

ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL MECANISMO DE
INYECCIÓN DENSITY DOWN-RAMP EN PLASMAS
MAGNETIZADOS EN LA ACELERACIÓN LÁSER
WAKEFIELD

KEREN CAROLINA VANEGAS PÉREZ



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2025

**ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL MECANISMO DE
INYECCIÓN DENSITY DOWN-RAMP EN PLASMAS
MAGNETIZADOS EN LA ACELERACIÓN LÁSER
WAKEFIELD**

KEREN CAROLINA VANEGAS PÉREZ

Trabajo de investigación para optar al título de
Magíster en Física

Director:

Jesús Eduardo López Durán

Ph.D(c) Física

Universidad Industrial de Santander

Escuela de Física

Codirector:

Eduardo Alberto Orozco Opsino

Ph.D Física

Universidad Industrial de Santander

Escuela de Física

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS

ESCUELA DE FÍSICA

BUCARAMANGA

2025

*A mis padres, Socorro y Jaime,
de quienes he aprendido que las metas en la vida
se deben asumir con responsabilidad.*

*A mi hermana Estefanía,
A mi sobrino Nicolás Josue
y al amor de mi vida, Jesús Eduardo.*

AGRADECIMIENTOS

A Dios, por la sabiduría, la fortaleza y la perseverancia que me ha concedido.

A mis directores, Jesús López y Eduardo Orozco, por la confianza que me brindaron para realizar este trabajo, por acompañarme a lo largo de mi carrera y, con su constante paciencia, guiarme en este camino. Mil gracias.

A los profesores de la Escuela de Física, quienes han contribuido de manera significativa a mi formación académica.

Al grupo FITEK y a todos sus integrantes, por los cafés compartidos, las conversaciones y los momentos que hicieron de este un lugar ameno y enriquecedor.

A mi supervisor Gabriele Grittani, en ELI Beamlines, por la confianza depositada en mí al darme la oportunidad de realizar la pasantía y conocer de cerca la parte experimental de LWFA, así como por hacerme sentir bienvenida estando lejos de casa.

A la IAEA Marie Skłodowska-Curie Fellowship, porque convertirme en beneficiaria de esta beca realmente cambió mi vida.

A mi familia, especialmente a mis padres Socorro y Jaime, por su apoyo incondicional y el amor infinito que siempre me brindan; a mi hermana Estefanía y a mi sobrino Nicolás Josué; y a Luz Janeth, Pedro Jesús y Jhon Edinson, por su cariño y compañía.

A mis amigas María Camila y Dayanna Daniela, por su amistad constante, que trasciende la distancia.

A Jesús Eduardo, por todos estos años compartidos, por su paciencia, cariño y, sobre todo, por el gran apoyo que me ha brindado. Has sido fundamental en cada paso que he dado y un ejemplo invaluable de amor por la ciencia. Todos los momentos felices te los debo a ti, y pido a Dios que siga bendiciéndome con tu presencia en mi vida.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	13
1. GENERALIDADES DEL PLASMA	15
1.1 Parámetros del plasma	16
1.2 Descripción cinética del plasma	19
1.3 Ondas electromagnéticas en plasmas fríos	20
2. ACELERACIÓN BASADA EN PLASMA	22
2.1 Fuerza ponderomotriz	23
2.2 Aceleración <i>wakefield</i>	24
2.3 Inyección de electrones	28
2.4 Efecto de un campo magnético externo en LWFA	32
3. SIMULACIONES CINÉTICAS DEL PLASMA	33
3.1 Modelo físico	33
3.2 Algoritmo Particle-In-Cell	35
3.3 Algoritmo de Boris-Buneman	37
3.4 Esquema de Yee	39
3.5 Criterio CFL: Courant-Friedrichs-Lewy	41
3.6 Deposición de corriente	41
3.7 Ciclo computacional Particle in Cell	42
3.8 Esquema de normalización	44
3.9 Esquema físico y numérico	45
4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN	48
4.1 Formación de la onda plásmica	49
4.2 Auto-inyección de electrones	53
4.2.1 Características del haz auto-inyectado	58
4.3 Efecto de la pendiente de la rampa descendente	62

4.4 Caracterización de los electrones acelerados	67
CONCLUSIONES	72
REFERENCIAS	74

LISTA DE FIGURAS

1.	Representación esquemática del plasma como cuarto estado de la materia. Adaptado de [1].	15
2.	Comportamiento del potencial electrostático generado por una carga puntual q en el vacío (curva verde) y en un plasma (curva roja), donde se evidencia el apantallamiento en este último.	17
3.	Representación esquemática de las partículas de una especie que conforman el plasma sobre el espacio de fase para definir la función de distribución.	19
4.	Desplazamiento de cargas inducido por la fuerza ponderomotriz generada por un pulso electromagnético no uniforme.	24
5.	Esquema de la aceleración láser wakefield (LWFA).	25
6.	Ganancia energética del mecanismos LWFA a lo largo de los años. Adaptada de [2].	27
7.	Representación esquemática del perfil de densidad de plasma como función de la coordenada longitudinal sobre la que viaja el pulso láser. Un grupo de electrones, del mismo plasma, es capturado y acelerado en la zona de transición de la rampa descendente	30
8.	Distribución electrónica formada por el paso de un pulso láser sobre una región con un perfil de plasma descendente. En las cuatro etapas se puede identificar la expansión de la onda plásmica, lo que provoca que los electrones en el borde de la “burbuja”, representados con las flechas rojas, sean inyectados. La línea punteada indica la frontera entre la rampa descendente y el plasma uniforme. Tomada y adaptada de [3]	31
9.	Esquema del método Particle-In-Cell: (a) la función continua de distribución en el espacio de fase se aproxima mediante (b) la superposición de nubes discretas de partículas cargadas, llamadas superpartículas. . .	36
10.	Esquema del algoritmo de Boris-Buneman: el avance temporal se realiza en pasos desfasados (leap-frog), lo que garantiza estabilidad y precisión en la integración de la ecuación de movimiento.	38

11.	Esquema del método de Yee en 1D. La malla espacial y temporal se encuentran escalonadas: los campos eléctricos y magnéticos se calculan en posiciones y tiempos diferentes, pero acoplados, siguiendo la estrategia tipo <i>leap-frog</i>	40
12.	Ciclo computacional del método Particle-In-Cell electromagnético. . . .	43
13.	Representación esquemática del arreglo físico. El pulso láser (rojo) se propaga a lo largo del eje z a través de un plasma (gradiente azul), excitando una onda de estela (<i>wake</i>) indicada en violeta. Se aplica un campo magnético externo con inclinación θ respecto a z para analizar la influencia conjunta de sus componentes longitudinal y transversal en la dinámica de la estela y la aceleración electrónica.	45
14.	Perfil longitudinal de densidad empleado en las simulaciones de LWFA con rampa descendente (arriba) y evolución del wake en el plano $x-z$ (abajo). El plasma presenta una rampa de entrada de $5\ \mu\text{m}$ hasta una meseta $n_1 = 6 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$ (región I), seguida de una rampa lineal de longitud $L_{\text{rampa}} = 10\ \mu\text{m}$ que desciende a $n_0 = 3 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$ (región II), y una sección uniforme a n_0 (región III). Las líneas punteadas negra y roja indican el inicio y el final de la rampa, respectivamente.	46
15.	Distribución espacial de la densidad perturbada del plasma y perfiles longitudinales del campo eléctrico E_z (curvas rojas) y de la densidad electrónica n (curvas azules), evaluados en $x = 20\ \mu\text{m}$, al instante $t = 31\ \text{fs}$. Las subfiguras a.1, a.2 y a.3 corresponden al caso sin campo magnético externo ($B_0 = 0\ \text{T}$); b.1, b.2 y b.3 para $B_0 = 1\ \text{T}$; c.1, c.2 y c.3 para $B_0 = 50\ \text{T}$; d.1, d.2 y d.3 para $B_0 = 100\ \text{T}$; y e.1, e.2 y e.3 para $B_0 = 150\ \text{T}$, todos con el campo magnético orientado en la dirección del eje de propagación ($\theta = 0^\circ$). En los perfiles espaciales de la densidad, las líneas verticales indican el inicio y el final de la rampa descendente de densidad.	51
16.	Evolución espacial del perfil de concentración electrónica en las cercanías de la rampa descendente de densidad al paso del pulso láser, evidenciando la auto-inyección electrónica en el caso no magnetizado. Se muestran cuatro capturas representativas del proceso, indicando el inicio y final de la región de rampa mediante líneas verticales negra y roja, respectivamente.	54

17.	Zona de selección geométrica de partículas auto-inyectadas. Se muestra la burbuja cerrada al final de la rampa, delimitada por líneas rectas que definen una región triangular sobre el plano (x, z) . Las superpartículas dentro de esta zona son potencialmente inyectadas.	55
18.	Espacio de fase (z, v_z) correspondiente al instante posterior a la salida de la burbuja de la rampa. El haz inyectado se manifiesta como una estructura coherente y separada del fondo, permitiendo establecer una cota inferior en velocidad para filtrar únicamente a las partículas efectivamente auto-inyectadas.	55
19.	Modificación de la estructura del haz auto-inyectado bajo la influencia de un campo magnético externo con componente transversal. A diferencia del caso no magnetizado, el haz no se separa claramente de la burbuja, sino que permanece conectado a su parte trasera, formando una estructura continua.	56
20.	Perfiles de densidad utilizados para estudiar el efecto de la pendiente de la rampa descendente en el caso no magnetizado. Se mantiene fijo el cambio total de densidad $\Delta n = n_{\text{up}} - n_{\text{down}}$ y se varía la longitud de la rampa L_{rampa} , modificando así su pendiente $\Delta n/L_{\text{rampa}}$. El eje horizontal corresponde a la coordenada longitudinal z y el eje vertical a la densidad, según se indica en la leyenda). La leyenda identifica cada perfil por su valor de L_{rampa}	63
21.	Dependencia del número de superpartículas inyectadas con la longitud de la rampa descendente L_{rampa} . Se observa un decrecimiento no lineal, cercano a un ajuste exponencial decreciente.	64
22.	Energía media final de los electrones inyectados en función de la longitud de la rampa descendente L_{rampa} para el caso no magnetizado. Se observa una tendencia de crecimiento exponencial, atribuida al mayor tiempo de interacción con el campo acelerador y a la reducción del efecto <i>beam loading</i> en rampas más largas.	65
23.	Evolución temporal de la energía media de los electrones acelerados en el caso de campo magnético paralelo ($\theta = 0^\circ$), para distintas intensidades de B . Se observa un pico alrededor de 2,6 ps. El recuadro ampliado muestra que, si bien campos más intensos generan una ganancia ligeramente mayor de energía, la diferencia con respecto al caso no magnetizado es marginal, del orden de 2 MeV.	68

24.	Evolución temporal del perfil de densidad electrónica en el caso de un campo magnético externo transversal ($\theta = 90^\circ$) de 150T. Se observa el proceso de inyección y aceleración inicial del haz, seguido de la reintegración de los electrones a la estructura del wake, lo que evidencia la inestabilidad del mecanismo bajo campos transversales intensos.	69
25.	Evolución temporal de la energía promedio de los electrones acelerados para configuraciones con componente transversal del campo magnético ($\theta = 45^\circ$ y $\theta = 90^\circ$). Se observan ganancias energéticas significativamente superiores al caso paralelo y al no magnetizado, alcanzando hasta ~ 80 MeV.	70
26.	Evolución de la velocidad longitudinal promedio v_z y de la cantidad de partículas atrapadas en la burbuja para los casos con campo magnético inclinado y transversal. A pesar de las mayores energías aparentes, la velocidad longitudinal es menor que en el caso no magnetizado y el número de electrones atrapados disminuye en el tiempo, evidenciando un proceso inestable de pérdida y recaptura por parte del wake.	71

LISTA DE TABLAS

1.	Amplitud máxima del campo eléctrico longitudinal del wakefield (E_z) para las diferentes configuraciones de intensidad y orientación del campo magnético externo. La intensidad B_0 varía entre 0 T y 150 T, mientras que la orientación se define por el ángulo θ entre el campo magnético y el eje de propagación del pulso láser. Se observa un incremento leve en la amplitud del wakefield con la intensidad del campo magnético para orientaciones paralelas, mientras que el efecto disminuye conforme aumenta la inclinación, siendo despreciable en la configuración transversal ($\theta = 90^\circ$).	52
2.	Número total de superpartículas auto-inyectadas mediante el mecanismo <i>density down-ramp</i> , para diferentes intensidades del campo magnético externo B y ángulos de orientación θ respecto al eje de propagación. Como referencia, en ausencia de campo magnético se inyectaron aproximadamente 71 000 partículas.	57
3.	Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 0^\circ$).	60
4.	Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 45^\circ$).	61
5.	Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 90^\circ$).	62
6.	Número total de superpartículas inyectadas en función de la longitud de la rampa descendente L_{rampa} , manteniendo constante el salto de densidad total.	64

7. Evolución de las posiciones medias y sus desviaciones estándar, energía media y su dispersión, emitancias normalizadas y duración del pulso en función de la longitud de la rampa de densidad L_{rampa} , para el caso no magnetizado. 66

RESUMEN

TÍTULO: ESTUDIO COMPUTACIONAL DEL MECANISMO DE INYECCIÓN DENSITY DOWN-RAMP EN PLASMAS MAGNETIZADOS EN LA ACELERACIÓN LÁSER WAKEFIELD *

AUTOR: Keren Carolina Vanegas Pérez, Jesús Eduardo López Durán[‡], Eduardo Alberto Orozco Ospino [†],

PALABRAS CLAVES: Plasma, aceleración láser wakefield, *density down-ramp*.

DESCRIPCIÓN: En la aceleración láser wakefield (LWFA), la inyección controlada de electrones en la onda plásmica es un requisito fundamental para obtener haces estables y de alta calidad. En este trabajo se analiza, mediante simulaciones *particle-in-cell*, el mecanismo de inyección *density down-ramp* en plasmas magnetizados. Se estudia la influencia de la intensidad y orientación de un campo magnético externo, así como del largo de la rampa descendente, sobre el proceso de inyección y la aceleración resultante. Los resultados muestran que, aunque la estructura del wakefield previo a la inyección permanece prácticamente inalterada, la orientación del campo magnético desempeña un papel decisivo durante la captura de electrones: campos paralelos producen resultados similares al caso no magnetizado, mientras que campos con componentes transversales reducen la carga inyectada y deterioran la calidad del haz. Asimismo, la longitud de la rampa descendente se identificó como un factor clave: rampas cortas favorecen la captura pero limitan la energía final, mientras que rampas largas reducen el número de electrones atrapados y permiten mayores ganancias energéticas. Finalmente, durante la fase de aceleración, configuraciones con campo transversal mostraron una pérdida progresiva del haz inyectado, mientras que campos paralelos favorecieron un incremento ligero de la energía final respecto al caso no magnetizado, alcanzando valores máximos de ~ 22 MeV.

* Trabajo de investigación.

[‡]Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director, Ph.D (c) Física.

[†]Escuela de Física, Facultad de Ciencias, Universidad Industrial de Santander. Director, Ph.D. Física.

ABSTRACT

TITLE: COMPUTATIONAL STUDY OF THE DENSITY DOWN-RAMP INJECTION MECHANISM IN MAGNETIZED PLASMAS IN LASER WAKEFIELD ACCELERATION *

AUTHORS: Keren Carolina Vanegas Pérez, Jesús Eduardo López Durán[‡], Eduardo Alberto Orozco Ospino[†],

KEYWORDS: Plasma, laser wakefield acceleration, *density down-ramp*.

DESCRIPTION: In laser wakefield acceleration (LWFA), the controlled injection of electrons into the plasma wave is a fundamental requirement for producing stable, high-quality beams. In this work, the density down-ramp injection mechanism in magnetized plasmas is analyzed through *particle-in-cell* simulations. The study investigates the influence of both the intensity and orientation of an external magnetic field, as well as the length of the down-ramp, on the injection process and the resulting acceleration. The results show that, although the wakefield structure prior to injection remains essentially unchanged, the orientation of the magnetic field plays a decisive role during electron trapping: parallel fields yield results similar to the unmagnetized case, whereas fields with transverse components reduce the injected charge and degrade the beam quality. Furthermore, the ramp length was identified as a key parameter: short ramps enhance trapping but limit the final energy, while long ramps decrease the number of trapped electrons and allow for higher energy gain. Finally, during the acceleration stage, configurations with transverse fields exhibited a progressive loss of the injected beam, whereas parallel fields favored a slight increase in the final energy compared to the unmagnetized case, reaching maximum values on the order of 22 MeV.

* Research project.

[‡]School of Physics, Faculty of Sciences, Universidad Industrial de Santander. Advisor, Ph.D (c) in Physics.

[†]School of Physics, Faculty of Sciences, Universidad Industrial de Santander. Advisor, Ph.D. in Physics.

INTRODUCCIÓN

La física de aceleradores ha sido fundamental para una serie de descubrimientos que han marcado la física moderna y contemporánea. Entre ellos, se destaca el hallazgo del bosón de Higgs en 2012 en el Gran Colisionador de Hadrones, un logro crucial para la comprensión del Modelo Estándar de partículas. Otros hitos históricos incluyen el descubrimiento del electrón en 1898 y de los rayos X en 1899, obtenidos mediante el uso de aceleradores electrostáticos, también conocidos como tubos de rayos catódicos [4–6]. En términos generales, los aceleradores de partículas constituyen herramientas interdisciplinarias de gran valor, no solo para el estudio de la física fundamental, sino también como base para el desarrollo tecnológico en sectores como la salud, la seguridad y las ciencias de materiales.

No obstante, los aceleradores convencionales de altas energías se encuentran actualmente frente a límites físicos y estructurales, pues requieren instalaciones de gran escala debido a que las cavidades de radiofrecuencia (RF) solo pueden sostener campos eléctricos de hasta aproximadamente 50 MV/m antes de que ocurra ionización en sus paredes [7]. A ello se suma que las partículas en trayectorias circulares experimentan pérdidas de energía por radiación sincrotrón, lo que reduce la eficiencia de estos dispositivos.

En este contexto, la aceleración basada en plasma, en particular el esquema de *Laser Wakefield Acceleration* (LWFA), surge como una alternativa prometedora, capaz de alcanzar gradientes de aceleración hasta tres órdenes de magnitud superiores, consolidándose como la “nueva generación de aceleradores”. Este enfoque permite acelerar electrones a energías relativistas en distancias de apenas unos centímetros [8]. En este esquema, LWFA, un pulso láser de alta intensidad y corta duración excita ondas de plasma de gran amplitud al propagarse a través de este medio, generando un campo electrostático que puede acelerar partículas cargadas, de manera análoga a como una ola impulsa a un surfista en el mar. La onda plásmica se propaga detrás del pulso láser,

dado que el plasma por delante de este permanece sin perturbar. A pesar de los notables avances alcanzados en esta línea de investigación, persisten desafíos significativos relacionados con la reproducibilidad y estabilidad del haz acelerado, así como con el control preciso del proceso de inyección de partículas; y es así que, el proceso de inyección de electrones adquiere un papel central y exige de una gran precisión, pues incluso una variación de unos pocos cientos de micrómetros en la posición de inyección puede modificar de manera significativa la energía final de los electrones.

El proceso de inyección típico, consiste en que una pequeña fracción de electrones externos ingrese al campo de *wake* detrás del pulso láser en la fase adecuada para iniciar su aceleración. La dificultad de controlar con exactitud el inicio de este proceso ha motivado el desarrollo de diversos mecanismos de inyección alternos, entre los cuales se destaca el mecanismo *Density Down-Ramp*, propuesto inicialmente por Bulanov et al. [9], y que actualmente constituye un tema de gran interés ya que ofrece ventajas significativas frente a otros métodos de inyección [10–12], en los que diversos estudios han demostrado que un perfil de densidad con rampa descendente favorece una captura más eficiente y estable de los electrones dentro del wake. Adicionalmente, este tipo de rampa proporciona un control extra sobre la longitud de onda y la velocidad de fase del wakefield, lo que permite ajustar con mayor precisión la fase de captura de los electrones y, en consecuencia, lograr una aceleración más estable y reproducible [13].

Por otra parte, el efecto de un campo magnético externo en el esquema de aceleración LWFA puede introducir ventajas adicionales frente al caso sin magnetización. La presencia de dicho campo permitiría un confinamiento más efectivo de los electrones, reduciendo la dispersión angular y mejorando tanto la estabilidad como la calidad del haz acelerado. Asimismo, un campo magnético puede incrementar la amplitud del wakefield, lo que se traduce en energías más altas para los electrones auto-inyectados mediante el mecanismo *Density Down-Ramp* [14–18]

Es en este marco, que el presente trabajo de investigación se orientó al estudio computacional del mecanismo de inyección *Density Down-Ramp* en plasmas magnetizados dentro del esquema de aceleración *Laser Wakefield*; donde se empleó un código que permitió la simulación autoconsistente de la dinámica del plasma, incorporando tanto el gradiente de densidad como la aplicación de un campo magnético externo. Se realizaron variaciones en los parámetros del sistema con el fin de identificar su influencia en la formación del wakefield, así como en la inyección y aceleración final de los electrones.

1. GENERALIDADES DEL PLASMA

El plasma es conocido como el cuarto estado de la materia: *(i)* sólido, *(ii)* líquido, *(iii)* gas y *(iv)* plasma. Tal como se ilustra en la Figura 1, en el estado sólido los átomos se encuentran densamente empaquetados, con fuerzas de interacción intensas entre ellos, formando una estructura rígida con volumen definido. Al incrementar la energía del sistema, la temperatura aumenta y las moléculas adquieren mayor movilidad, vibrando y deslizándose unas sobre otras; esta configuración corresponde al estado líquido. Si se continúa suministrando energía, los enlaces entre los átomos se rompen, dando lugar al estado gaseoso, en el que las partículas ya no están cohesionadas y las fuerzas de interacción son prácticamente despreciables. Finalmente, al aportar suficiente energía al gas para ionizar sus átomos, es decir, para desprender electrones, se obtiene un plasma, siempre que se mantenga la cuasineutralidad y se manifiesten comportamientos colectivos característicos de este estado [19–21].

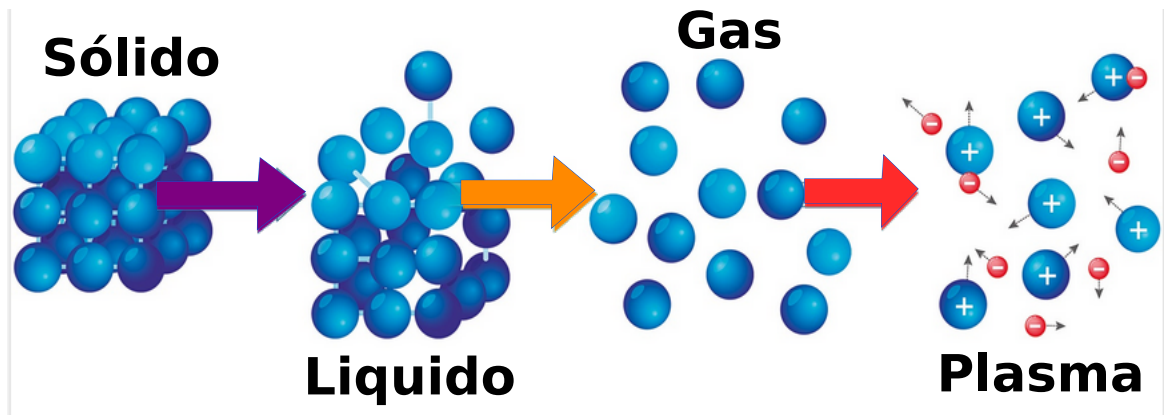


Figura 1: Representación esquemática del plasma como cuarto estado de la materia. Adaptado de [1].

Formalmente, un plasma es un gas ionizado, cuasineutro que exhibe comportamientos colectivos. La ionización implica que algunos átomos del gas neutro pierden uno o más electrones, generando iones positivos y electrones libres. Esta mezcla de partículas cargadas da lugar a una condición de cuasineutralidad global, que puede expresarse como

$\rho_e + \rho_i \approx 0$, donde ρ_e y ρ_i son las densidades de carga electrónica e iónica, respectivamente. Además, los comportamientos colectivos del plasma permiten la aparición de fenómenos característicos como las oscilaciones plásmicas y la formación de densidades de corriente, determinadas por una dinámica cooperativa entre las partículas. En este sentido, *no todo gas ionizado es plasma, pero todo plasma sí es un gas ionizado*.

