

**Estimación de conductividades térmicas en elementos electrónicos
ortotrópicos**

Jefferson Manuel Vega Suarez

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y DE TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA**

2016

**Estimación de conductividades térmicas en elementos electrónicos
ortotrópicos**

Jefferson Manuel Vega Suarez

**TRABAJO DE GRADO PRESENTADO COMO REQUISITO PARCIAL PARA
OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO ELECTRÓNICO**

DIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO

Rodrigo Correa Cely

Profesor, Ph.D

CODIRECTOR DEL TRABAJO DE GRADO

Edgar García

Estudiante de Maestría, Ingeniero Electrónico

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS

ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y DE

TELECOMUNICACIONES

BUCARAMANGA

2016

DEDICATORIA

En primer lugar, a mis padres dos grandes personas que me formaron y enseñaron el significado de la humildad y el trabajo y brindaron su apoyo incondicional, a mi novia quien ha sabido entenderme y tolerarme en las peores y mejores situaciones, a mis familiares y amigos que hicieron parte de mi educación y guía en todo este camino por la universidad. Agradezco a mis directores por ser guías constantes en el desarrollo de este libro.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	13
1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO	16
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	16
1.2 OBJETIVOS	16
1.2.1 Objetivo general.....	16
1.2.2 Objetivos específicos.....	16
2. ANTECEDENTES Y SITUACIÓN ACTUAL	17
3. MARCO TEÓRICO	18
3.1 MATERIAL ORTOTRÓPICO	18
3.2 CONDUCTIVIDAD TÉRMICA	18
3.3 PROBLEMAS INVERSOS EN TRANSFERENCIA DE CALOR	19
3.4 ALGORITMOS DE OPTIMIZACIÓN.....	21
3.4.1 Algoritmo de Levenberg-Mardquardt (LMA).....	22
3.4.2 Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).	22
3.4.3 Algoritmo Híbrido (LMA Y ACS).....	24
4. EVALUACIÓN DEL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS)	26
4.1 CRITERIO DE PARADA	26
4.2 VALIDACIÓN DEL ALGORITMO	29
4.2.1 Funciones prueba.....	30
4.2.2 Análisis de los resultados de las funciones prueba.....	33
4.2.3 Convergencia del algoritmo	34
5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DIRECTO E INVERSO PARA HALLAR LAS CONDUCTIVIDADES TÉRMICAS EN UN MATERIAL ORTOTRÓPICO	36
5.1 PROBLEMA DIRECTO	36
5.2 PROBLEMA INVERSO	39
6. CASOS DE PRUEBA	40
6.1 GENERALIDADES PARA LOS DIFERENTES CASOS	41
6.1.1 Perfil de temperatura (T).	41

6.1.2	Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA).....	42
6.1.3	Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).....	42
6.1.4	Algoritmo Híbrido (HCLM).....	43
6.2	CASO 1: CONDUCTIVIDADES TÉRMICAS PROPUESTAS POR ÖZISIK	43
6.2.1	Resultados con el Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA).....	43
6.2.2	Resultados con el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).....	45
6.2.3	Resultados con el Algoritmo Híbrido (HCLM).	46
6.2.4	Comparación de resultados (LMA vs ACS vs HCLM).	46
6.3	CASO 2: CONDUCTIVIDADES TÉRMICAS DEL SILICIO CRISTALINO	49
6.3.1	Resultados con el Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA).....	50
6.3.2	Resultados con el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).....	51
6.3.3	Resultados con el Algoritmo Híbrido (HCLM).	52
6.3.4	Comparación de resultados (LMA vs ACS vs HCLM).	53
6.4	CASO 3: CONDUCTIVIDADES VARIABLES.....	57
7.	CONCLUSIONES.....	60
8.	RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES	62
	REFERENCIAS.....	63
	BIBLIOGRAFIA.....	66
	ANEXOS	67

LISTA DE TABLAS

TABLA 1. ESPECIFICACIONES DEL HARDWARE USADO.	26
TABLA 2. FUNCIONES PRUEBA.	30
TABLA 3. UNIDADES.....	37
TABLA 4. VALORES ECUACIÓN 5.	40
TABLA 5. CASOS DE PRUEBA.	41
TABLA 6. PARÁMETROS ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO.....	43
TABLA 7. RESULTADOS LEVENBERG-MARQUARDT LÍMITES SUPERIORES (CASO 1).....	44
TABLA 8. RESULTADOS LEVENBERG-MARQUARDT LÍMITES INFERIORES (CASO 1).....	44
TABLA 9. RESULTADOS DEL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS) (CASO 1).....	45
TABLA 10. RESULTADOS DEL ALGORITMO HÍBRIDO (CASO 1).	46
TABLA 11. RESULTADOS LEVENBERG-MARQUARDT LÍMITES SUPERIORES (CASO 2).....	50
TABLA 12. RESULTADOS LEVENBERG-MARQUARDT LÍMITES INFERIORES (CASO 2).....	51
TABLA 13. RESULTADOS DEL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS) (CASO 2).	52
TABLA 14. RESULTADOS DEL ALGORITMO HÍBRIDO (CASO 2).	52
TABLA 15. RESULTADOS CONDUCTIVIDADES VARIABLES ($n = 5$).....	57
TABLA 16. RESULTADOS CONDUCTIVIDADES VARIABLES ($n = 10$).....	58
TABLA 17. ANÁLISIS RESULTADOS MÉTODO I (NÚMERO DE ITERACIONES MAX).	67
TABLA 18. ANÁLISIS RESULTADOS MÉTODO II (NÚMERO DE REPETICIONES MÁX DE FMIN).	68
TABLA 19. RESULTADOS COMPLETOS FUNCIONES PRUEBA.....	70

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. DIAGRAMA DE FLUJO DEL HCLM.....	25
FIGURA 2. TIEMPO DE CONVERGENCIA EN FUNCIÓN DE LOS MÉTODOS PARA DOS DIMENSIONES.	28
FIGURA 3. TIEMPO DE CONVERGENCIA EN FUNCIÓN DE LOS MÉTODOS PARA TRES DIMENSIONES.	28
FIGURA 4. FUNCIÓN RASTRIGIN ($d = 2$).	30
FIGURA 5. FUNCIÓN DE JONG ($d = 2$).	30
FIGURA 6. FUNCIÓN ACKLEY ($d = 2$).	31
FIGURA 7. FUNCIÓN ROSEN BROCK ($d = 2$).	31
FIGURA 8. FUNCIÓN GRIEWANK ($d = 2$).	32
FIGURA 9. FUNCIÓN MICHALEWICZ ($d = 2$).	32
FIGURA 10. ERROR PROMEDIO DE LAS FUNCIONES PRUEBA VS LA POBLACIÓN DE CUCKOO PARA CADA DIMENSIÓN.	33
FIGURA 11. MÍNIMO GLOBAL EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE ITERACIONES ($d = 2$).	34
FIGURA 12. MÍNIMO GLOBAL EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE ITERACIONES ($d = 3$).	35
FIGURA 13. GEOMETRÍA, COORDENADAS Y LADOS DEL PARALELEPÍPEDO.	37
FIGURA 14. PERFIL DE TEMPERATURA IDEAL Y CON RUIDO BLANCO.	42
FIGURA 15. TIEMPO DE CONVERGENCIA EN LOS ALGORITMOS (CASO 1).....	47
FIGURA 16. NÚMERO DE ITERACIONES EN LOS ALGORITMOS (CASO 1).....	48
FIGURA 17. RANGO DE BÚSQUEDA DE CADA ALGORITMO (CASO 1).....	49
FIGURA 18. TIEMPO DE CONVERGENCIA EN LOS ALGORITMOS (CASO 2).....	54
FIGURA 19. NÚMERO DE ITERACIONES EN LOS ALGORITMOS (CASO 2).....	55
FIGURA 20. RANGO DE BÚSQUEDA DE CADA ALGORITMO (CASO 2).....	56

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A: PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS PARA SELECCIONAR EL MEJOR CRITERIO DE PARADA PARA EL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS).....	66
ANEXO B : PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS PARA LAS DIFERENTES FUNCIONES PRUEBA UTILIZADAS EN LA VALIDACIÓN DEL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS).....	70

RESUMEN DEL PROYECTO DE GRADO

TÍTULO: Estimación de conductividades térmicas en elementos electrónicos ortotrópicos.¹

AUTOR: Jefferson Manuel Vega Suarez.²

PALABRAS CLAVE: ACS, problema inverso, optimización, Levenberg-Marquardt.

RESUMEN: En el presente documento de investigación aplicada se lleva a cabo la implementación de la estrategia de optimización conocida como Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) para la estimación de las conductividades térmicas en materiales ortotrópicos, mediante la solución de su problema inverso; A la hora de implementar el ACS, se procede a probar el algoritmo mediante funciones típicas de optimización, con el objetivo de verificar su eficiencia, funcionamiento y convergencia. Luego se aplica el ACS al problema inverso de la estimación de las conductividades térmicas de un material. Posteriormente, los resultados obtenidos son comparados con el método determinístico de Levenberg-Marquardt (LM) y con un nuevo método híbrido propuesto en este trabajo de grado entre el ACS y el LM (HCLM).

En conclusión, el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) al igual que su híbrido (HCLM), logran el rendimiento adecuado como estrategia de optimización en la búsqueda de soluciones a problemas inversos en ingeniería.

Lo descrito anteriormente tiene el objeto de poder llegar a usar los métodos matemáticos en la determinación de propiedades como la conductividad térmica en procesos de difícil simulación a menor escala bien sea para el estudio o el control óptimo y eficaz del comportamiento de los materiales ortotrópicos en procesos industriales, como apoyo a el área de investigación del grupo CEMOS (grupo de investigación en control, electrónica, modelado y simulación) de la escuela de ingeniería eléctrica, electrónica y telecomunicaciones de la Universidad Industrial de Santander.

¹ Trabajo de grado

² Facultad de ingenierías fisicomecánicas. Escuela de ingenierías eléctrica, electrónica y de telecomunicaciones. Director: Carlos Rodrigo Correa Cely. Codirector: Edgar Sneyder García.

PROJECT ABSTRACT GRADE

TITLE: Estimation of thermal conductivities in orthotropic elements used in electronic.³

AUTHOR: Jefferson Manuel Vega Suarez.⁴

KEYWORDS: ACS, inverse problem, optimization, Levenberg-Marquardt.

ABSTRACT: In this research paper carried out the implementation of the strategy optimization Algorithm Cuckoo Search (ACS), for estimating the thermal conductivities in different orthotropic materials, by solving the inverse problem. When implementing the ACS, we proceed to test the algorithm using typical optimization functions, with the aim of verifying their efficiency, functioning and convergence. Then, ACS is applied to the inverse problem of estimating the thermal conductivities of a material. Subsequently, the results obtained are compared with the method deterministic of Levenberg-Marquardt (LM) and with a new method hybrid proposed in this thesis between the ACS and the LM (HCLM).

In conclusion, the search algorithm of Cuckoo (ACS) as well as its hybrid, achieves the proper performance as a strategy of optimization in the search for solutions to engineering inverse problems.

As described above has the aim of being able to come to use mathematical methods in the determination of properties such as the thermal conductivity in processes of difficult simulation to smaller scale either for the study or the optimum and effective control of the behavior of orthotropic materials in industrial processes, such as support to the area of research of the group ahead (research group on control, electronics, modeling and simulation) of the school of electrical, electronics and telecommunications engineering of the Industrial University of Santander.

³ Degree work

⁴ Faculty of physico-mechanical engineering. School of electrical, electronics and telecommunications engineering. Advisor: Carlos Rodrigo Correa Cely. Coadvisor: Edgar Sneyder García.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad es conocida la importancia que tienen los modelos estadísticos aplicados en el desarrollo de investigaciones en variados campos tales como la medicina, las ciencias puras y en la ingeniería. A su vez, cada día hay más profesionales de distintas áreas que requieren de técnicas estadísticas como la selección de muestras, diseño de experimentos, simulación, entre otras, para posteriormente hacer un análisis adecuado de los datos adquiridos.

Dado que los procesos de experimentación en laboratorios suelen ser costosos, engorrosos y en ocasiones difíciles de implementar para ciertos problemas, las técnicas de simulación se han convertido en un método de experimentación controlada muy efectiva y eficiente [1]. Dichas técnicas están basadas principalmente en la solución de problemas directos e inversos, de los cuales es posible asegurar que su parte inversa es interesante debido a su amplia gama de aplicaciones. Con ello se llega a respuestas certeras y aproximadas en especial en problemas de difícil, costosa o imposible determinación mediante otras técnicas.

De acuerdo con lo anterior, la importancia del planteamiento de un problema inverso radica en que permiten extraer información útil del fenómeno estudiado a partir de medidas físicas o datos experimentales, haciendo uso de la ecuación 1, donde A , f y u dependen del tipo de problema inverso que se esté tratando. Para problemas inversos lineales A sería un operador lineal que detalla la relación explícita entre los datos f y los parámetros del modelo u ; para problemas inversos discretos A es una matriz, f y u serían vectores [2].

$$A * u = f$$

1

Según J. Hadamard [3] [4], la ecuación 1, está bien planteada si tiene solución única y esta solución es estable con respecto a cualquier perturbación en su parte derecha f .

Algunas aplicaciones de la solución de los problemas inversos se pueden encontrar en áreas tales como la medicina para realizar la tomografía axial computarizada; en la ingeniería para la perforación de pozos petroleros y el procesamiento de imágenes; en la astronomía para la observación de las imágenes radioastronómicas; y en el estudio de la geofísica, donde los problemas inversos han jugado un papel muy importante, ya que permitieron el estudio del interior de la Tierra sin necesidad de observarla directamente.

