LA COMPRENSIÓN E INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: EL CASO DE LAS ECUACIONES DE PRIMER GRADO

ELIO JOSÉ CÁRDENAS GONZÁLEZ

ORLANDO BARRIENTOS MARULANDA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS - ESCUELA DE MATEMÁTICAS

ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

BUCARAMANGA

2010

LA COMPRENSIÓN E INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: EL CASO DE LAS ECUACIONES DE PRIMER GRADO

ELIO JOSÉ CÁRDENAS GONZÁLEZ
ORLANDO BARRIENTOS MARULANDA

Trabajo de Grado como requisito para optar el título de:
Especialista en Educación Matemática

Directora
M. en C. SOLANGE ROA FUENTES

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS - ESCUELA DE MATEMÁTICAS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
BUCARAMANGA
2010

A mis queridos estudiantes, Angélica, Katerine, Brahiam, y Héctor, por su disposición en el desarrollo de las actividades.

A María Teresa, rectora de la institución por su colaboración con el tiempo necesario, para llevar a cabo estos estudios.

A Dora Solange, directora de este proyecto por su paciencia y orientación.

A todos los profesores de la universidad, involucrados en mi formación académica y profesional.

A Claudita, por su colaboración para lograr el objetivo.

Elio José Cárdenas González

Gracias a mi esposa Marybel Ospina García y mis Hijas Valentina Barrientos O. y Michelle Barrientos O., quienes son el incentivo que tengo para crecer en el ámbito académico, profesional pero ante todo como ser humano.

Orlando Barrientos Marulanda

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE ANEXOS

RESUMEN

TITULO

LA COMPRENSIÓN E INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS: EL CASO DE LAS ECUACIONES DE PRIMER GRADO*.

AUTOR

CÁRDENAS GONZÁLEZ, Elio José
BARRIENTOS MARULANDA, Orlando**.

PALABRAS CLAVES

Enunciados verbales, comprensión lectora, ecuación de primer grado, variable, lenguaje matemático, lenguaje verbal.

DESCRIPCION

Con esta investigación se busca identificar las dificultades que tienen los estudiantes en los procesos de comprensión e interpretación de enunciados sobre ecuaciones de primer grado.

Para tal fin se realizó un trabajo de aula con 6 estudiantes de dos colegios de Rio negro y Barrancabermeja respectivamente, a través de la aplicación de talleres donde a partir de situaciones problemas, el estudiante debe realizar actividades que tienen que ver con la transición del lenguaje verbal al lenguaje matemático; del lenguaje matemático al lenguaje verbal; eliminación de la ambigüedad en los enunciados, evitando la doble interpretación; y a partir de la respuesta justificar el enunciado.(visión retrospectiva).

Este estudio muestra entre otros resultados; que las dificultades empiezan cuando el estudiante intenta entender un problema y posteriormente plantear la ecuación; lo que hace que por desconocimiento y falta de concentración incurra en errores básicos como la equivocada concepción que tienen del término variable, lo cual dificulta su identificación y asignación correcta. Además la errónea interpretación que hace de algunas palabras claves como: adicionar, duplo, triplo, etc, que forman parte del lenguaje algébrico. Sumado a la incapacidad que muestran al identificar las operaciones matemáticas implícitas y el desconocimiento de ciertas jerarquías que dan los signos de puntuación para dar sentido a los enunciados. Son hechos determinantes en el planteamiento acertado de ecuaciones. Por último cabe destacar otra dificultad presente cuando se le pide seleccionar la respuesta correcta a un problema planteado proponiendo el algoritmo y justificándola con su resolución; viéndose limitado a escoger la respuesta al azar.

* Trabajo de Grado
** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Especialización en educación matemática. Directora: M. en C. Solange Roa Fuentes.

ABSTRACT

TITLE

THE COMPREHENSION AND INTERPRETATION OF MATHEMATICAL PROBLEMS: THE THIRD DEGREE EQUATIONS*.

AUTHOR

CÁRDENAS GONZÁLEZ, Elio José
BARRIENTOS MARULANDA, Orlando**.

KEY WORDS

Verbal terms of reference, reading comprehension, equation of the first degree, variable, mathematical language, verbal language.

DESCRIPCION

This research aims to identify the difficulties experienced by the students in the comprehension and interpretation of terms regarding First Degree Equations.

To reach this goal, a classroom workshop was done involving 6 students from two secondary schools of Rio Negro and Barrancabermeja respectively. Through the application of workshops featuring problem situations, the student was asked to develop activities whose main aim was the transition from a verbal language to mathematical language and vice versa, the elimination of ambiguity in the terms so as to avoid two interpretations, and from the answer, justify the terms (retrospective vision).

This research shows among other results that difficulties start when the student tries to understand a problem and subsequently, present the equation; due to his lack of knowledge and concentration, he/she commits basic mistakes such as the wrong conception they have about the variable term, which difficulties its identification and correct assignation, Besides, he/she fails to interpret some key words such as: adding, double, triple, which are part of the Algebraic Language. Added to this, their known inability to identify the implicit mathematical operations as well as the lack of awareness of certain hierarchies given by the punctuation marks which serve to make sense of the terms. These are vital facts as far as the right presentation of equations is concerned. Last, it is important to highlight another difficulty arising when the student is asked to select one correct answer to a problem by suggesting the algorithym and justifying it with its resolution; therefore, they pick up the answer randomly.

---

* Work of Degree

** Faculty of Sciences. School of Mathematics. Specialization in mathematical education. Director: M. in C. Solange Gnaws at Sources.

INTRODUCCIÓN

Cuando vamos a un concierto de música nos gusta escucharla porque sentimos un placer en ello, sin andar en más averiguaciones de tipo técnico. Quizás no pensamos que detrás de las obras que se interpretan en estos conciertos, existen partituras llenas de símbolos que representan el lenguaje escrito de la música. Lenguaje necesario para que todos los miembros de la orquesta puedan interpretar la misma obra en cada uno de sus instrumentos.

De la misma manera en las matemáticas y en el caso particular en el algebra, al igual que en la música, se necesita una serie de símbolos: letras, números y signos, que conforman el lenguaje algebraico y hacen que la interpretación correcta de este lenguaje escrito, sea el resultado del proceso de comprensión y traducción. Por tanto es importante interpretarlo para entrar en sintonía con el planteamiento acertado de ecuaciones que conformar la partitura simbólica del pensamiento variacional. En ese sentido vemos este pensamiento como el componente del algebra que busca desarrollar las competencias cognitivas del estudiante, a través de ejercicios propuestos. Con el objeto de crear destrezas que permitan traducir esa simbología, donde el algoritmo surge como un pentagrama que el estudiante así como el músico debe saber leer e interpretar, para dar solución a problemas que tienen que ver, en particular con ecuaciones de primer grado.

En ese orden de ideas y para mejorar estos niveles de comprensión e interpretación se propone un trabajo de aula, en el cual se busca que el estudiante adquiera destrezas en estos procesos a través de una serie de talleres. Las actividades planteadas en estos talleres tienen que ver con la transcripción del lenguaje verbal al lenguaje algebraico, del lenguaje algebraico al lenguaje verbal, eliminar la ambigüedad de los enunciados evitando la doble interpretación y, por último generar en el estudiante una visión retrospectiva donde debe seleccionar la respuesta correcta a ejercicios planteados justificando su elección.

1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Según Lester (1982; citado por Remesal, 1999) un problema es “una situación que un individuo o un grupo quiere o necesita resolver y para lo cual no dispone de un camino rápido y directo que lo lleve a la solución”.

En la resolución de problemas sobre ecuaciones de primer grado los procesos de comprensión e interpretación son determinantes, si no se cuenta con habilidades en este sentido, el estudiante lo asume como una situación muy compleja que le imposibilita llegar con éxito a la solución de los ejercicios. Este hecho se refleja en el alto índice de mortalidad académica presente en las dos instituciones que hacen parte de este trabajo: Carlos Julio García (Rio Negro, Santander) y Diego Hernández de Gallegos (Barranca, Santander). Estas dificultades evidencian una problemática existente en donde nosotros como docentes de grado noveno, la hemos detectado en el aula de clase por la confusión que se presenta cuando se pide dar solución a situaciones problemas que tienen que ver con las ecuaciones de primer grado.

Esta confusión está asociada, al aprendizaje memorístico, de una forma mecánica y sin establecer criterios adecuados, que le permitan al estudiante abordar el problema de una forma clara, haciendo conjeturas apropiadas que sean el resultado de un proceso de análisis y comprensión. Lo cual lo lleva en la mayoría de los casos, a irse por las ramas sin adoptar un plan de acción concreto que le permita llegar a la solución acertada del ejercicio. Esto se da en gran medida debido a que no entiende el enunciado, lo cual es un requisito indispensable en el momento de abordar el planteamiento de una ecuación y su posterior solución.

Lo anterior hace que los estudiantes tengan dificultades en la asignatura y que se limiten a ser pasivos en el aula, sin demostrar interés, abandonado el ejercicio una vez iniciado. Esta experiencia ante las situaciones presentadas a los estudiantes determina el descontento y la incapacidad de resolución originando su desinterés y desmotivación por la materia.

En ese orden de ideas surge la siguiente pregunta: ¿El desarrollo de actividades que tienen que ver con el planteamiento de ecuaciones de primer grado, permite identificar las dificultades que tienen los estudiantes en los procesos de comprensión e interpretación de enunciados?

Con lo anterior consideramos que esta pregunta es interesante y permite el diseño de un proyecto factible y verificable por medio de un trabajo empírico en el aula, donde a partir de las dificultades encontradas se pueda generar a largo plazo un plan de mejoramiento que genere fortalezas y contribuya a la reflexión sobre los errores que vienen cometiendo los estudiantes en el aprendizaje del álgebra. Esto sin duda permitirá, generar en las instituciones participantes proyectos que promuevan el desarrollo de la comprensión e interpretación en las clases de matemáticas.

2. JUSTIFICACIÓN

La necesidad de implementar un plan de acción que contribuya a identificar las dificultades, que tienen los estudiantes cuando intentan resolver problemas sobre ecuaciones de primer grado es transcendental, para dar continuidad a un trabajo que inicia con el análisis de enunciados y planteamiento de ecuaciones. Además permite marcar un precedente en las dos instituciones acerca del rol del docente como actor secundario en el proceso de formación de los estudiantes y particularmente en el área de matemáticas. Este trabajo se propone como un proyecto que busca afianzar el conocimiento matemático, mediante el desarrollo de la comprensión e interpretación lectora en los estudiantes de noveno grado como factor determinante en la solución exitosa de situaciones problema.

Mejorar los niveles de comprensión posibilita que los estudiantes den sentido matemático al lenguaje verbal, facilitando el entendimiento de problemas. Esto es considerado como el primer paso cuando se requiere plantear ecuaciones de primer grado, a partir de una situación problema. Lo anterior justifica desarrollar un trabajo dinámico en el aula, cuyo objetivo sea proponer actividades que permitan que los estudiantes de grado noveno adquieran dominio en los procesos de comprensión e interpretación de problemas. A partir de lineamientos preestablecidos en los talleres y además fortalezca los procesos de enseñanza a través de estrategias diferentes, creadas a partir de una necesidad observable en la cotidianidad del aula de clase.

También, como profesores investigadores, esta experiencia contribuye a mejorar el compromiso con la enseñanza de la matemática en cada institución, y en el rol que se tiene como docentes. Esto permite despertar el interés en otros colegas, motivándolos a que se involucren en nuevos procesos de enseñanza, que nada tienen que ver con las clases magistrales donde el protagonista es siempre el docente y en las cuales el estudiante se ve relegado a ser un actor pasivo en el aula, limitado a la posibilidad de ser crítico de su proceso de aprendizaje. En cuanto al proceder de los docentes, Brousseau (1998) afirma: “la actuación del profesor no consiste en sostener inflexiblemente un contrato a cualquier costo, pues por una parte todo contrato es perecedero, en tanto es específico del conocimiento involucrado, y por otra, el profesor puede flexibilizar, reorientar o incluso sustituir elementos del contrato en búsqueda de la eficacia.” Por tanto el contrato didáctico no puede ser de naturaleza puramente impositiva sino que debe considerar el papel del estudiante dentro del establecimiento de las normas que lo rigen.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Identificar mediante un trabajo de aula las dificultades que tienen los estudiantes de grado noveno, en la comprensión e interpretación de problemas sobre ecuaciones de primer grado.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar los errores más frecuentemente cometidos en el desarrollo de problemas tanto en el trabajo en clase como en las evaluaciones.

- Procesar la información cuantitativa y cualitativa, recogida en una base de datos a través del monitoreo de evaluaciones como (participación en el tablero, evaluaciones escritas, desempeño en clase).

- Socializar la información con el fin de retroalimentarla en pro de un mejoramiento continuo.

4. ANTECEDENTES

Uno de los principales antecedentes considerado en el trabajo es el planteamiento dado por el Ministerio de Educación Nacional para el grado noveno, y en particular del estándar de algebra, donde se centra la atención en las formas de representación de relaciones matemáticas por medio de símbolos. Así mismo se recomienda a los docentes aprovechar las oportunidades para trabajar problemas, donde los estudiantes desarrollen su comprensión.

Igualmente, en los estándares curriculares la comunicación hace referencia a las posibilidades del estudiante para dar sentido a partir de la matemática, problemas que surgen de una situación, interpretando conceptos y relacionando las ideas matemáticas.

Inicialmente, se propuso trabajar en la comprensión lectora, pero su concepción era muy general, para lo cual se delimito y encaminó el proyecto únicamente hacia la comprensión, interpretación de enunciados sobre ecuaciones de primer grado y el planteamiento de las mismas.

De acuerdo con lo señalado, se encuentran dos grupos de trabajos realizados. Los primeros son teorías generales, las cuales se alejan del objeto del trabajo, pero nos proporcionan soporte teórico importante. Y los segundos los trabajos más específicos que se acercan en mayor escala al objetivo de nuestro trabajo.

Dentro de los trabajos más generales que han tomado en cuenta fenómenos didácticos en la ejecución de sus teorías, se encuentran algunos que han servido de base para este proyecto, y de los cuales, se nombrará a continuación algunos apartes importantes:

Brousseau (1986) plantea *“Que tanto la lingüística como la teoría del procesamiento de la información y la didáctica de las matemáticas han hecho un trabajo importante sobre la noción de código. Esta noción está emergiendo como un concepto clave para interpretar lo que resulta de usar la idea de representación en los modelos explicativos nuevos de los problemas cognitivos que plantean los enfoques de enseñanza alternativa”.*

Por su parte Love (1989) citado por Fernández (1999), describe cómo *“Hoy en día el álgebra no es meramente dar significado a los símbolos sino otro nivel más allá de eso: que tiene que ver con aquellos modelos de pensamiento que son esencialmente algebraicos –por ejemplo, manejar lo todavía desconocido, invertir y deshacer operaciones, ver lo general en lo particular. Ser consiente de esos procesos, y controlarlos, es lo que significa pensar algebraicamente”.* En el caso particular de nuestro trabajo, buscamos que los estudiantes tengan la posibilidad de invertir el proceso de traducción del lenguaje verbal al lenguaje algebraico y viceversa, con la intención de analizar cómo realizan esta traducción, sus debilidades y fortalezas al respecto.

Según Polya (2001), plantear una ecuación: *“es expresar por medio de símbolos matemáticos una condición formulada en palabras, plantear es traducir el lenguaje verbal a formulas matemáticas”.* En este sentido, se va tener en cuenta esta definición en el contexto que se viene manejando de lo que puede significar plantear una ecuación.

Dentro de los objetivos específicos de este proyecto está la resolución de algunos talleres, donde el estudiante debe interpretar muy bien los enunciados verbales y plantear ecuaciones que nos posibiliten detectar sus debilidades y potencialidades en este proceso.

Santos Trigo (2007) menciona que: "C*uando los estudiantes se enfrentan a problemas donde solo tienen que aplicar reglas, algoritmos, o fórmulas, generalmente se observa cierta fluidez y eficacia al resolverlos. Sin embargo cuando se les pide explicar e interpretar cierta información, estos mismos estudiantes demuestran ciertas dificultades".* Esto lo hemos detectado en la cotidianidad de nuestro quehacer pedagógico y hace parte de la finalidad del trabajo; identificar las dificultades, como también las fortalezas en el momento que los estudiantes tengan que proponer, interpretar, situaciones que tienen que ver con ecuaciones de primer grado.

Shoenfeld (1987) por su parte, en uno de sus trabajos indica que la instrucción matemática debe incorporar estrategias para que el estudiante aprenda a leer, conceptualizar y comprender las ideas matemáticas en beneficio de su propio conocimiento.

Ahora bien, al clasificar los trabajos que se cuentan dentro del segundo grupo, es decir, los trabajos más específicos que se acercan en mayor medida al objetivo se encuentran:

Peralta y Rodríguez (2008), realizaron un trabajo sobre la resolución de problemas, con estudiantes de decimo grado, donde categorizan ciertos tipos de problemas trigonométricos, para hacer un diagnóstico de las fortalezas y debilidades que poseen los estudiantes, basándose en el lenguaje cotidiano que utilizan en el aula de clase.

De la misma manera Parada (2005), hace énfasis en la interpretación y creación de historias a partir de la comprensión de textos, creando diferentes formatos utilizando inclusive figuras geométricas como protagonistas. Este trabajo nos ayuda en cuanto revela la capacidad de entendimiento y creación de los alumnos detallando estadísticamente las formas mejor aplicables, lo que constituye un claro ejemplo de cómo puede llevarse a cabo el montaje de nuestros talleres.

Un trabajo más cercano lo presenta Cogollo (2006), en donde muestra entre otros resultados, el sentido que los estudiantes de séptimo grado le otorgan a la variable, dependiendo del contexto en que esta sea presentada. También se hace énfasis en que el profesor debe tener conocimiento de los errores básicos presentados en el algebra ya que lo provee de información sobre la forma en que los estudiantes interpretan problemas y como utilizan los diferentes procedimientos algebraicos, en la resolución de problemas. En especial constituye una ayuda para aportar fuerza al concepto de *variable* para los estudiantes, con lo que se busca amarrar esta experiencia a nuestro lenguaje más próximo o coloquial.

El diseño y la aplicación de los talleres que fundamentan este trabajo, se desarrollaron durante el segundo semestre del año 2009. Participaron doce estudiantes de noveno grado de los colegios Carlos Julio García y Diego Hernández de Gallego, instituciones de educación públicas de Rionegro y Barrancabermeja respectivamente.

En la cotidianidad del quehacer pedagógico se observa que los estudiantes se les dificultaba en gran medida el desarrollo de ejercicios relacionados con el algebra, ya que no poseían destrezas al plantear correctamente ecuaciones, es así como después de un análisis previo, coincide que el problema estaba en la falta de entendimiento de los enunciados por parte de los estudiantes, pues no poseían una buena comprensión lectora.

Al realizar las lecturas de los textos que soportan el marco teórico se observa que la problemática sobre comprensión lectora era muy general, para lo cual se limitó a delimitarla y encaminar el proyecto hacia la comprensión e interpretación de enunciados sobre ecuaciones de primer grado. Además, como el interés de la investigación se enfoca hacia el entendimiento de los enunciados y no a la resolución de problemas, se decide delimitarla hasta el planteamiento de la ecuación; y mediante un trabajo de aula observar las dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a la comprensión de situaciones problemáticas.