Un plasma está compuesto, en general, por electrones, iones y átomos neutros, y su dinámica está fuertemente acoplada a los campos electromagnéticos presentes. De manera recíproca, la evolución de dichos campos también depende de la dinámica del propio plasma, por lo que su descripción física debe ser necesariamente autoconsistente. Las variables fundamentales que permiten describir esta dinámica incluyen: *i*) la densidad de partículas, tanto iónica como electrónica (n_i, n_e), *ii*) la velocidad media de las especies cargadas (\mathbf{v}), *iii*) la temperatura (T) o presión (P), y *iv*) los campos eléctrico y magnético tanto externos como los inducidos por la dinámica misma del plasma (\mathbf{E} y \mathbf{B}). A continuación, se introducen algunos parámetros característicos que permiten describir globalmente el comportamiento de un sistema plasmático.

1.1 Parámetros del plasma

Longitud de Debye

La longitud de Debye es una escala espacial característica del plasma que describe la distancia a la cual los campos coulombianos de una carga puntual quedan apantallados debido a la redistribución de partículas de carga opuesta en su entorno. Este efecto de apantallamiento da lugar a una neutralización efectiva del campo eléctrico a distancias mayores que dicha longitud. Matemáticamente, la longitud de Debye se expresa tal como sigue,

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_0 e^2}}, \quad (1)$$

donde ϵ_0 es la permitividad eléctrica del vacío, k_B la constante de Boltzmann, T_e la temperatura electrónica, n_0 la densidad electrónica, y e la carga elemental.

La Figura 2 muestra el comportamiento del potencial electrostático generado por una carga puntual tanto en el vacío como en un plasma. En el caso del plasma (curva roja), el potencial decae mucho más rápidamente que en el vacío (curva verde), evidenciando el efecto del apantallamiento. De este modo, cuando la distancia r respecto a la carga

satisface $r \gg \lambda_D$, el plasma se comporta como un medio cuasineutro y el potencial es prácticamente nulo. Por el contrario, en la región $r < \lambda_D$, la cuasineutralidad se ve afectada significativamente, y no es adecuado referirse a dicha región local como un plasma propiamente dicho.

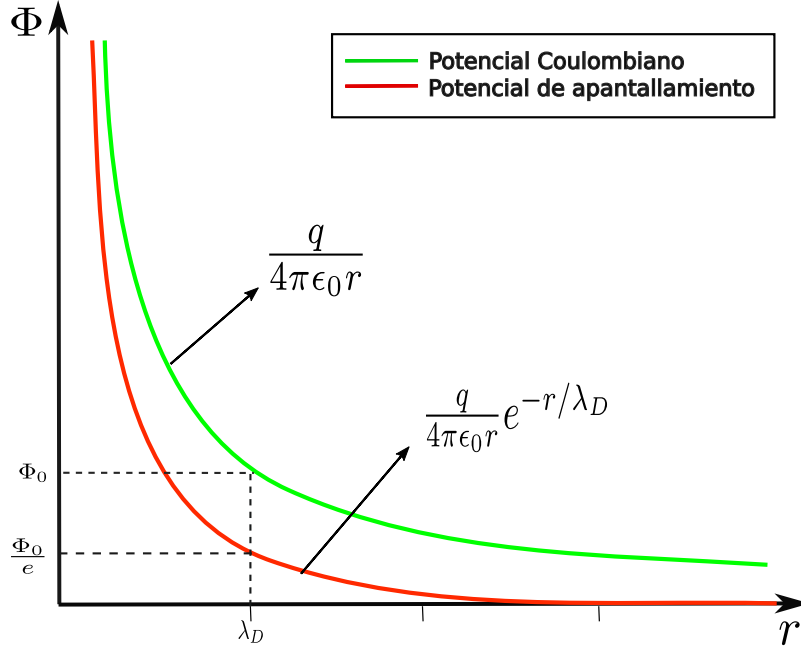


Figura 2: Comportamiento del potencial electrostático generado por una carga puntual q en el vacío (curva verde) y en un plasma (curva roja), donde se evidencia el apantallamiento en este último.

Frecuencia plasmática

Si se considera un plasma inicialmente en equilibrio y este es perturbado mediante un ligero desplazamiento de un grupo de electrones respecto a los iones, se genera un campo electrostático \mathbf{E} asociado a la redistribución de carga. Este campo induce una fuerza restauradora dada por $\mathbf{F} = -e\mathbf{E}$, que tiende a devolver a los electrones a su posición de equilibrio. Como resultado, se produce una oscilación armónica colectiva cuya frecuencia está determinada por las propiedades del plasma.

Esta frecuencia característica, conocida como frecuencia plásmica electrónica, representa la frecuencia natural con la que oscilan los electrones frente al fondo iónico prácticamente inmóvil, y se define como,

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{\epsilon_0 m_e}}, \quad (2)$$

siendo m_e la masa del electrón [19, 22].

Colisiones en el plasma

La naturaleza colectiva del plasma puede dar lugar a interacciones entre partículas de la misma o distinta especie. En estos sistemas predominan las llamadas colisiones coulombianas, que no requieren un contacto directo entre partículas, sino que se producen como consecuencia de la interacción electrostática de largo alcance. Este tipo de colisiones genera desviaciones en las trayectorias debido a la repulsión o atracción eléctrica, mientras que las colisiones directas, como las que ocurren en los gases neutros, son altamente improbables en plasmas poco densos.

En general, la dinámica de un plasma puede estar fuertemente influenciada por las colisiones, por lo que resulta útil definir parámetros característicos del fenómeno. Uno de ellos es la frecuencia de colisión, ν_c , que representa la tasa con la cual una partícula sufre desviaciones significativas en su trayectoria como resultado de múltiples interacciones. Conociendo además la velocidad promedio de las partículas, se puede estimar el camino libre medio entre colisiones, λ_c , entendido como la distancia promedio que recorre una partícula antes de experimentar una nueva colisión. Este parámetro permite clasificar al plasma según su grado de colisionalidad. Si el tamaño característico del sistema L es mucho menor que λ_c , el plasma se denomina acolisional, ya que una partícula puede recorrer grandes distancias sin colisionar. En cambio, si $\lambda_c \ll L$, el plasma se considera colisional, con frecuentes interacciones entre partículas. La relación λ_c/L es, por tanto, un parámetro crucial para seleccionar el modelo físico adecuado para describir el sistema.

En términos teóricos, el comportamiento del plasma puede abordarse desde dos perspectivas principales: *i*) un enfoque microscópico, basado en el tratamiento estadístico y cinético de las partículas individuales, y *ii*) un enfoque macroscópico, en el cual el plasma se modela como un fluido conductor, sujeto a leyes termodinámicas e hidrodinámicas. También existen modelos intermedios que intentan capturar aspectos de ambos enfoques, cada uno con sus ventajas y limitaciones.

Finalmente, es importante distinguir entre colisiones suaves y colisiones fuertes. Las primeras son el resultado acumulativo de múltiples eventos de pequeña desviación angular y son estadísticamente más probables en plasmas. En contraste, las colisiones fuertes involucran una única interacción con gran cambio de trayectoria. Este predominio de colisiones suaves sobre las fuertes constituye una manifestación clara del comportamiento colectivo típico del plasma.

1.2 Descripción cinética del plasma

El seguimiento detallado de cada partícula en un plasma resulta inviable debido al enorme número de partículas involucradas, además de que los datos obtenidos serían inabarcables e imprácticos para su análisis. Por esta razón, es más conveniente adoptar una descripción estadística colectiva del sistema físico [19, 22]. En este contexto, surge la aproximación cinética, un enfoque microscópico basado en el estudio de la dinámica de la función de distribución de cada especie presente en el plasma (electrones, iones, etc.) sobre el espacio de fase seis dimensional, tres espaciales y tres de velocidad, como se muestra en la Figura 3.

La función de distribución $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ se interpreta como el número de partículas por unidad de volumen en el espacio de fase que, en el instante t , se encuentran en la vecindad del punto (\mathbf{r}, \mathbf{v}) . Es decir, $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d^3r d^3v$ representa la cantidad de partículas ubicadas entre \mathbf{r} y $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$, con velocidades entre \mathbf{v} y $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$.

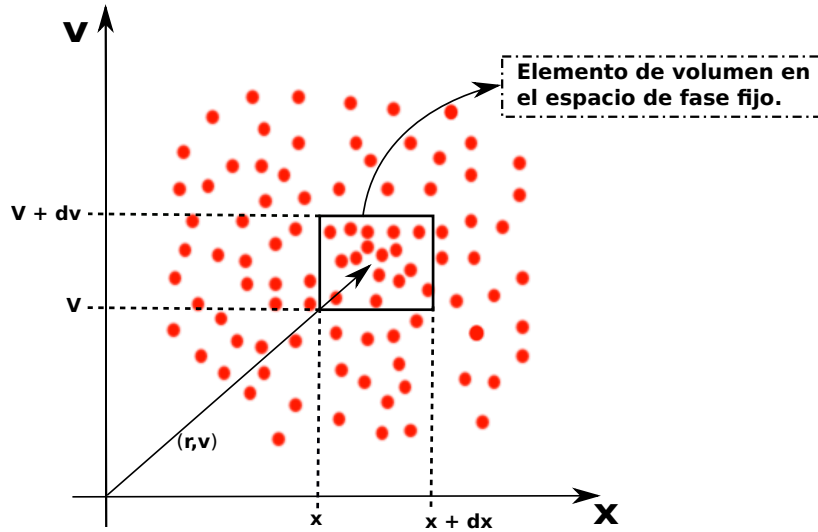


Figura 3: Representación esquemática de las partículas de una especie que conforman el plasma sobre el espacio de fase para definir la función de distribución.

La evolución temporal de esta función está gobernada por la ecuación de Boltzmann.

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{col}}, \quad (3)$$

donde $\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ representa la fuerza de Lorentz que actúa sobre una partícula cargada, y los operadores $\nabla_{\mathbf{r}}$ y $\nabla_{\mathbf{v}}$ denotan los gradientes con respecto a la posición y la velocidad, respectivamente. El término del lado derecho, $\left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{\text{col}}$, es conocido como

operador colisional, y representa la variación de f debida a colisiones entre partículas, especialmente colisiones fuertes.

En el caso particular en que el plasma sea suficientemente diluido como para que las colisiones puedan despreciarse, el operador colisional se anula, $(\frac{\partial f}{\partial t})_{\text{col}} = 0$, y la ecuación de Boltzmann se reduce a la ecuación de Vlasov,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{\mathbf{F}}{m} \cdot \nabla_{\mathbf{v}} f = 0. \quad (4)$$

Es importante destacar que la evolución de la función de distribución está determinada por la interacción de las partículas con los campos electromagnéticos. No obstante, las propias partículas generan corrientes y densidades de carga que modifican dichos campos a través de las ecuaciones de Maxwell. Esta interdependencia implica que la dinámica del plasma y de los campos debe abordarse de forma autoconsistente: los campos gobiernan el movimiento de las partículas, y estas, a su vez, influyen en la evolución de los campos. Por tanto, el análisis cinético de un plasma no se limita a resolver la ecuación de Boltzmann o Vlasov de manera aislada, sino que requiere el estudio del sistema acoplado con las ecuaciones de Maxwell.

1.3 Ondas electromagnéticas en plasmas fríos

Como punto de partida, se considera la propagación de una onda electromagnética plana y monocromática, $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\omega_0 t - kz)}$, en un plasma frío, homogéneo, sin colisiones y con concentración electrónica n_0 . En este escenario, se asume que los iones permanecen inmóviles debido a su elevada masa en comparación con los electrones, por lo que la dinámica del plasma está gobernada únicamente por la respuesta electrónica. Además, se desprecian efectos relativistas, bajo el supuesto de que las velocidades de los electrones son mucho menores que la velocidad de la luz. Finalmente, se asume que las perturbaciones inducidas son pequeñas, lo que permite linealizar las ecuaciones y descartar términos no lineales en la descripción del plasma como un fluido.

Bajo estas condiciones, la ecuación de movimiento de los electrones se reduce a,

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} \mathbf{E}, \quad (5)$$

donde \mathbf{v} es la velocidad de los electrones, e la carga elemental y m_e la masa del electrón.

Por otro lado, la densidad de corriente se expresa como $\mathbf{J} = -en_e\mathbf{v}$, por lo que, al derivar esta expresión temporalmente y sustituir la ecuación (5), se obtiene que,

$$\frac{\partial \mathbf{J}}{\partial t} = \epsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E}, \quad (6)$$

siendo ω_p la frecuencia plasmica electrónica, previamente presentada en secciones anteriores. La ecuación de propagación de la onda electromagnética se puede obtener al combinar la Ley de Faraday y la Ley de Ampère-Maxwell; y al incorporar la ecuación (6) se deduce la relación de dispersión para una onda electromagnética en un plasma frío,

$$\omega_0^2 = \omega_p^2 + c^2 k^2. \quad (7)$$

Esta relación de dispersión permite analizar dos situaciones fundamentales, según cómo se relacionen las frecuencias del plasma y de la onda electromagnética incidente:

Plasma de alta densidad: Si $\omega_p > \omega_0$, entonces k es puramente imaginario, lo que corresponde a una onda evanescente. En este caso, el pulso electromagnético no puede propagarse a través del plasma. Esto ocurre porque la respuesta colectiva de los electrones es suficientemente rápida como para cancelar el campo oscilante del pulso láser. El campo eléctrico total es compensado por las oscilaciones plásmicas inducidas, y el resultado neto es un campo promedio nulo. Este tipo de plasma refleja parcial o totalmente la onda incidente.

Plasma de baja densidad: Si $\omega_p < \omega_0$, entonces k es real y la onda electromagnética se propaga dentro del plasma. En este caso, la respuesta electrónica no logra seguir la oscilación del campo, permitiendo su penetración. Sin embargo, dado que la relación de dispersión es no lineal en k , el medio es dispersivo: la velocidad de fase y la velocidad de grupo difieren, afectando la forma y velocidad de propagación del pulso.

El punto de transición entre ambas situaciones ocurre cuando $\omega_p = \omega_0$, lo que define una densidad electrónica crítica:

$$n_c = \frac{m_e \epsilon_0 \omega_0^2}{e^2}, \quad (8)$$

donde n_c representa la concentración crítica a partir de la cual el plasma deja de ser transparente al pulso láser. Este concepto es fundamental para entender la interacción entre láser-plasmas, y determina el umbral a partir del cual la propagación es posible o se vuelve completamente reflejada.

2. ACELERACIÓN BASADA EN PLASMA

Tajima y Dawson demostraron, a través de un análisis teórico y numérico, que un láser de alta intensidad propagándose en un plasma puede inducir campos eléctricos del orden de los GV/m [23], suficientemente intensos para acelerar electrones hasta energías elevadas en distancias muy cortas. En su propuesta se identificaron dos esquemas principales de aceleración: el esquema *Laser Wakefield Acceleration* (LWFA), que constituía la idea central aunque experimentalmente inviable en aquella época, y el esquema *Laser Beat-Wave Acceleration* (LBWA), concebido como una alternativa más factible de implementar en el laboratorio.

A partir del trabajo pionero de Tajima y Dawson, durante la década de 1990 se llevaron a cabo experimentos que lograron inyectar y acelerar electrones hasta energías del orden de los MeV [24]. Un hito importante se alcanzó en 1994, cuando un grupo del Laboratorio Rutherford Appleton demostró el régimen *Self-Modulated Laser Wakefield Acceleration* [25, 26], considerado un esquema alternativo basado en la idea original de Tajima y Dawson. Paralelamente, el desarrollo de la técnica de amplificación de pulsos chirped (CPA), introducida por Strickland y Mourou [27], permitió la construcción de sistemas láser más potentes y con duraciones ultracortas, condiciones particularmente favorables para la implementación del esquema LWFA en los años posteriores. En los primeros experimentos basados en este mecanismo, la amplitud de la onda de plasma alcanzó valores tan elevados que los electrones pudieron ser atrapados y acelerados directamente por el pulso láser. Sin embargo, los haces generados presentaban una distribución energética amplia, consecuencia del carácter aleatorio del proceso de inyección, por lo que su calidad no era comparable con la de los aceleradores convencionales [26].

Superar esta limitación requería que la duración de los electrones inyectados fuese mucho menor que el período de la onda de plasma excitada, es decir, inferior a 10 fs. Este objetivo se alcanzó en 2004, cuando tres grupos independientes demostraron la

producción de haces de electrones cuasi-monoenergéticos [28–30]. Estos experimentos evidenciaron la existencia del denominado régimen de burbuja [31].

Desde entonces, la calidad de los haces generados ha mejorado notablemente gracias al control más preciso de los parámetros láser-plasma, al desarrollo de técnicas diagnósticas avanzadas y a la extensión de la propagación de los pulsos dentro del plasma. Estos progresos no solo optimizaron la producción de haces de alta calidad, sino que también proporcionaron una comprensión más profunda de la interacción láser-plasma, resaltando la importancia de ajustar cuidadosamente los parámetros del láser a las condiciones específicas del plasma [29, 30, 32, 33]. Vale la pena resaltar, que a pesar de los avances, la calidad de estos haces acelerados aún no es del todo comparable con la obtenida en aceleradores convencionales, por lo que es un área de estudio y de total relevancia en la aceleración basada en plasma.

2.1 Fuerza ponderomotriz

Las partículas cargadas inmersas en un campo electromagnético oscilante y no homogéneo experimentan una fuerza no lineal que las desplazan hacia regiones de menor intensidad de campo, independientemente de su naturaleza [21, 34]. Esta fuerza, denominada fuerza ponderomotriz, desempeña un papel fundamental en la comprensión de numerosos fenómenos físicos; por ejemplo, en la física del plasma, permite describir la interacción de pulsos láser intensos con plasmas, ya que puede modificar la distribución de la densidad electrónica y, en consecuencia, generar oscilaciones plásmicas.

Desde el punto de vista analítico, la dinámica del plasma puede simplificarse mediante el uso de la fuerza ponderomotriz, cuya expresión relativista se escribe como

$$\mathbf{F}_{\text{pond}} = -\frac{q^2}{4\gamma m^2 \omega^2} \nabla [E^2(\mathbf{r})], \quad (9)$$

donde q y m son la carga y la masa de la partícula, ω es la frecuencia del campo electromagnético, E la amplitud del campo eléctrico y $\gamma = (1 + v^2/c^2)^{-1/2}$ el factor de Lorentz. Es importante señalar que, debido a su menor masa, los electrones son mucho más sensibles a esta fuerza que los iones. En el régimen no relativista, $v \ll c$, el factor de Lorentz se aproxima a la unidad, y la ecuación (9) se reduce a la forma clásica de la fuerza ponderomotriz no relativista.

La Figura 4 ilustra el desplazamiento de partículas cargadas bajo la acción de la fuerza ponderomotriz: las cargas son empujadas desde las regiones de mayor intensidad de campo hacia aquellas de menor intensidad. De este modo, la fuerza ponderomotriz constituye el mecanismo principal que permite explicar el origen de las ondas plásmicas inducidas por pulsos láser ultracortos e intensos. Tales ondas, como se analizará más adelante, pueden aprovecharse como un eficiente mecanismo de aceleración de partículas cargadas.

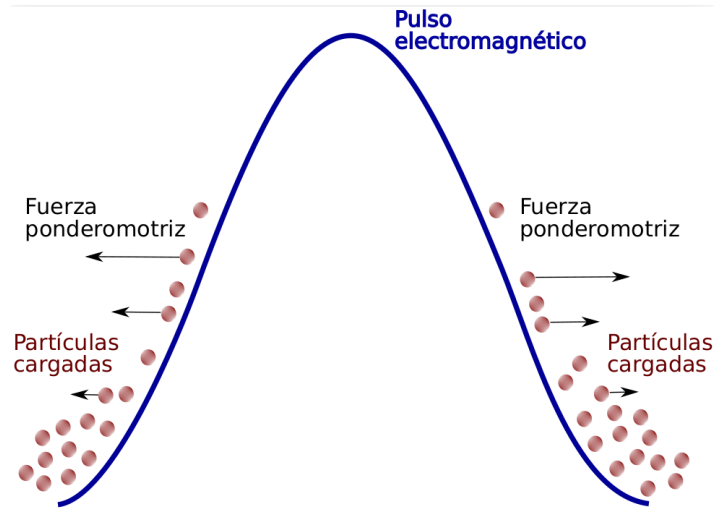


Figura 4: Desplazamiento de cargas inducido por la fuerza ponderomotriz generada por un pulso electromagnético no uniforme.

2.2 Aceleración *wakefield*

Los aceleradores basados en plasma se caracterizan por aprovechar los altos campos electrostáticos que pueden soportar los plasmas para acelerar partículas cargadas, en principio a altos rangos de energía. El campo acelerador puede ser generado por pulsos láser de alta intensidad y muy corta duración e incluso empleando haces de partículas cargadas. Este esquema de aceleración es conocido como aceleración *wakefield* y consiste principalmente en que un agente externo (pulso láser ó haz cargado), denominado comúnmente como forzador, al incidir sobre un plasma inicialmente en equilibrio, induce oscilaciones en el plasma originadas por la separación de carga que genera a su paso el forzador, ya sea por efecto de la fuerza ponderomotriz en el caso del pulso láser, o por repulsión coulombiana en el caso de los haces de partículas cargadas. Debido a la gran diferencia de masa entre los iones y electrones, la dinámica iónica no se ve

afectada, por lo que es válido mencionar que los iones se mantienen fijos respecto a los electrones que son altamente afectados, sufriendo altos desplazamientos a causa de su baja inercia respecto a la inercia iónica. Así, los electrones previamente perturbados por el forzador al ir avanzando a lo largo del plasma, tienden a recuperar su estado de equilibrio por la atracción electrostática del fondo iónico y a la repulsión ocasionada por la gran concentración electrónica. En este proceso se genera un tren de oscilaciones plasmicas que viaja detrás y a la misma velocidad del forzador. En particular, el potencial electrostático asociado a la onda plásmica se le conoce como wake, y el campo asociado de dicho wake se denomina wakefield.

En la figura 5 se observa el tren de pozos de potencial o “wake” que viaja a velocidades típicamente relativistas, generado por un pulso láser de alta potencia que incide sobre un plasma. Este pulso induce la separación de carga y el campo eléctrico de este esquema puede acelerar una nube externa de partículas cargadas si se inyecta correctamente, de modo que es importante resaltar que las partículas que se van a acelerar deben ser inyectadas con la fase adecuada, de lo contrario dichas partículas tenderán a desacelerar o la aceleración no será la esperada. Las mismas ideas son válidas si el forzador, generador del wake es un haz de partículas cargadas.

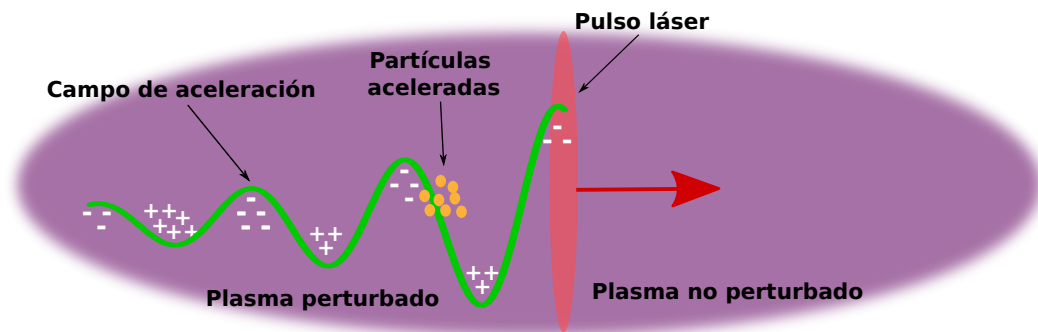


Figura 5: Esquema de la aceleración láser wakefield (LWFA).

El interés principal en los aceleradores basados en plasma se debe a que el plasma puede soportar altos campos eléctricos, determinados por:

$$E = \frac{m_e c}{e} \omega_p, \quad (10)$$

donde m_e y e representan la masa y carga del electrón respectivamente, c la velocidad de la luz y ω_p la frecuencia plasmica electrónica, definida como,

$$\omega_p^2 = \frac{e^2 n_e}{\epsilon_0 m_e}, \quad (11)$$

siendo n_e la concentración electrónica inicial y ϵ_0 la permitividad eléctrica en el vacío. En este orden de ideas, si se tiene un plasma con una concentración electrónica típica, $n_e = 10^{18}/\text{cm}^3$, el campo del wake o wakefield disponible para la aceleración es de aproximadamente $E \simeq 100[\text{GV}/\text{m}]$, que respecto a los aceleradores de radiofrecuencia convencionales es tres órdenes de magnitud mayor, siendo esta una de las principales ventajas de la aceleración basada en plasma, ya que esto implicaría gradientes de aceleración mucho más altos, permitiendo acelerar partículas cargadas en longitudes mucho más cortas. Por otra parte, para producir haces de electrones cuasi-monoenergéticos e impulsar un wakefield eficaz, se ha determinado que la longitud del pulso láser debe ser del mismo orden de magnitud respecto a la longitud de onda del plasma: $L = \lambda_p$.

