

Análisis Fluidodinámico de Alternativa para la Reducción de Erosión en Codos Usando la  
Dinámica de Fluidos Computacional

Cristian Camilo Benavides Martín, Wilman Ramírez Mendivelso

Trabajo de Grado para Optar por el título de Ingeniero de Petróleos

Director

Germán González Silva  
PhD. en Ingeniería Química

Co-Director

Natalia Prieto Jiménez  
PhD. (c) en Ingeniería Química

Universidad Industrial De Santander  
Facultad de Ingenierías Fisicoquímicas  
Escuela de Ingeniería de Petróleos  
Bucaramanga

2019

### **Dedicatoria**

A Dios por darme otro día más de vida y permitirme cumplir este sueño.

A mi madre por siempre creer en mí, inclusive cuando ni yo mismo lo hice, a ella por apoyarme y amarme.

A mi hermanita, que aunque nunca podamos estar de acuerdo en nada, algo si es cierto, nos amamos mucho.

A mi padre, donde quiera que esté que Dios lo bendiga.

A Alejandra, por su apoyo, su amor, por ser mi confidente y porque en sus brazos nada malo ocurre, en quien encuentro paz, te amo.

A mi buen amigo Wilmar Alexis, mi compañero de lucha, con quien compartí tantos buenos momentos y afrontamos tan malos tiempos.

**Adelante**

**Cristian Camilo Benavides Martín**

### **Dedicatoria**

A Dios, por permitir que este proyecto culminara de la mejor manera, a mi madre Ana Lucrecia Mendivelso por el amor, los consejos y apoyo incondicional que me brindó mientras cursaba mis estudios lejos de casa, y a pesar de las circunstancias permitir que se hagan realidad cada una de las metas que me he trazado. A mi padre John Jairo Ramírez (QEPD), por ser la persona que me impulsara a seguir esta carrera, por el amor, apoyo y motivación que en algún momento de mi vida me dio, para que avanzara sin importar los obstáculos que se presenten en la vida y a tomar con tranquilidad e inteligencia buenas decisiones.

A mis tíos José Mendivelso, Alirio Ramírez y Gimeno Ramírez, por colaborarme económicamente durante estos 6 años de estudio y poder culminar mi carrera como ingeniero, además de depositar su confianza y cariño.

A mi compañero de proyecto Cristian Camilo Benavides Martin, con quien termino este ciclo de vida llamado universidad, con quien experimenté buenos y malos momentos durante este proceso, con quién aprendí muchas cosas y a consolidar una excelente e incondicional amistad.

A Laura Sofía Rodríguez por su incondicional amistad, por apoyarme y estar en los buenos y peores momentos. A mis buenos amigos de infancia, vagancia y borracheras Iván Alfonso Monroy, Carlos Andrés Pamplona, Christian Parrado, Wilmer León y Sergio Granados, por los buenos momentos compartidos.

**Wilman Ramírez Mendivelso**

### **Agradecimientos**

Al profesor Germán González Silva, nuestro director, por ser un profesional íntegro, un ejemplo a seguir y una persona intachable, gracias profesor por siempre atendernos con una cara amable y por comprender lo importante que era para nosotros realizar este proyecto.

A la profesora Natalia Prieto Jiménez, por sus amplios conocimientos, por ver más soluciones que problemas, por observar en nosotros dos estudiantes llenos de ilusiones y estar siempre dispuesta a escucharnos.

A la Universidad Industrial de Santander, nuestro segundo hogar, es un orgullo pertenecer a esta gran familia UIS.

A cada uno de nuestros docentes, aunque muchos no leerán estas palabras para nosotros es importante expresar que de cada profesor nos llevamos algo, cada uno aportó positivamente en nuestras vidas, son profesionales competentes y seres humanos éticos.

Wilman y Camilo

**RESUMEN**

**TÍTULO:** Análisis fluidodinámico de alternativa para la reducción de erosión en codos usando la dinámica de fluidos computacional.<sup>1</sup>

**AUTORES:** Cristian Camilo Benavides Martín, Wilman Ramírez Mendivelso.\*\*

**PALABRAS CLAVE:** erosión, CFD, simulación, codos.

**DESCRIPCION:**

La erosión producida por el transporte de partículas sólidas en tuberías es un problema operacional importante en la industria de los hidrocarburos. No son pocas las investigaciones que han intentado comprender y predecir este fenómeno, que en la actualidad con las ventajas tecnológicas pueden ser simuladas a través de la dinámica computacional de fluidos (CFD).

Partiendo de las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía; aplicándolas en un enfoque CFD a través de modelos multifásicos como el modelo Euleriano, modelo de turbulencia RSM, modelo DPM y junto con la ecuación de erosión de Finnie, se calculan las tasas de erosión a través del método numérico más común; el método de los volúmenes finitos usado para el desarrollo de ecuaciones diferenciales complejas.

CFD ha demostrado ser una excelente alternativa para la simulación de flujo de fluidos, este trabajo estudia la erosión en tuberías, específicamente en codos e intenta comprender como la alteración de variables como el tamaño de grano, carga másica, velocidad, radio de curvatura, fluido de la fase continua y el diseño de tubería, impactan en los patrones y tasas de erosión, además advierte sobre la posibilidad de mitigación de erosión que ofrece la modificación estructural de la tubería con cámara de vórtices.

---

<sup>1</sup> Trabajo de grado

\*\*Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. PhD. German González Silvia, PhD.  
(c) Natalia Prieto Jiménez.

**ABSTRACT**

**TITLE:** Fluidodynamic analysis of alternative for the reduction of erosion in elbows using the computational fluid dynamics.<sup>2</sup>

**AUTHORS:** Cristian Camilo Benavides Martín, Wilman Ramírez Mendivelso.\*\*

**KEY WORDS:** erosion, CFD, simulation, elbows.

**DESCRIPTION:**

Erosion caused by the transport of solid particles in pipes is a very import operational problem in the hydrocarbon industry. There are many researches that have tried to understand and predict this phenomenon, which at present with the technological advantages can be simulated through the computational fluid dynamics (CFD).

Starting from the equations of continuity, amount of movement and energy; applying them in a CFD approach through multiphase models such as the Eulerian model, RSM turbulence model, DPM model and together with the Finnie erosion equation, erosion rates are calculated through the most common numerical method; the finite volume method used for the development of complex differential equations.

CFD has proven to be an excellent alternative for the simulation of fluid flow, this research studies erosion in pipes, specifically in elbows and tries to understand how the alteration of variables such as particle size, mass load, speed, radius of curvature, fluid of the continuous phase and the design of the pipe, impact the erosion patterns and rates, and warns about the possibility of erosion mitigation offered by the structural modification of the pipe with vortex chamber.

---

<sup>2</sup> Bachelor Thesis

\*\*Facultad de Ingenierías Físicoquímicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. PhD. German González Silvia, PhD. (c). Natalia Prieto Jiménez.

**Tabla de Contenido**

Introducción .....	20
1. Estado del arte de la erosión en tuberías .....	21
1.1. El proceso de erosión .....	21
1.2. Erosión por arena en codos.....	21
1.3. Propiedades del material .....	23
1.3.1. Metales dúctiles y otros materiales comunes.....	23
1.4. Mitigación de la erosión.....	24
1.4.1. Reducción de la tasa de producción.....	24
1.4.2. Diseño de tubería .....	24
1.4.3. Exclusión y separación de arena.....	25
2. Modelado de flujo .....	25
2.1. Ecuación de continuidad .....	26
2.2. Ecuación de movimiento .....	28
2.3. Enfoque CFD.....	32
2.3.1. Regímenes de flujo multifase.....	33
2.3.2. El modelo Euleriano.....	34
2.4. Modelo de fase discreta (DPM) .....	35

2.4.1. Modelo de fase discreta densa (DDPM).....	37
2.5. Modelo de turbulencia.....	38
2.5.1. Reynolds (Conjunto) promedio .....	39
2.5.2. Modelo de tensiones de Reynolds (RSM).....	41
2.6. Ecuaciones de erosión .....	43
2.6.1. Ecuación de erosión de Oka.....	43
2.6.2. Ecuación de erosión de Finnie .....	45
3. Modelo numérico .....	46
3.1. Método de los volúmenes finitos .....	46
4. Metodología computacional.....	49
5. Estudios en CFD .....	50
5.1. Diseño de la tubería .....	52
5.2. Generación de malla .....	54
5.2.1. Condiciones de mallado.....	54
5.2.2. Ortogonalidad y oblicuidad.....	55
5.3. Configuración del software .....	57
6. Resultados .....	59
6.1. Efecto de la variación del tamaño de grano.....	59
6.2. Efecto de los cambios de carga .....	62

6.3. Efecto de la variación de velocidad.....	65
6.4. Efecto del cambio de fase continua de gas a líquido.....	67
6.5. Efecto del cambio de radio de curvatura .....	71
6.6. Efecto de la modificación estructural.....	74
7. Conclusiones.....	82
8. Recomendaciones .....	84
Referencias bibliográficas.....	85

**Lista de tablas**

Tabla 1. Modelos de turbulencia (Versteeg 2007).....	41
Tabla 2. Parámetros experimentales en el modelo de (Oka, Okamura, y Yoshida 2005) .....	44
Tabla 3 Rango de valores de oblicuidad. ....	56
Tabla 4. Lista de ajustes en CFD .....	57
Tabla 5. Cambios en la erosión debido a la variación del tamaño de grano.....	61
Tabla 6. Cambios en la erosión debido a la variación en la carga de arena.....	63
Tabla 7. Cambios en la erosión debido a la variación de la velocidad de la fase continua. ....	66
Tabla 8. Cambios en la erosión debido a la variación de la fase continua. ....	67
Tabla 9. Cambios en la erosión debido a la variación del radio de curvatura. ....	72
Tabla 10. Cambios en la erosión debido a la modificación estructural. ....	74

### Lista de figuras

<i>Figura 1.</i> Trayectorias de partículas de diferentes tamaños a través de un codo (Barton 2003)..	22
<i>Figura 2.</i> Representación esquemática de erosión causada por impacto normal e impacto oblicuo en a) material dúctil b) material frágil (Javaheri, Porter, y Kuokkala 2018).....	23
<i>Figura 3.</i> Modelado de flujo. (Smith y Support 2011).....	26
<i>Figura 4.</i> Elemento de volumen finito $\Delta x \Delta y \Delta z$ a través del cual circula un fluido. Las flechas indican la densidad de flujo de materia de entrada y salida en el volumen en las dos caras sombreadas localizadas en $x$ y $x + \Delta x$ (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007) .....	27
<i>Figura 5.</i> Elemento de volumen fijo $\Delta x \Delta y \Delta z$ , con seis flechas que indican la densidad de flujo de cantidad de movimiento en la dirección $x$ a través de las superficies por todos los mecanismos. Las caras sombreadas están ubicadas en $x$ y $x + \Delta x$ (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007). .....	30
<i>Figura 6.</i> Regímenes de flujo multifásico a) Flujo cargado de partículas b) Transporte neumático, hidrotransporte o flujo <i>slurry</i> . .....	34
<i>Figura 7.</i> Medición típica de velocidad puntual en flujo turbulento (Versteeg 2007) .....	39
<i>Figura 8.</i> Volumen de control a) Volumen finito bidimensional b) Tres volúmenes de control con tres puntos nodales (W,P y dos interfaces(w y e)) (Álvarez Castro 2011). .....	48
<i>Figura 9.</i> Metodología en el modelamiento y diseño utilizando CFD (González-Silva et al. 2012) .....	50
<i>Figura 10.</i> Comparación del fenómeno de erosión a) Caso real (Ishimoto et al. 2011). b) Contorno de erosión en CFD c) Falla en tubería (Kesana et al. 2013). d) Contorno de erosión en CFD.....	51

<i>Figura 11.</i> Diseño de tubería. Caso a) Tubería estándar. Caso b) Tubería con torsión(Duarte y de Souza 2017). Caso c) Tubería con cámara de vórtices(Duarte, de Souza, y dos Santos 2016)....	52
<i>Figura 12.</i> Ventajas de utilizar una tubería con cámara de vórtices, a) Mitigación de erosión y b) Prevención de taponamientos. HAMMERTEK.....	54
<i>Figura 13.</i> Malla de tubería estándar con codo de 90° y 511 020 elementos. a) Vista espacial b) Corte transversal c) Vista perpendicular a la entrada del flujo. ....	55
<i>Figura 14.</i> Valores de oblicuidad de la malla hexaédrica seleccionada de 511 020 elementos. ..	56
<i>Figura 15.</i> Partículas de arena usados en los experimentos de erosión de (Vieira et al. 2016) a) Arena California b) Arena Oklahoma.....	60
<i>Figura 16.</i> Alteración en la tasa de erosión debido al cambio del tamaño de grano. ....	61
<i>Figura 17.</i> Contorno de erosión con relación de carga constate de 0.0125 y tamaño de grano de a) 20 $\mu$ m b)50 $\mu$ m c)100 $\mu$ m y d)150 $\mu$ m.....	62
<i>Figura 18.</i> Alteración en la tasa de erosión debido al cambio en la carga de arena.....	63
<i>Figura 19.</i> Contorno de erosión con tamaño de grano constante de 50 $\mu$ m y relación de carga de a) 0.0125 b) 0.5 c) 1 y d) 1.5.....	65
<i>Figura 20.</i> Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de velocidad de la fase continua.	66
<i>Figura 21.</i> Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de la fase continua.....	68
<i>Figura 22.</i> Contorno de erosión con tamaño de grano constante de 100 $\mu$ m y fase continua de a) Gas b) Líquido .....	69
<i>Figura 23.</i> Trayectoria de partículas de 100 $\mu$ m en a) Gas b) Líquido.....	70
<i>Figura 24.</i> Diseño de tubería estándar para modificación de radios de curvatura .....	71
<i>Figura 25.</i> Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de radio de curvatura.....	72

<i>Figura 26.</i> Contorno de erosión con tamaño de grano constante de 100 $\mu\text{m}$ y radio de curvatura de a) 1.5 b) 2 c) 2.5 d) 3 .....	73
<i>Figura 27.</i> Alteración en la tasa de erosión debido a la modificación estructural.....	75
<i>Figura 28.</i> Contorno de erosión para diferentes modificaciones estructurales a) Tubería con codo de 90° b) Tubería con torsión c) Tubería con cámara de vórtices .....	76
<i>Figura 29.</i> Trayectoria de partículas en tubería con cámara de vórtices .....	77
<i>Figura 30.</i> Vista de planta de las trayectorias de partículas en a) tubería con codo de 90° b) tubería con torsión y c) tubería con cámara de vórtices.....	78
<i>Figura 31.</i> Perfil de velocidad tubería estándar con codo de 90° .....	79
<i>Figura 32.</i> Perfil de velocidad tubería con torsión. ....	80
<i>Figura 33.</i> Perfil de velocidad de tubería con cámara de vórtices.....	81

## Lista de símbolos

<b>Símbolo</b>	<b>Nombre</b>
$\partial\rho/\partial t$	Velocidad de incremento de materia
$C_D$	Coficiente de arrastre
$D$	Diámetro interno de la tubería
$d_p$	Diámetro de partícula
$E$	Tasa de erosión adimensional
$ERv$	Tasa de erosión volumétrica
$E_{90}$	Daño por erosión de un ángulo de impacto normal
$f$	Resumen de todas las fuerzas que pueden actuar sobre una partícula
$\vec{F}$	Fuerzas de cuerpo externo
$g$	Gravedad
$Hv$	Dureza Vickers
$I$	Tensor unitario
$mp$	masa de partículas
$\dot{N}$	Tasa de partículas que impactan contra la pared de la tubería
$p$	Presión
$P$	punto nodal
$Re_{crit}$	Número de Reynolds crítico
$Re_p$	Número de Reynolds de la partícula
$\bar{u}_i$	Velocidad media
$u_p$	Velocidad de partícula
$u'_i$	Velocidad fluctuante
$V^*$	Velocidad de impacto de referencia
$V_o$	Velocidad de referencia
$Vp$	Velocidad de impacto de la partícula
$Xp$	Posición de partícula

### Letras griegas

<b>Símbolo</b>	<b>Nombre</b>
$\gamma$	Ángulo de impacto
$\varepsilon$	Tasa de disipación turbulenta
$\eta_f$	Viscosidad dinámica del fluido
$\pi$	Tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento molecular
$\rho v$	Velocidad de entrada de materia en el elemento de volumen
$\rho$	Densidad
$\rho_f$	Densidad del fluido
$\rho_p$	Densidad del material de la partícula
$\rho v v$	tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento convectivo
$\overline{\rho u_i u_j}$	Tensiones de Reynolds
$\bar{\tau}$	Tensor de tensión
$\tau_p$	Tiempo de relajación de las partículas
$\tau_{p0}$	Tiempo de relajación para número de Reynolds de partículas muy pequeñas
$\mu$	Viscosidad molecular
$\emptyset$	Tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento
$\varphi$	Cantidad escalar

**Lista de abreviaturas**

<b>Abreviatura</b>	<b>Nombre</b>
CFD	Dinámica de fluidos computacional
DDPM	Modelo de fase discreta densa
DEM	Método del elemento discreto
DPM	Modelo de fase discreta
ERD	Densidad de velocidad de erosión
RANS	Ecuaciones de Reynolds promediadas de Navier-Stokes
RSM	Modelo de tensiones de Reynolds
VOF	Volumen de fluido

## Introducción

La erosión es un problema importante en los equipos de manejo de fluidos utilizados por varias industrias, en la industria del petróleo y el gas la erosión es ocasionada específicamente por el arrastre de partículas sólidas; la producción de arena de los pozos puede ocasionar un considerable daño por erosión en equipos de fondo, equipos de superficie, accesorios y tuberías como tees, cruces, reductores y particularmente en codos (Peng Jr et al. 2013). Los codos presentan un cambio abrupto en la dirección del flujo y por lo tanto son propensos a la erosión.

La erosión de partículas sólidas es un proceso mediante el cual el material se elimina de una superficie sólida debido a efectos mecánicos como el impacto en la superficie (Barton 2003). Este fenómeno es muy complicado de pronosticar, por esta razón se han desarrollado ecuaciones que intentan predecir el proceso de erosión en una tubería (Oka, Okamura, y Yoshida 2005), es importante la confiabilidad en las predicciones pues de esto depende prevenir fallas en los equipos, persuadir tiempos de inactividad y regular mejores caudales de producción en busca de mayores rendimientos económicos. Estudios recientes han mostrado un buen progreso en el modelado y el análisis de erosión por CFD (Wong, Boulanger, y Short 2014). Esta investigación plantea el análisis erosivo en codos estándar de 90° usando la Dinámica de Fluidos Computacional, esto implica simular en la tubería un arrastre de arena en una fase continua de gas, observar las tasas y patrones de erosión, proponer y ejecutar cambios de variables para evaluar las alteraciones en las tasas de erosión, y dentro de estos cambios inclusive se contemplan modificaciones estructurales.

## **1. Estado del arte de la erosión en tuberías**

Durante el transcurso de la extracción de fluidos de los yacimientos de hidrocarburos, se produce inevitablemente arena en forma de producto derivado debido a la fuerza desestabilizadora mecánica inducida en la formación a medida que se inicia la producción. La arena desalojada se mueve junto con los fluidos del yacimiento a las instalaciones de superficie, lo que resulta en una pérdida del material de pared de los equipos causada por los impactos de las partículas de arena (Wee y Yap 2019).

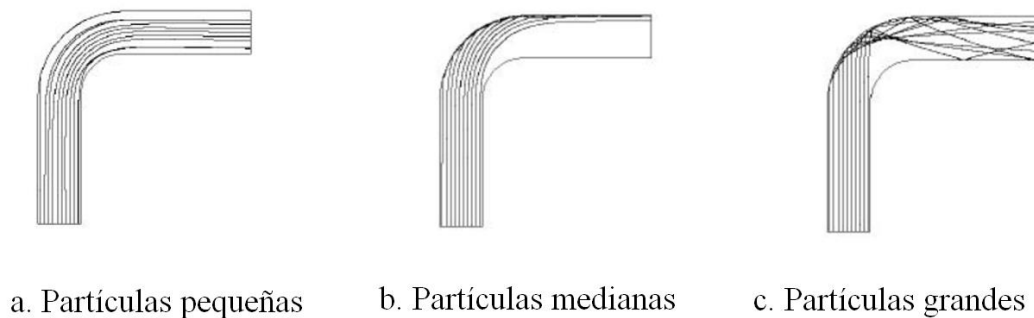
### **1.1. El proceso de erosión**

La erosión es un proceso complejo que se ve afectado por numerosos factores y los cambios pequeños o sutiles en las condiciones operativas pueden afectar significativamente el daño que causa (Barton 2003). Los mecanismos potenciales que pueden causar un daño significativo por erosión son: erosión por partículas, erosión por gotitas, corrosión por erosión y cavitación. En general, se acepta que las partículas (arena y apuntalante) son la fuente más común de problemas de erosión en los sistemas de hidrocarburos; sin embargo, todos los otros mecanismos son igualmente agresivos en las condiciones adecuadas.

### **1.2. Erosión por arena en codos**

Los codos de los sistemas de producción de hidrocarburos se han identificado como los más susceptibles a verse afectados por la erosión (Parsi et al. 2015). La figura (1) muestra el camino

de las partículas a medida que se transportan a través de un codo. Los recorridos dependen del peso de la partícula y de la cantidad de resistencia que el líquido imparte a las partículas cuando pasan a través del codo. Las pequeñas partículas ligeras requieren muy poca resistencia para cambiar de dirección; por lo tanto, tienden a seguir el flujo figura (1a), las partículas medianas tendrán un impulso relativamente alto y difícilmente serán desviadas por el flujo, las partículas grandes, por consiguiente, tienden a viajar en líneas rectas rebotando en las paredes del codo a medida que avanzan figura (1c).