Al respecto y después de hacer revisiones bibliográficas de algunos autores, se observa que el trabajo sobre el álgebra escolar desarrollado en las aulas gira en torno a los siguientes temas: Conjuntos numéricos, variables, simplificación de expresiones algebraicas y resolución de ecuaciones. Para el presente trabajo es relevante lo que tiene que ver con las variables y el planteamiento de ecuaciones.

A partir de estudios realizados en diferentes contextos, incluyendo el Colombiano, se determinarse, que las dificultades de los estudiantes -que son manifestaciones de los problemas- en relación con el trabajo algebraico coinciden, en gran parte con las reportadas en varios trabajos investigativos, las cuales según Kieran(1989) pueden clasificarse en tanto estén relacionados con:

- El cambio de convenciones respecto del referente aritmético,
- La interpretación de las letras y
- El reconocimiento y uso de estructuras.

Como lo plantea Kieran (1989), los estudiantes al comenzar el estudio del álgebra, traen nociones y enfoques de uso en el trabajo aritmético, pero no son suficientes para abordar el trabajo algebraico, ya que éste no es una simple generalización del aritmético. Sin la suma de los valores posicionales, el hecho de que el álgebra pueda ser vista como la formulación y manipulación de proposiciones generales sobre los números, hace que la experiencia previa que el estudiante ha tenido con la estructura de expresiones numéricas en la escuela, tenga efecto sobre la habilidad para asignarle significado y sentido al álgebra escolar. Por ejemplo, la concatenación de símbolos cambia sustancialmente: mientras que en aritmética concatenar símbolos (números) lleva implícita la suma de los valores posicionales (25 = 2 decenas + 5 unidades ó 20+5; 3½=3+½), en algebra concatenar lleva implícito el producto ($2a$ significa $2 \times a$). Así, es posible que los estudiantes por ejemplo, relacionen 2a y 2+a como expresiones equivalentes o también que sintácticamente asuman $a + a$ como aa o como $a^2 (a + a = aa = a^2)$.

Por consiguiente, se menciona la dificultad que tienen los estudiantes para aceptar la falta de cierre, por ejemplo, admitir como respuesta la expresión a + b, prefiriendo cerrarla (que es un requerimiento exigente de manera drástica en aritmética, al menos desde la mirada usual centrada en la aplicación de procedimientos de computo), lo cual induce a escribir a+b = ab e incluso 2 + 3a= 5a.

Entonces, el aprendizaje en los alumnos sobre comprensión de expresiones de notación algebraica y su predisposición hacia las matemáticas, se configuran por las decisiones y acciones de los profesores. Estos pueden hacer de la comprensión e interpretación de expresiones y problemas algebraicos, una parte integral de la actividad matemática.

Para ayudar a los alumnos a orientarse en la comprensión de expresiones de notación algebraica e interpretación de problemas y ecuaciones los profesores pueden permitirles elegir o crear algunos de los problemas y ecuaciones; guiándolos en la adquisición de destrezas en el análisis de problemas y ecuaciones, por medio de la comprensión de expresiones algebraicas.

En general, entre la bibliografía encontrada no se detectó trabajos que aborden en forma específica la problemática de la comprensión lectora en el análisis de enunciados sobre problemas algebraicos, de igual manera no se encontró un trabajo especializado que se acerque a lo que se pretende y cuyo fundamento sea la búsqueda e identificación de las dificultades que tienen los estudiantes en el momento de interpretar enunciados y plantear ecuaciones sobre ecuaciones de primer grado a partir de la identificación y traducción del lenguaje simbólico del algebra.

5. MARCO TEÓRICO

En esta parte nos referiremos principalmente a los trabajos realizados por algunos investigadores que han abordado la problemática que se presentan en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, vale aclarar que el hilo conductor de este trabajo será Polya, que podrá ser rastreado a lo largo del texto, apoyado por otros autores como Brousseau y Santos Trigo principalmente.

Para iniciar con la descripción del alcance y aplicación de nuestro trabajo, queremos reseñar lo que Polya (2001) llama trabajar para una mejor comprensión, donde recomienda que el estudiante debe empezar por el análisis del enunciado del problema, y debe empezar cuando el enunciado esté muy bien grabado en su mente, sin que se pueda perder de vista por un momento. Es decir, debe leerlo varias veces y familiarizarse con su contenido con el objeto de asimilarlo, lo que le permitirá hacer conjeturas sobre el mismo así como retenerlo en su mente.

Así mismo, Santos Trigo (2007) por ejemplo insiste que el entendimiento de cómo los actores (estudiantes) que se involucran en el proceso (análisis del enunciado) es fundamental para llevar a cabo una buena desarticulación de los símbolos matemáticos, junto con toda representación numérica del lenguaje que ello conlleva implícito. Es así que menciona "*entender el proceso de cómo un individuo resuelve problemas desempeña un papel fundamental al proponer actividades de instrucción para el aprendizaje de las matemáticas*."

Consideramos que esto se complementa con lo que Polya (2001) presenta como los pasos para resolver un problema: Familiarizarse con el problema y trabajar para una mejor comprensión; que es uno de los fundamentos más importantes del presente trabajo. Además Polya (2001), introduce cuatro componentes importantes relacionados con el aprendizaje de la matemática:

- La importancia de comprender o entender un problema.
- La necesidad de diseñar un plan de solución.
- La implantación del plan.
- La importancia de evaluar los resultados obtenidos.

Nuestro trabajo está delimitado hacia el primer componente de Polya (2001): *La importancia de entender un problema relacionado con ecuaciones de primer grado*. En el cual pretendemos enfrentar al estudiante con el análisis de los enunciados, midiendo su capacidad de comprensión lectora antes de pasar a diseñar un plan de solución del problema.

A continuación vamos a expresar algunas ideas determinantes que a manera de ejemplos son muy valiosas en el momento de trazar los talleres que diseñaremos y aplicaremos a los estudiantes.

En las operaciones matemáticas el reconocimiento de los indicios verbales o ciertas palabras claves juegan un papel muy importante. Ocurre lo mismo cuando planteamos una ecuación. Lo que se expresa en lenguaje natural o cotidiano no se interpreta de la misma forma en el lenguaje matemático. Un ejemplo lo encontramos en el uso del término “por” cuya interpretación como una operación aritmética no es siempre la misma. El término “por” denota multiplicación de números y también proporción. La primera acepción la encontramos en la expresión “dos por cuatro”, la cual implica multiplicar los números dos y cuatro. La segunda acepción, la encontramos en la expresión “tres por ciento” que se entiende como tres de cada cien y que operativamente representamos por 3/100. Reconocer estas frases claves nos facilita la escritura de la ecuación ya que podemos sustituir dichas frases por el objeto matemático correspondiente, de esta forma se entiende el papel de los indicios verbales en la comprensión de enunciados.

Por ejemplo, al considerar el siguiente enunciado que describe Polya (2009), en donde "el triple de la edad de Ada aumentado en 4 es 68" donde se puede reescribir como "el triple de *a* aumentado en 4 es 68". Lo cual constituye un avance, sin embargo este enunciado sigue siendo impreciso. No se precisa "qué" se le debe aumentar en 4. O bien se aumenta en 4 al "triple de a" o bien se aumenta en 4 a "a". Visto de otro modo no se precisa "qué" se debe triplicar. O bien se trata del triple de "a" o bien se trata del triple de "a aumentado en 4". Los términos "triple" y "aumentado" también constituyen indicios verbales o palabras claves. El "triple de algo" se interpreta como "tres veces algo", es decir se trata de la multiplicación del número 3 con la incógnita que representa "algo". Por otro lado "algo aumentado en" se interpreta como "adicionar algo a una cierta cantidad lo que nos remite a la operación de adición del algo con la cantidad aumentada. Finalmente decimos que el término "es" en este contexto, debe ser considerado como una abreviación de "resulta" lo que nos lleva a la relación de igualdad.

De acuerdo a lo señalado anteriormente son posibles dos representaciones matemáticas para el mismo enunciado:

Primera interpretación: $3a + 4 = 68$

Segunda interpretación: $3(a + 4) = 68$

Estas ecuaciones expresan cosas distintas y generan distintas soluciones.

Como ya se mencionó anteriormente, por lo general los estudiantes cometen errores en el momento de plantear una ecuación. El problema se da en gran medida por que se involucran dos procesos: comprensión y traducción. Polya (2001) señala que plantear una ecuación "*es expresar por medio de símbolos matemáticos una condición formulada en palabras*" Para él, plantear es traducir el lenguaje llano a fórmulas matemáticas y en toda traducción nos concentramos más en el sentido general del enunciado que en las palabras mismas. Si el enunciado está escrito en lenguaje natural es ambiguo, entonces no se podrá realizar la traducción al lenguaje matemático. El lenguaje cotidiano es impreciso, por el contrario el lenguaje matemático es exacto.

Algunos enunciados del lenguaje natural pueden tener distinto significado si no se aplican ciertas jerarquías tal como lo expresa Piscoya (2009) cita los ejemplos: *“Mientras dormían**,** los centinelas vigilaron el campamento” y “mientras dormían los centinelas**,** vigilaron el campamento”* los cuales expresan claramente cosas distintas.

En el primer caso son los centinelas quienes vigilaron el campamento, en el segundo caso fueron otros los que vigilaron. Al obviar el uso de la coma tendríamos: “mientras dormían los centinelas vigilaron el campamento” y ya no quedaría claro quienes vigilaron el campamento.

El ejemplo anterior nos permite ver cómo los signos de puntuación marcan determinadas pausas con la finalidad de dar sentido y significado al enunciado. Luego, al igual que el ejemplo de los centinelas, la ambigüedad del enunciado “El triple de la edad de Ada aumentado en 4 es 68” se evitaría colocando adecuadamente signos de puntuación.

6. DISEÑO METODOLÓGICO

La propuesta de trabajo que se va a implementar con los estudiantes de grado noveno es un tipo de estudio descriptivo, porque se trata de narrar las características y rasgos de los estudiantes en la comprensión lectora como herramienta que facilita la resolución de problemas sobre ecuaciones de primer grado, a través de métodos, actividades, técnicas de recolección y tratamiento de la información y recursos para el logro de los objetivos.

6.1 OBJETIVOS

- Diseñar y aplicar talleres que faciliten medir la capacidad de comprensión e interpretación de enunciados problemas sobre ecuaciones de primer grado.

- Clasificar y determinar algunas causas de las dificultades que tienen los estudiantes en la resolución de los problemas con ecuaciones de primer grado.

6.2 MÉTODOS

La metodología empleada consiste en aplicar a una serie de talleres donde nosotros como investigadores tendremos en cuenta tres aspectos muy importantes que son: Observación, análisis y síntesis:

Observación. El investigador conoce el problema y el objeto de investigación estudiando su curso natural, sin alteración de las condiciones cotidianas, es decir que la observación tiene un aspecto de carácter contemplativo.

Análisis. A partir de lo observado podemos de cierta manera evidenciar subjetivamente las debilidades y fortalezas de cada estudiante así como la caracterización a través de sus concepciones y conocimientos previos. Con lo que esperamos confrontarlos con las respuestas dadas a cada actividad lo que dará el soporte practico a nuestro trabajo.

Síntesis. Después de la observación y el análisis previo de las actividades, debemos hacer la identificación de las dificultades y fortalezas que tienen los estudiantes en la resolución de cada uno de los talleres para sintetizar de este modo la problemática existente.

6.3 ACTIVIDADES

Para la observación de las debilidades y fortalezas de la comprensión lectora de los estudiantes diseñamos talleres que responden a 4 categorías diferentes que van a incrementar el grado de dificultad de cada situación problema planteado.

Primera categoría. Tránsito del lenguaje verbal, al lenguaje matemático.

Segunda categoría. Eliminar la ambigüedad del enunciado. Evitando la doble interpretación.

Tercera categoría. Tránsito del lenguaje matemático, al lenguaje verbal.

Cuarta categoría. Visión retrospectiva. De la respuesta volver al enunciado.

Comprender la escritura que tiene la notación simbólica del álgebra elemental, la sintaxis, el sentido y la interpretación de las ecuaciones de primer grado, es un trabajo arduo que cada profesor de matemáticas debe procurar lo más profundo en sus estudiantes, para que éstos logren de algún modo entender la esencia que tiene la configuración de las ecuaciones.

En este trabajo se intenta conocer los factores que inciden en la determinación de los alumnos a considerar la construcción de ecuaciones algebraicas y más específicamente la interpretación de ecuaciones de primer grado.

Para conocer un poco las dificultades que experimentan los muchachos en el aprendizaje e interpretación de ecuaciones de primer grado, se elaboraron unos talleres, los cuales se clasificaron por categorías. Cada categoría tiene un objetivo primordial que el estudiante debe cumplir al momento de enfrentarse a resolver los ejercicios.

Las categorías establecidas se refiere básicamente a motivar al estudiante para que resuelva ejercicios en primera instancia donde deba pasar del lenguaje verbal al lenguaje matemático, seguidamente, hacer el tránsito del leguaje matemático al lenguaje verbal. Luego, efectuar la doble interpretación de enunciados a través del uso de la coma y por último desarrollar una visión retrospectiva concibiendo análisis de resultados que deban presentarse de manera coherente con el contexto de la situación planteada.

Conforme a lo anterior, se procede a analizar los resultados de los talleres presentados por los estudiantes, así mismo, identificar las dificultades. Con esto se espera sacar conclusiones que nos permitan tener una idea lo más cercana a la realidad posible de las falencias de los estudiantes en este aspecto y por consiguiente, dejar un precedente para estudios futuros en la elaboración de metodologías que conlleven a una mejor comprensión e interpretación de situaciones que pueden resolverse por el establecimiento de una ecuación.

7. ANÁLISIS APRIORI

En este capítulo queremos realizar un análisis de lo que se busca con la aplicación de cada taller, además de hacer una fundamentación teórica y presentar los formatos de los talleres a aplicar.

Los formatos de los talleres que se piensan aplicar a los estudiantes de noveno grado, se pueden detallar en el anexo 1 de este trabajo, así mismo, la solución que los estudiantes hicieron se encuentra en el anexo 2. El objetivo que se busca con el ejercicio es observar lo que realiza cada estudiante en cuanto al planteamiento y resolución de los ejercicios y situaciones relacionados en los talleres, del mismo modo, hacer la comparación con respecto a la solución descrita, para de este forma, denotar las diferencias que hay entre la solución que da el estudiante y la planteada por nosotros.

En este sentido, se harán los análisis correspondientes de las respuestas proporcionadas por cada estudiante con el fin de detectar las bondades y deficiencias que tiene cada uno en la resolución de los ejercicios y situaciones, igualmente, se hará el análisis general determinando las habilidades de los alumnos y las fallas más recurrentes de éstos cuando se enfrentan a situaciones, problemas y ecuaciones de primer grado.

La totalidad de la población de estudiantes con la que se trabajó consta de 12 individuos, a los que se les aplicó cada uno de los talleres y se escogió una muestra de 6 estudiantes, los cuales se seleccionaron aleatoriamente, con el ánimo de simplificar el ejercicio y hacerlo más concreto

Este trabajo fue realizado en el 2009 con estudiantes de noveno grado de los colegios Carlos Julio García y Diego Hernández de Gallego, instituciones de educación pública de Rionegro y Barrancabermeja respectivamente; el criterio de selección se hizo sin ninguna razón específica con el ánimo de ser imparciales en la escogencia de la muestra tomada.

Es por eso que con el fin de hacer más eficiente nuestro trabajo, nos propusimos trabajar en 4 contextos diferentes, cada uno de los cuales nos serviría para identificar con más precisión las destrezas y dificultades que tienen los estudiantes cuando se enfrentan a problemas que tienen que ver con ecuaciones de primer grado desde el punto de vista del entendimiento del problema.

Al iniciar la fundamentación teórica, tomamos en cuenta lo mencionado por Shoenfeld (1987), que señala que la instrucción matemática debe incorporar estrategias para que el estudiante aprenda a leer, conceptualizar y comprender las ideas matemáticas en beneficio de su propio conocimiento. Sugiere además que para entender cómo intentan los estudiantes resolver problemas y consecuentemente proponer actividades que puedan ayudarlos, es necesario discutir problemas en diferentes contextos y considerar dimensiones o categorías que influyan en el proceso de la resolución de problemas. Es así como en el diseño de los talleres, las actividades propuestas se categorizaron de la siguiente manera:

7.1 PRIMERA CATEGORÍA: TRANSICIÓN DEL LENGUAJE VERBAL AL LENGUAJE MATEMÁTICO

Con la aplicación de este taller se pretende que el estudiante realice el transito del lenguaje verbal al lenguaje matemático; cuyo objetivo planteado consiste en que a partir de un enunciado verbal o situación problema, planteen las ecuaciones para cada situación, iniciando con la identificación de la variable, caracterización de las palabras claves o indicios verbales y determinación de las operaciones matemáticas implícitas en el enunciado, para terminar con el objetivo final que es el planteamiento de la ecuación.

En esta primera categoría se diseño un taller que contiene los siguientes problemas:

- La suma de las edades de A y B es 84 años, y B tiene 8 años menos que A. Hallar ambas edades.

- La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en 8. Hallar los números.

- La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. Hallar los números.

- La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

7.2 SEGUNDA CATEGORÍA: TRANSICIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO AL LENGUAJE VERBAL

Con la aplicación de este taller, se pretende que el estudiante realice el transito del lenguaje algebraico al lenguaje verbal; en forma inversa a lo que se intenta en la primera categoría.

El objetivo planteado consiste en que a partir de una serie de ecuaciones diseñadas, el estudiante proponga una situación o enunciado verbal para cada ecuación; donde tenga la oportunidad de interpretar, conjeturar y aplicar la matemática a situaciones cotidianas o de su entorno. La primera actividad que el estudiante debe desarrollar en este taller, es identificar la incógnita, hacerla protagonista del problema cuyo enunciado es parte de su propio ingenio o creatividad.

En este sentido, Santos Trigo (1997) plantea que: "C*uando los estudiantes se enfrentan a problemas donde solo tienen que aplicar reglas, algoritmos, o fórmulas, generalmente se observa cierta fluidez y eficacia al resolverlos. Sin embargo cuando se les pide explicar e interpretar cierta información, estos mismos estudiantes demuestran ciertas dificultades".*

Así mismo, Kieran (1980) señala que el análisis de las ecuaciones de primer grado con una incógnita que van a manipular los estudiantes, es vital para realizar el tránsito del lenguaje algebraico al lenguaje verbal.

Al igual que en la primera categoría, se diseñó un tipo de taller donde se varía el grado de dificultad para que el estudiante desarrolle su capacidad y destreza cognitiva en forma gradual.

A continuación se presenta las situaciones del taller a aplicar en esta categoría:
Escribir el enunciado del problema de la ecuación algebraica de primer grado con una incógnita.

$X + 1 = 18$

$X + 3 = 47$

$X +60 = 136$

$X + 188 = 1024$

7.3 TERCERA CATEGORÍA: DOBLE INTERPRETACIÓN DE ENUNCIADOS A TRAVÉS DEL USO DE LA COMA

Consideramos este aspecto de vital importancia que para un buen entendimiento y comprensión de situaciones problemas; el estudiante debe evitar la ambigüedad o la doble interpretación que se puede generar si no tiene destrezas en la interpretación y análisis de enunciados verbales, en relación a las ecuaciones de primer grado.

