

**Implementación de un método para el cálculo de corrientes circulantes en bobinados de transformadores de potencia**

Carol Vanessa Alzate Gómez y Daniel Eduardo Berbeo Suárez

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Electricista

Director

Guillermo Andrés Díaz Flórez

Ph.D Ingeniería Eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Ingeniería Eléctrica

Bucaramanga

2026

### **Dedicatoria**

Dedicamos esta tesis a Dios, por guiarnos y fortalecernos en cada etapa de este proceso. Asimismo, la dedicamos a nuestras familias, por su amor, paciencia y apoyo incondicional durante toda la carrera. Finalmente, la dedicamos al **Dr. Guillermo Díaz**, por su ayuda, paciencia, orientación y valioso acompañamiento académico, fundamentales para la culminación de este trabajo.

Carol y Daniel

### **Agradecimientos**

A Dios, mi Señor Jesús, agradezco profundamente por su guía, fortaleza y sabiduría, que me permitieron llegar hasta este momento tan importante de mi vida.

A mis padres, por su amor incondicional, su apoyo constante y por ser mi mayor ejemplo; a mi abuela Ceci, por creer siempre en mí y acompañarme con su cariño.

Al amor de mi vida, Kevin, por ser mi apoyo y una de las bendiciones más hermosas que me deja esta universidad.

A mi compañero de tesis, Daniel, gracias por la amistad, el apoyo mutuo y los buenos momentos compartidos a lo largo de este proceso. A mis amigos Erika, Cata, Pipe, Daniel Ortiz, Eduard, Toloza, Yorman y Ernesto, gracias por su ayuda y amistad; cada uno aportó su granito de arena para alcanzar este logro. A mi querida Lulu y a mi abuela Ana, que hoy me faltan, pero que siguen viviendo en mi corazón y en cada uno de mis logros.

Finalmente, agradezco a nuestro director de tesis por su orientación, apoyo y formación durante el desarrollo de este trabajo.

Carol Alzate.

### **Agradecimientos**

En primer lugar, agradezco a Dios por brindarme la fortaleza, la salud y la perseverancia necesarias para culminar esta etapa, así como por acompañarme en cada desafío a lo largo del camino.

Agradezco profundamente a mis padres por su apoyo incondicional, su confianza y el acompañamiento constante durante todo este proceso. A mis hermanos, por su ayuda y por estar presentes cuando más lo necesité. A mi cuñada y a mi sobrina, por regalarme momentos de alegría y tranquilidad que hicieron más llevadero el camino.

De igual manera, agradezco a Carol por su amistad sincera y por los momentos compartidos. También extendo mi gratitud a los compañeros y amigos que conocí durante la carrera, en especial a Cata, Erika, Pipe, Yorman, Daniel, Mauricio y Sebastián, y a todos aquellos que, con su compañía, apoyo y palabras de ánimo, contribuyeron a que esta etapa fuera más significativa.

Finalmente, agradezco a mi director de tesis y a los profesores que aportaron a mi formación, por sus enseñanzas, orientación, consejos y acompañamiento académico, fundamentales para el desarrollo y culminación de este trabajo.

Daniel Berbeo.

**Tabla de Contenido**

Introducción .....	12
1. Justificación .....	13
2. Objetivos .....	14
3.1 Objetivo General.....	14
3.2 Objetivos Específicos .....	14
3. Marco teórico .....	15
4. Formulación matemática del método semianalítico integral .....	16
5. Representación geométrica del transformador.....	16
6.1 Variables incógnitas del modelo.....	19
6.2 Modelado magnético del núcleo.....	20
6.3 Efectos magnéticos en los conductores .....	24
6.4 Conexión entre ramas eléctricas .....	25
6.5 Enlace de las corrientes superficiales .....	26
6.6 Formulación del sistema de ecuaciones.....	27
6. Implementación del método semianalítico integral en MATLAB .....	28
7.1 Descripción del transformador del caso de estudio .....	29
7.2 Construcción de la matriz de incidencia $T$ para el caso de estudio.....	32
7. Simulación en ANSYS .....	35
8. Comparación resultados.....	39
9. Conclusiones .....	40
10. Recomendaciones.....	41
Referencias bibliográficas.....	42

Apéndices.....43

**Lista de Figuras**

Figura 1 Modelo geométrico equivalente del transformador.....	17
Figura 2 Flujograma de la implementación del método semianalítico integral en MATLAB .....	28
Figura 3 Diagrama de bobinado de baja tensión.....	31
Figura 4 Diagrama de bobinado de alta tensión.....	32
Figura 5 Representación circuital de los devanados de baja tensión .....	33
Figura 6 Representación circuital de los devanados de alta tensión.....	33
Figura 7 Matriz $T$ para el caso de estudio .....	34
Figura 8 Identificación de los conductores del devanado de BT .....	35
Figura 9 Identificación de los conductores del devanado de AT.....	36
Figura 10 Conexiones de la bobina para el devanado de BT.....	37
Figura 11 Conexiones de la bobina para el devanado de AT .....	37
Figura 12 Malla final (ANSYS Maxwell) .....	38

**Lista de Tablas**

Tabla 1 Parámetros nominales y de placa del transformador .....	29
Tabla 2 Datos geométricos y de arrollamiento del devanado de baja tensión .....	30
Tabla 3 Datos geométricos y de arrollamiento del devanado de alta tensión .....	31
Tabla 4 Resultados obtenidos en FEM vs MSAI.....	39

**Lista de Apéndices**

Apéndice A. Link para visualizar el código en Matlab .....	43
Apéndice B. Link para visualizar el transformador en AutoCAD.....	43
Apéndice C. Link para visualizar el SAIM.....	43
Apéndice D. Link para visualizar los Elementos Entregados.....	43

## Resumen

**Título:** Implementación de un método para el cálculo de corrientes circulantes en bobinados de transformadores de potencia \*

**Autor:** Carol Vanessa Alzate Gómez y Daniel Eduardo Berbeo Suárez \*\*

**Palabras clave:** transformadores, corrientes, pérdidas, modelado, FEM.

### Descripción:

En este trabajo se implementa el método semianalítico integral para el cálculo de corrientes circulantes en transformadores de potencia con conductores conectados en paralelo. La metodología se desarrolla en el entorno Matlab y se basa en una formulación acoplada campo-circuito que permite estimar la distribución de corrientes sin recurrir a una discretización volumétrica completa del dominio.

Los resultados obtenidos mediante el método semianalítico integral se validan mediante la comparación con simulaciones realizadas utilizando el Método de los Elementos Finitos (FEM, por sus siglas en inglés), evaluando tanto las magnitudes como los ángulos de las corrientes en los diferentes circuitos analizados. La comparación evidencia una buena concordancia entre ambos enfoques, con errores relativos bajos.

Adicionalmente, se demuestra que el método semianalítico integral presenta una ventaja computacional ampliamente significativa frente al FEM, lo que lo convierte en una alternativa eficiente y confiable para el análisis de corrientes circulantes en transformadores de potencia, especialmente en etapas de diseño y estudios paramétricos.

---

\*Trabajo de Grado

\*\*Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingenierías eléctrica, electrónica y telecomunicaciones. Ingeniería Eléctrica. Ph.D Guillermo Andrés Díaz Flórez.

### Abstract

**Title:** Implementation of a Method for Calculating Circulating Currents in Power Transformer Windings\*

**Author:** Carol Vanessa Alzate Gómez y Daniel Eduardo Berbeo Suárez\*\*

**Key words:** transformers, currents, losses, modeling, FEM.

#### Description:

This work implements a semi-analytical integral method for calculating circulating currents in power transformers with parallel-connected conductors. The methodology is developed in the Matlab environment and is based on a coupled field-circuit formulation that allows estimating the current distribution without resorting to a complete volumetric discretization of the domain.