Es de resaltar que existen tres diferentes esquemas para generar el wakefield empleando pulsos láser: *i)* inyectando un pulso láser muy intenso y de corta duración, tal como se ha mencionado previamente. Este mecanismo se denomina *Laser WakeField Acceleration* o simplemente LWFA. *ii)* El wake también se puede excitar inyectando simultáneamente dos pulsos láser de diferentes frecuencias y muy intensos pero de mayor duración respecto al esquema anterior; cuya superposición debe formar un batido de frecuencia $\omega_1 - \omega_2$ igual a la frecuencia plásmica, y así, excitar resonantemente la onda plásmica. El anterior mecanismo se conoce como *Laser Beat Wave Acceleration* [23, 31, 35]. Por último, *iii)* si se hace incidir sobre un plasma muy denso un pulso láser intenso de larga duración, el plasma es excitado resonantemente por una inestabilidad propia de la interacción del plasma con pulsos láser de dichas características, el cual se automodula a la frecuencia plásmica; siendo este mecanismo denominado *Self-Modulate Laser WakeField Acceleration*, SM-LWFA [36, 37]. Como ya se presentó, el efecto de carga espacial de un haz de partículas cargadas incidiendo sobre un plasma también puede generar la onda plásmica, esquema denominado como *Plasma WakeField Acceleration* [38, 39].

2.2.3 Laser Wakefield Acceleration: LWFA

Tal como se menciona al inicio del capítulo, en 1979 Tajima y Dawson propusieron un mecanismo de aceleración en el que un pulso electromagnético de alta intensidad y corta duración incide sobre un plasma, la fuerza ponderomotriz es la causante de la separación de carga, creando a su paso el wake que viaja detrás del pulso con una velocidad de fase igual a la velocidad de grupo de la onda electromagnética $v_p = v_g$ [23],

siendo esta ultima definida como:

$$v_g = c\sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}, \quad (12)$$

donde la primera condición a satisfacer es que la frecuencia del pulso, ω , debe ser mayor a la frecuencia plasmica, ω_p , para que exista propagación y así excitar el wake, siendo c la velocidad de la luz. A pesar de que esta idea se propuso hace ya más de cuarenta años, la implementación experimental empezó desde hace poco, esto debido a las limitaciones tecnológicas de la época, que no permitían generar un pulso láser de corta duración y muy intenso. Desde que se desarrolló e implementó la tecnología chirped pulse amplification-(CPA), para generar pulsos láser con estas características [40, 41], el mecanismo LWFA es el de mayor implementación experimental respecto a los otros esquemas porque propensa la baja dispersión energética de las partículas aceleradas bajo el régimen blowout que se obtiene cuando la longitud del pulso electromagnético, L , coincide con la longitud de la onda plasmica, λ_p [42–49]. A pesar de que este mecanismo acelera en principio las partículas cargadas a altas energías en distancias muy cortas, la aceleración se ve afectada drásticamente por el efecto de la divergencia del pulso al propagarse por el plasma, el cual es un medio dispersivo, limitando así la distancia efectiva de aceleración. Los principales y recientes éxitos de este mecanismo de aceleración se deben al mejoramiento de las técnicas de guiado del pulso láser, permitiendo alcanzar mayores valores de energía. Esta idea se plasma en la Figura 6 que recopila la información de los principales experimentos realizados en los últimos años y su dependencia con la divergencia del pulso [2].

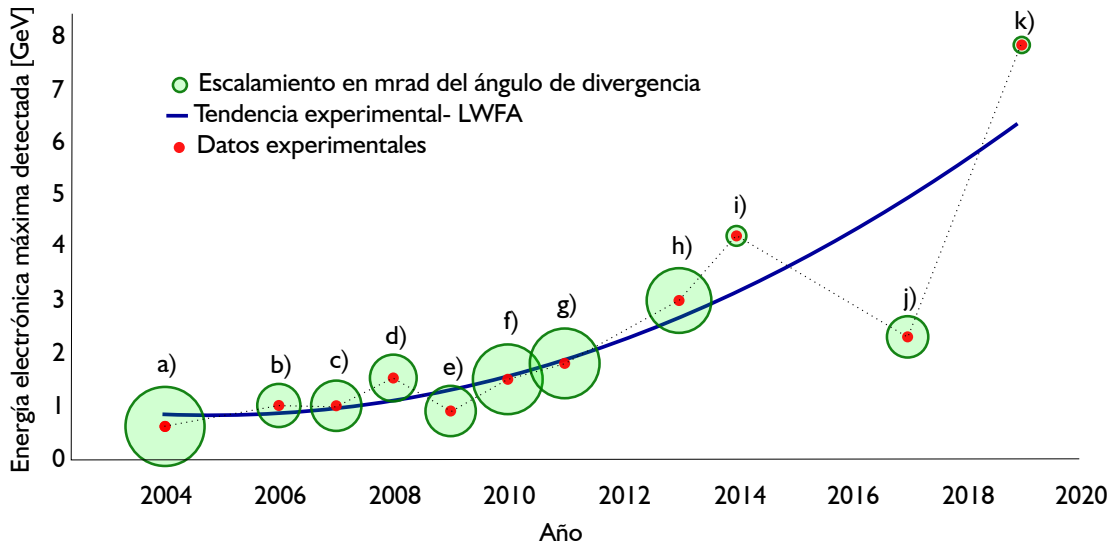


Figura 6: Ganancia energética del mecanismos LWFA a lo largo de los años. Adaptada de [2].

2.3 Inyección de electrones

Para que los electrones puedan ser acelerados de manera eficiente, es necesario que sean inyectados en la cavidad o burbuja que se forma detrás del pulso láser, región donde se establece un intenso gradiente del campo eléctrico longitudinal. Una vez dentro de esta cavidad, los electrones experimentan la fuerza aceleradora del wakefield, lo que les permite ganar energía en distancias relativamente cortas.

Existen distintos mecanismos de inyección que determinan la calidad y las características finales del haz de electrones. Entre los más relevantes se encuentran la auto-inyección, en la que los electrones del plasma son atrapados de manera espontánea cuando las condiciones de amplitud de la onda plásmica lo permiten, y la inyección inducida por rampas descendentes de densidad (*density down-ramp injection*), donde una variación espacial de la densidad del plasma favorece la captura controlada de electrones dentro de la burbuja.

A continuación se presentarán estos dos esquemas de inyección, destacando sus principios físicos, condiciones de aparición y las implicaciones que tienen sobre la calidad del haz electrónico resultante.

2.3.1 Auto-inyección

La auto-inyección ocurre cuando la intensidad del láser es suficientemente alta para que la fuerza ponderomotriz induzca oscilaciones de gran amplitud en los electrones, hasta el punto de que estos escapen del movimiento colectivo que sustenta la formación del wake. Este proceso provoca la ruptura de la onda plásmica, permitiendo que los electrones queden atrapados en la cavidad y sean posteriormente acelerados. El proceso de captura se detiene cuando la carga del haz inyectado compensa la carga positiva de los iones. Mientras la intensidad del láser se mantenga elevada, la estructura del wake conserva su estabilidad [26].

Para caracterizar este régimen, se introduce el parámetro adimensional de intensidad láser, a_0 , definido como

$$a_0 = \frac{eE_0}{m_e c \omega_0}, \quad (13)$$

donde E_0 es la amplitud del campo eléctrico del láser, ω_0 su frecuencia angular, m_e la masa del electrón, c la velocidad de la luz y e la carga elemental. Cuando $a_0 > 1$, el sistema entra en el régimen no lineal de interacción láser-plasma, condición necesaria para la auto-inyección eficiente de electrones.

Si se desea que los electrones se inyecten ya en el primer período de la onda de plasma, el campo eléctrico del láser debe alcanzar el llamado límite de ruptura de onda (*wave breaking*), estimado en un plasma frío unidimensional como [50]:

$$\frac{E_{WB}}{E_0} = \sqrt{2(\gamma_p - 1)}, \quad (14)$$

donde E_{WB} es el campo de ruptura relativista y γ_p es el factor de Lorentz asociado a la fase de la onda. Esta expresión proporciona un marco de estimación útil bajo la aproximación de ondas planas y plasmas de baja temperatura.

En el régimen altamente relativista, cuando la duración del pulso láser es menor que el período de la onda de plasma y la intensidad es lo suficientemente alta para inducir un comportamiento no lineal, el frente de la onda se curva. En estas condiciones, la ruptura ocurre más cerca del eje de propagación, reduciendo el campo eléctrico requerido para la captura. Así, si el campo eléctrico excede el límite de ruptura, una fracción significativa de electrones puede ser atrapada en la cavidad detrás del pulso láser [50].

Aunque la auto-inyección es un mecanismo relativamente sencillo de implementar experimentalmente, presenta limitaciones importantes asociadas a la falta de control y reproducibilidad en el proceso. Estas dificultades han motivado el desarrollo de esquemas alternativos, como la inyección inducida por rampas descendentes de densidad, los cuales permiten un mayor control sobre las propiedades del haz resultante.

2.3.2 Mecanismo de inyección: *Density down-ramp*

En los aceleradores basados en plasma, el control de la inyección de electrones es un desafío crucial para generar haces de alta calidad. Un método efectivo para facilitar la auto-inyección, es decir, acelerar un grupo de electrones del propio plasma y no un haz externo, es el uso de un gradiente descendente en el perfil de densidad del plasma, conocido como *Density Down-Ramp*, tal como se presenta en la Figura 7. Este mecanismo consiste en la creación de un perfil de densidad, tal que la concentración

del plasma, $n(z)$ disminuya gradualmente a lo largo de la dirección de propagación del pulso láser, eje z , afectando el comportamiento de la onda de plasma o wake y promoviendo la captura de electrones [9]. El perfil de densidad con rampa descendente facilita la inyección al aumentar la longitud del *wake* y modificar su potencial eléctrico en zonas de menor densidad. Esto permite que electrones, que en condiciones de densidad constante no serían inyectados, puedan ser capturados y acelerados.

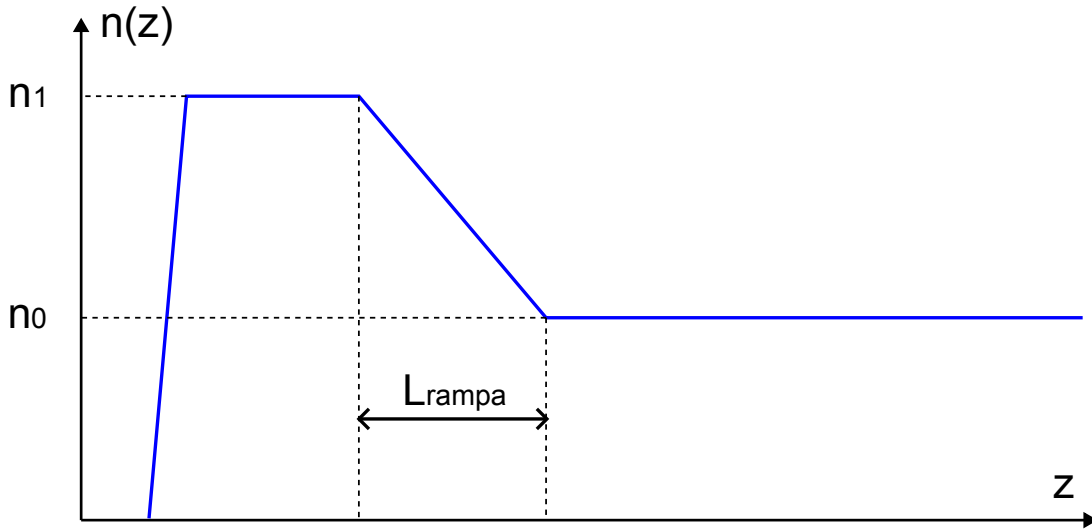


Figura 7: Representación esquemática del perfil de densidad de plasma como función de la coordenada longitudinal sobre la que viaja el pulso láser. Un grupo de electrones, del mismo plasma, es capturado y acelerado en la zona de transición de la rampa descendente

Estudios experimentales y simulaciones numéricas han mostrado que, en regiones con densidad decreciente, la longitud de onda del *wake* se expande, facilitando la captura de electrones. Esta técnica de inyección gradual proporciona un control más estable sobre el proceso en comparación con métodos abruptos de ruptura de onda [9, 51]. Las simulaciones basadas en el método PIC (Particle-In-Cell) han sido fundamentales para analizar cómo la evolución de la onda de plasma se ve influenciada por el gradiente de densidad [13]. Adicionalmente, el perfil de densidad tiene un impacto directo en las propiedades del haz de electrones resultante, tales como su carga, longitud y emitancia. La técnica de inyección mediante *down-ramps* permite ajustar parámetros del haz en función de las necesidades de aplicaciones específicas, otorgando una flexibilidad que otros métodos de inyección podrían no ofrecer [12, 51–53].

Este proceso puede entenderse a partir del comportamiento de los electrones que regresan hacia el eje óptico y son atrapados en la región de baja densidad, como se presenta en la Figura 8. Al ingresar en la cavidad o “burbuja” de plasma generada por el pulso

láser, estos electrones experimentan un campo eléctrico intenso dirigido hacia el centro de la burbuja, lo cual los atrapa en su parte trasera, dificultando su escape y facilitando su inyección.

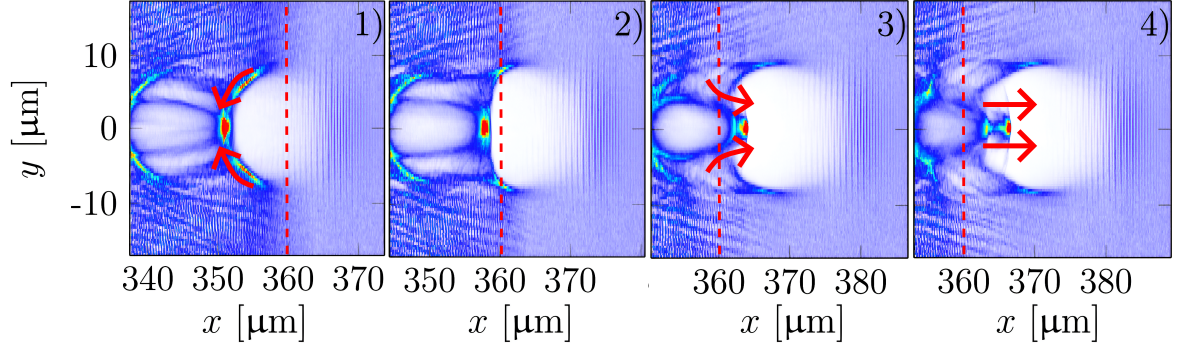


Figura 8: Distribución electrónica formada por el paso de un pulso láser sobre una región con un perfil de plasma descendente. En las cuatro etapas se puede identificar la expansión de la onda plásmica, lo que provoca que los electrones en el borde de la “burbuja”, representados con las flechas rojas, sean inyectados. La línea punteada indica la frontera entre la rampa descendente y el plasma uniforme. Tomada y adaptada de [3]

Otra forma de analizar este fenómeno es observar la velocidad de fase de la onda de plasma a medida que el láser atraviesa el gradiente de densidad descendente [13]. La velocidad de fase v_f puede expresarse como,

$$\frac{v_f}{c} = \left(1 + \frac{z - ct}{k_p} \frac{\partial k_p}{\partial z} \right)^{-1}, \quad (15)$$

donde c es la velocidad de la luz, z el eje de propagación del pulso láser, y t es el tiempo desde que el pulso láser alcanzó su pico. Aquí, $k_p = \frac{2\pi}{\lambda_p}$ representa el número de onda de plasma. La velocidad de fase v_f disminuye cuando el pulso se desplaza por un gradiente de densidad negativo ($\partial k_p / \partial z < 0$), y se cumple que $z - ct < 0$. Esto permite que los electrones en la parte trasera de la onda superen temporalmente la velocidad de fase, quedando atrapados en el *wakefield*, facilitando así, su inyección en el campo acelerador. En otras palabras, en las configuraciones de rampas descendentes, inicialmente la velocidad de fase coincide con la velocidad de grupo del pulso. Sin embargo, a medida que el pulso avanza en el plasma, el perfil descendente de densidad modifica la velocidad de fase de la onda plásmica, favoreciendo el proceso de auto-inyección de electrones.

2.4 Efecto de un campo magnético externo en LWFA

El estudio de plasmas magnetizados en el esquema de aceleración láser wakefield (LWFA) ha puesto de manifiesto que un campo magnético externo puede desempeñar un papel clave en la dinámica de la burbuja, la inyección y la calidad del haz en el mecanismo density-down-ramp. Bulanov et al. [54] mostraron que un campo axial homogéneo impide el cierre de la cavidad formada detrás del pulso láser, lo que transforma la inyección en estructuras anulares en lugar de concentraciones sobre el eje. Este efecto estabiliza parcialmente el wakefield pero modifica la distribución espacial de los electrones acelerados, generando patrones característicos en las oscilaciones betatrón y en la radiación emitida.

En contraste, el uso de un campo transversal ha sido explorado como una herramienta activa para controlar el proceso de auto-inyección. Vieira et al. [18] demostraron que un campo de este tipo relaja el umbral de captura y permite manipular parámetros esenciales del haz, como la carga, la energía y la dinámica transversal en el canal iónico del régimen *blow-out*.

De forma complementaria, Zhou et al. [55] investigaron la inyección por ionización en plasmas magnetizados y mostraron que la aplicación de campos del orden de decenas de teslas altera significativamente tanto la condición de atrapamiento como la estructura del wake. Como consecuencia, la inyección ocurre en distancias más cortas y con una tasa mejorada, mientras que el perfil longitudinal de carga adquiere una forma trapezoidal que compensa el efecto de *beam loading*. Este mecanismo no lineal conduce a haces con mayor carga, energía final más alta y una notable reducción de la dispersión energética.

En conjunto, estos resultados resaltan que diferentes configuraciones de un campo magnético externo determinan distintos regímenes de operación: campos axiales modifican la geometría de la cavidad y su estabilidad, mientras que campos transversales ofrecen un medio efectivo para optimizar la inyección, compensar el *beam loading* y mejorar la calidad final del haz acelerado.

3. SIMULACIONES CINÉTICAS DEL PLASMA

3.1 Modelo físico

El estudio de los procesos que ocurren en un plasma puede abordarse mediante distintos modelos, cuyo nivel de complejidad depende de las escalas y del fenómeno de interés. Tal como se mencionó en el Capítulo 1, la descripción cinética resulta la más adecuada cuando se desea analizar la evolución de las funciones de distribución de las distintas especies que conforman el plasma en el espacio de fase de seis dimensiones, $f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, la cual contiene toda la información física del sistema a nivel microscópico. Este enfoque se basa en la solución de la ecuación de Vlasov, que en el régimen relativista se expresa como

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} f_\alpha + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_{\mathbf{v}} \frac{f_\alpha}{\gamma} = 0, \quad (16)$$

donde γ es el factor de Lorentz. Los campos eléctrico y magnético, \mathbf{E} y \mathbf{B} , son autoconsistentes y se rigen por las ecuaciones de Maxwell. Estos representan tanto la superposición de campos externos como los generados por el propio plasma [56]:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}, \quad (17)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (18)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad (19)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \quad (20)$$

En estas expresiones, ρ y \mathbf{J} son las densidades de carga y corriente generadas por las partículas cargadas, y constituyen el vínculo que asegura la naturaleza autoconsistente del modelo, ya que conectan la dinámica de las partículas con la evolución de los campos. A partir de las funciones de distribución de cada especie α (electrones e iones), estas

magnitudes se definen como

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}, \quad (21)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int \mathbf{v} f_{\alpha}(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{v}. \quad (22)$$

Ahora bien, debido a la complejidad inherente a la aceleración wakefield, donde la interacción de pulsos electromagnéticos intensos con el plasma involucra múltiples escalas y procesos no lineales, el análisis teórico se apoya principalmente en simulaciones cinéticas. Los modelos analíticos, aunque valiosos, suelen requerir un número elevado de aproximaciones para simplificar el tratamiento matemático, lo que conduce a la pérdida de detalles importantes. En contraste, las simulaciones permiten incorporar los efectos autoconsistentes: el pulso láser perturba la dinámica de las partículas, mientras que estas, a su vez, modifican la evolución del pulso, estableciendo un intercambio continuo de energía y momento.

En este proyecto se realizaron simulaciones autoconsistentes que describen tanto la dinámica del plasma perturbado por un pulso láser como la evolución del propio pulso durante su propagación e interacción, donde se considera únicamente la dinámica de los electrones y se supone a los iones estáticos, como un fondo fijo dada su enorme masa. Estas simulaciones se desarrollaron bajo una aproximación bidimensional (2D), lo que permite considerar variaciones tanto en la dirección de propagación del láser como en una dirección transversal. Esta extensión es esencial para capturar fenómenos que no pueden representarse en modelos unidimensionales, como la focalización y difracción del pulso, la evolución transversal de las estructuras del wake y los efectos que determinan la calidad y estabilidad del haz acelerado.

Las simulaciones realizadas permiten estudiar de manera autoconsistente la aceleración y autoinyección de electrones bajo el mecanismo density down-ramp, evaluando cómo la pendiente y longitud de la rampa de densidad, así como la influencia de un campo magnético externo, afectan la eficiencia de captura y las propiedades finales del haz. Para ello, se resolvió el sistema acoplado de ecuaciones de Vlasov-Maxwell en dos dimensiones espaciales (x, z) , que describe simultáneamente la evolución de las distribuciones de partículas y de los campos electromagnéticos. En forma reducida, el sistema de ecuaciones a resolver se expresa como

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v_x \frac{\partial f}{\partial x} + v_z \frac{\partial f}{\partial z} + \frac{q}{m} (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \nabla_v \frac{f}{\gamma} = 0, \quad (23)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} E_y = \frac{\partial}{\partial t} B_x, \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_x + \mu_0 J_x, \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} B_x = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} E_y + \mu_0 J_y. \quad (26)$$

Como se aprecia en el sistema anterior, las leyes de Gauss para el campo eléctrico y magnético, ecuaciones (17) y (18), no se incluyen explícitamente en el conjunto de ecuaciones a resolver. Esto se debe a que su cumplimiento está garantizado siempre que la ecuación de continuidad se satisfaga durante toda la simulación. En consecuencia, basta con resolver las ecuaciones de Faraday y Ampère-Maxwell junto con la ecuación de continuidad, que en este trabajo se expresa como

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \quad (27)$$

3.2 Algoritmo Particle-In-Cell

Desde el punto de vista numérico, la ecuación de Vlasov acoplada a las ecuaciones de Maxwell puede resolverse mediante el método Particle-In-Cell (PIC), ampliamente utilizado para estudiar la dinámica del plasma a nivel cinético. En este esquema se asume que la función de distribución electrónica puede representarse como la superposición de pequeños elementos en el espacio de fase, denominados superpartículas, como se ilustra en la Figura 9. Formalmente, la función de distribución de cada especie puede discretizarse como la suma de funciones de distribución asociadas a cada superpartícula:

$$f_\alpha(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = \sum_p f_p(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t), \quad (28)$$

donde cada superpartícula representa un número N_p de partículas cercanas en el espacio de fase [56]. La función f_p describe el estado de dichas partículas, todas con la misma velocidad \mathbf{v}_p , y se expresa como

$$f_p(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) = N_p S_{\mathbf{r}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t)) \delta(\mathbf{v} - \mathbf{v}_p(t)), \quad (29)$$

siendo $S_{\mathbf{r}}$ el factor de forma espacial, usualmente definido como un paralelepípedo rectangular. Para una superpartícula en la posición $\mathbf{r}_p(t)$ y un paso espacial Δx_j en la dirección j , se obtiene

$$S_{\mathbf{r}}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_p(t)) = \prod_{j=1}^3 \frac{b_0}{\Delta x_j} \left(\frac{x_j - x_{jp}(t)}{\Delta x_j} \right), \quad (30)$$

donde b_0 corresponde al b-spline de orden cero.

