

**OPTIMIZACIÓN DEL ITINERARIO DE PLATAFORMAS DE PERFORACIÓN  
PETROLERAS EN OFFSHORE**

**JULIAN CAMILO BARRERA BERNAL  
DIEGO ALEJANDRO MEJIA GUERRERO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-QUIMICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA DE PETROLEOS  
BUCARAMANGA**

**2017**

**OPTIMIZACIÓN DEL ITINERARIO DE PLATAFORMAS DE PERFORACIÓN  
PETROLERAS EN OFFSHORE**

**JULIAN CAMILO BARRERA BERNAL  
DIEGO ALEJANDRO MEJIA GUERRERO**

**Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero de Petróleos**

**Director:  
OSCAR VANEGAS ANGARITA  
Especialista en Gerencia de Hidrocarburos**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-QUIMICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA DE PETROLEOS  
BUCARAMANGA**

**2017**

## DEDICATORIA

*Este trabajo es dedicado a mis padres Esperanza Bernal y German Barrera ya que con su apoyo pude finalizar mis estudios y llegar a ser Ingeniero de Petróleos. También está dedicado a mi hermana Ginna Barrera quien siempre me brindo su ayuda incondicionalmente y siempre estuvo presente para mí.*

*Julián Camilo Barrera.*

## DEDICATORIA

*Dedicado a mis padres, Ceferino Mejía y Olga Guerrero, que con el sudor de sus frentes ayudaron a su hijo a cumplir un sueño.*

*Diego A Mejía Guerrero*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradecemos a nuestras familias por el apoyo incondicional, a la Universidad Industrial de Santander, profesores, amigos y compañeros por ser partícipes de este proceso de aprendizaje.

Agradecemos al Ingeniero Óscar Vanegas por brindarnos su apoyo como director, a los profesores Wilson Carreño y Emiliano Ariza por los consejos y correcciones durante el desarrollo de esta tesis.

## CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	17
1. MARCO TEÓRICO	19
1.1. LÍMITE INFERIOR	25
2. EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE ITINERARIOS DE PLATAFORMAS DE PERFORACIÓN (POIP)	27
2.1. MODELAJE PARA EL POIP	28
2.2. PARAMETROS DE ENTRADA Y CONSIDERACIONES	28
2.3. VARIABLES DE DECISIÓN	30
2.4. FORMULACIÓN MATEMÁTICA INICIAL (FMI)	30
2.5. INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LAS RESTRICCIONES	31
2.5.1. Restricciones de atención	32
2.5.2. Restricciones de la ventana de tiempo	34
2.5.3. Restricciones de máquinas	35
2.5.3.1. Restricciones de inicio de los servicios de las máquinas	36
2.5.3.2. Restricciones de interrupción de los servicios	37
2.6 FORMULACIÓN MATEMÁTICA REMODELADA (FMR)	38
2.7. COMPARACIÓN ENTRE LAS FÓRMULAS	39
3. MÉTODOS HEURÍSTICOS	40
3.1. HEURÍSTICA DIRECTA	41
3.1.1. Formulación matemática para el TSP	42
3.1.2. Soluciones para el TSP	42
3.1.2.1. Método fuerza bruta	42
3.1.2.2. Heurística del vecino más cercano	43
3.2. HEURÍSTICA DE MONTAJE DINÁMICO (HMD)	44

4. PROPUESTA HEURÍSTICA MEDIANTE EL DESARROLLO Y APLICACIÓN DEL SOFTWARE POIP	50
4.1. SUBPROGRAMA HVC	50
4.2. SUBPROGRAMA HMD	52
5. RESULTADOS Y ANÁLISIS	56
5.1. PRIMERA ETAPA (DATOS GENERADOS O FICTICIOS)	56
5.1.1. Resultados de la prueba 1 realizada con 3 máquinas.	59
5.1.2. Análisis de resultados de la prueba 1	63
5.1.3. Resultados de la prueba 2 realizada con 4 máquinas.	66
5.1.4. Análisis de resultados de la prueba 2	70
5.2. SEGUNDA ETAPA (DATOS REALES TOMADOS DE LA LITERATURA)	73
5.2.1. Resultados de la prueba 1 con datos reales realizada con 3 máquinas	77
5.2.2. Análisis de resultados de la prueba 1	82
5.2.3. Resultados de la prueba 2 con datos reales realizada con 4 máquinas	84
5.2.4. Análisis de resultados de la prueba 2	89
6. CONCLUSIONES	93
7. RECOMENDACIONES	94
BIBLIOGRAFÍA	95
LISTA DE ANEXOS	99

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representación del prisma de variables	32
Figura 2. Restricción gráfica de las restricciones de atención	33
Figura 3. Interpretación gráfica de las restricciones de la ventana de tiempo	34
Figura 4. Interpretación de la restricción de inicio de servicios de las máquinas	36
Figura 5. Interpretación de las restricciones de interrupción de los servicios	37
Figura 6. Cuatro puntos A B C D y sus respectivas distancias entre sí	43
Figura 7. Ejemplo de arreglo	45
Figura 8. Pseudocódigo para generar la matriz Nuevas_ramas(k)	46
Figura 9. Nuevas_ramas que fueron generadas a partir de Rot_orden	47
Figura 10. Ejemplo de inserción de una rama	48
Figura 11. Arreglo con la inserción del pozo 7	49
Figura 12. Arreglo con la inserción del pozo 7 y mejora local	49
Figura 13. Datos Punto inicial	50
Figura 14. Datos de la cantidad de pozos y plataformas	51
Figura 15. Coordenadas cartesianas (x, y) del pozo	51
Figura 16. Salida del Software	52
Figura 17. Datos de entrada	53
Figura 18. Datos de entrada para cada pozo	53
Figura 19. Tabla de datos	54
Figura 20. Datos de entrada de la matriz de orden	54
Figura 21. Matriz de orden	54
Figura 22. Salida del subprograma HMD	55
Figura 23. Rutas de las 3 máquinas	59
Figura 24. Itinerarios y recorridos de las 3 máquinas	60

Figura 25. Rutas, Función Objetivo Total y Función Objetivo por máquina, para 3 máquinas	62
Figura 26. Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 3 máquinas	64
Figura 27. Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 3 máquinas	65
Figura 28. Ruta de las 4 máquinas	66
Figura 29. Itinerarios y distancias totales recorridas 4 máquinas	67
Figura 30. Rutas, Función Objetivo Total y Función Objetivo por máquina, para 4 máquinas	69
Figura 31. Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 4 máquinas	71
Figura 32. Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 4 máquinas	72
Figura 33. Mapa de localización del campo Namorado	73
Figura 34. Mapa estructural de campo Namorado con los nombres de los pozos y sus respectivas coordenadas	74
Figura 35. Rutas generadas para 3 máquinas (caso datos reales)	78
Figura 36. Itinerarios y distancias totales recorridas 3 máquinas	78
Figura 37. Rutas, Función Objetivo Total y Función Objetivo por máquina, para 3 máquinas	81
Figura 38. Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 3 máquinas	83
Figura 39. Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 3 máquinas.	84
Figura 40. Rutas generadas para 4 máquinas (caso datos reales)	85
Figura 41. Itinerarios y distancias totales recorridas usando 4 máquinas	85
Figura 42. Rutas, Función Objetivo Total y Función Objetivo por máquina, para 4 máquinas	88
Figura 43. Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 4 máquinas	90
Figura 44. Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 4 máquinas	91

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Comparación de líneas de restricciones entre la FMI y FMR	39
Tabla 2. Matriz <i>Rot_orden</i> ( $k, j$ ) representa el arreglo de la figura 7	45
Tabla 3. Coordenadas UTM (metros) de los pozos del campo Chuchupa y la Estación de Riohacha (punto de inicio)	58
Tabla 4. Datos generados del campo Chuchupa $P_i, \Delta t_i, d_i, D_i$	59
Tabla 5. Rutas de las 3 máquinas y su distancia recorrida	60
Tabla 6. Función Objetivo para la salida del subprograma HVC	61
Tabla 7. Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD	63
Tabla 8. Ruta de las 4 máquinas y su distancia recorrida	67
Tabla 9. Función Objetivo para la salida del subprograma HVC (Prueba 2)	68
Tabla 10. Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD (Prueba 2)	70
Tabla 11. Coordenadas UTM (metros) de los pozos del campo Namorado y el puerto Forno (punto de inicio)	76
Tabla 12. Datos investigados del campo Namorado $P_i, \Delta t_i, d_i, D_i$	77
Tabla 13. Rutas de las 3 máquinas y su distancia recorrida	79
Tabla 14. Función Objetivo para la salida del subprograma HVC usando 3 máquinas y datos reales.	80
Tabla 15. Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD	82
Tabla 16. Rutas de las 4 máquinas y su distancia recorrida.	86
Tabla 17. Función Objetivo para la salida del subprograma HVC usando 4 máquinas y datos reales.	87
Tabla 18. Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD (prueba 2)	89

## NOMENCLATURA

POIP	Problema de Optimización de Itinerarios de Plataformas de perforación offshore.
PPO	Plataforma de Perforación Offshore.
PRS	Problemas de Rotación y Scheduling.
TSP	Problema del Agente Viajero.
HMD	Heurística de Modelaje Dinámico.
HVC	Heurística del vecino más Cercano
LB	Lower Bound (Límite inferior).
FO	Función Objetivo.
$n$ , NPOZOS	Número de pozos.
$m$ , NMAQ	Número de máquinas (Plataformas móviles).
$h_p$	Horizonte de Planeación.
$P_i$	Perdida de producción de un pozo $i$ .
$\Delta t_i$ , DEIT $_i$	Intervalo de tiempo de intervención en un pozo $i$ .
$d_i$	Fecha de liberación para el inicio de los servicios.
$D_i$	Fecha de finalización de los servicios.

## RESUMEN

**TITULO:** OPTIMIZACIÓN DEL ITINERARIO DE PLATAFORMAS DE PERFORACIÓN PETROLERAS EN OFFSHORE.\*

**AUTORES:** JULIAN CAMILO BARRERA BERNAL, DIEGO ALEJANDRO MEJIA GUERRERO.\*\*

**PALABRAS CLAVE:** HMD, HVC, MÁQUINA (S), PLATAFORMA (S), HEURÍSTICA, POZO (S).

### DESCRIPCION:

Una actividad de extrema importancia en el proceso de extracción de hidrocarburos es la intervención de pozos con el uso de plataformas de perforación, este proceso de intervención es llamado workover. Las plataformas móviles o máquinas son un recurso escaso y por ese motivo es necesario desarrollar métodos para su uso racional. La optimización de itinerarios de plataformas de perforación petrolera en offshore consiste en buscar el mejor programa de atención de las plataformas disponibles de tal manera que minimice la perdida de producción de los pozos que están esperando ser intervenidos. El presente estudio propone una solución para ese problema utilizando la heurística del vecino más cercano (HVC) y la heurística de montaje dinámico (HMD), las cuales no buscan soluciones exactas sino soluciones óptimas para este tipo de problema, debido a que son problemas muy complejos para desarrollar por medio de un software o manualmente.

Al existir dos soluciones óptimas de las cuales una de estas es representada en la mínima distancia recorrida por la plataforma, calculada por la heurística del vecino más cercano y la otra es representada por una función objetivo que depende de la tasa de producción y los tiempos de espera hasta la liberación del pozo, se comparan las dos soluciones con el fin de encontrar la mejor manera de programar una serie de servicios.

---

\* Trabajo de grado.

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: Esp. Oscar Vanegas Angarita, Ingeniero de petróleos.

## ABSTRACT

**TITLE:** OPTIMIZATION OF ITINERARIES OF DRILLING PLATFORMS IN OFFSHORE.\*

**AUTHORS:** JULIAN CAMILO BARRERA BERNAL, DIEGO ALEJANDRO MEJIA GUERRERO.\*\*

**KEYWORDS:** HAD, HNN, MACHINE(S), PLATFORM(S), HEURISTIC(S), WELL(S).

### DESCRIPTION:

An activity with extremely importance in the process of hydrocarbon's production is the intervention of Wells using drilling platforms; this process of intervention is called workover. The mobile platforms or machines are a limited resource for this reason is necessary developed methods for reasoning. The Optimization of itineraries of drilling platforms in offshore consists in looking for the best attention's program of the platforms availables in such a way that reduced the loss production's wells that are waiting to be intervening. The present research proposes a solution for this problem using the near neighbor heuristic (HNN) and the dynamic assembly heuristic (HAD), these are not looking for accurate solutions if not optimum solutions for this kind of problem, due to these are problems very complex to develop by using a software or manually.

To exist two great solutions of which one of these is represented as least traveled distance, calculated for the near neighbor heuristic and another is represented for objective function that depends of production rate, the initial date, ( $t_i$ ) that represents the beginning of each well's intervention and an intervention's time in which to serve the well. In summary, the two solutions are compared with the final purpose to find the best way to program a services series.

---

\* Bachelor Degree Project.

\*\* Physico-Chemical Engineering Faculty, School of Petroleum Engineering. Director: Esp. Oscar Vanegas Angarita, Ingeniero de petróleos.

## INTRODUCCIÓN

En la industria del petróleo y gas la optimización de recursos críticos y de recursos escasos viene tomando fuerza en el escenario de planeación. Para el mejor aprovechamiento de esos recursos, las actividades que rodean la producción deben ser bien estudiadas y planeadas. Para garantizar una constante producción, algunas operaciones de mantenimiento son empleadas, tales actividades se agrupan en la actividad conocida como intervención de pozos o workover.

La actividad de Workover es de suma importancia para mantener la producción y algunas veces contribuye a mejorar la productividad de los pozos. Tiene como objetivo mantener un buen funcionamiento de los pozos a lo largo de su vida. Puede hacerse con o sin plataforma de perforación. Las intervenciones offshore utilizan plataformas de perforación de tipo offshore (PPO), las PPO son equipos de costos muy elevados tanto para la adquisición como para la utilización, dando una motivación para realizar estudios de optimización de uso racional de estos equipos.

En las solicitudes de servicios de intervención de pozos de tipo offshore generalmente se dispone de un número limitado de plataformas, por lo tanto, con frecuencia pueden suceder problemas de congestión debido a baja disponibilidad de plataformas y a una alta demanda de servicios en los pozos; el surgimiento de filas por causa de la congestión al momento de atender los diferentes pozos causa perjuicios financieros.

El sector de intervención de pozos para este estudio tiene como objetivo atender los diferentes pozos de tal manera que las pérdidas de producción y los recorridos de las plataformas sean posiblemente bajos para el campo, minimizando los gastos de intervención y restableciendo su producción normal.

El problema, a ser tratado en esta tesis, está relacionado con la optimización del itinerario de plataformas de perforación offshore (POIP) que puede ser entendido

como un problema de rotación y secuencia. Este problema es de naturaleza combinatoria y puede ser entendido y modelado de varias formas. La solución no es siempre fácil y los métodos exactos no son eficientes, haciendo así necesario el uso de métodos heurísticos.

En el capítulo 1 se encuentra la descripción del problema por varios autores y las propuestas que implementaron para solucionarlo. En la parte 2 se realiza una explicación más específica sobre cuál es el problema tratado, así como su modelaje matemático. En la sección 3 se presenta la definición de los modelos heurísticos utilizados para buscar una solución óptima a este problema. En el capítulo 4 se enseña el software desarrollado para solventar el problema de rotación y secuencia, realizado a partir de los modelos heurísticos mostrados en el capítulo anterior; en la siguiente parte se presentan las soluciones y su respectivo análisis a una primera etapa donde los datos utilizados fueron generados a partir del campo Chuchupa en Colombia y una segunda etapa utilizando datos reales del campo Namorado de Brasil. Las conclusiones son presentadas en el capítulo 6.

## 1. MARCO TEÓRICO

El problema de optimización de itinerarios de plataformas de perforación offshore (POIP) puede ser entendido como un problema de gerenciamiento con varias demandas en los puntos de una red que los vehículos deben recorrer. Según Bodin, *et al.*<sup>1</sup>, cuando las decisiones son relativas a la configuración espacial de los movimientos de los vehículos el problema es considerado como un “problema de rotación”, para estos problemas generalmente es importante la secuencia de los puntos (lugares) que cada vehículo debe recorrer. El problema del agente viajero y problemas de rotación de vehículos son ejemplos de esta categoría. Una vez que se hacen consideraciones con respecto a los tiempos e instantes en que los puntos de la red son visitados esos problemas son clasificados como “problemas de scheduling”. En la mayoría de los casos prácticos, estos dos tipos de problemas se unen formando los “problemas de rotación y scheduling” (PRS). Analizando la tabla de características de los PRS propuesta por Bodin y Golden (1981)<sup>2</sup> podemos clasificar el problema en cuestión como un PRS con múltiples vehículos, no capacitados, con flota homogénea, único deposito, con naturaleza de demandas determinísticas, con demandas en los vértices de la red, sin ruta máxima impuesta, con una única operación por vértice, con costos variables con las rutas y con el objetivo en un criterio basado en la prioridad de la calidad de atención y no en los costos de las rutas.

El trabajo más antiguo encontrado que trata al respecto de este problema es de Barnes, *et al.* (1977)<sup>3</sup> donde ya era alertado sobre la importancia de realizarse un estudio racional de priorización de atención a los pozos. Según los autores, de aquella época, los servicios eran programados por la intuición (hecho que todavía

---

<sup>1</sup> BODIN, L. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews. Computer and Operations Research, 1983. Vol. 10, No.2. p. 63- 211.

<sup>2</sup> BODIN, L. Classification in vehicle routing and scheduling. Network, 1981. Vol. 11, p. 97-108.

<sup>3</sup> BARNES, J. Scheduling a Backlog of Oilwell Workovers (SPE5986). Journal of Petroleum, 1977. p. 1651-1653.

sucede en Colombia). Tales reglas intuitivas generalmente no llevan a soluciones potencialmente buenas que maximicen la producción. Los autores establecieron cuatro ítems que deben ser asumidos:

- Los tiempos de “Set-up” y de intervención son independientes del orden de atención. Los tiempos set-up están incluidos en los tiempos de intervención, tiempos de viaje entre pozos son asumidos insignificantes e independientes del orden de la secuencia.
- Cada plataforma inicia su operación en un instante cero y opera sin tiempos ociosos en un pozo cada vez hasta que todos los pozos asignados a la plataforma sean atendidos.
- Una vez iniciada cada intervención es realizada hasta ser completada (sin cancelaciones)
- Las plataformas son esencialmente idénticas en sus capacidades.

El trabajo de BARNES, *et al.* <sup>4</sup>, presenta dos estrategias aproximadas para resolver el problema de secuencia de  $n$  pozos en  $m$  plataformas. El problema tratado por Barnes no contempla el interrogante de restricción de fechas para la atención de pozos.

Los estudios más recientes encontrados sobre el problema y otros semejantes con pequeñas variaciones están siendo estudiados por los investigadores buscando definir el problema, presentando formulas y proponiendo heurísticas y metaheurísticas.

PAIVA, *et al.* (1997)<sup>5</sup> presenta una descripción a el problema de optimización de itinerarios de plataformas. El autor trabaja la idea de priorización de atención basándose en la comparación entre los gastos de plataformas y las pérdidas

---

<sup>4</sup> *Ibíd.*, p. 1651-1653.

<sup>5</sup> PAIVA, R. O. Optimización de itinerarios de plataformas de intervención de pozos cuantificando las pérdidas de producción a través de simuladores de yacimientos. Tesis de maestría. UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1997.

monetarias de un pozo parado. Emplea solo una plataforma para atender los diversos campos, el autor analiza el problema con tres métodos de solución:

- El primer algoritmo probado es un algoritmo de “búsqueda completa” y el autor concluye (con una sola plataforma) que, con más de 10 pozos en intervención, la viabilidad práctica de este método no debe ser considerada debido al crecimiento exponencial de la dificultad del problema.
- La segunda alternativa fue implementar dos heurísticas simples denominadas:
  - “vecino más cercano”: genera rutas basándose apenas en la decisión de cuál de los siguientes puntos a visitar estará más cerca geográficamente.
  - “siguiente más ventajoso”: decide generar rutas basándose apenas en la decisión de cuál de los siguientes puntos a visitar es más ventajoso económicamente, según la idea de priorización presentada por el autor.
- Finalmente fue implementado un algoritmo de recocido simulado conocido como “Simulated annealing”.

PAIVA, *et al.*<sup>6</sup> probó los algoritmos en tres situaciones. La situación más probada fue la de una plataforma atendiendo a 20 pozos. El algoritmo “Simulated annealing” obtuvo los mejores resultados. Al usar más de una plataforma, el autor propone resolver el problema de forma dividida, tal como se acostumbra hacer en la práctica. Donde el analista que hace la rotación de las plataformas decide cuales pozos serán atendidos por una determinada plataforma. Después el autor propone hacer una atribución, aplicar los algoritmos individualmente en cada plataforma para obtener las mejores rutas.

---

<sup>6</sup> *Ibíd.*, pp.

Gouvêa, *et al.* (2002)<sup>7</sup> se refiere a el problema como un problema de “Optimización del uso de plataformas de producción en pozos de petróleo” (OSOP), lo describen como un problema que consiste en establecer una programación de trabajo para la operación de una flota de plataformas sobre un conjunto de  $n$  pozos de petróleo. Los costos también envuelven los de transportes y los asociados a la interrupción de la producción. La flota puede ser considerada heterogénea sin un número preestablecido, permitiendo la inserción de plataformas cuando sea necesario. En ese trabajo se alerta la importancia que tienen los tiempos de intervención en relación con los de desplazamiento. Los autores proponen resolver el problema a través del empleo de algoritmos evolucionarios, específicamente a través de la aplicación de un algoritmo memético y un algoritmo proto-Gene.

Un algoritmo heurístico ávido es presentado en Noronha, *et al.* (2001)<sup>8</sup> para el entonces llamado problema de Gerenciamiento de las intervenciones en pozos petrolíferos por plataformas de producción terrestre (PGI-SPT). Este algoritmo construye soluciones utilizando como criterio goloso la prioridad de cada solicitud, que es definida según criterios como: tasa de producción del pozo y el riesgo ambiental asociado al servicio. En ocasiones, ese algoritmo se adapta para ser insertado en una estrategia metaheurísticas GRASP (Greedy random adaptative search procedure).

Otra forma de abordar el POIP viene de Aloise, *et al.* (2002)<sup>9</sup> que presenta el problema de optimización de la ubicación de intervenciones en pozos de petróleo por plataformas de perforación terrestre (OTIM-PPT), tratándolo como un

---

<sup>7</sup> GOUVÊA, E. F. Algoritmos evolucionarios en la solución del problema de optimización del uso de plataformas de producción en pozos de petróleo. XXXIV Simposio Brasileño de investigación operativa. Rio de Janeiro, 2002. pp.