The results obtained using the semi-analytical integral method are validated by comparison with simulations performed using the Finite Element Method (FEM), evaluating both the magnitudes and angles of the currents in the different circuits analyzed. The comparison shows good agreement between both approaches, with low relative errors.

Additionally, it is shown that the semi-analytical integral method offers a significant computational advantage over FEM, making it an efficient and reliable alternative for analyzing circulating currents in power transformers, especially in design stages and parametric studies.

---

\*Degree Work

\*\*Faculty of Physicomechanical Engineering, School of Electrical, longitudina nic, and Telecommunications Engineering, Electrical Engineering. Ph.D Guillermo Andrés Diaz Flórez.

## Introducción

El transformador de potencia es un elemento fundamental en los sistemas eléctricos modernos, al permitir la transmisión y distribución eficiente de la energía eléctrica. En un contexto caracterizado por el crecimiento sostenido de la demanda energética, la integración de nuevas tecnologías y la transición hacia fuentes renovables, se hace necesario optimizar el diseño de estos equipos para mejorar su eficiencia, confiabilidad y vida útil.

Uno de los fenómenos que más afecta el desempeño de los transformadores de potencia es la aparición de corrientes circulantes en devanados que emplean conductores conectados en paralelo. Estas corrientes, inducidas por distribuciones no uniformes del campo magnético y por diferencias geométricas y eléctricas entre conductores, pueden generar pérdidas adicionales significativas, sobrecalentamientos localizados y un envejecimiento prematuro del aislamiento. Por esta razón, la estimación precisa de las corrientes circulantes constituye un aspecto clave en el análisis magnético y térmico de los transformadores.

Tradicionalmente, el FEM ha sido una de las herramientas más utilizadas para estudiar este fenómeno debido a su capacidad para modelar con alto nivel de detalle la distribución de campos y corrientes. Sin embargo, su aplicación implica elevados tiempos de cálculo, especialmente cuando se requiere representar individualmente cada conductor del devanado, lo que limita su uso en etapas tempranas del diseño y en análisis iterativos. En este contexto, resulta pertinente explorar metodologías alternativas que permitan reducir el costo computacional sin comprometer la exactitud de los resultados.

## 1. Justificación

La optimización del diseño de transformadores de potencia es un aspecto estratégico para el sector eléctrico, ya que contribuye tanto a la mejora del desempeño energético como a la reducción de costos operacionales y al aumento de la confiabilidad del sistema. En este sentido, el análisis adecuado de las corrientes circulantes en devanados con conductores en paralelo es fundamental para minimizar pérdidas adicionales y evitar problemas térmicos que puedan comprometer la operación del equipo.

Si bien el FEM ofrece resultados altamente precisos, su elevado costo computacional dificulta su aplicación sistemática en entornos industriales, donde se requieren herramientas de análisis rápidas y eficientes que permitan evaluar múltiples configuraciones de diseño en tiempos reducidos. La necesidad de contar con métodos alternativos que mantengan una buena exactitud, pero con tiempos de cálculo significativamente menores, justifica el desarrollo e implementación de enfoques semi-analíticos.

El presente trabajo se justifica en la implementación y evaluación de el método semianalítico integral que permite estimar las corrientes circulantes en transformadores de potencia con una reducción drástica del tiempo de cálculo. La validación del método frente a resultados obtenidos mediante el FEM proporciona confianza en su aplicabilidad práctica, ofreciendo una herramienta computacional eficiente que puede ser empleada como apoyo en procesos de diseño y optimización de transformadores.

## 2. Objetivos

### 3.1 Objetivo General

Implementar y validar una metodología eficiente a nivel computacional para el cálculo de las corrientes circulantes en los devanados de transformadores de potencia.

### 3.2 Objetivos Específicos

Modelar geométrica y eléctricamente los devanados y el núcleo de un transformador del caso de estudio.

Implementar en Matlab el método semianalítico integral para el cálculo de las corrientes circulantes en devanados de transformadores.

Comparar los resultados obtenidos con la metodología implementada frente a los resultados obtenidos con el FEM en un transformador del caso de estudio.

### 3. Marco teórico

Algunas definiciones clave para este proyecto son las siguientes:

Corrientes circulantes: son corrientes que se forman en lazos internos entre caminos conductivos en paralelo, originadas por diferencias de flujo acoplado debidas a asimetrías o desbalances, no aportan potencia útil y suelen aumentar pérdidas y el calentamiento.

Transposición de conductores: consiste en intercambiar periódicamente la posición de las fases o subconductores a lo largo de un arreglo para que cada fase experimente un entorno magnético similar, logrando un mejor balance de inductancias y capacitancias y reduciendo desbalances y acoplamientos no deseados.

Campo magnético: es la parte del campo magnético asociada a los fenómenos magnéticos y se caracteriza por dos magnitudes vectoriales relacionadas: la intensidad de campo magnético  $[H]$  y la densidad de flujo magnético  $[B]$ . En medios materiales,  $H$  se vincula con  $B$  y la magnetización del material; en vacío, se cumple  $H = \frac{B}{\mu_0}$ .

Densidad de corriente: es una magnitud vectorial que describe cuánta corriente eléctrica atraviesa localmente un material: se define como la corriente que pasa por un área diferencial dividida por esa área (en el límite), de modo que la corriente total se obtiene integrando  $J$  sobre una superficie; su unidad del sistema internacional es  $\frac{A}{m^2}$ .

FEM: es una técnica numérica para resolver problemas gobernados por ecuaciones diferenciales (por ejemplo, los campos magnéticos) aproximando el dominio físico mediante una malla de elementos pequeños dentro de cada elemento, las variables se representan con funciones de forma y al ensamblar todos los elementos con sus condiciones de frontera, se obtiene un sistema algebraico que se resuelve para estimar la solución en todo el dominio.

#### 4. Formulación matemática del método semianalítico integral

Este capítulo presenta la formulación matemática completa del método semianalítico integral empleado para el cálculo de las corrientes circulantes en los devanados de un transformador de potencia. La formulación integra, en un marco acoplado campo–circuito, la representación geométrica del transformador, los efectos magnéticos del núcleo y de los conductores, así como las restricciones eléctricas impuestas por la topología de conexión del sistema.

El desarrollo sigue de manera estructurada la metodología propuesta por Díaz et al. (2021), adaptándola al alcance y a las condiciones del presente trabajo de grado. El análisis se realiza en régimen permanente senoidal, bajo el supuesto de linealidad magnética del núcleo, operación balanceada y una representación monofásica equivalente, lo cual permite reducir la complejidad del problema sin afectar la validez del análisis de las corrientes circulantes.

La formulación integra simultáneamente:

- Los efectos magnéticos del núcleo del transformador.
- Las interacciones magnéticas entre los conductores de los devanados.
- Las restricciones eléctricas impuestas por la topología de conexión del circuito equivalente.

