering, and Director: Oscar Javier Begambre Carrillo, PhD. Co-Director: Ricardo Alfredo Cruz Hernández, PhD.

## INTRODUCCIÓN

En el marco actual del control estructural se han planteado novedosos avances complementarios al diseño sísmo resistente convencional, en la cual una de estas soluciones alternativas es la utilización del concepto de control pasivo de vibraciones, cuyas propiedades más valiosas involucran su robustez y su coste competitivo en comparación con estructuras convencionales.

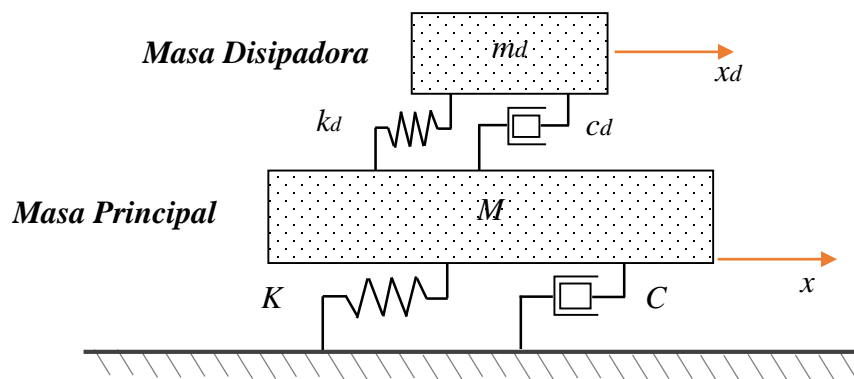
Dentro de la clasificación de estos sistemas de control pasivo de vibraciones se encuentran los Amortiguadores de Masa Sintonizada (AMS), cuya implementación permite modificar las características dinámicas de la estructura con el objeto de lograr una reducción en la demanda dinámica de la estructura primaria, de manera que responda favorablemente ante la posibilidad de falla, y de esta forma, se pueda garantizar el fin primordial de salvaguardar las vidas humanas, y de forma implícita la propiedad física ante la ocurrencia de un sismo.

Dado que en el presente ámbito nacional se tiene información limitada sobre la aplicación de AMS para realizar control estructural, este trabajo tiene como propósito realizar un estudio experimental sobre algunos de los conceptos básicos de su funcionamiento y de su aplicación en esta área teniendo en cuenta los avances internacionales.

Un amortiguador de masa sintonizado (AMS o TMD por sus siglas en inglés: Tuned Mass Damper) es una herramienta ingenieril que generalmente consiste en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso unido a una estructura a fin de reducir la respuesta dinámica de la estructura. La frecuencia del amortiguador se ajusta a una frecuencia estructural particular de modo que cuando es excitado a esa

frecuencia, el amortiguador resonará fuera de fase con el movimiento estructural y la energía se disipa por la fuerza de inercia que actúa sobre el amortiguador de la estructura. Los parámetros de diseño del AMS que se deben hallar para lograr la máxima eficiencia del mismo, son la relación de frecuencia (frecuencia del amortiguador/frecuencia de la estructura), la relación de amortiguamiento y la relación de masa (masa AMS/masa de la estructura). Los AMS sólo pueden ser sintonizados a una sola frecuencia estructural.

Figura 1. Modelo esquemático de un amortiguador de masa sintonizada acoplado.



Fuente. J. Ormondroyd and J.P. Den. Hartog; "The theory of dynamic vibration absorber"; Trans., ASME 1928. APM-50-7, p. 9-22.

El sistema TMD se ha instalado con éxito en numerosos edificios tales como rascacielos y torres esbeltas con el objeto de suprimir las oscilaciones o vibraciones no deseadas inducidas por el viento, entre tales estructuras están la *CN Tower* (535 m) en Canadá, *Center-Point Tower* (305) en Sydney, y el edificio más alto en el mundo con el sistema AMS implementado, *Taipei 101 Tower* (504 m) en Taiwan.

El concepto TMD se aplicó por primera vez por Frahm en 1909 para reducir el movimiento de balanceo de los buques, así como las vibraciones del casco de buques. Una teoría para el TMD se presenta más adelante en el documento de “The theory of the vibration in mechanical systems”, J. Ormondroyd, J.P. DenHartog; seguido de una discusión detallada de la sintonización óptima y los parámetros de amortiguación en el libro de Mechanical Vibrations, D. Hartog. La teoría inicial era aplicable a un sistema de un grado de libertad no amortiguada sometido a una fuerza de excitación sinusoidal. La extensión de la teoría de los sistemas de un grado de libertad amortiguada ha sido investigada por numerosos autores. Algunas de las contribuciones más importantes fueron hechas por Randall et al. (1981), Warburton (1981, 1982), Warburton y Ayorinde (1980), y Tsai y Lin (1993).

## NOMENCLATURAS

- $C$ : Constante de amortiguamiento de la estructura primaria.
- $c$ : Constante de amortiguamiento lineal equivalente del amortiguador.
- $f$ : Frecuencia natural de vibrar de la estructura primaria
- $f_d$ : Frecuencia natural de vibrar del amortiguador.
- $k$ : Rigidez del amortiguador.
- $[K]$ : Matriz de rigidez de la estructura primaria.
- $L$ : Longitud total de los tensores del sistema TMD pendular.
- $[M]$ : Matriz de masa de la estructura primaria.
- $m$ : Masa del sistema primario.
- $T$ : Periodo de vibración de la estructura primaria
- $T_d$ : Periodo de vibración del amortiguador.
- $\alpha$ : Razón de frecuencias: cociente entre la frecuencia natural del dispositivo TMD y la frecuencia natural de la estructura primaria.
- $\delta$ : Decremento logarítmico.
- $\xi$ : Razón de amortiguamiento crítico de la estructura primaria.
- $\xi_d$ : Razón de amortiguamiento crítico lineal equivalente del amortiguador.
- $\mu$ : Razón de masa: cociente entre la masa del dispositivo TMD y la masa de la estructura primaria.
- $\omega$ : Frecuencia angular.
- $\omega_d$ : Frecuencia angular amortiguada.

## 1 TIPOLOGÍA DE AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADA

Los sistemas pasivos se caracterizan por la ausencia de una fuente externa de energía. Como resultado la estabilidad del sistema global generalmente no es una preocupación. Un sistema TMD pasivo, corresponde a cualquier topología de TMD que no contiene ningún elemento activo, tal como un actuador. Como resultado, estos sistemas son totalmente mecánicos.

La limitación que tienen los sistemas TMD pasivo es la falta de robustez en las condiciones de desintonización, así como la frecuencia de sintonización de la TMD, que se ve afectada por la variación de la frecuencia ocasionando esto una disminución en el rendimiento.

A pesar de esta limitación significativa, los sistemas TMD pasivos todavía se utilizan porque son sistemas relativamente económicos, que se desempeñan bien cuando se sintonizan adecuadamente. Además, la ausencia de un actuador o fuente de energía externa significa que no hay costes operativos adicionales una vez que está instalado el sistema. Así, los tres tipos más comunes de amortiguadores de masa sintonizada son los *TMDs traslacionales*, *PTMDs* y *TMDs Múltiples*.

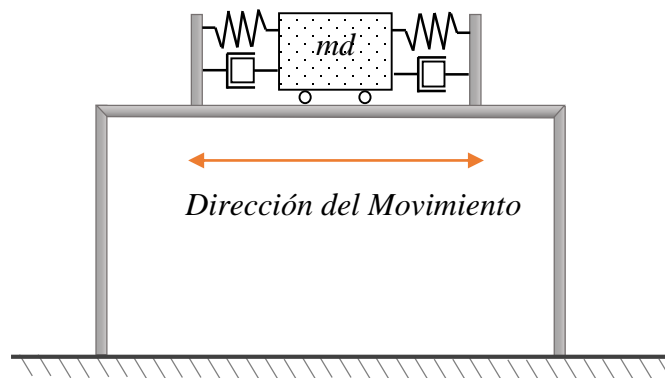
### 1.1. SISTEMA TMD TRASLACIONAL

Los TMDs Traslacionales pueden ser sistemas unidireccionales o bidireccionales. En los sistemas unidireccionales el movimiento de la masa TMD se limita a una sola dirección, a menudo mediante la colocación de la masa en un conjunto de rieles o rodamientos de rodillos, como se representa en la Figura 2.

En los sistemas bidireccionales, la masa se puede mover a lo largo de ambos ejes de coordenadas. En cualquiera de las dos tipologías se colocan un conjunto de resortes y amortiguadores entre la masa TMD y la estructura de soporte.

Los sistemas TMD Traslacional se han utilizado en estructuras a gran escala desde hace más de 40 años. Ejemplos de estructuras que contienen sistemas TMD de traslación incluye las siguientes edificaciones: Washington National Airport Tower; John Hancock Tower, Boston.

Figura 2. Esquema de un sistema TMD traslacional unidireccional.



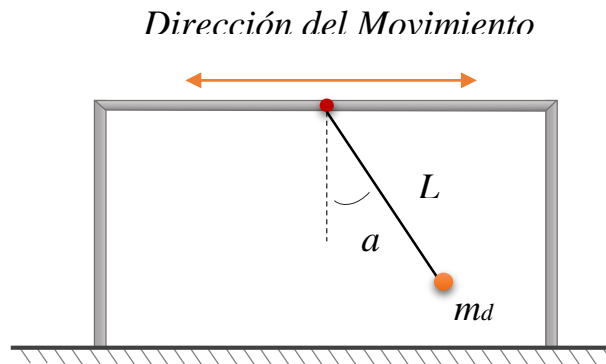
Fuente: Lourenco, R. (2011). *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper*; *Journal of Structural Engineering*; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

## 1.2 SISTEMA PTMDs

Los PTMDs sustituyen el sistema de resorte y los amortiguadores del sistema traslacional con un péndulo, que consiste en una masa soportada por un cable que

pivota alrededor de un punto, como se ilustra en la Figura 3. Son comúnmente modelados como un péndulo simple. Para pequeñas oscilaciones angulares se comportarán de manera similar a un TMD traslacional y se puede modelar de forma idéntica con una rigidez equivalente y coeficiente de amortiguamiento equivalente. Por lo tanto, la metodología de diseño tanto para el sistema TMD de traslación y sistemas PTMD es idéntico.

Figura 3. Esquema de un sistema PTMD.



Fuente: Lourenco, R. (2011). *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper*; *Journal of Structural Engineering*; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

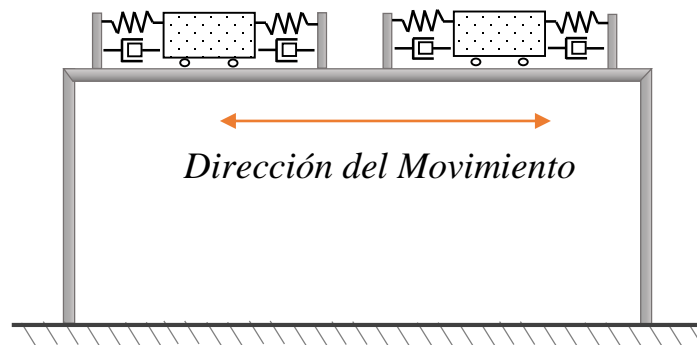
Un factor de motivación importante para el uso de un sistema PTMD sobre un sistema TMD traslacional equivalente es la ausencia de los cojinetes de apoyo a los medios del sistema. La estructura de soporte de cojinete utilizado en el conjunto de traslación TMD es costoso y susceptible al desgaste durante la vida útil del sistema de TMD. Como resultado, diseños PTMD pueden durar más tiempo y ser menos costosos de fabricar. Casi el 50% de las estructuras en Japón que utilizan sistemas TMD utilizan sistemas PTMD. Los ejemplos incluyen *Crystal Tower* en Osaka, *Higashiyama Sky Tower* en Nagoya, y el *Taipei 101* en Taipei.

Los estudios sobre el uso de sistemas PTMD se centran generalmente en la optimización de los parámetros de diseño PTMD para reducir deflexiones laterales excesivas en las estructuras. Gerges y Vickery, utilizan un sistema PTMD de cable y resorte no lineal en un caso de estudio experimental, concluyendo que su rendimiento se acerca a diseños lineales óptimos TMD mientras que proporciona desplazamientos relativos más pequeños para relaciones de menor masa. Setareh et al.

### 1.3 SISTEMA TMD MÚLTIPLE.

Sistemas TMD múltiples, como se muestra en la Figura 4, utilizan múltiples TMD para reducir las vibraciones estructurales. En lugar de utilizar una sola gran masa sintonizada a la frecuencia natural de la estructura, un TMD múltiple utiliza varios sistemas TMD más pequeños.

Figura 4. Esquema de un TMD Múltiple.



Fuente: Lourenco, R. (2011). *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper*; *Journal of Structural Engineering*; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

En estructuras con espacio limitado el uso de varias masas de TMD más pequeños pueden permitir mayores relaciones de masa. Por ejemplo, si un gran sistema TMD (sintonizado a la frecuencia natural de la estructura) se divide en varios sistemas TMD más pequeños (también en sintonía con la frecuencia natural de la estructura) con una masa equivalente al sistema TMD original, entonces ambos sistemas tendrán una respuesta dinámica equivalente.