Por otro lado, el comportamiento que toma el calor en los materiales ha sido de interés para el hombre desde el nacimiento de las ciencias puras. Un primer gran avance lo realizó Fourier con la publicación de la teoría analítica del calor en el año 1822. Desde entonces han surgido múltiples métodos numéricos que han permitido la solución de este problema, de los cuales se pueden citar a Crank y Nicolson quienes en 1947 desarrollaron un método de diferencias finitas para resolver ecuaciones en derivadas parciales (cómo la ecuación de la conducción de calor) [5]; a Thornton y Wieting, quienes en 1978 se basaron en la aplicación Newton-Raphson para desarrollar un procedimiento de elementos finitos aplicado al análisis térmico de varios parámetros dependientes de la temperatura [6]; y a Baker y Shortt quienes en 1990 estudiaron el comportamiento de componentes integrados en diferentes rangos de temperatura [7].

La implementación de técnicas metaheurísticas han ido tomando fuerza a través de los años debido a que presentan un comportamiento especialmente interesante en casos de problemas de optimización combinatoria. La lógica de estas técnicas es comenzar del punto inicial el cual es una solución (o conjunto de soluciones) que por lo general no es óptima, a partir de esta se obtienen otras soluciones parecidas, de entre las cuales se elige una que satisfaga alguna condición, a partir de ésta se

comienza de nuevo el proceso. Este proceso se detiene cuando se cumple algún criterio de parada establecido previamente [8].

En este trabajo de investigación se utiliza el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo y el de Levenberg-Marquardt, así como su híbrido (HCLM) para resolver el problema inverso de estimar la conductividad térmica en un material ortotrópico ampliamente utilizado en la ingeniería electrónica.

Con la estrategia de optimización conocida como Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS por sus siglas en inglés Algorithm Search Cuckoo) [9], se hará un análisis de sus resultados además serán comparados con un algoritmo híbrido (HCLM, Híbrido Cuckoo Levenberg-Marquardt) propuesto en este trabajo de grado y con los reportados por M. Necati Özisik y Helcio R. B. Orlande [10], los cuales utilizaron el método de Levenberg-Marquardt para solucionar el problema en un material ortotrópico de valores ideales.

1. DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO DE GRADO

1.1 Planteamiento del problema

Se propone estimar mediante la solución de un problema inverso el valor de la conductividad térmica en las tres direcciones (x, y, z) , de algún material ortotrópico (usado en la fabricación de componentes electrónicos), empleando como estrategias de optimización el método clásico de Levenberg-Mardquardt, la metaheurística de Búsqueda de Cuckoo (CS) y un algoritmo nuevo híbrido entre estos dos para determinar dichos parámetros.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo general. Estimar la conductividad térmica en elementos electrónicos ortotrópicos, mediante la solución de su correspondiente problema inverso (sección 6).

1.2.2 Objetivos específicos

1. Plantear el problema directo, y su respectivo problema inverso de tal forma que permita la estimación de la conductividad térmica en un material ortotrópico (sección 5).
2. Resolver el problema inverso con por lo menos una estrategia de optimización global (la espiral, búsqueda armónica modificada, enfriamiento simulado y/o cuckoo) (sección 6).
3. Comparar resultados con los reportados en la literatura técnica apropiada (sección 6.2.4 y 6.3.4).

2. ANTECEDENTES Y SITUACIÓN ACTUAL

Los problemas inversos han estado presentes a lo largo de la historia, permitiendo a diversos investigadores lograr innovaciones científicas. Sus posibles orígenes se remontan hasta finales del siglo XV cuando Newton dedujo la ley de gravitación universal a partir de la solución del planteamiento del problema inverso. En concreto, Newton se dio a la tarea de resolver el problema inverso a partir de las leyes de Kepler. Este, luego de analizarlas como el resultado de un proceso, logró deducir que dos cuerpos se atraen con una fuerza directamente proporcional al cuadrado de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa [11].

Más adelante, específicamente durante la segunda guerra mundial (1939 hasta 1945) los científicos de la época introdujeron el concepto de problema mal propuesto también llamado “ill posed”. Esto se debió principalmente al avance del radar y del sonar, lo cual hizo manifestar una inquietud en la sociedad científica si era posible obtener a partir de las mediciones hechas por estos elementos más información que exclusivamente la posición del objeto.

Años después, durante los sesenta, aparecieron trabajos como los de Tikhonov, en los cuales se hizo un planteamiento matemático de los problemas inversos. Estos conocimientos permitieron a la comunidad científica avanzar mucho en diferentes campos, incluyendo entre otras, la solución de las ecuaciones en derivadas parciales [1]. Además, Tikhonov [12] en su trabajo incluyó las técnicas de regularización para solucionar los problemas inversos, comenzando así el procesamiento numérico de estos, lo que junto con la gran capacidad computacional actual ha impulsado el campo de los llamados problemas inversos como una rama muy activa y creciente dentro de las matemáticas.

3. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se detallan los conceptos primordiales que contienen la teoría necesaria para la comprensión del presente trabajo de grado en la modalidad de investigación. En la primera parte, se menciona el concepto de material ortotrópico y conductividad térmica debido a que es la propiedad que se va a hallar. Seguido a esto, se hace referencia al planteamiento de problemas inversos en la transferencia de calor. Por último, se presentan los algoritmos utilizados para resolver el problema inverso.

3.1 Material ortotrópico

Las propiedades de los materiales compuestos se pueden organizar en cinco clases: homogéneos, heterogéneos, isotrópicos, ortotrópicos y anisotrópicos. Sin embargo, en este trabajo solo se centrará en los materiales ortotrópicos que son aquellos en los que sus propiedades mecánicas o térmicas son únicas e independientes en sus tres direcciones (X, Y, Z) perpendiculares entre sí. Por ejemplo, el módulo de Young para un material ortotrópico se tendrá que definir en tres direcciones: E_x , E_y , E_z [13]. Cabe recordar que este módulo es un índice que indica la rigidez de un material cuando se aplica una fuerza externa y que matemáticamente se expresa como ($E = \delta/\varepsilon$), donde E el módulo de elasticidad o módulo de Young (Pascal), δ es la fuerza aplicada (Pascal) y ε la deformación elástica longitudinal del material (adimensional).

3.2 Conductividad térmica

De acuerdo con la segunda ley de la termodinámica, el calor siempre fluye en la dirección de la temperatura más baja. Este comportamiento se explica con la conductividad térmica (λ [$W/m * K$]), la cual detalla el transporte de energía (en forma de calor) a través de un cuerpo con masa como consecuencia de un gradiente de temperatura (ecuación 2), y que está descrita por la ecuación de la conductividad térmica siguiente [14]:

$$\frac{dQ}{dt} = \dot{Q} = -\lambda A \frac{T_2 - T_1}{\Delta x} ; \dot{q} = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} \quad 2$$

Donde $\frac{dQ}{dt}$ o $\dot{Q}$ [W/m^2] es el flujo de calor, $\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$ es el gradiente de temperatura y A es el área transversal del sólido. Además, en esta ecuación muestra la relación que existe entre el calor transportado por unidad de tiempo en función del gradiente de temperatura a través de un área (el área a través de la cual el calor fluye perpendicularmente a un ritmo estacionario). Por otro lado, la conductividad térmica es una propiedad específica de cada material usada para caracterizar el transporte de calor en ritmo estacionario. Esta se puede calcular usando la siguiente ecuación:

$$\lambda(T) = \rho(T) * c_p(T) * a(T) \quad 3$$

Donde a es difusividad térmica [m^2/s], c_p es la capacidad calorífica específica [$J/(kg * K)$] y ρ es la densidad [kg/m^3].

3.3 Problemas inversos en transferencia de calor

Para el estudio de fenómenos cuyo planteamiento sea causa-efecto se usan los problemas directos, pero si el fenómeno de estudio es una relación efecto-causa el método de solución son los problemas inversos, esta particularidad es la que hace

posible realizar estudios de procesos en pleno funcionamiento, sin ser necesario reproducir las situaciones del proceso, agilizando en gran medida los trabajos experimentales. Se conocen varios ejemplos de problemas inversos aplicados en la ingeniería, entre los que se encuentran problemas de ultrasonido [16], transferencia de calor [17], [18], entre otros.

El planteamiento general y la elección del tipo de problema inverso requiere un modelo matemático del problema directo, y cada problema directo puede estar asociado a un cierto conjunto de problemas inversos [3]. Hablando puntualmente el planteamiento de un problema de transferencia de calor entre un cuerpo sólido y su entorno, se basa en el estudio de fenómeno “causa-efecto”. Las características causantes de la transferencia de calor para un modelo del fenómeno físico son las condiciones de borde y sus parámetros, las condiciones iniciales, las propiedades termo-físicas, las fuentes internas de calor y las características geométricas del cuerpo o del sistema. El efecto es el estado térmico definido por el campo de temperatura del objeto en estudio [3], [1].

En el caso específico del campo de la transferencia de calor los problemas inversos se basan principalmente en las medidas de la temperatura, o también, del flujo de calor tomadas en diferentes partes del sólido. Sin embargo, en la mayoría de los procesos industriales no es posible medir los flujos de calor que se han producido ni tampoco se pueden reproducir experimentalmente ya que no es posible invertir la relación “causa-efecto” en forma física. Aun así, esta información es imprescindible para desarrollar modelos que permitan ser más óptimos y eficaces los procesos. Por esta razón es necesario desarrollar métodos y algoritmos que permitan obtener resultados reales a los problemas inversos, que en la estructura matemática convencional muestran un mal condicionamiento del problema.

De acuerdo al propósito general de los problemas inversos se dividen en tres grandes grupos:

- Problemas inversos para el diseño de productos de ingeniería.
- Problemas inversos para el control de procesos y sistemas.
- Problemas inversos para identificación y el diagnóstico de procesos físicos.

Se debe decir que hay una diferencia notable entre los dos primeros grupos y el último grupo. Los problemas de diseño y control se ven simplificados por la amplia posibilidad de elección de una solución aceptable, siempre y cuando se cumpla con los extremos de calidad con una precisión dada. Sin embargo, en los problemas de identificación, hay un mayor rango de desconocimiento puesto que el objetivo es reconocer los rangos de los datos no proporcionados inicialmente, es por eso que cuantas más soluciones posibles haya en peor situación se estará, y por ende debe forzarse la unicidad introduciendo información adicional que reduzca la variabilidad. Las técnicas utilizadas para introducir información adicional no pueden ser presentadas en un contexto general y deben estudiarse en forma particular para cada problema físico a resolver [3], [1].

La forma de transferencia de calor permite realizar una segunda clasificación de los problemas inversos:

- Problemas inversos de conducción de calor.
- Problemas inversos de transferencia de calor por convección.
- Problemas inversos de transferencia de calor por radiación.

3.4 Algoritmos de optimización

La optimización global es una parte de la matemática aplicada y el análisis numérico, se ocupa de encontrar la mejor solución posible de una función o conjunto de funciones objetivo [19]. Esta se puede clasificar en dos grandes grupos: los

algoritmos determinísticos en los cuales las mismas entradas producen invariablemente las mismas salidas, sin contemplarse la existencia del azar. Y los algoritmos estocásticos o heurísticos en los que intervienen números aleatorios durante la búsqueda del óptimo global. Estos últimos son muy atractivos en el campo de ingeniería debido a que su implementación es sencilla, no requieren de estimaciones previas y que pueden resolver una gran variedad de problemas.

En este trabajo de investigación se va a trabajar con un método determinístico y uno heurístico como se describe a continuación:

3.4.1 Algoritmo de Levenberg-Mardquardt (LMA). El LMA es un algoritmo determinístico utilizado ampliamente para resolver problemas de naturaleza no lineal, implementando la técnica de mínimos cuadrados ponderados. Este método es la combinación de dos métodos [20]: el método de minimización del gradiente descendiente y el método de Gauss Newton.

Funciona de la siguiente manera: cuando los parámetros se encuentran lejos de su valor óptimo actúa más como el método de minimización del gradiente y cuando los parámetros se encuentran cerca de su valor óptimo actúa más como el método de Gauss Newton, lo cual permite encontrar los parámetros deseados, en este caso las conductividades térmicas.

3.4.2 Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS). El Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS por sus siglas en inglés Algorithm Cuckoo Search) es un algoritmo de tipo metaheurístico, propuesto en el 2009 por Xin-She Yang y Suash Deb [9], quienes se basaron en el comportamiento de la especie de aves cuckoos y su estrategia de reproducción agresiva, la cual se compone de colocar sus huevos en nidos de otras especies de aves, dichos huevos tendrán una probabilidad P_a de ser descubiertos

por las aves de acogida y no sobrevivir, para aumentar esta probabilidad algunas especies de cuckoos hembras han logrado una perfección a la hora de mimetizar e imitar sus huevos con los de las especies de acogida. Para la selección de estos nidos los cuckoos, exploran su entorno usando una serie de trayectorias de vuelo recto marcado por un giro de 90° repentino, lo que con lleva a decir que implementan los vuelos de Lévy en su reproducción al igual que lo hacen otras especies de animales para encontrar alimento.

El ACS utiliza las siguientes tres reglas básicas:

1. Cada cuckoo coloca un huevo a la vez y selecciona un nido huésped al azar donde deposita su huevo.
2. Los mejores nidos con los huevos en mejor calidad, pasarán a la siguiente generación.
3. El número de nidos de acogida disponibles es fijo y el ave anfitriona puede descubrir el huevo dejado por un cuckoo con una probabilidad P_a de $[0,1]$. En tal caso, el ave anfitriona puede tirar el huevo a una gran distancia o abandonar el nido con la finalidad de construir uno nuevo en una ubicación diferente.