#### 5. Representación geométrica del transformador

El transformador se modela mediante una representación bidimensional en el plano  $(r, z)$ , la cual describe una sección transversal del conjunto núcleo–devanados. En este sistema de coordenadas, la variable radial  $r$  indica la distancia al eje de simetría del transformador, mientras

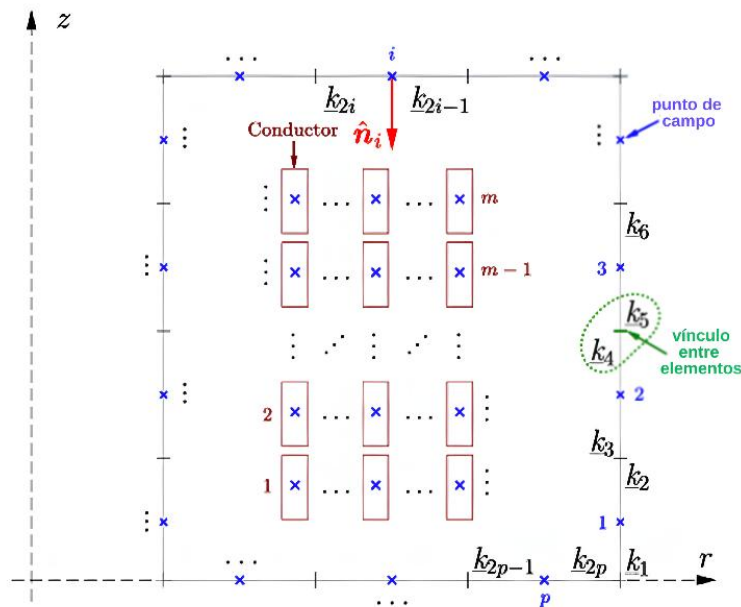
que la variable axial  $z$  representa la posición a lo largo de su altura. Esta formulación permite reducir un problema originalmente tridimensional a un dominio bidimensional, manteniendo la información geométrica esencial del sistema.

La geometría tridimensional del transformador se recupera de manera implícita al considerar que esta sección bidimensional se rota alrededor del eje de simetría, lo que justifica el uso de un modelo axisimétrico. Bajo esta aproximación, es suficiente modelar una única fase del transformador, asumiendo simetría geométrica y magnéticas entre fases.

En este marco bidimensional, los conductores de los devanados se representan como anillos de corriente ubicados en posiciones específicas del plano  $(r, z)$ , mientras que el núcleo se modela mediante corrientes superficiales equivalentes distribuidas sobre la frontera núcleo-aire. Esta estrategia evita la discretización volumétrica del núcleo y permite formular el problema magnético de forma eficiente dentro del esquema bidimensional adoptado.

Figura 1

Modelo geométrico equivalente del transformador



*Nota. Adaptado de New method for fast coupled magnetic field-circuit simulation of power transformers based on a semi-analytical approach (Fig. 1), por Díaz, G. A., Mombello, E. E., Pérez, J. J., y Pinzón, D. F., 2021, International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 131, 106976, <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.106976>. Copyright 2021 Elsevier.*

En la Figura 1 se observa el modelo en el plano  $r$ - $z$ . Los conductores se representan mediante secciones rectangulares ubicadas dentro de la ventana del núcleo, y a cada uno se le asocia un punto de evaluación situado en su centro geométrico. De este modo, el devanado se describe mediante un conjunto de  $m$  conductores localizados en posiciones bien definidas  $(r_i, z_i)$ .

La frontera entre el núcleo y el aire se discretiza en  $p$  elementos superficiales consecutivos, sobre los cuales se define una corriente superficial equivalente. Cada elemento se caracteriza por dos incógnitas asociadas a sus extremos, asumiendo una variación lineal de la corriente superficial a lo largo del elemento.

De igual manera sobre cada elemento se asocia a un vector normal unitario  $\hat{n}_i$ , definido en el plano  $(r, z)$ , sus componentes radial y axial. Estas componentes se almacenan en los vectores  $n_r$  y  $n_z$ , respectivamente.

La orientación de estos vectores normales es un aspecto fundamental del modelo, ya que determina la proyección adecuada del campo magnético y el signo de sus componentes al imponer la condición de contorno sobre la frontera del núcleo.

### 6.1 Variables incógnitas del modelo

El modelo magnético se formula a partir de un conjunto reducido de variables desconocidas que permiten describir de forma integrada el comportamiento magnético del núcleo y el comportamiento eléctrico de los devanados.

Las corrientes superficiales equivalentes del núcleo se agrupan en el vector como se muestra en la Ecuación (1) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{k} = [k_1, \dots, k_{2p}]^T \quad (1)$$

Cada conductor del devanado se modela como una rama del circuito equivalente, y las corrientes que circulan por los conductores, incluyendo las corrientes circulantes inducidas, se agrupan en el vector que se muestra en la Ecuación (2) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{i} = [i_1, \dots, i_m]^T \quad (2)$$

Las tensiones asociadas a cada conductor se representan mediante la Ecuación (3) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{v} = [v_1, \dots, v_m]^T \quad (3)$$

La topología eléctrica del sistema se describe mediante  $n$  nodos, cuyas tensiones nodales se organizan en el vector definido en la Ecuación (4) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{u} = [u_1, \dots, u_n]^T \quad (4)$$

La excitación del sistema se define mediante el vector de corrientes nodales inyectadas como se muestra en la Ecuación (5) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{I} = [I_1, \dots, I_n]^T \quad (5)$$

Finalmente, todas las incógnitas se agrupan en el vector global de estado como se muestra en la Ecuación (6) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{x} = [\mathbf{k}; \mathbf{i}; \mathbf{v}; \mathbf{u}] \quad (6)$$

## 6.2 Modelado magnético del núcleo

El núcleo magnético del transformador se modela mediante corrientes superficiales equivalentes, las cuales permiten representar de forma indirecta la magnetización del material ferromagnético sin recurrir a una discretización volumétrica. Esta aproximación se fundamenta en la equivalencia magnética entre la magnetización del material y una distribución de corriente superficial sobre la frontera núcleo–aire, lo que reduce significativamente la dimensión del problema. El uso de corrientes superficiales resulta válido bajo el supuesto de operación en la región lineal de la curva  $B-H$ , condición que se cumple durante el ensayo de cortocircuito considerado en este trabajo.

La intensidad del campo magnético generada por el elemento superficial  $j$  y evaluada en el punto de campo asociado al elemento  $i$  se expresa mediante la Ecuación (7) (Díaz et al., 2021).

$$\begin{aligned} \vec{H}_{ij}^{(s)} &= (a_{i,j} \underline{k}_{2j-1} + a'_{i,j} \underline{k}_{2j}) \hat{r} + (b_{i,j} \underline{k}_{2j-1} + b'_{i,j} \underline{k}_{2j}) \hat{z} \\ &\text{para } j = 1 \cdots p \text{ e } i = 1 \cdots p \end{aligned} \quad (7)$$

En esta expresión, los coeficientes  $a_{ij}$ ,  $a'_{ij}$ ,  $b_{ij}$  y  $b'_{ij}$  corresponden a factores puramente geométricos, ya que dependen exclusivamente de la posición relativa entre el elemento superficial generador y el punto de evaluación, así como de la orientación del contorno.

Además de la contribución del núcleo, los conductores de los devanados también generan campo magnético sobre la superficie del núcleo. Esta contribución se modela de forma análoga mediante coeficientes geométricos que relacionan la posición del conductor  $j$  con el punto de evaluación  $i$ , como se expresa en la Ecuación (8) (Díaz et al., 2021).

$$\vec{H}_{ij}^{(c)} = c_{i,j} \underline{i}_j \hat{r} + d_{i,j} \underline{i}_j \hat{z} \text{ para } j = 1 \cdots m \text{ e } i = 1 \cdots p \quad (8)$$

Los coeficientes  $c_{ij}$  y  $d_{ij}$  son también de naturaleza estrictamente geométrica y se organizan en matrices de dimensión  $p \times m$ . Estos coeficientes ponderan la contribución del campo magnético generado por cada conductor sobre los distintos puntos de evaluación del contorno del núcleo.

La interacción entre el campo magnético total y la corriente superficial equivalente se impone mediante una condición de contorno magnética, que relaciona la componente tangencial del campo magnético con la densidad de corriente superficial equivalente. Para el punto de campo  $i$ , esta condición se expresa en la Ecuación (9) (Díaz et al., 2021).

$$\hat{n}_i \times \vec{H}_i = \gamma \cdot \vec{K}_i \text{ para } i = 1 \dots p \quad (9)$$

donde  $\gamma$  es un parámetro asociado a las propiedades magnéticas del material del núcleo. Esta expresión establece el vínculo fundamental entre el campo magnético resultante y la corriente superficial equivalente que representa la magnetización del núcleo.