Al respecto Piscoyatas (2007) señala que: *"un enunciado en lenguaje natural gramaticalmente puede carecer de sentido. El lenguaje cotidiano es impreciso, por el contrario el lenguaje matemático es exacto. Algunos enunciados del lenguaje natural pueden tener distinto significado si no se aplican ciertas jerarquías".*

Es por eso que el objetivo del presente taller, es que el estudiante se de cuenta de la ambigüedad (doble interpretación) que puede tener un enunciado si no se precisa a través del uso -para este caso- de la coma. Para lo cual presentamos el mismo enunciado con diferente posición del signo de puntuación cambiándole de esta forma el sentido; por consiguiente, el estudiante debe generar dos ecuaciones diferentes.

Las situaciones descritas en el taller se detallan a continuación:

SITUACIÓN 1. Si al cuádruplo del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos, sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena.

Si al cuádruplo, del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena

SITUACIÓN 2. Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo, del número disminuido en 11.

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo del número, disminuido en 11.

SITUACIÓN 3. La edad de María es el triplo, de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. Hallar ambas edades.

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años**,** y ambas edades suman 59 años, hallar ambas edades.

7.4 CUARTA CATEGORÍA: VISIÓN RETROSPECTIVA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Con la aplicación de este taller, se pretende que el estudiante a través de una prueba de selección múltiple; donde se da el enunciado y tres posibles respuestas, considere la opción correcta. Esto con el fin de que vaya mas allá del planteamiento de ecuaciones y se involucre en la resolución del problema, analizando los resultados y justificando el por qué de su elección. Realizando de esta forma una retroalimentación de su análisis, volviendo al enunciado después de justificar la respuesta. Con esta actividad se le da la posibilidad al estudiante que analice, conjeture y proponga posibles soluciones, procesos fundamentales en el aprendizaje de la matemática:

Polya (2002), en este aspecto de la resolución de problemas define cuatro etapas:

- La importancia de comprender o entender un problema.
- La necesidad de diseñar un plan de solución
- La implantación del plan.
- La importancia de evaluar los resultados

Como lo refiere Polya (2002) en su cuarto componente, la evaluación de resultados, es vital en la construcción del conocimiento matemático, donde el estudiante no solo se limita a seleccionar la respuesta, si no a evaluarla, a confrontar su pertinencia con los datos dados por el problema.

A continuación se presenta el taller sobre esta categoría:

Escoger la respuesta correcta para el siguiente enunciado del problema, y decir ¿por qué?

1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

a) 42, 24 y 20 años
b) 24, 42, y 22 años
c) 42, 24 y 22 años

2. La edad de A es el triplo de la B y dentro de 20 años será el doble. Hallar las edades actúales.

a) 15 y 45 años
b) 30 y 90 años
c) 20 y 60 años

3. Hallar el número cuyo 7/8 excedan a sus 4/5 en 2.

a) 26+2/3
b) 13+1/3
c) 24+1/3

8. IDENTIFICACIÓN DE FORTALEZAS Y DEBILIDADES DE LOS ESTUDIANTES

El propósito de este capítulo es identificar fortalezas y debilidades que tienen los alumnos a la hora de trabajar en los problemas, situaciones y ecuaciones planteadas en los talleres. El desarrollo de las actividades lo analizaremos siguiendo los parámetros propuestos en el objetivo planteado así como el análisis de las categorías que esbozamos con anterioridad.

A continuación presentamos las evidencias del trabajo de aula realizado por los estudiantes, donde se hace un análisis a posteriori de cada una de las respuestas dadas en cada una de las actividades. Como se comento en el capítulo anterior estas actividades están compuestas por seis talleres que hacen que se organizan en las cuatro categorías planteadas. Los estudiantes que hacen parte de la muestra tomada se van a denominar como: estudiante 1, estudiante 2, estudiante 3, estudiante 4, estudiante 5 y estudiante 6

A continuación presentamos las actividades realizadas por cada uno de los estudiantes que participaron en nuestro trabajo.

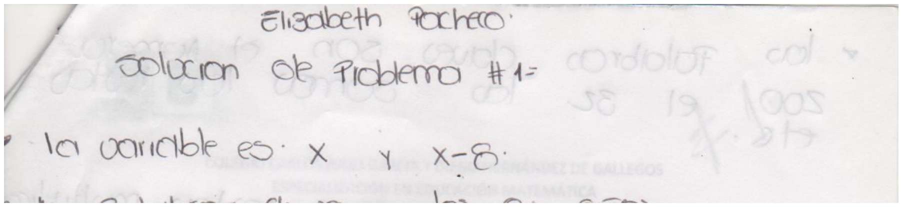
8.1 PRIMERA CATEGORÍA: TRÁNSITO DEL LENGUAJE VERBAL AL LENGUAJE MATEMÁTICO

Objetivo. Realizar el transito del lenguaje verbal al lenguaje matemático.

Actividades.

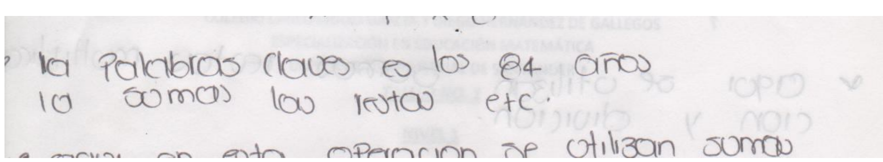
- Identificar la variable.
- Identificar las palabras claves o enunciados verbales.
- Identificar las operaciones matemáticas implícitas en el enunciado.
- Plantear la ecuación.

Estudiante Nº 1. El estudiante desarrolló las actividades de manera errónea, pues, tal vez no tuvo claridad en la asimilación del objetivo, entonces, en la primera actividad que consistía en: “La identificación de la variable” observamos:

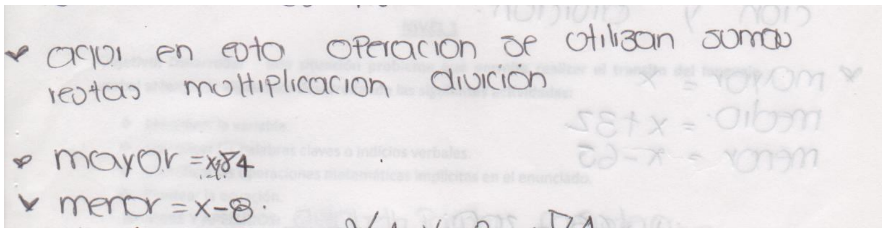

Elizabeth Pacheco.
Solucion de Problema #1=
la variable es x y x-8.

Esto nos muestra que este estudiante no tiene claridad en que debe existir una sola variable para identificar la incógnita del problema, asumiendo que existen dos variables: “x” y “x – 8”. Por tanto, se deduce falta de entendimiento en el concepto de variable. Al parecer para este estudiante la variable es toda aquella expresión que involucra el uso de letras.

En la segunda actividad presenta deficiencias en identificar las palabras claves o indicios verbales en el problema, cuando expresa que 84 es una palabra clave, lo que se busca con la actividad es observar la transición del leguaje verbal al matemático mediante la identificación de las palabras clave; entonces, se observa dificultad semántica en lo que se refiere al sentido e interpretación del significado de cada una de las palabras que conforman el enunciado, esto se complementa con la dificultad observada en la anterior actividad, lo cual nos indica que hay que trabajar más en ese sentido en aras de corregir el problema. Claramente se percibe que este estudiante detecta como palabras claves del problema los valores numéricos que allí aparecen pues considera que lo importante es determinar el tipo de operaciones que puede realizarse con ellos.

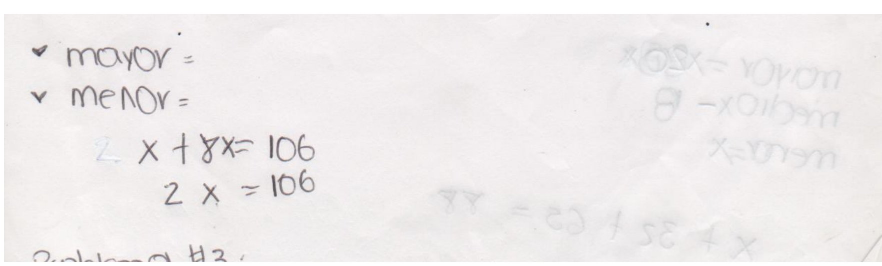

la Palabras claves es los 84 años
la somas los restas etc.

En cuanto a la identificación de las operaciones implícitas (tercera actividad) en el enunciado el alumno expresa más operaciones de las que corresponden al problema, es decir, no tiene claridad de las operaciones implícitas en la ecuación. Se vislumbra una dificultad en la determinación por parte del alumno de los signos matemáticos como más y menos incluidos en el problema, lo que conlleva a pensar que no hay análisis ni interpretación de las actividades a realizar.



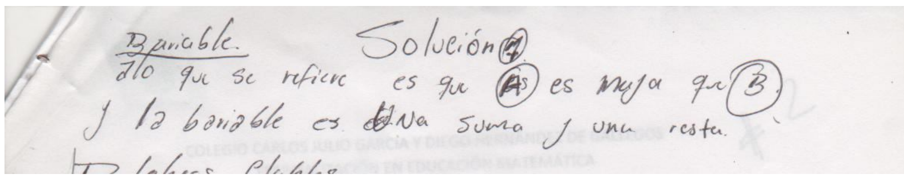
Con respecto a la última actividad, es evidente que el estudiante comete un error al plantear la ecuación, debido a que no concibe una correcta traducción del enunciado cuando dice que x + 8x = 106. Se puede decir que el estudiante tiene la idea de cómo plantear la ecuación, sin embargo, no utiliza el paréntesis para separar los diferentes valores que puede tomar la variable x lo cual genera un error al momento de hacer la resolución de la ecuación, pues x representa un valor diferente a (x+8); teniendo en cuenta que la solución correcta es x+(x+8)=106.

Se nota en el estudiante realizó un esfuerzo cuando se enfrenta a la resolución de las actividades de los problemas del taller, pero se observa el cumplimiento del objetivo propuesto, falta profundizar más en ciertos aspectos como el concepto y significado de la variable, identificación de operaciones matemáticas, entre otras y eso hace que no culmine satisfactoriamente con el planteamiento de las ecuaciones.

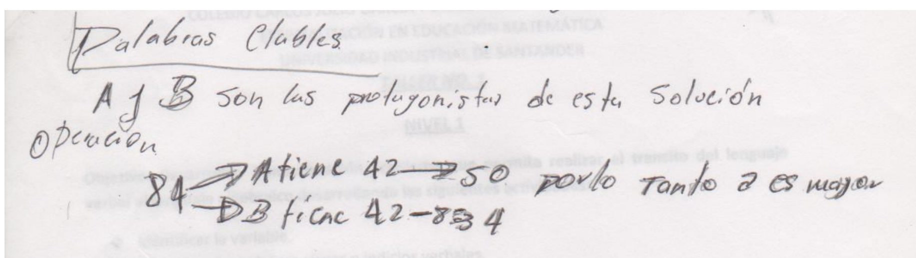


Estudiante Nº 2. En la primera actividad el estudiante no tiene claro el concepto de variable, se confunde y deja entrever las enormes falencias que tiene en este aspecto.

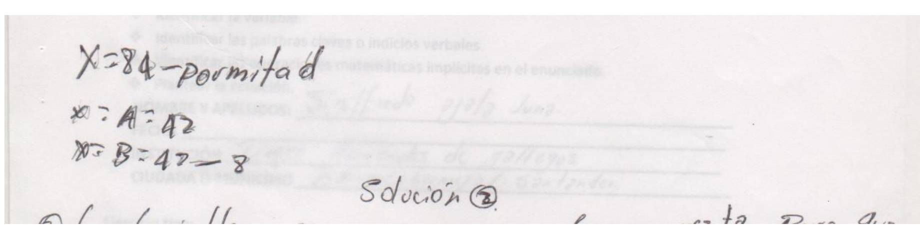
Situación que es similar a la del anterior estudiante, lo que permite distinguir a nivel general errores en esta parte, se intuye que debe haber mayores esfuerzos por parte del estudiante y el profesor en reforzar los aspectos relacionados con la comprensión e interpretación del texto.


Bariable. Solución ①
Lo que se refiere es que A es maya que B
y la bariable es una suma y una resta.

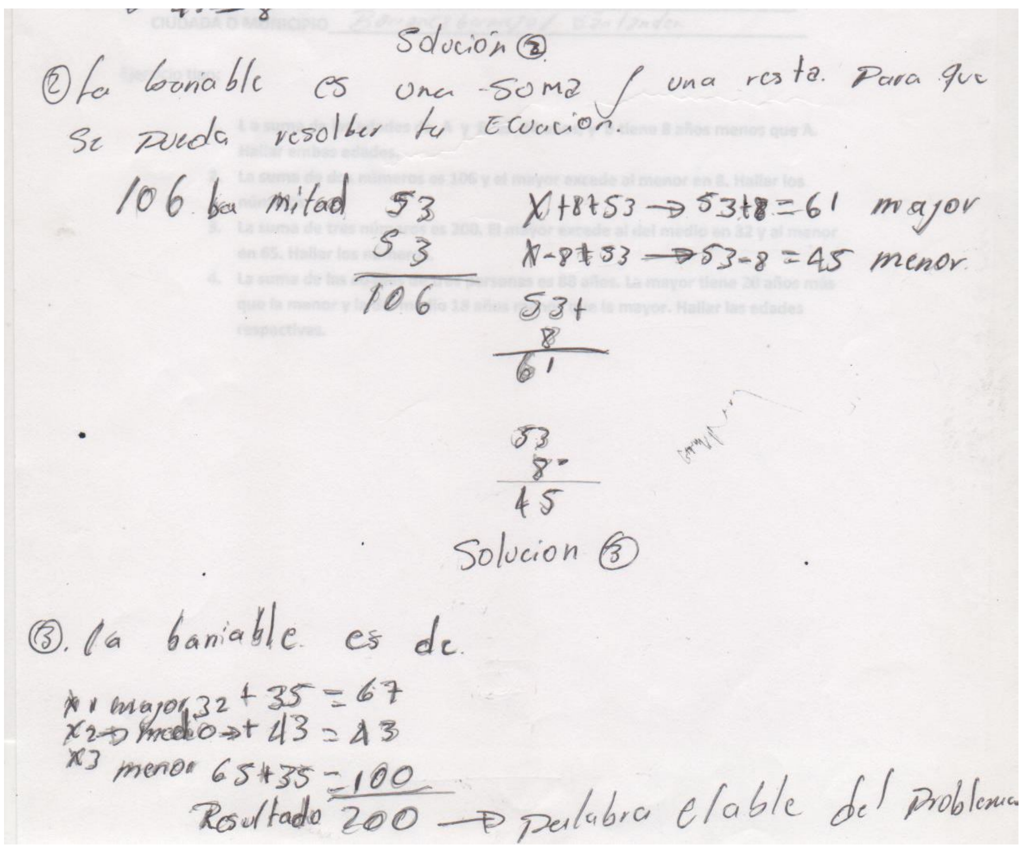
En la segunda actividad el estudiante se equivoca, no logra identificar las palabras clave y desarrolla el ejercicio incorrectamente.


Palabras Clables
A y B son los protagonistas de esta solución
Operación
84 → A tiene 42 → 50 porlo Tanto a es mayor
→ B tiene 42 − 8 34

En la actividad tres el alumno no logró establecer conexión entre el enunciado y las situaciones problemas a resolver, pues se nota falta de perspicacia por parte de él al momento de enfrentarse a una situación como la planteada. Lo que demuestra que no logra cumplir el objetivo de esta categoría.


X = 84 − pormitad
X = A = 42
X = B = 42 − 8
Solución ②

Con respecto a la última actividad el estudiante no la realizó, por consiguiente, se puede decir que no hubo entendimiento por parte de éste en el planteamiento de ecuaciones. Al respecto, de acuerdo con Papini (2003) "*la aparición de dificultades puede tener relación con las características propias del tipo de conocimiento algebraico o con la necesaria ruptura de los conocimientos algebraicos respecto de los conocimientos aritméticos; pero también, con fenómenos de tipo didáctico como suele ser el excesivo énfasis puesto, en las clases de matemática, en la mecanización del trabajo algebraico en desmedro de un solo modelizador de estas herramientas"*. Estas dificultades se suelen manifestar generalmente, en falta de interés por parte de muchos alumnos, que puede pensarse como la manifestación de una profunda falta de comprensión.


Solución 2

2 La bariable es una suma y una resta. Para que se pueda resolber la ecuación.

106 la mitad 53 $\quad X+8+53 \rightarrow 53+8=61$ mayor

$\quad$ 53 $\quad X-8+53 \rightarrow 53-8=45$ menor

$\quad$ 106

$53+8=61$

$53-8=45$

Solucion 3

3. la bariable es de.

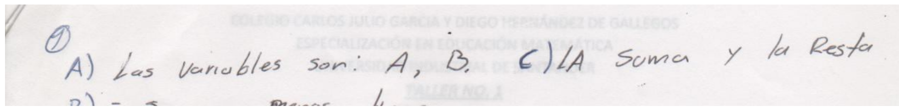
X1 mayor $32+35=67$

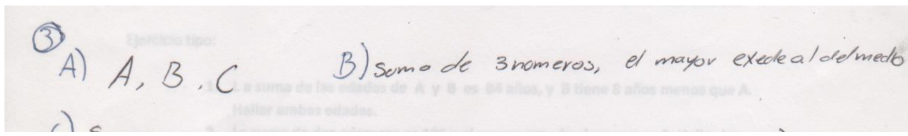
X2 → medio → $+43=43$

X3 menor $65+35=100$

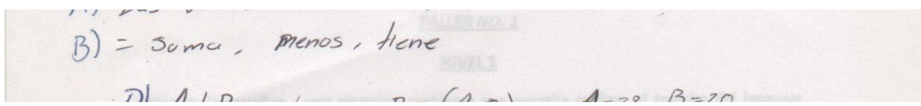
Resultado 200 → palabra clable del problema

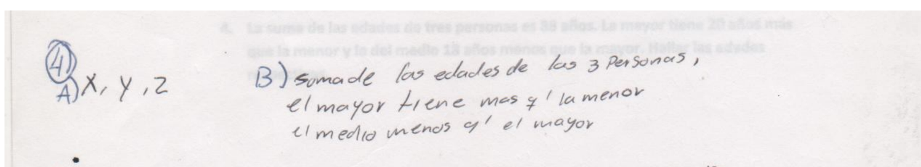
Estudiante Nº 3. Al observar lo escrito por el estudiante correspondiente a los problemas 1 y 3; nos damos cuenta que no tiene claro el concepto de variable ya que todas las preguntas del enunciado las asume como variable.


① A) Las variables son: A, B, C) LA Suma y la Resta


③ A) A, B, C B) Suma de 3 numeros, el mayor excede al del medio

En la segunda actividad, observamos que en los problemas 2 y 4 el estudiante acierta en la identificación de las palabras clave, suma y resta, pero se equivoca cuando escribe que "tiene" es una palabra clave. Lo que denota una confusión por parte del estudiante en este aspecto.