Esta última regla se puede aproximar por una parte de la probabilidad P_a de los n nidos siendo reemplazados por nuevos nidos (con nuevas soluciones en nuevas ubicaciones aleatorias). Basándose en estas tres reglas, los pasos básicos del Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) se resumen en el siguiente pseudocódigo:

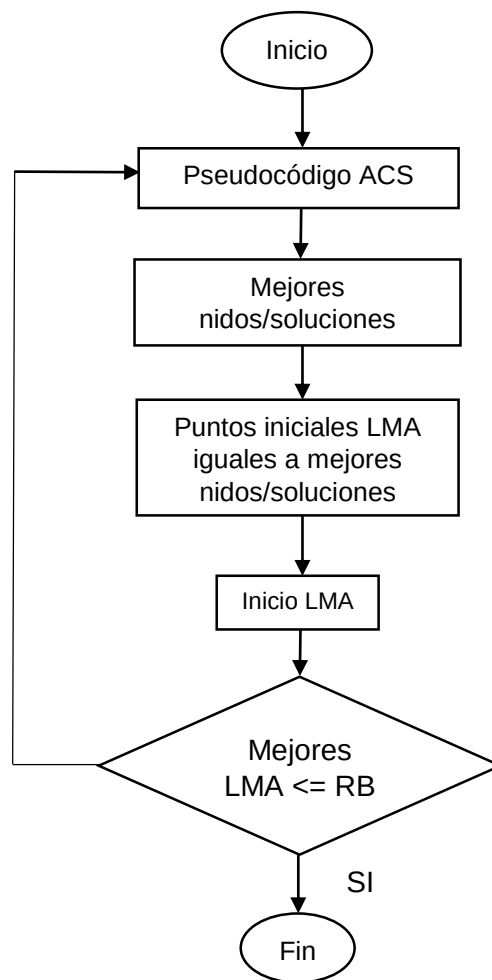
Paso 1	Definir la función objetivo $f(x), x = (x_1, \dots, x_d)^T$;
Paso 2	Iniciar una población de n nidos de acogida $x_i = (i = 1, 2, \dots, n)$;
Paso 3	while ($F_i > Tol$) & (aplicar otro criterio de parada);
Paso 4	Obtener un Cuckoo (say i) al azar, y sustituir la solución por medio de la realización de los vuelos de Lévy;

Paso 5	Evaluar la calidad/ajustar nido F_i [para la maximización; $F_i \propto f(x_i)$];
Paso 6	Elegir un nido entre n (say i) al azar;
Paso 7	if ($F_i > F_j$),
Paso 8	Reemplazar j por la nueva solución;
Paso 9	end
Paso 10	Abandonar su fracción (P_a) de los peores nidos [Y construir nuevas soluciones en nuevas ubicaciones a través de los vuelos de Lévy];
Paso 11	Mantener los mejores nidos/soluciones;
Paso 12	Clasificar los nidos/soluciones y encontrar la mejor actual;
Paso 13	Pasar los mejores nidos/soluciones actuales para la próxima generación;
Paso 14	Visualización de los resultados (mejores nidos/soluciones, mejor actual, F_i);
Paso 15	end

Como se puede observar en el pseudocódigo anterior, el ACS presenta pocos parámetros de entrada para su ejecución. Estos son la función objetivo $f(x)$, la población inicial n , y los límites de convergencia.

3.4.3 Algoritmo Híbrido (LMA Y ACS). Un algoritmo híbrido es la mezcla de dos o más algoritmos que dan solución al mismo problema, el algoritmo híbrido presentado en este documento combina la característica principal del LMA (exactitud), con la del ACS (rango de búsqueda), con el fin de diseñar un algoritmo global que sea mejor que sus componentes individuales.

Figura 1. Diagrama de flujo del HCLM



En la Figura 1 se aprecia el comportamiento que tiene el HCLM donde los mejores resultados del ACS se convierten en las condiciones iniciales de búsqueda del LMA.

4. EVALUACIÓN DEL ALGORITMO BÚSQUEDA DE CUCKOO (ACS)

A continuación, se observa tanto el criterio de parada implementado como la verificación del método de optimización Búsqueda de Cuckoo (ACS), por medio de funciones típicas de optimización recopiladas por M. Molga and C. Smutnichi [21]. Se realizaron dos pruebas en las cuales se cambiaron las dimensiones de las funciones elegidas. Posteriormente se hizo un análisis del comportamiento del algoritmo al variar el tamaño de la población de cuckoos (baja (5), media (25), alta (50)). Como el ACS es un algoritmo metaheurístico lo que significa que no es repetitivo, se hizo necesario ejecutar cincuenta veces cada una de las pruebas mencionadas anteriormente para verificar el buen desempeño y obtener datos más certeros. Los resultados completos obtenidos al aplicar el mejor criterio de parada a las funciones de prueba se pueden apreciar en la Tabla 19 (ANEXO B). Las especificaciones del ordenador utilizado para realizar las pruebas se muestran en la Tabla 1.

Tabla 1. Especificaciones del hardware usado.

Fabricante	Toshiba
Modelo	Satellite L45-B
Procesador	Intel® Core™ i5-5200U
RAM	6 GB
Sistema operativo	Microsoft® Windows™10 64-bit

4.1 Criterio de parada

Un paso crucial para un funcionamiento óptimo de un algoritmo es su criterio de parada, para esta investigación se escogió uno que consiste en un valor de tolerancia asociada a la respuesta ($Tol = 1.0e^{-4}$) también se pretende elegir un criterio de parada adicional y así obtener un funcionamiento adecuado del algoritmo. En este caso en particular se utilizaron los siguientes métodos para comparar sus

resultados y seleccionar el más adecuado para el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).

- **Primer método:** Se determina el número de veces que el algoritmo se va a ejecutar (número de iteraciones), en este caso como cada huevo de cuckoo ofrece una nueva solución se optó por elegir un valor relativamente grande del número de repeticiones ($\text{max_iter} = 2000000$), para obtener una respuesta coherente, dado que si este valor no es grande el algoritmo tiende a no converger.
- **Segundo método:** Se observa los cambios del mínimo global ($f_{\min}$) en el algoritmo, cuando este no sufre variaciones, es decir si se repite un número determinado de veces ($\text{max_rep} = 500$) el algoritmo se detiene en su búsqueda. Este método es muy conveniente cuando se trabajan con funciones que presentan varios mínimos locales, con el fin de evitar permanecer en uno de estos y tener respuestas erróneas.

La Tabla 17 y Tabla 18 (ANEXO A) recopilan los resultados completos encontrados al utilizar los diferentes criterios de parada. Cabe resaltar que tanto para la Tabla 17 y Tabla 18 como para la Figura 2 y Figura 3 se utilizaron tres funciones de prueba debido a que se estaba seleccionando el mejor criterio de parada para el ACS, por ende, no se hizo necesario utilizar más funciones para las pruebas.

Figura 2. Tiempo de convergencia en función de los métodos para dos dimensiones.

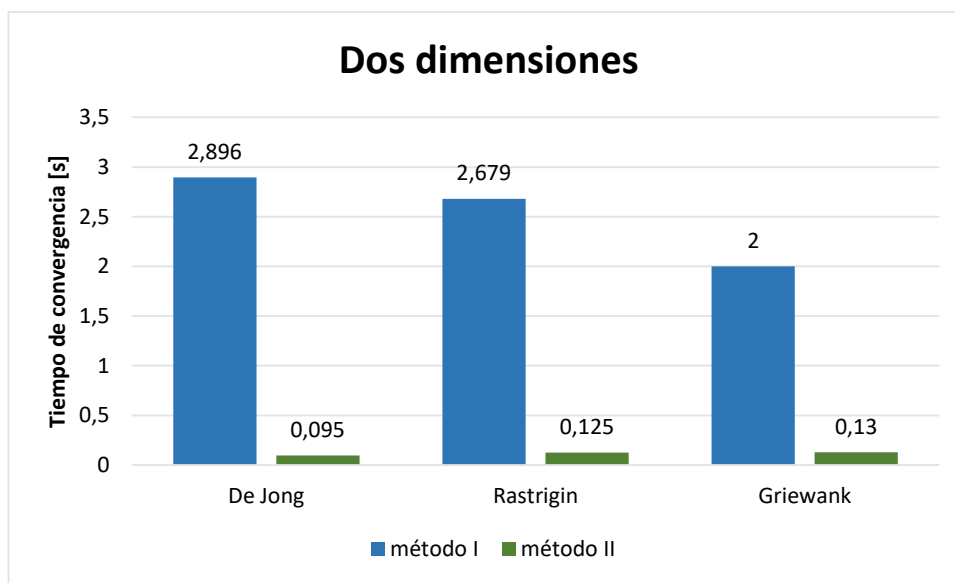
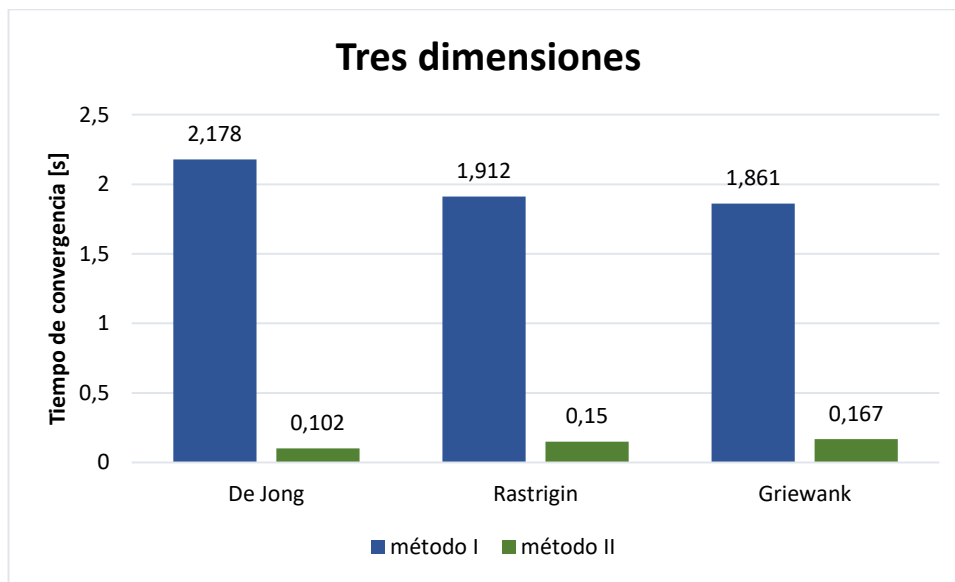


Figura 3. Tiempo de convergencia en función de los métodos para tres dimensiones.



En la Figura 2 y la Figura 3 se compararon los métodos para una población fija de cuckoos ($n = 5$), al analizarlas se puede observar que aumentando la dimensión del problema se incrementa el tiempo de convergencia del algoritmo, esto es debido a

que el número de análisis que hace el algoritmo es equivalente al número de dimensiones del problema.

Adicionalmente se observó (ver Tabla 17 y Tabla 18 (ANEXO A)) que al aumentar el número poblacional de cuckoos se incrementa el tiempo de convergencia del algoritmo, esto es debido a que cada nuevo cuckoo ofrece una nueva solución, por ende el algoritmo tiene una nueva solución que procesar.

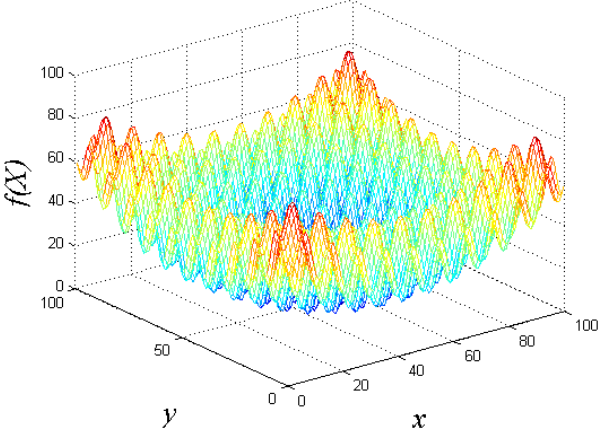
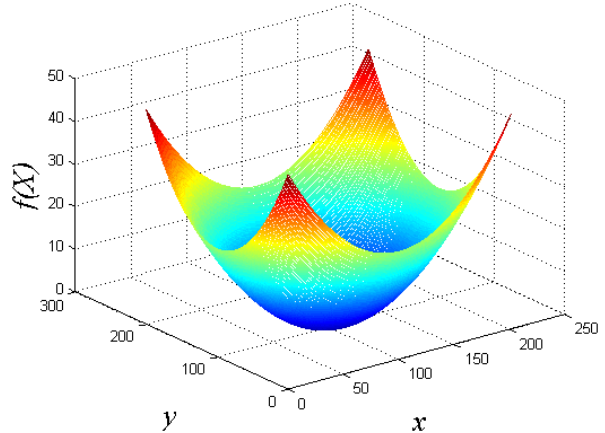
Al analizar los resultados de los criterios de parada utilizados se puede concluir que el método II muestra una disminución significativa en el tiempo total de ejecución tanto para las dimensiones como para la población con respecto al método I en las funciones utilizadas, y en vista de que es el parámetro en el que más difieren los dos métodos ver Tabla 17 y Tabla 18 (ANEXO A), se elige el método II como criterio de parada adicional para el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).