El campo magnético total en el punto de evaluación  $i$  se obtiene como la superposición de las contribuciones de todos los elementos superficiales del núcleo y de todos los conductores del devanado, tal como se indica en la Ecuación (10) (Díaz et al., 2021).

$$\vec{H}_i = \sum_{j=1}^p \vec{H}_{ij}^{(s)} + \sum_{j=1}^m \vec{H}_{ij}^{(c)} \quad (10)$$

Al sustituir las expresiones del campo magnético en la condición de contorno y proyectar sobre las direcciones radial y axial, se obtiene la ecuación escalar asociada a cada punto de campo del contorno, mostrada en la Ecuación (11) (Díaz et al., 2021).

$$\sum_{j=1}^p \left\{ k_{2j-1} \left( a_{i,j} n_i^{(z)} - b_{i,j} n_i^{(r)} - \frac{\gamma}{2} \delta_{i,j} \right) + k_{2j} \left( a_{i,j}' n_i^{(z)} - b_{i,j}' n_i^{(r)} - \frac{\gamma}{2} \delta_{i,j} \right) \right\} + \sum_{j=1}^m \left\{ i_j \left( c_{i,j} n_i^{(z)} - d_{i,j} n_i^{(r)} \right) \right\} = 0$$

para  $i = 1 \dots p$  (11)

donde  $\delta_{ij}$  es la función delta de Kronecker. Esta ecuación representa el balance magnético en cada elemento superficial del núcleo y constituye la base para la construcción del sistema matricial del modelo.

A partir de estas expresiones se define la submatriz  $\mathbf{M}_{11}$ , que agrupa los efectos magnéticos de interacción entre los propios elementos superficiales del núcleo, como se muestra en la Ecuación (12) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{a}^+ \circ (\mathbf{n}_z \cdot \mathbf{1}_{2p}^T) - \mathbf{b}^+ \circ (\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{1}_{2p}^T) - \frac{\gamma}{2} \mathbf{I}^+ \quad (12)$$

El símbolo  $\circ$  denota el producto de Hadamard (producto elemento a elemento) y  $\cdot$  el producto de la matriz normal.

La matriz  $\mathbf{M}_{11} \in \mathbb{R}^{2p \times 2p}$  representa la interacción magnética entre los elementos superficiales del núcleo y constituye uno de los bloques principales del sistema matricial acoplado. Su formulación se basa en la discretización del contorno núcleo–aire y en la aplicación de la condición de contorno magnética sobre dicha frontera. Cada elemento superficial se modela mediante un segmento lineal, al cual se asocian dos incógnitas correspondientes a los valores de la corriente superficial en sus extremos, permitiendo describir la variación espacial de la magnetización del núcleo sin recurrir a una discretización volumétrica.

La matriz  $\mathbf{a}^+$  agrupa los coeficientes geométricos asociados a la componente radial del campo magnético generado por las corrientes superficiales del núcleo. Estos coeficientes, que dependen únicamente de la geometría y de la posición relativa entre los elementos, se organizan en una matriz de dimensión  $p \times 2p$  de acuerdo con la Ecuación (13) (Díaz et al., 2021).

$$a_{i,2j-1}^+ = a_{i,j}^+, \quad a_{i,2j}^+ = a_{i,j}^+ \quad \text{para } j = 1 \cdots p \text{ e } i = 1 \cdots p \quad (13)$$

donde cada fila corresponde a un punto de evaluación sobre el contorno y cada par de columnas a un elemento superficial del núcleo.

De manera análoga, la matriz  $\mathbf{b}^+$  contiene los coeficientes geométricos asociados a la componente axial del campo magnético. Su estructura y dimensiones son idénticas a las de  $\mathbf{a}^+$ .

La matriz  $\mathbf{I}^+$  incorpora el término local asociado a la relación constitutiva del material del núcleo, vinculado al parámetro  $\gamma$ . Esta matriz, de dimensión  $p \times 2p$ , actúa como una identidad extendida que relaciona cada elemento superficial con sus dos incógnitas asociadas, definiéndose como la Ecuación (14) (Díaz et al., 2021).

$$I_{i,2i-1}^+ = 1, I_{i,2i}^+ = 1 \text{ para } i = 1 \cdots p \quad (14)$$

En conjunto, las matrices  $\mathbf{a}^+$ ,  $\mathbf{b}^+$  e  $\mathbf{I}^+$  permiten construir la submatriz  $\mathbf{M}_{11}$ , que modela de forma compacta y eficiente los efectos magnéticos internos del núcleo.

De forma complementaria, la submatriz  $\mathbf{M}_{12}$  describe el acoplamiento magnético entre las corrientes que circulan por los conductores y los elementos superficiales del núcleo, estableciendo el vínculo entre los devanados y el campo magnético del núcleo como se muestra en la Ecuación (15) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{c} \circ (\mathbf{n}_z \cdot \mathbf{1}_m^T) - \mathbf{d} \circ (\mathbf{n}_r \cdot \mathbf{1}_m^T) \quad (15)$$

La matriz  $\mathbf{M}_{12} \in \mathbb{R}^{2p \times m}$  incorpora los coeficientes geométricos conductor-núcleos ponderados por la orientación espacial de los elementos superficiales, completando así la descripción del acoplamiento magnético en el modelo.

### 6.3 Efectos magnéticos en los conductores

El campo magnético que afecta a cada conductor se expresa en términos del potencial vectorial magnético, el cual resulta especialmente conveniente en sistemas axisimétricos, ya que se orienta únicamente en la dirección azimutal. El potencial vectorial total en cada conductor se obtiene como la superposición de dos contribuciones principales: el potencial aportado por las corrientes superficiales equivalentes del núcleo y el potencial generado por las corrientes que circulan en los propios conductores.

La contribución del potencial vectorial magnético inducida por los elementos superficiales del núcleo sobre el conductor  $i$  se expresa mediante la Ecuación (16) (Díaz et al., 2021).

$$\underline{A}_{ij}^{(s)} = (g_{i,j} \underline{k}_{2j-1} + g'_{i,j} \underline{k}_{2j}) \text{ para } j = 1 \dots p \text{ e } i = 1 \dots m \quad (16)$$

donde  $g_{ij}$  y  $g'_{ij}$  son coeficientes geométricos que dependen únicamente de la posición relativa entre el conductor y los elementos del contorno del núcleo.