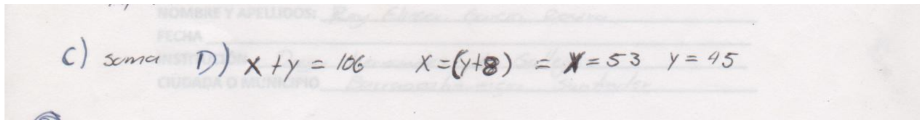

B) = Suma, menos, tiene


④ A) X, y, z B) Suma de las edades de las 3 Personas, el mayor tiene mas q' la menor el medio menos q' el mayor

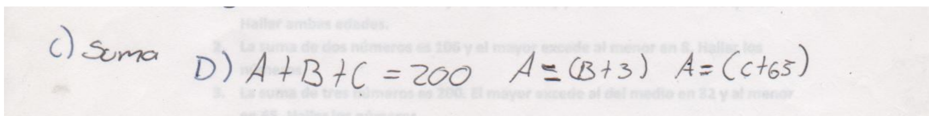
En la siguiente actividad, el alumno realiza el ejercicio de manera incompleta, ya que, para el primer problema identifica las dos operaciones, en cambio, para los problemas 2, 3 y 4 solo identifica una sola operación "suma".

En la actividad "planteamiento de la ecuación", se puede observar cómo el estudiante se equivoca en la traducción del enunciado, debido a la mala relación que hace entre las variables citadas, planteando una ecuación equivocada, como se precisa en los problemas 2, 3 y 4.

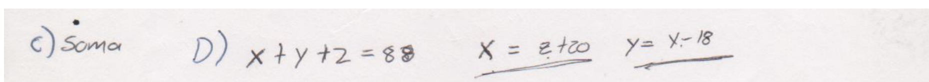
Problema 2

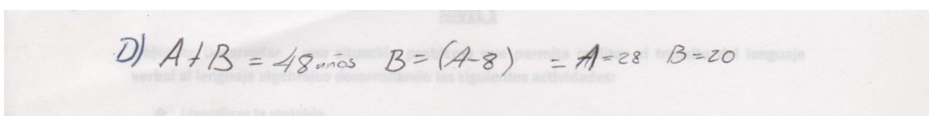


Problema 3



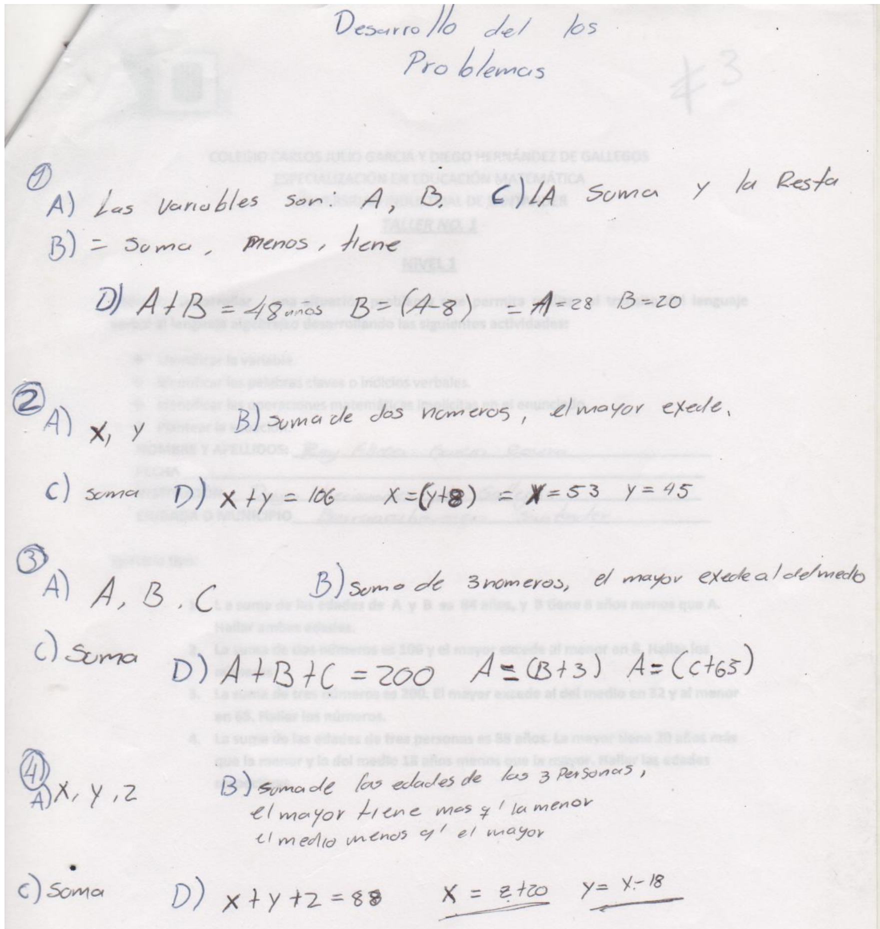
Problema 4





Como se puede apreciar, el estudiante esta incurriendo en los mismos errores cometidos por los otros dos estudiantes, lo que permite corroborar lo afirmado en líneas anteriores consistente en la no identificación de la variable, confusión al señalar las operaciones implícitas e interpretación errada en la formulación de la ecuación. A pesar de ello, consideramos que hay remedio en el corto plazo en la solución de estos inconvenientes, con un acertado plan de trabajo que induzca a los estudiantes a precisar y corregir el error cometido.

A continuación se presenta la actividad completa desarrollada por el estudiante:



Desarrollo del los Problemas

#3

① A) Las variables son: A, B. C) LA Suma y la Resta

B) = Suma, menos, tiene

D) A+B = 48 años B=(A-8) = A=28 B=20

② A) x, y B) suma de dos numeros, el mayor exede.

c) suma D) x+y = 106 x=(y+8) = x=53 y=45

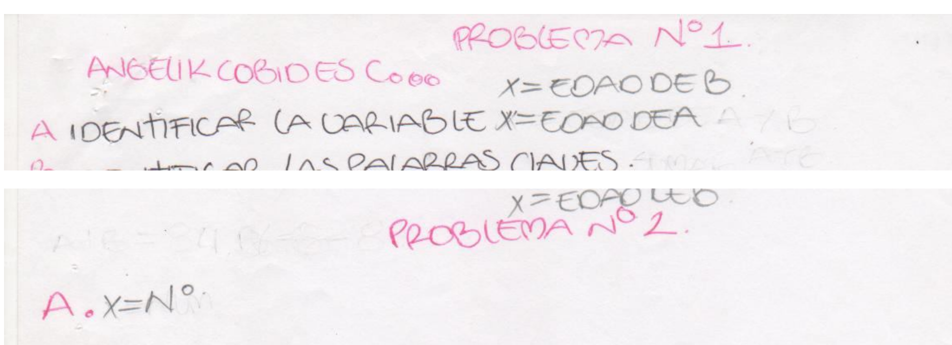
③ A) A, B, C B) suma de 3 numeros, el mayor exede al del medio

c) Suma D) A+B+C = 200 A=(B+3) A=(C+65)

④ A) X, Y, Z B) suma de las edades de las 3 personas, el mayor tiene mas q' la menor el medio menos q' el mayor

c) Suma D) x+y+z=88 X = z+20 y= x-18

Estudiante Nº 4. En la actividad; "Identificación de la variable", se puede aseverar que el estudiante no tiene claro el concepto de variable, debido a que todas las preguntas del enunciado las asume como variable; es decir, que el número de preguntas equivale al número de incógnitas.



PROBLEMA N°1.

ANGELIK COBIDES Cooo X=EDAD DE B.

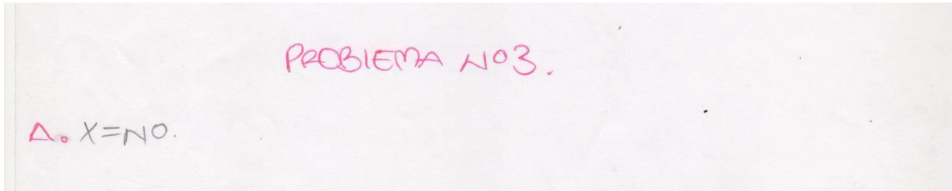
A IDENTIFICAR LA VARIABLE X=EDAD DEA

B ... LAS PALABRAS CLAVES.

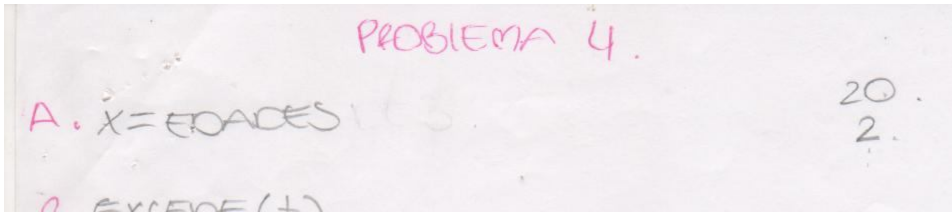
X=EDAD DE B.

PROBLEMA N°2.

A. X=N°


PROBLEMA No3.

A. X=NO.


PROBLEMA 4.

A. X=EDADES

20.

2.

En la actividad; “Identificación de las palabras claves” observamos que el alumno realiza el ejercicio de manera incorrecta, pues no tiene claridad entre una palabra y una frase; como se consigue apreciar a continuación:

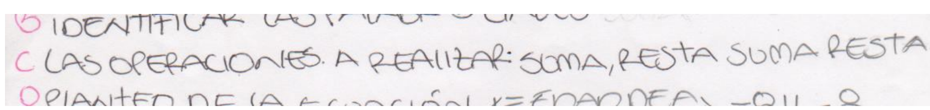

B = suma
resta

C = suma

B=suma
mas
resta.

En la actividad; “Operaciones implícitas en el enunciado” el estudiante realiza el ejercicio de manera incompleta, puesto que, en los problemas 2 y 3 identifica una sola operación “Adición o suma”. Como lo observamos a continuación:

Problema 1


C LAS OPERACIONES. A REALIZAR: SUMA, RESTA SUMA RESTA

Problema 2


C. SUMA

Problema 3

Problema 4

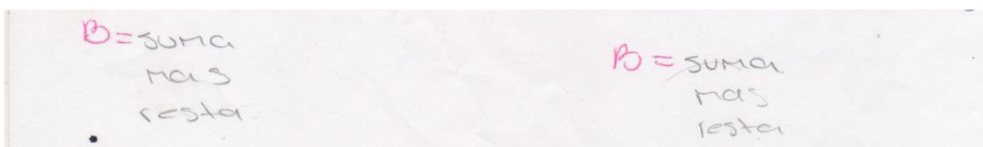
En términos generales, se manifiesta en el estudiante una falta de conocimiento del concepto de variable, pues, no hay claridad en este aspecto y se tiende a confundir con el término de pregunta, igualmente, se detecta dificultad en la diferenciación entre una palabra y una frase, como también, incomprensión en el señalamiento de operaciones implícitas. Lo anterior nuevamente confirma parte de lo expresado en análisis anteriores a otros estudiantes.

Estudiante Nº 5. En la actividad; "Identificación de la variable" nos damos cuenta que para el primer problema acierta en la identificación de la variable; sin embargo, en los demás problemas 2, 3 y 4 se equivoca totalmente asignando la variable a los encabezados del problema.

En la actividad; “Identificación de las palabras claves” el estudiante hace el ejercicio de manera incorrecta, ya que, confunde la connotación de la palabra clave con la de operaciones implícitas en el enunciado, cuando confunde la palabra “menos” con la operación “resta”, como se observa en los cuatro problemas. Además, omite otras palabras claves como “excede” y “es” las cuales simbolizan los signos (+) y (-).

Problema 1 y 3

Problema 2 y 4



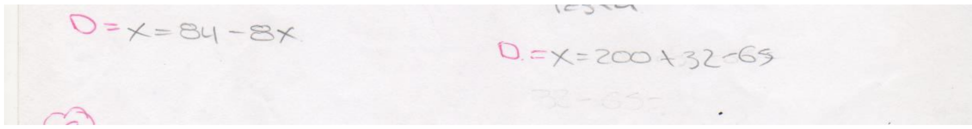
En la actividad; “Operaciones implícitas en el enunciado” se equivoca al identificar la palabra “mas” como operación implícita en el enunciado.

Problema 1 y 3.

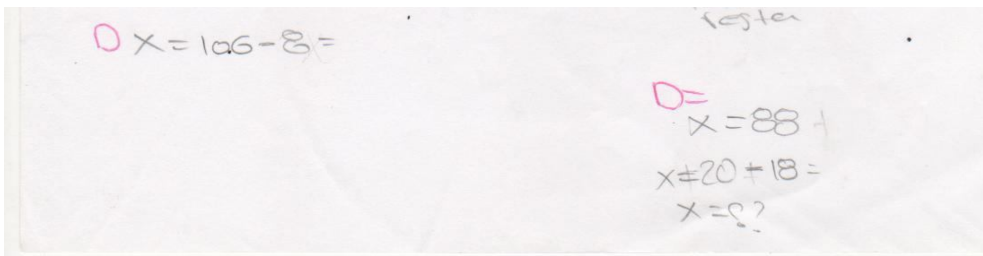
Problema 2 y 4.

Con respecto a la última actividad, “el planteamiento de la ecuación”, el estudiante se equivoca en la traducción que hace del enunciado debido a la mala relación que hace entre las variables citadas, planteando una ecuación equivocada.

Problema 1 y 3.



Problema 2 y 4



El análisis recurrente con respecto a este, se puede decir que cabe el mismo razonamiento hecho con los otros estudiantes, lo que demuestra que a nivel general se cometen similares errores por parte de los alumnos a la hora de resolver este tipo de ejercicios.

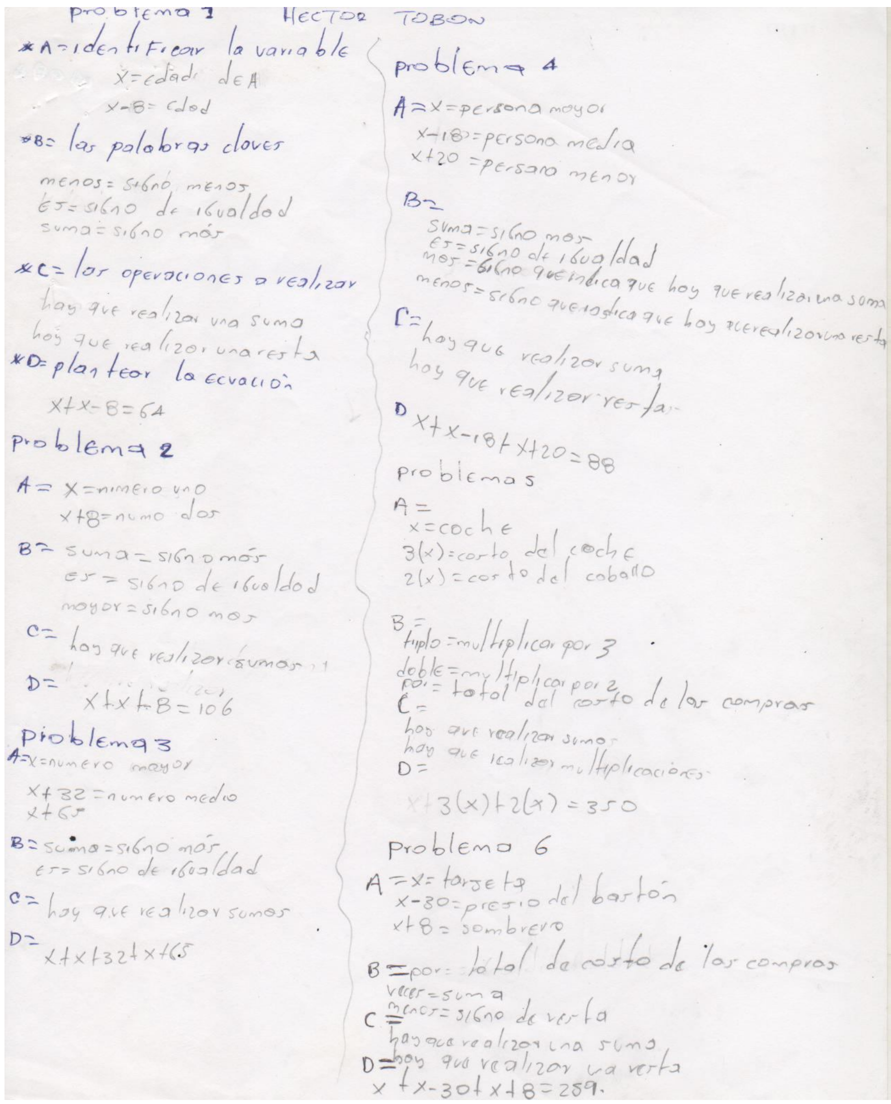
Estudiante Nº 6. En la actividad; “Identificación de la variable” el estudiante tiene claro el concepto de variable, pero, al relacionar fragmentos del enunciado, lo hace de manera incorrecta.

En la actividad; “Identificación de las palabras claves” el estudiante hace el ejercicio de manera correcta.

En la actividad; “Operaciones implícitas en el enunciado” el estudiante al igual que en la actividad anterior, hace el ejercicio de manera correcta.

Con respecto a la última actividad, "el planteamiento de la ecuación", diseña la ecuación de manera correcta como los puntos anteriores.

En últimas, se puede afirmar que el estudiante Nº 6 cumplió con la mayoría de las expectativas que se tenían para todos los alumnos, al desarrollar de manera satisfactoria la mayoría de los ejercicios y cumpliendo con los requisitos de las actividades casi en su totalidad, encontrando de esta manera asimilación por parte del estudiante a la hora de desarrollar eficientemente el objetivo trazado en esta categoría.



problema 1 HECTOR TOBON

*A= identificar la variable
x= edad de A
x-8= edad

*B= las palabras claves
menos= signo menos
es= signo de igualdad
suma= signo más

*C= las operaciones a realizar
hay que realizar una suma
hay que realizar una resta

*D= plantear la ecuación
x+x-8=64

problema 2

A= x=número uno
x+8=numo dos

B= suma= signo más
es= signo de igualdad
mayor= signo mas

C= hay que realizar sumas

D= x+x+8=106

problema 3

A=x=numero mayor
x+32=numero medio
x+65

B= suma=signo más
es= signo de igualdad

C= hay que realizar sumas

D= x+x+32+x+65

problema 4

A=x=persona mayor
x-18=persona media
x+20=persona menor

B=
suma=signo mas
es=signo de igualdad
mas=signo que indica que hay que realizar una suma
menos=signo que indica que hay que realizar una resta

C= hay que realizar suma
hay que realizar resta

D x+x-18+x+20=88

problema 5

A=
x=coche
3(x)=costo del coche
2(x)=costo del caballo

B=
triplo=multiplicar por 3
doble=multiplicar por 2
por= total del costo de las compras

C=
hay que realizar sumas
hay que realizar multiplicaciones

D=
x+3(x)+2(x)=350

problema 6

A=x=tarjeta
x-30=precio del bastón
x+8=sombrero

B=por= total de costo de las compras
veces=suma

C= menos= signo de resta
hay que realizar una suma

D= hay que realizar una resta
x+x-30+x+8=259.