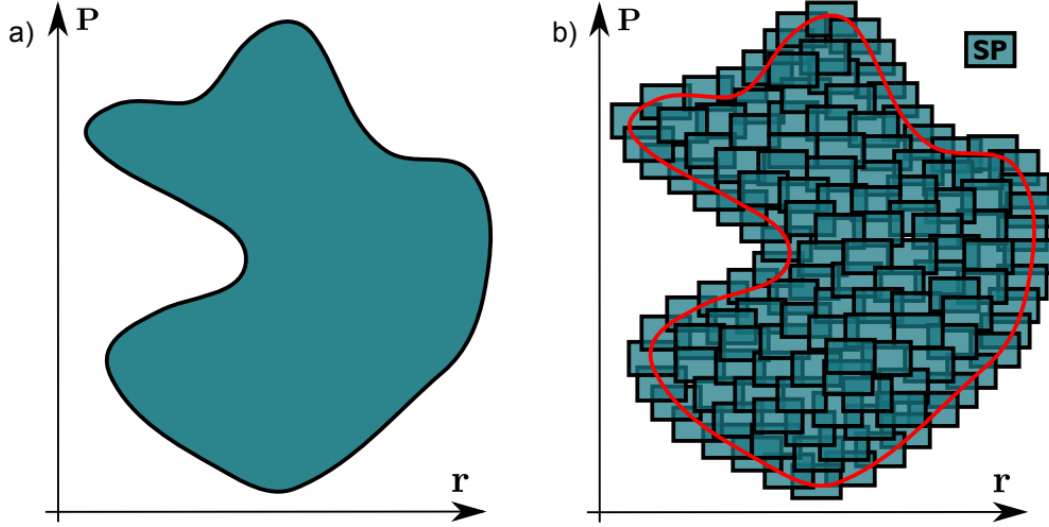


Figura 9: Esquema del método Particle-In-Cell: (a) la función continua de distribución en el espacio de fase se aproxima mediante (b) la superposición de nubes discretas de partículas cargadas, llamadas superpartículas.

Para que las superpartículas respeten la ecuación de Vlasov, se calculan los primeros momentos de f_p en posición y velocidad. De este modo, la dinámica de cada superpartícula queda gobernada por la ecuación de Newton-Lorentz relativista:

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{v}_p, \quad \frac{d(\gamma m_s \mathbf{v}_p)}{dt} = q_s (\mathbf{E}_p + \mathbf{v}_p \times \mathbf{B}_p), \quad (31)$$

donde $q_s = N_p q_\alpha$ y $m_s = N_p m_\alpha$ son la carga y la masa de la superpartícula. Esta ecuación se resuelve numéricamente mediante el algoritmo de Boris [57].

Los campos eléctrico y magnético en la posición de la superpartícula se calculan a partir de los valores definidos en la malla mediante un esquema de interpolación:

$$\mathbf{E}_p = \sum_g \mathbf{E}_g W(\mathbf{r}_g - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}, \quad \mathbf{B}_p = \sum_g \mathbf{B}_g W(\mathbf{r}_g - \mathbf{r}_p) d\mathbf{r}, \quad (32)$$

donde g es el índice de malla y W es la función de interpolación asociada al factor de forma S_r . Para el caso de la Ec. (30), W corresponde a un esquema de interpolación trilineal en simulaciones 3D, o bilineal en simulaciones 2D, que es la aproximación utilizada en este trabajo.

En resumen, el algoritmo PIC electromagnético sigue la siguiente secuencia lógica: 1) a partir de las posiciones y velocidades de las superpartículas se calculan las densidades

de carga y corriente en los nodos de la malla, siguiendo un esquema que preserve la ecuación de continuidad [58]; 2) con estas densidades se resuelven las ecuaciones de Maxwell en la malla [59]; 3) los campos obtenidos se interpolan para calcular el campo efectivo sobre cada superpartícula; y 4) con estos campos se actualizan posiciones y velocidades resolviendo la ecuación de movimiento (31).

Este ciclo se repite iterativamente, garantizando una descripción autoconsistente de la evolución del plasma y de los campos electromagnéticos durante toda la simulación.

3.3 Algoritmo de Boris-Buneman

En el método PIC, la evolución de las superpartículas requiere resolver de manera precisa la ecuación de movimiento relativista bajo la acción de los campos eléctricos y magnéticos. Para este fin, uno de los algoritmos más utilizados es el de Boris-Buneman, ampliamente implementado en códigos de plasma debido a su estabilidad, simplicidad y bajo costo computacional. Este esquema integra la ecuación de Newton-Lorentz (Ec. 31) mediante un método *leap-frog* de segundo orden, lo que permite actualizar de forma consistente las posiciones y los momentos de las partículas en cada paso temporal.

El algoritmo se basa en la siguiente forma discretizada de la ecuación de movimiento:

$$\frac{\mathbf{p}^{n+1/2} - \mathbf{p}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{q}{m} \left(\mathbf{E}^n + \frac{\mathbf{p}^{n+1/2} + \mathbf{p}^{n-1/2}}{2\gamma^n} \times \mathbf{B}^n \right), \quad (33)$$

acompañada de la relación para la velocidad,

$$\mathbf{v}^{n+1/2} = \frac{\mathbf{r}^{n+1} - \mathbf{r}^n}{\Delta t}. \quad (34)$$

Resolver directamente la ecuación (33) no es trivial, ya que el momento aparece en ambos lados de la igualdad y está acoplado al factor relativista. El algoritmo propuesto por Boris y Buneman aborda este problema de forma eficiente mediante una secuencia de siete pasos:

I. Calcular \mathbf{p}^- :

$$\mathbf{p}^- = \mathbf{p}^{n-1/2} + \frac{q\mathbf{E}^n \Delta t}{m}, \quad (35)$$

II. Calcular el vector \mathbf{t} :

$$\mathbf{t} = \frac{q\mathbf{B}^n \Delta t}{\gamma^n m}, \quad (36)$$

III. Calcular \mathbf{p}' :

$$\mathbf{p}' = \mathbf{p}^- + \mathbf{p}^- \times \mathbf{t}, \quad (37)$$

IV. Calcular \mathbf{S} :

$$\mathbf{S} = \frac{2\mathbf{t}}{1+t^2}, \quad (38)$$

V. Calcular \mathbf{p}^+ :

$$\mathbf{p}^+ = \mathbf{p}^- + \mathbf{p}' \times \mathbf{S}, \quad (39)$$

VI. Calcular $\mathbf{p}^{n+1/2}$:

$$\mathbf{p}^{n+1/2} = \mathbf{p}^+ + \frac{q\mathbf{E}^n \Delta t}{m} \frac{\Delta t}{2}, \quad (40)$$

VII. Actualizar posiciones \mathbf{r}^{n+1} :

$$\mathbf{r}^{n+1} = \mathbf{r}^n + \frac{\mathbf{p}^{n+1/2}}{\gamma^{n+1/2}} \Delta t. \quad (41)$$

Puede observarse que los momentos y posiciones están desfasados medio paso temporal, característica típica de los esquemas *leap-frog*. La idea central del algoritmo se muestra en la Figura 10. La precisión y estabilidad del algoritmo de Boris-Buneman han sido ampliamente estudiadas en la literatura, mostrando que el error numérico permanece acotado y no crece con el tiempo [60–62]. Por estas razones, se eligió para este trabajo: es estable a largo plazo, eficiente en el cálculo y relativamente simple de implementar.

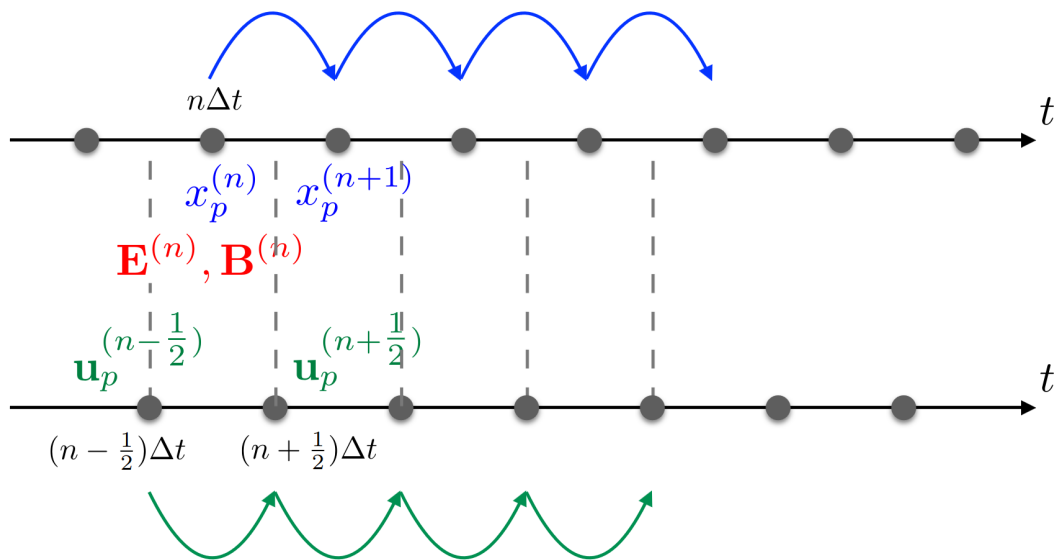


Figura 10: Esquema del algoritmo de Boris-Buneman: el avance temporal se realiza en pasos desfasados (*leap-frog*), lo que garantiza estabilidad y precisión en la integración de la ecuación de movimiento.

3.4 Esquema de Yee

La resolución de las ecuaciones de Maxwell constituye un elemento central en los códigos de simulación tipo PIC, ya que determina de forma precisa la evolución de los campos electromagnéticos que interactúan con las partículas cargadas. Para este propósito, uno de los algoritmos más utilizados es el esquema de Yee, también conocido como método FDTD (*Finite-Difference Time-Domain*). Este esquema, introducido en 1966, se caracteriza por su simplicidad, eficiencia y estabilidad numérica, lo que lo ha convertido en una herramienta fundamental en electrodinámica computacional. Su éxito radica en la discretización en espacio y tiempo mediante mallas escalonadas y en el uso de un esquema *leap-frog* de segundo orden, capaz de capturar con precisión la propagación y evolución de los campos electromagnéticos [57, 59, 63, 64].

En este esquema, los campos eléctricos y magnéticos se representan en redes espaciales desplazadas media celda, denominadas redes primal y dual, conformando lo que se conoce como la malla de Yee. En ella, las componentes de \mathbf{E} y \mathbf{B} se ubican de manera escalonada en cada eje (x y z). De manera análoga, en el tiempo también existe un desfase: los campos eléctricos se calculan en instantes enteros t^n , mientras que los magnéticos se actualizan en semipasos $t^{n+1/2}$. Con esta construcción, las ecuaciones de Maxwell se discretizan en diferencias finitas de segundo orden tanto en espacio como en tiempo. A continuación, se muestran las expresiones resultantes.

Para el campo eléctrico,

$$\begin{aligned}
 E_x^{n+1} \left(i + \frac{1}{2}, k \right) &= E_x^n \left(i + \frac{1}{2}, k \right) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[B_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - B_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2} \right) \right] \\
 &- J_x^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, k \right),
 \end{aligned} \tag{42}$$

$$\begin{aligned}
 E_y^{n+1} (i, k) &= E_y^n (i, k) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta z} \left[B_x^{n+1/2} \left(i, k + \frac{1}{2} \right) - B_x^{n+1/2} \left(i, k - \frac{1}{2} \right) \right] \\
 &- J_y^{n+1/2} (i, k),
 \end{aligned} \tag{43}$$

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1} \left(i, k + \frac{1}{2} \right) &= E_z^n \left(i, k + \frac{1}{2} \right) \\
 &+ \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[B_y^{n+1/2} \left(i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) - B_y^{n+1/2} \left(i - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2} \right) \right] \\
 &- J_z^{n+1/2} \left(i, k + \frac{1}{2} \right),
 \end{aligned} \tag{44}$$

Para el campo magnético:

$$B_x^{n+1/2}(i, k + \frac{1}{2}) = B_x^{n-1/2}(i, k + \frac{1}{2}) + \frac{\Delta t}{\Delta z} [E_y^n(i, k + 1) - E_y^n(i, k)], \quad (45)$$

$$\begin{aligned} B_y^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) &= B_y^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta z} [E_x^n(i + \frac{1}{2}, k + 1) - E_x^n(i + \frac{1}{2}, k)] \\ &\quad + \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_z^n(i + 1, k + \frac{1}{2}) - E_z^n(i, k + \frac{1}{2})], \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} B_z^{n+1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k) &= B_z^{n-1/2}(i + \frac{1}{2}, j + \frac{1}{2}, k) \\ &\quad - \frac{\Delta t}{\Delta x} [E_y^n(i + 1, j + \frac{1}{2}, k) - E_y^n(i, j + \frac{1}{2}, k)], \end{aligned} \quad (47)$$

La Figura 11 ilustra de forma esquemática la idea central de este método en una versión unidimensional.

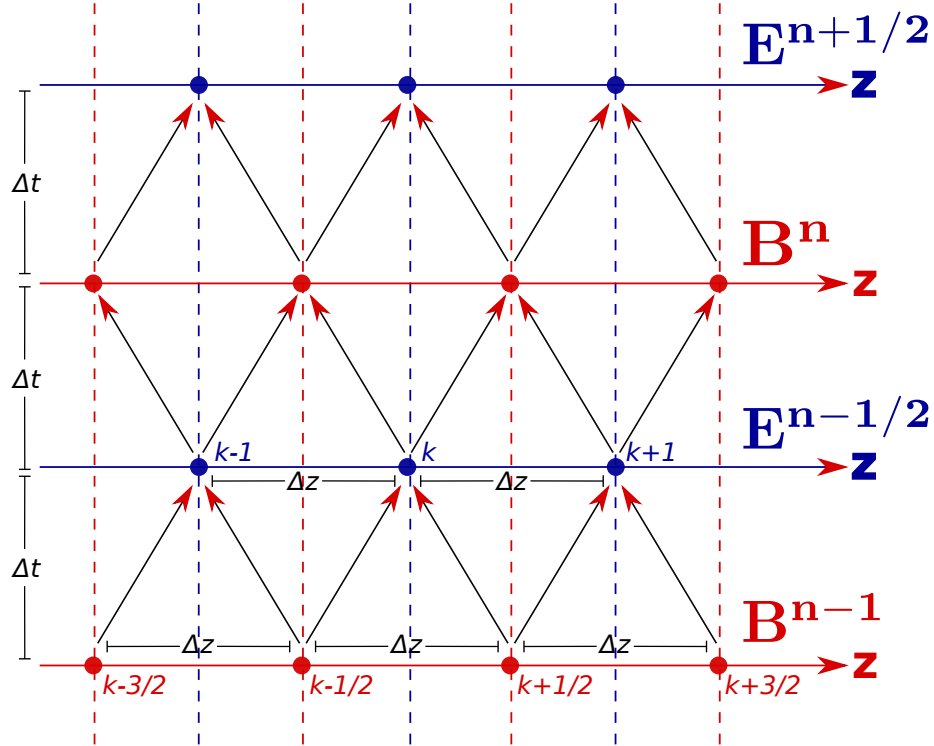


Figura 11: Esquema del método de Yee en 1D. La malla espacial y temporal se encuentran escalonadas: los campos eléctricos y magnéticos se calculan en posiciones y tiempos diferentes, pero acoplados, siguiendo la estrategia tipo *leap-frog*.

Este escalonamiento, tanto en espacio como en tiempo, confiere al esquema de Yee una notable estabilidad y precisión de segundo orden, al tiempo que mantiene un costo

computacional reducido. No obstante, para garantizar la estabilidad del cálculo, el paso temporal debe cumplir la condición de Courant, que establece un acoplamiento entre Δt y los pasos de malla espaciales [59].

3.5 Criterio CFL: Courant-Friedrichs-Lewy

En los esquemas FDTD, como el de Yee, la estabilidad numérica está controlada por la condición de Courant–Friedrichs–Lewy (CFL). Este criterio establece que la onda viajera no puede propagarse más de una celda espacial durante un paso temporal, de lo contrario el método se vuelve inestable. En otras palabras, el intervalo de tiempo Δt debe ser lo suficientemente pequeño en relación con el tamaño de celda espacial y la velocidad de propagación de las ondas en el medio.

En una malla bidimensional, con discretización en las direcciones x y z , la condición CFL se expresa a través de un tamaño de celda espacial efectivo, definido como

$$\Delta h = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}}. \quad (48)$$

De este modo, el paso temporal debe satisfacer

$$\Delta t = \text{CFL} \cdot \Delta h, \quad (49)$$

donde el factor de Courant, CFL, depende de la dimensionalidad y del esquema numérico utilizado. En el caso del esquema de Yee se debe cumplir que $\text{CFL} < 1,0$, pero el valor recomendado y ampliamente usado es $\text{CFL} = 0,5$.

Esta restricción asegura que la información numérica no se propague más rápido que la información física, lo que preserva la estabilidad de las simulaciones. En la práctica, es común escoger un valor de CFL ligeramente menor al límite teórico, con el fin de mantener un margen de seguridad en los cálculos. [64–67]

3.6 Deposición de corriente

Es importante recordar que, para evitar resolver explícitamente las dos primeras ecuaciones de Maxwell, aquellas que relacionan la divergencia del campo eléctrico con la

densidad de carga (ley de Gauss para \mathbf{E}) y la divergencia del campo magnético con la ausencia de monopolos magnéticos (ley de Gauss para \mathbf{B}), resulta necesario garantizar que la deposición de carga y corriente respete la ecuación de continuidad de la carga eléctrica [58, 68, 69]. En las simulaciones, esta asignación se lleva a cabo en cada nodo de la malla, de modo que los valores de ρ , J_x y J_z sean consistentes con el algoritmo de Yee, y permitan calcular adecuadamente la evolución de los campos electromagnéticos.

En la aproximación bidimensional considerada, con invarianza en la dirección y , la ecuación de continuidad se reduce a

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial J_x}{\partial x} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0, \quad (50)$$

lo cual implica que la componente J_y no participa en la dinámica y, por tanto, puede asignarse directamente. Para asegurar la conservación de la carga en este esquema numérico, es fundamental que la asignación de J_x y J_z esté acoplada de manera que la ecuación (50) se satisfaga numéricamente.

Existen distintos enfoques en la literatura que permiten preservar esta condición. Entre ellos, el método de Esirkepov es reconocido por su gran precisión y generalidad, aunque con un mayor coste computacional debido a su complejidad de implementación. En contraste, el esquema zigzag de Umeda (2003) ofrece una alternativa más eficiente, ya que elimina el uso de estructuras condicionales, lo que se traduce en una ganancia en velocidad de cómputo sin comprometer la conservación de carga. Este esquema, sin embargo, está restringido al caso en que las superpartículas se representen mediante funciones de forma simples, en particular a un factor de forma espacial asociado con la primera función b-spline, restricción que coincide con la elección realizada en el presente trabajo. Por ello, se adopta el método zigzag como estrategia para la deposición de corrientes, priorizando su simplicidad y eficiencia numérica [58].

3.7 Ciclo computacional Particle in Cell

En las secciones anteriores se presentó las ideas y características principales asociadas con cada una de las diferentes técnicas numéricas que se emplearon para la construcción del código desarrollado. Es prudente en este punto presentar el algoritmo final sobre el que se sustenta la simulación autoconsistente del plasma, el cual consta de 4 pasos fundamentales y se pueden apreciar en la Figura 12:

- Calcular la densidad de corriente en cada punto de la malla a partir de las las posiciones y velocidades de las superpartículas, garantizando la conservación de la carga.
- Calcular los campos eléctrico y magnético autoconsistente en los puntos de malla implementando el algoritmo de Yee.
- Calcular los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} promedio sobre las superpartículas, a partir de los campos en los puntos de malla, empleando el esquema de interpolación asociado al factor de forma espacial S_z seleccionado.
- Calcular las nuevas posiciones y velocidades de las superpartículas a través de la integración de la ecuación de movimiento utilizando el método de Boris.

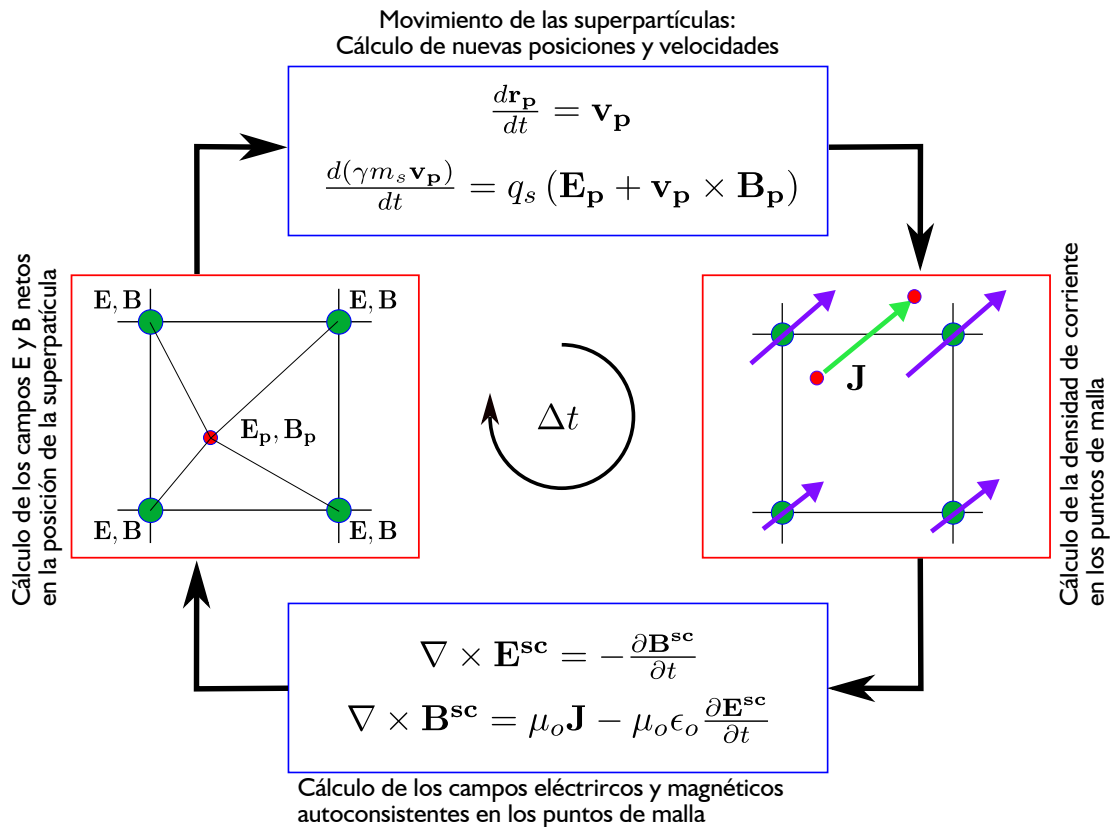


Figura 12: Ciclo computacional del método Particle-In-Cell electromagnético.

3.8 Esquema de normalización

En el desarrollo de simulaciones computacionales es indispensable implementar un esquema de normalización o adimensionalización de las variables físicas. Esto se debe a que las ecuaciones que describen el sistema involucran magnitudes con órdenes de magnitud muy distintos, lo que puede conducir a errores numéricos, principalmente por redondeo. Normalizar constituye, por tanto, un paso fundamental que permite realizar cálculos más precisos, estables y eficientes.

La idea central consiste en reescalar cada variable física como el producto entre una variable adimensional y un parámetro característico de normalización. Dicho parámetro se elige de manera que represente un valor típico del sistema bajo estudio (por ejemplo, asociado al plasma o al pulso electromagnético). Al introducir estas redefiniciones en las ecuaciones originales, se debe considerar que las derivadas espaciales se escalan con $1/L_0^m$ y las derivadas temporales con $1/T_0^m$, donde L_0 y T_0 son, respectivamente, la longitud y el tiempo de normalización, y m corresponde al orden de la derivada. Finalmente, los coeficientes constantes resultantes en cada término se igualan para que se cancelen en las expresiones originales, obteniendo así las relaciones entre los distintos parámetros de normalización.

Aplicando este procedimiento al conjunto de ecuaciones considerado en este trabajo, se obtienen las siguientes relaciones características:

$$\begin{aligned} L_0 &= cT_0, & B_0 &= \frac{m_e}{eT_0}, & E_0 &= cB_0, \\ P_0 &= m_e c, & n_0 &= \frac{E_0 \epsilon_0}{L_0 e}, & J_0 &= en_0 c. \end{aligned} \tag{51}$$

De estas expresiones se concluye que, al fijar un único parámetro característico, los demás quedan completamente determinados. En la práctica, lo más común es asignar a T_0 o a L_0 valores propios del plasma o del pulso. En este trabajo se seleccionó la frecuencia de plasma ω_p como parámetro fundamental, de modo que el tiempo de normalización se define como $T_0 = 1/\omega_p$. Así, los tiempos y longitudes se expresan en unidades del período y de la longitud de onda plásmica (wake) respectivamente, mientras que las velocidades se normalizan en función de la velocidad de la luz c .