*Figura 1.* Trayectorias de partículas de diferentes tamaños a través de un codo (Barton 2003)

La figura (1a) muestra las trayectorias de partículas que se ven típicamente para pequeños granos de arena (del orden de 10 micrómetros) en un flujo de líquido. La figura (1b) es representativa de granos de arena de tamaño típico (del orden de 200 micrómetros) en flujos de líquidos, y la figura (1c) es representativa de granos de arena de tamaño típico en flujos de gas. Para una velocidad de flujo dada y con todos los demás factores iguales, es probable que la tasa de erosión en el gas sea considerablemente más alta que la del líquido, ya que más partículas impactarán en la parte interna del codo.

### 1.3. Propiedades del material

En los sistemas de producción de petróleo y gas, casi todos los componentes están hechos de metales dúctiles (Barton 2003); predominantemente aceros, también pueden estar presentes plásticos, gomas, elastómeros, compuestos y materiales similares. Si se sospecha de problemas de erosión, también se pueden utilizar materiales especiales resistentes a la erosión, como el carburo de tungsteno.

**1.3.1. Metales dúctiles y otros materiales comunes:** Los aceros, otros metales y la mayoría de los plásticos generalmente muestran propiedades erosivas dúctiles, la erosión por partículas en materiales dúctiles es causada principalmente por un proceso conocido como micro maquinado (Javaheri, Porter, y Kuokkala 2018), en este proceso, las partículas que impactan en ángulo con la superficie extraen el material.

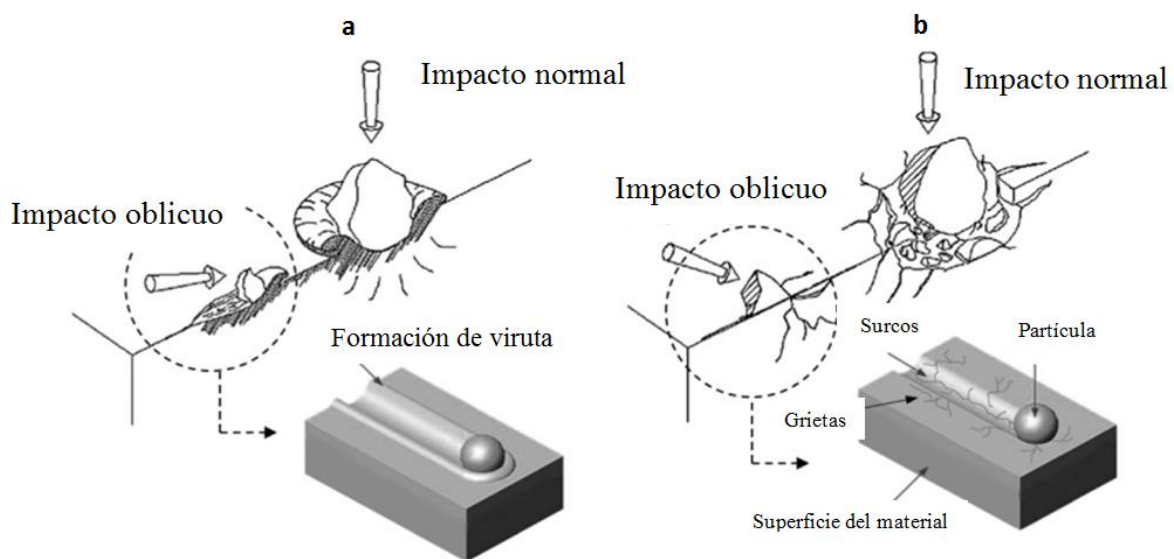


Figura 2. Representación esquemática de erosión causada por impacto normal e impacto oblicuo en a) material dúctil b) material frágil (Javaheri, Porter, y Kuokkala 2018)

En ángulos de alto impacto, los impactos de partículas en las superficies dúctiles tienden a generar cráteres, pero no eliminan la mayor cantidad de material figura (2). El factor principal que controla la erosión en los materiales dúctiles es la dureza del material; en consecuencia, los aceros son más resistentes que los metales más blandos.

#### **1.4. Mitigación de la erosión**

Un aspecto importante del manejo de la erosión es establecer la escala del problema y por lo tanto, la cantidad de esfuerzo requerido para evitar fallas.

**1.4.1. Reducción de la tasa de producción:** Reducir la velocidad de producción reduce tanto la velocidad de producción de arena como la velocidad de flujo a través de las tuberías, sin embargo, esto tiene implicaciones financieras obvias.

**1.4.2. Diseño de tubería:** Las tuberías deben estar diseñadas para minimizar las velocidades de flujo y evitar cambios repentinos en la dirección del flujo (por ejemplo, en codos, constricciones y válvulas). El uso de válvulas de paso total y tees ciegos en lugar de codos también puede reducir los problemas de erosión (Barton 2003). Las tuberías de paredes gruesas se utilizan a menudo para aumentar la vida útil de estas, sin embargo, se debe tener cuidado al hacer esto, ya que el aumento del espesor de la pared reduce el orificio de la tubería elevando las velocidades de flujo y aumentando la tasa de erosión, particularmente con tuberías de calibre pequeño.

**1.4.3. Exclusión y separación de arena:** Las rejillas de arena de fondo de pozo y los paquetes de grava se usan a menudo para evitar que la arena ingrese al sistema de producción, estos tienden a usarse en pozos nuevos en los que la producción de arena ha sido identificada como un problema; por lo general, las pantallas de arena evitan que las partículas de más de 100 micrómetros entren en el flujo de producción, no obstante, las pantallas de arena aumentan la resistencia al flujo que ingresa a un pozo y en consecuencia afectan su potencial de productividad; por consiguiente, hay que encontrar un equilibrio entre la reducción de la productividad al incluir una pantalla de arena y tener que retener un pozo desprotegido para evitar la producción excesiva de arena; además, si se producen en cantidades suficientemente grandes, incluso las partículas muy pequeñas pueden generar un grado significativo de erosión, así que las pantallas de arena y los paquetes de grava no garantizan un funcionamiento libre de erosión (Barton 2003).

## **2. Modelado de flujo**

La complejidad de la predicción de la erosión aumenta significativamente para el flujo multifásico, es decir cuando hay gas, líquido y sólidos presentes en el flujo (Peng Jr et al. 2013), El esquema de la figura (3) presenta una metodología para la elección del método de flujo multifásico.

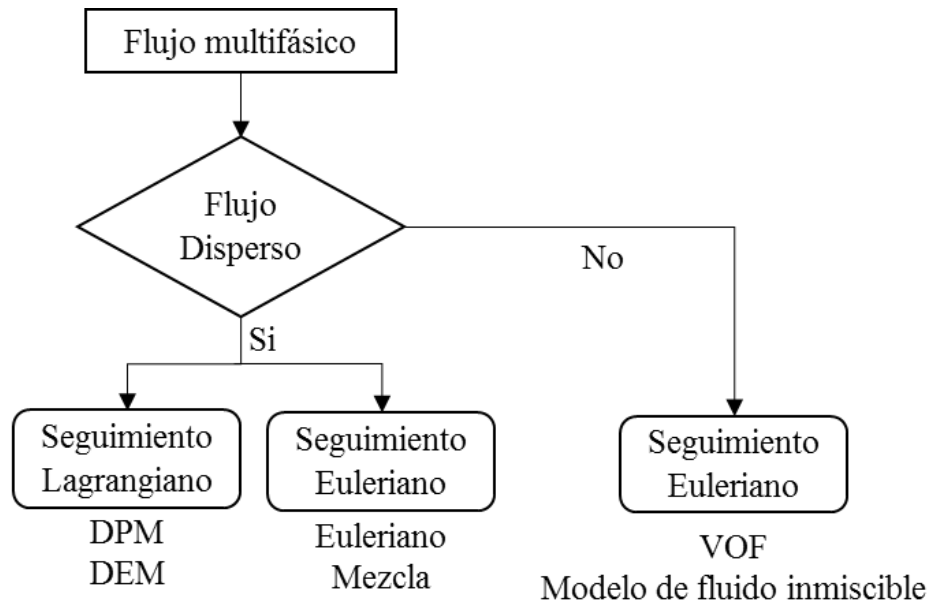


Figura 3. Modelado de flujo. (Smith y Support 2011)

La dinámica computacional de fluidos proporciona capacidades de modelado integrales para una amplia gama de problemas de flujo de fluido incompresible, compresible, laminar y turbulento, se pueden realizar análisis en estado estacionario o transitorio; adicionalmente utiliza modelos de flujo de superficie libre y multifase para el análisis de flujos de gas - líquido, líquido - sólido, gas - sólido y líquido - líquido.

## 2.1. Ecuación de continuidad

Esta ecuación se deduce al realizar un balance de materia sobre un elemento de volumen  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , fijo en el espacio, a través del que circula un fluido.

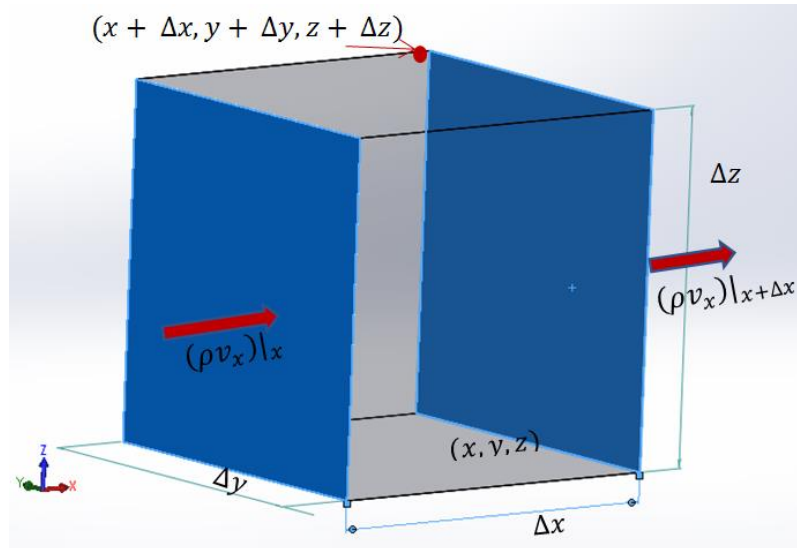


Figura 4. Elemento de volumen finito  $\Delta x \Delta y \Delta z$  a través del cual circula un fluido. Las flechas indican la densidad de flujo de materia de entrada y salida en el volumen en las dos caras sombreadas localizadas en  $x$  y  $x + \Delta x$  (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007)

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{aumento de materia} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{entrada de materia} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Velocidad de} \\ \text{salida de materia} \end{array} \right\} \quad (1)$$

Ahora se debe traducir este enunciado físico simple de la ecuación (1) a un lenguaje matemático; se empieza por considerar las dos caras sombreadas de la figura (4), que son perpendiculares al eje  $x$ . La velocidad de entrada de materia en el elemento de volumen a través de la cara sombreada en  $x$  es  $(\rho v_x)|_x \Delta y \Delta z$ , y la velocidad de salida de materia a través de la cara sombreada en  $x + \Delta x$  es  $(\rho v_x)|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$ . Expresiones semejantes pueden escribirse para los otros dos pares de caras, la velocidad de incremento de materia dentro del elemento de volumen es  $\Delta x \Delta y \Delta z (\partial \rho / \partial t)$ , el balance de materia queda por lo tanto como:

$$\Delta x \Delta y \Delta z \frac{\partial \rho}{\partial t} = \Delta y \Delta z [(\rho v_x)|_x - (\rho v_x)|_{x+\Delta x}] \quad (2)$$

$$\begin{aligned}
 &+ \Delta z \Delta x [(\rho v_y)|_y - (\rho v_y)|_{y+\Delta y}] \\
 &+ \Delta x \Delta y [(\rho v_z)|_z - (\rho v_z)|_{z+\Delta z}]
 \end{aligned}$$

Al dividir toda la ecuación entre  $\Delta x \Delta y \Delta z$  y tomar el límite cuando  $\Delta x, \Delta y$  y  $\Delta z$  tienden a cero, y luego usando las definiciones de las derivadas parciales, se obtiene:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \rho v_x + \frac{\partial}{\partial y} \rho v_y + \frac{\partial}{\partial z} \rho v_z \right) \quad (3)$$

Ésta es la ecuación de continuidad, que describe la velocidad de variación respecto al tiempo de la densidad del fluido en un punto fijo en el espacio, esta ecuación (3) puede escribirse de manera más breve usando notación vectorial:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla * \rho v) \quad (4)$$

El vector  $\rho v$  es la densidad de flujo de materia y su divergencia tiene un significado simple: es la velocidad neta con que sale o se emite la densidad de flujo de materia por unidad de volumen (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007).

## 2.2. Ecuación de movimiento

Para obtener la ecuación de movimiento se escribe un balance de cantidad de movimiento sobre el elemento de volumen  $\Delta x \Delta y$  y  $\Delta z$  en la figura (5) de la forma:

$$\begin{bmatrix} \text{Velocidad de} \\ \text{incremento} \\ \text{de cantidad} \\ \text{de movimiento} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{Velocidad} \\ \text{de entrada} \\ \text{de cantidad} \\ \text{de movimiento} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \text{Velocidad} \\ \text{de salida de} \\ \text{cantidad de} \\ \text{movimiento} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{Fuerza} \\ \text{externa} \\ \text{sobre el fluido} \end{bmatrix} \quad (5)$$

Es importante recordar que la ecuación (5) es una ecuación vectorial con componentes en cada una de las tres direcciones de coordenadas  $x, y$  y  $z$ . Desarrollando la componente  $x$  de cada término de la ecuación (5); las componentes  $y$  y  $z$  pueden tratarse de forma semejante, se considera la velocidad de flujo de la componente  $x$  de cantidad de movimiento de entrada y salida en el elemento de volumen que se muestra en la figura (5), la cantidad de movimiento entra y sale en  $\Delta x \Delta y \Delta z$  por dos mecanismos: transporte convectivo y transporte molecular.

La velocidad a la que la componente  $x$  de cantidad de movimiento entra a través de la cara sombreada en  $x$  por todos los mecanismos (tanto convectivo como molecular) es  $\phi_{xx}|_x \Delta y \Delta z$ , y la velocidad a la que sale de la cara sombreada en  $\Delta x$  es  $\phi_{xx}|_{x+\Delta x} \Delta y \Delta z$ , las velocidades a las que la cantidad de movimiento en la dirección  $x$  entra y sale a través de las caras en  $y$  y  $y + \Delta y$  son  $\phi_{yx}|_y \Delta z \Delta x$  y  $\phi_{yx}|_{y+\Delta y} \Delta z \Delta x$ , respectivamente de manera semejante, las velocidades a las que la cantidad de movimiento en la dirección  $x$  entra y sale a través de las caras  $z$  y  $z + \Delta z$  son  $\phi_{zx}|_z \Delta x \Delta y$  y  $\phi_{zx}|_{z+\Delta z} \Delta x \Delta y$ , al sumar estas contribuciones se obtiene la rapidez neta de adición de cantidad de movimiento en la dirección  $x$  a través de los tres pares de caras ecuación (6).

$$\Delta y \Delta z (\phi_{xx}|_x - \phi_{xx}|_{x+\Delta x}) + \Delta z \Delta x (\phi_{yx}|_y - \phi_{yx}|_{y+\Delta y}) + \Delta x \Delta y (\phi_{zx}|_z - \phi_{zx}|_{z+\Delta z}) \quad (6)$$

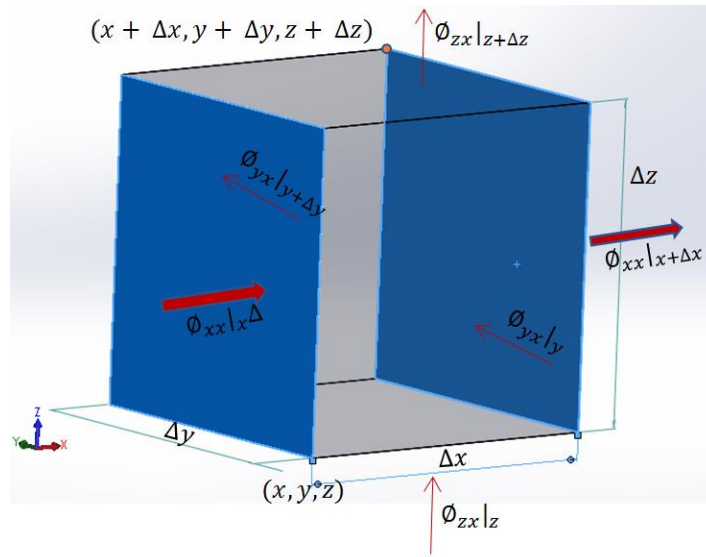


Figura 5. Elemento de volumen fijo  $\Delta x \Delta y \Delta z$ , con seis flechas que indican la densidad de flujo de cantidad de movimiento en la dirección  $x$  a través de las superficies por todos los mecanismos. Las caras sombreadas están ubicadas en  $x$  y  $x + \Delta x$  (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007).

Luego está la fuerza externa (típicamente la fuerza de gravedad) que actúa sobre el fluido en el elemento de volumen, la componente  $x$  de esta fuerza es:

$$\rho g_x \Delta x \Delta y \Delta z \tag{7}$$

Las ecuaciones 6 y 7 proporcionan las componentes  $x$  de los tres términos en el miembro derecho de la ecuación (8), así, la suma de estos términos debe igualarse a la velocidad de incremento de cantidad de movimiento en la dirección  $x$  dentro del elemento de volumen:  $\Delta x \Delta y \Delta z \partial(\rho v_x)/\partial t$ . Al hacer lo anterior se obtiene la componente en la dirección  $x$  del balance de cantidad de movimiento, cuando esta ecuación se divide entre  $\Delta x \Delta y \Delta z$  y se toma el límite cuando  $\Delta x, \Delta y$  y  $\Delta z$  tiende a cero, resultando la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_x = - \left( \frac{\partial}{\partial x} \phi_{xx} + \frac{\partial}{\partial y} \phi_{yx} + \frac{\partial}{\partial z} \phi_{zx} \right) + \rho g_x \tag{8}$$

Aquí se ha utilizado las definiciones de las derivadas parciales, ecuaciones semejantes pueden obtenerse para las componentes en las direcciones  $y$  y  $z$  del balance de cantidad de movimiento.

Al usar notación vectorial – tensorial, las ecuaciones pueden escribirse como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v_i = -[\nabla * \phi]_i + \rho g_i \quad i = x, y, z \quad (9)$$

Las cantidades  $\rho v_i$  son las componentes cartesianas del vector  $\rho v$ , que es la cantidad de movimiento por unidad de volumen en un punto en el fluido, de manera semejante, las cantidades  $\rho g_i$  son los componentes del vector  $\rho g$ , que es la fuerza externa por unidad de volumen, el término  $-\ [\nabla * \phi]_i$  es la  $i$  –ésima componente del vector  $-\ [\nabla * \phi]$ .

Cuando la  $i$  –ésima componente de la ecuación (9) se multiplica por el vector unitario en la  $i$  –ésima dirección y las tres componentes se suman vectorialmente, se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v = -[\nabla * \phi] + \rho g \quad (10)$$

El cual es el planteamiento diferencial de la ley de conservación de cantidad de movimiento, es la traducción de la ecuación (5) a símbolos matemáticos.

El tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento combinado  $\phi$  es la suma del tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento convectivo  $\rho v v$  y el tensor de densidad de flujo de cantidad de movimiento molecular  $\pi$ , éste puede escribirse como la suma de  $p\delta$  y  $\tau$ . Cuando se inserta  $\phi = \rho v v + p\delta + \tau$  en la ecuación (10), se obtienen la siguiente ecuación de movimiento (Bird, Stewart, y Lightfoot 2007):

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho v = -[\nabla * \rho v v] - \nabla p - [\nabla * \tau] + \rho g \quad (11)$$

La conservación del momento en un marco de referencia inercial (no acelerante) se describe como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v} + [\nabla * \rho \vec{v} \vec{v}] = -\nabla p + \nabla(\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (12)$$

Donde  $p$  es la presión estática,  $\bar{\tau}$  es el tensor de tensión ecuación (13) y  $\rho \vec{g}$  y  $\vec{F}$  son la fuerza del cuerpo gravitacional y las fuerzas del cuerpo externo (por ejemplo, que surgen de la interacción con la fase dispersa), respectivamente, el tensor de tensión  $\bar{\tau}$  esta dado por:

$$\bar{\tau} = \mu[\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T] - \frac{2}{3} \nabla * \vec{v} I \quad (13)$$

Donde  $\mu$  es la viscosidad molecular,  $I$  es el tensor unitario, y el segundo término en el lado derecho es el efecto de la dilatación del volumen.

### 2.3. Enfoque CFD

Las principales ecuaciones que constituyen el estudio de cualquier proceso fluidodinámico se fundamentan en las leyes de conservación, comúnmente las ecuaciones que se utilizan en la dinámica de fluidos computacional incluyen la conservación de la masa, momento y energía, y estas se complementan con ecuaciones de estado y otras relaciones con el fin de que se halle la misma cantidad de ecuaciones e incógnitas, estas ecuaciones tienen la capacidad de definir el estado de cualquier fluido.

Cuando se trata con flujo multifásico diferentes enfoques aparecen, dependiendo del tipo, la cantidad de fases que fluyen y la forma en la cual interactúan entre si estas fases, por ejemplo si las fases se encuentran dispersas o si siguen un modelo de fase continua.

Un gran número de flujos encontrados en la naturaleza y la industria son una mezcla de fases, las fases físicas de la materia son gas, líquido y sólido, pero el concepto de fase en un sistema de flujo multifásico se aplica en un sentido más amplio. En el flujo multifásico, una fase puede definirse como una clase identificable de material que tiene una respuesta inercial particular e interacción con el flujo y el campo potencial en el que se encuentra inmerso.

Por ejemplo, las partículas sólidas de diferentes tamaños del mismo material pueden tratarse como fases diferentes porque cada colección de partículas con el mismo tamaño tendrá una respuesta dinámica similar al campo de flujo.