4.2 Validación del algoritmo

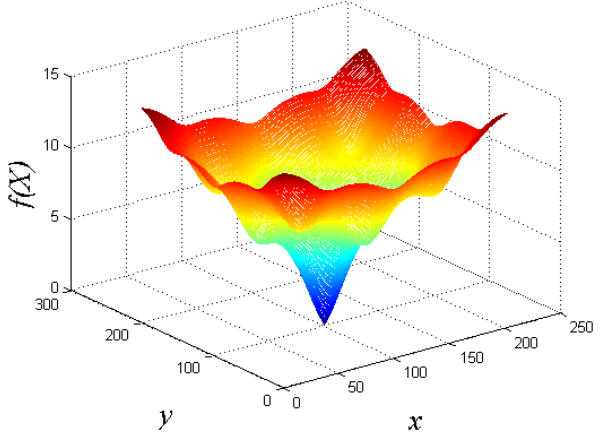
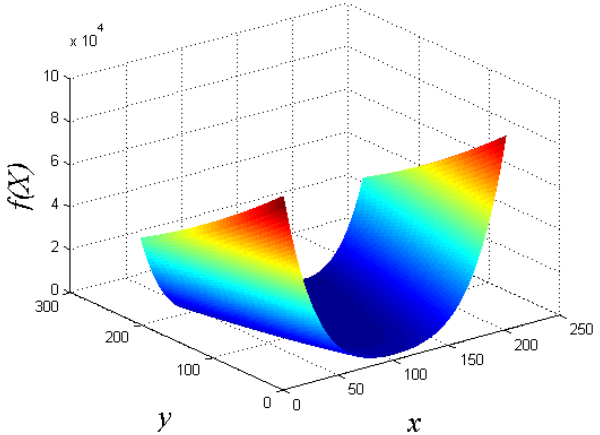
En esta sección se mostrará el desempeño del Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS), implementando el criterio de parada adicional mencionado en la sección anterior con el fin de encontrar como variable relevante el mínimo global de las funciones de prueba seleccionadas y así poder verificar su correcta convergencia. Primero se describirán las funciones implementadas en el algoritmo, y posteriormente se analizarán los resultados obtenidos para así poder llegar a concluir si el algoritmo presenta un correcto funcionamiento.

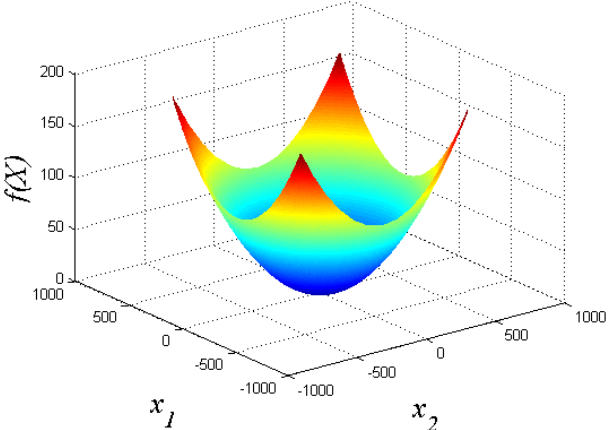
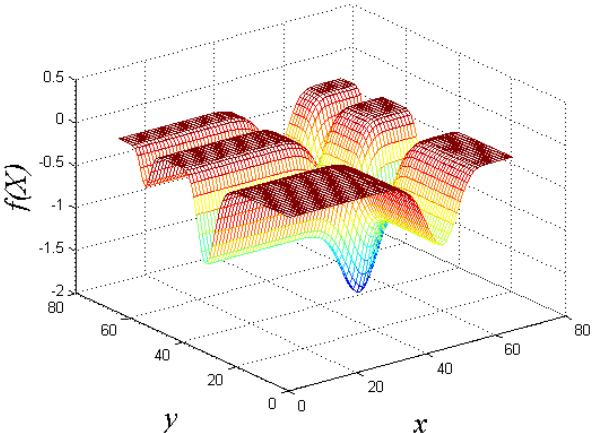
4.2.1 Funciones prueba. En la Tabla 2 se hace una descripción breve sobre las funciones de prueba seleccionadas resaltando sus parámetros más importantes. La formulación, límites y mínimo global utilizados de dichas funciones se muestran en la Tabla 19 (ANEXO B).

Tabla 2. Funciones prueba.

Función	Mínimo global	Límites	Gráfica
Rastrigin	$(0, \dots, 0)$	$(-5.12, 5.12)$	Figura 4. Función Rastrigin ($d = 2$). 
Es una función no convexa utilizada como prueba en algoritmos de optimización, como es multimodal tiene un número de mínimos globales considerables lo que dificulta la optimización del algoritmo, como se aprecia en la Figura 4.			
De Jong	$(0, \dots, 0)$	$(-5.12, 5.12)$	Figura 5. Función De Jong ($d = 2$). 

Es una función monótona, dada su sencillez es apropiada para realizar pruebas en dimensiones mayores. En la Figura 5 se observa su representación para dos dimensiones.

Ackley	$(0, \dots, 0)$	$(-32.76, 32.76)$	Figura 6. Función Ackley ($d = 2$). 
Se caracteriza por tener una región externa casi plana y un gran sumidero en su centro, como se aprecia en la Figura 6 para dos dimensiones.			
Rosenbrock _k	$(0, \dots, 0)$	$(-\infty, \infty)$	Figura 7. Función Rosenbrock ($d = 2$). 
Es una función no convexa que se caracteriza por ser unimodal y tener un mínimo global en (0), el cual se encuentra dentro de un estrecho valle plano con forma parabólica como se observa en la Figura 7 para dos dimensiones.			

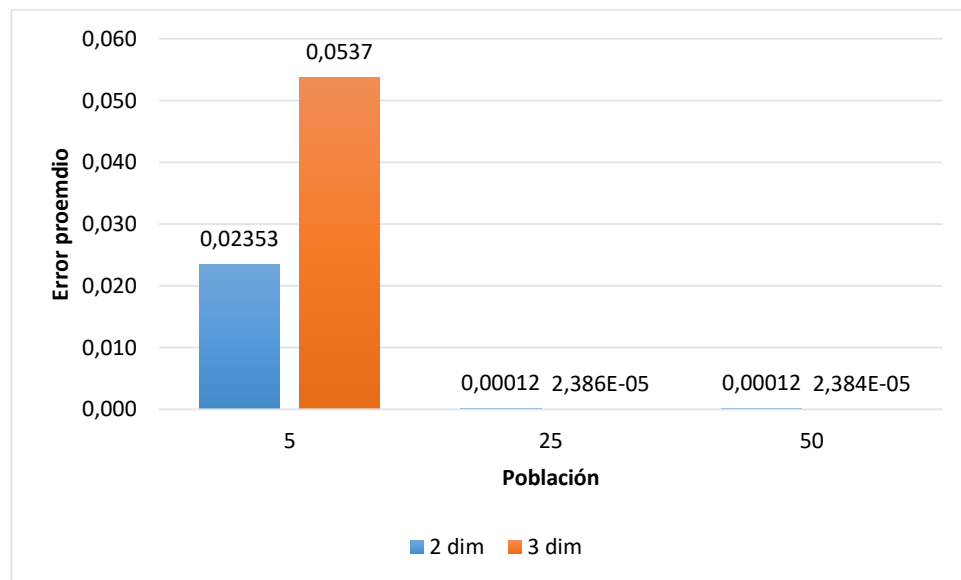
Griewank	$(0, \dots, 0)$	$(-5, 5)$	<i>Figura 8. Función Griewank ($d = 2$).</i> 
Generalmente se caracteriza por tener muchos mínimos locales que se distribuyen regularmente, en la Figura 8 se aprecia su representación para dos dimensiones.			
Michelewicz	Dos dimensiones $(-1.8, \dots, -1.8)$ Tres dimensiones $(-2.7, \dots, -2.7)$	$[0, \pi]$	<i>Figura 9. Función Michalewicz ($d = 2$).</i> 
Se caracteriza por ser multimodal, tener varios mínimos locales y varias áreas planas como se observa es su forma bidimensional en la Figura 9, lo que la hace difícil para la mayoría de algoritmos de optimización. Su mínimo global depende de la dimensión en la que se esté operando.			

4.2.2 Análisis de los resultados de las funciones prueba. Dado que el algoritmo es metaheurístico se consideró que cada prueba conste de cincuenta repeticiones, los resultados promedios del número de iteraciones, el tiempo de convergencia, y la comparación respecto al mínimo global, se muestran en la Tabla 19 (ANEXO B). Adicionalmente se presentan las mejores y peores soluciones, como también la desviación estándar para las cincuenta repeticiones de cada función.

De la Tabla 19 (ANEXO B) se observa que el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS), encuentra un mínimo global muy cercano al esperado para las funciones utilizadas.

4.2.2.1 Análisis dimensional y poblacional. Para el desarrollo de la prueba de análisis dimensional y poblacional se varió el valor de la dimensión en las funciones seleccionadas, analizando su comportamiento para cada una de las poblaciones de cuckoos (5, 25, 50). No fue necesario tomar más de tres dimensiones en las funciones, dado que la ecuación utilizada para hallar la conductividad térmica en un material ortotrópico solo presenta tres dimensiones.

Figura 10. Error promedio de las funciones prueba vs la población de cuckoo para cada dimensión.



En la Figura 10 se observa el comportamiento del algoritmo (ACS) para las dimensiones utilizadas variando la población de cuckoos donde se aprecia una mejoría a la hora de encontrar el mínimo global aumentando la población tanto para dos dimensiones como para tres, siendo más óptimos para tres dimensiones, sin embargo, se incrementan los recursos computacionales al aumentar la dimensión del problema y/o la población de cuckoos; para más información ver la Tabla 19 (ANEXO B).

4.2.3 Convergencia del algoritmo

Figura 11. Mínimo global en función del número de iteraciones (d=2).

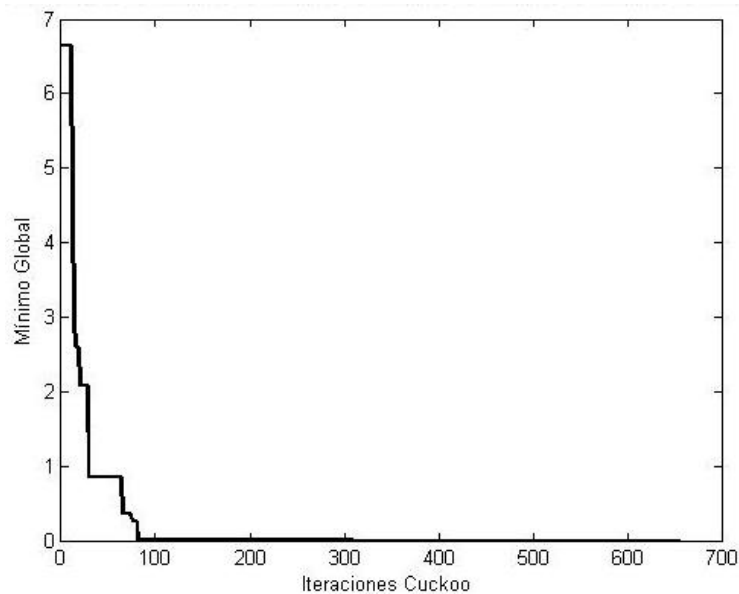
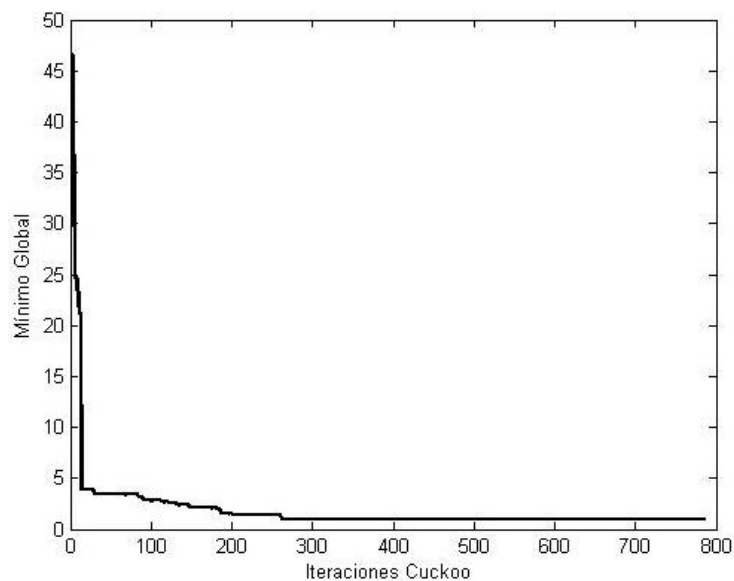


Figura 12. Mínimo global en función del número de iteraciones ($d=3$).



Los mejores resultados hallados por el algoritmo a lo largo de su ejecución se pueden ver en la Figura 11 y Figura 12, en donde como era de esperarse, en las primeras iteraciones el algoritmo presenta su peor respuesta ya que el rango de búsqueda es mayor, expresado de otra manera es aquí cuando los cuckoos comienzan a desplazarse hacia una mejor ubicación para depositar sus huevos.

De acuerdo a lo anterior, se puede inferir la gran dependencia que tiene el tiempo de convergencia y el número de iteraciones, con respecto a la cantidad poblacional de cuckoos y el número de dimensiones del problema en el algoritmo.

5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DIRECTO E INVERSO PARA HALLAR LAS CONDUCTIVIDADES TÉRMICAS EN UN MATERIAL ORTOTRÓPICO

5.1 Problema directo

Determinar el perfil de temperatura interna transitoria en un material ortotrópico con una geometría definida, el cual se encuentra inicialmente a una temperatura uniforme T_0 . Al material se le aplica un flujo de calor uniforme en las superficies $x = a_1$, $y = a_2$ y $z = a_3$ correspondientemente, asumiendo que los otros tres límites restantes $x = 0$, $y = 0$ y $z = 0$ se encuentran aislados.

La formulación matemática del problema se da como:

$$0 < x < a_1,$$

$$c_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + c_2 \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + c_3 \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \rho C \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{en } 0 < y < a_2, \quad 4a$$

$$0 < z < a_3, t > 0$$

$$-c_1 \frac{\partial T}{\partial x} = q_1 \text{ a } x = 0; \frac{\partial T}{\partial x} = 0 \text{ a } x = a_1; \text{ para } t > 0 \quad 4b$$

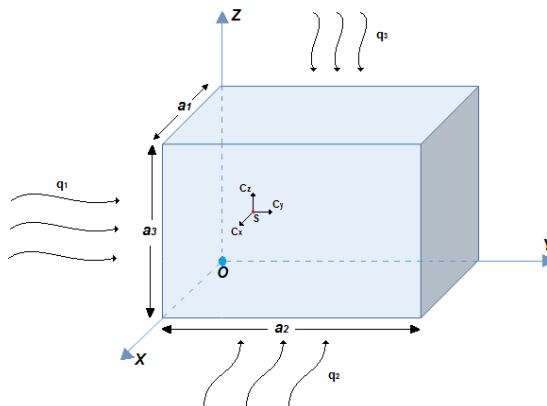
$$-c_2 \frac{\partial T}{\partial y} = q_2 \text{ a } y = 0; \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \text{ a } y = a_2; \text{ para } t > 0 \quad 4c$$

$$-c_3 \frac{\partial T}{\partial z} = q_3 \text{ a } z = 0; \frac{\partial T}{\partial z} = 0 \text{ a } z = a_3; \text{ para } t > 0 \quad 4d$$

$$T = T_0; \text{ para } t = 0, \text{ en la región} \quad 4e$$

donde c_1, c_2 y c_3 son las componentes de la conductividad térmica en las direcciones O_x, O_y y O_z respectivamente y q_1, q_2 y q_3 son los flujos de calor uniformes.

Figura 13. Geometría, coordenadas, lados del paralelepípedo, posición del sensor y flujo térmico.



En la Tabla 3 se muestran las unidades de los parámetros en las ecuaciones (4a-4d) para demostrar que dichas ecuaciones son dimensionalmente consistentes.

Tabla 3. Unidades.

NOMBRE	SÍMBOLO	UNIDADES
Conductividad térmica	$c_i \quad i = 1,2,3$	$\frac{W}{km} \quad \text{ó} \quad \frac{J}{msk}$
Flujo de calor	$q_i \quad i = 1,2,3$	$\frac{W}{m^2} \quad \text{ó} \quad \frac{J}{m^2s}$
Gradiente de T	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$	$\frac{K}{m^2}$
Calor específico	C	$\frac{J}{kgK}$
Densidad	ρ	$\frac{kg}{m^3}$

Watt	W	$\frac{kgm^2}{s^3}$
Joule	J	$\frac{kgm^2}{s^2}$

Tomando la ecuación 4a y reemplazando sus unidades se tiene:

$$\left(\frac{kgm}{s^3K} * \frac{K}{m^2}\right) + \left(\frac{kgm}{s^3K} * \frac{K}{m^2}\right) + \left(\frac{kgm}{s^3K} * \frac{K}{m^2}\right) = \left(\frac{kg}{m^3} * \frac{m^2}{s^2K} * \frac{K}{s}\right)$$

$$\left(\frac{kg}{s^3m}\right) + \left(\frac{kg}{s^3m}\right) + \left(\frac{kg}{s^3m}\right) = \left(\frac{kg}{s^3m}\right)$$

Ahora se actúa de la misma forma con cualquiera de las ecuaciones (4b-4d):

$$\frac{mkg}{s^3K} * \frac{K}{m} = \frac{kg}{s^3}$$

$$\frac{kg}{s^3} = \frac{kg}{s^3}$$

Por lo tanto, queda comprobado que las ecuaciones (4a-4d) son dimensionalmente consistentes.

Para resolver el problema directo descrito anteriormente se asumen conocidas las componentes de la conductividad térmica, la geometría del sólido, las condiciones iniciales y de frontera. La solución del problema directo es [10]:

$$T(x, y, z, t) = \frac{q_1 a_1}{c_1} \theta\left(\frac{x}{a_1}, \frac{c_1 t}{(a_1)^2}\right) + \frac{q_2 a_2}{c_2} \theta\left(\frac{y}{a_2}, \frac{c_2 t}{(a_2)^2}\right)$$

5

$$+ \frac{q_3 a_3}{c_3} \theta \left(\frac{z}{a_3}, \frac{c_3 t}{(a_3)^2} \right)$$

$$\text{donde, } \theta(\varepsilon, \tau) = \frac{-1}{6} + \frac{\varepsilon^2}{2} + \tau + \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^{(i+1)} \frac{2}{(i\pi)^2} \cos(i\pi\varepsilon) \exp[-\tau(i\pi)^2] \quad 6$$

5.2 Problema inverso

Determinar los coeficientes de las conductividades térmicas c_i en un material ortotrópico con geometría definida, asumiendo conocidos los demás parámetros del perfil de temperatura (ecuación 5). En este trabajo de grado para encontrar dichos coeficientes se implementó los algoritmos de optimización global mencionados anteriormente.

6. CASOS DE PRUEBA

A continuación, se hará un análisis del algoritmo ACS para diferentes situaciones comprobando así su funcionamiento para casos menos ideales, para esto se compararán los resultados obtenidos en cada situación al hallar las conductividades térmicas mediante la solución de su problema inverso utilizando la ecuación 5, con los resultados obtenidos por el algoritmo de Levenberg Marquardt (LMA) propuesto en [10], y con un algoritmo híbrido (HCLM) propuesto en este trabajo de grado. Con el fin de confrontar el algoritmo ACS con otros métodos de optimización y verificar su viabilidad en la aplicación para resolver problemas inversos.

En el primer caso se tomarán las conductividades térmicas propuestas en [8], en el segundo caso se tomarán las conductividades térmicas para el silicio cristalino propuestas en [22], y finalmente para el caso 3 se analizará para que valor de conductividades térmicas el algoritmo ACS comienza a tener inconvenientes.

Los valores de los parámetros utilizados en la ecuación 5 se aprecian en la Tabla 4, se utilizaron los mismos para todos los casos a excepción de las conductividades térmicas.

Tabla 4. Valores ecuación 5.

SÍMBOLO	NOMBRE	VALOR
$q_i \left[\frac{W}{m^2} \right]$	Flujo de calor	$q_{1,2,3} = 1$
$a_i [m]$	Geometría del sólido	$a_{1,2,3} = 1e^{-2}$
$x, y, z [m]$	Posición de los sensores	$x = 4e^{-3}$
		$y = 4e^{-3}$
		$z = 4e^{-3}$

El orden de las pruebas realizadas en las secciones siguientes se detalla en la Tabla 5. Finalmente se comparan los resultados de los algoritmos en cada situación y así concluye las ventajas y desventajas entre los algoritmos analizados.

Tabla 5. Casos de prueba.

Casos	Algoritmos	Pruebas agregando ruido
1	LMA; ACS; Híbrido	sin ruido; 50 dBs; 40 dBs; 30dBs
2	LMA; ACS; Híbrido	sin ruido; 50 dBs; 40 dBs; 30dBs
3	ACS	sin ruido para diferentes valores de conductividades térmicas

De acuerdo a la observación de las simulaciones se eligió 30 dBs como cantidad de ruido máximo para simular y visualizar mejor el comportamiento de los algoritmos en situaciones reales en los diferentes casos (1 y 2).

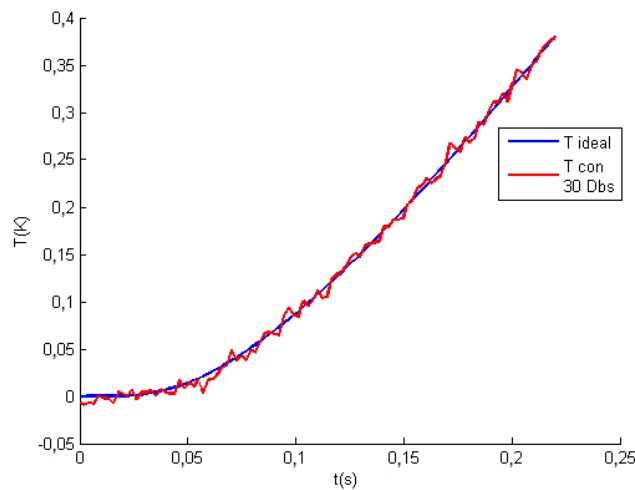
6.1 Generalidades para los diferentes casos

Como los diferentes casos a tratar mostrados en la Tabla 5 utilizan los mismos parámetros a excepción de las conductividades térmicas, a continuación, se detallan las generalidades que presentan los algoritmos para cada situación.

6.1.1 Perfil de temperatura (T). El perfil de temperatura tiene un comportamiento similar para los diferentes casos de la Tabla 5 por tal motivo se muestra solo una

gráfica que represente este comportamiento como se aprecia a continuación (Figura 14).

Figura 14. Perfil de temperatura ideal y con ruido blanco.



6.1.2 Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA). Las pruebas mostradas en la Tabla 5 para el LMA consisten en encontrar los límites donde converge la solución del problema inverso de la ecuación 5 alterando las condiciones iniciales de búsqueda.

Como ya se mencionó anteriormente el LMA es determinístico por lo tanto en todos los casos converge al mismo punto siempre y cuando las condiciones iniciales sean cercanas al punto deseado. Debido a esta propiedad, solo es necesario ejecutar el algoritmo una vez.

6.1.3 Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS). Como se muestra en la sección 4, el ACS presenta un desempeño aceptable en sus resultados para funciones de tres

dimensiones con una población de cuckoos igual o mayor a cinco ($n = 5$). Por lo tanto, a la hora de evaluar la ecuación 5 para cada caso con el ACS se utiliza esta cantidad poblacional de cuckoos.

Las pruebas mostradas en la Tabla 5 se repitieron 50 veces en cada caso para verificar la confiabilidad de los datos. Los parámetros relevantes del algoritmo ACS utilizados en cada situación se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. Parámetros Algoritmo Búsqueda de Cuckoo.

Número de cuckoos	n= 5
Número máximo de repeticiones de fmin	max_rep=500
Tolerancia	Tol=1e-4

6.1.4 Algoritmo Híbrido (HCLM). Se usan los parámetros mencionados anteriormente en la Tabla 6 y se varían las conductividades térmicas para los diferentes casos de la Tabla 5.

6.2 Caso 1: Conductividades térmicas propuestas por Özisik

Para todo el análisis en este caso, se toman las conductividades térmicas propuestas en [8], las cuales son $c_1 = 1$, $c_2 = 2$ y $c_3 = 3$.

6.2.1 Resultados con el Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA). En la Tabla 7 y Tabla 8 se observan los resultados obtenidos por el LMA donde se aprecia un

error mínimo entre el valor estimado y el valor esperado cuando el perfil de temperatura (T) no presenta perturbaciones; y a su vez se muestra un limitado rango de búsqueda para hallar las conductividades térmicas; lo cual supone una gran desventaja del LMA si no se conocen los parámetros deseados.

Tabla 7. Resultados Levenberg-Marquardt límites superiores (caso 1).

	Número de iteraciones	Tiempo de convergencia[s]	Lim. Superiores	Valor estimado	Error %
T sin SNR	130	3,667	[1,8; 2,6; 3,6]	[1,001; 1,920; 3,119]	[0,1; 4; 3,967]
T con SNR= 50dBs	99	2,806	[1,5; 2,3; 3,3]	[1,008; 1,949; 3,078]	[0,8; 2,55; 2,6]
T con SNR= 40dBs	45	1,389	[1,6; 2,3; 3,3]	[1,023; 1,919; 3,071]	[2,3; 4,05; 2,367]
T con SNR= 30dBs	80	2,378	[1,6; 2,2; 3,3]	[1,014; 1,957; 3,071]	[1,4; 2,15; 2,367]

Tabla 8. Resultados Levenberg-Marquardt límites inferiores (caso 1).

	Número de iteraciones	Tiempo de convergencia[s]	Lim. inferiores	Valor estimado	Error %
T sin SNR	68	2,024	[0,3; 1,3; 2,6]	[0,989; 2,064; 2,924]	[1,1; 3,2; 2,533]
T con SNR= 50dBs	88	2,499	[0,2; 1; 2,7]	[0,981; 2,092; 2,906]	[1,9; 4,6; 3,133]
T con SNR= 40dBs	110	3,075	[0,4; 1,5; 2,6]	[0,961; 2,130; 2,904]	[3,9; 6,5; 3,2]
T con SNR= 30dBs	52	1,588	[0,8; 1,8; 2,8]	[0,992; 2,059; 2,978]	[0,08; 2,95; 0,733]

El rango de búsqueda permanece relativamente constante para las diferentes pruebas, pero al alejarse de los valores esperados comienza a aparecer un error en

los parámetros encontrados en las diferentes situaciones como se observa en la Tabla 7 y Tabla 8.

6.2.2 Resultados con el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS). La Tabla 9 detalla los resultados con el ACS para un rango de búsqueda de 0,1 hasta 100, intervalo escogido de tal forma que sea mayor al presentado por el LM para observar su viabilidad al hallar las conductividades térmicas sin conocerlas previamente.

Para la tasa de aciertos y desaciertos en este caso se considera como aciertos a los valores estimados que no difieran de los valores esperados por más de 0,5.