3.9 Esquema físico y numérico

3.9.1 Esquema físico

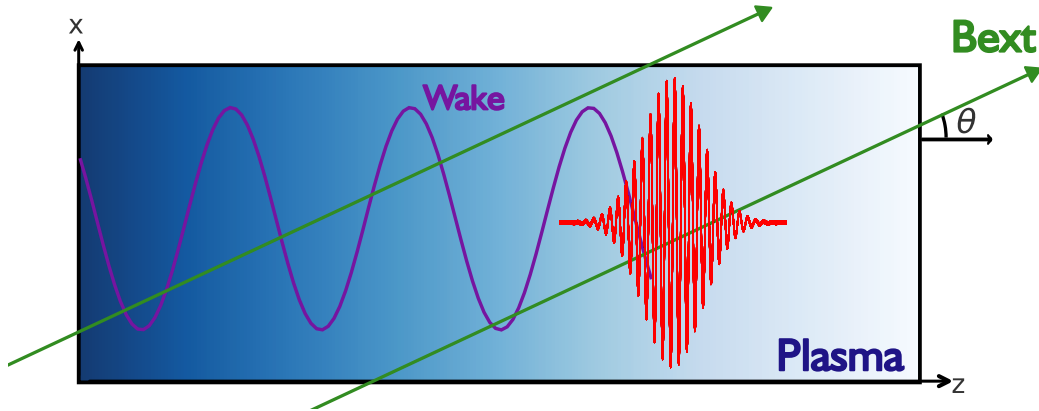


Figura 13: Representación esquemática del arreglo físico. El pulso láser (rojo) se propaga a lo largo del eje z a través de un plasma (gradiente azul), excitando una onda de estela (*wake*) indicada en violeta. Se aplica un campo magnético externo con inclinación θ respecto a z para analizar la influencia conjunta de sus componentes longitudinal y transversal en la dinámica de la estela y la aceleración electrónica.

El esquema físico considera la interacción de un pulso láser Gaussiano intenso con un plasma magnetizado. El pulso se caracteriza por una amplitud normalizada $a_0 = 3$, una duración de 28 fs y una longitud de onda de $\lambda = 0,8 \mu\text{m}$. Estos parámetros fueron seleccionados con el fin de asegurar la generación de campos de estela en el régimen no lineal, manteniendo al mismo tiempo condiciones factibles de reproducir experimentalmente. El ancho de haz es $w_0 = 12 \mu\text{m}$, lo que proporciona un equilibrio adecuado entre los efectos de enfoque y difracción, propagándose a lo largo del eje z . El sistema está influenciado por un campo magnetostático uniforme, definido como

$$\mathbf{B}_{\text{ext}} = B_0 [\text{sen}(\theta) \hat{x} + \text{cos}(\theta) \hat{z}],$$

cuya orientación permite analizar de manera controlada los efectos de las componentes longitudinal y transversal del campo magnético sobre la dinámica del plasma (ver Figura 13).

El perfil de densidad del plasma, mostrado en la Figura 14, fue diseñado para modelar el mecanismo de inyección *density down-ramp* y se describe de la siguiente manera:

- En los primeros $5 \mu\text{m}$, no hay plasma, lo que permite que el pulso se propague sin

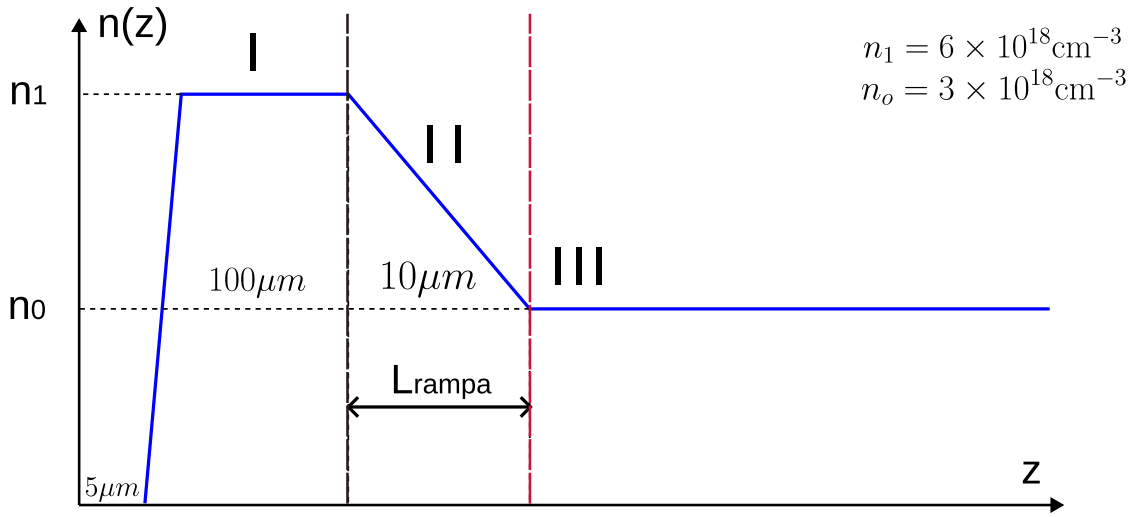


Figura 14: Perfil longitudinal de densidad empleado en las simulaciones de LWFA con rampa descendente (arriba) y evolución del wake en el plano $x-z$ (abajo). El plasma presenta una rampa de entrada de $5\ \mu\text{m}$ hasta una meseta $n_1 = 6 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$ (región I), seguida de una rampa lineal de longitud $L_{\text{rampa}} = 10\ \mu\text{m}$ que desciende a $n_0 = 3 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$ (región II), y una sección uniforme a n_0 (región III). Las líneas punteadas negra y roja indican el inicio y el final de la rampa, respectivamente.

perturbaciones iniciales.

- Durante los siguientes $100\ \mu\text{m}$, la densidad aumenta linealmente hasta alcanzar un máximo de $n_1 = 6,0 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$.
- Posteriormente, se mantiene constante en n_1 durante $100\ \mu\text{m}$, creando una región estable para la formación del wakefield.
- A continuación, la densidad desciende linealmente en un tramo de $10\ \mu\text{m}$ hasta un valor de meseta de $n_0 = 3,0 \times 10^{18}\ \text{cm}^{-3}$, activando la auto-inyección de electrones.
- Finalmente, se conserva en n_0 en la región de meseta, donde los electrones previamente inyectados son acelerados.

La interacción se estudia a lo largo de los primeros $1050\ \mu\text{m}$ de propagación, distancia suficiente para abarcar la formación del wakefield, el proceso de inyección y la aceleración subsiguiente de los electrones auto-inyectados.

3.9.2 Esquema numérico

Las simulaciones se realizaron mediante un código bidimensional *Particle-in-Cell electromagnético* (PIC-EM), que resuelve el sistema de ecuaciones acopladas de Vlasov-Maxwell mediante el uso de macropartículas, que evolucionan de acuerdo a la ecuación de Newton-Lorentz relativista. El dominio corresponde al plano x - z , donde z representa la dirección de propagación del pulso y x la dirección transversal.

La discretización espacial empleó una malla uniforme con resoluciones de $\Delta z = 0,05 \mu\text{m}$ y $\Delta x = 0,2 \mu\text{m}$, valores elegidos para resolver tanto la longitud de onda láser como la longitud de onda plásmica y la dinámica electrónica. Para optimizar el costo computacional se implementó la técnica de ventana móvil, con dimensiones de $70 \mu\text{m}$ en z y $40 \mu\text{m}$ en x , desplazándose a velocidad cercana a c . Esto permitió cubrir la región de interés ($1050 \mu\text{m}$) sin necesidad de un dominio excesivamente grande.

Para la descripción del plasma mediante macropartículas, se utilizaron 16 superpartículas por celda en la región de meseta, lo cual garantiza una representación estadísticamente confiable de la distribución electrónica sin comprometer la eficiencia. El paso temporal se fijó de acuerdo con el criterio CFL, con un coeficiente de Courant de 0.5, asegurando estabilidad numérica y resolución adecuada de la dinámica.

Los campos electromagnéticos se resolvieron con el algoritmo de Yee, que garantiza precisión de segundo orden en espacio y tiempo. Las ecuaciones de movimiento de las partículas se integraron con el método de Boris [60], ampliamente empleado en simulaciones PIC por su estabilidad y precisión en regímenes relativistas. Para la deposición de corriente se implementó el esquema propuesto por Umeda [58], el cual preserva la ecuación de continuidad y asegura una correcta conservación de la carga, la cual es un aspecto crítico en regiones con fuertes gradientes de densidad.

En conjunto, la combinación de estos métodos numéricos asegura que la simulación capture de manera fiel los fenómenos físicos relevantes, garantizando estabilidad, eficiencia y consistencia en los resultados.

4. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Como ya se mencionó, las simulaciones computacionales constituyen una herramienta fundamental para explorar fenómenos físicos en escenarios que, por diversas limitaciones tecnológicas o prácticas, resultan inaccesibles experimentalmente. Además, permiten predecir resultados y optimizar parámetros claves antes de la ejecución de experimentos reales, contribuyendo así al diseño eficiente de dispositivos futuros para investigaciones.

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante simulaciones realizadas con un código *Particle-In-Cell* (PIC) desarrollado en C/C++ por el grupo de investigación FITEK de la Universidad Industrial de Santander. Este código fue diseñado para modelar la interacción láser-plasma en presencia de un campo magnetostático externo, con el objetivo de estudiar la influencia de la intensidad y la orientación del campo sobre la formación del wakefield, el proceso de auto-inyección de electrones y su posterior aceleración. Particularmente, se analiza el efecto del campo magnético sobre la amplitud del campo eléctrico acelerador, la eficiencia del mecanismo de inyección *density down-ramp*, y la dinámica de aceleración de los electrones, evaluada a través de la energía media, la dispersión energética y la emitancia del haz.

Se realizaron más de 30 simulaciones para investigar sistemáticamente estos efectos. El conjunto de simulaciones incluyó un caso de referencia: este es el escenario sin campo magnético externo, es decir, el caso no magnetizado. Las demás simulaciones incluyen el efecto de un campo magnético orientado paralelamente al eje de propagación del pulso láser ($\theta = 0$) con intensidades de $B_0 = 1$ T, 50 T, 100 T y 150 T. También se realizaron simulaciones con el campo magnético externo inclinado $\theta = \pi/4$ respecto al eje de propagación; y finalmente, simulaciones con el campo orientado perpendicularmente ($\theta = \pi/2$), todas ellas empleando las mismas intensidades.

Las intensidades de campo magnético consideradas se apoyan en un estudio preliminar de R. Khooniki et al. (2024) [70] y se justifican porque, en este tipo de configuraciones,

campos convencionales del orden de ~ 1 T no producen un efecto significativo, en parte debido a las altas intensidades del pulso láser utilizado en estos esquemas. Por otra parte, aunque no corresponden directamente a experimentos de LWFA, existen reportes experimentales de sistemas capaces de generar campos comparables a los valores empleados en este trabajo [71, 72].

La estructura de este capítulo se organiza en tres secciones principales que corresponden a los fenómenos físicos de interés. En primer lugar, se examina la formación del wakefield caracterizando sus propiedades antes de que el pulso láser ingrese a la región de densidad descendente o rampa. Seguidamente, se analiza el proceso de auto-inyección de electrones, evaluando tanto la cantidad como la calidad de los electrones atrapados en la estela. Finalmente, se estudia la dinámica de aceleración de los electrones, describiendo las características energéticas y la calidad del haz al finalizar la simulación.

4.1 Formación de la onda plásmica

Con el objetivo de analizar la formación y características iniciales del wakefield inducido por el pulso láser, se consideró el estudio en la región espacial inmediatamente anterior al perfil descendente de densidad, es decir, para regiones con z menor a $z = 205 \mu\text{m}$. En dicha región, el plasma mantiene una densidad uniforme de $n = 6 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$, lo cual permite observar el desarrollo del wakefield sin la influencia de gradientes de densidad que puedan inducir procesos de inyección.

El perfil de densidad utilizado en las simulaciones fue diseñado con transiciones graduales entre regiones, de modo que se minimicen discontinuidades que puedan inducir ruido numérico y, al mismo tiempo, se reproduzca un esquema típico que favorece la formación del wakefield, la inyección de electrones y su posterior aceleración. En particular, el pulso láser se propaga inicialmente a través de una región libre de plasma, de $5 \mu\text{m}$ de longitud, que representa un entorno de vacío. A continuación, ingresa en una rampa de densidad ascendente de $100 \mu\text{m}$ a lo largo del eje- z , en la que la densidad electrónica crece linealmente desde $n(z = 5 \mu\text{m}) = 0$ hasta $n(z = 105 \mu\text{m}) = 6 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Esta transición suave evita discontinuidades que podrían generar artefactos numéricos o efectos no físicos en la simulación. Luego, la densidad se mantiene constante hasta el inicio de la rampa descendente, que será descrita en detalle en secciones posteriores, por ser la responsable de facilitar la auto-inyección de electrones en el wakefield.

En todas las configuraciones simuladas, donde se exploraron diferentes intensidades y orientaciones del campo magnético externo aplicado, se observó de manera consistente la formación de un wakefield en el régimen no lineal conocido como *blowout*. Este régimen se caracteriza por la expulsión casi completa de los electrones al paso del pulso láser, generando una estructura prácticamente libre de electrones, como una cavidad, visualmente similar a una burbuja, que favorece la creación de campos eléctricos longitudinales intensos, adecuados para la aceleración de electrones. La Figura 15 ilustra claramente este fenómeno mediante un mapa de colores que representa la distribución espacial de la densidad electrónica perturbada en el plano $x - z$ al paso del pulso láser. Además, se incluyen los perfiles del campo eléctrico longitudinal E_z y la densidad electrónica n a lo largo del eje de propagación z para la coordenada transversal fija $x = 20 \mu\text{m}$. Los resultados presentados corresponden al instante $t = 31 \text{ fs}$, para diferentes valores de la intensidad del campo magnético externo B_0 , orientado paralelamente al eje de propagación del pulso ($\theta = 0^\circ$). A partir de estos perfiles, se evidencia que la amplitud máxima del campo eléctrico acelerador asociado al wakefield es de aproximadamente 300 GV/m y no presenta modificaciones significativas al incrementar la intensidad del campo magnético externo. Las variaciones observadas en la amplitud de E_z son menores y no alteran de forma apreciable la estructura del wakefield ni la distribución espacial de la densidad electrónica en el régimen considerado. Este comportamiento sugiere que, al menos en esta etapa de formación y para la configuración paralela del campo magnético, la presencia del campo magnético externo no tiene un impacto relevante sobre la formación de la onda plásmica generada por el pulso láser.

El análisis cuantitativo de la amplitud máxima del campo eléctrico longitudinal del wakefield para todas las configuraciones simuladas se resume en la Tabla 1. En dicha tabla se reportan los valores pico de E_z obtenidos al variar tanto la intensidad como la orientación del campo magnético externo aplicado. De manera general, se observa que la influencia del campo magnético sobre la amplitud del wakefield es mínima, evidenciando una débil dependencia respecto a estos parámetros.

Sin embargo, un examen detallado de los datos revela que, aunque sutil, existe una tendencia al incremento de la amplitud máxima del wakefield conforme aumenta la intensidad del campo magnético externo. Este efecto es más notorio en configuraciones con el campo alineado paralelamente al eje de propagación ($\theta = 0^\circ$), mientras que su magnitud disminuye progresivamente al incrementar el ángulo de inclinación del campo respecto a la dirección de propagación del pulso láser. De hecho, en la configuración com-

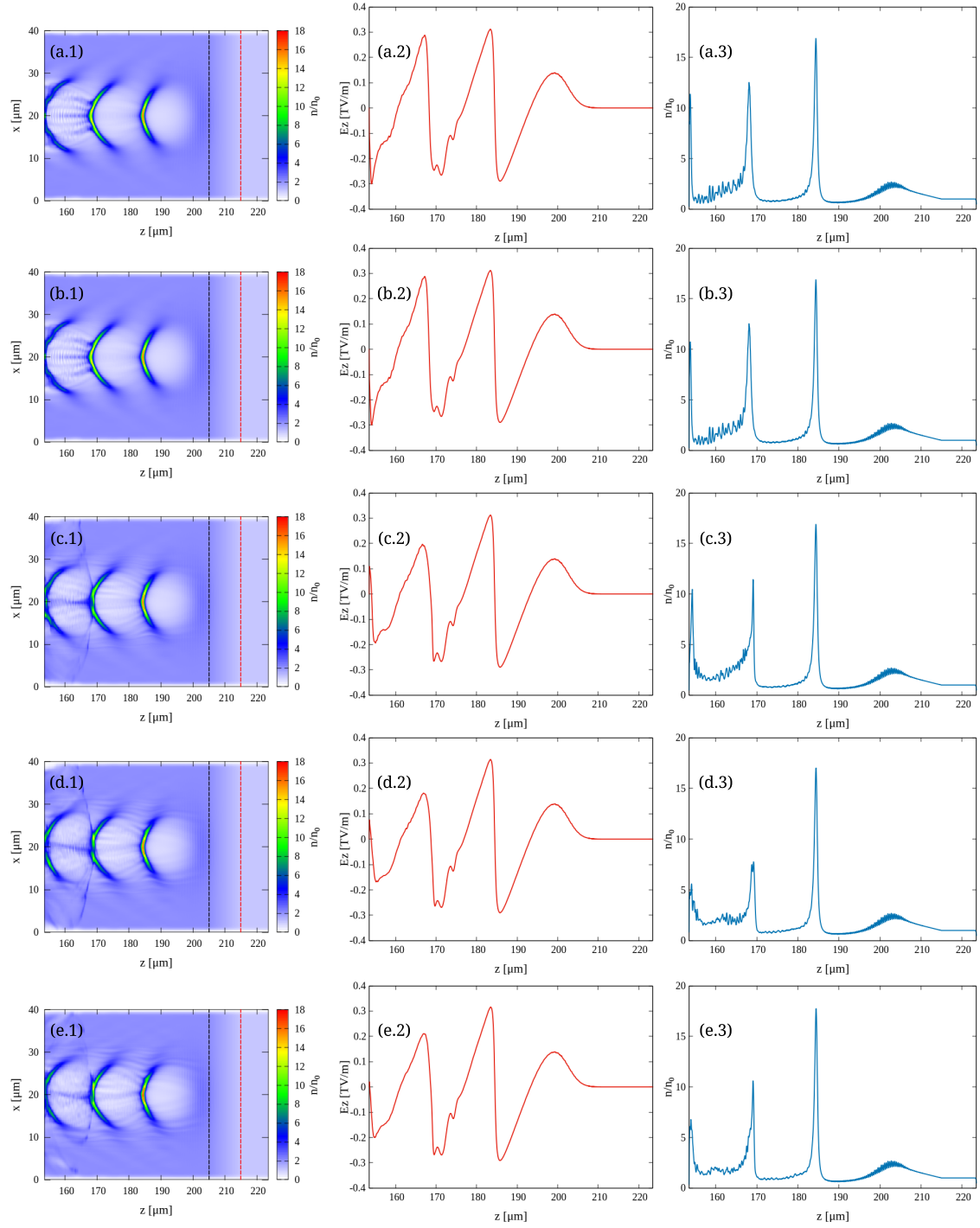


Figura 15: Distribución espacial de la densidad perturbada del plasma y perfiles longitudinales del campo eléctrico E_z (curvas rojas) y de la densidad electrónica n (curvas azules), evaluados en $x = 20 \mu\text{m}$, al instante $t = 31 \text{ fs}$. Las subfiguras a.1, a.2 y a.3 corresponden al caso sin campo magnético externo ($B_0 = 0 \text{ T}$); b.1, b.2 y b.3 para $B_0 = 1 \text{ T}$; c.1, c.2 y c.3 para $B_0 = 50 \text{ T}$; d.1, d.2 y d.3 para $B_0 = 100 \text{ T}$; y e.1, e.2 y e.3 para $B_0 = 150 \text{ T}$, todos con el campo magnético orientado en la dirección del eje de propagación ($\theta = 0^\circ$). En los perfiles espaciales de la densidad, las líneas verticales indican el inicio y el final de la rampa descendente de densidad.

$t = 0.72$ [ps]	E_{wake} [TV/m]		
B_0 [T]	0°	45°	90°
0	0.288	0.288	0.288
1	0.288	0.288	0.288
50	0.289	0.288	0.288
100	0.289	0.289	0.288
150	0.291	0.289	0.288

Tabla 1: Amplitud máxima del campo eléctrico longitudinal del wakefield (E_z) para las diferentes configuraciones de intensidad y orientación del campo magnético externo. La intensidad B_0 varía entre 0 T y 150 T, mientras que la orientación se define por el ángulo θ entre el campo magnético y el eje de propagación del pulso láser. Se observa un incremento leve en la amplitud del wakefield con la intensidad del campo magnético para orientaciones paralelas, mientras que el efecto disminuye conforme aumenta la inclinación, siendo despreciable en la configuración transversal ($\theta = 90^\circ$).

pletamente transversal ($\theta = 90^\circ$), la presencia del campo magnético no genera cambios apreciables en la amplitud del wake, lo cual sugiere que un campo aplicado perpendicularmente a la dirección de propagación del pulso tiene un impacto despreciable sobre la eficiencia de excitación de la onda plásmica.

Este comportamiento puede comprenderse a partir de la naturaleza misma del régimen de excitación alcanzado en las simulaciones, correspondiente al régimen no lineal conocido como *blowout*. En este régimen, como ya se mencionó, la interacción del pulso láser con el plasma provoca la expulsión casi total de los electrones del canal de propagación, generando una burbuja casi vacía de carga negativa donde los campos eléctricos longitudinales y transversales adquieren intensidades máximas, como se aprecia en la Figura 15. Así pues, debido a la escasa presencia de electrones dentro de esta cavidad, la capacidad del campo magnético externo para modificar la estructura del wakefield se ve significativamente limitada, ya que no hay suficientes portadores de carga negativa que puedan ser desviados o modulados magnéticamente para influir en la dinámica colectiva de la onda plásmica.

De manera particular, los campos magnéticos de baja intensidad, de 1 T, mostraron efectos prácticamente imperceptibles sobre la amplitud del wakefield, mientras que para intensidades más elevadas, 50 T, 100 T, 150 T, se observó un ligero incremento en el valor pico del campo acelerador. No obstante, dicho aumento es marginal y tiende a atenuarse cuando la orientación del campo magnético se aleja del eje de propagación

del pulso láser. Este comportamiento sugiere que la capacidad del campo magnético externo para modificar la amplitud del wakefield es muy leve, y no solo depende de su intensidad, sino también de su orientación, siendo más efectiva en la configuración paralela y prácticamente nula en la configuración transversal.

4.2 Auto-inyección de electrones

La auto-inyección de electrones mediante el mecanismo de rampa descendente de densidad se activa cuando la burbuja o cavidad del wakefield entra en la región donde la densidad del plasma disminuye gradualmente. Esta variación espacial de la densidad provoca una desaceleración local de la fase de la onda plásmica (ver sección 2.3), lo cual permite que una mayor cantidad de electrones permanezca en la parte trasera de la burbuja, específicamente cerca del eje de propagación. Esta acumulación electrónica, al alcanzar valores suficientemente altos, intensifica las fuerzas electrostáticas locales, generando condiciones que conducen al rompimiento de la onda plásmica. Como resultado, algunos de estos electrones logran cruzar el potencial de la estructura del wake y penetran en la región cavitada, donde quedan atrapados por el campo acelerador. Este proceso constituye el fenómeno de auto-inyección, en el que los electrones del propio plasma son capturados y posteriormente acelerados por el wakefield.

En la Figura 16 se ilustra este fenómeno a través de cuatro instantes clave extraídos de las simulaciones en el caso de plasma no magnetizado. Se observa que el inicio del proceso de inyección coincide con la entrada de la burbuja en la región de decaimiento de la densidad, indicada por la línea vertical negra. No obstante, la formación completa del haz de electrones auto-inyectado no es evidente sino hasta aproximadamente 1,4 ps después, una vez que la burbuja ha atravesado por completo la rampa, delimitada por la línea vertical roja. En los primeros instantes, el haz solo se visualiza parcialmente, ya que se encuentra aún en proceso de formación.

Una vez comprendido el fenómeno de auto-inyección, es pertinente describir la metodología empleada para identificar las superpartículas que se consideran efectivamente inyectadas. La primera condición natural establece que una partícula debe encontrarse más allá de la región de rampa para ser considerada como inyectada, es decir, su posición longitudinal debe ser mayor que la coordenada z donde finaliza la rampa de densidad e inicia la zona de aceleración. Adicionalmente, las partículas deben estar ubicadas en el

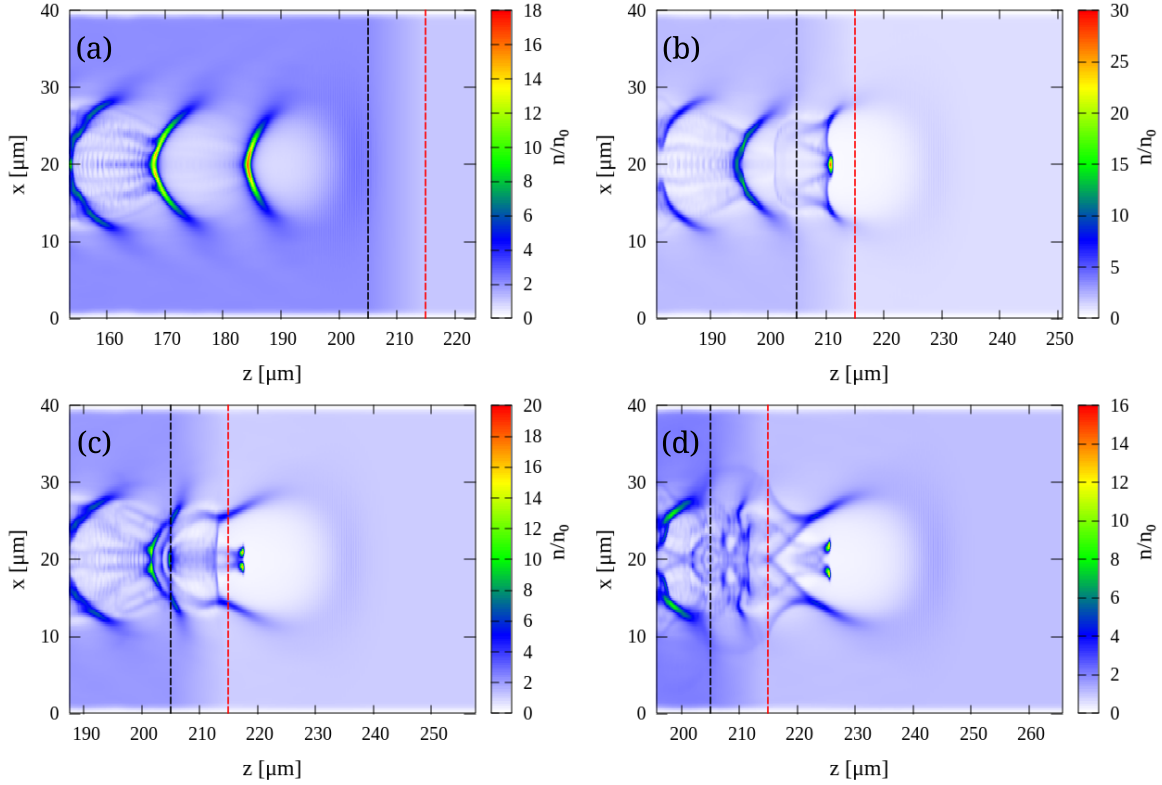


Figura 16: Evolución espacial del perfil de concentración electrónica en las cercanías de la rampa descendente de densidad al paso del pulso láser, evidenciando la auto-inyección electrónica en el caso no magnetizado. Se muestran cuatro capturas representativas del proceso, indicando el inicio y final de la región de rampa mediante líneas verticales negra y roja, respectivamente.

interior de la burbuja, la cual, al salir de la rampa, se cierra formando una estructura característica. En vista bidimensional, esta zona cerrada adquiere una geometría recta, cuasi-cónica o triangular, lo que permite definir de manera geométrica una frontera del wake mediante líneas rectas. Así, se considera que las superpartículas localizadas dentro de dicha región cerrada, como se muestra en la Figura 17, son candidatas a haber sido auto-inyectadas.

No obstante, es importante tener en cuenta una sutileza física relevante: debido a que el mecanismo de auto-inyección por rampa descendente opera en el régimen *blow-out*, donde el pulso láser expulsa la mayoría de los electrones del eje, pueden quedar pequeñas poblaciones de electrones residuales que nunca fueron completamente expulsados. Estas partículas también se localizan dentro de la burbuja al final de la rampa y, por tanto, cumplen con las dos condiciones anteriores, pero no forman parte del haz auto-inyectado. Para excluir estos electrones residuales, se analiza el espacio de fase (z, v_z) ,

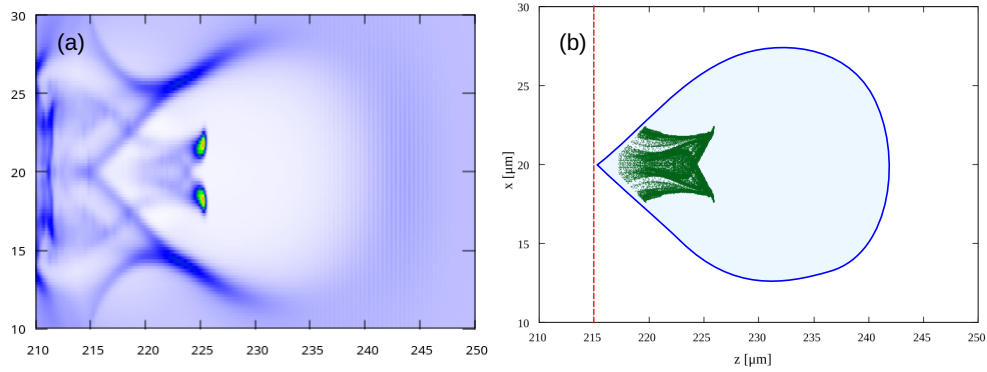


Figura 17: Zona de selección geométrica de partículas auto-inyectadas. Se muestra la burbuja cerrada al final de la rampa, delimitada por líneas rectas que definen una región triangular sobre el plano (x, z) . Las superpartículas dentro de esta zona son potencialmente inyectadas.

donde el haz auto-inyectado forma una estructura bien definida y separada cinemáticamente del fondo. En particular, se observa que existe una velocidad longitudinal mínima que caracteriza al conjunto de partículas inyectadas. Esta cota inferior en v_z permite discriminar eficazmente entre las partículas efectivamente capturadas y las que simplemente permanecieron dentro de la cavidad sin ser aceleradas. Esta distinción se ilustra en la Figura 18.

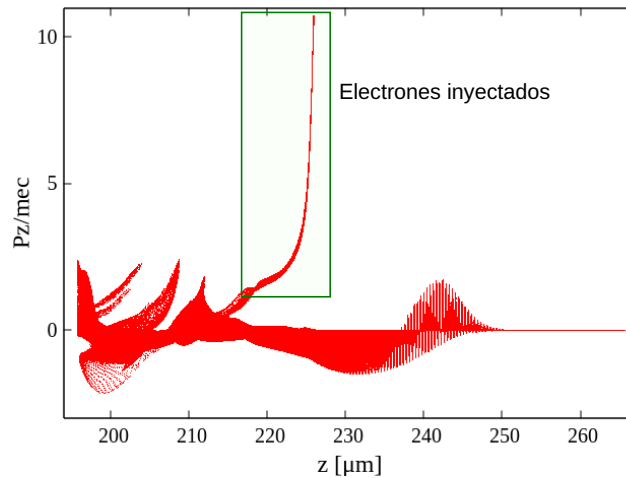


Figura 18: Espacio de fase (z, v_z) correspondiente al instante posterior a la salida de la burbuja de la rampa. El haz inyectado se manifiesta como una estructura coherente y separada del fondo, permitiendo establecer una cota inferior en velocidad para filtrar únicamente a las partículas efectivamente auto-inyectadas.

Cabe destacar que, si bien el fenómeno de auto-inyección electrónica se presenta en todos los casos simulados, la presencia de una componente transversal del campo magnético externo introduce modificaciones significativas tanto en la estructura del haz inyecta-

do como en la morfología de la burbuja. En particular, cuando se aplica un campo magnético con orientación transversal al eje de propagación, se observa que el haz de electrones auto-inyectados no se separa completamente de la cavidad del wakefield. A diferencia del caso no magnetizado, donde el haz forma una estructura bien definida y espacialmente diferenciada, bajo la influencia del campo transversal, el haz permanece conectado a la parte trasera de la burbuja, formando una especie de prolongación continua o adherencia con la cola de la cavidad.

Esta modificación sugiere que el campo magnético externo no solo altera la dinámica de inyección, sino también la forma y cierre de la burbuja, afectando las condiciones de confinamiento y aceleración del haz, como se verá más adelante. Esta observación se ejemplifica en la Figura 19, donde se aprecia la fusión del haz con la región final de la burbuja bajo la presencia de un campo magnético inclinado.

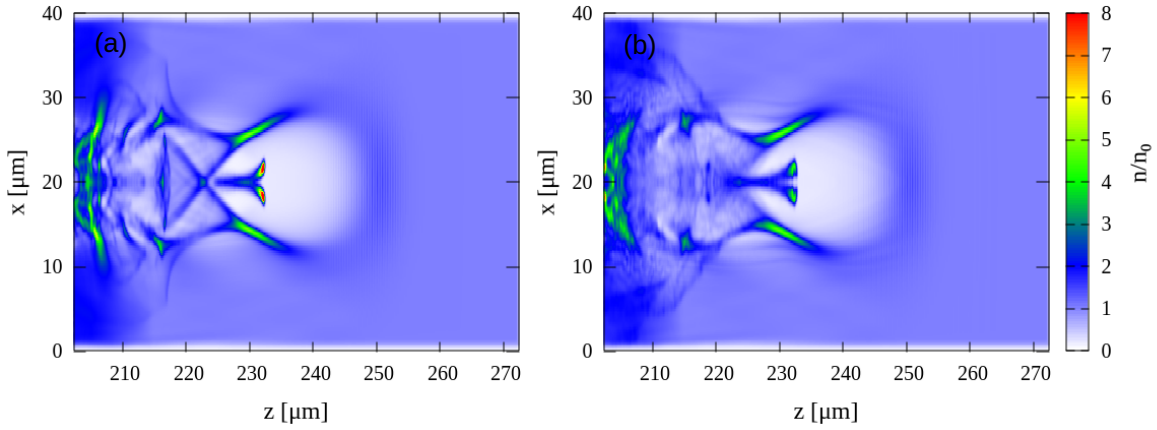


Figura 19: Modificación de la estructura del haz auto-inyectado bajo la influencia de un campo magnético externo con componente transversal. A diferencia del caso no magnetizado, el haz no se separa claramente de la burbuja, sino que permanece conectado a su parte trasera, formando una estructura continua.

Además, se encontró que el proceso de auto-inyección electrónica presenta una definición más clara y una estructura de haz más coherente únicamente en las configuraciones donde el campo magnético externo es estrictamente paralelo al eje de propagación del pulso láser ($\theta = 0^\circ$). En estos casos, el haz auto-inyectado se forma de manera más limpia, con mejor delimitación espacial; sin embargo, no se observa una tendencia clara entre la intensidad del campo magnético paralelo y la cantidad de electrones inyectados. Específicamente, a medida que se incrementa B_o , no se evidencia un aumento ni una

disminución sistemática en el número de partículas capturadas, a diferencia de lo reportado por R. Khooniki et al. [70]. Esto sugiere que un campo magnético completamente alineado con la dirección de propagación no ejerce una influencia determinante sobre la eficiencia del proceso de captura en el mecanismo *density down-ramp*.

En contraste, la presencia de una componente transversal del campo magnético externo sí afecta notablemente la calidad del haz generado. Las configuraciones con ángulos de inclinación distintos de cero, es decir $\theta = 45^\circ$ y $\theta = 90^\circ$, muestran una pérdida progresiva de coherencia espacial del haz y dificultan su separación clara de la estructura de la burbuja. Esta degradación podría deberse a las perturbaciones introducidas por el campo transversal en la geometría y el cierre del wakefield, lo que compromete las condiciones óptimas para la captura y aceleración de electrones.

Esta tendencia se refleja en los datos presentados en la Tabla 2, donde se reporta el número total de superpartículas auto-inyectadas para distintas intensidades y orientaciones del campo magnético externo. Como referencia, el caso sin campo magnético arrojó un total de aproximadamente 71 000 partículas inyectadas. Para $B = 1$ T, independientemente del ángulo, la cantidad de partículas inyectadas permanece cercana a dicho valor de referencia. No obstante, conforme se incrementa la intensidad del campo y su orientación se aleja del eje de propagación, se observa una disminución progresiva en el número de partículas capturadas. En otras palabras, una mayor componente transversal del campo magnético externo tiende a reducir la eficiencia del proceso de auto-inyección.

B [T]	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 45^\circ$	$\theta = 90^\circ$
50	69 608	69 822	69 336
100	68 135	68 135	67 988
150	70 936	67 623	65 521

Tabla 2: Número total de superpartículas auto-inyectadas mediante el mecanismo *density down-ramp*, para diferentes intensidades del campo magnético externo B y ángulos de orientación θ respecto al eje de propagación. Como referencia, en ausencia de campo magnético se inyectaron aproximadamente 71 000 partículas.

En resumen, los resultados obtenidos indican que el mecanismo de auto-inyección por rampa descendente de densidad se mantiene activo bajo diversas configuraciones del campo magnético externo. No obstante, la presencia de una componente transversal en

dicho campo tiende a degradar la coherencia espacial del haz auto-inyectado y a reducir la cantidad total de partículas capturadas. En contraste, cuando el campo magnético es puramente paralelo al eje de propagación, no se evidencia una influencia significativa sobre la eficiencia del proceso de inyección, permitiendo la formación de haces más definidos y estructurados. Estos hallazgos resaltan la sensibilidad del proceso de captura electrónica frente a la orientación del campo magnético, lo cual resulta crucial para el diseño de esquemas de inyección y aceleración optimizados.

4.2.1 Características del haz auto-inyectado

Una vez identificado el instante de auto-inyección, resulta fundamental caracterizar las propiedades iniciales del haz de electrones generado mediante el mecanismo *density down-ramp*. En esta sección se presentan parámetros clave tales como la posición central del haz en las direcciones longitudinal, z , y transversal, x , sus respectivas desviaciones estándar, la duración temporal, así como la energía media, la dispersión energética y la emitancia transversal normalizada. Estos parámetros constituyen la base para evaluar la calidad inicial del haz y su idoneidad para etapas posteriores de aceleración. Asimismo, permiten analizar la influencia que ejerce el campo magnético externo, tanto en magnitud como en orientación, sobre la estructura y coherencia del haz recién inyectado, proporcionando información esencial para optimizar configuraciones experimentales orientadas a maximizar la estabilidad y eficiencia del proceso de aceleración.

Para este análisis, los datos se organizaron considerando tres configuraciones según la orientación del campo magnético externo: **Caso I**, $\theta = 0^\circ$, donde el campo magnético externo es paralelo al eje de propagación; **Caso II**, $\theta = 45^\circ$, campo inclinado; y **Caso III**, $\theta = 90^\circ$, situación con campo puramente ortogonal al eje de propagación. En cada caso, se evaluó la influencia de la magnitud del campo sobre las propiedades iniciales del haz. Las Tablas 3, 4 y 5 recopilan las estadísticas de posición central, desviaciones estándar, energía media, dispersión energética, duración y emitancia transversal normalizada del haz electrónico, para una longitud de rampa fija de $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$, considerando distintas intensidades del campo magnético externo ($B = 0, 1, 50, 100, 150 \text{ T}$) y las tres orientaciones angulares mencionadas.

En la Tabla 3, correspondiente al caso en el que el campo magnético externo es puramente paralelo al eje de propagación ($\theta = 0^\circ$), se observa que los campos de alta

intensidad tienden a incrementar la dispersión transversal del haz, evidenciado por el aumento de σ_{x_e} a medida que B_0 se intensifica. En contraste, el tamaño longitudinal presenta una ligera tendencia a la reducción de σ_{z_e} con el aumento de B_0 , excepto para $B = 150$ T, donde el valor retorna prácticamente al obtenido en el plasma no magnetizado. Un aspecto interesante es la inyección ligeramente adelantada que se presenta en plasmas magnetizados respecto al caso no magnetizado: el valor promedio longitudinal $\langle z_e \rangle$ es menor en aproximadamente $1 \mu\text{m}$. En cuanto a las propiedades energéticas, el campo magnético paralelo no muestra una influencia significativa sobre la energía media ni sobre su dispersión, ya que ambas varían de forma marginal y sin una tendencia definida. En lo que respecta a la emitancia, el campo paralelo no ejerce un efecto apreciable sobre la emitancia transversal normalizada ϵ_x , mientras que la emitancia longitudinal ϵ_z presenta una tendencia decreciente con el aumento de la intensidad del campo. La duración del haz, σ_t , sigue un comportamiento similar al de la dispersión longitudinal, reduciéndose con B_0 hasta $B = 100$ T y retornando a valores cercanos al caso no magnetizado para $B = 150$ T.

Un resultado común a este y a los demás casos analizados ($\theta = 45^\circ$ y $\theta = 90^\circ$) es que un campo magnético de $B = 1$ T no produce cambios apreciables en ninguno de los parámetros evaluados. Esto sugiere que, para el esquema LWFA en estudio, este valor puede considerarse como un campo externo débil, incapaz de modificar de manera significativa la dinámica de inyección y las propiedades iniciales del haz.

En este segundo caso, correspondiente a un campo magnético externo inclinado ($\theta = 45^\circ$), Tabla 4. se observa que la posición media transversal $\langle x_e \rangle$ tiende a desviarse por debajo del eje de propagación, acompañado de un incremento en la dispersión transversal σ_{x_e} . Este efecto se intensifica con el aumento de la magnitud del campo, evidenciando que la componente transversal asociada a esta orientación influye directamente en la estabilidad lateral del haz. Al igual que en el caso paralelo, se mantiene la tendencia de una inyección ligeramente adelantada respecto al caso no magnetizado, reflejada en valores menores de $\langle z_e \rangle$. En cuanto a la dispersión longitudinal σ_{z_e} , se aprecia una ligera disminución con el aumento de B_0 , aunque el efecto es moderado.

Desde el punto de vista energético, tanto la energía media $\langle E \rangle$ como su dispersión σ_E muestran un incremento leve con la intensidad del campo. La emitancia transversal ϵ_x presenta un aumento claro y progresivo a medida que se incrementa B_0 , lo que indica una degradación en la calidad transversal del haz. En cambio, la emitancia longitudinal

Caso I	B = 0 [T]	B = 1 [T]	B = 50 [T]	B = 100 [T]	B = 150 [T]
Posiciones [μm]					
$\langle x_e \rangle$	20.00	20.00	20.00	19.95	19.90
σ_{x_e}	1.46	1.46	1.57	1.62	1.61
$\langle z_e \rangle$	223.80	223.80	222.60	222.00	222.00
σ_{z_e}	1.97	1.97	1.88	1.87	1.95
Energía de partículas [MeV]					
$\langle E \rangle$	1.95	1.95	1.92	2.00	1.96
σ_E	1.31	1.31	1.30	1.33	1.33
Emitancia [π mm mrad]					
ϵ_x	0.37	0.37	0.39	0.37	0.39
ϵ_z	2.98	2.98	2.75	2.74	2.74
Duración [fs]					
σ_t	6.94	6.94	6.63	6.60	6.94

Tabla 3: Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 0^\circ$).

ϵ_z no presenta variaciones significativas ni una tendencia definida. De manera similar, la duración del haz σ_t muestra fluctuaciones leves sin un patrón claro, lo que sugiere que en este caso la orientación inclinada del campo magnético no ejerce un efecto sustancial sobre la compresión o alargamiento temporal del haz.

Finalmente, para el caso tres, Tabla 5, correspondiente a un campo magnético puramente transversal ($\theta = 90^\circ$), se observa que la posición media transversal $\langle x_e \rangle$ del haz inyectado permanece prácticamente inalterada para todas las intensidades de B_0 . Sin embargo, la dispersión transversal σ_{x_e} sí se ve significativamente afectada, aumentando de forma progresiva con la intensidad del campo, lo que indica una pérdida de colimación transversal bajo campos intensos. En la dirección longitudinal, el centroide $\langle z_e \rangle$ se mantiene estable para la mayoría de los casos, con la excepción de $B = 150$ T, donde se registra una reducción notable, asociada a un adelantamiento en el momento de inyección. Desde el punto de vista energético, el campo transversal produce un incremento leve pero consistente en la energía media $\langle E \rangle$ del haz, acompañado de un aumento también leve, aunque más notorio que en los casos anteriores, en la dispersión energética σ_E . En cuanto a la calidad del haz, la emitancia transversal ϵ_x muestra un aumento claro y sostenido con la intensidad de B_0 , mientras que la emitancia longitudinal ϵ_z no presenta cambios relevantes. Un efecto distintivo de esta configuración es que el

Caso II	B = 0 [T]	B = 1 [T]	B = 50 [T]	B = 100 [T]	B = 150 [T]
Posiciones [μm]					
$\langle x_e \rangle$	20.00	20.00	19.90	19.81	19.75
σ_{x_e}	1.46	1.46	1.60	1.70	1.74
$\langle z_e \rangle$	223.80	223.80	222.50	222.70	222.00
σ_{z_e}	1.97	1.97	1.99	1.93	1.92
Energía de partículas [MeV]					
$\langle E \rangle$	1.95	1.95	1.94	2.08	2.11
σ_E	1.31	1.31	1.32	1.37	1.35
Emitancia [π mm mrad]					
ϵ_x	0.37	0.37	0.39	0.45	0.54
ϵ_z	2.97	2.97	2.99	2.98	2.86
Duración [fs]					
σ_t	6.94	6.94	7.06	6.98	6.95

Tabla 4: Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 45^\circ$).

campo puramente transversal sí influye en la duración del haz: a mayor intensidad del campo, mayor es σ_t , evidenciando un alargamiento temporal del paquete de electrones inyectados.

En conjunto, el análisis comparativo de los tres casos evidencia que la orientación y magnitud del campo magnético externo puede influir en la estructura y calidad inicial del haz auto-inyectado mediante el mecanismo *density down-ramp*. El campo paralelo ($\theta = 0^\circ$) muestra un impacto limitado, con variaciones sutiles en la dispersión transversal y longitudinal, y sin una influencia clara sobre la energía media o su dispersión. El campo inclinado ($\theta = 45^\circ$) introduce desviaciones laterales del centroide y aumenta la dispersión transversal, además de inducir incrementos moderados en la energía y en la emitancia transversal, aunque sin alterar de forma significativa la duración del haz. Por su parte, el campo puramente transversal ($\theta = 90^\circ$) presenta el efecto más marcado sobre la colimación y duración del haz, aumentando de forma sostenida la dispersión transversal, la emitancia y la duración temporal, junto con un incremento leve en la energía y su dispersión. En todos los casos, un campo de $B = 1$ T no produce variaciones apreciables, confirmando que su intensidad es insuficiente para modificar de manera sustancial la dinámica de inyección en el régimen LWFA estudiado.

Caso III	B = 0 [T]	B = 1 [T]	B = 50 [T]	B = 100 [T]	B = 150 [T]
Posiciones [μm]					
$\langle x_e \rangle$	20.00	20.00	20.00	20.00	20.01
σ_{x_e}	1.46	1.46	1.63	1.85	1.92
$\langle z_e \rangle$	223.80	223.80	223.80	223.90	220.20
σ_{z_e}	1.97	1.97	2.12	2.03	2.02
Energía de partículas [MeV]					
$\langle E \rangle$	1.95	1.95	2.07	2.26	2.40
σ_E	1.31	1.31	1.35	1.42	1.38
Emitancia [π mm mrad]					
ϵ_x	0.37	0.37	0.38	0.42	0.59
ϵ_z	2.97	2.97	3.20	3.28	3.00
Duración [fs]					
σ_t	6.94	6.94	7.49	7.53	7.52

Tabla 5: Estadísticas de posiciones, energías, duración y emitancias normalizadas para $L_{\text{rampa}} = 10 \mu\text{m}$ con diferentes intensidades del campo magnético externo ($\theta = 90^\circ$).

En síntesis, aunque los campos magnéticos considerados en este estudio son significativamente mayores a los que se emplean de forma rutinaria en configuraciones experimentales, los resultados obtenidos permiten identificar tendencias que podrían guiar implementaciones futuras. En particular, un campo paralelo moderado podría contribuir a un control más preciso de la fase de inyección sin degradar apreciablemente la calidad transversal del haz, mientras que configuraciones con componente transversal muestran un efecto más marcado sobre la dispersión y duración del haz, lo que podría explorarse en contextos donde se requieran haces más extendidos temporalmente. Si bien los beneficios directos para mejorar la carga inyectada no resultan evidentes, el conocimiento de estos efectos y su dependencia con la orientación y magnitud del campo ofrece una base útil para evaluar su incorporación en esquemas experimentales, incluso con campos más accesibles desde el punto de vista técnico.