De forma similar, el potencial vector magnético generado por los propios conductores se modela mediante la Ecuación (17) (Díaz et al., 2021).

$$\underline{A}_{ij}^{(c)} = h_{i,j} \underline{l}_j \text{ para } j = 1 \dots m \text{ e } i = 1 \dots m \quad (17)$$

La relación entre voltaje, corriente y potencial vectorial magnético para el conductor  $i$  se expresa mediante la Ecuación (18) (Díaz et al., 2021).

$$\underline{v}_i + \underline{l}_i R_i + j\omega \underline{l}_i \underline{A}_i = 0 \quad (18)$$

donde la resistencia de corriente continua del conductor se define como la Ecuación (19) (Díaz et al., 2021).

$$R_i = \frac{l_i}{\sigma_i s_i} \quad (19)$$

El potencial vectorial magnético total se obtiene como la superposición de todos los aportes, dando lugar a la Ecuación (20), (Díaz et al., 2021).

$$\sum_{j=1}^p \left\{ k_{2j-1} \left( \underline{j\omega l_i g_{i,j}} \right) + k_{2j} \left( \underline{j\omega l_i g_{i,j}} \right) \right\} + \sum_{j=1}^m \left\{ i_j \left( \underline{j\omega l_i h_{i,j}} + R_j \delta_{i,j} \right) \right\} + v_i = 0 \quad (20)$$

para  $i = 1 \dots m$

a partir de la cual se definen las matrices  $\mathbf{M}_{21}$  y  $\mathbf{M}_{22}$ , la matriz  $\mathbf{M}_{21}$  describe el acoplamiento magnético del núcleo con los conductores como se muestra en la Ecuación (21) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{M}_{21} = \underline{j\omega \mathbf{g}^+} \circ (\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}_{2p}^T) \quad (21)$$

Por su parte, la matriz  $\mathbf{M}_{22}$  agrupa los efectos eléctricos y magnéticos propios de los conductores, incorporando los términos inductivos dependientes de la frecuencia angular y las pérdidas resistivas como se muestra en la Ecuación (22) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{M}_{22} = \underline{j\omega} (\mathbf{1} \cdot \mathbf{1}_m^T \circ \mathbf{h}) + \text{diag}(\mathbf{R}) \quad (22)$$

#### 6.4 Conexión entre ramas eléctricas

Cada conductor sólido del transformador se representa como una rama dentro de una red eléctrica equivalente. Las conexiones reales entre conductores, derivadas de la geometría y configuración de los devanados, se incorporan mediante las leyes de Kirchhoff.

La ley de corrientes de Kirchhoff se expresa en forma matricial como la Ecuación (23) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{i} = \mathbf{I} \quad (23)$$

Mientras que la ley de tensiones se formula como la Ecuación (24) (Díaz et al., 2021).

$$\mathbf{v} - \mathbf{T}^T \cdot \mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (24)$$

La matriz de incidencia  $\mathbf{T}$  se construye a partir de la topología de nodos y ramas del sistema eléctrico equivalente. En esta representación, cada rama corresponde a un conductor del devanado, mientras que los nodos representan los puntos de conexión entre conductores consecutivos, excluyendo aquellos nodos redundantes que no aportan información relevante al modelo.

La matriz  $\mathbf{T}$  se construye asignando los valores de sus elementos de acuerdo con el sentido de referencia de las corrientes, de la siguiente manera:

- $T_{ij} = +1$  cuando la corriente de la rama  $j$  sale del nodo  $i$ .
- $T_{ij} = -1$  cuando la corriente de la rama  $j$  entra al nodo  $i$ .
- $T_{ij} = 0$  cuando la rama  $j$  no está conectada al nodo  $i$ .

El número de nodos y ramas del circuito equivalente depende directamente de la geometría del devanado, del número de vueltas y de la cantidad de conductores conectados en paralelo.

A partir de esta información se construye la matriz de incidencia  $\mathbf{T}$ , de dimensión  $n \times m$ . La forma específica de esta matriz depende del transformador analizado y se define una vez se establece el caso de estudio, como se detalla en el Capítulo 7.2.

## 6.5 Enlace de las corrientes superficiales

La discretización del contorno núcleo–aire asigna dos incógnitas de corriente superficial a cada elemento. Sin embargo, la densidad de corriente superficial equivalente debe ser continua a lo largo de todo el contorno del núcleo. Para imponer esta condición y evitar soluciones no físicas, se introducen ecuaciones de enlace mediante la matriz la matriz  $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{p \times 2p}$  (Ecuación (25), (26) (Díaz et al., 2021)), que relacionan las corrientes superficiales de elementos consecutivos y cierran el contorno. Estas restricciones se incorporan como un bloque adicional del sistema matricial

global, garantizando una distribución físicamente consistente de las corrientes superficiales del núcleo.

$$S_{j,2j} = -1, S_{j,2j+1} = 1 \text{ para } j = 1 \dots p-1 \quad (25)$$

$$S_{p,1} = 1, S_{p,2p} = -1 \quad (26)$$

Estas ecuaciones garantizan que la corriente superficial al final de un elemento sea igual a la corriente superficial al inicio del elemento siguiente, imponiendo así la continuidad a lo largo de todo el perímetro del núcleo.

## 6.6 Formulación del sistema de ecuaciones

Al ensamblar las relaciones magnéticas y eléctricas descritas anteriormente, se obtiene el siguiente sistema lineal acoplado, como se muestra en la Ecuación (27) (Díaz et al., 2021).

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} & \mathbf{I}_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I}_m & -\mathbf{1} \cdot \mathbf{T}^T \\ \mathbf{0} & \mathbf{T} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{S} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{k} \\ \mathbf{i} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (27)$$

donde  $\mathbf{I}_m$  es la matriz identidad de tamaño  $m \times m$ , la solución de este sistema permite obtener simultáneamente las corrientes en todos los conductores, las corrientes circulantes inducidas y las corrientes superficiales equivalentes del núcleo, constituyendo la base para el análisis de pérdidas adicionales y la posterior comparación con métodos numéricos de referencia.

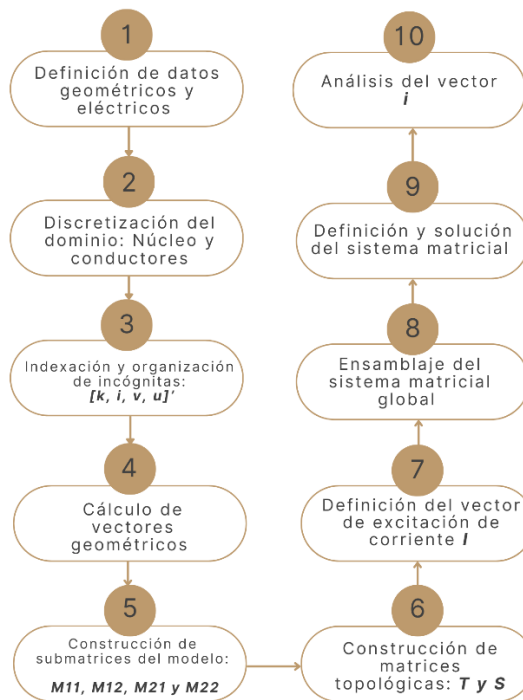
Este sistema será resuelto mediante técnicas matriciales eficientes y posteriormente implementado en el entorno de programación MATLAB, como se describe en los capítulos siguientes.

## 6. Implementación del método semianalítico integral en MATLAB

En esta sección se describe el procedimiento seguido para la implementación en MATLAB del método semianalítico integral empleado en el cálculo de las corrientes circulantes. La Figura 5 presenta el flujograma general de la metodología adoptada, el cual abarca desde la definición de los datos geométricos y eléctricos del transformador, pasando por la discretización del dominio (núcleo y conductores), hasta el ensamblaje y la resolución del sistema matricial acoplado. Esta estructura de trabajo permite organizar de manera sistemática el proceso de cálculo, asegurar la coherencia entre el modelo geométrico, la formulación matemática y su implementación numérica, y facilitar la obtención de las magnitudes magnéticas de interés.

Figura 2

Flujograma de la implementación del método semianalítico integral en MATLAB



### 7.1 Descripción del transformador del caso de estudio

Los parámetros constructivos del transformador empleado como caso de estudio corresponden a un transformador real del fabricante Siemens, en el cual se reportan las dimensiones principales del núcleo y los datos geométricos de los devanados. Esta información constituye la base para la construcción del modelo geométrico, ya que define, por un lado, la geometría global de la ventana del núcleo —utilizada para establecer el contorno entre el núcleo y el aire y su posterior discretización en elementos superficiales— y, por otro lado, las dimensiones y la disposición de los devanados, necesarias para ubicar los conductores equivalentes en el plano axisimétrico  $(r, z)$ .