<sup>8</sup> NORONHA, T. F. Algoritmo heurístico goloso aplicado a el problema de gerenciamiento de intervenciones en pozos petrolíferos por plataformas de producción terrestre. XXXIII Simposio Brasileño de investigación Operativa. Campos de Jordán, SP, 2001. p. 135.

<sup>9</sup> ALOISE, D. Heurística de colonia de hormigas con path-relinking para el problema de optimización de la ubicación de plataformas de producción terrestre. XXXIV Simposio Brasileño de Investigación Operativa. Rio de Janeiro, 2002. pp.

problema de optimización combinatoria de clase NP-HARD (Nondeterministic polinomial) donde tenemos un conjunto de  $n$  pozos con  $m$  plataformas disponibles de tal manera que existe un amplio número de ternas de tipo  $C_p = (P_i R_j O_k)$ , siendo  $P_i$  la plataforma  $i$ ,  $R_j$  servicio requerido en el pozo  $j$ ,  $O_k$ , orden en que la plataforma  $i$  atiende al pozo  $j$ . Los autores lo tomaron como un problema de programación lineal entera. El índice  $i$  relacionado al número de plataformas con un dominio de  $[1, m]$ ; cuando el orden sea igual al número de pozos del índice  $j$ , así como el índice  $k$  relativo al orden, tendrán el mismo dominio estipulado en  $[1...n]$ , donde  $m$  es el número de plataformas disponibles y  $n$  es el número de pozos que requieren servicios. Cada terna  $C_p$ , está asociada a una variable binaria  $y_{ij}^k$  que toma el valor de 1 si el pozo  $j$  está siendo atendido por una plataforma  $i$  en un orden  $k$  y asume el valor de 0 en caso contrario. Respecto a los parámetros del problema se asume como conocido los menores tiempos de desplazamiento ( $d$ ) entre todos los pozos  $j \in v$  en el grafico  $G(v, d)$ , considerado siempre como completo y no orientado. Se conoce también, el tiempo de intervención en cada pozo ( $t_j$ ). Para definir la función objetivo que minimice las pérdidas de producción es definida otra variable  $e_j$ , tiempo que el requerimiento de la intervención  $j$  espera hasta ser atendido. La formulación matemática que fue propuesta por los autores para el problema OTIM-PPT se define:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n V_j(e_j + t_j) \quad (2.1)$$

Sujeta a:

$$\sum_{t=1}^m \sum_{k=1}^n y_{ij}^k = 1 \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (2.2)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij}^k \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, m, \forall k = 1, \dots, n \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{ij}^{k+1} \leq \sum_{j=1}^n y_{ij}^k \quad \forall k = 1, \dots, n-1 \quad (2.4)$$

$$e_b \geq e_a + t_a + d_{ab} - M \left[ 2 - \left( \sum_{r=1}^s y_{ia}^r + \sum_{r=s+1}^n y_{ib}^r \right) \right] \quad \forall i = 1, \dots, m, \forall a, b, s = 1, \dots, n \quad (2.5)$$

$$e_j \in N \quad \forall j = 1, \dots, n \quad (2.6)$$

$$y_{ij}^k \in \{0,1\} \quad \forall i = 1, \dots, m, \quad \forall j, k = 1, \dots, n \quad (2.7)$$

La estrategia para solucionar el problema fue utilizar una metaheurística GRASP (Greedy random adaptative search procedure), consiste en dos fases repetidas sucesivamente; una primera fase de construcción de posibles soluciones para el itinerario de las plataformas: el algoritmo inicia el itinerario de todas las plataformas vacías (sin servicio) y ubica a cada paso un servicio a una determinada plataforma, a través de  $(x, y)$  que indica que el servicio en  $x$  fue asignado a la plataforma  $y$ . El punto a ser insertado es escogido aleatoriamente dentro de una lista restringida de candidatos constituida por los mejores puntos de acuerdo a la función golosa por:  $G_{xy} = V(x)/T(x,y)$  donde la pérdida del caudal en  $x$  es  $V(x)$  y  $T(x,y)$  es el tiempo de atención de la plataforma y en pozo  $x$ . La segunda fase se enfoca a soluciones por medio de búsqueda local.

Aloise, D.J, *et al.* (2002)<sup>10</sup> presenta otra propuesta llamada POA-PTP (problema de optimización de ubicación de plataformas de producción terrestre), con las mismas consideraciones del OTIM-PPT. Para obtener soluciones aproximadas, los autores presentan una clase de heurísticas usando el concepto de "Colonia de

---

<sup>10</sup> ALOISE, D. J. Optimización de la ubicación de las intervenciones en pozos de petróleo por plataformas de producción terrestre: un abordaje metaheurístico. CLAIIO. Concepción, Chile, 2002. pp.

hormigas". Dos heurísticas constructivas son basadas en los criterios de pérdida de producción y tiempos de servicios, una ADD que va adicionando tareas a la lista de servicios de cada máquina (plataforma móvil), componiendo así las rutas, según el criterio de producción entra la pérdida de producción y el tiempo adicional a la ruta. La segunda heurística (ADD/DROP), al contrario de la primera, en vez de retirar la tarea que fue asignada a una ruta, hace que permanezca en la lista para así generar un abanico mayor de búsquedas en el espacio, el algoritmo decide, con el intuitivo de mejorar la solución, se coloca el servicio en la nueva posición o mantiene el que ya está.

Ese trabajo trae en su conclusión una comparación entre algunos resultados computacionales de otras metaheurísticas (GRASP y AG), indicando que los algoritmos basados en colonias de hormigas obtuvieron los mejores resultados.

Aloise et al. (2004)<sup>11</sup>, donde los autores proponen una metaheurística VNS para el problema. El VNS busca en cada iteración nuevos vecinos para obtener mejores soluciones. Cada iteración está compuesta por dos procedimientos básicos: perturbación en la vecindad actual y búsqueda local. Soluciones iniciales son generadas a través de una heurística constructiva. El núcleo de la metaheurística VNS trabaja de la siguiente manera: partiendo del vecino  $N^1$ , se genera aleatoriamente un elemento  $S' \in N^1$ . Se encuentra  $S^*$  aplicando una búsqueda local en  $S'$ . El proceso es repetitivo hasta el vecino  $N^9$  manteniendo guardada la mejor solución.

## 1.1. LÍMITE INFERIOR

En la mayoría de los problemas de programación matemática no es posible o viable encontrar soluciones óptimas. En este caso usamos soluciones alternativas (soluciones heurísticas), sin embargo, ¿la solución encontrada será de calidad?

---

<sup>11</sup> ALOISE, D. J. Scheduling Workover Rigs for Onshore Oil Production. Preprint submitted to Elsevier Science, 2004.

Para resolver el interrogante, es necesario establecer referencias y comparaciones, para ello utilizamos el concepto de los límites inferiores.

De acuerdo con el diccionario de algoritmos y estructuras de National Institute of Standards Technology – NIST, define límites inferiores como funciones o tasas de crecimiento, bajo de los cuales es imposible resolver un problema.

Conocer esta función es de gran importancia, pues nos permite fijar un punto de referencia para comparar los resultados. No siempre es fácil encontrar esta función y muchas veces no sabemos a qué distancia este patrón se encuentra de la solución óptima, muchas veces estando sobre ella. Según Weisstein et al.<sup>12</sup> el mejor límite inferior es conocido como *infimum*.

Para el problema de optimización de itinerario de plataformas se discute poco en la literatura sobre la determinación de límites inferiores. Barnes, et al. (1977) cita a Eastman, et al. (1964)<sup>13</sup> muestra que un límite inferior de pérdida totales para este tipo de problema con  $m$  plataformas y  $n$  pozos es el mayor entre  $B(n)$  y  $LB = [1/(2.m)] * [(m-1) - B(n) + 2. B(1)]$ , donde  $B(1)$  y  $B(n)$  representa la pérdida total óptima con 1 y  $n$  plataformas respectivamente. SMITH (1956)<sup>14</sup> muestra que para el caso de una plataforma ( $n=1$ ), la secuencia óptima se obtiene cuando los pozos son ordenados según valores decrecientes de  $P_i/\Delta t_i$ . Esta secuencia fue llamada de “Orden natural”.

---

<sup>12</sup> WEISSTEIN, E.W. et al. Lower Bound. In: MathWorld - A Wolfram Web Resource, 2017. Disponible en: <http://mathworld.wolfram.com/LowerBound.html>

<sup>13</sup> EASTMAN, S. Bounds for the optimal Scheduling of  $n$  jobs on  $m$  processor. Management Science, 1964. Vol.2, No.2. p. 268-279.

<sup>14</sup> SMITH, W. E. Various Optimizers for Single Stage Production. NRLQ, 1956. Vol. 2. p. 59-66.

## **2. EL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN DE ITINERARIOS DE PLATAFORMAS DE PERFORACIÓN (POIP)**

El POIP es el problema de determinar la rotación y secuencia (itinerarios) de un conjunto de plataformas de producción Offshore (PPO) en conjunto de pozos que demanden servicios de intervención de pozos. Las PPO pueden ser interpretadas como vehículos o máquinas, los pozos pueden ser vistos como clientes o tareas.

Para que un pozo entré en la fila de servicios de intervenciones, es porque su producción de petróleo está comprometida. Por tanto, a cada pozo de la fila se le asocia un valor de pérdida de producción que indica cuanto a dejado de producir en unidades de volumen por unidad de tiempo, así como también se le asocia un intervalo de tiempo en el cual el pozo podrá ser atendido conocido como ventana de tiempo. Otra información que se debe conocer es el tiempo de intervención para cada pozo. Los técnicos que trabajan con intervenciones en pozos alertan que estos valores son difíciles de estimar presentando una gran carga de incertezas. En este trabajo las incertezas no fueron tomadas en cuenta, es decir, las duraciones de los trabajos son consideradas determinísticas.

Una vez que los pozos son puntos reales de trabajo dispuestos geográficamente en el espacio, es posible obtener una matriz que contenga la distancia, costos de transporte, movilizaciones, etc. entre cada par de pozos.

Las PPO pueden realizar una serie de servicios específicos dentro del grupo de actividades de intervención en pozos. Con el intuito de simplificar el modelo, no hay distinción entre los diversos tipos de servicios y equipamientos, por tanto, la flota es considerada homogénea. Hay una posibilidad de distinción entre la calidad de equipos existentes.

## 2.1. MODELAJE PARA EL POIP

El problema de optimización de itinerarios de plataformas offshore (POIP) es modelado como un problema de programación lineal entera con variables de decisión binarias. Las fórmulas encontradas en la literatura no contemplan las posibles fechas y plazos de liberación para dar inicio al trabajo, lo que impide incluir en los itinerarios, la atención a los pozos exploratorios donde no hay pérdida de producción, sin embargo, posee la necesidad de ejecutarse el servicio por orden de fuerza mayor, por tanto, debe estar lista la plataforma por lo menos en el límite de la fecha dada.

Para atender la necesidad de asignar ventanas de tiempos a las órdenes de atención, se optó por un nuevo modelo el cual, en vez de trabajar con ternas que indiquen cual máquina (plataforma móvil) va trabajar en cual pozo y en qué orden, trabaja con ternas que indican en que instante una determinada maquina inicia los servicios en un determinado pozo.

## 2.2. PARÁMETROS DE ENTRADA Y CONSIDERACIONES

Sean los conjuntos:

$N = \{1 \dots n\}$ ; conjunto de  $n$  pozos (clientes), pozos que están sujetos a intervenciones.

$M = \{1 \dots m\}$ ; conjunto de las plataformas disponibles.

$T = \{1 \dots hp\}$ ; conjunto de los instantes de tiempo en el horizonte de planeación  $hp$ .

Los valores de  $n$  y  $m$  son datos de acuerdo con las realidades del campo y de las empresas, el valor de  $hp$  deber ser definido por el programador (usuario). La mejor forma de estimar el valor de  $hp$  será tratada más adelante en este trabajo. En este modelo, los valores de tiempos y fechas son expresados en intervalos de tiempos enteros en una unidad común que mejor se ajuste al conjunto de datos. Ajustar

tiempos reales en intervalos enteros no presenta ningún problema siempre y cuando las operaciones sucedan en intervalos en el orden de días, por tanto, pueden ser agrupados en múltiplos de un día, o medio día, o el que mejor convenga. Los tiempos de desplazamiento no son tomados en cuenta ya que, en la región de un campo de producción de petróleo, el tiempo de desplazamiento entre pozos no es en general significativo en comparación a los tiempos de intervención. Por fines prácticos en esta primera parte, la matriz de costo de transporte y de costo de desplazamiento no es considerada teniendo en cuenta la necesidad principal que es atender la reducción de las pérdidas de producción. Las máquinas (plataformas móviles) son consideradas homogéneas y los tiempos de servicios en los pozos dependen únicamente del tipo de servicio en el pozo. Asociado a cada pozo  $i \in N$  son considerados conocidos y determinísticos los siguientes parámetros de entrada:

$P_i$  : pérdida de producción dada en unidad de volumen/unidad de tiempo.

$d_i$  : fecha de liberación para el inicio de los servicios.

$D_i$  : fecha de finalización de los servicios.

$\Delta t_i$  : tiempo de intervención en el pozo.

La función objetivo del problema es calculada sumando los productos de los tiempos de espera por las pérdidas de producción ( $P_i$ ), encontrando así, un valor de volumen de petróleo no producido, que es el que deseamos minimizar. Las ventanas de tiempos determinadas por  $[d_i, D_i]$  posibilitan atender las necesidades particulares de cada pozo, consiguiendo así indicar prioridades límites para algún caso específico proveniente de otra naturaleza, además del análisis de pérdidas de producción.

### 2.3. VARIABLES DE DECISIÓN

Las variables de decisión  $X_{ikt}$  del problema son binarias y asumen el valor de 1 cuando la máquina (plataforma móvil)  $k$  inicia los servicios en el instante  $t$  en el local  $i$ , y asume el valor de 0 caso contrario. El problema poseerá  $n$ ,  $m$  y  $hp$  variables de tipo 0-1.

### 2.4. FORMULACIÓN MATEMÁTICA INICIAL (FMI)

La función objetivo (3.a) busca minimizar las pérdidas de producción calculando los productos de las pérdidas unitarias de producción  $P_i$  por los tiempos de espera hasta la liberación del local  $(t + \Delta t_i + d_i)$ . A continuación, se presenta la primera formulación matemática, un poco más intuitiva, para una mejor comprensión del problema. A lo largo de este capítulo será reestructurada de modo que se volverá más eficiente.

$$\text{Min} \sum_t \sum_i \sum_k (t + \Delta t_i - d_i) \cdot P_i \cdot X_{ikt} \quad (3.a)$$

Sujeto a:

$$\sum_t \sum_k X_{ikt} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.b)$$

$$X_{ikt} = 0 \quad \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T \mid D_i - \Delta t_i < t < d_i \quad (3.c)$$

$$\sum_i X_{ikt} \leq 1 \quad \forall k \in M; \forall t \in T \quad (3.d)$$

$$X_{ikt} + X_{jkt'} \leq 1 \quad \{ \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T; \forall t' \in T \mid t \leq t' \leq t + \Delta t_i; \\ \forall j \in N \mid j \neq i \}. \quad (3.e)$$

$$X_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T \quad (3.f)$$

La restricción (3.b) indica que cada pozo  $i$  debe ser atendido una única vez y por una única máquina (plataforma móvil). La restricción (3.c), se refiere a la ventana de tiempo y garantiza que todo local  $i$  no puede comenzar a ser atendido por cualquier máquina (plataforma móvil)  $k$  después del instante  $(D_i - \Delta t_i)$  ni antes de  $d_i$ , lo que en conjunto con la restricción (3.b) nos permite decir que el local  $i$  estará listo hasta la fecha  $D_i$ . La (3.d) garantiza que cada máquina (plataforma móvil) en cada instante de tiempo solo inicia el servicio en un campo. La restricción (3.e) dice que cuando una máquina (plataforma móvil)  $k$  inicia los trabajos en el local  $i$  en el instante  $t$ , la máquina (plataforma móvil) no está disponible para iniciar otros trabajos en los instantes  $t'$  comprendido en la ventana de tiempo  $[t, t + \Delta t_i]$  en todos los otros locales  $j$  diferentes de  $i$ . La ecuación (3.e) hace un análisis relacionado punto a punto en el espacio de las variables  $X_{ikt}$ , analiza sub planos limitados en los ejes de  $i$  y  $t$  en los cuales solo se permite la presencia de 1 de las variables contenidas en el. Las variables  $X_{ikt}$  son definidas como binarias en (3.f).

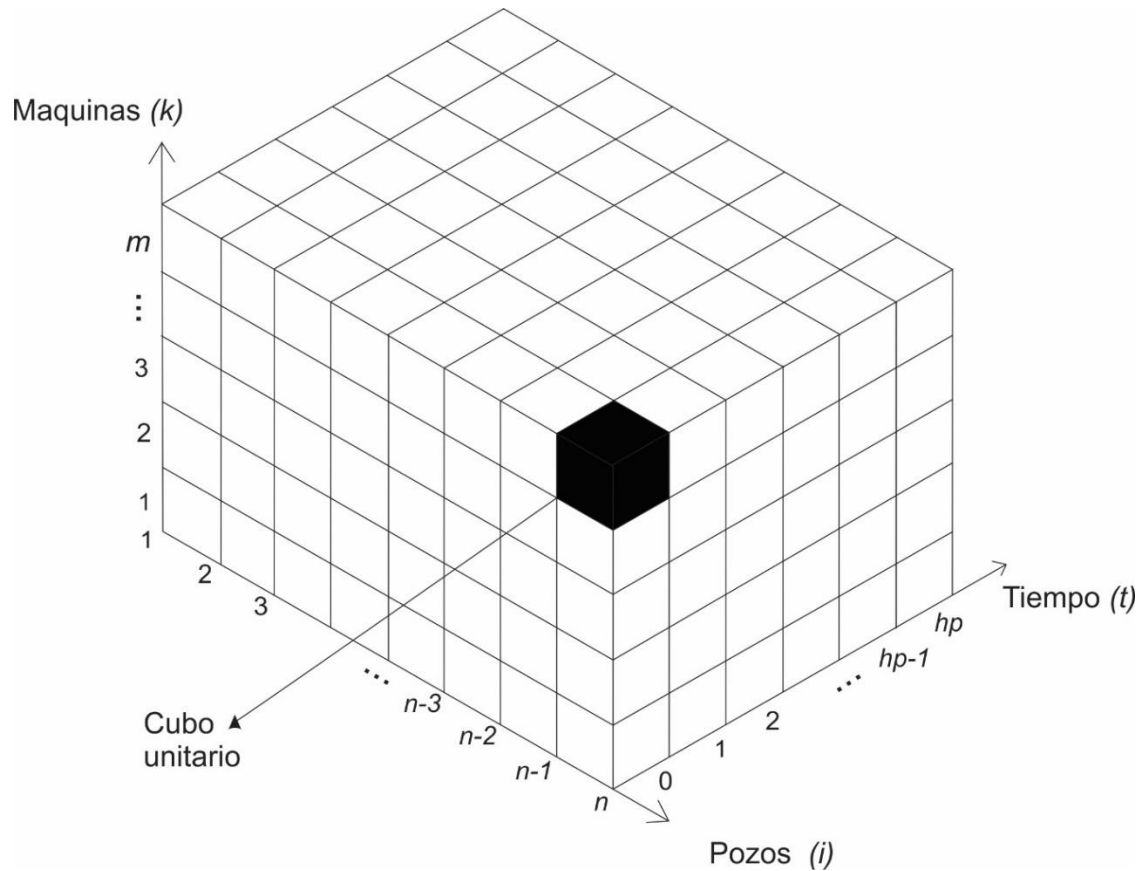
## 2.5. INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LAS RESTRICCIONES

En esta sección se presentan interpretaciones gráficas de las restricciones del problema. Las interpretaciones y analogías serán útiles al proponer estrategias para solucionar el problema, tales como formas de enumeración implícitas eficaces, posibles métodos de corte en el espacio de soluciones y hasta en la creación de heurísticas y metaheurísticas basadas en características peculiares del problema.

El conjunto de soluciones del problema de programación matemática es un conjunto de variables binarias asociadas a tres índices identificadores. El primer índice ( $i$ ) indica sobre cual local (pozo) estamos trabajando, el segundo ( $K$ ), asocia la máquina (PPO) a el pozo  $i$ , y el tercer índice ( $t$ ) bloquea en el eje de los tiempos el instante en cual la maquina  $k$  inicia los servicios en el pozo  $i$ . Por tratarse de tres índices, es posible asociar el conjunto de las variables  $X_{ikt}$  a un sub espacio

definido en los ejes  $i \times k \times t$ , generando un prisma rectangular (figura 1) donde cada cubo unitario del prisma representa un  $X_{ikt}$  específico, el cual tiene almacenado un valor de 0 o 1.

**Figura 1.** Representación del prisma de variables



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 13.

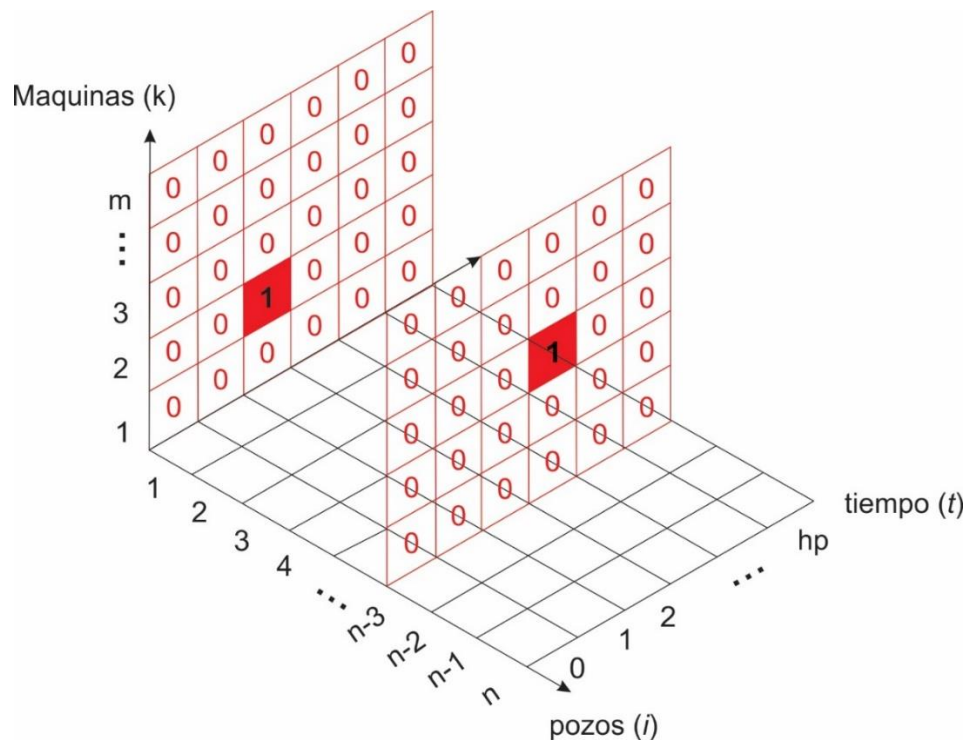
**2.5.1. Restricciones de atención.** La ecuación (3.b), garantiza que todos los pozos que demanden el servicio serán atendidos una única y exclusiva vez por una máquina (plataforma móvil) y puede ser interpretada gráficamente (figura 2).

$$\sum_t \sum_k X_{ikt} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.b)$$

Para todos los locales  $i$  que pertenecen a el conjunto de pozos clientes  $N$ , la suma de las variables  $X_{ikt}$  en los planos  $t \times k$  debe ser igual a 1.