4.3 Efecto de la pendiente de la rampa descendente

Ahora bien, con el objetivo de aislar la influencia de la pendiente de la rampa descendente sobre el mecanismo *density down-ramp*, en esta sección se analizan exclusivamente

simulaciones en ausencia de campo magnético externo. Esta aproximación permite evaluar de manera directa cómo la variación en la longitud de la rampa afecta la dinámica de inyección y las propiedades iniciales del haz, sin la intervención de efectos adicionales asociados a la magnetización del plasma. Para tal fin, se realizó una nueva serie de simulaciones en las que el salto de densidad total se mantuvo constante, mientras que la longitud de la rampa L_{rampa} se varió sistemáticamente. La Figura 20 muestra los perfiles de densidad empleados en los distintos casos.

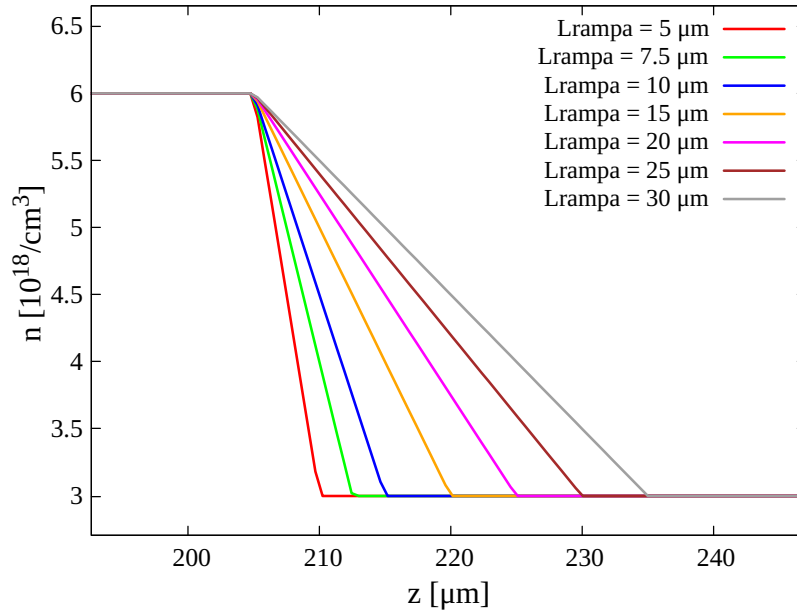


Figura 20: Perfiles de densidad utilizados para estudiar el efecto de la pendiente de la rampa descendente en el caso no magnetizado. Se mantiene fijo el cambio total de densidad $\Delta n = n_{\text{up}} - n_{\text{down}}$ y se varía la longitud de la rampa L_{rampa} , modificando así su pendiente $\Delta n/L_{\text{rampa}}$. El eje horizontal corresponde a la coordenada longitudinal z y el eje vertical a la densidad, según se indica en la leyenda). La leyenda identifica cada perfil por su valor de L_{rampa} .

Como primer paso en este estudio, se analizó la cantidad de carga inyectada en función de la pendiente de la rampa descendente. En este contexto, la carga inyectada se cuantifica a partir del número total de superpartículas que ingresan a la burbuja y son consideradas como inyectadas, según los criterios descritos previamente. Los resultados se presentan en la Tabla 6, donde se observa que, al incrementar la longitud de la rampa L_{rampa} , disminuye la cantidad de partículas inyectadas. Esto indica que transiciones de densidad más suaves, es decir, pendientes menos pronunciadas, no favorecen la captura de electrones, mientras que pendientes más abruptas promueven una mayor inyección. Este comportamiento sugiere que la cantidad de carga inyectada puede ser controlada ajustando la pendiente de la rampa. La representación gráfica de estos resultados se

muestra en la Figura 21, en la que se aprecia que la dependencia entre la carga inyectada y la longitud de la rampa sigue un patrón de decrecimiento aproximadamente exponencial.

$L_{\text{rampa}} [\mu\text{m}]$	5.0	7.5	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0
nsp	78 542	76 620	69 814	59 965	54 790	49 653	49 569

Tabla 6: Número total de superpartículas inyectadas en función de la longitud de la rampa descendente L_{rampa} , manteniendo constante el salto de densidad total.

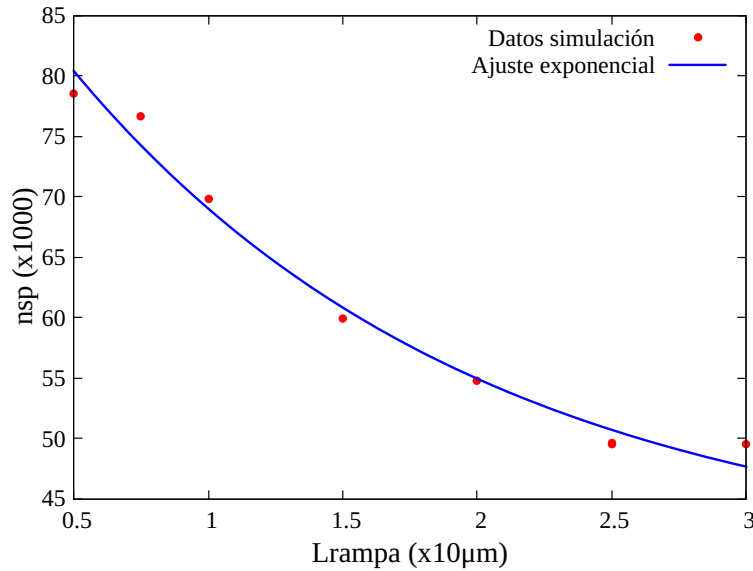


Figura 21: Dependencia del número de superpartículas inyectadas con la longitud de la rampa descendente L_{rampa} . Se observa un decrecimiento no lineal, cercano a un ajuste exponencial decreciente.

En este estudio se observó que los haces de electrones inyectados alcanzan energías finales significativamente más altas con rampas más largas, tal como se muestra en la Figura 22. Este comportamiento, que sigue una tendencia aproximadamente exponencial creciente con la longitud de la rampa, puede entenderse al considerar que en rampas más extensas los electrones permanecen durante más tiempo en la región trasera de la burbuja antes de abandonar la zona de gradiente descendente, lo que prolonga su interacción con el campo acelerador. Durante este intervalo, los electrones se benefician de una exposición sostenida a campos eléctricos de alta intensidad, y además la menor cantidad de carga inyectada en estos casos reduce el efecto de carga del haz (*beam loading*), permitiendo que el campo de aceleración mantenga amplitudes más altas. Con resultado combinado, las rampas largas facilitan que los electrones acumulen mayor energía antes de alcanzar la región de densidad constante, o zona de aceleración.

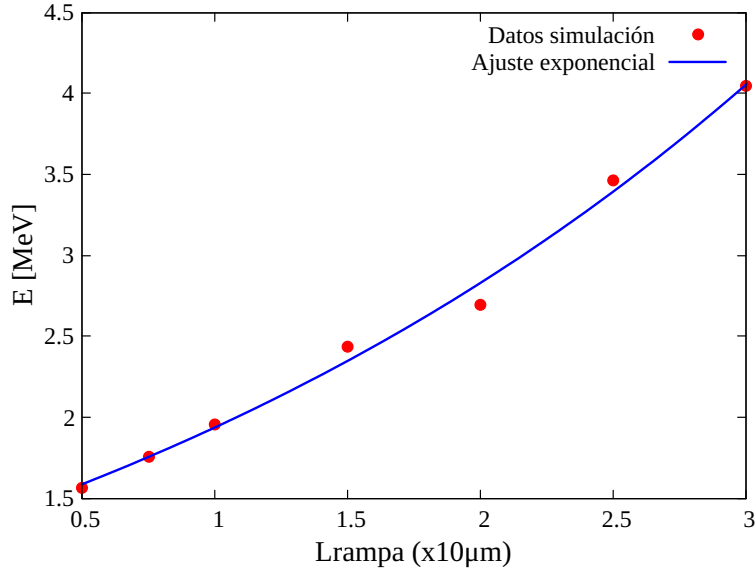


Figura 22: Energía media final de los electrones inyectados en función de la longitud de la rampa descendente L_{rampa} para el caso no magnetizado. Se observa una tendencia de crecimiento exponencial, atribuida al mayor tiempo de interacción con el campo acelerador y a la reducción del efecto *beam loading* en rampas más largas.

Finalmente, la Tabla 7 resume las características del haz de electrones inyectado: posiciones medias y sus desviaciones estándar, energías medias y su dispersión, emitancias normalizadas y duración, todo esto como función de la longitud de la rampa L_{rampa} . Se encontró que la posición media transversal $\langle x_e \rangle$ permanece prácticamente constante en todas las configuraciones, en torno a $20 \mu\text{m}$, lo que indica que el centroide del haz se mantiene alineado con el eje de propagación del pulso láser. Este comportamiento es consistente con la ausencia de campo magnético externo u otros agentes que puedan inducir desplazamientos laterales.

En cuanto a la dispersión longitudinal σ_{z_e} , se observa una tendencia decreciente al aumentar L_{rampa} hasta alcanzar aproximadamente $20 \mu\text{m}$, a partir de lo cual la dispersión vuelve a incrementarse. Este resultado sugiere la existencia de una longitud óptima de rampa que minimiza el tamaño longitudinal del haz. Desde el punto de vista energético, tal como se discutió previamente, rampas más extensas producen haces con mayor energía media, mientras que la dispersión energética σ_E sigue un patrón similar al de σ_{z_e} , con un mínimo alrededor de $L_{\text{rampa}} = 20 \mu\text{m}$. Este comportamiento coherente entre σ_{z_e} y σ_E refuerza la hipótesis de que existe una configuración óptima de rampa para generar haces con menor dispersión, tanto espacial como energética, especialmente a lo largo del eje de propagación. Dicho patrón se ve respaldado además por la evolu-

ción de la emitancia longitudinal ϵ_z y de la duración del haz σ_t , que también alcanzan sus valores mínimos en torno a esa longitud. Por otro lado, la emitancia transversal ϵ_x presenta un incremento aproximadamente proporcional con L_{rampa} , siguiendo una tendencia similar a la de la energía media.

$L_{\text{rampa}} [\mu\text{m}]$	5.00	7.50	10.00	15.00	20.00	25.00	30.00
Posiciones [μm]							
$\langle x_e \rangle$	20.00	20.00	20.00	20.00	20.00	20.01	20.00
σ_{x_e}	1.29	1.47	1.45	1.40	1.41	1.13	0.97
$\langle z_e \rangle$	221.25	223.64	223.85	227.68	227.95	236.99	243.37
σ_{z_e}	3.14	2.52	1.97	1.50	1.20	1.46	1.54
Energía de partículas [MeV]							
$\langle E \rangle$	1.56	1.75	1.95	2.43	2.70	3.46	4.05
σ_E	1.30	1.32	1.31	1.35	1.30	1.52	1.73
Emitancia [π mm mrad]							
ϵ_x	0.39	0.38	0.37	0.37	0.42	0.63	0.81
ϵ_z	5.20	3.99	2.98	2.33	1.65	2.16	1.92
Duración [fs]							
σ_t	11.66	9.11	6.95	5.21	4.11	5.02	5.30

Tabla 7: Evolución de las posiciones medias y sus desviaciones estándar, energía media y su dispersión, emitancias normalizadas y duración del pulso en función de la longitud de la rampa de densidad L_{rampa} , para el caso no magnetizado.

En conjunto, los resultados obtenidos muestran que la pendiente de la rampa descendente constituye un parámetro de control fundamental en el mecanismo *density down-ramp*. Pendientes más pronunciadas, es decir, rampas cortas, favorecen la inyección de una mayor cantidad de carga, pero producen haces con menor energía media y mayor dispersión energética y espacial. Por el contrario, rampas más suaves, con mayor L_{rampa} , generan haces menos cargados pero con energías más altas y, para longitudes intermedias en torno a $20 \mu\text{m}$, con mínimos en la dispersión longitudinal, dispersión energética, emitancia longitudinal y duración. Estos resultados evidencian un compromiso entre la cantidad de carga y la calidad del haz, sugiriendo la existencia de una configuración óptima que maximiza la energía y la colimación sin sacrificar excesivamente la carga inyectada.

4.4 Caracterización de los electrones acelerados

Una vez analizados los procesos de inyección y las condiciones iniciales del haz, resulta fundamental caracterizar las propiedades finales de los electrones tras su etapa de aceleración dentro del wakefield. Esta caracterización incluye parámetros clave como la energía media alcanzada, la dispersión energética, así como la duración final del haz. El estudio de estas propiedades no solo permite evaluar la eficiencia del mecanismo de aceleración, sino también estimar la calidad del haz. En esta sección se presentan los resultados correspondientes, comparando la influencia de las diferentes configuraciones del campo magnético externo sobre las propiedades finales de los electrones acelerados.

El análisis de la aceleración de electrones se inicia con el caso en el que el campo magnético externo se encuentra alineado paralelamente al eje de propagación ($\theta = 0^\circ$). Esta configuración permite aislar de forma directa los efectos de la intensidad del campo magnético en el proceso de aceleración, evitando la complejidad adicional introducida por las componentes transversales. Para campos débiles o ausentes ($B = 0$ T y $B = 1$ T), los electrones acelerados alcanzaron una energía pico promedio cercana a 21 MeV. Al incrementar la intensidad del campo magnético a 50 T, 100 T y 150 T, la energía pico media del haz mostró un leve aumento, alcanzando valores de 21,5 MeV, 22 MeV y 22,5 MeV, respectivamente. No obstante, estas variaciones son marginales, lo que indica que incluso campos paralelos de gran magnitud tienen un impacto limitado en la energía final alcanzada por los electrones.

La evolución temporal de la energía media se presenta en la Figura 23. En esta se aprecia un pico pronunciado alrededor de 2,6 ps, que corresponde al instante de máxima aceleración. El panel ampliado de la misma figura revela que, aunque la tendencia indica que campos paralelos más intensos producen una mayor ganancia de energía, la diferencia entre el caso no magnetizado y el escenario más favorable ($B = 150$ T) es de apenas ~ 2 MeV. Este resultado confirma que la influencia del campo paralelo sobre la aceleración es secundaria frente a los mecanismos dominantes del wakefield.

En la configuración con campo magnético paralelo, la distribución energética del haz no muestra variaciones significativas con la intensidad del campo. En particular, la dispersión energética (ΔE_{rms}) en el instante de máxima energía, alrededor de 2,6 ps, se mantuvo en ~ 12 MeV para todos los escenarios. En cuanto a la calidad del haz,

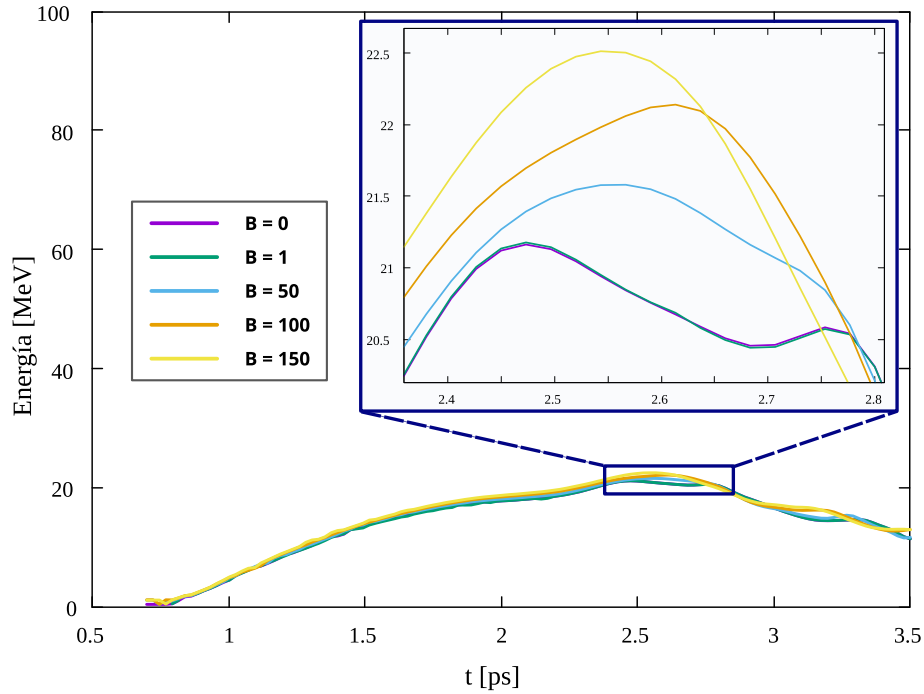


Figura 23: Evolución temporal de la energía media de los electrones acelerados en el caso de campo magnético paralelo ($\theta = 0^\circ$), para distintas intensidades de B . Se observa un pico alrededor de 2,6 ps. El recuadro ampliado muestra que, si bien campos más intensos generan una ganancia ligeramente mayor de energía, la diferencia con respecto al caso no magnetizado es marginal, del orden de 2 MeV.

las emitancias normalizadas aumentaron de forma considerable durante la aceleración: la emitancia transversal ϵ_x alcanzó valores del orden de $1,5\pi$ mm mrad, mientras que la emitancia longitudinal ϵ_z superó de manera consistente los 10π mm mrad. Ambas cantidades representan un incremento cercano a cinco veces respecto a sus valores iniciales de inyección. Estos resultados muestran que, aunque un campo paralelo puede incrementar de manera marginal la energía media de los electrones, no ejerce un impacto relevante sobre la dispersión energética ni sobre las emitancias en comparación con el caso no magnetizado. Sin embargo, el marcado aumento de estas magnitudes pone de relieve los desafíos asociados a este esquema de aceleración, en especial en lo concerniente al control y preservación de la calidad del haz.

El segundo caso de análisis corresponde a un campo magnético externo completamente transversal al eje de propagación del pulso láser. Como era de esperarse, el escenario con un campo de 1 T no presenta diferencias apreciables frente al caso no magnetizado. Sin embargo, un comportamiento distintivo se observa para intensidades de 100 T y 150 T. En estos casos, durante el proceso de aceleración el haz inyectado inicialmente

gana energía, pero conforme avanza a lo largo del eje z , termina siendo superado por la propia estructura de la burbuja (*wake*). En otras palabras, la parte trasera de la burbuja absorbe nuevamente al haz previamente inyectado, reintegrándolo al plasma y dejando en evidencia que un campo transversal sí altera de manera significativa el proceso de aceleración, en claro contraste con lo observado para el caso paralelo. Este fenómeno se ilustra en la Figura 24, donde se presenta una secuencia temporal del perfil de densidad electrónica. Allí se observa claramente el ciclo de inyección, la posterior aceleración y, finalmente, cómo la burbuja termina sobrepasando al haz hasta el punto en que ya no quedan electrones confinados dentro de ella para ser acelerados.

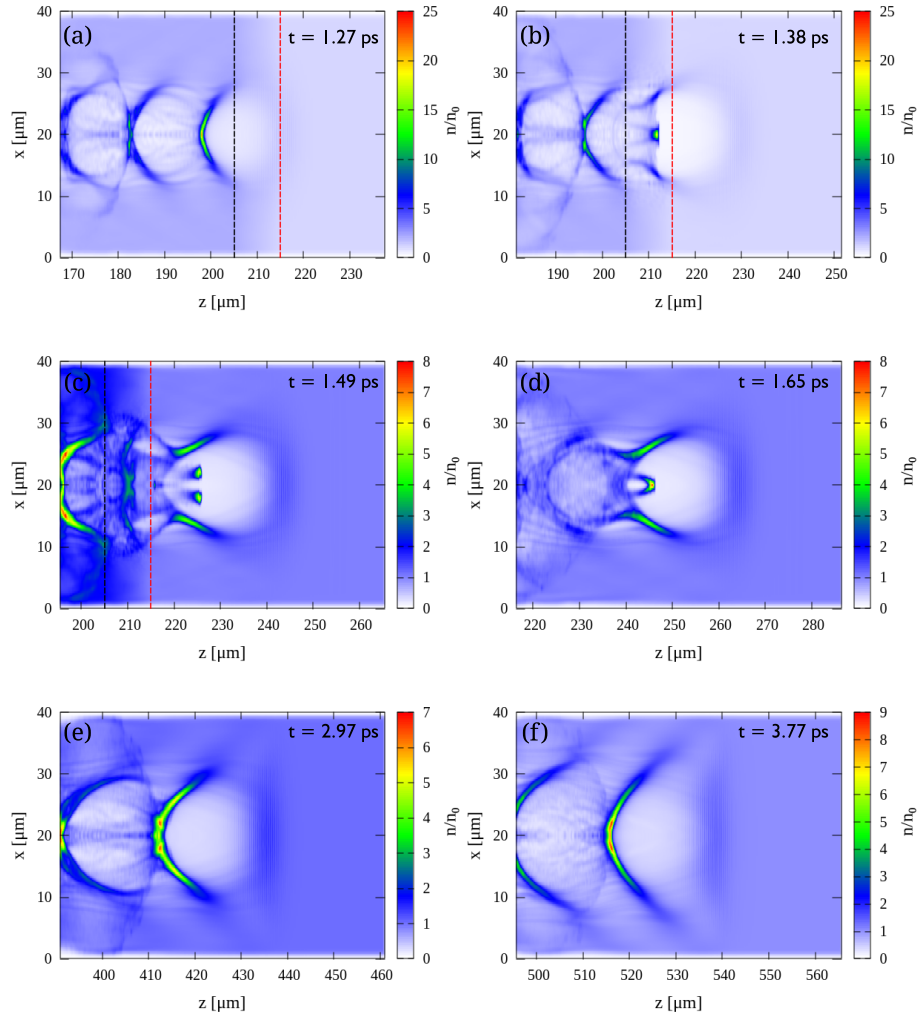


Figura 24: Evolución temporal del perfil de densidad electrónica en el caso de un campo magnético externo transversal ($\theta = 90^\circ$) de 150T. Se observa el proceso de inyección y aceleración inicial del haz, seguido de la reintegración de los electrones a la estructura del wake, lo que evidencia la inestabilidad del mecanismo bajo campos transversales intensos.

Este fenómeno también se observó en el caso de campo inclinado ($\theta = 45^\circ$), aunque únicamente para la intensidad de 150 T. En contraste, para el caso de campo puramente transversal de 50 T aún se mantuvieron electrones dentro de la burbuja al final de la simulación, y de manera similar, en el caso de $\theta = 45^\circ$ con intensidades de 50 T y 100 T no se evidenció una recaptura completa del haz electrónico, como ocurrió en los escenarios previos. Por esta razón, dichos casos se analizan en conjunto: $\theta = 45^\circ$ con $B = 100$ T y 150 T, y $\theta = 90^\circ$ con $B = 50$ T. La evolución temporal de la energía promedio de los electrones se presenta en la Figura 25, junto con el caso de referencia (sin campo magnético), donde se aprecia que las energías alcanzadas son significativamente mayores que en ausencia de campo o en el caso puramente paralelo, llegando incluso a superar los 80 MeV y mostrando una tendencia ascendente de continuar la simulación.

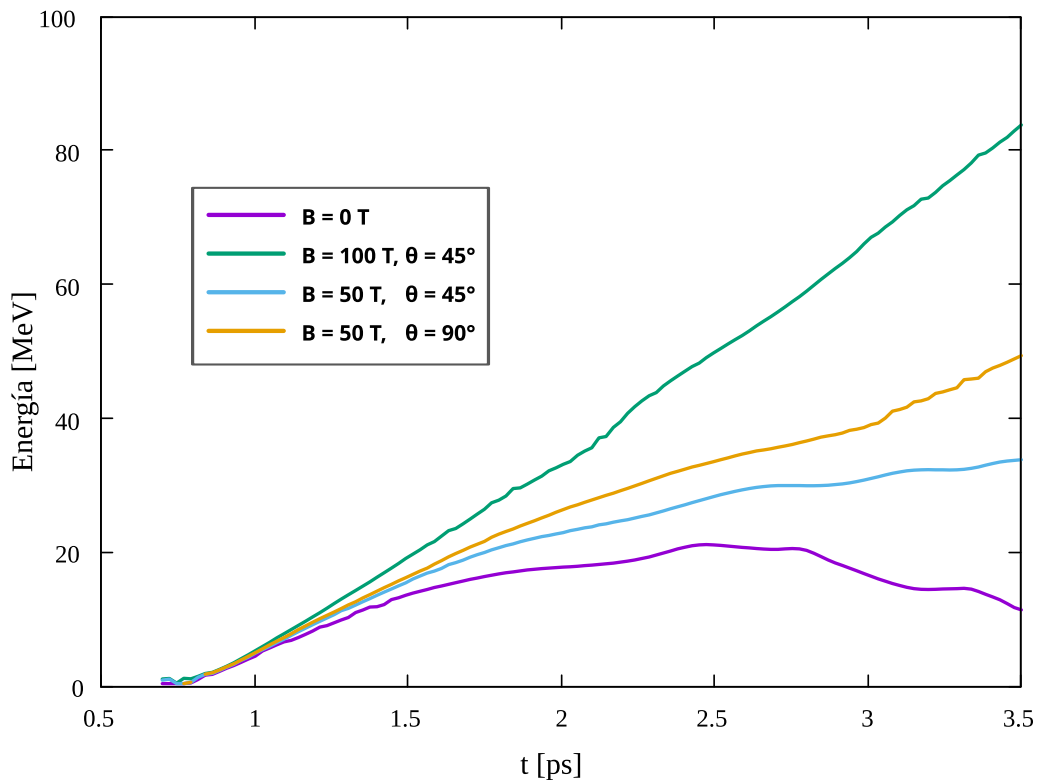


Figura 25: Evolución temporal de la energía promedio de los electrones acelerados para configuraciones con componente transversal del campo magnético ($\theta = 45^\circ$ y $\theta = 90^\circ$). Se observan ganancias energéticas significativamente superiores al caso paralelo y al no magnetizado, alcanzando hasta ~ 80 MeV.