La conclusión que se puede sacar de esta categoría, consiste en que los estudiantes fallan en cuanto al concepto de variable, es decir, no tienen claridad del término como tal. De la misma manera a la mayoría de los alumnos se les dificulta encontrar la diferencia entre las palabras que conforman enunciado, al igual que el significado de éstas y su respectiva interpretación.

También se logró vislumbrar una incomprensión en el señalamiento de las operaciones implícitas en el enunciado del problema.

Solamente uno de los estudiantes mostró un eficiente desarrollo de las actividades propuestas y asimilación correcta del objetivo planteado.

8.2 SEGUNDA CATEGORÍA: TRANSICIÓN DEL LENGUAJE MATEMÁTICO AL LENGUAJE VERBAL

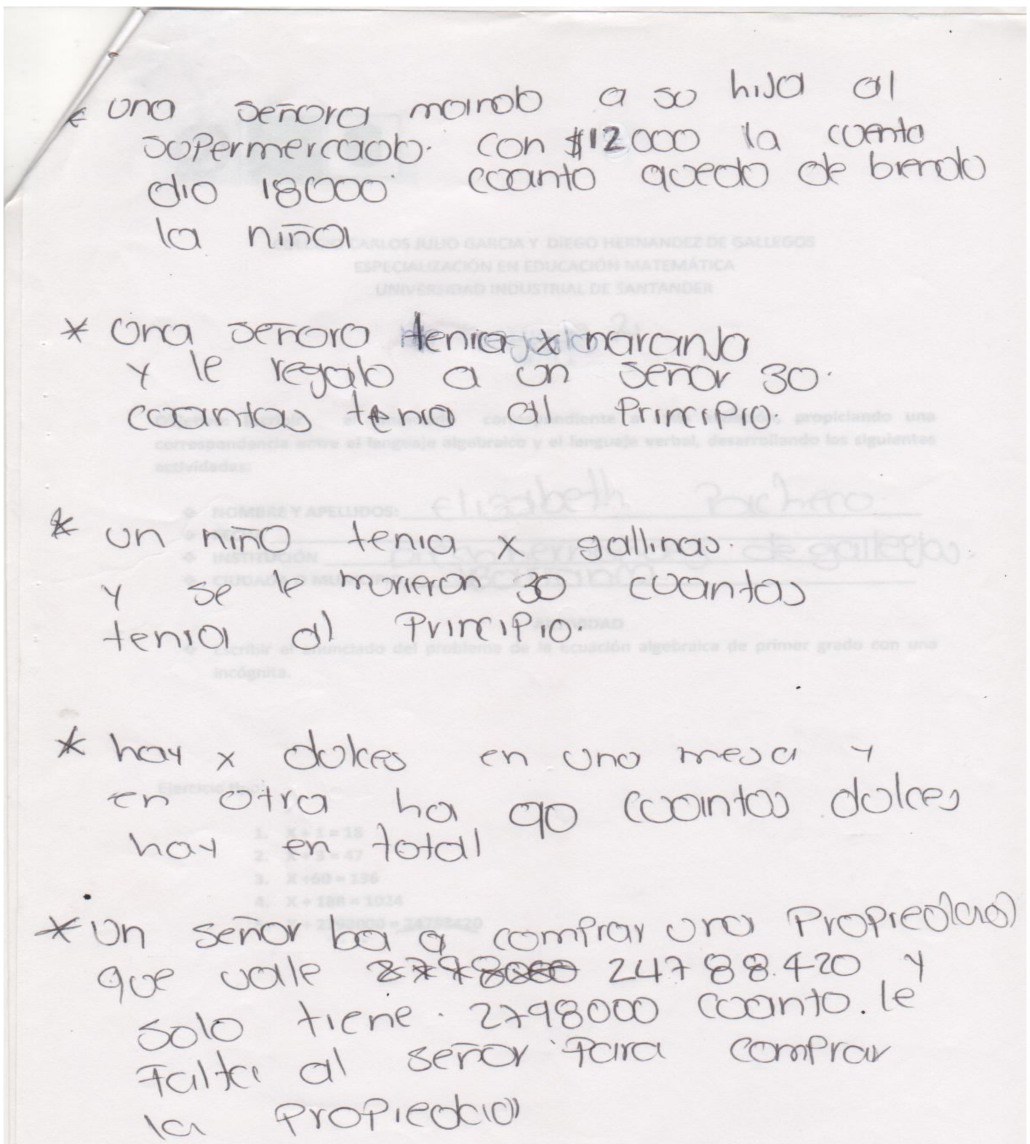
Taller 2.

Objetivo. Realizar el transito del lenguaje matemático al lenguaje verbal.

Actividad. Proponer un enunciado verbal o situación problema que traduzca la ecuación planteada.

Estudiante Nº 1. El estudiante al desarrollar el taller cuyo objetivo es realizar la transición del lenguaje matemático al lenguaje verbal, abordó la actividad de manera errónea para los ejercicios 1, 2, 3, y 4; debido a que no propuso una situación problema valedera que sea la traducción correcta de la ecuación planteada. Sin embargo, la ecuación del punto cinco la desarrollo de manera correcta.

Esto nos demuestra las falencias que hay en el estudiante en este sentido, que se recalcan aún más cuando notamos que en la primera categoría tuvo dificultades en la resolución de las actividades y no hubo comprensión por parte de éste del objetivo a desarrollar. Se puede apreciar las dificultades del estudiante para traducir del lenguaje simbólico al lenguaje matemático, principalmente por la falta de claridad respecto a la variable.


* una señora mando a su hija al supermercado con $12000 la cuenta dio 18000 cuanto quedo de biendo la niña

* una señora tenia x naranjo y le regalo a un señor 30. cuantas tenia al principio

* un niño tenia x gallinas y se le morieron 30 cuantas tenia al principio.

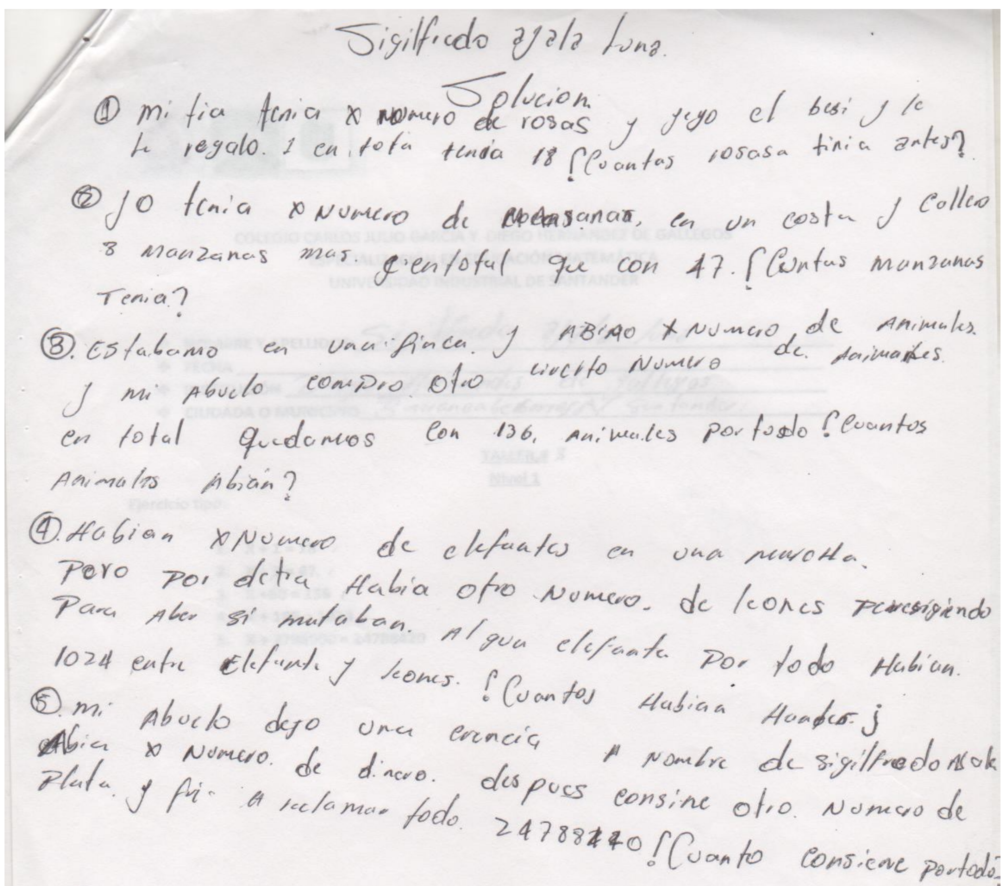
* hay x dulces en una mesa y en otra ha 90 cuantos dulces hay en total

* Un señor ba a comprar una propiedad que vale ~~2798000~~ 24788420 y solo tiene 2798000 cuanto le falta al señor para comprar la propiedad

Estudiante Nº 2. En la primera ecuación, el alumno elabora un enunciado donde conjuga incorrectamente el verbo tener (pasado) y enuncia la variable en el discurso.

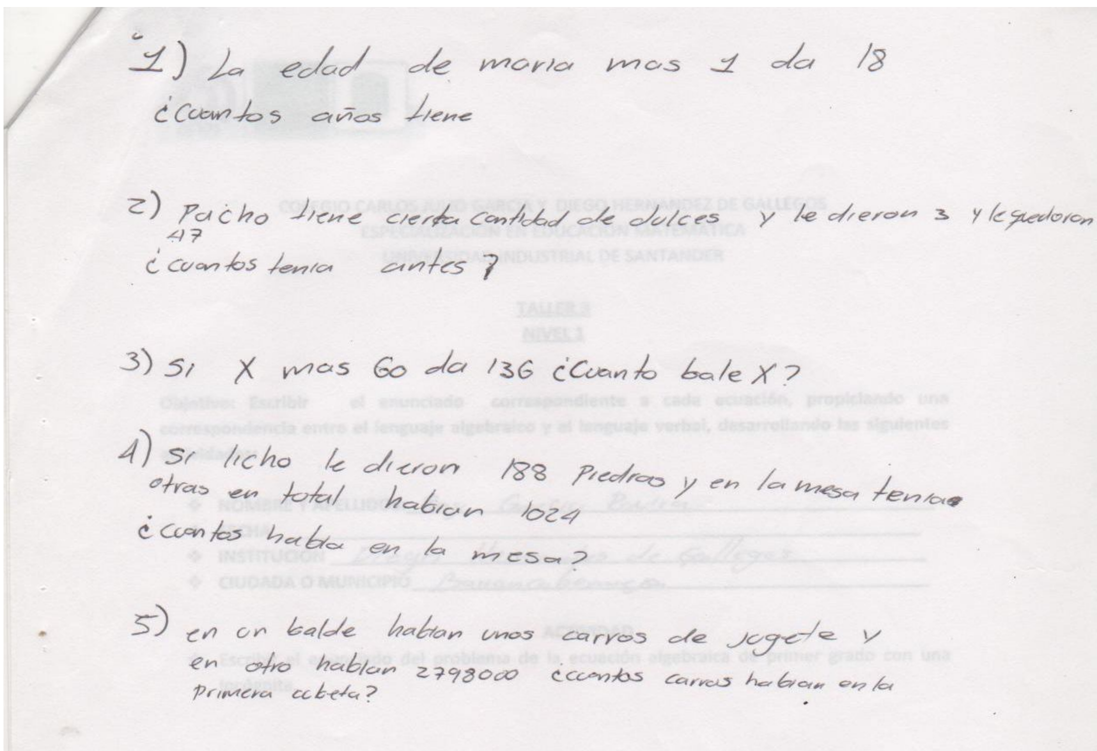
En las ecuaciones 3, 4, 5 no hace una correspondencia entre los dos lenguajes (matemático y verbal) proponiendo enunciados incoherentes.

Nuevamente se puede aprecia las dificultades encontradas en el análisis del primer estudiante, lo que indica que hay un arduo trabajo por realizar departe de los miembros de la comunidad educativa. Ya que el desmedido énfasis en la mecanización de los algoritmos a reducido la actividad del estudiantes a la memorización de algoritmos sin un verdadero razonamiento sobre la interpretación de situaciones matemáticas.


Sigilfredo ayala luna.
Solucion.
① mi tia tenia x numero de rosas y yo el besi y le le regalo. 1 en total tenia 18 ¿Cuantas rosasa tinia antes?
② yo tenia x numero de manzanas, en un costa y colleo 8 manzanas mas. y en total que con 47. ¿Cuntas manzanas Tenia?
③. Estabamo en una finca. y abiao x numero de Animales. y mi abuelo compro otro cuerto Numero de Animales. en total quedamos con 136. animales por todo ¿Cuantos Animales abian?
④. Habian x numero de elefantes en una manotta. Pero por detra Habia otro Numero. de leones persigiendo Para aber si mataban. Algun elefante Por todo Habian 1024 entre elefante y leones. ¿Cuantos Habian Hoaders?
⑤. mi Abuelo dejo una erencia a nombre de sigilfredo Ayala Abia x Numero. de dinero. despues consine otro. Numero de Plata. y fui a reclamar todo. 24788440 ¿Cuanto consiene portodo?

Estudiante Nº 3. El estudiante propone enunciados coherentes en las ecuaciones 1 y 2 realizando una correspondencia correcta entre los dos lenguajes.

En cambio, en la ecuación 3 se limita a formular una pregunta; mientras que en la ecuación 5 lo formulado no corresponde y propone un enunciado incoherente sin tomar en cuenta el valor total ($24.788.420). Este estudiante a diferencia de los anteriores muestra cierta coherencia entre las ecuaciones y los enunciados planteados.



1) La edad de maria mas 1 da 18
¿Cuantos años tiene

2) Pacho tiene cierta cantidad de dulces y le dieron 3 y le quedaron 47
¿cuantos tenia antes ?

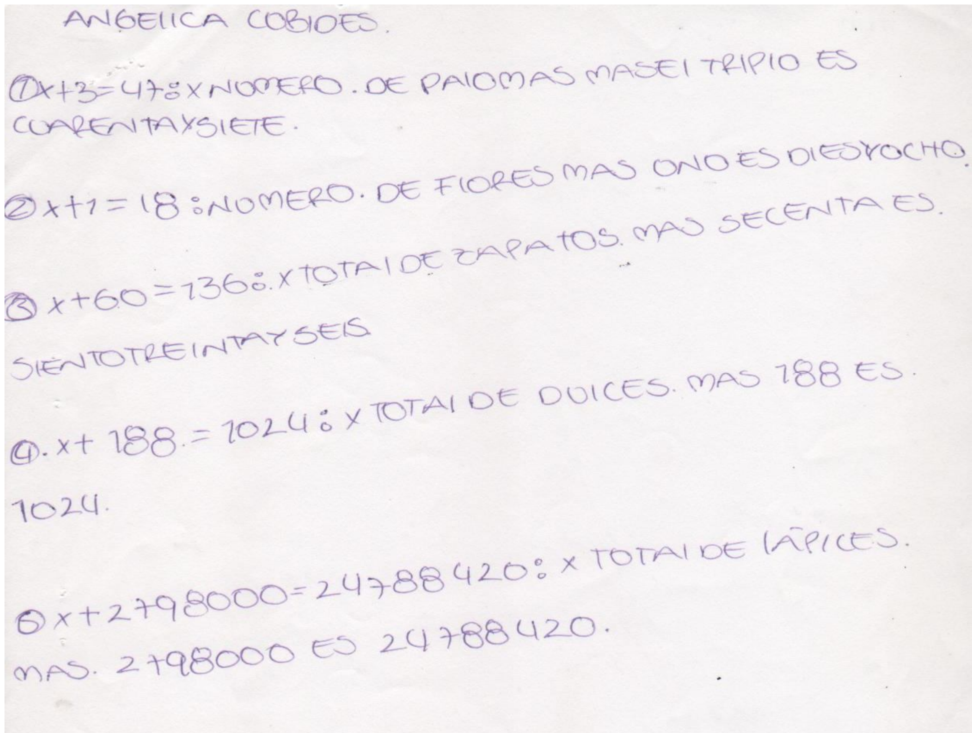
3) Si X mas 60 da 136 ¿Cuanto bale X?

4) Si licho le dieron 188 piedras y en la mesa tenia otras en total habian 1024
¿cuantos habia en la mesa?

5) en un balde habian unos carros de jugete y en otro habian 2798000 ¿cuantos carros habian en la primera cubeta?

Estudiante Nº 4. En el primer ejercicio, el enunciado que propone el estudiante no corresponde a la ecuación planteada, escribe directamente la letra x y confunde el 3 con el triplo, involucrando una multiplicación que no esta planteada en la ecuación; trazando una situación donde se limita a escribir incorrectamente el enunciado.

En las ecuaciones 2, 3, 4, y 5 el alumno se limita a escribir la letra x en el enunciado y la reconoce como un total de algo, dando lugar a enunciados que no corresponde con las ecuaciones planteadas.


ANGELICA COBIOES.

①x+3=47: x NUMERO. DE PALOMAS MAS EL TRIPLO ES CUARENTAYSIETE.

②x+1=18: NUMERO. DE FLORES MAS UNO ES DIESYOCHO.

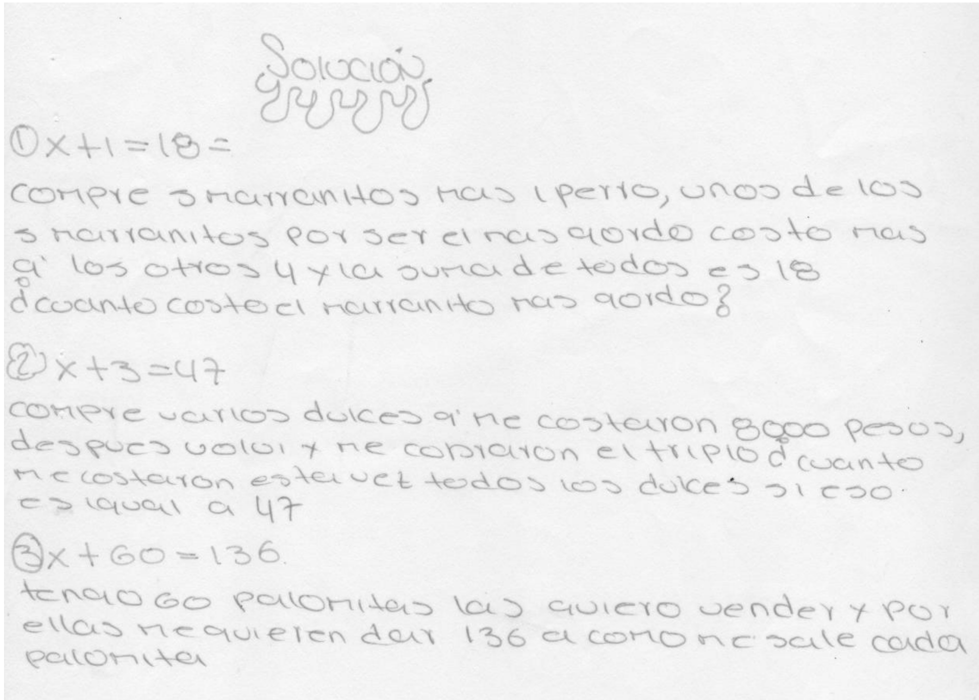
③ x+60=136: x TOTAL DE ZAPATOS. MAS SECENTA ES. SIENTOTREINTAYSEIS

④. x+ 188.=1024: x TOTAL DE DULCES. MAS 188 ES. 1024.