Por lo general, los diseños de TMD múltiple contienen sistemas TMD individuales sintonizados a diferentes frecuencias. Hay dos enfoques para esta aplicación. La primera es utilizar múltiples sistemas TMD sintonizados a múltiples frecuencias modales estructurales. Este es un enfoque comúnmente utilizado en estructuras reales. El segundo enfoque es utilizar el sistema TMD múltiple sintonizado a frecuencias distribuidas alrededor de la frecuencia natural de la estructura. Igusa y Xu demostraron que el enfoque óptimo es distribuir las frecuencias sintonizadas de los sistemas TMD individuales cerca de la frecuencia natural. Se llegó a la conclusión que el diseño óptimo de un sistema TMD múltiple es más robusto y eficaz que el sistema TMD individual optimizado de masa equivalente. Lin y Cheng, evaluaron el uso de un sistema TMD multiple optimizado para reducir la respuesta y el incremento de la velocidad del viento critica de puentes de tramos largos. Los resultados muestran que el sistema TMD múltiple, una vez optimizadas, se desempeñan mejor y son más resistentes ante excitaciones del viento para un ancho de banda de frecuencia que la masa equivalente del sistema TMD pasivo optimizado.

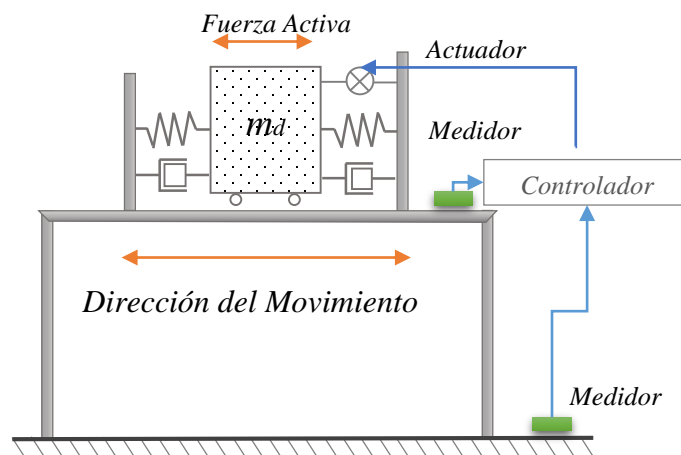
#### **1.4 SISTEMA ACTIVO O ATMD**

Los sistemas activos contienen una fuente de energía externa, a menudo en la forma de un actuador. En comparación con los sistemas pasivos, que funcionan

sin una fuente de energía y utilizan una topología de control de bucle abierto, los sistemas activos utilizan sensores para medir las condiciones del sistema y emplear una topología de control de bucle cerrado.

Un sistema de ATMD, como se muestra en la Figura 5, contiene un actuador que acciona el movimiento de la masa ya sea TMD o una masa auxiliar conectado a la masa TMD. Al controlar activamente el movimiento de una masa externa, la ATMD puede controlar las fuerzas ejercidas sobre la estructura. Hay dos ventajas en este diseño. En primer lugar, el rendimiento de un sistema de ATMD superará un TMD pasivo equivalente en condiciones desafinación, ya que cualquier desafinación es compensada por el control de realimentación (por ejemplo, Nishimura et al. 1992 (Nishimura, y otros, 1992), Nagashima 2001 (Nagashima, 2001)).

Figura 5. Esquema de un sistema ATMD.



Fuente: Lourenco, R. (2011). *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper*; *Journal of Structural Engineering*; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

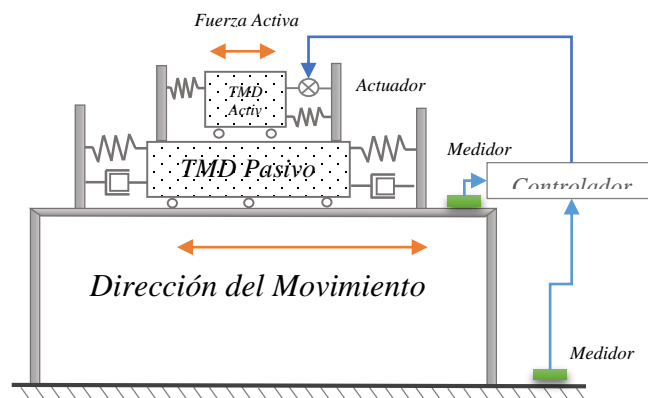
En segundo lugar, un sistema de ATMD es capaz de optimizar su rendimiento transitorio. Esto es particularmente útil para las cargas de impacto, tales como cargas sísmicas (Coner, 2003). Como resultado los sistemas de ATMD se han implementado para reducir la respuesta lateral de las estructuras cuando es inducido por las cargas sísmicas. Por ejemplo el Edificio Seiwa Kyobashi en Tokio, Japón contiene dos ATMDs para mitigar la vibración estructural inducida por terremotos frecuentes (Spencer & Sain, 1997). El sistema instalado reduce el desplazamiento lateral en aproximadamente un 67%.

Varios estudios se han realizado sobre el uso y el rendimiento de ATMDs. Estos estudios se centran generalmente en un algoritmo de control óptimo utilizado para mejorar el rendimiento ATMDs. Li et al. (Li, Li, & Qu, 2010), aplicó con éxito un modelo de ATMD para controlar la respuesta a la torsión y a la traslación de un modelo estructural asimétrico de 2 grados de libertad (2-DOF). Nishimura et al. (Nishimura, y otros, 1992), comparó el rendimiento de un ATMD usando un conjunto de ecuaciones de parámetros optimizados para un sistema TMD pasiva, observando una mejora del 80% en la frecuencia pico. Nagashima (Nagashima, 2001) presentó una ley de control de retroalimentación de desplazamiento óptimo para un sistema ATMD en un sistema de un grado de libertad.

Aunque ATMDs puede superar a sus contrapartes pasivas, tienen algunos inconvenientes. La complejidad añadida de diseño, fabricación e instrumentación resulta en costos financieros significativamente mayores sobre sistemas pasivos. Además, la adición de un actuador aumenta significativamente los requerimientos de energía del sistema. Para reducir la demanda energética, sistemas activos pueden ser convertidos en sistemas híbridos (Coner, 2003). En sistemas híbridos el ATMD actúa como un sistema pasivo bajo condiciones de carga típica. Una vez que

la estructura alcanza un cierto umbral, se enciende el sistema activo. Un ejemplo de un sistema híbrido es el edificio de Nishikicho Ando en Tokio, Japón, que utiliza un sistema híbrido que contiene un TMD 18 toneladas pasiva y dos masas auxiliares accionados pesando un total combinado de 3,6 toneladas (Coner, 2003). Un diagrama conceptual del sistema es mostrado en la Figura 6.

Figura 6. Esquema de un sistema ATMD Híbrido.



Fuente: Lourenco, R. (2011). *Design, Construction and Testing of an Adaptive Pendulum Tuned Mass Damper*; *Journal of Structural Engineering*; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

## 1.5 SISTEMA SATMD

Sistemas de ATMD proporcionan un rendimiento mejorado de supresión de vibraciones a costa de la complejidad añadida, el mantenimiento y las necesidades de energía (Coner, 2003). Como resultado, los sistemas activos se emplean normalmente en estructuras que están expuestas a la carga dinámica significativa.

Sistemas TMD pasivos son sistemas bastante sencillos que proporcionan una excelente supresión de vibraciones cuando se sintoniza con precisión y cuando la estructura es excitada por la carga dinámica de banda estrecha (Setareh, Ritchey, Baxter, & Murray, 2006). Su falta de robustez a las excitaciones de banda estrecha de frecuencias múltiples y la desafinación estructural limita su rendimiento.

Los sistemas SATMD combinan las ventajas de ambos sistemas pasivos y activos. Estos sistemas proporcionan un control activo de cualquiera de los componentes de rigidez o de amortiguación del sistema de TMD, en lugar de conducir el propio sistema. Los requisitos de alimentación para controlar estos componentes son órdenes de magnitud inferiores a la potencia necesaria para manejar la masa TMD para sistemas activos (por ejemplo Lin et al., (Lin, Lin, & Wang, 2010), Nagarajaiah y Varadarajan (Nagarajaiah & Varadarajan, 2005) y Chey et al., (Chey & Wu, 2001)). Puesto que los SATMDs no suministran energía mecánica a la estructura se consideran sistemas pasivos. Por lo tanto, preservan la estabilidad del sistema. Al proporcionar un control activo de los componentes TMD a costos más bajos de energía, proporcionan un rendimiento mejorado sobre los sistemas pasivos TMD mientras mitigan de los atributos negativos de los sistemas ATMD.

Hay numerosos métodos para proporcionar un control activo a los componentes de TMD. Nagarajaiah et al. (2005, 2007) utilizaron un TMD de rigidez variable semi-activa para la supresión de vibraciones inducidas por el viento por un modelo de construcción. El sistema TMD, que se muestra en la Figura 7, permite el ajuste de la rigidez a través del movimiento de un accionador lineal. Setareh et al. (2002, 2007) propusieron un control de amortiguamiento para un PTMD a través de un amortiguador magneto reológico, como se ilustra en la Figura 8. El amortiguador magneto reológico es un fluido magnéticamente sensible que contiene partículas

magnetizables, que en presencia de un campo magnético afectarán la viscosidad del fluido. Chey et al. (2007, 2010) llevaron a cabo un estudio analítico de una SATMD utilizando un dispositivo de rearme en la forma de un resorte neumático no lineal. Las conclusiones comunes a cada uno de estos estudios es que el diseño semi-activo supera al diseño pasivo equivalente al tiempo que proporciona un rendimiento superior para las condiciones de prueba desafinadas.

La tabla 1 de a continuación presenta las características más importantes sobre las tipologías revisadas en esta sección, presentándose sobre cada una de ellas las ventajas y las desventajas de los ítems que conciernen a su funcionamiento, destacándose principalmente la complejidad del montaje de cada sistema y el coste que implica su respectivo mantenimiento en relación a los beneficios que ofrece el sistema TMD en general.

Es importante señalar que durante el proceso de selección de la tipología más adecuada, cada sistema toma en cuenta varias condiciones tales como los estados completos del sistema dinámico de la estructura primaria a implementar, la perturbación a la que está expuesta, y en general, todos los requerimientos necesarios de disposición de la estructura de tal manera que se pueda obtener un adecuado criterio de diseño del disipador.

Así, de acuerdo con lo establecido anteriormente, para su análisis, en este trabajo se empleó el sistema PTMD en relación a las propiedades que ofrece el sistema en referencia a las tipologías del cuadro. El desempeño del sistema de estudio (PTMD) se evaluó empleando el pórtico de estudio como se ilustra en la siguiente sección.

Tabla 1. Principales tipologías de TMD empleadas en pórticos.

ITEM	TMD Traslacional	Pendular PTMD	Múltiple TMD
Montaje del Sistema	Sistemas de movimiento unidireccionales o bidireccionales restringidas a menudo mediante la colocación de la masa en un conjunto de rieles o rodamientos de rodillos.	Consiste en una masa soportada por un cable que pivota alrededor de un punto. Son comúnmente modelados como un péndulo simple.	Estos sistemas utilizan múltiples TMD para reducir las vibraciones estructurales. La implementación del sistema sobre el conjunto de rieles tal como el TMD traslacional, limita también su movimiento de acción.
Fuente de Energía	Como sistemas pasivos, cada tipología comparte la característica de la ausencia de una fuente externa de energía, es decir, que no contienen ningún elemento activo en el sistema, tal como un actuador		
Robustez	Falta de Robustez a las condiciones de Desintonización	Falta de Robustez a las condiciones de Desintonización	Su diseño permite mayor robustez a las condiciones de Desintonización
Costos \Mantenimiento \Durabilidad	Sistemas relativamente económicos. Sus costos operativos adicionales se caracterizan en el mantenimiento de su mecanismo de desplazamiento ( <i>por lo general cojinetes o mecanismos de rodillos</i> )	Sistemas relativamente económicos. No presenta costos operativos adicionales posteriores a su instalación.	Singularizado de acuerdo a cada sistema pasivo de control implementado,
Eficacia \Rendimiento	La eficacia del sistema depende de la exactitud de su sintonización inicial, y si existe alguna desafinación estructural posterior.	La eficiencia de control de la PTMD depende de las propiedades de control pasiva asumidos para el dispositivo, es decir sus parámetros de diseño.	La eficacia del sistema depende de la exactitud de su sintonización inicial, y si existe alguna desafinación estructural posterior.

## 2 ANÁLISIS EXPERIMENTAL

Para una comprensión básica del comportamiento del sistema de control de estudio TMD pendular (PTMD), los parámetros que intervienen en su diseño fueron evaluados en el presente estudio a partir de un análisis experimental sobre modelos a escala que se definen a continuación.

### 2.1 MONTAJE EXPERIMENTAL

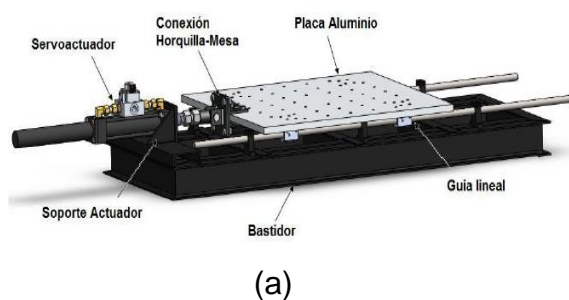
Mediante la utilización del equipo necesario designado y descrito a continuación, provisto por el grupo de investigación INME, se reprodujo el evento dinámico caracterizado por señales armónicas sinusoidales sobre la base de la estructura y se tomó el registro obtenido en diferentes nodos de la estructura bajo las siguientes dos condiciones:

- ✓ Estructura sin el dispositivo de control.
  
- ✓ Estructura con el amortiguador.

Con el objeto de derivar los parámetros de diseño óptimo del amortiguador para la estructura de estudio, así como evaluar la eficiencia en la reducción de la respuesta dinámica del sistema PTMD acoplado, se somete el modelo a la acción de una señal sinusoidal armónica aplicada en la base de la estructura, con una amplitud de movimiento constante e igual a 1.5 cm, y una distribución de frecuencia alrededor de la frecuencia fundamental de la estructura reproducida por la mesa sísmica unidireccional hidráulica (ver Figura 7. (a)) propiedad del Grupo de Investigación

Para la adquisición de las señales de respuesta se empleó en cada piso un equipo de acelerómetros piezoeléctricos modelo 352C33 (ver Figura 7. (b)), estas señales de salida fueron leídas mediante una tarjeta de adquisición de datos NI-USB 9234 y el software de evaluación LabView Signal Express a través de su complemento Toolkit NI Sound and Vibration Assistant, facilitados por el grupo INME.

Figura 7. (a) Esquema de la mesa sísmica unidireccional utilizada en el ensayo experimental. (b) Fotografía conexión acelerómetro-estructura.



Fuente: (a) Chavarro & Mariño, 2010; "Modelado y caracterización dinámica de un servomotor hidráulico"; [Tesis de graduación]. Universidad Industrial de Santander, Colombia, 2010 (b) Jaimes (2013) análisis experimental de aisladores sísmicos tipo péndulos de fricción.

Los ensayos se realizaron registrando 3 mediciones por cada prueba con el fin de obtener el valor característico de respuesta de investigación de cada ensayo (aceleración y desplazamiento). Este procedimiento se realiza dado que la mesa sísmica no tiene un sistema de control para oscilar en un punto fijo sobre los ejes de rodamiento, induciendo por tanto, una componente de desplazamiento sobre la señal de vibración.

Por otro lado, los datos registrados por los acelerómetros se evalúan dentro de un lapso de 10 s con variación de 0.060547 s de intervalo, y se presentan para su balance en un promedio de 1.5 s de registro donde se puede apreciar sus comportamientos de análisis.

## 2.2 CARACTERIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA DE ESTUDIO

El modelo de estudio al cual se le efectuó el respectivo análisis para el objeto de este trabajo es el mismo utilizado por Santamaría y Chaparro que corresponde a un pórtico metálico que se puede modelar como un sistema de 2GL, con vigas y columnas de acero grado 60-ASTM A615 (ver Tabla 2), de ¼” de diámetro para sus elementos estructurales como se muestra en la Figura 8. Para el primer y segundo piso se adicionaron unas láminas de acero *cold rolled* de 6.6535 kg y 6.7137 kg respectivamente, con el fin de aumentar la masa y rigidez de la estructura.

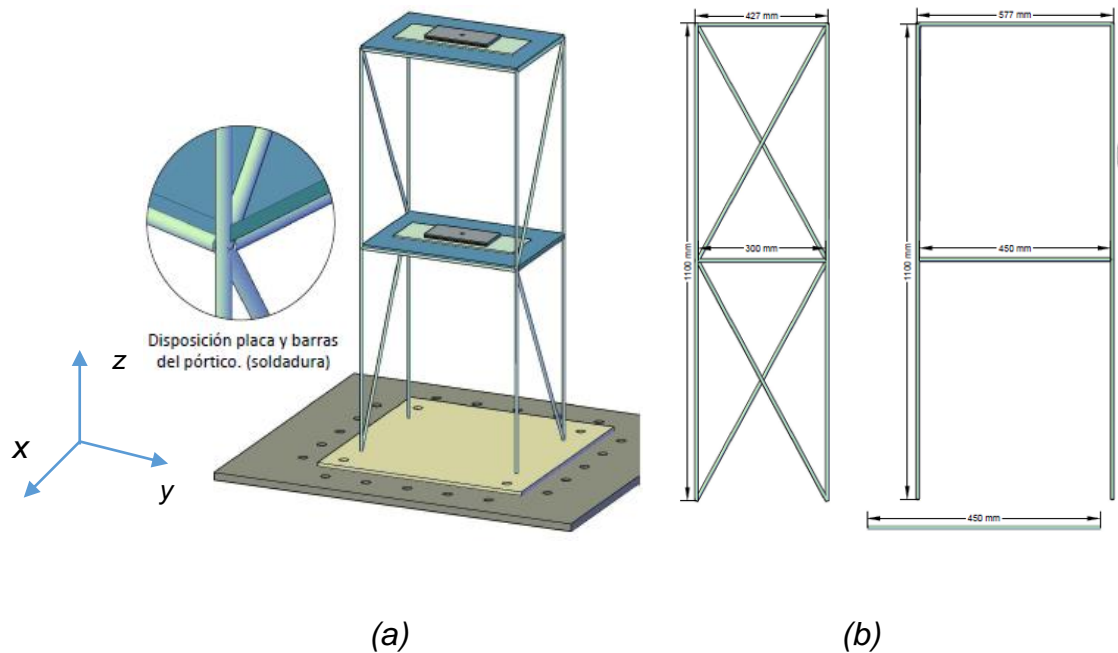
Tabla 2. Propiedades del material acero usado en los elementos estructurales del Pórtico.

Propiedades del Barras de Acero		
<i>Diámetro equivalente</i>	0.00635	m
<i>Densidad</i>	7850	kg/m <sup>3</sup>
<i>Módulo de Elasticidad</i>	2.05E+11	Pa

El pórtico metálico tiene una altura por cada piso de 0.55 m para una altura total de 1.1 m. Sus dimensiones en planta son: en dirección Y de 0.45 m y en dirección X de 0.30 m, medidas entre los ejes de los elementos estructurales., además de barras que funcionan como riostras paralelas al eje Y para evitar posibles movimientos torsionales. Las losas son de sección rectangular y están soportadas en las vigas para el primer y segundo piso de, 47 cm x 31 cm, en acero

cold rolled. Las uniones entre viga-columna y viga-losa fueron realizadas con soldadura 7018 que garantiza una unión rígida para el material utilizado.

Figura 8. Modelo estructural del pórtico objeto de la prueba experimental (a) Vista Isométrica. (b) Vistas laterales



Fuente: Chaparro y Santamaría (2012). *Evaluación experimental de un TLCD en un modelo a escala.*

El pórtico fue soldado sobre una lámina de acero HR de calibre 4.5 cuadrada, de 60 cm de lado con perforaciones para poder ser fijado a la mesa sísmica. Para el correspondiente análisis dinámico de la estructura, se han acogido los estudios preliminares efectuados por Santamaría y Chaparro sobre el pórtico de estudio dado la incidencia de su análisis en el presente trabajo.

El estudio mencionado comprende el análisis dinámico realizado por el método de las masas concentradas dada la uniformidad de la estructura, y un

estudio de verificación mediante la modelación empleando un software de análisis estructural. Dadas las condiciones de los métodos empleados, la matriz de rigidez condensada (1) y la matriz de masa (2) quedan de la siguiente forma:

$$[K] = \begin{vmatrix} 8161.712 & -3608.206 \\ -3608.206 & 2829.723 \end{vmatrix} [N/m] \quad (1)$$

$$[M] = \begin{vmatrix} 14.508 & 0 \\ 0 & 14.287 \end{vmatrix} [Kg] \quad (2)$$

Así, las frecuencias angulares, periodo y frecuencias naturales para cada modo de vibración del pórtico de estudio se presentan en la Tabla 3.

Tabla 3. Frecuencias y Periodos de vibración de la estructura.

Modo	$\omega^2$ ( $rad^2/s^2$ )	$\omega$ ( $rad/s$ )	$f$ (Hz)	T (s)
1	70.433	8.392	1.336	0.749
2	690.196	26.272	4.181	0.239

Por otro lado, la razón de amortiguamiento del sistema estructural se estableció empleando el método práctico del decremento logarítmico  $\delta$ , el cual se define como el logaritmo natural de la razón de dos amplitudes máximas consecutivas  $u_1(U(t))$  y  $u_2(U(t + T_D))$  (3), cuando el sistema vibra libremente (ver Figura 9), luego:

$$\delta = \ln(u(t)/u(t + T_D)) \quad (3)$$

En este sentido, para la estructura sin dispositivo, se inicia su movimiento de vibración libre para un desplazamiento lateral inicial de 3 cm sobre el segundo piso de la estructura primaria, tal y como es mostrado con más detalle en la figura 9. Tomando dos picos consecutivos en la representación del movimiento en maga desplazamientos, el respectivo decremento logarítmico corresponde a:

$$\delta = \ln(28.4473/27.4494) = 0.03571 \quad (4)$$

Así, por simplificación matemática y en consideraciones de materia estructural en la que se reduce la ecuación para razones de amortiguamiento pequeños ( $\xi < 0,1$ ), entonces esta puede ser calculada a partir de (5):

$$\delta = 2\pi\xi \quad (5)$$

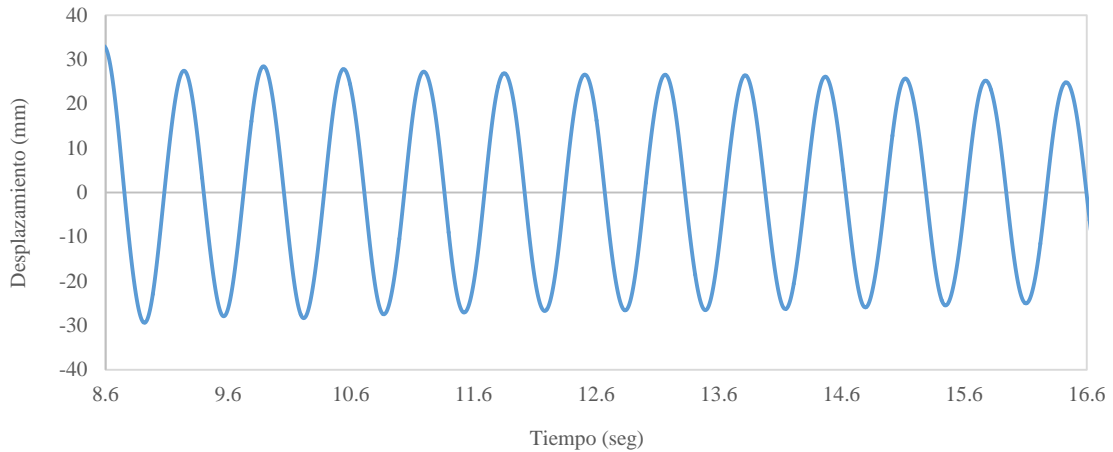
$$\xi = \delta/2\pi = 0.03571/2\pi \quad (6)$$

$$\xi = 0.00568 \quad (7)$$

El resultado de la ecuación (7) evidencia el bajo amortiguamiento que posee la estructura, cuya propiedad interviene en la respuesta de su movimiento ante condiciones de excitación a la que fue evaluada para su correspondiente análisis dinámico como estructura primaria y posterior caracterización del sistema con los amortiguadores de masa para los siguientes ensayos de laboratorio.

Así, representando el desplazamiento hasta un tiempo mayor, observaríamos que el sistema llega hasta un punto de equilibrio inicial antes de iniciar su movimiento.

Figura 9. Detalle del movimiento libre del sistema amortiguado de estudio: estructura sin disipador.



### 2.3 FUNDAMENTO TEÓRICO DE DISEÑO.

Un sistema PTMD puede ser representado como un sistema equivalente tipo péndulo simple, teniendo en cuenta que, como péndulo físico este puede ser modelado como un sistema con un solo grado de libertad; el correspondiente a la rotación alrededor del eje fijo, con un punto de masa soportado por una tensor sin masa de longitud  $\lambda$ , que corresponde a la longitud reducida del péndulo físico.

Dado que el periodo de oscilaciones corresponde a:

$$T_d = 2\pi\sqrt{I_0/mgL} \quad (8)$$

Utilizando la expresión del periodo del péndulo simple de longitud reducida  $\lambda$ , se puede escribir como la ecuación (9) y (10). Por lo tanto se tiene que:

$$T_d = 2\pi\sqrt{I_o/mgL} = 2\pi\sqrt{\lambda/g} \quad (9)$$

Donde  $I_o$  es el momento de inercia del péndulo respecto al eje de suspensión y  $m$  la masa del dispositivo.

Así, de la ecuación (9) se tiene que,

$$\lambda = I_o/mL \quad (10)$$

En este sentido, sabemos que un dispositivo PTMD como el que se propone en el presente estudio, es diseñado para controlar un solo modo estructural en particular. Dadas las propiedades del modo que tiene que ser controlado, el problema de diseño es entonces esencialmente igual a diseñar un TMD de una estructura de un solo grado de libertad.

Para el pórtico de estudio, según el precedente análisis dinámico de la estructura, se considera que el primer modo de vibración dada para la tabla 3, es el que presenta mayor grado de participación de masa en la dirección  $x$  de análisis, luego, se considera que la respuesta de la estructura está dominada por este, convirtiéndose de esta manera en el modo a controlar. Por otro lado, es cierto que, para el primer modo vibrante, el piso superior se someterá a la mayor deflexión en estado estacionario bajo la excitación armónica expuesta. Por lo tanto, el PTMD de diseño es colocado en el piso superior para el mejor control de la primera modalidad de vibración.

Así como hipótesis de diseño, los parámetros del amortiguador se determinaron para lograr la máxima eficiencia del mismo en base a la relación de frecuencia (frecuencia del amortiguador/frecuencia de la estructura) tal que el Periodo  $T_d$  de oscilación del péndulo sea igual al Periodo  $T$  de la estructura de estudio, de tal forma que,

$$\alpha \cong 1 \quad (11)$$

De esta forma, para el modelo de análisis de estudio se tiene:

$$T_d = T_{fundamental\ estructura} = 0.749\ seg \quad (12)$$

Reemplazando (12) en la ecuación que representa el periodo de oscilación del amortiguador de diseño, tenemos la respectiva longitud equivalente reducida  $\lambda$  del péndulo PTMD, luego:

$$\lambda = g * (T/2\pi)^2 = 0.1394\ m \quad (13)$$

Este resultado representa el criterio hipótesis de diseño tal que, sobre la ecuación (10) la configuración de los parámetros del PTMD se relacione para una longitud equivalente de diseño dada por (13). Es decir, la configuración de parámetros del dispositivo debe ser tal que la relación dada por (10) sea igual al resultado dado por (13), cumpliendo de esta forma que la relación de frecuencias  $\alpha$  sea igual a 1 y con ello se garantice que el periodo de diseño del péndulo sea igual al periodo a controlar de la estructura.

En una aproximación numérica experimental, varias combinaciones de los parámetros del amortiguador (m y L) son investigados de manera sistemática hasta que se alcanza la mejor combinación, y en este sentido, Tablas de diseño práctico de la siguiente sección han sido desarrolladas para el diseño del PTMD para el control estructural de la estructura primaria modelo de análisis.

## 2.4 PARÁMETROS DE DISEÑO PTMD.

Ahora, en el correspondiente diseño del dispositivo de control PTMD para la estructura primaria de estudio se verifica numéricamente en las siguientes secciones.

Para su evaluación, la configuración experimental del dispositivo consiste en un prototipo PTMD constituido por una masa colgante de peso variable mediante la combinación de 4 placas metálicas de pesos equivalentes a los dados en la tabla 6 , que se suspenden sobre 4 tensores metálicos desde su parte alta, para el mejor control de la primera modalidad de vibración.

Las propiedades de los componentes del dispositivo se presentan en las tablas 4 y 5.

*Tabla 4.* Propiedades del tensor seleccionado o cable galvanizado alma de acero.

<b>Código</b>	<b>Cons.</b>	<b>Diámetro</b>	<b>kg/m</b>	<b>Carga Rupt. kg</b>
02-Cia-07	1x19	3.2 mm (1/8")	0.0508	520

Figura 10. (a) Tensores sobre el montaje del dispositivo de control. (b) Detalle tensores de acero usados en la evaluación preliminar del dispositivo.



(a)



(b)

Fuente: (a) Los autores. (b) Catalogo Guayalares Ltda.; <http://www.cablesguayalres.com> [citado 12 de febrero de 2015].

Tabla 5. Propiedades de la Masas de material Hierro Fundido.

Clase	Resist. tracción [MPa]	Resist. compresión [MPa]	Módulo de tracción E [MPa]
20	151.68	227.53	6894.76

Este estudio detalla la influencia de los principales parámetros que intervienen en el proceso a partir de las respuestas obtenidas en el análisis dinámico para diferentes propuestas de amortiguadores de masa sintonizados.

Los pesos variables se moderan mediante la combinación de 4 placas de acero.

Figura 11. Masas usadas en la evaluación preliminar del dispositivo.



Tabla 6. Composición para las propiedades de masa y longitud evaluadas en el prototipo PTMD de estudio.

		<b>Longitudes</b>		
		10 cm	15 cm	20 cm
<b>Masas PTMD</b>	0.5 kg	0.5 kg	0.5 kg	
	1 kg	1 kg	1 kg	
	2 kg	2 kg	2 kg	
	4 kg	4 kg	4 kg	

Para análisis de resultados se utilizara la proporción de masa del dispositivo PTMD con respecto a la masa total de la estructura, donde la masa de la estructura 28,795Kg.

Tabla 7. Proporción de masa de dispositivos con respecto a la masa total de la estructura.

<b><i>Masas PTMD</i></b>	<b><math>\mu</math> (%)</b>
0.5 kg	1,74
1 kg	3,47
2 kg	6,95
4 kg	13,89

### 3 RESULTADOS OBTENIDOS EN EL LABORATORIO.

Los resultados obtenidos en laboratorio y su correspondiente análisis se presentan en las siguientes secciones. Las amplitudes de las magnitudes estudiadas se presentan en primera instancia para las plantas del primer y segundo piso de la estructura siendo estas las de interés. La señal sobre la planta base del pórtico se utiliza a modo de control de la señal de entrada a la estructura.

#### 3.1 ESTRUCTURA SIN DISIPADOR.

Los datos de aceleración fueron tomados por los acelerómetros y registrados por el programa SignalExpress que a su vez permitía la obtención de los valores de desplazamiento a través de la doble integración de la señal. Los máximos obtenidos para estas condiciones se consignan en la tabla 8 y 9. Estos valores corresponden a los resultados del sistema original como referencia para la estructura con los disipadores.

Tabla 8. Máximas aceleraciones registradas en la estructura sin disipador.

Máxima amplitud	Aceleración [m/s <sup>2</sup> ]
1er Piso	4,83420412
2do Piso	6,27406214

Figura 12. Amplitudes de aceleración registradas para la estructura sin disipador.

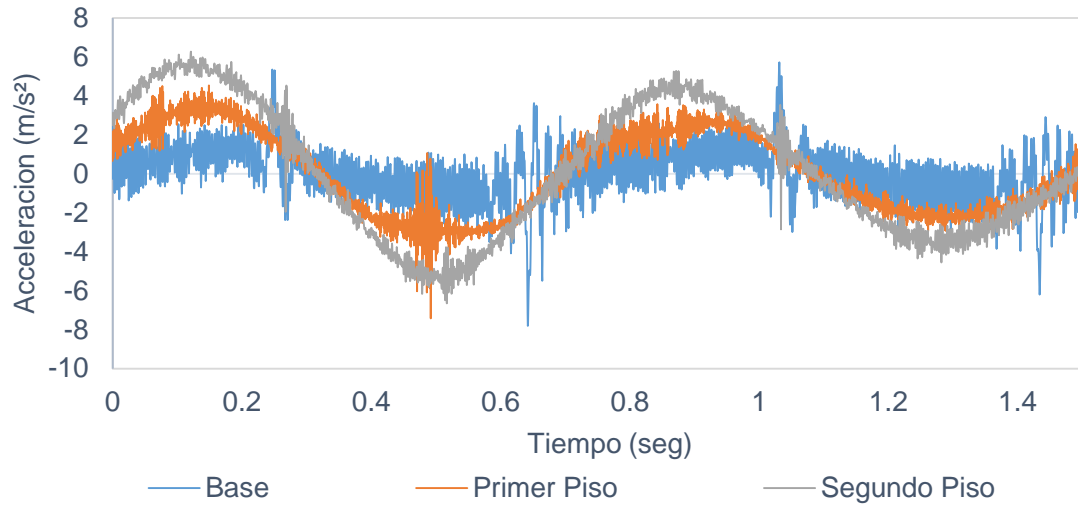
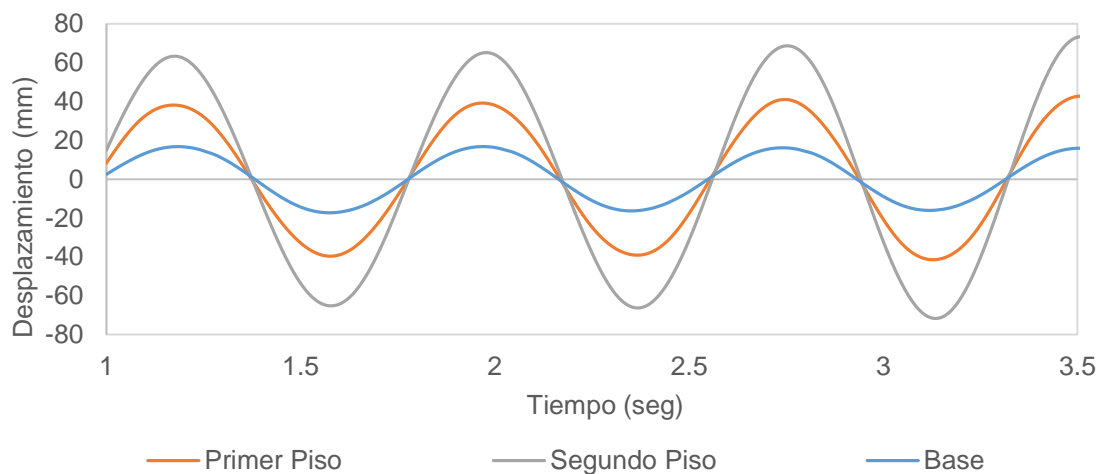


Tabla 9. Máximos desplazamientos registrados en la estructura sin disipador.

Máxima amplitud	Desplazamientos [mm]
1er Piso	42,7712219
2do Piso	73,4067863

Figura 13. Amplitudes de desplazamiento registradas para la estructura sin disipador.



### **3.2 SISTEMA ESTRUCTURAL CON AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADAS ACOPLADAS.**

La eficacia de los PTMDs en la atenuación de la respuesta estructural a las acciones armónicas se verificó experimentalmente a través de la misma excitación en la base del modelo de laboratorio descrito anteriormente, empleando péndulos de diferentes combinaciones de peso y longitud montados sobre la estructura, y se determinó la configuración de PTMD que tenía el mejor desempeño. Esta configuración define el diseño del dispositivo.

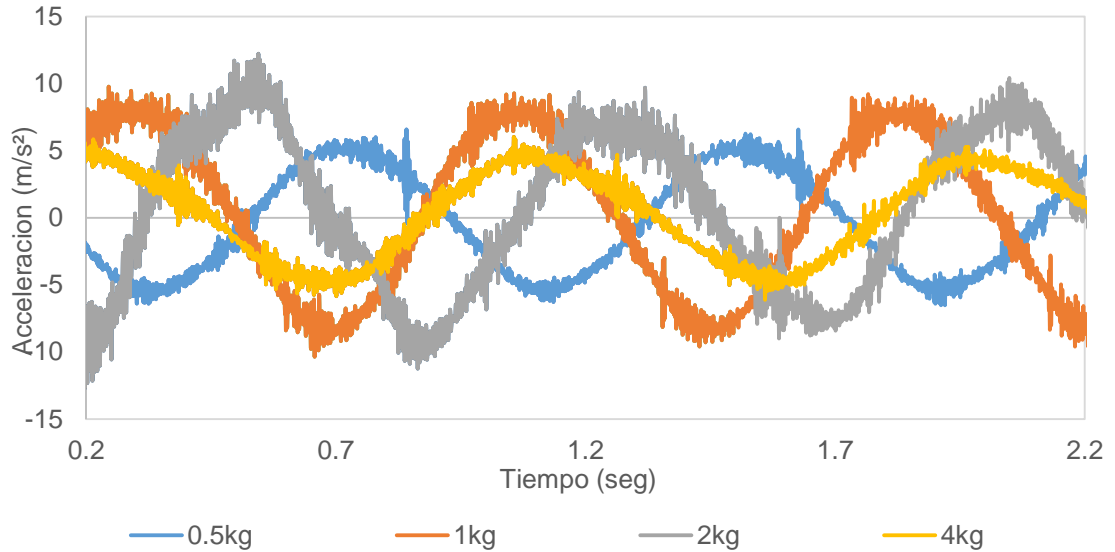
Para ello, el sistema estructura-PTMD se sintoniza a la misma frecuencia natural de la estructura, bajo la misma amplitud de movimiento. La afinación del dispositivo se realiza mediante el ajuste de la masa de la PTMD con las masas adicionales definidas arriba, y el arreglo de la longitud del péndulo a las tres medidas fijadas. A continuación el resumen de los principales resultados obtenidos para las disposiciones dadas según el caso, diferenciadas por la definición de la longitud de los tensores del dispositivo.

#### **3.2.1 Longitud de 10 cm.**

Se identifica y ajusta la longitud del péndulo pretendida a 10 cm, variando la masa del amortiguador.

Los resultados gráficos presentados corresponden a los valores registrados para la planta superior de la estructura.

Figura 14. Comparación de las magnitudes de aceleración del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los sensores de 10cm.

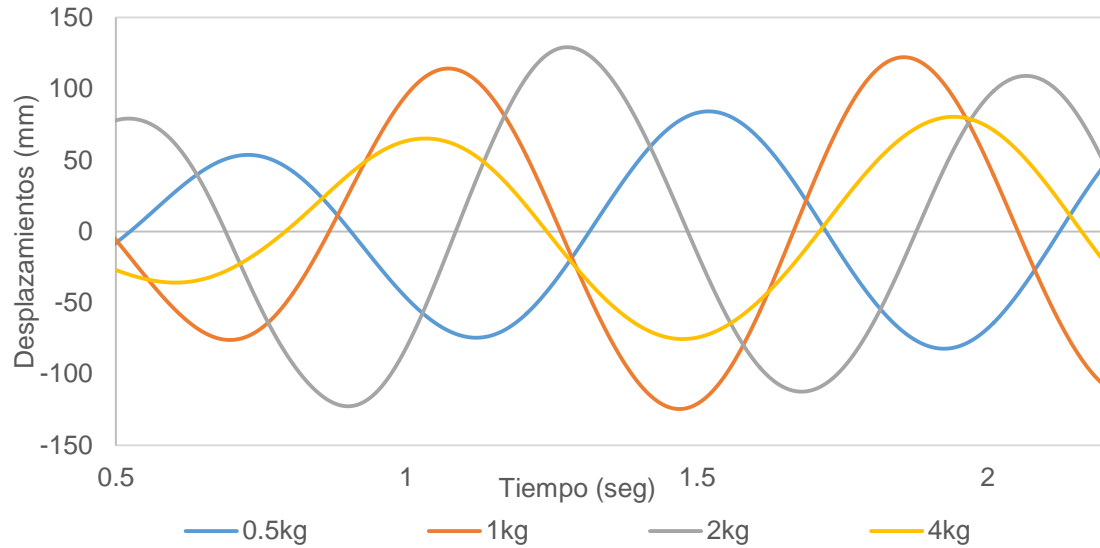


Del ensayo se obtuvieron los siguientes valores picos de respuesta para las configuraciones dadas en la Tabla 10.

Tabla 10. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración:  $a$ , y desplazamiento:  $x$ ) entre la estructura original y la estructura con los diferentes valores de masa de la PTMD para longitud de 10 cm de los tensor.

$\mu$ %	1er Piso		2do Piso	
	$a$ [m/s <sup>2</sup> ]	$x$ [mm]	$a$ [m/s <sup>2</sup> ]	$x$ [mm]
1,74	5,32	47,44	6,27	73,41
3,47	7,81	69,34	7,42	84,23
6,95	10,77	59,58	10,35	124,55
13,89	5,03	45,59	14,53	129,24
Sin PTMD	4,83	42,77	6,11	75,76

Figura 15. Comparación de las magnitudes de desplazamiento del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los tensores de 10cm.



### 3.2.2 Longitud de 15 cm.

Nuevamente se identifica y ajusta la longitud del péndulo pretendida a 15 cm, variando la masa del amortiguador.

De la misma forma, los resultados gráficos presentados corresponden a los valores registrados para la planta superior de la estructura.

Figura 16. Comparación de las magnitudes de aceleración del segundo piso tomadas para las masas de estudio con una longitud de 15cm.

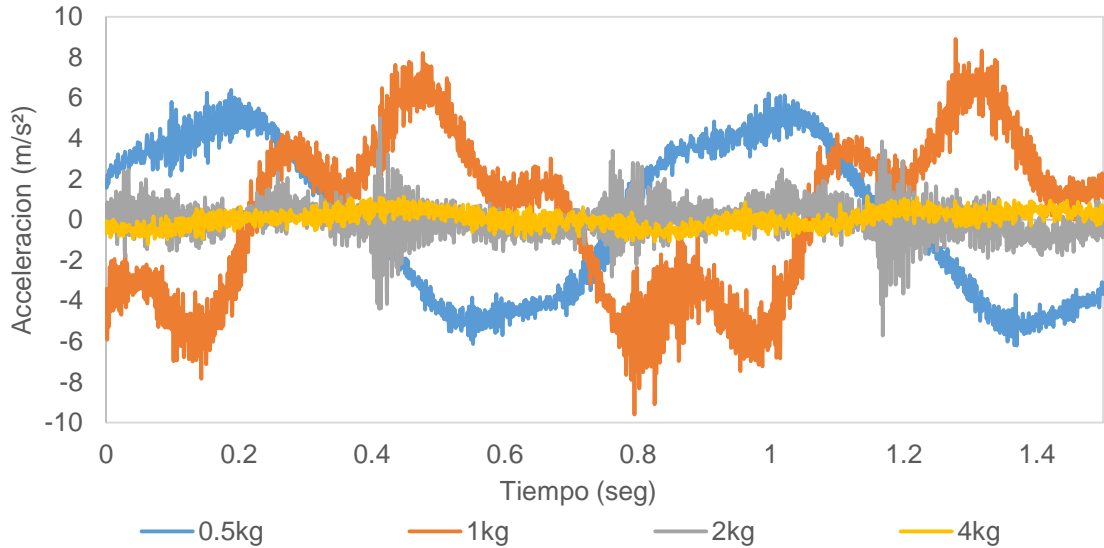
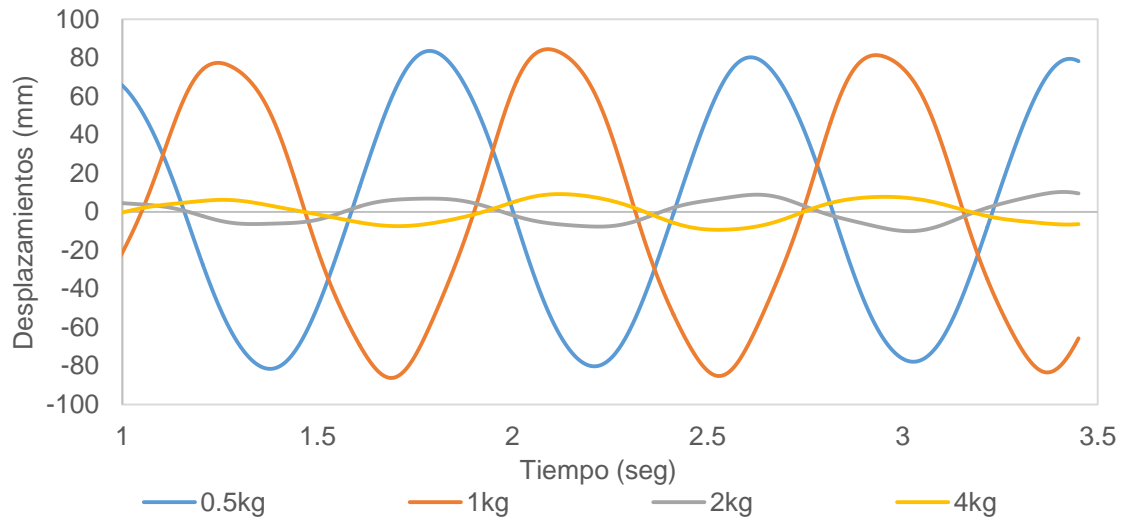


Figura 17. Comparación de las magnitudes de desplazamiento del segundo piso tomadas para las masas de estudio del dispositivo con una longitud de los tensores de 15cm.



Los valores picos de respuesta para las configuraciones dadas del ensayo se presentan en la Tabla 11.

Tabla 11. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes estados de masa de la PTMD.

$\mu$ %	1er Piso		2do Piso	
	a (m/s <sup>2</sup> )	x (mm)	a (m/s <sup>2</sup> )	x (mm)
<b>1,74</b>	4,66	48,76	6,52	83,55
<b>3,47</b>	8,28	54,15	9,60	84,47
<b>6,95</b>	2,14	13,12	5,70	10,33
<b>13,89</b>	4,04	13,20	1,72	9,33
<b>Sin PTMD</b>	4,83	42,77	6,27	73,41

En los esquemas anteriores se aprecia los resultados obtenidos en laboratorio para la configuración dada.

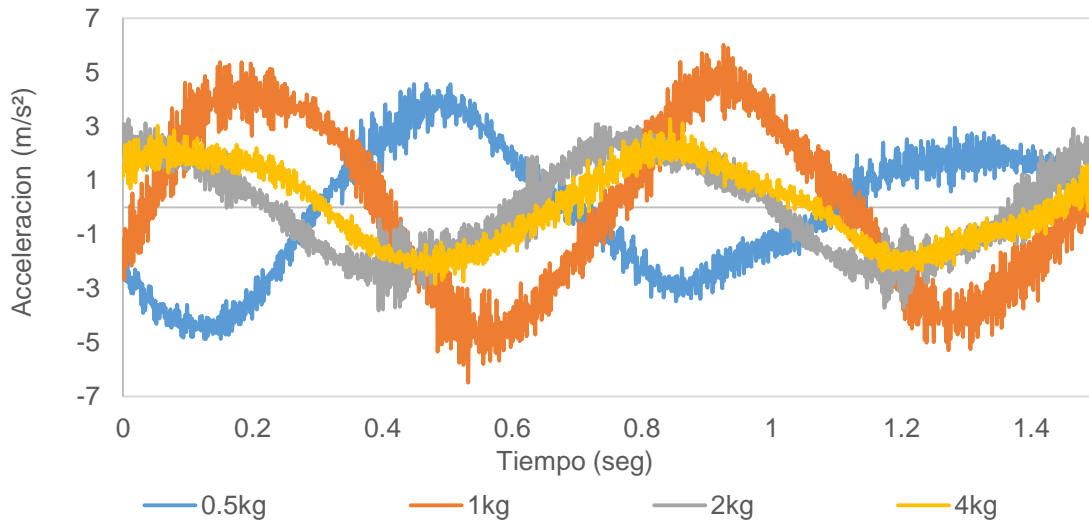
### 3.2.3 Longitud de 20 cm.

Por último, se ajusta la longitud del péndulo pretendida a 20 cm, variando nuevamente la masa del amortiguador, de la misma forma anterior.

Tabla 12. Valores Máximos de la respuesta dinámica (aceleración: a, y desplazamiento: x) entre la estructura original y la estructura con los diferentes estados de masa de la PTMD para longitud de 15 cm de los tensor.

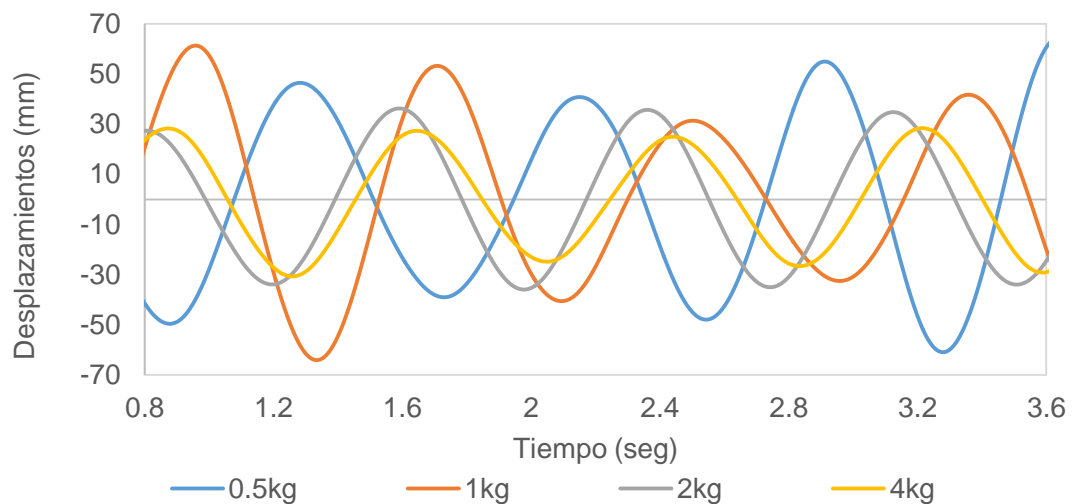
$\mu$ %	1er Piso		2do Piso	
	a (m/s <sup>2</sup> )	x (mm)	a (m/s <sup>2</sup> )	x (mm)
<b>1,74</b>	4,5497	38,594	5,8018	61,001
<b>3,47</b>	6,428	41,718	6,4901	64,105
<b>6,95</b>	3,4527	27,689	1,7198	36,274
<b>13,89</b>	3,2576	24,903	3,2791	30,688
<b>Sin PTMD</b>	4,8342	42,771	6,2741	73,407

Figura 18. Comparación de la aceleración en masas con una longitud de 20 cm.



En las gráficas se presentan las respuestas en aceleración y desplazamientos de la estructura para cada una de las configuraciones manteniendo la longitud de los tensores del péndulo fijo en 20 cm, donde se observan tendencias de reducción de las magnitudes a medida que la relación de masa  $\mu$  es mayor.

Figura 19. Comparación de los desplazamientos en las diferentes masas con una longitud de 20 cm.



## 4 ANÁLISIS PARAMÉTRICO

La combinación numérica más acertada usando un estudio paramétrico de la estructura y del sistema modelo de análisis, es desarrollada en esta sección evaluando los parámetros del dispositivo de control PTMD de análisis.

Con el objetivo de establecer un balance de las medidas investigadas, se determinan las medias cuadráticas o RMS (del inglés Root Mean Square) para los parámetros de estudio. Así, como manera de referencia, los valores RMS de la respuesta dinámica en aceleración y desplazamiento de la estructura sin el disipador son presentados en las tablas 13 y 14.

Tabla 13. Valores RMS para las magnitudes de aceleración y desplazamiento para la estructura sin disipador.

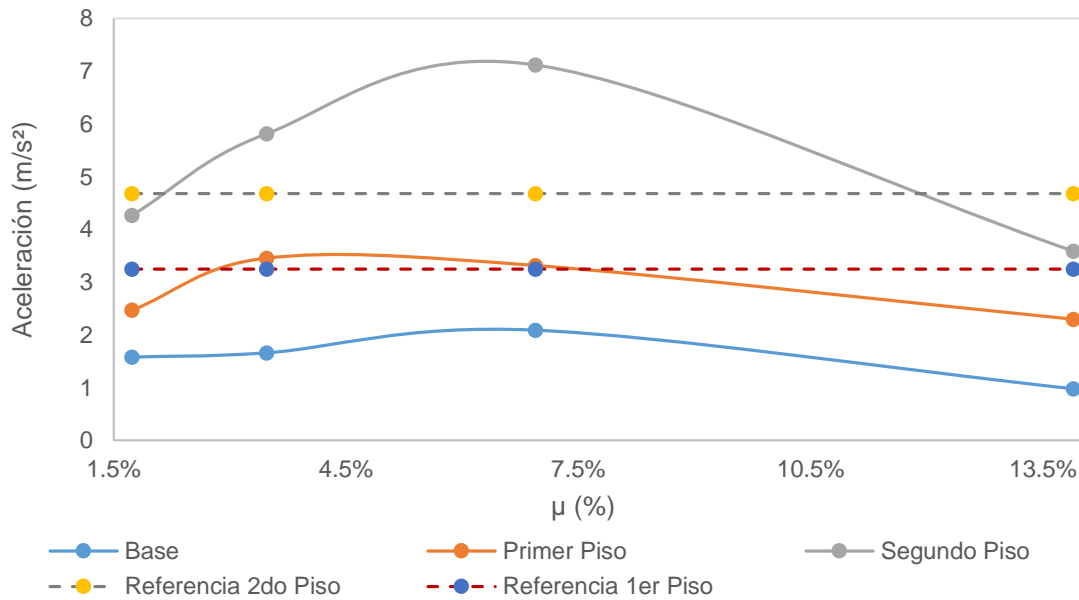
RMS	Aceleración [m/s <sup>2</sup> ]	Desplazamiento [mm]
1er Piso	3.24583	27.87315
2do Piso	4.68026	47.18787

Los efectos de sintonización en los parámetros del TMD son examinados a partir del rendimiento en la respuesta dinámica del sistema (aceleración y desplazamientos) sobre la estructura modelo de análisis bajo el movimiento de base armónico sinusoidal dado.

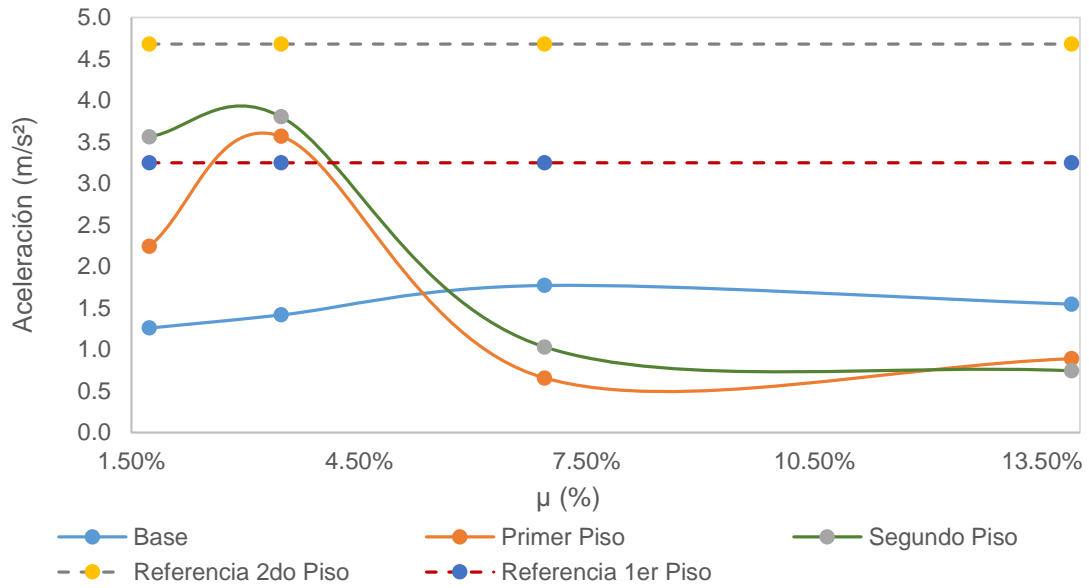
#### 4.1 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LA MASA DEL DISPOSITIVO

En las siguientes Figuras se representan los comportamientos de los valores medios cuadráticos para las magnitudes de aceleración y desplazamiento para la estructura en su estado original, y para los estados de estudio del sistema estructura-PTMD. Aquí, los efectos de sintonización presentan un mayor rendimiento para valores de  $\mu$  significativos superiores al 12% de relación de masa para los casos (b) y (c). Para estas disposiciones de longitud del tensor y las masas de los casos de estudio existe una acentuada reducción en la respuesta dinámica de la estructura (aceleración y desplazamientos).

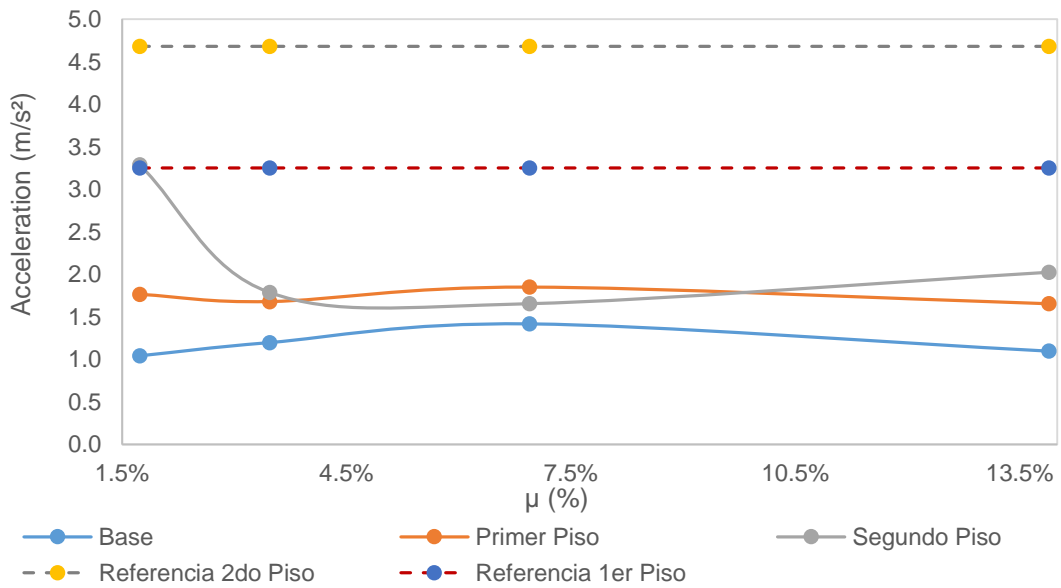
Figura 20. Valores RMS de la aceleración variando la relación de masa  $\mu$  para las diferentes longitudes de los tensores del péndulo PTMD: (a). 10 cm. (b). 15 cm. (c). 20 cm.



(a)



(b)



(c)

No obstante, para relaciones de masa  $\mu$  se evidencian que algunos arreglos del dispositivo, en particular para la menor longitud de los tensores del péndulo del sistema 10 cm, estos pueden ocasionar daño a la estructura en rangos del 3 al 65%

en los desplazamientos en referencia al segundo piso con valores excepcionales por encima del 20% y 30% de porcentaje en las aceleraciones de respuesta sobre los nodos de estudio en la estructura, evaluados sobre la frecuencia de diseño. Esto representa, lo que anteriormente se ha definido, como el efecto de desintonización, que en particular en el dispositivo de control se desarrolla para un diseño diferente al óptimo para la estructura primaria de estudio.

Tabla 14. Balance en porcentaje de disipación en la reducción de la respuesta dinámica (aceleración:  $a$ , y desplazamiento:  $x$ ) entre la estructura original y la estructura con los diferentes casos de relación de masa  $\mu$  para las diferentes longitudes de los tensores del péndulo PTMD: (a). 10 cm. (b). 15 cm. (c). 20 cm.

Longitud tensores = 10 cm				
1er Piso				
2do Piso				
$\mu$	$a$	$x$	$a$	$x$
1,74	-10,08	-10,92	-18,26	-14,74
3,47	-61,62	-62,11	-65,02	-69,67
6,95	-122,79	-39,29	-131,58	-76,06
13,89	-4,08	-6,59	2,62	-3,21

(a)

Longitud tensores = 15 cm				
1er Piso				
2do Piso				
$\mu$	$a$	$x$	$a$	$x$
1,74	3,53	-14,01	-3,90	-13,82
3,47	-71,32	-26,60	-52,97	-15,07
6,95	55,70	69,32	9,09	85,93
13,89	16,51	69,15	72,59	87,29

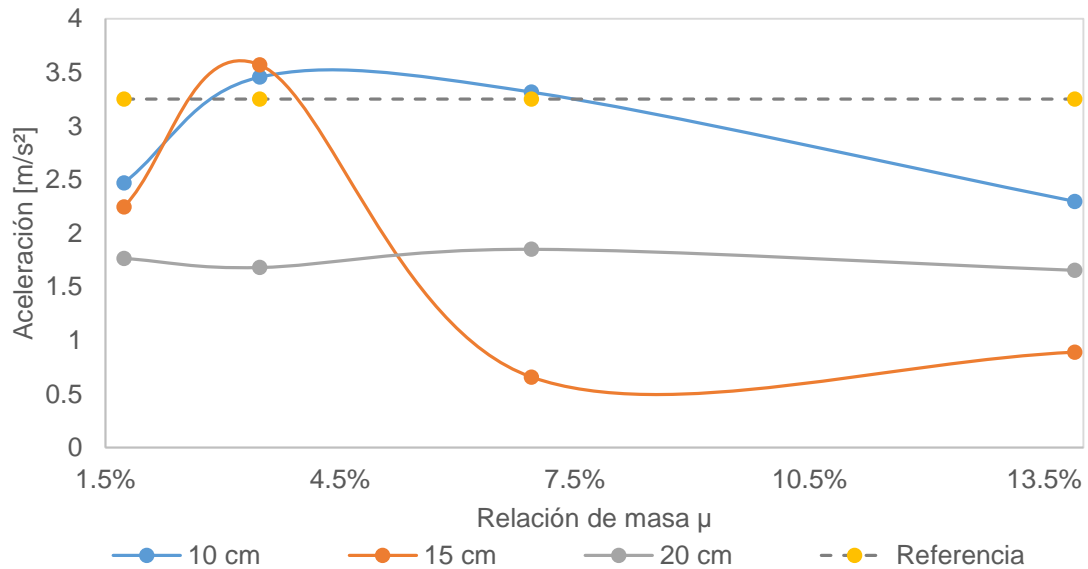
(b)

L tensores = 20 cm				
	1er Piso		2do Piso	
$\mu$	$a$	$x$	$a$	$x$
1,74	5,88	9,77	7,53	16,90
3,47	-32,97	2,46	-3,44	12,67
6,95	28,58	35,26	72,59	50,58
13,89	32,61	41,78	47,74	58,20

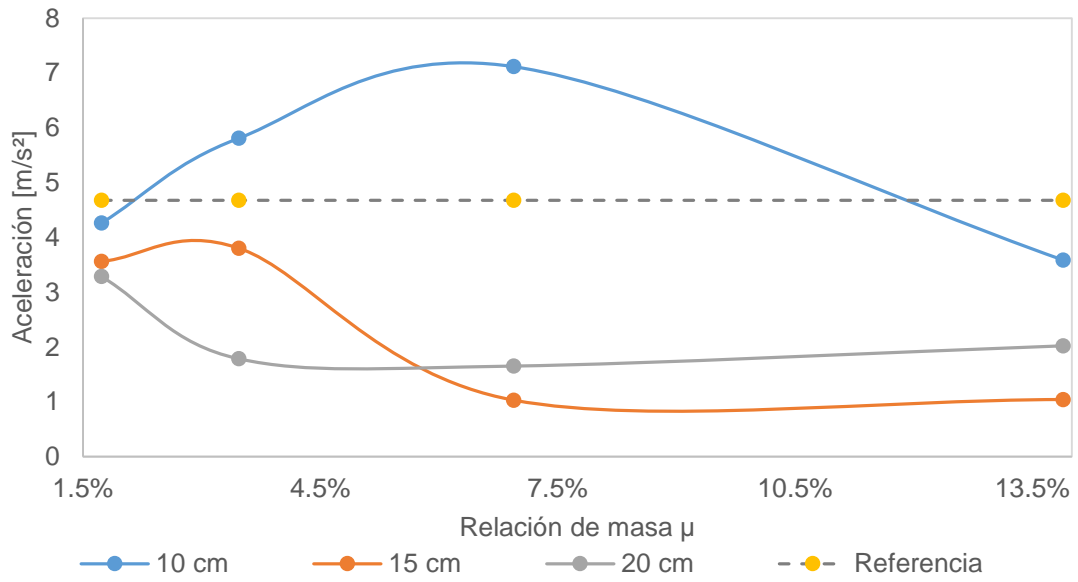
(c)

Para las tablas anteriores, los valores negativos en el porcentaje de disipación hacen referencia al efecto adverso en la respuesta dinámica de la estructura ante la excitación de base experimentada. Los valores presentados en la tabla están en porcentaje.

Figura 21. Valores RMS de la aceleración variando la relación de masa  $\mu$  para diferentes estados de la longitud del péndulo PTMD para los niveles de estudio: (a). 1er piso. (b). 2do piso.

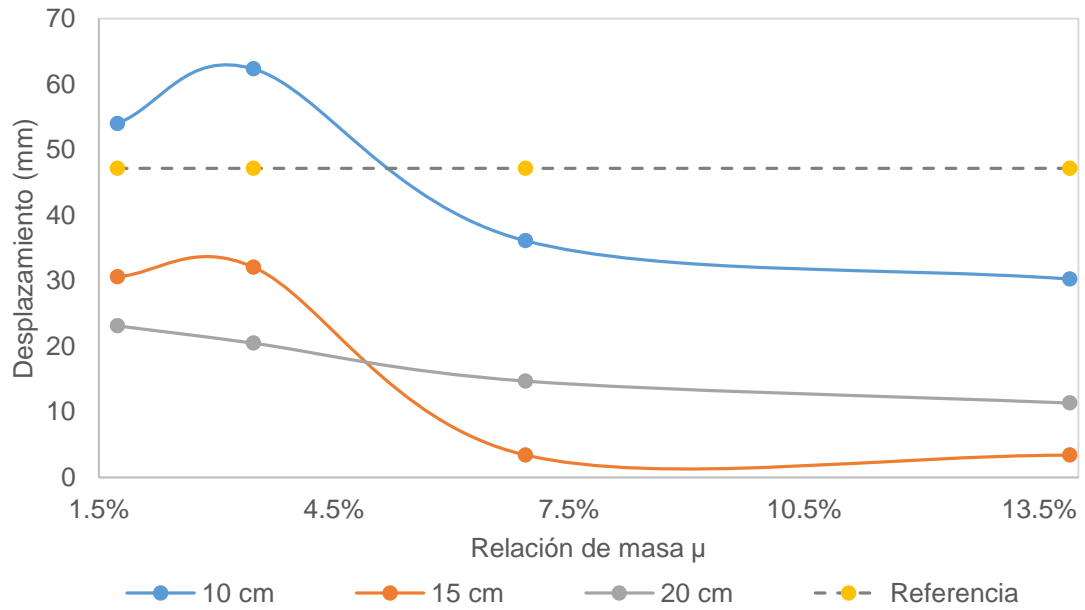


(a)



(b)

Figura 22. Valores RMS de los desplazamientos variando la relación de masa  $\mu$  para diferentes estados de la longitud del péndulo PTMD para el nivel superior de la estructura primaria.



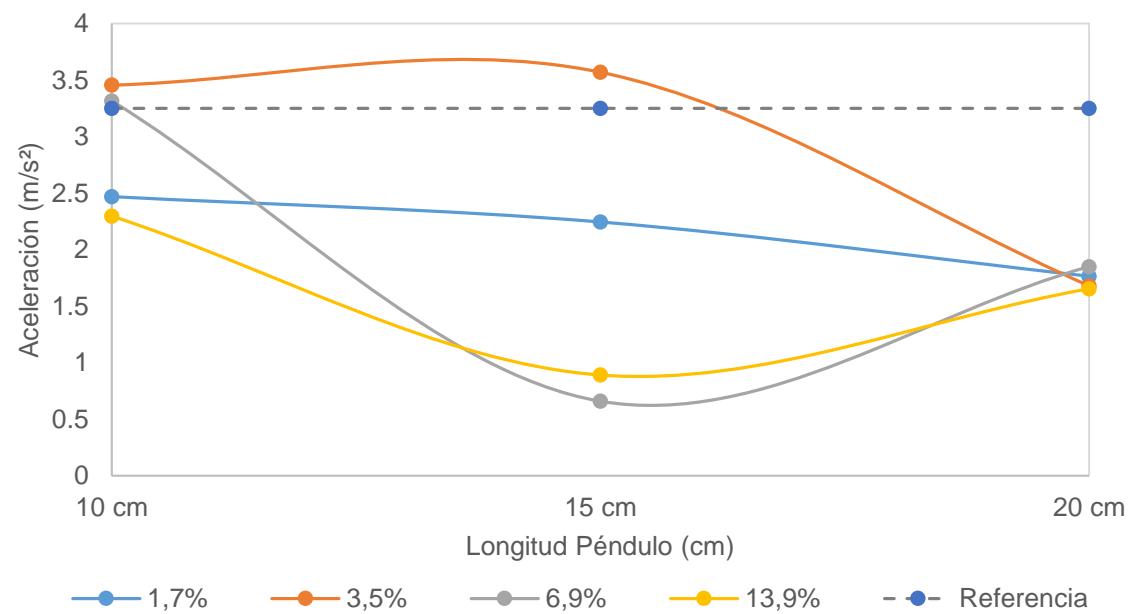
Sobre la respuesta del sistema en desplazamiento en la dirección de estudio, se presenta una tendencia de reducción para relaciones de masa  $\mu$  sobre el rango del 13%, con valores mínimos presentados para una disposición del péndulo sobre la longitud de 15 cm. La Figura 20 representa el comportamiento desarrollado sobre el nivel superior de la estructura primaria; el nivel inferior presenta un comportamiento similar con magnitudes a menor escala (cerca de 20 [mm] menos).

#### **4.2 ANÁLISIS PARAMÉTRICO DE LA LONGITUD DEL PÉNDULO**

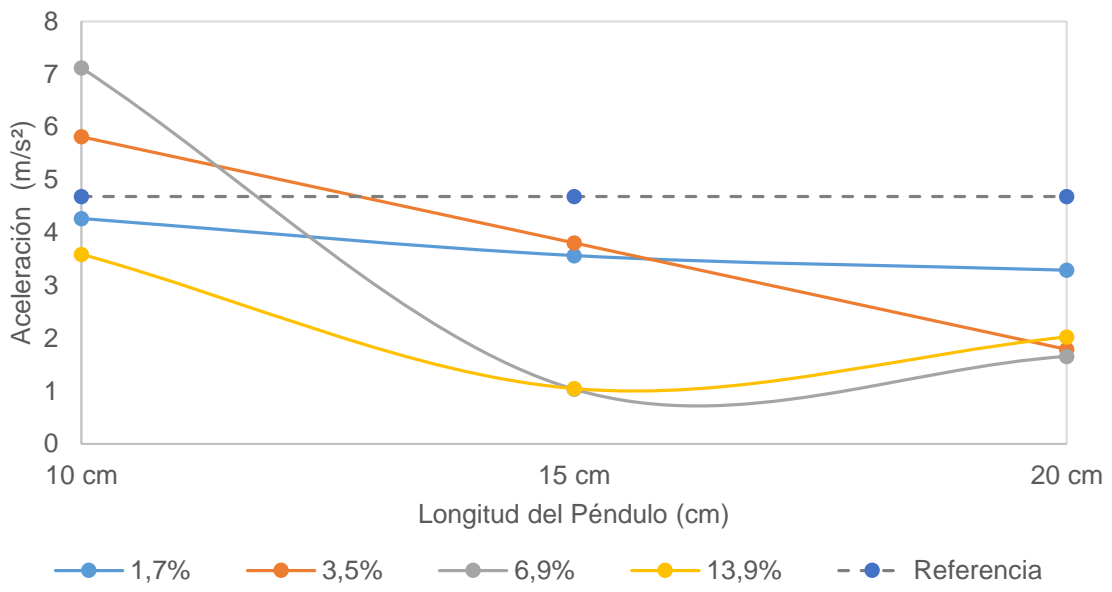
Sobre la evaluación de la influencia de la longitud de los tensores del péndulo, las gráficas de las Figuras 21 y 22 permiten reconocer variaciones sobre la respuesta de la estructura ante la excitación de la base.

Para las magnitudes en aceleración, la variación del sistema estructura-PTMD obtiene su mejor respuesta sobre la disposición de 15 cm en la longitud del dispositivo para relaciones de masa  $\mu$  mayores (entre el 12 y 25% en referencia a la masa de la estructura primaria). En contraposición, sobre las menores relaciones de masa  $\mu$ , (la masa del dispositivo entre el 3 y 6% de la masa de la estructura primaria), la reducción de las aceleraciones se dan para evaluaciones sobre la longitud mayor de 20 cm para los tensores de la PTMD.

Figura 23. Valores RMS de la aceleración variando la relación de la longitud del péndulo PTMD para diferentes relaciones de masa  $\mu$  para los niveles de estudio: (a). 1er piso. (b). 2do piso.



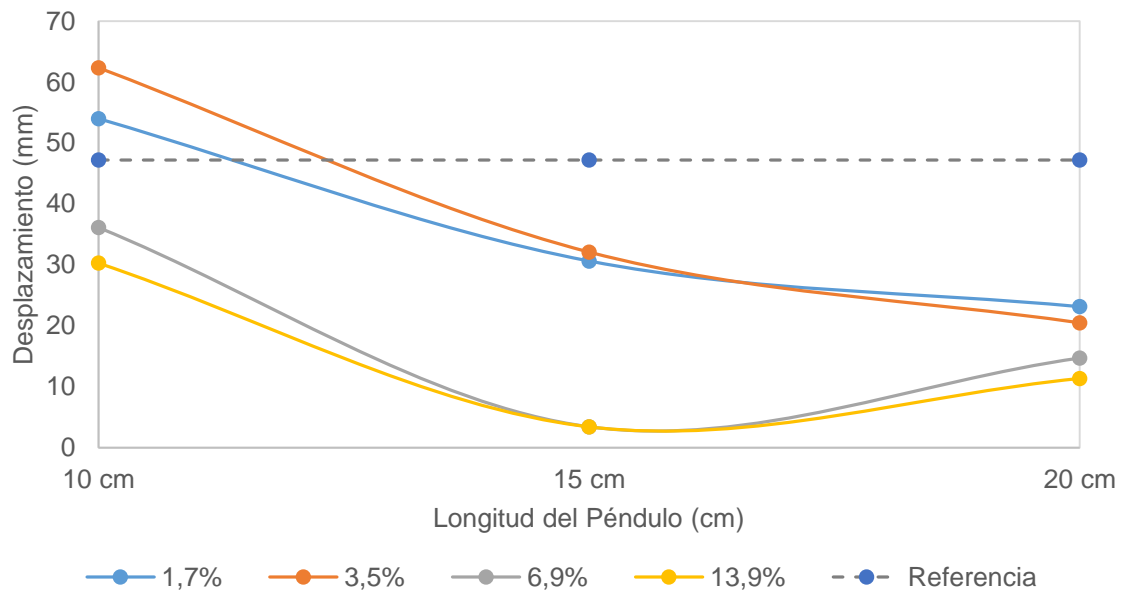
(a)



(b)

Los desplazamientos presentados en el sistema estructura-PTMD relacionado a los parámetros de la masa representativa y la longitud del amortiguador se muestra en la Figura 22. Los valores mínimos para esta magnitud se dan sobre el rango de los 15 cm para la longitud del péndulo, con mayor eficiencia en la reducción de los desplazamientos para mayores relaciones de masa.

Figura 24. Valores RMS de los desplazamientos variando la relación de la longitud del péndulo PTMD para diferentes relaciones de masa  $\mu$  para el nivel superior de la estructura primaria.



## 5 DISEÑO DEL PTMD PARA EL MODELO DE ANÁLISIS

El estado de estudio verificado preliminarmente con variación de los parámetros del dispositivo (longitud de los tensores y la masa característica del amortiguador), son medidas de rendimiento para los efectos de sintonización del dispositivo de estudio. Si estos parámetros de la PTMD obedecen a los valores óptimos, la respuesta de control se ve reducida de forma significativa.

En ese sentido, las combinaciones de los parámetros del amortiguador son investigados de manera sistemática hasta que se alcanza la mejor combinación. Así, las gráficas y los balances de la sección anterior que representan el comportamiento dinámico del sistema estructural, son medidas de rendimiento de diseño práctico logradas para facilitar el diseño de la PTMD en presencia de amortiguamiento estructural inherente, logrando la mayor eficiencia obtenida en la reducción de la respuesta dinámica para las condiciones de análisis para la relación de masa  $\mu$  del 13,89 % y 15 cm como longitud de los tensores del péndulo, con un porcentaje de disipación equivalente a los presentados en la tabla 15. Los valores presentados en la tabla están en porcentaje.

Tabla 15. Balance en porcentaje de disipación en la reducción de la respuesta dinámica (aceleración:  $a$ , y desplazamiento:  $x$ ) entre la estructura original y la estructura con el PTMD de diseño.

$\mu$	Longitud tensores = 15 cm			
	1er Piso		2do Piso	
	$a$	$x$	$a$	$x$
13,89	16,51	69,15	72,59	87,29

La Tabla 16 constituye los parámetros de diseño del disipador y alguna de sus propiedades dinámicas más representativas.

Tabla 16. Parámetros PTMD de diseño obtenidos experimentalmente.

<i>Parámetros PTMD de diseño</i>		
<i>m</i>	4	<i>kg</i>
<i>k</i>	264,3051	<i>N/m</i>
<i>c</i>	1,5612	<i>N s/m</i>

<i>Propiedades Dinámicas</i>		
$\mu$	13,8913	%
$\alpha$	0,9855	-
$\delta$	0,1508	-
$\xi_d$	0,0240	-
$T_d$	0,7732	<i>seg</i>
$f_d$	1,2934	<i>Hz</i>
$\omega_d$	8,1264	<i>rad/s</i>
$\omega$	8,2708	<i>rad/s</i>
$C_{cr}$	65,0298	<i>N s/m</i>

Propiedades dinámicas establecidas a partir de un ensayo de vibración libre sobre él mismo empleando el método práctico del decremento logarítmico  $\delta_d$ , tal que:

$$\delta_d = \ln(2.841/2.443) = 0.1508 \quad (14)$$

Luego,  $\xi_d = \delta/2\pi = 0,024 \quad (15)$

De la misma forma, la frecuencia angular, rigidez y amortiguamiento se obtienen a partir de las ecuaciones (16), (17) y (18)

$$\omega_d = 2\pi * f_d \quad (16)$$

$$\omega = \omega_d / \sqrt{1 - \xi^2} \quad (17)$$

$$Y, k = \omega^2 * m \quad (18)$$

En esta forma también se verifica el fundamento teórico de diseño presentado, en el que se establece como periodo de oscilaciones el correspondiente al modo fundamental de la estructura de estudio igual a:

$$T_d = 2\pi\sqrt{I_o/mgL} = 0.749 \text{ seg} \quad (19)$$

Donde  $I_o$  es el momento de inercia tomada para el área de la placa apoyo del péndulo en referencia al cuerpo rígido de la masa suspendida cuyo modelo es determinado como un péndulo físico o compuesto equivalente referenciado para la masa del péndulo respecto al eje de suspensión. Así,

$$I_o = \frac{1}{12}mb^2 + mh^2 \quad (20)$$

Acá  $b$  y  $h$  corresponden al lado de la placa de apoyo de la masa pendular en el sentido del movimiento equivalente y que es igual a 7.62 cm y  $h$  es la distancia perpendicular al eje de rotación que en para el modelo representado en la figura # es igual a la longitud reducida  $\lambda$ .

Reemplazando en (14) y los valores de  $\lambda$ ,  $b$ ,  $h$  y la ecuación (9) en (10) obtenemos la respectiva longitud del péndulo, la masa de diseño y el amortiguamiento del péndulo.

Luego para el diseño la masa del cuerpo rígido del péndulo equivalente al péndulo físico y la longitud de sus tensores tomadas como la longitud reducida de un péndulo simple, parámetros críticos sobre la estructura.

Den Hartog desarrolló expresiones de forma cerrada de los parámetros óptimos del amortiguador  $f$  y  $\xi_d$  que reducen al mínimo la respuesta de estado estacionario de la masa principal sometida a una excitación armónica masa principal. Estas expresiones para el cálculo de parámetros óptimos de amortiguación se dan como:

$$f_{opt} = 1/(1 + \mu) + (\sqrt{(2 - \mu)/2})^{\phi} \quad (21)$$

$$\xi_{d_{opt}} = \sqrt{3\mu/8(1 + \mu)} (\sqrt{2/(2 - \mu)}) \quad (22)$$

En la cual  $\mu$  corresponde a la relación de masa entre los sistemas,  $\mu = m/M$ . Utilizando los valores de  $f_{opt}$  y  $\xi_{d_{opt}}$  los valores óptimos de amortiguación  $c$  y rigidez  $k$  del amortiguador puede ser calculado como:

$$f_{opt} = \omega_{opt}/f_{fundamental\ estruct} = \sqrt{k_{opt}/m}/f_{fundamental\ estruct} \quad (23)$$

Entonces,  $k_{opt} = f_{opt}^2 (f_{fundamental\ estruct})^2 m \quad (24)$

Igualmente,  $\xi_{d_{opt}} = c_{opt}/c_c = c_{opt}/2\omega_a m \quad (25)$

Donde, 
$$c_{opt} = 2 * \xi_{d_{opt}} f_{opt} f_{fundamental\ estructural} m \quad (26)$$

Entonces dado el primer modo, los parámetros óptimos del amortiguador ( $\xi_{d_{opt}}$  y  $f_{opt}$ ) serán evaluados resolviendo para los parámetros estructurales y de esta forma tabulados a continuación para registrar sus resultados.

Tabla 17. Parámetros óptimos PTMD de diseño obtenidos experimentalmente.

$[\hat{M}]$	18.271
$\mu$	0.1402
$m$ (kg)	2.561
$\xi_1$ (%)	2

	<i>Tabla</i>
$f_{OPT} =$	1.219
$\delta d_{OPT} =$	0.113
$(X/Xst)_{pico} =$	6.204

$k_{OPT} =$	397.172
$C_{OPT} =$	1.602

Al verificar el modelo numérico obtenido, con el modelo de análisis propuesto y confirmado experimentalmente se obtienen desviaciones con los parámetros óptimos. La Tabla 18 contiene el balance efectuado sobre los parámetros de diseño del disipador para el modelo de análisis propuesto y el efectuado por un análisis numérico.

Tabla 18. Balance en % sobre los Parámetros óptimos PTMD de diseños obtenidos para los dos métodos de análisis. .

m	4	3.561	10.975
k	264.305	397.172	50.270
c	1.561	1.692	8.378

Las desviaciones sobre los valores de la tabla se dan debido a que el modelo numérico de análisis toma consideraciones en presencia inevitable de incertidumbre en los parámetros del sistema dinámico de estudio, que incluyen la masa, el amortiguamiento y la rigidez de la estructura, así como los parámetros de movimiento de excitación, y en ese sentido los valores dados sobre esta no se ajustan a los determinados en base al análisis paramétrico experimental efectuado.

## CONCLUSIONES

Las consideraciones tomadas en el presente trabajo hacen referencia a las disposiciones y requerimientos sobre el modelo de estudio de análisis.

Es importante señalar que los resultados aquí presentados no pueden ser utilizados para un diseño a escala de una estructura ya que están sujetos a variaciones importantes en los parámetros de diseño. Si es necesario implementar el dispositivo sobre una estructura, se debe realizar un estudio completo sobre ésta.

Para la selección de la configuración del sistema de Amortiguadores de Masa Sintonizada en esta estructura se implementó la PTMD, la cual presenta el mayor beneficio, pero para el caso de otra estructura se debe hacer un análisis sobre los requerimientos del TMD.

Durante el proceso de derivar el diseño, el método propuesto toma en cuenta varias condiciones, tales como los estados completos del sistema dinámico de la estructura (Grados de libertad, condiciones PTMD) y a la excitación sometida. Por consiguiente, el método propuesto permite usos más extensos del PTMD. Los parámetros de diseño del dispositivo sistemáticamente están decididos a reducir al mínimo el valor cuadrático medio de las respuestas estructurales en el dominio de la frecuencia.

Así, el objeto de la investigación tácitamente valida el modelo de análisis experimental en base al sistema pendular propuesto, cuyo principio de investigación es el periodo de diseño del amortiguador en relación al periodo fundamental o el de

control de la estructura primaria, validada para la observación y registro de los ensayos en laboratorio.

La eficiencia del PTMD puede ser drásticamente reducida si el PTMD no está sintonizado con el modo vibrante al que está diseñado debido a la presencia inevitable de incertidumbre en los parámetros del sistema. Estos parámetros de incertidumbre incluyen la masa, el amortiguamiento y la rigidez de la estructura, así como los parámetros de movimiento de excitación.

Del respectivo estudio desarrollado, se obtuvieron las siguientes reflexiones:

- ✓ Si los parámetros PTMD se alejan de sus respectivos valores óptimos, se espera que se degrade el control de la respuesta.
- ✓ El efecto de desintonización del parámetro  $\mu$  es más pronunciado que el del parámetro L.
- ✓ Con el aumento de la relación masa  $\mu$ , el efecto de desintonización llega a ser menos severo.

La mayor eficiencia obtenida en la reducción de la respuesta dinámica para las condiciones de análisis se obtuvieron para la relación de masa  $\mu$  del 13,89% que corresponde a una masa de 4 kg y 15 cm como longitud de los tensores del péndulo, logrando reducciones en las aceleraciones del orden de 72% y hasta del 87% en desplazamientos en el segundo piso para el primer modo de vibración.

## BIBLIOGRAFÍA

A.J. Roffel, R. Lourenco, S. Narasimhan and S. Yarusevych; “Adaptive Compensation for Detuning in Pendulum Tuned Mass Dampers”; Journal of Structural Engineering; vol. 137, No. 2; 2011, p. 242-251.

C. Moutinho, A. Cunha and E. Caetano; “Análise experimental da eficiência de TMDs para a atenuação da resposta sísmica de estruturas de edifícios”. 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica; Lisboa, 2004; p. 10.

D. Ambrosini, G. Cuitiño y J. Rebeco; “Eficiencia de Amortiguadores de Masa Sintonizados en Estructuras Sismorresistentes”; Mecánica Computacional; vol. 23; 2004; p. 447-462.

D. Ambrosini y R. Bassotti; “Control de vibraciones en estructuras civiles”; ANI – Academia Nacional de Ingeniería, 2010.

D. Hartog; Mechanical Vibrations; 4a ed. McGraw-Hill, Inc.; New York, 1985, chapter three, p. 79 – 102.

H. Frahm; “Device for Damped Vibrations of Bodies”; U.S. Patent No. 989958; 1909, October 30.

J. Chavarro & C. Mariño, 2010; “Modelado y caracterización dinámica de un servoactuador hidráulico”; [Tesis de graduación]. Universidad Industrial de Santander, Colombia, 2010.

J. Coner; Introduction to Structural Motion Control, first edition; Pearson Education Inc; 2003, chapter four; p. 217-285.

J. Ormondroyd, J.P. DenHartog; “The theory of the vibration in mechanical systems”. NY, Academic Press; 1973.

J. Ormondroyd and J.P. Den. Hartog; “The theory of dynamic vibration absorber”; Trans., ASME 1928. APM-50-7, p. 9-22.

L. Chien-Liang, C. Yung-Tsang, C. Lap-Loi and W. Yen-Po; "Optimal design theories and applications of tuned mass dampers"; Engineering Structures; vol.28; 2006, p. 43-53.

L. M. Sun, Y. Fujino, B.M. Pacheco and P. Chaiseri; "Modelling of Tuned Liquid Damper"; Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics; vol. 41; 1992, p.1883-1894.

M. Chey and J. Wu; "Optimal Placement of Multiple Tuned Mass Dampers for Seismic Structures"; Journal of Structural Engineering; vol. 127, No. 9; 2001, p. 1054-1062.

M. Paz and W. Leigh; Structural Dynamics, theory and computation, Van Nostrand Reinhold Company, Inc; fourth edition; New York, 1997, chapter three; p. 96.

M. Santamaría y A. Chaparro; "Evaluación experimental de un TLCD en un modelo a escala"; [Tesis de graduación]. Universidad Industrial de Santander, Colombia, 2012.

M. Setareh, J. Ritchey, A. Baxter, and T. Murray; "Pendulum Tuned Mass Dampers for Floor Vibration Control"; Journal of Performance of Construction Facilities; vol. 20, No. 1; 2006, p. 64-73.

R. Gerges and B. Vickery; "Parametric Experimental study of Wire Rope Spring Tuned Mass Dampers"; Journal of Wind Engineering and Industrial aerodynamics; vol. 91, No. 12; 2003, p. 1363-1385.

R. McNamara; "Tuned mass dampers for buildings"; Journal of the Structure Division; ASCE 1977; p. 103.

R. Rana and T. Soong; "Parametric study and simplified design of tuned mass dampers"; Engineering Structures; vol. 20, No. 3, 1997, p. 193-204.

T. Haskett, B. Breukelman, J. Robinson and J. Kottelenberg; "Tuned mass dampers under excessive structural excitation"; Report of the Motioneering Inc; Canada; 2004.

T. Igusa and K. Xu; "Vibration Control Using Multiple Tuned Mass Dampers"; Journal of Sound and Vibrations; vol. 175, No. 4; 1994, p.491-503.

T. Kareem T. Kijewski, and Y. Tamura; "Mitigation of Motion of Tall Buildings with Specific Examples of Recent Applications"; Wind and Structures; vol. 2, No. 3; 2007, p. 201-251.

Y.Y. Lin and C.M. Cheng, "Performance of Multiple Tuned Mass Dampers for Suppressing Buffeting Response and Increasing Flutter Speed of Long-Span Bridges"; Journal of the Chinese Institute of Engineers; vol. 24, No. 3; 2001, p.273-266.