A primera vista, estos resultados podrían sugerir una aceleración más eficiente bajo campos inclinados o transversales de intensidad moderada. Sin embargo, un análisis detallado revela que este incremento energético no corresponde a un aumento real de

la velocidad longitudinal de los electrones. Tal como se muestra en la Figura 26, la componente longitudinal v_z resulta menor que en el caso no magnetizado, lo que indica que la ganancia de energía proviene principalmente de la dinámica transversal inducida por el campo magnético, y no de una aceleración efectiva en la dirección de propagación; de hecho, esta baja velocidad relativa permite comprender que en estos casos, los haces de electrones inyectados son muy lentos respecto a la burbuja, la cual los termina por alcanzar y finalmente rebasar. Además, la misma figura muestra la evolución de la cantidad de partículas atrapadas en la burbuja, evidenciando que esta disminuye con el tiempo: los electrones tienden a rezagarse hacia la cola de la burbuja y son posteriormente reincorporados al wake, en un proceso inestable que compromete la eficiencia global de la aceleración. En consecuencia, de prolongarse la simulación, también en estos casos se esperaría la reintegración completa del haz electrónico al wake.

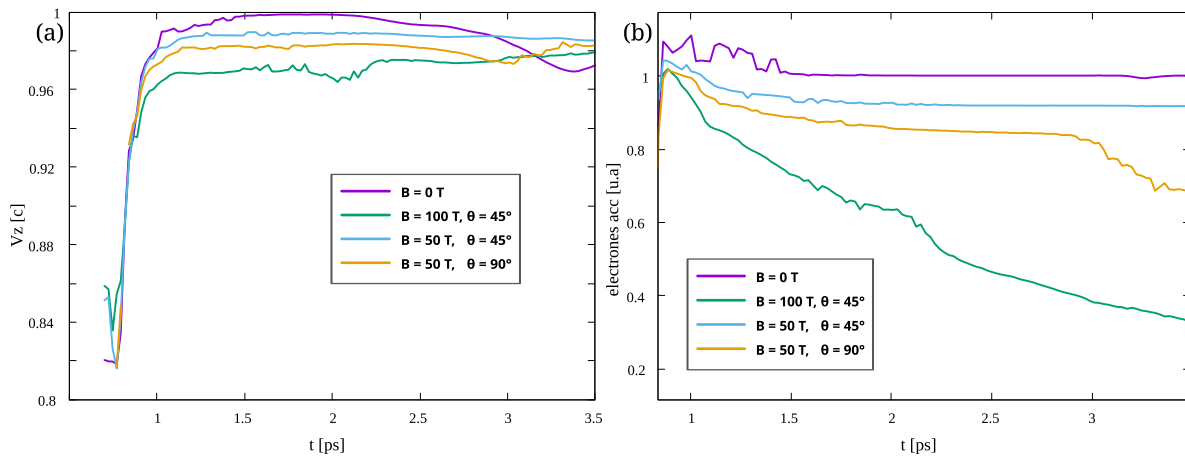


Figura 26: Evolución de la velocidad longitudinal promedio v_z y de la cantidad de partículas atrapadas en la burbuja para los casos con campo magnético inclinado y transversal. A pesar de las mayores energías aparentes, la velocidad longitudinal es menor que en el caso no magnetizado y el número de electrones atrapados disminuye en el tiempo, evidenciando un proceso inestable de pérdida y recaptura por parte del wake.

En conjunto, los resultados confirman que la presencia de componentes transversales del campo magnético induce un deterioro en la dinámica de aceleración, limitando el aprovechamiento práctico de estas configuraciones a pesar de las aparentes mayores ganancias energéticas.

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en este trabajo permitieron comprender en detalle cómo la presencia de un campo magnético externo influye sobre el mecanismo de inyección *density down-ramp* y la posterior aceleración. Se evidenció que la formación del *wakefield* en el régimen *blow-out* es robusta y apenas se ve afectada por la intensidad y orientación del campo: la amplitud máxima del campo eléctrico longitudinal se mantuvo cercana a 0,288–0,291 TV/m para intensidades entre 0 y 150 T, confirmando que la dinámica no lineal inducida por el pulso láser domina en esta etapa inicial.

En cuanto al proceso de auto-inyección, se observó que la orientación del campo resulta determinante. En ausencia de campo magnético se inyectaron aproximadamente 71 000 superpartículas, valor que se conserva para $B = 1$ T en cualquier orientación. Sin embargo, cuando la intensidad aumenta y la orientación se desvía del eje de propagación, la carga inyectada disminuye progresivamente: para $B = 150$ T y $\theta = 90^\circ$ se capturaron alrededor de 65 500 superpartículas. Además, en los casos transversales se evidenció que el haz permaneció conectado a la parte trasera de la burbuja, comprometiendo su delimitación espacial y generando inestabilidades durante la aceleración.

La calidad inicial del haz mostró también una dependencia con la orientación del campo externo. Para $B = 100$ T en configuración paralela, la energía media fue cercana a 2,0 MeV con una dispersión de 1,3 MeV, mientras que la emitancia transversal normalizada se mantuvo alrededor de $0,37\text{--}0,39\pi$ mm mrad y la longitudinal disminuyó hasta $\sim 2,7\pi$ mm mrad. En cambio, bajo un campo transversal de 150 T, la energía media aumentó a 2,4 MeV con una dispersión de 1,38 MeV, pero la emitancia transversal se degradó significativamente, alcanzando $0,59\pi$ mm mrad, acompañada de un ensanchamiento temporal del haz hasta $\sim 7,5$ fs. Estos resultados muestran que, aunque los campos inclinados y transversales pueden aumentar la energía, lo hacen a costa de la colimación y la estabilidad del paquete electrónico.

El estudio de la pendiente de la rampa descendente reveló su papel como parámetro crítico de control. Rampas cortas de $L_{\text{rampa}} = 5 \mu\text{m}$ favorecieron la captura de hasta 78 500 superpartículas, pero la energía media alcanzada fue de apenas 1,6 MeV, con emitancias longitudinales superiores a 5π mm mrad y duraciones temporales del orden de 12 fs. Por el contrario, rampas largas de $30 \mu\text{m}$ redujeron la carga inyectada a cerca de 49 500 superpartículas, aunque la energía media aumentó hasta 4,0 MeV. De manera notable, para $L_{\text{rampa}} \approx 20 \mu\text{m}$ se identificó una condición óptima donde la energía media fue de 2,7 MeV, la dispersión longitudinal σ_z se redujo a $1,2 \mu\text{m}$, la dispersión energética descendió hasta 1,3 MeV, la emitancia longitudinal se minimizó en $1,65\pi$ mm mrad y la duración del haz fue de ~ 4 fs.

Durante la etapa de aceleración, los campos magnéticos paralelos mostraron un efecto marginal sobre la ganancia de energía. En particular, para $B = 150$ T y $\theta = 0^\circ$, la energía pico promedio alcanzó $\sim 22,5$ MeV, apenas 2 MeV más que el caso no magnetizado. En contraste, un campo magnético externo con componente transversal intensa, induce dinámicas inestables, donde los electrones autoinyectados son recapturados por la burbuja, evidenciando la pérdida de confinamiento y la inestabilidad del proceso de aceleración longitudinal.

De esta manera, los objetivos planteados en este trabajo se cumplieron satisfactoriamente. Por una parte se demostró que la orientación del campo magnético es un factor más crítico que su magnitud en la dinámica de inyección y aceleración. También, que la pendiente de la rampa descendente constituye un parámetro de control fundamental para balancear carga y calidad del haz, y que los beneficios de campos externos intensos deben evaluarse con cautela debido a las inestabilidades que pueden inducir.

Finalmente, este es un estudio preliminar que abre perspectivas hacia el futuro. La extensión de las simulaciones a configuraciones tridimensionales permitirá capturar efectos adicionales como la fuerza centrífuga y la apreciación clara de la apertura transversal de la burbuja. Asimismo, la exploración de pulsos láser con diferentes perfiles y duraciones, así como la combinación de rampas de densidad optimizadas con campos magnéticos moderados, ofrecerá nuevas rutas para controlar la inyección y preservar la calidad del haz. La comparación con resultados experimentales y la aplicación de estas configuraciones en esquemas de aceleradores de plasma compactos representan proyecciones naturales que consolidan la importancia de este trabajo como base para investigaciones posteriores en aceleración avanzada de partículas.

REFERENCIAS

- [1] Erlijn van Genuchten. Biodiversity solutions: Sustainable agriculture. In *A Guide to a Healthier Planet: Scientific Insights and Actionable Steps to Help Resolve Climate, Pollution and Biodiversity Issues*, pages 141–153. Springer, 2023.
- [2] Altan Cakir and Oguz Guzel. A brief review of plasma wakefield acceleration. *arXiv preprint arXiv:1908.07207*, 2019.
- [3] Henrik Ekerfelt. Parametric study of density down-ramp injection in laser wakefield acceleration. 2015.
- [4] Joseph Incandela, on behalf CMS Collaboration, et al. Status of the cms sm higgs search. In *CERN Public Seminar, CERN, Switzerland*, 2012.
- [5] Marcio Luis Ferreira Nascimento. Brief history of x-ray tube patents. *World Patent Information*, 37:48–53, 2014.
- [6] Julian Tesch Picard. *High power microwave generation for advanced particle acceleration*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2022.
- [7] Luis W Alvarez, Hugh Bradner, Jack V Franck, Hayden Gordon, J Donald Gow, Lauriston C Marshall, Frank Oppenheimer, Wolfgang KH Panofsky, Chaim Richman, and John R Woodyard. Berkeley proton linear accelerator. *Review of Scientific Instruments*, 26(2):111–133, 1955.
- [8] WP Leemans, AJ Gonsalves, H-S Mao, K Nakamura, C Benedetti, CB Schroeder, Cs Tóth, J Daniels, DE Mittelberger, SS Bulanov, et al. Multi-gev electron beams from capillary-discharge-guided subpetawatt laser pulses in the self-trapping regime. *Physical review letters*, 113(24):245002, 2014.

-
- [9] Sergei Bulanov, Nataria Naumova, Francesco Pegoraro, and Junichi Sakai. Particle injection into the wave acceleration phase due to nonlinear wake wave breaking. *Physical Review E*, 58(5):R5257, 1998.
- [10] D Ullmann, P Scherkl, A Knetsch, T Heinemann, A Sutherland, AF Habib, OS Karger, A Beaton, GG Manahan, A Deng, et al. All-optical density down-ramp injection in electron-driven plasma wakefield accelerators. *Physical Review Research*, 3(4):043163, 2021.
- [11] JP Couperus Cabadağ, R Pausch, S Schöbel, M Bussmann, Y-Y Chang, S Corde, A Debus, Hao Ding, A Döpp, FM Foerster, et al. Gas-dynamic density downramp injection in a beam-driven plasma wakefield accelerator. *Physical Review Research*, 3(4):L042005, 2021.
- [12] Arohi Jain, Samuel R Yoffe, Bernhard Ersfeld, George K Holt, Devki Nandan Gupta, and Dino A Jaroszynski. The effect of laser pulse evolution on down-ramp injection in laser wakefield accelerators. *Scientific Reports*, 14(1):19127, 2024.
- [13] CJ Zhang, C Joshi, XL Xu, WB Mori, F Li, Y Wan, JF Hua, CH Pai, J Wang, and W Lu. Evolution of plasma wakes in density up-and down-ramps. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 60(2):024003, 2018.
- [14] Pallavi Jha, Akanksha Saroch, Rohit Kumar Mishra, and Ajay Kumar Upadhyay. Laser wakefield acceleration in magnetized plasma. *Physical Review Special Topics—Accelerators and Beams*, 15(8):081301, 2012.
- [15] R Sadighi-Bonabi and M Etehad-Abari. The electron density distribution and field profile in underdense magnetized plasma. *Physics of Plasmas*, 17(3), 2010.
- [16] Tomonao Hosokai, Alexei Zhidkov, Atsushi Yamazaki, Yoshio Mizuta, Mitsuru Uesaka, and Ryosuke Kodama. Electron energy boosting in laser-wake-field acceleration with external magnetic field $b \approx 1$ t and laser prepulses. *Applied Physics Letters*, 96(12), 2010.
- [17] Min Sup Hur, Devki Nandan Gupta, and Hyyong Suk. Enhanced electron trapping by a static longitudinal magnetic field in laser wakefield acceleration. *Physics Letters A*, 372(15):2684–2687, 2008.
- [18] Jorge Vieira, SF Martins, VB Pathak, RA Fonseca, Warren B Mori, and LO Silva. Magnetic control of particle injection in plasma based accelerators. *Physical review letters*, 106(22):225001, 2011.

-
- [19] Richard Fitzpatrick. *Plasma physics: an introduction*. Crc Press, 2022.
- [20] Akira Hasegawa. *Plasma instabilities and nonlinear effects*, volume 8. Springer Science & Business Media, 2012.
- [21] TJ M Boyd, TJM Boyd, and JJ Sanderson. *The physics of plasmas*. Cambridge university press, 2003.
- [22] Paul M Bellan. *Fundamentals of plasma physics*. Cambridge university press, 2008.
- [23] Toshiki Tajima and John M Dawson. Laser electron accelerator. *Physical review letters*, 43(4):267, 1979.
- [24] V Malka. Plasma wake accelerators: introduction and historical overview. *arXiv preprint arXiv:1705.09584*, 2017.
- [25] A Modena, Z Najmudin, AE Dangor, CE Clayton, KA Marsh, C Joshi, Victor Malka, CB Darrow, C Danson, D Neely, et al. Electron acceleration from the breaking of relativistic plasma waves. *nature*, 377(6550):606–608, 1995.
- [26] Sébastien Corde, K Ta Phuoc, Guillaume Lambert, R Fitour, Victor Malka, Antoine Rousse, A Beck, and E Lefebvre. Femtosecond x rays from laser-plasma accelerators. *Reviews of Modern Physics*, 85(1):1–48, 2013.
- [27] Donna Strickland and Gerard Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics Communications*, 55(6):447–449, 1985.
- [28] CGR Geddes, Cs Toth, J Van Tilborg, E Esarey, CB Schroeder, D Bruhwiler, Ch Nieter, J Cary, and WP Leemans. High-quality electron beams from a laser wakefield accelerator using plasma-channel guiding. *Nature*, 431(7008):538–541, 2004.
- [29] Stuart PD Mangles, CD Murphy, Zulfikar Najmudin, Alexander George Roy Thomas, JL Collier, Aboobaker E Dangor, EJ Divall, PS Foster, JG Gallacher, CJ Hooker, et al. Monoenergetic beams of relativistic electrons from intense laser–plasma interactions. *Nature*, 431(7008):535–538, 2004.
- [30] Jérôme Faure, Yannick Glinec, A Pukhov, S Kiselev, S Gordienko, E Lefebvre, J-P Rousseau, F Burgy, and Victor Malka. A laser–plasma accelerator producing monoenergetic electron beams. *Nature*, 431(7008):541–544, 2004.

-
- [31] Eric Esarey, Carl B Schroeder, and Wim P Leemans. Physics of laser-driven plasma-based electron accelerators. *Reviews of modern physics*, 81(3):1229–1285, 2009.
- [32] Wei Lu, Chengkun Huang, Miaomiao Zhou, Warren B Mori, and Thomas Katsouleas. Nonlinear theory for relativistic plasma wakefields in the blowout regime. *Physical review letters*, 96(16):165002, 2006.
- [33] A Sävert, SPD Mangles, M Schnell, E Siminos, Jason M Cole, M Leier, M Reuter, Matthew B Schwab, M Möller, K Poder, et al. Direct observation of the injection dynamics of a laser wakefield accelerator using few-femtosecond shadowgraphy. *Physical review letters*, 115(5):055002, 2015.
- [34] Andrew Zangwill. *Modern electrodynamics*. Cambridge University Press, 2013.
- [35] Eric Esarey, Phillip Sprangle, Jonathan Krall, and Antonio Ting. Overview of plasma-based accelerator concepts. *IEEE Transactions on plasma science*, 24(2):252–288, 1996.
- [36] Eric Esarey, Phillip Sprangle, Jonathan Krall, Antonio Ting, and Glenn Joyce. Optically guided laser wake-field acceleration. *Physics of Fluids B: Plasma Physics*, 5(7):2690–2697, 1993.
- [37] J Krall, A Ting, E Esarey, and P Sprangle. Self-modulated-laser wakefield acceleration. In *Proceedings of International Conference on Particle Accelerators*, pages 2629–2631. IEEE, 1993.
- [38] Ya B Fainberg, VA Balakirev, and IN Onishchenko. Wake field excitation in plasma by a train of relativistic electron bunches. *Plasma Physics Reports*, 20(7), 1994.
- [39] Pisin Chen, JM Dawson, Robert W Huff, and Thomas Katsouleas. Acceleration of electrons by the interaction of a bunched electron beam with a plasma. *Physical review letters*, 54(7):693, 1985.
- [40] Donna Strickland and Gerard Mourou. Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics communications*, 55(6):447–449, 1985.
- [41] Gérard A Mourou, CP Barty, and Michael D Perry. Ultrahigh-intensity laser: physics of the extreme on a tabletop. ., 1997.
- [42] J Vieira, RA Fonseca, and LO Silva. Multidimensional plasma wake excitation in the non-linear blowout regime. *arXiv preprint arXiv:1607.03514*, 2016.

-
- [43] JP Palastro, JL Shaw, P Franke, D Ramsey, TT Simpson, and DH Froula. Dephasingless laser wakefield acceleration. *Physical review letters*, 124(13):134802, 2020.
- [44] Xi Zhang, Vladimir N Khudik, and Gennady Shvets. Synergistic laser-wakefield and direct-laser acceleration in the plasma-bubble regime. *Physical review letters*, 114(18):184801, 2015.
- [45] PE Masson-Laborde, MZ Mo, A Ali, S Fourmaux, P Lassonde, JC Kieffer, W Rozmus, D Teychenné, and R Fedosejevs. Giga-electronvolt electrons due to a transition from laser wakefield acceleration to plasma wakefield acceleration. *Physics of Plasmas*, 21(12):123113, 2014.
- [46] Serguei Y Kalmykov, A Beck, SA Yi, VN Khudik, Michael C Downer, E Lefebvre, Bradley Allan Shadwick, and DP Umstadter. Electron self-injection into an evolving plasma bubble: Quasi-monoenergetic laser-plasma acceleration in the blowout regime. *Physics of Plasmas*, 18(5):056704, 2011.
- [47] Patrick Mora and Thomas M Antonsen Jr. Electron cavitation and acceleration in the wake of an ultraintense, self-focused laser pulse. *Physical Review E*, 53(3):R2068, 1996.
- [48] JB Rosenzweig, B Breizman, T Katsouleas, and JJ Su. Acceleration and focusing of electrons in two-dimensional nonlinear plasma wake fields. *Physical Review A*, 44(10):R6189, 1991.
- [49] WB Mori, T Katsouleas, CB Darrow, CE Clayton, C Joshi, JM Dawson, CB Decker, K Marsh, and SC Wilks. Laser wakefields at ucla and llnl. In *Proceedings of the Particle Accelerator Conference. San Francisco, California*, 1991.
- [50] Alexancer Pukhov and Jürgen Meyer-ter Vehn. Laser wake field acceleration: the highly non-linear broken-wave regime. *Applied Physics B*, 74(4):355–361, 2002.
- [51] J Grebenyuk, A Martinez de la Ossa, T Mehrling, and J Osterhoff. Beam-driven plasma-based acceleration of electrons with density down-ramp injection at flash-forward. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 740:246–249, 2014.
- [52] AJ Gonsalves, Kei Nakamura, Chen Lin, Dmitriy Panasenkov, Satomi Shiraishi, Thomas Sokollik, Carlo Benedetti, CB Schroeder, CGR Geddes, Jeroen Van Tilborg, et al. Tunable laser plasma accelerator based on longitudinal density tailoring. *Nature Physics*, 7(11):862–866, 2011.

-
- [53] Alexander Buck, Johannes Wenz, Jiancai Xu, Konstantin Khrennikov, Karl Schmid, Matthias Heigoldt, Julia M Mikhailova, M Geissler, B Shen, Ferenc Krausz, et al. Shock-front injector for high-quality laser-plasma acceleration. *Physical review letters*, 110(18):185006, 2013.
- [54] Sergei V Bulanov, Timur Zh Esirkepov, Masaki Kando, James K Koga, Tomonao Hosokai, Alexei G Zhidkov, and Ryosuke Kodama. Nonlinear plasma wave in magnetized plasmas. *Physics of Plasmas*, 20(8), 2013.
- [55] Q Zhao, SM Weng, ZM Sheng, M Chen, GB Zhang, WB Mori, B Hidding, DA Jaroszynski, and J Zhang. Ionization injection in a laser wakefield accelerator subject to a transverse magnetic field. *New Journal of Physics*, 20(6):063031, 2018.
- [56] Giovanni Lapenta. Particle simulations of space weather. *Journal of Computational Physics*, 231(3):795–821, 2012.
- [57] Allen Taflove, Susan C Hagness, and Melinda Picket-May. Computational electromagnetics: the finite-difference time-domain method. *The Electrical Engineering Handbook*, 3:629–670, 2005.
- [58] Takayuki Umeda, Yoshiharu Omura, T Tominaga, and Hiroshi Matsumoto. A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations. *Computer Physics Communications*, 156(1):73–85, 2003.
- [59] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on antennas and propagation*, 14(3):302–307, 1966.
- [60] Hong Qin, Shuangxi Zhang, Jianyuan Xiao, Jian Liu, Yajuan Sun, and William M Tang. Why is boris algorithm so good? *Physics of Plasmas*, 20(8), 2013.
- [61] Hann-Shin Mao and Richard Wirz. Comparison of charged particle tracking methods for non-uniform magnetic fields. In *42nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference in conjunction with the 18th International Conference on MHD Energy Conversion (ICMHD)*, page 3739, 2011.
- [62] J-L Vay. Simulation of beams or plasmas crossing at relativistic velocity. *Physics of Plasmas*, 15(5), 2008.

-
- [63] Patrick J Ford, Sterling R Beeson, Hermann G Krompholz, and Andreas A Neuber. A finite-difference time-domain simulation of high power microwave generated plasma at atmospheric pressures. *Physics of Plasmas*, 19(7), 2012.
- [64] Dennis M Sullivan. *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. John Wiley & Sons, 2013.
- [65] Richard Courant, Kurt Friedrichs, and Hans Lewy. Über die partiellen differenzgleichungen der mathematischen physik. *Mathematische annalen*, 100(1):32–74, 1928.
- [66] Richard Courant, Kurt Friedrichs, and Hans Lewy. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM journal of Research and Development*, 11(2):215–234, 1967.
- [67] Carlos A de Moura and Carlos S Kubrusly. *The Courant-Friedrichs-Lewy (CFL) condition: 80 years after its discovery*. Birkhäuser Basel, 2012.
- [68] T Zh Esirkepov. Exact charge conservation scheme for particle-in-cell simulation with an arbitrary form-factor. *Computer Physics Communications*, 135(2):144–153, 2001.
- [69] Alexander Pukhov. Particle-in-cell codes for plasma-based particle acceleration. *arXiv preprint arXiv:1510.01071*, 2015.
- [70] Reza Khooniki, Reza Fallah, Seyed Mohammad Khorashadizadeh, and Alireza Niknam. Particle-in-cell simulations of electron bunches produced in flattened gaussian laser pulse–magnetoactive plasma interactions. *Available at SSRN 4994992*.
- [71] Seungyong Hahn, Kwanglok Kim, Kwangmin Kim, Xinbo Hu, Thomas Painter, Iain Dixon, Seokho Kim, Kabindra R Bhattarai, So Noguchi, Jan Jaroszynski, et al. 45.5-tesla direct-current magnetic field generated with a high-temperature superconducting magnet. *nature*, 570(7762):496–499, 2019.
- [72] Christoph Schiller. Motion mountain. *The adventure of physics*, 3:1990–2016, 2013.