En el ejemplo de la figura 2, los cuadros con valor de 1 representan cubos unitarios en los cuales la variable  $X_{ikt}$  correspondiente recibirá el valor de 1 ( $X_{122} = 1$ ). Considerando este grupo de restricciones es posible afirmar que la solución del problema tendrá exactamente  $n$  variables  $X_{ikt} = 1$ , distribuidas en el plano  $t \times k$ .

**Figura 2.** Restricción gráfica de las restricciones de atención



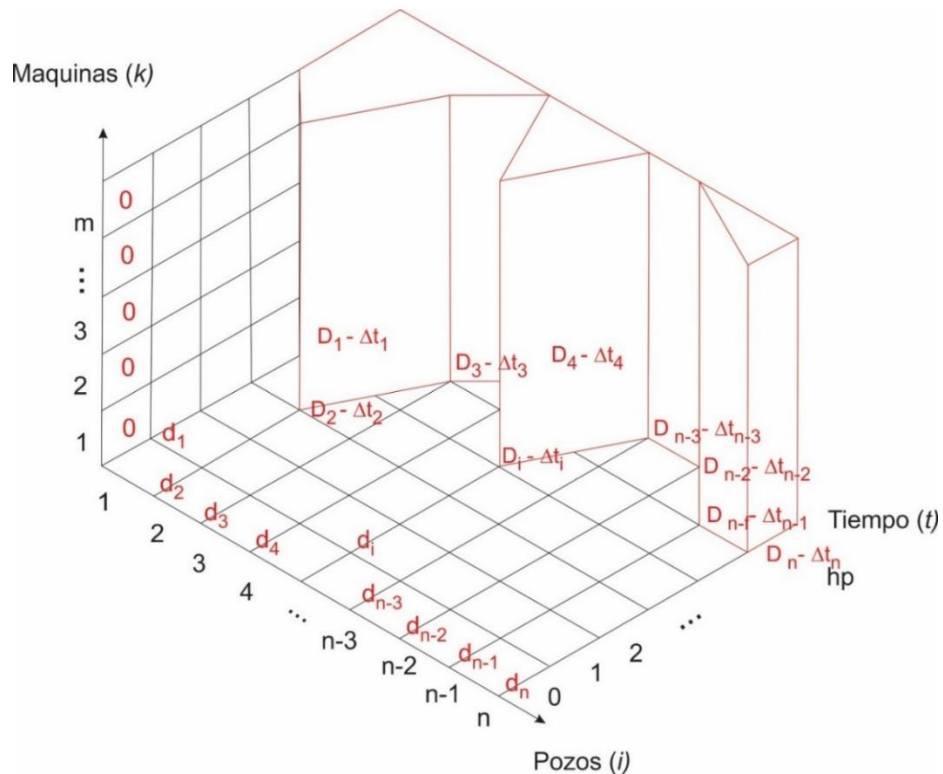
**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 14.

**2.5.2. Restricciones de la ventana de tiempo.** El conjunto de restricciones de la ventana de tiempo (3.c), garantiza atender el problema en los plazos impuestos. En la figura 3 encontramos desbastes hechos en el prisma de variables, reduciendo, así los nichos que pueden recibir el valor de 1 en el sub-espacio.

$$X_{ikt} = 0 \quad \forall i \in N ; \forall k \in M ; \forall t \in T \mid D_i - \Delta t_i < t < d_i \quad (3.c)$$

La ecuación (3.c) quiere decir que las máquinas (plataformas móviles) no comienzan la atención sino hasta que estén en el plazo hábil  $[d_i, D_i - \Delta t_i]$  para ser iniciados.

**Figura 3.** Interpretación gráfica de las restricciones de la ventana de tiempo.



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 15.

Otra forma de escribir las restricciones (3.c) es observando que esas restricciones serán por completo sub-planos en el prisma de soluciones. Las restricciones (3.c) se pueden desglosar en dos ecuaciones:

$$\sum_i \sum_k \sum_{t=0}^{D_i-1} X_{ikt} = 0 \quad (3.g)$$

$$\sum_i \sum_k \sum_{t=D_i-\Delta t_i+1}^{hp} X_{ikt} = 0 \quad (3.h)$$

Las restricciones (3g) y (3h) representan la sumatoria de todos los  $X_{ikt}$  que deben ser nulos. Cuando la sumatoria de variables no negativas es cero significa que todas las variables de la sumatoria son nulas. Estas dos ecuaciones generan apenas dos restricciones al problema. En los casos en que las ventanas de tiempo fueran relativamente cerradas, con fechas de inicio y terminación de los servicios distantes de los límites del horizonte de proyecto, las restricciones (3.c) producirán mucho más que dos líneas de restricciones, siendo así más viable trabajar con (3g) y (3h).

**2.5.3. Restricciones de máquinas.** Las PPO (máquinas) para el problema son consideradas homogéneas, es decir, cualquier máquina (plataforma móvil) puede realizar cualquier servicio en cualquier pozo sin distinciones. Se debe considerar también que una determinada máquina (plataforma móvil) no puede iniciar los servicios simultáneamente en más de un pozo y una vez que los servicios son iniciados no pueden ser interrumpidos (la máquina queda disponible para un pozo cuando termina los servicios con el actual). Tales consideraciones son tratadas por las restricciones (3.d) y (3.e).

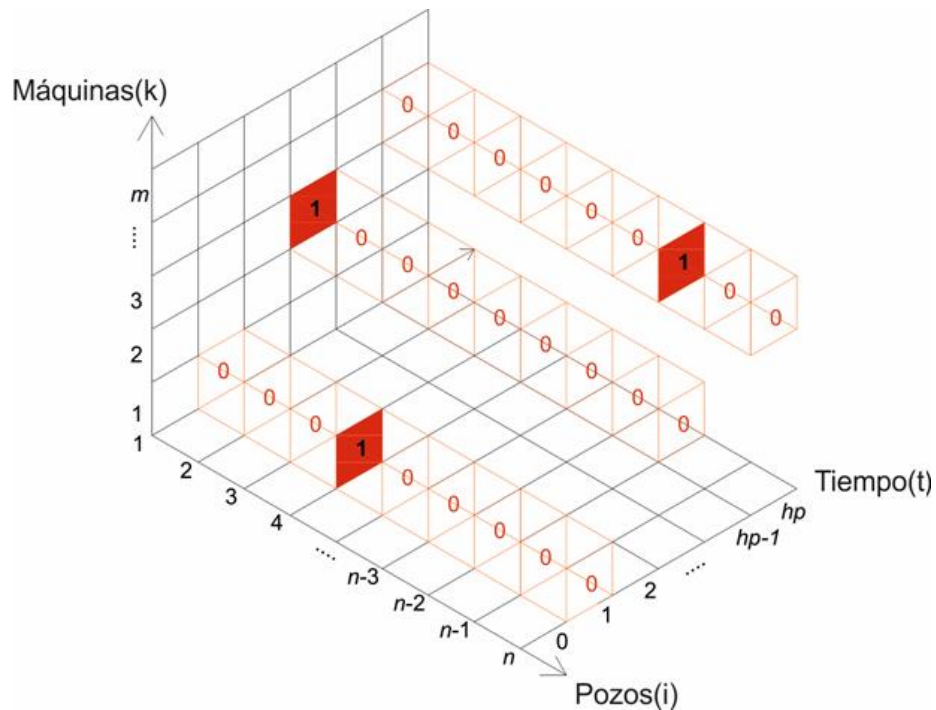
### 2.5.3.1. Restricciones de inicio de los servicios de las máquinas.

$$\sum_i X_{ikt} \leq 1 \quad \forall k \in M ; \forall t \in T \quad (3.d)$$

La ecuación (3.d) dice que en cada uno de los puntos del plano  $t \times k$  *solamente* puede tener como máximo un único valor de 1 en la dirección  $i$ .

La figura 4 muestra que para cada par  $(k, t)$  no puede contener más de un cubo unitario con valor de 1, sin embargo, no quiere decir que en la dirección  $i$  para un dado par de puntos  $(k, t)$  no pueda haber una secuencia de valores nulos.

**Figura 4.** Interpretación de la restricción de inicio de servicios de las máquinas.



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 16.

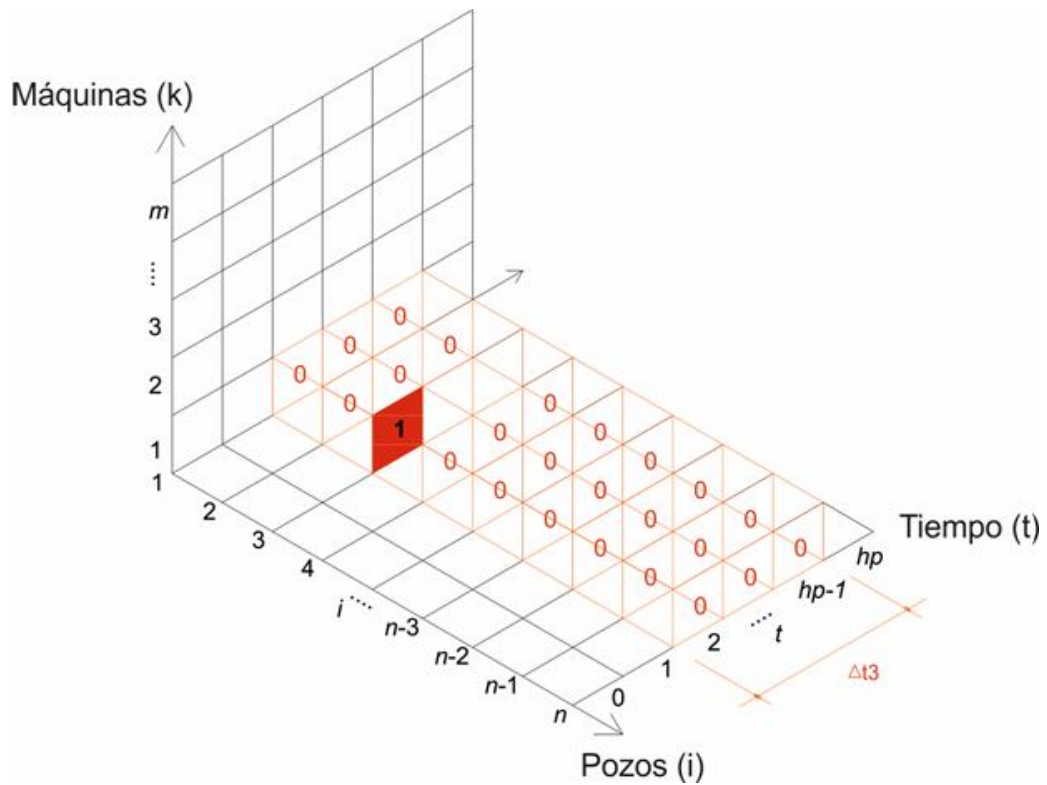
### 2.5.3.2. Restricciones de interrupción de los servicios

$$X_{ikt} + X_{jkt'} \leq 1 \quad \{ \forall i \in N ; \forall k \in M ; \forall t \in T ; \forall t' \in T \mid t \leq t' \leq t + \Delta t_i ;$$

$$\forall j \in N \mid j \neq i \}. \quad (3.e)$$

La ecuación quiere decir que dentro de un sub-plano de dimensiones  $(n \times \Delta t_i)$  en el plano  $t \times i$ , para un dado  $X_{ikt} = 1$ , los demás  $X_{ikt}$  contenidos en el mismo deben ser nulos.

**Figura 5.** Interpretación de las restricciones de interrupción de los servicios.



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 17.

Otra forma de simplificar la cantidad de ecuaciones de esta restricción es partiendo del principio que, para cada máquina (plataforma móvil), en cada pozo, en cada instante, existe una región de exclusividad de atención, que no poder ser infringida, quedando así el conjunto de restricciones:

$$\sum_{j \in N} \sum_{t' = t - \Delta t_j + 1}^{t' = t + \Delta t_i - 1} X_{jkt'} \leq 1 \quad \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T \quad (3.i)$$

Analizando la ecuación (3.i) nos damos cuenta que contiene la ecuación (3.d), ya que las dos son sumatorias que deben ser  $\leq 1$  y donde  $\Delta t_i \geq 1$  o en el peor caso  $\Delta t_i = 1$ , el índice  $t'$  varía de  $t$  hasta  $t$ , por tanto

$$\sum_{t' = t - \Delta t_j + 1}^{t' = t + \Delta t_i - 1} X_{jkt'}$$

Será una sumatoria sin elementos. Como (3.i) contiene (3.d), al utilizar (3.i) se vuelve necesario verificar el conjunto de restricción en (3.d).

## 2.6 FORMULACIÓN MATEMÁTICA REMODELADA (FMR)

$$\text{Min} \sum_t \sum_i \sum_k (t + \Delta t_i - d_i) \cdot P_i \cdot X_{ikt} \quad (3.a)$$

Sujeto a:

$$\sum_t \sum_k X_{ikt} = 1 \quad \forall i \in N \quad (3.b)$$

$$\sum_i \sum_k \sum_{t=0}^{D_i-1} X_{ikt} = 0 \quad (3.g)$$

$$\sum_i \sum_k \sum_{t=D_i-\Delta t_i+1}^{hp} X_{ikt} = 0 \quad (3.h)$$

$$\sum_{j \in N} \sum_{t' = t - \Delta t j + 1}^{t' = t + \Delta t i - 1} X_{jkt'} \leq 1 \quad \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T \quad (3.i)$$

$$X_{ikt} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N; \forall k \in M; \forall t \in T \quad (3.f)$$

## 2.7. COMPARACIÓN ENTRE LAS FÓRMULAS.

La tabla 1 muestra la cantidad de líneas de restricciones de las ecuaciones utilizadas en la formulación matemática inicial (FMI) y en la formulación matemática remodelada (FMR). Podemos observar que la FMR es más fácil de implementar cuando sea necesario el uso de “solvers” para encontrar soluciones exactas.

**Tabla 1.** Comparación de la cantidad de líneas de restricciones entre la FMI y FMR

FMI		FMR	
Ecuación	Nº de líneas de restricción	Ecuación	Nº de líneas de restricción
(3.b)	N	(3.b)	N
(3.c)	$m * \left( \sum_{i=1}^n \sum_0^{di} 1 + \sum_{i=1}^n \sum_{Di-\Delta t i}^{hp} 1 \right)$	(3.g)	1
(3.d)	$m * hp$	(3.h)	1
(3.e)	$n * m * hp * \left( \sum_{j=1}^{n-1} \sum_t^{t+\Delta t j} 1 \right)$	(3.i)	$n * m * hp$

**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 18

### 3. MÉTODOS HEURÍSTICOS

Un método heurístico, también llamado algoritmo aproximado o inexacto es un conjunto de pasos para identificar rápidamente una solución de alta calidad para un determinado problema, donde la solución es un conjunto de valores para las variables del problema y la calidad es definida por algún método o criterio. Las soluciones deben ser viables y satisfacer todas las restricciones del problema. El propósito de los métodos heurísticos es encontrar soluciones al problema cuando el tiempo es más importante que la calidad de la solución.

Los métodos heurísticos se pueden clasificar en:

- Heurísticas directas (constructivas), como el algoritmo de Kruskal para el árbol generador mínimo, heurística del vecino más cercano para el problema del agente viajero (TSP), heurística de Gillet y Miller para el problema de ruteo.
- Heurística de búsqueda local: dada una solución inicial se realizan modificaciones para mejorar el valor de la función objetivo. Ejemplo: Heurística de arcos o vértices
- Meta-heurísticas: permiten que heurísticas de búsqueda local sobrepasen óptimos lugares, usando una meta estrategia.
  - Generación aleatoria de soluciones iniciales.
  - Recocido simulado (Simulated annealing)
  - Búsqueda Tabu.
  - Algoritmos genéticos.
  - Procedimiento de búsqueda adaptable al azar ávido, ó, GRASP (greedy random adaptative search procedure)<sup>15</sup>.

---

<sup>15</sup> FERREIRA FILHO, Virgílio José Martins. Gestión de operaciones y logística en la producción de petróleo. Rio de Janeiro: elsevier editorial Ltda, 2016. p.67-68. ISBN 978-85-352-8037-1.

Costa, L. (2005)<sup>16</sup> en su trabajo “Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación” hace una comparación de dos heurísticas y una metaheurística en el cual concluye que la función objetivo usando la heurística de montaje dinámico genera soluciones de buena calidad.

En este trabajo se emplean dos heurísticas, una llamada heurística del vecino más cercano y la otra heurística de montaje dinámico.

### **3.1. HEURÍSTICA DIRECTA**

El objetivo es buscar la ruta o recorrido más óptimo que debe realizar un repartidor de paquetes (problema del agente viajero, TSP) o en nuestro caso el orden de atención que debe realizar la plataforma para cada pozo encontrado en costa fuera; teniendo en cuenta la distancia que existe desde el punto de inicio del recorrido a cada pozo, además que solo se pase una única vez por un pozo y regrese al punto donde inicio.

Además, el número de rutas está dado por  $n$  (número de pozos) cumpliendo con:

$(n-1)! =$  Rutas o recorridos posibles

Para este caso las distancias que existan entre cada pozo no son simétricas; por ejemplo: existe un pozo A y un pozo B la distancia  $A-B \neq B-A$ , por tanto, la cantidad de recorridos posibles aumentará factorialmente. Pero si las distancias son simétricas ( $A-B = B-A$ ) los recorridos o rutas posibles se reducen a la mitad:

$(n-1)! / 2 =$  Rutas o recorridos posibles.

---

<sup>16</sup> COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, 129p.

**3.1.1. Formulación matemática para el TSP.** Consiste en hallar un ciclo hamiltoniano de mínima distancia (hamiltoniano en honor a Hamilton uno de los pioneros en plantear soluciones para este problema) en un grafo completo:

$$G = (N, M)$$

Donde N es el conjunto de pozos o nodos y M es el conjunto de distancias que conectan cada uno de los pozos y  $d_{ij} \in M \rightarrow R^+$ .

TSP simétrico:  $d_{ij} = d_{ji} \forall (i, j) \in M$

TSP asimétrico:  $d_{ij} \neq d_{ji} \forall (i, j) \in M$

Este es un problema de tipo NP-completo el cual es un problema complejo que permite hallar soluciones polinomiales, pero no en un tiempo polinomial, con esto se refiere a que la solución encontrada será la más óptima dentro de un espacio o número de iteraciones dado por el usuario.<sup>17</sup>

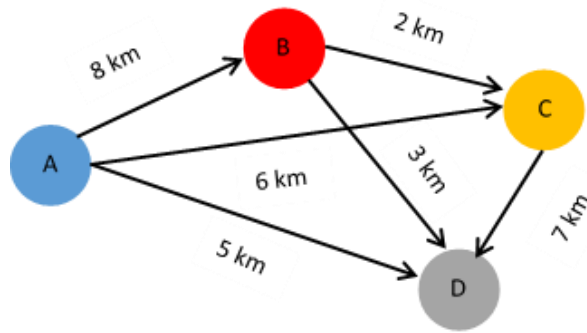
### **3.1.2. Soluciones para el TSP.**

**3.1.2.1. Método fuerza bruta.** En este método no se implementa un algoritmo para la solución, consiste en explorar todas las rutas o recorridos posibles manualmente; por lo cual es muy extenso si se realiza para n pozos y m plataformas. Ejemplo (Figura 6).

---

<sup>17</sup> STOCKDALE, María Lorena. El problema del viajante: un algoritmo heurístico y una aplicación. Tesis de licenciatura, mención en matemáticas. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Escuela de matemáticas, 2011, 114p.

**Figura 6.** Cuatro puntos A B C D y sus respectivas distancias entre sí.



Inicia desde A:

$$ABCDA = 8 + 2 + 7 + 5 = 22 \text{ Km}$$

$$ABDCA = 8 + 3 + 7 + 6 = 24 \text{ Km}$$

$$ACDBA = 6 + 7 + 3 + 8 = 24 \text{ Km}$$

$$ACBDA = 6 + 2 + 3 + 5 = 16 \text{ Km}$$

$$ADBCA = 5 + 3 + 2 + 6 = 16 \text{ Km}$$

$$ADCBA = 5 + 7 + 2 + 8 = 22 \text{ Km}$$

Son  $(n-1)!$  rutas o recorridos de las cuales hay 2 rutas con un recorrido menor a las demás, pero solo una de las dos es óptima.

**3.1.2.2. Heurística del vecino más cercano (HVC).** Es un algoritmo heurístico planteado para solucionar el problema del agente viajero que puede o no dar una solución óptima, pero si buenas soluciones. Basados en la figura 6 del ejemplo anterior tenemos que:

1. Para iniciar el algoritmo se debe colocar un punto de inicio: A.
2. Evaluar y escoger el vecino más cercano al punto de inicio: D.

3. Evaluar y escoger el vecino más cercano al punto anterior; excluyendo el punto de inicio: B.
4. Evaluar y escoger el vecino más cercano al punto anterior; excluyendo el punto de inicio y el punto por el que ya pasó: C.
5. Luego regresar al punto de inicio.

ADBCA= 16 Km, es la ruta más óptima del ejemplo. Para  $n$  pozos y  $m$  plataformas el algoritmo realizara los mismos pasos, pero realizando varias iteraciones con el fin de encontrar las  $m$  rutas óptimas.<sup>18</sup>

### **3.2. HEURÍSTICA DE MONTAJE DINÁMICO (HMD).**

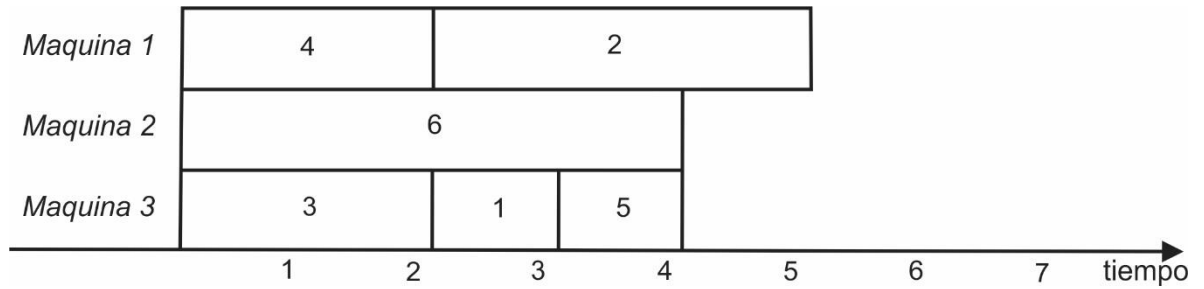
La HMD admite que el servicio actual a ser ubicado (primero de la lista) puede tomar el lugar de otro servicio ya ubicado, reuniendo dinámicamente los servicios en las máquinas, con el intuitivo de mejorar la solución.

Una forma de representar la solución de un arreglo existente es a través de una matriz que guarde el orden de los servicios de cada máquina (plataforma móvil). La matriz  $Rot\_orden(k, j)$  indica que para cada máquina  $k$  cuál es su  $j$ -ésimo servicio a ser ejecutado. Por ejemplo, el arreglo de la Figura 7 puede ser representada por la matriz  $Rot\_orden$  de la tabla 2:

---

<sup>18</sup> SALAZAR LOPEZ, B. Problema del agente viajero-TSP. Colombia (recuperado el 5 de mayo 2017). Disponible en: <https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/problema-del-agente-viajero-tsp/>

**Figura 7.** Ejemplo de arreglo.



**Fuente:** Fuente: COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 25.

**Tabla 2.** Matriz  $Rot\_orden(k, j)$  representa el arreglo de la figura 7.

	Orden de los trabajos		
Maquina 1	<b>4</b>		<b>2</b>
Maquina 2	<b>6</b>		
Maquina 3	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>5</b>

**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 25.

Considere el caso de la Figura 7 y el de la tabla 2 donde 6 pozos ya fueron ubicados a 3 máquinas y suponga que un séptimo pozo (pozo 7), será el próximo a ser ubicado.

La propuesta de HMD es probar todas las posibilidades de inserción del nuevo servicio  $i$ , antes de cada uno de los trabajos ya insertados y, también, al final de cada uno de los trabajos de cada máquina.

La forma sistemática de efectuar esas inserciones es a través del mecanismo “*generar\_nuevo\_nivel*”. Ese mecanismo analiza cada línea (máquina)  $K$  de la matriz  $Rot\_orden$  generando, a partir de esta, una nueva matriz denominada  $Nuevas\_ramas(k)$  que contendrá todas las posibles inserciones del nuevo servicio  $i$ .

El proceso de generar la matriz  $Nuevas\_ramas(K)$ , parte de la creación de una matriz cuadrada de dimensiones  $Tam\_ramas$ , donde  $Tam\_ramas$  es la cantidad de servicios que ya estaban ubicados a la máquina  $k$ . Los pasos son presentados en la Figura 8.

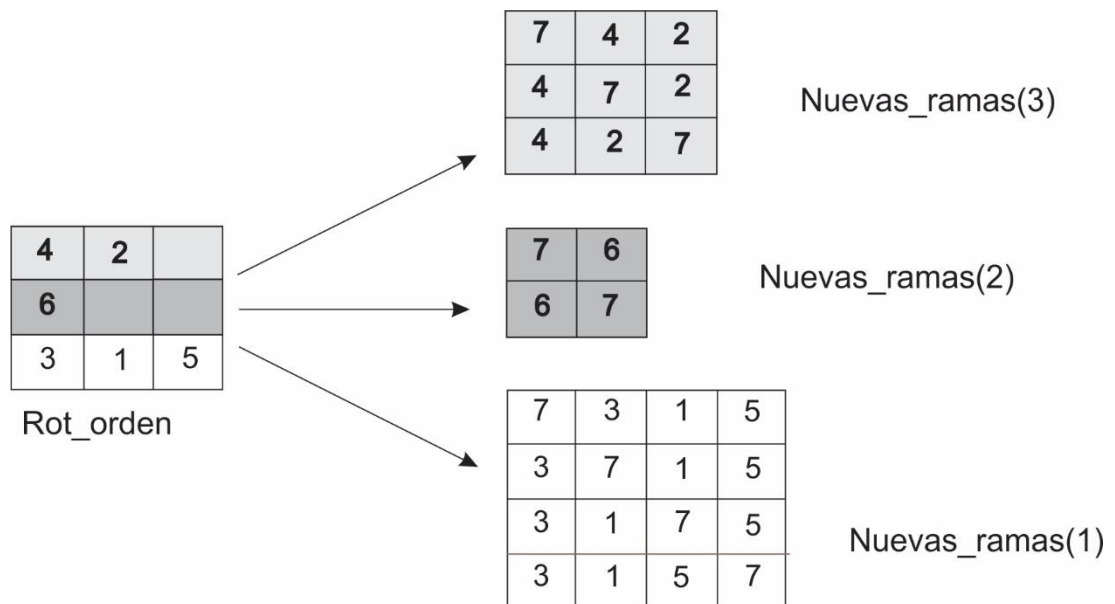
**Figura 8.** Pseudocódigo para generar la matriz  $Nuevas\_ramas(k)$

```
Sub-rutina Generar_nuevas_ramas (k)
for lin: = 1 to tam_ramas + 1 do
  1 for col: =1 to tam_ramas + 1 do
  2 if col=lin so Nuevas_Ramas (k, lin, col): = i //Diagonal Principal
  3 if col<lin so Nuevas_Ramas (k, lin, col): = Rot_orden (k, col-1)
  4 if col=lin so Nuevas_Ramas (k, lin, col): = Rot_orden (k, col)
    next col
  next lin
```

**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 26.

Consideremos la inserción del pozo 7 en el caso de la figura 7, podemos observar en la figura 9, las matrices Nuevas\_ramas que se pueden generar así:

**Figura 9.** Nuevas\_ramas que fueron generadas a partir de Rot\_orden



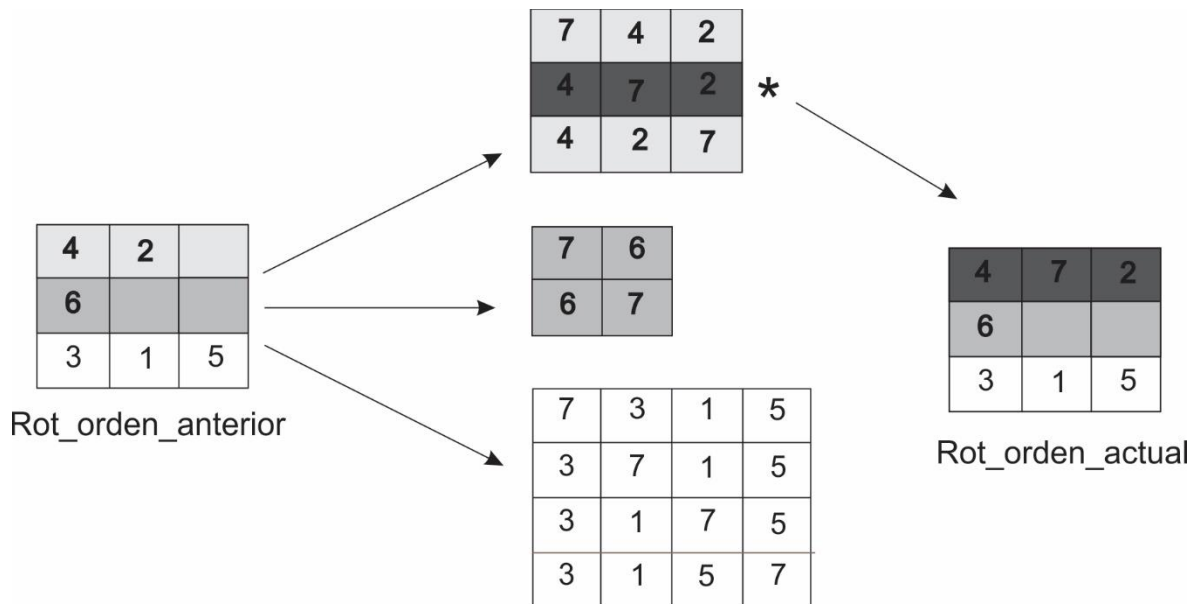
**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 26.

Una vez generadas las k matrices Nuevas\_ramas, cada línea *lin* de la matriz Nuevas\_ramas(K), es candidata para ser probada en la matriz Rot\_orden que las genero. Ciertamente, las ramas de Nuevas\_ramas(k) apenas podrán sustituir la línea *k* de la Rot\_orden.

Antes de ser aplicado el mecanismo Generar\_nuevo\_nivel, es evaluada la viabilidad de Rot\_orden y el impacto en la FO (función objetivo), para futuras comparaciones con las nuevas Rot\_orden que serán generadas con las nuevas ramas.

Después de una iteración completa, pasando por todas las nuevas ramas probadas, la rama que menos impacta el valor de FO (Función Objetivo) será la vencedora y sustituirá la línea k de la matriz Rot\_orden generada.

**Figura 10.** Ejemplo de inserción de una rama



\* Rama de menor impacto en la FO

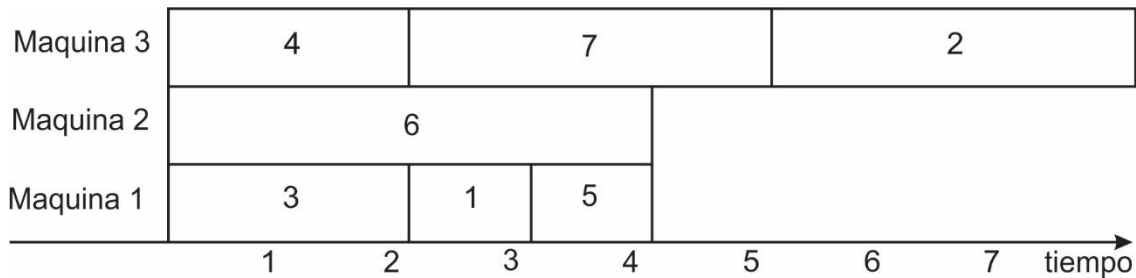
**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 27.

Una vez que en esta etapa las decisiones son analizadas línea a línea, pueden surgir algunas situaciones donde una solución todavía mejor sea fácilmente obtenida con una pequeña observación de los desplazamientos de los últimos pozos. Se observa en el ejemplo, que para el caso del pozo 7 este sea igual 3.u.t. El diagrama del arreglo quedara como el de la figura 11.

Como se observa en la Figura 11, que con un simple cambio en el pozo 2 es posible mejorar la situación. Eso es posible cambiando la atención del pozo 2 a la maquina 1 en el instante 4, para obtener el arreglo de la figura 12.

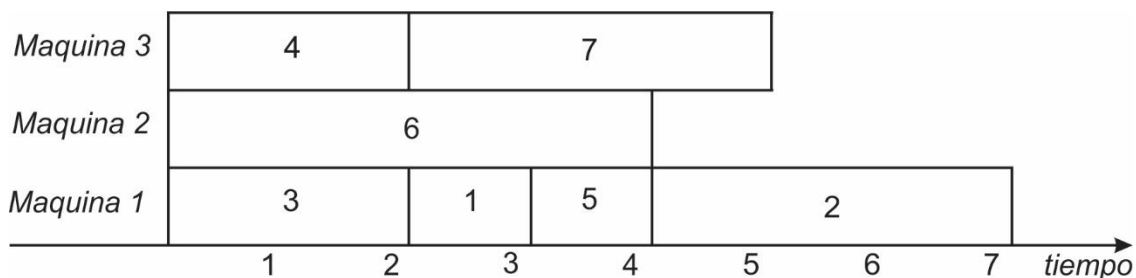
Para estos casos, la HMD posee instrucciones que garantizan estos óptimos locales y su ciclo también esta codificado para atender las restricciones de las ventanas de tiempo del problema. Después de determinar el orden de atención, las soluciones son montadas respetando las ventanas de tiempo.

**Figura 11.** Arreglo con la inserción del pozo 7



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 28.

**Figura 12.** Arreglo con la inserción del pozo 7 y mejora local.



**Fuente:** COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, p. 28.

## 4. PROPUESTA HEURÍSTICA MEDIANTE EL DESARROLLO Y APLICACIÓN DEL SOFTWARE POIP

Las heurísticas propuestas en el presente trabajo optimizan los itinerarios de las plataformas de perforación, se programaron en Matlab 7.0 y se pueden utilizar en Matlab R2016 a-b. El software generado fue llamado POIP, el cual contiene dos sub-programas, uno llamado HVC y el otro HMD.

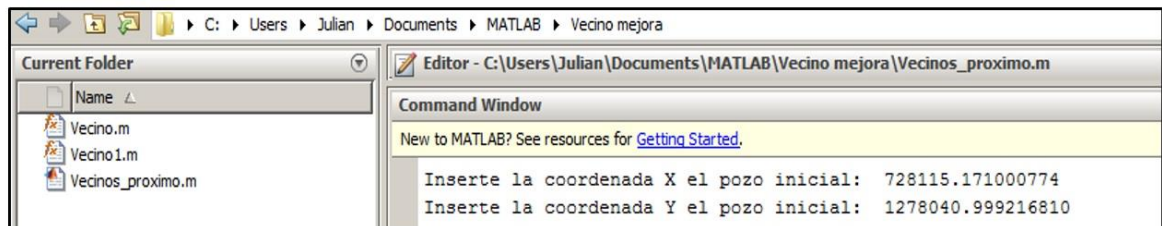
### 4.1. SUBPROGRAMA HVC

Este subprograma está basado en la heurística del vecino más cercano, el cual plantea un orden de atención para cada máquina (plataforma móvil) de acuerdo a la proximidad de cada pozo. Su prioridad está en buscar las mejores rutas con la menor distancia recorrida por máquina (plataforma móvil)

Pasos para usar el subprograma HVC:

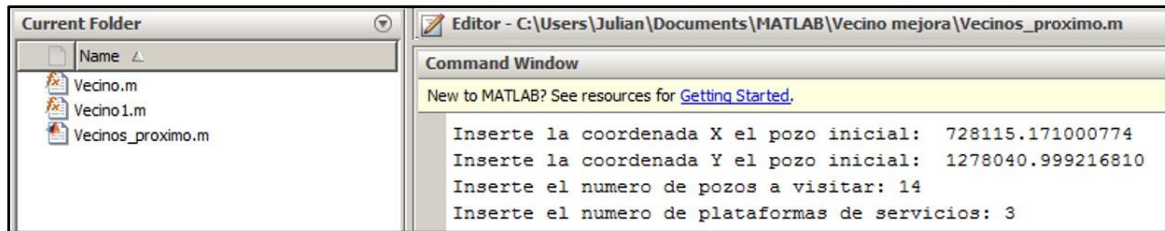
- a. Ingresar los datos del punto inicial (Punto desde el cual las plataformas iniciaran el recorrido) como se observa en la figura 13.

**Figura 13.** Datos Punto inicial.



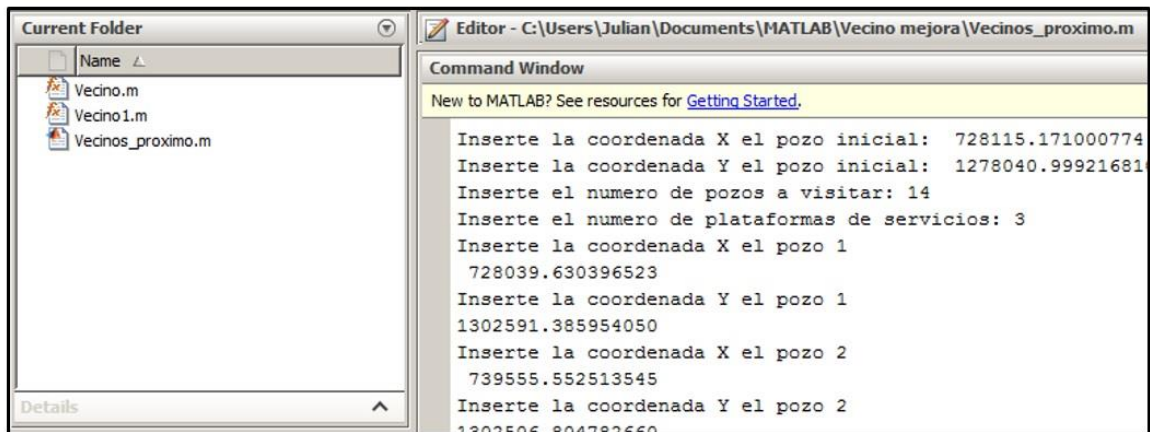
b. Ingresar el número de pozos a visitar y el número de plataformas o máquinas prestadoras de servicios (figura 14).

**Figura 14.** Datos de la cantidad de pozos y máquinas.



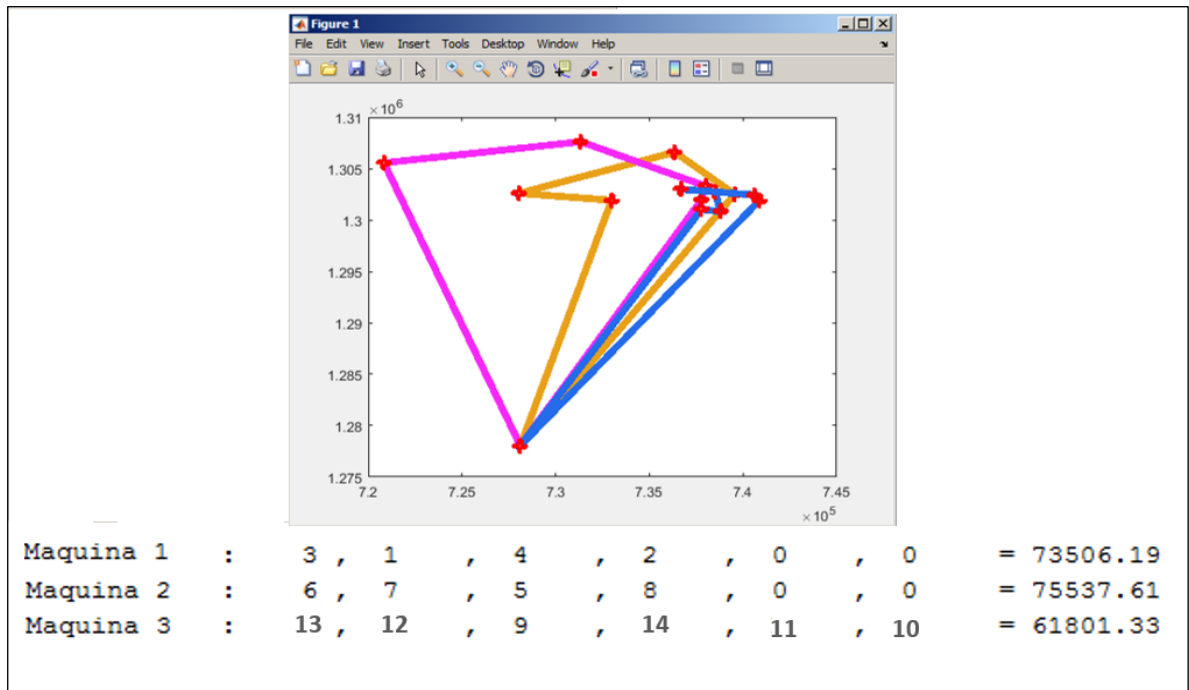
c. Ingresar las coordenadas UTM de cada pozo (x, y), ver figura 15.

**Figura 15.** Coordenadas cartesianas (x, y) del pozo



d. Pulsar “Enter” para que el programa trabaje hasta finalizar, la salida de subprograma HVC se observa en la figura 16.

**Figura 16.** Salida del subprograma HVC



En la salida del subprograma HVC se puede observar el itinerario de pozos a ser atendidos por cada máquina (plataforma móvil) y su respectiva distancia recorrida desde el punto de inicio, pasando por los diferentes pozos y regresando al punto de partida.

#### 4.2. SUBPROGRAMA HMD

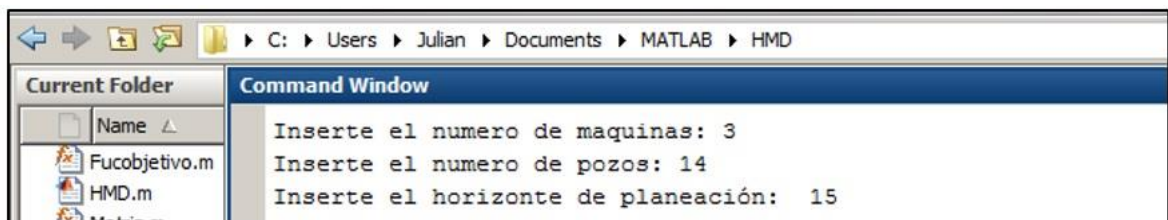
Este subprograma está basado en la heurística de montaje dinámico, este da como solución un orden de atención para cada máquina (plataforma móvil) de

acuerdo a la tasa de producción de cada pozo, y teniendo en cuenta el menor valor de la función objetivo (FO) para cada máquina (plataforma móvil).

Pasos para el uso del subprograma HMD:

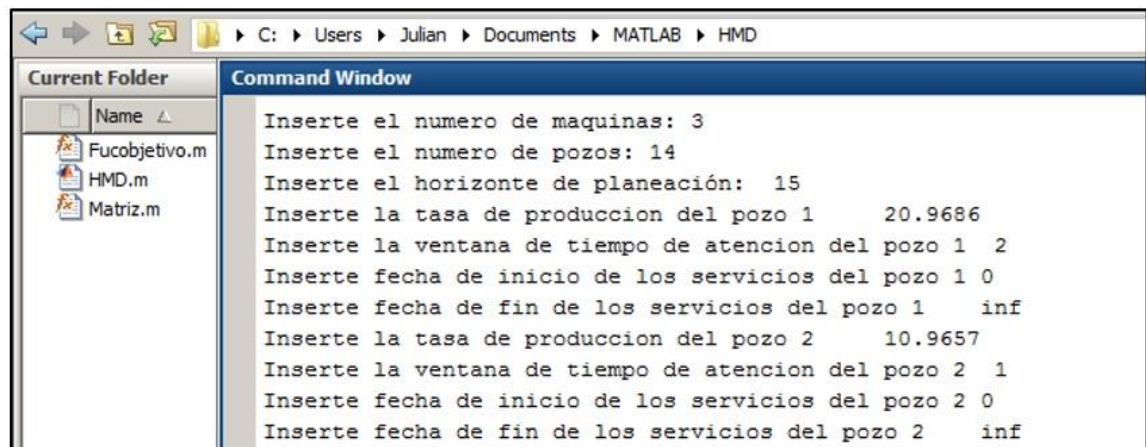
a. Ingresar la cantidad de máquinas (plataformas móviles), pozos y el horizonte de planeación (figura 17).

**Figura 17.** Datos de entrada.



b. Ingresar los valores de  $P_i$ ,  $\Delta t_i$ ,  $d_i$ ,  $D_i$  de cada pozo (figura 18), para así generar la tabla de datos (figura 19).

**Figura 18.** Datos de entrada para cada pozo.



**Figura 19.** Tabla de datos.

M =													
20.9686	10.9657	25.9657	30.9657	15.9657	20.0000	21.9314	0.9657	40.9657	5.0000	26.9314	30.9657	12.9657	28.9657
2.0000	1.0000	2.0000	3.0000	1.0000	3.0000	2.0000	1.0000	4.0000	1.0000	2.0000	3.0000	1.0000	2.0000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	Inf	15.0000	Inf	15.0000	Inf	Inf	Inf	Inf

c. Ingresar el pozo o los pozos; que intervendrá cada máquina (figura 20) para crear la matriz de orden (figura 21).

**Figura 20.** Datos de entrada de la matriz de orden.

A continuación inserte el valor numerico de cada pozo de 1 hasta e			
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	1
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	2
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	3
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	4
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	5
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 1	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 1	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	6
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	7
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	8
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	9
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	1
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0
Inserte los pozos a los que prestara servicio la maquina 2	si no quiere insertar mas pozos para la respectiva maquina 2	agregar el valor 0:	0

**Figura 21.** Matriz de orden.

14	1	2	3	4	10	0	0	0	0	0	0	0	0
6	7	8	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	11	12	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

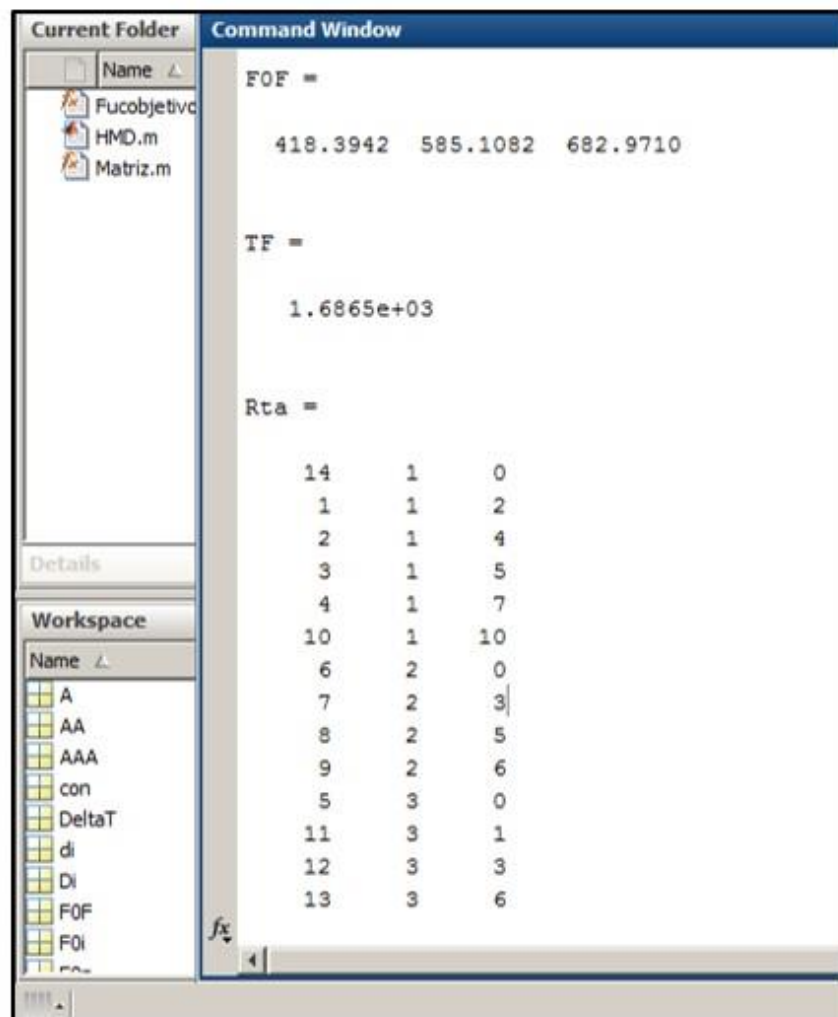
d. En la salida del subprograma (figura 22), se encuentra las funciones objetivo para cada máquina (plataforma móvil), la función objetivo total y la ruta de cada máquina:

(14, 1, 0) = Pozo 14, plataforma 1, tiempo 0.

(1, 1, 2) = Pozo 1, plataforma 1, tiempo 2.

Esto quiere decir que la plataforma 1 atenderá el pozo 14 al inicio de la intervención (t=0) y a un tiempo 2 comenzar la intervención en el pozo 1.

**Figura 22.** Salida del subprograma HMD.



## 5. RESULTADOS Y ANÁLISIS

Para evaluar la calidad de las heurísticas propuestas se ejecutan dos etapas. La primera etapa trabaja con datos generados (ficticios) a partir de información encontrada en la ANH y otras páginas web sobre el campo Chuchupa. La segunda etapa evalúa el desempeño de las heurísticas con datos reales tomados del campo Namorado obtenidos de la ANP (Agencia Nacional de Petróleos de Brasil).

Las pruebas realizadas cuentan con soluciones para 3 y 4 máquinas (plataformas móviles), se compara las respuestas obtenidas por el uso del software, de manera gráfica e implementando una hoja de cálculo (ver anexos).

En esta sección se analizan los resultados obtenidos para la primera etapa (datos generados) y la segunda etapa (datos reales tomados de la literatura) después de realizar para cada caso 2 pruebas. Para los dos casos se tienen la misma cantidad de pozos, y las pruebas fueron realizadas con el uso de 3 y 4 máquinas (plataformas móviles) respectivamente.

Con el fin de facilitar la selección de la mejor solución heurística, el análisis de los resultados se basa principalmente en 4 criterios:

- Tiempos de intervención de las máquinas (plataformas móviles).
- Distribución de los pozos asignados a cada máquina.
- Función Objetivo.
- Distancia recorrida por máquina.

### 5.1. PRIMERA ETAPA (DATOS GENERADOS O FICTICIOS)

Para la generación de estos datos se toma como referencia el campo Chuchupa ubicado en la Cuenca de la Guajira Offshore. Es un campo donde la producción es de Gas seco, descubierto en 1972 con reservas de gas de 7 terapies cúbicos de

gas; operado por la sociedad Ecopetrol- Chevron. El área del campo es de 29810 Acres, pero su área productora es de 23714 Acres, la producción promedio calculada a partir del archivo de producción fiscalizada gravable de gas para el año 2016 publicado por la ANH es de 293.56 MSFCD.

Cuenta con dos plataformas fijas Chuchupa A y Chuchupa B, para este caso se tienen en cuenta 14 pozos los cuales serán visitados por la(s) plataforma(s) móvil(es) que prestarán su respectivo servicio de intervención o workover. La ubicación de los pozos (tabla 3) fue desarrollada a partir de un archivo de imagen donde se convierten las escalas y se realiza el respectivo mapa en google maps (ver en los anexos), tratando de reducir el porcentaje de error respecto a la realidad. Para las tasas de producción de gas se dividió la producción promedio del año 2016 entre los 14 pozos de manera aleatoria (tabla 4).

El potencial de producción de un pozo es el valor que mejor representa la pérdida del caudal que este sufre al ser intervenido. La intervención ocurre cuando la producción actual está por debajo del potencial de producción. En la práctica los pozos entran en intervención cuando su producción es 0% de su potencial o próxima a este.

Un gran problema en la planeación de los itinerarios de las plataformas son las incertezas presentes en la determinación de los tiempos de intervención, lo que hace difícil saber su duración. Costa, L. (2005)<sup>19</sup> realiza un histograma de frecuencias de tiempos de intervenciones (día) con datos de intervenciones realizadas en campos, estos valores varían entre 1 a 4 días.

En cuanto a las ventanas de tiempo no se consideran restricciones de tiempos de inicio o fin de los servicios, es decir, los servicios inician en  $d_i = 0$  días y terminan  $D_i = hp$  (inf en  $D_i$  es entendido como  $hp$  en el software).

Si se determinan valores pequeños para el horizonte de planeación ( $hp$ ), en relación a la dimensión de los tiempos de intervención del problema, ocurren

---

<sup>19</sup> COSTA. Op. Cit, p. 52

casos en que no hay solución factible. Analizando un escenario inicial, cuando se dispone de una plataforma móvil ( $m=1$ ), el tiempo mínimo necesario para atender los servicios es la suma de todos los valores de tiempos de intervención  $\Delta t_i$ , y como se trabaja sin restricción de ventana de tiempo, cuando se dispone de  $m$  plataformas móviles, la duración de los servicios será aproximadamente  $(hp/m)$  como un valor teórico. Para obtener una solución factible el horizonte de planeación no debe ser inferior a la sumatoria de los  $\Delta t_i$ . En base a lo mencionado anteriormente se determina un  $hp$  para esta etapa de 15 días.

**Tabla 3.** Coordenadas UTM (metros) de los pozos del campo Chuchupa y la Estación de Riohacha (punto de inicio).

Punto inicial	Coordenada X (Longitud) metros	Coordenada Y (Latitud) metros	Zona	
Estación Riohacha P 1	728115.17	1278040.10	18	Hemisferio N
Pozo	Coordenada X (Longitud) metros	Coordenada Y (Latitud) metros	Zona	
Chuchupa 1	728039.63	1302591.39	18	Hemisferio N
Chuchupa 2	739555.55	1302506.81	18	Hemisferio N
Chuchupa 3	732985.66	1301921.59	18	Hemisferio N
Chuchupa 4	736355.53	1306596.10	18	Hemisferio N
Chuchupa 5	731342.01	1307613.28	18	Hemisferio N
Chuchupa 6	737779.50	1301941.87	18	Hemisferio N
Chuchupa 7	737995.72	1303299.10	18	Hemisferio N
Chuchupa 8	720837.12	1305554.74	18	Hemisferio N
Chuchupa 9	738520.10	1302744.37	18	Hemisferio N
Chuchupa 10	740883.89	1301908.61	18	Hemisferio N
Chuchupa 11	740617.99	1302445.43	18	Hemisferio N
Chuchupa 12	738796.69	1300832.15	18	Hemisferio N
Chuchupa 13	737784.41	1301028.99	18	Hemisferio N
Chuchupa 14	736654.98	1302982.18	18	Hemisferio N

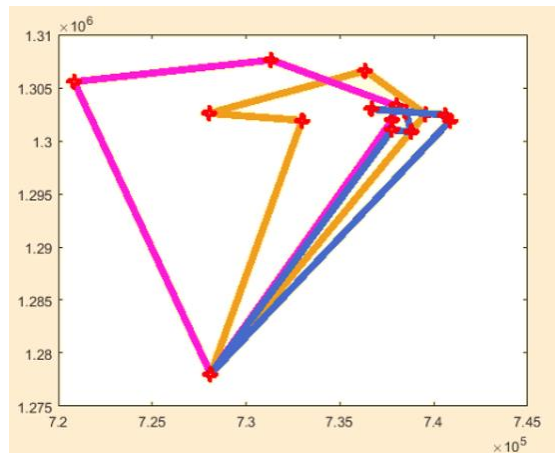
**Tabla 4.** Datos generados del campo Chuchupa Pi,  $\Delta t_i$ ,  $d_i$ ,  $D_i$

POZO	Pi (MSCFD)	$\Delta t_i$ (días)	$d_i$	$D_i$
Chuchupa 1	20.969	2	0	inf
Chuchupa 2	10.966	1	0	inf
Chuchupa 3	25.966	2	0	inf
Chuchupa 4	30.966	3	0	inf
Chuchupa 5	15.966	1	0	inf
Chuchupa 6	20.000	3	0	inf
Chuchupa 7	21.931	2	0	inf
Chuchupa 8	0.966	1	0	15
Chuchupa 9	40.966	4	0	inf
Chuchupa 10	5.000	1	0	15
Chuchupa 11	26.931	2	0	inf
Chuchupa 12	30.966	3	0	inf
Chuchupa 13	12.966	1	0	inf
Chuchupa 14	28.966	2	0	inf

### 5.1.1. Resultados de la prueba 1 realizada con 3 máquinas.

a. Utilizando el subprograma HVC se obtienen las rutas para las 3 máquinas (figura 23).

**Figura 23.** Rutas de las 3 máquinas.



A continuación, se observa el itinerario con las distancias totales de los recorridos para cada una de las 3 máquinas (figura 24).

**Figura 24.** Itinerarios y recorridos de las 3 máquinas.

Maquina 1 :	3 , 1 , 4 , 2 , 0 , 0	= 73506.19
Maquina 2 :	6 , 7 , 5 , 8 , 0 , 0	= 75537.61
Maquina 3 :	13 , 12 , 9 , 14 , 11 , 10	= 61801.33

De los itinerarios y recorridos de las 3 máquinas (figura 24) se genera la tabla 5.

**Tabla 5.** Rutas de las 3 máquinas y su distancia recorrida.

<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>
Estación Riohacha P 1	Estación Riohacha P 1	Estación Riohacha P 1
Chuchupa 3	Chuchupa 6	Chuchupa 13
Chuchupa 1	Chuchupa 7	Chuchupa 12
Chuchupa 4	Chuchupa 5	Chuchupa 9
Chuchupa 2	Chuchupa 8	Chuchupa 14
Estación Riohacha P 1	Estación Riohacha P 1	Chuchupa 11
		Chuchupa 10
		Estación Riohacha P 1
<b>Distancia total recorrida: 73506.19 metros</b>	<b>Distancia total recorrida: 75537.61 metros</b>	<b>Distancia total recorrida: 61801.33 metros</b>

b. Cálculo de la función objetivo (FO) para la salida del subprograma HVC (tabla 6).

$$\text{Min} \sum_t \sum_i \sum_k (t + \Delta t_i - d_i) \cdot P_i \cdot X_{ikt} \quad (3.a)$$

$$t_i = t_{i-1} + \Delta t_{i-1} \quad (5.a)$$

**Tabla 6.** Función Objetivo para la salida del subprograma HVC.

POZO CHUCHUPA	MÁQUINA	Tiempo (días)	FO	FO MAQUINA	FO TOTAL
3	1	0	51.931	440.291	<b>1849.890</b>
1	1	2	83.874		
4	1	4	216.756		
2	1	7	87.726		
6	2	0	60.000	272.211	
7	2	3	109.657		
5	2	5	95.794		
8	2	6	6.760		
13	3	0	12.966	1137.388	
12	3	1	123.863		
9	3	4	327.726		
14	3	8	289.657		
11	3	10	323.177		
10	3	11	60.000		

c. Utilizando el subprograma HMD (figura 25)

**Figura 25.** Rutas, FO Total y FO máquina para 3 máquinas.

		Rta =		
		14	1	0
FOF =		1	1	2
		2	1	4
418.3942	585.1082	682.9710	3	1
			4	1
			10	1
				10
			6	2
TF =			7	2
			8	2
			9	2
1.6865e+03			5	3
			11	3
			12	3
			13	3

FOF: La FO por máquina en su respectivo orden, m1, m2, ....

TF: FO Total (la sumatoria de FO por máquina).

Rta: Ruta para cada máquina: (14, 1, 0): Pozo Ch. 14, Máquina 1, ti = 0.

d. Cálculo de la distancia recorrida por cada máquina (plataforma móvil) por el subprograma HMD.

Usando las coordenadas de la tabla 3 y la ecuación (5.b) se obtiene la tabla 7

$$\text{Distancia A - B} = \sqrt{(Y_2 - Y_1)^2 + (X_2 - X_1)^2} \quad (5. b)$$

**Tabla 7.** Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD.

<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>
Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1
Chuchupa 14	Chuchupa 6	Chuchupa 5
Chuchupa 1	Chuchupa 7	Chuchupa 11
Chuchupa 2	Chuchupa 5	Chuchupa 12
Chuchupa 3	Chuchupa 8	Chuchupa 13
Chuchupa 4	Chuchupa 9	Estación Riohacha P1
Chuchupa 10	Estación Riohacha P1	
Estación Riohacha P1		
Distancia total recorrida: <b>92447.63 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>89171.53 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>68769.27 metros</b>

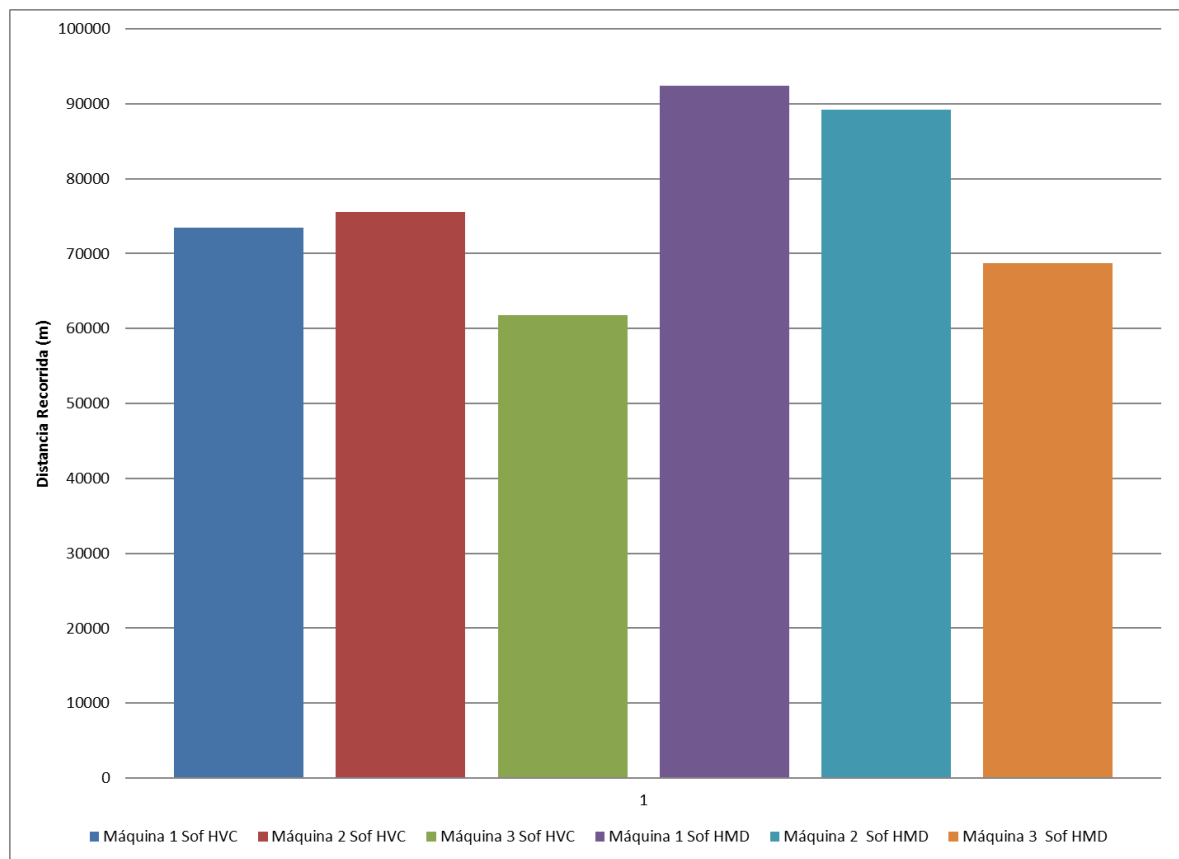
Todos los cálculos mostrados en las tablas fueron realizados en una hoja de cálculo llamada “Cálculos-Datos Generados” que se encuentra en los anexos (Prueba 1 HVC – Prueba 1 HMD).

**5.1.2. Análisis de resultados de la prueba 1.** Se usaron 3 máquinas. Comparando las distancias recorridas por cada máquina dadas por el subprograma HVC y las calculadas a partir de la respuesta del subprograma HMD utilizando la hoja de cálculo; así como la comparación de las funciones objetivo dadas por el subprograma HMD con las calculadas a partir de la respuesta del subprograma HVC con el uso de la hoja de cálculo (anexos).

Como observa en la figura 26 las distancias recorridas por las 3 máquinas haciendo el uso del subprograma HVC son menores a las calculadas a partir de la

ruta generada por el subprograma HMD; quiere decir que de acuerdo a la distancia recorrida logra una reducción en el tiempo que tomaría la máquina para cumplir con su itinerario. Si existe una reducción en el tiempo, hay reducción en los costos.

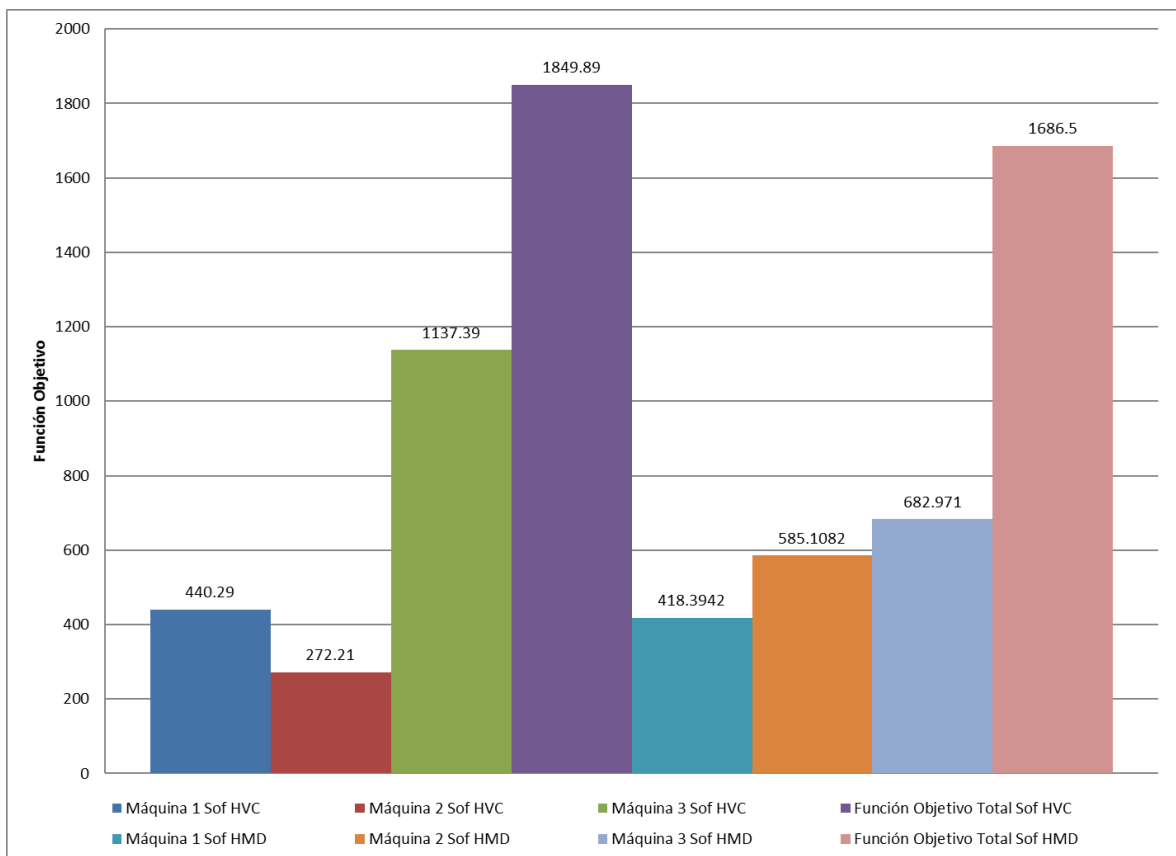
**Figura 26.** Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 3 máquinas.



Como se observa en figura 27 que para las máquinas 1 y 2 las funciones objetivo calculadas a partir de la respuesta del subprograma HVC son menores a las dadas por el subprograma HMD, esto se debe a la distribución de los pozos, así como la cantidad de pozos que intervendrá cada máquina. Comparando la función objetivo calculada partiendo de la respuesta del subprograma HVC de la máquina 3 con la función objetivo dada por el subprograma HMD para la máquina 3, la

función objetivo calculada es mayor en HVC debido a que esta visitará 6 pozos mientras para la otra función objetivo serán 4. Comparando las funciones objetivo totales de los 2 subprogramas la FO total calculada con la repuesta del subprograma HVC es mayor que la FO total del subprograma HMD, pero su diferencia no es representativa para esta prueba.

**Figura 27.** Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 3 máquinas.



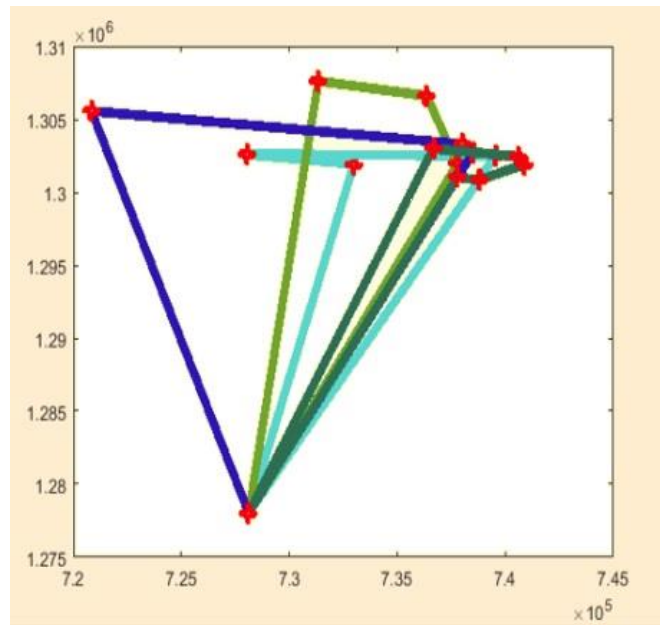
Después de comparar y realizar el análisis tanto por distancias recorridas como por funciones objetivo, conociendo que el principal objetivo del uso de las dos heurísticas es encontrar una solución óptima; para HVC la solución óptima es la mínima distancia recorrida y para HMD la solución óptima otorga prioridad al pozo

con la mayor tasa de producción organizándolo de acuerdo a esta y calculando su FO, comparando entre las múltiples organizaciones con el fin de buscar la menor FO de todas. Para esta prueba la que representa una mayor reducción de tiempo es la solución obtenida por el subprograma HVC ya que las distancias recorridas por máquina son menores y la FO comparada con la FO del subprograma HMD, no hay una gran diferencia entre las 2.

### 5.1.3. Resultados de la prueba 2 realizada con 4 máquinas.





a. Utilizando el subprograma HVC se obtiene las rutas para las 4 máquinas (figura 28)

**Figura 28.** Ruta de las 4 máquinas.



En la figura 29 se observa el itinerario con las distancias totales de los recorridos para cada una de las 4 máquinas.

**Figura 29.** Itinerarios y distancias totales recorridas 4 máquinas.

<sup>1</sup>	 Maquina 1	:		,	1	,	2	,	0	,	0	=	65430.12
	 Maquina 2	:	6	,	4	,	5	,	0	,	0	=	65484.00
	 Maquina 3	:	9	,	7	,	8	,	0	,	0	=	71996.68
	 Maquina 4	:	13	,	12	,	10	,	11	,	14	=	60337.43

De los itinerarios y distancias totales recorridas de las 4 máquinas se genera la tabla 8.

**Tabla 8.** Ruta de las 4 máquinas y su distancia recorrida.

<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>	<b>Máquina 4</b>
Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1
Chuchupa 3	Chuchupa 6	Chuchupa 9	Chuchupa 13
Chuchupa 1	Chuchupa 4	Chuchupa 7	Chuchupa 12
Chuchupa 2	Chuchupa 5	Chuchupa 8	Chuchupa 10
Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Chuchupa 11
			Chuchupa 14
			Estación Riohacha P1
Distancia total recorrida: <b>65430.12 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>65484.00 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>71996.68 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>60337.43 metros</b>

b. Cálculo de la función objetivo para la salida del subprograma HVC (tabla 9).

**Tabla 9.** Función Objetivo para la salida del subprograma HVC (Prueba 2).

<b>POZO CHUCHUPA</b>	<b>MÁQUINA</b>	<b>Tiempo (días)</b>	<b>FO</b>	<b>FO MAQUINA</b>	<b>FO TOTAL</b>
3	1	0	51.931	190.634	<b>1429.507</b>
1	1	2	83.874		
2	1	4	54.828		
6	2	0	60.000	325.622	
4	2	3	185.794		
5	2	4	79.828		
9	3	0	163.862	302.211	
7	3	4	131.588		
8	3	6	6.760		
13	4	0	12.966	611.040	
12	4	1	123.863		
10	4	4	25.000		
11	4	5	188.520		
14	4	7	260.691		

c. Utilizando el subprograma HMD se obtienen las rutas, función objetivo de cada máquina (plataformas móviles) y función objetivo total para las 4 máquinas (figura 30).

**Figura 30.** Rutas, FO Total y FO máquina para 4 máquinas.

FOF =				Rta =		
573.3541	319.1768	286.4855	164.8285	1	1	0
				2	1	2
				3	1	3
				14	2	0
				6	2	2
				7	2	5
				8	2	7
				11	3	0
				12	3	2
				13	3	5
				5	4	0
				4	4	1
				9	4	4
				10	4	8

FOF: La FO por máquina en su respectivo orden, m1, m2, ....

TF: FO Total (la sumatoria de FO por máquina).

Rta: Ruta para cada máquina.

(1, 1, 0): Pozo Ch. 1, Máquina 1,  $t_i = 0$ .

d. Cálculo de la distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD.

Se calcula la distancia recorrida por cada máquina según la ruta generada por el subprograma HMD, se utiliza la ecuación (5.b) y la tabla 3 para generar la tabla 10.

**Tabla 10.** Distancia recorrida por cada máquina usando el subprograma HMD. (Prueba 2).

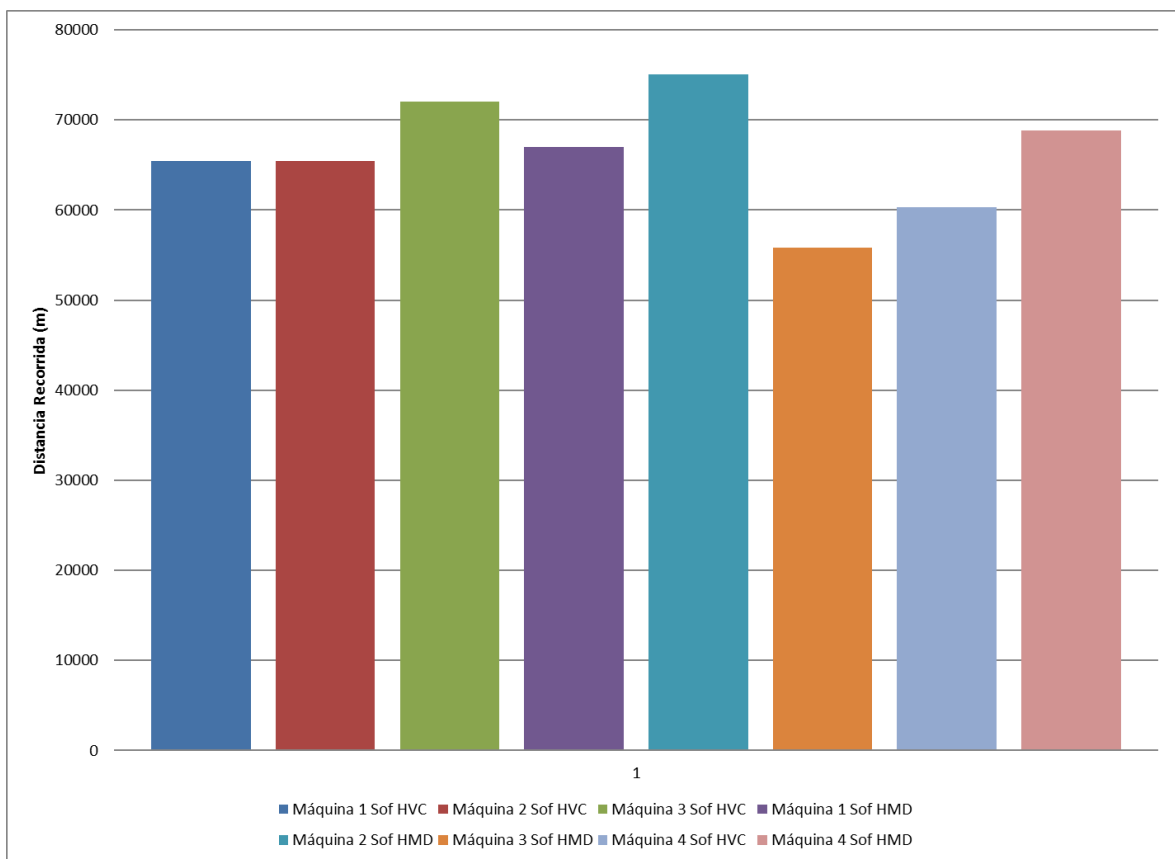
<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>	<b>Máquina 4</b>
Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1	Estación Riohacha P1
Chuchupa 1	Chuchupa 14	Chuchupa 11	Chuchupa 5
Chuchupa 2	Chuchupa 6	Chuchupa 12	Chuchupa 4
Chuchupa 3	Chuchupa 7	Chuchupa 13	Chuchupa 9
Estación Riohacha P1	Chuchupa 8	Estación Riohacha P1	Chuchupa 10
	Estación Riohacha P1		Estación Riohacha P1
Distancia total recorrida: <b>67034.85 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>75035.24 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>55823.80 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>68857.42 metros</b>

Todos los cálculos mostrados en las tablas fueron realizados en una hoja de cálculo llamada “Cálculos-Datos Generados” que se encuentra en los anexos. (Prueba 2.1 – Prueba 2.2).

**5.1.4. Análisis de resultados de la prueba 2.** Se realiza con el uso de 4 máquinas. Comparando las distancias recorridas para cada máquina dadas por el subprograma HVC y calculadas a partir de la respuesta del subprograma HMD con el uso de la hoja de cálculo; así como la comparación de las funciones objetivo dadas por el subprograma HMD con las calculadas a partir de la respuesta del subprograma HVC utilizando la hoja de cálculo (anexos).

Como se observa en la Figura 31. Si se comparan las distancias recorridas por las máquinas 1, 2, 4 los valores de estas son menores para el subprograma HVC que con los calculados por medio de la respuesta del subprograma HMD; pero en el caso de la máquina 3 se observa una diferencia de 20 Km aproximadamente entre el valor calculado por medio de la respuesta del subprograma HMD con la respuesta del HVC. En esta prueba en comparación con la anterior los valores de distancias recorridas de los 2 subprogramas están cercanos.

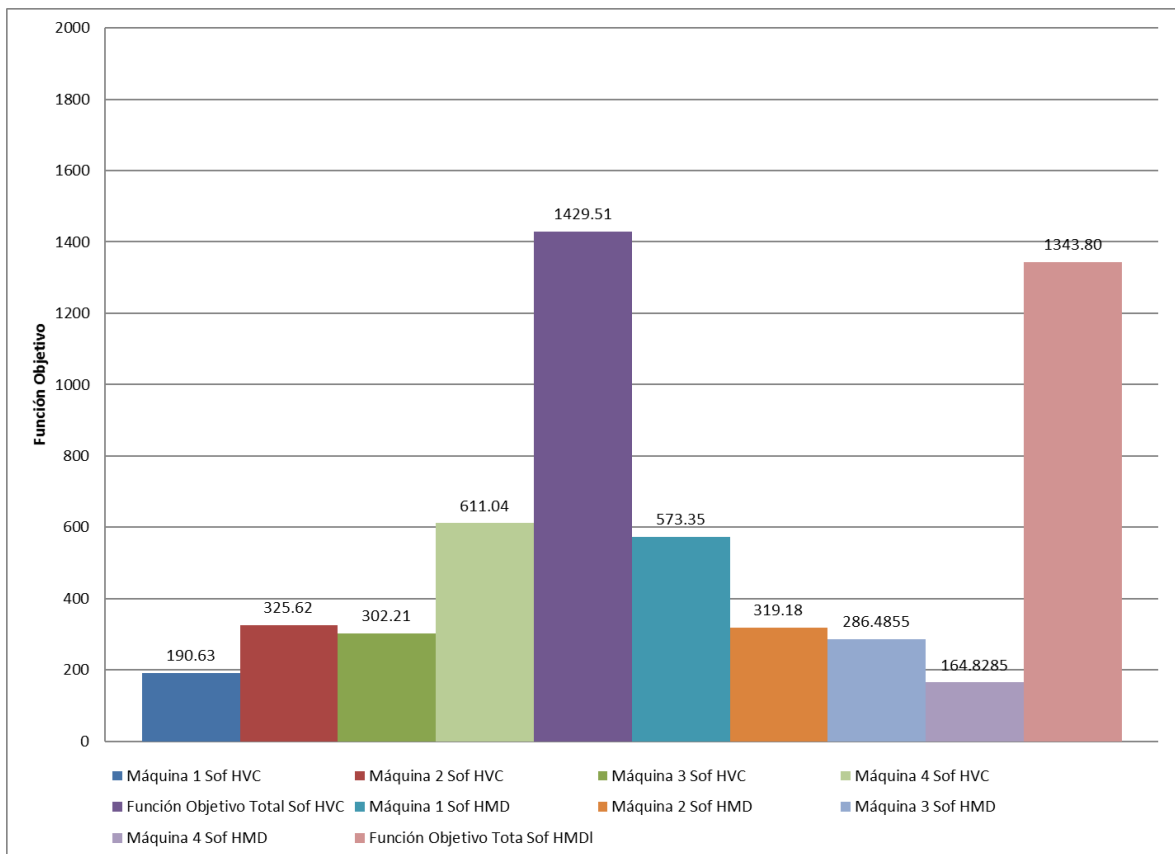
**Figura 31.** Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 4 máquinas



En la figura 32 se observa que las Funciones Objetivo (FO) de las máquinas (plataformas móviles) 2 y 4 del subprograma HVC son mayores a las FO del subprograma HMD, así como las FO de las máquinas 1 y 3 del subprograma HMD

son mayores a las FO del subprograma HVC. En cuanto a las dos FO totales se observa una pequeña diferencia entre los valores lo que hace mayor la FO total del subprograma HVC. Las dos heurísticas tienen valores cercanos en cuanto a distancia recorrida y FO lo cual dificulta la selección, ya que las 2 dan soluciones óptimas y por ende disminuyen costos; pero existe una mejor distribución en cuanto a los pozos que cada máquina interviene usando la Heurística de Modelaje Dinámico (HMD), a raíz de esto la FO es menor que la calculada por la respuesta de la Heurística del vecino cercano (HVC). Por lo tanto, para esta prueba la HMD es la más apta para realizar el itinerario de las intervenciones.

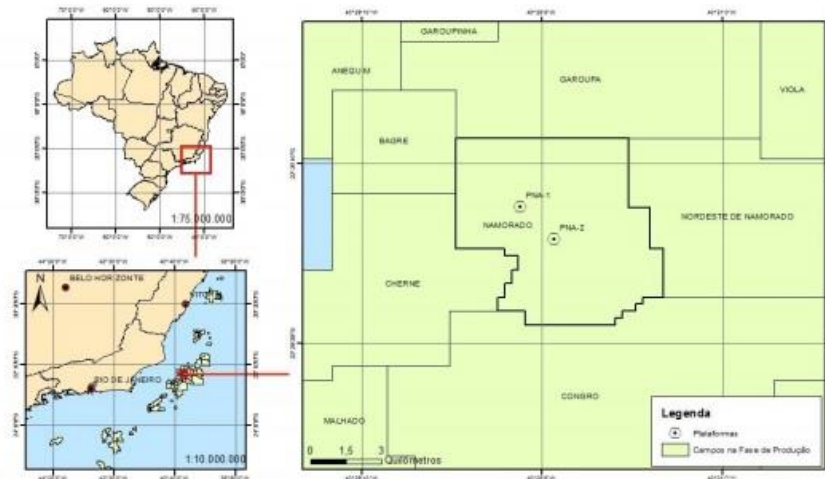
**Figura 32.** Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 4 máquinas.



## 5.2. SEGUNDA ETAPA (DATOS REALES TOMADOS DE LA LITERATURA).

Para esta instancia se usan datos reales del campo Namorado obtenidos desde la página oficial de la agencia nacional de petróleo (ANP). El campo de Namorado también conocido como campo escuela fue descubierto en 1975, es un campo de petróleo offshore localizado en la cuenca de campos a 80 km del litoral del estado de Rio de Janeiro, Brasil (figura 33). Este campo operado por Petrobras tiene una superficie de 122317,2 acres aproximadamente y láminas de agua de 394 ft a 886 ft, con dos plataformas de producción PNA1 y PNA2, 14 pozos productores y 10 inyectores, su mecanismo de producción primaria es gas en solución y hay inyección de agua y gas como mecanismo secundario de recuperación. El OOIP (31/12/2015) es de 737,30 millones de barriles y el gas total es 14652,32 millones de metros cúbicos.<sup>20</sup>

Figura 33. Mapa de localización del campo Namorado

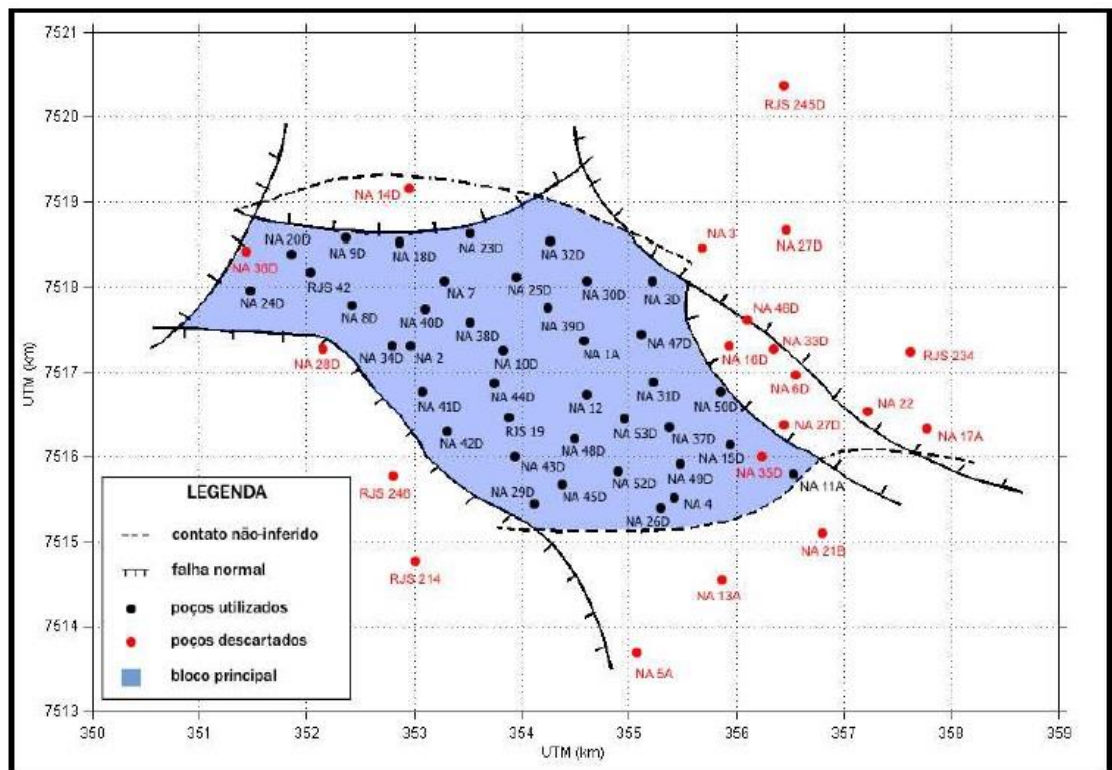


**Fuente:** ANP, Brasil. [En línea]. (Recuperado en 20 mayo de 2017). Disponible en: <http://www.anp.gov.br/wwwanp/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/gestao-de-contratos-de-e-p/fase-de-producao/planos-de-desenvolvimento>.

<sup>20</sup> Agencia Nacional del Petróleo, gas natural e biocombustibles. Plan de desarrollo aprobado. Brasil, 2016. [En línea]. (Recuperado en 20 mayo de 2017). Disponible en: <http://www.anp.gov.br/wwwanp/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/gestao-de-contratos-de-e-p/fase-de-producao/planos-de-desenvolvimento>

Las coordenadas de los pozos del campo Namorado se presentan en la tabla 11. Los datos de producción diaria del campo empleados son del mes de enero del año 2015 (tabla 12), donde se registra un total de 14 pozos en operación. En la figura 34 se presenta un mapa estructural de campo Namorado con los nombres de los pozos y sus respectivas coordenadas.

**Figura 34.** Mapa estructural de campo Namorado con los nombres de los pozos y sus respectivas coordenadas.



**Fuente:** FABRÍCIO DE OLIVEIRA, A. Augusto. Mapas de amplitude sísmica para la incidencia normal en el yacimiento namorado, cuenca de Campos. Tesis de Magister en Geofísica. Rio de Janeiro: Observatório Nacional. Programa de Maestria em Geofísica, 2009, p. 40

En Petrobras la programación de servicio de plataformas es realizada a través de una reunión que ocurre semanalmente entre representantes y es supervisada por

el área de intervención. La programación sale en forma de un acta de reunión con el itinerario o secuencia de atención a los pozos, máquinas (plataformas móviles) disponibles, de cada pozo indica: la pérdida de producción y el tiempo de intervención estimado.

Se asignaron los valores de tiempo de intervención  $\Delta t_i$  de acuerdo al criterio de la etapa 1, valores  $\Delta t_i$  entre 1 a 4 días, en cuanto a las ventanas de tiempo no se consideraron restricciones de tiempos de inicio o fin de los servicios. Como lo mencionamos en la etapa de datos generados (artificiales), para obtener una solución factible el horizonte planeación (hp) no debe ser inferior a la sumatoria de los  $\Delta t_i$ . En base a lo mencionado anteriormente se determina un hp de 12 días.

El punto de partida de las máquinas es el puerto fono ubicado en Arrial do Cabo en el estado de Rio de Janeiro, las coordenadas UTM (metros) del puerto se encuentra en la tabla 11

Se realizaron dos pruebas al igual que la etapa anterior. La prueba 1 cuenta con soluciones usando 3 máquinas, una solución generada por el subprograma HVC y la otra por el HMD, para el caso de la prueba 2 se adiciona una máquina (4) y se corren los subprogramas HVC y HMD generando soluciones.

Las soluciones obtenidas por el uso del software son analizadas matemática y gráficamente con ayuda de una hoja de cálculo llamada "cálculos datos reales" (ver anexos)

**Tabla 11.** Coordenadas UTM (metros) de los pozos del campo Namorado y el puerto Forno (punto de inicio).

Punto de partida	Coordenada x (longitud) metros	Coordenada y (latitud) metros	Zona	
PUERTO FORNO	805718.73	7456771.67	23	Hemisferio sur

POZO	Coordenada x (longitud) m	Coordenada y (latitud) m	Zona	
7NA 0008D RJS	352250.00	7517800.00	23	Hemisferio sur
7NA 0010D RJS	353900.00	7517200.00	23	Hemisferio sur
7NA 0016D RJS	355975.00	7517250.00	23	Hemisferio sur
7NA 0015D RJS	356000.00	7516100.00	23	Hemisferio sur
7NA 0031D RJS	355200.00	7516900.00	23	Hemisferio sur
7NA 0035D RJS	356225.00	7516000.00	23	Hemisferio sur
7NA 0042D RJS	353200.00	7516200.00	23	Hemisferio sur
7NA 0034D RJS	352700.00	7517300.00	23	Hemisferio sur
7NA 0052D RJS	354950.00	7515900.00	23	Hemisferio sur
7NA 0049D RJS	355500.00	7515990.00	23	Hemisferio sur
7NA 0037D RJS	355450.00	7516300.00	23	Hemisferio sur
7NA 0053D RJS	353990.00	7516480.00	23	Hemisferio sur
7NA 0030D RJS	354650.00	7518020.00	23	Hemisferio sur
7NA 0038D RJS	353500.00	7517600.00	23	Hemisferio sur

**Tabla 12.** Datos investigados del campo Namorado  $P_i$ ,  $\Delta t_i$ ,  $d_i$ ,  $D_i$

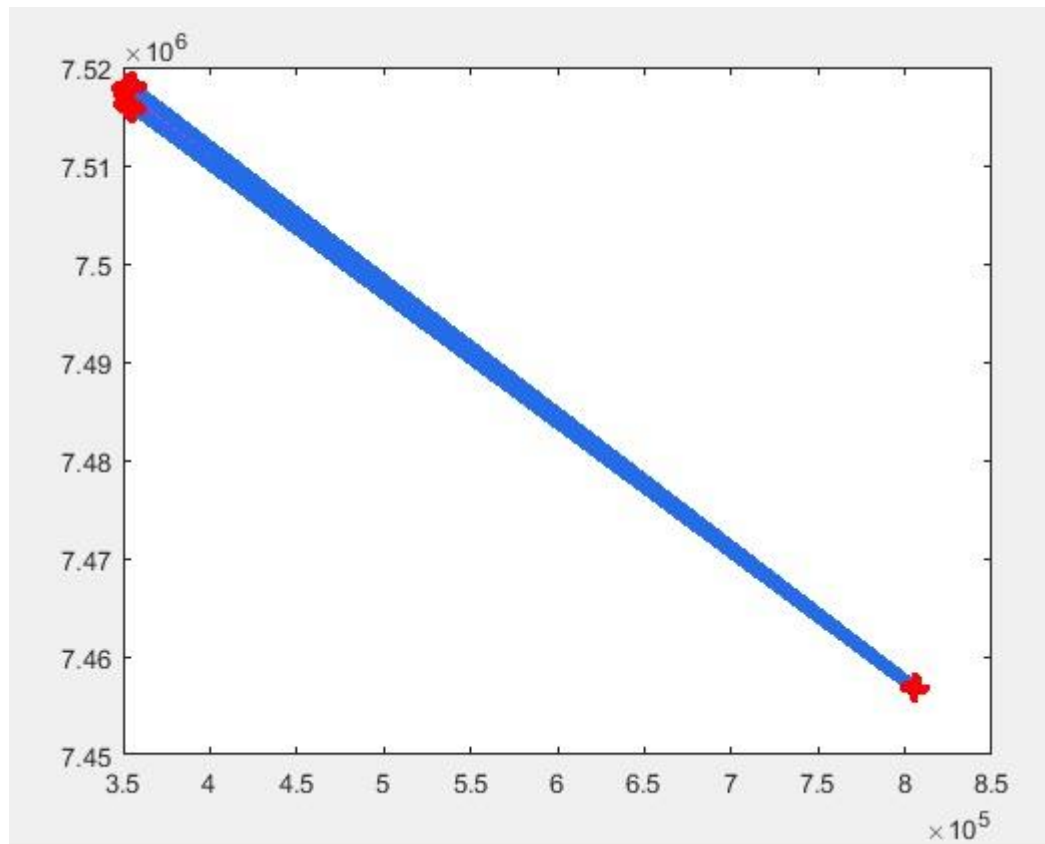
<b>POZO</b>	<b><math>P_i</math> (bbl/dia)</b>	<b><math>\Delta t_i</math></b>	<b><math>d_i</math></b>	<b><math>D_i</math></b>
7NA 0008D RJS	308.698	1	0	inf
7NA 0010D RJS	626.012	3	0	inf
7NA 0016D RJS	320.742	2	0	inf
7NA 0015D RJS	3985.426	4	0	12
7NA 0031D RJS	517.351	3	0	inf
7NA 0035D RJS	250.447	1	0	inf
7NA 0042D RJS	479.872	2	0	12
7NA 0034D RJS	27.465	1	0	inf
7NA 0052D RJS	131.269	1	0	inf
7NA 0049D RJS	676.387	1	0	inf
7NA 0037D RJS	1328.531	4	0	inf
7NA 0053D RJS	726.957	3	0	inf
7NA 0030D RJS	11.420	1	0	inf
7NA 0038D RJS	99.994	3	0	inf

### 5.2.1. Resultados de la prueba 1 con datos reales realizada con 3 máquinas.

a. Utilizando el subprograma HVC.

El puerto Forno, punto de origen de las máquinas se encuentra a más de 450 km del campo Namorado, razón por la cual no se observa las rutas generadas para las 3 plataformas. Las rutas se generaron una por encima de la otra (figura 35) debido a la gran distancia que hay entre el puerto y los pozos.

**Figura 35.** Rutas generadas para 3 máquinas (caso datos reales)



A continuación, se observa (figura 36) el itinerario con las distancias totales de los recorridos para cada una de las 3 máquinas (plataformas móviles).

**Figura 36.** Itinerarios y distancias totales recorridas para 3 máquinas.

Maquina 1	:	4	,	3	,	2	,	1	,	0	,	0	=	914438.62
Maquina 2	:	6	,	5	,	7	,	8	,	0	,	0	=	914474.76
Maquina 3	:	a	,	b	,	9	,	c	,	e	,	d	=	914910.74

De los Itinerarios y distancias totales recorridas para 3 máquinas se genera la tabla 13.

**Tabla 13.** Rutas de las 3 máquinas y su distancia recorrida

<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>
Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno
7NA 0015D RJS	7NA 0035D RJS	7NA 0049D RJS
7NA 0016D RJS	7NA 0031D RJS	7NA 0037D RJS
7NA 0010D RJS	7NA 0042D RJS	7NA 0052D RJS
7NA 0008D RJS	7NA 0034D RJS	7NA 0053D RJS
Puerto Forno	Puerto Forno	7NA 0038D RJS
		7NA 0030D RJS
		Puerto Forno
Distancia total recorrida: <b>914438.62 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>914474.76 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>914910.74 metros</b>

b. Cálculo de la función objetivo para la salida del subprograma HVC.

La tabla 14 se genera con ayuda de una hoja de cálculo (anexos), se usan las ecuaciones (3.a) y (5.a) para obtener una función objetivo total. Usando 3 máquinas (plataformas móviles) la función objetivo es **47976.231** de acuerdo a las rutas obtenidas en las salidas del subprograma HVC.

**Tabla 14.** Función Objetivo para la salida del subprograma HVC usando 3 máquinas y datos reales.

<b>POZO NAMORADO</b>	<b>MÁQUINA</b>	<b>Tiempo (días)</b>	<b>FO</b>	<b>FO MAQUINA</b>	<b>FO TOTAL</b>
7NA 0015D RJS	1	0	15941.703	26587.238	<b>47976.231</b>
7NA 0016D RJS	1	4	1924.4532		
7NA 0010D RJS	1	6	5634.1062		
7NA 0008D RJS	1	9	3086.976		
7NA 0035D RJS	2	0	250.447	5391.338	
7NA 0031D RJS	2	1	2069.402		
7NA 0042D RJS	2	4	2879.234		
7NA 0034D RJS	2	6	192.255		
7NA 0049D RJS	3	0	676.386	15997.655	
7NA 0037D RJS	3	1	6642.657		
7NA 0052D RJS	3	5	787.616		
7NA 0053D RJS	3	6	6542.611		
7NA 0038D RJS	3	9	1199.926		
7NA 0030D RJS	3	12	148.459		

c. Utilizando el subprograma HMD.

De la salida del subprograma HMD obtenemos las rutas, la función objetivo para cada máquina (plataforma móvil) y la función objetivo (FO) total (figura 37).

**Figura 37.** Rutas, FO Total y FO máquina para 3 máquinas.

FOF =			Rta =		
1.0e+04 *			1	1	0
			12	1	1
1.5395	1.4791	1.6861	7	1	4
			2	1	6
			3	1	9
			13	1	11
			10	2	0
			11	2	1
TF =			6	2	5
			5	2	6
4.7047e+04			9	2	9
			8	2	10
			4	3	0
			14	3	4

FOF: La FO por máquina en su respectivo orden, m1, m2, ....

TF: FO Total (la sumatoria de FO por máquina).

Rta: Ruta para cada máquina.

d. Cálculo de la distancia recorrida de cada máquina para el subprograma HMD.

Se calcula la distancia recorrida por cada máquina (plataforma móvil) desde el punto de partida pasando por los pozos asignados del campo namorado y regresando al punto inicial usando la ecuación (5.b). De la figura 37 se conoce el recorrido que cada máquina debe seguir. Los resultados obtenidos se representan en la tabla 15

**Tabla 15.** Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD.

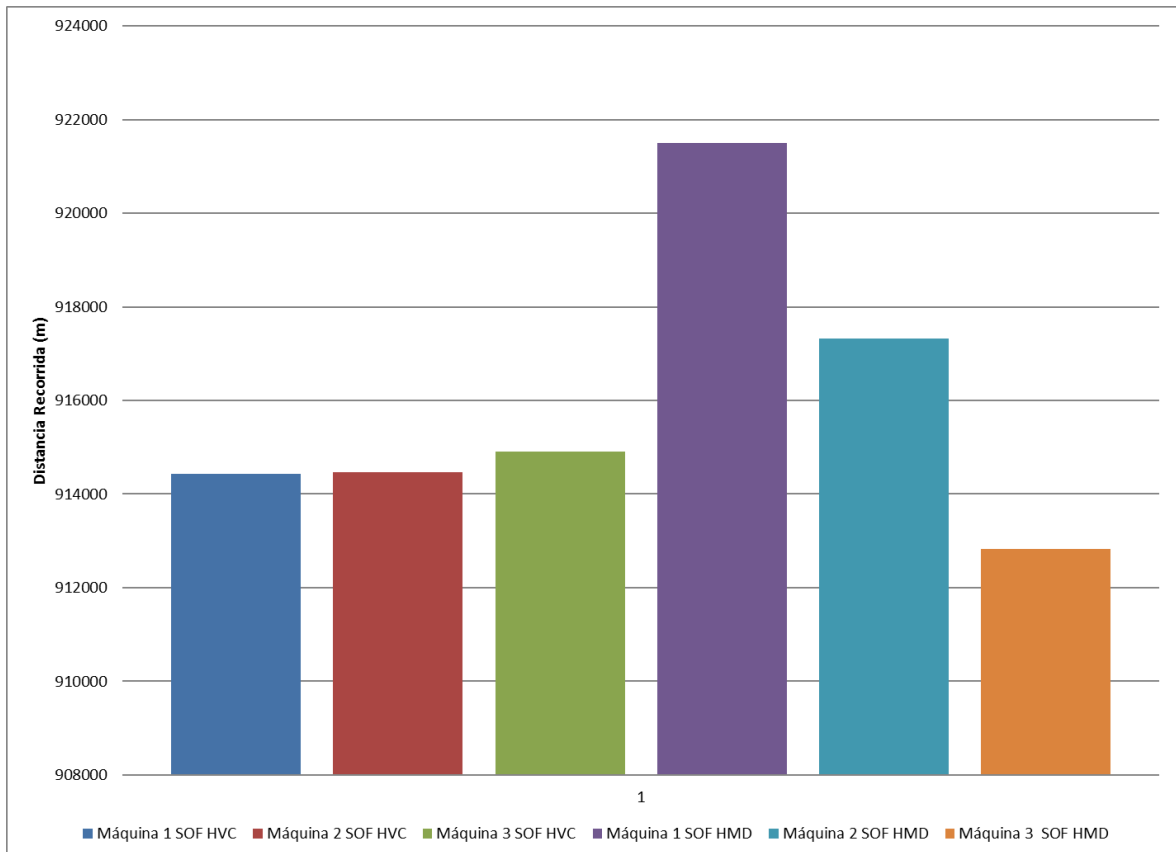
<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>
Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno
7NA 0008D RJS	7NA 0049D RJS	7NA 0015D RJS
7NA 0053D RJS	7NA 0037D RJS	7NA 0038D RJS
7NA 0042D RJS	7NA 0035D RJS	Puerto Forno
7NA 0010D RJS	7NA 0031D RJS	
7NA 0016D RJS	7NA 0052D RJS	
7NA 0030D RJS	7NA 0034D RJS	
Puerto Forno	Puerto Forno	
Distancia total recorrida: <b>921507.31 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>917330.93 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>912822.15 metros</b>

Todos los cálculos mostrados en las tablas fueron realizados en una hoja de cálculo llamada “Cálculos-Datos Reales” que se encuentra en los anexos. (Prueba 1 HVC – Prueba 1 HMD).

**5.2.2. Análisis de resultados de la prueba 1.** De los resultados mostrados en la sección anterior, se usan las tablas 13 y 15 para hacer un gráfico, comparando las distancias recorridas de las 3 máquinas obtenidas con el subprograma HVC con las distancias recorridas con el subprograma HMD. Luego son analizados por medio de otra gráfica los valores de la función objetivo mostrados en la tabla 14 y la figura 37.

En la figura 38 se observa que los recorridos de las máquinas usando el subprograma HVC son menores que para el subprograma HMD, sin embargo, esta distancia no supera los 8 km aproximadamente.

**Figura 38.** Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 3 máquinas

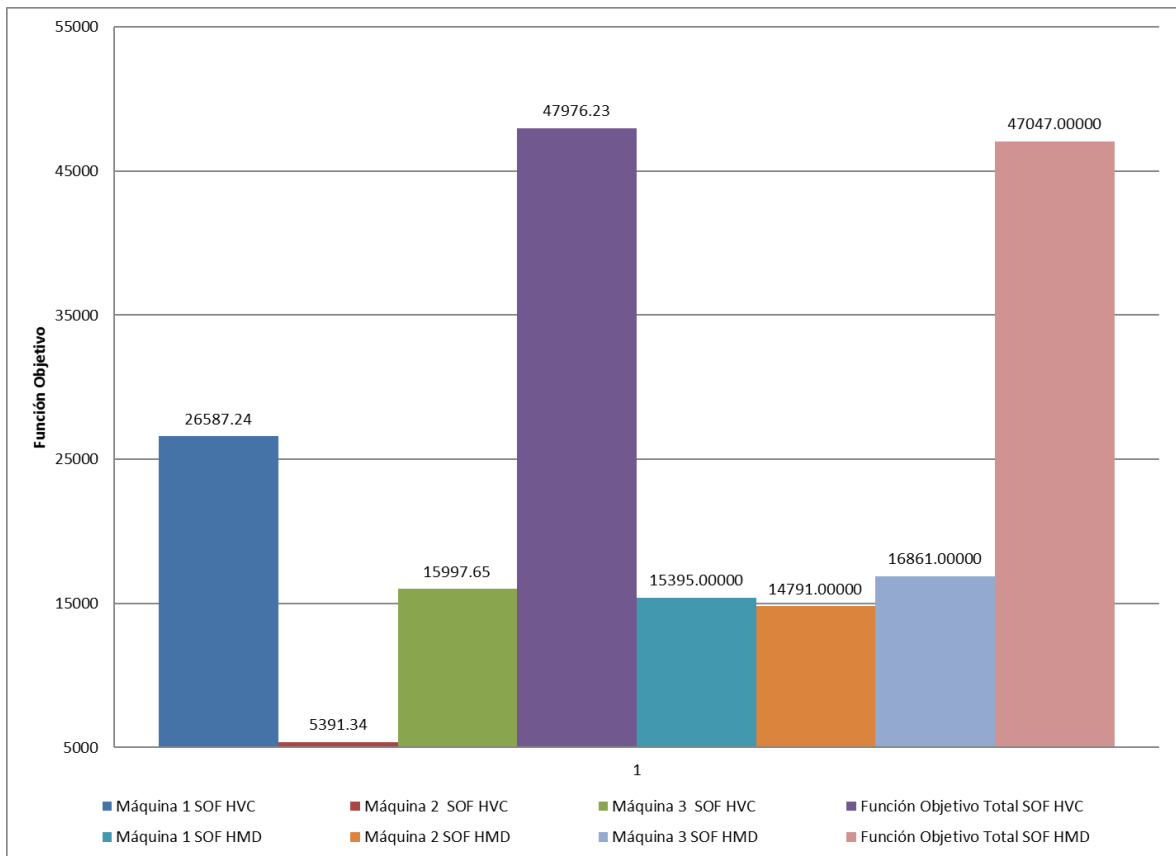


En la figura 39 se observa que las funciones objetivo totales son similares, pero HMD tiene una buena distribución en cuanto a la función objetivo de cada máquina (plataforma móvil).

La buena distribución de la función objetivo de cada máquina para HMD me indica que las intervenciones se harán más rápido en los pozos con potencial de producción más alto, reactivando su producción y de esta manera la producción

del campo. A pesar de que con el subprograma HMD las máquinas tienen que recorrer una distancia mayor, su solución es la más óptima, ya que la distancia de los recorridos para las máquinas (plataformas móviles) con el subprograma HMD no supera los 8 km a los valores obtenidos por el subprograma HVC.

**Figura 39.** Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 3 máquinas.

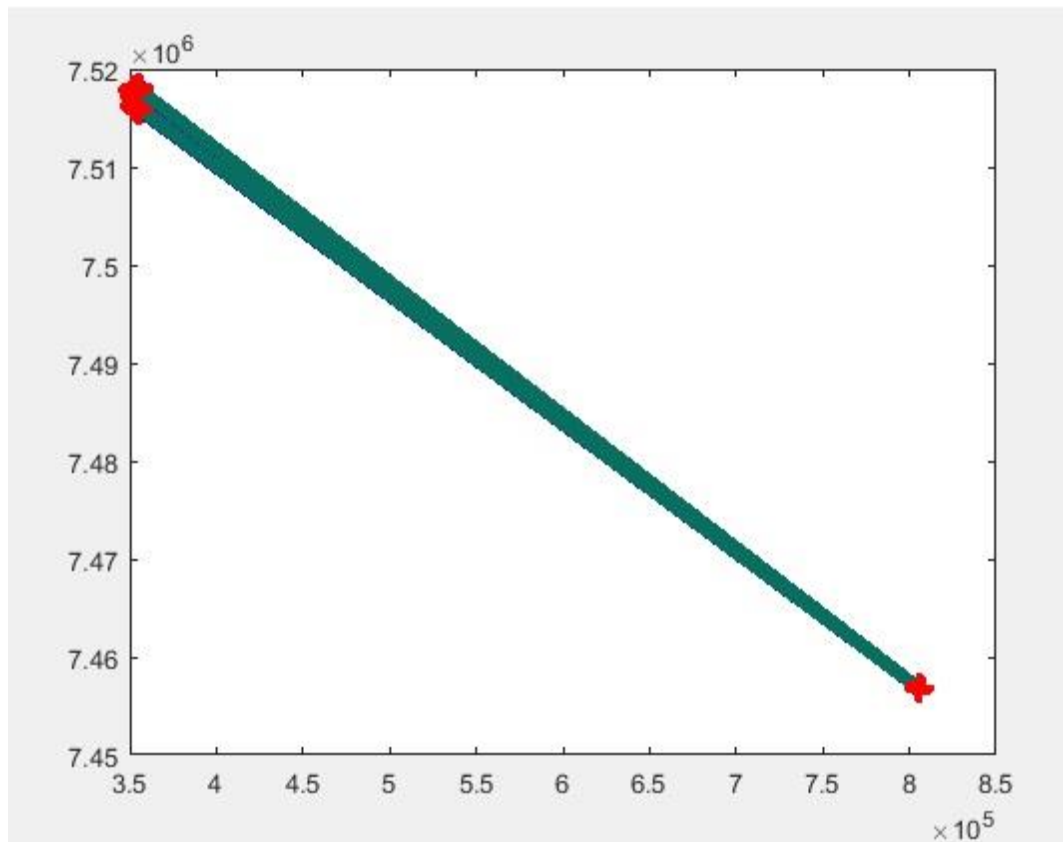


### 5.2.3. Resultados de la prueba 2 con datos reales realizada con 4 máquinas.

a. Utilizando el subprograma HVC.