**2.3.1. Regímenes de flujo multifase:** Los regímenes de flujo multifase se pueden agrupar en cinco categorías: flujos de gas - líquido o líquido-líquido; flujos de gas – sólido o líquido-sólido; y flujos de tres fases. En el desarrollo de esta investigación se analiza el flujo gas-sólido, este es un flujo cargado de partículas discretas en una fase continua de gas figura (6a), también se estudia el flujo líquido-sólido el cual por medio de hidrotransporte describe partículas sólidas densamente distribuidas en una fase continua de líquido figura (6b).

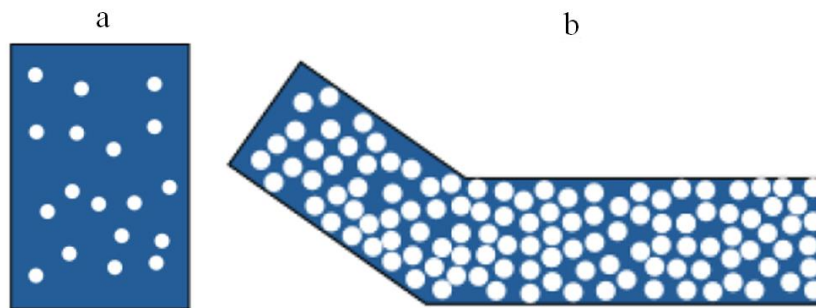


Figura 6. Regímenes de flujo multifásico a) Flujo cargado de partículas b) Transporte neumático, hidrot transporte o flujo *slurry*.

El primer paso para resolver cualquier problema multifásico es determinar cuál de los regímenes descritos en los regímenes de flujo multifásico representa mejor su flujo (Prieto Jiménez, Fabio, y Silva 2012).

**2.3.2. El modelo Euleriano:** En el enfoque de Euler-Euler, las diferentes fases se tratan matemáticamente continuas, como el volumen de una fase no puede ser ocupado por las otras fases, se introduce el concepto de fracción de volumen, se supone que estas fracciones de volumen son funciones continuas de espacio y tiempo y su suma es igual a uno. Las ecuaciones de conservación para cada fase se derivan para obtener un conjunto de ecuaciones que tienen una estructura similar para todas las fases, estas ecuaciones se cierran proporcionando relaciones constitutivas que se obtienen a partir de información empírica o en el caso de flujos granulares, mediante la aplicación de la teoría cinética. En CFD se encuentran disponibles tres modelos diferentes multifásicos de Euler-Euler: el modelo volumen de fluido (VOF), modelo de mezcla y el modelo Euleriano.

Las aplicaciones del modelo multifásico Euleriano incluyen columnas de burbujas, suspensión de partículas y lechos fluidizados, este modelo permite la simulación de múltiples fases separadas pero interactivas, las fases pueden ser líquidos, gases o sólidos en casi cualquier combinación, se usa un tratamiento Euleriano para cada fase, en contraste el tratamiento Euleriano-Lagrangiano se usa para el modelo de fase discreta. El modelo Euleriano no distingue entre flujos multifásicos fluido-fluido y fluido-sólido (granular), un flujo granular es simplemente uno que involucra al menos una fase que ha sido designada como una fase granular, la solución se basa en lo siguiente:

- Una sola presión es compartida por todas las fases.
- Las ecuaciones de impulso y continuidad se resuelven para cada fase.

#### **2.4. Modelo de fase discreta (DPM)**

Para la simulación de partículas se utiliza el llamado Modelo de Fase Discreta (DPM) (Wee y Yap 2019) con este modelo, las trayectorias de las partículas se calculan a través del dominio de simulación utilizando el enfoque Lagrangiano, dado que el cálculo de todas las partículas llevaría mucho tiempo, solo se calcula un número limitado de trayectorias representativas con este modelo. A lo largo de estas trayectorias, se explica el flujo de masa real de partículas, de esta manera se puede realizar el intercambio de información sobre el momento y la energía entre las partículas y la fase continua; el cálculo de las trayectorias se realiza resolviendo el balance de fuerzas para una sola partícula:

$$\frac{d}{dt} X_p = u_p \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} u_p = \frac{18\eta_f}{\rho_p d_p^2} \frac{C_D Re_p}{24} (u_f - u_p) + f \quad (15)$$

$X_p$ ,  $u_p$  y  $d_p$  son la posición, la velocidad y el diámetro de la partícula, respectivamente,  $\rho_p$  es la densidad del material de la partícula,  $\eta_f$  es la viscosidad dinámica del fluido y  $C_D$  es el coeficiente de arrastre para las partículas esféricas. El primer término en el lado derecho de la ecuación (15) es el más importante, representa la fuerza de arrastre que actúa sobre una partícula por el fluido circundante, el segundo término es un resumen de todas las demás fuerzas que pueden actuar sobre una partícula, como la fuerza gravitacional, la fuerza del gradiente de presión y la fuerza de flotación. Dado que la relación de densidad entre la partícula sólida y el gas es muy grande, todas las demás fuerzas, además de la gravitacional y la fuerza de Saffmann se omiten en esta investigación.

La diferencia de velocidad entre el fluido ( $u_f$ ) y la partícula ( $u_p$ ) es el factor decisivo para la fuerza de arrastre, la ecuación (16) se puede expresar a través del tiempo de relajación de la partícula:

$$\frac{d}{dt} u_p = \frac{1}{\tau_p} (u_f - u_p) + f \quad (16)$$

El tiempo de relajación de las partículas es el tiempo que necesita una partícula para ajustar su velocidad a la velocidad del fluido.

$$\tau_p = \frac{\tau_{p0}}{f(Re_p)} \quad (17)$$

Donde  $\tau_{p0}$  es el tiempo de relajación para números de Reynolds de partículas muy pequeñas:

$$\tau_{p0} = \frac{\rho_p d_p^2}{18\eta_p} \quad (18)$$

El tiempo de relajación de la partícula está influenciado principalmente por el número de Reynolds de la partícula:

$$Re_p = \frac{\rho_f d_p |u_f - u_p|}{\eta_f} \quad (19)$$

Donde  $\rho_f$  es la densidad del fluido.

**2.4.1. Modelo de fase discreta densa (DDPM):** La formulación estándar del modelo multifásico Lagrangiano, supone que la fracción de volumen de la fase discreta es suficientemente baja: no se tiene en cuenta al postular las ecuaciones de fase continua, la forma general de las ecuaciones de conservación de masa ecuación (4) y cantidad de movimiento ecuación (10) en CFD toma la siguiente forma.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla * \rho \vec{v} = S_{DDPM} + S_{Other} \quad (20)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho \vec{v} + [\nabla * \rho \vec{v} \vec{v}] = -\nabla p + \nabla(\bar{\tau}) + \rho \vec{g} + \vec{F}_{DDPM} + \vec{F}_{Otros} \quad (21)$$

Para describir los efectos de las fluctuaciones turbulentas de velocidades y cantidades escalares en una sola fase, CFD utiliza varios tipos de modelos de cierre, en comparación con los flujos monofásicos el número de términos a modelar en las ecuaciones de momento en flujos multifásicos es grande, y esto hace que el modelado de turbulencia en simulaciones multifásicas sea extremadamente complejo, la herramienta de dinámica de fluidos computacional proporciona tres métodos para modelar la turbulencia en flujos multifásicos dentro del contexto de los

modelos  $k-\varepsilon$  y  $k-w$ . Además, proporciona dos opciones de turbulencia en el contexto del modelo de tensiones de Reynolds (RSM).

El modelado de turbulencia multifásica generalmente involucra dos modelos de ecuaciones que se basan en modelos monofásicos y que a menudo no pueden capturar con precisión la física de flujo subyacente. El modelado de turbulencia adicional para flujos multifásicos se reduce aún más cuando el modelo básico de una sola fase subyacente no puede capturar la compleja física del flujo; en tales situaciones, el siguiente paso lógico es combinar el modelo de tensiones de Reynolds con el algoritmo multifásico para manejar situaciones difíciles en las que ambos factores, RSM para turbulencia y la formulación multifásica Euleriana son una condición previa para predicciones precisas.

## 2.5. Modelo de turbulencia

El número de Reynolds de un flujo da una medida de la importancia relativa de las fuerzas de inercia (asociadas con los efectos convectivos) y las fuerzas viscosas, en experimentos en sistemas de fluidos se observa que a valores por debajo del número de Reynolds crítico llamado  $Re_{crit}$  el flujo es suave y capas adyacentes del fluido se deslizan uno al otro de manera ordenada, si las condiciones de contorno aplicadas no cambian con el tiempo, el flujo es constante, este régimen se llama flujo laminar.

A los valores del número de Reynolds anterior a  $Re_{crit}$ , se lleva a cabo una serie de eventos complicados que eventualmente conducen a un cambio radical del carácter de flujo, en el estado

final, el comportamiento del flujo es aleatorio y caótico; el movimiento se vuelve intrínsecamente inestable incluso con condiciones de límite impuestas constantemente, la velocidad y todas las demás propiedades de flujo varían de forma aleatoria; este régimen se llama flujo turbulento, una medida típica de velocidad puntual se muestra en la figura (7).

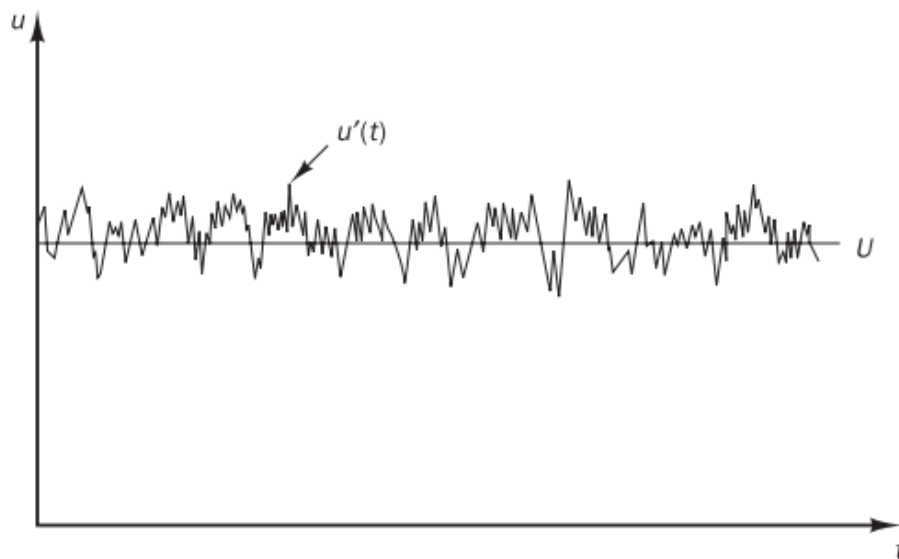


Figura 7. Medición típica de velocidad puntual en flujo turbulento (Versteeg 2007)

**2.5.1. Reynolds (Conjunto) promedio:** En el promedio de Reynolds, las variables de la solución en las ecuaciones instantáneas (exactas) de Navier-Stokes se descomponen en la media (promediado por conjunto o promediado en el tiempo) y componentes fluctuantes figura (7), para los componentes de velocidad:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (22)$$

Donde  $\bar{u}_i$  y  $u'_i$  son los componentes de velocidad media y fluctuante respectivamente, asimismo, para presiones y otras cantidades escalares:

$$\varphi = \bar{\varphi} + \varphi' \quad (23)$$

Donde  $\varphi$  denota un escalar como presión, energía o concentración de especie. Sustituyendo expresiones de esta forma por las variables de flujo en las ecuaciones de continuidad instantánea y de cantidad de movimiento y tomando un promedio de tiempo se obtienen las ecuaciones de cantidad de movimiento promediadas por conjuntos, se pueden escribir en forma de tensor cartesiano como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (25)$$

Las ecuaciones anteriores se llaman las ecuaciones de Reynolds promediadas de Navier-Stokes (RANS). Tienen la misma forma general que las ecuaciones instantáneas de Navier-Stokes, con las velocidades y otras variables de solución que ahora representan valores promediados por conjuntos (o promediados en el tiempo). Ahora aparecen términos adicionales que representan los efectos de la turbulencia. Estas tensiones de Reynolds  $(-\rho \overline{u'_i u'_j})$  deben modelarse para cerrar la ecuación (25).

Para poder calcular los flujos turbulentos con las ecuaciones RANS es necesario desarrollar modelos de turbulencia para predecir las tensiones de Reynolds y los términos de transporte escalar y cerrar el sistema de ecuaciones de flujo medio; para que un modelo de turbulencia sea útil en un código CFD de propósito general debe tener una amplia aplicabilidad, ser preciso, simple y económico de ejecutar, los modelos de turbulencia de RANS más comunes se clasifican

según el número de ecuaciones de transporte adicionales que deben resolverse junto con las ecuaciones de flujo de RANS (Versteeg 2007):

Tabla 1.  
*Modelos de turbulencia (Versteeg 2007).*

Número de ecuaciones extra de transporte	Nombre
Cero	Mixing length model
Uno	Spalart–Allmaras model
Dos	k– $\epsilon$ model
	k– $\omega$ model
	Algebraic stress model
Siete	Reynolds stress model

Estos modelos forman la base de los procedimientos de cálculo de turbulencia estándar en los códigos CFD comerciales actualmente disponibles.

### 2.5.2. Modelo de tensiones de Reynolds (RSM) Según (Launder, Reece, y Rodi 1975)

El modelo de tensiones de Reynolds (RSM) es el tipo más elaborado de modelo de turbulencia RANS, abandonando la hipótesis de la turbulencia isotrópica, el RSM cierra las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds al resolver las ecuaciones de transporte para las tensiones de Reynolds, junto con una ecuación para la tasa de disipación, esto significa que se requieren cinco ecuaciones de transporte adicionales en flujos 2D, en comparación con siete ecuaciones de transporte adicionales resueltas en 3D.

Las ecuaciones de transporte exactas para el transporte de Reynolds, son  $\overline{\rho u_i u_j}$ , y se pueden escribir de la siguiente manera:

- |                          |  |
|--------------------------|--|
| 1- Tiempo local derivado | 6- Producción de flotabilidad          |
| 2- Convección            | 7- Presión de tensión                  |
| 3- Difusión turbulenta   | 8- Disipación                          |
| 4- Difusión molecular    | 9- Producción por rotación del sistema |
| 5- Producción de tensión | 10- Término definido por el usuario    |

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho \overline{u_i u_j})}_{1} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}(\rho u_k \overline{u_i u_j})}_{2} &= \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x_k}[\rho \overline{u_i u_j u_k} + \overline{p'(\delta_{kj} u_i + \delta_{ij} u_k)}]}_{3} \\
 &+ \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_k}[\mu \frac{\partial}{\partial x_k}(\overline{u_i u_j})]}_{4} \\
 &\underbrace{-\rho \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)}_{5} \\
 &\underbrace{-\rho \beta (g_i \overline{u_j \theta} + g_j \overline{u_i \theta})}_{6} \\
 &\underbrace{+ \overline{p' \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}}_{7} \\
 &\underbrace{-2\mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k}}_{8} \\
 &\underbrace{-2\rho \Omega_k (\overline{u_j u_m} \epsilon_{ikm} + \overline{u_i u_m} \epsilon_{jkm})}_{9} \\
 &\underbrace{+ S_{user}}_{10}
 \end{aligned} \tag{26}$$

De los diversos términos en estas ecuaciones exactas,  $C_{ij}$ ,  $D_{L,ij}$ ,  $P_{ij}$ , y  $F_{ij}$  no requiere ningún modelado; sin embargo,  $D_{T,ij}$ ,  $G_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$ , y  $\epsilon_{ij}$  necesitan ser modelados para cerrar las ecuaciones. RSM es un modelo de turbulencia más preciso cuando se tienen en cuenta los efectos de la curvatura aerodinámica, el giro y la rotación, y tiene un mayor potencial para proporcionar predicciones precisas para flujos complejos (Zhang, McLaury, y Shirazi 2016).

En este trabajo, se utiliza el modelo de tensiones de Reynolds (RSM) en contraste con los modelos de una y dos ecuaciones, RSM no usa la hipótesis de viscosidad turbulenta, este modelo de turbulencia resuelve las ecuaciones de transporte separadas para cada una de las tensiones de Reynolds (fluctuaciones de velocidad promediadas) y para la tasa de disipación turbulenta  $\epsilon$ ; esto requiere la solución de siete ecuaciones de transporte adicionales, lo que aumenta considerablemente los costos computacionales, sin embargo, para la correcta representación de cantidades turbulentas en flujos secundarios o en remolinos los modelos que permiten la turbulencia anisotrópica son cruciales.(Wee y Yap 2019).

## 2.6. Ecuaciones de erosión

En el modelo de erosión basado en CFD se registra la información de colisión de las partículas que impactan en cada celda próxima a la pared, luego, la información de colisión se inserta en una ecuación de erosión para calcular la pérdida de masa en la superficie causada por las partículas impactantes.

- Ecuación de erosión Oka
- Ecuación de erosión Finnie
- Ecuación de erosión Genérica
- Ecuación de erosión Mclaury

**2.6.1. Ecuación de erosión de Oka:** La ecuación de erosión de Oka es la siguiente:

$$ER = 10^{-9} \rho p_{pared} ERv \tag{27a}$$

$$ERv = E_{90} F(\theta) \tag{27b}$$

$$E_{90} = K(Hv)^{k_1} \left(\frac{Vp}{V^*}\right)^{k_2} \left(\frac{dp}{d^*}\right)^{k_3} \tag{27c}$$

$$F(\theta) (\text{sen}(\theta))^{n_1} \{1 + Hv(1 - \text{sen}(\theta))\}^{n_2} \tag{27d}$$

$$n_1 = S_1(Hv)^{q_1}, n_2 = S_2(Hv)^{q_2}, k_2 = 2.3(Hv)^{0.038} \tag{27e}$$

Dónde  $ERv$  es la tasa de erosión volumétrica ( $mm^3/kg$ ),  $E_{90}$  es el daño por erosión de un ángulo de impacto normal ( $mm^3/kg$ ),  $V^*$  ( $m/s$ ) es la velocidad de impacto de referencia;  $dp$  y  $d^*$  ( $m$ ) son el diámetro de la partícula y diámetro de referencia, respectivamente, y  $Hv$  es la dureza Vickers del material (Oka, Okamura, y Yoshida 2005). Los valores de los diferentes coeficientes usados en esta ecuación se pueden observar en la tabla (2).

Tabla 2.  
Parámetros experimentales en el modelo de (Oka, Okamura, y Yoshida 2005)

$k$	$k_1$	$k_3$	$S_1$	$S_2$	$q_1$	$q_2$	$V^*(m/s)$	$d^*(\mu m)$
60	-0.12	0.19	0.71	2.4	0.14	-0.94	104	326

La eliminación del material de la pared debido a la erosión (tasa de erosión) se calcula utilizando el modelo de erosión de Finnie desarrollado para materiales dúctiles, estudios

anteriores (Peng Jr et al. 2013) indicaron que el modelo de erosión de Finnie utilizado en los códigos CFD comerciales pueden predecir las tasas de erosión.

**2.6.2. Ecuación de erosión de Finnie:** En este estudio seleccionó el modelo de Finnie con seguimiento de partículas Lagrangiano y enfoque multifásico Euleriano, este modelo implementa las siguientes ecuaciones empíricas.

$$E = \left(\frac{V_p}{V_o}\right)^n f(\gamma) \quad (28)$$

$$f(\gamma) = \frac{1}{3} \cos^2 \gamma \quad \text{if} \quad \tan \gamma > \frac{1}{3}$$

$$f(\gamma) = \sin(2\gamma) - 3\sin^2 \gamma \quad \text{if} \quad \tan \gamma \leq \frac{1}{3}$$

Dónde:  $\gamma$ : Ángulo de impacto,  $V_p$ : Velocidad de impacto de la partícula.  $V_o$ : Velocidad de referencia

La erosión de una pared debida a un impacto se calcula a partir de la siguiente relación, presentada como densidad de velocidad de erosión (ERD) en  $Kg/m^2s$  en CFD.

$$ERD = E * \dot{N} * m_p \quad (29)$$

Dónde:

$E$ : Tasa de erosión adimensional

$m_p$ : Masa de partículas

$\dot{N}$ : Tasa de partículas que impactan

Se debe tener en cuenta que esta tasa de erosión es solo una guía cualitativa de la erosión, a menos que se conozcan valores precisos para las constantes del modelo; además, debe

convertirse a la tasa de erosión normal en (mm / kg o mm / año) antes de que se pueda aplicar al uso práctico (Peng Jr et al. 2013).

El modelo de erosión de Finnie es más adecuado para materiales dúctiles, donde la erosión varía con el ángulo de impacto y la velocidad, el modelo Oka proporciona una correlación más realista al incluir el efecto de la dureza del material de la pared, el modelo de erosión de McLaury fue desarrollado para predecir la tasa de erosión de las partículas sólidas en el agua; se ha utilizado principalmente en flujos *slurry*.

### **3. Modelo numérico**

Para resolver las ecuaciones de conservación y ecuaciones de cierre de CFD es necesario el uso de métodos numéricos para la discretización de las ecuaciones diferenciales parciales, dependiendo de las condiciones a las que se esté trabajando y la interacción entre las fases en el sistema a analizar, es conveniente la selección de un método numérico para solucionar dichas ecuaciones.

#### **3.1. Método de los volúmenes finitos**

Existen diversos métodos numéricos para el desarrollo de las ecuaciones de flujo, siendo el método de los volúmenes finitos el más robusto y complejo cuando se pretende hacer simulaciones en perfiles libres, y la principal ventaja de este método es la forma como se hace la

discretización espacial, realizada directamente sobre el espacio físico, permitiendo que sea el método más flexible frente a geometrías más complejas.