La Tabla 1 resume los datos nominales y de placa del transformador modelado, los cuales caracterizan sus condiciones de operación y permiten contextualizar el análisis magnético realizado.

*Tabla 1*

*Parámetros nominales y de placa del transformador*

Parámetro	Valor	Unidad
Potencia nominal	10000	<i>kVA</i>
Refrigeración	ONAN	--
Norma de marcación	ANSI	--
Sistema	Trifásico	--
Grupo de conexión	Dyn5	--
Frecuencia	60	<i>Hz</i>
Tensión nominal primaria	34500	<i>V</i>
Tensión secundaria	13800/7967.4	<i>V</i>
Corriente nominal	Primario: 167.35/96.62 Secundario: 418.37	<i>A</i>

La información geométrica y de arrollamiento correspondiente al devanado de baja tensión se presenta en la Tabla 2. Estos parámetros son fundamentales para su representación en el plano  $(r, z)$ . En particular, la dimensión axial define la altura efectiva del bloque geométrico del devanado, mientras que la dimensión radial  $t_r$  determina su espesor total. El número de capas  $N_c$  y el número total de espiras  $N$  describen la organización del arrollamiento y permiten establecer una discretización consistente en conductores equivalentes, asignándoles coordenadas  $(r_i, z_i)$  y un punto de evaluación asociado dentro del esquema axisimétrico. Asimismo, el aislamiento entre capas y las dimensiones del conductor, aportan coherencia física a la ocupación real del espacio dentro del devanado.

*Tabla 2*

*Datos geométricos y de arrollamiento del devanado de baja tensión*

Parámetro	Valor	Unidad
Dimensión radial de la bobina $t_r$	54.0	<i>mm</i>
Dimensión axial (altura)	780.0	<i>mm</i>
Aislamiento entre capas	1.00	<i>mm</i>
Espiras por bobina $N$	149	--
Capas $N_c$	9	--
Espiras por capa (reportado)	17	--
Conductor radial	1 x 3.9	<i>mm</i>
Conductor axial	3 x 14.3	<i>mm</i>

De manera análoga, la Tabla 3 presenta los datos geométricos y constructivos del devanado de alta tensión, los cuales se incorporan al modelo siguiendo el mismo criterio que para el devanado de baja tensión. En este caso, el espesor radial y la altura axial definen el bloque geométrico correspondiente, mientras que el número total de espiras y capas establece el nivel de

discretización requerido para representar el devanado como un conjunto de conductores equivalentes. Las dimensiones del conductor permiten describir el tamaño físico ocupado por cada espira, lo cual resulta relevante para evaluar la consistencia geométrica del modelo y la correcta asignación de posiciones radiales y axiales durante la discretización.

*Tabla 3*

*Datos geométricos y de arrollamiento del devanado de alta tensión*

Parámetro	Valor	Unidad
Dimensión radial de la bobina $t_r$	69.0	<i>mm</i>
Dimensión axial (altura)	760.0	<i>mm</i>
Aislamiento entre capas	1.00	<i>mm</i>
Espiras por bobina $N$	677	--
Capas $N_c$	9	--
Conductor radial	4.0	<i>mm</i>
Conductor axial	6.0	<i>mm</i>

A continuación, se presentan los diagramas que ilustran la posición geométrica de los conductores en los devanados de baja tensión y alta tensión. La ubicación espacial de cada conductor constituye un aspecto fundamental, ya que determina los acoplamientos magnéticos entre los devanados y la estructura del circuito equivalente empleado en el modelo.

*Figura 3*

*Diagrama de bobinado de baja tensión.*

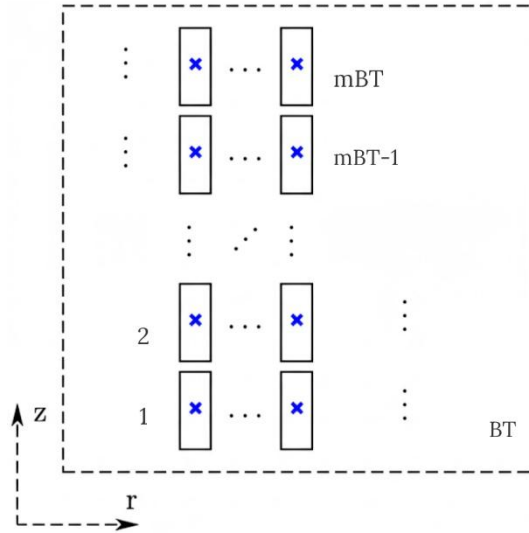
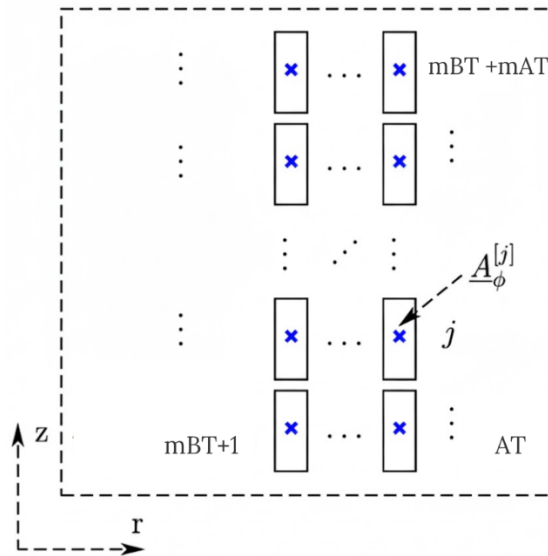


Figura 4

Diagrama de bobinado de alta tensión.



### 7.2 Construcción de la matriz de incidencia T para el caso de estudio

Para el caso de estudio, el devanado se discretiza considerando cada conductor como un elemento eléctrico independiente, lo que permite capturar de manera adecuada la distribución de corrientes y los acoplamientos magnéticos entre conductores. Como resultado de esta

discretización, el devanado de baja tensión se modela mediante un circuito equivalente compuesto por 444 nodos y 447 ramas, mientras que el devanado de alta tensión está representado por 1353 nodos y 1354 ramas.

En conjunto, el sistema eléctrico completo del transformador presenta un total de 1797 nodos y 1801 ramas, lo que conduce a la construcción de una matriz de incidencia  $T$  de dimensiones  $1797 \times 1801$ . La disposición topológica de los nodos y ramas se define de acuerdo con la conexión eléctrica de los conductores en cada devanado, tal como se ilustra a continuación.

Figura 5

Representación circuital de los devanados de baja tensión

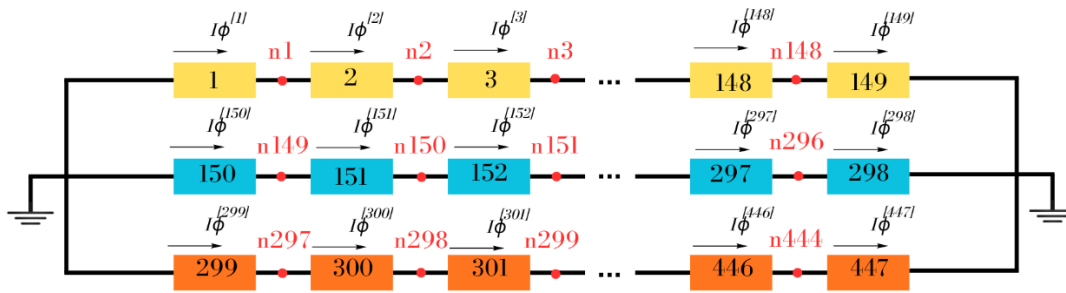
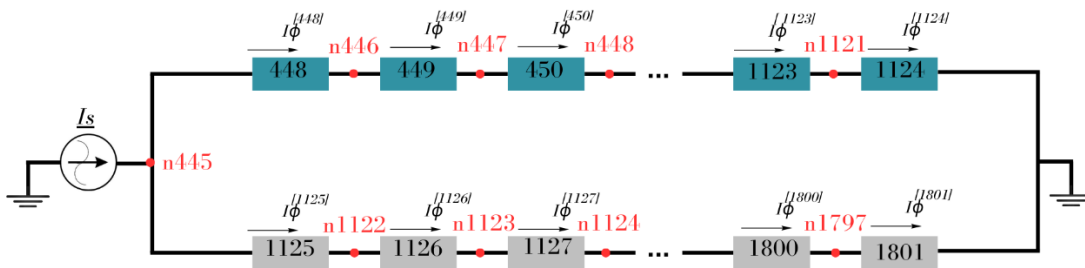