⑤x+2798000=24788420: x TOTAL DE LÁPICES. MAS. 2798000 ES 24788420.

Estudiante Nº 5. El estudiante establece una suma de animales de diferente especie y se limita a dar un resultado total en la ecuación uno, asimismo, en el ejercicio dos propone un enunciado incoherente, implicando una cantidad ($8.000) que no aparece en la ecuación.

En las ecuaciones 3 y 4 expresa enunciados que tienen cantidades que se refieren a palomas (animales) y otras que se refieren a dinero (valores) y propone calcular el valor unitario por palomas; mientras que en la ecuación 5 confunde los valores de las incógnitas y plantea situaciones aparentes que no se ajustan a lo pedido en las ecuaciones.


Solución

①x+1=18=

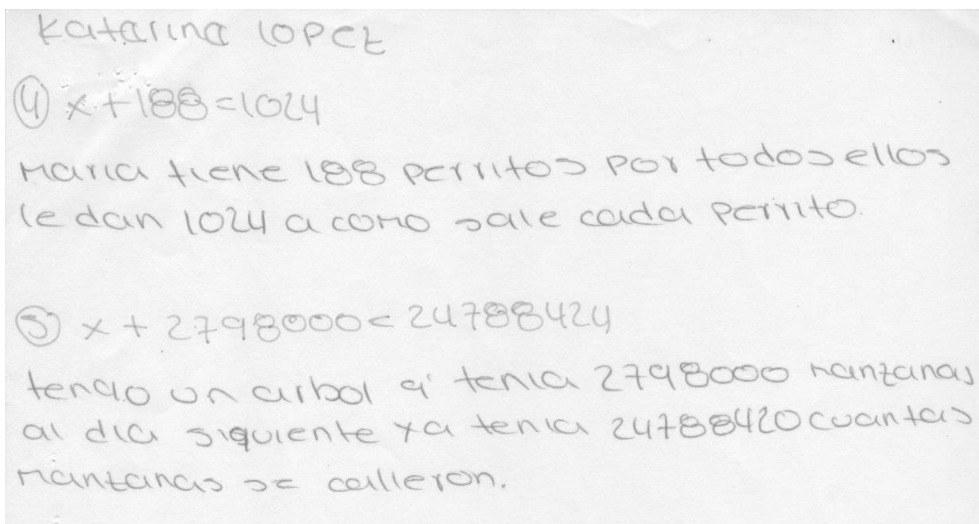
compre 5 marranitos mas 1 perro, unos de los 5 marranitos por ser el mas gordo costo mas q' los otros 4 y la suma de todos es 18 ¿cuanto costo el marranito mas gordo?

② x+3=47

compre varios dulces q' me costaron 8000 pesos, despues volvi y me cobraron el triplo ¿cuanto me costaron esta vez todos los dulces si eso es igual a 47

③x+60=136.

tengo 60 palomitas las quiero vender y por ellas me quieren dar 136 a como me sale cada palomita


katarina lopez

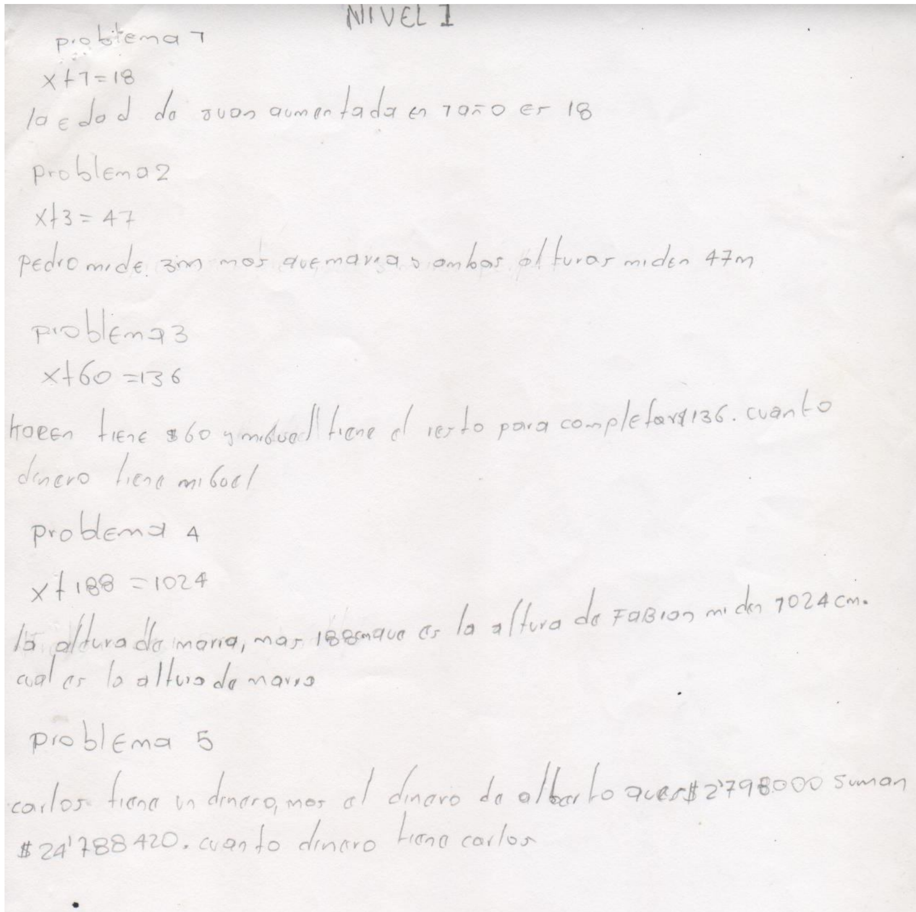
④ x+188=1024

Maria tiene 188 perritos por todos ellos le dan 1024 a como sale cada perrito.

⑤ x+2798000=24788424

tengo un arbol q' tenia 2798000 manzanas al dia siguiente ya tenia 24788420 cuantas manzanas se cayeron.

Estudiante Nº 6. El estudiante en las ecuaciones 3 y 4 propone situaciones que no corresponden a situaciones que concuerden con los resultados de las ecuaciones planteadas, en cambio, en las ecuaciones 1 y 5 expuso escenarios que se relacionan correctamente con las situaciones diseñadas en las ecuaciones, realizando una interpretación correcta.



NIVEL 1

problema 1

x+7=18

la edad de juan aumentada en 7 año es 18

problema 2

x+3 = 47

pedro mide 3m mas que maria y ambas alturas miden 47m

problema 3

x+60 =136

karen tiene $60 y miguel tiene el resto para completar $136. cuanto dinero tiene miguel

problema 4

x+188 =1024

la altura de maria, mas 188cm que es la altura de fabian miden 1024 cm.
cual es la altura de maria

problema 5

carlos tiene un dinero, mas el dinero de alberto que es $2'798000 suman $24'788420. cuanto dinero tiene carlos

En esta categoría podemos dilucidar los inconvenientes a los que se enfrentan los estudiantes a la hora de resolver una ecuación, proponiendo situaciones que se ajusten a la ecuación planteada. A diferencia de la anterior categoría, en esta se presentaron más errores de interpretación y análisis, lo que nos indica que los estudiantes fallan recurrentemente cuando intentan plantear ecuaciones en forma de enunciado verbales, que es el objetivo de esta categoría. Tal vez el problema radica en la comprensión de términos matemáticos y en la claridad de la notación utilizada por parte del docente.

En esos términos, lo primordial sería abordar al estudiante para que logre un entendimiento más amplio en lo concerniente al significado e interpretación de las expresiones matemáticas, al igual que definir una notación clara, definitiva y adecuada que no tienda a confundir al estudiante y de esta manera evite los malos resultados.

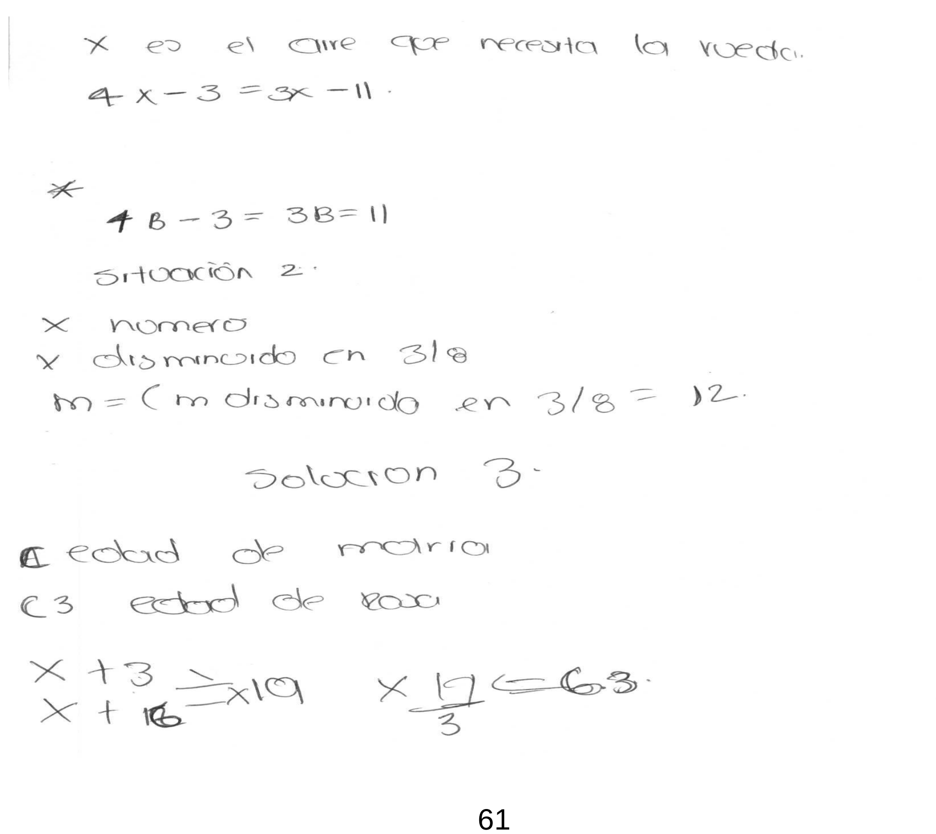
8.3 TERCERA CATEGORÍA: DOBLE INTERPRETACIÓN DE ENUNCIADOS A TRAVÉS DEL USO DE LA COMA

Taller 3.

Objetivo. Eliminar la ambigüedad del enunciado (doble interpretación) planteando dos ecuaciones diferentes teniendo en cuenta el cambio de la coma.

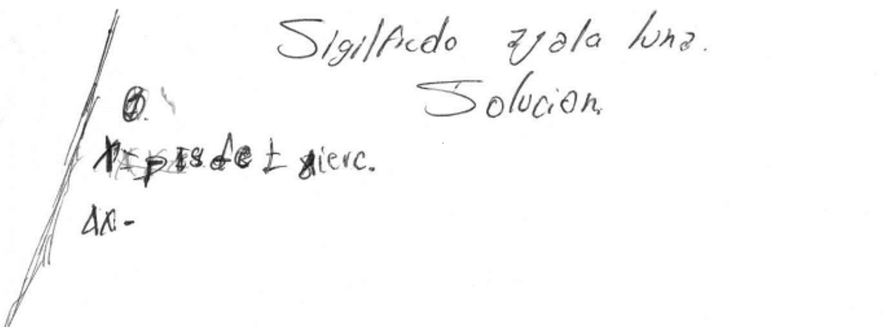
Actividad. Plantear dos ecuaciones diferentes a través de la interpretación de los signos de puntuación.

Estudiante Nº 1.


x es el aire que necesita la rueda.
4x − 3 = 3x − 11.
*
4B − 3 = 3B = 11
situación 2.
x numero
x disminuido en 3/8
m = (m disminuido en 3/8 = 12.
solucion 3.
A edad de maria
C3 edad de rosa
x + 3 = x19   x 19/3 = 63.
x + 16

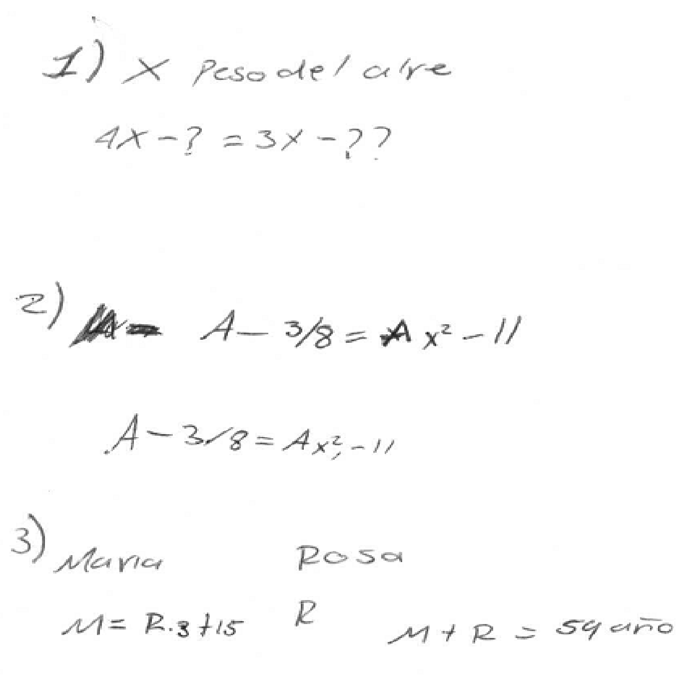
El estudiante demuestra deficiencia en la comprensión del objetivo planteado en la actividad, su desarrollo fue incorrecto.

Estudiante Nº 2.



El estudiante no desarrollo la actividad porque el objetivo no fue comprendido.

Estudiante Nº 3.



Al igual que el anterior estudiante, no desarrollo la actividad porque el objetivo no fue comprendido.

Estudiante Nº 4

SITUACION No. 1.

Si al cuádruplo del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos , sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena.

X=PESO DE AIRE

Si al cuádruplo , del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena

$x^4+3=11-3$

SITUACION No. 2

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo , del número disminuido en 11.

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo del número , disminuido en 11.

$x-\frac{3}{8}=\frac{6}{16}-11$) $x=-\frac{3}{8}=.2-11$

SITUACION NO. 3

La edad de María es el triplo , de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. hallar ambas edades.

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años, y ambas edades suman 59 años, hallar ambas edades.

XEDADMARIA+3+15=59

XEDAD MARIA.3+15=59

A pesar de que el estudiante tenía claro el objetivo de la actividad, en la primera ecuación se evidencia que confunde los conceptos de cuádruplo y cuarta potencia, fallando en sus conocimientos previos, puesto que 4x no es igual a x^4.

Además, al expresar las ecuaciones realiza incorrectamente la interpretación de las operaciones de adición y de sustracción. Así mismo, al plantear la ecuación omite la variable que debe tener toda ecuación de primer grado, la incógnita; fallando en sus conocimientos previos puesto que: 3 no es igual a 3x.

Estudiante Nº 5

SITUACION No. 1.

Si al cuádruplo del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos , sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena.

$4x - 3 = 11 - 3x =$ $x = ¿?$

Si al cuádruplo , del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena

$4x + -3 = 11 - 3x =$ $x = ¿?$

SITUACION No. 2

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo , del número disminuido en 11.

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo del número , disminuido en 11.

① $x =$ el numero ¿?

$- \frac{3}{8} = 2 - 11$

SITUACION NO. 3

La edad de María es el triplo , de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. hallar ambas edades. $x =$ la edad de maria

$3x = 15 = 59$

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años, y ambas edades suman 59 años, hallar ambas edades.

$3x + 15 = 59$

El estudiante en la primera situación, plantea la ecuación de manera correcta, demostrando entendimiento en la realización del ejercicio, mientras que en el segundo enunciado carece de sentido la ecuación planteada.

En la situación 2 omite la variable en el planteamiento de las ecuaciones, en cambio, en la situación 3 se evidencia que el signo lo interpreta de manera errónea.

Estudiante Nº 6

SITUACION No. 1.

Si al cuádruplo del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos , sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena. x=peso del aire

$4x-3=3x-11$

Si al cuádruplo , del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena x=peso del Aire

$4(x-3)=11-3x$

SITUACION No. 2

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo , del número disminuido en 11.

y=numero $x-\frac{3}{8}=2-11x$

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo del número , disminuido en 11.

x=numero

$x-\frac{3}{8}=2x-11$

SITUACION NO. 3

La edad de María es el triplo , de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. hallar ambas edades.

x=edad de rosa $3(x+15)=59$

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años, y ambas edades suman 59 años, hallar ambas edades.

x=edad de rosa

$3x+15=59$

El estudiante desarrolla las actividades de manera correcta, lo que demuestra comprensión y entendimiento de los ejercicios.

En esta categoría los estudiantes en su gran mayoría revelaron falencias en cuanto al objetivo del taller, pues, no lograron asimilar el cambio de sentido del enunciado cuando cambia la posición de la coma, lo que conlleva a plantear equivocadamente las ecuaciones y por consiguiente hacer mal el ejercicio.

Lo importante aquí es señalar que hay una falta de comprensión e interpretación de los estudiantes cuando se les pide razonar acerca de un determinado enunciado, teniendo en cuenta que se presenta un cambio de sentido, al cambiar de posición un signo de puntuación.

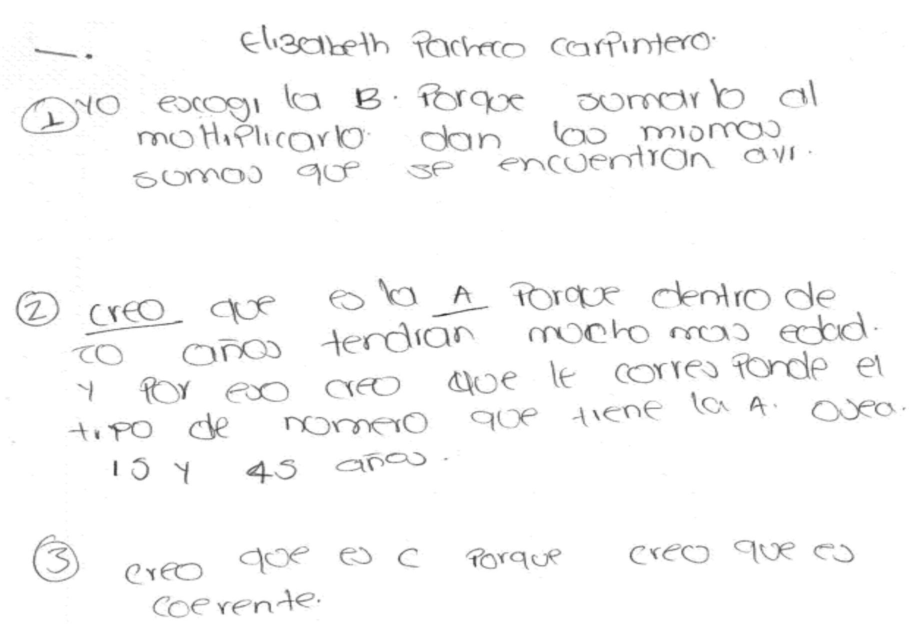
8.4 CUARTA CATEGORÍA: VISIÓN RETROSPECTIVA Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Taller 4.