La gráfica de las rutas se interpone entre sí (figura 40), debido a la enorme distancia entre el puerto Forno y los pozos del campo Namorado.

**Figura 40.** Rutas generadas para 4 máquinas (caso datos reales).



A continuación, se observa (figura 41) el itinerario con las distancias totales de los recorridos para cada una de las 4 máquinas.

**Figura 41.** Itinerarios y distancias totales recorridas usando 4 máquinas.

Maquina 1	:	3	,	2	,	1	,	0	,	0	=	913464.97
Maquina 2	:	6	,	4	,	5	,	0	,	0	=	908371.94
Maquina 3	:	9	,	7	,	8	,	0	,	0	=	914018.37
Maquina 4	:	a	,	b	,	c	,	e	,	d	=	914619.87

Los itinerarios y distancias totales recorridas por las 4 máquinas (plataformas móviles) se representan en la tabla 16.

**Tabla 16.** Rutas de las 4 máquinas y su distancia recorrida.

<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>	<b>Máquina 4</b>
Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno
7NA 0016D RJS	7NA 0035D RJS	7NA 0052D RJS	7NA 0049D RJS
7NA 0010D RJS	7NA 0015D RJS	7NA 0042D RJS	7NA 0037D RJS
7NA 0008D RJS	7NA 0031D RJS	7NA 0034D RJS	7NA 0053D RJS
Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno	7NA 0038D RJS
			7NA 0030D RJS
			Puerto Forno
Distancia total recorrida: <b>913463.97 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>908371.94 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>914018.37 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>914619.87 metros</b>

b. Cálculo de la función objetivo para la salida del subprograma HVC.

La tabla 17 se genera con ayuda de una hoja de cálculo (anexos), se usan las ecuaciones (3.a) y (5.a) para obtener una función objetivo total. Usando 4 máquinas (plataformas móviles) la función objetivo es **45992.523** de acuerdo a las rutas obtenidas en la salida del subprograma HVC.

**Tabla 17.** Función Objetivo para la salida del subprograma HVC usando 4 máquinas (datos reales tomados de la literatura).

<b>POZO</b>	<b>MÁQUINA</b>	<b>Tiempo (días)</b>	<b>FO</b>	<b>FO MAQUINA</b>	<b>FO TOTAL</b>
7NA 0016D RJS	1	0	641.484	5623.729	<b>45992.523</b>
7NA 0010D RJS	1	2	3130.059		
7NA 0008D RJS	1	5	1852.185		
7NA 0035D RJS	2	0	250.447	24316.380	
7NA 0015D RJS	2	1	19927.129		
7NA 0031D RJS	2	5	4138.804		
7NA 0052D RJS	3	0	131.270	1680.746	
7NA 0042D RJS	3	1	1439.617		
7NA 0034D RJS	3	3	109.860		
7NA 0049D RJS	4	0	676.387	14371.669	
7NA 0037D RJS	4	1	6642.657		
7NA 0053D RJS	4	5	5815.654		
7NA 0038D RJS	4	8	1099.932		
7NA 0030D RJS	4	11	137.039		

c. Utilizando el subprograma HMD.

De la salida del subprograma HMD (figura 42), se obtienen las rutas, la función objetivo para cada máquina (plataforma móvil) y la función objetivo (FO) total.

**Figura 42.** Rutas, FO Total y FO máquina para 4 máquinas.

FOF =				Rta =		
1.0e+04 *				1	1	0
				7	1	1
0.9500	0.5285	0.8187	1.7194	2	1	3
				3	1	6
				14	1	8
				8	1	11
				6	2	0
				12	2	1
TF =				5	2	4
4.0165e+04				10	3	0
				11	3	1
				9	3	5
				13	3	6
				4	4	0

FOF: La FO por máquina en su respectivo orden, m1, m2, ....

TF: FO Total (la sumatoria de FO por máquina).

Rta: Ruta para cada máquina.

d. Cálculo de la distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD.

Se calcula la distancia recorrida por cada máquina (plataforma móvil) desde el punto de partida pasando por los pozos asignados del campo namorado y regresando al punto inicial usando la ecuación (5.b). De la figura 42 se conoce el recorrido que cada máquina debe seguir. Los resultados obtenidos se representan en la tabla 18.

**Tabla 18.** Distancia recorrida por cada máquina para el subprograma HMD (prueba 2).

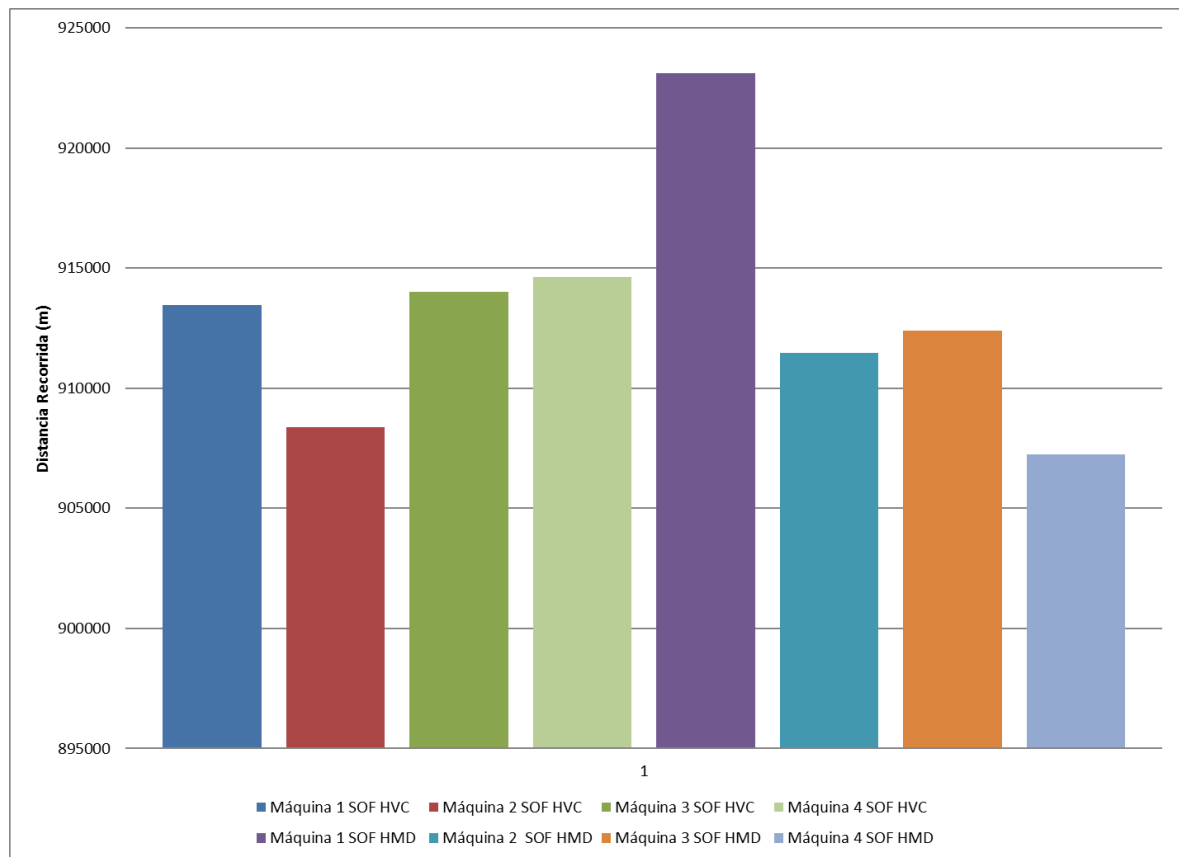
<b>Máquina 1</b>	<b>Máquina 2</b>	<b>Máquina 3</b>	<b>Máquina 4</b>
Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno	Puerto Forno
7NA 0008D RJS	7NA 0035D RJS	7NA 0049D RJS	7NA 0015D RJS
7NA 0042D RJS	7NA 0053D RJS	7NA 0037D RJS	Puerto Forno
7NA 0010D RJS	7NA 0031D RJS	7NA 0052D RJS	
7NA 0016D RJS	Puerto Forno	7NA 0030D RJS	
7NA 0038D RJS		Puerto Forno	
7NA 0034D RJS			
Puerto Forno			
Distancia total recorrida: <b>923112.46 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>911459.40 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>912400.07 metros</b>	Distancia total recorrida: <b>907230.48 metros</b>

Todos los cálculos mostrados en las tablas fueron realizados en una hoja de cálculo llamada “Cálculos-Datos Reales” que se encuentra en los anexos. (Prueba 2 HVC – Prueba 2 HMD).

**5.2.4. Análisis de resultados de la prueba 2.** De los resultados mostrados en la sección anterior, se usan las tablas 16 y 18 para hacer un gráfico, comparando las distancias recorridas de las 4 máquinas obtenidas con el subprograma HVC con las distancias recorridas con el subprograma HMD. Luego son analizados por medio de otra gráfica los valores de la función objetivo mostrados en la tabla 17 y la figura 42.

En la figura 43 se observa que la distancia total de los recorridos de las máquinas con el subprograma HVC es similar al obtenido con HMD, esto se debe a que el puerto Forno, punto de partida de las máquinas se encuentra a más de 450 km del campo Namorado, como la distancia entre el puerto y el campo es tan grande, la distancia entre los pozos no es significativa para la HVC en este caso.

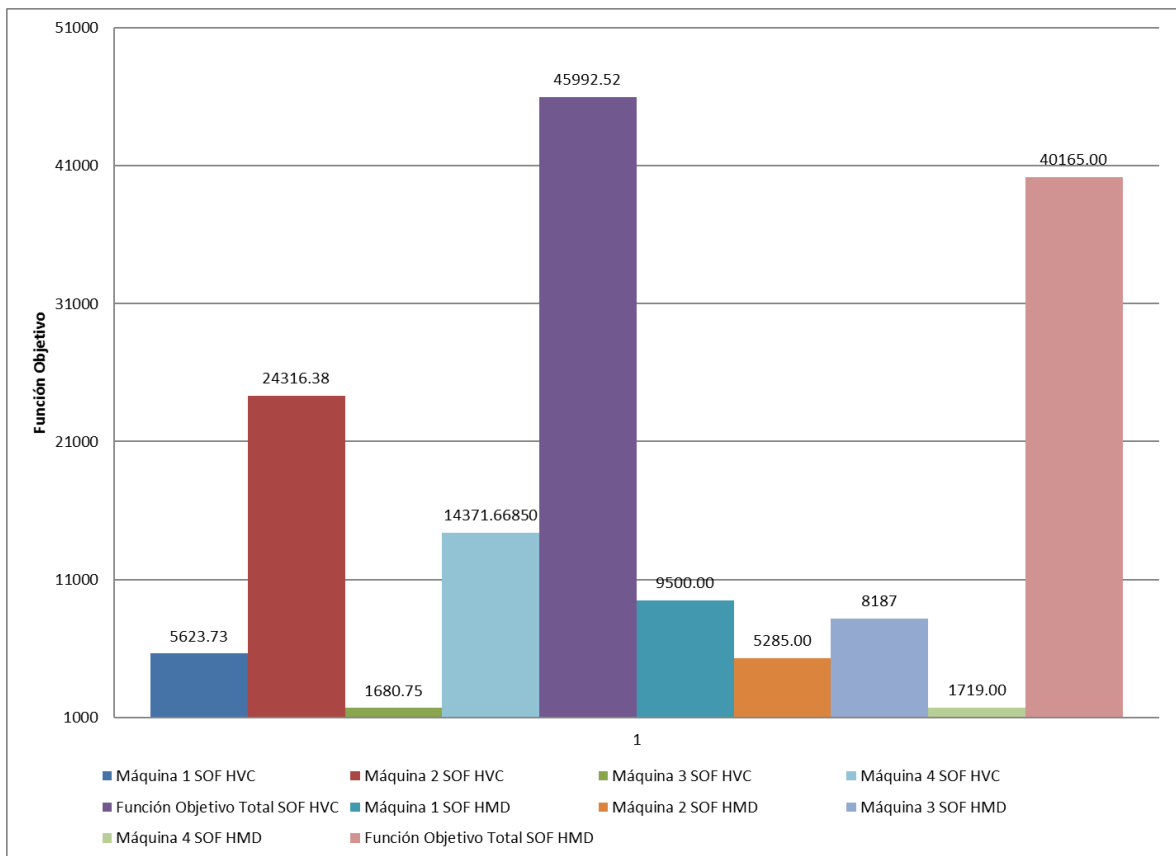
**Figura 43.** Gráfico comparativo de las distancias recorridas por 4 máquinas



En la figura 44 se observa que la función objetivo total es menor con HMD, y a pesar de que HVC tiene una mejor distribución en cuanto a los pozos asignados por máquina (tabla 16 y 18), el subprograma HMD hace una mejor distribución en cuanto a la función objetivo que busca menores pérdidas de producción

atendiendo así, con una mayor prioridad aquellos pozos que tiene un potencial de producción representativo para el campo. El subprograma HVC para este caso no genera soluciones confiables debido a que los pozos están muy cercanos entre sí.

**Figura 44.** Gráfico comparativo de las funciones objetivo calculadas por HVC y HMD para 4 máquinas.



Para esta prueba la mejor solución es HMD, pero cabe resaltar que en el caso de intervención se tomó un campo con pocos pozos activos para una gran distancia del punto de partida de las máquinas (plataformas móviles). En la práctica la Petrobras opera varios campos de petróleo cerca al campo Namorado, esto quiere decir que el número de pozos a intervenir es mucho mayor al expuesto y por ende

un alto potencial de producción a recuperar hace viable el despliegue de las máquinas (plataformas móviles) desde el puerto Forno.

## 6. CONCLUSIONES

La herramienta software propuesta y aplicada con base en las dos heurísticas presenta soluciones óptimas para la reducción del tiempo en los itinerarios de las máquinas (plataformas móviles).

Para la instancia de datos generados (ficticios), la heurística del vecino más cercano (HVC) se destacó en la prueba 1, al contrario, en la prueba 2 la heurística de montaje dinámico (HMD) resulto victoriosa; por tanto, las respuestas varían de acuerdo a la cantidad de pozos y máquinas (plataformas móviles). En este caso la variación fue de máquinas ya que a medida que aumentan la cantidad de máquinas las funciones objetivo y distancias recorridas por cada una se reducen, sin embargo, el incremento de una máquina aumenta el costo de la intervención.

La cantidad de pozos que va atender cada máquina priorizando la atención en aquellos pozos que tienen un potencial de producción representativo para el campo se distribuye mejor utilizando el subprograma HMD, pero, en el caso de que existan más pozos o hubiera una reducción de la cantidad de máquinas la solución del subprograma HVC sería la indicada debido a que reduce el tiempo en los itinerarios en comparación a el otro subprograma.

En la instancia de datos reales, la heurística de montaje dinámico (HMD) resulto victoriosa en las dos pruebas. Para el caso de la heurística del vecino más cercano (HVC), los más de 450 km que separan el puerto Forno del campo namorado y la cercanía de los pozos entre sí permite inferir que cuando el punto de partida de las maquinas (puerto) se encuentra demasiado lejos del campo, la distancia entre los pozos no es tan significativa para el subprograma generando así soluciones de baja calidad.

## 7. RECOMENDACIONES

Para el software, además de atender la reducción del potencial de producción del campo de petróleo o gas se puede considerar una matriz de costo de transporte y desplazamiento de las plataformas.

Implementar una base de datos en el software para guardar todas las respuestas que se obtienen a partir de cada iteración.

Crear una interfaz en la que se puedan cargar datos desde un archivo de texto o una hoja de cálculo para evitar ingresar cada dato manualmente.

Las condiciones climáticas, los fenómenos naturales entre ellos las mareas altas son un factor importante que considerar ya que el desplazamiento y los recorridos de las plataformas se ven seriamente afectados y los tiempos de intervención se desvían de la realidad, predecir estos fenómenos me libera de incertezas, consiguiendo así indicar prioridades límites para algún caso específico, además del análisis de pérdidas de producción.

Realizar otras pruebas con datos reales obtenidos de campos colombianos; y realizar un análisis económico para observar la cantidad de dinero ahorrado en comparación cuando no se utiliza el software.

## BIBLIOGRAFÍA

AGENCIA NACIONAL DEL PETROLEO, gas natural y biocombustibles. Plan de desarrollo aprobado. Brasil, 2016. [ En línea]. (Recuperado en 20 mayo de 2017).

Disponible en:

<http://www.anp.gov.br/wwwanp/exploracao-e-producao-de-oleo-e-gas/gestao-de-contratos-de-e-p/fase-de-producao/planos-de-desenvolvimento>

ALOISE, D, *et al.* Heurística de colonia de hormigas con path-relinking para el problema de optimización de ubicación de plataformas de producción terrestre. XXXIV Simposio Brasileño de Investigación Operativa. Rio de Janeiro, 2002. pp.

ALOISE, D. J, *et. al.* Optimización de la ubicación de las intervenciones en pozos de petróleo por plataformas de producción terrestre: un abordaje metaheurístico. CLAIO. Concepción, Chile, 2002. pp.

ALOISE, D. J, *et al.* Scheduling Workover Rigs for Onshore Oil Production. Preprint submitted to Elsevier Science, 2004.

BARNES, J. W; BRENNAN, J. J and KNAP, R. M. Scheduling a Backlog of Oilwell Workovers (SPE5986). Journal of Petroleum, 1977. p. 1651-1653.

BODIN, L. D, *et al.* Routing and Scheduling of Vehicles and Crews. Computer and Operations Research, 1983. Vol. 10, No.2. p. 63- 211.

BODIN, L y GOLDEN, B. Classification in vehicle routing and scheduling. Network, 1981. Vol. 11, p. 97-108.

CÁRDENAS, Jennifer. Ecopetrol, Carta petrolera. Azul profundo. Colombia.

Disponible en:

[http://www.ecopetrol.com.co/especiales/carta\\_petrolera0206/pag3.htm](http://www.ecopetrol.com.co/especiales/carta_petrolera0206/pag3.htm)

COSTA, Leonardo Ribeiro. Soluciones para el problema de optimización de itinerario de plataformas de perforación. Tesis de Magister en Ingeniería de producción. Rio de Janeiro: Universidad Federal de Rio de Janeiro. COPPE, 2005, 129p.

EASTMAN, S; EVEN, S AND ISAACS, I. Bounds for the optimal Scheduling of n jobs on m processor, Management Science, 1964. Vol. 2, No.2. p. 268-279.

ECOPETROL. Superintendencia de yacimientos. Conceptos de Exploración, Producción y Procesamiento del Gas Natural. Colombia. Disponible en:

[http://www.ecopetrol.com.co/documentos/Exploracion\\_Produccion\\_y\\_Procesamiento\\_de\\_Gas\\_Natural.pdf](http://www.ecopetrol.com.co/documentos/Exploracion_Produccion_y_Procesamiento_de_Gas_Natural.pdf)

FABRÍCIO DE OLIVEIRA, A. Augusto. Mapas de amplitud sísmica para la incidencia normal en el yacimiento namorado, cuenca de Campos. Tesis de Magister en Geofísica. Rio de Janeiro: Observatório Nacional. Programa de Maestria en Geofísica, 2009, p. 40

FERREIRA FILHO, Virgílio José Martins. Gestión de operaciones y logística en la producción de petróleo. Rio de Janeiro: Elsevier editorial Ltda, 2016. p.67-68. ISBN 978-85-352-8037-1.

GARCÍA, M.; MIER, R. y CRUZ, L. Reconstrucción paleotermal de la subcuenca de la baja Guajira, Colombia. Boletín de Geología Vol. 32, N°2. 2010. Disponible en: <http://www.redalyc.org/html/3496/349632028004/>

GOUVÊA, E. F; GOLDBARG, M. C y COSTA, W. E. Algoritmos evolucionarios en la solución del problema de optimización del uso de plataformas de producción en pozos de petróleo. XXXIV Simposio Brasileño de investigación operativa. Rio de Janeiro, 2002. pp.

NORONHA, T. F; LIMA, F. C y ALOISE, D. J. Algoritmo heurístico goloso aplicado a el problema de gerenciamiento de intervenciones en pozos petroleros por plataformas de producción terrestre. XXXIII Simposio Brasileño de investigación Operativa. Campos de Jordán, SP, 2001. p. 135.

OLIVEIRA, A. Mapa de amplitud sísmica para la incidencia normal en el yacimiento Namorado, Cuenca de campos. Tesis de magister en Geofísica. Rio de Janeiro. Observatorio Nacional, 2009.

PAIVA, R. O. Optimización de itinerarios de plataformas de intervención de pozos cuantificando las pérdidas de producción a través de simuladores de yacimientos. Tesis de maestría. UNICAMP, Campinas, SP, Brasil, 1997.

PAIVA, R. O; BORDALO, S. N. E and SCHIOZER, D. J., Optimizing the Itinerary of Workover Rigs. 16th World Petroleum Congress. Canada, 2000. p. 11-15.

SALAZAR LOPEZ, B. Problema del agente viajero-TSP. Colombia (recuperado el 5 de mayo 2017). Disponible en:

<https://www.ingenieriaindustrialonline.com/herramientas-para-el-ingeniero-industrial/investigaci%C3%B3n-de-operaciones/problema-del-agente-viajero-tsp/>

SMITH, W. E. Various Optimizers for Single Stage Production. NRLQ, 1956. Vol.2. p. 59-66.

STOCKDALE, María Lorena. El problema del viajante: un algoritmo heurístico y una aplicación. Tesis de licenciatura, mención en matemáticas. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires. Escuela de matemáticas, 2011, 114p.

WEISSTEIN, E.W. *et al.* Lower Bound. In: MathWorld - A Wolfram Web Resource, 2017. Disponible en: <http://mathworld.wolfram.com/LowerBound.html>

## LISTA DE ANEXOS

Anexo A: [Cálculos- Datos Generados](#).

Anexo B: [Datos para la realización del mapa del Campo Chuchupa](#).

Anexo C: Mapa Campo Chuchupa (link adjunto)

(<https://www.google.com/maps/d/u/0/edit?mid=1kWYXas4ihGzs49TZxP6ADzatBkl&ll=11.679540765629497%2C-72.849295199999997&z=11>)

Anexo D: [Calculos-Datos Reales \( Campo Namorado Brasil\)](#).