Figura 6

Representación circuital de los devanados de alta tensión



Una vez organizada eléctricamente la disposición de los conductores y enumerados los nodos y ramas correspondientes, la matriz de incidencia **T** se construye asignando los valores de sus elementos de acuerdo con el sentido de referencia de las corrientes. En esta matriz, el índice *i* representa el nodo eléctrico y el índice *j* la rama del circuito. De este modo, los elementos  $T_{ij}$  se definen como:

- $T_{ij} = +1$  cuando la corriente de la rama *j* sale del nodo *i*.
- $T_{ij} = -1$  cuando la corriente de la rama *j* entra al nodo *i*.
- $T_{ij} = 0$  cuando la rama *j* no está conectada al nodo *i*.

Con esta convención, se obtiene una matriz **T** de tamaño  $n \times m$ , donde *n* es el número total de nodos y *m* el número total de ramas del circuito equivalente.

Figura 7

Matriz **T** para el caso de estudio

		RAMAS													
		1	2	3	...	148	149	150	...	447	448	...	1125	...	1801
N O D O S	1	-1	1	0	...	0	0	0	...	0	0	...	0	...	0
	2	0	-1	1	...	0	0	0	...	0	0	...	0	...	0
	3	0	0	-1	...	0	0	0	...	0	0	...	0	...	0
	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	148	0	0	0	...	-1	1	0	...	0	0	...	0	...	0
	149	0	0	0	...	0	0	-1	...	0	0	...	0	...	0
	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
	444	0	0	0	...	0	0	0	...	1	0	...	0	...	0
	445	0	0	0	...	0	0	0	...	0	1	...	1	...	0
	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
1797	0	0	0	...	0	0	0	...	0	0	...	0	...	1	

Esta estructura permite integrar de manera rigurosa la topología del circuito dentro del sistema matricial global y asegura la correcta aplicación de las leyes de Kirchhoff en el modelo acoplado campo-circuito.

## 7. Simulación en ANSYS

Esta sección presenta el modelo del transformador correspondiente al caso de estudio mediante el Método de los Elementos Finitos (FEM), utilizando el software ANSYS Maxwell, como parte del proceso de validación de la metodología analítica semi-integral implementada en MATLAB.

El modelo se desarrolla empleando una formulación axisimétrica bidimensional, que representa el núcleo magnético y los devanados de baja y alta tensión. Los conductores se modelan como elementos cilíndricos sólidos, permitiendo resolver de forma explícita la distribución de corriente en cada uno de ellos.

El devanado de baja tensión (LV) se modela con 447 conductores, organizados en tres ramas en paralelo con 149 vueltas cada una, mientras que el devanado de alta tensión (HV) se representa mediante 1354 conductores, distribuidos en dos ramas en paralelo con 677 vueltas cada una. Esta configuración reproduce la disposición real de los devanados y permite capturar los efectos de acoplamiento magnético entre conductores.

*Figura 8*

*Identificación de los conductores del devanado de BT*

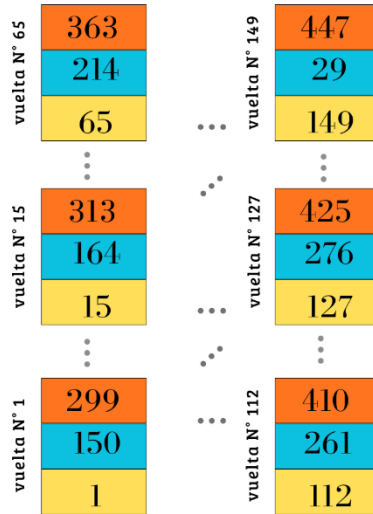
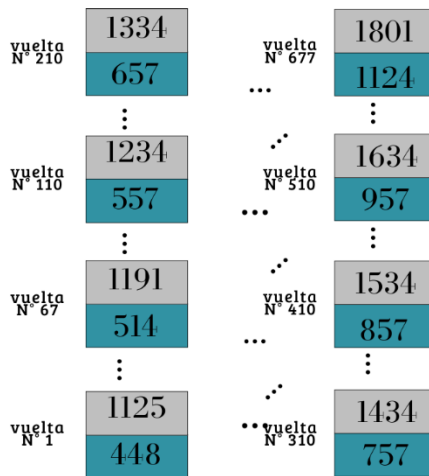


Figura 9

Identificación de los conductores del devanado de AT

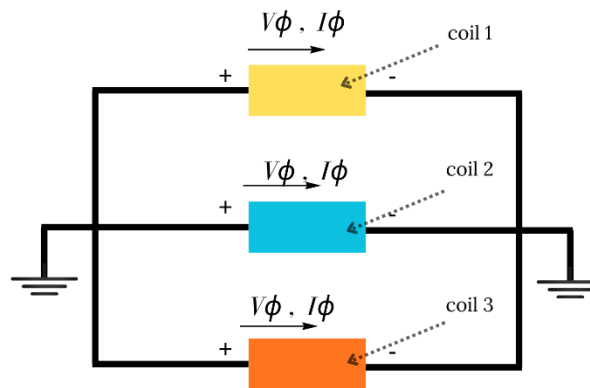


Las conexiones eléctricas se definen de acuerdo con la condición de ensayo de cortocircuito. El devanado de baja tensión se encuentra cortocircuitado y referido al potencial de referencia, mientras que el devanado de alta tensión es alimentado por una fuente de corriente  $I_s = 130.13237 A$ , cuyo valor corresponde a la corriente pico monofásica nominal del transformador

en AT. Estas condiciones permiten replicar el escenario analizado mediante el método semianalítico integral.

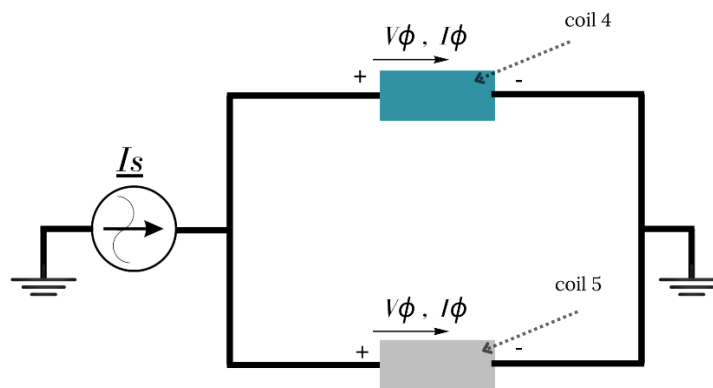
*Figura 10*

*Conexiones de la bobina para el devanado de BT*



*Figura 11*

*Conexiones de la bobina para el devanado de AT*

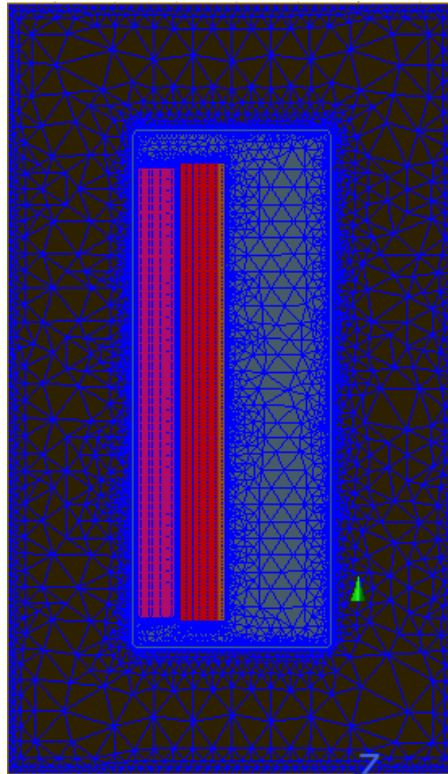


Para la simulación se activa el Eddy Current Solver, con el fin de considerar las pérdidas en corriente alterna de los conductores. La Figura 12 muestra la malla final generada por ANSYS Maxwell. Cabe destacar que, al modelar los conductores como sólidos, el software genera una