Objetivo. Analizar resultados a través de una visión retrospectiva.

Actividad. Escoger la respuesta correcta para cada enunciado y justificar su respuesta.

Estudiante Nº 1.


Elizabeth Pacheco carpintero.

1 yo escogi la B. Porque sumarlo al multiplicarlo dan los mismos somos que se encuentran avi.

2 creo que es la A porque dentro de 10 años tendrían mucho mas edad. y por eso creo que le corresponde el tipo de numero que tiene la A. osea. 15 y 45 años.

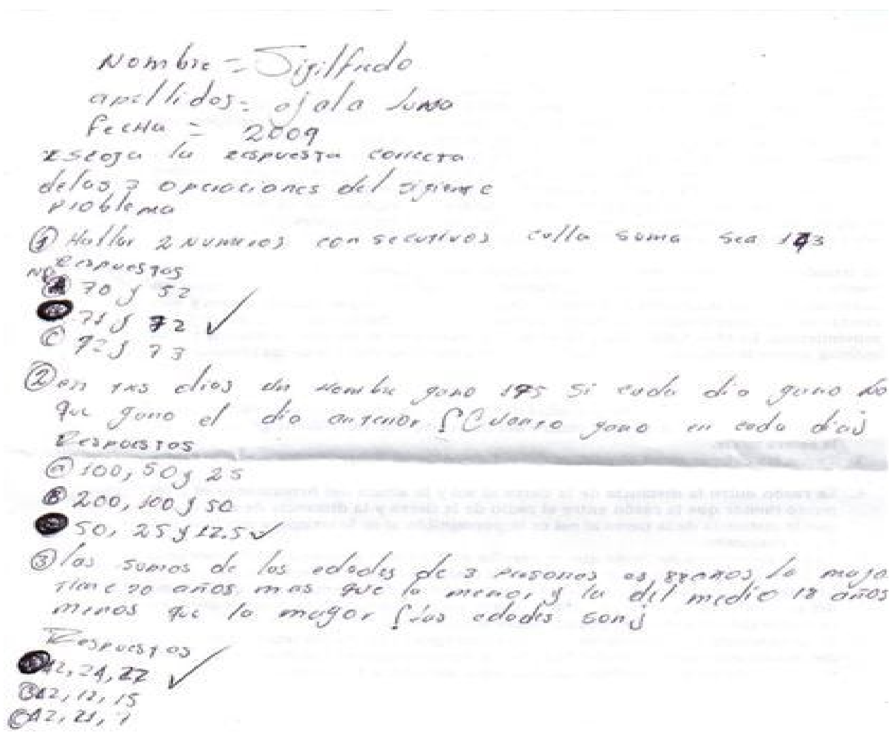
3 creo que es C porque creo que es coerente.

En la primera situación, el estudiante se limita a utilizar la información en las cuales las edades de las tres personas suman 88 años. De esta manera descarta la opción A quedando para escoger las opciones B y C. Decide marcar la opción B ya que corresponde a la primera parte del enunciado lo cual es incorrecto ya que no obedece al proceso de solución de la ecuación de primer grado implícita en el enunciado. Lo anterior nos deja entrever que hay una mediana comprensión del ejercicio por parte de la estudiante.

En la segunda situación, el alumno duda de su respuesta cuando expresa “creo” al justificar la opción A, sin darse cuenta que las tres respuestas cumplen la primera condición del problema (la edad A es el triplo de la B). No toma en cuenta la segunda condición del problema que le permite plantear la ecuación para encontrar una solución acertada.

En la situación tres, sus argumentos matemáticos son débiles, se limita a escoger una respuesta sin plantear ninguna ecuación que le permita justificar. Esto ligado a la falta de comprensión sobre la solución de una ecuación; el estudiante no logra ver la relación que se establece entre la situación planteada y las opciones de solución.

Estudiante Nº 2. Escoge la respuesta correcta de la situación 1, pero al justificarla su articulación con las condiciones del problema no es valedera.


Nombre = Sigilfredo
apellidos = ojala luno
Fecha = 2009
Escoja la respuesta correcta
de las 3 opciones del siguiente
problema
① Hallar 2 numeros consecutivos culla suma sea 143
respuestas
A 70 y 52
B 71 y 72 ✓
C 72 y 73
② en tres dias un hombre gano 175 si cada dia gano lo
que gano el dia anterior ¿Cuanto gano en cada dia
Respuestas
A 100, 50 y 25
B 200, 100 y 50
C 50, 25 y 12.5 ✓
③ las sumas de las edades de 3 personas es 88 años la mayor
tiene 20 años mas que la menor y la del medio 18 años
menos que la mayor ¿las edades son
Respuestas
A 42, 24, 22 ✓
B 42, 12, 15
C 42, 21, 7

En la situación dos escogió la respuesta correcta y utilizó la lógica matemática al observar que las tres respuestas cumplían con la primera condición del problema, (la edad de A es el triplo de la de B) dando lugar a realizar una conjetura, que de las tres opciones la única que cumple con la segunda condición es la C, asumiendo que dentro de 20 años la edad de A será el doble de la de B, para esta situación no plantea ninguna ecuación en el momento de escoger la opción correcta.

Solución

1 La Respuesta es la B porque tiene un suma fac
y sencilla y asi los numeros enteros faciliran sc
su respuesta aciendola mas numerica al 173
2 Contiene la informacion pocitiva que occoetener un
proceso vide lenngo por que lo respuesta sea po
cipica y se consicutiva con la C pero Hu dar
un buen resutado con las respuestas
3 La respuesta es la A porque tiene las tres
y asis sumandose ocitien el resutado de 88 p
pleras la operacio pero solina ociione la ver
respuestu de los 3 edades para que asi
tado sea correcta

En la tercera situación falla en la escogencia de la opción, el planteamiento que hace del problema no aparece, por lo tanto, no realiza una ecuación de primer grado donde aparezca la variable demostrándolo a través de un proceso algebraico.

Estudiante Nº 3.

1 escogi la Respuesta C

Por q era la mas obia y Por q' hice la operacion y era el resultado correcto

2 escogi la Respuesta C

Por q' al hacer la operacion me dio ese resultado y Por q' es la correcta

3 escogi la Respuesta A

Por q' la Verdad no se si la operacion este mal pero no me dio y la respuesta se hacer co no ese respuesta

El estudiante selecciona las respuestas correctas en las tres situaciones, sin embargo, no deja evidencia de utilizar algoritmos algebraicos en la justificación, también duda cuando afirma que no está seguro de la operación realizada para expresar sus resultados.

Estudiante Nº 4

COLEGIO CARLOS JULIO GARCIA DIEGO HERNANDEZ DE GALLEGOS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
TALLER 4

NOMBRE Y APELLIDOS: ANGELICA COBIDES
FECHA
INSTITUCIÓN
CIUDADA O MUNICIPIO

ACTIVIDAD

- Escoger la respuesta correcta para el siguiente enunciado del problema, y decir ¿por qué?

1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

Respuestas:

a- 42, 24 y 20 años
b- 24, 42, y 22 años
c- 42, 24 y 22 años

PORQ'' LA DEL MEDIO TIENE 24 AÑOS, LA MAYOR 42 Y LA MENOR 22

2. La edad de A es el triplo de la B y dentro de 20 años será el doble. Hallar las edades actúales.

Respuestas:

a- 15 y 45 años
b- 30 y 90 años
c- 20 y 60 años

PORQ'' 20×3 DA 60 Y A TIENE Q'' SER El TRIPlO DE LA DE B

3. Hallar el número cuyo 7/8 excedan a sus 4/5 en 2.

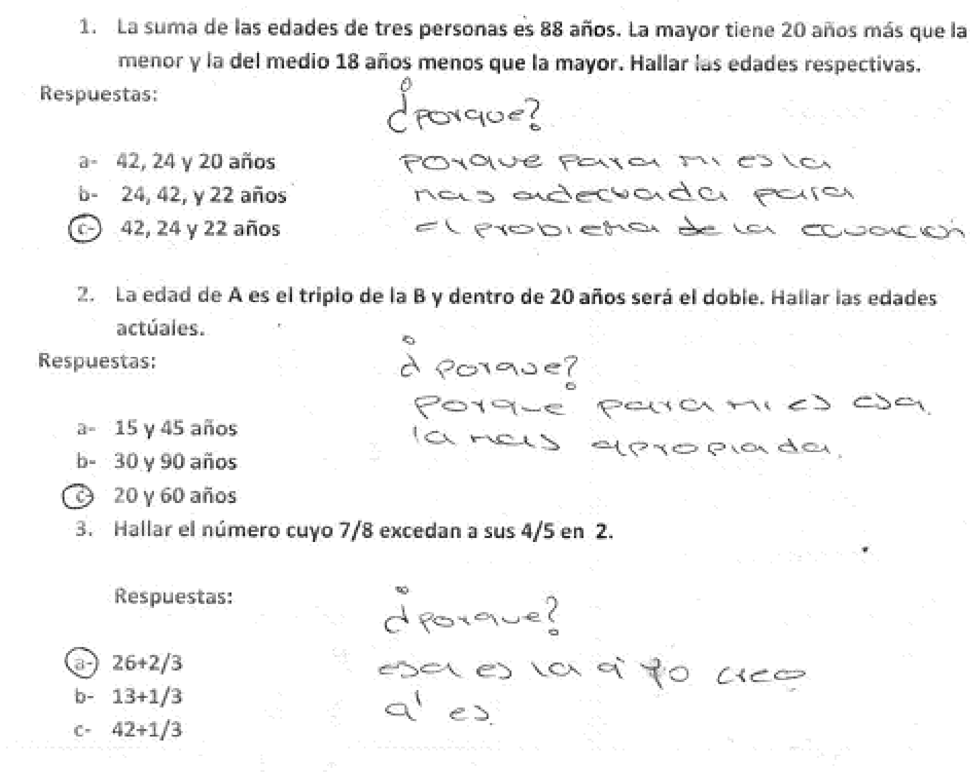
Respuestas:

a- 26+2/3
b- 13+1/3
c- 42+1/3

PORQ'' 13+1/3 EXCEDEN A 4/5 EN 2.

En el punto 1 y 2 el estudiante seleccionó la opción C lo cual es correcto; pero su justificación es muy pobre y no se fundamenta en un proceso algorítmico o algebraico. En el punto 3 se equivoca en la selección de la respuesta y además el argumento que utiliza se limita a señalar algo que ya estaba dentro del enunciado en cuestión.

Estudiante Nº 5



1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

Respuestas:

¿porque?

porque para mi es la mas adecuada para el problema de la ecuacion

a- 42, 24 y 20 años
b- 24, 42, y 22 años
c- 42, 24 y 22 años

2. La edad de A es el triplo de la B y dentro de 20 años será el doble. Hallar las edades actúales.

Respuestas:

¿porque?

porque para mi es esa la mas apropiada.

a- 15 y 45 años
b- 30 y 90 años
c- 20 y 60 años

3. Hallar el número cuyo 7/8 excedan a sus 4/5 en 2.

Respuestas:

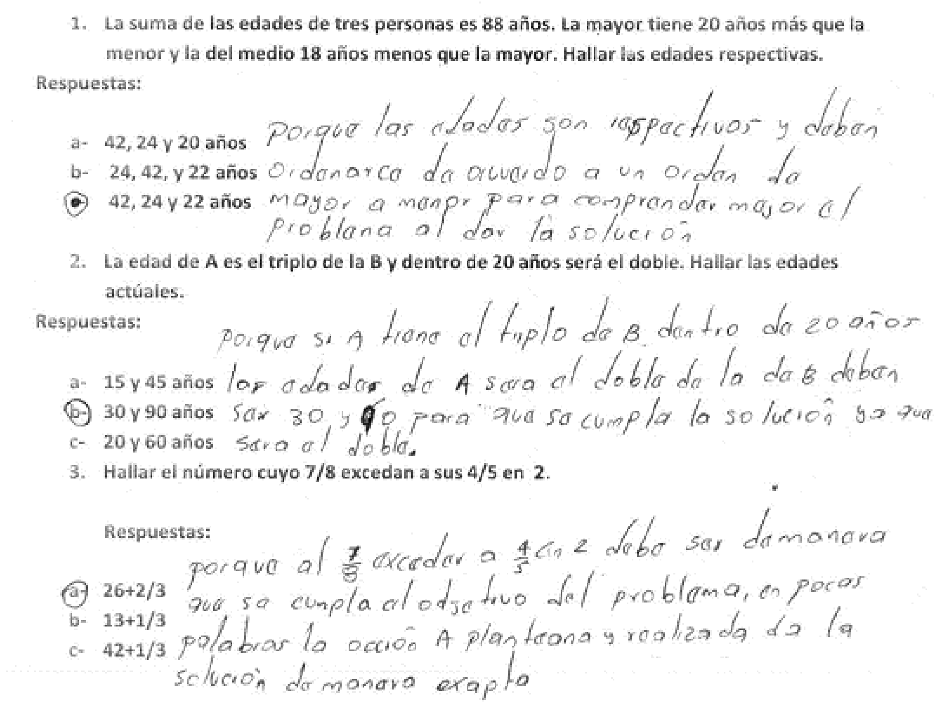
¿porque?

esa es la q yo creo q' es.

a- 26+2/3
b- 13+1/3
c- 42+1/3

Escogió las respuestas correctas en los tres problemas, pero su justificación es nula, argumenta que escogió las respuestas por ser las más apropiadas, no deja evidencia de operaciones algebraicas.

Estudiante Nº 6



1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

Respuestas:

a- 42, 24 y 20 años
b- 24, 42, y 22 años
c- 42, 24 y 22 años

Porque las edades son respectivos y deban ordanarse da acuerdo a un ordan da mayor a manor para comprandar mayor el problana al dar la solución

2. La edad de A es el triplo de la B y dentro de 20 años será el doble. Hallar las edades actúales.

Respuestas:

a- 15 y 45 años
b- 30 y 90 años
c- 20 y 60 años

porqua si A tiene el triplo de B dentro de 20 años las edades de A sera el doble de la de B deban ser 30 y 90 para que se cumpla la solución ya que sera el doble.

3. Hallar el número cuyo 7/8 excedan a sus 4/5 en 2.

Respuestas:

a- 26+2/3
b- 13+1/3
c- 42+1/3

porque el $\frac{7}{8}$ exceder a $\frac{4}{5}$ en 2 debe ser de manera que se cumpla el objetivo del problema, en pocas palabras la opción A planteana y realizada de la solución de manera exapta

El estudiante selecciona las opciones correctas en la situación 1 y 3, sin embargo, la argumentación que utiliza para justificar sus respuestas no es válida debido a que no realiza planteamientos ni desarrolla los ejercicios para hallar las respuestas lógicas. En la situación 2 el alumno escoge la respuesta equivocada y al igual que las otras situaciones plantea razones no válidas.

9. ANÁLISIS DE RESULTADOS

El álgebra escolar en general, el manejo y entendimiento de las ecuaciones de primer grado en particular es una fuente de confusión para la mayoría de los estudiantes, al parecer en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de esta materia se encuentra una gran variedad de dificultades.

Con el análisis de cada una de las categorías, se quiere relacionar los resultados del desarrollo de cada una de las actividades realizadas por los estudiantes, con las dificultades y destrezas o habilidades que éstos demostraron, con el fin de unificar criterios para establecer las fallas más recurrentes de los alumnos y colocar los cimientos para la elaboración de un plan de mejoramiento que ayude a minimizar los errores cometidos. Además, esta información es valiosa ya que nos permite determinar la eficiencia de cada una de las actividades aplicadas, así mismo, precisar si la propuesta de estas categorías es relevante.

Es pertinente recordar cómo se categorizó el trabajo:

Categorías:

- Transito del lenguaje verbal al lenguaje matemático.
- Transito del lenguaje matemático al lenguaje verbal.
- Doble interpretación de enunciados.
- Visión retrospectiva. Análisis de resultados.

9.1 CATEGORÍA 1

Después de relacionar los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de las actividades correspondientes a la “Primera categoría” nos damos cuenta que todos los estudiantes presentan dificultades en la “identificación de la variable". Además, los estudiantes en su gran mayoría asignan la variable "X" a todo lo que sea pregunta; generalizando de esta manera la identificación de la variable, sin tener en cuenta que para cada situación problema presentada en las actividades propuestas solo debe existir una incógnita.

Los estudiantes también presentan dificultades en la identificación de las palabras claves o indicios verbales, al igual que muestran inconvenientes en identificar las operaciones implícitas en el enunciado de un problema; los alumnos señalan conflictos para plantear ecuaciones de primer grado con una incógnita.

En términos generales, el objetivo de la categoría no se logró cumplir por parte de los estudiantes, debido a las dificultades observadas en el desarrollo de cada una de las actividades; esta situación se puede atribuir a la falta de comprensión y entendimiento de los estudiantes en cuanto a los conceptos matemáticos de las palabras referidas en el enunciado; así como también, a los inconvenientes que surgen de los procesos del desarrollo cognitivo de los alumnos, ya que ahí esta involucrado la aversión que desarrollan éstos hacia los temas del álgebra y las matemáticas en general.

El conocimiento de estos errores frecuentes de los escolares, nos provee de información a los profesores sobre la forma cómo los estudiantes, en este caso concreto, interpretan las situaciones y problema planteados; de la misma manera, la forma como utilizan las herramientas cognitivas que poseen, para elaborar procedimientos que los lleven de algún modo a encontrar determinada solución.

Por consiguiente, esta información nos sugiere a los educadores formas de ayudar a los estudiantes a corregir los errores cometidos, y al mismo tiempo, hallar las posibles causas de las dificultades que los muchachos tienen al realizar el tránsito del lenguaje verbal al lenguaje matemático, que al parecer tiene que ver con la significación que los estudiantes le atribuyen a términos matemáticos como variable y a palabras claves que no se logran identificar, así como las operaciones implícitas que en últimas conllevan a plantear la ecuación de una manera correcta.

9.2 CATEGORÍA 2

Al relacionar los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de las actividades correspondientes a la “Segunda categoría”, se puede apreciar que los estudiantes presentan dificultades para proponer situaciones que traduzcan una ecuación de primer grado con una incógnita.

Algunos estudiantes al crear una situación problema no usan sujetos semejantes y utilizan dos variables diferentes; confundiendo y no armonizando el sentido del enunciado en relación con la ecuación planteada.

Otros estudiantes crean situaciones irreales que no son cotidianas del acontecer habitual, lo cual, se considera que tiende a confundir al alumno y realiza el ejercicio sin ningún tipo de análisis ni razonamiento, lo que conlleva a pensar que no tiene las herramientas necesarias para enfrentarse a este tipo de situaciones y lo hace con esfuerzo mínimo como por salir del paso.

En este sentido, cabe señalar que las respuestas de los estudiantes deben ser tenidas en cuenta por parte del profesor, para determinar posibles soluciones que conduzcan a remediar el error cometido.