Tabla 9. Resultados del algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) (caso 1).

	<i>Mínimo global estimado</i>	<i>Desviación</i>	<i>aciertos/ desaciertos</i>	<i>No. total de iteraciones</i>	<i>Tiempo de convergencia[s]</i>
T sin SNR	3,75E-03	7,072E-03	43/7	14644	80,961
T con SNR= 50dBs	4,67E-02	2,033E-03	41/9	11353	63,009
T con SNR= 40dBs	1,23E-01	7,726E-04	39/11	9106	51,258
T con SNR= 30dBs	5,01E-01	8,098E-04	34/16	8707	64,025

Se evidencia un desempeño aceptable en la tasa de aciertos y desaciertos para las cuatro pruebas realizadas. Como era de esperarse al aumentar las perturbaciones en el perfil de temperatura (T) el ACS comienza a perder precisión en los resultados como se observa en la Tabla 9.

6.2.3 Resultados con el Algoritmo Híbrido (HCLM). La Tabla 10 muestra los resultados al implementar el algoritmo híbrido en la ecuación 5 observando una tasa de aciertos mejor que el ACS, lo que indica que las variables desconocidas encontradas por este método son precisas.

Para decidir la tasa de aciertos y desaciertos se escoge el mismo criterio que el usado en el ACS con el fin de comparar los resultados en las mismas condiciones.

Tabla 10. Resultados del algoritmo Híbrido (caso 1).

	Mínimo global estimado	Desviación	Aciertos /desaciertos	No. total de iteraciones	Tiempo de convergencia[s]
T sin SNR	1,25E-08	3,488E-08	50/0	11725	65,839
T con SNR= 50dBs	4,72E-02	5,630E-03	46/4	9800	54,083
T con SNR= 40dBs	1,24E-01	4,052E-03	42/8	10297,8	58,014
T con SNR= 30dBs	0,50078782	2,513E-03	40/10	8859,6	49,671

El tiempo que demanda la ejecución de éste algoritmo optimiza los recursos informáticos, por lo tanto, hay una disminución temporal significativa en la búsqueda de solución.

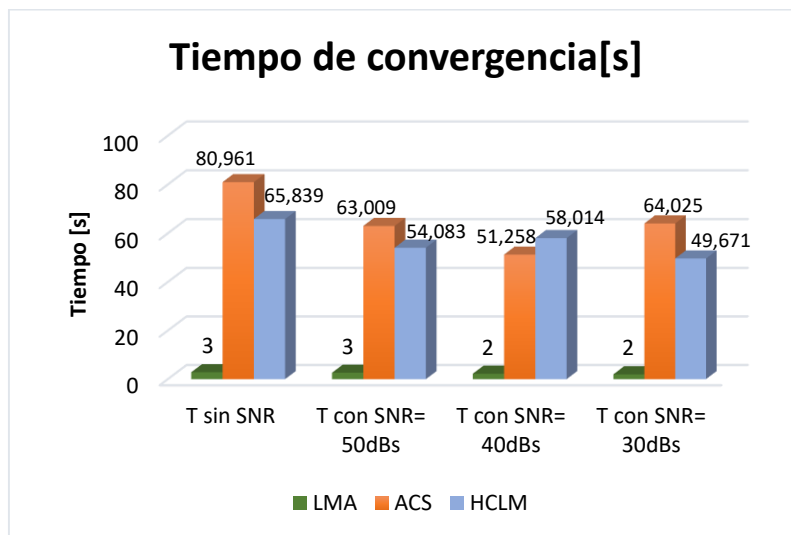
6.2.4 Comparación de resultados (LMA vs ACS vs HCLM). La comparación entre los resultados de los algoritmos usados para hallar las variables desconocidas de la ecuación 5, se centran en los parámetros siguientes: el tiempo de ejecución, el número de iteraciones y el rango de búsqueda.

La exactitud del método LMA no se puede comparar porque sus fundamentos matemáticos son de una naturaleza diferente a los otros dos métodos de análisis,

siendo el LMA determinístico es decir converge al mismo punto y los otros métodos, metaheurísticos los cuales cuentan con un componente al azar.

6.2.4.1 Tiempo de convergencia del LMA vs ACS vs HCLM

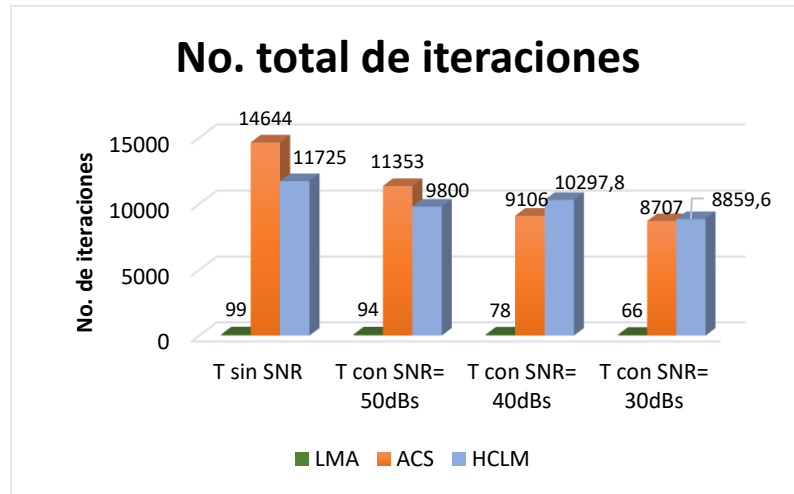
Figura 15. Tiempo de convergencia en los algoritmos (caso 1).



Se puede apreciar en la Figura 15 la diferencia en el tiempo de convergencia entre los algoritmos, donde el LMA presenta un tiempo menor al mostrado por los otros dos algoritmos, esto en gran medida se debe a que, al iniciar la búsqueda tanto en el ACS como en el HCLM, ingresan al análisis los parámetros de la Tabla 6 ocasionando una demora adicional.

6.2.4.2 Número total de iteraciones LMA vs ACS vs HCLM

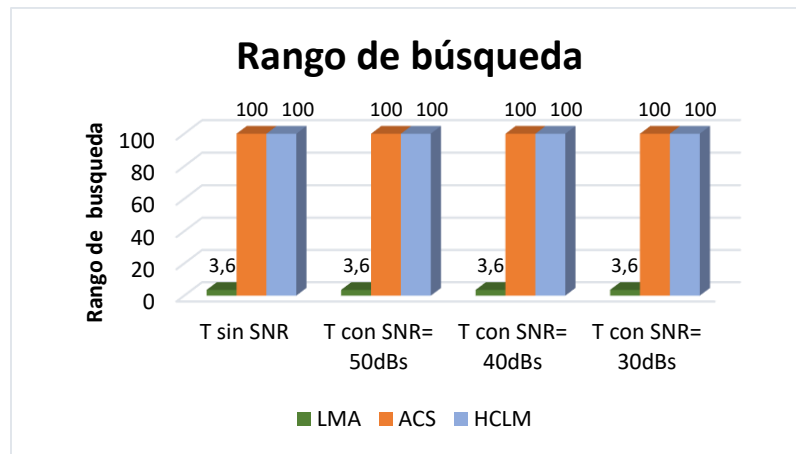
Figura 16. Número de iteraciones en los algoritmos (caso 1).



En la Figura 16 se observa la relación entre el número de iteraciones requeridas en los algoritmos para hallar los valores desconocidos de la ecuación 5 (conductividades térmicas) y el perfil de temperatura; es evidente la relación entre los algoritmos ACS y el HCLM donde por lo general el HCLM presenta un número menor de iteraciones, condición que se debe a que las iteraciones iniciales parten de los resultados entregados por el método de ACS (ver flujograma de funcionamiento del algoritmo híbrido).

6.2.4.3 Rango de búsqueda LMA vs ACS vs HCLM

Figura 17. Rango de búsqueda de cada algoritmo (caso 1).



La Figura 17 detalla el rango de búsqueda para el LMA (0,1 a 3,6), el ACS y el HCLM (0,1 a 100), teniendo en cuenta esta figura al analizar los resultados de la Figura 15, Figura 16, se puede concluir la dependencia que tienen los algoritmos entre el rango de búsqueda con el tiempo implementado para hallar la solución y con el número de iteración que cada uno necesita para hallarla.

Para el LMA, es notable que el número de iteraciones y el tiempo de convergencia responde a que su rango de búsqueda es mucho más pequeño, consecuentemente arroja la respuesta en no más de 130 iteraciones. Esto, sin embargo, se convierte en una desventaja ya que es de estricta necesidad conocer el rango de búsqueda para solucionar el problema.

6.3 Caso 2: Conductividades térmicas del silicio cristalino

Para todo el análisis en este caso se tomaron las conductividades térmicas propuestas en [22], las cuales son $c_1 = 1,3$, $c_2 = 1,46$ y $c_3 = 1,78$. Se escogió este elemento dado que es ampliamente utilizado en la elaboración de elementos en la ingeniería electrónica como lo son los transistores y las celdas solares [22].

6.3.1 Resultados con el Algoritmo de Levenberg-Marquardt (LMA). En la Tabla 11 y Tabla 12 se pueden observar los resultados obtenidos por el LMA donde se ve un error mínimo entre el valor estimado y el valor esperado cuando el perfil de temperatura (T) no presenta perturbaciones. Pero, este error aumenta al incrementar las perturbaciones (simulando el perfil de temperatura (T) en la vida real). Es importante notar que al igual que para el caso 1, existe un limitado rango de búsqueda para hallar las conductividades térmicas.

Tabla 11. Resultados Levenberg-Marquardt límites superiores (caso 2).

	Número de iteraciones	Tiempo de convergencia[s]	Lim. Superiores	Valor estimado	Error%
T sin SNR	119	3,188	[1,33; 1,48; 1,8]	[1,303; 1,456; 1,781]	[0,231; 0,274; 0,056]
T con SNR= 50dBs	12	0,533	[1,34; 1,49; 1,8]	[1,306; 1,459; 1,774]	[0,462; 0,068; 0,337]
T con SNR= 40dBs	17	0,654	[1,4; 1,5; 1,8]	[1,339; 1,442; 1,751]	[3; 1,233; 1,629]
T con SNR= 30dBs	14	0,609	[1,4; 1,5; 1,8]	[1,341; 1,437; 1,751]	[3,154; 1,575; 1,629]

Tabla 12. Resultados Levenberg-Marquardt límites inferiores (caso 2).

	<i>Número de iteraciones</i>	<i>Tiempo de convergencia[s]</i>	<i>Lim. Inferiores</i>	<i>Valor estimado</i>	<i>Error%</i>
T sin SNR	131	3,4595	[1,27; 1,41; 1,72]	[1,308; 1,456; 1,774]	[0,615; 0,274; 0,337]
T con SNR= 50dBs	18	0,691	[1,25; 1,4; 1,7]	[1,318; 1,463; 1,754]	[1,385; 0,206; 1,461]
T con SNR= 40dBs	11	0,509	[1,2; 1,4; 1,7]	[1,291; 1,482; 1,769]	[0,692; 1,507; 0,618]
T con SNR= 30dBs	14	0,603	[1,2; 1,4; 1,7]	[1,288; 1,480; 1,768]	[0,923; 1,369; 0,674]

El rango de búsqueda sufre una reducción en comparación con el caso 1 debido a que las conductividades térmicas a encontrar presentan una mayor cercanía entre ellas e igualmente mantienen un rango constante para las diferentes situaciones.

6.3.2 Resultados con el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS). En la Tabla 13 se ven los resultados al implementar la ecuación 5 en el algoritmo ACS para un rango de búsqueda de 0,1 hasta 100, al igual que para el caso 1 este rango se seleccionó mayor al rango de búsqueda presentado por el LMA.

Para el criterio de aciertos y desaciertos se tomó como aciertos a los valores estimados que no difieran de los valores esperados por más 0,2 debido a que los valores a estimar tienen una mayor cercanía.

Tabla 13. Resultados del algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) (caso 2).

	<i>Mínimo global estimado</i>	<i>Desviación</i>	<i>aciertos/desaciertos</i>	<i>No. total de iteraciones</i>	<i>Tiempo de convergencia[s]</i>
T sin SNR	3,252E-04	3,032E-04	44/6	9373	53,519
T con SNR= 50dBs	3,801E-02	5,400E-05	40/10	9022	51,249
T con SNR= 40dBs	1,245E-01	3,011E-05	36/14	8626,8	48,008
T con SNR= 30dBs	3,434E-01	1,126E-04	29/21	8171	46,293

El desempeño para este caso al encontrar las conductividades térmicas desmejora en comparación con el caso 1, esto es debido al hecho de que los parámetros a hallar se asemejan.

6.3.3 Resultados con el Algoritmo Híbrido (HCLM). La Tabla 14 detalla los resultados del algoritmo HCLM, la tasa de aciertos desmejora con respecto a los resultados obtenidos en el caso 1 con el algoritmo híbrido, porque los resultados con el ACS para este caso no tienen la misma precisión que en el caso 1, debido a la cercanía entre las conductividades; cabe resaltar que los resultados cuando el perfil de temperatura no sufre perturbaciones mejoran en comparación con el ACS.

Tabla 14. Resultados del algoritmo Híbrido (caso 2).