El método de volúmenes finitos fue explicado por (Maliska 2004), y consiste básicamente en la división de la geometría a ser estudiada en pequeños volúmenes de control, es decir, se genera una malla numérica, las ecuaciones aproximadas son obtenidas a través del balance de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía; los valores son calculados en regiones discretas de la geometría. El término “volumen finito” hace referencia a un volumen que encierra un punto nodal en la malla (Alvarez-Castro et al. 2015).

En el método de los volúmenes finitos, las ecuaciones de conservación son integradas en el volumen de control, para este método, las ecuaciones diferenciales que contienen términos divergentes en integrales de superficie a partir del teorema de Gauss, el cual es presentado en las ecuaciones (30 - 31).

$$\int_V \nabla \phi dV = \int_A \phi \vec{n} dA \quad (30)$$

$$\int_A \rho \phi \vec{n} \vec{v} dA = \int_A T \phi \vec{n} dA + \int_V A^\phi dV \quad (31)$$

La ecuación de conservación global es obtenida a través de la suma de las celdas, de modo que las integrales sobre las superficies internas se cancelan, el flujo de fluidos a través del volumen de control es una suma de integrales sobre las caras. Las ecuaciones (32 - 33) representan el flujo convectivo y difusivo, respectivamente:

$$\int_A \rho \phi \vec{n} \vec{v} dA = \sum_l \int_A \rho \phi \vec{n} \vec{v} dA \tag{32}$$

$$\int_A T \phi \vec{n} dA = \sum_l \int_A T \phi \vec{n} dA \tag{33}$$

Para dar solución a las integrales de superficie es necesario conocer el valor del integrando, en el caso en que ese valor no se tenga y que solo se tiene el valor en el centro del volumen de control, el esquema de interpolación debe definir las propiedades de las caras, las caras reciben el nombre de los puntos cardinales (n – norte, s – sur, w – oeste, e – este) y el punto nodal es representado por la letra P.

La figura (8) presenta un volumen de control rectangular, el cual es utilizado para ilustrar una discretización de una ecuación de transporte usando la formulación de volúmenes finitos.

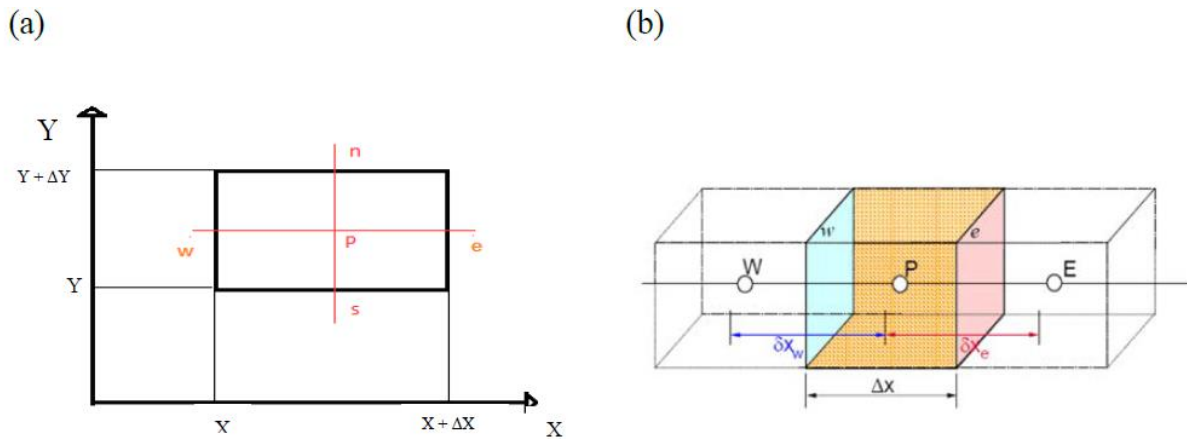


Figura 8. Volumen de control a) Volumen finito bidimensional b) Tres volúmenes de control con tres puntos nodales (W,P y dos interfaces(w y e)) (Álvarez Castro 2011).

#### **4. Metodología computacional**

La figura (9) muestra el diagrama de flujo básico que se utiliza para el desarrollo de este trabajo, empieza por una identificación del problema, es decir, las variables que afectan las tasas de erosión, aquí se plantea la modificación del tamaño de grano, cambios en la carga de arena, variación en la velocidad de flujo, alteraciones en el radio de curvatura de la tubería, cambio de la fase continua y modificaciones estructurales; después, se llega a una etapa de pre-procesamiento donde las condiciones de calidad de la malla son un aspecto relevante para obtener resultados razonables, posteriormente es necesaria la configuración en CFD lo que conlleva a su posterior solución. Como última etapa, en el pos-procesamiento se hace un análisis y comparación de resultados, en este punto de la investigación es donde se generan las conclusiones del proyecto.

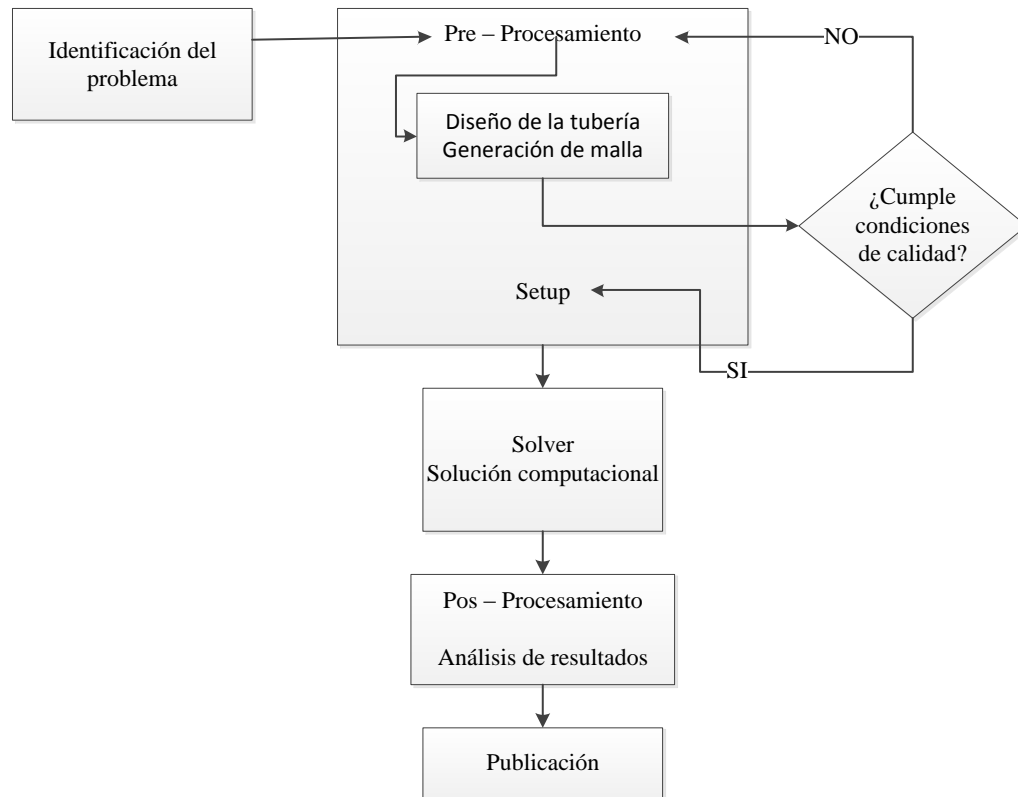


Figura 9. Metodología en el modelamiento y diseño utilizando CFD (González-Silva et al. 2012)

## 5. Estudios en CFD

La dinámica computacional de fluidos ha demostrado ser una alternativa útil en la simulación del flujo de fluidos figura (10), en este caso aplicado al flujo en tuberías, la posibilidad de modificar las variables en el sistema crea una ventaja en términos de tiempo e infraestructura; este tipo de herramientas computacionales abre todo un horizonte de posibilidades e innovaciones para la industria de los hidrocarburos, por ejemplo, el análisis de las variables que afectan las tasas de erosión en tuberías.

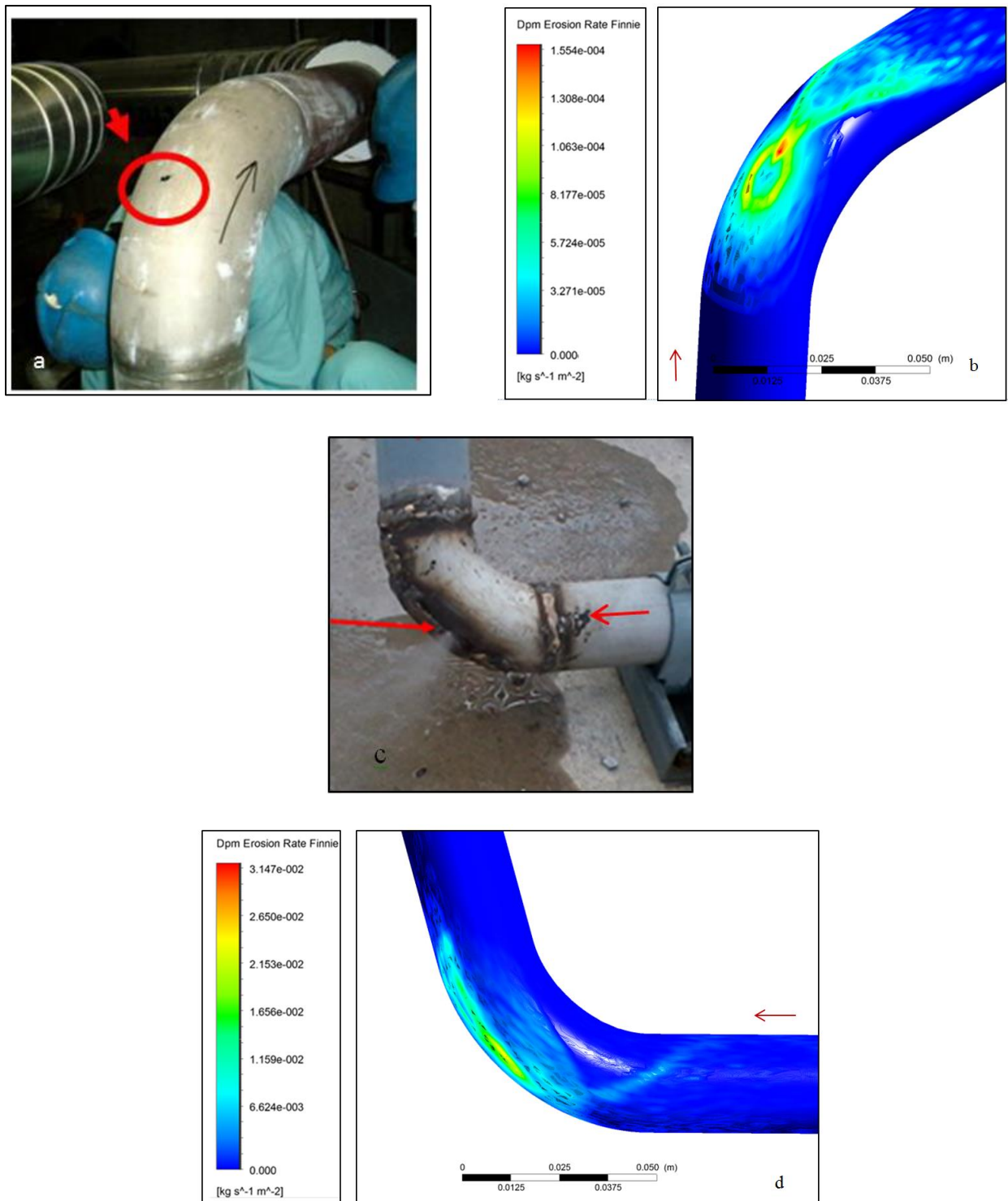


Figura 10. Comparación del fenómeno de erosión a) Caso real (Ishimoto et al. 2011). b) Contorno de erosión en CFD c) Falla en tubería (Kesana et al. 2013). d) Contorno de erosión en CFD.

### 5.1. Diseño de la tubería

Esta investigación plantea el diseño de tres tipos de geometrías a) tubería estándar con codo de 90°, b) tubería modificada con torsión (Duarte y de Souza 2017) y c) tubería modificada con cámara de vórtice (Duarte, de Souza, y dos Santos 2016).

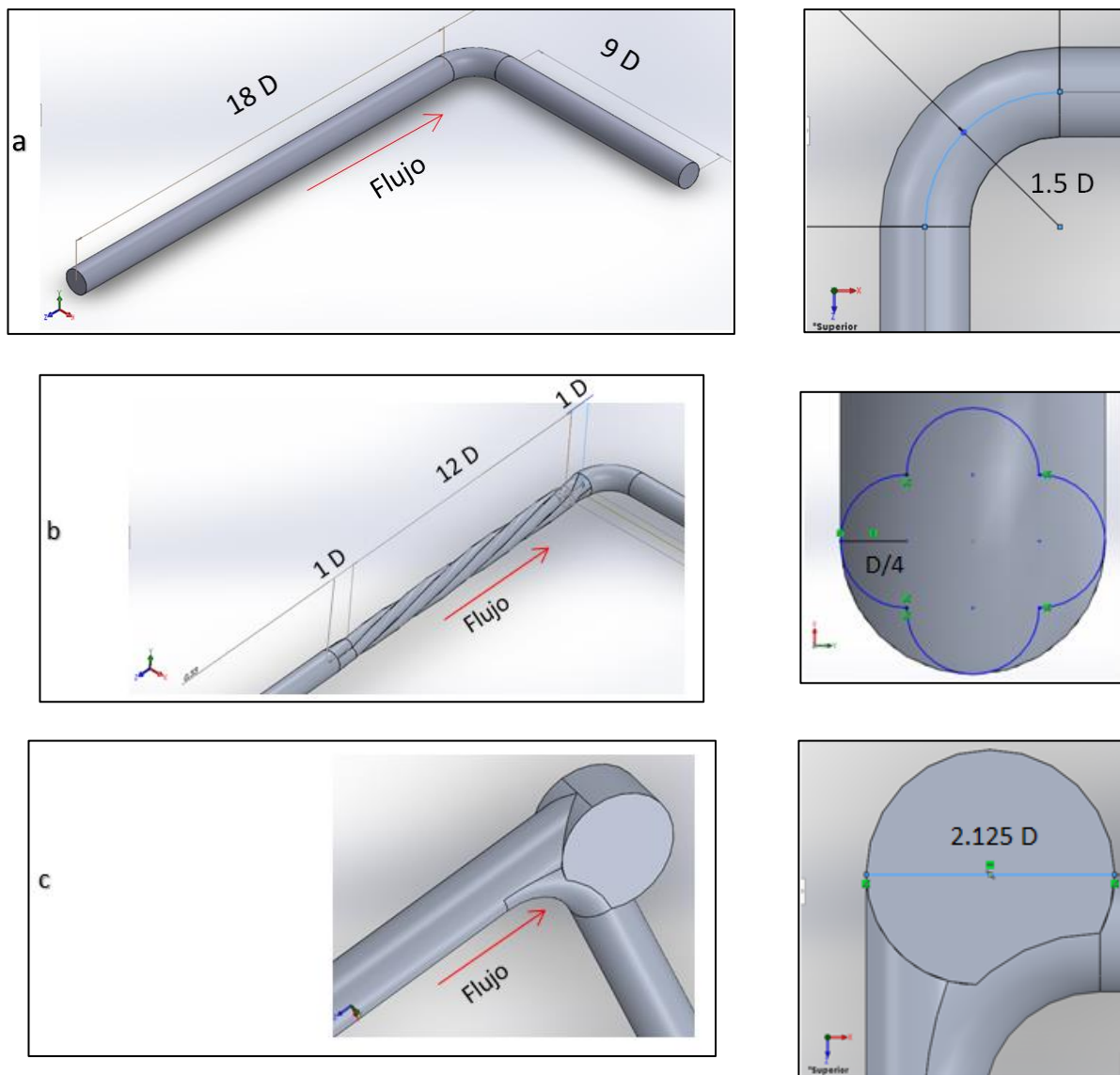


Figura 11. Diseño de tubería. Caso a) Tubería estándar. Caso b) Tubería con torsión(Duarte y de Souza 2017). Caso c) Tubería con cámara de vórtices(Duarte, de Souza, y dos Santos 2016)

El diámetro “D” de tubería es de 0.0254 m o su equivalente 1”, los casos b y c conservan las características dimensionales de la tubería en sus componentes de entrada y salida de flujo, 18D y 9D respectivamente; por lo tanto, se asegura que esta investigación muestra los patrones de erosión de la tubería estándar y los de sus correspondientes modificaciones estructurales.

La tubería es de acero por ésta fluiría un gas, para la elaboración de este trabajo se ha dispuesto simular con metano debido a la similitud de este material con los fluidos que se pueden reconocer en un pozo de gas seco común, también, fluiría como fase discreta arena, la cual se supone como partículas en suspensión de la fase continua (metano). A pesar de que las tuberías con cámara de vórtices no son muy conocidas empresas fabricantes como HAMMERTEK comercializan este tipo de tubería con el nombre de SMART ELBOW, la figura (12) presenta algunos de las ventajas de utilizar un codo con cámara de vórtices, esto hace parte del portafolio de servicios de HAMMERTEK quien expone que el uso de estas tuberías ayuda a disminuir la erosión y a prevenir taponamientos.

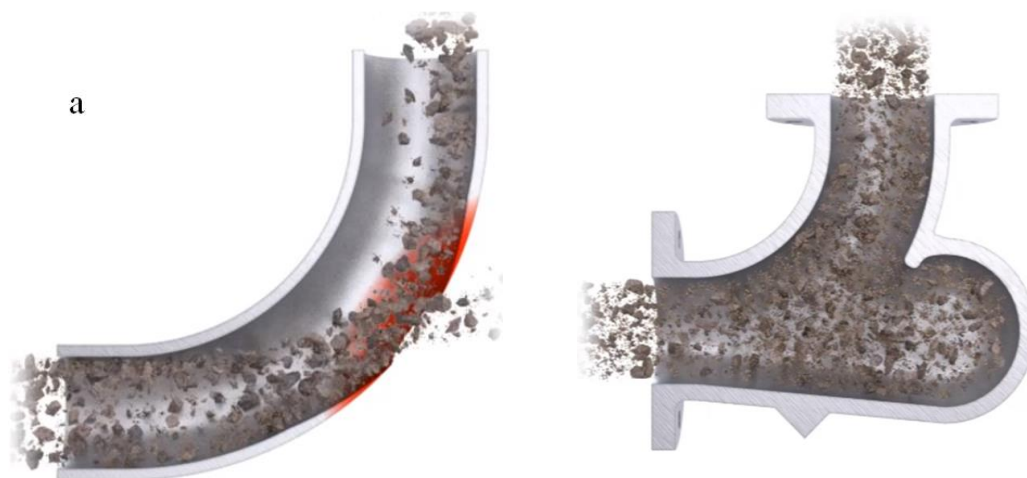




Figura 12. Ventajas de utilizar una tubería con cámara de vórtices, a) Mitigación de erosión y b) Prevención de taponamientos. HAMMERTEK.

## 5.2. Generación de malla

Se requiere que el dominio de flujo se divida en celdas computacionales relativamente pequeñas, estas celdas permitirán que las variables de flujo se calculen y almacenen en la ubicación de las celdas, las condiciones de mallado se eligieron de manera que el refinamiento de la malla no aumente el costo computacional y permita el desarrollo completo del campo de flujo de turbulencia, la fase continua y dispersa fluirán por toda la estructura en un solo sentido de flujo.

**5.2.1. Condiciones de mallado:** Se tienen en cuenta para la generación de la malla una cantidad ideal de 500 000 elementos, la cual presenta una cantidad real de 511 020 elementos, esta malla tiene un refinamiento de pared de 10 capas y un tamaño de elemento de 0.00254 m, el tipo de malla es hexaédrica.

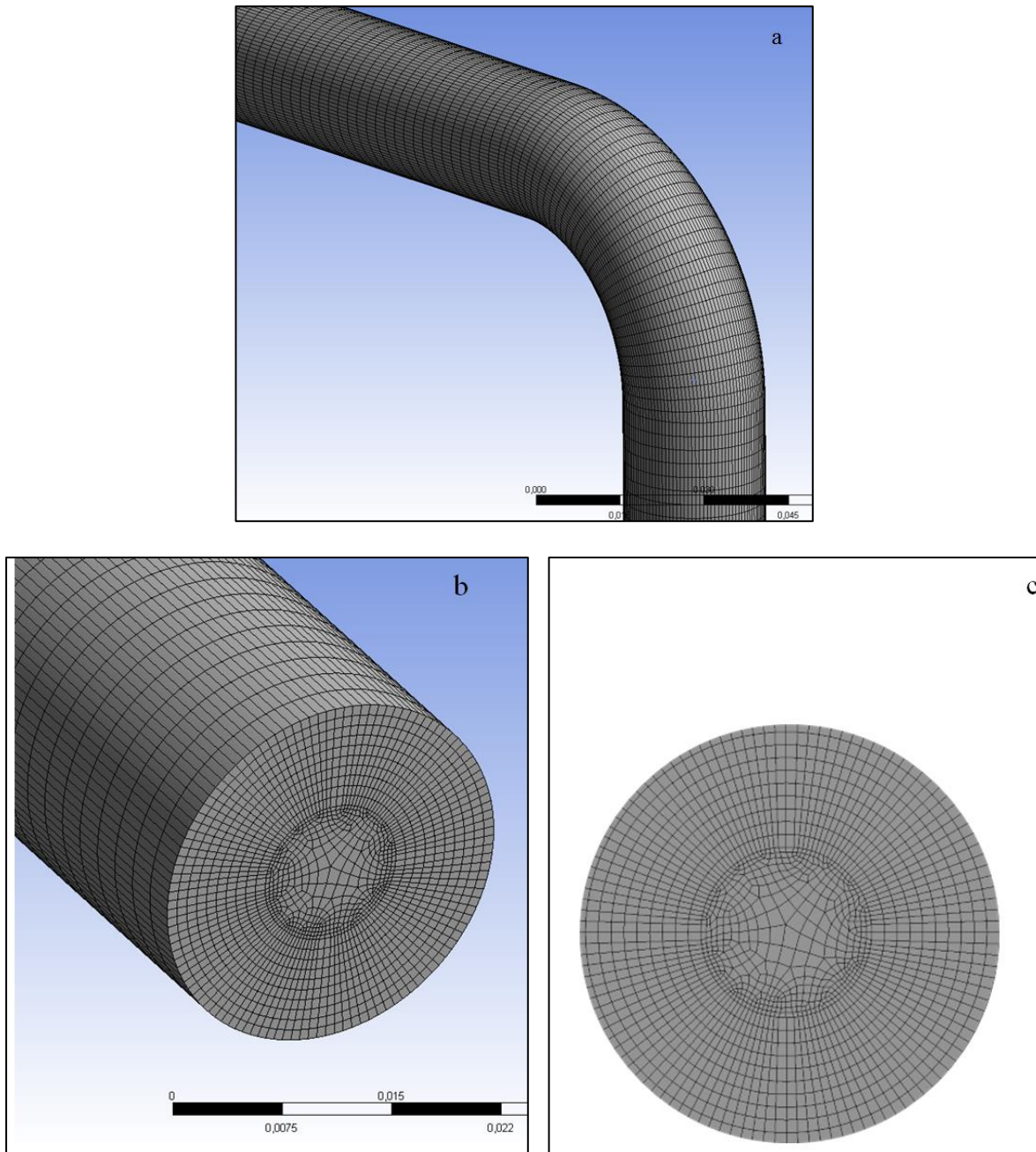


Figura 13. Malla de tubería estándar con codo de 90° y 511 020 elementos. a) Vista espacial b) Corte transversal c) Vista perpendicular a la entrada del flujo.

**5.2.2. Ortogonalidad y oblicuidad:** La oblicuidad es una de las principales medidas de calidad para una malla, la oblicuidad determina qué tan cerca del ideal (es decir, equilátero o

equiangular) está una cara o una celda, la tabla (3) enumera el rango de valores de oblicuidad y la calidad de celda correspondiente. De acuerdo con la definición de oblicuidad, un valor de 0 indica una celda equilátera (mejor) y un valor de 1 indica una celda completamente degenerada (la peor), en contraste un valor excelente de ortogonalidad es aquel  $\approx 1$ . Las caras y las celdas muy sesgadas son inaceptables porque las ecuaciones que se resuelven suponen que las celdas son relativamente equiláteras / equiángulares.

Tabla 3  
Rango de valores de oblicuidad.

Valores de Oblicuidad	Calidad de la celda
1	Degenerada
0.9 - <1	Mala
0.75 - 0.9	Pobre
0.5 - 0.75	Justa
0.25 - 0.5	Buena
>0 - 0.25	Excelente
0	Equilátero

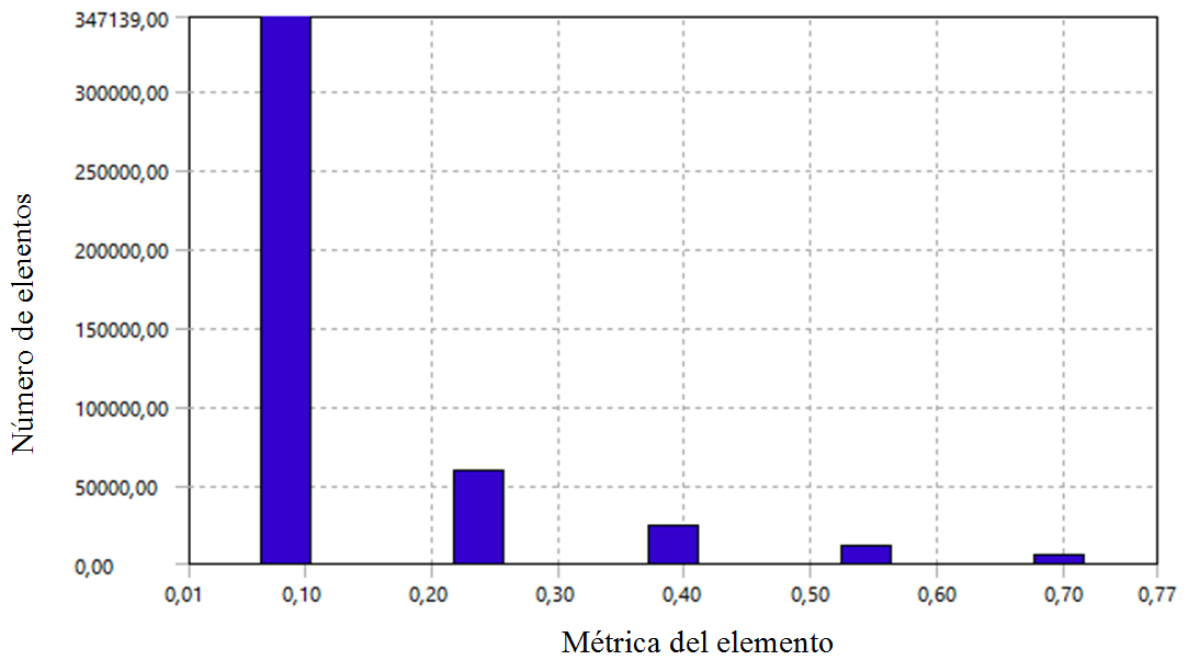


Figura 14. Valores de oblicuidad de la malla hexaédrica seleccionada de 511 020 elementos.

La figura (14) muestra que un alto número de elementos (aproximadamente el 85%) se encuentra dentro del rango de una “buena” calidad de celda.

### 5.3. Configuración del software

Se asume un flujo en estado estable donde los efectos de la gravedad no se tienen en cuenta debido a que se trata de una tubería horizontal – horizontal, las configuraciones realizadas en el modelo se pueden observar en la tabla (4).

Tabla 4.  
Lista de ajustes en CFD

<b>Condiciones de la simulación</b>				
	Multifase	Euleriano	Modelo de fase discreta densa	1 Fase Euleriana 1 Fase discreta
<b>Modelos</b>	Modelo de viscosidad	Tensiones Reynolds (7 ec)	Funciones escalables de pared	
	Modelo de fase discreta	50 000 Partículas	Inyección superficial	Modelos físicos Erosión/Acreción
<b>Materiales</b>	Fluido (fase 1) CH <sub>4</sub> 0.6679 kg/m <sup>3</sup>	Acero 7990 kg/m <sup>3</sup>	Partícula inerte (fase 2) Arena 2600 kg/m <sup>3</sup>	
<b>Condiciones de celda</b>	Mezcla			
<b>Condiciones de contorno</b>	Entrada– mezcla	-Presión: 1atm	Entrada – fase 1 Velocidad: 34 m/s	
			<i>Phase Coupled</i>	
			<i>SIMPLE</i>	
<b>Solución</b>		Discretización espacial	Gradiente	<i>Least Squares Cell based</i>
		Impulso	<i>First Order Upwind</i>	

Métodos	Tasa de disipación turbulenta	<i>Second Order Upwind</i>
	Tensiones Reynolds	<i>Second Order Upwind</i>
Inicialización	Inicialización híbrida	
Ejecutar cálculo	Número de iteraciones: 1 000	

El modelo de tensiones de Reynolds (RSM) incorporado en la herramienta de dinámica computacional de fluidos se utiliza como modelo de turbulencia para todas las simulaciones, además para lograr el objetivo de tener un enfoque de modelado de pared que posea la precisión para una malla con refinación de pared, se utiliza un tratamiento de funciones escalables de pared junto con el modelo de turbulencia. Según (Sultan et al. 2018) RSM es un modelo de turbulencia más preciso cuando se tienen en cuenta los efectos de la curvatura aerodinámica, el giro y la rotación; de igual modo (Zhang, McLaury, y Shirazi 2016) comenta que tiene un mayor potencial para proporcionar predicciones precisas para flujos complejos

El algoritmo SIMPLE utiliza una relación entre las correcciones de velocidad y presión para imponer la conservación de masa y obtener el campo de presión. El *Least Squares Cell based* es un método que supone que la solución varía linealmente, se establece que la tasa de disipación turbulenta y el método de tensiones de Reynolds utilicen un método *Second order upwind* debido a que genera datos más precisos (Wee y Yap 2019).

Según (Wee y Yap 2019) descubrió que la tasa de erosión será independiente de más de 20,000 partículas, por lo tanto, el número de partículas simuladas se estableció en 50,000, lo que

fue suficiente para proporcionar una representación del cálculo de la erosión. La inicialización híbrida es una colección de métodos de interpolación de límites, resuelve la ecuación de Laplace para producir un campo de velocidad que se adapta a geometrías de dominio complejas, y un campo de presión que conecta suavemente los valores de presión alta y baja en el dominio computacional.

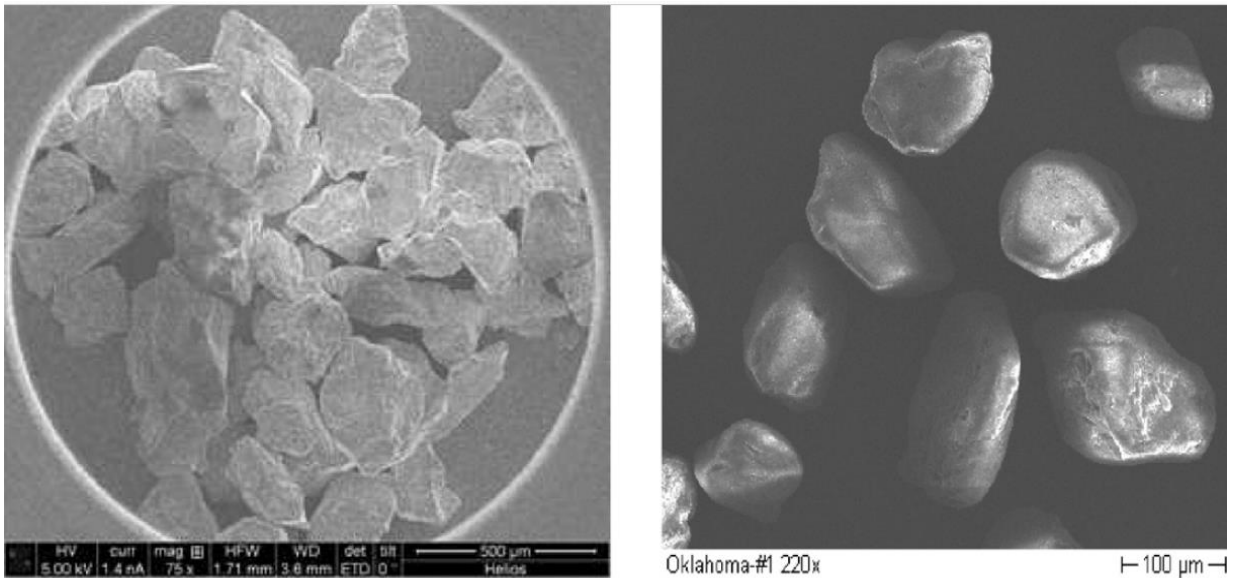
## **6. Resultados**

La erosión por simulación de partículas de arena fina ( $<50 \mu\text{m}$ ) tiende a predecir en mayor medida el comportamiento de la erosión, el transporte de partículas de arena en el codo está bajo la influencia de partículas fluidas; geometrías ligeramente alteradas producen resultados de erosión significativamente diferentes, por lo tanto, el análisis de CFD con enfoque Euleriano-Lagrangiano se utiliza para resolver la fase continua con las ecuaciones de Navier-Stokes, mientras que la fase secundaria con balance de fuerza de partículas usa el modelo de tensiones de Reynolds para simular el comportamiento de turbulencia de la fase de fluido continuo, así abordar el efecto del límite viscoso en la región cercana a la pared, y los flujos secundarios en el codo para obtener resultados más precisos (Wee y Yap 2019).

### **6.1. Efecto de la variación del tamaño de grano**

Los tamaños de arena observados en la superficie dependen de la geología del yacimiento, los tamaños de partículas típicamente oscilan entre 50 y 500 micrómetros (Barton 2003). En las tasas de erosión puede influir la forma de las partículas, aunque no hace parte de este estudio

debido a que las partículas que se utilizan en el procedimiento de rastreo se consideran esféricas con distribución uniforme, vale la pena decir que partículas con bordes afilados generan mayores tasas de erosión que aquellas con bordes semi-redondeados figura (15) (Vieira et al. 2016).



*Figura 15.* Partículas de arena usados en los experimentos de erosión de (Vieira et al. 2016) a) Arena California b) Arena Oklahoma

El tamaño de las partículas influye drásticamente en la erosión, según los resultados obtenidos en la tabla (5) demuestran que un mayor tamaño de grano disminuye las tasas de erosión debido a que en los flujos de gas hay un diámetro de partícula crítica, por debajo del cual hay una disminución dramática en las tasas de erosión debido al efecto del número de Stokes (Wong, Boulanger, y Short 2014).

Tabla 5.  
Cambios en la erosión debido a la variación del tamaño de grano

Parámetros de simulación	Fluido: Metano Radio de Curvatura: 1.5D (m)			
	Velocidad: 34 m/s			
Tamaño de grano ( $\mu m$ )	20	50	100	150
Tasa de erosión (in/año)	24.8698	20.2278	11.2114	7.8901

La figura (16) representa el comportamiento de la erosión debido al aumento del tamaño de grano, esto implica que superado el diámetro de partícula crítico la tasa de erosión describirá una relación proporcional al incremento de tamaño de grano.

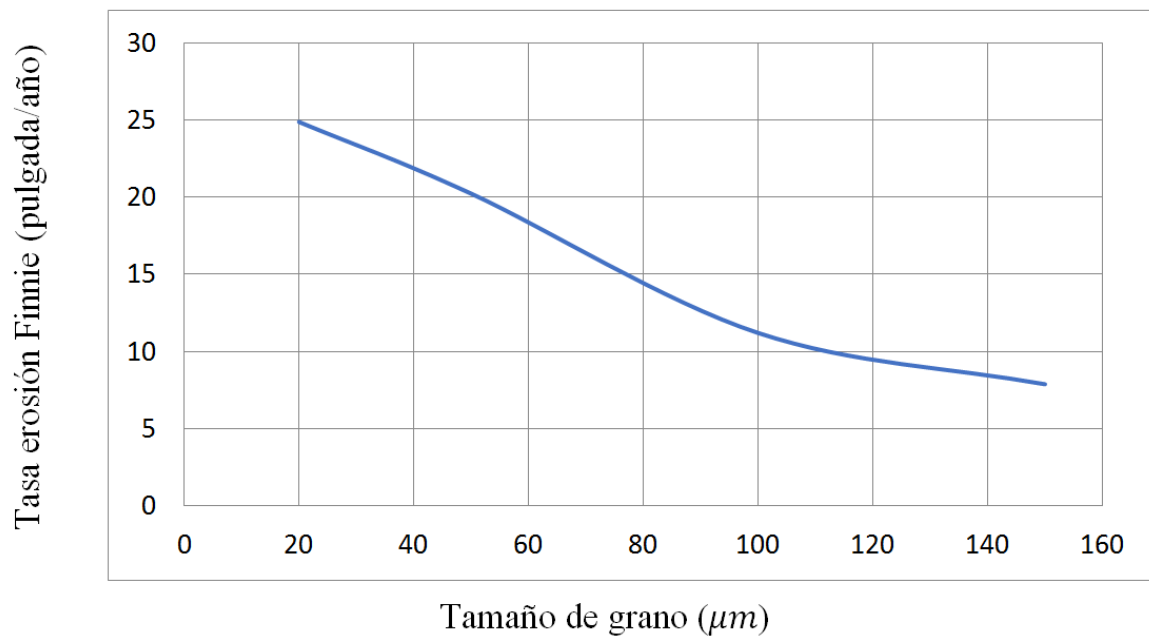


Figura 16. Alteración en la tasa de erosión debido al cambio del tamaño de grano.

En la figura (17 b) se distingue una “V” característica de este tipo de simulaciones, la figura (17) muestra progresivamente como el patrón de erosión va disminuyendo, debido a que por debajo del diámetro de partícula crítico el material erosivo tiende a interactuar más entre sí.

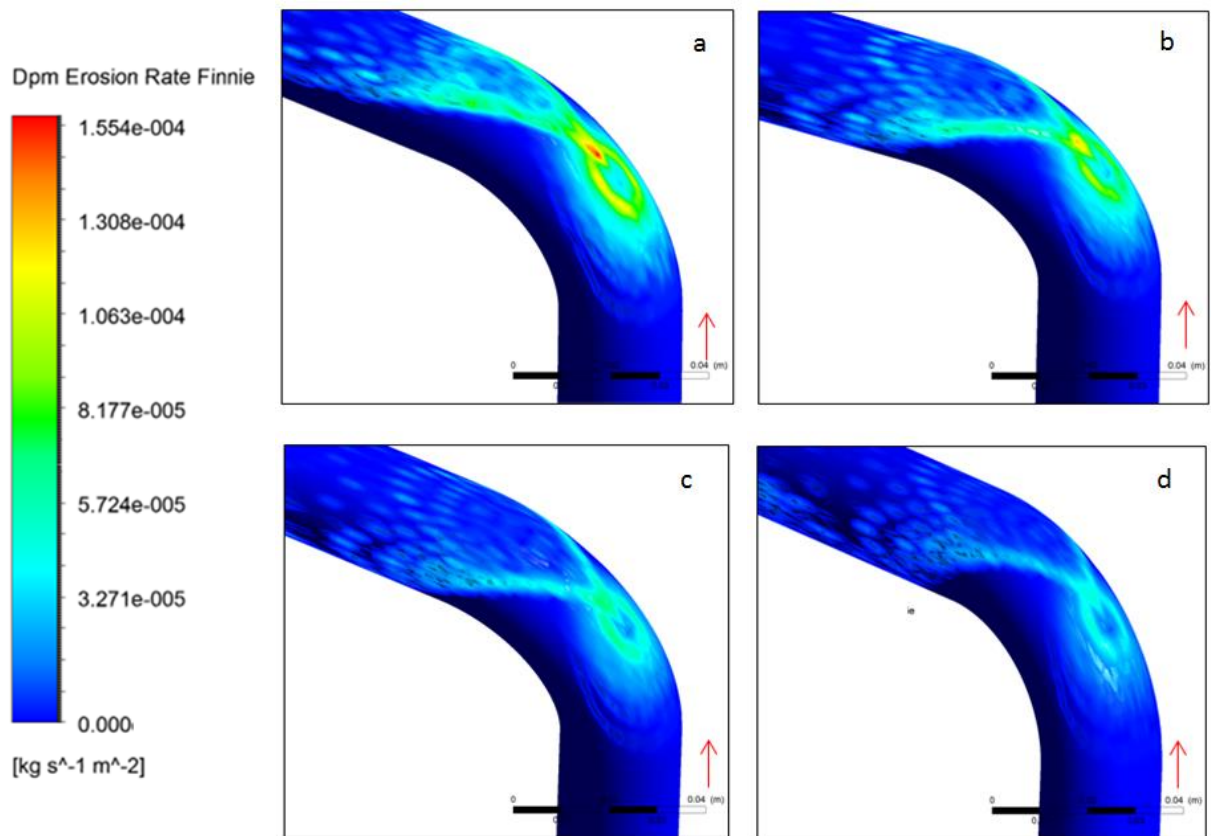


Figura 17. Contorno de erosión con relación de carga constante de 0.0125 y tamaño de grano de a)  $20\mu\text{m}$  b)  $50\mu\text{m}$  c)  $100\mu\text{m}$  y d)  $150\mu\text{m}$

El efecto del tamaño de grano en casos aplicados en campo es complicado de controlar puesto que las pantallas de arena y los paquetes de grava no garantizan un funcionamiento libre de erosión, entonces si se producen en cantidades suficientemente grandes, incluso las partículas muy pequeñas pueden generar un grado significativo de erosión.

## 6.2. Efecto de los cambios de carga

Según (Barton 2003) es probable que los incrementos en la tasa de producción de arena aumenten la tasa de erosión, esto se comprueba en los valores obtenidos en la tabla (6).

Tabla 6.  
Cambios en la erosión debido a la variación en la carga de arena

<b>Parámetros de simulación</b>	<b>Fluido: Metano</b>		<b>Radio de curvatura: 1.5D</b>	
	<b>Velocidad: 34 m/s</b>		<b>Tamaño de grano: 50 μm</b>	
<b>Relación de carga</b>	0.0125	0.5	1	1.5
<b>Carga (Kg)</b>	0.000575325	0.023013	0.046026	0.069039
<b>Tasa de erosión (in/año)</b>	20.2278	1316.2549	3779.4663	4876.9929

Controlar los cambios de carga del material sólido transportado puede brindar alternativas para la mitigación de erosión figura (18); pero también causa un dilema económico, puesto que a la par de la disminución de carga de material sólido también disminuye la tasa de la fase continua.

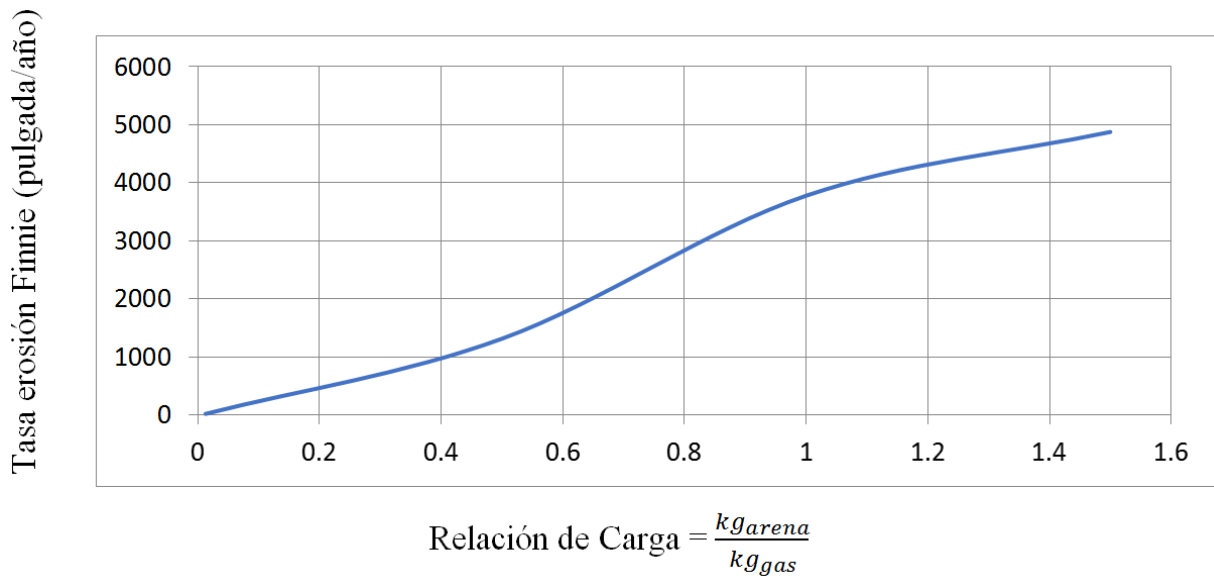


Figura 18. Alteración en la tasa de erosión debido al cambio en la carga de arena.

Aún más importante que la protección de la tubería es la protección del capital de inversión. El caudal de la fase continua es de especial relevancia en los diseños de ingeniería, debido a que esta variable se puede controlar pero existe una limitante económica que se debe contemplar,

porque no es lógico tener tuberías en excelente estado y rendimientos de inversión bajo, la industria de los hidrocarburos además de suplir las necesidades energéticas de la humanidad es también un negocio, el cuál es el principal eslabón del producto interno bruto de muchas naciones y también el interés de accionistas y empresarios; se debe buscar un equilibrio que mejore el tiempo de vida útil de las tuberías , que disminuya costos de mantenimiento y al mismo tiempo cumpla los objetivos monetarios, que son los que permiten todo el despliegue tecnológico y talento humano que ocupa la explotación de recursos fósiles.

La figura (19) representa cuatro posibles escenarios de erosión, aquí se aprecia como el aumento gradual de la carga de material particulado afecta contundentemente la tasa de erosión; no existe un patrón definido, es decir no se reconoce la forma “V”, aunque por ejemplo la marca de erosión descrita por la figura 19 (c) se encuentra en los registros fotográficos de casos reales que indujeron a fallas técnicas figura 10 (c).

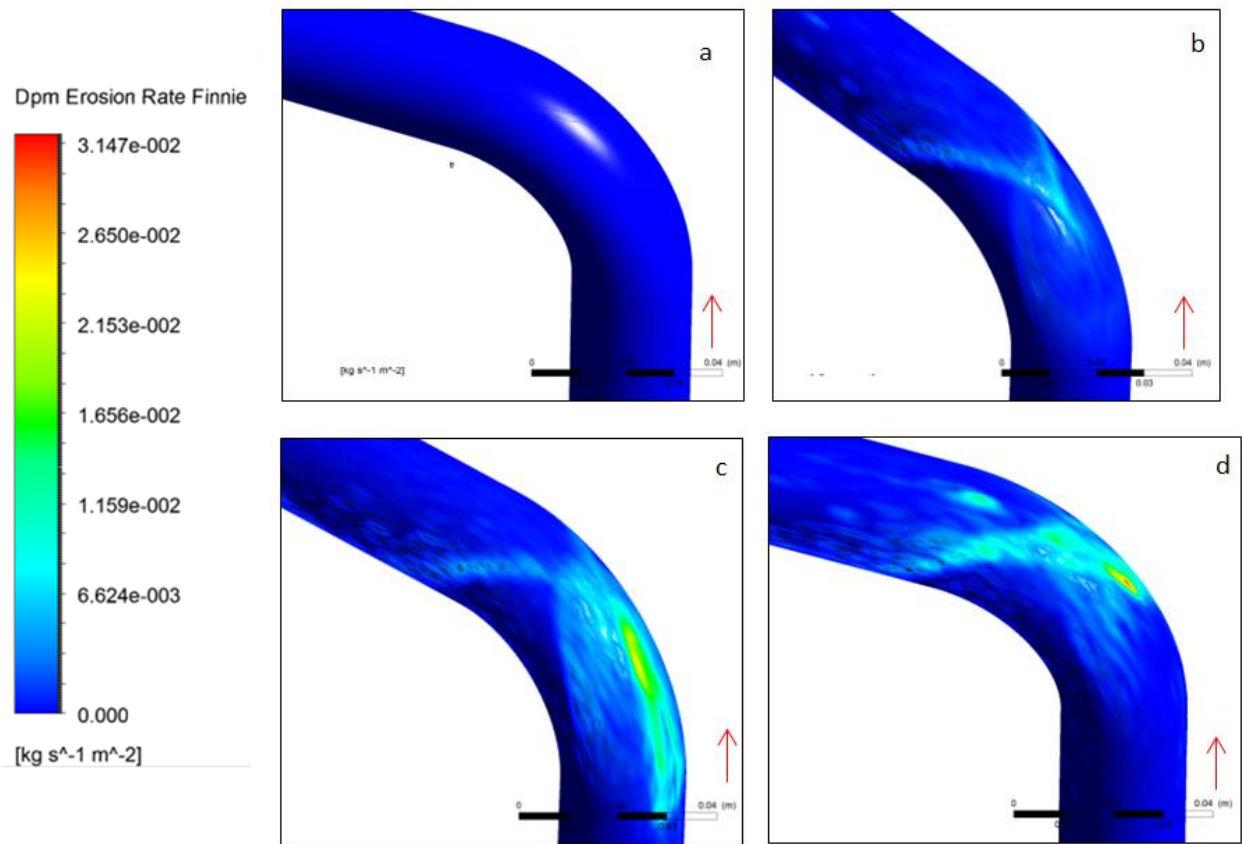


Figura 19. Contorno de erosión con tamaño de grano constante de 50  $\mu\text{m}$  y relación de carga de a) 0.0125 b) 0.5 c) 1 y d) 1.5

### 6.3. Efecto de la variación de velocidad

La velocidad de las partículas es directamente proporcional a la velocidad del fluido (Vieira et al. 2016), por lo tanto existe una mayor velocidad de impacto lo que favorece a un aumento en las tasas de erosión. El aumento de la rapidez del flujo tiene poco efecto en la distribución de la zona de erosión máxima; sin embargo aumentará el valor de erosión como lo refleja la tabla (7). Esto también concuerda con los resultados obtenidos por (A. Bikbaev et al. 1973) quien encontró que la tasa de erosión aumenta a medida que se incrementa la velocidad de la fase continua.

Tabla 7.  
Cambios en la erosión debido a la variación de la velocidad de la fase continua.

Parámetros de simulación	Fluido: Metano		Radio de curvatura: 1.5D m	
	Relación de carga: 0.0125		Tamaño de grano: 100 $\mu m$	
Velocidad (m/s)	10	20	27	34
Tasa de erosión (in/año)	1.2834	4.5501	7.8974	11.2108

La ecuación de Finnie, ecuación (28) muestra que la tasa de erosión depende de la velocidad de impacto de la partícula, por esta razón un aumento de la velocidad de la fase continua trae como consecuencia incrementos importantes en la pérdida del material de la tubería.

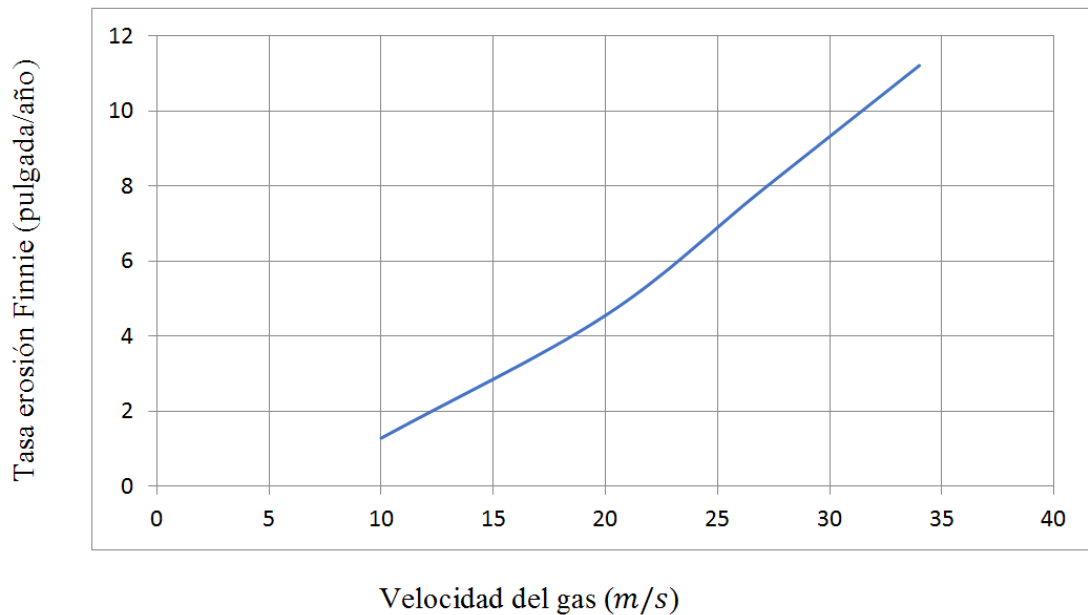


Figura 20. Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de velocidad de la fase continua.

La variación de la velocidad también entra en discusión porque representa una encrucijada económica, es deber de los ingenieros buscar el máximo rendimiento de las inversiones junto con una mayor eficiencia del proceso.

#### 6.4. Efecto del cambio de fase continua de gas a líquido

Diferentes fluidos pueden exhibir diferentes comportamientos de erosión, en el flujo gas - sólido las partículas de arena tienden a cruzar la línea de flujo cuando se las somete a cambios en la dirección del flujo figura (23 a); mientras que en un flujo de líquido - sólido, la partícula de arena fluirá estrechamente en la línea de corriente figura 23(b). Las trayectorias y la distribución de las partículas en el fluido dependen de la relación entre la inercia de las partículas y la fuerza de arrastre del fluido, según (Wee y Yap 2019) la fuerza de arrastre del líquido provocará el movimiento lateral de la partícula antes del impacto, lo que dará lugar a una menor frecuencia de impacto y a su vez producirá una menor tasa de erosión.

Tabla 8.  
*Cambios en la erosión debido a la variación de la fase continua.*

<b>Parámetros de simulación</b>	<b>Radio de curvatura:</b> 1.5D m	
	<b>Relación de carga:</b> 0.0125	
	<b>Tamaño de grano:</b> 100 $\mu\text{m}$	
	<b>Velocidad del gas:</b> 10 m/s	
	<b>Velocidad del líquido:</b> 10 m/s	
<b>Tipo de fluido</b>	Gas (Metano)	Líquido (Agua)
<b>Tasa de erosión (in/año)</b>	1.2834	0.1737

El efecto de cambio de fase continua (de gas a líquido) según esta investigación ha demostrado disminuir en un 87 % la tasa de erosión como lo refleja la figura (21).

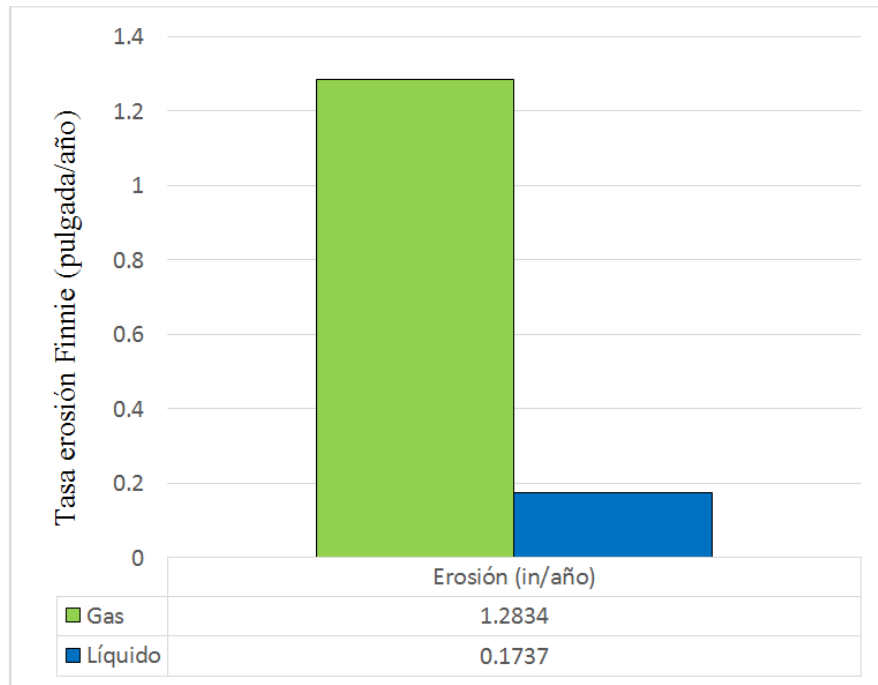


Figura 21. Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de la fase continua.

A medida que el flujo de gas y partículas se aproxima a la curva de la tubería, se produce una estructura de flujo de doble vórtice figura (22 a). Dentro de la geometría de la curva, la fase continua de gas experimenta una separación significativa de la fase de partículas debido a las fuerzas centrífugas. En el flujo gas-sólido investigaciones recientes como la de (Wee y Yap 2019) suelen informar sobre la erosión en forma de “V” con flujo de gas a través del codo, mientras que en el flujo de líquido sólido el perfil de erosión no es fijo, así como lo confirma la figura (22) desarrollada por este proyecto.

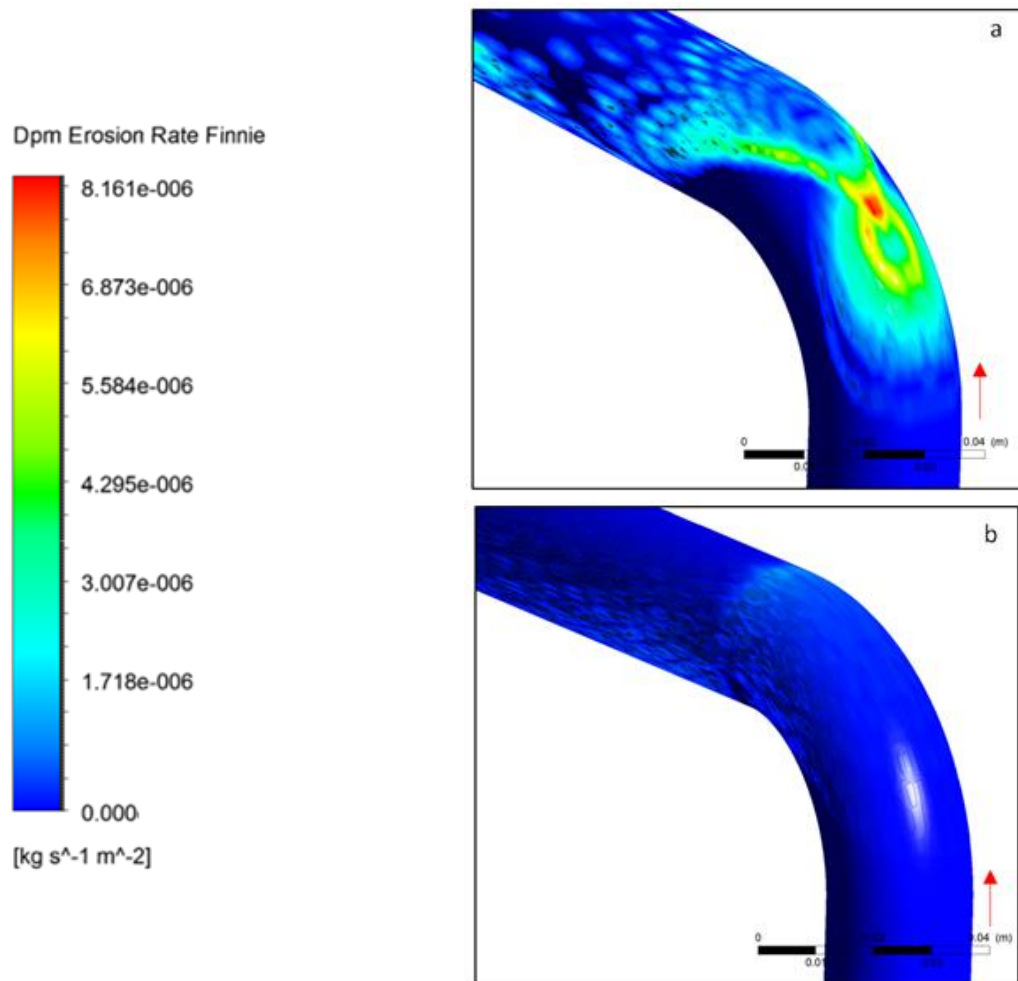


Figura 22. Contorno de erosión con tamaño de grano constante de  $100 \mu\text{m}$  y fase continua de a) Gas b) Líquido

Adicionalmente se observó que la relación de erosión más alta ocurre cuando las partículas más rápidas en el centro de la tubería chocan directamente con la pared interna de la curva, en los fluidos densos como el agua las partículas tienden a ser afectadas en mayor medida por la trayectoria de flujo en comparación con los flujos poco densos como el gas; de manera que en las partículas de fluidos de baja viscosidad y baja densidad existe una tendencia a viajar en línea recta figura (23a), impactando con las paredes cuando cambia la dirección del flujo

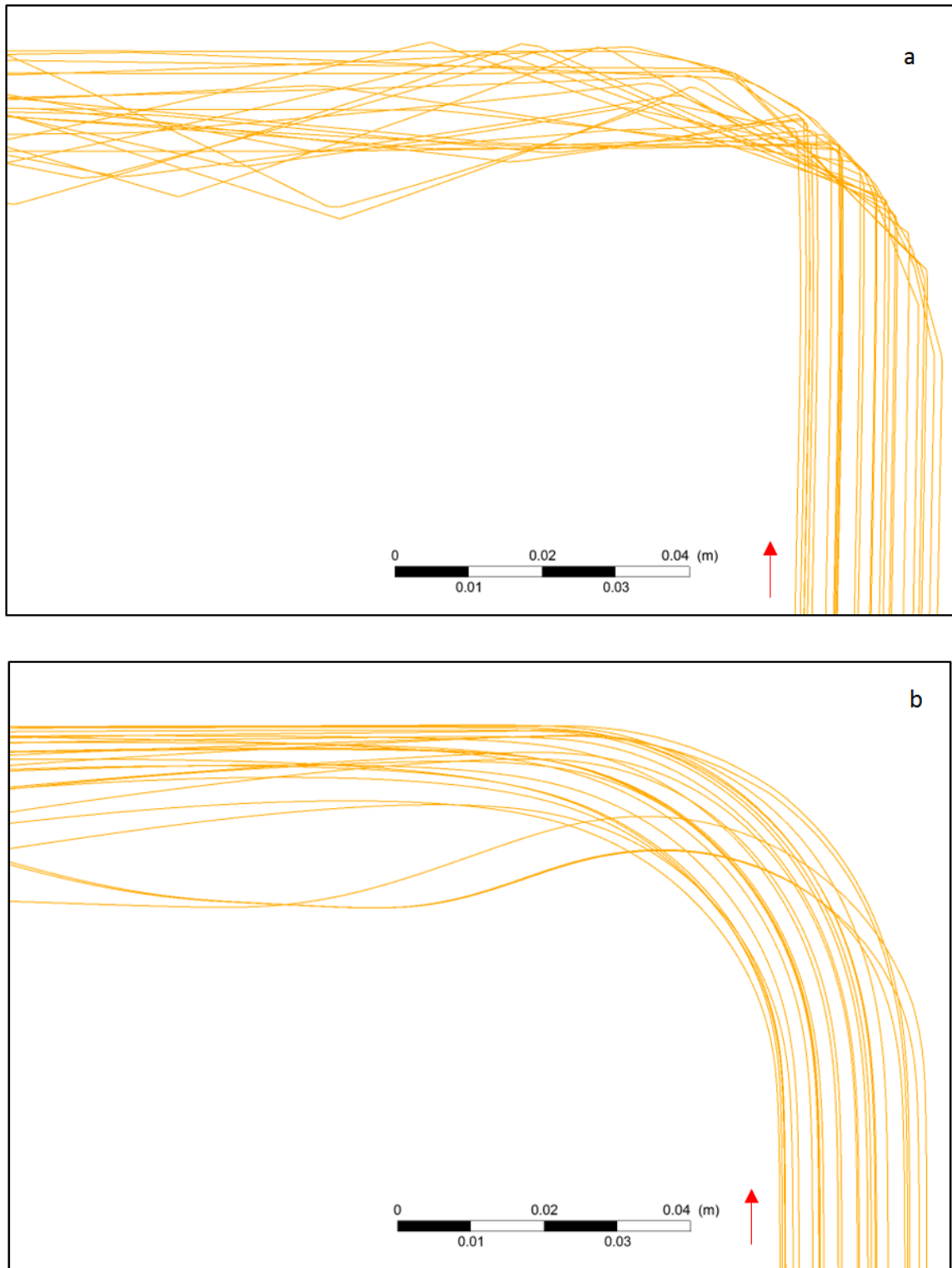


Figura 23. Trayectoria de partículas de 100 µm en a) Gas b) Líquido

Aunque el cambio de la fase continua no sea una alternativa real de mitigación de erosión, debido a que el objetivo de la industria no es mantener tuberías en perfecto estado sino el transporte de hidrocarburos, es útil reconocer que fluidos más densos presentan comportamientos de menos erosivos.

### 6.5. Efecto del cambio de radio de curvatura

Los cambios en los radios de curvatura se refiere a la relación  $D/r$ , siendo  $D$  el diámetro interno de la tubería y  $r$  el radio mostrado en la figura (24).

