

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

**PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL
AULA**

VERÓNICA MONSALVE RANGEL

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2006**

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

**PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL
AULA**

VERÓNICA MONSALVE RANGEL

**Trabajo de Grado para optar al título de
Licenciada en Matemáticas**

**DIRECTORA:
Ph.D. DIANA JARAMILLO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2006**

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

A mi madre, centro de mi vida;
a mi padre, hermanos y sobrinos, a quienes
amo con todo mi corazón;
a los niños de quinto del Liceo Patria;
a Nelson por su amor, y a Dios por ser mi guía.

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer
A Mafe, Mateo, Sebastián,
por ser protagonistas de esta experiencia.
A mi tutora la profesora Isa Inés Solano,
persona de gran carisma.
Al Liceo Patria Quinta Brigada de Bucaramanga,
por abrirme nuevamente sus puertas para la realización de esta experiencia.
A mi orientadora y profesora Diana Jaramillo,
por su constante motivación, apoyo y la confianza depositada en mí.
Al profesor Juan de Dios Urbina,
por su gran colaboración y apoyo.
Al profesor Marlio, Nubia, y Rosalba,
por su apoyo y colaboración, por permitirme organizar el tiempo de la
auxiliatura y así cumplir con todas las actividades de mi experiencia.
A los profes Gabriel, Edilberto, Bernardo, Rosalba, Sofía, Sonia y demás
profesores de la Licenciatura en Matemáticas, por contribuir en mi formación
según su voluntad.
A mis compañeras del Servicio Social y Trabajo de Grado II, Magda y Belki,
por compartir conmigo paso a paso esta experiencia.
A mis padres, hermanos y sobrinos,
por brindarme su gran amor y apoyo.
A Nelson,
por su paciencia y palabras de aliento.
Y a todas aquellas personas que me colaboraron de algún modo en la realización
del Servicio Social Educativo y Trabajo de Grado II.

RESUMEN

TÍTULO

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL A TRAVÉS DE LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA*

AUTOR

VERÓNICA MONSALVE RANGEL**

PALABRAS CLAVES

1. Investigaciones matemáticas en el aula. 2. Apropiación conceptual. 3. Geometría. 4. Escritos de los estudiantes. 5. Interacciones en el salón de clases.

DESCRIPCIÓN O CONTENIDO

La pregunta que pretendo responder a través de esta investigación cualitativa es: **¿cómo es el proceso de apropiación conceptual en matemáticas de los niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”?** Esta investigación tiene como objetivo **analizar el proceso de apropiación conceptual en matemáticas de los niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”**.

Las investigaciones matemáticas en el aula, están relacionadas con las investigaciones que realizan los matemáticos llevadas al salón de clases. Dichas investigaciones encierran tres fases principales: Introducción de las tareas, desarrollo del trabajo (realización de las tareas) y discusiones finales/reflexiones (relatos-escritos). Las investigaciones matemáticas en el aula, vienen siendo utilizadas en diferentes investigaciones en Educación Matemática en países como Portugal y Brasil. Es interesante el proceso de investigación que alcanzan los niños a través de dicha estrategia.

Esta investigación es de tipo cualitativo, por consiguiente la recolección de datos es a través de entrevistas, observación, fotografías, grabaciones, registro de lo sucedido mediante la evidencia documentada, diario de campo. Utilizo categorías emergentes, partiendo de la triangulación de los datos; esta triangulación será de las voces de los estudiantes, de los autores que me apoyo y las mías. Formaron parte de esta investigación tres niños de quinto de primaria.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ciencias. Escuela de Matemáticas. Dra. Diana Jaramillo Quiceno

SUMARY

TITLE
**PROCESS OF CONCEPTUAL APPROPRIATION ACROSS THE
MATHEMATICAL INVESTIGATIONS IN THE CLASSROOM ***

AUTHOR
VERÓNICA MONSALVE RANGEL **

KEY WORDS

1. Mathematical investigations in the classroom. 2. Conceptual appropriation. 3. Geometry.
4. Writings of the students. 5. Interactions in the lounge of classes.

DESCRIPTION OR CONTENT

The question that I try to answer across this qualitative investigation is: **¿how it is the process of conceptual appropriation in mathematics of the children of fifthly of primary across the strategy “mathematical investigations in the classroom”?** This investigation has as aim analyze **the process of conceptual appropriation in mathematics of the children of fifthly of primary across the strategy “mathematical investigations in the classroom”**.




The mathematical investigations in the classroom, are related to the investigations that the mathematicians realize taken to the lounge of classes. The above mentioned investigations enclose three principal phases: Introduction of the tasks, development of the work (accomplishment of the tasks) and discussions ends/reflections (statements - writings). The mathematical investigations in the classroom come being used in different investigations in Mathematical Education in countries as Portugal and Brazil. It is interesting the process of investigation that reach the children across the above mentioned strategy.

This investigation is of qualitative type, consequently the compilation of information is across interviews, observation, photographs, recordings, record of the happened by means of the documented evidence, field diary. I use emergent categories, dividing from the triangulation of the information; this triangulation will be of the voices of the students, of the authors that I rest and mine. Three children formed a part of this investigation of fifthly of primary.

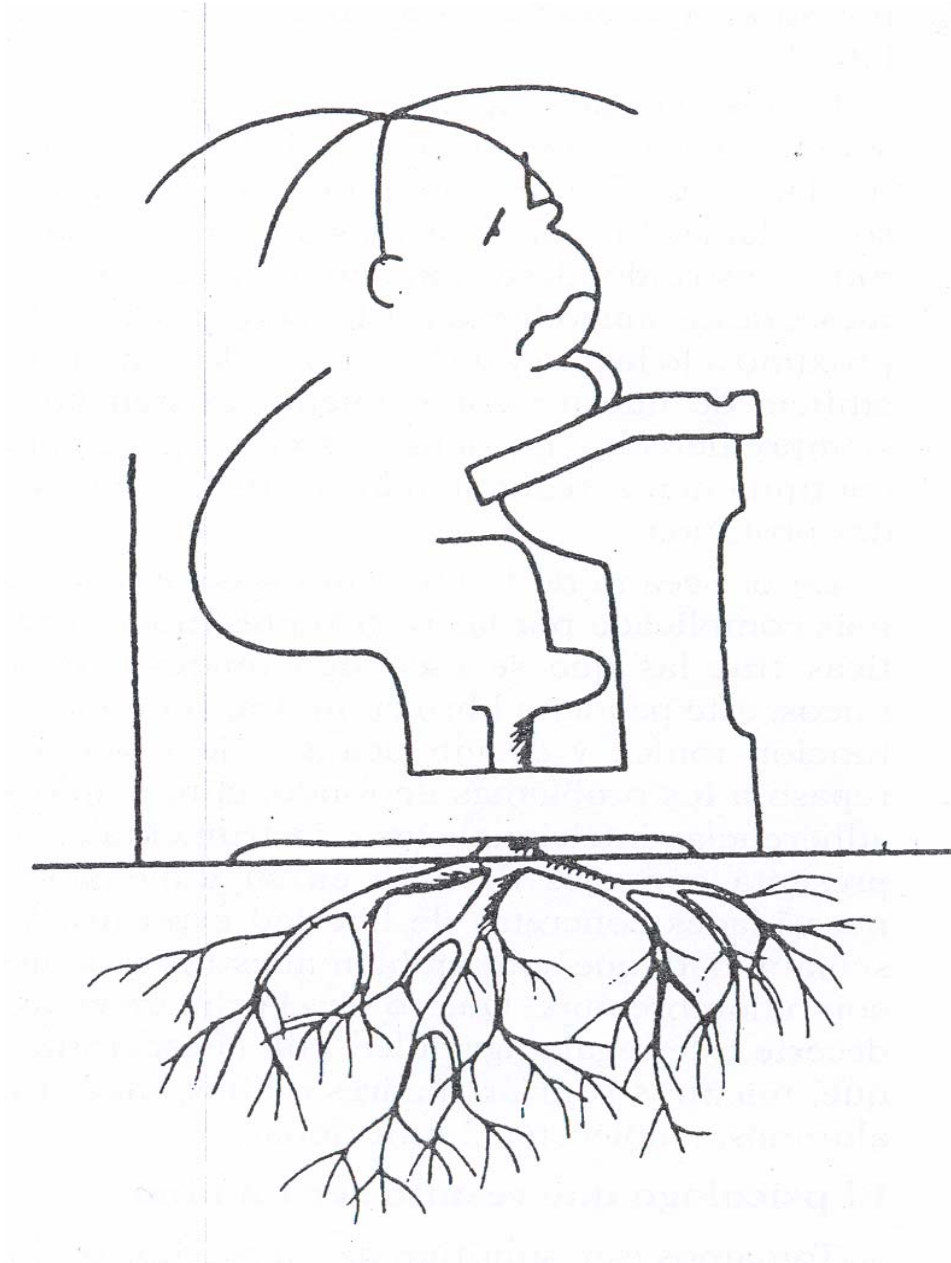
* Work of Degree

** Ability of Sciences. Mathematics School. Dra. Diana Jaramillo Quiceno

CONTENIDO

CARICATURA	1
PASEANDO EL SENDERO	2
MIS PEQUEÑOS EXPLORADORES	7
INVESTIGACIONES DE UN MATEMÁTICO EN EL AULA DE MATEMÁTICAS	12
CONOCIENDO EL SENDERO	21
EXPLORANDO LAS CATEGORÍAS	28
 Mientras armamos la grulla, sacamos conclusiones	28
 Cuando la profe [lee los escritos de los niños], mira lo que estamos aprendiendo	35
 Con un trabajo en equipo y una buena indagación e investigación se puede llegar lejos en el tema	48
CONCLUSIONES DE MI EXPERIENCIA DE INVESTIGACIÓN	59
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
ANEXOS	65

CARICATURA



Tomada de Tonucci (1999, p.91)

Nunca quise que mis estudiantes se sintieran así durante mi Servicio Social

PASEANDO EL SENDERO

La enseñanza es entendida como el proceso mediante el cual el profesor gestiona y propone situaciones de aprendizaje matemático significativas para los alumnos, y así permitir que ellos desarrollen su actividad matemática e interactúen con sus compañeros y maestros para validar y construir colectivamente el saber matemático.
(García y Obando, 2005, p. 12)

Desde el inicio de mi Servicio Social Educativo I nació la idea de realizar una práctica pedagógica diferente, refiriéndome a las clases comunes aburridas de patrones antiguos de enseñanza; además, no quería que mis¹ estudiantes fueran estáticos en su proceso de aprendizaje. Fue por ello que a través de lecturas de libros, artículos y diálogos con mi orientadora decidí realizar mi práctica pedagógica, correspondiente al Servicio Social Educativo I, a través de la estrategia “las investigaciones matemáticas en el aula”.

Esta estrategia, “las investigaciones matemáticas en el aula”, viene siendo utilizada en diferentes investigaciones en Educación Matemática en países como Portugal y Brasil, en. Dicha estrategia está estructurada

¹ Cuando me expreso de esta manera, utilizando la primera persona, en muchas ocasiones es porque siento que son parte de mi formación personal las actividades que desarrollé y la interacción con las personas con las que tuve contacto, tanto en el Servicio Social Educativo I como en el Servicio Social Educativo y Trabajo de grado II.

en tres fases fundamentales, según Christiansen y Walter (1986), citados por Fonseca, Brunheira y Ponte (1999, p.5)²:

1. Introducción de las tareas
2. Desarrollo del trabajo (realizar las tareas)
3. Discusiones finales/reflexiones (relatos-escritos)

Estas fases de la estrategia estarán ampliadas y aclaradas más adelante.

Siendo mi motivación realizar una práctica pedagógica diferente, que logré desarrollar en mi Servicio Social Educativo I, era muy importante para mí decidir cuál sería el tema específico a trabajar ya en esta segunda etapa del proyecto de grado. Así que en las reuniones con mi orientadora y charlas con mi tutora en la institución, la docente Isa Inés Solano, salían a flote varias inquietudes a partir de la práctica, pero en especial de cómo era que los niños aprendían con las “investigaciones matemáticas en el aula”. De esta manera surgió la siguiente pregunta para mi trabajo de investigación: **¿Cómo es el proceso de apropiación³ conceptual en matemáticas de los niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”?** Esta pregunta será el eje de este trabajo de investigación. Para dar respuesta a la pregunta establecí el siguiente objetivo: **Analizar el proceso de apropiación conceptual de los**

² Quisiera aquí expresar que realicé traducciones a capítulos completos de los libros en portugués y apartes de estos. Estas traducciones no tienen ninguna revisión técnica.

³ Asumiré el término **apropiación** como tomar para sí alguna cosa, haciéndose dueño de ella según la Real Academia de la Lengua Española (RAE) en <http://www.rae.es/>. Me refiero al proceso de apropiación conceptual a ese camino, desarrollo y transformación que el estudiante hace para ser dueño y constructor de su propio aprendizaje.

niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”.

Como lo comenté anteriormente, esta experiencia está enmarcada y desarrollada a través de “las investigaciones matemáticas en el aula” por su importancia en la construcción y proceso de aprendizaje de los estudiantes. Por ser éste un trabajo de investigación de tipo cualitativo, es claro que el objeto de estudio es el proceso de apropiación conceptual a través de las investigaciones matemáticas en el aula, aun cuando se manipularon elementos de geometría que no son el tema de estudio por mi parte.

Este trabajo de investigación lo desarrollé en el Liceo Patria Quinta Brigada de Bucaramanga, institución oficial, en los tres grupos de quinto de primaria, con 110 estudiantes y con la colaboración de la docente de matemáticas de dichos cursos, Isa Inés Solano⁴. Para el análisis de este trabajo tomé la información de tres estudiantes, María Fernanda, Sebastián y Mateo; para mí fue muy difícil seleccionar los niños que participaron en este trabajo, ya que con el trabajo de práctica realizado el semestre anterior los niños estuvieron muy entusiasmados y participativos, así que lo hice al azar. La información recogida para mi trabajo fue por medio de observación, diálogos, escritos, una entrevista final y las exploraciones hechas por los niños en clase.

Les contaré brevemente lo que leerán en los cinco capítulos de esta experiencia:

⁴ La profesora Isa Inés fue mi **tutora** en el Liceo Patria así que en ocasiones la llamaré de esta forma.

En el primer capítulo, **“Mis pequeños exploradores”**, encontrarán una pequeña descripción de los tres niños protagonistas de esta investigación; esta pequeña descripción de los niños es a partir de la autobiografía que ellos construyeron para el inicio de la investigación.

En el segundo capítulo, **“Investigaciones de un matemático en el aula de matemáticas”**, observarán una relación entre las investigaciones matemáticas de un matemático y las investigaciones matemáticas en el aula.

En el tercer capítulo, **“Conociendo el sendero”**, conocerán el proceso realizado en esta experiencia de investigación, la metodología y el porqué de este trabajo. Este capítulo lo llamé así porque después de pasear el sendero y conocer a los protagonistas de este trabajo es necesario conocerlo, es decir, conocer el proceso de de esta investigación.

En el cuarto capítulo, **“Explorando las categorías”**, expongo tres categorías que emergieron a partir de los datos de la experiencia, las cuales encierran las voces de los estudiantes, de los autores de los textos que me ayudan a sustentar este trabajo y mis propias opiniones.

Finalmente, el capítulo quinto, **“Conclusiones de mi experiencia de investigación”**, en el cual expongo las conclusiones a las cuales pude llegar al terminar mi experiencia, así como algunas recomendaciones y reflexiones.

Quisiera aclarar mi forma de escritura en este trabajo; traté de escribirlo narrativamente, técnica que consiste en narrar lo observado considerando lo relevante para el enfoque y para el propósito de la

observación; esta técnica puede ser usada para la observación de una clase o para estudios de caso de individuos o escuelas (Rainho, 2000). Además, al utilizar la primera persona, como lo expuse anteriormente, busco un contacto entre el lector y esta experiencia.

En cuanto a las exploraciones, algunas de ellas las escribí en tercera persona, aun cuando eran los niños los protagonistas de su propio aprendizaje; ellos no estaban solos en el proceso de la investigación, ya que constantemente pasaba por cada grupo a observarlos y a escucharlos.

MIS PEQUEÑOS EXPLORADORES

“En verdad, necesito descartar,
por falsa, la separación entre
seriedad docente y afectividad”
(Freire, 2002, p.135)

“Mis pequeños exploradores” fue el nombre que escogí para todos los niños de quinto que participaron en esta experiencia. ¿Por qué este nombre? Porque para mí ellos eran muy importantes, eran niños que desde el Servicio Social Educativo I se mostraron muy interesados en el desarrollo de mi práctica a través de las investigaciones [podría pensarse que la forma de escribir que utilizo es “presumida”, pero no es así: me expreso así porque quiero que usted como lector entienda cuánta fue mi entrega en este trabajo]; además, porque el proceso que ellos desarrollan en este tipo de trabajo es el de explorar todas las tareas⁵ para llegar a escribir conclusiones.

A continuación les mostraré una pequeña descripción de los tres niños protagonistas de esta investigación; esta pequeña descripción de los niños es la autobiografía que ellos construyeron para el inicio de la investigación:

⁵ Entiéndase, según Ponte, Boavida, Graça y Abrantes (1997), que las tareas son propuestas por el profesor; estas desarrollan problemas, investigaciones, proyectos, ejercicios construcciones, entre otras, proporcionando un punto de partida para el desarrollo de actividades matemáticas. Deben despertar curiosidad y entusiasmo.



Ella es María Fernanda y tenía 10 años. De cariño todos le decían Mafe, así la nombré cada vez que me referí a ella. Ella es una niña muy aplicada y amigable, es la alcaldesa del salón y se preocupa mucho por sus compañeros. A continuación está su autobiografía:

Mi autobiografía

Me llamo MARIA FERNANDA FUENTES DIAZ, nací el 14 de diciembre de 1995 en la ciudad de Sincelejo sucre y a los pocos meses de nacida, mi familia y yo nos trasladamos a la ciudad de Bucaramanga, donde actualmente vivimos.

A los tres años de edad ingrese al jardín infantil mini mundo donde realice parte de mi etapa preescolar. A los cinco años inicié transición en el liceo patria donde me han preparado tan bien, que actualmente curso quinto grado y me considero una niña de las mejores, inteligente y aplicada. Mis materias favoritas son las matemáticas y la geometría, practico gimnasia y voleibol. Tengo muchos amigos y excelentes profesores que me hacen la vida agradable.

Hoy en día vivo en armonía con mi madre y mis dos hermanos a quienes quiero mucho al igual que mi padre que por su trabajo no esta con nosotros pero vive en mi corazón, y se lo expreso cada vez que tengo la oportunidad de tenerlo a mi lado

Soy fanática a bob esponja porque me parece un muñeco muy tierno y mi familia me brinda la oportunidad de tener todo lo relacionado a su colección, cuando sea grande quiero ser una doctora para ayudar a las personas que necesiten de mi y vivan bien en este maravilloso mundo.

Él es Mateo y tiene 10 años. Como lo menciona, se ha destacado en el Liceo por su rendimiento académico y sus buenas relaciones con sus compañeros. En todas las clases se muestra pasivo, pero en geometría, deja ver como es él verdaderamente: ¡muy activo!:

AUTOBIOGRAFÍA



Mi nombre es **Juan Mateo Duran Mantilla**, nací el 7 de julio de 1995 en la Clínica Chicamocha de la ciudad de B/manga, hijo de Martha Rocío Mantilla y Donaldo Duran.

Mis rasgos físicos son: Contextura delgada, no muy alto, piel trigueña y ojos marrones.

Tengo buenos modales, me preocupo por mi presentación personal, tengo buena aceptación por parte de mis compañeros y profesores y siempre me he destacado por mi buen rendimiento académico.

Comencé mis estudios a la edad de 3 años y a los 5 años ingresé al Liceo Patria al grado cero; en la actualidad curso quinto grado.

Mi deporte favorito es el fútbol y mis pasatiempos son jugar computador y ver partidos de tenis.

A lo largo de mi corta vida he conocido pueblos cercanos a mi región como San Gil, Pamplona, Chinácota, Barichara y ciudades como Bogota y Santa Marta; también he viajado a Argentina donde conocí regiones como: Tandil, Buenos Aires, Olavaria, Azul, Tigre, Sierra Chica y Sierras Ballas.



Él es Sebastián y tiene 10 años. Al igual que Mafe, es muy aplicado y ordenado, le gusta entregar todo a tiempo. En la entrevista final manifestó que lo más importante en matemáticas es aprender todo lo que le enseñen. Su autobiografía a mano y sin editar es esta:

Autobiografía

MI nombre es Juan Sebastian Cornejo Cornejo, naci el 5 de Octubre de 1999 en la ciudad de Bucaramanga, mi madre se llama Claudia Patricia mi papá se llama Harold y mi hermano mayor Nicolas.

MI primer colegio fue Retónido en preescolar por eso voy al liceo Patricia ahora sigo estudiando en el liceo y voy de 5º primaria con la directora de grupo Isa Inez y la profe de geometria Veronica que esta haciendo un proyecto para poder graduarse es un colegio a 3 niños que le ayuden entre esos 3 estoy yo que estamos leyendo a la Vis para adelantar algunas cosas sobre figuras geométricas.

mis deportes favoritos son vóley, patinaje, y natación por ciento estoy en vóley del colegio, yo espero ser un muy buen estudiante en lo que queda del año.

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

Para mostrar estas y otras fotos, las exploraciones, reflexiones, escritos, transcripciones de grabaciones y opiniones de los niños fue necesario pedir autorización a los padres de familia. Esta es la autorización que firmaron los padres de Mafe, al igual que los de Mateo y Sebastian:

Bucaramanga, 24 de Marzo de 2005

Señores: PEDRO FUENTES
SISSY DIAZ VERGARA

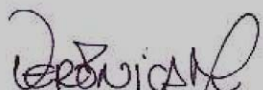
Padres de: MARÍA FERNANDA DÍAZ FUENTES

Reciban un cordial saludo

En la clase de geometría se está desarrollando el proyecto de acompañamiento e investigación denominado "Apropiación conceptual en matemáticas a través de la estrategia « investigaciones matemáticas en el aula »". Dicho proyecto fue conocido por ustedes en la circular del 17 de marzo y, en la reunión del 21 de marzo, fue ampliado y explicado.

Queremos formalmente, solicitar su autorización para que MARÍA FERNANDA FUENTES DÍAZ forme parte de nuestro grupo de investigación, como sujeto de la misma, e igualmente presentar a su hijo(a) en la publicación de los resultados. Dicha autorización se hace extensiva para recolectar algunos datos de su hijo(a) en forma de grabaciones, fotos, videos, las guías de clases, entre otras.

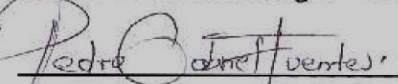
Agradecemos su atención y colaboración,

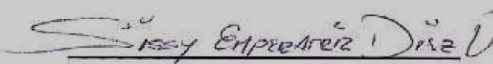

VERÓNICA MONSALVE
Estudiante Investigadora
Esc. de Matemáticas UIS


DIANA JARAMILLO
Orientadora de la Investigación
Profesora Esc. De Matemáticas UIS


ISA SOLANO
Profesora quinto de primaria
Liceo Patria Quinta Brigada

Autorizamos la participación de nuestro(a) hijo(a) MARÍA FERNANDA FUENTES DÍAZ en el proyecto "Apropiación conceptual en matemáticas a través de la estrategia «investigaciones matemáticas en el aula»".


FIRMA DEL PADRE


FIRMA DE LA MADRE

INVESTIGACIONES DE UN MATEMÁTICO EN EL AULA DE MATEMÁTICAS

“Investigo para comprobar, comprobando intervengo,
interviniendo educo y me educo.
Investigo para conocer lo que aún no conozco
y comunicar o anunciar la novedad”
(Freire, 2002, p.30)

Me gustaría contarles un poco acerca de la relación entre las investigaciones matemáticas y las investigaciones matemáticas en el aula, además de las fases de esta última investigación.

En países como Portugal y Brasil, se vienen desarrollando desde hace algunos años estudios que abordan investigaciones matemáticas cuya importancia se orienta hacia el aprendizaje y la enseñanza de la matemática. A través de estos trabajos se ha mostrado que, para el estudiante, “investigar constituye una poderosa forma de construir conocimiento” (Ponte, Brocardo y Oliveira, 2003, p.10); es por esto que me pareció interesante profundizar sobre estas investigaciones matemáticas para llevarlas al aula de matemáticas.

Las investigaciones son comúnmente consideradas consistentes en consultar en algún libro o enciclopedia, o navegar en el Internet sobre algún tema específico. Según la RAE (2001), investigar significa “hacer diligencias para descubrir algo; realizar actividades intelectuales y experimentales de modo sistemático con el propósito de aumentar conocimientos sobre una determinada materia”; este término es

utilizado en múltiples contextos. Los matemáticos en sus investigaciones, “descubren relaciones entre objetos matemáticos conocidos o desconocidos, procurando identificar las respectivas propiedades” (Ponte y otros, 2003, p.13).

En el libro, **Investigações matemáticas na sala de aula**, escrito por João Pedro da Ponte, Joana Brocardo y Hélia Oliveira, se cuenta cómo Henri Poincaré⁶, matemático del siglo pasado, realizó una descripción del proceso de investigación⁷.

Poincaré en un inicio quería demostrar la imposibilidad de la existencia de funciones con un cierto tipo de características, y finalmente acabó por demostrar lo contrario; concluyó que dichas funciones existen y son llamadas funciones **fuchsianas**. Él relató el desarrollo de la investigación en tres fases: la primera, recopilación de información y experimentación, sin llegar a producir resultados palpables; la segunda fase la llamó de iluminación súbita; y la tercera, de sistematización de los resultados:

Hacia ya quince días que me esforzaba por demostrar que no podría existir ninguna función análoga a las que después vine a llamar funciones **fuchsianas**. Estaba en la más completa ignorancia; intentaba métodos en mi mesa de trabajo y allí permanecía una o dos horas ensayando un gran número de combinaciones y no llegaba a ningún resultado. Una tarde, como de costumbre, tomé un café expreso y no conseguí dormirme; las ideas surgían en abundancia, sentía que se me escapaban, hasta que dos de ellas, por así

⁶ Henri Poincaré (1854-1912), físico Francés y uno de los más prestigiosos matemáticos del siglo XIX, destacado por sus trabajos en Topología y Análisis Infinitesimal. Destacó por su desarrollo de las llamadas funciones **fuchsianas** y por sus contribuciones a la mecánica analítica. (Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta © 2005).

⁷ El análisis que le hicieron a la investigación de Poincaré fue realizado en una conferencia presentada en la Sociedad de Psicología de París, en el inicio del siglo, publicada originalmente en 1908 en el *Bulletin de l'Institiute Génera de Pscologie*, n.3, y republicado en ABRANTES, LEAL y PONTE (1996) (Ponte y otros, 2003, p.13).

decirlo, se ensamblaron formando una combinación estable. De madrugada tenía establecida la existencia de una clase de funciones **fuchsianas**, las que se derivan de la serie hipergeométrica. No tuve más que organizar los resultados, lo que apenas me llevó algunas horas. Quise, a continuación, representar estas funciones como el cociente de dos series: esta idea fue completamente conciente y deliberada; era guiado por la analogía con las funciones elípticas. Me preguntaba así mismo cuáles serían las propiedades de estas series, si era que existían, y logré sin dificultad formar las series que llamé **tetafuchsianas**. Poincaré (1996, p.9) citado por Ponte y otros, 2003, p.14.

Comentan los autores que lo interesante del relato de Poincaré (en la idea inesperada que él llamó en su segunda fase como iluminación súbita) es que el subconsciente desempeña un papel importante en el trabajo creativo de los matemáticos. Sin embargo, aclaran que no en todas las investigaciones que desarrollan los matemáticos sucede esto. La existencia de las series **tetafuchsianas** de Poincaré resultó de un trabajo conciente e intencionado, guiado por la analogía con otras series. El proceso de creación matemática surge en situaciones inesperadas, lo cual "contrasta fuertemente con la imagen usual de la matemática como un cuerpo de conocimientos organizado de forma lógica y deductiva, cual edificio sólido, paradigma del rigor y de la certeza absoluta" (Ponte y otros, 2003, p.15).

Al respecto, el matemático portugués Bento de Jesús Caraça (1984, p.xiii) comenta:

La ciencia puede ser encarada bajo dos aspectos diferentes. O se mira tal como viene expuesta en los libros de enseñanza, como una cosa creada, y el aspecto es el de un todo armonioso, donde los capítulos se encadenan en orden, sin contradicciones; o se acompaña en un desarrollo progresivo, y se explica como fue siendo elaborada. El aspecto es totalmente diferente: se descubren necesidades, dudas, contradicciones, que solo a lo largo de un trabajo de reflexión y perfeccionamiento se consigue eliminar, para que luego surjan otras preocupaciones, otras dudas, otras contradicciones [...] Vista de esa manera, nos parece como un organismo vivo, impregnado de *condición humana*, con sus fuerzas y sus flaquezas y subordinada a las grandes necesidades del hombre en su lucha por el entendimiento y por la liberación; nos parece, en fin, como un gran capítulo de la vida social humana.

Comúnmente observamos una relación estrecha entre problema e investigación; como dice el matemático Andrew Wiles, “está bien trabajar en cualquier problema con tal de que en el camino genere matemáticas interesantes, incluso si a la larga uno no lo resuelve” (Singh, 2000, p.253). Agregan los autores Ponte y otros (2003) que cuando trabajamos en un problema, lo principal no es encontrar la solución del mismo, sino observar otros descubrimientos que, en algunas ocasiones, son más importantes que el mismo problema. En otros momentos no es posible llegar a la solución del problema y, no por esto el trabajo desarrollado deja de tener valor.

Andrew Wiles, quien se volvió famoso después de demostrar el último Teorema de Fermat⁸, al cual dedicó parte de su vida, cuenta cómo fue ese contacto con las investigaciones cuando era niño:

Desde que lo conocí, de niño, el último teorema de Fermat ha sido mi pasión más grande... Pero tenía un profesor que había hecho investigación en matemáticas y él me dio un libro sobre teoría de números que me proporcionó algunas pistas de cómo empezar a abordarlo. Para comenzar, supuse que Fermat no sabía mucha más matemáticas que yo (Singh, 2000, p.125).

Son de rescatar en sus palabras dos aspectos interesantes: el primero, cuando comenta que fue en su infancia el inicio para realizar dicha investigación; y el segundo, cuando se refiere a la persona que le prestó el libro para su inicio en ella.

Los estudiantes pueden involucrarse desde temprana edad en las investigaciones matemáticas, ya que es un poderoso proceso de

⁸ El último Teorema de Fermat, como se le conoce, afirma: si n es un número natural mayor que 2, no existe ninguna terna de números naturales x , y , z , que satisfagan la ecuación $x^n + y^n = z^n$.

construcción de conocimiento; esto es ratificado por varios matemáticos.

Por ejemplo, Pólya⁹ comenta:

[Los alumnos pueden tener] un sabor de la Matemática en construcción y del trabajo creativo e independiente... [Ellos pueden] generalizar a partir de observación de casos, [usar] argumentos inductivos, argumentos por analogía, reconocer o extraer un conocimiento matemático de una situación concreta. Pólya (1981, p.157 y 110), citando por Ponte y otros (2003, p.19).

Hadamard¹⁰ dice que:

Entre el trabajo del alumno que trata de resolver un problema de geometría o de álgebra y el trabajo de creación [refiriéndose al trabajo de los matemáticos], puede decirse que existe apenas una diferencia de nivel; tienen ambos trabajos una naturaleza semejante. Hadamard (1945, p.104), citado por Ponte y otros (2003, p.19).

Braumann comenta al respecto:

Aprender matemática no es simplemente comprender la matemática ya hecha, sino ser capaz de hacer investigación de esta naturaleza (al nivel adecuado de cada grupo de enseñanza). Sólo así se puede verdaderamente percibir lo que es la matemática y su utilidad en la comprensión del mundo y la interacción sobre el mundo. Sólo así se pueden realmente dominar los conocimientos adquiridos. Sólo así se puede ser inundado por la pasión "detectivesca" indispensable en la verdadera fruición de la Matemática. Aprender matemática sin fuerte intervención de la faceta investigativa es como intentar aprender a andar en bicicleta viendo a otros andar y recibiendo información sobre como se hace. Eso no es así. Para aprender verdaderamente es preciso montar en bicicleta, cometiendo errores y aprendiendo de ellos. Braumann (2002, p.5), citado por Ponte y otros (2003, p. 19).

Cuando el profesor de matemáticas le prestó el libro a Wiles, se convirtió en un personaje importante en esa historia, ya que fue una influencia motivadora en ese momento para ese estudiante.

⁹ George Pólya (1887-1985) desarrolló importantes trabajos en numerosas áreas de la Matemática. Es el autor de varios libros dedicados a la resolución de problemas, entre los cuales el famoso **How to solve it**, traducido como **El arte de resolver problemas**. (Ponte y otros, 200, p.15).

¹⁰ Jacques Hadamard (1865-1963) matemático Francés, profesor de Burdeos y en la Sorbona, trató de física matemática. Tomado de <http://www.biografias yvidas.com/biografia/h/hadamard.htm>

Poincaré comenzó con una conjetura y al tratar de verificarla llegó a otra contraria gracias a lo que él llamo “iluminación súbita”; Wiles inició el desarrollo de su investigación con un enunciado que tiempo después fue demostrable; Braumann¹¹, junto con un estudiante, realizó un trabajo de exploración y de observación de regularidades en las raíces de números complejos. Con estos tres ejemplos de investigaciones matemáticas se observan algunas de las actividades que se desarrollan durante el proceso de investigaciones matemáticas, según Ponte y otros (2003, p.22):

“La formulación de preguntas, elaboración de conjeturas, cuestionarios, refinamiento de las preguntas y conjeturas anteriores, demostraciones, refinamiento de las demostraciones y comunicación de los resultados”, son posibles para que los estudiantes las realicen en el salón de clases [a su nivel claro está].

Así que en una investigación matemática el objetivo, para Fonseca y otros (1999, p.5), es “explorar todos los caminos interesantes que surgen a partir de una situación dada. Es un proceso, divergente. Se sabe cuál es el punto de partida, más no se sabe cuál es el punto de llegada”.

Después de realizar el anterior recorrido por algunas investigaciones matemáticas, como lo expresé en el inicio de este capítulo, es interesante profundizar sobre estas investigaciones matemáticas y llevarlas al aula de matemáticas para que los estudiantes puedan

¹¹ Carlos Braumann, matemático portugués, está dedicado al estudio de modelos matemáticos en biología. Desarrolló una experiencia de investigación que realizó con un alumno de secundaria; calcularon raíces de diversos números complejos y examinaron cómo era la suma de dichas raíces, procurando encontrar una justificación para ese acto. Recurrieron a interpretaciones geométricas de un número complejo como un vector (Ponte y otros, 2003).

experimentar con ellas y saber cómo es posible realizarlas en el aula de clases.

Las investigaciones matemáticas en el aula, según Christiansen y Walter (1986, citado por Fonseca y otros, 1999, p.6), están estructuradas en tres fases fundamentales: introducción de las tareas, desarrollo del trabajo (realización de las tareas) y discusiones finales/reflexiones (relatos-escritos):

1. INTRODUCCIÓN DE LAS TAREAS:

En esta primera fase de arranque es de gran importancia determinar la propuesta de trabajo, es decir, si la investigación estará centrada en un proyecto, ejercicios, problemas, actividades, conjeturas, entre otras, ya que esto influirá decisivamente sobre el desarrollo del trabajo. Es necesaria la explicación del trabajo por parte del profesor de lo que se desea hacer, clarificar la tarea, el desarrollo y finalización de la investigación; especialmente en los estudiantes que no están familiarizados con este tipo de actividades; además, crear un ambiente favorable de trabajo. Además será una fase exploratoria para los estudiantes que no tienen experiencia con las investigaciones matemáticas en el aula. En algunos casos la tarea puede ser propuesta oralmente o por escrito, dependiendo de los estudiantes. Es necesario que el profesor explique el significado de algunas palabras como demostrar, conjeturar, definir, entre otras, dependiendo del objetivo de la tarea.

2. DESARROLLO DEL TRABAJO (REALIZACIÓN DE LAS TAREAS):

En esta fase se pretende que los estudiantes adquieran una actitud investigativa; por ello es importante el centrar en el aula de clases las actividades de los estudiantes, sus ideas y sus investigaciones. En esta fase el profesor toma un papel orientador de las actividades; son pocas las situaciones donde él interviene, por lo cual que debe estar preparado para intervenir solo cuando sea necesario, respetando el desarrollo de los alumnos, sus capacidades y actitudes. En ocasiones los estudiantes realizan solicitudes al profesor para ver si tiene sentido lo que están desarrollado, así que el profesor no debe emitir opiniones muy concretas para que los estudiantes se incentiven a ser críticos de su propio desarrollo, ya que de esta manera ellos buscarán formas de confirmar sus deducciones. Algunas veces los estudiantes toman caminos que el profesor nunca se imaginó que ellos seguirían y que llevan a resultados inesperados.

3. DISCUSIONES FINALES/REFLEXIONES (RELATOS-ESCRITOS):

En las discusiones finales/reflexiones, el profesor realiza un papel de moderador y orientador, estimulando la comunicación entre sus estudiantes; ellos confrontan hipótesis, estrategias y justificaciones del trabajo que realizaron. Los estudiantes son estimulados a explicar sus ideas, a argumentar sus defensas, sus afirmaciones y a cuestionar a sus colegas. Además, en esta etapa los estudiantes clarifican ideas, se

sistematizan algunas conclusiones y se validan los resultados. Hay varias formas de validar los resultados, a través de los relatos, en los cuales los estudiantes realizan un resumen sobre el proceso de investigación y muestran los resultados, los escritos en los cuales pueden expresar algunas conclusiones y reflexiones sobre su trabajo. Algunas veces es útil proporcionar momentos de discusión durante el desarrollo de las tareas, para ayudar a los alumnos a traspasar algunas dificultades y de este modo enriquecer la investigación. Esta fase final también es una buena ocasión para promover la reflexión sobre el trabajo, ya que es un elemento indispensable en una clase con investigación.

Estas fases pueden ser concretizadas de varias maneras: puede ser a través de una pequeña introducción, seguida del desarrollo de la investigación y, finalmente la discusión de los resultados en grandes grupos.

CONOCIENDO EL SENDERO

“Saber que enseñar
no es transferir conocimiento,
sino crear las posibilidades para
su propia producción o construcción”
(Freire, 2002, p.47)

Mi experiencia de práctica pedagógica en el Servicio Social Educativo I, en el segundo semestre del 2005, la realicé en el grado cuarto de primaria del Liceo Patria Quinta Brigada de Bucaramanga. En dicha práctica mi orientadora fue la profesora Diana Jaramillo, y mi tutora en la institución mencionada fue la profesora Isa Inés Solano. Dicha práctica la desarrollé utilizando la estrategia “las investigaciones matemáticas en el aula”. La temática desarrollada en la práctica fue la iniciación en las estadística de los niños de cuarto, específicamente estadística descriptiva, como la identificación de una población, una muestra, tomar datos a través de entrevistas y encuestas, tablas de frecuencias sencillas, encontrar la moda y finalmente analizar los datos.

En dicha práctica fue importante iniciar a los niños en la investigación, así que la primera exploración¹² fue la de indagación sobre lo que era investigación. Esta primera exploración marcó en gran parte el trabajo que los niños realizaron, ya que desde ese día se sintieron

¹² Utilizaré en este trabajo el término exploración como “tarea”.

“investigadores”. Durante el desarrollo de mi práctica a través de las investigaciones matemáticas en el aula con los tres grupos de cuarto observé y sentí que “investigar constituye una poderosa forma de construir conocimiento” (Ponte, y otros, 2003, p.10). Al final la experiencia fue socializada en la comunidad escolar del Liceo Patria.

Desde luego, la experiencia en mi práctica pedagógica me llenó de gran interés por profundizar en el proceso de apropiación conceptual en matemáticas de los niños a través de la estrategia de “las investigaciones matemáticas en el aula”, puesto que según Ponte y otros (2003, p.10), “en numerosas experiencias emprendidas con trabajo investigativo los alumnos han mostrado realizar aprendizaje de gran alcance y desarrollar un gran entusiasmo por la matemática”. Desde luego en las reuniones con mi orientadora y charlas con mi tutora, salió a flote ese profundizar en el proceso de apropiación. De esta manera surgió la siguiente pregunta para mi trabajo de investigación: **¿Cómo es el proceso de apropiación conceptual en matemáticas de los niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”?**, pregunta que será el eje de este trabajo de investigación. Para dar respuesta a dicha pregunta, establecí el siguiente objetivo: **Analizar el proceso de apropiación conceptual de los niños de quinto de primaria a través de la estrategia “investigaciones matemáticas en el aula”**.

Ya estando claros mi pregunta y mi objetivo, inicié el proceso de investigación. Para ello fue necesaria una revisión bibliográfica de los trabajos que me ayudaron a sustentar mi trabajo; dentro de estos están:

Interacções na sala de Matemática, libro organizado por Monteiro, Tavares, Almiro y otros (2000), que presenta investigaciones sobre interacciones en el aula. Diferentes autores presentan artículos sobre estudios hechos de interacciones sociales en matemáticas, los aspectos afectivos y emocionales en el aprendizaje de los estudiantes, el papel de la comunicación en el aprendizaje de las matemáticas, entre otros.

Este libro está relacionado con la estrategia a utilizar en mi investigación. Sin embargo, quiero resaltar la importancia del libro y el artículo que mencionaré a continuación, pues estos fueron los que me dieron luces para construir el trabajo realizado tanto en mi Servicio Social Educativo I como en este trabajo de investigación.

El primero es ***Investigações matemáticas na sala de aula***, escrito por Ponte, Brocardo y Oliveira (2003) y el segundo el artículo ***As actividades de Investigação, o professor e a aula de Matemáticas***, escrito por Fonseca, Brunheira y Ponte (1999). Tanto el libro como el artículo nos cuentan investigaciones en el aula hechas en el Centro de Investigación de Educación de Portugal de la Facultad de la Ciencia de la Universidad de Lisboa (FCUL) durante cinco años. En estas investigaciones participaron decenas de estudiantes y profesores, mostrándonos y explicándonos cómo es el aula de investigación, investigaciones numéricas, geométricas, estadísticas y otros aspectos.

Conociendo estos trabajos inicié mi experiencia de investigación, y fueron llegando otros textos que leí y están referenciados y utilizados a través del trabajo.

La profesora Isa estaba familiarizada con las investigaciones matemáticas en el aula por mi trabajo hecho en el Servicio Social Educativo I, pero ella no tenía la experiencia suficiente para preparar las actividades de las fases de las investigaciones matemáticas en el aula; es por esto que trabajamos conjuntamente en la elaboración de las exploraciones de dichas fases para, de esta forma, organizar la clase con la temática de geometría que ella quiso trabajar con los niños de quinto de primaria.

Hicimos en total seis exploraciones, con las cuales se desarrolló todo el proceso de investigación de los niños. Estas exploraciones están en los anexos; las exploraciones son las realizadas por los niños de la investigación y permiten una mayor visión del trabajo hecho por ellos.

Con la exploración cero se dio inicio al proceso de investigación que los niños harían en la clase de geometría; el objetivo de esta exploración fue el de presentarles el proyecto llamado "La cometa" y explicarles que alrededor de éste se desarrollaría la investigación; se quiso que los niños en una primera instancia escribieran cuál podría ser la mejor forma para construir una cometa de alto vuelo, seguidamente en la exploración uno, después de que ellos indagaron un poco más a fondo en sus casas sobre las cometas, profundizaron en grupo tanto la exploración cero como la indagación en casa.

Para las exploraciones dos, tres y cuatro, el objetivo fue que a través de unas pequeñas tareas, los niños llegaron a caracterizar al rectángulo, al cuadrado y a los triángulos. En estas exploraciones fue posible observar las investigaciones que ellos desarrollaron, porque no solo se quedaron en contestar las preguntas y ya, sino que profundizaron y caracterizaron

las anteriores figuras y posteriormente en la exploración cinco las utilizaron con propiedad.

En dicha exploración cinco los niños a través del plegado de una figura, mostraron el manejo de las caracterizaciones que ellos obtuvieron en el desarrollo de su investigación de las figuras nombradas.

Los niños al terminar la exploración dos y tres, escribieron una carta a un amigo o familiar donde le explicaron lo que hicieron en clase de geometría; además, lo que ellos [los niños] concluían de sus exploraciones. Después de darle lectura a esta primera carta, algunos decidieron volver a escribirla, esto es posible observarlo en los escritos de los niños más adelante. Para la exploración cuatro ellos realizaron algo parecido.

Este trabajo es de tipo cualitativo¹³; por consiguiente, la recolección de datos será a través de entrevistas, observación, fotografías, grabaciones, registro de lo sucedido mediante la evidencia documentada, mi diario de campo, donde plasmé detalles del desarrollo de las actividades de los niños, etc.

Una vez hecho el trabajo de campo, inicié el análisis por categorías. Para este análisis realicé una lectura exhaustiva de los datos para observar lo más relevante; esta etapa de mi investigación fue muy difícil para mí, pues no encontraba el camino para dar inicio a este análisis. Finalmente, establecí tres categorías para su respectivo análisis:

¹³ Se utiliza preferiblemente información cualitativa, descriptiva y no cuantificada. Estos paradigmas cualitativos e interpretativos son usados en el estudio de pequeños grupos: comunidades, escuelas, salones de clase, etc. (Tamayo, 1999).

- I. MIENTRAS ARMAMOS LAS GRULLA¹⁴, SACAMOS CONCLUSIONES:** en esta categoría expreso cómo los niños tejieron una conexión entre lo que conocían de la geometría y, después de desarrollar la investigación en el aula, la apropiación y construcción de conceptos en esa misma área.
- II. CUANDO LA PROFE (LEE LOS ESCRITOS DE LOS NIÑOS), MIRA LO QUE ESTAMOS APRENDIENDO:** esta categoría recoge, de los escritos de los niños, algunos de los elementos relacionados con el proceso de apropiación conceptual que ellos lograron durante y después de las investigaciones matemáticas en el salón.
- III. CON UN TRABAJO EN EQUIPO Y UNA BUENA INDAGACIÓN E INVESTIGACIÓN SE PUEDE LLEGAR LEJOS EN EL TEMA:** Trabajar en equipo fue una de las frases que en los últimos momentos del desarrollo de la investigación los niños más mencionaron. Así que en esta categoría contaré cómo las interacciones sociales en el aula de matemáticas, a través de las investigaciones matemáticas en el aula, se relacionan con el proceso de apropiación conceptual.

Para los nombres de las categorías utilicé frases mencionadas por los niños de la investigación.

¹⁴ Grulla. (Etim. disc.). f. Ave zancuda, que llega a doce o trece decímetros de altura y tiene pico cónico y prolongado, cabeza en parte cubierta con algunos pelos pardos y rojos, cuello largo y negro, alas grandes y redondas, cola pequeña, pero de cobijas largas y cerdosas, y plumaje de color gris, tomado de la RAE en <http://www.rae.es/>

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

Para cada una de las categorías anteriores utilicé la triangulación de dichos datos. Dicha triangulación encerró las voces de los estudiantes, las de los autores de los textos que me ayudan a sustentar este trabajo y mis propias opiniones.

EXPLORANDO LAS CATEGORÍAS

“Para Thales...la cuestión primordial no era lo que
sabes, sino cómo sabemos”

Aristóteles

A continuación están expuestas las tres categorías que emergieron del proceso de análisis de datos y registros de datos durante el desarrollo de la investigación:

I. MIENTRAS ARMAMOS LA GRULLA, SACAMOS CONCLUSIONES¹⁵

En esta categoría, expreso cómo los niños tejieron una conexión entre lo que conocían de la geometría y, después de desarrollar la investigación en el aula, la apropiación y construcción de conceptos en esa misma área. Por eso el título de la categoría es una frase de Sebastián, ya que con ella, él quiso expresar la exploración que más le gustó.

Lo expresado en el párrafo anterior está relacionado con dos palabras que hacen referencia a dicha conexión, *abstracto* y *concreto*; observar cómo los niños de la investigación realizaron esa red para llegar a dar pequeñas relaciones y conceptos sobre los cuadriláteros y los triángulos; además, el interés mío y de la profesora Isa era que los niños se empaparan de lo que estaban haciendo, donde “lo más importante es <<aprender a aprender>>, mejor pocos conceptos bien adquiridos que

¹⁵ Esta frase fue expresada por Sebastián en la entrevista final refiriéndose a la exploración que más le llamó la atención.

diversidades y generalidades mal aprendidas” (Alsina, Burgués, Fortuna, 1998, p.14).

Para ampliar lo anterior cito a Moreno y Waldegg (2002, p.63) quienes nos comentan que:

Los significados extra-matemáticos de una situación se derivan de un escenario que incluye la experiencia previa de quien aprende. Entonces, los recursos que el medio pone a disposición de un estudiante estimulan la construcción de significados. El medio funciona como un soporte para el establecimiento de conexiones entre fragmentos de conocimiento. Desde esta perspectiva, se trata entonces de conectar el conocimiento informal del estudiante con sus fragmentos de conocimientos. Para un topólogo, un espacio de Hausdorff, que evidentemente es abstracto, puede ser al mismo tiempo, tan concreto como una guayaba.

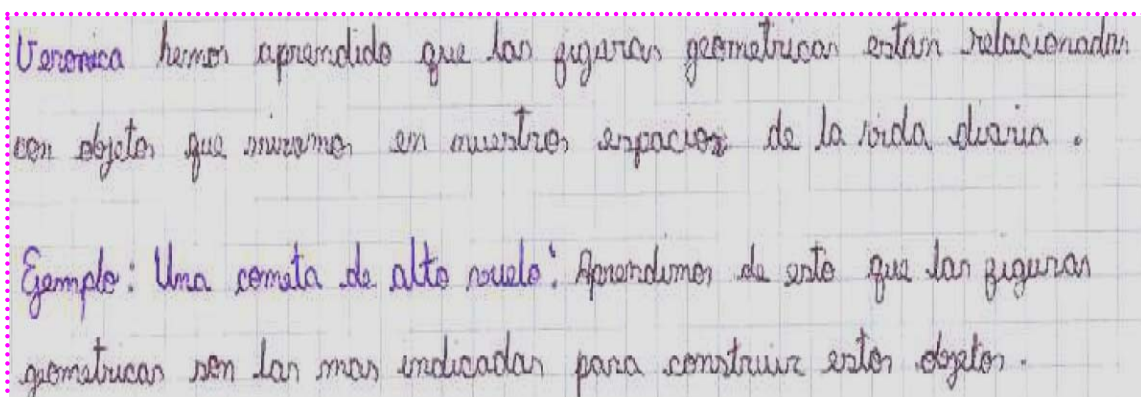
A partir de lo expuesto anteriormente, hagamos un recorrido de cómo se inicia el proceso de investigación y cómo es ese enlace donde los recursos del medio estimulan la construcción del conocimiento.

Para el inicio y desarrollo de la investigación se planteó un pequeño proyecto llamado “La cometa”. Esto se hizo porque es una de las propuestas de trabajo en la primera fase de las investigaciones matemáticas en el aula (Introducción de la tarea); todo el trabajo de investigación fue desarrollado alrededor de este proyecto, puesto que fue un tema de interés para los niños¹⁶. De esta manera, los niños partieron de una situación concreta, la cometa. Por ser este un tema de interés para ellos, la cometa, el inicio de la investigación los motivó y el desarrollo de la misma fue muy placentero.

¹⁶ Ver anexo exploración cero.

Como ya lo expresé, la cometa es una situación concreta para los niños, porque ellos tienen, la conocen, jugaron con ella, las manipularon, así que a partir de esta situación los niños interactuaron con los conceptos que la profesora Isa deseó que ellos trabajaran.

¿Cómo a partir de la cometa se desarrollaría el proceso de investigación? Después de que los niños trabajaron la exploración cero y uno, hicimos una pequeña reflexión sobre dichas exploraciones, de la cual los niños expresaron lo siguiente, como lo escribió Mafe:



Veronica hemos aprendido que las figuras geométricas están relacionadas con objetos que miramos en nuestros espacios de la vida diaria.

Ejemplo: Una cometa de alto vuelo. Aprendimos de esto que las figuras geométricas son las más indicadas para construir estos objetos.

Así que partir de esa frase “las figuras geométricas son las más indicadas para construir una cometa”, nació la necesidad de estudiarlas para construir finalmente una nueva cometa. Es aquí donde se inició la relación entre un objeto y el niño para construir sus conocimientos matemáticos.

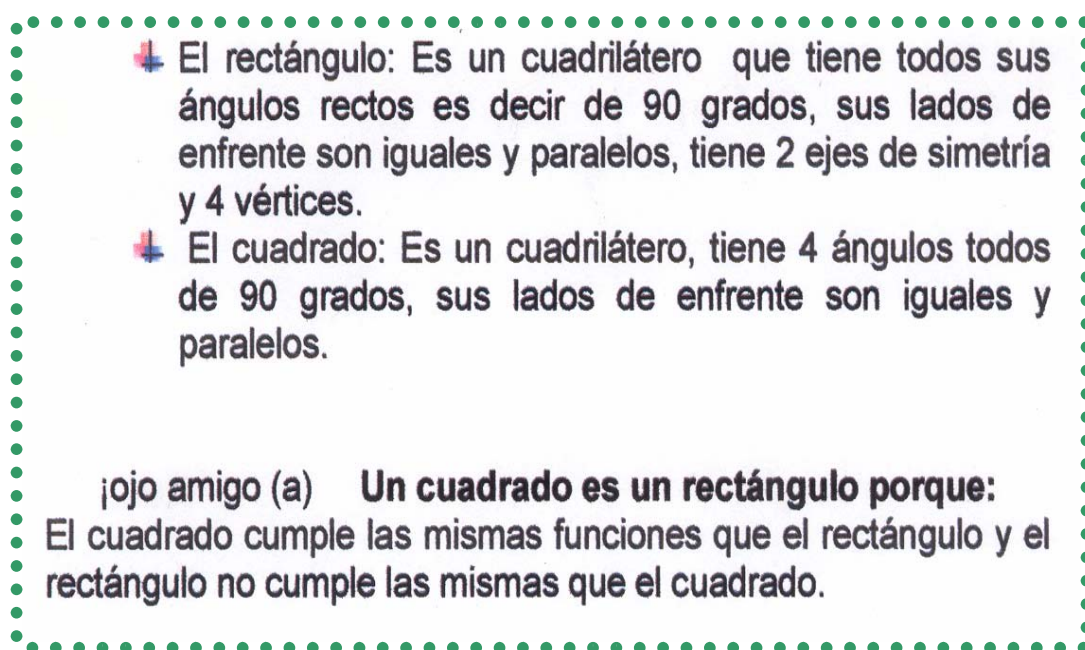
Al observar la exploración 3 de Mateo¹⁷, él realiza la exploración para concluir algunas características del cuadrado y definirlo. Mateo caracteriza el cuadrado así cuando realiza la exploración,

- Es un cuadrilátero porque tiene cuatro lados

¹⁷ Para mayor claridad observar la figura No. 1 de los anexos.

- Tiene todos los lados iguales
- Tiene cuatro ángulos de 90°
- Todos sus pares de lados son iguales y paralelos

La definición de rectángulo y cuadrado la plasma en el siguiente escrito¹⁸ después de realizar la anterior exploración:



✚ El rectángulo: Es un cuadrilátero que tiene todos sus ángulos rectos es decir de 90 grados, sus lados de enfrente son iguales y paralelos, tiene 2 ejes de simetría y 4 vértices.

✚ El cuadrado: Es un cuadrilátero, tiene 4 ángulos todos de 90 grados, sus lados de enfrente son iguales y paralelos.

¡ojo amigo (a) **Un cuadrado es un rectángulo porque:**
El cuadrado cumple las mismas funciones que el rectángulo y el rectángulo no cumple las mismas que el cuadrado.

Con este proceso que realizó Mateo, cuando terminó de desarrollar la exploración, de caracterizar el cuadrado y posteriormente en uno de los escritos definirlo (en su nivel), dio muestras de estar construyendo conocimiento.

En la exploración cuatro de Sebastián observemos las caracterizaciones que realizó sobre los triángulos; solo muestro esta parte final transcrita,

¹⁸ En la siguiente categoría se hace referencia a los escritos.

porque el desarrollo de la guía no es muy visible, pero se podrá observar en qué consistía ella en la figura No.2:

- Equilátero: todos sus lados son iguales, ángulos y vértices también, se forma medio giro con sus ángulos.
- Isósceles: tiene dos lados iguales y uno diferente, dos ángulos iguales y uno diferente.
- Escaleno: todos sus lados son diferentes, lo mismo con sus ángulos y vértices.

Es de valorar estas características que Sebastián logró expresar, puesto que se observa la diferencia que hace en dicha clasificación; además, para ejemplificar lo dicho construyó tres triángulos con dichas características y los pegó en el lugar correcto. En la entrevista final hice la siguiente pregunta y Sebastián contestó:

Verónica: Si tuvieras que contar a tu profesora lo que has aprendido en geometría, ¿qué le asegurarías que aprendiste?

Sebastian: que aprendimos las características de los triángulos, y de los rectángulos, y creo que no se me va a olvidar porque esto lo aprendimos por medio de muchas cosas; profundizamos más, no nos quedamos en que tiene tres lados y ya; profundizamos y aprendimos porque hicimos eso con algunas cosas que sabía e íbamos descubriendo cosas cada vez más.

Cuando Sebastián realiza la construcción de las características de los triángulos está concretizando, cuando comenta “profundizamos y aprendimos”, al igual que cuando Mateo caracterizó y definió el cuadrado; así que traigo a colación las palabras de Moreno y Waldegg (2002, p.64): “Lo abstracto y lo concreto no son, en consecuencia,

propiedades del objeto de conocimiento, sino de la relación que uno logra establecer con el objeto de conocimiento”.

También en la entrevista final Mafe deja entrever la característica anterior descrita:

Verónica: Si tuvieras que contar a tu profesora lo que has aprendido en geometría, ¿qué le asegurarías que aprendiste?

Mafe: le aseguraría que sí hemos aprendido, profundizamos los temas, porque los triángulos no son figuras nuevas, los cuadrados mucho menos; lo que hicimos fue profundizar y aprender más sobre ellos... aprendimos cómo se hace una cometa de alto vuelo, aprendimos de los triángulos en general, que al sumar sus ángulos obtenemos un medio giro de 180 grados, que hay tres tipos de triángulos; sobre los cuadrados, que el cuadrado es un rectángulo porque el cuadrado puede cumplir todas las características del rectángulo, en cambio el rectángulo no puede cumplir las características del cuadrado.

Verónica: Si hubiese un concurso para participar sobre los temas desarrollados, ¿te inscribirías?

Mafe: Claro profe, porque recuerdo todo, todo se quedó grabado en mi mente, gracias a investigar.

Otra parte de la entrevista en la cual los niños dejan ver la relación entre las investigaciones matemáticas en el aula y su conocimiento:

Verónica: ¿Gozaste con este tipo trabajo en el aula?

Mafe: Sí, profe.

Sebastián: Fue muy divertido, muy creativo... si comparamos con otra clase...

Mafe: Hicimos trabajo manual, me gusta hacer eso.

Sebastián: Siendo investigador puede uno opinar; en cambio, con las otras profes toca como ellas dicen, uno no opina.

Mateo: Claro, porque indagamos mucho... pudimos imaginar que éramos investigadores.

Mafe: Como el año pasado, profe, que me tocó meterme en una cañería; ¿recuerda profe?

Verónica: Entonces, ¿el proceso de investigación que ustedes hicieron sirvió para que aprendieran geometría?

Mafe, Sebastián y Mateo: Sííííí...

Mafe: Profundizamos los temas, aprendimos cada día.

Sebatian: Por ejemplo, el año pasado no hicimos investigación en geometría, todos lo decían y nosotros copiábamos y a aprendérselo de memoria para exponer.

Con este recorrido a través de las voces de los niños quise contestarme la siguiente pregunta: ¿cómo mostrar al lector esa frase de Moreno y Waldegg citada anteriormente “que para un topólogo una experiencia de Hausdorff que evidentemente es abstracta puede ser al mismo tiempo tan concreto como una guayaba?”. Estoy segura de que me di respuesta a este interrogante, al observar el proceso que los niños hicieron en esta categoría, cómo ellos fueron capaces de realizar ese “espiral concreto-abstracto-concreto”, donde se relacionaron objetos concretos, ideas abstractas y se “llevaron” hacia lo concreto. Les mostraré un aparte de la clase del 7 de abril (armando la grulla) para terminar esta categoría:

...**Verónica:** Volteemos y realicemos lo mismo.

Mafe: Otra vez juntamos los ejes.

Mateo: Hay un cuadrilátero con un eje de simetría.

Sebastián: Hay un cuadrilátero.

Mafe: Si profe mire.

Verónica: Si llevamos este lado hacia arriba, ¿qué observamos?

Mateo: Hay un triángulo, un triángulo isósceles.

Sebastián: Veo dos triángulos isósceles.

Mateo: Si volteamos, vemos varios triángulos isósceles.

Mafe: Hay triángulos isósceles.

II. “CUANDO LA PROFE LEE [los escritos de los niños] MIRA LO QUE ESTAMOS APRENDIENDO”¹⁹

Esta categoría recoge, de los escritos²⁰ de los niños, algunos de los elementos relacionados con el proceso de apropiación conceptual que ellos lograron durante y después de las investigaciones matemáticas en el salón. Estos escritos están dentro de la tercera fase de las investigaciones matemáticas en el aula, discusiones finales/reflexiones.

Pero antes de describir apartes de los escritos de los niños, escribiré acerca del lenguaje escrito de los estudiantes en la clase de matemáticas.

Para lo anterior me referiré a un artículo de Sandra Augusta Santos llamado “Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática” (2005). La autora menciona lo importante que es en el salón de clases el lenguaje escrito de los estudiantes; citando ella a Souza (1994), nos comenta que “es el lenguaje, y por medio de él, que construimos la lectura de la vida y de nuestra propia historia”, un texto escrito es la traducción, por medio de palabras, de pensamientos, sentimientos y acciones.

Además, la autora comenta sobre el lenguaje escrito que puede ser visto como un instrumento para atribuir significados y permitir la apropiación de conceptos; es como una herramienta alternativa de diálogo, en la cual el proceso de evaluación y reflexión sobre el aprendizaje es continuamente transformado.

¹⁹ Frase de Mafe expresada durante la entrevista final.

²⁰ Cuando hablo de escritos me refiero a los textos que los niños hicieron para dar a conocer su apropiación conceptual.

El lenguaje escrito en la clase de matemáticas es un recurso que los últimos años ha venido siendo adoptado por gran cantidad de profesores de todas las categorías; a partir de los 80, se dio como consecuencia del movimiento pedagógico americano de la escritura a lo largo del currículo (WAC: **Writing Across the Curriculum**).

Parada (2005), en su tesis llamada "La producción de textos: una alternativa para evaluar", comenta que producir un texto quiere decir incentivar, desarrollar y ejercitar en el estudiante la capacidad de explicar y manifestar mediante una información escrita u oral un concepto trabajado en el aula.

Luego esta categoría está enmarcada desde los escritos o textos que los niños hicieron a partir de las tareas (exploraciones) que ellos realizaron durante el proceso de la investigación. Estos escritos dentro de la tercera fase de las investigaciones matemáticas en el aula, llamados "relatorios", tienen el objetivo de presentar el trabajo que fue hecho por los niños, donde ellos exponen con sus propias palabras y símbolos lo aprendido; "además, facilita a los estudiantes la reflexión sobre su propio trabajo, ya que revelan aquello que hizo y procura comunicarlo de modo claro" (Kilpatrick, citado por Fonseca, 2000, p.34).

A partir de estos escritos los niños llegaron a los conceptos de geometría que la profesora del curso quería que ellos aprendieran. