

Geodésicas en el espacio-tiempo de materia oscura autogravitante y su aplicación a la dinámica  
estelar alrededor del centro Galáctico

Eduar Antonio Becerra Vergara

Trabajo de Grado para optar al título de Doctor en Física

Director

Prof. Guillermo Alfonso González Villegas

Doctor en Matemática Aplicada

Codirector

Prof. Jorge Armando Rueda Hernández

Doctor en Astrofísica Relativista

Codirector

Laura Marcela Becerra Bayona

Doctora en Astrofísica Relativista

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ciencias

Escuela de Física

Bucaramanga

2022

### **Dedicatoria**

*A Mi madre María Amparo por ser mi ejemplo a seguir; por su amor incondicional, su paciencia, dedicación y enseñanzas. Por ser el pilar en el cual se construye mi vida y el motor que me alienta a seguir adelante cada día. Sin ella, lo que soy y todo lo que he logrado no hubiera sido posible.*

### Agradecimientos

Agradezco calurosamente a mi familia por todo su apoyo incondicional, especialmente a Ángela y a mi tía Fanny, quienes siempre me apoyaron y alentaron a seguir adelante, se preocuparon y estuvieron dispuestas a ofrecerme su mano en cualquier momento. Han contribuido con una base sólida y confiable a mi desarrollo personal. También agradezco calurosamente a mis más queridos amigos. Mantuvieron nuestra amistad con regularidad a pesar de la larga distancia.

Agradezco al profesor Guillermo González por confiar en mi y en mis capacidades, por brindarme la oportunidad de recorrer este largo y arduo camino de la investigación bajo su tutoría, por los conocimientos brindados, valiosos aportes y apoyo constante.

Un reconocimiento importante pertenece al profesor Jorge Rueda. Sin duda alguna, su gran entusiasmo por revelar los misterios detrás de los fenómenos astrofísicos me contagió. Le agradezco las enseñanzas y consejos, su dedicación en el desarrollo y dirección de esta investigación, así como el fructífero apoyo durante todo el tiempo.

Agradezco a todos mis compañeros del Grupo de Investigaciones en Relatividad y Gravitación (GIRG), en especial a Oscar Pimentel, Sindy Mojica y al profesor Fabio por su colaboración, apoyo y compañía.

Agradezco a todo el personal de ICRANet, en particular a Cinzia Di Niccolo, Elisabetta Natale, Gabriele A. Brandolini, Cristina Adamo y Silvia Latorre por ser tan serviciales y amables conmigo desde mi llegada a Pescara.

También me gustaría agradecer a todos los estudiantes del ICRANet que he conocido en estos años, en especial a Rafael Yunis, José Fernando Rodríguez, Margarita Velandia, Juan David Uribe, Yu Wang y Rahim Moradi por su continuo apoyo y Amistad, así como las muchas discusiones fructíferas que tuvimos. Son personas increíbles y muchos momentos a lo largo de este doctorado se hicieron mas fáciles gracias a ustedes.

Finalmente, debo señalar que el doctorado no sería posible sin el apoyo financiero y de investigación del Departamento Administrativo de Ciencia, Tecnología e Innovación - COLCIENCIAS en el marco del programa Becas Doctorados Nacionales 727, del International Center for Relativistic Astrophysics Network (ICRANet) y la Universidad Industrial de Santander (UIS).

## Tabla de Contenido

	<b>pag.</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>26</b>
1.1. Materia Oscura	27
1.1.1. Una breve historia	27
1.1.2. Candidatos a materia oscura	29
1.1.3. Distribución de materia oscura en las galaxias	36
1.2. El centro Galáctico y las estrellas S	38
1.2.1. Nuestro centro galáctico	38
1.2.2. Estrellas en el centro Galáctico	40
1.2.3. El objeto compacto central	45
1.3. ¿Es Sgr A* un agujero negro masivo?	47
1.4. Alternativas a la configuración de un agujero negro	51
1.5. Modelo RAR	54
<b>2. Objetivos</b>	<b>62</b>
<b>3. Modelo RAR extendido</b>	<b>65</b>
3.1. Ecuaciones del modelo RAR	65
3.2. Condiciones iniciales y aplicación a la Vía Láctea	69

<b>4. Materia oscura y la dinámica de S2 y G2</b>	<b>73</b>
4.1. Dinámica de las órbitas estelares	73
4.1.1. Parámetros orbitales	73
4.1.2. Ecuaciones teóricas de la órbita real y aparente	75
4.1.3. Ajuste de los datos observacionales	79
4.2. Órbita y velocidad radial de S2 y G2	88
4.3. Discusión y conclusiones	102
<b>5. Corrimiento al rojo y precesión de la estrella S2</b>	<b>107</b>
5.1. Desplazamiento Doppler de la órbita	107
5.2. Corrimiento al rojo gravitacional de S2	112
5.3. Precesión relativista en la órbita de S2	116
5.4. Discusión y conclusiones	125
<b>6. Órbitas estelares y la naturaleza del centro Galáctico</b>	<b>128</b>
6.1. Geodésicas y el ajuste de los datos astrométricos de las estrellas S	128
6.2. Discusión y conclusiones	133
<b>7. Observaciones finales</b>	<b>143</b>
<b>8. Perspectivas a futuro</b>	<b>147</b>
<b>Apéndices</b>	<b>151</b>

<b>Símbolos</b>	<b>162</b>
<b>Referencias Bibliográficas</b>	<b>165</b>
<b>Lista de publicaciones</b>	<b>197</b>
<b>Datos observacionales</b>	<b>199</b>

## Lista de Figuras

- |   | <b>pag.</b> |
|---|-------------|
| <p><b>Figura 1.</b> Vista de los pársecs más internos de la Vía Láctea (tomada de la Fig. 1 en Genzel et al., 2010). Las imágenes superiores son una vista a mayor escala, mientras que las imágenes inferiores son un zoom en la región central. La cruz marca la posición de la fuente de radio compacta Sgr A*. La composición del color en las imágenes se debe a la emisión en todo el rango del espectro electromagnético (radio, rayos X, infrarrojo cercano, etc.) del centro galáctico, capturado con los grandes telescopios terrestres y el VLBI. Los paneles superior e inferior derecho describen las características interestelares clave, así como los nombres “IRS” de las estrellas.</p> | 40          |
| <p><b>Figura 2.</b> Cúmulos de estrellas en el corazón del Centro Galáctico (tomado de NASA/ESA Hubble Space Telescope). El panel de la izquierda muestra el cúmulo de Arches, mientras que el panel de la derecha muestra las cinco estrellas rojas características del cúmulo de Quintillizos. La imagen fue tomada por el Telescopio Espacial Hubble de la NASA/ESA utilizando la Cámara de Infrarrojo Cercano y el Espectrómetro de Objetos Múltiples (NICMOS).</p>   | 42          |

**Figura 3.** Distribución del cúmulo de estrellas S alrededor del centro Galáctico (tomada de la Fig. 8 en Genzel et al., 2010). La imagen muestra las estrellas de tipo temprano (azul) y de tipo tardío (naranja-rojo) obtenidas del espectrógrafo de campo integral de infrarrojo cercano ( $1,1 - 2,45 \mu m$ ) SINFONI.

45

**Figura 4.** Primera imagen de un BH supermasivo (tomada de la Fig. 3 en Event Horizon Telescope Collaboration, 2019). Se muestra la estabilidad de la estructura básica de la imagen y la equivalencia entre diferentes días. Capturas realizadas por el EHT a M87 durante la campaña de 2017.

48

**Figura 5.** Perfiles de densidad de materia oscura en la Vía Láctea (tomada de la Fig. 3 en Argüelles et al., 2018). Perfiles teóricos de densidad, desde  $10^{-7}$  hasta  $10^5$  pc, para tres masas de fermiones representativas en la región de los keV:  $mc^2 = 0.6$  keV (curva amarilla punteada),  $mc^2 = 48$  keV (curva gris de trazos largos) y  $mc^2 = 345$  keV (curva negra sólida). Las líneas discontinuas azules indican la posición de las estrellas del cluster S (Gillessen et al., 2009). Con el fin de comparar se presenta el perfil de densidad de Navarro-Frenk-White (NFW) obtenido en Sofue (2013).

59

**Figura 6.** Curvas de rotación RAR (tomadas de la Fig. 4 en Argüelles et al., 2018). Estas soluciones RAR están de acuerdo con todos los observables de la Vía Láctea, desde  $\sim 10^{-3}$  a  $\sim 10^5$  pc. Los símbolos de estrellas representan las ocho estrellas del grupo S mejor resueltas. (Gillessen et al., 2009)

60

**Figura 7.** Zoom de las curvas más relevantes en la región de 1 a 35 kpc a escala lineal de la Fig. 6 (tomada de la Fig. 5 en Argüelles et al., 2018). El gráfico permite apreciar mejor la diferencia entre los diversos modelos de DM en la ventana radial donde la curva de rotación es más relevante.

61

**Figura 8.** Curva de rotación de la Vía Láctea y perfil de densidad de DM del modelo RAR extendido con una masa de núcleo de  $M_c = M(r_c) = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ . *Arriba:* Contribución de DM (negro) y bariónica (abultamiento + disco) a la curva de rotación  $v_{\text{rot}}$  (total en rojo). *Abajo:* perfil de densidad de DM. El modelo bariónico y los datos son tomados de Sofue (2013). Los parámetros del modelo RAR extendido en este caso son: la masa del fermión  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , el parámetro de temperatura  $\beta_0 = 1.1977 \times 10^{-5}$ , el parámetro de degeneración  $\theta_0 = 37.7656$  y el parámetro de corte de energía  $W_0 = 66.3407$ . Para el ajuste del modelo RAR de la Vía Láctea, se siguió a Argüelles et al. (2018).

72

**Figura 9.** Relación  $t_{\text{obs}}/t_{\text{em}}$  dada por la Ec. (41), calculando  $Z(t_{\text{obs}})$  con la Ec. (28), usando los parámetros de mejor ajuste mostrados en la Tabla 3 para el modelo BH, obtenidos asumiendo la Ec. (42).

81

**Figura 10.** Potencial efectivo  $U_{\text{eff}}$  dado por la Ec. (47), para valores seleccionados del momento angular conservado  $L$ . *Arriba* caso del BH masivo, o sea, la solución de *Schwarzschild*,  $g_{00} = 1 - 2M/r$ . *Abajo*: caso de DM;  $g_{00}$  obtenido de la integración numérica de las ecuaciones de equilibrio relativistas del modelo RAR extendido para una masa de fermiones de  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , ver Sec 3.1. Se observa que imponer una órbita limitada dentro de los valores dados del pericentro y apocentro (líneas verticales discontinuas), implica una solución única de  $E$  (valor horizontal discontinuo) y  $L$  (valor asociado con la curva azul). En este ejemplo, la masa adoptada para el BH es  $M_{\text{BH}} \equiv M = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ , y para la masa del núcleo de DM se ha establecido en  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ .

87

**Figura 11.** Órbita teórica y observada de S2 alrededor de Sgr A\*. El gráfico muestra la órbita proyectada en el plano del cielo,  $X$  vs  $Y$ , donde  $X$  es la Ascensión Recta y  $Y$  es la Declinación. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las ecuaciones de movimiento de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (1) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (2) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Se usaron los datos observacionales reportados en Do et al. (2019).

94

**Figura 12.** Ascensión Recta de la estrella S2. *Panel superior:* Posición  $X$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. *Panel central:* Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). *Panel inferior:* Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Los datos astrométricos fueron tomados de Do et al. (2019). 95

**Figura 13.** Declinación de la estrella S2. *Panel superior:* Posición  $X$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. *Panel central:* Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). *Panel inferior:* Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Se usaron los datos astrométricos reportados en Do et al. (2019). 96

**Figura 14.** Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión para S2 (función de desplazamiento al rojo  $z$ ; ver Sec. 5.1). Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_\odot$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_\odot$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Se usaron los datos observacionales reportados en Do et al. (2019) 97

**Figura 15.** Sobrevuelo teórico y observado de G2 alrededor de Sgr A\*. El gráfico muestra la proyección de la órbita de G2 en el plano del cielo,  $X$  vs  $Y$ , donde  $X$  es la Ascensión Recta y  $Y$  es la Declinación. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las ecuaciones de movimiento de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).

98

**Figura 16.** Ascensión Recta de G2. *Panel superior:* Posición  $X$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. *Panel central:* Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ ). *Panel inferior:* Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ ). Los datos astrométricos han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).

99

**Figura 17.** Declinación de G2. *Panel superior:* Posición  $Y$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. *Panel central:* Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ ). *Panel inferior:* Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ ). Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).

100

**Figura 18.** Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión para G2 (función de desplazamiento al rojo  $z$ ; ver Sec. 5.1). Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019)

101

**Figura 19.** Función de corrimiento al rojo  $z$  (panel superior) y “exceso” (panel medio para el modelo RAR y panel inferior para el modelo del BH masivo central) con respecto a la contribución kepleriana (newtoniana), es decir,  $\Delta z = z - z_K$  (ver Sec. 5.1), para el movimiento de S2 alrededor de su pasaje por el pericentro. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional producido por: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curvas azules discontinuas), y (ii) la distribución de DM obtenida del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curvas rojas). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo.

115

**Figura 20.** Precesión relativista del periapsis  $\Delta\phi$  de la estrella S2 como función de la masa del *darkino* basado en las predicciones de los modelos RAR de DM. La precesión es retrógrada para  $m < 56.4 \text{ keV}/c^2$  mientras que se vuelve prógrada para  $m > 56.4 \text{ keV}/c^2$  (ver Tabla 4 para más detalles).

118

**Figura 21.** Precesión relativista para la órbita en el plano del cielo de S2. Si bien la precesión es prógrada para los modelos BH y RAR con  $m = 58 \text{ keV}/c^2$  (negro punteado y verde respectivamente), es retrógrada para el modelo RAR con  $m = 56 \text{ keV}/c^2$  (en rojo discontinuo). Las curvas sólidas (teóricas) y los puntos grises (datos) corresponden al primer período, mientras que las curvas discontinuas (teóricas) y los puntos cían (datos) al segundo período. El *panel central* muestra el zoom de la región alrededor del apocentro y el *panel inferior* del pericentro. Las medidas astrométricas se tomaron de Do et al. (2019).

122

**Figura 22.** Precesión relativista de S2 vista desde la Ascensión Recta en función del tiempo después del último pasaje por el pericentro, donde los efectos son más prominentes. Modelo BH (*panel superior*) y modelo RAR para  $m = 56 \text{ keV}/c^2$  (*panel inferior*).

123

**Figura 23.** Mejor ajuste para las órbitas de las estrellas S2, S38 y S55. Estas tres estrellas son las de mayor aproximación y el período orbital más corto alrededor de Sgr A\*. Se muestra la órbita proyectada en el plano del cielo,  $X$  vs.  $Y$ , donde  $X$  es Ascensión Recta y  $Y$  Declinación. Las *curvas de trazos negros* corresponden al modelo del BH y las *curvas de colores* al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017). 132

**Figura 24.** Órbitas de mejor ajuste para las 17 estrellas S mejor resueltas orbitando Sgr A\*. Se muestra la órbita proyectada en el cielo,  $X$  vs  $Y$ , donde  $X$  es la *Ascensión Recta* y  $Y$  es la *Declinación*. Las *curvas de trazos negros* corresponden al modelo del BH y las *curvas de colores* al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para conocer los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Gillessen et al. (2009, 2017) y Do et al. (2019). 138

**Figura 25.** Mejor ajuste de la *Ascensión Recta*  $X$  como una función del tiempo para las 17 estrellas S mejor resueltas que orbitan Sgr A\*. Las *curvas de trazos negros* corresponden al modelo del BH mientras que las *curvas de colores* al modelo RAR de darkinos. Los parámetros orbitales de cada estrella se pueden consultar en la Tabla 5. Los datos observacionales fueron tomados de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017). 139

**Figura 26.** Mejor ajuste de la *Declinación Y* como una función del tiempo para las 17 estrellas S mejor resueltas que orbitan Sgr A\*. Las *curvas de trazos negros* corresponden al modelo del BH y las *curvas de colores* al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para conocer los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017).140

**Figura 27.** Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión (función de corrimiento al rojo)  $z$ , como una función del tiempo para las 17 estrellas S mejor resueltas que orbitan Sgr A\*. Las *curvas de trazos negros* corresponden al modelo del BH mientras que las *curvas de colores* al modelo RAR de darkinos. Los parámetros orbitales de cada estrella se pueden consultar en la Tabla 5. Los datos observacionales fueron tomados de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017). 141

**Figura 28.** Proyección de la órbita real sobre el plano del cielo. Los ejes se originan en Sgr A\* (el foco de la elipse). La imagen ilustra los parámetros orbitales:  $\phi$  es el ángulo azimutal del sistema esférico de coordenadas asociado con las coordenadas cartesianas  $x, y, z$ , es decir, para un movimiento elíptico en el plano  $x$ - $y$ , es la anomalía verdadera,  $i$  es el ángulo de inclinación entre la órbita real y el plano de observación,  $\Omega$  es el ángulo del nodo ascendente y  $\omega$  es el argumento del pericentro. Vale la pena señalar que el eje Z del sistema de coordenadas está definido por el vector que apunta desde el Sistema Solar al centro Galáctico. 157

**Lista de Tablas**

	<b>pag.</b>
<b>Tabla 1.</b> Posibles candidatos a materia oscura	35
<b>Tabla 2.</b> Descripción de los parámetros orbitales necesarios para especificar una órbita elíptica en 3D.	74
<b>Tabla 3.</b> Resumen de los valores inferidos de mejor ajuste del modelo y los parámetros orbitales (osculantes) para S2 y G2 dentro del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM, $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ) y el modelo del BH masivo (masa del BH, $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ).	93

**Tabla 4.** Comparación de los modelos BH y RAR que mejor se ajustan a todos los datos disponibles públicamente de la órbita S2. La segunda columna muestra la masa del objeto central,  $M_{\text{CO}}$ . Para el modelo BH de Schwarzschild,  $M_{\text{CO}} = M_{\text{BH}}$ , mientras que para el modelo RAR,  $M_{\text{CO}} = M_c$ , con  $M_c$  la masa del núcleo de DM. La tercera columna muestra el radio del objeto central,  $r_c$ . Para el modelo BH de Schwarzschild,  $r_c$  viene dado por el radio del horizonte de eventos,  $R_{\text{Sch}} = 2GM_{\text{BH}}/c^2$ . La cuarta columna muestra la masa de DM encerrada dentro de la órbita de S2,  $\Delta M_{\text{DM}}/M_{\text{CO}}$ . Los radios del pericentro y apocentro que mejor ajustan la órbita de S2 son dados en la columna 5 y 6 respectivamente. Los valores promedio del  $\chi^2$  reducido, definidos en la Sec 4.2, se dan en la séptima columna. Las dos últimas columnas muestran las predicciones de la precesión del periapsis de la órbita real,  $\Delta\phi$ , y de la órbita proyectada en el cielo,  $\Delta\phi_{\text{sky}}$ , respectivamente.

124

**Tabla 5.** Resumen de los parámetros de mejor ajuste inferidos del modelo BH y el modelo RAR de darkinos utilizando los datos astrométricos de las 17 estrellas S mejor resueltas. 142

**Lista de Apéndices**

	<b>pág.</b>
<b>Apéndice A.</b> Ecuaciones de movimiento y potencial efectivo	151
<b>Apéndice B.</b> Proyección de la órbita en el plano del cielo	155
<b>Apéndice C.</b> Resumen del procedimiento de ajuste	160

## Glosario

**2PN** Segundo orden Post-Newtoniano.

**AGN** Active Galactic Nucleus – Núcleo galáctico activo.

**BH** Black Hole – agujero negro.

**CDM** Cold Dark Matter – Materia oscura fría.

**CG** Centro Galáctico.

**CP** Charge-Parity – Carga-Paridad.

**DM** Dark Matter – Materia Oscura.

**EHT** Event Horizon Telescope.

**EOM** Equations Of Motion – Ecuaciones de movimiento.

**EOS** Equation Of State – Ecuación de estado.

**ESO** European Southern Observatory.

**FDM** Fermionic Dark Matter – Materia oscura fermiónica.

**GIMPs** Gravitationally Interacting Massive Particles – Partículas masivas que interactúan gravitacionalmente.

**GR** General Relativity – Relatividad General.

**HDM** Hot Dark Matter – Materia oscura caliente.

**IR** Infrared.

**KECK** W. M. Keck Observatory.

**LG** Gravitational lensing – Lente Gravitacional.

**MACHOs** Massive Compact Halo Objects – Objetos de halo compacto masivo.

**MHB** Massive Black Hole – agujero negro masivo.

**MSSM** Minimal Supersymmetry Standard Model – Modelo estándar supersimétrico Mínimo.

**MW** Milky Way – Vía Láctea.

**NACO** Nasmyth Adaptive Optics System.

**NFW** Navarro-Frenk-White.

**NICMOS** Near Infrared Camera and Multi-object Spectrometer.

**NIRC** Near Infrared Camera for the Keck.

**RAR** Ruffini-Argüelles-Rueda.

**RKF45** Runge-Kutta-Fehlberg Cuarto Orden.

**Sgr A** Sagitario A.

**Sgr A\*** Sagitario A\*.

**SIMPs** Strongly Interacting Massive Particles – Partículas masivas que interactúan fuertemente.

**SINFONI** Spectrograph for INtegral Field Observations in the Near Infrared.

**SM** Standard Model of Particle Physics – Modelo estándar de la física de partículas.

**SMBH** Super massive Black Hole – agujero negro supermasivo.

**SS** Super Symmetry – Súper Simetría.

**TOV** Tolman-Oppenheimer-Volkoff.

**UED** Universal Extra Dimensions – Dimensiones extra universales.

**UFD** Ultra Faint Dwarfs – Enanas ultra débiles.

**VLBI** Very Long Base Line Interferometry.

**WDM** Warm Dark Matter – Materia oscura tibia.

**WIMPs** Weakly Interaction Massive Particles – Partículas masivas de interacción débil.

## Resumen

**Título:** Geodésicas en el espacio-tiempo de materia oscura autogravitante y su aplicación a la dinámica estelar alrededor del centro Galáctico \*

**Autor:** Eduar Antonio Becerra Vergara \*\*

**Palabras Clave:** Centro Galáctico, Sistema Autogravitante, Materia Oscura, Parámetros Orbitales, Partículas Elementales.

**Descripción:** El movimiento de las estrellas alrededor del centro Galáctico muestra que el potencial gravitacional está dominado por una fuente central de aproximadamente  $4 \times 10^6 M_{\odot}$ , llamada Sagitario A\* (Sgr A\*). Este objeto compacto es tradicionalmente asumido como un agujero negro (BH) masivo a pesar de que no existe una prueba unívoca de su presencia. Particularmente importante para la hipótesis del BH, y para cualquier modelo alternativo, es la predicción y explicación de la dinámica orbital de las estrellas más cercanas a Sgr A\*, denominadas estrellas S, principalmente el ajuste de los datos astrométricos de la estrella S2. Otro objeto relevante es G2, cuyos datos de observación más recientes desafían al escenario de un BH: su velocidad radial pospericentro es menor a la esperada para una órbita kepleriana alrededor del hipotético BH masivo. Como alternativa al escenario de un BH central, se propone un escenario que identifica la naturaleza del objeto compacto supermasivo como un núcleo denso de materia oscura (DM) compuesto de fermiones. Esta concentración de DM es predicha por el perfil *núcleo denso - halo diluido* obtenido a partir del modelo relativista de materia oscura Ruffini-Argüelles-Rueda (RAR), que también se ajusta con precisión a las curvas de rotación del halo Galáctico. Aquí demostramos que el potencial gravitacional exclusivo de tal perfil de DM, para una masa de fermiones de 56 keV, explica: (i) todos los datos disponibles de la órbita y velocidad radial de S2, así como su corrimiento al rojo y la precesión relativista de su periapsis; (ii) los datos actualmente disponibles sobre la órbita y la velocidad de G2, incluido la desaceleración del pasaje pospericentro sin introducir una fuerza de arrastre u otros agentes externos, es decir, su movimiento es puramente geodésico; y (iii) todos los datos observacionales disponibles (posición y velocidad) de las 17 estrellas mejor resueltas que orbitan alrededor de Sgr A\*.

---

\* Tesís de Doctorado

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Prof. Guillermo Alfonso González Villegas, Doctor en Matemática Aplicada y Prof. Jorge Armando Rueda Hernández, Doctor en Astrofísica Relativista.

## Abstract

**Title:** Geodesics in space-time of self-gravitating dark matter and its application to stellar dynamics around the Galactic center \*

**Author:** Eduar Antonio Becerra Vergara \*\*

**Keywords:** Galactic Center, Self-Gravitating System, Dark Matter, Orbital Parameters, Elementary Particles.

**Description:** The star's motion around the Galactic center shows that the gravitational potential is dominated by a central source of approximately  $4 \times 10^6 M_{\odot}$ , called Sagittarius A\* (Sgr A\*). This compact object is traditionally assumed to be a massive black hole (BH) even though univocally proof of its existence is absent. Particularly important for the BH hypothesis, and any alternative model, is the prediction and explanation of the orbital dynamics of the closest stars that orbit around Sgr A\*, called S-stars. Primarily the fit of the multiyear, accurate astrometric data of the S2 star. Another relevant object is G2, whose most recent observational data challenge the massive BH scenario: its post-pericenter radial velocity is lower than the expectation from a Keplerian orbit around the hypothesized massive BH. As an alternative to the central BH scenario, we present a scenario that identifies the nature of the supermassive compact object as a dense core of dark matter (DM) composed of fermions. This DM concentration is predicted by the *dense core - diluted halo* profile obtained from the fully relativistic Ruffini-Argüelles-Rueda (RAR) fermionic DM model, which also accurately fits the Galactic-halo rotation curves. We here demonstrate that the exclusive gravitational potential of such a DM profile, for a fermion mass of 56 keV, explains: (i) all the available time-dependent data of the orbit and radial velocity of S2, as well as its redshift and relativistic precession of its periapsis; (ii) the currently available data on the orbit and velocity of G2, including the post-pericenter passage deceleration without introducing a drag force or other external agents, i.e., their motion is purely geodesic; and (iii) all the available observational data (position and velocity) of the 17 best-resolved stars orbiting around of Sgr A\*.

---

\* Ph.D. Thesis

\*\* Facultad de Ciencias. Escuela de Física. Director: Prof. Guillermo Alfonso González Villegas, Doctor en Matemática Aplicada y Prof. Jorge Armando Rueda Hernández, Doctor en Astrofísica Relativista.

## 1. Introducción

A lo largo de las últimas décadas se ha generado una transformación en el conocimiento humano. El descubrimiento de que el 96 % de la materia total del Cosmos es todavía de naturaleza desconocida, mientras que la inmensa cantidad de objetos estelares solo contribuyen al 4 % restante, ha cambiado por completo nuestro paradigma sobre el Universo, su evolución y desarrollo. ¿De qué está hecho el universo?, es una de las preguntas que ha atormentado la mente de los científicos más brillantes. Como en ninguna otra época del desarrollo humano, la tecnología y los avances científicos ahora nos permiten obtener al menos una respuesta parcial a esta pregunta.

La mayoría de los astrónomos, astrofísicos, cosmólogos y demás investigadores dedicados al estudio del Universo están convencidos de que la materia en el Cosmos se compone de tres ingredientes: El primero es un componente de materia gravitacionalmente repulsiva que acelera constantemente el Universo llamado *Energía Oscura*, que corresponden al 73 % de la materia en el Cosmos (Komatsu et al., 2011; Hinshaw et al., 2009). El segundo componente, que solo representa el 4 %, corresponde al contenido de materia bariónica dentro del Modelo Estándar (SM) (Dunkley et al., 2009; Hinshaw et al., 2013), y el tercero es un componente gravitacionalmente atractivo necesario para la formación de galaxias, cúmulos de galaxias, etc. Este último ingrediente que es al menos el 23 % de la masa total del Universo es una clase de materia no luminosa comúnmente llamada *Materia Oscura* (DM por sus siglas en inglés) (Peebles, 1982; Blumenthal et al., 1984;

Sahni, 2004).

La Materia Oscura surge en la década de 1930 como un componente especulativo del Universo, sin embargo, hoy en día ya se considera una pieza vital para el Cosmos: seis veces más abundante que la materia ordinaria, una cuarta parte de la densidad del Universo y el componente principal para la formación de estructura en el Universo (Ostriker et al., 1974; Sahni, 2004). En los últimos años una gran cantidad de científicos han estudiado diversas hipótesis sobre la posible naturaleza de este extraño componente, sin embargo, los resultados no han sido del todo satisfactorios por lo que el misterio permanece hasta el momento.

## **1.1. Materia Oscura**

**1.1.1. Una breve historia.** Los primeros signos de la presencia de una masa gravitacional oscura surgen del trabajo realizado por Jeans (1922), quien estudiando los cruces de estrellas brillantes alrededor del entorno solar, pudo estimar que la densidad dinámica de la materia era más alta que la calculada para la materia visible. Una década más tarde, examinando la dinámica de las estrellas en las regiones limítrofes de la Vía Láctea (MW por sus siglas en inglés), Oort (1932) determinó que la cantidad de masa necesaria para que las estrellas permanezcan gravitacionalmente en sus órbitas debería ser un 200% mayor que la materia luminosa.

La primera evidencia convincente de la necesidad de materia oscura fue proporcionada por

Zwicky (1933, 1937), quien estudió las velocidades radiales y estimó la masa de las galaxias que forman el cúmulo de Coma. Sus resultados evidenciaron una dispersión de velocidad inesperadamente grande,  $\sim 1000$  km/s, valores un orden de magnitud más grandes de lo esperado. A partir de estas observaciones, *Zwicky* concluyó que para esta dispersión de velocidad, la densidad media del cúmulo de Coma era mucho mayor que la derivada de la materia luminosa o, para ser más exacto, tendría que ser aproximadamente 400 veces mayor.

Tras este descubrimiento, se planteó la existencia de DM como algún tipo de “materia faltante” que no había sido detectada. Sin embargo, a pesar de las numerosas investigaciones aportadas por decenas de científicos, el tema de la materia oscura no se consideró seriamente hasta los años 70 cuando el trabajo realizado por Rubin and Ford (1970), Einasto et al. (1974) y Rubin et al. (1977) proporcionó la confirmación definitiva de la existencia de materia oscura. *Einasto et al.* combinaron datos fotométricos y cinemáticos para obtener proporciones de la masa lumínica en diferentes poblaciones estelares. Con estos resultados se concluyó que la discrepancia entre los datos fotométricos y rotacionales solo podría superarse si la masa de la población estelar conocida fuera un orden de magnitud menor. Por otro lado, *Rubin et al.* no solo descubrieron que la velocidad de rotación de las estrellas que forman las galaxias espirales no disminuye en las regiones cercanas a sus límites, sino que también demostraron que las estrellas cercanas al centro de la galaxia y las estrellas distantes ubicadas en los brazos de la espiral parecen moverse a la misma velocidad, contrariamente a lo esperado si los cálculos se hicieran solo con la atracción gravitacional generada por la materia visible.

Actualmente hay una gran cantidad de observaciones que han confirmado la existencia de materia oscura en una amplia gama de estructuras galácticas, desde galaxias enanas y elípticas hasta cúmulos de galaxias (ver, Gerhard et al., 2001; Humphrey et al., 2006; de Blok et al., 2008; Strigari et al., 2008; Sofue et al., 2009; Merritt, 2013; Mayet et al., 2016). Hoy en día existe un amplio consenso de que la materia oscura puede ser una nueva partícula elemental preferentemente no bariónica, sin embargo, la identidad de la partícula de DM sigue siendo uno de los mayores misterios en la física de partículas, astrofísica y cosmología modernas. Por tanto, la discusión ya no se centra en si la materia oscura existe o no, sino en explicar su naturaleza, su distribución a diferentes escalas y su impacto en la formación y evolución de las estructuras.

**1.1.2. Candidatos a materia oscura.** En la sección anterior se argumentó que existe una clara necesidad de materia oscura, preferiblemente no bariónica, que no emite ninguna luz e interactúa solo débilmente (si es que lo hace). A continuación se discutirán las posibles formas de DM (bariónica y no bariónica), dando una breve descripción de los principales candidatos a materia oscura.

***Materia oscura bariónica.*** Antes del comienzo de la gran era de los físicos de astropartículas, se suponía que la materia oscura era de naturaleza bariónica (es decir, protones, neutrones, electrones y fotones). Esta categoría se puede dividir principalmente en dos candidatos: *i*) gas caliente extendido (Einasto et al., 1974,?) y *ii*) estrellas de baja masa (por ejemplo, enanas rojas,

marrones y blancas), estrellas de neutrones y agujeros negros que absorben luz (Este último incluye también agujeros negros primordiales que se habrían producido en el Universo temprano, Hawking (1975)). Estos candidatos son conocidos como objetos de halo compacto masivo (MACHOs por sus siglas en inglés) (Carr, 1990). A principios de la década de 2000, quedó claro que el gas por sí solo no resuelve la discrepancia de masa en los halos, ni tampoco es suficiente para explicar la cinemática de las órbitas observadas en las diferentes estructuras (Turner, 2003). Por otro lado, después de algunos años de observaciones en los años 90, los resultados mostraron que los MACHOs no pueden explicar toda la DM en halos galácticos sino solo una fracción de alrededor del 20% (Alcock et al., 2000). Además, el estudio de la nucleosíntesis primordial excluyó la materia bariónica como componente dominante de la DM (Steigman, 2006).

*Partículas masivas de interacción débil.* La física de partículas propone que la DM está compuesta de partículas masivas de interacción débil (WIMP por sus siglas en inglés) que están acopladas al SM mediante interacciones débiles, no están acopladas directamente al fotón y se producen térmicamente en el Universo temprano (Kolb and Turner, 1990; Lee and Weinberg, 1977). Las WIMP se clasifican como DM caliente o fría (HDM y CDM por sus siglas en inglés respectivamente). La HDM se caracteriza por partículas que se desacoplan del plasma cósmico a velocidades de dispersión relativistas. En contraste, la CDM está compuesto de partículas que se desacoplan a velocidades de dispersión no relativistas (Boyanovsky et al., 2008; Steigman and Turner, 1985; Blumenthal et al., 1984). Es importante resaltar que los mejores candidatos a DM se encuentran en el grupo de CDM y provienen de teorías alternativas o extensiones al modelo estándar.

El marco de las teorías más allá del modelo estándar ofrece un amplio y variado zoológico de candidatos WIMP con masas que van desde decenas de GeV a varios TeV. De esta opción, las partículas más prometedoras son el *sneutrino*, el *axino*, el *gravitino* y, más recientemente, el *neutralino supersimétrico* y las partículas de *Kaluza-Klein*. Estos WIMP surgen de la supersimetría (SS), el modelo mínimo supersimétrico estándar (MSSM) y las teorías de las dimensiones extra universales (UED) (ver Jungman et al., 1996; Cheng et al., 2002; Griest, 1988; Servant and Tait, 2003; Evans et al., 2014).

Estos modelos han dado resultados bastante exitosos con respecto a la formación de estructura a gran escala del Universo (Vogelsberger et al., 2014). No obstante, persisten algunos problemas importantes en las estructuras a pequeña escala. Para una discusión sobre todos estos problemas, consulte, por ejemplo, de Blok et al. (2001); Boyanovsky et al. (2008); Munshi et al. (2013).

***Neutrinos Estériles.*** Los neutrinos estériles son partículas hipotéticas propuestas como candidatas a materia oscura por Dodelson and Widrow (1994). Estas partículas que no interactuarían con ninguna de las fuerzas del modelo estándar, salvo la gravedad, también podrían ser CDM, si hay una asimetría leptónica muy pequeña (Shi and Fuller, 1999; Abazajian et al., 2001). Este nuevo tipo de neutrinos, que se encuentra en el rango de energía keV-MeV, se ha propuesto en varios contextos: como mecanismo generador de masa para los neutrinos activos, estos pueden simplemente ser los homólogos diestros de la especie activa, o explicar ciertas anomalías del experi-

mento de neutrinos (Dodelson and Widrow, 1994). No obstante, dependiendo de su mecanismo de creación, pueden verse limitados por sus efectos en la estructuras de menor escala en el Universo (ver, Abazajian, 2006; Viel et al., 2006; Boyarsky et al., 2009). Se pueden encontrar más detalles sobre los neutrinos, su mecanismo de producción y su impacto en la formación de estructuras del Universo, en la revisión realizada por Adhikari et al. (2017).

*Axiones.* Los axiones se idearon originalmente para resolver el fuerte problema de violación de CP en cromodinámica cuántica (QCD) (Peccei and Quinn, 1977,?; Kim, 2000), ahora avanza en la carrera como una partícula cosmológica viable de DM. Estos axiones son pseudo-bosones asociados con la ruptura espontánea de una nueva simetría global (Wilczek, 1978; Weinberg, 1978). Aunque muy ligeros, los axiones constituirían DM fría ya que se supone que se originan en un condensado de bosones y se desacoplan a velocidades de dispersión no relativistas a temperaturas de  $\sim 100$  MeV (Kolb and Turner, 1990).

Hay varios mecanismos de producción de axiones. Por ejemplo, estas partículas se pueden obtener a través de oscilaciones no térmicas coherentes del campo de axion cerca de la transición de fase QCD. En ese caso, los axiones son ligeros y se crean sin momentum (Kolb and Turner, 1990). La dinámica de algunas supernovas, el enfriamiento estelar y las investigaciones de laboratorio han limitado la masa de los axiones ( $\lesssim 0.01$  eV). A pesar de esto, es posible encontrar un rango donde los axiones satisfagan todas las restricciones actuales y representen un posible candidato a DM (ver, por ejemplo, Rosenberg and van Bibber, 2000).

**Gravitinos.** La combinación de relatividad general (GR) y supersimetría predice la existencia de una partícula llamada gravitino. Aunque los neutralinos supersimétricos son el candidato a DM preferido del MSSM, el gravitino que sería el supercompañero de Graviton, también explica la materia oscura (Pagels and Primack, 1982; Feng et al., 2003, 2010). Para ser más exacto, esta partícula hipotética ubicada en el rango de masa de eV a TeV, podría proporcionar la materia oscura necesaria en halos galácticos y pequeños cúmulos de galaxias. Sin embargo, masas inferiores a keV eliminan demasiada estructura a pequeña escala (Jungman et al., 1996; Hooper and Profumo, 2007; Feng, 2010).

**Materia oscura superpesada.** En general, se supone que las partículas de materia oscura tienen masas relativamente bajas ( $< \text{TeV}$ ). Este límite es consecuencia de una sección eficaz de aniquilación máxima establecida por el llamado límite de unitaridad (Weinberg, 1995). No obstante, existe un gran candidato ( $\gtrsim 10^{12}$  GeV) para DM no térmica que se puede generar en varios escenarios, incluso durante o después de la inflación (Berezinsky et al., 1997; Kolb et al., 1999). Estas partículas súper pesadas de materia oscura llamadas *Wimpzillas* (Chang et al., 1996; Chung et al., 1999), tienen tasas de interacción extremadamente bajas pero pueden aniquilarse o descomponerse por encima del límite de *Greisen-Zatsepin-Kuzmin* (Greisen, 1966; Zatsepin and Kuz'min, 1966), con la probabilidad de ser detectadas por las observaciones de rayos cósmicos a energías ultra altas (Birkel and Sarkar, 1998; Blasi et al., 2002).

***Materia oscura cálida.*** Entre las diversas alternativas a DM, una en particular ha atraído un enorme interés ya que parece resolver de forma natural muchos problemas a pequeña escala. Esta forma hipotética de DM se conoce como materia oscura cálida (WDM por sus siglas en inglés) y tiene propiedades intermedias entre las de HDM y CDM. La WDM adquiere velocidades térmicas significativas en los primeros tiempos y fluye más libremente en comparación con la CDM debido a que son partículas más ligeras. Estas propiedades intermedias proporcionan la base para resolver los problemas de la CDM a escalas galácticas sin introducir materia bariónica o auto-interacciones (ver, Ostriker and Peebles, 1973; Bode et al., 2001; Angulo et al., 2013).

Las observaciones de galaxias enanas, lentes débiles, formación de galaxias y estallidos de rayos gamma han dado lugar a restricciones independientes sobre la masa de las partículas WDM (Polisensky and Ricotti, 2014; Banik et al., 2019; de Souza et al., 2013; Miranda and Macciò, 2007; Macciò and Fontanot, 2010). Además, estudios recientes en el contexto de la relajación sin colisiones en sistemas autogravitantes han encontrado que la masa de las partículas WDM debe estar en el rango de keV. (Argüelles et al., 2018; Ruffini et al., 2015).

En las descripciones anteriores, se tuvieron en cuenta los candidatos más relevantes a DM, sin embargo, la Tabla 1 resume una gama más amplia de objetos o partículas que se han propuesto como DM en los últimos años. Para una discusión más detallada de las propiedades de estos y otros candidatos a materia oscura, remitimos al lector a las siguientes revisiones Jungman et al. (1996); Bergström (2000); Bertone et al. (2005); Hooper and Profumo (2007); Gaskins (2016); Mayet et al. (2016); Bertone and Hooper (2018).

**Tabla 1**  
*Posibles candidatos a materia oscura*

Non-baryonic		Baryonic	
Candidate	Mass	Candidate	Mass
Axions	$10^3 - 10^6$ eV	Brown dwarfs	$\leq 0.08 M_{\odot}$
Neutrinos	$\sim 10$ eV	M-dwarfs	$0.1 M_{\odot}$
Seterile Neutrinos	$\sim 1$ GeV	White dwarfs	$1 M_{\odot}$
Gravitino	eV to TeV	Neutron stars	$2 M_{\odot}$
WIMPs	$1 - 10^3$ GeV	Stellar black holes	$\sim 10 M_{\odot}$
SIMPs	$\sim 0, 1$ GeV	Very Massive Objects	$10^2 - 10^5 M_{\odot}$
Superheavy Dark Matter	$\gtrsim 10^{12}$ GeV	Super Massive Objects	?
Monopoles	$\sim 10^{16}$ GeV	Cold diffuse gas	?
Planck relics	$\sim 10^{19}$ GeV	Snowballs	?
Primordial black holes	$> 10^{15}$ g	—	—
Quark nuggets	$< 10^{20}$ g	—	—
GIMPs	?	—	—
Shadow matter	?	—	—
Cosmic strings	?	—	—

**Note:** Esta tabla está adaptada de Carr (1990); Sumner (2002)

**1.1.3. Distribución de materia oscura en las galaxias.** La mayor parte de la comunidad científica está convencida de que la mayoría de las galaxias, desde enanas hasta elípticas, están incrustadas en un halo de materia oscura. La contribución de DM a escalas galácticas depende del tipo de galaxia. Por ejemplo, se ha demostrado que las galaxias enanas, principalmente las más débiles, tienen un aporte de DM que podría ser superior al 90%. (Strigari et al., 2008). Las estimaciones de la contribución de DM en las galaxias espirales son comparables a la distribución bariónica observada (de Blok et al., 2008), mientras que en las galaxias elípticas, la cantidad de materia oscura es menos clara. Aún así, algunas investigaciones muestran que en las galaxias elípticas las contribuciones de materia oscura y bariónica son comparables (Romanowsky and Kochanek, 2001; Hoekstra et al., 2005; Humphrey et al., 2006).

A pesar del relativo consenso sobre la contribución de la materia oscura a escala galáctica, todavía existe controversia sobre su distribución. La discrepancia anterior se evidencia en el llamado problema “*core-cusp*” generado por observaciones en galaxias de baja masa y simulaciones de CDM. La densidad de masa de las galaxias enanas se aplanan en su centro, es decir, muestran un núcleo, mientras que las simulaciones de CDM predicen cúspides de densidad en las regiones centrales de las galaxias (Moore, 1994; Navarro et al., 1996, 1997; de Blok, 2010; Oh et al., 2011). Una posible solución al problema de *core-cusp* es incluir bariones que se acoplan a la DM en las simulaciones, de esta forma, la física de bariones produce cambios en el potencial gravitacional que convierten la distribución de DM de cúspide a núcleo. (Governato et al., 2010).

La idea de que la DM podría concentrarse en las regiones más internas de las galaxias ha ido ganando fuerza en los últimos años. En 2019 Leane and Slatyer estudiaron el exceso de energía proveniente del centro de la Vía Láctea analizando las observaciones del centro Galáctico (CG) tomadas por el telescopio espacial de rayos gamma Fermi, y concluyeron que una concentración de materia oscura puede ser la fuente dominante del exceso de GeV del centro Galáctico observado. En 2020 Sánchez Almeida et al. demostró mediante el principio de máxima entropía de *Tsallis* que los núcleos son inevitables en las galaxias autogravitantes de máxima entropía. Y más recientemente, Hayashi et al. (2021) utilizando la cinemática estelar de 23 galaxias enanas ultra débiles (UFD), encontraron una alta densidad de DM en el centro de estas galaxias.

El hecho de que sean posibles altas concentraciones de DM en la región interior de las galaxias plantea algunas preguntas. Una de las más interesantes es si la materia oscura podría contribuir de manera medible a la dinámica en el centro galáctico. Algunas pistas que pueden acercarnos a una respuesta se han dado desde la década de 1990 cuando algunos científicos propusieron que el objeto masivo y oscuro, que muestra la estructura de las galaxias en su centro, podría estar compuesto completamente de DM (Tsiklauri and Viollier, 1998). Abordaremos este controvertido tema con más detalle más adelante, incluida la hipótesis de que el potencial gravitacional que gobierna la dinámica en algunas galaxias, principalmente galaxias inactivas, proviene de una concentración muy densa de materia oscura confinada en un espacio de unos pocos pársecs.

## 1.2. El centro Galáctico y las estrellas S

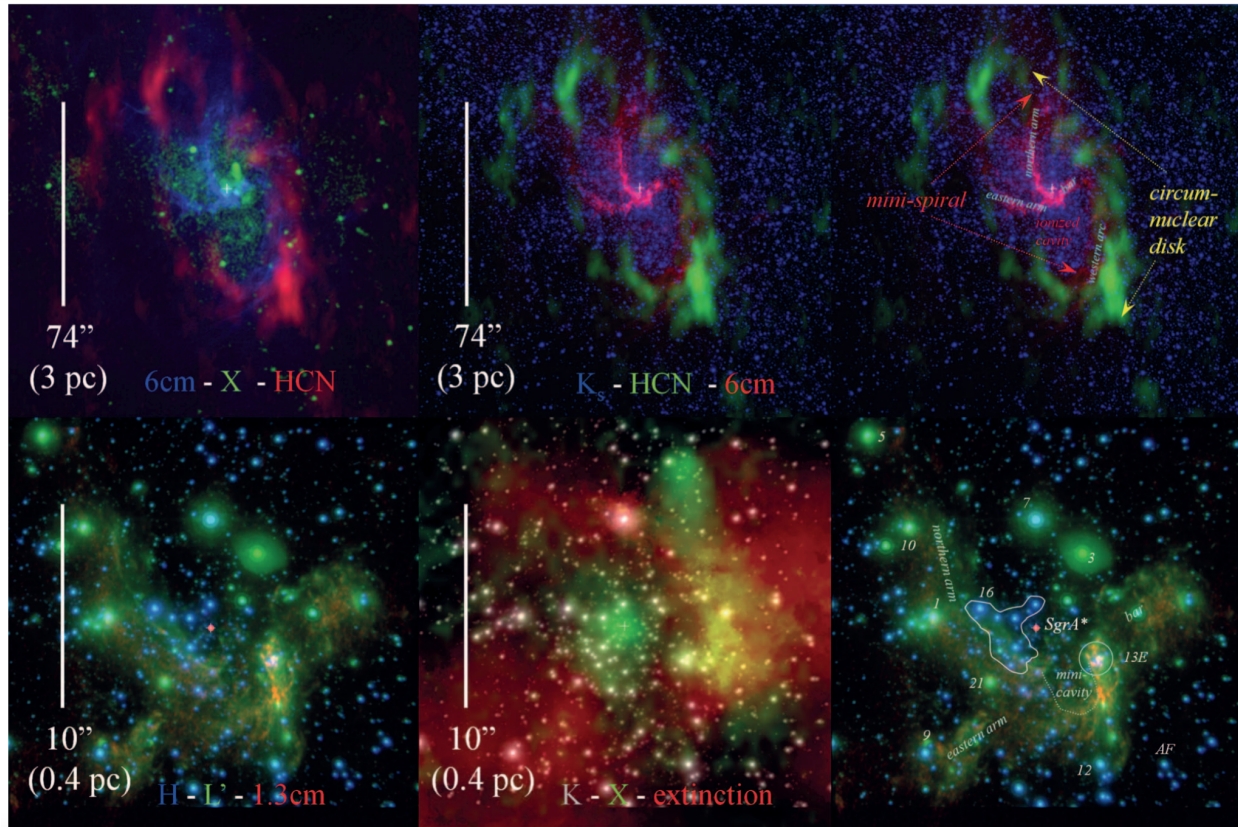
**1.2.1. Nuestro centro galáctico.** Los astrónomos han tenido la idea de que algo extraño se encuentra en el centro de nuestra galaxia desde la década de 1950 cuando los estudios en longitudes de onda de radio revelaron una fuerte fuente de radio en la constelación de Sagitario hacia el centro de la Vía Láctea llamada Sagitario A (Sgr A). Observando en el interior de esta gran y extensa fuente de radio, en 1974 los radioastrónomos Balick and Brown descubrieron una fuente de radio compacta y variable (menos de 1 arcosegundo de diámetro) que se parecía mucho a un quásar débil, un tipo de núcleo galáctico activo que los astrónomos normalmente encontraban cerca del límite del Universo observable. Como este nuevo objeto estaba dentro de Sgr A, lo llamaron Sagitario A\* (Sgr A\*).

Dado que los telescopios de la época no tenían suficiente resolución, y sumado al hecho de que el polvo interestelar bloquea nuestra línea de visión hacia el centro de la galaxia, la naturaleza de Sgr A siguió siendo un misterio. Unos años más tarde, las observaciones infrarrojas proporcionaron las primeras pistas de una gran concentración de masa en el centro del Vía Láctea. El análisis de la distribución de las velocidades de las nubes compactas de gas ionizado dentro de Sgr A mostró una distribución de masa que incluía una masa en forma de punto central del orden de  $10^6 M_{\odot}$  dentro de 1 pc del centro (Lacy et al., 1980). Posteriormente, las primeras observaciones mediante la técnica de interferometría de muy larga base, conocida por sus siglas en inglés como VLBI, establecieron que Sgr A\* era extremadamente compacto, menor que el tamaño de nuestro sistema solar (Lo et al.,

1985).

Sgr A se ha dividido tradicionalmente en dos regiones: *i*) una estructura en forma de cáscara asociada con una notable nube molecular cerca del CG conocida como Sgr A-Este, que probablemente sea el resto de una explosión de supernova, y *ii*) una región llamada Sgr A-Oeste, ubicada a la derecha de Sgr A y que emite radiación térmica (Lo and Claussen, 1983; Mezger et al., 1996; Muno et al., 2004). Ambas se sitúan en un cúmulo de estrellas muy cerca la una de la otra. La distancia entre estrella y estrella en esta región es 300 veces menor que la observada en la vecindad del Sol. La mayor resolución al observar Sgr A-West permite identificar una zona que llama la atención. Un cúmulo que irradia intensamente en el infrarrojo denominado IRS-16 formado por objetos brillantes cuyo tamaño y luminosidad son demasiado grandes para ser estrellas normales. Orbitando alrededor del IRS-16 se observan tres columnas gaseosas de hidrógeno ionizado que mantienen una forma similar a una espiral conocida como *minispiral*.

Hoy en día, con la ayuda de información proveniente de observaciones realizadas por rayos gamma, infrarrojos, observaciones de longitudes de onda submilimétricas, ondas de radio y rayos X de alta potencia, tenemos una imagen detallada de los múltiples componentes contenidos en la región delimitada por los parsecs mas internos en el centro Galáctico (ver Fig. 1). Estos componentes son: una fuente de radio compacta no térmica menor a 1 AU (Sgr A\*) (Bower et al., 2004; Shen et al., 2005), un grupo circundante de estrellas jóvenes, un anillo de polvo molecular, gas caliente difuso, espirales de gas ionizado (Sgr A-Oeste) y un remanente de supernova no térmica (Sgr A-Este).



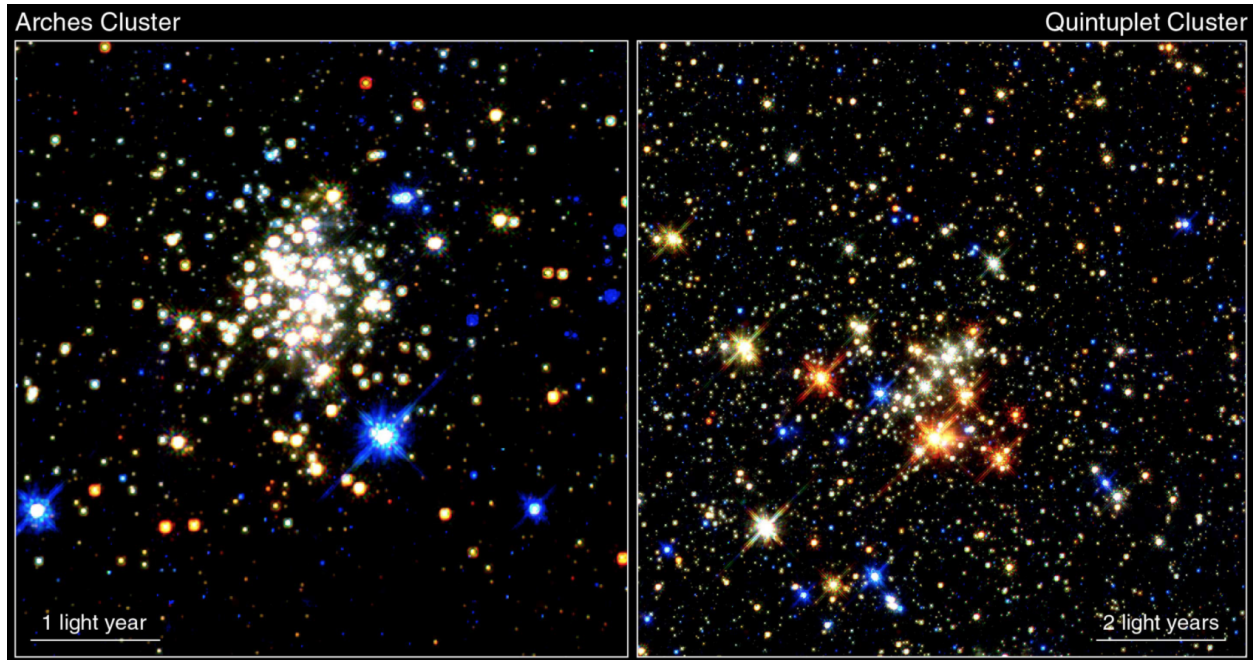
**Figura 1**

Vista de los pársecs más internos de la Vía Láctea (tomada de la Fig. 1 en Genzel et al., 2010). Las imágenes superiores son una vista a mayor escala, mientras que las imágenes inferiores son un zoom en la región central. La cruz marca la posición de la fuente de radio compacta Sgr A\*. La composición del color en las imágenes se debe a la emisión en todo el rango del espectro electromagnético (radio, rayos X, infrarrojo cercano, etc.) del centro galáctico, capturado con los grandes telescopios terrestres y el VLBI. Los paneles superior e inferior derecho describen las características interestelares clave, así como los nombres “IRS” de las estrellas.

**1.2.2. Estrellas en el centro Galáctico.** A 26.000 años luz de distancia, detrás de densas nubes opacas de gas y polvo, se encuentra el centro galáctico de la Vía Láctea. El área delimitada por los pársecs más internos del CG contiene algunas de las condiciones más favorables

para la formación de estrellas en nuestra Galaxia: alta densidad de gas molecular, un campo de mareas muy intenso, alta turbulencia y temperatura del medio interestelar, un fuerte campo magnético, radiación ultravioleta intensa y un fuerte potencial gravitacional (Portegies Zwart et al., 2002; Yusef-Zadeh et al., 2009; Crocker, 2012; Schödel et al., 2018). Posiblemente debido a estas propiedades extremas, el entorno del CG tiene una densidad de estrellas al menos 10.000 veces mayor que la del entorno del sistema solar (Morris and Serabyn, 1996).

Imágenes de alta resolución en el infrarrojo cercano han llevado al descubrimiento de una población estelar densa y variada en el corazón de la MW dentro de los 100 pc (Alexander, 2005; Nogueras-Lara et al., 2020). En esta región se destacan tres supercúmulos: Quintuplet, Arches y Central Parsec. El grupo Quintuplet recibe su nombre de cinco estrellas rojas muy brillantes, mientras que Arches es un cúmulo de estrellas densamente compacto y probablemente joven (ver Fig. 2) (Stolte et al., 2010, 2015). Además de las estrellas jóvenes en Arches y las peculiares estrellas rojas ubicadas en Quintuplet, el centro de la Galaxia tiene una gran cantidad de estrellas de tipo tardío, no tan masivas y bastante frías de tipos espectrales K y M. La mayoría de estas estrellas son gigantes, supergigantes o estrellas gigantes más evolucionadas llamadas estrellas variables AGB, OH-IR y Mira ( $\sim 3 - 100$  Myr de edad). Las estrellas jóvenes, masivas y de tipo temprano (clases espectrales O, A y B) son las estrellas más brillantes del CG. Estas estrellas tienen líneas de emisión de helio (He-I) e hidrógeno (HI) en sus espectros y se formaron hace 3-8 millones de años. (Paumard et al., 2006; Lu et al., 2013).

**Figura 2**

*Cúmulos de estrellas en el corazón del Centro Galáctico (tomado de NASA/ESA Hubble Space Telescope). El panel de la izquierda muestra el cúmulo de Arches, mientras que el panel de la derecha muestra las cinco estrellas rojas características del cúmulo de Quintillizos. La imagen fue tomada por el Telescopio Espacial Hubble de la NASA/ESA utilizando la Cámara de Infrarrojo Cercano y el Espectrómetro de Objetos Múltiples (NICMOS).*

Un poco más hacia el interior del centro Galáctico, a la escala de 1 pársec, el entorno estelar cambia debido a la influencia dinámica del objeto masivo central. Las observaciones espectroscópicas del parsec central de la Galaxia han revelado un conjunto joven de cientos de estrellas calientes de tipo temprano, incluidas estrellas *Wolf-Rayet*, estrellas de secuencia principal del tipo O y B, gigantes y supergigantes (Alexander, 2005; Löffmann et al., 2008). Una vez en  $\sim 0.05$  pc, el entorno estelar cambia nuevamente. No hay gigantes rojas o azules muy brillantes, en cambio, hay una población de estrellas azules tenues que describen órbitas muy excéntricas (Ghez

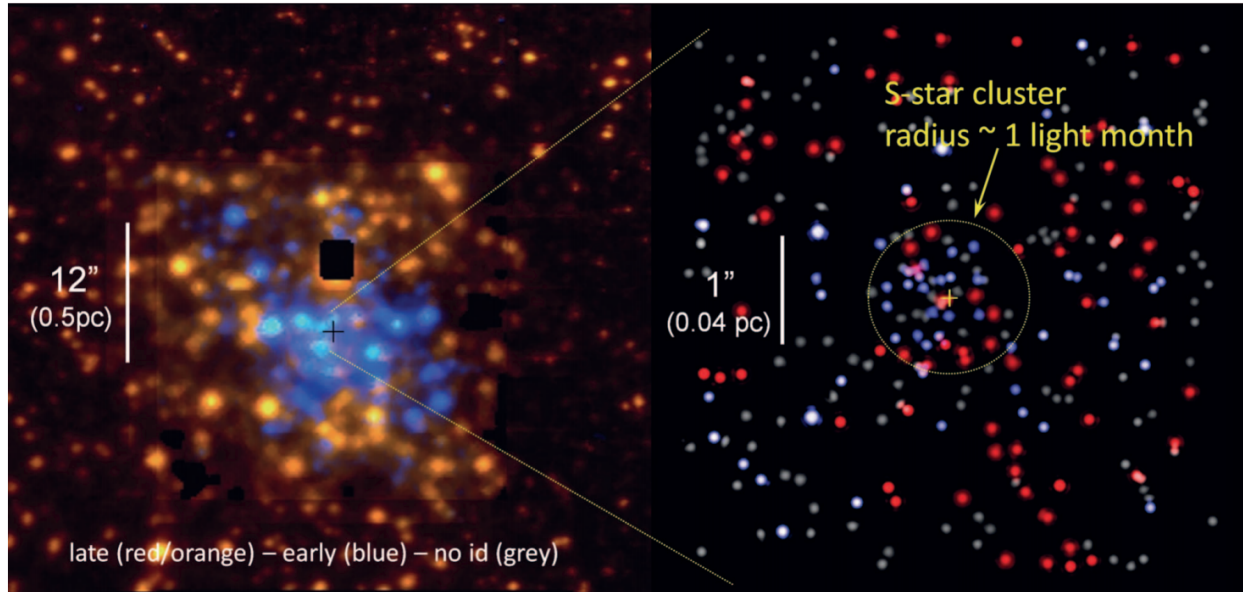
et al., 2005; Eisenhauer et al., 2005). Este cúmulo de estrellas B0 - B9 de secuencia principal se conoce como *estrellas S* (ver Fig. 3) (Eckart and Genzel, 1997; Ghez et al., 1998, 2003). Las estrellas S tienen un rango de masa de  $\sim 3$  a  $15 M_{\odot}$  y muestran una combinación desconcertante de características interesantes: (i) son muy jóvenes ( $<10$  Myr), (ii) son las más cercanas al CG ( $<0.01$  pc), y (iii) parecen tener órbitas aleatorias y no correlacionadas con la orientación de los discos estelares. (Genzel et al., 2000; Schödel et al., 2003; Eisenhauer et al., 2005; Ghez et al., 2005).

La notable concentración de estrellas S centradas en el arcosegundo alrededor de Sgr A\*, principalmente alrededor de 30 estrellas para las cuales se derivaron órbitas individuales (Gillessen et al., 2009), han proporcionado fuertes restricciones sobre la masa y el tamaño del objeto oscuro en el CG (Ghez et al., 2005). Las técnicas novedosas para obtener imágenes de infrarrojo cercano limitadas por difracción han mejorado la capacidad de rastrear los movimientos de las estrellas S durante más de dos décadas (Genzel et al., 2000; Gillessen et al., 2017). Las observaciones no solo muestran que las estrellas proyectadas muy cerca de la posición de Sgr A\* se mueven extraordinariamente rápido (más de 1500 km/s) siguiendo pequeñas trayectorias elípticas a través del cielo, sino también que su velocidad aumenta hacia las proximidades del objeto masivo (algo similar a lo que ocurre con los planetas del Sistema Solar), lo que sin duda indica que las estrellas S están respondiendo a la influencia de un intenso campo gravitacional que debe ser provocado por una masa compacta invisible (Ghez et al., 2000; Schödel et al., 2002; Ghez et al., 2003, 2005).

El miembro más importante del grupo *S* es la llamada estrella *S2*<sup>1</sup>. En el punto de máxima aproximación al CG, *S2* se encuentra a unas 17 horas luz, tres veces la distancia entre el Sol y Plutón, de modo que es una de las estrellas más cercanas a Sgr A\* (Meyer et al., 2012). Con una velocidad orbital de aproximadamente 7500 km/s en su pericentro, y una completa, elíptica y muy precisa órbita de 16 años (Gravity Collaboration, 2018), *S2* parece ser la mejor opción para descubrir la naturaleza del objeto compacto en el CG. Las observaciones de *S2* alrededor de Sgr A\* hicieron posible medir la distancia de la Tierra al centro de la Galaxia ( $\sim 8$  kpc) así como confirmar algunas predicciones de la GR sobre su órbita (un corrimiento al rojo gravitacional de hasta 200 km/s y una precesión de 12 arco-minutos) (Gravity Collaboration, 2020; Do et al., 2019; Gravity Collaboration, 2018). Además de proporcionar evidencia de la teoría de la GR, el monitoreo detallado de estrellas individuales en el centro de la Vía Láctea, especialmente de la estrella *S2*, brinda una oportunidad única para trazar el potencial gravitacional y restringir la masa de Sgr A\* con alta precisión. Hasta ahora, las mediciones han establecido que las estrellas *S* orbitan alrededor de un objeto masivo y compacto, con una masa de aproximadamente  $4 \times 10^6 M_{\odot}$  y encerradas dentro de un diámetro no mayor a  $6 \times 10^{-4}$  pc (Do et al., 2019; Gravity Collaboration, 2018; Gillessen et al., 2009).

---

<sup>1</sup> La estrella *S2* también se conoce como *S0-2*. Esta diferencia se debe a que los grupos liderados por Reinhard Genzel en Alemania (Max Planck Institute for Extraterrestrial Physics - MPE) y Andrea Ghez en los Estados Unidos (Galactic Center Group - KECK/UCLA) han utilizado una nomenclatura diferente.



**Figura 3**

*Distribución del cúmulo de estrellas S alrededor del centro Galáctico (tomada de la Fig. 8 en Genzel et al., 2010). La imagen muestra las estrellas de tipo temprano (azul) y de tipo tardío (naranja-rojo) obtenidas del espectrógrafo de campo integral de infrarrojo cercano (1,1 - 2,45  $\mu\text{m}$ ) SINFONI.*

**1.2.3. El objeto compacto central.** De manera similar a varias galaxias del universo, la Vía Láctea alberga una fuente de radio en su centro, Sgr A\*. Es la fuente de radio más potente de la región, inmersa en un cúmulo estelar y con una débil emisión de rayos X y gamma. Sgr A\* es un objeto interesante que comparte un conjunto único de características con sus contrapartes en otras galaxias: ubicación central, tamaño compacto, alta temperatura de radiación y un espectro de radio relativamente plano. A pesar de esto, su luminosidad cae cerca del extremo inferior del rango observado para fuentes de radio nucleares compactas. (Melia and Falcke, 2001; Nagar et al., 2005).

Sgr A\* es asociado con el objeto supermasivo situado en el centro, o muy cerca del centro, alrededor del cual gira toda la Galaxia. Las mediciones de interferometría usando radiotelescopios

(VLBI) muestran que esta masa oscura central se mueve a una velocidad  $< 0.4 \pm 0.9$  km/s (Reid and Brunthaler, 2004), que en comparación con las altas velocidades de las estrellas en ese entorno, lleva a la conclusión de que al menos el 10% (si no toda) de la masa oscura debe estar encerrada dentro del diámetro de Sgr A\* (Reid and Brunthaler, 2004). Determinar el tamaño de Sgr A\* es una tarea difícil, y no solo por su pequeño tamaño. El principal problema es que la dispersión de ondas de radio por electrones en el medio interestelar, entre la Tierra y el centro galáctico, borra su verdadera estructura (van Langevelde et al., 1992; Yusef-Zadeh et al., 1994; Lo et al., 1998). Este fenómeno de dispersión deforma a Sgr A\* en una elipse este-oeste, lo que dificulta el cálculo de su tamaño intrínseco. Sin embargo, el límite de observación más estricto da un diámetro intrínseco para Sgr A\* menor a 1 UA (Bower et al., 2004; Ortiz-León et al., 2016; Bower et al., 2006; Falcke et al., 2009; Doeleman et al., 2008).

El espectro de Sgr A\* también es clave para comprender su naturaleza. Este objeto compacto es detectable en todo momento, muestra solo un flujo moderado y variaciones espectrales (Zhao et al., 2001; Herrnstein et al., 2004; Miyazaki et al., 2004; Yusef-Zadeh et al., 2009; Li et al., 2009). Sgr A\* emite  $10^{36}$  erg/s casi constantemente la mayor parte del tiempo, principalmente en longitudes de onda de radio submilimétricas y milimétricas (Aitken et al., 2000; Marrone et al., 2008; Macquart and Bower, 2006; Marrone et al., 2007). Además de este componente de radio "estable", existe una emisión variable en las bandas de rayos X e infrarrojos. Por lo general, parte de esta emisión variable, principalmente en rayos X, surge en forma de llamaradas varias veces al día con una duración de  $\sim 10^2$  min (Dodds-Eden et al., 2011; Do et al., 2009). La radiación de

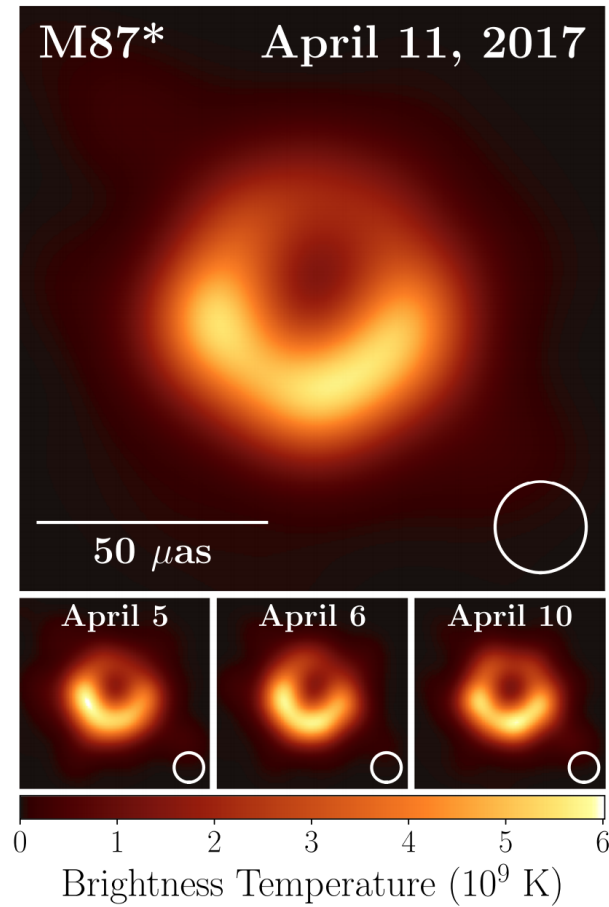
sincrotrón describe la emisión constante, mientras que se cree que la emisión variable y los destellos se originan a partir de electrones calentados transitoriamente (Yuan et al., 2004; Sabha et al., 2010).

Aunque Sgr A\* es el objeto mejor estudiado de su tipo, todavía representa un desafío para los científicos. Al comparar nuestra fuente de radio con sus contrapartes en galaxias activas, las observaciones muestran que su luminosidad es muy baja y la emisión debería ser mayor (Nagar et al., 2005; Falcke and Markoff, 2013). Esto implica que la naturaleza exacta de sus procesos de emisión, dinámica y geometría aún es bastante incierta.

### **1.3. ¿Es Sgr A\* un agujero negro masivo?**

La estructura de las galaxias es usualmente caracterizada por tener un objeto supermasivo y compacto en el centro galáctico. La observación de la rápida variabilidad temporal de la radiación emitida, junto a las altas tasas de acreción, los chorros relativistas y los sólidos argumentos teóricos, han llevado generalmente a asociar estos núcleos galácticos con los llamados agujeros negros supermasivos (SMBH por sus siglas en inglés) (Salpeter, 1964; Lynden-Bell and Rees, 1971; Ferrarese and Ford, 2005). Con la publicación de la primera imagen de un agujero negro (Black Hole – BH) (see Fig. 4), capturada en 2019 por el Event Horizon Telescope (EHT), se demostró la existencia de SMBH en el núcleo de galaxias activas (AGN por sus siglas en inglés). (Event Horizon Telescope Collaboration, 2019,?,?,?,?,?). Sin embargo, en galaxias inactivas como la Vía Láctea, la naturaleza de este objeto supermasivo central ha sido una fuente de debate continuo. La cuestión esencial es si

el centro de nuestra galaxia alberga un SMBH o algún otro tipo de objeto compacto.



**Figura 4**

*Primera imagen de un BH supermasivo (tomada de la Fig. 3 en Event Horizon Telescope Collaboration, 2019). Se muestra la estabilidad de la estructura básica de la imagen y la equivalencia entre diferentes días. Capturas realizadas por el EHT a M87 durante la campaña de 2017.*

La rutina estándar para investigar la naturaleza del objeto oscuro en los centros de las galaxias es observar la dinámica estelar y del gas. Como se mencionó anteriormente, el monitoreo durante las últimas décadas del movimiento de las estrellas S cerca del centro Galáctico ha revelado que

el potencial gravitacional en el que se mueven está dominado por una fuente masiva compacta en el centro, asociada con Sgr A\* (Gillessen et al., 2009, 2017). La dinámica de las estrellas S implica una masa para Sgr A\* de  $\approx 4.1 \times 10^6 M_{\odot}$ , tradicionalmente asociada en la literatura con un agujero negro masivo (MBH por sus siglas en ingles) (Ghez et al., 2005, 2008; Genzel et al., 2010; Gravity Collaboration, 2018). Desde el punto de vista observacional, esta inferencia sobre la naturaleza de Sgr A\* proviene principalmente de las órbitas casi keplerianas de decenas de estrellas pertenecientes al cúmulo de estrellas S (Gillessen et al., 2009, 2017), cuyos movimientos están bien descritos por las geodésicas en la geometría del espacio-tiempo de Schwarzschild.

La idea de un MBH ubicado en el CG ha logrado predecir con precisión la órbita de S2 (el miembro más importante del clúster S), su corrimiento al rojo relativista (Gravity Collaboration, 2018; Do et al., 2019), y su precesión (Gravity Collaboration, 2020). A pesar de esto, no todo son buenas noticias para el BH. Esta hipótesis es desafiada por el movimiento de G2 después del pasaje por el punto mas cercano a Sgr A\*. Las mediciones más recientes muestran que la velocidad radial de G2 es menor que la de un movimiento kepleriano alrededor de Sgr A\*, lo que no puede ser explicado por ninguna geodésica en la geometría del BH. Un intento por reconciliar el escenario del MBH ha introducido la presencia de una *fuerza de arrastre* ejercida por un flujo de acreción (Plewa et al., 2017; Gillessen et al., 2019), cuya presencia no se ha confirmado observacionalmente. Además, aunque la órbita de S2 restringe mejor la masa de Sgr A\*, su pericentro a  $\sim 1500$  radios de Schwarzschild ( $r_{\text{Sch}}$ ) de Sgr A\*, está demasiado lejos para inferir unívocamente la presencia de un MBH de  $r_{\text{Sch}} = 2GM_{\text{BH}}/c^2$ , siendo  $M_{\text{BH}}$  su masa. Sumado a lo anterior, la tesis de un BH central de

aproximadamente  $4.1 \times 10^6 M_{\odot}$  presenta algunos inconvenientes con respecto a las observaciones:

- *i)* La cantidad de gas disponible para alimentar el agujero negro implica que la emisión debería ser muchos órdenes de magnitud mayor que la observada (ver, Falcke and Markoff, 2013; Goddi et al., 2017).
- *ii)* El valor estimado de la tasa de acreción actual es aproximadamente cuatro órdenes de magnitud por debajo de la tasa de acreción promedio necesaria para hacer crecer un BH de cuatro millones de masas solares en un tiempo de Hubble. (ver, Yuan and Narayan, 2014; Narayan et al., 1998).
- *iii)* La radio-luminosidad de Sgr A\* está muy por debajo de los valores típicos observados en fuentes de radio nucleares compactas (ver, Nagar et al., 2005; Haubois et al., 2012). En comparación con los cuásares, el CG es notablemente subluminoso en al menos ocho órdenes de magnitud con respecto al límite de Eddington, y en más de cuatro órdenes de magnitud en comparación con la luminosidad estimada a partir de la tasa de acreción en el radio de Bondi (Genzel et al., 2010). Por lo tanto, el argumento estándar que reclama un MBH central basado en una producción de energía prodigiosa parece ser inaplicable en el caso de nuestro núcleo galáctico. De hecho, independientemente de la longitud de onda, el flujo desde la vecindad de Sgr A\* es bastante bajo en comparación tanto con los AGN observados como con las expectativas teóricas para la salida radiativa de un objeto compacto en acreción.
- *iv)* Falta de observaciones a distancias de escala de horizonte de eventos desde Sgr A\* que

apunten de manera sólida a una presencia central unívoca del BH (ver, Yuan and Narayan, 2014).

Hasta la fecha, la hipótesis de un MBH central ha demostrado ser coherente con algunas observaciones importantes, lo que hace que esta hipótesis sea la candidata más sólida para explicar la naturaleza del CG. Sin embargo, como se muestra arriba, todavía hay algunos aspectos desconcertantes con respecto a las propiedades físicas de Sgr A\* inferidas de las observaciones que no se pueden explicar con un MBH central. Estas debilidades generan dudas sobre la presencia de un BH masivo ubicado en el corazón de nuestra galaxia y abren la puerta a escenarios alternativos que pueden explicar mejor la naturaleza de Sgr A\*.

#### **1.4. Alternativas a la configuración de un agujero negro**

Insatisfechos con el escenario de un agujero negro masivo, algunos científicos han considerado varias alternativas a la hipótesis de un BH central. Las primeras ideas que surgieron, como los cúmulos de estrellas negras, se descartaron rápidamente debido a su escala de tiempo de evaporación rápida, lo que hizo que esta opción fuera extremadamente inviable (Maoz, 1998). Sin embargo, han aparecido escenarios un poco más exóticos a lo largo de los años, por ejemplo, Torres et al. (2000) propusieron la existencia de una *estrella de bosones* que puede alcanzar la masa estimada de Sgr A\* dependiendo de las suposiciones sobre la masa específica de partículas de bosones y sus auto-interacciones. Esta estrella es altamente relativista y no se extiende más allá de su horizonte de eventos, no posee una singularidad, un horizonte o una superficie dura. Una estrella de bosones es

inestable y puede colapsar en un agujero negro si experimenta acreción bariónica. Estos bariones acrecidos se acumularán en el interior, proporcionando una superficie que satisface los requisitos de emisión superficial (Genzel et al., 2010; Vincent et al., 2016). Otra configuración propuesta de muy alta densidad es la llamada *grava-star* (Chapline, 2005) o *estrella de energía oscura* (Mazur and Mottola, 2001). La *grava-star* presenta una transición de fase efectiva en o cerca de donde se espera que se forme el horizonte de eventos, y el interior es reemplazado por un condensado de De Sitter. Como esta configuración tiene casi el mismo tamaño que el horizonte de eventos de un BH, es o será muy difícil de verificar mediante mediciones observacionales debido a su gran corrimiento al rojo gravitacional (Abramowicz et al., 2002; Broderick and Narayan, 2006).

Una de las alternativas más viables al escenario del BH es una distribución densa de materia oscura. La posibilidad de que el objeto masivo y oscuro en el centro Galáctico pudiera estar compuesto completamente de materia oscura surgió en la década de 1990 cuando Viollier et al. (1993), propusieron una bola de fermiones pesados soportada por la presión de la degeneración. Para lograr una compacidad suficiente asumieron neutrinos masivos de  $\sim 15$  keV, que formarían la llamada *bola de Fermi*. En ese momento, se encontró que tal objeto era lo suficientemente masivo y compacto como para imitar un MBH centrado en Sgr A\* (Tsiklauri and Viollier, 1998; Bilic et al., 2002). En 2002, Munyaneza and Viollier (2002) mostraron que los datos del movimiento estelar existentes en ese momento podían ajustarse fácilmente mediante modelos de bolas de fermiones. No obstante, las observaciones posteriores de las órbitas estelares (principalmente monitoreando la órbita de S2) mostraron que los núcleos cuánticos hipotéticos compuestos de fermiones no

alcanzaron la compacidad correcta prediciendo que las estrellas se movían con velocidades más lentas a las observadas (Schödel et al., 2003; Ghez et al., 2005; Genzel et al., 2010). Esto llevó a la comunidad astronómica a descartar esta propuesta de bolas de fermiones (ver, Genzel et al., 2010).

En los últimos años se ha propuesto un nuevo modelo que describe la distribución de materia oscura en las galaxias. Este modelo conocido como *Ruffini-Argüelles-Rueda* (RAR) está basado en un sistema autogravitante de fermiones masivos a temperatura finita (Ruffini et al., 2015). En el estudio realizado por Argüelles et al. (2018) se demostró que para masas de fermiones en el rango de los keV, el modelo RAR explica el halo de DM de la Galaxia y predice la existencia de un denso núcleo cuántico en el centro. Al introducir un corte en la distribución del espacio de fase del fermión, proporcionan un mecanismo para obtener una compacidad suficiente en el núcleo cuántico como para que este pueda funcionar como una alternativa al escenario del BH central en Sgr A\*. Para una masa de fermiones en el rango de  $mc^2 = 48 - 345$  keV, la distribución del halo de DM está de acuerdo con los datos de la curva de rotación de la Vía Láctea, mientras que alberga un núcleo cuántico denso de  $\sim 4 \times 10^6 M_{\odot}$  dentro del pericentro de S2 (Argüelles et al., 2018, 2019). El punto clave del actual modelo RAR es la capacidad de predecir configuraciones de halo de DM galáctica y, al mismo tiempo, proporcionar una explicación satisfactoria del objeto oscuro y masivo en el centro galáctico sin estropear los componentes bariónicos conocidos, los cuales dominan a escalas intermedias. Por lo tanto, la distribución regular y continua de fermiones de keV puede ser una alternativa natural al escenario del agujero negro en Sgr A\*.

### 1.5. Modelo RAR

El modelo RAR se propuso para abordar el cumplimiento simultáneo del núcleo cuántico denso con la distribución del halo clásico, es decir, como una posibilidad viable para establecer un vínculo entre los núcleos oscuros centrales y los halos de DM dentro de un enfoque unificado (Ruffini et al., 2015). Las ecuaciones de equilibrio del modelo RAR consisten en las ecuaciones de Einstein en simetría esférica aplicadas al tensor de energía-momento de un fluido perfecto. La presión y la densidad vienen dadas por la estadística de Fermi-Dirac, y las relaciones de cierre están determinadas por las condiciones de equilibrio termodinámico de Klein y Tolman (Ruffini et al., 2015). La solución a este sistema de ecuaciones conduce a continuos y novedosos perfiles para halos galácticos de materia oscura, cuya morfología global depende de la masa de la partícula fermiónica. Tal morfología posee un comportamiento universal de tipo *núcleo denso- halo diluido* que se extiende desde el centro hasta el halo galáctico, el cual permite aportar soluciones a diversas tensiones que afronta el paradigma cosmológico estándar en escalas galácticas. La parte más externa de tales distribuciones permite explicar las curvas de rotación galácticas (de manera similar a como lo hacen los perfiles de materia oscura tradicionales), mientras que su morfología central está caracterizada por altas concentraciones de fermiones semi-degenerados (debido al principio de exclusión de Pauli) con importantes consecuencias astrofísicas para los núcleos galácticos. (ver Siutsou et al., 2015; Argüelles et al., 2016; Mavromatos et al., 2017, para sus aplicaciones). Perfiles similares de *núcleo-halo* con aplicaciones a DM fermiónica se obtuvieron en Bilic et al. (2002) y más recientemente en Chavanis et al. (2015) a partir de un enfoque estadístico dentro de la gravedad

newtoniana.

Lo anterior corresponde a la versión original del modelo RAR, con una familia única de soluciones del perfil de densidad que se comporta como  $\rho(r) \propto r^{-2}$  a grandes distancias radiales desde el centro. Este tratamiento fue extendido en Argüelles et al. (2018), al introducir un corte en la función de distribución del espacio de momento (es decir, teniendo en cuenta los efectos de escape de las partículas) que permite definir el borde de la galaxia (ver Sec. 3.1).

Gracias a la gran cantidad de datos observacionales de la curva de rotación (desde el bulbo interior hasta el halo exterior), nuestra Galaxia es el escenario ideal para testear el modelo RAR. El rango de los datos observacionales varía desde unos pocos pc hasta varios cientos de kpc, cubriendo varios órdenes de magnitud de extensión radial con diferentes estructuras de masa oscura y bariónica (Sofue, 2013). De acuerdo a Sofue (2013), los componentes de materia de la Galaxia se pueden dividir en 4 leyes de distribución de masa independientes, gobernadas por diferentes cinemáticas y dinámicas:

- I). Una región central ( $r \sim 10^{-4} - 2$  pc) que consiste en estrellas jóvenes y gas molecular, cuya dinámica está gobernada por un objeto oscuro y compacto centrado en Sgr A\*.
- II). Una estructura intermedia de bulbo esferoidal ( $r \sim 2 - 10^3$  pc) compuesta principalmente de estrellas más viejas, con una distribución de masa principal e interior explicada por el modelo de esferoide exponencial.

- III). Un disco plano extendido ( $r \sim 10^3 - 10^4$  pc) que incluye regiones de formación de estrellas, polvo y gas, cuya densidad de masa superficial se describe mediante una ley exponencial.
- IV). Un halo esférico ( $r \sim 10^4 - 10^5$  pc) dominado por DM, seguido de una cola de densidad decreciente más pronunciada que  $r^{-2}$ .

Teniendo en cuenta la anterior distribución de masa para la Galaxia, se aplicó con éxito el modelo RAR extendido para explicar la curva de rotación de la Vía Láctea (ver Figs. 5, 6 y 7), implicando un comportamiento más general del *núcleo denso - halo diluido* para la distribución de DM, mostrando una división de tres regímenes físicos:

- Un núcleo de DM con radio  $r_c$  (definido en el primer máximo de la curva de rotación, ver Fig. 6), cuyo valor se muestra como inversamente proporcional a la masa de la partícula  $m$ , y en el cual la densidad es casi uniforme. Este núcleo central es soportado contra la gravedad por la presión de degeneración del fermión, y los efectos relativistas generales son apreciables.
- Luego, hay una región intermedia caracterizada por una densidad muy decreciente donde las correcciones cuánticas siguen siendo importantes, seguido de una meseta extendida y diluida. Esta región se extiende hasta que se alcanza la longitud de escala del halo  $r_h$  (definida en el segundo máximo de la curva de rotación, ver Fig. 6).
- Finalmente, la densidad de DM alcanza un régimen de Boltzmann sostenido por presión térmica con efectos relativistas despreciables, y muestra un comportamiento  $\rho \propto r^{-n}$  con  $n > 2$  que es debido al corte en la distribución del espacio-fase. Esto conduce a un halo de

DM limitado en el radio (es decir,  $\rho \approx 0$  ocurre cuando la energía de escape de la partícula se acerca a cero).

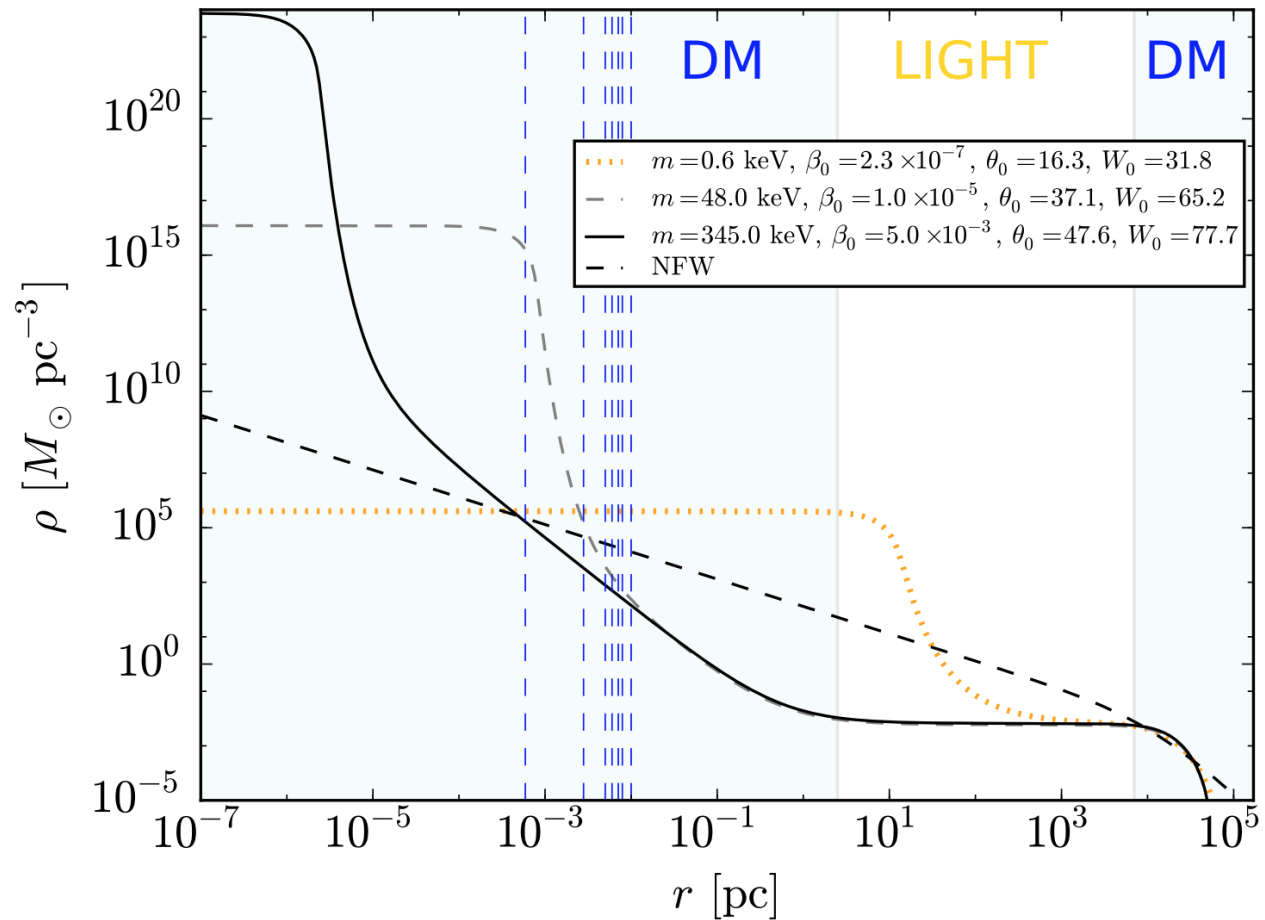
Los diferentes regímenes en los perfiles de densidad también se revelan en la curva de rotación de DM mostrando (ver Fig. 6):

- Una velocidad circular que aumenta linealmente  $v \propto r$  alcanzando un primer máximo en el radio del núcleo cuántico  $r_c$ .
- Una ley de potencia de Kepler,  $v \propto r^{-1/2}$ , con un comportamiento decreciente que representa la transición de la degeneración cuántica al régimen diluido. Luego de un mínimo, resaltando la meseta, la velocidad circular continúa con una tendencia lineal nuevamente hasta alcanzar el segundo máximo, que se adopta como la longitud de escala de un halo en el modelo fermiónico de DM.
- Un comportamiento decreciente consistente con la cola de densidad de la ley de potencias  $\rho \propto r^{-n}$  generado por la restricción de corte.

El análisis de los datos de la Galaxia permitió descartar el rango de masa del fermión a valores  $mc^2 < 10$  keV debido a que la curva de rotación correspondiente comienza a exceder la velocidad total observada en la región dominada por bariones, sumado a que para esta masa de partículas, las soluciones difieren del halo externo en su mayoría más allá de cualquier observable. Por otro lado, al enfocarse solo en el núcleo cuántico, fue posible derivar restricciones que limitan

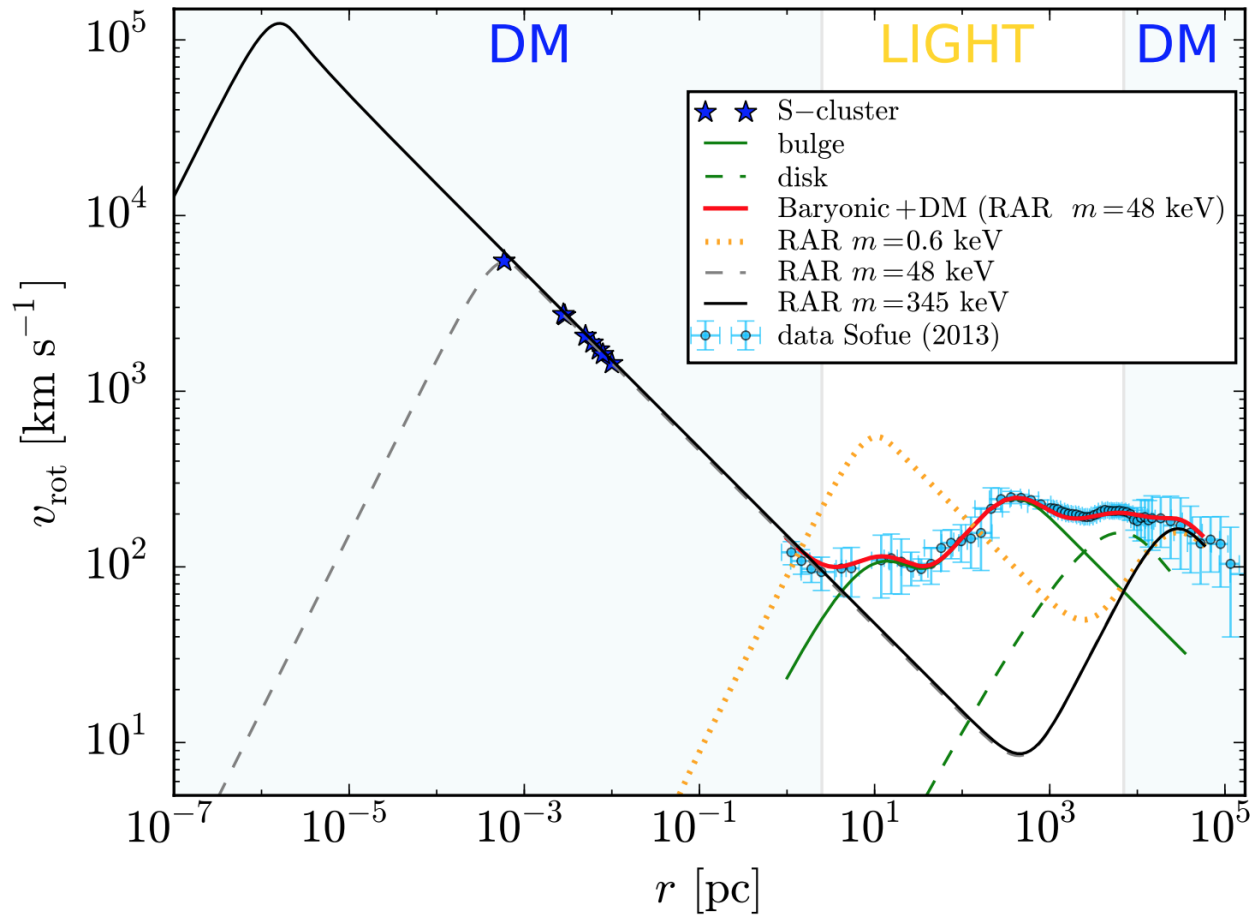
aún más la masa permitida del fermión a valores  $mc^2 \approx 48 - 345 \text{ keV}$ . El límite inferior de masa viene dado por la dinámica del cluster S. El análisis de las estrellas S realizado a través de un análisis de velocidad circular simplificado en relatividad general mostró que la masa del fermión debería ser  $mc^2 \geq 48 \text{ keV}$ . A saber, el radio del núcleo cuántico de las soluciones para  $mc^2 < 48 \text{ keV}$  son siempre mayores que el radio del pericentro de la estrella S2, es decir,  $r_c > r_{p(S2)} = 6 \times 10^{-4} \text{ pc}$ , que descarta los fermiones con masa inferior a 48 keV. El límite superior de masa,  $mc^2 = 345 \text{ keV}$ , corresponde a la última configuración estable antes de alcanzar la masa crítica para el colapso gravitacional ( $M_c^{cr} \propto m_{Planck}^3/m^2$ ) (ver, Argüelles et al., 2018; Argüelles and Ruffini, 2014; Argüelles et al., 2014).

Como se mostró explícitamente en Argüelles et al. (2019,?, 2018), este nuevo perfil de densidad *núcleo denso– halo diluido* sugiere que la materia oscura podría explicar la masa del objeto compacto en Sgr A\* así como la masa del halo. Esto aplica no solo a la Vía Láctea, sino también a otras estructuras galácticas, desde enanas y elípticas hasta cúmulos de galaxias (Argüelles et al., 2019). Específicamente, un análisis de la Vía Láctea ha demostrado que este perfil de DM puede explicar la curva de rotación del halo sin cambiar los componentes bariónicos del disco abultado (ver Figs. 5, 6 y 7), y que incluso podría describir la dinámica de las estrellas del grupo S más cercanas (incluida la S2 ) alrededor de Sgr A\* (Argüelles et al., 2018). Por lo tanto, para una masa de fermiones entre 48 - 345 keV, las soluciones RAR explican el halo de DM Galáctica y, al mismo tiempo, proporcionan una alternativa natural a el escenario central del BH.



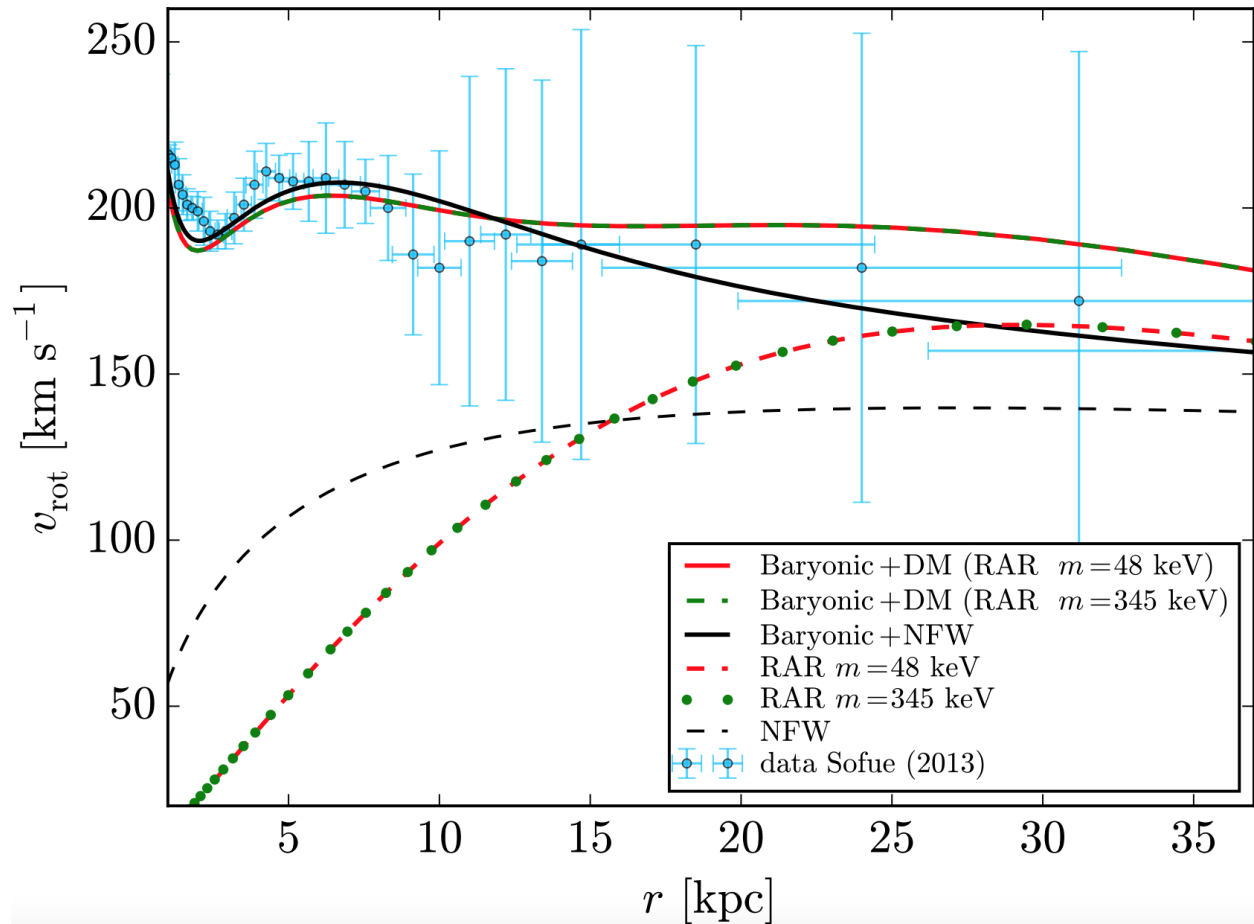
**Figura 5**

Perfiles de densidad de materia oscura en la Vía Láctea (tomada de la Fig. 3 en Argüelles et al., 2018). Perfiles teóricos de densidad, desde  $10^{-7}$  hasta  $10^5$  pc, para tres masas de fermiones representativas en la región de los keV:  $mc^2 = 0.6 \text{ keV}$  (curva amarilla punteada),  $mc^2 = 48 \text{ keV}$  (curva gris de trazos largos) y  $mc^2 = 345 \text{ keV}$  (curva negra sólida). Las líneas discontinuas azules indican la posición de las estrellas del cluster S (Gillessen et al., 2009). Con el fin de comparar se presenta el perfil de densidad de Navarro-Frenk-White (NFW) obtenido en Sofue (2013).



**Figura 6**

Curvas de rotación RAR (tomadas de la Fig. 4 en Argüelles et al., 2018). Estas soluciones RAR están de acuerdo con todos los observables de la Vía Láctea, desde  $\sim 10^{-3}$  a  $\sim 10^5$  pc. Los símbolos de estrellas representan las ocho estrellas del grupo S mejor resueltas. (Gillessen et al., 2009)



**Figura 7**

Zoom de las curvas más relevantes en la región de 1 a 35 kpc a escala lineal de la Fig. 6 (tomada de la Fig. 5 en Argüelles et al., 2018). El gráfico permite apreciar mejor la diferencia entre los diversos modelos de DM en la ventana radial donde la curva de rotación es más relevante.

## 2. Objetivos

En Sec. 1.3 se mostró que hay algunos aspectos desconcertantes con respecto a las propiedades físicas de Sgr A\* inferidas de las observaciones. En vista de lo anterior, me he sumergido en la posibilidad de una naturaleza alternativa para Sgr A\* motivado en el nuevo modelo de materia oscura introducido por Ruffini et al. (2015), y mejorado por Argüelles et al. (2018) al introducir un límite en el espacio de energía de las partículas. El modelo RAR proporciona distribuciones novedosas de materia oscura, incluido un núcleo denso y compacto en el centro galáctico rodeado por un halo diluido, que ya se ha demostrado explica las curvas de rotación del halo exterior de la Vía Láctea Argüelles et al. (2018). Además, también puede predecir correctamente las propiedades de otros tipos de galaxias que van desde enanas a grandes elípticas y cúmulos de galaxias Argüelles et al. (2019). Sin embargo, a pesar de la exitosa predicción de la curva de rotación observada en la MW por el modelo RAR, todavía hay una tarea crucial pendiente con respecto a la dinámica observada de los objetos estelares alrededor del centro Galáctico. Por esta razón, este trabajo de investigación se centra en responder la siguiente pregunta:

*¿Puede el potencial gravitacional generado por el novedoso y denso núcleo cuántico ubicado en el centro del halo de DM ser responsable de la dinámica observada de las estrellas circundantes a Sgr A\* sin la necesidad de introducir un MBH central?*

Con el objetivo de dar respuesta a este interrogante, se propone un análisis detallado del movimiento geodésico de los objetos más relevantes del cluster S alrededor del denso núcleo cuántico, de modo que sea posible comparar las predicciones del perfil de DM con los datos observacionales de las estrellas más cercanas a Sgr A\*. Para enfrentar este enorme desafío, el primer paso es demostrar que la distribución de densidad de DM *núcleo denso- halo diluido* de un sistema fermiónico relativista, siguiendo el modelo extendido de Ruffini-Argüelles-Rueda, explica:

- Todos los datos disponibles (dependientes del tiempo) de la posición (órbita) y la velocidad radial en la línea de visión (función de desplazamiento al rojo) de S2 (la estrella más importante del grupo S), sin la necesidad de invocar un BH masivo.
- La combinación del corrimiento al rojo relativista (especial y general) medido para S2.
- La precesión relativista del periapsis de S2.

A pesar de que G2 no hace parte del cluster S, es junto con S2, uno de los objetos más interesantes que se mueve cerca y alrededor de Sgr A\*. Por lo tanto, el siguiente paso es predecir:

- La dinámica (órbita y velocidad radial) de G2 al ajustar con precisión los datos observacionales disponibles más actuales.
- La desaceleración del pasaje pospericentro de G2 sin introducir una fuerza de arrastre u otros agentes externos, es decir, como un efecto que surge de forma natural.

Finalmente, es claro que la siguiente etapa es dar un gran salto hacia adelante, profundizar y expandir este estudio. Para esto, es necesario ir un paso más allá y extender el análisis propuesto para S2 y G2 a los datos astrométricos de las estrellas del cluster S mejor resueltas, de manera que los resultados confirmen y fortalezcan la naturaleza alternativa de Sgr A\* como un núcleo denso de DM.

Con el propósito de comparar y contrastar las hipótesis de un MBH y un núcleo denso de DM en el mismo terreno, el análisis y tratamiento realizado en el modelo RAR, también se aplican al caso de un BH masivo de Schwarzschild central de aproximadamente  $4 \times 10^6 M_{\odot}$ .

Para la primera parte de este trabajo, se emplearán los datos más completos de la órbita de S2 durante los últimos 26 años (Gillessen et al., 2017; Gravity Collaboration, 2018), incluidos los datos recientemente publicados por Do et al. (2019), y los 4 años de datos del movimiento de G2 después de su paso por el pericentro (Gillessen et al., 2019). En la parte final, se usarán los datos disponibles actuales para las estrellas S mejor resueltas publicados por Gillessen et al. (2009, 2017).

### 3. Modelo RAR extendido

#### 3.1. Ecuaciones del modelo RAR

El modelo RAR extendido concibe la materia oscura en las galaxias como un sistema autogravitante de fermiones masivos, dominado por la relatividad general, en equilibrio hidrostático y termodinámico. Siguiendo a Argüelles et al. (2018), se resuelven las ecuaciones de *Tolman-Oppenheimer-Volkoff* (TOV) usando una ecuación de estado (EOS) que tiene en cuenta: (i) los efectos relativistas de los constituyentes fermiónicos, (ii) los efectos de la temperatura finita y (iii) los efectos de escape de las partículas con gran cantidad de movimiento ( $p$ ) a través de un punto de corte en la distribución de *Fermi-Dirac*  $f_c$ ,

$$f_c(\varepsilon \leq \varepsilon_c) = \frac{1 - e^{(\varepsilon - \varepsilon_c)/k_B T}}{e^{(\varepsilon - \mu)/k_B T} + 1}, \quad f_c(\varepsilon > \varepsilon_c) = 0, \quad (1)$$

la cual difiere de la versión original del modelo RAR (ver Sec. 1.5) solo en la condición (iii). En esta ecuación  $\varepsilon = \sqrt{c^2 p^2 + m^2 c^4} - mc^2$  es la energía cinética de la partícula,  $\varepsilon_c$  es la energía de corte de la partícula,  $\mu$  es el potencial químico del cual se resta la energía en reposo de la partícula,  $T$  es la temperatura,  $k_B$  es la constante de *Boltzmann*,  $c$  es la velocidad de la luz y  $m$  es la masa del fermión. Es importante resaltar que la distribución cuántica del espacio de fase (Ec. 1) se puede obtener a partir de un principio de producción de máxima entropía (Chavanis, 1998). De hecho, se ha demostrado que existe una solución estacionaria de una ecuación de *Fokker-Planck* generalizada

para fermiones que incluye la física de evaporación y relajación violenta, apropiada dentro de las etapas no lineales de formación de estructuras de halo de DM galáctica (Chavanis, 1998).

El conjunto completo de parámetros adimensionales del modelo está definido por

$$\beta = k_B T / (mc^2), \quad \theta = \mu / (k_B T), \quad W = \varepsilon_c / (k_B T), \quad (2)$$

siendo  $\beta$ ,  $\theta$  y  $W$  los parámetros de temperatura, degeneración y corte, respectivamente. Aquí descartamos la presencia de anti-fermiones, es decir, solo se consideran las temperaturas con valores  $T \lll mc^2/k_B$ .

El gas fermiónico está representado por el tensor de energía-momentum de un fluido perfecto,

$$T^{\alpha\nu} = \text{diag} [c^2 \rho(r), P(r), P(r), P(r)], \quad (3)$$

cuya densidad y presión están asociadas con la función de distribución  $f_c$ ,

$$\rho = m \frac{2}{h^3} \int_0^{\varepsilon_c} f_c(p) \left( 1 + \frac{\varepsilon(p)}{mc^2} \right) d^3 p, \quad (4)$$

$$P = \frac{1}{3} \frac{4}{h^3} \int_0^{\varepsilon_c} f_c(p) \varepsilon \frac{1 + \varepsilon(p)/2mc^2}{1 + \varepsilon(p)/mc^2} d^3 p, \quad (5)$$

donde la integración se lleva a cabo sobre el espacio de momentum delimitado desde la parte

superior por  $\varepsilon \leq \varepsilon_c$ .

El sistema se considera esféricamente simétrico, por lo que se adopta una métrica de fondo dada por

$$ds^2 = g_{00}(r)dt^2 - g_{11}(r)dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (6)$$

donde  $(r, \theta, \phi)$  son las coordenadas esféricas. Usando  $g_{00}(r) = e^{\nu(r)}$ , las condiciones de equilibrio termodinámico de Tolman (1930) y Klein (1949), así como la condición de corte (Merafina and Ruffini, 1989) obtenida a partir de la conservación de energía a lo largo de una geodésica, se pueden escribir como

$$e^{\nu/2}T = \text{constant}, \quad (7)$$

$$e^{\nu/2}(\mu + mc^2) = \text{constant}, \quad (8)$$

$$e^{\nu/2}(\varepsilon + mc^2) = \text{constant} \quad (9)$$

La condición de energía de escape (Ec. 9) conduce a la fórmula de corte

$$(1 + W\beta) = e^{(\nu_b - \nu)/2}, \quad (10)$$

siendo  $\nu_b \equiv \nu(r_b)$  la función métrica evaluada en el límite de la configuración, es decir,  $W(r_b) = \varepsilon_c(r_b) = 0$  (Merafina and Ruffini, 1989), y  $r_b$  es el radio límite. Esta ecuación de corte se reduce a la condición de velocidad de escape  $v_e^2 = -2\Phi$  en el límite clásico  $c \rightarrow \infty$  ( $e^{\nu/2} \approx 1 + \Phi/c^2$ ) (King,

1966), donde  $V = m\Phi$ , con  $\Phi$  siendo el potencial gravitacional newtoniano, el cual permite elegir  $V(r_b) = 0$ .

Las ecuaciones de *Einstein* junto con las condiciones dadas por las expresiones (7)–(10), forman un sistema acoplado de ecuaciones integro-diferenciales ordinarias no lineales

$$\frac{d\hat{M}}{d\hat{r}} = 4\pi\hat{r}^2\hat{\rho}, \quad (11)$$

$$\frac{dv}{d\hat{r}} = \frac{2(\hat{M} + 4\pi\hat{P}\hat{r}^3)}{\hat{r}^2(1 - 2\hat{M}/\hat{r})}, \quad (12)$$

$$\frac{d\theta}{d\hat{r}} = -\frac{1 - \beta_0(\theta - \theta_0)}{\beta_0} \frac{\hat{M} + 4\pi\hat{P}\hat{r}^3}{\hat{r}^2(1 - 2\hat{M}/\hat{r})}, \quad (13)$$

$$\beta(\hat{r}) = \beta_0 e^{\frac{v_0 - v(\hat{r})}{2}}, \quad (14)$$

$$W(\hat{r}) = W_0 + \theta(\hat{r}) - \theta_0, \quad (15)$$

donde el subíndice ‘0’ representa la variable evaluada en  $r = 0$ . Además, se ha introducido las siguientes cantidades adimensionales:

$$\hat{r} = \frac{r}{\chi}, \quad \hat{M} = \frac{GM}{c^2\chi}, \quad \hat{\rho} = \frac{G\chi^2\rho}{c^2}, \quad \hat{P} = \frac{G\chi^2P}{c^4},$$

con  $\chi = 2\pi^{3/2}(\hbar/mc)(m_{\text{Pl}}/m)$ , siendo  $m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/G}$  la masa de *Planck*. Las Ecs. (11) y (12) corresponden a las ecuaciones relevantes de *Einstein*, mientras que la Ec. (13) es una combinación conveniente de las relaciones de *Tolman* y *Klein* para el gradiente de  $\theta = \mu/(k_B T)$ , y la Ec. (15) es una combinación directa de las condiciones de *Klein* y de energía de corte. Note que en el límite

cuando  $W \rightarrow \infty$  (sin escape de partículas:  $\varepsilon_c \rightarrow \infty$ ) el sistema de ecuaciones anterior se reduce a las ecuaciones obtenidas en el modelo RAR original (ver Ruffini et al., 2015).

### 3.2. Condiciones iniciales y aplicación a la Vía Láctea

El sistema de ecuaciones (11)–(15) se resuelve con las condiciones de contorno adecuadas (para diferentes masas de partículas de materia oscura  $m$ ) en el centro,

$$M(0) = 0, \quad \theta(0) = \theta_0, \quad \beta(0) = \beta_0, \quad v(0) = 0, \quad W(0) = W_0,$$

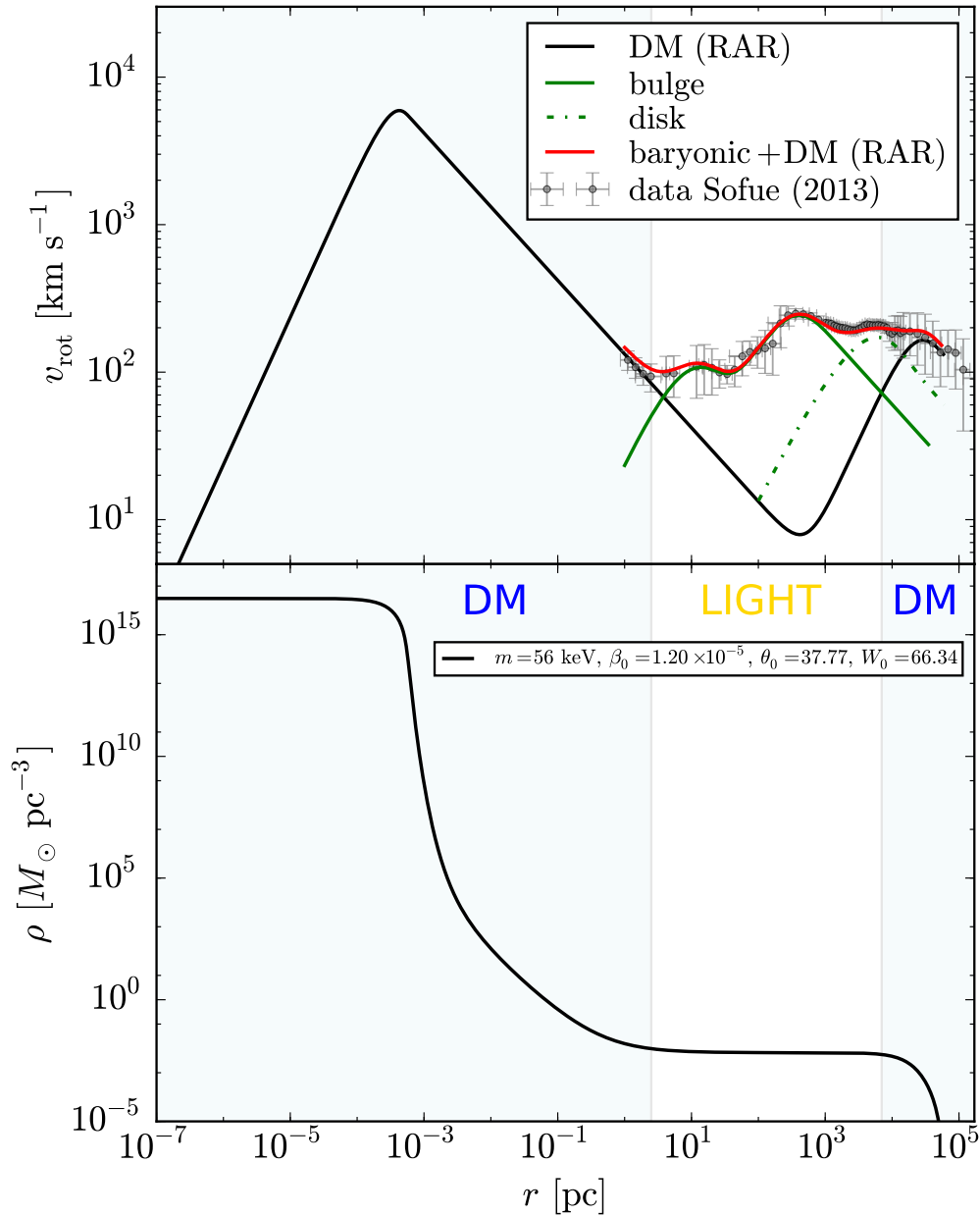
con el fin encontrar una solución consistente con los observables del halo de DM de una galaxia dada. Las ecuaciones del modelo RAR se resuelven para valores positivos del parámetro de degeneración central (es decir,  $\theta_0 > 10$ ) con el propósito de garantizar que el principio de *Pauli* se cumpla dentro del núcleo central, como se demostró en Ruffini et al. (2015) y Argüelles et al. (2018). Esta propiedad trae como consecuencia perfiles de DM que desarrollan una morfología del tipo *núcleo denso– halo diluido*, donde el núcleo central está gobernado por la presión de degeneración de *Fermi*, mientras que el halo externo se mantiene contra la gravedad por presión térmica (similar a los perfiles *Burkert* o *King*, como se muestra en Argüelles et al. (2018, 2019). El modelo RAR extendido es el más general de su tipo porque no funciona bajo la aproximación de degeneración completa de *Fermi* como en Randall et al. (2017), ni en el régimen diluido de *Fermi* (de Vega et al., 2014).

Como se ha mencionado anteriormente, el caso de la Vía Láctea se analizó recientemente en Argüelles et al. (2018). Acá se adopta un problema con condiciones de contorno similar al que se resolvió en Argüelles et al. (2018), con la única diferencia de que ahora permitimos que el denso núcleo de materia oscura  $M_c$  varíe hasta que el  $\chi^2$  promedio del ajuste de los datos de S2 alcance el mínimo (ver Sec. 4.1), es decir, se considera

- I). Una masa del halo de DM con valores inferidos observacionalmente en dos ubicaciones radiales diferentes en la Galaxia: (i) una masa del halo de materia oscura  $M(r = 40 \text{ kpc}) = 2 \times 10^{11} M_\odot$ , consistente con la dinámica del halo exterior (ver Gibbons et al., 2014), y (ii) una masa  $M(r = 12 \text{ kpc}) = 5 \times 10^{10} M_\odot$ , de forma similar a como se restringió en Sofue (2013).
- II). Un denso núcleo cuántico de DM con una masa  $M(r = r_c) \equiv M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ , donde  $r_c$  es inferior al pericentro de la estrella S2, y que resulta en  $r_c \approx 0.4 \text{ mpc}$  para los parámetros libres del modelo RAR dados en la Fig. 8.

Mientras que la condición de halo (i) sigue exactamente el método que se utilizó en Argüelles et al. (2018), la condición (ii) requiere explícitamente que el núcleo cuántico de DM sustituya al escenario del BH masivo a la vez que minimiza el promedio del  $\chi^2$  reducido para el ajuste de los datos de S2 (ver Sec. 4.1.3). Por lo tanto, para una masa de partícula dada de  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , tenemos tres condiciones de frontera para tres parámetros libres del modelo RAR ( $\beta_0$ ,  $\theta_0$ , and  $W_0$ ).

La Fig. 8 muestra el perfil de densidad de materia oscura (desde  $10^{-7}$  hasta  $10^5$  pc) y su contribución a la curva de rotación de la Vía Láctea para fermiones de DM con masa de 56 keV. Se puede ver directamente que la distribución del halo de DM, predicho por modelo RAR, esta de acuerdo con los datos observacionales de la MW en la región  $r \sim 10^{-1} - 10^5$  pc, donde los datos de la curva de rotación están disponibles. Este resultado confirma una vez mas que los sistemas ligados gravitacionalmente, y basados en distribuciones fermiónicas con espacio de fase que incluyen efectos de velocidad de escape y degeneración central, pueden explicar el contenido de DM en la Galaxia. Además, para el caso de 56 keV, se obtiene un denso núcleo cuántico central de DM confinado en una región menor al pericentro de S2 (es decir,  $r_c \approx 0.4 < r_{p(S2)} \approx 0.6$  mpc), el cual se presenta como una posible alternativa natural al BH central. El estudio de las estrellas S en Argüelles et al. (2018) fue llevado a cabo mediante un análisis de velocidad circular simplificado en relatividad general, restringiendo la masa permitida del fermión a  $mc^2 \approx 48 - 345$  keV. En este trabajo se extiende ese análisis haciendo una reconstrucción completa de la geodésica del objeto (estrella) bajo la teoría de la relatividad general para una masa del fermión de 56 keV, y se aplica a S2 y G2 (ver Cap. 4) así como a las 17 estrellas S más relevantes alrededor de Sgr A\* (ver Cap. 6).

**Figura 8**

Curva de rotación de la Vía Láctea y perfil de densidad de DM del modelo RAR extendido con una masa de núcleo de  $M_c = M(r_c) = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ . Arriba: Contribución de DM (negro) y bariónica (abultamiento + disco) a la curva de rotación  $v_{\text{rot}}$  (total en rojo). Abajo: perfil de densidad de DM. El modelo bariónico y los datos son tomados de Sofue (2013). Los parámetros del modelo RAR extendido en este caso son: la masa del fermión  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , el parámetro de temperatura  $\beta_0 = 1.1977 \times 10^{-5}$ , el parámetro de degeneración  $\theta_0 = 37.7656$  y el parámetro de corte de energía  $W_0 = 66.3407$ . Para el ajuste del modelo RAR de la Vía Láctea, se siguió a Argüelles et al. (2018).

## 4. Materia oscura y la dinámica de S2 y G2

### 4.1. Dinámica de las órbitas estelares

Esta sección se enfoca en sentar las bases teóricas que permitirán calcular la dinámica de los objetos estelares alrededor del centro Galáctico. Primero se brinda una breve descripción de los parámetros que facilitan trazar el movimiento orbital de una estrella. Posteriormente, se derivan las ecuaciones teóricas que están asociadas con la variación en el tiempo de la órbita y la velocidad radial de un objeto sobre el plano de observación en el cielo, cantidades que pueden medirse con alta precisión a través de potentes telescopios. Finalmente proponemos una estrategia numérica para obtener los valores de los parámetros orbitales que mejor ajustan los datos observacionales.

**4.1.1. Parámetros orbitales.** A partir de las observaciones, la trayectoria de un cuerpo estelar ha de ser determinada. En particular, las medidas astrométricas (Ascensión Recta (RA) y Declinación (Dec)) permiten calcular los elementos orbitales, un conjunto de parámetros que describen e identifican de manera única una órbita específica (tamaño, forma, orientación, etc.). Si el cuerpo se mueve trazando una trayectoria elíptica, como es el caso de los objetos que orbitan alrededor de centro Galáctico, entonces seis parámetros  $a$ ,  $e$ ,  $i$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $t_p$ , o cualquier conjunto equivalente de seis parámetros, son necesarios y suficientes para describir su órbita en tres dimensiones. En la Tabla 2 se presenta una breve descripción de cada uno de estos seis elementos orbitales.

**Tabla 2**

*Descripción de los parámetros orbitales necesarios para especificar una órbita elíptica en 3D.*

Parámetro	Definición
$a \rightarrow$ Semieje mayor	El semieje mayor es el semidiámetro más largo de una elipse, habitualmente expresado en arcosegundos.
$e \rightarrow$ Excentricidad	La excentricidad es una medida que determina el grado de desviación de una órbita con respecto a una trayectoria circular. Una órbita perfectamente circular tiene $e = 0$ ; los valores más altos indican órbitas más elípticas.
$i \rightarrow$ Inclinação	La inclinación es el ángulo entre el plano de la órbita del objeto y el plano del cielo. Se encuentra en el rango $0^\circ \leq i < 180^\circ$ . Una inclinación superior a $90^\circ$ implica que la órbita es retrógrada.
$\Omega \rightarrow$ Ángulo del nodo ascendente	La ascensión recta del nodo ascendente define la fase angular relativa entre el plano orbital y el equinoccio, es decir, es el ángulo de posición del nodo ascendente. Va desde $0^\circ$ a $360^\circ$ .
$\omega \rightarrow$ Argumento del perihelio	El elemento $\omega$ es el ángulo entre las direcciones del nodo ascendente y el pericentro, medido a lo largo del plano orbital desde el nodo ascendente (o el primer nodo, si, como suele ser el caso, el tipo de nodo es desconocido). Va desde $0^\circ$ a $360^\circ$ .
$t_p \rightarrow$ Tiempo de paso del pericentro	La época del paso del pericentro es el tiempo durante el cual el objeto estelar pasa por el punto de aproximación más cercana al foco de la elipse. En nuestro caso, el foco ha sido el centro Galáctico (Sgr A*).

**Nota:** Se remite a la Fig. 28 del Apéndice 2 para una representación gráfica de elementos orbitales.

Si la trayectoria dibujada por el cuerpo es una elipse perfecta, los parámetros orbitales se consideran constantes. Sin embargo, cuando se tienen en cuenta pequeñas perturbaciones, la

órbita es aproximadamente una elipse. De hecho, las perturbaciones hacen que los parámetros que antes eran constantes varíen ligeramente, y la órbita perturbada instantánea es llamada una elipse osculante. En otras palabras, la elipse osculante es esa órbita elíptica que asumiría el cuerpo si todas las fuerzas perturbadoras se apagarán repentinamente. Estas perturbaciones pueden ser periódicas o seculares. Por ejemplo, los elementos como  $a$ ,  $e$  o  $i$  pueden variar de forma periódica, mientras que los parámetros  $\Omega$  y  $\omega$  puede tener cambios seculares, es decir, la línea de nodos y la línea de ápsides pueden precesar monótonamente; pueden avanzar o retroceder.

Es importante mencionar que los tres ángulos,  $i$ ,  $\Omega$  y  $\omega$  siempre deben referirse al equinoccio y al ecuador de una época determinada. Por ejemplo, en la actualidad suelen referirse a la época J2000 (fecha juliana).

**4.1.2. Ecuaciones teóricas de la órbita real y aparente.** Las ecuaciones de movimiento de una partícula de prueba en la métrica esféricamente simétrica dada por la Ec. (6), asumiendo sin pérdida de generalidad  $\theta = \pi/2$ , son (ver Apéndice 1)

$$\dot{t} = \frac{E}{g_{00}(r)}, \quad (16)$$

$$\ddot{r} = \frac{1}{2 g_{11}(r)} \left[ -\frac{dg_{00}(r)}{dr} \dot{t}^2 - \frac{dg_{11}(r)}{dr} \dot{r}^2 + 2 r \dot{\phi}^2 \right], \quad (17)$$

$$\dot{\phi} = \frac{L}{r^2}, \quad (18)$$

donde  $E$  y  $L$  son la energía conservada y el momento angular de la partícula por unidad de masa, por lo que  $E$  es adimensional y  $L$  tiene unidades de masa, y el punto (  $\dot{\phantom{x}}$  ) representa la derivada con respecto al tiempo propio,  $\tau$ .

En términos de las coordenadas cartesianas, las componentes de posición y velocidad de la órbita real se denotan como  $(x, y, z)$  y  $(v_x, v_y, v_z)$ . En nuestro caso,  $\theta = \pi/2$ , estas se obtienen usando la transformación de coordenadas esféricas de Schwarzschild a coordenadas cartesianas:

$$x = r \cos \phi, \quad (19)$$

$$y = r \sin \phi, \quad (20)$$

$$z = 0, \quad (21)$$

y las tri-velocidades correspondientes son

$$v_x = v_r \cos \phi - r v_\phi \sin \phi, \quad (22)$$

$$v_y = v_r \sin \phi + r v_\phi \cos \phi, \quad (23)$$

$$v_z = 0, \quad (24)$$

con  $v_r \equiv u^r/u^0 = dr/dt$  y  $v_\phi \equiv u^\phi/u^0 = d\phi/dt$ , donde  $u^\mu = dx^\mu/d\tau$  es la cuadri-velocidad de la partícula.

La solución de las ecuaciones (16)–(18) permite trazar la órbita real de la estrella, sin embargo, para compararla con los datos observacionales, es necesario determinar la órbita aparente en el plano del cielo. Es decir, se tiene que proyectar la órbita real sobre el plano de observación, como se muestra en la Fig. 28 (ver Apéndice 2). En el plano del cielo, el cual se encuentra perpendicular a la línea de visión del observador, la estrella describe una órbita con posiciones cartesianas  $X_{\text{obs}}$  y  $Y_{\text{obs}}$ , definidas por las posiciones angulares observadas, es decir, la Declinación  $\delta$  y la Ascensión Recta  $\alpha$  (ver Ghez et al., 2008; Chu et al., 2018; Do et al., 2019):

$$X_{\text{obs}} = D_{\odot}(\alpha - \alpha_{\text{Sgr A}^*}), \quad (25)$$

$$Y_{\text{obs}} = D_{\odot}(\delta - \delta_{\text{Sgr A}^*}),$$

centrando el sistema de coordenadas en Sgr A\*. Donde  $D_{\odot}$  es la distancia al centro Galáctico, y cuyo valor es aproximadamente 8 kpc (ver Gravity Collaboration, 2018; Do et al., 2019).

Introduciendo la misma notación que en Do et al. (2019) para las constantes clásicas *Thiele-Innes*, esto es,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $F$ ,  $G$ , y  $H$ . La órbita teórica aparente (es decir, la posición en las coordenadas  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$ ) puede obtenerse de las posiciones de la órbita real  $x$  y  $y$  por medio de (ver Apéndice 2)

$$X = xB + yG, \quad (26)$$

$$Y = xA + yF, \quad (27)$$

$$Z = xC + yH, \quad (28)$$

y los componentes correspondientes de la velocidad aparente son

$$V_X = \frac{dX}{dt} = v_x B + v_y G, \quad (29)$$

$$V_Y = \frac{dY}{dt} = v_x A + v_y F, \quad (30)$$

$$V_Z = \frac{dZ}{dt} = v_x C + v_y H, \quad (31)$$

siendo

$$A = \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i, \quad (32)$$

$$B = \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i, \quad (33)$$

$$C = \sin \omega \sin i, \quad (34)$$

$$F = -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i, \quad (35)$$

$$G = -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i, \quad (36)$$

$$H = \cos \omega \sin i, \quad (37)$$

donde  $\omega$ ,  $i$  y  $\Omega$  son los elementos orbitales *osculantes*. Estos parámetros orbitales están estrictamente definidos (constantes fijas) solo para una órbita elíptica kepleriana (newtoniana). En este caso, la posición radial viene dada simplemente por

$$r = a(1 - e \cos E),$$

siendo  $E$  su anomalía excéntrica. Este último está relacionado con la anomalía verdadera, que es el ángulo azimutal  $\phi$ , por

$$\cos \phi = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}.$$

En este caso, las ecuaciones (26)–(28) y (29)–(31) reducen a las ecuaciones (S8)–(S10) de Do et al. (2019). Sin embargo, en el caso donde se consideran los efectos de la relatividad general, no es posible (en general) determinar una forma cerrada en la que una función analítica  $r(\phi)$  describe la órbita. Para el caso más simple de una partícula de prueba que se mueve alrededor de un agujero negro de *Schwarzschild*,  $r(\phi)$  se puede escribir en términos de funciones elípticas de *Jacobi*. En el modelo RAR, se obtiene  $r(\tau)$  y  $\phi(\tau)$ , o por motivo de comparación con las observaciones,  $r(t)$  y  $\phi(t)$ , por integración numérica de las ecuaciones de movimiento (EOM), Ecs. (16)–(18). Claramente, una vez determinadas las funciones  $r$  y  $\phi$  se puede obtener  $r(\phi)$  numéricamente.

**4.1.3. Ajuste de los datos observacionales.** Para el ajuste de las posiciones observadas, Do et al. (2019) introducen compensaciones variables en el tiempo sobre la posición del centro de masa gravitacional con respecto al centro del marco de referencia, adoptando una deriva lineal. No obstante, para el propósito de este trabajo, es suficiente introducir las compensaciones constantes  $X_0$  y  $Y_0$ , de modo que:

$$X_{\text{obs}}(t_{\text{obs}}) = X[r(t), \phi(t); \omega, i, \Omega] + X_0, \quad (38)$$

$$Y_{\text{obs}}(t_{\text{obs}}) = Y[r(t), \phi(t); \omega, i, \Omega] + Y_0, \quad (39)$$

donde  $X$  y  $Y$  están dadas por las ecuaciones (26) y (27), siendo  $t_{\text{obs}}$  el tiempo medido por el observador, y  $t = t_{\text{em}}$  el tiempo de emisión.

En general,  $t_{\text{obs}}$  y  $t$  no son iguales: existe un retraso de tiempo en las observaciones debido a los efectos de propagación de la luz a lo largo de la línea de visión. Una causa obvia del retraso temporal es el hecho de que la velocidad de la luz es finita. A lo largo de la línea de visión (es decir, la dirección  $Z$ ), este efecto es llamado *Rømer delay* (ver Do et al., 2019):

$$t_{\text{obs}} = t_{\text{em}} + \frac{Z(t_{\text{em}})}{c}, \quad (40)$$

donde  $Z$  esta dada por la Ec. (28). La ecuación (40) es una ecuación implícita no lineal para  $t_{\text{em}}$ , pero se puede invertir a primer orden como (ver Do et al., 2019):

$$t_{\text{em}} \approx t_{\text{obs}} - \frac{Z(t_{\text{obs}})}{c}. \quad (41)$$

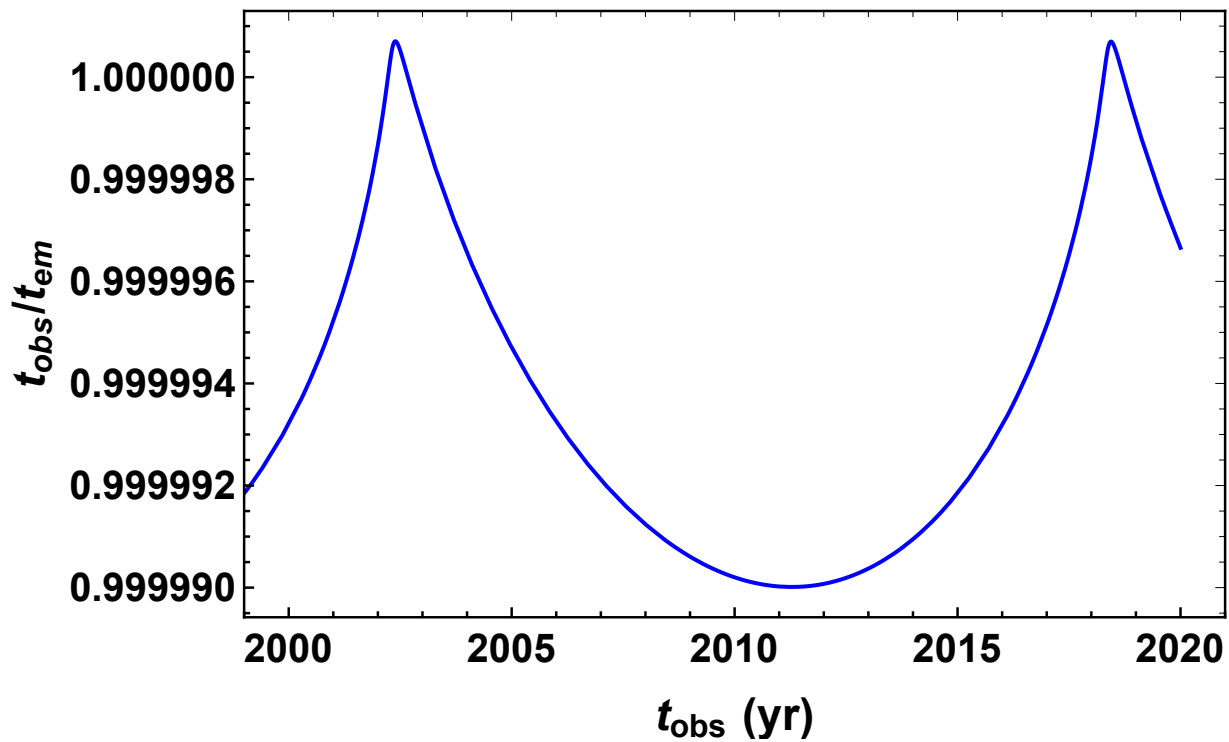
En este procedimiento de ajuste, se desprecia cualquier tiempo de retardo en los fotones, por lo que se adopta:

$$t_{\text{em}} = t_{\text{obs}}, \quad (42)$$

lo cual es suficientemente exacto para los propósitos del presente trabajo. De hecho, los parámetros del modelo que se han inferido de S2 en el caso de un BH de Schwarzschild (ver Tabla 3), son similares a los presentados previamente en la literatura, ver, por ejemplo, Gravity Collaboration

(2018) y Do et al. (2019) para comparar. De hecho, como se muestra en la Fig. 9,  $t_{\text{obs}} \approx t_{\text{em}}$  con alta precisión ( $\approx 0.001\%$  de error). La estimación que se muestra en la Fig. 9 concuerda con la de Do et al. (2019), quien mencionó que este retraso modula el tiempo de propagación de la luz por  $\Delta t = t_{\text{obs}} - t_{\text{em}} \approx -0.5$  días en el pericentro y  $\Delta t \approx 7.5$  días en el apocentro.

La suposición de que el centro de masa y el centro del marco del observador tienen movimiento relativo cero, introduce solo una diferencia de orden  $v_{z0}/v_Z \sim 0.1\%$  en la velocidad radial, siendo  $z$  la función de desplazamiento al rojo (ver Sec. 5.1 para más detalles).



**Figura 9**

Relación  $t_{\text{obs}}/t_{\text{em}}$  dada por la Ec. (41), calculando  $Z(t_{\text{obs}})$  con la Ec. (28), usando los parámetros de mejor ajuste mostrados en la Tabla 3 para el modelo BH, obtenidos asumiendo la Ec. (42).

En general, la componente  $u_Z$  de la cuadri-velocidad no es directamente accesible a partir de las observaciones, ya que es la función de desplazamiento al rojo  $z$  dada por la Ec. (60). Por tanto, se debe obtener los parámetros que mejor se ajustan a la ecuación

$$z_{\text{obs}}(t_{\text{obs}}) = z[r(t), \phi(t), \dot{r}(t), \dot{\phi}(t); \omega, i], \quad (43)$$

la cual, en términos de los parámetros orbitales es:

$$z = \gamma - 1 + u_Z, \quad (44)$$

donde

$$u_Z = \gamma V_Z = [\dot{r} \sin(\phi + \omega) + r\dot{\phi} \cos(\phi + \omega)] \sin i. \quad (45)$$

Aquí se ha introducido la notación  $V_Z \equiv \vec{v} \cdot \vec{n}$ , siendo  $\vec{n}$  el vector unitario que apunta desde el emisor al observador (es decir, el vector unitario en la dirección de la línea de visión), además recordemos que  $\dot{r} = dr/d\tau$ ,  $\dot{\phi} = d\phi/d\tau$ , y  $\gamma$  es dada por Ec. (58).

En este punto está claro que, en todo momento, los posibles datos observacionales disponibles son: las coordenadas de la órbita aparente en el plano del cielo, es decir,  $X_{\text{obs}}$  y  $Y_{\text{obs}}$ , y la función del corrimiento al rojo medida,  $z_{\text{obs}}$ . La órbita real, en cada instante, se obtiene al resolver las EOM, ecuaciones (16)–(18), las cuales proporcionan las coordenadas de posición  $r(t)$ ,  $\phi(t)$  y las correspondientes velocidades  $\dot{r}(t)$  y  $\dot{\phi}(t)$ .

Ahora, para resolver las ecuaciones (16)–(18) se debe establecer el valor de  $E$  y  $L$ . A partir de la definición del factor de *Lorentz*, Ec. (58), y de la ecuación de movimiento para  $t(\tau)$ , Ec. (16), se obtiene la primera integral (ver Apéndice 1 para mas detalles):

$$g_{00}(r)g_{11}(r) \dot{r}^2 = E^2 - U_{\text{eff}}^2(r), \quad (46)$$

donde

$$U_{\text{eff}}^2(r) \equiv g_{00}(r) \left( 1 + \frac{L^2}{r^2} \right), \quad (47)$$

es el conocido *potencial efectivo* que gobierna el movimiento radial (ver Apéndice 1). La relevancia de esta ecuación esta en que permite realizar un análisis de punto de inflexión, análogamente al problema clásico de *Kepler*. De la Ec. (46), se puede ver que al exigir una órbita cerrada y acotada dentro de dos puntos de inflexión conocidos, por ejemplo, el pericentro ( $r_p$ ) y el apocentro ( $r_a$ ), donde  $\dot{r} = 0$ , implica una solución única para  $E$  y  $L$ ; ver la Fig. 10. El valor de  $U_{\text{eff}}$  en los puntos de inflexión tiene que ser el mismo, por lo tanto se obtiene  $L$  resolviendo la ecuación algebraica:

$$U_{\text{eff}}(L, r_p) = U_{\text{eff}}(L, r_a), \quad (48)$$

y una vez conocido el valor de  $L$ , se puede calcular la energía por medio de

$$E = U_{\text{eff}}(L, r_p), \quad E = U_{\text{eff}}(L, r_a). \quad (49)$$

Las funciones métricas  $g_{00}(r)$  y  $g_{11}(r)$  en el caso de un agujero negro se establecen por la masa del BH,  $M_{\text{BH}}$ . En el modelo RAR extendido, los parámetros  $\theta_0$ ,  $\beta_0$ ,  $W_0$  y la masa del fermión  $m$ , están bien restringidos por las curvas de rotación de la Galaxia (ver Sec. 3.1 y Argüelles et al. (2018, 2019), para mas detalles). Cada conjunto posible de parámetros da una masa del núcleo cuántico,  $M_c$  (o alternativamente de densidad central; consulte Argüelles et al. (2019) para mas detalles), por lo que las funciones métricas se conocen una vez que elegimos un valor de  $M_c$  para las condiciones de contorno del halo dadas de acuerdo con los observables (ver Sec. 3.2).

Habiendo establecido las funciones métricas (es decir, dado  $M_c$  en el modelo RAR extendido o  $M_{\text{BH}}$  en el modelo del BH), y habiendo calculado los valores de  $E$  y  $L$  proporcionando las distancias del pericentro  $r_p$  y apocentro  $r_a$  (o, alternativamente, el semieje mayor  $a$  y la excentricidad  $e$ ), se puede integrar las ecuaciones de movimiento (16)–(18) dando las condiciones iniciales adecuadas para el tiempo propio inicial  $\tau_0$ . Las condiciones se dan en el apocentro, es decir, se establece

$$t_0 \equiv t(\tau_0) = 0, \quad r_0 \equiv r(t_0) = r_a, \quad \phi_0 \equiv \phi(t_0) = \pi \quad \dot{r}_0 \equiv \dot{r}(t_0) = 0.$$

Las EOM se integran numéricamente mediante un integrador adaptativo basado en el método *Runge–Kutta* de cuarto orden (RKF45) (Fehlberg, 1970), de modo que se obtiene

$$t(\tau), \quad r(t) = r[\tau(t)], \quad \phi(t) = \phi[\tau(t)].$$

Recordemos que  $t$  es la coordenada temporal en el punto de emisión, por lo que dentro de nuestra aproximación se asume un tiempo de retardo cero de los fotones; ver Ec. (42).

Una vez calculadas las variables que describen la dinámica de la órbita real, se procede a obtener los elementos orbitales,  $i$ ,  $\omega$ ,  $\Omega$ , así como las compensaciones constantes  $X_0$  y  $Y_0$ , a partir de exigir de que la órbita predicha, es decir,  $X(t)$  y  $Y(t)$ , Ecs. (26) y (27), y la función de corrimiento al rojo predicha  $z$ , Ec. (44), ajusten los valores observacionales, esto es,  $X_{\text{obs}}$ ,  $Y_{\text{obs}}$  and  $z_{\text{obs}}$ , respectivamente.

Con el objetivo de cuantificar que tan confiable es el ajuste, se calcula el  $\chi^2$  reducido para cada uno de los observables:

$$\bar{\chi}_X^2 = \frac{1}{N_X - p} \sum_{j=1}^{N_X} \frac{[X_{\text{obs},j} - (X + X_0)]^2}{\Delta X_{\text{obs},j}^2}, \quad (50)$$

$$\bar{\chi}_Y^2 = \frac{1}{N_Y - p} \sum_{j=1}^{N_Y} \frac{[Y_{\text{obs},j} - (Y + Y_0)]^2}{\Delta Y_{\text{obs},j}^2}, \quad (51)$$

$$\bar{\chi}_z^2 = \frac{1}{N_z - p} \sum_{j=1}^{N_z} \frac{(z_{\text{obs},j} - z)^2}{\Delta z_{\text{obs},j}^2}, \quad (52)$$

donde el subíndice  $j$  indica el  $j$ -ésimo elemento del dato observable  $\{X_{\text{obs},j}, Y_{\text{obs},j}, z_{\text{obs},j}\}$ ;

$\{\Delta X_{\text{obs},j}, \Delta Y_{\text{obs},j}, \Delta z_{\text{obs},j}\}$  es la desviación estándar asociada a la medición  $j$ -ésima;  $\{N_X, N_Y, N_z\}$

son el número de elementos del dato observable y  $p$  es el número de parámetros del modelo.

Para obtener la mejor coincidencia con los datos observacionales en los tiempos de observación, los cuales se presentan en la convención J2000, tenemos que realizar un desplazamiento

temporal a los datos teóricos,  $\Delta t$ . Para hacer esto, se define un nuevo tiempo

$$t' \equiv t - \Delta t,$$

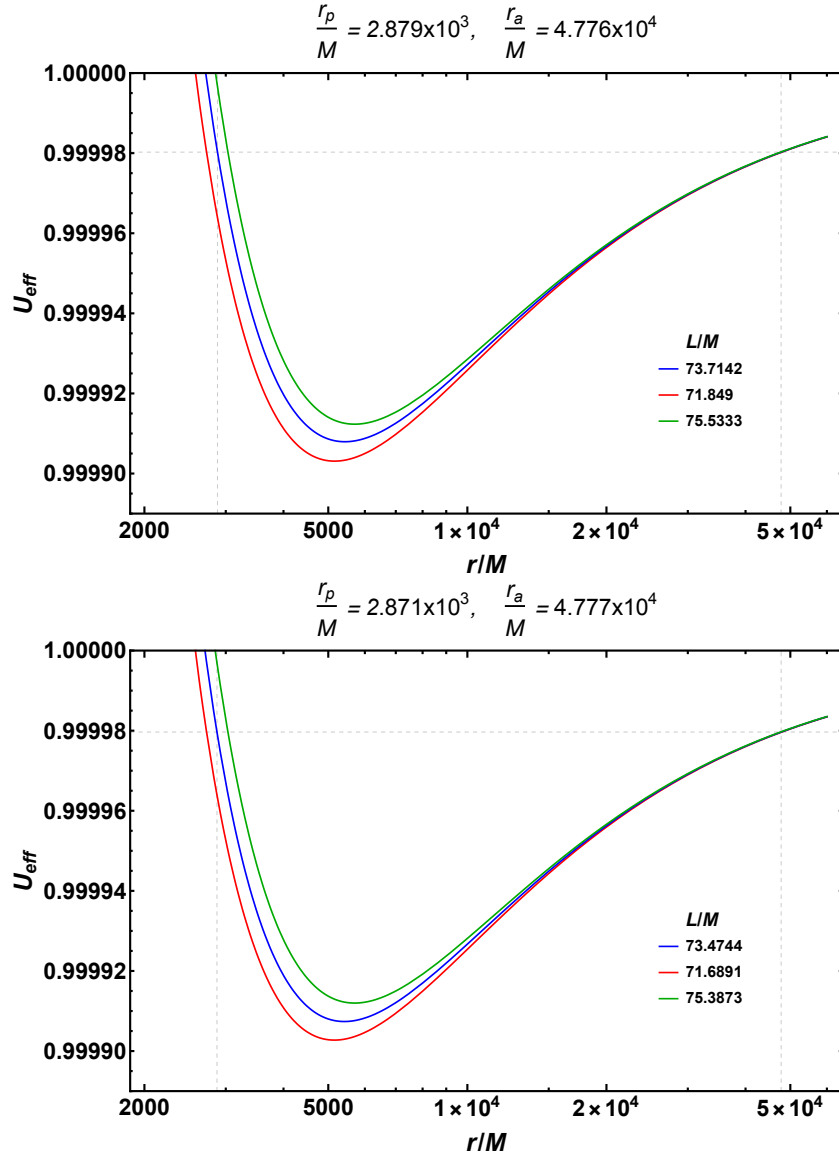
es decir, se debe calcular

$$r(t') = r(t - \Delta t), \quad \phi(t') = \phi(t - \Delta t), \quad \dot{r}(t') = \dot{r}(t - \Delta t), \dots \text{etc.}$$

Por tanto, el cambio de tiempo  $\Delta t$  se convierte en uno de los parámetros del proceso de ajuste. Debido a lo anterior, las ecuaciones (38)–(39) y la Ec. (43) se resuelven de manera iterativa, variando  $\Delta t$ , y calculando los parámetros orbitales que minimizan  $\bar{\chi}_X^2$ ,  $\bar{\chi}_Y^2$ , y  $\bar{\chi}_z^2$  para cada valor de  $\Delta t$ . En general, encontramos que el ajuste de la función de corrimiento al rojo es mejor que el de las posiciones. Esto es válido tanto para S2 como para G2 debido a que los datos observacionales de la posición a veces se encuentran algo dispersos. En cualquier caso, además de los valores individuales del  $\chi^2$ , se evalúa el desempeño *promedio* de cada conjunto de parámetros al calcular la media del  $\chi^2$ :

$$\langle \chi^2 \rangle \equiv \frac{1}{3} (\bar{\chi}_X^2 + \bar{\chi}_Y^2 + \bar{\chi}_z^2). \quad (53)$$

Los valores de los parámetros reportados en la Tabla 3 corresponden a aquellos que generan el menor valor de  $\langle \chi^2 \rangle$  para el rango de parámetros explorados. Además, también se reporta los valores individuales para  $\bar{\chi}_X^2$ ,  $\bar{\chi}_Y^2$ , y  $\bar{\chi}_z^2$ .

**Figura 10**

Potencial efectivo  $U_{\text{eff}}$  dado por la Ec. (47), para valores seleccionados del momento angular conservado  $L$ . Arriba caso del BH masivo, o sea, la solución de Schwarzschild,  $g_{00} = 1 - 2M/r$ . Abajo: caso de DM;  $g_{00}$  obtenido de la integración numérica de las ecuaciones de equilibrio relativistas del modelo RAR extendido para una masa de fermiones de  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , ver Sec 3.1. Se observa que imponer una órbita limitada dentro de los valores dados del pericentro y apocentro (líneas verticales discontinuas), implica una solución única de  $E$  (valor horizontal discontinuo) y  $L$  (valor asociado con la curva azul). En este ejemplo, la masa adoptada para el BH es  $M_{\text{BH}} \equiv M = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ , y para la masa del núcleo de DM se ha establecido en  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ .

## 4.2. Órbita y velocidad radial de S2 y G2

Para obtener las posiciones (órbita) de S2 o G2 y la correspondiente velocidad radial en la línea de visión (es decir, la función de desplazamiento al rojo; ver Sec. 5.1) en cada momento, resolvemos las ecuaciones de movimiento para una partícula de prueba en el campo gravitacional producido por:

- I). Un BH de Schwarzschild. Gravity Collaboration (2018) reportaron una masa para el BH de  $M_{\text{BH}} = 4.1 \times 10^6 M_{\odot}$  a partir del ajuste de los datos observacionales más recientes de la posición y velocidad de S2. Un análisis más reciente por Do et al. (2019), reportó una masa del BH de  $3.975 \times 10^6 M_{\odot}$ . Esos trabajos utilizan un modelo post-Newtoniano de segundo orden para describir el movimiento del objeto. Con el propósito de comparar y contrastar las hipótesis BH y RAR en el mismo terreno, es decir, utilizando el mismo tratamiento y método de análisis, realizamos nuestro propio ajuste de los datos observacionales para el caso del BH utilizando un modelo relativista general para resolver las ecuaciones de movimiento en la métrica de Schwarzschild. (ver Sec. 4.1.2 y Apéndice 1). A partir de nuestro análisis de S2, obtenemos parámetros que son muy similares (pero no iguales) a los presentados en Gravity Collaboration (2018) y Do et al. (2019); ver Tabla 3. En particular, se obtiene una masa del BH de  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ .
- II). Una distribución de materia oscura fermiónica obtenida del modelo RAR extendido; ver Sec. 3.1. Como se mostró en Argüelles et al. (2018), la masa del fermión debe ser superior a

48 keV e inferior a 345 keV. Aquí se presentan los resultados de la solución a las ecuaciones de movimiento en la métrica producida por la distribución de DM para fermiones de 56 keV, con los correspondientes parámetros del modelo RAR como se muestra en la Fig. 8. Se obtiene un ajuste excelente de los datos observacionales para una masa del *núcleo-cuántico* de DM,  $M_c \equiv M(r_c) = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ; ver Tabla 3.

Ha sido previamente reportado que la masa del BH,  $M_{\text{BH}}$ , y la distancia al centro Galáctico,  $D_\odot$ , muestran alguna correlación (Gravity Collaboration, 2018; Do et al., 2019). Aquí se adopta la distancia al centro Galáctico como un parámetro fijo,  $D_\odot = 8 \text{ kpc}$ . En su lugar, como se describió, se busca el valor de mejor ajuste para la  $M_{\text{BH}}$ . Por lo tanto, en principio, esto puede tener algún efecto sobre los valores inferidos si  $D_\odot$  y  $M_{\text{BH}}$  no se consideran juntos como parámetros ajustables. Sin embargo, la Tabla 3 muestra que los valores acá inferidos para los parámetros del modelo BH concuerdan con los reportados en análisis previos, incluida la masa del BH, ver, por ejemplo, Gravity Collaboration (2018) y Do et al. (2019).

Debido a que la condición inicial que se aplica para resolver las ecuaciones del modelo RAR extendido es regular, es decir,  $\rho(r=0) = \text{const.}$  (ver Fig. 8 y Sec. 3.2 para más detalles), el *núcleo-cuántico* de DM no es directamente comparable con un BH, que se caracteriza por una singularidad central. Sin embargo, es posible comparar la masa que causa el comportamiento kepleriano más interno (es decir, la ley de potencia  $\propto r^{-1/2}$  en la curva de velocidad) de los objetos en órbita en ambos escenarios. En el caso del modelo RAR, el comportamiento kepleriano surge justo fuera

del radio del núcleo (ver Fig. 8). La ‘masa kepleriana’ correspondiente,  $M_K$ , la cual describe la tendencia kepleriana, es ligeramente más alta que la masa del núcleo de DM,  $M_c$ , debido a la ligera contribución de masa a lo largo de la fuerte caída de densidad. Para radios más grandes, ya en la meseta de densidad diluida, la contribución de masa a la  $M_K$  es despreciable, hasta el final de la tendencia kepleriana que ocurre alrededor de unos pocos  $1 \times 10^2$  pc (curiosamente, esto se encuentra en el pico de la curva de velocidad de abombamiento, ver Fig. 8). Para una masa del *núcleo-cuántico* de  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ , se encuentra la masa kepleriana correspondiente  $M_K = 4.048 \times 10^6 M_\odot$ . De hecho, este valor es muy similar al valor inferido para el escenario del BH,  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ , y debe tenerse en cuenta (además de la  $M_c$ ) cuando se comparan los dos modelos con respecto a la dinámica (estelar) en los alrededores de Sgr A\*.

En la Sec. 4.1 se presentaron las ecuaciones de movimiento para una métrica general esféricamente simétrica y el procedimiento usado para ajustar los datos observacionales de la órbita aparente y la velocidad radial en la línea de visión (función de desplazamiento al rojo) de ambos modelos (ver también Apéndices 1 y 3). La Figure 11 muestra los resultados de estos dos escenarios teóricos (BH y RAR) y cómo se comparan con los datos observacionales de la órbita (ascensión recta,  $X$ , y declinación,  $Y$ ) para el caso de S2. Las coordenadas ( $X, Y$ ) en función del tiempo y sus respectivos residuos se muestran en las Figuras 12 y 13 mientras que la comparación con los datos observacionales de la velocidad radial en la línea de visión se muestra en la Figura 14. En este punto, se puede notar mediante la inspección visual de los residuos que ambos modelos teóricos pueden explicar los datos observacionales de la órbita con una precisión similar (ver Figs. 12 y 13),

la evidencia de lo anterior se observa en la Tabla 3, donde los valores de los parámetros orbitales no difieren en más del 0.003 % entre los dos modelos. De hecho, el  $\chi^2$  reducido del ajuste de los datos para la velocidad radial ( $\bar{\chi}_z^2$ ) y la órbita ( $\bar{\chi}_X^2$  y  $\bar{\chi}_Y^2$ ) de S2, conduce a un promedio comparable para ambos escenarios (con cierta preferencia por el modelo RAR):  $\langle \bar{\chi}^2 \rangle_{\text{RAR}} \approx 3.072$ ,  $\langle \bar{\chi}^2 \rangle_{\text{BH}} \approx 3.359$ . Es importante señalar que para diferentes valores de los parámetros se puede obtener un mejor ajuste de algún observable específico, como es el caso de  $z_{\text{obs}}$ . Por ejemplo, se logró hallar un conjunto de parámetros para S2 que genera un  $\bar{\chi}_z^2 \approx 1.03$ , valor menor con respecto al encontrado para el conjunto de parámetros que lleva al  $\langle \chi^2 \rangle$  más bajo ( $\bar{\chi}_z^2 \approx 1.28$ ). Consulte la Tabla 3 para conocer los parámetros del modelo y la Sec. 4.1.3 para obtener detalles sobre el procedimiento de ajuste.

La situación se vuelve aún más interesante en el análisis análogo realizado para G2. Como se muestra en Plewa et al. (2017) y Gillessen et al. (2019), la velocidad radial de la órbita de G2 es más lenta que la velocidad predicha por el movimiento geodésico en el campo gravitacional del BH masivo. Por tanto, se ha propuesto en esos estudios que G2 está siendo ralentizada por una fuerza de arrastre causada por un flujo de acreción alrededor del BH masivo sobre el cual G2 debería moverse. En contraste con esta hipótesis de una fuerza de arrastre que ralentiza el paso post-pericentro de G2, en este trabajo se ha obtenido un resultado novedoso e importante: una geodésica en el campo gravitacional generado por el perfil de DM del modelo RAR extendido predice naturalmente esta desaceleración, es decir, un núcleo de DM describe la dinámica de G2 sin la necesidad de introducir una fuerza de arrastre o cualquier otro factor externo (la dinámica de G2 se resume en las Figuras 15 – 18, donde se muestra el sobrevuelo y la velocidad radial teórica

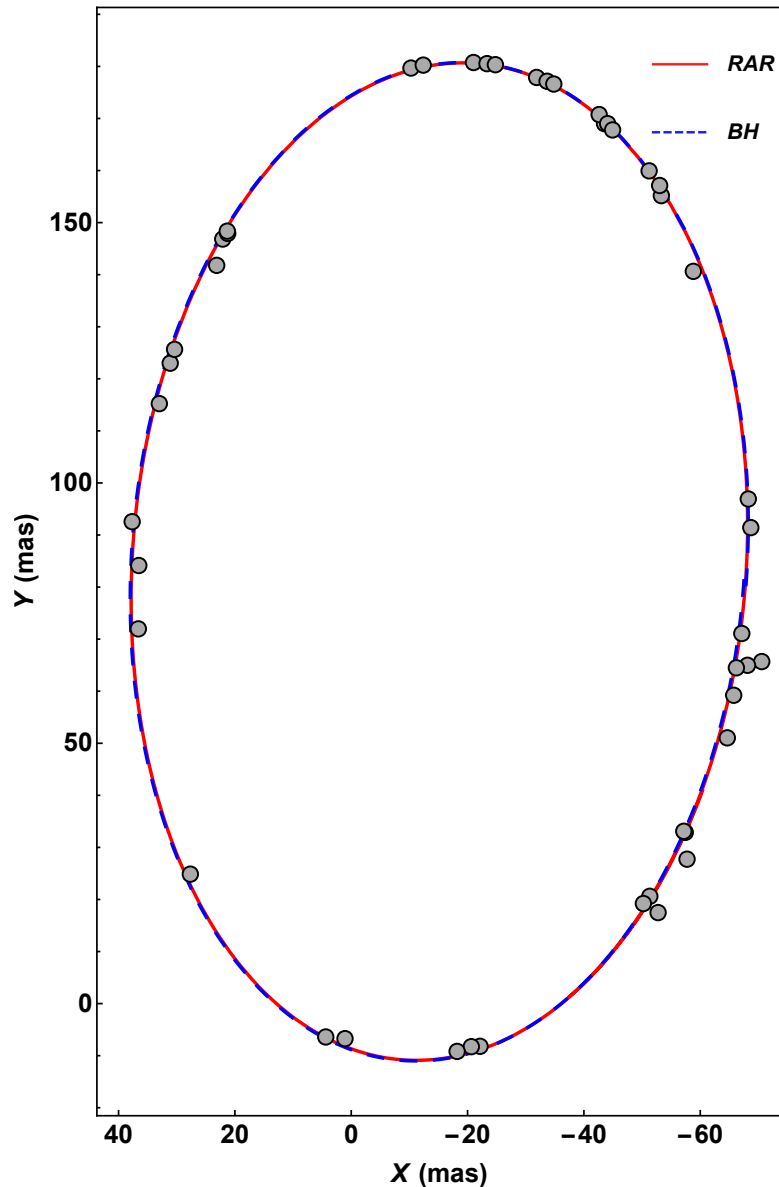
y observada). La mayor desaceleración de G2 surge porque se mueve en el campo gravitacional que es producido por el perfil de masa espacialmente variable de la DM fermiónica. En cambio, el efecto anterior de la desaceleración es despreciable en el caso de S2 debido a la forma de la órbita o, para ser más exacto, debido a su tamaño. Desde su pericentro en  $\sim 0.6$  mpc hasta su apocentro en  $\sim 10$  mpc (ver Tabla 3), S2 se mueve solo una corta distancia en la cual la densidad de la DM fermiónica varía considerablemente menos que en el caso G2. De hecho, la órbita de G2, desde su pericentro en  $\sim 0.8$  mpc hasta su apocentro en  $\sim 85$  mpc, cruza una región mucho más grande donde la densidad de DM cae drásticamente desde  $\sim 1 \times 10^{15} M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  a  $\sim 1 M_{\odot} \text{pc}^{-3}$  (ver Fig. 8).

**Tabla 3**

*Resumen de los valores inferidos de mejor ajuste del modelo y los parámetros orbitales (osculantes) para S2 y G2 dentro del modelo RAR (masa del fermión 56 keV, masa del núcleo de DM,  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ) y el modelo del BH masivo (masa del BH,  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ).*

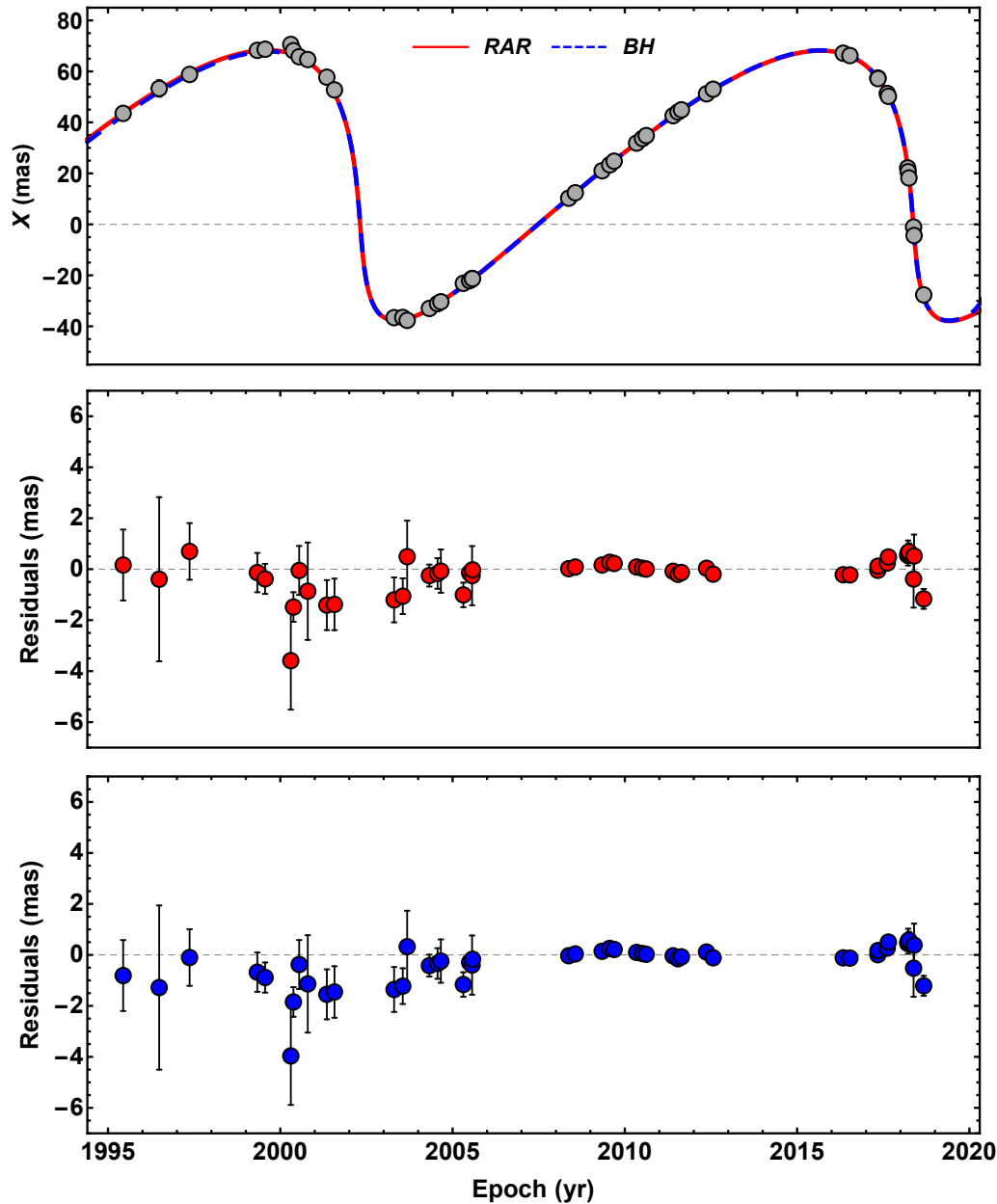
Parametro	S2		G2	
	RAR	BH	RAR	BH
Semieje mayor, $a$ (as)	0.1252	0.1252	1.0960	1.1941
Excentricidad, $e$	0.8866	0.8863	0.9823	0.9853
Distancia al pericentro, $r_p$ (as)	0.0142	0.0143	0.0194	0.0180
Distancia al apocentro, $r_a$ (as)	0.2361	0.2362	2.1725	2.3701
Argumento del pericentro, $\omega$ ( $^\circ$ )	66.7724	66.4697	81.8391	82.0001
Inclinación, $i$ ( $^\circ$ )	134.3533	134.3505	121.8993	119.1000
Nodo ascendente, $\Omega$ ( $^\circ$ )	228.0240	227.9681	50.8398	50.7782
Periodo orbital, $P$ (yr)	16.0539	16.0506	416.3400	470.1610
$X_0$ (mas)	-0.1557	-0.0830	0.0248	0.0251
$Y_0$ (mas)	2.5527	2.4893	-0.0160	-0.0140
Masa central ( $10^6 M_\odot$ )	3.5000	4.0750	3.5000	4.0750
$\bar{\chi}_X^2$	1.5964	1.8004	33.3339	83.9950
$\bar{\chi}_Y^2$	6.3411	7.2332	26.8419	11.2646
$\bar{\chi}_z^2$	1.2799	1.0421	0.9960	26.3927
$\langle \bar{\chi}^2 \rangle$	3.0725	3.3586	20.3906	40.5507

**Note:** Consulte la Sec. 4.1 para obtener detalles sobre la definición de los parámetros orbitales y el procedimiento de ajuste.



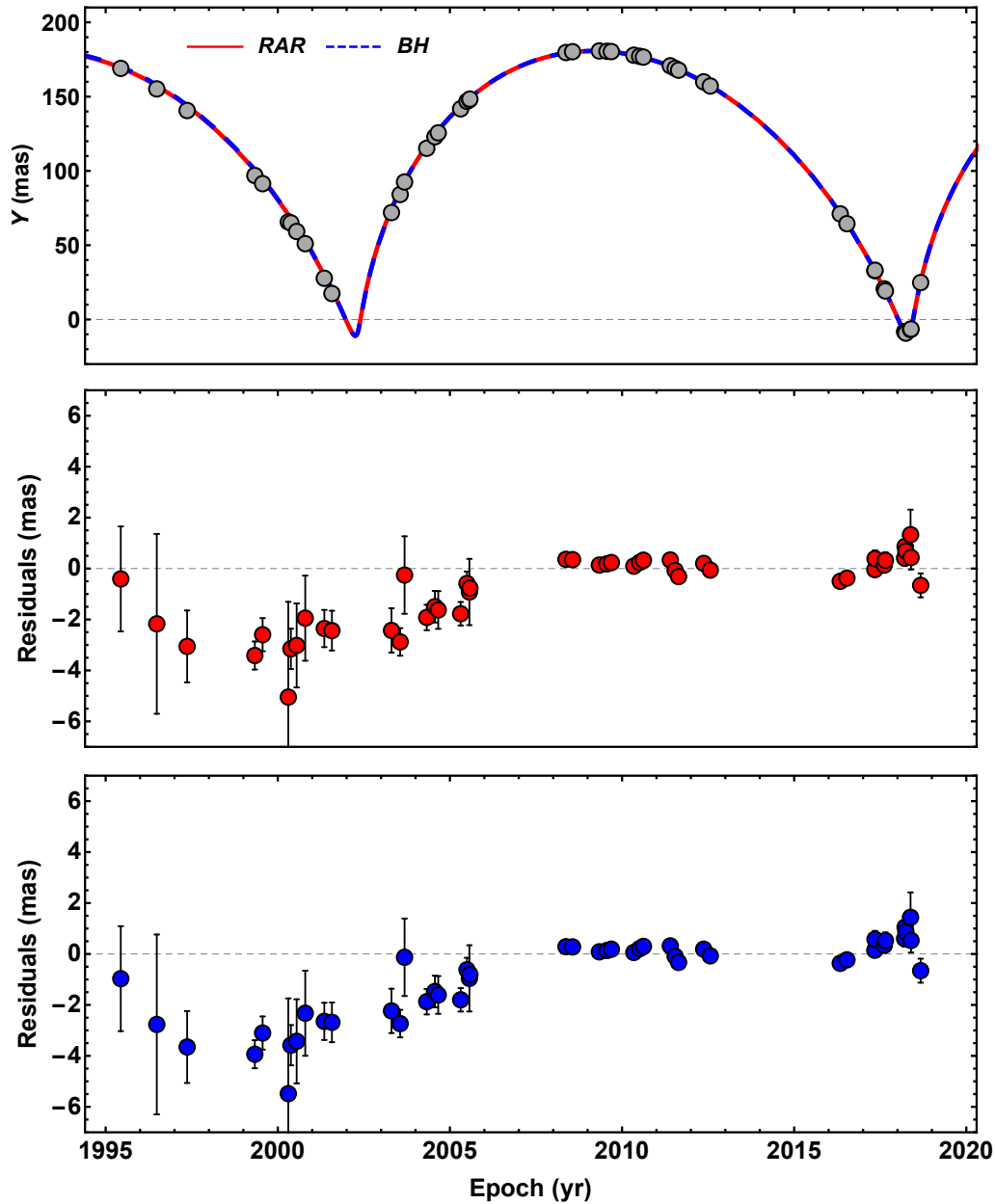
**Figura 11**

Órbita teórica y observada de S2 alrededor de Sgr A\*. El gráfico muestra la órbita proyectada en el plano del cielo,  $X$  vs  $Y$ , donde  $X$  es la Ascensión Recta y  $Y$  es la Declinación. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las ecuaciones de movimiento de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (1) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (2) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Se usaron los datos observacionales reportados en Do et al. (2019).



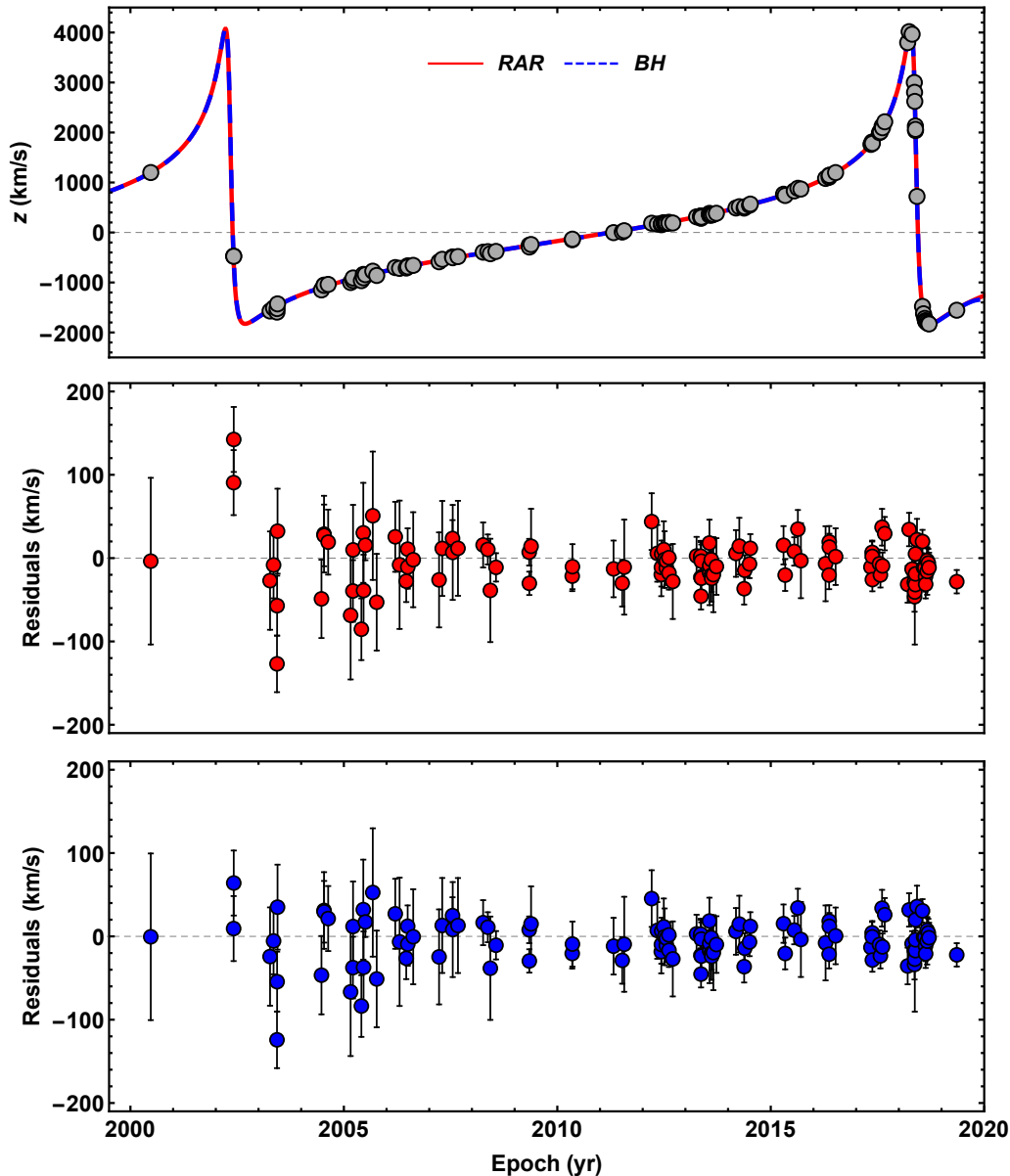
**Figura 12**

*Ascensión Recta de la estrella S2. Panel superior: Posición  $X$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. Panel central: Residuos del modelo RAR (masa del fermión  $56\text{keV}$ , masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). Panel inferior: Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Los datos astrométricos fueron tomados de Do et al. (2019).*



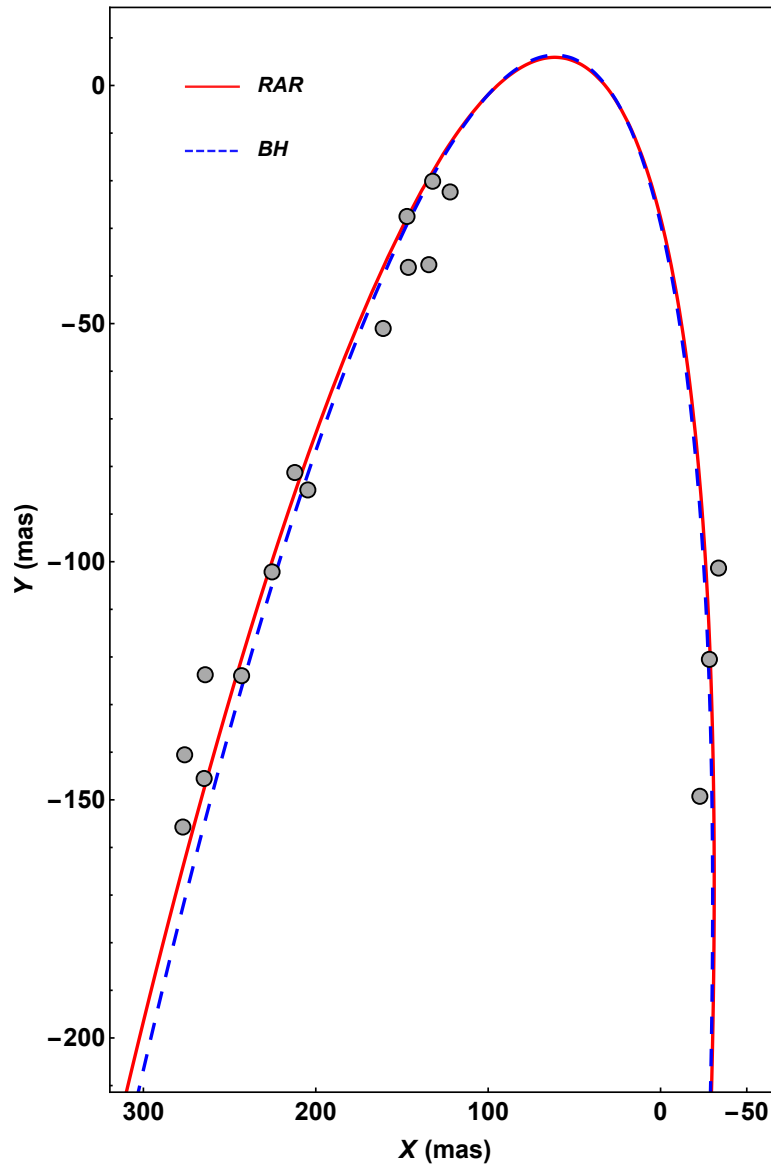
**Figura 13**

*Declinación de la estrella S2. Panel superior: Posición  $X$  (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. Panel central: Residuos del modelo RAR (masa del fermión  $56\text{keV}$ , masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). Panel inferior: Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Se usaron los datos astrométricos reportados en Do et al. (2019).*



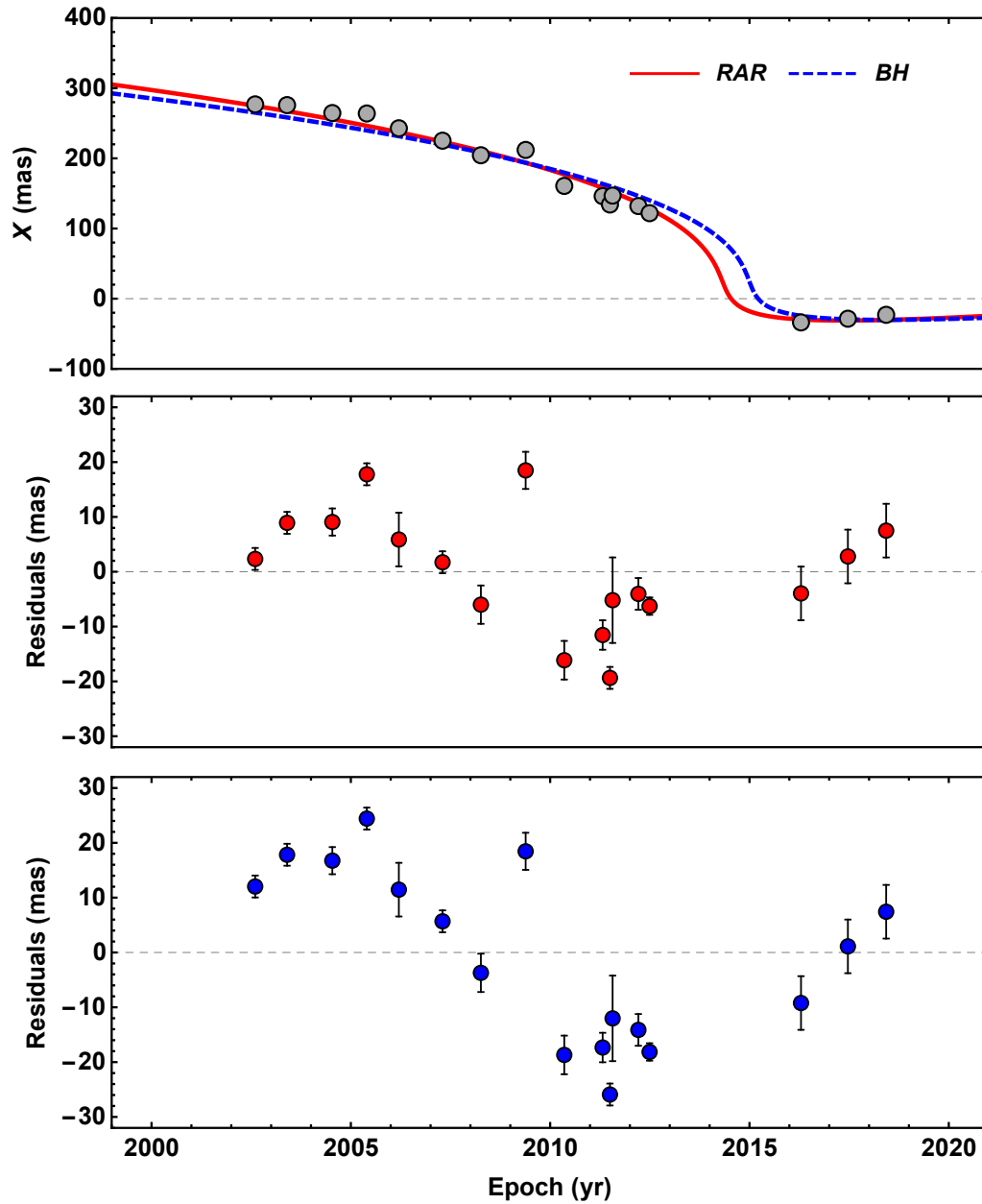
**Figura 14**

Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión para S2 (función de desplazamiento al rojo  $z$ ; ver Sec. 5.1). Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Se usaron los datos observacionales reportados en Do et al. (2019)



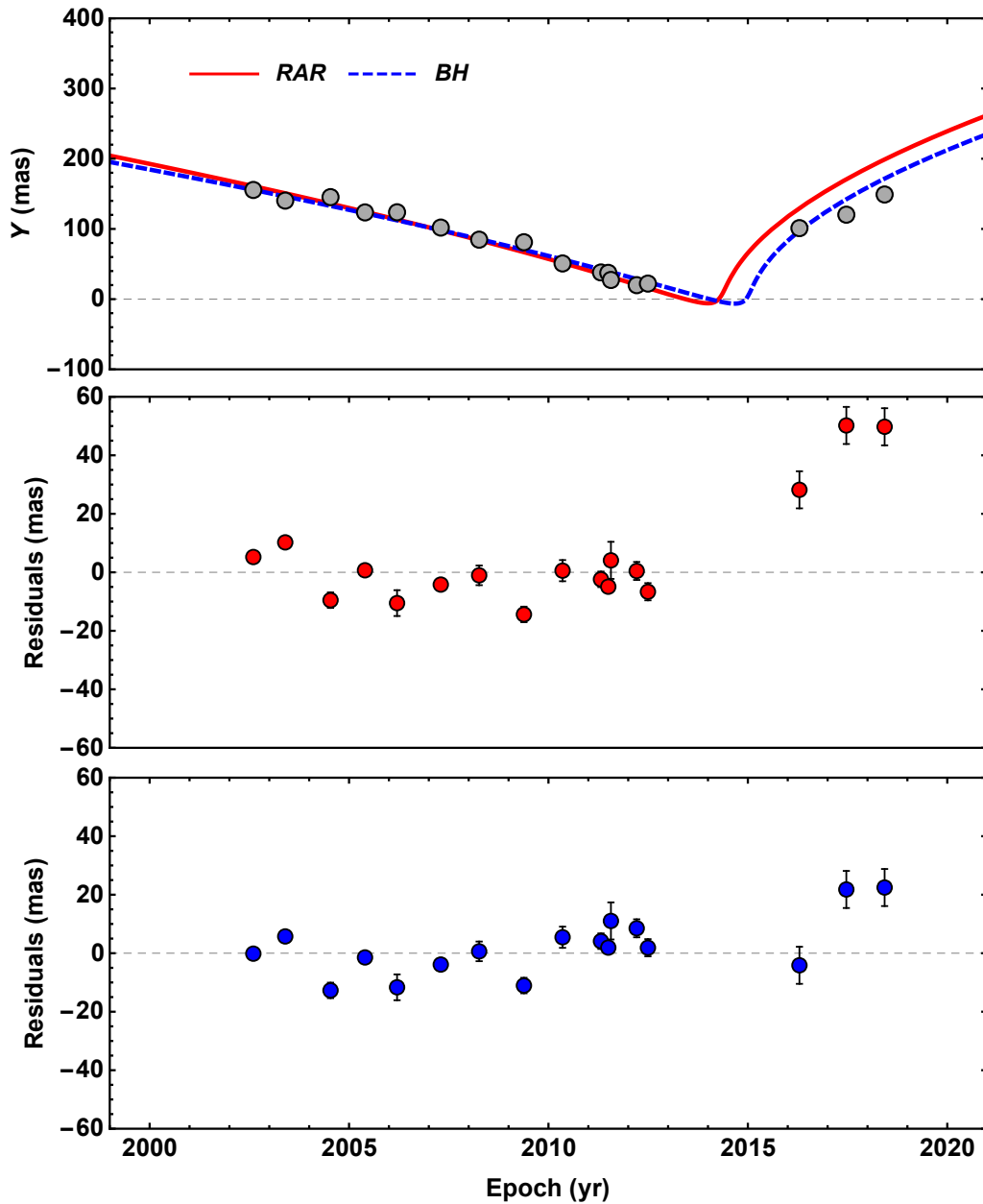
**Figura 15**

*Sobrevuelo teórico y observado de G2 alrededor de Sgr A\*. El gráfico muestra la proyección de la órbita de G2 en el plano del cielo, X vs Y, donde X es la Ascensión Recta y Y es la Declinación. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las ecuaciones de movimiento de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).*



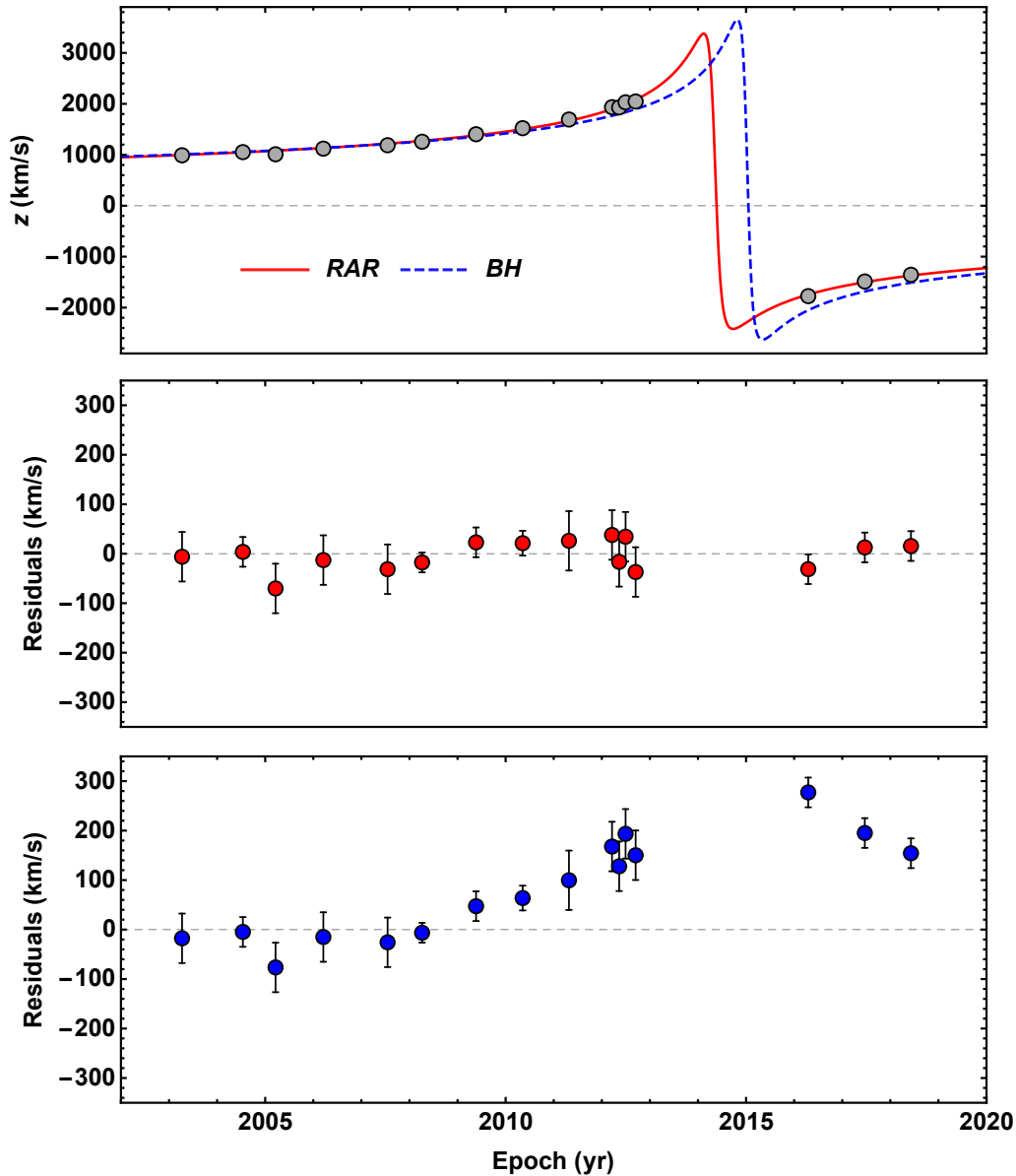
**Figura 16**

*Ascensión Recta de G2. Panel superior: Posición X (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. Panel central: Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). Panel inferior: Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{BH} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Los datos astrométricos han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).*



**Figura 17**

*Declinación de G2. Panel superior: Posición Y (teórica y observada) como función del tiempo para el mejor ajuste de cada modelo. Panel central: Residuos del modelo RAR (masa del fermión 56keV, masa del núcleo de DM  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_\odot$ ). Panel inferior: Residuos del modelo MBH (masa del BH  $M_{BH} = 4.075 \times 10^6 M_\odot$ ). Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019).*

**Figura 18**

Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión para G2 (función de desplazamiento al rojo  $z$ ; ver Sec. 5.1). Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional de: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_{\odot}$  (curva de trazos azules), y (ii) la distribución de DM obtenido del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curva roja). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo. Los datos observacionales han sido tomados de Phifer et al. (2013), Plewa et al. (2017), y Gillessen et al. (2019)

### 4.3. Discusión y conclusiones

La gran cantidad de datos de alta precisión (posición y velocidad) recopilados en la última década de objetos en órbita alrededor de Sgr A\*, como S2 y G2, ofrecen una oportunidad sin precedentes para probar escenarios alternativos al BH central en nuestra Galaxia. En el trabajo aquí presentado, esta motivación es doble. En primer lugar, se ha demostrado recientemente (Argüelles et al., 2019, 2018, 2019) que la DM fermiónica, la cual de manera autoconsistente tiene en cuenta el principio de Pauli y los efectos de escape de partículas en el espacio de fase subyacente a la función de distribución en la formación del halo de DM, conduce a nuevos perfiles *núcleo denso–halo diluido* donde el núcleo degenerado puede producir efectos gravitacionales análogos a un BH central. En segundo lugar, el pasaje pospericentro de G2 desafía el escenario del BH ya que para explicar los datos de G2 dentro de esta imagen, Gillessen et al. (2019) tuvieron que introducir una fuerza de arrastre *ad hoc* que actúa sobre G2, causada por su movimiento a través de un flujo de acreción. Además, para que funcione la hipótesis de una fuerza de arrastre, es necesario que G2 sea una nube de gas. Este escenario contrasta con las observaciones y resultados de Witzel et al. (2014), quienes descartaron la composición de la nube de gas a favor de una naturaleza estelar. Incluso si se asume que G2 es una nube de gas, y si también se supone un flujo de acreción radiativamente ineficiente (como se hizo en Gillessen et al., 2019), la intensidad de la fuerza de arrastre en G2 que se requiere para explicar las observaciones posteriores al pericentro implica una densidad ambiental  $n_0 \sim 10^3 \text{ cm}^{-3}$  a  $\sim 10^3 r_{\text{Sch}}$ . Sin embargo, un valor de densidad como este, a estas escalas del pericentro, excede el límite superior encontrado en recientes simulaciones numéricas de alta resolución en casi un orden

de magnitud<sup>2</sup> (Steinberg et al., 2018). Se ha obtenido un límite superior como este a partir de la restricción de que G2 no es afectada por las mareas en su pasaje por el pericentro.

Para los perfiles núcleo-halo de DM, los escenarios de formación en los que se considera la naturaleza cuántica de la partícula (es decir, bosónica o fermiónica) siguen siendo un campo de investigación abierto, y nuestro objetivo aquí es proporcionar una prueba adicional (de precisión) para modelos fermiónicos. Las pruebas de observación conjuntas basadas en la física adicional, por ejemplo, lentes fuertes (Gómez et al., 2016) o interacciones de neutrinos activos de DM (Penacchioni et al., 2020), pueden ayudar a probar de manera inequívoca la existencia de una concentración central de DM fermiónica en la región permitida del espacio de parámetros del modelo RAR extendido. Los resultados aquí mostrados implican que este espacio de parámetros libre se reduce ligeramente con respecto al espacio descrito en Argüelles et al. (2018). Para masas de fermiones alrededor de 56 keV, el tamaño del núcleo de DM aumenta o disminuye ligeramente afectando la precesión orbital. Por lo tanto, los datos de la precesión orbital de S2 (Gravity Collaboration, 2020) podrían restringir aún más el rango permitido de la masa del fermión. Los otros parámetros libres están bien dentro del rango permitido como se restringe ampliamente en Argüelles et al. (2019) para cada tipo de galaxia.

---

<sup>2</sup> Existen incertidumbres sistemáticas en la estimación de  $n_0$  en Gillessen et al. (2019) principalmente debido al tamaño desconocido de la supuesta nube de gas, el perfil de densidad y la física del proceso de acreción.

Se han utilizado los datos observacionales disponibles hasta la fecha de la órbita en el plano del cielo y la velocidad radial de S2 y G2. Para S2, el modelo BH masivo y el modelo RAR pueden explicar todos los datos de observación (órbita y velocidad) con precisión comparable, pero el modelo RAR es ligeramente preferible con un  $\langle \chi^2 \rangle$  más bajo (ver Table 3 y Figs. 11 – 14). Por el contrario, en el caso de G2, solo el modelo RAR puede explicar tanto la órbita como la velocidad; ver Tabla 3 y Figs. 15 – 18. Este notable resultado del modelo extendido de materia oscura de fermiones RAR, se complementa aún más con la aplicabilidad exitosa de su perfil *núcleo denso–halo diluido* a otros tipos de galaxias, desde enanas a elípticas (Argüelles et al., 2019). Además, se puede vincular directamente con los procesos de formación del halo de DM debido a que la distribución del espacio de fase estadístico-cuántico (ver Ec. 1) del modelo RAR no se da ad hoc, sino que se puede obtener como una solución (cuasi-) estacionaria de una ecuación termodinámica de *Fokker-Planck* generalizada para fermiones (Chavanis, 2004). Esto incluye la física de la relajación y evaporación sin colisiones (violentas), la cual es apropiada para la formación de estructuras no lineales. Se ha demostrado que estas distribuciones de espacio de fase cumplen un principio de entropía (segunda ley de la termodinámica) de maximización (de grano grueso) durante el proceso de relajación (sin colisiones) hasta que el halo alcanza el estado estable observado actualmente.

Nuestros resultados proporcionan un fuerte apoyo observacional a la hipótesis del *núcleo cuántico* como una alternativa a la hipótesis de un BH masivo en Sgr A\*, y también a la naturaleza fermiónica de la materia oscura. En esta línea, es deseable probar aún más la presencia de concentraciones fermiónicas de DM en nuestro núcleo galáctico a partir de las restricciones de luminosidad

existentes sobre la variabilidad de la fuente de radio compacta Sgr A\*, sumado a las restricciones dinámicas. Un estudio como este va más allá del alcance de nuestro trabajo, que está dedicado a la dinámica orbital de algunos de los objetos más cercanos a Sgr A\* y con datos astrométricos precisos. Sin embargo, es importante recordar que los potenciales gravitacionales producidos por un BH y por un núcleo cuántico de DM más compacto (una masa de fermiones de aproximadamente 100 keV), prácticamente coinciden a distancias de  $r \gtrsim 10r_{\text{Sch}}$  (ver Gómez et al., 2016, para más detalles). Por lo tanto, no se espera que la dinámica de la materia bariónica y su emisión asociada con su movimiento a estas escalas difieran mucho entre las dos imágenes.

Pueden producirse diferencias en las regiones más internas debido a la transparencia del núcleo de DM, lo que podría dar lugar a diferencias en las propiedades de las lentes (Gómez et al., 2016) y posiblemente a cualquier proceso de acreción a estas pequeñas escalas. Además, aunque la emisión alrededor de Sgr A\* a menudo se asocia unívocamente con un flujo de acreción particular (extremadamente poco luminoso en comparación con las expectativas de acreción típicas), esto no está confirmado por los datos observacionales y, de hecho, existen mecanismos alternativos o explicaciones para la radiación observada (ver, por ejemplo, Yuan and Narayan, 2014, para una revisión sobre este tema). Al día de hoy, los datos observacionales más confiables que nos permiten probar y testear la validez de modelos alternativos para Sgr A\*, como el que se presenta aquí, son las medidas precisas de la dinámica orbital, junto con la validez y precisión demostrada por parte de la relatividad general. Se espera la liberación de los datos más recientes de la *GRAVITY Collaboration* sobre S2 y G2, los cuales servirán aún más para testear nuestra predicción teórica (ver, Fig. 18). Se

ha mostrado los resultados para una masa de fermiones de  $56\text{keV}$ , un valor que es seguro más alto que el límite inferior de  $48\text{keV}$  estimado en Argüelles et al. (2018), al equiparar el radio del núcleo de DM con la distancia del pericentro informada hasta ese momento de S2. Cuanto menor sea la masa del fermión, mayor será el tamaño del núcleo de DM y viceversa. Por lo tanto, vale la pena explorar si los datos de S2 y G2 juntos podrían restringir aún más el rango permitido de masas de fermiones. Esta investigación, sin embargo, va más allá del alcance de este trabajo.

## 5. Corrimiento al rojo y precesión de la estrella S2

### 5.1. Desplazamiento Doppler de la órbita

El corrimiento al rojo se define por la relación entre la longitud de onda medida de una línea espectral en la emisión y recepción:

$$1 + z \equiv \frac{\mathcal{E}_{(\text{em})}}{\mathcal{E}_{(\text{obs})}} = \frac{\lambda_{(\text{obs})}}{\lambda_{(\text{em})}}. \quad (54)$$

Se denota el cuadri-momentum del fotón medido por un observador comóvil con el emisor,  $k_{(\text{em})}^\mu$ , y el medido por un observador comóvil con el receptor,  $k_{(\text{obs})}^\mu$ . El observador comóvil con el emisor tiene cuadri-velocidad  $u_{(\text{em})}^\mu$ , por lo que miden la energía de un fotón como

$$\mathcal{E}_{(\text{em})} = k_{\mu}^{(\text{em})} u_{(\text{em})}^\mu. \quad (55)$$

De manera análoga, el observador comóvil con el receptor mide la energía de un fotón como

$$\mathcal{E}_{(\text{obs})} = k_{\mu}^{(\text{obs})} u_{(\text{obs})}^\mu. \quad (56)$$

Por lo tanto, teóricamente, la ecuación (54) se puede escribir de la siguiente manera

$$1 + z = \frac{k_{\mu}^{(\text{em})} u_{(\text{em})}^\mu}{k_{\mu}^{(\text{obs})} u_{(\text{obs})}^\mu} = \frac{k_0^{(\text{em})} u_{(\text{em})}^0 + u_{(\text{em})}^i n_i^{(\text{em})}}{k_0^{(\text{obs})} u_{(\text{obs})}^0 + u_{(\text{obs})}^i n_i^{(\text{obs})}}, \quad (57)$$

siendo  $n^i = k^i/k^0$  las componentes espaciales normalizadas del cuadri-momentum del fotón. Definiendo las componentes de la tri-velocidad,  $v^i \equiv u^i/u^0$ , y el factor de *Lorentz* (donde el lado derecho de la siguiente ecuación se obtiene a partir de la condición de normalización  $u^\mu u_\mu = 1$ ),

$$\gamma = u^0 = \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{g_{00} - v^2}}, \quad (58)$$

$$v^2 = -v^i v_i = -g_{11}(v_r)^2 + (rv_\phi)^2,$$

la ecuación (57) se convierte en

$$1 + z = \frac{\gamma_{(\text{em})}}{\gamma_{(\text{obs})}} \frac{1 + v_{(\text{em})}^i n_i^{(\text{em})}}{1 + v_{(\text{obs})}^i n_i^{(\text{obs})}}, \quad (59)$$

donde se usó el hecho de que a lo largo de la geodésica del fotón,  $k_0$  se conserva.

Para el propósito de este trabajo, se puede despreciar el movimiento del marco de referencia del observador con respecto al del centro del campo gravitacional con suficiente precisión, es decir,  $v_{(\text{obs})}^i = 0$ , y el campo gravitacional en el punto de observación,  $g_{00}^{(\text{obs})} = 1$  (ver, por ejemplo, Do et al., 2019), entonces  $\gamma_{(\text{obs})} = 1$ , y Ec. (59) se convierte en

$$1 + z = \gamma(1 + \vec{v} \cdot \vec{n}), \quad (60)$$

siendo  $\vec{v} \cdot \vec{n} = v^i n_i$  la tri-velocidad del emisor proyectada en la dirección de la línea de visión; esto en la literatura experimental suele denominarse como “velocidad radial” observada, además

se relajó la notación de emisor y receptor porque solo se considera que el emisor está en movimiento.

Es importante aclarar que la función de desplazamiento al rojo  $z$ , con frecuencia se conoce en la literatura como “velocidad radial”, la velocidad en la dirección de la línea de visión. Este último en realidad es  $\vec{v} \cdot \vec{n}$ , por lo tanto, como puede verse en la Ec. (60), la relación entre  $\vec{v} \cdot \vec{n}$  y  $z$  en general es no lineal.

En general, no es posible separar las contribuciones a  $z$  del campo gravitacional y del movimiento relativo del emisor o receptor, es decir, se combinan o mezclan en la Ec. (60). Sin embargo, esta ecuación ya muestra explícitamente que en el límite no relativista ( $\gamma \rightarrow 1$ ), el corrimiento al rojo está dado solo por la llamada contribución kepleriana (newtoniana),  $z \rightarrow z_K$ , donde

$$z_K \equiv \vec{v} \cdot \vec{n}. \quad (61)$$

Las contribuciones del movimiento gravitacional y relativo se hacen claramente visibles cuando se realiza una expansión post-Newtoniana del corrimiento al rojo. Por ejemplo, cuando el campo gravitacional es producido por un BH de Schwarzschild con masa  $M_{\text{BH}}$ , o sea

$$g_{00} = -\frac{1}{g_{11}} = 1 - \frac{2M_{\text{BH}}}{r}, \quad (62)$$

el factor de Lorentz, hasta el orden  $1/c^2$  (es decir, modelo post-Newtoniano de segundo orden

(2PN)), está dado por

$$\begin{aligned}
 \gamma &\approx \left(1 + \frac{M_{\text{BH}}}{r}\right) \left(1 + \frac{v^2/2}{1 - 2M_{\text{BH}}/r}\right) \\
 &\approx \left(1 + \frac{M_{\text{BH}}}{r}\right) \left[1 + \frac{1}{2}v^2 \left(1 + \frac{2M_{\text{BH}}}{r}\right)\right] \\
 &\approx \left(1 + \frac{M_{\text{BH}}}{r}\right) \left(1 + \frac{1}{2}v^2\right) \approx 1 + \frac{1}{2}v^2 + \frac{M_{\text{BH}}}{r} + \mathcal{O}(1/c^2),
 \end{aligned} \tag{63}$$

el cual, reemplazado en la Ec. (60), conduce a la función de corrimiento al rojo en la aproximación 2PN:

$$z \approx z_K + \frac{1}{2}v^2 + \frac{M_{\text{BH}}}{r} + \mathcal{O}(1/c^2). \tag{64}$$

La ecuación (64) es la expresión presentada en Zucker et al. (2006) (ver Eq. 1 allí), y es la ecuación de velocidad radial (S24) en Do et al. (2019) estableciendo  $v_{z0} = 0$ , lo que es consistente con nuestra suposición de despreciar el movimiento relativo del centro de masa gravitacional con respecto al centro del sistema de referencia del observador. La ecuación aproximada (64) se ha utilizado en esos trabajos para el análisis de la contribución gravitacional a la función de desplazamiento al rojo en el caso de la estrella S2.

La *GRAVITY Collaboration* (Gravity Collaboration, 2018) ha reclamado la detección del corrimiento al rojo gravitacional en la órbita de la estrella S2. En la práctica, verificaron la con-

sistencia de los datos de la función del corrimiento al rojo de S2 con la presencia de lo que ellos llaman el “exceso relativista de la velocidad radial” (Gravity Collaboration, 2018)

$$\Delta z \equiv z - z_K, \quad (65)$$

la ecuación (65) dice que el exceso teórico predicho por la relatividad general en el orden 2PN es

$$\Delta z \approx \frac{1}{2}v^2 + \frac{M_{\text{BH}}}{r}, \quad (66)$$

el cual ha demostrado ser consistente con los datos de la estrella S2 (ver Gravity Collaboration, 2018).

El presente modelo RAR es un tratamiento relativista completamente general, por lo tanto, usamos la función de corrimiento al rojo completa (Ec. 60) en el ajuste de los datos observacionales (ver Sec. 4.1.3). En este caso, el exceso generado por la relatividad general en el corrimiento al rojo, como se define en la Ec. (65), está dado por

$$\Delta z = (\gamma - 1)(1 + z_K). \quad (67)$$

Es evidente a partir de la expresión general, Ec. (67), que en el límite no relativista (newtoniano),  $\gamma \rightarrow 1$ , el exceso desaparece, es decir,  $\Delta z \rightarrow 0$ . También es fácil verificar que la ecuación (67) reduce a la Ec. (66) al orden 2PN, con la ayuda de la Ec. (63).

## 5.2. Corrimiento al rojo gravitacional de S2

Los instrumentos del *Very Large Telescope* (VLT) en el *European Southern Observatory* (ESO), SINFONI, NACO, y más recientemente, GRAVITY, han acumulado datos exquisitos sobre la velocidad radial (la función de corrimiento al rojo) y el movimiento de S2 durante aproximadamente tres décadas (Gillessen et al., 2017; Gravity Collaboration, 2018). Esto ha permitido la reciente detección observacional del desplazamiento al rojo gravitacional combinado y el efecto Doppler transversal relativista para S2 por la *GRAVITY Collaboration* (Gravity Collaboration, 2018).

El desplazamiento *Doppler* total  $z(r)$  es una combinación del corrimiento al rojo gravitacional y del desplazamiento Doppler relativista. La *GRAVITY Collaboration* (Gravity Collaboration, 2018) usa la expansión 2PN de la función de corrimiento al rojo para el caso de una partícula de prueba alrededor de un BH de Schwarzschild. Ahora se resume su tratamiento y se remite a Zucker et al. (2006) y Do et al. (2019) para sus detalles, y se remite a la Sec. 5.1 para detalles sobre el tratamiento relativista general y una derivación de la aproximación 2PN. Al orden 2PN, la función de desplazamiento al rojo es

$$z(r) \approx z_g(r) + z_D(r) + \mathcal{O}(1/c^2). \quad (68)$$

El primer término  $z_g$  es la expresión 2PN del corrimiento al rojo gravitacional puro

$$z_g(r) = \sqrt{\frac{g_{00}(R)}{g_{00}(r)}} - 1 \approx \frac{M_{BH}}{r}, \quad (69)$$

donde  $r$  es la posición del fotón emitido (emisor o fuente),  $R$  es la posición del receptor y  $g_{00}$  es el componente 0-0 de la métrica del espacio-tiempo. Debido a que  $R = D_{\odot} = 8$  kpc es la distancia del Sol al centro Galáctico,  $r \ll R$ , por lo tanto se puede aproximar con seguridad que  $r/R \rightarrow 0$ . El segundo término  $z_D$  del corrimiento al rojo 2PN se puede dividir en la contribución kepleriana (newtoniana),  $z_K(r)$ , y el desplazamiento Doppler transversal puramente relativista,  $z_{tD}$ , es decir

$$z_D(r) \approx z_K(r) + z_{tD}(r), \quad (70)$$

aquí

$$z_K(r) = \vec{v} \cdot \vec{n}, \quad (71)$$

donde  $\vec{n}$  es el vector unitario en la dirección de la línea de visión (ver Sec. 5.1), y

$$z_{tD}(r) = \frac{v(r)^2}{2}. \quad (72)$$

Para resumir, a orden 2PN

$$z(r) = z_K(r) + z_{GR}(r), \quad (73)$$

siendo

$$z_{GR}(r) = z_{tD}(r) + z_g(r), \quad (74)$$

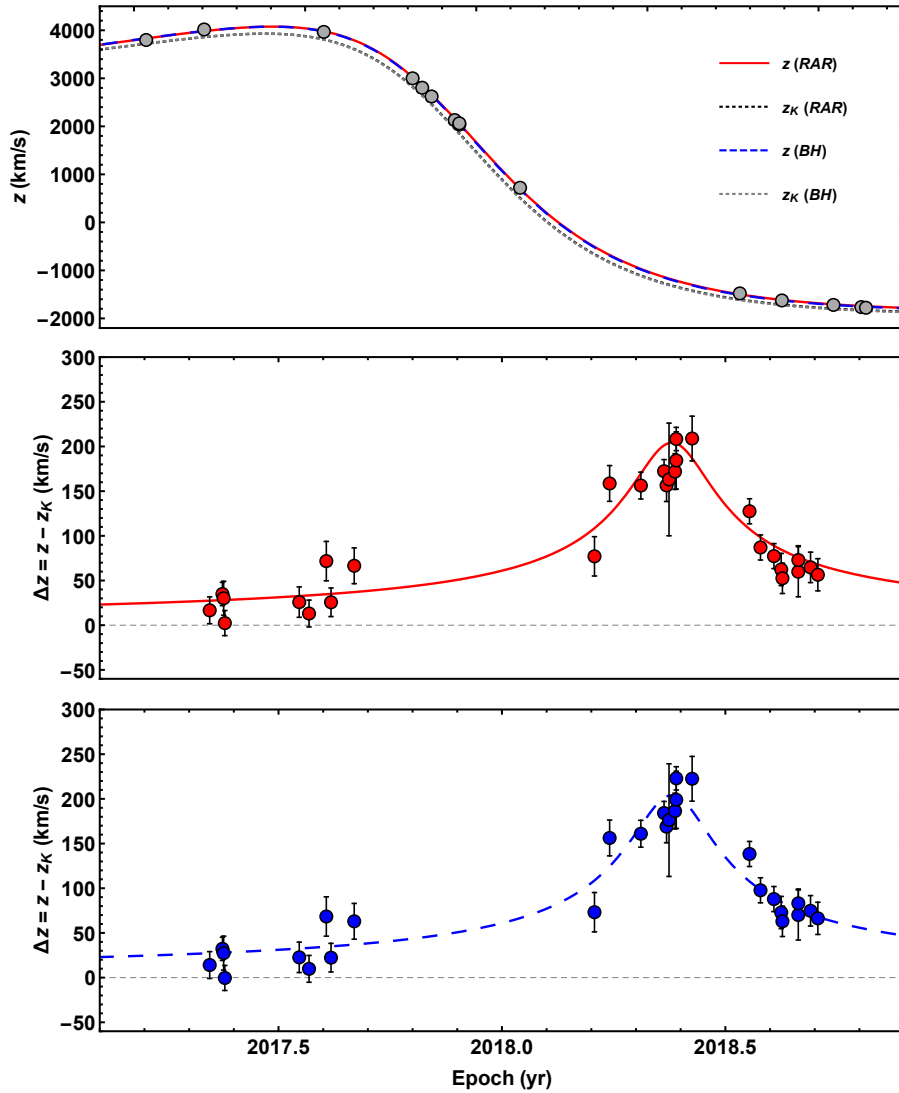
la corrección relativista total. Por lo tanto, la desviación de un comportamiento puramente new-

toniano puede medirse por el exceso relativista de la velocidad radial (Gravity Collaboration, 2018)

$$\Delta z(r) \equiv z(r) - z_K(r) = z_{\text{GR}}(r). \quad (75)$$

Debido a que el modelo RAR extendido es completamente relativista general, se usa la expresión relativista completa de la función de corrimiento al rojo y el correspondiente exceso generado por la relatividad general (ver Sec. 5.1 para mas detalles).

Las Figuras 14 y 18 muestran la función de corrimiento al rojo  $z$  calculada bajo los modelos del BH masivo y RAR extendido para S2 y G2 respectivamente. En el panel superior de la Fig. 19, se muestra la función de corrimiento al rojo  $z$  junto con la contribución kepleriana correspondiente  $z_K$  para S2 en los dos modelos. Los paneles inferiores muestran el correspondiente exceso relativista,  $\Delta z$ . Todos estos gráficos muestran que ambos modelos se ajustan a los datos observacionales de S2 con una precisión comparable. El  $\chi^2$  reducido de la función de desplazamiento al rojo para este conjunto de parámetros es  $\bar{\chi}_{z,\text{RAR}}^2 \approx 1.28$  y  $\bar{\chi}_{z,\text{BH}}^2 \approx 1.04$ ; ver Sec. 4.1.3 para detalles sobre el cálculo de  $\bar{\chi}^2$ . Es importante mencionar que ambos modelos contienen conjuntos de parámetros con valores ligeramente diferentes a los que se presentaron en la Tabla 3, que producen  $\bar{\chi}_{z,\text{RAR}}^2 \approx \bar{\chi}_{z,\text{BH}}^2 \approx 1$ . Sin embargo, estos parámetros aumentan ligeramente el  $\bar{\chi}_X^2$  y  $\bar{\chi}_Y^2$  y, en consecuencia, incrementa la media  $\langle \bar{\chi}^2 \rangle$ .



**Figura 19**

*Función de corrimiento al rojo  $z$  (panel superior) y “exceso” (panel medio para el modelo RAR y panel inferior para el modelo del BH masivo central) con respecto a la contribución kepleriana (newtoniana), es decir,  $\Delta z = z - z_K$  (ver Sec. 5.1), para el movimiento de S2 alrededor de su pasaje por el pericentro. Los modelos teóricos se calculan resolviendo las EOM de una partícula de prueba en el campo gravitacional producido por: (i) un BH de Schwarzschild de  $4.075 \times 10^6 M_\odot$  (curvas azules discontinuas), y (ii) la distribución de DM obtenida del modelo RAR extendido para fermiones de 56 keV (curvas rojas). La masa del núcleo cuántico en el modelo RAR es  $3.5 \times 10^6 M_\odot$ . La Tabla 3 muestra los parámetros de cada modelo.*

### 5.3. Precesión relativista en la órbita de S2

En esta sección enfocamos la atención únicamente en la estrella S2, la cual ha sido monitoreada continuamente durante los últimos 27 años, y muestra una de las órbitas más compactas alrededor de Sgr A\* con un pericentro de 0.56 mpc (aproximadamente 1450 radios de Schwarzschild de el objeto central). Aunque está relativamente lejos de Sgr A\* donde los efectos relativistas son débiles y difíciles de detectar, S2 se considera actualmente el mejor trazador del potencial gravitacional de Sgr A\*. Siendo sus datos astrométricos alrededor del pasaje por el pericentro los más precisos tomados hasta la fecha; ver por ejemplo Gravity Collaboration (2018, 2020); Do et al. (2019).

Una condición necesaria que deben cumplir los perfiles RAR de DM para explicar la órbita de S2, es que el radio del núcleo de DM correspondiente ( $r_c$ ) sea menor que el pericentro de S2 (para el caso de  $m = 56 \text{ keV}/c^2$  es  $r_c \approx 0.4 \text{ mpc} < r_{p(S_2)} = 0.56 \text{ mpc}$ ). Sin embargo, como se entendió por primera vez en Argüelles et al. (2018), y se detalla más aquí, los núcleos de DM más compactos con  $r_c < r_{p(S_2)}$  (con condiciones límite del halo de la Vía Láctea fijas) también pueden explicar las órbitas estelares del cluster S para diferentes masas del fermión (en adelante *darkino*). Por lo tanto, en esta sección exploramos otros perfiles RAR para la Vía Láctea que van desde  $m = 55 \text{ keV}/c^2$  a  $m = 60 \text{ keV}/c^2$ , los cuales serán fundamentales al comparar las propiedades de la precesión de la órbita de S2 para diferentes concentraciones centrales de materia oscura.

Las ecuaciones que describen la trayectoria de la estrella, Ecs. 16–18, se integran durante

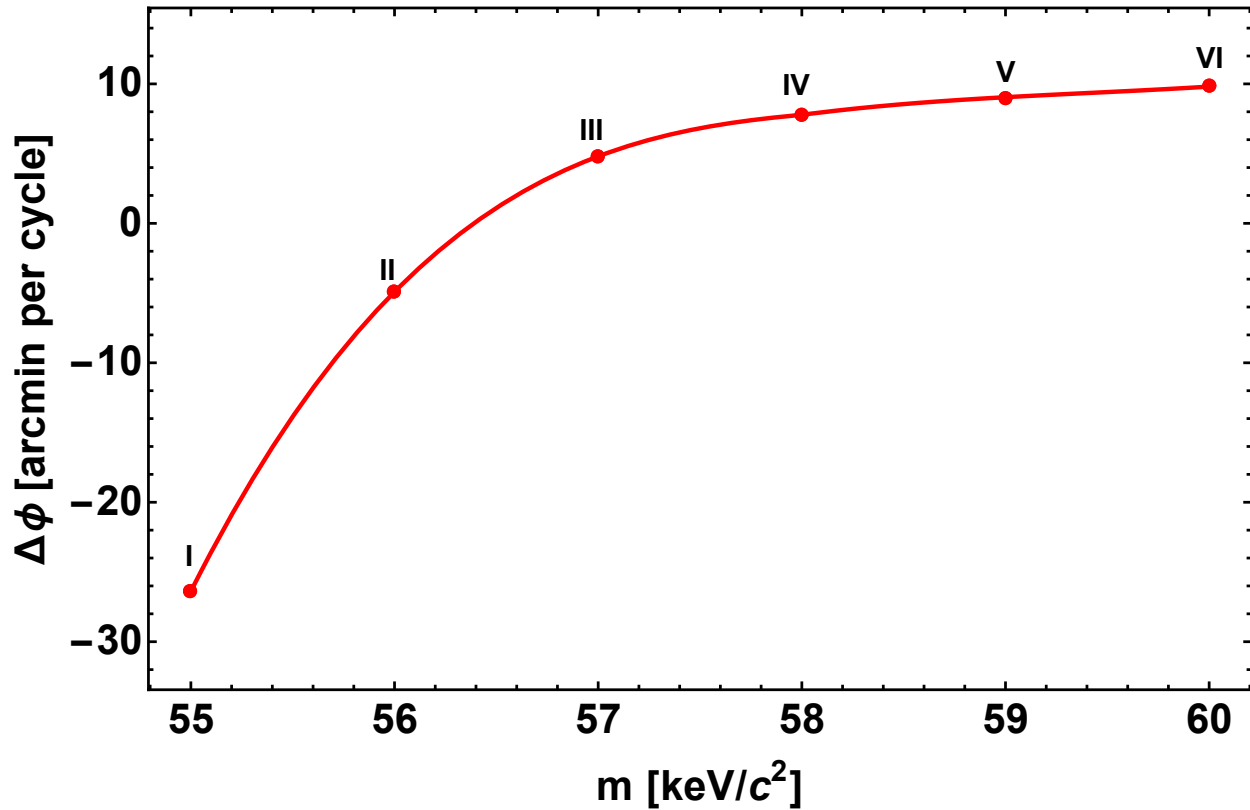
un tiempo lo suficientemente largo como para asegurar que la partícula realiza más de dos órbitas consecutivas; de esta manera se puede calcular la precesión neta de la órbita real durante dos ciclos sucesivos. Por ejemplo, al denotar el tiempo del apocentro en dos órbitas consecutivas como  $t_{\text{apo1}}$  y  $t_{\text{apo2}}$  respectivamente, la precesión de la órbita real sobre esos dos ciclos se define como

$$\Delta\phi = \phi(t_{\text{apo2}}) - \phi(t_{\text{apo1}}). \quad (76)$$

Se inicia analizando los efectos de diferentes concentraciones del núcleo de DM con las correspondientes masas de *darkino* sobre la precesión  $\Delta\phi$  de la estrella S2. Para esta tarea, usamos todas las medidas astrométricas disponibles públicamente que incluyen datos obtenidos de los instrumentos NIRC en Keck I (1995–2005) y NIRC2 en Keck II (2005–2018) (Do et al., 2019). En la Fig. 20, se muestra  $\Delta\phi$  como una función de la masa del *darkino*  $m$ , dentro de un rango estrecho de masas de partículas alrededor de  $56 \text{ keV}/c^2$ . En el caso del BH, la precesión de la órbita por ciclo viene dada por la conocida expresión

$$\Delta\phi_{\text{BH}} = \frac{6\pi GM_{\text{BH}}}{c^2 a(1 - e^2)}, \quad (77)$$

la cual siempre es prógrada ( $\Delta\phi > 0$ ), y que para el BH de masa  $4.07 \times 10^6 M_{\odot}$  junto con los parámetros orbitales mostrados en la Tabla 3, dan una precesión para S2 de  $\approx 12 \text{ arcmin}$ . En el caso de DM,  $\Delta\phi$  no tiene expresión analítica, pero las soluciones numéricas muestran que aumenta de forma no lineal de negativo a positivo (es decir, de retrógrada a prógrada) con la masa del *darkino* (ver Fig. 20).



**Figura 20**

*Precesión relativista del periapsis  $\Delta\phi$  de la estrella S2 como función de la masa del darkino basado en las predicciones de los modelos RAR de DM. La precesión es retrógrada para  $m < 56.4 \text{ keV}/c^2$  mientras que se vuelve prógrada para  $m > 56.4 \text{ keV}/c^2$  (ver Tabla 4 para más detalles).*

Dado que el núcleo cuántico de DM está rodeado por una masa de DM extendida y más diluida, existen dos efectos en competencia en el modelo RAR que conducen a tres posibilidades diferentes para la precesión de la órbita de S2. Los efectos se pueden separar aproximadamente en un efecto prógrado causado por el potencial gravitacional del núcleo de DM que se encuentra dentro del pericentro de S2 (similar a una fuente puntual relativista), y un efecto retrógrado causado por el potencial gravitacional generado por la masa extendida entre el radio del pericentro  $r_p$ , y el

radio del apocentro  $r_a$ , esto es

$$\Delta M_{\text{DM}} = \int_{r_p}^{r_a} 4\pi r^2 \rho_{\text{DM}}(r) dr. \quad (78)$$

Debido al comportamiento de escalado de los perfiles RAR *núcleo-halo* con los cuatro parámetros libres subyacentes de la teoría (Argüelles et al., 2018, 2019), ambos efectos están relacionados entre sí. Es decir, cuanto mayor es la masa del *darkino*, más compacto es el núcleo de DM (el cual se asemeja cada vez más al caso del BH (Argüelles et al., 2018)), con la consiguiente fracción de masa  $\Delta M_{\text{DM}}/M_c$  menos extendida. Lo anterior conduce a:

- I). Precesión prógrada ( $\Delta\phi > 0$ ) como se muestra en la Fig. 20. Sucede para  $m > 56.4 \text{ keV}/c^2$  con una masa del núcleo de DM correspondiente a  $M_c = 3.50 \times 10^6 M_\odot$ . En este caso, el efecto retrógrado debido a la masa de DM extendida  $\Delta M_{\text{DM}}/M_c$  no es suficiente para compensar el movimiento prógrado.
- II). Precesión nula ( $\Delta\phi = 0$ ), ocurre para  $m = 56.4 \text{ keV}/c^2$  con  $M_c = 3.50 \times 10^6 M_\odot$ , cuando los dos efectos anteriores se equilibran entre sí.
- III). Precesión retrógrada ( $\Delta\phi < 0$ ) como se puede ver en la Fig. 20. Sucede para  $m < 56.4 \text{ keV}/c^2$ , cuando la fracción de la masa del núcleo de DM  $\Delta M_{\text{DM}}/M_c$  entre  $r_{p(S_2)}$  y  $r_{a(S_2)}$  es lo suficientemente grande.

Como se detalla en la Tabla 4, tal valor umbral de  $\Delta M_{\text{DM}}/M_c$  por debajo del cual su efecto retrógrado asociado se vuelve insignificante (y por lo tanto la precesión siempre es prógrada) es

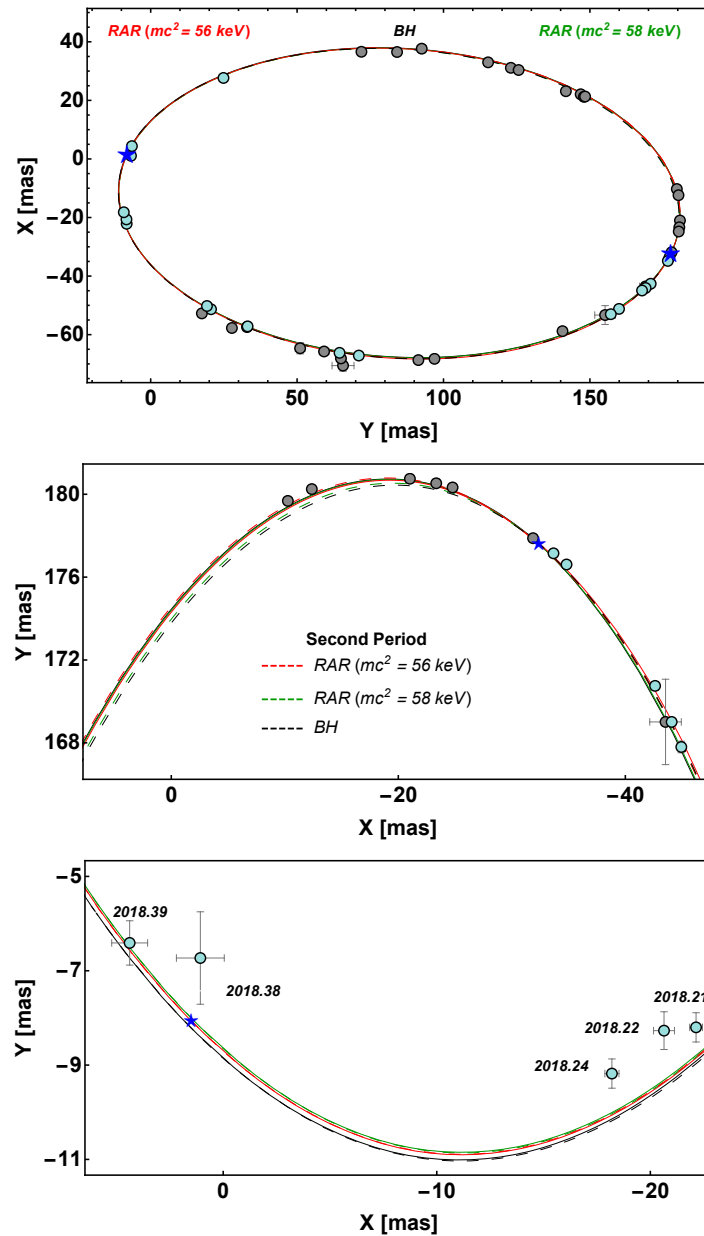
$\sim 0.1\%$ .

Luego, se procede a comparar las predicciones sobre la precesión del periapsis de la órbita de S2 en forma análoga a la de la Fig. 20, es decir, calculada en el apocentro, pero en el plano del cielo ( $\Delta\phi_{\text{sky}}$ ) para 7 modelos diferentes: un BH de Schwarzschild y 6 modelos RAR de DM para la Vía Láctea (lo que significa que ya reproduce su curva de rotación) con  $m$  desde 55 hasta 60 keV/c<sup>2</sup>. Los valores obtenidos de  $\Delta\phi_{\text{sky}}$  se dan en la última columna de la Tabla 4, junto con cada conjunto de parámetros libres del modelo (por ejemplo,  $M_{\text{BH}}$  para el modelo BH y  $M_c$  para RAR en cada  $m$  dado) que se ajusta mejor a los datos astrométricos de S2. En esta tabla se incluyen algunas propiedades del modelo *a posteriori*, incluido el radio del núcleo de DM  $r_c$  y la fracción de masa de DM extendida  $\Delta M_{\text{DM}}/M_c$ . Los modelos de mejor ajuste se obtienen siguiendo el procedimiento en la Sec. 4.2, donde también se puede encontrar el conjunto completo de parámetros orbitales de mejor ajuste de S2 (para  $m = 56$  keV/c<sup>2</sup>).

La Figura 21 muestra la precesión relativista de la órbita proyectada de S2, en un gráfico de *Ascensión Recta – Declinación*. Allí se puede ver que, si bien las posiciones en el plano del cielo casi coinciden con respecto al último pasaje por el pericentro en los tres modelos, se pueden diferenciar cerca del siguiente apocentro. Específicamente, el panel central evidencia la diferencia en el apocentro entre el caso prógrado (modelo BH y RAR con  $m = 58$  keV/c<sup>2</sup>), y el caso retrógrado (modelo RAR con  $m = 56$  keV/c<sup>2</sup>).

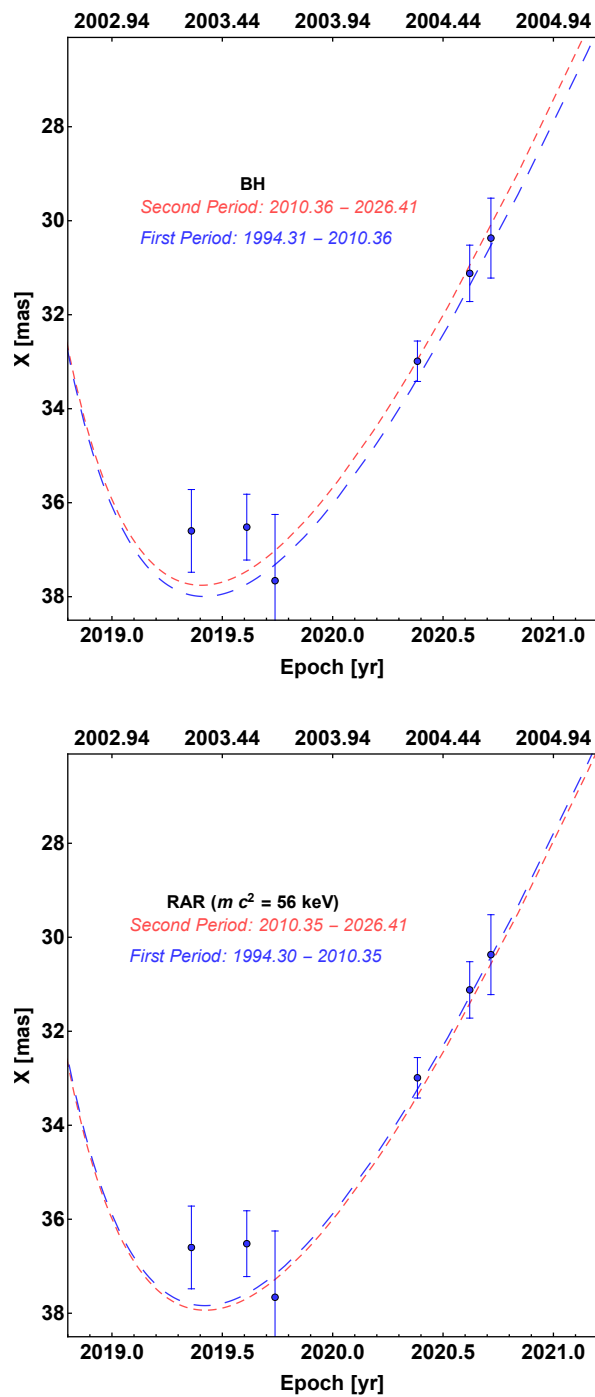
La misma conclusión se puede evidenciar, y cuantificar, al mostrar los efectos de la precesión de la órbita de S2 en la Ascensión Recta ( $X$ ) como una función del tiempo, según lo predicho por cada uno de los dos modelos precedentes. Lo anterior se representa en la Fig. 22, la cual muestra la clara diferencia en  $X$  entre dos períodos consecutivos, cada uno comenzando aproximadamente en el pasaje del pericentro. El primer período se muestra con la curva roja de trazos cortos, y el segundo período se muestra con la curva azul de trazos largos que se extiende más allá del último pasaje del pericentro, donde la precesión predicha en cada modelo es más evidente. De hecho, el caso del BH (panel superior) muestra una tendencia prógrada con un desplazamiento máximo de  $\Delta X \approx 0.7$  mili-arcosegundos en 2026.0 con respecto al período anterior ( $\approx 0.4$  mili-arcosegundos en 2021.2); mientras que el caso RAR ( $m = 56 \text{ keV}/c^2$ ) (panel inferior) muestra una tendencia retrógrada con un desplazamiento máximo de  $\Delta X \approx 0.3$  mili-arcosegundos en 2026.3 con respecto al período anterior (donde  $\Delta X \approx 0.2$  mili-arcosegundos en 2021.2).

Desafortunadamente, los datos disponibles públicamente en la ventana de tiempo relevante de la Fig. 22 son solo unos pocos datos dentro del primer período (mostrados en puntos azules y obtenidos de Do et al. (2019)), donde las barras de error grandes impiden discriminar entre los modelos. Incluso si la mejorada resolución astrométrica de S2 obtenida por la *GRAVITY Collaboration* entre el 2018 y 2019.7 alcanza los 0.1 mili-arcosegundos (datos aún no públicos), este periodo de tiempo cubre el rango alrededor del pasaje del pericentro donde el  $\Delta X$  predicho en ambos escenarios es demasiado bajo para discriminar de manera segura entre estos modelos.



**Figura 21**

*Precesión relativista para la órbita en el plano del cielo de S2. Si bien la precesión es prógrada para los modelos BH y RAR con  $m = 58 \text{ keV}/c^2$  (negro punteado y verde respectivamente), es retrógrada para el modelo RAR con  $m = 56 \text{ keV}/c^2$  (en rojo discontinuo). Las curvas sólidas (teóricas) y los puntos grises (datos) corresponden al primer período, mientras que las curvas discontinuas (teóricas) y los puntos cían (datos) al segundo período. El panel central muestra el zoom de la región alrededor del apocentro y el panel inferior del pericentro. Las medidas astrométricas se tomaron de Do et al. (2019).*

**Figura 22**

*Precesión relativista de S2 vista desde la Ascensión Recta en función del tiempo después del último pasaje por el pericentro, donde los efectos son más prominentes. Modelo BH (panel superior) y modelo RAR para  $m = 56 \text{ keV}/c^2$  (panel inferior).*

**Tabla 4**

Comparación de los modelos BH y RAR que mejor se ajustan a todos los datos disponibles públicamente de la órbita S2. La segunda columna muestra la masa del objeto central,  $M_{\text{CO}}$ . Para el modelo BH de Schwarzschild,  $M_{\text{CO}} = M_{\text{BH}}$ , mientras que para el modelo RAR,  $M_{\text{CO}} = M_c$ , con  $M_c$  la masa del núcleo de DM. La tercera columna muestra el radio del objeto central,  $r_c$ . Para el modelo BH de Schwarzschild,  $r_c$  viene dado por el radio del horizonte de eventos,  $R_{\text{Sch}} = 2GM_{\text{BH}}/c^2$ . La cuarta columna muestra la masa de DM encerrada dentro de la órbita de S2,  $\Delta M_{\text{DM}}/M_{\text{CO}}$ . Los radios del pericentro y apocentro que mejor ajustan la órbita de S2 son dados en la columna 5 y 6 respectivamente. Los valores promedio del  $\chi^2$  reducido, definidos en la Sec 4.2, se dan en la séptima columna. Las dos últimas columnas muestran las predicciones de la precesión del periapsis de la órbita real,  $\Delta\phi$ , y de la órbita proyectada en el cielo,  $\Delta\phi_{\text{sky}}$ , respectivamente.

Modelo	$M_{\text{CO}}$ [ $10^6 M_{\odot}$ ]	$r_c$ [mpc]	$\Delta M_{\text{DM}}/M_{\text{CO}}$	$r_p$ [as]	$r_a$ [as]	$\langle \bar{\chi}^2 \rangle$	$\Delta\phi$ [arcmin]	$\Delta\phi_{\text{sky}}$ [arcmin]
I RAR ( $m = 55 \text{ keV}/c^2$ )	3.55	0.446	$1.39 \times 10^{-2}$	0.01417	0.23723	2.9719	-26.3845	-32.1116
II RAR ( $m = 56 \text{ keV}/c^2$ )	3.50	0.427	$5.99 \times 10^{-3}$	0.01418	0.23618	3.0725	-4.9064	-5.9421
III RAR ( $m = 57 \text{ keV}/c^2$ )	3.50	0.407	$2.21 \times 10^{-3}$	0.01417	0.23617	3.2766	4.8063	5.8236
IV RAR ( $m = 58 \text{ keV}/c^2$ )	3.50	0.389	$7.13 \times 10^{-4}$	0.01424	0.23609	3.2814	7.7800	9.4243
V RAR ( $m = 59 \text{ keV}/c^2$ )	3.50	0.371	$2.93 \times 10^{-4}$	0.01418	0.23613	3.3356	9.0456	10.9613
VI RAR ( $m = 60 \text{ keV}/c^2$ )	3.50	0.355	$1.08 \times 10^{-4}$	0.01423	0.23610	3.3343	9.8052	11.8764
BH	4.07	$3.89 \times 10^{-4}$	0	0.01427	0.23623	3.3586	11.9501	14.4947

#### 5.4. Discusión y conclusiones

Se han utilizado los datos observacionales existentes de S2, incluido el desplazamiento *Doppler* total, el cual tiene contribuciones relativistas tanto especiales como generales. Se resolvieron las ecuaciones de movimiento para una partícula de prueba (S2) en el campo gravitacional producido por dos casos de interés: (1) la hipótesis de un BH masivo central, para la cual se usó la métrica de Schwarzschild; y (2) la hipótesis de DM fermiónica dentro del modelo RAR extendido, lo cual conduce a un perfil *núcleo-halo* de DM que a su vez lleva a una métrica obtenida de las ecuaciones de equilibrio del modelo RAR extendido siguiendo el tratamiento en Argüelles et al. (2018) y resumido en la Sec. 3.1. Se remite a la Sec. 4.1 para obtener detalles de las ecuaciones de movimiento y el procedimiento para obtener los parámetros del modelo a partir del ajuste de los datos de observación.

En este trabajo, se ha demostrado que el modelo del BH masivo y el modelo RAR pueden explicar todos los datos observacionales (órbita y velocidad) con precisión comparable, incluido el corrimiento al rojo predicho por la relatividad general; ver la Fig. 19. Además, se ha demostrado que a diferencia de la clásica precesión prógrada del BH de Schwarzschild para la órbita de S2, cuando se asume una naturaleza de DM cuántica para Sgr A\* según el modelo RAR, la precesión puede ser retrógrada o prógrada dependiendo de la cantidad de masa de DM encerrada dentro de la órbita de S2. Tal tendencia, a su vez, depende de la masa del *darkino*. En particular, se mostró que para un *darkino* con masa de  $56 \text{ keV}/c^2$ , el modelo RAR predice una precesión retrógrada de la órbita de S2, mientras que para una masa del *darkino* ligeramente mayor ( $58 \text{ keV}/c^2$ ), predice una

precesión prógrada. Este último muy similar al caso del BH de Schwarzschild.

Al ajustar los datos astrométricos disponibles para S2, llegamos a la conclusión de que ninguno de los escenarios anteriores sobre la naturaleza de Sgr A\* puede ser discriminado actualmente. Esto se debe principalmente a la gran excentricidad de la órbita de S2, lo que implica que su precesión tiene una mayor probabilidad de ser detectada lejos del pasaje del pericentro y más cerca del apocentro (Parsa et al., 2017). En consecuencia, evaluamos en qué momento durante el movimiento orbital de S2 se pueden desenredar estos escenarios, siendo los datos de alta precisión de S2 más allá de 2019 de suma importancia para esta tarea, esto debido a que hemos demostrado claramente que dentro de la resolución astrométrica actual para S2, los próximos datos cerca del siguiente pasaje por el apocentro tiene una buena posibilidad de validar una de las direcciones de precesión orbital predichas anteriormente. Tal confirmación es esencial para revelar la naturaleza clásica ó cuántica de Sgr A\*.

Finalmente, se describe algunas consecuencias astrofísicas y cosmológicas del modelo de DM RAR, además de los presentes resultados. El modelo RAR predice un mecanismo para la formación de un BH supermasivo en el Universo de alto corrimiento al rojo cuando el núcleo denso de DM alcanza su masa crítica para el colapso gravitacional (Argüelles et al., 2021). Para un *darkino* con masa de de aproximadamente  $50 \text{ keV}/c^2$ , dicha masa crítica es  $\sim 10^8 M_{\odot}$ . Este valor numérico puede verse afectado por la acreción adicional de materia bariónica sobre el núcleo de *darkinos*. Además, el modelo RAR también proporciona la naturaleza cuántica y la masa de las partículas

de DM, así como la morfología de los perfiles de DM a escalas del halo interior. Como se mostró recientemente en Argüelles et al. (2021), la formación de perfiles de materia oscura *core - halo* es predicha dentro del mecanismo de relajación violenta con las siguientes propiedades clave: (i) se forman y permanecen estables dentro de escalas de tiempo cosmológico; (ii) son *Universales*, van desde las escalas de enanas hasta las escalas de los cúmulos de galaxias; y (iii) a escalas del halo interno, los perfiles de densidad RAR desarrollan una meseta extendida (similar a los perfiles de Burkert), por lo que no sufren el problema de núcleo-cúspide asociado con la cosmología  $\Lambda$ CDM estándar (ver, por ejemplo Bullock and Boylan-Kolchin (2017)).

## 6. Órbitas estelares y la naturaleza del centro Galáctico

### 6.1. Geodésicas y el ajuste de los datos astrométricos de las estrellas S

Monitorear el movimiento de las estrellas S alrededor de Sgr A\* ha proporcionado un conocimiento crucial sobre las propiedades del potencial gravitacional en el que se mueven. Sin embargo, la mayor parte del conocimiento del campo gravitacional generado por el objeto masivo alojado en Sgr A\* se debe a una sola estrella, S2, que es la más brillante entre las estrellas S (por lo tanto, la determinación de su órbita es menos propensa a errores). Recordemos que S2 describe una órbita casi elíptica con uno de los períodos orbitales más cortos (aproximadamente 16 yr; ver, por ejemplo, Ghez et al. (2003); Gillessen et al. (2017); Gravity Collaboration (2018)), y su pericentro es el segundo más cercano a Sgr A\*,  $r_{p(S2)} \approx 0.6$  mpc. En consecuencia, S2 proporciona las restricciones más precisas sobre el potencial gravitacional de Sgr A\* hasta la fecha (Gillessen et al., 2009, 2017; Ghez et al., 2008).

Siguiendo el tratamiento descrito en la Sec. 4.1 para el procedimiento de mejor ajuste de S2 y G2, el cual se ha utilizado para restringir los parámetros del modelo en los dos escenarios: un agujero negro y un núcleo cuántico de materia oscura. En el primer caso, el parámetro relevante asociado con la fuente del campo gravitacional es la masa del BH ( $M_{\text{BH}}$ ), y en el caso RAR, es la

masa del núcleo de DM ( $M_c$ )<sup>3</sup>. Para cada valor de  $M_c$  aplicado en este procedimiento, el conjunto de parámetros libres subyacente del modelo RAR es tal que el perfil general *núcleo – halo* puede explicar con precisión los datos de las curvas de rotación de la Galaxia (ver Argüelles et al. (2018) y Cap. 3 para más detalles).

Estos parámetros ( $M_{\text{BH}}$  y  $M_c$ ) caracterizan los modelos teóricos acá estudiados ya que, una vez dados, se establece la geometría del espacio-tiempo. Luego, se resuelven las ecuaciones de la relatividad general para una partícula de prueba en la geometría establecida para obtener la geodésica real que, proyectada sobre el plano del cielo, ajuste mejor la órbita estelar aparente, que en cualquier momento dado, esta descrita por las medidas de la *Ascensión Recta* ( $X$ ) y *Declinación* ( $Y$ ).

Para un modelo fijo, la órbita real es determinada una vez se dan los valores de la energía y el momento angular por unidad de masa de la geodésica. Estos parámetros se pueden determinar usando la técnica de potencial efectivo como se describe en la Sec. 4.1.3, al establecer valores para los radios del pericentro y apocentro,  $r_p$  y  $r_a$ . Alternativamente,  $r_p$  y  $r_a$  podrían reemplazarse por el semieje mayor  $a$  y la excentricidad  $e$  de una elipse efectiva. Los valores de  $r_p$  y  $r_a$  no se ven afectados en la proyección de la órbita sobre el plano del cielo, por lo que la órbita

---

<sup>3</sup> El valor de  $M_c$  depende de los parámetros (subyacentes) libres del modelo RAR (incluida la masa de partícula  $m$ ) (Argüelles et al., 2018), pero la minimización del  $\chi^2$  reducido aquí aplicada para ajustar las órbitas, siguiendo la Sec. 4.1, solo usa  $M_c$ . La masa del núcleo  $M_c$  está limitada por el movimiento de las estrellas más internas de la Galaxia, como las estrellas S utilizadas en este trabajo.

aparente se determina para valores dados de los elementos orbitales osculantes, o sea,  $\omega$ ,  $i$ , y  $\Omega$ . Con esto, también se pueden inferir el período orbital  $P$  y el tiempo de mayor aproximación al centro Galáctico, es decir, el tiempo para alcanzar el pericentro,  $t_p$  (usando la convención de tiempo J2000; ver la Sec. 4.1.1 par más detalles). Además, se introducen los desplazamientos de posición constante  $X_0$  y  $Y_0$ , con el propósito de tener en cuenta la posición relativa del centro de masa gravitacional al sistema de referencia (ver Ecs. 38 y 39). El procedimiento se realiza de forma iterativa para obtener los parámetros de mejor ajuste a partir de la minimización de mínimos cuadrados.

En el Capítulo 4, la aplicación de este procedimiento al caso de la estrella S2 condujo a  $M_{\text{BH}} = 4.075 \times 10^6 M_{\odot}$ , para el modelo del BH, y a  $mc^2 = 56 \text{ keV}$  y  $M_c = 3.5 \times 10^6 M_{\odot}$ , para el modelo RAR. Este valor de  $M_c$  junto con el ajuste general de la curva de rotación de la Galaxia, implica que la masa mínima permitida del *darkino* capaz de cumplir con todas las restricciones observacionales debe estar alrededor de  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ . Para esta masa de partículas, el radio del núcleo de DM es  $r_c \approx 0.4 \text{ mpc}$  (ver Sec. 3.2), masas de darkino más grandes (hasta 345 keV), para la misma masa  $M_c$ , implican tamaños de núcleos de DM más compactos, hasta unos pocos radios de Schwarzschild, que aún satisfacen los datos de la curva de rotación (Argüelles et al., 2018).

Recordemos que ambas masas,  $M_{\text{BH}}$  y  $M_c$ , no son directamente comparables debido a la diferente geometría y la naturaleza extendida (más allá del radio del núcleo de DM) de la distribución de DM (ver Sec. 4.2 para más detalles). También se recuerda la confiabilidad de nuestro procedimiento de ajuste, de hecho, nuestro valor inferido de  $M_{\text{BH}}$  para el caso del BH usando

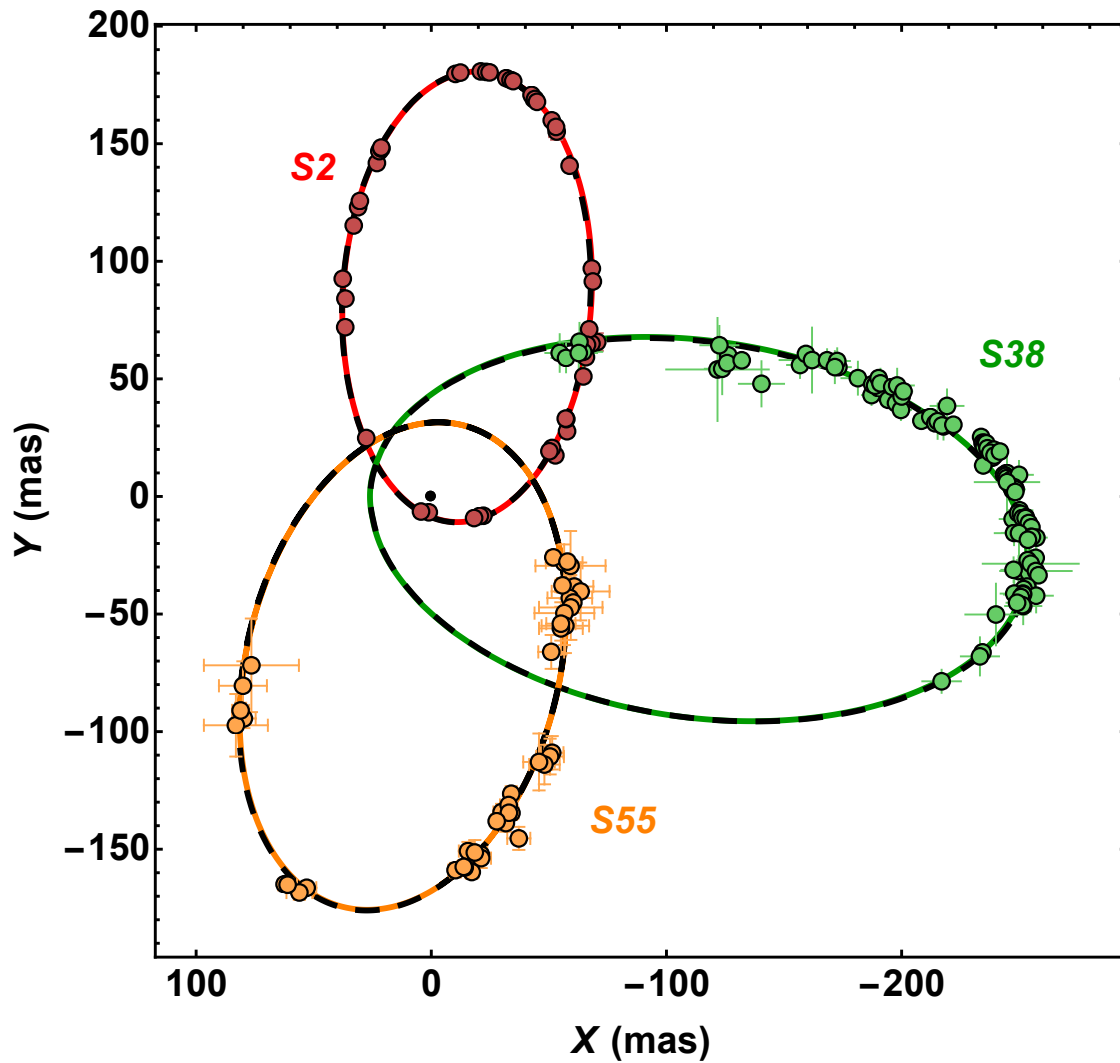
los datos observados de S2 concuerda con los valores reportados más recientemente en la literatura, por ejemplo,  $M_{\text{BH}} = 4.1 \times 10^6 M_{\odot}$  por Gravity Collaboration (2018), y  $3.975 \times 10^6 M_{\odot}$  por Do et al. (2019). Incluso el valor de  $M_{\text{BH}}$  encontrado aquí está dentro de las incertidumbres de las mediciones reportadas a partir del ajuste simultáneo de varias órbitas estelares: Boehle et al. (2016) reportó  $M_{\text{BH}} = (4.02 \pm 0.16) \times 10^6 M_{\odot}$  usando S2 y S38, y Parsa et al. (2017) reportó  $M_{\text{BH}} = (4.15 \pm 0.13) \times 10^6 M_{\odot}$  usando S2, S38 y S55 (la Figura 23 muestra nuestro mejor ajuste de las estrellas S2, S38 y S55, las más utilizadas para restringir el potencial gravitacional del centro Galáctico).

Aquí se amplia la aplicación de nuestro modelo, previamente probado con S2 y G2, a las otras estrellas S. Por lo tanto, aplicamos el procedimiento descrito anteriormente, manteniendo fijos los parámetros anteriores ya que definen la fuente del campo gravitacional. Así mismo, se fijan

$$X_0^{\text{BH}} = -0.0830 \text{ mas}, \quad Y_0^{\text{BH}} = 2.4893 \text{ mas},$$

$$X_0^{\text{RAR}} = -0.1557 \text{ mas}, \quad Y_0^{\text{RAR}} = 2.5527 \text{ mas},$$

y la distancia a Sgr A\*, 8 kpc. Luego se buscan los demás parámetros que determinan la órbita real y el mejor ajuste de la órbita aparente. Siguiendo a Gillessen et al. (2017), se analizan las 17 estrellas S mejor resueltas: S1, S2, S4, S8, S9, S12, S13, S14, S17, S18, S19, S21, S24, S31, S38, S54, y S55.



**Figura 23**

*Mejor ajuste para las órbitas de las estrellas S2, S38 y S55. Estas tres estrellas son las de mayor aproximación y el período orbital más corto alrededor de Sgr A\*. Se muestra la órbita proyectada en el plano del cielo, X vs. Y, donde X es Ascensión Recta y Y Declinación. Las curvas de trazos negros corresponden al modelo del BH y las curvas de colores al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017).*

## 6.2. Discusión y conclusiones

El ajuste orbital tiene como objetivo inferir las órbitas de las estrellas individuales, así como información sobre la naturaleza del objeto compacto responsable del campo gravitacional que domina su dinámica. La Tabla 5 resume los parámetros que mejor ajustan el modelo y el correspondiente  $\chi^2$  reducido para la posición ( $X$  y  $Y$ ) y la velocidad radial en la línea de visión (o sea, la función de desplazamiento al rojo  $z$ ), para el modelo del BH central y el modelo RAR de DM. Podemos ver que, en general, el modelo RAR funciona ligeramente mejor que el modelo del BH. Se puede obtener una estimación del rendimiento al calcular el promedio de los promedios, es decir, sumar los valores de la última columna de la Tabla 5, y dividirlo por el número de muestras. Para el modelo RAR, esta estimación conduce a 1.5741, y para el modelo BH a 1.6273. Esto confirma su comparable precisión al describir los datos de las estrellas S, siendo el modelo RAR de darkinos ligeramente preferido.

Se puede obtener información sobre la confiabilidad de nuestro procedimiento de ajuste comparando los parámetros inferidos en el caso del BH. Se ha recordado en la Sec. 6.1 que la masa del BH acá calculada, empleando los datos observacionales de S2, concuerda con la mayoría de los valores reportados recientemente en la literatura usando el mismo objeto, además, también concuerda con el valor obtenido a partir del ajuste simultáneo de órbitas estelares (S2, S38 y S55). Esto se confirma aún más por el hecho de que, los parámetros orbitales que inferimos para el modelo del BH (ver Tabla 5), no difieren en más del 2 % para S2, 1 % para S38 y 3 % para S55 de los valores reportados en Parsa et al. (2017). El valor que inferimos de  $M_{\text{BH}}$  también está dentro de la

ventana reportada en Gillessen et al. (2017),  $M_{\text{BH}} = (4.28 \pm 0.21) \times 10^6 M_{\odot}$ , para las 17 estrellas S mejor resueltas. Lo anterior muestra que el valor obtenido en este trabajo para la masa de Sgr A\*, basado únicamente en los datos observados de la estrella S2, permite predecir la dinámica orbital de las estrellas más cercanas al centro Galáctico sin necesidad de realizar un ajuste de múltiples estrellas. Es importante señalar que, si bien las estimaciones de  $M_{\text{BH}}$  en la literatura existente utilizan aproximaciones post-Newtonianas, nuestro método es completamente relativista general. (ver Sec. 4.1 y 4.2).

Dicho esto, podemos pasar a la visualización de las órbitas. La Fig. 23 muestra los datos y el mejor ajuste de la órbita aparente para S2, S38 y S55. Estas estrellas exhiben las órbitas más compactas entre las estrellas S. El desempeño similar de los modelos RAR y BH es evidente, siendo sus diferencias casi indistinguibles a estas escalas. La misma conclusión se obtiene de la Fig. 24, donde se presenta un gráfico exhaustivo del mejor ajuste de las órbitas observadas para la muestra de 17 estrellas S. En las Figuras. 25, 26 y 27, se presentan los datos y el mejor ajuste de la evolución temporal de los componentes de la posición de la estrella,  $X(t)$  y  $Y(t)$ , así como la función de corrimiento al rojo,  $z(t)$ , para la muestra de estrellas S. También en este caso, el rendimiento similar de los dos modelos probados es evidente. Esto es particularmente relevante porque el hecho de que un modelo proporcione un ajuste preciso de la órbita, es decir, de  $X$  vs.  $Y$ , no implica necesariamente que se ajuste correctamente a su evolución temporal, es decir, el modelo debe predecir correctamente el movimiento observado de la estrella. Por lo tanto, como se describe en la Sec. 4.1.3, la estimación de la calidad del ajuste debe comparar los valores teóricos de  $X$ ,  $Y$  y

$z$  con los valores medidos en cada tiempo de observación.

En resumen, este trabajo muestra por primera vez que un denso núcleo cuántico de DM ubicado en el centro Galáctico puede explicar la dinámica de las estrellas S con precisión similar (y algunos casos mejor) en comparación con el modelo del BH central. Estos resultados refuerzan la naturaleza alternativa de Sgr A\* como un núcleo denso de *darkinos* que podría superar al escenario del BH masivo central. Existe un hecho adicional clave, y es que esta misma distribución *núcleo – halo* de darkinos de 56 keV también explica las curvas de rotación de la Vía Láctea (consulte la Sec. 3.2 para más detalles). Además, los perfiles de DM *núcleo – halo* obtenidos a través del modelo RAR también se han demostrado en Argüelles et al. (2019) como *Universales*, ya que se pueden aplicar con éxito a enanas, elípticas y cúmulos de galaxias. Estos resultados han atraído aún más la atención sobre la microfísica de los darkinos, por ejemplo, sus auto-interacciones (Argüelles et al., 2016; Yunis et al., 2020) e interacción con neutrinos (Penacchioni et al., 2020); así como en su macrofísica, como sus propiedades de lente (Gómez et al., 2016), su influencia en la dinámica de sistemas binarios (Gómez and Rueda, 2017), su formación de halo y estabilidad en escalas de tiempo cosmológicas (Argüelles et al., 2020), y su papel en la formación de estructuras a gran y pequeña escala Yunis et al. (2020).

La materia oscura de fermiones con masa de 56 keV inferida en este trabajo produciría (hasta escalas de megaparsec) el mismo espectro estándar de potencia  $\Lambda$ CDM, proporcionando así la estructura esperada a gran escala. (Boyarsky et al., 2009). Debido a que la masa del fermión es

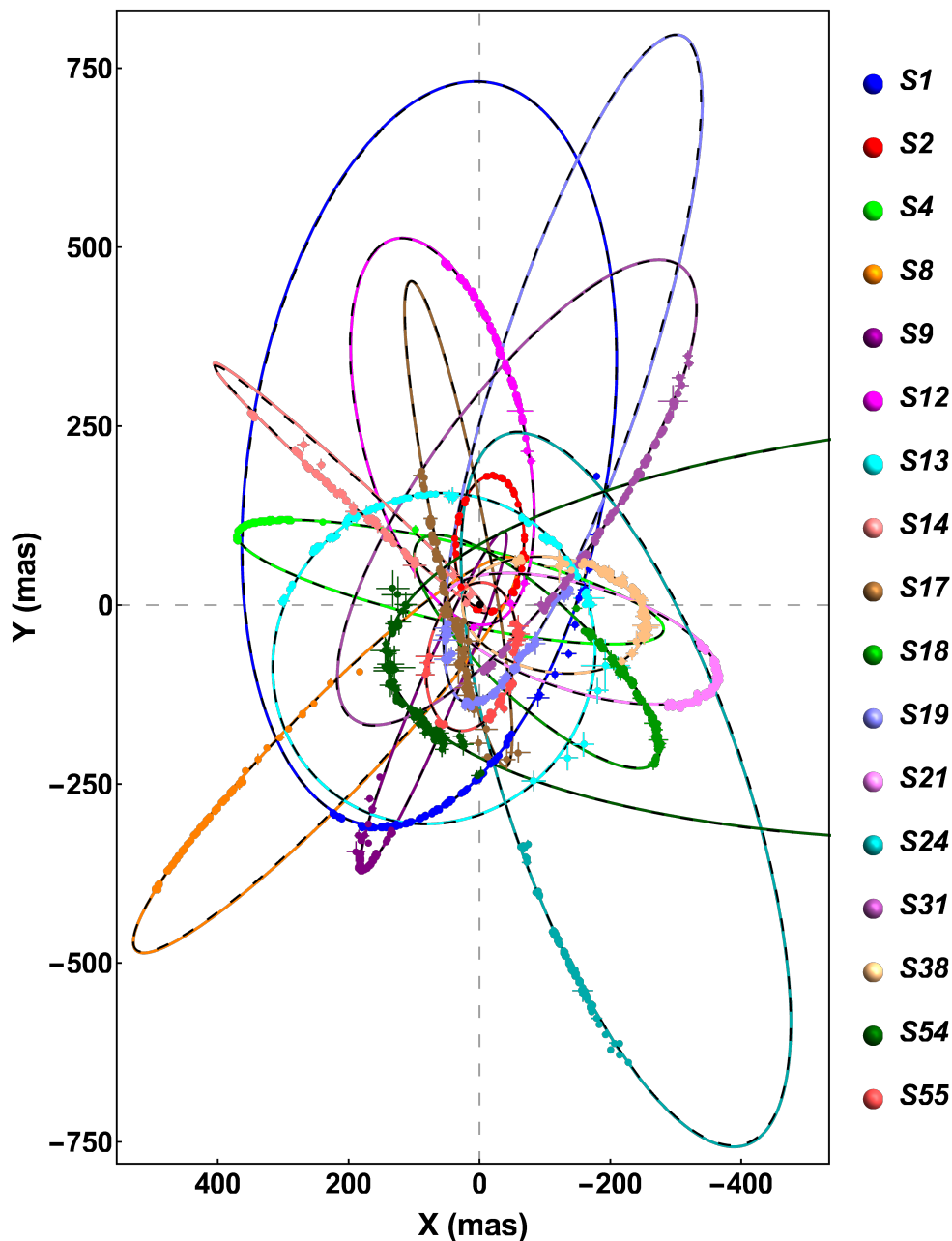
superior a  $> 5 \text{ keV}$ , no contradice las restricciones de Lyman- $\alpha$  (Boyarsky et al., 2009; Viel et al., 2013; Iršič et al., 2017) y el número de satélites de la Vía Láctea (Tollerud et al., 2008).

Otro punto importante a considerar es la compatibilidad del modelo RAR con la existencia de llamaradas de infrarrojo cercano provenientes de Sgr A\* (Gravity Collaboration, 2018). Se ha propuesto que estos destellos pueden ser causados por cambios en el flujo de acreción sobre el objeto compacto central por la aproximación de S2 o G2 (Mossoux and Grosso, 2017; Gillessen et al., 2019). Sin embargo, se ha demostrado recientemente que el paso de G2 cerca de Sgr A\* no ha provocado ningún aumento en la tasa de llamaradas en Sgr A\* (Bouffard et al., 2019), desafiando así la explicación mencionada anteriormente. Por otro lado, también se ha propuesto que estos destellos pueden provenir de fuentes cercanas a Sgr A\*, por ejemplo, las fuerzas gravitacionales que actúan sobre las estrellas cercanas al centro Galáctico pueden causar destellos debido a la formación de un disco de acreción alrededor del núcleo estelar (Sacchi and Lodato, 2019).

Lo anterior sugiere que este fenómeno no sería generado por flujos de acreción propios de Sgr A\* sino por los efectos gravitacionales que produce el objeto en el centro de la galaxia sobre las estrellas que la rodean, efectos gravitacionales que también se pueden explicar con un núcleo de DM. Al carecer hasta ahora de una asociación observacional unívoca de estas erupciones con la actividad de la fuente masiva central Sgr A\*, se prefiere no intentar por el momento una explicación de un fenómeno probablemente no relacionado con el tema de nuestro trabajo. Sin embargo, nos gustaría recordar que la materia bariónica coexiste con la materia oscura, por lo que no vemos ninguna razón

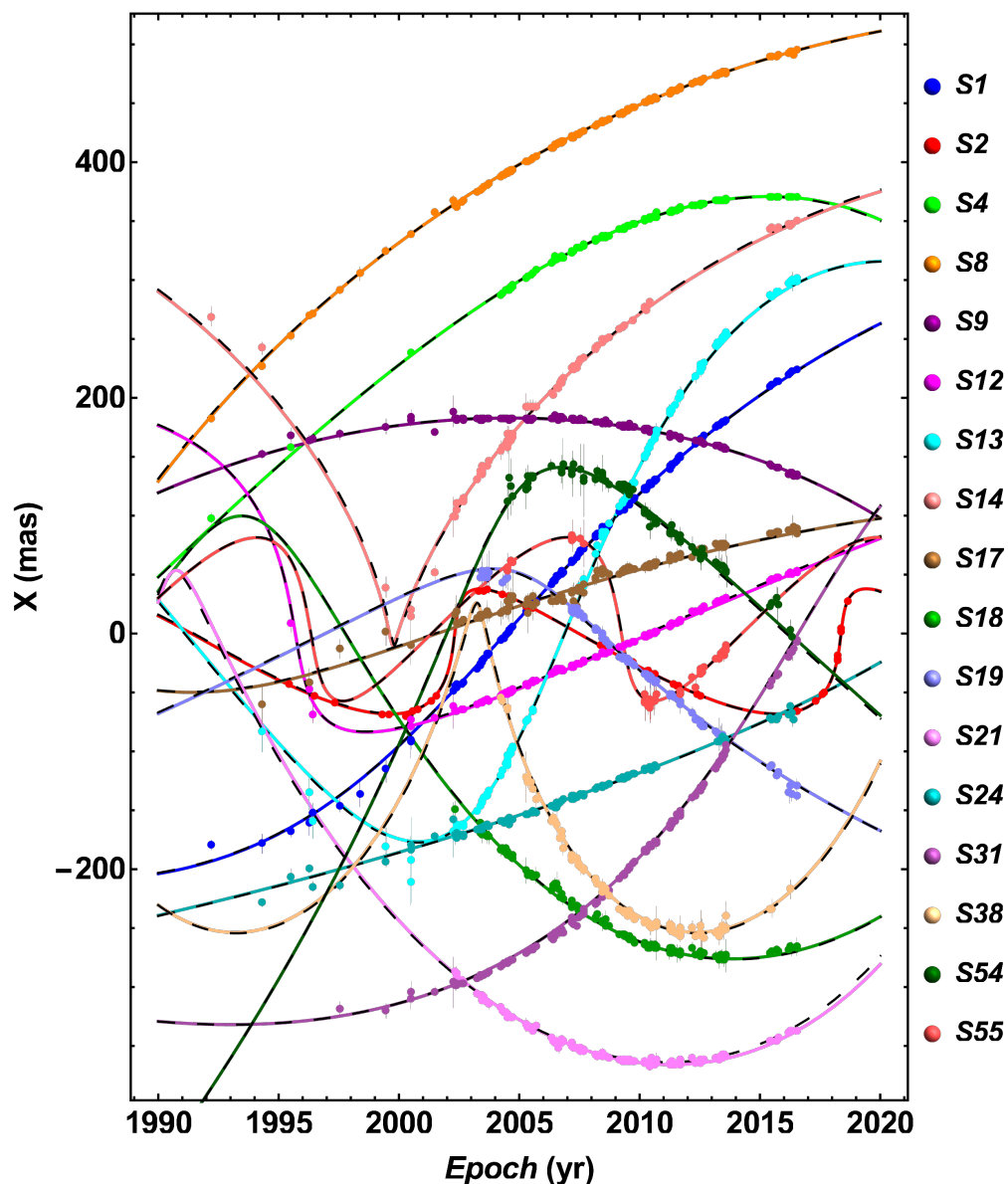
física (y hasta ahora también observacional) por la cual la presencia de fuentes luminosas en las proximidades de SgrA \* descartaría el escenario de un núcleo cuántico de DM.

En vista de lo anterior, y en la medida de nuestro conocimiento, las observaciones que todavía se adoptan en la literatura como evidencia convincente del escenario central de un MBH, son la dinámica y el movimiento orbital de las estrellas cerca del centro galáctico. Sin embargo, esto toca precisamente el tema de nuestro trabajo, lo que demuestra que esas observaciones no representan una prueba unívoca del SMBH, y por el contrario, aquí presentamos una explicación alternativa.



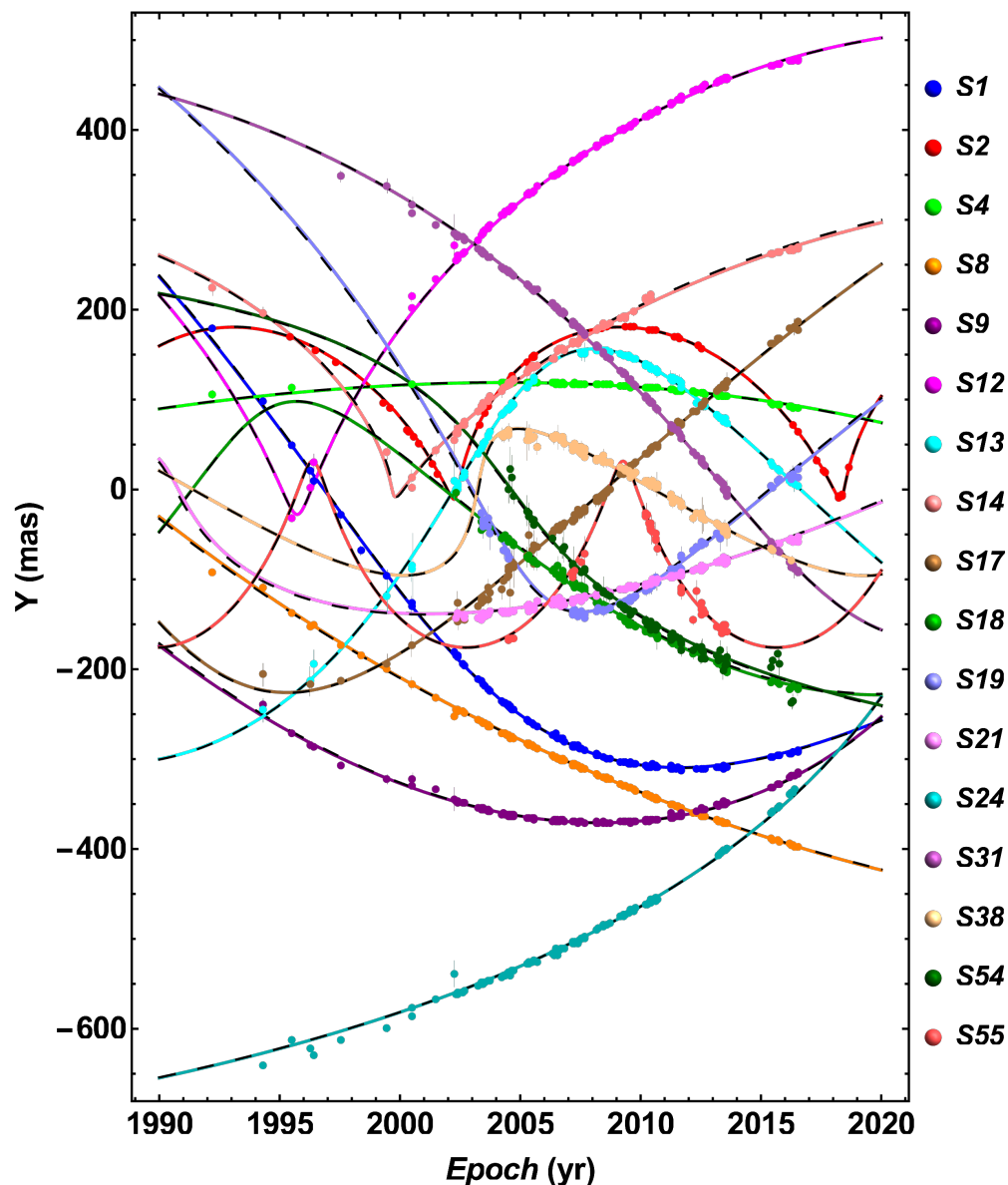
**Figura 24**

Órbitas de mejor ajuste para las 17 estrellas S mejor resueltas orbitando Sgr A\*. Se muestra la órbita proyectada en el cielo, X vs Y, donde X es la Ascensión Recta y Y es la Declinación. Las curvas de trazos negros corresponden al modelo del BH y las curvas de colores al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para conocer los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Gillessen et al. (2009, 2017) y Do et al. (2019).



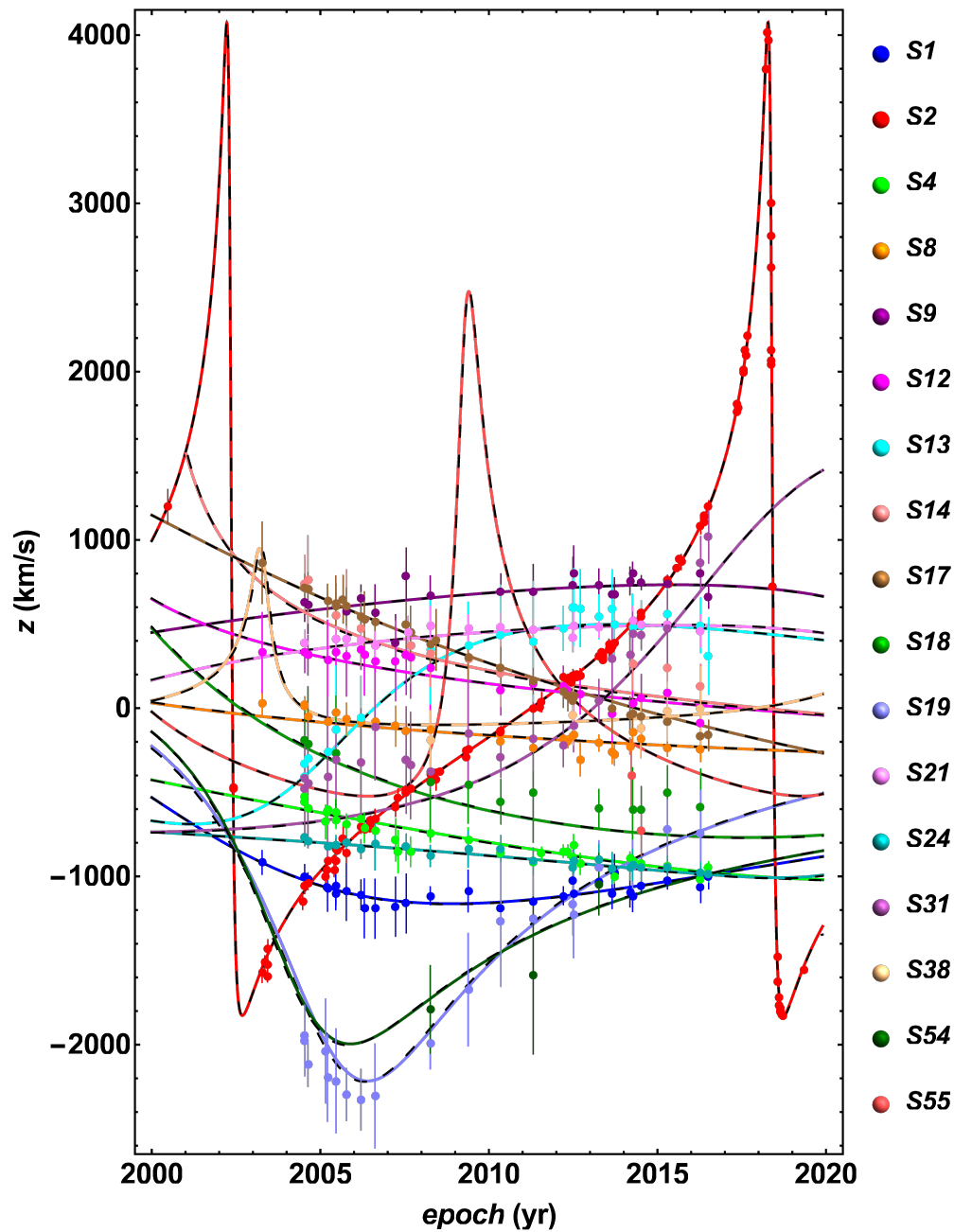
**Figura 25**

*Mejor ajuste de la Ascensión Recta  $X$  como una función del tiempo para las 17 estrellas  $S$  mejor resueltas que orbitan  $Sgr A^*$ . Las curvas de trazos negros corresponden al modelo del BH mientras que las curvas de colores al modelo RAR de darkinos. Los parámetros orbitales de cada estrella se pueden consultar en la Tabla 5. Los datos observacionales fueron tomados de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017).*



**Figura 26**

*Mejor ajuste de la Declinación  $Y$  como una función del tiempo para las 17 estrellas  $S$  mejor resueltas que orbitan  $Sgr A^*$ . Las curvas de trazos negros corresponden al modelo del BH y las curvas de colores al modelo RAR de darkinos. Se remite a la Tabla 5 para conocer los parámetros orbitales de cada estrella en ambos modelos. Las medidas astrométricas fueron tomadas de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017).*



**Figura 27**

Velocidad radial teórica y observada en la línea de visión (función de corrimiento al rojo)  $z$ , como una función del tiempo para las 17 estrellas  $S$  mejor resueltas que orbitan Sgr A\*. Las curvas de trazos negros corresponden al modelo del BH mientras que las curvas de colores al modelo RAR de darkinos. Los parámetros orbitales de cada estrella se pueden consultar en la Tabla 5. Los datos observacionales fueron tomados de Do et al. (2019) y Gillessen et al. (2009, 2017).

**Tabla 5**  
*Resumen de los parámetros de mejor ajuste inferidos del modelo BH y el modelo RAR de darkinos utilizando los datos astrométricos de las 17 estrellas S mejor resueltas.*

Star	Model	$a$ (as)	$e$	$r_p$ (as)	$r_u$ (as)	$i$ (°)	$\omega$ (°)	$\Omega$ (°)	$P$ (Yr)	$t_p$ (Yr)	$\tilde{\chi}_x^2$	$\tilde{\chi}_f^2$	$\tilde{\chi}_c^2$	$\langle \tilde{\chi}^2 \rangle$
S1	RAR	0.5940	0.5530	0.2655	0.9225	119.48	122.22	342.34	165.93	2001.62	1.3368	1.6463	0.2661	1.0831
	BH	0.5937	0.5533	0.2652	0.9222	119.33	122.23	342.39	165.66	2001.63	1.5804	1.2103	0.2803	1.0237
S2	RAR	0.1252	0.8866	0.0142	0.2361	134.35	66.772	228.02	16.054	2018.38	1.5964	6.3411	1.5964	3.0725
	BH	0.1252	0.8863	0.0143	0.2362	134.35	66.450	227.97	16.051	2018.38	1.8004	7.2332	1.8004	3.3586
S4	RAR	0.3569	0.3895	0.2179	0.4958	80.942	290.82	258.82	77.508	2034.71	1.4043	2.0123	0.9533	1.4566
	BH	0.3568	0.3891	0.2180	0.4956	80.876	291.02	258.82	77.184	2034.58	1.6329	1.6882	0.9530	1.4247
S8	RAR	0.4036	0.8029	0.0796	0.7277	74.045	347.56	315.45	92.871	2076.51	4.7788	2.8926	0.9538	2.8751
	BH	0.4040	0.8028	0.0797	0.7283	74.358	346.86	315.46	92.989	2076.46	4.4261	2.5700	0.8988	2.6316
S9	RAR	0.2750	0.6430	0.0982	0.4518	82.682	150.58	156.71	52.259	2028.27	1.4582	1.1680	0.4809	1.0357
	BH	0.2745	0.6425	0.0981	0.4509	82.532	150.43	156.70	52.081	2028.31	1.2234	1.4709	0.4834	1.0592
S12	RAR	0.2986	0.8812	0.0334	0.5638	33.374	318.09	230.10	59.232	2054.98	1.1906	1.6396	0.1657	0.9986
	BH	0.2988	0.8883	0.0334	0.5642	33.520	317.98	230.37	59.145	2054.90	1.4464	1.5421	0.1640	1.0508
S13	RAR	0.2630	0.4275	0.1506	0.3754	24.479	245.15	74.887	48.856	2004.88	2.1403	0.7632	0.1324	1.0120
	BH	0.2631	0.4260	0.1510	0.3751	24.479	245.26	74.942	48.860	2004.90	2.2392	0.7807	0.1326	1.0508
S14	RAR	0.2890	0.9564	0.0126	0.5654	100.66	337.71	226.30	56.422	1999.72	2.0007	1.6106	1.1548	1.5887
	BH	0.2889	0.9564	0.0126	0.5652	100.40	336.74	226.46	56.232	1999.79	1.4896	1.9268	1.2899	1.5688
S17	RAR	0.3563	0.3973	0.2148	0.4979	96.624	324.19	191.63	77.315	2067.95	1.9937	1.3863	0.1222	1.1674
	BH	0.3568	0.3974	0.2150	0.4986	96.636	324.07	191.49	77.180	2067.78	1.9099	1.3733	0.1218	1.1350
S18	RAR	0.2383	0.4716	0.1259	0.3507	110.53	350.61	49.130	42.297	2036.18	1.0372	1.3511	1.0739	1.1541
	BH	0.2384	0.4715	0.1260	0.3508	110.53	349.87	49.174	42.154	2036.00	1.0055	2.6843	1.0648	1.5849
S19	RAR	0.5190	0.7510	0.1292	0.9088	71.910	155.20	344.66	135.46	2005.48	1.2719	2.4830	1.0759	1.6103
	BH	0.5191	0.7506	0.1295	0.9087	72.034	155.11	344.73	135.43	2005.40	1.8951	3.1838	0.8359	1.9716
S21	RAR	0.2192	0.7622	0.0521	0.3863	58.622	166.23	259.65	37.210	2027.64	1.2499	4.0652	0.2691	1.8614
	BH	0.2185	0.7629	0.0518	0.3852	58.630	165.64	259.67	36.984	2027.29	1.7393	3.7953	0.2540	1.9296
S24	RAR	0.9467	0.8908	0.1034	1.7900	103.53	289.93	7.9969	335.26	2024.69	1.6161	3.6132	0.1194	1.7829
	BH	0.9463	0.8907	0.1034	1.7892	103.53	289.93	7.9990	333.35	2024.77	1.2295	3.8249	0.1303	1.7282
S31	RAR	0.4472	0.5510	0.2008	0.6936	109.09	308.04	137.20	108.68	2017.98	2.2761	1.3093	1.5168	1.7007
	BH	0.4479	0.5508	0.2012	0.6946	108.93	307.93	137.19	108.56	2017.94	2.7348	1.2618	1.5448	1.8472
S38	RAR	0.1408	0.8175	0.0257	0.2559	170.98	18.053	99.694	19.182	2003.26	1.3141	2.6440	0.4762	1.4781
	BH	0.1411	0.8195	0.0255	0.2567	170.98	18.215	99.761	19.195	2003.31	1.3480	2.5486	0.4758	1.4575
S54	RAR	1.1985	0.8921	0.1293	2.2676	62.242	140.76	288.44	478.38	2004.30	1.1884	1.5459	0.2956	1.0099
	BH	1.1986	0.8927	0.1287	2.2685	62.188	140.79	288.44	475.18	2004.38	1.5915	1.1222	0.2922	1.0020
S55	RAR	0.1082	0.7206	0.0302	0.1861	149.93	331.33	325.45	12.905	2009.29	0.4437	2.0672	3.1088	1.8732
	BH	0.1083	0.7204	0.0303	0.1863	149.94	331.44	325.48	12.908	2009.30	0.4504	1.9576	3.1099	1.8393

**Nota:** Se remite a la Sec. 4.1 para obtener detalles sobre la definición de los parámetros y el procedimiento de ajuste.

## 7. Observaciones finales

Durante las últimas décadas, la mayoría de la comunidad científica ha asumido que el centro de nuestra galaxia alberga un MBH. Esta suposición se basa principalmente en los siguientes argumentos: (i) la acreción de material hacia un BH podría explicar la mayor parte de la luminosidad que surge del centro Galáctico, y (ii) la mayoría de las órbitas estelares más cercanas a Sgr A\* están bien ajustadas por una sola masa compacta ubicada en la posición focal de su órbita elíptica. Sin embargo, el primer argumento no ha sido confirmado ya que la mayoría de la luminosidad del centro galáctico se remonta a orígenes estelares, además, a diferencia de los núcleos galácticos activos donde el potencial gravitacional está dominado por SMBH central, Sgr A\* es notablemente sublumino, con una luminosidad bolométrica varios órdenes de magnitud inferior a la luminosidad de Eddington (Baganoff et al., 2003; Nagar et al., 2005). Por otro lado, aunque se ha demostrado que el segundo argumento proporciona la primera evidencia observacional sólida para un objeto supermasivo en el centro de la Galaxia (Ghez et al., 2008; Genzel et al., 2010), un SMBH no es la única explicación posible, de hecho, al sumergirnos en la posibilidad de una naturaleza alternativa para Sgr A\* basado en el perfil de DM fermiónico predicho por el modelo RAR (Argüelles et al., 2018), se ha logrado demostrar que un núcleo de DM degenerado compuesto de fermiones autogravitantes y un radio central de  $r_c = 0.4$  mpc, es consistente con los datos observacionales actualmente disponibles de las estrellas más cercanas al centro Galáctico (ver Tablas 2, 3 y Figs. 11, 14, 18, 24).

En específico, acá demostramos que para darkinos de 56 keV, la geometría del espacio-tiempo producida por el denso núcleo cuántico conduce a geodésicas que se ajustan igualmente bien, y definitivamente superior, a los datos observacionales de S2 y G2 respectivamente, dando el primer soporte observacional a una naturaleza alternativa de Sgr A\*. Con el objetivo de avanzar en el desenmarañamiento de la naturaleza de Sgr A\*, en este estudio también se analizó la precesión relativista del periapsis de la estrella S2. Se demostró que todos los datos actuales y disponibles públicamente de S2 no pueden discriminar entre los dos modelos, pero la próxima astrometría de S2 cerca del siguiente pasaje por el apocentro podría establecer si Sgr A\* está gobernado por un BH clásico o por un sistema de DM cuántico. Por último, en este trabajo se profundizó en la dinámica estelar yendo un paso más allá al ampliar nuestro análisis de S2 a los datos astrométricos actualizados de las 17 estrellas S mejor resueltas. (Ghez et al., 2008; Gillessen et al., 2009, 2017). Se logró demostrar que el potencial gravitacional del nuevo núcleo cuántico, incrustado en el centro del halo de DM, explica la dinámica observada de las estrellas circundantes al centro Galáctico sin la necesidad de introducir un BH central (ver Tabla 2 y Figs. 24, 27). Además, el análisis orbital de las estrellas S proporciona un fuerte apoyo observacional a la hipótesis del *núcleo cuántico* como alternativa a la hipótesis del BH masivo en Sgr A\* y también a la naturaleza fermiónica de la DM. Es decir, los resultados novedosos aquí presentados abren la posibilidad de una naturaleza alternativa de Sgr A\* como un núcleo denso de darkinos.

En este punto, es fundamental esbozar algunas consecuencias astrofísicas y cosmológicas adicionales de la distribución *núcleo – halo* de los darkinos en el modelo RAR. Una pregunta crucial

que surge es si un perfil de DM con esta morfología se puede formar en un marco cosmológico. De hecho, se ha demostrado recientemente en Argüelles et al. (2020) que tales perfiles de *núcleo – halo* son resultados naturales dentro de la formación de estructuras no lineales en cosmologías cálidas de DM, cuando se tiene en cuenta la naturaleza fermiónica (cuántica) de las partículas de DM. Se ha demostrado allí que estos nuevos perfiles de DM son termodinámicamente y dinámicamente estables durante la vida del Universo, o eventualmente colapsan en un BH supermasivo si se alcanza una masa crítica (umbral) del núcleo cuántico. Esto proporciona un nuevo y atractivo escenario para la formación, a partir de una semilla de DM, de los BH supermasivos observados en los núcleos galácticos activos, con implicaciones clave para la astrofísica de AGNs y la cosmología temprana (Argüelles et al., 2020). De hecho, para la actual masa del fermión  $mc^2 = 56 \text{ keV}$ , la masa crítica para el colapso gravitacional del núcleo cuántico de DM ( $M_c^{\text{cr}} \sim m_{\text{Pl}}^3/m^2$ , con  $m_{\text{Pl}}$  la masa de Planck) hacia un BH es de aproximadamente  $1 \times 10^8 M_{\odot}$ , proporcionando un escenario de formación viable para el BH supermasivo central observado en galaxias activas como M87. Se puede formar un BH supermasivo de  $\sim 1 \times 10^9 M_{\odot}$  a partir de una semilla de BH de  $\sim 1 \times 10^8 M_{\odot}$  y acretar  $\lesssim 1\%$  del entorno galáctico (bariónico y/o DM) de  $\sim 1 \times 10^{12} M_{\odot}$ . En escalas de tiempo cosmológicas, esto se lograría sin tasas de acreción de super-Eddington poco realistas, al tiempo que proporcionaría un nuevo marco para estudiar los escenarios de formación y crecimiento poco entendidos de las semillas de BH supermasivos en el Universo cosmológico de alto corrimiento al rojo.

Finalmente, es importante enfatizar que los resultados obtenidos a lo largo de este trabajo muestran por primera vez que una alta concentración de partículas de DM ubicadas en el centro

Galáctico puede explicar la dinámica de las estrellas S con una precisión similar, y en algunos casos mejor, que el modelo del BH central, insinuando una naturaleza de DM para Sgr A\*. Lo anterior, sumado al hecho de que el modelo RAR puede explicar las curvas de rotación de la Vía Láctea así como las propiedades de galaxias enanas, elípticas y cúmulos de galaxias, lleva a concluir que la distribución continua de DM, *núcleo denso – halo diluido*, obtenida a través del modelo RAR extendido, surge como una de las mejores opciones para describir la dinámica de las galaxias y posiciona al *núcleo– cuántico* como una alternativa fuerte y seria frente a la hipótesis del agujero negro masivo en el centro Galáctico.

## 8. Perspectivas a futuro

Motivado por el éxito del *núcleo cuántico* de DM al predecir la dinámica orbital de las estrellas S, el principal objetivo a futuro es obtener un soporte observacional lo suficientemente robusto como para generar un cambio de paradigma, de manera que gran parte de la comunidad científica inicie a plantearse la posibilidad de una naturaleza alternativa para Sgr A\*. A continuación, describiré brevemente una lista seleccionada de otras posibles aplicaciones para la distribución *núcleo denso – halo diluido*, predicha por el modelo RAR, que podrían ser un tema de investigación a futuro.

### Nuevas estrellas S

Recientemente, se ha reportado la detección de una población de estrellas débiles que se mueven rápidamente dentro de la órbita de S2 (Peißker et al., 2020). Estas nuevas estrellas S (S62, S4711–S4715) muestran órbitas alrededor de Sgr A\* con periodos menores a 10 años, y se afirma que algunas de estas estrellas S alcanzan distancias al pericentro de unos 200 radios gravitacionales (Peißker et al., 2020,?), lo que sería el período orbital más corto y la distancia más pequeña al centro Galáctico hasta la fecha. Se espera que estas nuevas sondas estelares sean útiles para restringir aún más la concentración de DM alrededor de Sgr A\*, así como el límite inferior de la masa del *darkino*. Además, son candidatos perfectos para observar efectos gravitacionales como el cambio del periapsis. Lo anterior hace necesario profundizar en el estudio de la dinámica estelar alrededor del centro Galáctico, para esto se debe dar un paso más y extender el análisis realizado en este

trabajo a los datos astrométricos actualizados de las nuevas estrellas S bajo el modelo RAR.

### **Destellos en el infrarrojo cercano y su movimiento alrededor de Sgr A\***

En este trabajo, hemos proporcionado una fuerte evidencia observacional a la hipótesis del *núcleo-cuántico* de DM como una alternativa a la hipótesis del BH masivo en Sgr A\*. En este sentido, es deseable probar más a fondo la presencia de concentraciones fermiónicas de DM en nuestro núcleo galáctico a partir de las restricciones dinámicas que podrían imponer el movimiento de los llamados puntos calientes, "*hot-spots*". Estos puntos calientes (llamaradas) fueron detectados recientemente por la Gravity Collaboration (2018) quienes sugieren que podrían moverse alrededor de Sgr A\* en trayectorias circulares con radios  $< 10 GM_{BH}/c^2$  (Gravity Collaboration, 2020). Sin embargo, Matsumoto et al. (2020) probó con varios modelos y mostró que las observaciones se ajustan a diversas trayectorias (incluidas no circulares) con radios de  $\sim 7 - 25 GM_{BH}/c^2$ . Esta amplia gama de valores muestra cómo la órbita real inferida se ve fuertemente afectada por las suposiciones del modelo y la calidad relativamente baja de los datos astrométricos de los *hot-spots*, que no es comparable con los datos de las estrellas S utilizados aquí. No obstante, la dinámica de estos puntos calientes sigue siendo un objetivo interesante para futuras investigaciones a medida que se mejore la cantidad y la calidad de los datos observacionales. Por lo tanto, teniendo en cuenta la naturaleza incierta de estas erupciones, será interesante realizar pruebas geodésicas en términos del modelo RAR y estudiar en trabajos futuros si nuestro modelo es consistente con la escala orbital de estos *hot-spots*.

**Lente gravitacional.** El campo gravitacional generado por los objetos oscuros masivos en el centro de las galaxias puede generar desviaciones de la radiación electromagnética, un fenómeno conocido como *lente gravitacional* (GL por sus siglas en inglés). En galaxias espirales como la nuestra, el objeto masivo central puede producir fuertes efectos de lente, como múltiples imágenes y anillos de Einstein. En consecuencia, es natural preguntarnos acerca de las propiedades de GL de nuestra distribución de materia oscura en la Vía Láctea, es decir, es de interés calcular las propiedades de lente gravitacional del *núcleo-cuántico* de DM y compararlas con las de un BH de Schwarzschild, como las que se han predicho para Sgr A\* (Virbhadra and Ellis, 2000; Virbhadra and Keeton, 2008; Virbhadra, 2009).

### Núcleos galácticos activos

Los núcleos cuánticos de DM podrían explicar por qué hay galaxias activas de baja masa con objetos centrales de  $\sim 1 \times 10^8 M_{\odot}$  en relación con los núcleos galácticos activos más masivos de  $M_{BH} \sim 1 \times 10^9 - 1 \times 10^{10} M_{\odot}$ , como los observados en las galaxias elípticas más grandes. Los objetos más masivos son SMBH asociados con galaxias activas y se caracterizan por grandes emisiones de rayos X y radio, así como chorros relativistas. Estos SMBH pueden explicarse si consideramos que estos nuevos perfiles de DM eventualmente pueden colapsar en un BH supermasivo si se alcanza una masa crítica del núcleo cuántico. Después de su formación, la semilla de BH podría iniciar un proceso de acreción de materia oscura y bariónica de su entorno galáctico ( $\sim 1 \times 10^{12} M_{\odot}$ ). Una acreción  $\sim 1\%$  sería suficiente para explicar la formación de un SMBH con masas de  $\sim 1 \times 10^9 - 1 \times 10^{10} M_{\odot}$ .

Esto proporcionaría un nuevo escenario para la formación de los BH supermasivos observados en las galaxias activas, sin embargo, la acreción hacia núcleos cuánticos compactos debe estudiarse con más detalle para proporcionar un nuevo marco que permita estudiar los escenarios de formación y crecimiento poco comprendidos de las semillas de BH supermasivos.

## Apéndices

### Apéndice A. Ecuaciones de movimiento y potencial efectivo

En relatividad general, el Lagrangiano para una partícula libre en un campo gravitacional se puede expresar como

$$\mathcal{L}\left(x^\alpha, \frac{dx^\alpha}{d\lambda}\right) = \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(x^\alpha)\frac{dx^\mu}{d\lambda}\frac{dx^\nu}{d\lambda} \equiv \frac{1}{2}g_{\mu\nu}(x^\alpha)\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu, \quad (79)$$

donde  $g_{\mu\nu}$  son las componentes covariantes del tensor métrico,  $x^\beta$  son las coordenadas espacio-temporales y  $\lambda$  es un parámetro afín. En el espacio de las curvas descritas por  $\{x^\mu(\lambda), \lambda \in [\lambda_i, \lambda_f]\}$ , la acción se define como

$$\mathcal{S} = \int \mathcal{L}(x^\alpha, \dot{x}^\alpha)d\lambda = \frac{1}{2} \int g_{\mu\nu}(x^\alpha)\dot{x}^\mu\dot{x}^\nu d\lambda. \quad (80)$$

Las ecuaciones de *Euler-Lagrange* se obtienen, como es habitual, variando la acción con respecto a las coordenadas y estableciendo la variación igual a cero. Como estamos considerando partículas masivas, podemos cambiar el parámetro  $\lambda$  por el tiempo propio  $\tau$ , por lo tanto, al variar una curva

$$x^\mu(\tau) \longrightarrow x^\mu(\tau) + \delta x^\mu(\tau), \quad (81)$$

con

$$\delta x^\mu(\tau_i) = \delta x^\mu(\tau_f) = 0, \quad (82)$$

la variación de acción es

$$\delta \mathcal{S} = \int \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} \delta x^\mu + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \delta(\dot{x}^\mu) \right] d\tau. \quad (83)$$

Dado que  $\delta(\dot{x}^\mu) = \delta(dx^\mu/d\tau) = d\delta x^\mu/d\tau$ , el último término en la ecuación (83) se puede escribir como

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \delta(\dot{x}^\mu) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \frac{d\delta x^\mu}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \delta x^\mu \right) - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \right) \delta x^\mu. \quad (84)$$

Cuando se integra entre  $\tau_i$  y  $\tau_f$  el primer término del lado derecho de la ecuación anterior desaparece ya que  $\delta \dot{x}^\mu(\tau_i) = \delta \dot{x}^\mu(\tau_f) = 0$ , por lo tanto, la Ec. (83) se convierte en

$$\delta \mathcal{S} = \int \left[ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} \delta x^\mu - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \right) \delta x^\mu \right] d\tau, \quad (85)$$

de modo que la variación de la acción desaparece para todo  $\delta x^\mu$  si, y solo si, se satisface que

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x^\mu} - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{x}^\mu} \right) = 0. \quad (86)$$

Para la métrica esféricamente simétrica dada por la Ec. (6), el Lagrangiano de una partícula libre es

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [g_{00}(r) \dot{t}^2 - g_{11}(r) \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2], \quad (87)$$

donde el punto indica derivada con respecto a  $\tau$ , es decir,  $\dot{x}^\mu = dx^\mu/d\tau$ . Reemplazando el Lagrangiano, Ec. (87), en la expresión de Euler-Lagrange, Ec. (86), las ecuaciones de movimiento para  $t$ ,  $r$ ,  $\theta$  y  $\phi$  son

para  $t$ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial t} - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{t}} \right) = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{d\tau} (g_{00} \dot{t}) = 0 \quad \longrightarrow \quad g_{00} \dot{t} = \text{const} \equiv E,$$

para  $r$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial r} - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{r}} \right) = 0 & \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{d\tau} (-g_{11} \dot{r}) - \frac{1}{2} (\dot{g}_{00} \dot{t}^2 - \dot{g}_{11} \dot{r}^2 - 2r \dot{\theta}^2 - 2r \sin^2 \theta \dot{\phi}^2) = 0 \\ & \quad \longrightarrow \quad g_{11} \ddot{r} + \frac{1}{2} \dot{g}_{00} \dot{t}^2 + \frac{1}{2} \dot{g}_{11} \dot{r}^2 - r \dot{\theta}^2 - r \sin^2 \theta \dot{\phi}^2 = 0, \end{aligned}$$

para  $\theta$ :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) = 0 & \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{d\tau} (-r^2 \dot{\theta}) - (-r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2) = 0 \\ & \quad \longrightarrow \quad r^2 \ddot{\theta} + 2r \dot{\theta} \dot{r} - r^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 = 0, \end{aligned}$$

para  $\phi$ :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \frac{d}{d\tau} \left( \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \right) = 0 \quad \longrightarrow \quad \frac{d}{d\tau} (-r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}) = 0 \quad \longrightarrow \quad r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi} = \text{const} \equiv L.$$

Debido a la simetría esférica, la métrica es invariante bajo rotaciones de la coordenada polar. Por lo tanto, podemos asumir sin pérdida de generalidad  $\theta = \pi/2$ . En este caso, el conjunto de EOM son las siguientes

$$g_{00} \dot{t} = E, \quad (88)$$

$$g_{11} \ddot{r} + \frac{1}{2} \dot{g}_{00} \dot{t}^2 + \frac{1}{2} \dot{g}_{11} \dot{r}^2 - r \dot{\phi}^2 = 0, \quad (89)$$

$$r^2 \dot{\phi} = L, \quad (90)$$

donde  $E$  y  $L$  son la energía conservada y el momento angular de la partícula por unidad de masa.

A partir de la condición para geodésicas de partículas masivas,  $g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = 1$ , y la ecuación de movimiento para  $t(\tau)$  y  $\phi(\tau)$ , se puede obtener el potencial efectivo. Para partículas masivas debe cumplirse que

$$g_{\mu\nu} \dot{x}^\mu \dot{x}^\nu = g_{00}(r) \dot{t}^2 - g_{11}(r) \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2 = 1, \quad (91)$$

recordando que hemos tomado  $\theta = \frac{\pi}{2}$  y reemplazando las ecuaciones (88) y (90) en la Ec. (91) se obtiene

$$g_{00}(r) g_{11}(r) \dot{r}^2 = E^2 - g_{00}(r) \left[ 1 + \left( \frac{L}{r} \right)^2 \right] \quad (92)$$

donde el segundo término del lado derecho de la ecuación anterior es el conocido potencial efectivo

$$U_{eff}^2(r) \equiv g_{00}(r) \left( 1 + \frac{L^2}{r^2} \right). \quad (93)$$

### Apéndice B. Proyección de la órbita en el plano del cielo

Cuando un telescopio mide el movimiento de una estrella, no mide la dinámica real sino una aparente, es decir, mide los datos de la órbita y la velocidad proyectados en el plano que se encuentra perpendicular a la línea de visión de la estrella. Por esta razón, para comparar la órbita teórica con los datos observacionales, debemos proyectar la órbita real sobre el plano de observación en el cielo como se muestra en la Fig. 28. Este plano del cielo se describe en coordenadas  $(X, Y)$  definidas por las posiciones angulares observadas (la *Declinación*  $\delta$  y la *Ascensión Recta*  $\alpha$ ), donde  $X = R_{\odot}(\delta - \delta_{\text{SgrA}^*})$  y  $Y = R_{\odot}(\alpha - \alpha_{\text{SgrA}^*})$  siendo  $R_{\odot}$  a distancia al centro Galáctico. (Ghez et al., 2008; Chu et al., 2018; Do et al., 2019). De acuerdo con la descripción anterior, la órbita aparente teórica se puede obtener a partir de:

$$X = x \cos(X, x) + y \cos(X, y), \quad (94)$$

$$Y = x \cos(Y, x) + y \cos(Y, y), \quad (95)$$

donde las coordenadas rectangulares  $(x, y)$  se determinan fácilmente en el plano de la órbita a partir de  $x = r \cos \phi$  y  $y = r \sin \phi$ , mientras que la dirección de los cosenos se pueden encontrar por la rotación Euleriana de los ejes, esto es:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega & -\sin \Omega & 0 \\ \sin \Omega & \cos \Omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega & 0 \\ \sin \omega & \cos \omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \omega \cos \Omega - \cos i \sin \omega \sin \Omega & -\sin \omega \cos \Omega - \cos i \cos \omega \sin \Omega & \sin i \sin \Omega \\ \cos i \sin \omega \cos \Omega + \cos \omega \sin \Omega & \cos i \cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega & -\sin i \cos \Omega \\ \sin i \sin \omega & \sin i \cos \omega & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix},$$

siendo

$$\cos(X, x) = \cos \Omega \cos \omega - \sin \Omega \sin \omega \cos i, \quad (96)$$

$$\cos(X, y) = -\cos \Omega \sin \omega - \sin \Omega \cos \omega \cos i, \quad (97)$$

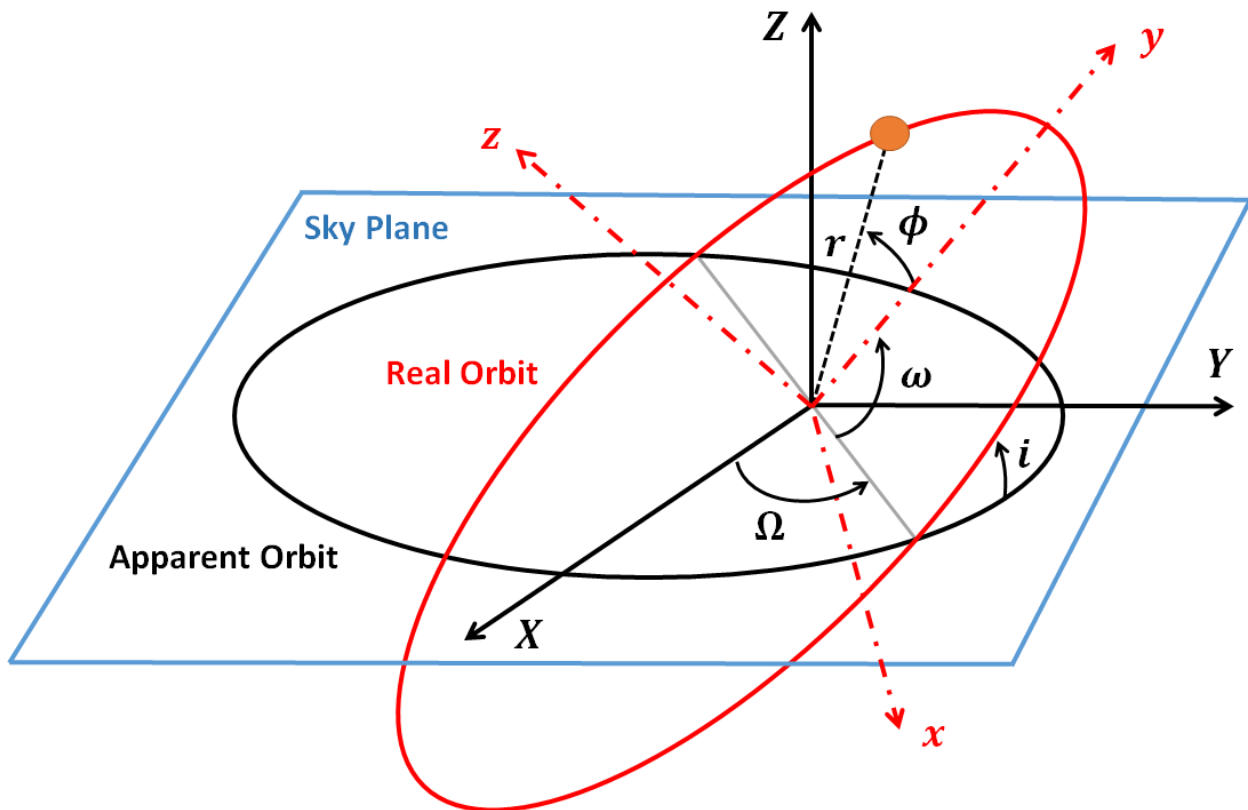
$$\cos(Y, x) = \sin \Omega \cos \omega + \cos \Omega \sin \omega \cos i, \quad (98)$$

$$\cos(Y, y) = -\sin \Omega \sin \omega + \cos \Omega \cos \omega \cos i, \quad (99)$$

finalmente se encuentra que la órbita en el plano del cielo está dada por:

$$X = r[\cos(\phi + \omega)\cos\Omega - \sin(\phi + \omega)\sin\Omega\cos i], \quad (100)$$

$$Y = r[\cos(\phi + \omega)\sin\Omega + \sin(\phi + \omega)\cos\Omega\cos i]. \quad (101)$$



**Figura 28**

*Proyección de la órbita real sobre el plano del cielo. Los ejes se originan en Sgr A\* (el foco de la elipse). La imagen ilustra los parámetros orbitales:  $\phi$  es el ángulo azimutal del sistema esférico de coordenadas asociado con las coordenadas cartesianas  $x, y, z$ , es decir, para un movimiento elíptico en el plano  $x-y$ , es la anomalía verdadera,  $i$  es el ángulo de inclinación entre la órbita real y el plano de observación,  $\Omega$  es el ángulo del nodo ascendente y  $\omega$  es el argumento del pericentro. Vale la pena señalar que el eje  $Z$  del sistema de coordenadas está definido por el vector que apunta desde el Sistema Solar al centro Galáctico.*

De manera similar a la órbita, la velocidad radial de la estrella también debe proyectarse sobre el plano del cielo. La velocidad radial en el plano de observación se define como la velocidad en la dirección del observador a lo largo de la línea de visión. Por lo tanto, si adoptamos el plano  $X$ - $Y$  como plano de observación, entonces la línea de visión está en la dirección del eje  $Z$  dada por

$$Z = x \cos(Z,x) + y \cos(Z,y), \quad (102)$$

donde

$$\cos(Z,x) = \sin \omega \sin i, \quad (103)$$

$$\cos(Z,y) = \cos \omega \sin i, \quad (104)$$

en términos de  $\phi$ ,  $\omega$  y  $i$ ;  $Z$  esta dada por

$$Z = r \sin(\phi + \omega) \sin i. \quad (105)$$

Debido a que la velocidad radial se define como la velocidad a lo largo de la línea de visión del observador, y dado que  $Z$  es la dirección a lo largo de la línea de visión del observador, la derivada de  $Z$  con respecto al tiempo debería darnos la velocidad radial aparente de la estrella, es decir

$$\frac{dZ}{dt} = u_Z = [r\dot{\phi} \cos(\phi + \omega) + \dot{r} \sin(\phi + \omega)] \sin(i). \quad (106)$$

Es importante resaltar que en el sistema de coordenadas  $(X, Y, Z)$ , la dirección del eje  $Z$  está definida por el vector que apunta desde el Sistema Solar al centro Galáctico, y que los ejes se originan en Sgr A\*, el cual se considera el foco de la órbita (Gillessen et al., 2017; Gravity Collaboration, 2018; Do et al., 2019).

### Apéndice C. Resumen del procedimiento de ajuste

En la sección (4.1.3), se describió ampliamente el procedimiento para ajustar los datos observacionales dada una masa del núcleo  $M_c$  en el modelo RAR o una masa del agujero negro  $M_{\text{BH}}$  en el modelo del BH masivo. A continuación, se realiza un resumen paso a paso de las etapas del procedimiento de ajuste:

- 1). Establecer un valor para el pericentro  $r_p$ .
- 2). Establecer un valor para el apocentro  $r_a$ .
- 3). Usando las Ecs. (48) y (49), calcular  $L$  y  $E$  para integrar las ecuaciones de movimiento (16)–(18) con las condiciones iniciales en el apocentro:

$$t_0 = 0, \quad r_0 = r_a, \quad \phi_0 = \pi, \quad \dot{r}_0 = 0.$$

- 4). Establecer un valor para el desplazamiento temporal  $\Delta t$ .
- 5). Calcule todas las cantidades de la órbita real en el tiempo desplazado  $t' = t - \Delta t$ , es decir,

$$r(t'), \quad \phi(t'), \quad \dot{r}(t'), \quad \dot{\phi}(t').$$

- 6). En esta etapa, la función de corrimiento al rojo depende solo de los elementos orbitales  $\omega$  y  $i$ , ver la Ec. (43), de modo que estos parámetros se obtienen al minimizar  $\bar{\chi}_z^2$ , Ec. (52).

- 7). Se iteran los pasos 4–6 para un rango apropiado de  $\Delta t$ , calculando los conjuntos  $\{\Delta t, \omega, i\}$  que conducen a cada mínimo de  $\bar{\chi}_z^2$ , y se identifica el conjunto que conduce al *ínfimo*  $\bar{\chi}_z^2$ , es decir, el  $\bar{\chi}_z^2$  más pequeño.
- 8). Establecer un valor de  $\Omega$ .
- 9). En esta etapa, la posición  $X$  depende solo de la compensación  $X_0$ , ver la Ec. (38), de manera que se obtiene  $X_0$  al minimizar  $\bar{\chi}_X^2$ , Ec. (50).
- 10). Asimismo, la posición  $Y$  depende solo de la compensación  $Y_0$ , ver la Ec. (39), así que se obtiene  $Y_0$  al minimizar  $\bar{\chi}_Y^2$ , Ec. (51).
- 11). Se iteran los los pasos 8–10 para un rango apropiado de  $\Omega$ , calculando los conjuntos  $\{\Omega, X_0, Y_0\}$  que conducen a cada mínimo de  $\bar{\chi}_X^2$  y  $\bar{\chi}_Y^2$ , y se identifica el conjunto que conduce al *ínfimo* de  $\bar{\chi}_X^2$  y de  $\bar{\chi}_Y^2$ , es decir, el más pequeño  $\bar{\chi}_X^2$  y  $\bar{\chi}_Y^2$ .
- 12). Teniendo los valores más pequeños de  $\bar{\chi}_X^2$ ,  $\bar{\chi}_Y^2$  y  $\bar{\chi}_z^2$ , se calcula la media  $\langle \chi^2 \rangle$  dada por la Ec. (53).
- 13). Los pasos 1–12 se iteran para diferentes valores de  $r_p$  y  $r_a$  en un rango apropiado
- 14). Identifique los parámetros de mejor ajuste como aquellos que conducen a el  $\langle \chi^2 \rangle$  más pequeño.
- 15). Los pasos 1–14 pueden ser repetidos para diferentes valores de la masa del núcleo de DM  $M_c$  en el modelo RAR extendido, o la masa del BH  $M_{\text{BH}}$  en el modelo del BH masivo central.

## Símbolos

### Constantes físicas

$c$	Velocidad de la luz
$G$	Constante gravitacional
$M_{\odot}$	Masa solar
$k_B$	Constante de Boltzmann
$h$	Constante de Planck
$\hbar$	Constante de Planck reducida
$m_{Pl}$	Masa de Planck

### Modelo RAR

$f$	Función de distribución
$\rho$	Densidad
$P$	Presión
$\varepsilon$	Energía cinética de la partícula
$\varepsilon_c$	Energía de corte de la partícula
$\nu$	Potencial métrico (componente 00)
$\mu$	Potencial químico
$\beta$	Parámetro de temperatura
$\theta$	Parámetro de degeneración
$W$	Parámetro de corte
$M$	Masa encerrada (dentro del radio $r$ )
$M_c$	Masa del núcleo cuántico de materia oscura
$r_c$	Radio del núcleo cuántico de materia oscura
$m$	Masa de la partícula
$T$	Temperatura
$r_b$	Radio límite
$M_c^{cr}$	Masa crítica del núcleo cuántico de materia oscura
$\Delta M_{DM}$	Masa extendida entre el pericentro y el apocentro

**Órbita**

$a$	Semieje mayor de la órbita
$e$	Excentricidad
$r_p$	Distancia al pericentro
$r_a$	Distancia al apocentro
$i$	Ángulo entre el plano de la órbita real y el plano del cielo
$\omega$	Argumento del perihelio
$\Omega$	Ángulo del nodo ascendente
$t_p$	Época del pasaje por el pericentro
$P$	Periodo orbital
$X_0$	Compensación constante para la posición $X$
$Y_0$	Compensación constante para la posición $Y$
$E$	Energía por unidad de masa
$L$	Momento angular por unidad de masa
$\alpha$	Ascensión recta
$\delta$	Declinación
$D_{\odot}$	Distancia al centro Galáctico
$\Delta\phi$	Precesión del periapsis de la órbita

**Corrimiento al rojo**

$\lambda$	Longitud de onda
$k^\mu$	4-momentum del fotón
$u^\mu$	4-velocidad
$z$	Función de corrimiento al rojo
$v^i$	Componentes espaciales de la velocidad
$\mathcal{E}$	Energía del fotón
$\gamma$	Factor de Lorentz
$z_g$	Corrimiento al rojo gravitacional
$z_D$	Corrimiento Doppler relativista
$z_K$	Contribución kepleriana (newtoniana) del corrimiento al rojo

$z_{GR}$	Corrección de la relatividad general del corrimiento al rojo
$\Delta z$	Función del exceso del corrimiento al rojo
$n^i$	Componentes espaciales normalizadas del 4-momentum del fotón

### Relatividad General

$g_{\mu\nu}$	Tensor métrico
$T^{\mu\nu}$	Tensor de energía-momentum
$\tau$	Tiempo propio
$r_{Sch}$	Radio de Schwarzschild
$M_{BH}$	Masa del agujero negro
$U_{eff}$	Potencial efectivo
$a$	Spin del agujero negro

### Estadística

$\bar{\chi}_X^2$	$\chi^2$ reducido para la posición $X$
$\bar{\chi}_Y^2$	$\chi^2$ reducido para la posición $Y$
$\bar{\chi}_z^2$	$\chi^2$ reducido para la velocidad radial $z$
$\langle \bar{\chi}^2 \rangle$	$\chi^2$ reducido promedio

### Otros

$r_{p(S_2)}$	Pericentro de la estrella S2
$v_e$	Velocidad de escape
$p$	Momentum
$\Phi$	Potencial gravitacional newtoniano
$M_K$	Masa kepleriana
$\mathcal{L}$	Lagrangiano
$\mathcal{S}$	Acción

### Referencias Bibliográficas

- Abazajian, K. (2006). Linear cosmological structure limits on warm dark matter. *Phys. Rev. D*, 73(6):063513.
- Abazajian, K., Fuller, G. M., and Patel, M. (2001). Sterile neutrino hot, warm, and cold dark matter. *Phys. Rev. D*, 64(2):023501.
- Abramowicz, M. A., Kluźniak, W., and Lasota, J. P. (2002). No observational proof of the black-hole event-horizon. *Astron. & Astrophys.*, 396:L31–L34.
- Adhikari, R., Agostini, M., Ky, N. A., Araki, T., Archidiacono, M., Bahr, M., Baur, J., and et al (2017). A White Paper on keV sterile neutrino Dark Matter. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2017(1):025.
- Aitken, D. K., Greaves, J., Chrysostomou, A., Jenness, T., Holland, W., Hough, J. H., Pierce-Price, D., and Richer, J. (2000). Detection of Polarized Millimeter and Submillimeter Emission from Sagittarius A\*. *Astrophys. J. Lett.*, 534(2):L173–L176.
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D. R., Axelrod, T. S., Becker, A. C., Bennett, D. P., Cook, K. H., Dalal, N., Drake, A. J., Freeman, K. C., Geha, M., Griest, K., Lehner, M. J., Marshall, S. L., Minniti, D., Nelson, C. A., Peterson, B. A., Popowski, P., Pratt, M. R., Quinn, P. J., Stubbs, C. W., Sutherland, W., Tomaney, A. B., Vandehei, T., and Welch, D. (2000). The MACHO Project: Microlensing Results from 5.7 Years of Large Magellanic Cloud Observations. *Astron. J.*, 542(1):281–307.

- Alexander, T. (2005). Stellar processes near the massive black hole in the Galactic center. *Physics Reports*, 419(2-3):65–142.
- Angulo, R. E., Hahn, O., and Abel, T. (2013). The warm dark matter halo mass function below the cut-off scale. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 434(4):3337–3347.
- Argüelles, C. R., Díaz, M. I., Krut, A., and Yunis, R. (2020). On the formation and stability of fermionic dark matter halos in a cosmological framework. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 502(3):4227–4246.
- Argüelles, C. R., Díaz, M. I., Krut, A., and Yunis, R. (2021). On the formation and stability of fermionic dark matter haloes in a cosmological framework. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 502(3):4227–4246.
- Argüelles, C. R., Krut, A., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2018). Novel constraints on fermionic dark matter from galactic observables I: The Milky Way. *Phys. Dark Universe*, 21:82–89.
- Argüelles, C. R., Krut, A., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2019a). Can fermionic dark matter mimic supermassive black holes? *Int. J. Mod. Phys. D*, 28(14):1943003.
- Argüelles, C. R., Krut, A., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2019b). Novel constraints on fermionic dark matter from galactic observables II: Galaxy scaling relations. *Phys. Dark Universe*, 24:100278.
- Argüelles, C. R., Mavromatos, N. E., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2016). The role of self-interacting right-handed neutrinos in galactic structure. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 4:038.

- Argüelles, C. R. and Ruffini, R. (2014). Are the most super-massive dark compact objects harbored at the center of dark matter halos? *Int. J. Mod. Phys. D*, 23(12):1442020.
- Argüelles, C. R., Ruffini, R., and Fraga, B. M. O. (2014). Critical configurations for a system of semidegenerate fermions. *J. Korean Phys. Soc*, 65(6):809–813.
- Baganoff, F. K., Maeda, Y., Morris, M., Bautz, M. W., Brandt, W. N., Cui, W., Doty, J. P., Feigelson, E. D., Garmire, G. P., Pravdo, S. H., Ricker, G. R., and Townsley, L. K. (2003). Chandra X-Ray Spectroscopic Imaging of Sagittarius A\* and the Central Parsec of the Galaxy. *Astrophys. J.*, 591(2):891–915.
- Balick, B. and Brown, R. L. (1974). Intense sub-arcsecond structure in the galactic center. *Astrophys. J.*, 194:265–270.
- Banik, N., Bovy, J., Bertone, G., Erkal, D., and de Boer, T. J. L. (2019). Novel constraints on the particle nature of dark matter from stellar streams. *arXiv e-prints*, page arXiv:1911.02663.
- Berezinsky, V., Kachelrieß, M., and Vilenkin, A. (1997). Ultrahigh Energy Cosmic Rays without Greisen-Zatsepin-Kuzmin Cutoff. *Phys. Rev. Lett.*, 79(22):4302–4305.
- Bergström, L. (2000). Non-baryonic dark matter: observational evidence and detection methods. *Rept. Prog. Phys.*, 63(5):793–841.
- Bertone, G. and Hooper, D. (2018). History of dark matter. *Rev. Mod. Phys.*, 90(4):045002.

- Bertone, G., Hooper, D., and Silk, J. (2005). Particle dark matter: evidence, candidates and constraints. *Phys. Rept.*, 405(5-6):279–390.
- Bilic, N., Munyaneza, F., Tupper, G. B., and Viollier, R. D. (2002). The dynamics of stars near Sgr A\* and dark matter at the center and in the halo of the Galaxy. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 48:291–300.
- Birkel, M. and Sarkar, S. (1998). Extremely high energy cosmic rays from relic particle decays. *Astropart. Phys.*, 9(4):297–309.
- Blasi, P., Dick, R., and Kolb, E. W. (2002). Ultra-high energy cosmic rays from annihilation of superheavy dark matter. *Astropart. Phys.*, 18(1):57–66.
- Blumenthal, G. R., Faber, S. M., Primack, J. R., and Rees, M. J. (1984). Formation of galaxies and large-scale structure with cold dark matter. *Nature*, 311:517–525.
- Bode, P., Ostriker, J. P., and Turok, N. (2001). Halo Formation in Warm Dark Matter Models. *Astrophys. J.*, 556(1):93–107.
- Boehle, A., Ghez, A. M., Schödel, R., Meyer, L., Yelda, S., Albers, S., Martinez, G. D., Becklin, E. E., Do, T., Lu, J. R., Matthews, K., Morris, M. R., Sitarski, B., and Witzel, G. (2016). An Improved Distance and Mass Estimate for Sgr A\* from a Multistar Orbit Analysis. *Astrophys. J.*, 830:17.

- Bouffard, É., Haggard, D., Nowak, M. A., Neilsen, J., Markoff, S., and Baganoff, F. K. (2019). No Sign of G2's Encounter Affecting Sgr A\*'s X-Ray Flaring Rate from Chandra Observations. *Astrophys. J.*, 884(2):148.
- Bower, G. C., Falcke, H., Herrnstein, R. M., Zhao, J.-H., Goss, W. M., and Backer, D. C. (2004). Detection of the Intrinsic Size of Sagittarius A\* Through Closure Amplitude Imaging. *Science*, 304(5671):704–708.
- Bower, G. C., Goss, W. M., Falcke, H., Backer, D. C., and Lithwick, Y. (2006). The Intrinsic Size of Sagittarius A\* from 0.35 to 6 cm. *Astrophys. J. Lett.*, 648(2):L127–L130.
- Boyanovsky, D., de Vega, H. J., and Sanchez, N. G. (2008). Constraints on dark matter particles from theory, galaxy observations, and N-body simulations. *Phys. Rev. D*, 77(4):043518.
- Boyarisky, A., Lesgourgues, J., Ruchayskiy, O., and Viel, M. (2009a). Lyman- $\alpha$  constraints on warm and on warm-plus-cold dark matter models. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2009(5):012.
- Boyarisky, A., Lesgourgues, J., Ruchayskiy, O., and Viel, M. (2009b). Realistic Sterile Neutrino Dark Matter with KeV Mass does not Contradict Cosmological Bounds. *Phys. Rev. Lett.*, 102(20):201304.
- Boyarisky, A., Ruchayskiy, O., and Shaposhnikov, M. (2009c). The Role of Sterile Neutrinos in Cosmology and Astrophysics. *Annu. Rev. Nucl. Part. S.*, 59:191–214.
- Broderick, A. E. and Narayan, R. (2006). On the Nature of the Compact Dark Mass at the Galactic Center. *Astrophys. J. Lett.*, 638(1):L21–L24.

- Bullock, J. S. and Boylan-Kolchin, M. (2017). Small-scale challenges to the  $\Lambda$ cdm paradigm. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 55(1):343–387.
- Carr, B. J. (1990). Baryonic dark matter. *Comments on Astrophysics*, 14(5):257–280.
- Chang, S., Corianò, C., and Faraggi, A. E. (1996). Stable superstring relics. *Nucl. Phys. B*, 477:65–104.
- Chapline, G. (2005). Dark Energy Stars. In *22nd Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*, pages 101–104.
- Chavanis, P.-H. (1998). On the ‘coarse-grained’ evolution of collisionless stellar systems. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 300(4):981–991.
- Chavanis, P.-H. (2004). Generalized thermodynamics and kinetic equations: Boltzmann, Landau, Kramers and Smoluchowski. *Physica A*, 332:89–122.
- Chavanis, P.-H., Lemou, M., and Méhats, F. (2015). Models of dark matter halos based on statistical mechanics: The fermionic King model. *Phys. Rev. D*, 92(12):123527.
- Cheng, H.-C., Feng, J. L., and Matchev, K. T. (2002). Kaluza-Klein Dark Matter. *Phys. Rev. Lett.*, 89(21):211301.
- Chu, D. S., Do, T., Hees, A., Ghez, A., Naoz, S., Witzel, G., Sakai, S., Chappell, S., Gautam, A. K., Lu, J. R., and Matthews, K. (2018). Investigating the Binarity of S0-2: Implications for Its

- Origins and Robustness as a Probe of the Laws of Gravity around a Supermassive Black Hole. *Astrophys. J.*, 854:12.
- Chung, D. J. H., Kolb, E. W., and Riotto, A. (1999). Superheavy dark matter. *Phys. Rev. D*, 59(2):023501.
- Crocker, R. M. (2012). Non-thermal insights on mass and energy flows through the Galactic Centre and into the Fermi bubbles. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 423(4):3512–3539.
- de Blok, W. J. G. (2010). The Core-Cusp Problem. *Advances in Astronomy*, 2010:789293.
- de Blok, W. J. G., McGaugh, S. S., and Rubin, V. C. (2001). High-Resolution Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies. II. Mass Models. *Astron. J.*, 122(5):2396–2427.
- de Blok, W. J. G., Walter, F., Brinks, E., Trachternach, C., Oh, S. H., and Kennicutt, R. C., J. (2008). High-Resolution Rotation Curves and Galaxy Mass Models from THINGS. *Astron. J.*, 136(6):2648–2719.
- de Souza, R. S., Mesinger, A., Ferrara, A., Haiman, Z., Perna, R., and Yoshida, N. (2013). Constraints on warm dark matter models from high-redshift long gamma-ray bursts. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 432(4):3218–3227.
- de Vega, H. J., Salucci, P., and Sanchez, N. G. (2014). Observational rotation curves and density profiles versus the Thomas-Fermi galaxy structure theory. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 442(3):2717–2727.

- Do, T., Ghez, A. M., Morris, M. R., Yelda, S., Meyer, L., Lu, J. R., Hornstein, S. D., and Matthews, K. (2009). A Near-Infrared Variability Study of the Galactic Black Hole: A Red Noise Source with NO Detected Periodicity. *Astrophys. J.*, 691(2):1021–1034.
- Do, T., Hees, A., Ghez, A., Martinez, G. D., Chu, D. S., Jia, S., Sakai, S., Lu, J. R., Gautam, A. K., O’Neil, K. K., Becklin, E. E., Morris, M. R., Matthews, K., Nishiyama, S., Campbell, R., Chappell, S., Chen, Z., Ciurlo, A., Dehghanfar, A., Gallego-Cano, E., Kerzendorf, W. E., Lyke, J. E., Naoz, S., Saida, H., Schödel, R., Takahashi, M., Takamori, Y., Witzel, G., and Wizinowich, P. (2019). Relativistic redshift of the star S0-2 orbiting the Galactic Center supermassive black hole. *Science*, 365(6454):664–668.
- Dodds-Eden, K., Gillessen, S., Fritz, T. K., Eisenhauer, F., Trippe, S., Genzel, R., Ott, T., Bartko, H., Pfuhl, O., Bower, G., Goldwurm, A., Porquet, D., Trap, G., and Yusef-Zadeh, F. (2011). The Two States of Sgr A\* in the Near-infrared: Bright Episodic Flares on Top of Low-level Continuous Variability. *Astrophys. J.*, 728(1):37.
- Dodelson, S. and Widrow, L. M. (1994). Sterile neutrinos as dark matter. *Phys. Rev. Lett.*, 72(1):17–20.
- Doeleman, S. S., Weintroub, J., Rogers, A. E. E., Plambeck, R., Freund, R., Tilanus, R. P. J., Friberg, P., Ziurys, L. M., Moran, J. M., Corey, B., Young, K. H., Smythe, D. L., Titus, M., Marrone, D. P., Cappallo, R. J., Bock, D. C. J., Bower, G. C., Chamberlin, R., Davis, G. R., Krichbaum, T. P., Lamb, J., Maness, H., Niell, A. E., Roy, A., Strittmatter, P., Werthimer, D., Whitney,

- A. R., and Woody, D. (2008). Event-horizon-scale structure in the supermassive black hole candidate at the Galactic Centre. *Nature*, 455(7209):78–80.
- Dunkley, J., Komatsu, E., Nolta, M. R., Spergel, D. N., Larson, D., Hinshaw, G., Page, L., Bennett, C. L., Gold, B., Jarosik, N., Weiland, J. L., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S., Wollack, E., and Wright, E. L. (2009). Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Likelihoods and Parameters from the WMAP Data. *Astrophys.J.Suppl.*, 180(2):306–329.
- Eckart, A. and Genzel, R. (1997). Stellar proper motions in the central 0.1 PC of the Galaxy. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 284(3):576–598.
- Einasto, J., Kaasik, A., and Saar, E. (1974a). Dynamic evidence on massive coronas of galaxies. *Nature*, 250(5464):309–310.
- Einasto, J., Saar, E., Kaasik, A., and Chernin, A. D. (1974b). Missing mass around galaxies - Morphological evidence. *Nature*, 252:111–113.
- Eisenhauer, F., Genzel, R., Alexander, T., Abuter, R., Paumard, T., Ott, T., Gilbert, A., Gillessen, S., Horrobin, M., Trippe, S., Bonnet, H., Dumas, C., Hubin, N., Kaufer, A., Kissler-Patig, M., Monnet, G., Ströbele, S., Szeifert, T., Eckart, A., Schödel, R., and Zucker, S. (2005). SINFONI in the Galactic Center: Young Stars and Infrared Flares in the Central Light-Month. *Astrophys. J.*, 628(1):246–259.

Evans, J. A., Kats, Y., Shih, D., and Strassler, M. J. (2014). Toward full LHC coverage of natural supersymmetry. *J. High Energy Phys*, 2014:101.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019a). First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L1.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019b). First M87 Event Horizon Telescope Results. II. Array and Instrumentation. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L2.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019c). First M87 Event Horizon Telescope Results. III. Data Processing and Calibration. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L3.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019d). First M87 Event Horizon Telescope Results. IV. Imaging the Central Supermassive Black Hole. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L4.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019e). First M87 Event Horizon Telescope Results. V. Physical Origin of the Asymmetric Ring. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L5.

Event Horizon Telescope Collaboration (2019f). First M87 Event Horizon Telescope Results. VI. The Shadow and Mass of the Central Black Hole. *Astrophys. J. Lett.*, 875(1):L6.

Falcke, H., Markoff, S., and Bower, G. C. (2009). Jet-lag in Sagittarius A\*: what size and timing measurements tell us about the central black hole in the Milky Way. *Astron. & Astrophys.*, 496(1):77–83.

- Falcke, H. and Markoff, S. B. (2013). Toward the event horizon—the supermassive black hole in the Galactic Center. *Class. Quantum Gravity*, 30(24):244003.
- Fehlberg, E. (1970). Klassische runge-kutta-formeln vierter und niedrigerer ordnung mit schrittweisen-kontrolle und ihre anwendung auf wärmeleitungsprobleme. *Computing*, 6(1):61–71.
- Feng, J. L. (2010). Dark Matter Candidates from Particle Physics and Methods of Detection. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 48:495–545.
- Feng, J. L., Kamionkowski, M., and Lee, S. K. (2010). Light gravitinos at colliders and implications for cosmology. *Phys. Rev. D*, 82(1):015012.
- Feng, J. L., Rajaraman, A., and Takayama, F. (2003). Superweakly Interacting Massive Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 91(1):011302.
- Ferrarese, L. and Ford, H. (2005). Supermassive Black Holes in Galactic Nuclei: Past, Present and Future Research. *Space Sci. Rev.*, 116(3-4):523–624.
- Gaskins, J. M. (2016). A review of indirect searches for particle dark matter. *Contemp. Phys.*, 57(4):496–525.
- Genzel, R., Eisenhauer, F., and Gillessen, S. (2010). The Galactic Center massive black hole and nuclear star cluster. *Rev. Mod. Phys.*, 82:3121–3195.

- Genzel, R., Pichon, C., Eckart, A., Gerhard, O. E., and Ott, T. (2000). Stellar dynamics in the Galactic Centre: proper motions and anisotropy. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 317(2):348–374.
- Gerhard, O., Kronawitter, A., Saglia, R. P., and Bender, R. (2001). Dynamical Family Properties and Dark Halo Scaling Relations of Giant Elliptical Galaxies. *Astron. J.*, 121(4):1936–1951.
- Ghez, A. M., Becklin, E., Duchjne, G., Hornstein, S., Morris, M., Salim, S., and Tanner, A. (2003a). Full Three Dimensional Orbits For Multiple Stars on Close Approaches to the Central Supermassive Black Hole. *Astron. Nachr. Suppl.*, 324(1):527–533.
- Ghez, A. M., Duchêne, G., Matthews, K., Hornstein, S. D., Tanner, A., Larkin, J., Morris, M., Becklin, E. E., Salim, S., Kremenek, T., Thompson, D., Soifer, B. T., Neugebauer, G., and McLean, I. (2003b). The First Measurement of Spectral Lines in a Short-Period Star Bound to the Galaxy's Central Black Hole: A Paradox of Youth. *Astrophys. J. Lett.*, 586(2):L127–L131.
- Ghez, A. M., Klein, B. L., Morris, M., and Becklin, E. E. (1998). High Proper-Motion Stars in the Vicinity of Sagittarius A\*: Evidence for a Supermassive Black Hole at the Center of Our Galaxy. *Astrophys. J.*, 509(2):678–686.
- Ghez, A. M., Morris, M., Becklin, E. E., Tanner, A., and Kremenek, T. (2000). The accelerations of stars orbiting the Milky Way's central black hole. *Nature*, 407(6802):349–351.
- Ghez, A. M., Salim, S., Hornstein, S. D., Tanner, A., Lu, J. R., Morris, M., Becklin, E. E., and Duchêne, G. (2005). Stellar Orbits around the Galactic Center Black Hole. *Astrophys. J.*, 620(2):744–757.

Ghez, A. M., Salim, S., Weinberg, N. N., Lu, J. R., Do, T., Dunn, J. K., Matthews, K., Morris, M. R., Yelda, S., Becklin, E. E., Kremenek, T., Milosavljevic, M., and Naiman, J. (2008). Measuring Distance and Properties of the Milky Way's Central Supermassive Black Hole with Stellar Orbits. *Astrophys. J.*, 689:1044–1062.

Gibbons, S. L. J., Belokurov, V., and Evans, N. W. (2014). ‘Skinny Milky Way please’, says Sagittarius. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 445:3788–3802.

Gillessen, S., Eisenhauer, F., Fritz, T. K., Bartko, H., Dodds-Eden, K., Pfuhl, O., Ott, T., and Genzel, R. (2009a). The Orbit of the Star S2 Around SGR A\* from Very Large Telescope and Keck Data. *Astrophys. J.*, 707:L114–L117.

Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S., Alexander, T., Genzel, R., Martins, F., and Ott, T. (2009b). Monitoring Stellar Orbits Around the Massive Black Hole in the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 692(2):1075–1109.

Gillessen, S., Plewa, P. M., Eisenhauer, F., Sari, R., Waisberg, I., Habibi, M., Pfuhl, O., George, E., Dexter, J., von Fellenberg, S., Ott, T., and Genzel, R. (2017). An Update on Monitoring Stellar Orbits in the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 837:30.

Gillessen, S., Plewa, P. M., Widmann, F., von Fellenberg, S., Schartmann, M., Habibi, M., Jimenez Rosales, A., Bauböck, M., Dexter, J., Gao, F., Waisberg, I., Eisenhauer, F., Pfuhl, O., Ott, T., Burkert, A., de Zeeuw, P. T., and Genzel, R. (2019). Detection of a Drag Force in G2's

Orbit: Measuring the Density of the Accretion Flow onto Sgr A\* at 1000 Schwarzschild Radii. *Astrophys. J.*, 871:126.

Goddi, C., Falcke, H., Kramer, M., Rezzolla, L., Brinkerink, C., Bronzwaer, T., Davelaar, J. R. J., Deane, R., de Laurentis, M., Desvignes, G., Eatough, R. P., Eisenhauer, F., Fraga-Encinas, R., Fromm, C. M., Gillessen, S., Grenzebach, A., Issaoun, S., Janßen, M., Konoplya, R., Krichbaum, T. P., Laing, R., Liu, K., Lu, R. S., Mizuno, Y., Moscibrodzka, M., Müller, C., Olivares, H., Pfuhl, O., Porth, O., Roelofs, F., Ros, E., Schuster, K., Tilanus, R., Torne, P., van Bemmell, I., van Langevelde, H. J., Wex, N., Younsi, Z., and Zhidenko, A. (2017). BlackHoleCam: Fundamental physics of the galactic center. *Int. J. Mod. Phys. D*, 26(2):1730001–239.

Gómez, L. G., Argüelles, C. R., Perlick, V., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2016). Strong lensing by fermionic dark matter in galaxies. *Phys. Rev. D*, 94(12):123004.

Gómez, L. G. and Rueda, J. A. (2017). Dark matter dynamical friction versus gravitational wave emission in the evolution of compact-star binaries. *Phys. Rev. D*, 96(6):063001.

Governato, F., Brook, C., Mayer, L., Brooks, A., Rhee, G., Wadsley, J., Jonsson, P., Willman, B., Stinson, G., Quinn, T., and Madau, P. (2010). Bulgeless dwarf galaxies and dark matter cores from supernova-driven outflows. *Nature*, 463(7278):203–206.

Gravity Collaboration (2018a). Detection of orbital motions near the last stable circular orbit of the massive black hole SgrA\*. *Astron. & Astrophys.*, 618:L10.

Gravity Collaboration (2018b). Detection of the gravitational redshift in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole. *Astron. & Astrophys.*, 615:L15.

Gravity Collaboration (2020a). Detection of the Schwarzschild precession in the orbit of the star S2 near the Galactic centre massive black hole. *Astron. & Astrophys.*, 636:L5.

Gravity Collaboration (2020b). Modeling the orbital motion of Sgr A\*'s near-infrared flares. *Astron. & Astrophys.*, 635:A143.

Greisen, K. (1966). End to the Cosmic-Ray Spectrum? *Phys. Rev. Lett.*, 16(17):748–750.

Griest, K. (1988). Cross sections, relic abundance, and detection rates for neutralino dark matter. *Phys. Rev. D*, 38(8):2357–2375.

Haubois, X., Dodds-Eden, K., Weiss, A., Paumard, T., Perrin, G., Clénet, Y., Gillessen, S., Kervella, P., Eisenhauer, F., Genzel, R., and Rouan, D. (2012). Flares and variability from Sagittarius A\*: five nights of simultaneous multi-wavelength observations. *Astron. & Astrophys.*, 540:A41.

Hawking, S. W. (1975). Particle creation by black holes. *Commun. Math. Phys.*, 43(3):199–220.

Hayashi, K., Ibe, M., Kobayashi, S., Nakayama, Y., and Shirai, S. (2021). Probing dark matter self-interaction with ultrafaint dwarf galaxies. *Phys. Rev. D*, 103(2):023017.

Herrnstein, R. M., Zhao, J.-H., Bower, G. C., and Goss, W. M. (2004). The Variability of Sagittarius A\* at Centimeter Wavelengths. *Astron. J.*, 127(6):3399–3410.

Hinshaw, G., Larson, D., Komatsu, E., Spergel, D. N., Bennett, C. L., Dunkley, J., Nolta, M. R., Halpern, M., Hill, R. S., Odegard, N., Page, L., Smith, K. M., Weiland, J. L., Gold, B., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S., Wollack, E., and Wright, E. L. (2013). Nine-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. *Astrophys.J.Suppl.*, 208(2):19.

Hinshaw, G., Weiland, J. L., Hill, R. S., Odegard, N., Larson, D., Bennett, C. L., Dunkley, J., Gold, B., Greason, M. R., Jarosik, N., Komatsu, E., Nolta, M. R., Page, L., Spergel, D. N., Wollack, E., Halpern, M., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S., and Wright, E. L. (2009). Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe Observations: Data Processing, Sky Maps, and Basic Results. *Astrophys.J.Suppl.*, 180(2):225–245.

Hoekstra, H., Hsieh, B. C., Yee, H. K. C., Lin, H., and Gladders, M. D. (2005). Virial Masses and the Baryon Fraction in Galaxies. *Astrophys. J.*, 635(1):73–85.

Hooper, D. and Profumo, S. (2007). Dark matter and collider phenomenology of universal extra dimensions. *Phys. Rept.*, 453(2-4):29–115.

Humphrey, P. J., Buote, D. A., Gastaldello, F., Zappacosta, L., Bullock, J. S., Brighenti, F., and Mathews, W. G. (2006). A Chandra View of Dark Matter in Early-Type Galaxies. *Astron. J.*, 646(2):899–918.

Iršič, V., Viel, M., Haehnelt, M. G., Bolton, J. S., Cristiani, S., Becker, G. D., D’Odorico, V., Cupani, G., Kim, T.-S., Berg, T. A. M., López, S., Ellison, S., Christensen, L., Denney, K. D.,

- and Worseck, G. (2017). New constraints on the free-streaming of warm dark matter from intermediate and small scale Lyman- $\alpha$  forest data. *Phys. Rev. D*, 96(14):023522.
- Jeans, J. H. (1922). The Motions of Stars in a Kapteyn Universe. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 82:122–132.
- Jungman, G., Kamionkowski, M., and Griest, K. (1996). Supersymmetric dark matter. *Phys. Rept.*, 267:195–373.
- Kim, J. E. (2000). A Theoretical Review of Axion. In *COSMO-99, International Workshop on Particle Physics and the Early Universe*, page 43.
- King, I. R. (1966). The structure of star clusters. III. Some simple dynamical models. *Astron. J.*, 71:64.
- Klein, O. (1949). On the Thermodynamical Equilibrium of Fluids in Gravitational Fields. *Rev. Mod. Phys.*, 21:531–533.
- Kolb, E. W., Chung, D. J. H., and Riotto, A. (1999). WIMPZILLAS! In *Dark matter in Astrophysics and Particle Physics*, page 592.
- Kolb, E. W. and Turner, M. S. (1990). *The early universe*, volume 69 of *Frontiers in physics*. Addison-Wesley.
- Komatsu, E., Smith, K. M., Dunkley, J., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Nolte, M. R., Page, L., Spergel, D. N., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Limon, M.,

- Meyer, S. S., Odegard, N., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., and Wright, E. L. (2011). Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophys.J.Suppl.*, 192(2):18.
- Lacy, J. H., Townes, C. H., Geballe, T. R., and Hollenbach, D. J. (1980). Observations of the motion and distribution of the ionized gas in the central parsec of the Galaxy. II. *Astrophys. J.*, 241:132–146.
- Leane, R. K. and Slatyer, T. R. (2019). Revival of the Dark Matter Hypothesis for the Galactic Center Gamma-Ray Excess. *Phys. Rev. Lett.*, 123(24):241101.
- Lee, B. W. and Weinberg, S. (1977). Cosmological lower bound on heavy-neutrino masses. *Phys. Rev. Lett.*, 39(4):165–168.
- Li, J., Shen, Z.-Q., Miyazaki, A., Huang, L., Sault, R. J., Miyoshi, M., Tsuboi, M., and Tsutsumi, T. (2009). The Variability of Sagittarius A\* at 3 Millimeter. *Astrophys. J.*, 700(1):417–425.
- Lo, K. Y., Backer, D. C., Ekers, R. D., Kellermann, K. I., Reid, M., and Moran, J. M. (1985). On the size of the galactic centre compact radio source: diameter  $<20$  AU. *Nature*, 315(6015):124–126.
- Lo, K. Y. and Claussen, M. J. (1983). High-resolution observations of ionized gas in central 3 parsecs of the Galaxy: possible evidence for infall. *Nature*, 306(5944):647–651.
- Lo, K. Y., Shen, Z.-Q., Zhao, J.-H., and Ho, P. T. P. (1998). Intrinsic Size of Sagittarius A\*: 72 Schwarzschild Radii. *Astrophys. J. Lett.*, 508(1):L61–L64.

Löckmann, U., Baumgardt, H., and Kroupa, P. (2008). Origin of the S Stars in the Galactic Center.

*Astrophys. J. Lett.*, 683(2):L151.

Lu, J. R., Do, T., Ghez, A. M., Morris, M. R., Yelda, S., and Matthews, K. (2013). Stellar Populations

in the Central 0.5 pc of the Galaxy. II. The Initial Mass Function. *Astrophys. J.*, 764(2):155.

Lynden-Bell, D. and Rees, M. J. (1971). On quasars, dust and the galactic centre. *Mon. Not. R.*

*Astron. Soc.*, 152:461.

Macciò, A. V. and Fontanot, F. (2010). How cold is dark matter? Constraints from Milky Way

satellites. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 404(1):L16–L20.

Macquart, J.-P. and Bower, G. C. (2006). Understanding the Radio Variability of Sagittarius A\*.

*Astrophys. J.*, 641(1):302–318.

Maoz, E. (1998). Dynamical Constraints on Alternatives to Supermassive Black Holes in Galactic

Nuclei. *Astrophys. J. Lett.*, 494(2):L181–L184.

Marrone, D. P., Baganoff, F. K., Morris, M. R., Moran, J. M., Ghez, A. M., Hornstein, S. D.,

Dowell, C. D., Muñoz, D. J., Bautz, M. W., Ricker, G. R., Brandt, W. N., Garmire, G. P., Lu,

J. R., Matthews, K., Zhao, J. H., Rao, R., and Bower, G. C. (2008). An X-Ray, Infrared, and

Submillimeter Flare of Sagittarius A\*. *Astrophys. J.*, 682(1):373–383.

Marrone, D. P., Moran, J. M., Zhao, J.-H., and Rao, R. (2007). An Unambiguous Detection of

Faraday Rotation in Sagittarius A\*. *Astrophys. J. Lett.*, 654(1):L57–L60.

- Matsumoto, T., Chan, C.-H., and Piran, T. (2020). The origin of hotspots around Sgr A\*: orbital or pattern motion? *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 497(2):2385–2392.
- Mavromatos, N. E., Argüelles, C. R., Ruffini, R., and Rueda, J. A. (2017). Self-interacting dark matter. *Int. J. Mod. Phys. D*, 26:1730007.
- Mayet, F., Green, A. M., Battat, J. B. R., Billard, J., Bozorgnia, N., Gelmini, G. B., Gondolo, P., Kavanagh, B. J., Lee, S. K., Loomba, D., Monroe, J., Morgan, B., O’Hare, C. A. J., Peter, A. H. G., Phan, N. S., and Vahsen, S. E. (2016). A review of the discovery reach of directional Dark Matter detection. *Physics Reports*, 627:1–49.
- Mazur, P. O. and Mottola, E. (2001). Gravitational Condensate Stars: An Alternative to Black Holes. *arXiv e-prints*, pages gr–qc/0109035.
- Melia, F. and Falcke, H. (2001). The Supermassive Black Hole at the Galactic Center. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 39:309–352.
- Merafina, M. and Ruffini, R. (1989). Systems of selfgravitating classical particles with a cutoff in their distribution function. *Astron. & Astrophys.*, 221:4–19.
- Merritt, D. (2013). *Dynamics and Evolution of Galactic Nuclei*, volume 23 of *Princeton Series in Astrophysics*. Princeton University Press.
- Meyer, L., Ghez, A. M., Schödel, R., Yelda, S., Boehle, A., Lu, J. R., Do, T., Morris, M. R., Becklin, E. E., and Matthews, K. (2012). The Shortest-Known-Period Star Orbiting Our Galaxy’s Supermassive Black Hole. *Science*, 338(6103):84.

- Mezger, P. G., Duschl, W. J., and Zylka, R. (1996). The Galactic Center: a laboratory for AGN? *Astron. Astrophys. Rev.*, 7(4):289–388.
- Miranda, M. and Macciò, A. V. (2007). Constraining warm dark matter using QSO gravitational lensing. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 382(3):1225–1232.
- Miyazaki, A., Tsutsumi, T., and Tsuboi, M. (2004). Intraday Variation of Sagittarius A\* at Short Millimeter Wavelengths. *Astrophys. J. Lett.*, 611(2):L97–L100.
- Moore, B. (1994). Evidence against dissipation-less dark matter from observations of galaxy haloes. *Nature*, 370(6491):629–631.
- Morris, M. and Serabyn, E. (1996). The Galactic Center Environment. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, 34:645–702.
- Mossoux, E. and Grosso, N. (2017). Sixteen years of X-ray monitoring of Sagittarius A\*: Evidence for a decay of the faint flaring rate from 2013 August, 13 months before a rise in the bright flaring rate. *Astron. & Astrophys.*, 604:A85.
- Muno, M. P., Baganoff, F. K., Bautz, M. W., Feigelson, E. D., Garmire, G. P., Morris, M. R., Park, S., Ricker, G. R., and Townsley, L. K. (2004). Diffuse X-Ray Emission in a Deep Chandra Image of the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 613(1):326–342.
- Munshi, F., Governato, F., Brooks, A. M., Christensen, C., Shen, S., Loebman, S., Moster, B., Quinn, T., and Wadsley, J. (2013). Reproducing the Stellar Mass/Halo Mass Relation in Simulated  $\Lambda$ CDM Galaxies: Theory versus Observational Estimates. *Astron. J.*, 766(1):56.

- Munyanza, F. and Viollier, R. D. (2002). The Motion of Stars near the Galactic Center: A Comparison of the Black Hole and Fermion Ball Scenarios. *Astrophys. J.*, 564(1):274–283.
- Nagar, N. M., Falcke, H., and Wilson, A. S. (2005). Radio sources in low-luminosity active galactic nuclei. IV. Radio luminosity function, importance of jet power, and radio properties of the complete Palomar sample. *Astron. & Astrophys.*, 435(2):521–543.
- Narayan, R., Mahadevan, R., Grindlay, J. E., Popham, R. G., and Gammie, C. (1998). Advection-dominated accretion model of Sagittarius A\*: evidence for a black hole at the Galactic center. *Astrophys. J.*, 492(2):554–568.
- NASA/ESA Hubble Space Telescope. Star clusters near the center of the Galaxy.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., and White, S. D. M. (1996). The Structure of Cold Dark Matter Halos. *Astrophys. J.*, 462:563.
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., and White, S. D. M. (1997). A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. *Astrophys. J.*, 490(2):493–508.
- Nogueras-Lara, F., Schödel, R., Neumayer, N., Gallego-Cano, E., Shahzamanian, B., Gallego-Calvente, A. T., and Najarro, F. (2020). GALACTICNUCLEUS: A high angular-resolution JHK<sub>s</sub> imaging survey of the Galactic centre. III. Evidence for wavelength-dependence of the extinction curve in the near-infrared. *Astron. & Astrophys.*, 641:A141.
- Oh, S.-H., de Blok, W. J. G., Brinks, E., Walter, F., and Kennicutt, Robert C., J. (2011). Dark and Luminous Matter in THINGS Dwarf Galaxies. *Astrophys. J.*, 141(6):193.

- Oort, J. H. (1932). The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems. *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 6:249.
- Ortiz-León, G. N., Johnson, M. D., Doeleman, S. S., Blackburn, L., Fish, V. L., Loinard, L., Reid, M. J., Castillo, E., Chael, A. A., Hernández-Gómez, A., Hughes, D. H., León-Tavares, J., Lu, R.-S., Montaña, A., Narayanan, G., Rosenfeld, K., Sánchez, D., Schloerb, F. P., Shen, Z.-q., Shiokawa, H., SooHoo, J., and Vertatschitsch, L. (2016). The Intrinsic Shape of Sagittarius A\* at 3.5 mm Wavelength. *Astrophys. J.*, 824(1):40.
- Ostriker, J. P. and Peebles, P. J. E. (1973). A Numerical Study of the Stability of Flattened Galaxies: or, can Cold Galaxies Survive? *Astrophys. J.*, 186:467–480.
- Ostriker, J. P., Peebles, P. J. E., and Yahil, A. (1974). The Size and Mass of Galaxies, and the Mass of the Universe. *Astrophys. J. Lett.*, 193:L1.
- Pagels, H. and Primack, J. R. (1982). Supersymmetry, cosmology, and new physics at teraelectron-volt energies. *Phys. Rev. Lett.*, 48:223–226.
- Parsa, M., Eckart, A., Shahzamanian, B., Karas, V., Zajaček, M., Zensus, J. A., and Straubmeier, C. (2017). Investigating the Relativistic Motion of the Stars Near the Supermassive Black Hole in the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 845(1):22.
- Paumard, T., Genzel, R., Martins, F., Nayakshin, S., Beloborodov, A. M., Levin, Y., Trippe, S., Eisenhauer, F., Ott, T., Gillessen, S., Abuter, R., Cuadra, J., Alexander, T., and Sternberg, A.

- (2006). The Two Young Star Disks in the Central Parsec of the Galaxy: Properties, Dynamics, and Formation. *Astrophys. J.*, 643(2):1011–1035.
- Peccei, R. D. and Quinn, H. R. (1977a). Constraints imposed by CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. D*, 16(6):1791–1797.
- Peccei, R. D. and Quinn, H. R. (1977b). CP conservation in the presence of pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.*, 38(25):1440–1443.
- Peebles, P. J. E. (1982). Large-scale background temperature and mass fluctuations due to scale-invariant primeval perturbations. *Astrophys. J. Lett.*, 263:L1–L5.
- Peißker, F., Eckart, A., and Parsa, M. (2020a). S62 on a 9.9 yr Orbit around SgrA\*. *Astrophys. J.*, 889(1):61.
- Peißker, F., Eckart, A., Zajaček, M., Ali, B., and Parsa, M. (2020b). S62 and S4711: Indications of a Population of Faint Fast-moving Stars inside the S2 Orbit—S4711 on a 7.6 yr Orbit around Sgr A\*. *Astrophys. J.*, 899(1):50.
- Penacchioni, A. V., Civitarese, O., and Argüelles, C. R. (2020). Testing dark matter distributions by neutrino-dark matter interactions. *Eur. Phys. J. C*, 80(3):183.
- Phifer, K., Do, T., Meyer, L., Ghez, A. M., Witzel, G., Yelda, S., Boehle, A., Lu, J. R., Morris, M. R., Becklin, E. E., and Matthews, K. (2013). Keck Observations of the Galactic Center Source G2: Gas Cloud or Star? *Astrophys. J. Lett.*, 773(1):L13.

- Plewa, P. M., Gillessen, S., Pfuhl, O., Eisenhauer, F., Genzel, R., Burkert, A., Dexter, J., Habibi, M., George, E., Ott, T., Waisberg, I., and von Fellenberg, S. (2017). The Post-pericenter Evolution of the Galactic Center Source G2. *Astrophys. J.*, 840:50.
- Polisensky, E. and Ricotti, M. (2014). Massive Milky Way satellites in cold and warm dark matter: dependence on cosmology. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 437(3):2922–2931.
- Portegies Zwart, S. F., Makino, J., McMillan, S. L. W., and Hut, P. (2002). The Lives and Deaths of Star Clusters near the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 565(1):265–279.
- Randall, L., Scholtz, J., and Unwin, J. (2017). Cores in Dwarf Galaxies from Fermi Repulsion. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 467(2):1515–1525.
- Reid, M. J. and Brunthaler, A. (2004). The Proper Motion of Sagittarius A\*. II. The Mass of Sagittarius A\*. *Astrophys. J.*, 616(2):872–884.
- Romanowsky, A. J. and Kochanek, C. S. (2001). Dynamics of Stars and Globular Clusters in M87. *Astrophys. J.*, 553(2):722–732.
- Rosenberg, L. J. and van Bibber, K. A. (2000). Searches for invisible axions. *Phys. Rep.*, 325(1):1–39.
- Rubin, V. C. and Ford, W. Kent, J. (1970). Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *Astrophys. J.*, 159:379.
- Rubin, V. C., Thonnard, N., and Ford, W. K., J. (1977). Extended rotation curves of high-luminosity

- spiral galaxies. I. The angle between the rotation axis of the nucleus and the outer disk of NGC 3672. *Astrophys. J.*, 217:L1–L4.
- Ruffini, R., Argüelles, C. R., and Rueda, J. A. (2015). On the core-halo distribution of dark matter in galaxies. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 451:622–628.
- Sabha, N., Witzel, G., Eckart, A., Buchholz, R. M., Bremer, M., Gießübel, R., García-Marín, M., Kunneriath, D., Muzic, K., Schödel, R., Straubmeier, C., Zamaninasab, M., and Zernickel, A. (2010). The extreme luminosity states of Sagittarius A\*. *Astron. & Astrophys.*, 512:A2.
- Sacchi, A. and Lodato, G. (2019). ‘Failed’ tidal disruption events and X-ray flares from the Galactic Centre. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 486(2):1833–1839.
- Sahni, V. (2004). Dark Matter and Dark Energy. *Lect. Notes Phys.*, 653:141.
- Salpeter, E. E. (1964). Accretion of Interstellar Matter by Massive Objects. *Astrophys. J.*, 140:796–800.
- Sánchez Almeida, J., Trujillo, I., and Plastino, A. R. (2020). The principle of maximum entropy explains the cores observed in the mass distribution of dwarf galaxies. *Astron. & Astrophys. Lett.*, 642:L14.
- Schödel, R., Gallego-Cano, E., Dong, H., Noguerras-Lara, F., Gallego-Calvente, A. T., Amaro-Seoane, P., and Baumgardt, H. (2018). The distribution of stars around the Milky Way’s central black hole. II. Diffuse light from sub-giants and dwarfs. *Astron. & Astrophys.*, 609:A27.

- Schödel, R., Ott, T., Genzel, R., Eckart, A., Mouawad, N., and Alexander, T. (2003). Stellar Dynamics in the Central Arcsecond of Our Galaxy. *strophys. J*, 596(2):1015–1034.
- Schödel, R., Ott, T., Genzel, R., Hofmann, R., Lehnert, M., Eckart, A., Mouawad, N., Alexander, T., Reid, M. J., Lenzen, R., Hartung, M., Lacombe, F., Rouan, D., Gendron, E., Rousset, G., Lagrange, A. M., Brandner, W., Ageorges, N., Lidman, C., Moorwood, A. F. M., Spyromilio, J., Hubin, N., and Menten, K. M. (2002). A star in a 15.2-year orbit around the supermassive black hole at the centre of the Milky Way. *Nature*, 419(6908):694–696.
- Servant, G. and Tait, T. M. P. (2003). Is the lightest Kaluza-Klein particle a viable dark matter candidate? *Nucl. Phys.B*, 650(1-2):391–419.
- Shen, Z.-Q., Lo, K. Y., Liang, M. C., Ho, P. T. P., and Zhao, J. H. (2005). A size of  $\sim 1$  AU for the radio source Sgr A\* at the centre of the Milky Way. *Nature*, 438(7064):62–64.
- Shi, X. and Fuller, G. M. (1999). New Dark Matter Candidate: Nonthermal Sterile Neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 82(14):2832–2835.
- Siutsou, I., Argüelles, C. R., and Ruffini, R. (2015). Dark matter massive fermions and Einasto profiles in galactic haloes. *Astronomy Reports*, 59(7):656–666.
- Sofue, Y. (2013). Rotation Curve and Mass Distribution in the Galactic Center - From Black Hole to Entire Galaxy. *Publ. Astron. Soc. Jpn.*, 65:118.
- Sofue, Y., Honma, M., and Omodaka, T. (2009). Unified Rotation Curve of the Galaxy – De-

- composition into de Vaucouleurs Bulge, Disk, Dark Halo, and the 9-kpc Rotation Dip –. *Publ.Astron.Soc.Jap.*, 61:227.
- Steigman, G. (2006). Primordial Nucleosynthesis: Successes and Challenges. *Int. J. Mod. Phys. E*, 15(1):1–35.
- Steigman, G. and Turner, M. S. (1985). Cosmological Constraints on the Properties of Weakly Interacting Massive Particles. *Nucl. Phys. B*, 253:375–386.
- Steinberg, E., Sari, R., Gnat, O., Gillessen, S., Plewa, P., Genzel, R., Eisenhauer, F., Ott, T., Pfuhl, O., Habibi, M., Waisberg, I., von Fellenberg, S., Dexter, J., Bauböck, M., and Rosales, A. r. J. (2018). Probing the gas density in our Galactic Centre: moving mesh simulations of G2. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 473(2):1841–1849.
- Stolte, A., Hußmann, B., Olczak, C., Brandner, W., Habibi, M., Ghez, A. M., Morris, M. R., Lu, J. R., Clarkson, W. I., and Anderson, J. (2015). Circumstellar discs in Galactic centre clusters: Disc-bearing B-type stars in the Quintuplet and Arches clusters. *Astron. & Astrophys.*, 578:A4.
- Stolte, A., Morris, M. R., Ghez, A. M., Do, T., Lu, J. R., Wright, S. A., Ballard, C., Mills, E., and Matthews, K. (2010). Disks in the Arches Cluster—Survival in a Starburst Environment. *Astrophys. J.*, 718(2):810–831.
- Strigari, L. E., Bullock, J. S., Kaplinghat, M., Simon, J. D., Geha, M., Willman, B., and Walker, M. G. (2008). A common mass scale for satellite galaxies of the Milky Way. *Nature*, 454(7208):1096–1097.

Sumner, T. J. (2002). Experimental searches for dark matter. *Living Rev. Relativ.*, 5(1):1–60.

Tollerud, E. J., Bullock, J. S., Strigari, L. E., and Willman, B. (2008). Hundreds of Milky Way Satellites? Luminosity Bias in the Satellite Luminosity Function. *Astrophys. J.*, 688:277–289.

Tolman, R. C. (1930). On the Weight of Heat and Thermal Equilibrium in General Relativity. *Phys. Rev.*, 35:904–924.

Torres, D. F., Capozziello, S., and Lambiase, G. (2000). Supermassive boson star at the galactic center? *Phys. Rev. D*, 62(10):104012.

Tsiklauri, D. and Viollier, R. D. (1998). Dark Matter Concentration in the Galactic Center. *Astrophys. J.*, 500(2):591–595.

Turner, M. S. (2003). Dark Matter and Dark Energy: The Critical Questions. In Sembach, K. R., Blades, J. C., Illingworth, G. D., and Kennicutt, Robert C., J., editors, *Hubble's Science Legacy: Future Optical/Ultraviolet Astronomy from Space*, volume 291 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 253.

van Langevelde, H. J., Frail, D. A., Cordes, J. M., and Diamond, P. J. (1992). Interstellar Scattering toward the Galactic Center as Probed by OH/IR Stars. *Astrophys. J.*, 396:686.

Viel, M., Becker, G. D., Bolton, J. S., and Haehnelt, M. G. (2013). Warm dark matter as a solution to the small scale crisis: New constraints from high redshift Lyman- $\alpha$  forest data. *Phys. Rev. D*, 88(4):043502.

- Viel, M., Lesgourgues, J., Haehnelt, M. G., Matarrese, S., and Riotto, A. (2006). Can Sterile Neutrinos Be Ruled Out as Warm Dark Matter Candidates? *Phys. Rev. Lett.*, 97(7):071301.
- Vincent, F. H., Meliani, Z., Grandclément, P., Gourgoulhon, E., and Straub, O. (2016). Imaging a boson star at the Galactic center. *Class. Quantum Gravity*, 33(10):105015.
- Viollier, R. D., Trautmann, D., and Tupper, G. B. (1993). Supermassive neutrino stars and galactic nuclei. *Phys. Lett. B*, 306(1-2):79–85.
- Virbhadra, K. S. (2009). Relativistic images of Schwarzschild black hole lensing. *Phys. Rev. D*, 79(8):083004.
- Virbhadra, K. S. and Ellis, G. F. R. (2000). Schwarzschild black hole lensing. *Phys. Rev. D*, 62(8):084003.
- Virbhadra, K. S. and Keeton, C. R. (2008). Time delay and magnification centroid due to gravitational lensing by black holes and naked singularities. *Phys. Rev. D*, 77(12):124014.
- Vogelsberger, M., Genel, S., Springel, V., Torrey, P., Sijacki, D., Xu, D., Snyder, G., Bird, S., Nelson, D., and Hernquist, L. (2014). Properties of galaxies reproduced by a hydrodynamic simulation. *Nature*, 509(7499):177–182.
- Weinberg, S. (1978). A new light boson? *Phys. Rev. Lett.*, 40(4):223–226.
- Weinberg, S. (1995). *The Quantum Theory of Fields. Vol. 1: Foundations*. Cambridge University Press.

- Wilczek, F. (1978). Problem of strong P and T invariance in the presence of instantons. *Phys. Rev. Lett.*, 40(5):279–282.
- Witzel, G., Ghez, A. M., Morris, M. R., Sitarski, B. N., Boehle, A., Naoz, S., Campbell, R., Becklin, E. E., Canalizo, G., Chappell, S., Do, T., Lu, J. R., Matthews, K., Meyer, L., Stockton, A., Wizinowich, P., and Yelda, S. (2014). Detection of Galactic Center Source G2 at 3.8  $\mu\text{m}$  during Periapse Passage. *Astrophys. J. Lett.*, 796(1):L8.
- Yuan, F. and Narayan, R. (2014). Hot Accretion Flows Around Black Holes. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 52:529–588.
- Yuan, F., Quataert, E., and Narayan, R. (2004). On the Nature of the Variable Infrared Emission from Sagittarius A\*. *Astrophys. J.*, 606(2):894–899.
- Yunis, R., Argüelles, C. R., and López Nacir, D. (2020a). Boltzmann hierarchies for self-interacting warm dark matter scenarios. *J. Cosmol. Astropart. Phys.*, 2020(9):041.
- Yunis, R., Argüelles, C. R., Mavromatos, N. E., Moliné, A., Krut, A., Carinci, M., Rueda, J. A., and Ruffini, R. (2020b). Galactic center constraints on self-interacting sterile neutrinos from fermionic dark matter (“ino”) models. *Phys. Dark Universe*, 30:100699.
- Yusef-Zadeh, F., Bushouse, H., Wardle, M., Heinke, C., Roberts, D. A., Dowell, C. D., Brunthaler, A., Reid, M. J., Martin, C. L., Marrone, D. P., Porquet, D., Grosso, N., Dodds-Eden, K., Bower, G. C., Wiesemeyer, H., Miyazaki, A., Pal, S., Gillessen, S., Goldwurm, A., Trap, G., and

- Maness, H. (2009a). Simultaneous Multi-Wavelength Observations of Sgr A\* During 2007 April 1-11. *Astrophys. J.*, 706(1):348–375.
- Yusef-Zadeh, F., Cotton, W., Wardle, M., Melia, F., and Roberts, D. A. (1994). Anisotropy in the Angular Broadening of Sagittarius A \* at the Galactic Center. *Astrophys. J. Lett.*, 434:L63.
- Yusef-Zadeh, F., Hewitt, J. W., Arendt, R. G., Whitney, B., Rieke, G., Wardle, M., Hinz, J. L., Stolovy, S., Lang, C. C., Burton, M. G., and Ramirez, S. (2009b). Star Formation in the Central 400 pc of the Milky Way: Evidence for a Population of Massive Young Stellar Objects. *Astrophys. J.*, 702(1):178–225.
- Zatsepin, G. T. and Kuz'min, V. A. (1966). Upper Limit of the Spectrum of Cosmic Rays. *J. Exp. Theor. Phys. Lett.*, 4:78.
- Zhao, J.-H., Bower, G. C., and Goss, W. M. (2001). Radio Variability of Sagittarius A\*-a 106 Day Cycle. *Astrophys. J. Lett.*, 547(1):L29–L32.
- Zucker, S., Alexander, T., Gillessen, S., Eisenhauer, F., and Genzel, R. (2006). Probing Post-Newtonian Physics near the Galactic Black Hole with Stellar Redshift Measurements. *Astrophys. J.*, 639:L21–L24.
- Zwicky, F. (1933). Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. *Helvetica Physica Acta*, 6:110–127.
- Zwicky, F. (1937). On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *Astrophys. J.*, 86:217.

## Lista de publicaciones

### Artículos publicados

- **E. A. Becerra-Vergara**, C. R. Argüelles, A. Krut, J. A. Rueda and R. Ruffini. *Hinting a dark matter nature of Sgr A\* via the S-stars*, MNRAS: Letters 505 (1), L64-L68 (2021).
- C. R. Argüelles, M. F. Mestre, **E. A. Becerra-Vergara**, V. Crespi, A. Krut, J. A. Rueda and R. Ruffini. *What does lie at the Milky Way centre? Insights from the S2 star orbit precession*, MNRAS: Letters 511 (1), L35-L39 (2021).
- **E. A. Becerra-Vergara**, C. R. Argüelles, A. Krut, J. A. Rueda and R. Ruffini. *Geodesic motion of S2 and G2 as a test of the fermionic dark matter nature of our Galactic core*, A&A 641: A34 (2020).
- C. R. Argüelles, **E. A. Becerra-Vergara**, J. A. Rueda and R. Ruffini. *Reshaping our understanding on structure formation with the quantum nature of the dark matter*, IJMPD, 2230002 (2021).
- **E. A. Becerra-Vergara**, J. A. Rueda and R. Ruffini. *A test of the fermionic dark matter nature of the supermassive compact object at the center of our galaxy*, Astro. Nachr. 342: 388-393 (2021)
- J. D. Uribe, **E. A. Becerra-Vergara** and J. A. Rueda. *Neutrino Oscillations in Neutrino-Dominated Accretion Around Rotating Black Holes*, Universe 7 (1), 7 (2021)

- **E. A. Becerra-Vergara**, Sindy. Mojica, F. D. Lora-Clavijo, and Alejandro Cruz-Osorio, *Anisotropic quark stars with an interacting quark equation of state*, Phys. Rev. D 100 (10), 103006 (2019)

### Artículos sometidos o en preparación

- **E. A. Becerra-Vergara**, J. M. Velásquez-Cadavid, J. A. Arrieta-Villamizar, O. M. Pimentel, F. D. Lora-Clavijo and J. A. Rueda . *Gravitational lensing produced by Fermionic Dark Matter*, in preparation.

### Ponencias y Seminarios

- Sixteenth Marcel Grossmann Meeting - MG16, On Recent Development in Theoretical and Experimental General Relativity, Astrophysics and Relativistic Field Theories. Virtual Meeting - July 5-10, 2021. **Roundtable** (Reinhard Genzel, Carlos Argüelles, Andreas Krut, Jorge Rueda and Eduar Becerra): *What is in our Galactic center. Speaker*
- Open Universe International Doctoral School "The discovery of Black Holes" How the discovery of a Black Hole in GRB 190114C and in M87 is modifying the human outlook from planet Earth. June 10 to 14th, 2019 in ICRANet Seat at Villa Ratti - Nice (France). **Talk**: *The geodesics motion of S2 and G2 as a test of the fermion dark matter constituency of our galactic core. Speaker*
- Universidad de Salamanca, Grupo de Gravitación y Cosmología Relativista - Salamanca, España. **Seminario**: *Materia oscura y la dinámica estelar alrededor de Sgr A\**. *Invited speaker*

### Datos observacionales

A continuación se presentan los datos observacionales utilizados en el desarrollo de este trabajo.

Las columnas en las tablas representan: la fecha de observación Juliana (*Epoch*); la Ascensión Recta (*R.A.*); la incertidumbre de la Ascensión Recta ( $\sigma R.A.$ ); la Declinación (*Dec.*); la incertidumbre de la Declinación ( $\sigma Dec.$ ); la velocidad radial (*z*) y la incertidumbre de la velocidad radial ( $\sigma z$ ). Las medidas de posición están en unidades de mili-arco-segundos (mas) y las velocidades en Km/s.

### Estrella S1

S1 Astrometric Measurements					Continuation S1 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma R.A.$ (mas)	Dec. (mas)	$\sigma Dec.$ (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma R.A.$ (mas)	Dec. (mas)	$\sigma Dec.$ (mas)
1992.224	-179.1	4.5	179.8	4.5	2003.451	-23.9	0.8	-216.0	0.8
1994.314	-178.4	8.5	97.9	2.5	2003.452	-23.3	0.6	-215.7	0.6
1995.534	-167.5	5.5	49.6	4.9	2003.454	-23.2	0.7	-215.9	0.7
1996.253	-161.2	10.0	21.4	8.7	2003.550	-21.0	0.6	-218.3	0.6
1996.427	-151.7	5.1	9.8	6.6	2003.676	-17.8	0.6	-221.6	0.6
1997.544	-145.7	6.0	-28.4	6.5	2003.678	-17.0	1.2	-221.6	1.2
1998.373	-136.3	11.	-68.0	5.8	2003.761	-17.2	0.9	-223.4	0.9
1999.465	-115.3	11.2	-96.2	7.4	2004.240	-6.0	1.6	-234.7	1.6
2000.472	-89.5	16.5	-129.5	11.2	2004.325	-3.9	0.5	-236.8	0.5
2000.523	-91.7	6.7	-125.2	6.2	2004.347	-3.8	0.6	-237.2	0.6
2002.250	-48.9	0.8	-180.4	0.7	2004.443	-0.6	0.6	-239.5	0.6
2002.335	-44.9	1.2	-184.3	1.2	2004.511	0.1	0.7	-241.5	0.7
2002.393	-43.3	2.1	-185.1	2.1	2004.513	0.0	0.6	-240.0	0.6
2002.409	-44.2	1.9	-186.6	1.9	2004.516	0.6	1.0	-240.7	1.0
2002.414	-45.4	1.6	-187.2	1.6	2004.574	2.5	1.4	-241.5	1.4
2002.578	-42.2	1.2	-193.3	1.2	2004.664	4.4	0.6	-244.0	0.6
2002.660	-40.9	0.9	-196.3	1.0	2004.670	4.3	0.8	-244.6	0.8
2003.214	-29.7	0.7	-210.8	0.7	2004.730	6.3	1.2	-245.6	1.2
2003.351	-26.0	0.6	-213.4	0.6	2005.270	18.8	0.6	-256.6	0.6
2003.356	-26.4	0.7	-213.7	0.7	2005.366	19.9	0.6	-257.2	0.6
2003.446	-24.3	1.0	-216.0	1.0					

Continued on next page

Continuation S1 astrometric measurements					Continuation S1 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2005.371	20.2	0.6	-257.4	0.6	2009.185	103.0	1.2	-303.0	1.2
2005.374	20.4	0.9	-257.5	0.9	2009.273	104.8	0.6	-303.0	0.6
2005.467	22.9	0.7	-259.4	0.7	2009.300	104.6	0.6	-303.2	0.6
2005.570	25.2	0.6	-261.4	0.6	2009.303	105.1	0.6	-303.4	0.6
2005.576	25.4	0.6	-262.1	0.6	2009.336	105.5	0.6	-303.5	0.6
2005.674	27.8	0.7	-263.1	0.7	2009.371	106.7	0.6	-304.1	0.6
2006.324	42.1	0.6	-273.1	0.6	2009.502	109.9	0.8	-304.5	0.8
2006.411	44.1	0.7	-273.1	0.7	2009.505	109.5	0.6	-304.4	0.6
2006.491	45.0	1.1	-274.9	1.1	2009.557	109.5	0.8	-304.1	0.8
2006.567	48.7	1.4	-276.6	1.4	2009.606	110.8	0.9	-305.1	1.0
2006.583	47.8	1.0	-276.5	1.0	2009.718	113.2	0.6	-305.5	0.6
2006.654	49.7	1.2	-277.4	1.2	2009.776	114.4	0.7	-305.4	0.7
2006.726	50.6	0.6	-277.7	0.6	2010.234	122.7	1.3	-307.7	1.3
2006.728	51.1	0.6	-277.8	0.6	2010.239	122.0	0.8	-307.4	0.8
2006.753	52.4	0.7	-278.5	0.7	2010.245	122.8	0.9	-308.3	0.9
2006.783	52.7	1.1	-278.7	1.1	2010.351	124.8	1.4	-308.3	1.4
2006.802	52.4	0.9	-279.9	0.9	2010.444	126.5	2.2	-308.1	2.2
2007.170	60.5	0.6	-284.1	0.6	2010.455	126.4	1.9	-308.1	1.9
2007.206	61.5	0.6	-286.4	0.6	2010.460	126.1	0.9	-306.0	0.9
2007.214	61.9	0.6	-284.7	0.6	2010.616	131.2	0.7	-309.1	0.7
2007.252	62.2	0.6	-285.4	0.6	2010.619	129.6	0.8	-308.2	0.8
2007.255	62.6	0.6	-285.7	0.6	2010.622	129.6	1.1	-307.8	1.1
2007.378	65.5	0.8	-285.4	0.8	2010.624	129.7	0.7	-308.7	0.7
2007.456	67.0	0.7	-288.4	0.8	2010.627	130.3	0.8	-308.8	0.8
2007.460	67.1	0.6	-287.4	0.6	2010.676	130.4	1.5	-308.8	1.5
2007.545	70.2	0.8	-288.3	0.8	2010.679	130.6	0.8	-308.3	0.8
2007.550	69.3	0.6	-288.8	0.6	2011.238	140.3	1.2	-307.9	1.3
2007.686	72.5	0.7	-291.0	0.7	2011.241	139.8	3.0	-307.2	3.1
2007.687	72.3	0.9	-290.0	0.9	2011.244	142.3	1.8	-310.5	1.8
2007.692	72.2	0.9	-289.7	1.0	2011.249	141.7	1.0	-309.9	1.0
2008.148	82.3	0.6	-294.3	0.7	2011.312	142.9	1.1	-309.8	1.1
2008.197	83.1	0.6	-295.4	0.6	2011.315	142.5	1.1	-309.7	1.1
2008.268	84.8	0.6	-296.1	0.6	2011.337	143.7	0.9	-310.0	0.9
2008.456	88.3	3.3	-297.7	3.3	2011.443	145.3	1.0	-310.2	1.0
2008.472	90.3	0.7	-297.3	0.7	2011.553	146.2	2.1	-308.6	2.2
2008.473	89.7	0.9	-297.7	0.9	2011.613	148.8	1.3	-310.6	1.3
2008.601	91.1	0.6	-299.5	0.6	2011.689	149.1	1.7	-311.9	1.9
2008.708	92.8	0.6	-299.1	0.6					

Continued on next page

Continuation S1 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2011.695	150.4	1.7	-310.0	1.7
2011.698	150.4	1.1	-310.6	1.2
2011.722	150.5	1.3	-310.9	1.4
2012.339	160.9	1.2	-310.9	1.3
2012.497	164.4	1.6	-311.1	1.8
2012.533	164.0	1.5	-311.7	1.7
2012.544	164.9	1.6	-311.8	1.8
2012.552	164.4	1.5	-310.3	1.6
2012.604	165.6	1.7	-311.7	1.8
2012.700	167.5	1.3	-311.5	1.4
2013.161	175.1	1.6	-309.5	1.8
2013.240	176.4	1.1	-308.7	1.2
2013.317	176.6	1.5	-309.8	1.7
2013.366	177.9	1.2	-308.7	1.3
2013.420	179.3	1.1	-307.5	1.2

Continuation S1 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2013.437	179.7	1.9	-310.5	2.1
2013.494	179.8	1.3	-308.2	1.4
2013.502	179.8	1.6	-308.5	1.7
2013.587	181.6	1.2	-308.1	1.2
2013.617	181.4	1.6	-308.4	1.6
2015.432	210.1	0.7	-298.4	0.7
2015.517	211.3	1.6	-297.7	1.6
2015.706	213.8	1.3	-296.3	1.2
2015.747	213.9	1.0	-296.1	1.0
2016.221	220.2	0.7	-293.4	0.7
2016.287	221.5	0.9	-293.0	0.9
2016.325	222.0	1.5	-292.3	1.5
2016.525	224.8	0.8	-290.5	0.8
2016.530	224.7	0.9	-291.3	0.9

S1  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2003.271	-917	70
2004.537	-1000	70
2004.632	-1015	35
2005.212	-1066	140
2005.215	-1070	70
2005.455	-1058	140
2005.461	-1100	70
2005.769	-1086	175
2006.204	-1109	88
2006.305	-1190	175
2006.624	-1192	175
2007.230	-1180	175
2007.550	-1161	175
2008.262	-1115	53
2009.385	-1087	123

Continuation S1  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2012.210	-1115	53
2012.494	-1022	175
2012.513	-1099	88
2013.262	-1035	44
2013.655	-1102	88
2013.726	-975	105
2014.185	-1093	88
2014.263	-1120	88
2014.521	-1053	44
2015.299	-1021	53
2016.284	-1067	88
2016.519	-1003	70
2010.354	-1191	81
2011.317	-1149	123

**Estrella S2**

<b>S2 Astrometric Measurements</b>				
<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
1995.439	-43.54	1.4	169.01	2.1
1996.485	-53.31	3.2	155.18	3.5
1997.367	-58.81	1.1	140.64	1.4
1999.333	-68.26	0.8	96.92	0.6
1999.559	-68.69	0.6	91.42	0.7
2000.305	-70.57	1.9	65.69	3.7
2000.381	-68.12	0.6	64.98	0.8
2000.548	-65.75	1.0	59.22	1.7
2000.797	-64.65	1.9	51.04	1.7
2001.351	-57.73	1.0	27.74	0.7
2001.572	-52.75	1.0	17.48	0.8
2003.303	36.60	0.9	71.97	0.9
2003.554	36.52	0.7	84.14	0.5
2003.682	37.66	1.4	92.56	1.5
2004.327	32.99	0.4	115.23	0.5
2004.564	31.12	0.6	123.00	0.6
2004.660	30.37	0.9	125.65	0.7
2005.312	23.13	0.5	141.79	0.5
2005.495	22.09	0.3	146.84	0.5
2005.566	21.23	1.2	147.93	1.3
2005.580	21.31	0.2	148.36	0.2
2008.371	-10.27	0.2	179.68	0.2
2008.562	-12.38	0.2	180.25	0.2

<b>Continuation S2 astrometric measurements</b>				
<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
2009.340	-21.02	0.2	180.75	0.2
2009.561	-23.34	0.2	180.53	0.2
2009.689	-24.78	0.2	180.33	0.2
2010.342	-31.87	0.1	177.88	0.2
2010.511	-33.67	0.2	177.15	0.2
2010.620	-34.82	0.2	176.61	0.2
2011.401	-42.62	0.2	170.75	0.2
2011.543	-44.08	0.2	169.01	0.2
2011.642	-44.93	0.2	167.80	0.3
2012.371	-51.21	0.1	159.94	0.2
2012.562	-53.02	0.2	157.13	0.3
2016.338	-67.14	0.2	71.08	0.2
2016.532	-66.21	0.2	64.49	0.2
2017.343	-57.42	0.2	32.89	0.2
2017.348	-57.17	0.3	33.10	0.3
2017.616	-51.33	0.3	20.61	0.3
2017.649	-50.22	0.3	19.22	0.3
2018.208	-22.14	0.3	-8.20	0.3
2018.222	-20.64	0.5	-8.27	0.4
2018.244	-18.20	0.3	-9.18	0.3
2018.380	1.07	1.1	-6.73	1.0
2018.394	4.38	0.8	-6.41	0.5
2018.674	27.66	0.4	24.86	0.5

<b>S2 <math>z</math> measurements</b>		
<b>Epoch</b>	<b><math>z</math> (km/s)</b>	<b><math>\sigma_z</math> (km/s)</b>
2000.4764	1199	100
2002.4175	-473	39
2002.4203	-476	39
2003.2710	-1571	59
2003.3530	-1512	40
2003.4333	-1593	34
2003.4360	-1522	36
2003.4460	-1428	51

<b>Continuation S2 <math>z</math> measurements</b>		
<b>Epoch</b>	<b><math>z</math> (km/s)</b>	<b><math>\sigma_z</math> (km/s)</b>
2004.4750	-1149	47
2004.5350	-1055	46
2004.5370	-1056	37
2004.6320	-1039	39
2005.1580	-1001	77
2005.2120	-960	37
2005.2150	-910	54

Continued on next page

Continuation S2 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2005.4100	-964	37
2005.4550	-839	60
2005.4610	-907	43
2005.5031	-844	18
2005.6770	-774	77
2005.7690	-860	58
2006.2040	-702	42
2006.3050	-718	77
2006.4613	-711	25
2006.4942	-667	25
2006.4969	-688	26
2006.6240	-658	57
2007.2300	-586	57
2007.3040	-537	57
2007.5449	-489	22
2007.5500	-505	57
2007.6730	-482	57
2008.2620	-394	27
2008.3723	-384	18
2008.4310	-425	62
2008.5634	-379	17
2009.3415	-254	16
2009.3443	-291	14
2009.3850	-241	45
2010.3491	-146	18
2010.3540	-134	27
2011.3170	-3	34
2011.5204	9	28
2011.5670	35	57
2012.2100	185	34
2012.3420	167	34
2012.4353	156	26
2012.4380	165	23
2012.4435	182	16
2012.4940	195	34
2012.5130	186	34
2012.5525	182	20
2012.5553	191	17
2012.6128	204	15

Continuation S2 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2012.6154	186	20
2012.7050	190	45
2013.2620	313	23
2013.3580	328	20
2013.3607	330	17
2013.3635	305	20
2013.3662	283	16
2013.3717	326	20
2013.3744	306	21
2013.5628	382	28
2013.5656	347	39
2013.5683	356	16
2013.6065	370	20
2013.6093	352	32
2013.6148	349	16
2013.6550	361	45
2013.7260	384	34
2014.1850	490	28
2014.2630	515	34
2014.3765	488	19
2014.3901	513	18
2014.5019	545	17
2014.5210	568	17
2015.2990	765	23
2015.3374	740	19
2015.5506	831	17
2015.6350	884	23
2015.7060	869	45
2016.2840	1081	45
2016.3669	1104	17
2016.3696	1145	19
2016.3723	1140	16
2016.5190	1198	34
2017.3460	1762	15
2017.3745	1809	13
2017.3772	1807	19
2017.3799	1782	14
2017.5464	1998	17

Continued on next page

Continuation S2  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2017.5683	2014	15
2017.6070	2126	22
2017.6175	2095	16
2017.6694	2214	20
2018.2071	3798	22
2018.2410	4017	20
2018.3109	3966	15
2018.3628	3000	13
2018.3684	2804	18
2018.3739	2622	63
2018.3874	2130	20
2018.3901	2038	32

Continuation S2  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2018.3901	2062	13
2018.4256	721	25
2018.5540	-1479	14
2018.5786	-1626	14
2018.6087	-1719	14
2018.6250	-1764	18
2018.6277	-1778	17
2018.6632	-1809	28
2018.6633	-1796	16
2018.6906	-1818	17
2018.7070	-1830	18
2019.3567	-1555	14

## Estrella S4

S4 Astrometric Measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1992.224	97.9	4.6	106.0	4.9
1995.534	158.4	3.6	114.0	2.4
2000.523	238.7	2.8	116.4	2.8
2004.240	287.8	1.8	118.1	1.8
2004.325	289.2	1.4	119.0	1.4
2004.443	291.6	0.5	119.2	0.5
2004.511	292.0	0.5	119.0	0.5
2004.513	292.1	0.6	118.6	0.5
2004.516	292.1	0.6	119.3	0.6
2004.516	291.3	1.4	118.5	1.4
2004.574	292.2	1.0	119.6	0.9
2004.574	293.2	0.9	118.7	0.9
2004.664	293.5	0.7	118.6	0.6
2004.670	294.5	0.5	118.9	0.5
2004.730	295.0	0.4	118.8	0.4
2004.730	296.0	0.8	119.6	0.8
2005.270	301.7	0.5	119.4	0.4
2005.366	302.9	0.5	118.9	0.5

Continuation S4 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2005.371	302.6	0.4	119.4	0.4
2005.374	303.0	0.6	118.9	0.6
2005.467	304.6	0.5	118.0	0.5
2005.570	305.6	0.5	118.6	0.5
2005.576	306.0	0.5	118.6	0.5
2005.674	308.6	0.7	118.0	0.6
2006.324	315.0	0.4	118.3	0.4
2006.411	316.2	0.6	118.4	0.6
2006.491	320.0	0.8	116.6	0.8
2006.491	318.0	1.0	118.5	1.3
2006.567	317.4	0.9	118.6	0.9
2006.583	317.3	0.6	119.0	0.6
2006.654	318.2	0.8	117.6	0.8
2006.726	319.5	0.4	117.8	0.4
2006.728	319.5	0.4	118.2	0.4
2006.753	320.3	0.5	118.6	0.5
2006.783	320.4	0.8	118.4	0.8

Continued on next page

Continuation S4 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2006.802	319.5	0.6	117.9	0.6
2007.170	323.6	0.4	117.8	0.4
2007.206	324.0	0.4	117.6	0.4
2007.206	324.2	0.5	117.6	0.5
2007.214	324.2	0.4	117.8	0.4
2007.252	324.9	0.4	117.9	0.4
2007.255	324.4	0.4	118.1	0.4
2007.255	324.3	0.7	117.8	0.7
2007.378	327.3	0.5	117.3	0.5
2007.456	326.9	0.5	117.7	0.5
2007.460	326.8	0.4	117.7	0.4
2007.545	327.9	0.5	117.0	0.5
2007.550	327.6	0.4	117.9	0.4
2007.686	330.1	0.5	117.2	0.5
2007.687	328.9	0.4	117.0	0.4
2007.692	329.0	0.5	116.6	0.5
2008.148	333.7	0.5	116.7	0.5
2008.197	334.1	0.4	116.9	0.4
2008.268	334.9	0.4	116.5	0.4
2008.456	336.7	0.4	116.2	0.4
2008.472	337.5	0.5	116.2	0.5
2008.473	337.7	0.6	116.2	0.6
2008.593	335.5	1.1	116.5	1.0
2008.601	337.6	0.4	116.2	0.4
2008.708	338.2	0.4	116.1	0.4
2009.185	342.6	0.9	115.5	0.9
2009.273	343.1	0.4	114.9	0.4
2009.300	343.7	0.4	115.2	0.4
2009.303	343.5	0.4	115.2	0.4
2009.336	343.8	0.4	115.5	0.4
2009.371	344.4	0.4	115.1	0.4
2009.502	346.3	0.6	114.9	0.6
2009.505	345.5	0.4	115.1	0.4
2009.557	346.1	0.5	114.6	0.5
2009.557	346.8	0.4	114.1	0.4
2009.606	346.3	0.4	115.1	0.4
2009.718	347.1	0.4	114.6	0.4
2009.776	347.7	0.4	114.7	0.4

Continuation S4 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.234	351.1	0.4	113.3	0.4
2010.239	350.8	0.4	113.5	0.4
2010.239	351.6	0.5	113.7	0.5
2010.245	351.6	0.5	113.3	0.5
2010.351	351.8	0.4	113.2	0.4
2010.444	352.4	0.4	113.0	0.4
2010.455	352.3	0.4	113.3	0.4
2010.455	352.6	0.4	112.9	0.4
2010.455	353.0	0.5	113.1	0.5
2010.460	352.9	0.6	113.1	0.6
2010.616	355.0	0.4	112.4	0.4
2010.619	353.5	0.4	112.7	0.4
2010.622	353.8	0.4	112.5	0.4
2010.624	353.4	0.4	112.7	0.4
2010.627	353.3	0.5	112.6	0.5
2010.676	357.0	0.8	113.0	0.8
2010.679	354.0	0.5	112.8	0.5
2011.238	357.6	0.5	110.9	0.5
2011.241	357.8	2.1	111.0	2.1
2011.244	358.0	0.4	111.1	0.4
2011.249	357.9	0.5	111.2	0.5
2011.312	358.1	0.5	111.2	0.5
2011.313	359.6	0.6	110.6	0.6
2011.315	357.8	0.4	110.7	0.4
2011.337	358.6	0.4	110.8	0.4
2011.443	359.0	0.4	110.1	0.4
2011.553	358.8	0.7	110.4	0.7
2011.613	359.9	0.7	110.2	0.7
2011.689	359.9	0.8	109.9	0.8
2011.695	360.6	0.4	109.7	0.4
2011.695	361.4	1.2	109.3	1.2
2011.698	360.6	0.5	109.6	0.5
2011.722	360.8	0.4	109.6	0.4
2012.202	363.6	0.8	108.6	0.8
2012.339	363.4	0.5	108.0	0.5
2012.497	364.5	0.4	107.5	0.4
2012.533	364.0	0.4	107.2	0.4

Continued on next page

Continuation S4 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2012.544	364.5	0.5	107.0	0.5
2012.552	364.1	0.4	107.2	0.4
2012.552	365.2	0.9	106.8	0.9
2012.604	365.0	1.2	106.7	1.2
2012.700	365.2	0.4	106.5	0.4
2013.161	367.3	0.5	105.3	0.5
2013.240	367.7	0.4	104.7	0.4
2013.317	367.5	0.5	105.3	0.5
2013.366	367.7	0.4	104.7	0.4
2013.420	368.3	0.6	103.2	0.6
2013.437	368.4	0.9	104.0	0.9
2013.494	368.2	0.7	104.0	0.7

Continuation S4 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2013.502	368.2	0.5	103.8	0.5
2013.587	368.2	0.4	103.7	0.4
2013.590	369.3	1.6	103.4	1.6
2013.617	368.3	0.6	103.7	0.6
2015.432	371.1	0.4	95.9	0.4
2015.517	371.0	0.5	95.1	0.5
2015.706	371.0	0.6	94.5	0.6
2015.747	370.6	0.4	94.3	0.4
2016.221	370.1	0.5	92.2	0.5
2016.287	370.1	0.6	91.6	0.6
2016.325	370.6	1.0	91.2	1.0
2016.525	370.1	0.5	90.2	0.5
2016.530	370.0	0.6	90.2	0.6

S4  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.535	-553	50
2004.537	-525	31
2004.632	-595	44
2005.158	-676	100
2005.212	-618	62
2005.215	-605	50
2005.455	-622	75
2005.461	-665	50
2005.769	-692	62
2006.204	-660	62
2006.305	-712	87
2006.624	-727	87
2007.230	-783	125
2007.304	-853	125
2007.673	-853	87
2008.262	-745	50
2009.385	-786	75

Continuation S4  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2010.354	-860	59
2011.317	-918	87
2011.567	-864	37
2012.210	-850	37
2012.342	-851	37
2012.494	-888	37
2012.513	-814	62
2012.705	-926	62
2013.262	-902	25
2013.655	-957	62
2013.726	-1003	37
2014.185	-892	37
2014.263	-910	37
2014.521	-926	25
2015.299	-939	37
2016.284	-1015	50
2016.519	-950	37

**Estrella S8**

<b>S8 Astrometric Measurements</b>					Continuation S8 astrometric measurements				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>	<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>
	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)		(mas)	(mas)	(mas)	(mas)
1992.224	183.1	3.0	-92.9	3.0	2004.516	391.4	0.5	-273.4	0.5
1994.314	227.5	2.1	-108.8	5.5	2004.516	391.7	0.7	-273.7	0.7
1995.534	252.9	4.3	-137.4	2.9	2004.574	391.6	0.4	-274.2	0.4
1996.253	270.0	2.2	-153.0	2.5	2004.574	392.5	0.7	-276.0	0.7
1996.427	271.0	2.8	-151.3	3.1	2004.664	392.6	0.4	-274.7	0.4
1997.544	291.0	2.8	-173.0	2.0	2004.670	393.0	0.5	-275.6	0.5
1998.373	305.4	6.2	-185.5	2.8	2004.730	394.1	0.4	-276.1	0.4
2000.472	338.7	2.1	-215.8	7.4	2004.730	394.0	0.8	-276.2	0.8
2001.502	357.2	1.5	-231.4	1.5	2005.270	400.5	0.4	-282.8	0.4
2002.250	367.1	5.3	-251.6	5.3	2005.366	401.0	0.4	-284.0	0.4
1999.465	325.3	3.7	-199.9	0.9	2005.371	401.1	0.4	-283.4	0.4
2002.335	363.6	0.7	-244.7	0.7	2005.374	400.8	0.5	-283.8	0.5
2002.393	363.3	0.5	-244.3	0.5	2005.467	402.5	0.5	-284.8	0.5
2002.409	363.5	0.5	-245.0	0.5	2005.570	403.7	0.4	-286.6	0.4
2002.412	361.6	0.6	-247.1	0.6	2005.576	403.9	0.4	-286.9	0.4
2002.414	363.4	0.4	-245.6	0.4	2005.674	404.4	0.5	-287.4	0.5
2002.578	366.2	0.4	-247.7	0.4	2006.324	412.4	0.4	-295.6	0.4
2002.660	367.5	0.4	-248.8	0.4	2006.411	412.8	0.4	-297.0	0.4
2003.214	374.4	0.4	-257.1	0.4	2006.491	414.7	0.7	-298.3	0.7
2003.351	376.8	0.4	-258.5	0.4	2006.491	414.4	0.4	-297.6	0.4
2003.356	376.6	0.4	-258.3	0.4	2006.567	415.3	0.7	-298.7	0.7
2003.446	377.9	0.6	-259.2	0.6	2006.583	415.4	0.5	-298.7	0.5
2003.451	378.1	0.5	-259.5	0.5	2006.654	416.3	0.7	-299.3	0.7
2003.452	377.7	0.4	-259.3	0.4	2006.726	416.5	0.4	-300.5	0.4
2003.454	377.4	0.4	-260.1	0.4	2006.728	417.0	0.4	-300.4	0.4
2003.454	377.9	0.4	-259.1	0.4	2006.753	417.2	0.4	-300.0	0.4
2003.550	379.2	0.4	-260.8	0.4	2006.783	417.6	0.7	-301.1	0.7
2003.676	380.5	0.4	-262.4	0.4	2006.802	417.5	0.6	-301.1	0.6
2003.678	380.7	0.8	-263.0	0.8	2007.170	420.7	0.4	-305.4	0.4
2003.761	381.8	0.5	-263.2	0.5	2007.206	421.7	0.4	-306.3	0.4
2004.240	387.3	1.1	-270.8	1.1	2007.206	421.6	0.4	-306.4	0.4
2004.325	388.5	0.4	-271.2	0.4	2007.214	421.6	0.4	-306.3	0.4
2004.347	389.2	0.4	-270.4	0.4	2007.252	421.5	0.4	-306.2	0.4
2004.443	390.4	0.4	-272.8	0.4	2007.255	422.0	0.4	-306.8	0.4
2004.511	391.3	0.5	-273.8	0.5	2007.255	421.3	0.7	-306.0	0.7
2004.513	390.5	0.4	-274.1	0.4					

Continued on next page

Continuation S8 astrometric measurements					Continuation S8 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2007.378	423.6	0.5	-308.0	0.5	2010.455	452.8	0.4	-341.9	0.4
2007.456	423.6	0.5	-308.8	0.5	2010.455	453.5	0.5	-341.5	0.5
2007.460	424.0	0.4	-308.7	0.4	2010.460	452.2	0.6	-342.0	0.6
2007.545	425.4	0.5	-309.9	0.5	2010.616	455.1	0.4	-344.1	0.4
2007.550	425.2	0.4	-310.0	0.4	2010.619	453.5	0.4	-343.5	0.4
2007.686	426.6	0.5	-311.5	0.5	2010.622	453.9	0.4	-343.3	0.4
2007.687	426.5	0.4	-311.5	0.4	2010.624	453.5	0.4	-343.8	0.4
2007.692	426.3	0.5	-311.4	0.5	2010.627	453.3	0.5	-343.8	0.5
2008.148	431.5	0.4	-316.9	0.4	2010.676	454.3	0.6	-344.8	0.6
2008.197	431.0	0.4	-317.4	0.4	2010.679	454.4	0.5	-343.9	0.5
2008.268	432.3	0.4	-317.9	0.4	2011.238	458.8	0.4	-350.2	0.4
2008.456	433.9	0.4	-320.1	0.4	2011.241	458.8	2.0	-349.9	2.0
2008.472	434.1	0.4	-320.3	0.4	2011.244	459.2	0.4	-350.1	0.4
2008.473	435.3	0.5	-320.5	0.5	2011.249	459.1	0.5	-350.0	0.5
2008.593	434.5	3.1	-320.5	3.2	2011.312	459.3	0.5	-350.6	0.5
2008.601	434.9	0.4	-321.8	0.4	2011.313	460.9	0.5	-351.1	0.5
2008.708	436.4	0.4	-322.7	0.4	2011.315	459.1	0.4	-350.6	0.4
2009.185	440.6	0.8	-328.1	0.8	2011.337	460.2	0.4	-350.7	0.4
2009.273	441.5	0.4	-329.2	0.4	2011.443	460.6	0.4	-352.0	0.4
2009.300	441.9	0.4	-329.5	0.4	2011.553	461.6	0.6	-353.0	0.6
2009.303	441.8	0.4	-329.3	0.4	2011.613	461.8	0.7	-353.5	0.7
2009.336	442.7	0.4	-329.9	0.4	2011.689	462.7	0.7	-353.7	0.7
2009.336	442.1	0.4	-329.9	0.4	2011.695	462.8	0.4	-354.7	0.4
2009.371	442.8	0.4	-330.4	0.4	2011.695	463.9	1.1	-354.7	1.1
2009.502	445.1	0.5	-332.2	0.5	2011.698	462.9	0.5	-354.6	0.5
2009.505	444.0	0.4	-331.9	0.4	2011.722	463.0	0.4	-355.1	0.4
2009.557	444.5	0.4	-332.5	0.4	2012.202	466.6	0.7	-359.0	0.7
2009.557	445.0	0.4	-332.0	0.4	2012.339	467.9	0.4	-360.3	0.4
2009.606	444.8	0.4	-332.3	0.4	2012.497	469.7	0.4	-361.9	0.4
2009.718	446.2	0.4	-333.8	0.4	2012.533	468.6	0.4	-362.5	0.4
2009.776	447.1	0.4	-334.6	0.4	2012.544	469.5	0.4	-362.3	0.4
2010.234	450.7	0.4	-339.8	0.4	2012.552	469.0	0.4	-362.6	0.4
2010.239	450.6	0.4	-339.7	0.4	2012.552	469.7	0.8	-362.7	0.8
2010.239	450.9	0.4	-339.5	0.4	2012.604	469.9	1.1	-363.2	1.1
2010.245	450.8	0.5	-339.9	0.5	2012.700	471.0	0.4	-363.6	0.4
2010.351	451.7	0.4	-341.0	0.4	2013.161	474.3	0.5	-368.2	0.5
2010.444	452.3	0.4	-341.6	0.4	2013.240	474.4	0.4	-368.5	0.4
2010.455	452.1	0.4	-341.6	0.4					

Continued on next page

Continuation S8 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2013.317	475.2	0.4	-369.1	0.4
2013.366	475.7	0.4	-369.9	0.4
2013.420	476.9	0.5	-370.7	0.5
2013.437	476.6	0.8	-370.7	0.8
2013.494	476.1	0.6	-371.5	0.6
2013.502	476.8	0.4	-371.0	0.4
2013.587	477.3	0.4	-371.9	0.4
2013.590	475.8	1.4	-371.4	1.4
2013.617	477.2	0.6	-371.8	0.6
2015.432	489.7	0.4	-388.6	0.4

Continuation S8 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2015.517	489.2	0.7	-389.2	0.7
2015.706	489.9	0.7	-390.9	0.7
2015.747	491.4	0.5	-391.3	0.6
2016.221	492.2	0.7	-394.7	0.7
2016.287	494.6	0.8	-396.0	0.8
2016.325	493.4	0.9	-396.0	0.9
2016.369	491.4	1.0	-397.4	1.0
2016.525	494.8	0.7	-397.8	0.7
2016.530	495.3	1.0	-398.3	0.9

S8  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2003.271	26	71
2004.535	10	47
2004.537	20	47
2004.632	-50	35
2005.215	-80	59
2005.461	-25	35
2005.769	-66	95
2006.204	-81	59
2006.624	-82	59
2007.230	-107	118
2007.550	-135	83
2008.262	-125	35
2009.385	-154	47
2010.354	-198	58
2011.317	-240	83

Continuation S8  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2012.210	-185	35
2012.342	-200	35
2012.494	-167	47
2012.513	-158	59
2012.705	-306	95
2013.262	-207	47
2013.655	-257	71
2013.726	-279	59
2014.185	-225	47
2014.263	-146	59
2014.521	-181	30
2015.299	-238	47
2016.284	-246	71
2016.519	-161	83

**Estrella S9**

<b>S9 Astrometric Measurements</b>					Continuation S9 astrometric measurements				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>	<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>
	(mas)	(mas)	(mas)	(mas)		(mas)	(mas)	(mas)	(mas)
1994.314	152.7	3.8	-240.1	3.8	2004.574	180.7	0.8	-362.3	0.8
1995.534	168.6	6.0	-271.2	3.7	2004.574	181.3	1.9	-364.5	1.9
1996.253	163.5	5.3	-284.1	5.2	2004.664	182.3	0.5	-362.8	0.5
1996.427	164.6	3.5	-286.5	3.9	2004.670	182.8	0.7	-362.5	0.7
1997.544	169.0	4.6	-306.2	2.8	2004.730	182.9	0.5	-362.5	0.5
1999.465	175.9	6.7	-322.5	5.5	2004.730	182.9	1.1	-362.9	1.1
2000.472	180.5	4.8	-329.2	3.3	2005.270	182.3	0.8	-365.3	0.8
2000.523	184.5	5.9	-322.3	7.3	2005.366	181.3	0.7	-365.9	0.7
2001.502	170.4	3.1	-333.3	3.0	2005.371	182.5	0.6	-365.5	0.6
2002.250	188.7	13.3	-344.3	13.3	2005.374	182.1	1.0	-365.5	1.0
2002.335	182.7	1.2	-347.5	1.2	2005.467	181.4	0.7	-366.4	0.7
2002.393	182.7	1.0	-348.5	1.0	2005.570	182.7	0.6	-366.6	0.6
2002.409	182.0	0.8	-348.1	0.8	2005.576	182.8	0.7	-365.5	0.7
2002.414	181.8	0.6	-346.9	0.6	2006.324	182.7	0.6	-368.4	0.6
2002.578	182.5	0.8	-348.8	0.8	2006.411	183.0	0.8	-368.2	0.8
2002.660	182.6	0.6	-348.5	0.6	2006.491	185.9	1.2	-368.6	1.4
2003.214	182.4	0.6	-354.9	0.6	2006.491	183.5	1.1	-367.0	1.3
2003.351	182.4	0.6	-354.0	0.6	2006.567	183.3	1.9	-367.3	1.9
2003.356	181.4	0.7	-355.4	0.7	2006.583	182.9	1.2	-368.5	1.2
2003.446	181.7	1.1	-356.2	1.1	2006.654	181.5	1.3	-369.1	1.3
2003.451	181.9	0.9	-354.0	0.9	2006.726	183.4	0.7	-368.2	0.7
2003.452	182.8	0.7	-355.3	0.7	2006.728	183.2	0.7	-367.6	0.7
2003.454	181.9	0.6	-354.5	0.6	2006.753	184.3	0.7	-366.9	0.7
2003.454	182.8	0.8	-354.1	0.9	2006.783	183.3	1.0	-368.3	1.0
2003.550	182.6	0.5	-355.9	0.5	2006.802	182.8	1.0	-369.0	1.0
2003.676	182.4	0.7	-356.9	0.7	2007.170	182.5	0.7	-368.9	0.7
2003.678	183.2	1.3	-358.0	1.3	2007.206	182.1	0.7	-369.4	0.7
2003.761	182.2	1.0	-357.6	1.0	2007.206	182.2	0.6	-369.6	0.6
2004.240	182.5	1.6	-361.5	1.6	2007.214	182.9	0.5	-369.2	0.5
2004.325	182.3	0.5	-360.6	0.5	2007.252	182.3	0.6	-368.5	0.6
2004.347	182.5	0.6	-361.6	0.6	2007.255	181.3	0.6	-369.4	0.6
2004.443	182.8	0.5	-361.4	0.5	2007.255	181.3	1.0	-369.0	1.0
2004.511	182.8	0.8	-361.7	0.8	2007.378	181.8	0.9	-370.9	0.9
2004.513	182.6	0.7	-361.7	0.7	2007.456	181.6	0.7	-369.7	0.7
2004.516	182.5	0.8	-361.5	0.8	2007.460	180.9	0.6	-369.6	0.6
2004.516	183.1	1.0	-363.4	1.0					

Continued on next page

Continuation S9 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2007.545	180.9	1.0	-370.0	1.0
2007.550	182.0	0.7	-369.5	0.7
2007.686	181.0	0.7	-370.3	0.7
2007.687	180.8	0.6	-371.0	0.6
2007.692	180.4	0.7	-371.0	0.7
2008.148	180.1	0.6	-370.2	0.6
2008.197	179.3	0.5	-370.4	0.5
2008.268	179.0	0.6	-370.7	0.6
2008.456	179.3	0.6	-370.1	0.5
2008.472	178.9	0.8	-370.2	0.8
2008.473	178.9	1.0	-370.3	1.0
2008.593	181.7	2.6	-370.5	2.4
2008.601	178.1	0.6	-370.4	0.6
2008.708	177.9	0.6	-370.4	0.6
2009.185	176.7	1.2	-370.1	1.2
2009.273	176.2	0.6	-370.0	0.6
2009.300	176.0	0.6	-369.7	0.6
2009.303	176.0	0.6	-370.0	0.6
2009.336	176.2	0.6	-369.9	0.6
2009.336	175.9	0.6	-370.1	0.6
2009.371	176.2	0.6	-370.0	0.6
2009.502	176.5	0.8	-369.8	0.8
2009.505	175.7	0.6	-369.7	0.6
2009.557	176.3	0.6	-370.3	0.6
2009.557	177.7	0.8	-370.5	0.8
2009.606	175.3	0.8	-369.2	0.9
2009.718	174.8	1.0	-369.2	0.9
2009.776	174.8	0.7	-369.2	0.6
2010.234	173.1	0.6	-368.3	0.6
2010.239	172.3	0.5	-368.8	0.5
2010.239	174.2	0.7	-368.8	0.7
2010.245	173.3	0.7	-368.1	0.7
2010.351	173.4	0.6	-368.7	0.6
2010.444	172.5	0.7	-368.2	0.7
2010.455	171.6	0.5	-367.6	0.5
2010.455	172.4	0.6	-367.7	0.6

Continuation S9 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.455	172.8	0.9	-367.5	0.9
2010.460	172.0	1.0	-366.8	1.0
2010.616	172.8	0.7	-367.9	0.7
2010.619	171.2	0.9	-367.5	0.9
2010.622	171.4	1.3	-367.1	1.3
2010.624	171.6	0.8	-367.6	0.8
2010.627	171.3	0.8	-367.8	0.8
2010.676	172.6	1.9	-368.0	1.9
2010.679	171.1	0.9	-366.8	0.9
2011.238	167.7	1.4	-362.8	1.4
2011.241	166.4	2.9	-360.6	2.9
2011.244	168.9	2.3	-364.1	2.3
2011.249	168.7	1.2	-365.0	1.2
2011.312	168.5	1.3	-364.6	1.3
2011.313	168.6	1.4	-363.5	1.4
2011.315	167.6	1.4	-364.2	1.4
2011.337	168.6	1.0	-364.7	1.0
2011.443	167.8	1.1	-364.5	1.2
2011.613	167.4	1.6	-362.7	1.6
2011.689	165.9	2.3	-360.8	2.5
2011.695	167.0	1.6	-363.2	1.6
2011.695	167.2	1.7	-362.9	1.7
2011.698	166.9	1.3	-362.5	1.4
2011.722	166.3	1.7	-362.2	1.8
2012.339	163.8	1.4	-358.2	1.6
2012.497	162.3	1.9	-356.9	2.1
2012.533	161.9	1.9	-356.6	2.1
2012.544	163.2	1.8	-355.1	2.2
2012.552	162.3	1.8	-356.0	2.0
2012.552	162.6	1.6	-355.8	1.8
2012.604	162.2	2.0	-356.8	2.3
2012.700	161.7	1.6	-356.1	1.8
2013.161	159.8	1.9	-351.1	2.1
2013.240	158.9	1.3	-351.4	1.4
2013.317	159.0	1.9	-350.5	2.1

Continued on next page

Continuation S9 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2013.366	157.7	1.4	-350.6	1.5
2013.420	158.3	1.3	-350.2	1.3
2013.437	158.0	2.4	-346.3	2.7
2013.494	157.0	1.6	-348.6	1.7
2013.502	157.8	2.0	-349.9	2.1
2013.587	156.8	1.4	-348.9	1.5
2013.617	156.8	1.9	-348.2	2.1
2015.432	143.1	1.1	-330.9	1.2
2015.517	142.2	1.4	-330.7	1.4

Continuation S9 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2015.706	140.6	1.5	-327.9	1.5
2015.747	140.8	0.9	-327.6	0.9
2016.221	135.5	0.7	-320.2	0.7
2016.287	136.2	0.9	-319.3	0.9
2016.325	135.9	1.5	-319.3	1.5
2016.369	133.8	2.2	-318.1	2.2
2016.525	134.7	0.9	-316.3	0.9
2016.530	134.1	1.0	-315.3	1.0

S9  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.537	632	115
2004.632	610	165
2005.461	604	132
2005.769	571	82
2006.204	649	82
2006.624	567	165
2007.230	390	165
2007.550	786	165
2008.262	670	115
2010.354	693	105
2011.317	689	165

Continuation S9  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2012.494	732	165
2012.513	798	165
2013.262	728	99
2013.655	679	82
2013.726	675	99
2014.185	756	82
2014.263	801	66
2014.521	746	41
2015.299	740	49
2016.284	805	99
2016.519	660	66

**Estrella S12**

S12 Astrometric Measurements					Continuation S12 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1995.534	8.8	7.8	-32.0	3.4	2005.270	-43.1	1.3	327.5	1.3
1996.253	-47.1	9.2	2.3	11.8	2005.366	-42.7	1.0	328.5	1.0
1996.427	-68.2	7.5	30.0	10.1	2005.371	-43.6	1.0	329.5	1.0
2000.472	-73.0	9.2	214.6	5.8	2005.374	-44.3	1.7	329.2	1.7
2000.523	-79.3	5.5	201.1	5.3	2005.467	-41.6	1.1	330.7	1.1
2001.502	-71.3	3.3	233.0	2.5	2005.570	-40.7	0.9	332.8	0.9
2002.250	-62.1	18.7	271.1	18.7	2005.576	-40.6	0.9	331.5	0.9
2002.335	-66.1	2.2	255.3	2.2	2005.674	-40.2	1.6	336.9	1.6
2002.393	-65.2	2.0	258.6	2.0	2006.324	-34.0	1.0	348.0	1.0
2002.409	-65.8	1.2	257.2	1.2	2006.411	-32.7	1.3	349.2	1.3
2002.412	-65.2	2.7	260.6	2.7	2006.491	-33.1	1.1	349.9	1.1
2002.414	-66.1	0.9	257.6	0.9	2006.567	-30.2	3.9	351.5	3.9
2002.578	-65.0	0.8	261.5	0.8	2006.654	-29.6	2.4	353.5	2.4
2002.660	-64.3	0.9	263.3	0.9	2006.726	-30.5	1.1	356.1	1.1
2003.214	-60.3	1.0	278.2	1.0	2006.728	-31.5	1.2	354.0	1.2
2003.351	-59.1	0.8	282.3	0.8	2006.753	-30.2	1.2	356.6	1.2
2003.356	-59.2	1.2	283.4	1.2	2006.783	-29.9	1.5	356.9	1.5
2003.446	-58.4	1.8	285.9	1.8	2006.802	-31.2	1.7	356.5	1.7
2003.451	-58.3	1.3	284.7	1.3	2007.170	-28.7	1.1	364.8	1.1
2003.452	-58.3	0.8	285.4	0.9	2007.206	-28.3	1.0	364.0	1.0
2003.454	-58.1	1.0	285.6	1.1	2007.214	-27.8	0.9	365.2	0.9
2003.550	-57.6	0.9	288.0	0.9	2007.252	-27.4	1.1	365.6	1.1
2003.676	-56.4	1.2	291.3	1.2	2007.255	-27.8	0.9	366.6	0.9
2003.678	-55.5	2.2	292.6	2.2	2007.378	-25.6	1.5	367.9	1.5
2003.761	-56.7	1.8	293.7	1.8	2007.456	-26.2	1.1	369.2	1.1
2004.240	-53.0	2.7	306.2	2.7	2007.460	-25.9	1.0	368.9	1.0
2004.325	-52.0	0.9	306.1	0.9	2007.545	-25.4	1.6	370.6	1.6
2004.347	-52.0	1.1	308.7	1.1	2007.550	-24.9	1.1	371.0	1.1
2004.443	-50.6	0.8	308.5	0.8	2007.686	-23.6	1.1	373.5	1.1
2004.511	-50.3	1.2	309.4	1.2	2007.687	-23.8	1.2	374.0	1.3
2004.513	-51.2	1.1	310.2	1.1	2007.692	-23.4	1.3	374.0	1.5
2004.516	-50.2	1.1	310.0	1.1	2008.148	-20.4	0.9	381.2	0.9
2004.574	-49.1	1.3	311.5	1.3	2008.197	-19.8	0.9	382.8	0.9
2004.664	-49.3	0.9	314.7	0.9	2008.268	-19.2	0.8	383.7	0.8
2004.670	-49.0	1.1	313.2	1.1	2008.456	-17.3	0.8	386.7	0.8
2004.730	-48.5	0.8	314.4	0.8					

Continued on next page

Continuation S12 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2008.472	-15.7	1.4	387.2	1.4
2008.473	-15.7	1.7	387.7	1.7
2008.593	-16.4	4.2	388.9	4.0
2008.601	-16.5	0.9	389.7	0.9
2008.708	-15.7	0.8	390.9	0.8
2009.185	-11.7	1.7	399.3	1.7
2009.273	-11.1	0.8	400.6	0.8
2009.300	-10.6	0.8	401.2	0.8
2009.303	-11.0	0.8	401.3	0.8
2009.336	-10.2	0.8	401.7	0.8
2009.371	-10.	0.8	402.0	0.8
2009.502	-8.3	1.4	404.0	1.4
2009.505	-8.5	0.8	403.9	0.8
2009.557	-8.2	1.1	404.5	1.2
2009.606	-7.9	0.8	406.1	0.8
2009.718	-7.1	0.8	407.4	0.8
2009.776	-6.6	0.9	409.2	0.9
2010.234	-2.4	0.9	414.7	0.9
2010.239	-2.6	1.0	414.6	0.9
2010.245	-2.1	1.0	414.9	1.0
2010.351	-1.5	1.0	416.5	1.1
2010.444	-0.5	1.1	417.8	1.1
2010.455	-0.8	0.9	418.4	0.9
2010.460	0.6	1.6	418.3	1.6
2010.616	2.1	1.1	419.8	1.1
2010.619	0.7	0.9	420.1	0.9
2010.622	1.2	0.9	420.4	0.9
2010.624	0.6	1.0	420.0	1.0
2010.627	0.8	0.9	420.0	0.9
2010.676	1.5	2.5	423.3	2.5
2010.679	1.8	1.2	421.1	1.2
2011.238	6.5	1.4	429.0	1.3
2011.241	7.0	4.2	430.8	4.2
2011.244	8.0	1.2	428.9	1.2
2011.249	6.8	1.7	429.0	1.7
2011.312	7.3	1.6	430.1	1.6
2011.313	8.4	1.5	429.1	1.5

Continuation S12 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2011.315	7.7	1.8	430.4	1.8
2011.337	7.6	1.7	429.7	1.7
2011.553	9.2	2.6	434.5	2.6
2011.613	10.4	1.7	434.6	1.7
2011.689	10.9	2.0	437.8	2.0
2011.695	11.5	2.6	435.4	2.6
2011.698	11.4	2.1	435.9	2.1
2011.722	12.3	1.8	436.2	1.9
2012.202	18.9	2.4	443.2	2.4
2012.339	18.4	1.1	444.6	1.1
2012.497	19.5	1.4	445.1	1.4
2012.533	20.3	1.2	447.1	1.1
2012.544	21.0	1.2	447.2	1.2
2012.552	20.9	1.2	447.3	1.2
2012.604	21.1	2.3	448.0	2.3
2012.700	22.8	1.3	451.0	1.3
2013.161	26.6	1.1	453.1	1.1
2013.240	27.3	0.9	455.2	0.9
2013.317	27.8	1.3	454.9	1.4
2013.366	28.2	0.9	456.0	0.9
2013.420	29.5	1.4	457.1	1.4
2013.437	29.6	2.1	456.6	2.2
2013.494	29.2	2.1	457.3	2.1
2013.502	29.5	1.0	456.8	1.0
2013.587	30.1	1.1	458.0	1.1
2013.590	30.4	4.5	455.5	4.5
2013.617	29.8	1.3	458.3	1.3
2015.432	45.2	0.9	471.4	0.9
2015.517	45.8	1.1	471.6	1.1
2015.706	47.2	1.5	472.5	1.5
2015.747	47.1	0.9	473.3	0.9
2016.221	50.0	1.3	476.5	1.4
2016.287	51.4	1.6	476.3	1.6
2016.325	50.0	2.7	477.5	2.7
2016.525	52.6	1.4	478.8	1.6
2016.530	53.0	2.1	477.8	2.1

S12 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2003.271	330	237
2004.537	330	118
2004.632	315	118
2005.215	285	237
2005.461	330	189
2005.769	310	237
2006.204	349	118
2006.305	315	237
2006.624	279	237
2007.230	282	237
2007.550	319	237
2007.673	298	237
2008.262	243	272
2009.385	293	237

Continuation S12 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2010.354	104	144
2011.317	143	118
2012.210	131	118
2012.342	110	71
2012.494	55	71
2012.513	70	118
2012.705	84	118
2013.262	42	71
2013.655	-35	166
2014.263	26	95
2014.521	58	142
2015.299	89	118
2016.284	-90	142

### Estrella S13

S13 Astrometric Measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1994.314	-82.9	17.7	-245.8	13.3
1996.253	-134.7	14.9	-213.3	16.8
1996.427	-158.9	15.1	-194.5	16.5
1999.465	-180.2	15.7	-119.1	17.4
2000.472	-211.3	19.2	-87.8	14.9
2000.523	-192.3	36.3	-84.7	36.2
2002.250	-167.3	22.5	9.7	22.5
2002.335	-171.8	7.3	0.4	4.6
2002.393	-161.7	4.6	0.6	3.8
2002.409	-163.7	4.6	3.0	3.9
2002.414	-166.2	5.2	5.3	4.3
2002.578	-162.4	3.4	13.1	4.2
2002.660	-161.8	4.1	15.9	4.8
2002.660	-164.1	4.5	18.3	5.9
2003.214	-150.7	1.7	39.7	1.7
2003.351	-146.0	1.1	46.2	1.1

Continuation S13 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2003.356	-146.4	2.2	44.9	2.2
2003.446	-143.0	3.0	50.3	3.0
2003.451	-142.5	2.3	50.3	2.3
2003.452	-142.8	1.2	50.6	1.2
2003.454	-143.2	1.1	49.9	1.1
2003.454	-143.3	1.4	51.5	1.4
2003.550	-139.4	1.1	53.6	1.1
2003.676	-135.9	2.1	58.6	2.1
2003.678	-137.1	3.8	60.1	3.8
2003.761	-133.2	3.3	63.9	3.3
2004.240	-120.3	4.0	83.0	4.0
2004.325	-115.5	2.6	85.0	2.6
2004.443	-109.9	2.6	88.7	2.6
2004.511	-108.6	3.0	90.5	3.0
2004.513	-111.3	5.4	90.3	5.0

Continued on next page

Continuation S13 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2004.516	-107.1	3.4	91.3	3.3
2004.516	-103.4	2.0	88.6	2.0
2004.574	-102.5	6.1	90.3	6.1
2004.664	-101.0	4.4	97.1	5.1
2004.670	-98.2	2.3	93.0	2.4
2004.730	-97.1	1.7	94.8	1.7
2004.730	-95.9	2.4	95.2	2.4
2005.270	-73.7	2.9	113.6	3.1
2005.371	-72.7	2.8	116.4	3.7
2005.374	-73.1	3.1	116.5	3.1
2005.570	-65.6	2.6	121.0	3.3
2005.576	-64.9	3.6	123.7	4.3
2007.550	40.6	7.5	150.4	7.2
2007.686	46.0	8.1	151.9	8.0
2007.687	41.0	11.2	152.8	10.6
2008.148	67.7	1.8	155.3	1.7
2008.197	67.1	1.5	154.8	1.5
2008.268	74.8	1.7	155.6	1.6
2008.456	82.4	2.1	153.7	2.1
2008.472	86.0	2.3	153.6	2.3
2008.473	82.9	2.8	154.2	2.8
2008.601	86.4	2.0	154.1	1.8
2008.708	94.2	1.1	153.0	1.1
2009.185	108.5	2.3	150.3	2.3
2009.273	110.2	1.1	149.8	1.1
2009.300	111.3	1.1	149.3	1.1
2009.303	111.9	1.1	149.5	1.1
2009.336	113.6	1.1	148.9	1.1
2009.336	113.2	1.3	149.1	1.3
2009.371	113.9	1.2	148.9	1.2
2009.502	119.3	2.1	147.9	2.1
2009.505	117.2	1.2	148.2	1.1
2009.557	118.4	1.3	148.1	1.3
2009.557	120.0	1.6	147.5	1.6
2009.606	124.0	1.8	146.4	1.8
2009.718	128.2	1.5	145.4	1.4
2009.776	128.6	2.0	144.9	1.6
2010.234	150.8	2.5	138.7	2.4

Continuation S13 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.239	149.9	2.2	138.9	2.0
2010.239	151.5	1.9	137.8	1.9
2010.245	152.7	1.5	138.0	1.5
2010.351	156.8	5.2	137.0	5.2
2010.444	158.6	6.7	135.5	6.6
2010.455	159.8	3.2	135.9	3.3
2010.455	160.2	5.2	135.2	5.4
2010.455	160.2	2.0	134.8	2.0
2010.460	162.1	3.5	134.6	3.9
2010.616	166.8	4.2	132.3	4.3
2010.619	165.5	2.8	133.7	2.8
2010.622	166.7	4.0	133.3	4.1
2010.624	165.7	2.9	133.3	2.9
2010.627	166.1	3.1	133.0	3.1
2010.676	172.6	6.2	130.9	6.6
2010.679	168.9	2.9	132.4	2.9
2011.238	187.0	4.9	123.7	6.0
2011.241	188.0	6.8	124.0	8.9
2011.244	188.0	4.8	123.3	5.9
2011.249	189.2	4.5	124.8	5.2
2011.312	191.6	4.0	123.9	4.5
2011.313	190.4	3.3	121.1	3.9
2011.315	190.7	4.5	122.4	5.4
2011.337	191.5	4.3	123.5	4.8
2011.443	194.1	5.3	123.0	6.3
2011.613	200.0	5.7	121.3	6.7
2011.689	201.9	5.5	118.2	7.1
2011.695	201.7	6.5	113.7	7.9
2011.695	204.3	5.5	113.6	6.4
2011.698	203.2	5.8	114.5	7.4
2011.722	203.3	6.0	115.1	7.4
2012.339	218.2	5.7	97.1	5.6
2012.497	225.0	3.2	96.4	3.2
2012.533	222.4	4.8	94.2	4.6
2012.552	224.7	4.6	94.1	4.5
2012.552	228.3	3.1	95.4	3.1
2012.604	224.9	4.9	92.6	4.7

Continued on next page

Continuation S13 astrometric measurements

<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b>Dec.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b> <b>(mas)</b>
2012.700	229.2	4.4	92.2	4.3
2013.161	244.1	2.2	82.8	2.0
2013.240	247.2	3.0	81.5	3.0
2013.317	247.4	2.7	78.5	2.7
2013.366	248.3	5.5	79.0	4.6
2013.420	249.8	2.3	76.2	2.3
2013.437	252.0	3.7	75.3	3.8
2013.494	252.5	3.9	78.7	3.9
2013.502	252.9	3.7	76.2	3.4
2013.587	255.0	3.7	74.1	3.5
2013.617	255.2	3.2	73.1	3.2

Continuation S13 astrometric measurements

<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b>Dec.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b> <b>(mas)</b>
2015.432	286.6	1.4	29.5	1.4
2015.517	286.0	1.9	27.4	1.9
2015.706	290.3	2.7	22.5	2.7
2015.747	290.4	1.6	21.3	1.6
2016.221	297.3	1.9	10.4	1.9
2016.287	298.2	2.7	7.6	2.7
2016.325	300.2	4.4	8.5	4.5
2016.369	298.9	8.1	5.7	8.2
2016.525	301.7	2.5	3.4	2.5
2016.530	299.4	4.1	3.7	4.1

S13  $z$  measurements

<b>Epoch</b>	$z$ <b>(km/s)</b>	$\sigma z$ <b>(km/s)</b>
2004.535	-409	236
2004.537	-328	182
2004.632	-302	254
2005.215	-260	214
2005.461	-124	375
2006.204	-56	246
2008.262	351	325
2009.385	369	260
2010.354	432	299
2011.317	396	357
2012.210	474	130

Continuation S13  $z$  measurements

<b>Epoch</b>	$z$ <b>(km/s)</b>	$\sigma z$ <b>(km/s)</b>
2012.494	597	227
2012.513	602	227
2012.705	594	227
2013.262	543	130
2013.655	594	227
2013.726	499	195
2014.263	482	195
2014.521	492	146
2015.299	557	195
2016.284	492	162
2016.519	310	227

**Estrella S14**

S14 Astrometric Measurements					Continuation S14 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1992.224	269.3	8.6	224.3	8.9	2005.270	193.0	10.7	130.5	10.2
1994.314	242.2	5.5	196.5	6.7	2005.366	192.6	4.8	134.6	5.1
1999.465	39.6	9.0	41.3	7.9	2005.467	192.9	5.7	137.1	6.7
2000.472	15.1	10.7	13.9	8.5	2005.576	193.2	5.5	135.8	5.8
2000.523	19.9	4.9	2.6	4.6	2005.674	192.7	4.6	137.6	5.0
2001.502	51.9	6.3	43.1	6.5	2006.324	204.2	2.6	146.0	3.3
2002.250	99.1	17.0	55.4	17.0	2006.411	203.2	3.1	145.9	5.3
2002.335	98.6	2.3	61.9	2.3	2006.583	208.5	4.7	155.3	5.5
2002.393	104.7	2.3	62.9	2.3	2006.654	208.6	4.2	155.7	5.3
2002.409	105.2	1.1	64.7	1.2	2006.726	213.2	4.9	156.1	5.5
2002.412	110.8	2.9	67.6	3.3	2006.728	212.5	4.7	157.0	5.4
2002.414	104.9	0.9	64.8	1.0	2006.753	215.5	4.0	156.4	4.2
2002.578	111.9	1.8	72.3	2.1	2006.783	214.6	4.1	156.6	4.4
2002.660	112.6	1.6	72.6	1.7	2006.802	217.2	4.5	154.6	4.8
2003.214	130.7	1.1	86.4	1.1	2007.170	224.9	1.4	162.3	1.5
2003.351	134.9	0.8	91.4	0.9	2007.206	226.0	1.5	163.1	1.4
2003.356	137.9	1.4	92.4	1.4	2007.214	225.8	1.0	163.4	1.1
2003.446	141.7	2.0	93.4	2.0	2007.252	226.9	1.6	164.8	1.7
2003.451	137.4	1.4	93.1	1.5	2007.255	224.7	0.9	164.1	0.9
2003.452	135.7	0.8	93.1	0.9	2007.378	225.1	3.4	162.7	3.6
2003.454	135.9	1.0	93.3	1.1	2007.456	229.5	1.8	166.5	1.8
2003.676	142.1	1.7	99.7	2.3	2007.460	230.2	1.2	166.8	1.4
2003.678	142.1	2.7	97.4	2.7	2007.545	233.1	1.7	171.9	1.7
2003.761	146.9	2.2	103.6	2.2	2007.550	232.2	1.1	168.6	1.1
2004.240	155.6	8.3	110.2	8.3	2007.686	234.5	1.0	169.3	1.0
2004.325	158.0	6.6	113.9	6.6	2007.687	234.7	1.6	170.8	2.1
2004.443	161.5	1.6	115.9	1.5	2007.692	233.9	1.8	170.6	2.5
2004.511	163.8	3.4	117.0	3.6	2008.148	241.8	1.2	177.5	1.3
2004.513	157.6	5.1	117.8	4.7	2008.197	243.4	0.9	177.2	0.9
2004.516	161.5	4.0	118.0	3.9	2008.268	243.7	1.4	179.9	1.4
2004.516	169.4	6.9	118.5	6.4	2008.456	247.5	1.9	181.6	1.9
2004.574	169.1	6.9	117.7	4.5	2008.472	249.7	1.4	184.4	1.4
2004.574	161.9	7.4	118.1	5.8	2008.473	249.4	2.8	182.0	2.8
2004.664	168.8	4.2	121.3	3.4	2008.601	250.1	1.9	182.3	2.0
2004.670	164.2	3.8	121.0	3.4	2008.708	250.9	2.5	185.3	2.5
2004.730	167.0	2.4	121.5	2.2					

Continued on next page

Continuation S14 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2009.185	258.8	2.9	191.1	3.2
2009.273	260.1	2.4	192.1	2.7
2009.300	260.6	2.6	192.0	3.1
2009.303	260.7	2.5	191.7	3.1
2009.336	261.0	2.8	190.8	3.4
2009.371	262.1	3.1	192.1	3.8
2009.718	266.2	3.6	197.5	4.6
2010.234	277.6	2.3	213.0	2.2
2010.239	276.2	3.0	211.0	2.8
2010.245	275.1	2.2	209.1	2.2

Continuation S14 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.455	280.3	1.6	212.8	1.5
2015.432	343.3	2.1	261.4	2.0
2015.517	344.4	2.8	262.5	2.6
2015.706	343.6	2.8	264.5	2.6
2015.747	345.4	2.2	264.1	2.1
2016.221	347.1	2.5	266.5	2.4
2016.287	346.3	1.4	266.9	1.4
2016.325	347.8	2.3	265.9	2.3
2016.525	350.5	1.2	269.2	1.1
2016.530	350.1	2.5	267.6	2.5

S14  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.537	735	172
2004.632	765	259
2005.461	549	172
2005.769	605	216
2006.204	471	216
2007.673	370	216

Continuation S14  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2008.262	324	194
2009.385	293	172
2010.354	205	194
2014.263	262	151
2015.299	241	108
2016.284	131	129

## Estrella S17

S17 Astrometric Measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1994.314	-59.4	17.3	-205.9	13.1
1996.253	-41.8	12.3	-215.8	13.5
1997.544	-13.1	8.4	-212.4	3.6
1999.465	2.0	12.5	-193.2	10.7
2000.472	-10.4	16.4	-173.6	12.7
2002.335	16.6	8.4	-140.7	8.4
2002.393	19.4	13.2	-126.1	13.2
2002.414	8.5	10.2	-146.3	10.1

Continuation S17 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2002.578	10.5	4.6	-143.5	5.8
2002.660	11.2	2.1	-140.1	2.5
2003.214	13.5	2.6	-129.4	2.8
2003.351	12.7	2.2	-126.2	2.4
2003.356	15.3	3.2	-121.9	3.4
2003.446	16.4	2.9	-122.3	2.9
2003.451	14.4	2.2	-122.1	2.2

Continued on next page

Continuation S17 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2003.452	15.4	2.4	-125.0	2.7
2003.454	14.1	2.2	-120.3	2.3
2003.550	16.4	2.7	-123.2	2.9
2003.676	17.9	6.6	-121.7	6.6
2003.678	18.2	9.9	-109.6	10.0
2003.761	16.2	5.9	-114.6	5.9
2004.240	17.5	10.3	-110.3	12.3
2004.325	18.9	7.1	-102.0	7.8
2004.443	20.0	6.2	-98.2	6.4
2004.511	18.8	6.0	-96.8	5.4
2004.513	20.7	8.8	-90.9	6.6
2004.516	27.7	2.6	-86.4	2.5
2004.574	22.9	12.9	-115.5	21.4
2004.664	31.2	7.3	-81.0	13.9
2004.670	28.9	2.0	-86.6	2.0
2004.730	29.0	3.5	-86.7	3.6
2005.270	24.0	9.0	-73.0	9.5
2005.366	17.2	17.1	-50.4	22.8
2005.371	29.1	2.0	-77.1	2.8
2005.374	29.0	2.5	-77.0	2.5
2005.467	24.3	8.6	-67.9	10.7
2005.570	31.6	5.8	-82.0	8.2
2005.576	22.7	11.3	-61.4	16.3
2005.674	26.2	9.6	-63.7	10.3
2006.324	27.3	3.3	-48.6	3.4
2006.411	27.4	5.1	-45.5	5.3
2006.583	28.0	3.9	-41.2	4.0
2006.654	30.4	3.6	-44.8	3.6
2006.726	30.4	3.4	-39.6	3.4
2006.728	29.4	5.1	-40.0	5.2
2006.753	31.4	3.4	-41.7	3.4
2006.783	30.4	2.5	-39.8	2.3
2006.802	27.5	3.1	-37.3	2.8
2007.170	34.6	5.1	-35.0	4.8
2007.206	34.2	4.3	-34.1	4.0
2007.252	36.5	6.8	-33.8	5.8
2007.255	27.9	3.0	-28.6	3.0
2007.378	23.4	2.1	-21.6	2.1

Continuation S17 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2007.456	38.5	6.7	-28.8	5.0
2007.460	35.6	6.7	-25.9	5.8
2007.545	39.4	6.7	-26.7	5.9
2007.550	37.5	3.6	-24.5	3.3
2007.686	42.1	6.1	-22.4	5.6
2007.687	34.1	3.9	-21.1	3.4
2007.692	41.8	8.5	-24.5	7.3
2008.148	47.5	6.5	-13.9	5.2
2008.197	46.0	4.8	-8.5	4.5
2008.268	53.3	7.8	-13.0	6.0
2008.456	50.8	4.8	-6.4	4.4
2008.472	54.1	5.9	-8.6	4.5
2008.473	54.6	7.3	-6.9	6.0
2008.601	51.2	4.6	-3.0	4.3
2008.708	49.9	3.7	0.3	3.5
2009.185	51.0	3.2	16.4	3.1
2009.273	52.1	3.1	17.4	3.0
2009.300	53.3	2.6	18.3	2.6
2009.303	53.1	3.3	18.6	3.2
2009.336	55.1	3.1	19.3	3.0
2009.371	55.3	3.0	19.7	2.8
2009.505	55.3	2.9	23.7	2.9
2009.557	56.2	4.6	26.6	4.4
2009.606	56.2	4.4	26.2	5.0
2009.718	55.0	3.4	28.8	3.4
2009.776	54.8	2.6	29.6	2.7
2010.234	55.7	2.8	39.6	2.8
2010.239	56.3	1.7	39.7	1.7
2010.245	57.3	3.6	40.3	3.6
2010.351	55.7	2.7	41.7	2.7
2010.444	57.6	1.7	44.6	1.7
2010.455	57.7	1.2	44.7	1.2
2010.460	57.1	3.7	46.7	3.8
2010.616	60.4	1.3	48.9	1.3
2010.619	58.3	1.4	49.3	1.3
2010.622	59.9	2.3	49.4	2.1
2010.624	58.8	1.2	48.7	1.2

Continued on next page

Continuation S17 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.627	59.0	1.2	48.7	1.2
2010.676	60.4	5.5	48.0	5.5
2010.679	60.2	1.8	50.0	1.8
2011.238	61.5	2.5	64.1	2.5
2011.241	61.6	5.6	65.5	5.6
2011.244	66.0	1.8	64.5	1.7
2011.249	63.0	1.8	63.9	1.8
2011.312	63.6	1.4	65.6	1.4
2011.313	64.4	2.7	66.2	2.7
2011.315	64.9	1.4	65.7	1.4
2011.337	63.5	1.2	65.4	1.1
2011.443	64.1	1.1	68.0	1.1
2011.553	66.6	5.8	74.8	5.8
2011.613	65.5	1.9	71.3	1.9
2011.689	66.1	4.0	74.0	4.0
2011.695	66.2	1.8	72.4	1.7
2011.698	65.3	2.2	72.0	2.2
2011.722	67.2	1.8	74.0	1.7
2012.202	65.3	3.7	87.7	3.7
2012.339	70.2	2.5	87.8	2.4
2012.497	70.6	1.7	93.1	1.7
2012.533	70.4	2.2	93.3	2.1
2012.544	68.1	2.5	93.7	2.4
2012.552	72.0	2.9	93.4	2.9

Continuation S17 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2012.604	71.8	3.4	95.1	3.0
2012.700	72.0	3.2	98.3	3.0
2013.161	75.6	2.0	109.9	2.2
2013.240	75.5	1.3	110.9	1.3
2013.317	73.0	3.7	113.3	3.7
2013.366	76.1	1.6	113.8	1.7
2013.420	76.3	2.4	116.1	2.4
2013.437	73.2	4.1	115.3	4.1
2013.494	73.8	3.9	113.8	3.9
2013.502	76.3	2.0	117.2	1.9
2013.587	75.0	1.9	119.7	1.9
2013.590	75.0	9.5	120.9	9.5
2013.617	75.4	2.1	119.8	2.1
2015.432	85.0	1.3	162.1	1.3
2015.517	85.3	1.9	163.1	1.9
2015.706	86.5	2.8	167.9	2.8
2015.747	86.8	1.4	168.2	1.4
2016.221	88.0	2.0	179.2	1.9
2016.287	87.8	3.0	179.9	3.0
2016.325	88.0	4.7	179.7	4.7
2016.369	91.1	9.4	180.9	9.4
2016.525	89.1	2.5	186.8	2.5
2016.530	85.3	4.3	178.2	4.4

S17  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2003.271	864	242
2004.537	713	81
2004.632	705	100
2005.215	640	96
2005.455	605	180
2005.461	618	68
2005.677	647	141
2005.769	603	110

Continuation S17  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2006.204	547	99
2006.305	529	162
2006.624	516	93
2007.550	498	137
2007.673	452	154
2008.262	382	150
2008.431	405	180

Continued on next page

Continuation S17  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2009.385	305	150
2010.354	240	120
2011.317	161	75
2012.210	95	90
2012.342	75	90
2012.494	44	90
2012.513	76	90
2013.262	44	120

Continuation S17  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2013.655	-4	150
2014.185	-38	105
2014.263	-32	90
2014.521	-50	90
2015.299	-79	120
2016.284	-165	90
2016.519	-162	90

**Estrella S18**

S18 Astrometric Measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2002.335	-149.0	7.0	-4.5	4.1
2003.351	-160.2	1.4	-36.2	1.3
2003.356	-169.7	3.7	-45.5	3.7
2003.446	-170.3	7.6	-42.6	7.6
2003.451	-165.7	3.0	-38.2	3.0
2003.454	-168.7	2.6	-38.2	2.0
2003.454	-165.9	2.0	-36.5	2.0
2003.550	-170.7	2.3	-38.6	2.0
2003.676	-172.2	4.1	-40.4	4.1
2003.678	-169.9	8.7	-42.2	8.7
2003.761	-171.3	7.7	-44.0	7.7
2004.240	-183.7	5.1	-54.2	5.1
2004.325	-181.6	1.3	-53.2	1.4
2004.347	-184.6	3.5	-51.2	3.5
2004.443	-182.6	1.3	-55.0	1.3
2004.511	-185.2	2.5	-55.2	2.5
2004.513	-187.2	4.0	-58.8	4.0
2004.516	-185.8	1.3	-56.6	1.3
2004.516	-184.4	1.9	-57.5	1.9
2004.664	-188.6	1.5	-58.4	1.5
2004.670	-189.2	1.6	-58.4	1.6
2004.730	-191.0	0.9	-60.9	0.9
2004.730	-187.9	3.3	-61.6	3.3
2005.270	-201.1	11.1	-75.6	11.1

Continuation S18 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2005.366	-205.2	2.9	-77.5	2.9
2005.371	-203.5	2.2	-74.2	2.2
2005.374	-203.3	4.2	-76.5	4.2
2005.467	-204.0	1.4	-79.6	1.4
2005.570	-206.0	1.8	-81.2	1.8
2005.576	-205.2	2.5	-78.4	2.8
2005.674	-205.1	7.2	-83.0	7.2
2006.324	-217.4	2.0	-90.2	2.0
2006.411	-213.7	3.6	-88.8	3.6
2006.491	-212.0	4.8	-93.5	4.8
2006.583	-212.1	10.0	-84.3	10.0
2006.654	-215.8	7.5	-97.4	7.5
2006.726	-223.0	3.2	-98.6	3.2
2006.728	-220.9	3.5	-92.6	3.5
2006.753	-221.4	4.0	-89.6	4.0
2006.783	-224.0	3.1	-96.2	3.1
2006.802	-224.6	6.1	-100.7	6.1
2007.170	-232.7	3.0	-105.4	3.0
2007.206	-226.9	2.9	-103.3	2.9
2007.206	-229.2	2.2	-103.6	2.2
2007.214	-230.9	1.2	-104.4	1.3
2007.252	-231.4	1.8	-109.5	1.8
2007.255	-231.5	2.1	-104.0	2.1

Continued on next page

Continuation S18 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2007.255	-230.9	2.5	-106.8	2.5
2007.378	-230.6	3.9	-106.6	3.9
2007.456	-234.8	2.1	-107.9	2.1
2007.460	-233.0	1.9	-109.2	1.9
2007.545	-235.3	4.2	-109.7	4.2
2007.550	-233.6	3.7	-107.4	3.7
2007.686	-234.2	3.0	-113.4	3.0
2007.687	-235.3	2.0	-111.2	2.0
2007.692	-235.6	5.3	-109.8	5.3
2008.148	-241.1	1.8	-123.0	1.8
2008.197	-241.8	1.1	-125.2	1.1
2008.268	-238.4	2.3	-123.8	2.3
2008.456	-245.2	1.2	-130.4	1.2
2008.472	-243.6	6.0	-128.2	6.0
2008.473	-245.2	7.3	-130.3	8.0
2008.593	-242.6	7.5	-130.1	7.9
2008.601	-247.5	1.6	-132.8	1.6
2008.708	-248.7	1.2	-134.0	1.2
2009.185	-255.7	1.8	-141.6	1.8
2009.273	-255.3	1.2	-143.4	1.2
2009.300	-255.6	1.0	-143.9	1.0
2009.303	-255.7	1.5	-143.4	1.6
2009.336	-255.9	1.0	-144.1	1.0
2009.336	-255.5	1.6	-145.2	1.6
2009.371	-256.1	1.8	-147.4	1.8
2009.502	-256.3	3.5	-150.8	3.5
2009.505	-258.4	1.1	-147.4	1.1
2009.557	-257.5	1.9	-149.9	1.9
2009.557	-256.5	2.9	-148.4	2.9
2009.606	-259.6	0.8	-148.1	0.9
2009.718	-259.4	1.1	-150.6	1.1
2009.776	-262.4	1.5	-151.8	1.7
2010.234	-262.2	0.9	-156.3	0.9
2010.239	-263.5	1.1	-157.4	1.1
2010.239	-263.5	2.6	-157.6	2.6
2010.245	-263.2	1.5	-157.4	1.6
2010.351	-266.5	1.2	-158.7	1.2
2010.444	-266.7	2.6	-158.2	2.6
2010.455	-266.2	1.2	-159.0	1.2

Continuation S18 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.455	-265.1	1.5	-159.2	1.5
2010.455	-266.3	3.0	-157.7	3.0
2010.460	-263.4	5.0	-157.8	5.0
2010.616	-263.2	1.7	-161.1	1.7
2010.619	-267.3	1.0	-162.4	1.0
2010.622	-266.6	1.8	-161.3	1.8
2010.624	-266.2	0.9	-162.1	0.9
2010.627	-265.9	1.0	-161.2	1.0
2010.676	-264.8	12.6	-165.2	12.7
2010.679	-267.0	2.5	-162.8	2.5
2011.238	-269.4	3.8	-169.1	3.8
2011.241	-271.7	4.9	-166.5	4.9
2011.244	-269.7	2.5	-168.7	2.5
2011.249	-267.3	1.4	-168.2	1.4
2011.312	-268.9	1.6	-168.8	1.6
2011.313	-267.4	3.3	-171.1	3.4
2011.315	-270.9	2.0	-168.8	2.0
2011.337	-268.2	1.2	-169.2	1.2
2011.443	-269.8	1.2	-170.8	1.2
2011.553	-271.5	7.8	-174.1	7.9
2011.613	-271.3	1.7	-173.5	1.7
2011.689	-272.5	4.1	-172.8	4.1
2011.695	-269.9	2.4	-175.0	2.4
2011.695	-271.1	6.5	-173.8	6.5
2011.698	-269.5	2.2	-172.3	2.2
2011.722	-269.5	2.7	-177.9	2.7
2012.202	-267.4	5.9	-183.2	5.9
2012.339	-272.0	2.2	-181.1	2.2
2012.497	-270.6	3.2	-187.5	3.2
2012.533	-272.2	2.1	-183.8	2.1
2012.544	-272.0	4.6	-189.0	4.6
2012.552	-273.8	2.3	-183.6	2.3
2012.552	-269.2	4.4	-184.5	4.4
2012.604	-271.2	2.5	-185.3	2.5
2012.700	-270.4	2.1	-188.5	2.1
2013.161	-273.3	4.1	-192.8	4.2
2013.240	-273.8	2.1	-193.8	2.1
2013.317	-277.4	6.9	-193.8	6.9

Continued on next page

Continuation S18 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2013.366	-272.8	3.1	-195.1	3.1
2013.420	-275.3	5.3	-196.7	5.3
2013.437	-273.9	6.2	-197.4	6.2
2013.494	-276.9	6.2	-199.0	6.2
2013.502	-273.4	2.5	-198.7	2.5
2013.587	-272.0	3.4	-201.5	3.4
2013.590	-273.2	14.1	-188.5	14.1
2013.617	-273.5	4.2	-203.9	4.2
2015.432	-270.8	1.6	-214.2	1.6

Continuation S18 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2015.517	-269.4	3.6	-212.5	3.6
2015.706	-268.9	4.6	-214.8	4.7
2015.747	-269.5	1.9	-216.3	1.9
2016.221	-267.5	3.4	-222.2	3.4
2016.287	-265.9	4.4	-220.6	4.4
2016.325	-267.4	6.3	-219.2	6.3
2016.525	-267.0	3.9	-220.9	3.9
2016.530	-265.7	7.9	-221.8	7.9

S18  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.537	-190	228
2004.632	-215	342
2005.461	-270	342
2008.262	-438	342
2009.385	-455	228
2010.354	-556	132

Continuation S18  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2011.317	-500	297
2013.262	-597	114
2014.263	-605	251
2014.521	-604	137
2015.299	-503	160
2016.284	-590	228

**Estrella S19**

<b>S19 Astrometric Measurements</b>					<b>Continuation S19 astrometric measurements</b>				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>	<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>
	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>		<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>
2003.356	47.2	3.1	-25.8	3.1	2008.708	-9.6	1.5	-130.9	1.4
2003.451	51.2	9.7	-36.4	9.5	2009.185	-19.2	1.9	-125.9	1.9
2003.452	52.0	3.7	-34.2	4.2	2009.273	-19.8	1.2	-126.2	1.1
2003.454	49.5	3.4	-38.6	3.3	2009.300	-20.7	1.3	-125.7	1.2
2003.454	53.8	12.2	-42.2	12.2	2009.303	-19.7	1.4	-126.5	1.3
2003.550	46.9	3.4	-36.0	3.0	2009.336	-20.6	1.3	-125.8	1.2
2003.676	47.9	8.4	-41.5	8.5	2009.336	-20.9	1.5	-124.9	1.5
2003.678	53.4	14.3	-32.1	14.1	2009.371	-20.5	1.6	-125.4	1.6
2003.761	52.1	18.3	-49.0	18.3	2009.502	-21.6	2.9	-122.0	2.9
2004.325	42.6	8.2	-68.2	9.1	2009.505	-23.7	1.7	-124.3	1.8
2004.443	46.4	8.0	-69.4	8.2	2009.557	-24.4	1.7	-124.1	1.7
2004.511	48.0	7.7	-77.2	7.1	2009.557	-22.5	2.3	-120.9	2.3
2004.513	52.9	15.6	-75.9	11.6	2009.606	-24.4	1.0	-120.7	1.1
2007.170	19.3	3.3	-135.7	2.8	2009.718	-26.0	1.1	-120.3	1.1
2007.206	22.3	3.0	-138.8	3.0	2009.776	-26.7	1.6	-119.2	1.6
2007.206	21.2	2.7	-138.2	2.3	2010.234	-34.1	5.9	-112.9	6.0
2007.214	21.0	3.0	-136.8	2.5	2010.239	-34.5	1.7	-112.9	1.6
2007.252	20.4	2.2	-134.6	1.9	2010.245	-34.5	1.5	-110.3	1.6
2007.255	21.5	2.0	-138.3	2.0	2010.351	-36.7	5.3	-111.8	5.3
2007.255	17.6	3.8	-134.7	3.2	2010.444	-37.9	8.4	-105.6	8.5
2007.378	22.0	5.4	-141.7	5.4	2010.455	-38.4	7.0	-107.5	7.1
2007.456	16.8	2.1	-136.8	2.1	2010.455	-37.4	2.0	-107.7	2.2
2007.460	16.4	2.6	-137.5	2.4	2010.455	-35.7	3.2	-107.1	3.2
2007.545	16.4	5.6	-134.9	5.6	2010.460	-37.3	9.0	-107.4	9.2
2007.550	17.1	3.3	-139.2	3.3	2010.616	-39.9	8.3	-100.1	8.6
2007.686	15.2	2.2	-139.3	2.2	2010.619	-42.1	6.8	-101.1	7.5
2007.687	13.5	1.5	-138.9	1.5	2010.622	-40.7	2.5	-98.3	4.8
2007.692	13.4	3.2	-142.2	3.2	2010.624	-42.0	6.7	-100.5	7.6
2008.148	5.2	1.3	-135.1	1.3	2010.627	-40.8	4.6	-101.7	5.1
2008.197	3.8	1.0	-136.3	1.0	2010.679	-40.2	6.3	-104.2	8.
2008.268	2.8	1.6	-131.9	1.6	2011.238	-52.3	2.4	-88.2	2.4
2008.456	-1.9	1.3	-132.8	1.3	2011.241	-52.8	5.0	-91.3	5.0
2008.472	0.7	5.9	-135.4	6.0	2011.244	-51.4	1.5	-90.0	1.5
2008.473	-4.7	4.5	-134.0	4.5	2011.249	-51.7	1.2	-88.2	1.4
2008.593	-5.6	7.3	-132.8	6.8	2011.312	-52.7	1.3	-89.7	1.3
2008.601	-6.7	1.8	-133.2	1.6					

Continued on next page

Continuation S19 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2011.313	-51.0	2.7	-87.8	2.7
2011.315	-53.5	1.5	-90.2	1.6
2011.337	-53.0	1.1	-88.6	1.1
2011.443	-54.3	1.1	-87.9	1.3
2011.553	-54.2	4.9	-90.0	4.9
2011.613	-55.5	2.2	-86.7	2.8
2011.689	-56.5	3.9	-88.6	4.0
2011.695	-58.2	5.5	-75.0	8.1
2011.695	-60.7	7.3	-72.5	9.4
2011.698	-60.1	6.5	-75.0	8.1
2011.722	-57.1	2.1	-89.5	2.1
2012.202	-66.8	4.9	-68.0	4.9
2012.339	-73.5	3.4	-64.2	3.0
2012.497	-73.7	2.8	-58.5	2.8
2012.533	-77.5	2.9	-61.2	2.8
2012.544	-75.8	2.9	-61.6	2.9
2012.552	-77.1	1.8	-59.4	1.8

Continuation S19 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2012.552	-74.2	3.7	-59.4	3.7
2012.604	-78.4	2.7	-59.4	2.7
2012.700	-78.2	1.9	-60.2	1.9
2013.161	-83.4	3.3	-48.5	3.3
2013.240	-84.7	2.8	-49.8	3.0
2013.317	-85.5	14.1	-53.7	14.9
2013.366	-87.1	9.0	-48.4	9.3
2013.420	-85.7	9.5	-48.1	9.8
2015.432	-113.6	2.5	3.5	2.7
2015.517	-112.2	3.7	2.8	3.8
2015.706	-120.0	4.6	9.4	4.6
2015.747	-116.9	2.5	11.9	2.9
2016.221	-135.4	8.8	15.1	7.5
2016.287	-128.5	4.6	11.9	4.6
2016.325	-135.5	7.0	17.8	8.9
2016.525	-138.0	4.1	22.7	4.1
2016.530	-129.6	6.9	12.6	7.8

S19  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.535	-1944	180
2004.537	-1980	205
2004.632	-2120	128
2005.158	-2038	308
2005.215	-2198	257
2005.461	-2215	308
2005.769	-2296	154
2006.204	-2326	180
2006.624	-2305	308
2008.262	-1989	154

Continuation S19  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2009.385	-1673	334
2010.354	-1268	385
2011.317	-1249	385
2012.494	-1167	180
2012.513	-1226	257
2013.262	-943	154
2014.263	-939	154
2015.299	-724	180
2016.284	-746	257

**Estrella S21**

<b>S21 Astrometric Measurements</b>				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>
	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>
2002.335	-287.4	4.7	-142.7	4.7
2002.393	-288.0	5.7	-137.4	5.7
2002.409	-291.7	1.6	-139.0	1.6
2002.414	-293.3	1.2	-136.5	1.2
2002.578	-294.1	1.0	-139.7	1.1
2002.660	-295.7	1.0	-142.8	1.0
2002.660	-295.7	0.8	-138.4	0.8
2003.214	-305.3	1.8	-143.3	1.8
2003.351	-307.6	0.7	-138.5	0.7
2003.356	-307.1	2.8	-144.1	2.8
2003.446	-307.5	4.4	-142.1	4.5
2003.451	-311.2	2.1	-137.1	2.1
2003.452	-308.5	1.1	-139.9	1.1
2003.454	-307.4	1.0	-138.9	1.0
2003.454	-307.3	1.7	-137.1	1.7
2003.550	-309.0	1.0	-140.3	1.0
2003.676	-312.1	4.8	-139.2	4.8
2003.761	-314.6	4.3	-136.2	4.3
2004.240	-317.6	3.9	-136.3	3.9
2004.325	-320.2	0.9	-137.7	0.9
2004.347	-321.2	2.5	-135.7	2.5
2004.443	-321.3	0.8	-136.9	0.8
2004.511	-322.8	1.9	-137.3	1.9
2004.513	-325.0	2.6	-138.0	2.6
2004.516	-323.6	0.9	-135.9	0.9
2004.516	-324.5	1.5	-136.6	1.5
2004.664	-325.4	0.7	-135.6	0.8
2004.670	-325.7	0.9	-135.5	0.9
2004.730	-325.6	0.6	-135.7	0.6
2004.730	-325.1	2.2	-135.9	2.2
2005.270	-332.0	6.1	-130.2	6.1
2005.366	-333.0	2.0	-128.7	2.0
2005.371	-334.2	1.6	-135.5	1.6
2005.374	-334.2	3.2	-130.8	3.2
2005.467	-333.6	1.0	-134.1	1.0
2005.570	-334.0	1.2	-134.1	1.2

<b>Continuation S21 astrometric measurements</b>				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b>	<b>Dec.</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b>
	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>	<b>(mas)</b>
2005.576	-336.4	1.3	-130.7	1.3
2005.674	-333.1	4.5	-123.4	4.5
2006.324	-343.2	1.8	-127.6	1.8
2006.411	-345.7	3.2	-123.1	3.3
2006.491	-346.8	0.8	-127.9	0.8
2006.583	-347.0	5.9	-125.4	6.0
2006.654	-351.8	4.7	-120.9	4.7
2006.726	-346.7	2.0	-129.0	2.0
2006.728	-344.6	1.9	-123.8	1.9
2006.753	-347.0	2.7	-124.9	2.7
2006.783	-346.5	2.1	-125.7	2.1
2006.802	-346.4	4.8	-127.2	4.8
2007.170	-350.1	2.2	-124.1	2.2
2007.206	-347.7	2.4	-122.2	2.4
2007.206	-350.1	1.7	-125.9	1.7
2007.214	-350.4	0.8	-124.0	0.8
2007.252	-351.2	1.3	-121.8	1.3
2007.255	-351.5	1.7	-122.6	1.7
2007.255	-350.8	1.7	-124.8	1.7
2007.378	-351.7	2.6	-121.4	2.6
2007.456	-352.6	1.3	-122.5	1.3
2007.460	-352.2	1.2	-121.0	1.2
2007.545	-354.7	3.1	-123.9	3.1
2007.550	-351.8	2.5	-120.7	2.5
2007.686	-354.7	1.8	-121.4	1.8
2007.687	-353.2	1.1	-119.1	1.2
2007.692	-354.3	2.1	-119.5	2.1
2008.148	-356.8	0.8	-115.9	0.8
2008.197	-357.1	0.9	-117.8	0.9
2008.268	-358.4	1.1	-115.2	1.1
2008.456	-358.8	1.0	-115.6	1.1
2008.472	-355.8	4.3	-115.0	4.3
2008.473	-358.2	3.7	-113.6	3.7
2008.593	-358.5	3.9	-112.6	4.4

Continued on next page

Continuation S21 astrometric measurements					Continuation S21 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2008.601	-358.7	0.9	-115.8	0.9	2011.313	-362.4	2.4	-97.9	2.4
2008.708	-360.6	1.0	-114.0	1.1	2011.315	-363.2	1.2	-95.4	1.2
2009.185	-361.4	1.2	-110.3	1.2	2011.337	-365.9	1.0	-96.9	1.0
2009.273	-361.8	1.1	-111.1	1.2	2011.443	-365.9	1.0	-96.6	1.1
2009.300	-362.7	1.1	-110.8	1.2	2011.613	-364.9	1.1	-96.7	1.1
2009.303	-361.7	1.0	-110.4	1.1	2011.689	-362.2	2.6	-92.9	2.7
2009.336	-362.1	1.0	-110.6	1.1	2011.695	-363.3	1.4	-94.8	1.4
2009.336	-362.9	1.0	-111.2	1.0	2011.695	-365.1	3.4	-93.2	3.4
2009.371	-362.5	1.2	-111.5	1.4	2011.698	-363.0	1.3	-93.0	1.3
2009.502	-361.9	2.2	-108.0	2.2	2011.722	-365.2	1.6	-95.8	1.6
2009.505	-362.6	1.0	-108.4	1.1	2012.202	-360.2	3.1	-89.5	3.1
2009.557	-362.6	1.0	-106.9	1.0	2012.339	-363.7	1.1	-88.8	1.2
2009.557	-361.7	1.8	-106.4	1.8	2012.497	-363.3	2.3	-87.4	2.3
2009.606	-363.1	0.8	-108.4	0.9	2012.533	-363.9	1.2	-86.2	1.2
2009.718	-363.1	1.2	-109.0	1.3	2012.544	-360.8	2.2	-84.6	2.2
2009.776	-363.2	1.0	-107.1	1.1	2012.552	-361.5	1.2	-89.0	1.2
2010.234	-364.8	0.9	-104.8	0.9	2012.552	-361.0	2.3	-89.9	2.3
2010.239	-364.8	1.2	-105.2	1.2	2012.604	-363.1	1.7	-88.2	1.7
2010.239	-363.1	1.9	-106.4	1.9	2012.700	-362.1	1.2	-85.7	1.2
2010.245	-364.3	0.9	-104.6	0.9	2013.161	-359.8	1.7	-80.1	1.7
2010.351	-364.4	1.1	-104.8	1.2	2013.240	-359.5	1.1	-81.7	1.1
2010.444	-367.3	1.6	-105.2	1.7	2013.317	-361.2	3.6	-79.4	3.6
2010.455	-365.0	1.0	-103.6	1.0	2013.366	-359.1	1.5	-80.5	1.5
2010.455	-365.2	0.9	-103.4	1.0	2013.420	-360.7	2.5	-78.9	2.5
2010.455	-364.1	1.7	-103.8	1.7	2013.437	-357.3	2.9	-75.1	2.9
2010.460	-360.6	3.5	-100.6	3.5	2013.494	-357.5	3.2	-82.6	3.2
2010.616	-364.2	1.1	-103.7	1.1	2013.502	-359.2	1.5	-80.8	1.5
2010.619	-365.2	0.9	-102.5	1.0	2013.587	-358.1	1.7	-76.5	1.7
2010.622	-365.0	1.1	-101.3	1.3	2013.617	-358.7	2.0	-80.4	2.0
2010.624	-365.7	0.9	-101.7	1.0	2015.432	-346.1	0.9	-65.7	0.9
2010.627	-365.7	1.0	-103.5	1.1	2015.517	-346.0	1.6	-62.7	1.6
2010.676	-361.9	6.4	-100.2	6.4	2015.706	-345.4	2.5	-60.0	2.5
2010.679	-364.9	1.7	-100.0	1.7	2015.747	-342.4	1.1	-60.8	1.1
2011.238	-366.3	1.9	-98.1	1.9	2016.221	-338.8	1.6	-56.9	1.6
2011.241	-363.8	3.3	-96.2	3.3	2016.287	-337.8	2.5	-54.5	2.5
2011.244	-364.3	1.3	-98.5	1.3	2016.325	-337.8	3.8	-58.8	3.8
2011.249	-364.5	1.0	-97.1	1.0	2016.525	-337.2	2.0	-57.6	2.0
2011.312	-365.2	1.1	-98.2	1.1	2016.530	-336.6	3.6	-52.9	3.6

S21 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2004.537	390	74
2005.461	411	73
2005.769	411	63
2006.204	402	65
2006.624	373	80
2007.606	448	97
2008.262	492	112
2009.385	474	80
2010.354	485	80

Continuation S21 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2011.317	465	64
2012.494	416	80
2012.513	486	80
2013.262	485	64
2014.263	523	80
2014.521	495	48
2015.299	494	80
2016.284	459	96

## Estrella S24

S24 Astrometric Measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1994.314	-228.6	3.3	-639.8	2.4
1995.534	-206.0	6.9	-611.8	3.3
1996.253	-200.0	3.5	-622.0	3.5
1996.427	-214.5	4.3	-628.9	3.5
1997.544	-213.5	4.5	-612.2	1.9
1999.465	-193.2	5.0	-599.7	3.9
2000.472	-179.2	7.4	-577.4	1.5
2000.523	-183.0	3.6	-586.1	3.7
2001.502	-171.4	2.2	-568.0	2.5
2002.250	-157.9	14.9	-538.5	14.9
2002.335	-171.2	1.5	-561.1	1.5
2002.393	-170.1	1.7	-561.8	1.7
2002.409	-171.0	0.8	-559.6	0.8
2002.412	-169.4	1.9	-562.3	1.9
2002.414	-172.8	0.6	-559.8	0.6
2002.578	-171.1	0.6	-559.0	0.6
2002.660	-171.4	0.6	-557.7	0.6
2003.214	-166.4	0.8	-552.5	0.8
2003.351	-166.2	0.5	-550.9	0.5
2003.356	-164.8	0.9	-549.2	0.9
2003.446	-164.4	1.2	-549.3	1.2
2003.451	-165.9	1.0	-549.6	1.0
2003.452	-164.6	0.6	-549.0	0.6

Continuation S24 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2003.454	-164.9	0.6	-549.5	0.6
2003.454	-165.5	0.6	-550.0	0.7
2003.550	-163.3	0.6	-548.4	0.6
2003.676	-163.9	1.1	-546.8	1.1
2003.678	-162.5	2.0	-547.1	2.0
2003.761	-163.8	1.2	-545.7	1.2
2004.240	-158.4	2.0	-543.2	2.0
2004.325	-159.7	0.5	-540.3	0.5
2004.347	-160.0	0.8	-539.9	0.8
2004.443	-159.3	0.6	-538.9	0.6
2004.511	-159.2	1.0	-538.1	1.0
2004.513	-157.9	0.9	-537.9	0.9
2004.516	-158.6	0.7	-537.1	0.7
2004.516	-159.8	1.0	-538.5	1.0
2004.574	-156.9	0.9	-537.7	0.9
2004.574	-162.0	3.6	-540.7	3.7
2004.664	-157.4	0.6	-535.6	0.6
2004.670	-157.6	0.7	-535.6	0.7
2004.730	-157.4	0.5	-534.8	0.5
2004.730	-157.8	1.2	-535.6	1.2
2005.270	-153.3	1.1	-527.8	1.1
2005.366	-153.5	0.7	-526.3	0.7

Continued on next page

Continuation S24 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2005.371	-153.3	0.7	-526.6	0.7
2005.374	-152.8	1.3	-527.9	1.3
2005.467	-152.2	0.7	-526.6	0.7
2005.570	-151.5	0.6	-524.7	0.6
2005.576	-151.2	0.6	-524.2	0.6
2005.674	-151.6	1.2	-526.3	1.2
2006.324	-145.6	0.8	-516.2	0.8
2006.411	-146.4	1.3	-518.5	1.3
2006.491	-147.1	1.9	-510.3	1.9
2006.491	-147.4	2.6	-515.2	3.2
2006.567	-147.3	3.6	-517.6	3.6
2006.583	-143.4	1.9	-512.5	1.9
2006.654	-144.3	2.5	-512.8	2.5
2006.726	-143.0	0.8	-511.3	0.8
2006.728	-142.3	0.9	-510.9	0.9
2006.753	-142.4	0.9	-510.4	0.9
2006.783	-142.2	1.0	-509.8	1.0
2006.802	-140.1	1.4	-510.0	1.4
2007.170	-140.0	0.9	-504.9	0.9
2007.206	-137.9	1.0	-503.4	1.0
2007.206	-138.9	0.7	-504.1	0.7
2007.214	-139.3	0.5	-503.8	0.5
2007.252	-139.2	0.8	-503.9	0.7
2007.255	-138.0	0.8	-503.6	0.8
2007.255	-140.0	1.0	-505.1	1.0
2007.378	-139.0	1.2	-504.1	1.2
2007.456	-137.6	0.8	-501.5	0.8
2007.460	-137.8	1.5	-501.7	1.6
2007.545	-136.1	1.8	-499.4	1.8
2007.550	-135.8	1.1	-500.0	1.1
2007.686	-136.1	0.9	-497.2	0.9
2007.687	-136.4	0.9	-498.9	1.1
2007.692	-137.1	0.9	-499.8	0.9
2008.148	-131.8	1.2	-490.7	1.2
2008.197	-131.5	0.6	-490.2	0.6
2008.268	-130.6	1.6	-488.6	1.6
2008.456	-129.0	1.3	-486.5	1.3
2008.472	-129.1	1.9	-484.1	2.0
2008.473	-130.0	1.7	-484.8	1.8

Continuation S24 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2008.601	-128.3	1.1	-484.7	1.1
2008.708	-128.1	1.4	-482.8	1.5
2009.185	-123.0	1.9	-475.1	1.9
2009.273	-122.2	1.8	-473.9	1.9
2009.300	-122.9	1.4	-474.0	1.4
2009.303	-122.7	1.7	-473.6	1.8
2009.336	-122.5	1.5	-473.7	1.5
2009.336	-122.2	1.8	-473.8	1.8
2009.371	-121.7	1.5	-473.3	1.6
2009.502	-120.7	1.9	-470.2	2.1
2009.505	-121.1	1.6	-471.0	1.7
2009.557	-120.6	2.4	-467.1	3.0
2009.606	-120.0	2.4	-469.8	2.6
2009.718	-119.6	1.8	-468.3	2.0
2009.776	-119.0	1.6	-465.5	1.9
2010.234	-116.2	2.0	-460.8	2.4
2010.239	-116.2	2.2	-460.8	2.8
2010.239	-115.0	2.3	-460.8	2.8
2010.245	-115.3	1.7	-462.1	1.9
2010.351	-115.2	2.1	-459.2	2.7
2010.444	-113.7	2.0	-460.5	2.4
2010.455	-114.6	2.1	-456.4	2.7
2010.455	-114.4	2.1	-457.4	2.7
2010.455	-113.9	1.9	-459.3	2.3
2010.460	-115.9	1.9	-455.7	2.9
2010.616	-112.8	2.0	-454.5	2.6
2010.619	-112.9	2.2	-456.0	2.9
2010.622	-112.2	2.4	-457.3	3.4
2010.627	-112.7	2.1	-455.6	2.7
2010.679	-113.0	2.1	-455.1	3.0
2013.240	-91.9	1.5	-406.4	1.3
2013.317	-92.0	1.9	-405.3	1.5
2013.366	-90.3	1.2	-403.6	1.1
2013.420	-86.7	4.6	-402.2	4.1
2013.502	-89.0	1.5	-401.2	1.3
2013.587	-89.5	1.8	-400.2	1.6
2013.617	-90.7	2.0	-399.9	1.8
2015.432	-71.8	6.0	-359.7	5.8

Continued on next page

Continuation S24 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2015.517	-73.1	3.7	-357.8	3.0
2015.706	-73.0	2.1	-353.8	1.8
2015.747	-69.9	2.1	-352.4	2.1
2016.221	-68.6	5.7	-339.2	5.5

Continuation S24 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2016.287	-62.1	2.8	-338.0	2.7
2016.325	-67.0	4.1	-336.4	3.9
2016.369	-73.6	5.4	-333.9	5.0

S24  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2004.537	-771	47
2004.632	-788	40
2005.215	-823	67
2005.461	-814	56
2005.769	-797	39
2006.204	-838	56
2006.624	-807	154
2007.550	-825	77
2008.262	-878	62
2009.385	-837	108
2010.354	-834	77

Continuation S24  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2011.317	-911	77
2012.494	-945	77
2012.513	-904	77
2013.262	-903	92
2013.655	-951	92
2014.185	-944	77
2014.263	-931	92
2014.521	-945	108
2015.299	-943	62
2016.284	-979	62
2016.519	-987	46

## Estrella S31

S31 Astrometric Measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
1997.544	-318.7	6.6	348.4	6.5
1999.465	-320.3	6.4	337.9	8.2
2000.472	-309.7	9.6	306.5	3.8
2000.523	-304.4	9.6	317.5	8.1
2001.502	-303.9	4.3	294.9	3.0
2002.250	-295.9	21.7	284.6	21.7
2002.335	-299.0	3.8	282.7	3.8
2002.393	-298.9	4.0	283.5	4.0
2002.409	-296.5	2.0	281.7	2.3

Continuation S31 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2002.412	-296.4	3.8	281.6	3.8
2002.414	-298.4	2.2	282.8	2.5
2002.578	-297.1	1.6	281.2	1.9
2002.660	-296.5	2.3	279.9	2.6
2002.660	-296.9	2.0	277.9	2.3
2003.214	-292.2	1.6	267.4	1.5
2003.351	-290.8	1.4	265.6	1.5
2003.356	-289.9	1.9	264.5	1.9

Continued on next page

Continuation S31 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2003.446	-289.2	2.7	262.5	2.7
2003.451	-290.1	2.1	261.6	2.1
2003.452	-289.7	1.2	263.2	1.3
2003.454	-290.1	1.5	263.1	1.6
2003.454	-289.0	1.5	263.1	1.8
2003.550	-289.0	1.3	261.3	1.3
2003.676	-288.0	2.0	259.2	2.0
2003.761	-287.1	2.8	257.7	2.8
2004.240	-282.7	3.7	246.2	3.7
2004.325	-281.0	1.1	245.9	1.1
2004.347	-280.2	1.7	245.7	1.7
2004.443	-279.1	1.2	243.8	1.2
2004.511	-279.0	2.0	241.9	2.0
2004.513	-279.6	1.8	242.4	1.8
2004.516	-278.6	1.6	242.6	1.5
2004.516	-278.5	1.9	241.2	1.9
2004.574	-277.9	1.9	241.8	1.9
2004.664	-277.5	1.1	239.7	1.1
2004.670	-276.9	1.5	239.0	1.5
2004.730	-276.1	1.2	238.1	1.1
2004.730	-276.5	2.4	237.9	2.4
2005.270	-270.5	3.1	228.4	3.1
2005.366	-270.2	1.5	227.0	1.5
2005.371	-270.3	1.6	225.6	1.6
2005.374	-269.1	2.7	226.2	2.7
2005.467	-267.8	1.5	223.5	1.5
2005.570	-267.9	1.3	221.4	1.3
2005.576	-266.9	1.3	222.3	1.3
2005.674	-265.8	2.9	222.4	2.9
2006.324	-257.6	1.5	207.1	1.5
2006.411	-258.9	2.0	204.1	2.0
2006.491	-254.5	2.9	201.3	2.9
2006.491	-256.4	1.1	203.6	1.1
2006.583	-254.0	4.1	202.8	4.1
2006.654	-254.1	4.6	197.9	4.6
2006.726	-254.4	1.7	196.8	1.7
2006.728	-253.6	1.9	197.3	1.9
2006.753	-250.8	2.1	198.6	2.1

Continuation S31 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2006.783	-253.2	2.1	195.9	2.1
2006.802	-253.2	2.8	196.1	2.8
2007.170	-244.0	3.9	186.1	2.9
2007.206	-245.0	3.5	183.5	3.0
2007.206	-241.6	4.9	184.1	3.6
2007.214	-243.1	2.9	185.3	2.5
2007.252	-246.5	2.9	183.7	2.5
2007.255	-242.0	2.1	184.3	1.9
2007.378	-247.5	2.4	181.1	2.4
2007.456	-240.2	3.9	178.7	3.0
2007.545	-239.0	3.2	178.0	2.9
2007.550	-238.8	2.0	176.1	1.8
2007.686	-233.8	2.1	171.7	1.9
2007.687	-236.3	2.7	173.2	2.4
2007.692	-237.7	4.0	173.9	3.2
2008.148	-230.1	3.4	160.2	3.0
2008.197	-228.3	2.2	159.0	2.1
2008.268	-227.6	4.6	157.9	3.8
2008.456	-223.3	3.4	151.7	3.2
2008.472	-223.4	3.2	153.4	2.6
2008.473	-222.0	3.5	150.3	3.3
2008.601	-220.1	2.3	147.6	2.2
2008.708	-218.0	2.7	145.0	2.6
2009.185	-207.3	2.4	132.2	2.4
2009.273	-205.4	2.0	129.4	2.0
2009.300	-205.1	2.3	128.8	2.3
2009.303	-205.2	2.0	129.1	2.0
2009.336	-204.3	2.1	127.9	2.1
2009.336	-205.3	2.1	128.2	2.1
2009.371	-203.3	2.4	127.6	2.3
2009.502	-200.2	2.1	122.9	2.1
2009.505	-200.9	1.4	123.5	1.4
2009.557	-199.6	2.4	121.2	2.4
2009.557	-198.1	1.8	122.5	1.8
2009.606	-198.0	1.8	120.2	1.8
2009.718	-194.9	1.4	116.7	1.3
2009.776	-194.0	1.5	115.5	1.4

Continued on next page

Continuation S31 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.234	-183.8	1.2	103.0	1.2
2010.239	-184.3	1.3	102.8	1.3
2010.239	-184.2	1.6	102.0	1.6
2010.245	-184.9	1.3	101.6	1.3
2010.351	-181.8	1.2	99.1	1.2
2010.444	-180.6	1.8	97.3	1.8
2010.455	-180.8	1.3	96.2	1.3
2010.455	-179.6	1.3	95.9	1.4
2010.455	-179.8	2.0	95.6	2.0
2010.460	-180.0	2.7	96.4	2.7
2010.616	-176.1	1.3	91.2	1.3
2010.619	-177.6	1.2	91.3	1.2
2010.622	-177.9	1.7	91.3	1.6
2010.624	-177.7	1.2	91.1	1.2
2010.627	-176.4	1.2	91.4	1.2
2010.676	-176.8	5.9	89.1	5.9
2010.679	-177.4	2.0	88.4	2.0
2011.238	-164.8	2.2	70.6	2.2
2011.241	-162.0	5.9	70.9	5.9
2011.244	-163.0	1.7	70.3	1.7
2011.249	-164.2	1.4	70.8	1.4
2011.312	-162.0	1.4	69.7	1.4
2011.313	-159.2	2.5	69.5	2.5
2011.315	-161.8	1.4	68.3	1.4
2011.337	-161.7	1.1	69.2	1.1
2011.443	-159.6	1.2	66.3	1.2
2011.553	-153.8	5.2	65.8	5.2
2011.613	-154.7	2.0	61.6	2.0
2011.689	-154.4	3.4	58.7	3.4
2011.695	-153.8	1.4	57.8	1.4
2011.695	-151.2	4.1	56.7	4.1
2011.698	-153.3	1.6	57.7	1.6

Continuation S31 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2011.722	-152.1	1.6	55.8	1.6
2012.202	-139.6	3.7	41.3	3.7
2012.339	-137.6	1.5	37.3	1.5
2012.497	-131.6	1.6	33.7	1.6
2012.533	-133.5	1.5	31.2	1.5
2012.544	-130.2	2.1	32.2	2.1
2012.552	-132.5	1.6	30.2	1.6
2012.552	-130.7	2.8	31.3	2.8
2012.604	-131.0	3.1	28.4	3.1
2012.700	-127.9	1.7	26.4	1.6
2013.161	-114.0	2.2	13.6	2.4
2013.240	-111.9	2.5	11.8	2.4
2013.317	-109.3	5.3	8.9	5.5
2013.366	-107.8	4.1	7.4	4.2
2013.420	-106.3	3.8	5.4	3.9
2013.437	-102.6	4.2	-0.5	4.3
2013.494	-102.8	4.4	0.8	4.9
2013.502	-101.7	3.3	-2.3	4.4
2013.587	-99.0	3.0	-6.0	4.0
2013.590	-94.5	9.5	0.9	9.5
2013.617	-98.9	2.2	-8.0	3.2
2015.432	-43.6	2.1	-59.2	2.0
2015.517	-40.0	1.9	-62.1	1.9
2015.706	-35.4	2.9	-67.6	2.9
2015.747	-34.7	1.9	-70.1	2.1
2016.221	-20.2	1.9	-81.8	1.9
2016.287	-15.5	2.7	-85.8	2.7
2016.325	-15.0	5.2	-85.2	5.2
2016.369	-13.3	9.8	-88.9	9.8
2016.525	-6.0	2.4	-92.4	2.4
2016.530	-7.0	3.2	-91.0	3.2

S31 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2004.535	-480	316
2004.537	-420	189
2004.632	-450	379
2005.215	-410	473
2005.461	-310	221
2006.204	-320	316
2006.624	-110	316
2007.550	-309	316
2007.673	-341	316
2008.262	-380	95
2009.385	-150	316
2010.354	-294	117

Continuation S1 $z$ measurements		
Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma_z$ (km/s)
2011.317	-180	189
2012.210	-222	126
2012.494	-45	95
2012.513	-101	158
2013.262	44	126
2013.655	295	221
2014.185	317	110
2014.263	442	126
2014.521	432	79
2015.299	477	221
2016.284	862	158
2016.519	1020	158

### Estrella S38

S38 Astrometric Measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2004.240	-54.6	6.1	61.0	8.0
2004.325	-57.3	6.2	58.9	6.1
2004.511	-64.6	8.1	61.5	7.9
2004.513	-63.0	8.9	65.8	8.0
2004.516	-62.7	7.8	61.0	7.5
2005.270	-121.7	21.8	54.0	21.9
2005.366	-123.7	7.4	54.3	10.8
2005.371	-126.3	3.8	60.0	4.6
2005.374	-122.5	8.1	64.3	8.2
2005.467	-125.8	3.0	56.7	4.1
2005.570	-132.0	2.1	57.9	2.1
2005.674	-140.4	9.6	47.9	9.6
2006.324	-159.2	3.5	58.5	3.5
2006.411	-156.8	5.5	55.9	5.5
2006.491	-159.3	2.6	60.6	2.0
2006.583	-161.9	13.8	58.0	13.8
2006.726	-173.1	3.0	55.0	3.0
2006.728	-168.3	4.7	57.9	4.7
2006.753	-172.6	5.4	57.6	5.4

Continuation S38 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2006.783	-171.6	6.8	55.0	6.8
2006.802	-181.4	7.0	50.3	7.0
2007.170	-191.5	3.4	47.2	3.4
2007.206	-187.5	2.3	47.7	2.3
2007.214	-189.0	1.8	47.7	1.7
2007.252	-190.3	2.5	46.0	2.5
2007.255	-188.7	2.7	47.1	2.7
2007.255	-190.2	3.4	50.3	3.5
2007.378	-191.0	6.2	48.1	6.2
2007.456	-194.3	2.7	41.1	3.0
2007.460	-196.0	2.2	46.6	2.3
2007.545	-198.1	7.1	47.2	7.1
2007.550	-197.6	4.8	39.7	4.8
2007.686	-199.7	4.3	36.8	4.3
2007.687	-200.0	2.5	42.5	3.4
2007.692	-200.8	3.7	44.7	3.7
2008.148	-210.0	2.0	33.2	2.0
2008.197	-208.4	1.2	32.2	1.3

Continued on next page

Continuation S38 astrometric measurements					Continuation S38 astrometric measurements				
Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)	Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2008.268	-212.2	2.1	33.8	2.2	2011.238	-247.2	5.5	-9.6	5.5
2008.456	-214.3	1.4	31.1	1.3	2011.241	-250.2	5.4	-5.9	5.4
2008.472	-215.3	7.5	32.0	7.5	2011.244	-249.5	3.3	-7.1	3.3
2008.473	-219.3	7.0	38.5	7.0	2011.249	-250.7	2.1	-7.4	2.0
2008.593	-217.8	6.5	29.8	5.6	2011.312	-252.8	1.9	-8.8	1.9
2008.601	-217.2	1.8	30.2	1.8	2011.313	-247.8	5.2	-15.5	5.2
2008.708	-222.0	1.6	30.5	1.2	2011.315	-251.4	2.8	-9.1	2.8
2009.185	-233.8	2.7	25.3	2.3	2011.337	-252.7	1.6	-9.2	1.5
2009.273	-234.5	1.8	22.9	1.7	2011.443	-254.1	1.9	-11.3	1.7
2009.300	-235.3	1.6	22.8	1.5	2011.613	-255.2	2.2	-13.1	1.9
2009.303	-234.5	1.4	22.5	1.2	2011.689	-257.3	4.4	-17.5	4.4
2009.336	-235.3	1.2	22.4	1.2	2011.695	-254.9	2.5	-17.2	2.5
2009.336	-235.0	1.9	21.1	1.9	2011.695	-249.9	10.3	-15.6	10.3
2009.371	-236.0	2.0	22.6	2.0	2011.698	-255.4	2.9	-17.2	2.9
2009.502	-236.5	3.8	20.5	3.8	2011.722	-253.7	3.4	-18.4	3.5
2009.505	-239.2	1.2	19.9	1.1	2012.202	-249.7	6.3	-31.7	6.3
2009.557	-238.6	2.1	16.5	2.1	2012.339	-257.0	2.8	-26.1	2.4
2009.557	-234.7	3.6	13.2	3.6	2012.497	-253.6	4.6	-27.1	4.6
2009.606	-237.7	1.2	18.6	1.2	2012.533	-255.5	2.8	-31.8	2.8
2009.718	-239.5	1.5	17.4	1.5	2012.544	-254.0	4.0	-32.3	4.0
2009.776	-241.8	1.9	19.1	1.8	2012.552	-254.9	20.4	-28.6	20.3
2010.234	-245.6	1.4	9.0	1.3	2012.552	-247.6	5.2	-31.2	5.3
2010.239	-244.7	1.6	10.0	1.5	2012.604	-257.1	15.2	-31.7	14.6
2010.239	-243.5	3.8	9.2	3.8	2012.700	-258.2	3.2	-33.5	3.0
2010.245	-244.2	2.0	8.7	2.0	2013.161	-253.4	3.4	-38.3	3.4
2010.351	-244.7	1.5	7.8	1.5	2013.240	-251.9	2.0	-39.4	2.0
2010.444	-246.4	3.6	4.6	3.7	2013.317	-257.2	7.1	-42.2	7.1
2010.455	-246.7	1.5	7.2	1.5	2013.366	-251.6	3.7	-41.3	3.7
2010.455	-247.0	1.9	7.3	1.9	2013.420	-251.7	7.7	-46.6	7.7
2010.455	-248.0	4.4	3.0	4.4	2013.437	-247.9	5.8	-41.3	5.8
2010.460	-249.9	5.9	9.2	5.9	2013.494	-251.6	8.1	-41.7	8.1
2010.616	-247.2	2.3	2.6	2.3	2013.502	-250.7	2.6	-42.8	2.6
2010.619	-248.4	1.4	3.3	1.5	2013.587	-251.3	3.3	-46.2	3.3
2010.622	-247.7	2.1	4.0	2.1	2013.590	-240.1	13.	-50.2	13.1
2010.624	-247.4	1.6	2.7	1.8	2013.617	-249.1	4.5	-45.2	4.6
2010.627	-248.4	1.2	3.0	1.2	2015.432	-234.4	2.8	-66.3	1.8
2010.676	-244.8	13.7	6.1	13.7	2015.517	-233.3	8.1	-68.	8.1
2010.679	-248.3	3.5	1.9	3.5	2016.287	-217.0	8.2	-78.6	4.9

**S38  $z$  measurements**

<b>Epoch</b>	<b><math>z</math> (km/s)</b>	<b><math>\sigma z</math> (km/s)</b>
2008.262	-189	173
2012.500	-45	173
2014.500	-120	173
2015.299	-21	173
2016.284	-2	248

**Estrella S54****S54 Astrometric Measurements**

<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
2004.511	112.4	8.7	-0.7	8.7
2004.516	112.6	15.8	0.8	16.1
2004.574	132.4	24.4	23.1	24.5
2004.664	124.5	24.4	14.3	24.5
2004.730	116.7	8.1	-7.9	8.5
2005.270	122.9	17.2	-23.6	17.2
2005.366	134.2	9.1	-26.2	11.6
2005.371	123.8	3.7	-30.2	4.3
2005.374	127.9	8.6	-30.7	8.6
2005.467	133.9	4.0	-33.2	8.0
2005.570	133.5	4.2	-33.7	4.4
2005.576	132.6	4.0	-39.6	3.1
2006.324	142.8	5.4	-53.6	5.4
2006.753	136.1	8.8	-67.9	8.8
2006.783	139.8	12.0	-65.0	12.0
2006.802	144.1	21.6	-63.6	17.9
2007.206	140.1	5.5	-85.2	5.6
2007.206	138.1	11.4	-83.2	5.1
2007.214	135.7	19.7	-82.6	19.4
2007.255	144.4	4.2	-86.3	4.2
2007.550	138.8	22.3	-91.8	21.9
2007.686	130.0	30.8	-87.5	30.0
2007.687	129.0	5.4	-90.4	3.7
2007.692	132.8	8.5	-90.9	8.5

## Continuation S54 astrometric measurements

<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
2008.148	130.5	5.0	-107.5	3.8
2008.197	131.8	3.4	-107.6	4.0
2008.268	137.8	5.3	-109.1	5.0
2008.456	130.3	3.5	-115.3	2.9
2008.472	136.2	15.6	-112.1	15.6
2008.473	133.4	10.2	-114.0	10.2
2008.601	129.9	6.8	-115.8	6.7
2008.708	126.3	6.4	-118.7	6.4
2009.185	126.9	2.1	-127.6	2.2
2009.273	127.1	2.2	-130.6	1.7
2009.300	125.8	3.6	-131.5	2.3
2009.303	125.3	2.9	-132.6	1.9
2009.336	123.9	4.0	-132.0	2.4
2009.336	126.3	2.9	-131.4	2.9
2009.371	126.1	3.0	-133.9	3.0
2009.502	120.7	5.3	-134.4	5.4
2009.505	125.1	2.6	-133.4	1.6
2009.557	118.2	5.0	-138.6	5.0
2009.606	120.5	4.1	-135.7	1.9
2009.718	122.0	3.9	-136.2	2.2
2010.234	101.7	3.9	-146.4	2.2
2010.239	103.0	5.7	-147.1	2.4
2010.239	105.6	5.6	-145.4	5.6

Continued on next page

Continuation S54 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2010.245	102.6	2.5	-149.7	2.3
2010.351	102.2	5.5	-148.3	2.4
2010.444	90.0	9.9	-149.3	5.7
2010.455	98.7	4.1	-147.3	2.2
2010.455	99.2	6.1	-149.1	2.9
2010.455	100.6	6.7	-157.1	6.7
2010.616	98.5	2.9	-157.0	2.8
2010.619	97.0	3.6	-152.1	2.3
2010.622	93.7	4.7	-150.5	3.5
2010.624	97.6	4.2	-153.0	2.8
2010.627	96.4	2.6	-153.9	1.9
2010.679	94.2	4.7	-152.7	4.7
2011.244	86.4	3.9	-168.3	5.0
2011.249	84.3	4.1	-161.1	3.3
2011.312	86.0	5.2	-159.4	4.9
2011.313	92.1	6.0	-165.2	6.0
2011.315	84.6	6.5	-163.0	6.2
2011.337	84.7	4.7	-161.5	3.6
2011.443	84.6	5.7	-163.4	4.7
2011.613	80.1	5.9	-165.9	4.5
2011.689	83.1	7.3	-178.5	7.3
2011.695	83.0	5.0	-168.9	6.6
2011.698	79.4	5.5	-168.9	5.9
2011.722	78.2	4.8	-172.3	4.9

Continuation S54 astrometric measurements

Epoch	R.A. (mas)	$\sigma$ R.A. (mas)	Dec. (mas)	$\sigma$ Dec. (mas)
2012.202	73.5	9.1	-178.4	9.1
2012.339	68.8	3.1	-175.0	3.5
2012.497	68.0	6.1	-188.3	6.2
2012.533	65.9	6.9	-179.4	11.6
2012.544	66.4	8.6	-178.1	8.6
2012.552	64.1	5.7	-176.0	8.1
2012.552	63.3	9.6	-175.4	9.6
2012.604	72.4	3.8	-180.1	4.5
2012.700	66.3	3.2	-187.5	3.2
2013.161	60.6	5.6	-185.5	5.6
2013.240	59.2	3.4	-190.5	4.1
2013.317	58.3	11.0	-178.7	11.1
2013.366	57.6	6.8	-189.2	8.6
2013.420	57.4	9.7	-201.7	9.8
2013.502	55.8	4.3	-195.7	4.9
2013.587	52.5	6.5	-185.7	6.5
2013.617	52.8	13.4	-193.8	13.4
2015.432	23.7	5.0	-197.3	5.6
2015.517	25.6	6.1	-190.6	5.5
2015.706	30.9	8.8	-183.4	7.8
2015.747	24.8	14.6	-194.5	14.7
2016.287	3.7	8.5	-238.2	6.4
2016.325	-2.2	8.1	-234.9	8.1

S54  $z$  measurements

Epoch	$z$ (km/s)	$\sigma z$ (km/s)
2008.262	-1790	260
2011.317	-1588	467
2013.262	-1046	182
2014.224	-400	210
2014.521	-732	145

**Estrella S55**

<b>S55 Astrometric Measurements</b>					Continuation S55 astrometric measurements				
<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b>Dec.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b> <b>(mas)</b>	<b>Epoch</b>	<b>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A.</b> <b>(mas)</b>	<b>Dec.</b> <b>(mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec.</b> <b>(mas)</b>
2004.511	53.0	4.1	-166.4	2.6	2010.627	-55.1	6.2	-54.1	7.2
2004.516	56.1	5.5	-168.4	3.1	2010.679	-51.0	5.5	-66.1	7.2
2004.670	62.4	2.5	-164.9	2.1	2011.695	-51.4	4.8	-109.0	7.1
2004.730	61.1	4.0	-165.1	2.6	2011.695	-50.5	5.9	-110.6	7.6
2007.206	79.7	5.0	-94.4	4.1	2011.698	-48.1	6.5	-114.0	8.4
2007.214	83.1	13.6	-97.3	13.3	2012.202	-37.2	4.9	-145.4	4.9
2007.255	81.1	3.6	-91.0	3.3	2012.339	-45.8	6.7	-112.9	12.1
2007.550	80.1	10.2	-80.5	10.4	2012.497	-34.1	3.0	-134.6	3.0
2007.686	76.5	20.2	-71.8	19.9	2012.533	-31.7	2.5	-138.9	3.7
2010.234	-56.5	7.8	-28.2	7.8	2012.544	-29.9	3.5	-134.2	3.5
2010.239	-59.2	14.9	-29.5	14.8	2012.552	-34.0	2.6	-126.4	3.2
2010.239	-51.9	2.9	-25.9	2.9	2012.552	-32.9	3.7	-131.2	3.7
2010.245	-57.9	1.9	-27.7	1.8	2012.604	-33.0	2.3	-134.5	2.3
2010.351	-60.8	8.1	-38.3	8.0	2012.700	-27.8	2.6	-138.1	2.9
2010.444	-63.5	12.3	-40.4	12.3	2013.161	-21.1	2.5	-152.3	2.5
2010.455	-58.9	9.5	-43.2	9.5	2013.317	-21.2	4.2	-153.8	4.2
2010.455	-60.4	2.9	-45.1	2.3	2013.366	-17.2	2.9	-159.7	2.9
2010.455	-55.8	3.1	-37.8	3.1	2013.420	-15.6	3.9	-150.8	3.9
2010.460	-59.3	13.5	-47.2	13.8	2013.494	-18.5	5.3	-151.4	5.3
2010.616	-56.6	12.7	-49.6	13.6	2013.502	-14.2	2.1	-157.8	2.1
2010.619	-57.0	10.1	-55.0	11.6	2013.587	-10.3	3.1	-158.9	3.1
2010.624	-55.1	9.3	-56.1	11.1	2013.617	-13.8	2.8	-157.5	2.8

**S1  $z$  measurements**

<b>Epoch</b>	<b><math>z</math></b> <b>(km/s)</b>	<b><math>\sigma z</math></b> <b>(km/s)</b>
2014.224	-400	210
2014.521	-732	145

**G2****G2 Astrometric Measurements**

<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
2002.600	277.1	2.0	-155.7	2.0
2003.400	276.1	2.0	-140.5	2.0
2004.536	264.8	2.5	-145.5	2.7
2005.400	264.1	2.0	-123.7	2.0
2006.204	243.0	4.9	-123.9	4.4
2007.300	225.4	2.0	-102.1	2.0
2008.262	204.6	3.5	-84.9	3.4
2009.381	212.2	3.4	-81.3	2.7
2010.354	160.9	3.5	-51.0	3.6

Continuation G2 astrometric measurements

<b>Epoch</b>	<b>R.A. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>R.A. (mas)</b>	<b>Dec. (mas)</b>	<b><math>\sigma</math>Dec. (mas)</b>
2011.317	146.3	2.7	-38.2	2.7
2011.500	134.4	2.0	-37.6	2.0
2011.567	147.1	7.8	-27.5	6.3
2012.213	132.2	2.9	-20.1	3.1
2012.492	122.1	1.6	-22.4	2.9
2016.293	-33.6	4.9	-101.3	6.3
2017.469	-28.3	4.9	-120.5	6.3
2018.429	-22.8	4.9	-149.3	6.3

**G2  $z$  measurements**

<b>Epoch</b>	<b><math>z</math> (km/s)</b>	<b><math>\sigma z</math> (km/s)</b>
2003.271	990	50
2004.536	1052	30
2005.215	1010	50
2006.209	1120	50
2007.545	1187	50
2008.262	1256	20
2009.385	1403	30
2010.354	1522	25

Continuation G2  $z$  measurements

<b>Epoch</b>	<b><math>z</math> (km/s)</b>	<b><math>\sigma z</math> (km/s)</b>
2011.317	1692	60
2012.213	1934	50
2012.361	1930	50
2012.494	2030	50
2012.704	2046	50
2016.293	-1775	30
2017.469	-1488	30
2018.429	-1356	30