	<i>Mínimo global estimado</i>	<i>Desviación</i>	<i>aciertos/desaciertos</i>	<i>No. total de iteraciones</i>	<i>Tiempo de convergencia[s]</i>
T sin SNR	7,207E-05	2,872E-04	50/0	9401	52,466

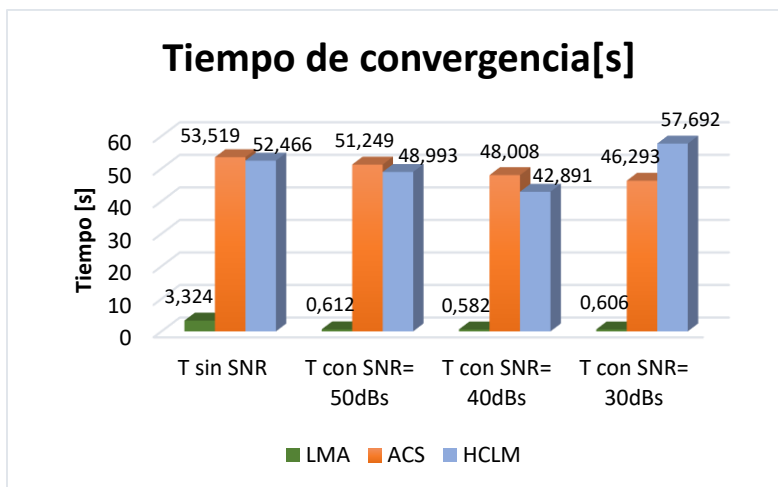
T con SNR= 50dBs	3,800E-02	7,240E-05	40/10	8881	48,993
T con SNR= 40dBs	1,245E-01	1,129E-05	32/18	7423	42,891
T con SNR= 30dBs	4,120E-01	1,920E-06	28/22	10049	57,692

Se observa un comportamiento similar tanto en el tiempo de convergencia como en el número de iteraciones con el ACS, igual que en el caso 1.

6.3.4 Comparación de resultados (LMA vs ACS vs HCLM). Se compara el tiempo de ejecución, el número de iteraciones y el rango de búsqueda a la hora de hallar las conductividades térmicas desconocidas de la ecuación 5.

6.3.4.1 Tiempo de convergencia LMA vs ACS vs HCLM

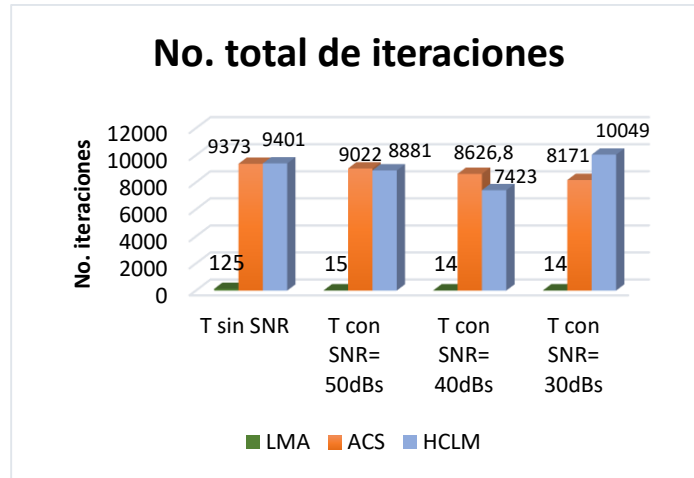
Figura 18. Tiempo de convergencia en los algoritmos (caso 2).



En la Figura 18 se observa la diferencia en el tiempo de convergencia entre cada algoritmo, donde se nota la diferencia entre el LMA y los otros algoritmos ya que el LMA requiere menos parámetros para comenzar su proceso la búsqueda.

6.3.4.2 Número total de iteraciones LMA vs ACS vs HCLM

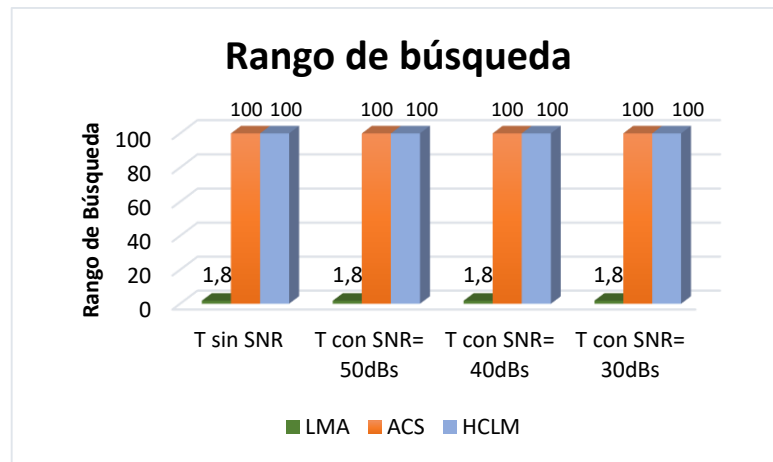
Figura 19. Número de iteraciones en los algoritmos (caso 2).



La Figura 19 muestra la relación entre el número de iteraciones para cada variación del perfil de temperatura (T) en los diferentes algoritmos, igualmente que en el caso 1 se observa la gran diferencia en las iteraciones del LMA y los otros algoritmos.

6.3.4.3 Rango de búsqueda LMA vs ACS vs HCLM

Figura 20. Rango de búsqueda de cada algoritmo (caso 2).



El rango de búsqueda para las diferentes pruebas realizadas se detalla en la Figura 20, para el LMA (0,1 a 1,8) y para el ACS y HCLM (0,1 a 100)

Para los dos casos anteriores al analizar tanto las tablas como las gráficas se puede concluir que la diferencia en el rango de búsqueda implica un aumento en el tiempo de convergencia y el número de iteraciones en los algoritmos utilizados.

El LMA ofrece un consumo envidiable de los recursos computacionales de interés en este trabajo, pero esto no compensa su limitado rango de búsqueda el cual es su mayor defecto dado que en la vida real es poco probable conocer el valor exacto de las conductividades térmicas que se quieren hallar por medio de la ecuación 5.

Con los algoritmos ACS y HCLM para los cuales se observa un consumo aceptable de los recursos computacionales, a pesar de no presentar la misma exactitud a la

hora de encontrar los valores deseados, su tasa de aciertos es buena y cuenta con la ventaja de tener un rango de búsqueda mayor que el LMA, por ende, no se hace indispensable conocer los valores de las conductividades térmicas a hallar.

Ahora bien, comparando los resultados del algoritmo híbrido con el ACS, se observaron mejores resultados en cuanto a tiempo de convergencia y número de iteraciones para los dos casos anteriores con el algoritmo HCLM, lo cual se debe a su estructura que es producto de mezclar el ACS y el LMA.

6.4 Caso 3: Conductividades variables

En esta sección se analiza para qué valores de conductividades térmicas el algoritmo ACS presenta inconvenientes en el proceso de encontrar las soluciones apropiadas, adicionalmente se varia la población de cuckoos ($n = 5$ y $n = 10$) para corroborar si este parámetro afecta los resultados.

Tabla 15. Resultados conductividades variables ($n = 5$).

Conductividades	Mínimo global estimado	Desviación	aciertos/desaciertos	No. total de iteraciones	Tiempo de convergencia [s]	Rango de búsqueda
(1500-1700-2000)	8,907E-09	1,792E-08	30/20	5124,6	26,72365383	[0,1; 3000]
(500-600-700)	7,214E-08	1,003E-07	31/19	5173,8	26,2372538	[0,1; 1000]
(50-60-70)	0,001	8,985E-04	30/20	7037	38,32254646	[0,1; 100]
(0.1-0.2-0.3)	2,739E-05	3,786E-05	50/0	6775,6	43,05986243	[0,01; 100]
(0.01-0.02-0.03)	3,459E-06	4,394E-06	42/8	6592,8	40,74542779	[0,001; 100]

(0.001-0.002-0.003)	9,496E-05	4,394E-06	50/0	9796,6	61,74597406	[0,0001; 100]
----------------------------	-----------	-----------	------	--------	-------------	---------------

Tabla 16. Resultados conductividades variables ($n = 10$).

Conductividades	Mínimo global estimado	Desviación	aciertos/desaciertos	No. total de iteraciones	Tiempo de convergencia [s]	Rango de búsqueda
(1500-1700-2000)	7,675E-09	1,130E-08	28/22	10165,2	55,339984	[0,1; 3000]
(500-600-700)	4,441E-08	3,999E-08	36/14	10217,2	59,6925926	[0,1; 1000]
(50-60-70)	5,342E-05	5,338E-05	42/8	10895,6	82,3938029	[0,1; 100]
(0.1-0.2-0.3)	1,668E-05	2,0459E-05	50/0	14964	111,689673	[0,01; 100]
(0.01-0.02-0.03)	1,717E-06	1,156E-06	41/9	14506,8	89,7903533	[0,001; 100]
(0.001-0.002-0.003)	4,501E-05	6,5832E-05	50/0	22260,8	141,984591	[0,0001; 100]

La Tabla 15 y Tabla 16 muestran el comportamiento del ACS con una población de cuckoos de ($n = 5$ y $n = 10$); para diferentes valores de conductividades térmicas se toman los valores de la Tabla 6 para realizar las pruebas en un perfil de temperatura sin perturbaciones, estas pruebas se repitieron 50 veces.

El criterio para seleccionar los aciertos y desaciertos, estuvo directamente relacionado con el rango de búsqueda utilizado para encontrar las conductividades térmicas y por ende no se mantiene fijo.

Se aprecia una tasa de aciertos buena del ACS para los valores pequeños de la conductividad térmica, y a su vez esta tasa comienza a desmejorar a medida que se aumenta el valor de las conductividades.

Incrementar la población de cuckoos no afecta la adquisición de las soluciones como se aprecia en la Tabla 15 y Tabla 16, pero si influye en el consumo de recursos computacionales debido a que cada nuevo cuckoo ofrece una nueva solución, y por ello un nuevo dato que deberá analizar el ACS.

Además, se nota que tanto el tiempo como el número de iteraciones que implementa el ACS para encontrar los valores desconocidos de las conductividades térmicas es proporcional al rango de búsqueda, a mayor rango mayor es el consumo de recursos computacionales como se aprecia en la Tabla 15 y Tabla 16.

Se puede concluir que el ACS presenta un comportamiento aceptable a la hora de hallar los parámetros desconocidos de la ecuación 5 para diferentes valores de conductividades térmicas, teniendo mejor desempeño para valores pequeños sin importar la población de cuckoos.

7. CONCLUSIONES

1. Se cumplieron satisfactoriamente todos los objetivos académicos planteados en este trabajo de investigación.
2. Mediante el criterio de parada presentado en la sección 4.1 se consigue usar el algoritmo ACS en problemas de optimización sin conocer su mínimo global con anterioridad, por tanto, las soluciones encontradas se aproximan a la solución deseada. Adicionalmente se obtiene una respuesta consecuente en menor tiempo.
3. En la sección 4.2 se corroboró la precisión del Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) para diferentes funciones de prueba multimodales ampliamente utilizadas en la verificación de algoritmos de optimización, arrojando resultados satisfactorios.
4. El tiempo en el que transcurre la ejecución el algoritmo ACS depende directamente de la dimensión del problema, y del parámetro poblacional de cuckoos o número de huevos de cuckoos, lo anterior es debido a que un aumento en cualquier de estos dos factores produce que el algoritmo deba hacer más evaluaciones de la función para obtener la respuesta.
5. El Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) es una herramienta de optimización útil para la solución de problemas inversos en la conducción de calor, ya que logra reproducir de manera satisfactoria los resultados encontrados en la literatura.

6. La precisión alcanzada tanto por el ACS como por el HCLM es muy similar. Sin embargo, el Híbrido presenta menor número de iteraciones y en algunos casos mejor tiempo en la ejecución, esto se debe a la implementación del LMA dentro de su programación.
7. El algoritmo Híbrido presentó un mejor desempeño que el ACS y el LMA en lo que respecta a tiempo de ejecución y número de iteraciones en la mayoría de los casos, además que las soluciones resultan más precisas, aun cuando el rango de búsqueda sea igual al ACS.
8. El consumo de recursos computacionales es menor en el algoritmo LMA, aun así, este no es aplicable para problemas con tipologías reales donde no es posible conocer anticipadamente las soluciones, para esos casos es recomendable el uso del algoritmo HCLM ya que en comparación con el ACS estos recursos son menores.

8. RECOMENDACIONES Y OBSERVACIONES

Modificar el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS) para que cada cuckoo opere de manera paralela a los otros y así mejorar el tiempo en el que el algoritmo entrega la respuesta. Así mismo verificar el correcto comportamiento del algoritmo ACS frente a otros problemas de optimización y de ingeniería.

REFERENCIAS

- [1] J. Z. Jordán, «Solución de Problemas Inversos en Conducción de calor mediante el Método de Simulación por Redes,» UMI, Cartagena, 2003.
- [2] A. Tveito, H. P. Langtangen, F. B. Nielsen y X. Cai, «Parameter Estimation and Inverse Problems,» de *Elements of Scientific Computing*, Norway, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, pp. 411-421.
- [3] P. G. Marcial, «Modelo inverso de estimación del coeficiente de transferencia de calor acero-molde, en el proceso de colada continua de planchones,» Buenos Aires, 2002.
- [4] O. M. Alifanov, «Statements and Use of Inverse Problems in Studying Heat Transfer Processes and Designing Engineering Units,» de *Inverse Heat Transfer Problems*, Moscow, Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 1994, pp. 3-32.
- [5] J. Crank y P. Nicolson, «A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type,» *Advances in Computational Mathematics*, vol. 6, nº 1, pp. 207-226, 1996.
- [6] E. A. Thornton y A. R. Wieting, «A Finite Element Thermal Analysis Procedure for Several Temperature-Dependent Parameters,» *Journal of Heat Transfer*, vol. 100, nº 3, pp. 551-553, 1978.
- [7] W. E. Baker y D. J. Shortt, «Integrated Electrical/Thermal Component Modeling,» *Energy Conversion Engineering Conference*, vol. II, pp. 78-83, 1990.
- [8] S. S. Sanz, «Modern meta-heuristics based on nonlinear physics processes: A review of models and design procedures,» *Physics Reports*, vol. 655, pp. 1-70, 2016.
- [9] Y. X. -S. y D. S., «Cuckoo search via LévyFlights,» in *Proceedings of World Congress on Nature & Biologically Inspired Computing (NaBIC)*, pp. 210-214, 2009.

- [10] M. N. Özisik y H. R. B. Orlande, «INVERSE CONDUCTION,» de *INVERSE HEAT TRANSFER FUNDAMENTALS AND APPLICATIONS*, New York, CRC Press, 2000, pp. 115-125.
- [11] C. Weiland, «Kepler's Laws of Planetary Motion and Newton's Celestial Mechanics,» de *Computational Space Flight Mechanics*, Berlin, Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 33-43.
- [12] L. J. Martínez Hernández, «Regularización de problemas dinámicos inversos,» Manizales, Colombia, 2012.
- [13] J. J. V. Weber, «Análisis de las propiedades de los materiales compuestos sometidos a tensión ó flexión,» Cholula, Puebla, Universidad de las Américas Puebla, 2003, Mexico.
- [14] D. A. H. Leal, «Análisis de transferencia de calor inversa en un material poroso catalizador mediante regresión simbólica,» Santiago de Chile, 2012, Universidad de Chile.
- [15] J. Cardellino, N. Scozzaro, M. Herman, A. J. Berger, C. Zhang, K. Chung Fong, C. Jayaprakash, D. V. Pelekhov y C. Hammel, «The effect of spin transport on spin lifetime in nanoscale systems,» *Nature Nanotechnology*, vol. IX, pp. 343-347, 23 March 2014.
- [16] B. Oral y A. T. Menhmet, *Nondestructive Testing of Materials and Structures*, vol. VI, Istanbul, Turkey: Springer Berlin Heidelberg, 2011, pp. 539-545.
- [17] P. Duda, «A general method for solving transient multidimensional inverse heat transfer problems,» *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 93, pp. 665-673, 2016.
- [18] T. Jan y D. Piotr, *Solving Direct And Inverse Heat Conduction Problems*, Kraków: Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [19] L. T. Biegler, T. F. Coleman, A. R. Conn y F. N. Santosa, «Deterministic Global Optimization in Design, Control, and Computational Chemistry,» de *Large-Scale Optimization with Applications*, New York, Springer Science+Business Media New York, 1997, pp. 129-184.
- [20] D. Marquardt, «An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters,» *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, vol. 11, nº 2, pp. 431-441, 1963.

- [21] M. M. y S. C., «Test functions for optimization needs,» 2005, pp. 1-43.
- [22] M. C. Wingert, S. Kwon, M. Hu, D. Poulikakos, J. Xiang y R. Chen, «Sub-amorphous Thermal Conductivity in Ultrathin Crystalline Silicon,» *Nano Letters*, vol. 15, nº 4, pp. 2605-2611, 2015.

BIBLIOGRAFIA

- A. Tveito, H. P. Langtangen, F. B. Nielsen y X. Cai, «Parameter Estimation and Inverse Problems,» de *Elements of Scientific Computing*, Norway, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2010, pp. 411-421.
- B. Oral y A. T. Menhmet, *Nondestructive Testing of Materials and Structures*, vol. VI, Istanbul, Turkey: Springer Berlin Heidelberg, 2011, pp. 539-545.
- C. Weiland, «Kepler's Laws of Planetary Motion and Newton's Celestial Mechanics,» de *Computational Space Flight Mechanics*, Berlin, Springer Berlin Heidelberg, 2010, pp. 33-43.
- L. T. Biegler, T. F. Coleman, A. R. Conn y F. N. Santosa, «Deterministic Global Optimization in Desing, Control, and Computational Chemistry,» de *Large-Scale Optimization with Applications*, New York, Springer Science+Business Media New York, 1997, pp. 129-184.
- M. N. Özisik y H. R. B. Orlande, «INVERSE CONDUCTION,» de *INVERSE HEAT TRANSFER FUNDAMENTALS AND APPLICATIONS*, New York, CRC Press, 2000, pp. 115-125.
- O. M. Alifanov, «Statements and Use of Inverse Problems in Studying Heat Transfer Processes and Designing Engineering Units,» de *Inverse Heat Transfer Problems*, Moscow, Springer- Verlag Berlin Heidelberg, 1994, pp. 3-32.
- T. Jan y D. Piotr, *Solving Direct And Inverse Heat Conduction Problems*, Kraków: Springer Berlin Heidelberg, 2010.

ANEXOS

ANEXO A: Presentación de los resultados para seleccionar el mejor criterio de parada para el Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).

Tabla 17. Análisis resultados método I (número de iteraciones max).

Función	Mínimo global estimado	Dimensiones	Población de Cuckoos	Desviación estándar	No. total De iteraciones	Tiempo de convergencia[s]
De Jong	4,32E-10	$d = 2$	$n = 5$	2,45E-10	5765	2,896
	6,40E-10		$n = 25$	2,22E-10	11490	2,026
	7,63E-10		$n = 50$	1,65E-10	22380	2,017
	7,14E-10	$d = 3$	$n = 5$	2,17E-10	8860	2,178
	4,97E-10		$n = 25$	2,26E-10	19280	1,878
	5,06E-10		$n = 50$	1,85E-10	36080	1,998
Rastrigin	4,90E-10	$d = 2$	$n = 5$	2,38E-10	16080	2,679
	5,40E-10		$n = 25$	2,93E-10	28980	1,881
	4,81E-10		$n = 50$	2,49E-10	57000	2,226
	5,64E-10	$d = 3$	$n = 5$	3,10E-10	26120	1,912
	4,77E-10		$n = 25$	3,21E-10	54150	2,046
	5,73E-10		$n = 50$	2,93E-10	111820	2,846

Griewank	4,88E-10	$d = 2$	$n = 5$	3,41E-10	17465	2,000
	4,90E-10		$n = 25$	3,22E-10	34330	1,955
	5,98E-10		$n = 50$	1,79E-10	64800	2,317
	7,08E-10	$d = 3$	$n = 5$	2,01E-10	34775	1,861
	5,84E-10		$n = 25$	3,24E-10	76110	2,609
	7,87E-10		$n = 50$	1,38E-10	137240	3,541

Tabla 18. Análisis resultados método II (número de repeticiones máx de fmin).

Función	Mínimo global estimado	Dimensiones	Población de Cuckoos	Desviación estándar	No. total De iteraciones	Tiempo de convergencia[s]
De Jong	4,10E-36	$d = 2$	$n = 5$	2,78E-35	5535,4	0,095
	3,18E-27		$n = 25$	6,26E-27	26792	0,294
	7,32E-26		$n = 50$	1,65E-25	53070	0,542
	2,78E-17	$d = 3$	$n = 5$	1,93E-16	5863,6	0,102
	6,94E-23		$n = 25$	1,37E-22	28208	0,337
	2,27E-21		$n = 50$	6,26E-21	56246	0,576
Rastrigin	0,14	$d = 2$	$n = 5$	0,60	6987,8	0,125
	0		$n = 25$	0	31954	0,366
	0		$n = 50$	0	62836	0,659

	0,32	$d = 3$	$n = 5$	0,73	8485,8	0,150
	2,16E-13		$n = 25$	9,39E-13	40359	0,454
	6,64E-14		$n = 50$	2,46E-13	80156	0,856
Griewank	0	$d = 2$	$n = 5$	0	6720	0,130
	8,04E-11		$n = 25$	3,19E-10	29486	0,397
	2,71E-12		$n = 50$	6,52E-12	57294	0,675
	0	$d = 3$	$n = 5$	0	8093,6	0,167
	1,70E-07		$n = 25$	8,26E-07	34794	0,462
	2,95E-08		$n = 50$	6,10E-08	67972	0,832

ANEXO B : Presentación de los resultados para las diferentes funciones prueba utilizadas en la validación del Algoritmo Búsqueda de Cuckoo (ACS).

Tabla 19. Resultados completos funciones prueba.

Función	Ecuación	Mínimo global estimado	Mejor nido	Peor nido	Desviación	Dimensiones	Población	No. total De iteraciones	Tiempo de convergencia[s]
Rastrigin	$f(x) = 10d + \sum_{i=1}^d [x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i)]$ Mínimo global [0]; Límites [-5.12 , 5.12]	0,13929	1,3576E-14	1,989912234	0,597306347	$d = 2$	$n = 5$	6987,8	0,124557761
		0	5,9281E-11	-3,71452E-09	0		$n = 25$	31954	0,365878623
		0	5,8260E-11	3,73545E-09	0		$n = 50$	62836	0,658583172
		0,31839	4,3399E-11	1,989912235	0,729515525	$d = 3$	$n = 5$	8485,8	0,15038348
		2,1558E-13	-1,4104E-11	-1,44413E-07	9,39417E-13		$n = 25$	40359	0,453799087
		6,6365E-14	9,3578E-11	8,14E-08	2,45906E-13		$n = 50$	80156	0,856314261
De Jong	$f(x) = \sum_{i=1}^d x_i^2$ Mínimo global [0]; Límites [-5.12 , 5.12]	4,1019E-36	9,7530E-25	-1,31E-18	2,77718E-35	$d = 2$	$n = 5$	5535,4	0,095235622
		3,1754E-27	5,8963E-17	-1,48E-13	6,25855E-27		$n = 25$	26792	0,293896779
		7,3154E-26	5,5840E-16	-8,03E-13	1,64847E-25		$n = 50$	53070	0,541683367
		2,7784E-17	1,1107E-18	3,37E-08	1,92675E-16	$d = 3$	$n = 5$	5863,6	0,102246918
		6,9388E-23	-5,0948E-15	-2,42E-11	1,36678E-22		$n = 25$	28208	0,337082676
		2,2676E-21	4,1715E-13	-1,55E-10	6,26091E-21		$n = 50$	56246	0,57618868
Ackley	$f(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{d} \sum_{i=1}^d \cos(2\pi x_i)\right) + 20$ + exp(1) Mínimo global [0]; Límites [-5 , 5]	8,8818E-16	-4,5469E-19	3,77E-16	9,86076E-32	$d = 2$	$n = 5$	6099,6	0,141335801
		7,3541E-15	-5,0172E-18	-1,90E-14	9,52472E-15		$n = 25$	29967	0,40454356
		8,3809E-14	8,4019E-17	-2,01E-13	1,31055E-13		$n = 50$	60140	0,732736245
		6,4526E-08	5,2571E-19	1,38E-06	4,51677E-07	$d = 3$	$n = 5$	6808,8	0,134355146
		7,5989E-13	6,8839E-16	-2,77E-12	1,33057E-12		$n = 25$	33065	0,441665256

		6,6320E-12	9,0611E-15	-1,02E-11	5,34584E-12		$n = 50$	65970	0,834813803
Rosenbrock	$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{d-1} [100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2]$ Mínimo global [0]; Límites [-5 , 5]	8,9712E-25	1	-	6,27711E-24	$d = 2$	$n = 5$	8443,4	0,148711888
		1,3951E-16	1	0,999999897	7,34624E-16		$n = 25$	32353	0,370688479
		1,5030E-16	1	0,999999905	6,57197E-16		$n = 50$	61738	0,67068429
		1,4417E-14	1	0,999999938	7,0748E-14	$d = 3$	$n = 5$	12457	0,236739318
		2,0525E-12	1	1,000010638	1,43152E-11		$n = 25$	40799	0,50765302
		1,3080E-11	1,000000001	0,999987347	9,09201E-11		$n = 50$	78042	0,893859167
Griewank	$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^d \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$ Mínimo global [0]; Límites [-5 , 5]	0,00118	1,84E-11	-4,44E+00	0,002711323	$d = 2$	$n = 5$	6720	0,130055536
		8,0447E-11	1,86E-09	8,64E-05	3,18953E-10		$n = 25$	29486	0,397488241
		2,7097E-12	4,04E-09	8,14E-06	6,52151E-12		$n = 50$	57294	0,675462916
		0,00301	8,48E-10	-5,44E+00	0,003893753	$d = 3$	$n = 5$	8093,6	0,166748583
		1,6994E-07	-1,16E-07	4,58E-03	8,26045E-07		$n = 25$	34794	0,462196999
		2,9548E-08	9,46E-07	1,02E-03	6,1009E-08		$n = 50$	67972	0,831737988
Michalewicz	$f(\mathbf{x}) = - \sum_{i=1}^d \sin(x_i) \sin^{2m}\left(\frac{ix_i^2}{\pi}\right)$ Dimensión 2, mínimo global [-1.8], Límites [0 , π] Dimensión 3, mínimo global [-2.76], Límites [0 , π]	-1,80130	[2,203;1,571]	-	8,88178E-16	$d = 2$	$n = 5$	5684,2	0,111237298
		-1,80130	[2,203;1,571]	-	8,88178E-16		$n = 25$	27613	0,369743006
		-1,80130	[2,203;1,571]	-	8,88178E-16		$n = 50$	54578	0,747429066
		-2,75714	[2,203;1,571;1,283]	-	0,022786349	$d = 3$	$n = 5$	6346,2	0,139752738
		-2,76039	[2,203;1,571;1,283]	-	1,33227E-15		$n = 25$	31123	0,469364976
		-2,76039	[2,203;1,571;1,283]	-	2,099E-15		$n = 50$	61810	0,885345434