Entonces, lo conveniente es decir que, como se expresó en líneas anteriores, las falencias más frecuentes de los chicos se relacionan dentro del contexto del significado de las expresiones matemáticas, al igual, que la notación utilizada por el profesor para denotar estos términos; en otras palabras, no hay consenso en la utilización de la notación matemática, ni en el significado que ciertas palabras tienen.

9.3 CATEGORÍA 3

Al relacionar los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de las situaciones correspondientes a la tercera categoría, con las soluciones correctas elaboradas por nosotros; nos damos cuenta que la mayoría de los estudiantes no terminaron la actividad, por que no poseen destrezas en la comprensión lectora.

Con esto se quiere decir, que en el momento en que el alumno se enfrenta a diferentes escenarios donde se le pide que analice e interprete lo que allí se presenta, éste no comprende lo que se le esta solicitando; más bien confunde y malinterpreta el sentido de la oración.

Ciertos estudiantes al realizar el planteamiento de las ecuaciones, omiten la variable, lo que conlleva a afirmar que para ellos ésta no es determinante, por lo tanto, al analizar el sentido de la variable en el contexto matemático, se puede establecer que los alumnos le dan diferentes significados, como por ejemplo; relacionan el término con cosas, como frutas, nombres de personas, edades etc. de acuerdo al contexto del cual se este hablando. Son pocos los que le asignan el concepto valor desconocido que cambia en función de la cuantía que se estipule.

9.4 CATEGORÍA 4

En lo que respecta a los resultados obtenidos por los estudiantes en el desarrollo de las actividades correspondientes a la cuarta categoría, nos damos cuenta que ninguno de los seis estudiantes justifica las respuestas seleccionadas mediante un algoritmo concluyente y se limitan a expresar en forma verbal lo que hicieron.

Varios estudiantes seleccionaron las respuestas acertadamente, pero no justificaron sus respuestas.

Estos resultados nos permiten inferir, que la mayoría de los estudiantes tienden a cometer recurrentemente los mismos errores, no dándose cuenta de la falla cometida, por lo tanto, cabe anotar que este tipo de realidades se presentan en su gran mayoría, por la desatención de los estudiantes en las explicaciones del álgebra en general y de las ecuaciones de primer grado en particular.

En un último intento de reflexión general de lo que se realizó en este trabajo, discurriendo los aspectos más relevantes como las categorías presentadas, es importante presentar las ideas fundamentales que puedan considerarse después de aplicar los talleres de aula donde se propició identificar las dificultades que tienen los estudiantes de grado noveno en la comprensión de enunciados sobre ecuaciones de primer grado.

Es primordial que los estudiantes formulen preguntas y busquen explicaciones en distintas fases del proceso de comprensión e interpretación de enunciados sobre ecuaciones de primer grado, las cuales son un medio para que el estudiante reflexione sobre la importancia de comprender el significado de la ecuación.

En este sentido, los estudiantes se pueden formular ciertas preguntas que los ayuden a comprender e interpretar diferentes problemas, ejercicios y situaciones. A continuación se enumeran algunas de ellas:

- ¿Qué es lo que se pide en la ecuación?
- ¿Cuáles son los datos de la ecuación?
- ¿Qué tipos de relaciones matemáticas hay entre los datos de la ecuación y la variable?
- ¿Qué datos de la ecuación son constantes?

La importancia de realizar la transcripción del lenguaje matemático al verbal, requiere:

- Iniciaron el enunciado problema incluyendo la variable con el nombre que ven en la ecuación.
- Algunos estudiantes pretenden sumar cantidades de diferentes unidades y las totalizan como si fueran términos semejantes.
- Algunos estudiantes proponen situaciones, a pesar que son la traducción de la ecuación; no corresponden a problemas reales.

Importancia del uso de la coma en la doble interpretación de enunciados sobre ecuaciones de primer grado:

- Los estudiantes no tienen en cuenta ciertas jerarquías que se le dan a los enunciados a través del uso de la coma. Además, no diferencian el cambio de sentido que se le da con la diferente posición de la coma para generar dos situaciones diferentes que llevan a la formulación de ecuaciones diferentes.
- El estudiante debe generar las siguientes preguntas: ¿Cómo comprobar que la solución corresponde a lo que se quiere en el problema? ¿Son las unidades adecuadas que se utilizan en el problema? ¿Esta respuesta se ajusta a las condiciones del problema? ¿Será que sustituyendo la respuesta en la ecuación se justifica la respuesta? ¿Se puede resolver el problema utilizando otros caminos como en forma pictórica, algebraica, el método de ensayo y error, el método semi algebraico?

Como se puede apreciar, en cada una de las categorías se pudieron establecer directrices que nos brindaron información acerca de las fallas más frecuentes de los estudiantes al momento de desarrollar un ejercicio o problema de ecuaciones de primer grado. Esta información deja importantes reflexiones acerca de la práctica profesional que desarrollamos como docentes, y nos motiva a seguir trabajando cada día más duro para superar dificultades y corregir errores.

10. RECOMENDACIONES Y CONCLUSIONES

En el proceso de comprensión e interpretación de enunciados que se desarrolló en este proyecto de aula los estudiantes tuvieron la oportunidad de construir su propio conocimiento, descubriendo sus fortalezas y dificultades en la resolución de cada taller. Los estudiantes lograron despejar en gran medida las dudas y confusiones presentadas a diario en el interior del aula de clase. Durante la ejecución de las actividades, se propició un ambiente adecuado que generó en los estudiantes confianza, participación, discusión y formulación de ideas y conceptos.

En su gran mayoría, pudieron aclarar algunas dudas relacionadas con el proceso de comprensión, las cuales quedaban después de cada clase y que en la mayoría de los casos no puede ser atendida durante el acto pedagógico por parte del docente como son entre otros: identificar los signos de operación implícitos en los problemas planteados, identificación de palabras claves y su significación matemática.

Esto transciende en el proceso de comprensión, ya que existe gran dificultad en el planteamiento de las ecuaciones, debido a que no hay una unificación de criterios por parte de los estudiantes acerca de los diferentes valores que puede tomar la variable, llegando incluso a no identificarla por no tener clara su concepción, como el valor desconocido en el enunciado.

La falencia en la interpretación de los enunciados en la mayoría de los estudiantes que desarrollaron los talleres es deficiente, debido a que no alcanzaron a cumplir con la transición, del leguaje matemático al lenguaje verbal; por lo tanto, no hay una correcta interpretación, ni evolución en este sentido. Por tanto se recomienda motivar al estudiante para que pierda el miedo a enfrentarse a situaciones y problemas que involucren ecuaciones de primer grado, además, que logre una adecuada interpretación de los enunciados y ecuaciones con el fin de establecer criterios que le permitan realizar la transición del lenguaje verbal al lenguaje matemático y viceversa.

En cuanto a los análisis para eliminar la ambigüedad, planteando ecuaciones diferentes teniendo en cuenta el cambio de la coma. Se percibió que hace falta más interés de los estudiantes por lograr un entendimiento más amplio en este tema. Así mismo, esto se enlaza con los otros dos objetivos planteados, en el sentido de la interpretación y comprensión de la oración donde el estudiante comete equivocaciones recurrentemente, notándose el afán de realizar rápido el ejercicio sin considerar un análisis retrospectivo del mismo.

Se puede afirmar como posible conclusión del ejercicio efectuado, que los estudiantes de noveno grado en su gran mayoría tratan de evadir la responsabilidad de enfrentarse a problemas, situaciones, ecuaciones y todo lo que tenga que ver con álgebra. Esto tal vez se deba al miedo que desarrollan por la dificultad en la resolución de estos ejercicios o actividades: se considera que esta actitud está totalmente vinculada con la poca experiencia que el contexto escolar ofrece para trabajar sobre la temática abordada. En general el docente no desarrolla una actitud de solucionador de problemas frente a una situación, más bien asume el papel de aplicar ciertas fórmulas o trucos que lo conlleve a una solución sin que haga ninguna inferencia sobre la relación entre esta y el problema.

Al observar las diferentes modalidades de procedimientos que se utilizan al momento de desarrollar un determinado ejercicio, se verifica que las fallas cometidas no radican en su gran mayoría en la parte operacional, sino más bien son errores de comprensión en donde se involucra el concepto de significación de los términos más relevantes del álgebra.

En el mismo sentido, se manifiestan fallas que tienen que ver con la notación descrita en el ejercicio o problema, es decir, el estudiante como no tiene claro que la letra "*x*" es una variable y cambia, y se puede representar por cualquier letra o símbolo. Entonces, suele haber mal entendidos en lo que realmente representa el símbolo, en el significado implícito que éste ostenta. Por lo tanto, se siguen cometiendo errores en lo que se refiere al concepto y significado de los términos usados en el álgebra y en la notación utilizada.

Una posible solución que se propone en este trabajo, se centra en la enseñanza profunda y acertada de las expresiones algebraicas, definiendo los diferentes conceptos de los términos matemáticos de una forma unificada. Es decir, que haya criterios únicos y en el mismo sentido del significado de las representaciones simbólicas. Así mismo, se precisa concretamente la identificación de la notación utilizada por el profesor, ya que el cambio constante de ésta tiende a confundir a los estudiantes. En otras palabras, se demanda que haya un solo tipo de notación dada por el docente y de esta forma evitar complicaciones.

Se considera pertinente hacer una revisión de los talleres presentados y establecer el tipo de dificultades que tuvieron los estudiantes para comprender las situaciones planteadas, con lo anterior es posible que los profesores del área diseñen nuevas situaciones que busquen desarrollar en los estudiantes los objetivos propuestos para cada una de las categorías que plantea este trabajo. Esto podría llevar a los estudiantes a construir de manera significativa el concepto de "variable" que sin duda mejoraría su comprensión e interpretación de textos que se relacionan de alguna manera con la formulación de ecuaciones de primer grado.

De esta experiencia se puede concluir, al analizar el comportamiento que tienen los estudiantes con el tratamiento de ecuaciones de primer grado, se presentan fallas muy recurrentes en el desarrollo y resolución de problemas, situaciones y ejercicios planteados que no permiten que los estudiantes determinen algún tipo de solución.

BIBLIOGRAFIA

AEBLI, H. Doce formas básicas de enseñar. Madrid: Narcea, 1995.

BALDOR, A. Álgebra. México: Publicaciones culturales, 1997.

BROUSSEAU, G. Conceptos fundamentales de la Didáctica de Brousseau: El contrato didáctico [en línea] 1997 [citado en enero 27 de 2010]. Disponible en internet:<URL: http://knol.google.com/k/conceptos-fundamentales-de-la-didactique-de-brousseau#>

______. Investigaciones en educación matemática [en línea] 1997 [citado en febrero 7 de 2010]. Disponible en internet:<URL: http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Plenarias/cpl_03.pdf>

______.Investigaciones en educación matemática [en línea] 1998 [citado en marzo 3 de 2010]. Disponible en internet: <URL: http://www.sochiem.cl/sochiem/documentos/XII/Plenarias/cpl_03.pdf>

COGOLLO, C. La variable “cosa” o “letra acompañante”. Bucaramanga, 2006. Tesis de especialización no publicada. Universidad Industrial de Santander.

COILA, C. y DAISHY, M. Causas familiares del nivel de comprensión lectora en los estudiantes [en línea] 2005 [citado en febrero 14 de 2010]. Disponible en internet:<URL:http://www.monografias.com/trabajos39/comprension-lectora/comprension-lectora.shtml>

COLOMBIA. MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos Curriculares. Indicadores de Logros Curriculares, Bogotá, D. C. 1998

COLL, C. y Martín, E. El constructivismo en el aula. Barcelona: Graó, 1996

CORREDOR, M. y VITALIA, M. Estrategias de enseñanza y aprendizaje. Bucaramanga: Cedeuis, 2009.

FERNÁNDEZ, F. Revisión de la literatura de investigación [en línea] 1999 [citado en marzo 17 de 2010]. Disponible en internet: <URL: http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/FernandezF97-56.PDF>

FERREIRO, R. y CALDERÓN, M. El ABC del aprendizaje cooperativo: trabajo en equipo para enseñar y aprender. México: Trillas, 2006.

MONEREO, C. Estrategias de Aprendizaje. Barcelona-España: Edebé: 1997.

PAPINI, M. Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. En: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa **6** (1) (2003); p. 41-71.

PARADA, S. La producción de textos, una alternativa para evaluar en matemáticas. Bucaramanga, 2005. Tesis de Especialización. Universidad Industrial de Santander.

PERALTA, A. y RODRIGUEZ, G. El lenguaje y la trigonometría. Una mirada desde el planteamiento de la resolución de problemas. Bucaramanga, 2008. Tesis de Especialización, Universidad Industrial de Santander.

PISCOYA, L. Retos de la matemática: El impacto del Conamat. Lima, Perú: Fondo Editorial de la Universidad de Ciencias y Humanidades (UCH), 2009.

POLYA, G. Cómo plantear y resolver problemas, México: Trillas, 2001. 45 p.

______. Enunciado Ambiguo: El triple de la edad de Ada aumentada en 4 es 68 [en línea] 2009 [citado en febrero 10 de 2010]. Disponible en internet:<URL:http://miprofesordematematicas.blogspot.com/2009/09/enunciado-ambiguo.html>

REMESAL, A. Los problemas en la evaluación del aprendizaje matemático en la educación obligatoria: Perspectivas de profesores y alumnos [en línea] 1999 [citado en febrero 12 de 2010]. Disponible en internet:<URL:http http://www.tesisenxarxa.net/TESIS_UB/AVAILABLE/TDX-1023106-140538//02.ARO_PRIMERA_PARTE.pdf>

RESNICK, B. y FORD, W. La enseñanza de matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Barcelona: Paidós, 1990.

ROJAS, P. El álgebra escolar y las funciones. Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2002

SANTOS TRIGO, L. La resolución de Problemas Matemáticos: Fundamentos cognitivos. México: Trillas, 2007.

______.Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del PIN. México: Iberoamericano, 1997.

ANEXOS

Anexo A. Formato de Talleres

TALLER 1

COLEGIO CARLOS JULIO GARCIA Y DIEGO HERNÁNDEZ DE GALLEGOS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CATEGORÍA 1

TRANSITO DEL LENGUAJE VERBAL AL LENGUAJE MATEMÁTICO

NIVEL 1

NOMBRE Y APELLIDOS : ______________________________

FECHA : ______________________________

INSTITUCIÓN : ______________________________

CIUDADA O MUNICIPIO : ______________________________

Ejercicio tipo:

1. L a suma de las edades de A y B es 84 años, y B tiene 8 años menos que A. Hallar ambas edades.
2. La suma de dos números es 106 y el mayor excede al menor en 8. Hallar los números
3. La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. Hallar los números.
4. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

ACTIVIDADES:

- Identificar la variable.
- Identificar las palabras claves o enunciados verbales.
- Identificar las operaciones matemáticas implícitas en el enunciado.
- Plantear la ecuación.

TALLER 2.

COLEGIO CARLOS JULIO GARCIA Y DIEGO HERNÁNDEZ DE GALLEGOS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CATEGORÍA 2

TRANSITO DEL LENGUAJE VERBAL AL LENGUAJE MATEMÁTICO

NIVEL 1

NOMBRE Y APELLIDOS : ______________________________

FECHA : ______________________________

INSTITUCIÓN : ______________________________

CIUDADA O MUNICIPIO : ______________________________

ACTIVIDAD

- Escribir el enunciado del problema de la ecuación algebraica de primer grado con una incógnita.

Ejercicio tipo:

1. **X + 1 = 18**
2. **X + 3 = 47**
3. **X +60 = 136**
4. **X + 188 = 1024**

ACTIVIDAD:

Proponer un enunciado verbal o situación problema que traduzca la ecuación planteada.

TALLER 3.

COLEGIO CARLOS JULIO GARCIA Y DIEGO HERNANDEZ DE GALLEGOS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CATEGORÍA 3

DOBLE INTERPRETACIÓN DE ENUNCIADOS ATRAVÉS DEL USO DE LA COMA

NOMBRE Y APELLIDOS : ______________________________

FECHA : ______________________________

INSTITUCIÓN : ______________________________

CIUDADA O MUNICIPIO : ______________________________

SITUACION 1. Si al cuádruplo del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos, sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena.

Si al cuádruplo, del peso del aire que admite la rueda le restamos 3 kilogramos sería lo mismo que restar de 11 kilogramos el triple del aire que admite dicha rueda. Hallar el peso del aire que tendrá la rueda llena

SITUACION 2. Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo, del número disminuido en 11.

Hallar el número que disminuido en sus 3/8 equivale al duplo del número, disminuido en 11.

SITUACION 3. La edad de María es el triplo, de la de Rosa más quince años y ambas edades suman 59 años. Hallar ambas edades.

La edad de María es el triplo de la de Rosa más quince años**,** y ambas edades suman 59 años, hallar ambas edades.

ACTIVIDAD:

Plantear dos ecuaciones diferentes a través de la interpretación de los signos de puntuación.

TALLER 4.

COLEGIO CARLOS JULIO GARCIA Y DIEGO HERNANDEZ DE GALLEGOS
ESPECIALIZACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

CATEGORÍA 4
VISIÓN RETROSPECTIVA. ANALISIS DE RESULTADOS

NOMBRE Y APELLIDOS : ______________________________

FECHA : ______________________________

INSTITUCIÓN : ______________________________

CIUDADA O MUNICIPIO : ______________________________

ACTIVIDAD

Escoger la respuesta correcta para el siguiente enunciado del problema, y decir ¿por qué?

1. La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más que la menor y la del medio 18 años menos que la mayor. Hallar las edades respectivas.

a- 42, 24 y 20 años
b- 24, 42, y 22 años
c- 42, 24 y 22 años

2. La edad de A es el triplo de la B y dentro de 20 años será el doble. Hallar las edades actúales.

a- 15 y 45 años
b- 30 y 90 años
c- 20 y 60 años

3. Hallar el número cuyo 7/8 excedan a sus 4/5 en 2.

a- 26+2/3
b- 13+1/3
c- 24+1/3

ACTIVIDAD

Escoger la respuesta correcta para cada enunciado y justificar su respuesta.

Anexo B. Soluciones de los talleres

SOLUCION TALLER 1

Actividades:

1). Identificar la variable

2). Identificar las palabras claves o enunciados verbales

3). Identificar las operaciones matemáticas implícitas en el enunciado.

4). Plantear la ecuación.

Situaciones Problemas.

(1)

1. $X =$ edad de A.
   $X - 8 =$ edad de B.
2. Suma, menos, es
3. Adición, sustracción. (+) (-)
4. $X + X - 8 = 84$

(2)

1. $X =$ número mayor
   $X - 8 =$ número menor ó
   $X =$ número menor
   $X + 8 =$ número mayor
2. Suma, excede, es.
3. Adición. Sustracción (+)(-)
4. $X + (X - 8) = 106$
   $X + (X + 8) = 106$

(3)

1. $X =$ número mayor
   $X - 32 =$ número intermedio
   $X - 65 =$ número menor
2. Suma, excede, es
3. Adición, sustracción (+) (-)
4. $X + (X - 32) + (X - 65) = 200$

(4)

1. $X =$ edad de la mayor
   $X - 18 =$ edad intermedia
   $X - 20 =$ edad de la menor
2. Suma, menos
3. Adición, sustracción
4. $X + (X - 18) + (X - 20) = 88$