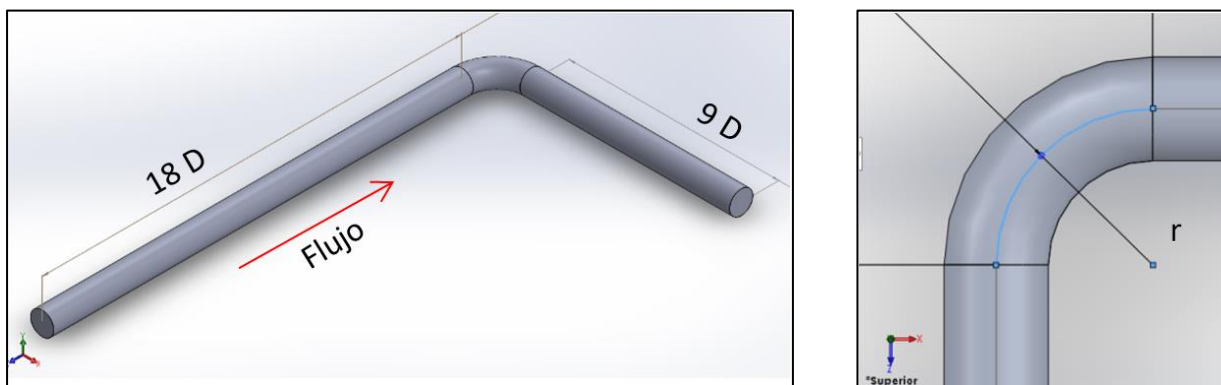


Figura 24. Diseño de tubería estándar para modificación de radios de curvatura

De acuerdo a la tabla (9) un aumento en los radios de curvatura de la tubería influyen en las tasas de erosión, sin embargo no es posible definir en qué proporción aumentará la erosión.

Tabla 9.  
Cambios en la erosión debido a la variación del radio de curvatura.

Parámetros de simulación	Relación de carga: 0.0125			
	Tamaño de grano: 100 $\mu m$			
Velocidad del gas: 34 m/s				
Fluido: Metano				
Relación del radio de curvatura (r/D)	1.5	2	2.5	3
Tasa de erosión (in/año)	11.2114	12.3155	15.472	14.7891

Los resultados de la tabla (9) concuerdan con las investigaciones realizadas por (A. Bikbaev et al. 1973) quienes encontraron que la tasa de erosión aumenta a medida que aumentan la relación de curvatura. Se puede observar que generalmente que mayores radios de curvatura conducen a incrementos en los daños de la tubería figura (25).

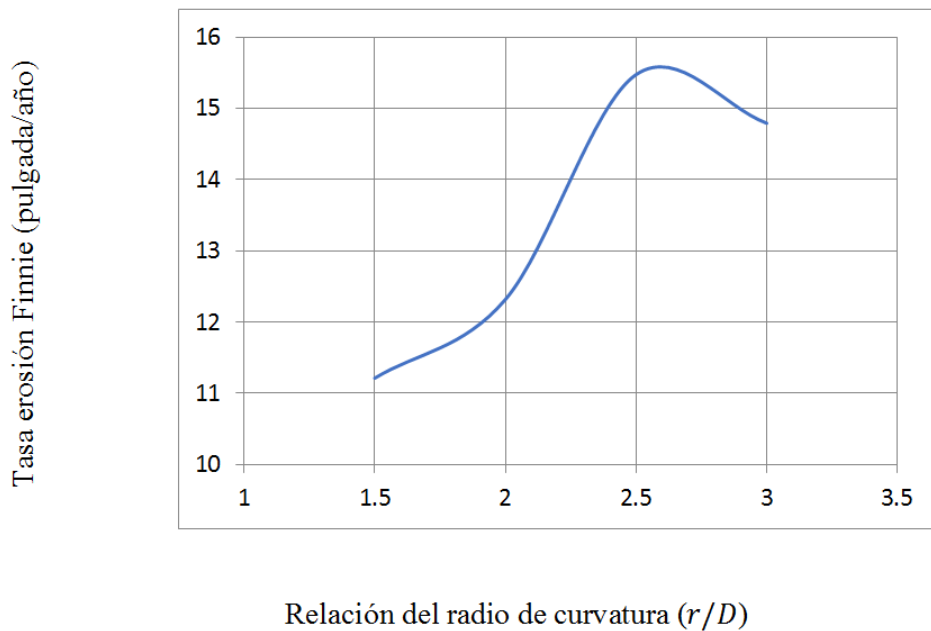


Figura 25. Alteración en la tasa de erosión debido al cambio de radio de curvatura.

Al analizar la figura (26) se percibe que las marcas de erosión no afectan solamente un punto específico como lo es la zona del codo sino que aparecen nuevas zonas donde la erosión se hace más notable, las circunferencias rojas de la Figura (26 b,c,d) registran este nuevo comportamiento.

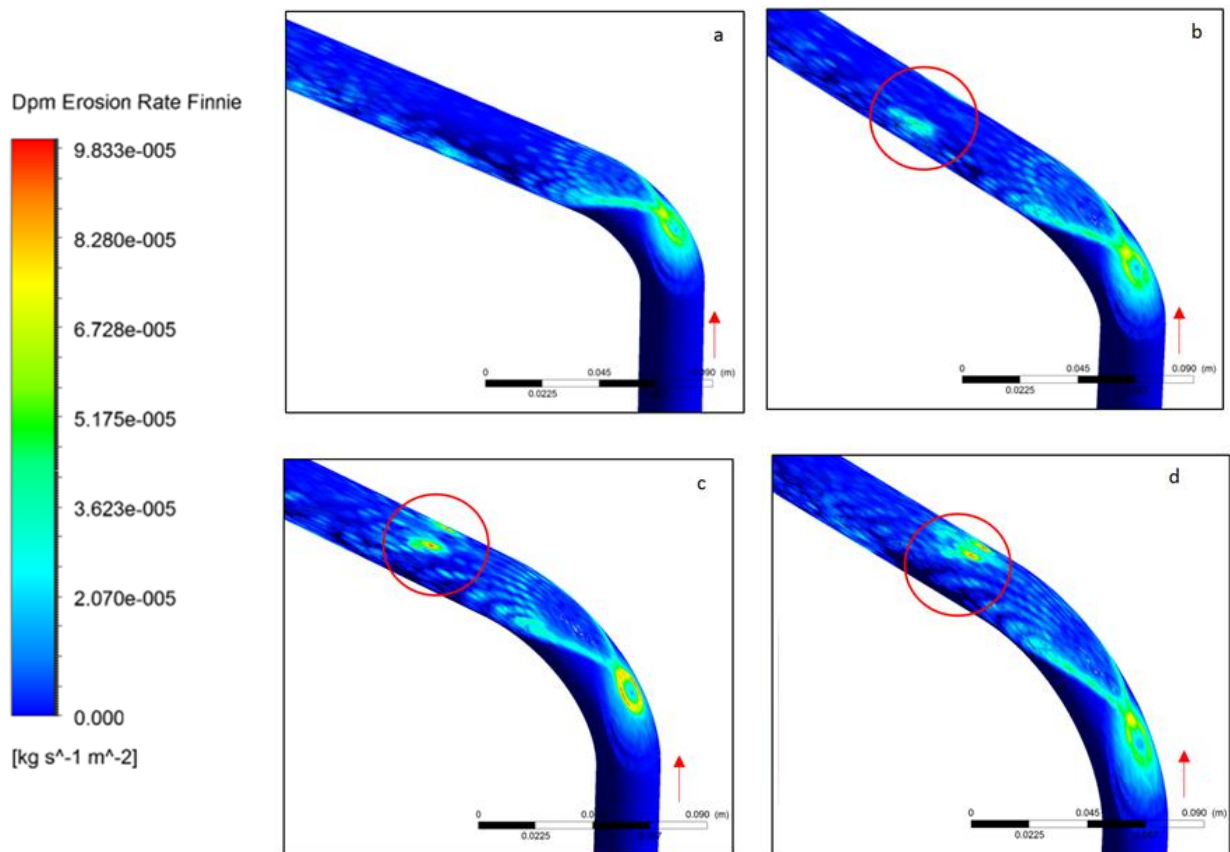


Figura 26. Contorno de erosión con tamaño de grano constante de 100  $\mu\text{m}$  y radio de curvatura de a) 1.5 b) 2 c) 2.5 d) 3

La figura (26) también soporta la investigación de (Pei et al. 2018) quienes dijeron que el aumento del radio de curvatura cambia el campo de flujo en la tubería y a su vez, la ubicación de la zona de erosión máxima.

### 6.6. Efecto de la modificación estructural

Algunas propuestas para la mitigación de erosión se plantean en la literatura como modificaciones estructurales, muchas de estas propuestas son netamente desarrolladas en CFD, es decir no tienen un soporte experimental, la modificación más conocida es la de tubería con cámara de vórtices, este proyecto además de estudiar la tubería con cámara de vórtices también analiza el desempeño de la tubería con torsión; la tabla (10) presenta los resultados de tasa de erosión obtenidos en el desarrollo de esta investigación

Tabla 10.  
*Cambios en la erosión debido a la modificación estructural.*

<b>Parámetros de simulación</b>	<b>Relación de carga: 0.0125</b>		
	<b>Velocidad del gas: 34 m/s</b>		
	<b>Radio de curvatura: 1.5 D m</b>		
	<b>Fluido: Metano</b>		
	<b>Tamaño de grano: 100 <math>\mu\text{m}</math></b>		
<b>Estructura</b>	Tubería estándar	Tubería con torsión	Tubería con cámara de vórtices
<b>Tasa de erosión (in/año)</b>	20.5831	35.9715	15.1375

Existe una discrepancia en los resultados, como se puede observar en la figura (27) puesto que solo una de las propuestas ha logrado disminuir la erosión.

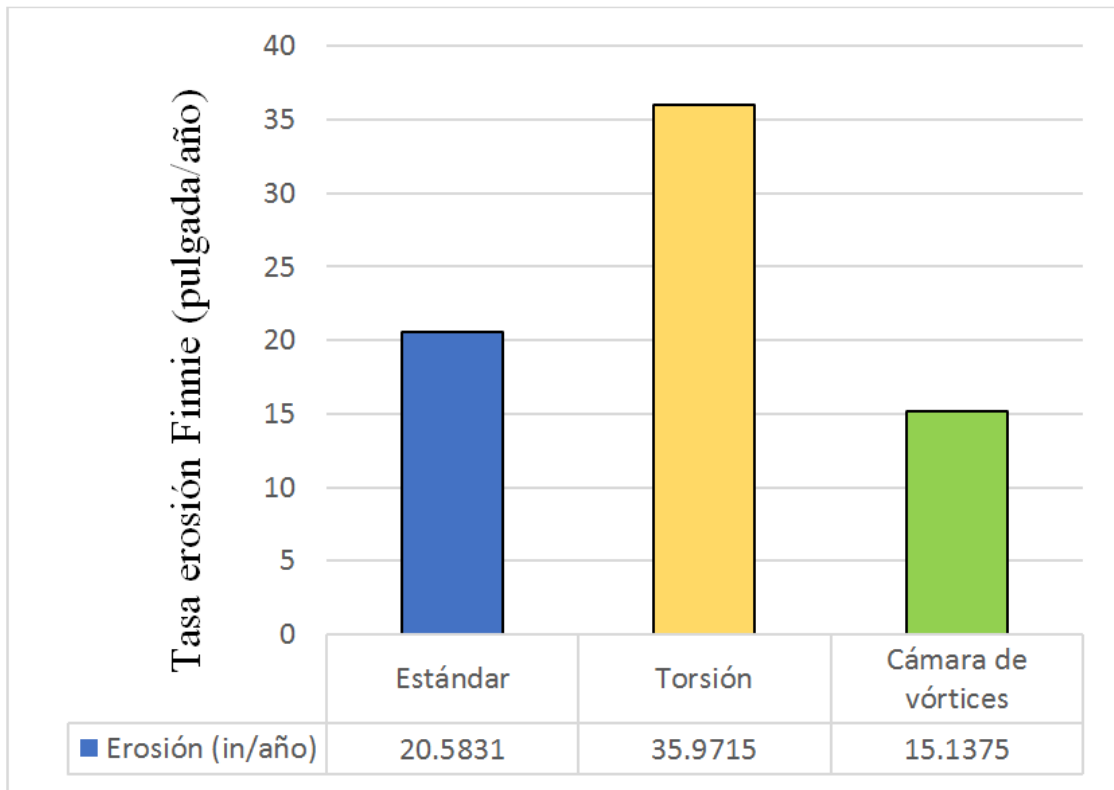


Figura 27. Alteración en la tasa de erosión debido a la modificación estructural

La figura (28) ilustra los contornos de erosión debido a los cambios estructurales realizados, guiados por lo que informa la figura (27) se aprecia que la modificación con mejor mitigación de erosión es la adición de una cámara de vórtices figura (28 c).

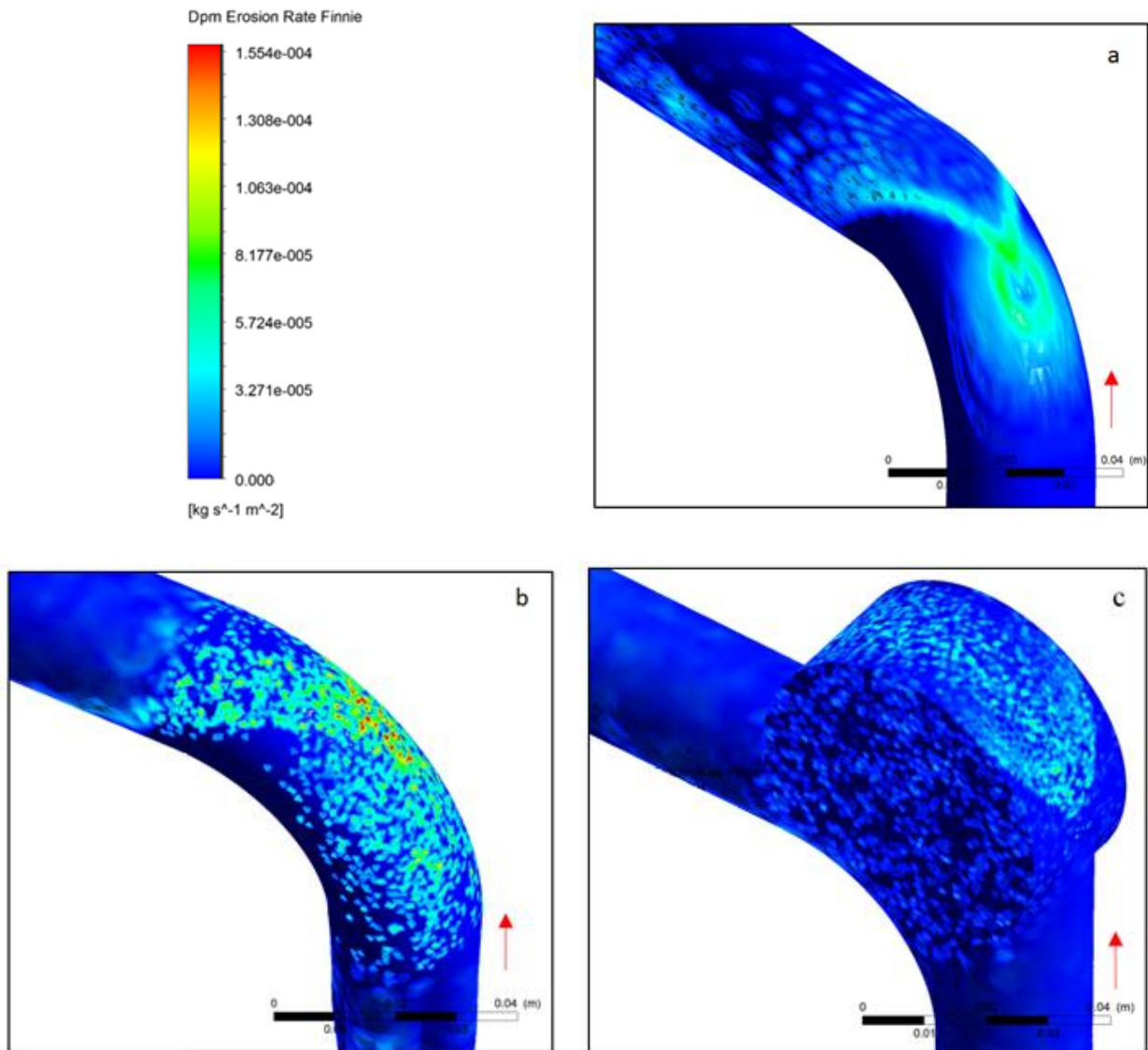


Figura 28. Contorno de erosión para diferentes modificaciones estructurales a) Tubería con codo de 90° b) Tubería con torsión c) Tubería con cámara de vórtices

La tubería con cámara de vórtices presenta un hallazgo importante debido a que sugerir un diseño con esta cámara afecta significativamente la eficiencia del efecto de amortiguación descrito por (Duarte, de Souza, y dos Santos 2016); Los resultados sugieren que la interacción entre partículas protegen la superficie del codo debido a que se producen más colisiones entre estas y en consecuencia menos colisiones entre las partículas y la pared figura (29).

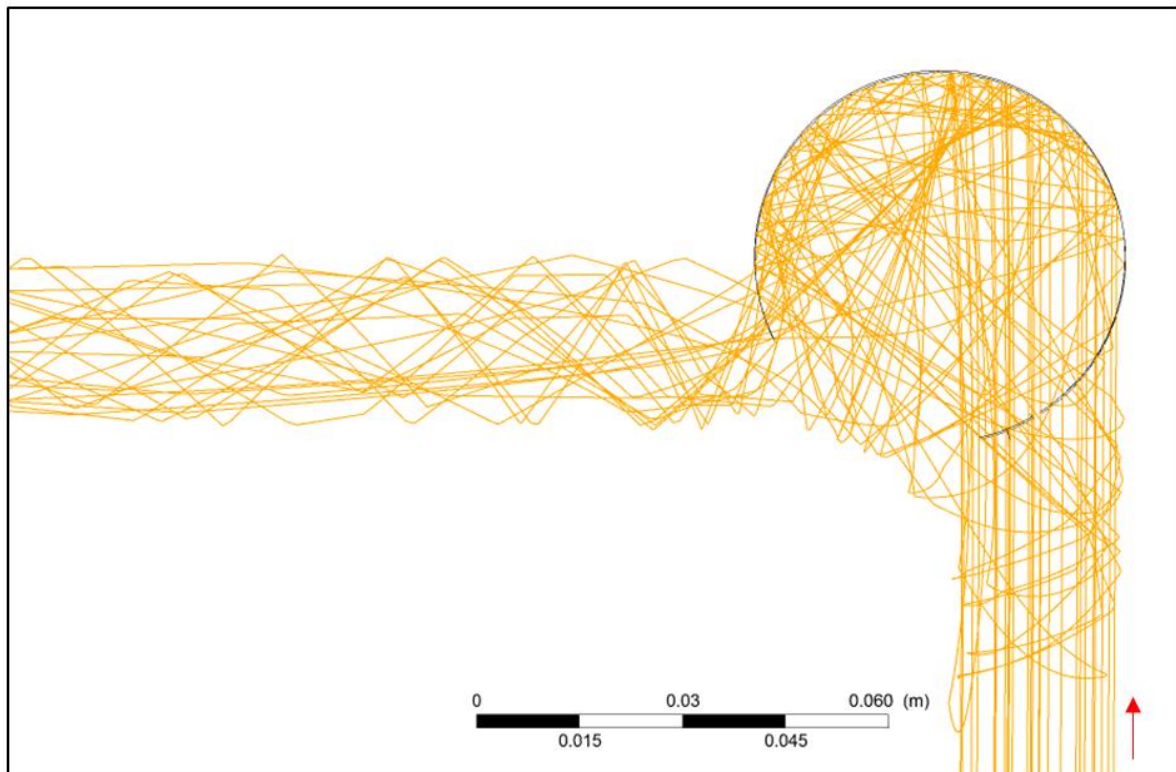


Figura 29. Trayectoria de partículas en tubería con cámara de vórtices

El material sólido gira dentro de la cámara del vórtice y la colisión entre si impide que las partículas entrantes alcancen y aumenten la tasa de erosión en la pared de la cámara, para este caso estudio la erosión disminuyó en un 27% usando la modificación de cámara de vórtices. Los efectos de desviación y amortiguación demostraron ser la clave para reducir la erosión del codo figura (30).