mallas internas dentro de cada conductor para resolver la distribución de corriente, lo cual incrementa significativamente el costo computacional del análisis mediante el FEM.

*Figura 12*

*Malla final (ANSYS Maxwell)*



Los resultados obtenidos mediante ANSYS Maxwell se emplean posteriormente para comparar y validar la distribución de corrientes y los efectos de corrientes circulantes calculados mediante el método semianalítico integral.

Las simulaciones en ANSYS Maxwell se realizaron gracias al apoyo del grupo HVT de la universidad noruega de ciencia y tecnología NTNU quienes cuentan con el software y hardware adecuado para realizar estas simulaciones.

## 8. Comparación resultados

La Tabla 4 presenta la comparación entre los resultados obtenidos mediante el FEM y el método semianalítico integral para las corrientes de los cinco circuitos analizados, considerando tanto la magnitud  $I_\theta$  como el ángulo de fase  $\theta$ . En todos los casos se observa una buena concordancia entre ambos enfoques, con errores relativos inferiores al 2.6 % en magnitud —siendo el máximo del 2.58 % en el circuito 3— y errores en el ángulo comprendidos entre 0.3 % y 2.1 %. Estos resultados confirman la capacidad del método semianalítico integral para reproducir adecuadamente el comportamiento eléctrico-fasorial obtenido mediante FEM.

Desde el punto de vista computacional, la diferencia entre ambos métodos es altamente significativa. El método semianalítico integral implementado en MATLAB presenta un tiempo de ejecución de 2.052 ms, mientras que la simulación FEM en ANSYS Maxwell requiere aproximadamente 4 h, 27 min y 16 s. Esto implica que el método semianalítico integral es del orden de  $7.8 \times 10^6$  veces más rápido que el FEM, lo que representa una ventaja sustancial para su aplicación en etapas de diseño, análisis paramétrico y estudios iterativos de transformadores.

En conjunto, la adecuada exactitud alcanzada y la drástica reducción en el tiempo de cálculo evidencian que el método semianalítico integral constituye una alternativa eficiente y confiable frente al FEM para el análisis de corrientes circulantes en transformadores, especialmente cuando se requiere evaluar múltiples configuraciones geométricas y eléctricas en tiempos de cómputo reducidos.

*Tabla 4*

*Resultados obtenidos en FEM vs MSAI*

Circuito	$I_{\phi}$ [A]	$I_{\phi}$ [A] Método	$E$ [%]	$\theta$ [°]	$\theta$ [°] Método	$E$ [%]
	FEM	semi – analítico		FEM	semi – analítico	
1	197.1451	195.3203	0.9256	180.2850	-179.7234	0.3115
2	191.8064	195.4199	1.8839	177.7101	179.6395	1.0857
3	200.5671	195.3753	2.5885	181.8911	-179.5285	1.2989
4	64.8237	65.0756	0.3885	-0.0547	-0.0558	2.0129
5	65.3891	65.0568	0.5081	0.0548	0.0559	2.0072

## 9. Conclusiones

En esta tesis se logró implementar con éxito en MATLAB un método semianalítico integral para el cálculo de corrientes circulantes en bobinados de transformadores de potencia. El resultado principal es una metodología funcional y reproducible que, a partir de datos nominales y constructivos del transformador, permite construir el modelo geométrico axisimétrico, ensamblar el sistema matricial y obtener las corrientes fasoriales en los conductores representados. Esto demuestra que el enfoque propuesto es viable como herramienta de análisis para estudiar la redistribución de corriente en conductores en paralelo y su relación con el acoplamiento magnético no uniforme.

La implementación desarrollada constituye un avance importante porque evita el mallado volumétrico característico de métodos numéricos de propósito general y, en consecuencia, simplifica el problema sin perder la capacidad de representar el fenómeno de interés. En particular, la representación del núcleo a través de una formulación sobre el contorno y la representación de los conductores mediante un modelo equivalente permiten capturar el comportamiento magnético

dominante con una estructura computacional más liviana, lo cual es coherente con el objetivo del proyecto: obtener una metodología computacionalmente eficiente para estimar corrientes circulantes.

La validación frente a resultados obtenidos mediante FEM confirma la exactitud del método semianalítico integral implementado. Las magnitudes y ángulos de las corrientes presentan errores relativos bajos, lo que evidencia una buena concordancia entre ambos métodos. Además, el enfoque semianalítico integral ofrece una ventaja computacional notable, al requerir tiempos de cálculo varios órdenes de magnitud menores que el FEM. En conjunto, estos resultados respaldan la aplicabilidad del método como una herramienta eficiente y confiable para el análisis de corrientes circulantes en transformadores bajo las condiciones del caso de estudio.

## **10. Recomendaciones**

Se recomienda ampliar el alcance del modelo para cubrir condiciones más cercanas a la operación real del transformador, incluyendo no linealidad del núcleo (saturación), cargas desbalanceadas y presencia de armónicos. Estas condiciones pueden modificar la distribución del flujo y el reparto de corriente entre paralelos, por lo que incorporarlas permitiría caracterizar mejor el rango de validez del método semianalítico integral y reforzar su utilidad prácticas.

**Referencias bibliográficas**

- Azzerboni, B., & Cardelli, E. (1993). *Magnetic field evaluation for disk conductors*. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(6), 2419–2421. <https://doi.org/10.1109/20.280997>
- Díaz, G. A., Mombello, E. E., Pérez, J. J., & Pinzón, D. F. (2021). *New method for fast coupled magnetic field-circuit simulation of power transformers based on a semi-analytical approach*. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 131, 106976. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2021.106976>
- Díaz, G., Mombello, E., & Stephan, V. (2012). *Magnetic vector potential and magnetic field intensity due to a finite current carrying cylinder considering a variable current density along its axial dimension*. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 40(2).
- Díaz Flórez, G. A. (2013). *Nueva metodología para el modelado magnético de transformadores con devanados en conductor laminado* (Tesis doctoral, Universidad Nacional de San Juan, Facultad de Ingeniería).
- IEC (2018). *Power transformers—Part 1: General (IEC 60076-1:2011 + A1:2018)*. International Electrotechnical Commission.
- Kythe, P. K., & Schäferkötter, M. R. (2004). *Handbook of computational methods for integration*. Chapman & Hall/CRC.
- Lee, K. (2022, September 26). *CL 4340 Lecture 9: Transmission line models [Lecture slides]*. Baylor University.

### **Apéndices**

Apéndice A. Link para visualizar el código en Matlab

Apéndice B. Link para visualizar el transformador en AutoCAD

Apéndice C. Link para visualizar el SAIM

Apéndice D. Link para visualizar los Elementos Entregados