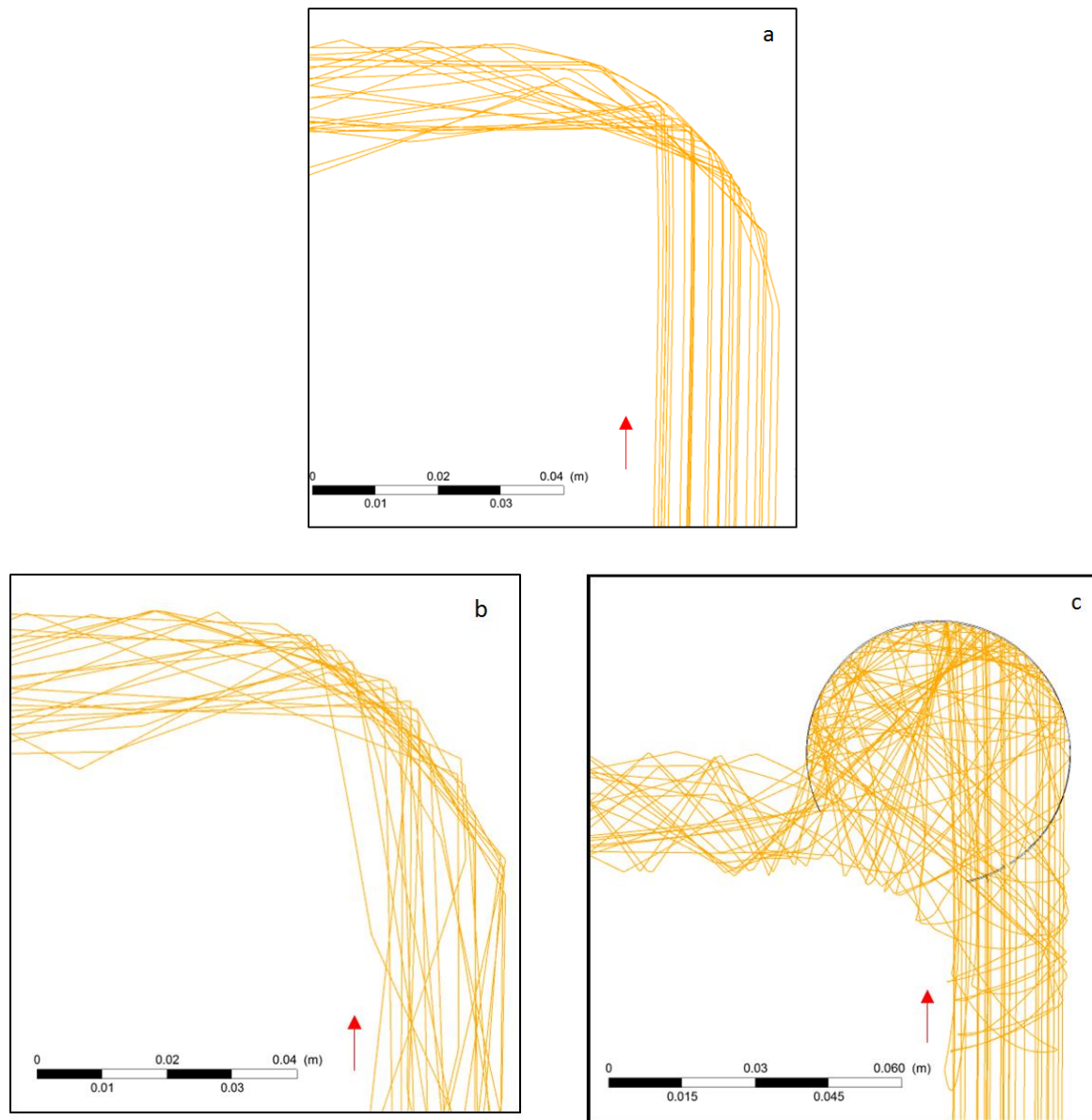


Figura 30. Vista de planta de las trayectorias de partículas en a) tubería con codo de  $90^\circ$  b) tubería con torsión y c) tubería con cámara de vórtices.

Otra manera de analizar la disminución en las tasas de erosión es la de la comparación de los perfiles de velocidad. figura (31-32-33). La figura (31) registra un perfil de velocidad típico de una tubería con un codo de  $90^\circ$ , el fluido sufre una aceleración debido al cambio abrupto en la trayectoria de flujo.

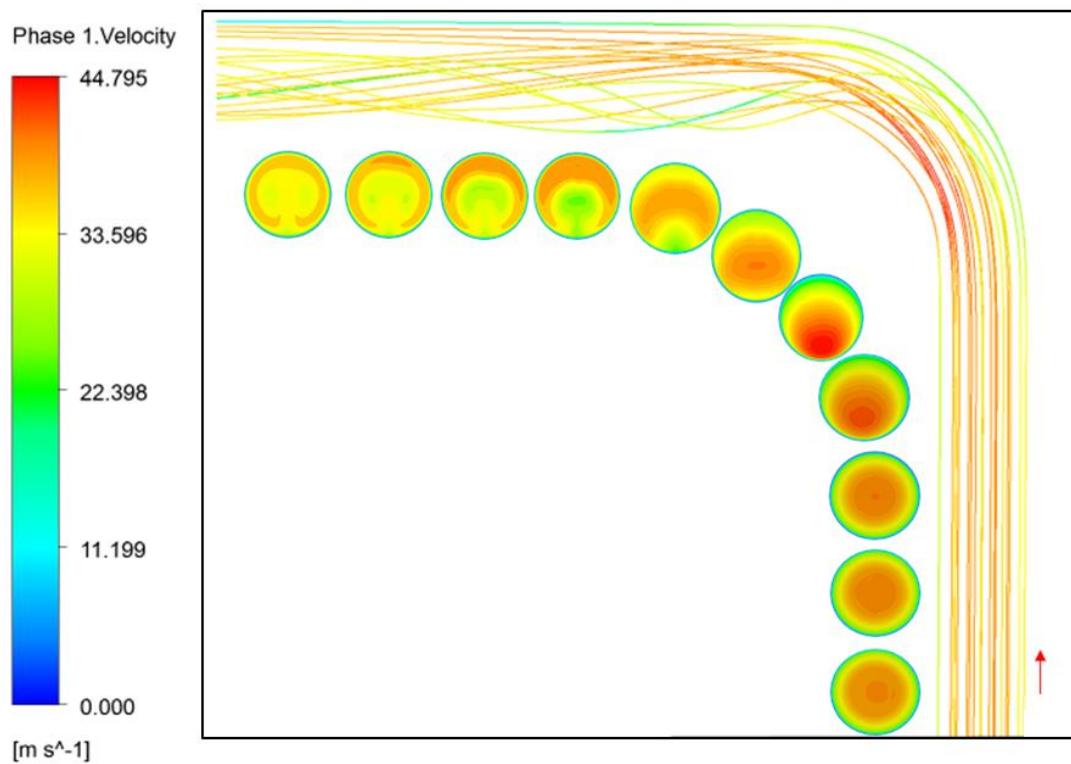


Figura 31. Perfil de velocidad tubería estándar con codo de 90°.

La tubería con torsión no presenta buenos resultados en cuanto a la mitigación de erosión, esto es contrario a lo que aparece en el trabajo de (Duarte y de Souza 2017), puede deberse a una corta longitud en la tubería de entrada lo que impide que el fluido se estabilice antes de ingresar a la torsión, en cuanto a los resultados obtenidos se aprecia en la figura (30 b) que no existe una buena redistribución de partículas y que el perfil de velocidad figura (32) indica que la torsión acelera el fluido, por lo tanto a una mayor velocidad es seguro que la erosión aumentará.

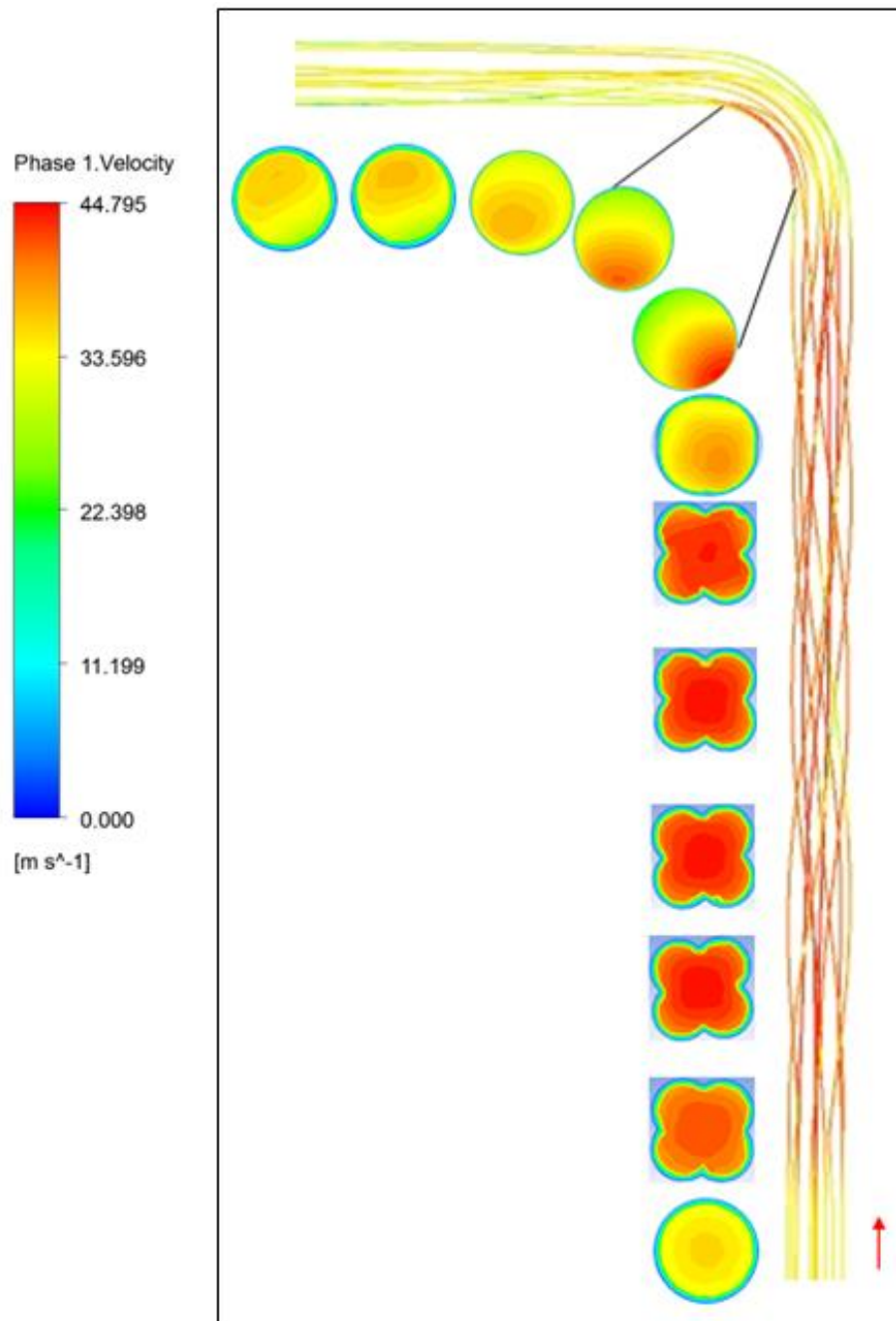


Figura 32. Perfil de velocidad tubería con torsión.

El perfil de velocidad de la tubería con cámara de vórtices presenta un menor incremento de velocidad durante el recorrido figura (33), y a su vez un comportamiento caótico en su

configuración especial es decir la cámara de vórtices, la cual permite una mayor interacción entre partículas justificando su buen desempeño como alternativa en la mitigación de erosión.

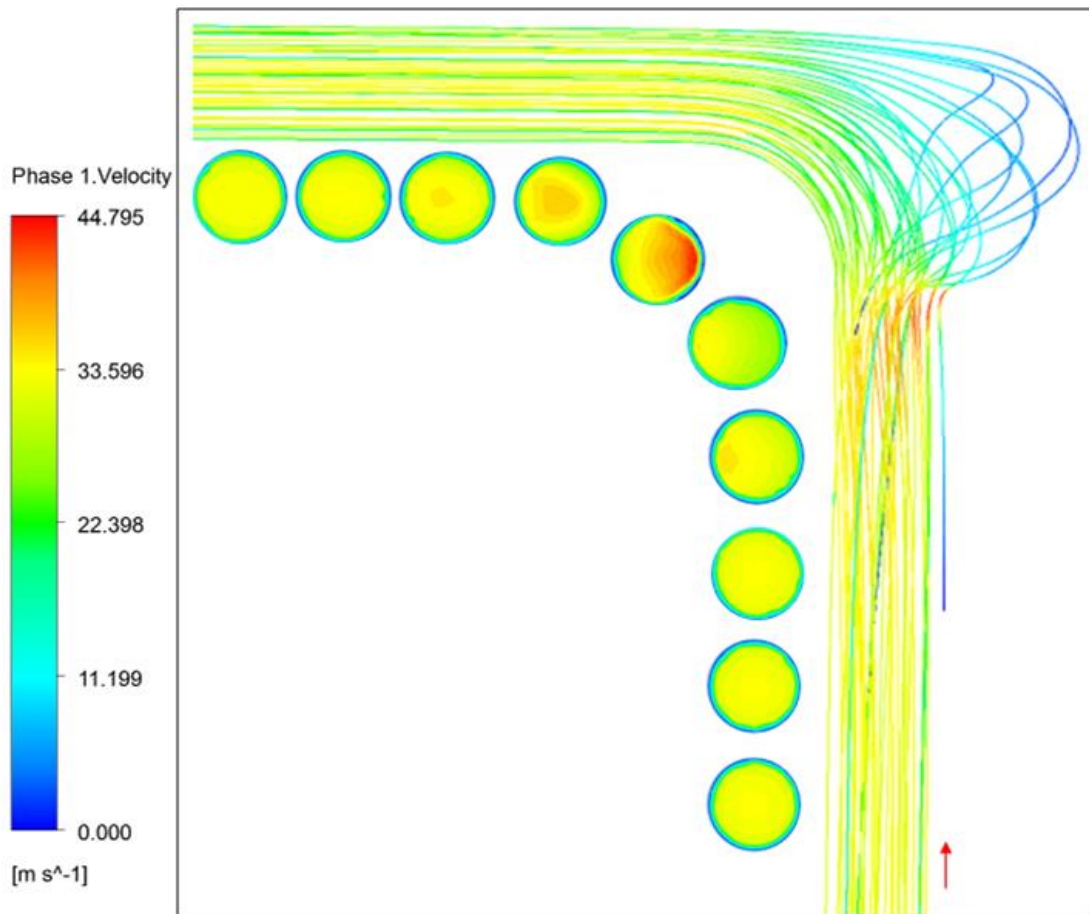


Figura 33. Perfil de velocidad de tubería con cámara de vórtices.

A pesar de que las tuberías con cámara de vórtices no son muy populares a nivel industrial, brindan buenas opciones de control de erosión, empresas como HAMMERTEK ofrecen sus servicios como proveedores de estas innovadoras tuberías figura (12).

## 7. Conclusiones

CFD se considera una buena herramienta para indicar cualitativamente dónde puede ocurrir el daño por erosión, sin embargo, es necesario definir más parámetros que puedan simular de manera más realista el comportamiento de la erosión, dada la variabilidad de sus predicciones, solo se debe asumir que da una indicación del orden de magnitud de la erosión.

Pequeños aumentos en la velocidad pueden causar crecimientos sustanciales en la erosión, de igual manera aumentos en la carga másica de la fase discreta incrementan considerablemente las tasas de erosión. Los cambios en los tamaños de grano así como las modificaciones en los radios de curvatura, no dan resultados puntuales para realizar un único planteamiento capaz de definir como controlar estas variables, todo esto con el objetivo de alcanzar menores tasas de erosión.

El cambio de fluido no es una opción en cuanto a posibilidades de mitigación de la erosión, debido a que en la industria esto no es una alternativa coherente, sin embargo es importante resaltar el buen comportamiento de los líquidos como fase continua en cuanto a tasas de erosión se refiere.

La tubería con cámara de vórtices no es muy común en los diseños de equipo para los trabajos de la industria de los hidrocarburos, a pesar de esto ha demostrado que es una excelente opción para la mitigación de tasas de erosión, se registró una disminución del 27% en la erosión respecto a un codo estándar de 90°.

Cambios estructurales en la tubería no solo dependen de simulaciones computacionales, hay que validar resultados con datos experimentales y ajustar el modelo, también es muy importante la viabilidad técnica y económica en la toma de decisiones para la implementación de diseños innovadores en la tubería.

Las tuberías con torsión no parecen ser una buena alternativa de mitigación de erosión, puesto que acelera el fluido ocasionando un aumento de velocidad en las partículas que impactan con la pared de la tubería.

La naturaleza inherentemente variable del proceso de erosión hace que sea muy difícil desarrollar recomendaciones definitivas para mejores prácticas que se apliquen a todos los codos en los sistemas de producción de hidrocarburos, por lo tanto, el desarrollo de un único método para la mitigación de la erosión es inapropiado porque depende del caso estudio.

## 8. Recomendaciones

Se recomienda para trabajos futuros analizar más diseños de tubería en CFD en busca de disminuir las tasas de erosión, además trabajar conjuntamente más modelos que involucren daños en la tubería como el de corrosión o las pérdidas de material por cavitación.

Para resultados más precisos es necesario definir valores como la distribución del tamaño de grano, algoritmos de repulsión de la partícula, algoritmos de relajación de partículas, códigos UDF para la interacción de sólidos y la fase continua, entre otras opciones que mejorarían la confiabilidad de los resultados, dichos cambios conllevan una demanda de altos costos computacionales.

Es importante el estudio de la erosión en el flujo multifásico, hay poca información reportada en la literatura así que es todo un reto simular la erosión en el flujo más común encontrado en la industria de los hidrocarburos (gas, líquido y sólido). También se pueden complementar estos estudios desde el punto de vista de diferentes regímenes de flujo, como flujo anular o tipo slug,

Además del análisis técnico se recomienda para estudios posteriores realizar una evaluación financiera ante la posibilidad de cualquier cambio de variable o de modificación estructural.

### Referencias bibliográficas

- A. Bikbaev, F. V I. Krasnov, M Z. Maksimenko, V L. Berezin, I B. Zhilinski, y N T. Otroshko. 1973. *Main factors affecting gas abrasive wear of elbows in pneumatic conveying pipes*. Vol. 9.
- Àlvarez Castro, Helver Crispiniano. 2011. «Estudo do tempo de mistura em tanques de diesel com o uso da fluidodinâmica computacional». 2011.
- Alvarez-Castro, H. C., E. M. Matos, M. Mori, W. Martignoni, y R. Ocone. 2015. «Analysis of Process Variables via CFD to Evaluate the Performance of a FCC Riser». *International Journal of Chemical Engineering* 2015: 1-13.
- Barton, N. A. 2003. «Erosion in elbows in hydrocarbon production systems: Review document». *Health and Safety Executive, UK*.
- Bird, R. B., W. E. Stewart, y E. N. Lightfoot. 2007. *Transport Phenomena*. Wiley.
- Duarte, Carlos Antonio Ribeiro, y Francisco José de Souza. 2017. «Innovative pipe wall design to mitigate elbow erosion: A CFD analysis». *Wear* 380-381 (junio): 176-90.
- Duarte, Carlos Antonio Ribeiro, Francisco José de Souza, y Vinicius Fagundes dos Santos. 2016. «Mitigating elbow erosion with a vortex chamber». *Powder technology* 288: 6-25.

González-Silva, G, E M Matos, W P Martignoni, y M Mori. 2012. «The Importance of 3D Mesh Generation for Large Eddy Simulation of Gas – Solid Turbulent Flows in a Fluidized Beds» 6 (8): 8.

Ishimoto, Jun, Shinji Akiba, Kazuhiro Tanji, y Kazuo Matsuura. 2011. «Integrated Super Computational Prediction of Liquid Droplet Impingement Erosion». *Progress in Nuclear Science and Technology*

Javaheri, Vahid, David Porter, y Veli-Tapani Kuokkala. 2018. «Slurry erosion of steel – Review of tests, mechanisms and materials». *Wear* 408-409 (agosto): 248-73.

Kesana, Netaji, S.A. Grubb, Brenton McLaury, y Siamack Shirazi. 2013. *Ultrasonic measurement of multiphase flow erosion patterns in a standard elbow*. Vol. 135.

Launder, B. E., G. J. Reece, y W. Rodi. 1975. «Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulence Closure». *Journal of Fluid Mechanics* 68 (3): 537-66.

Maliska, Clovis R. 2004. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*. Rio de Janeiro: Livros Tecnicos e Cientificos.

- Oka, Y. Isomoto, K. Okamura, y T. Yoshida. 2005. «Practical estimation of erosion damage caused by solid particle impact: Part 1: Effects of impact parameters on a predictive equation». *Wear* 259 (1-6): 95-101.
- Parsi, Mazdak, Madhusuden Agrawal, Vedanth Srinivasan, Ronald E. Vieira, Carlos F. Torres, Brenton S. McLaury, y Siamack A. Shirazi. 2015. «CFD simulation of sand particle erosion in gas-dominant multiphase flow». *Journal of Natural Gas Science and Engineering* 27: 706-18.
- Pei, Jie, Aihua Lui, Qiong Zhang, Ting Xiong, Pan Jiang, y Wei Wei. 2018. «Numerical investigation of the maximum erosion zone in elbows for liquid-particle flow». *Powder Technology* 333 (junio): 47-59.
- Peng Jr, Deng, Afshin Pak, Luca Chinello, Terry Wood, y Andrew Low. 2013. «Advances in multiphase flow CFD erosion analysis». En *Offshore Technology Conference*. Offshore Technology Conference.
- Prieto Jiménez, Natalia, Oscar Fabio, y Germán Silva. 2012. «Fluid Dynamics of Gas - Solid Fluidized Beds». En *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*. Vol. 25.
- Smith, Clinton, y CAE Support. 2011. «A Solution for Every Multiphase Challenge», 60.

Sultan, Rasel, M Aziz Rahman, Sayeed Rushd, Sohrab Zendejboudi, y Vassilios Kelessidis.

2018. *Validation of CFD model of multiphase flow through pipeline and annular geometries.*

Versteeg, Henk K. 2007. «An introduction to computational fluid dynamics : the finite volume method /». 2007.

Vieira, Ronald E., Amir Mansouri, Brenton S. McLaury, y Siamack A. Shirazi. 2016.

«Experimental and computational study of erosion in elbows due to sand particles in air flow». *Powder Technology* 288 (enero): 339-53.

Wee, Siaw Khur, y Yung Jian Yap. 2019. «CFD study of sand erosion in pipeline». *Journal of Petroleum Science and Engineering* 176 (mayo): 269-78.

Wong, Chong Yau, Joan Boulanger, y Gregory Short. 2014. «Modelling the effect of particle size distribution in multiphase flows with computational fluid dynamics and physical erosion experiments». En *Advanced Materials Research*, 891:1615-20. Trans Tech Publ.

Zhang, J., B. S. McLaury, y S. A. Shirazi. 2016. «CFD simulation and 2-D modeling of solid particle erosion in annular flow». En *10th North American Conference on Multiphase Technology*. BHR Group.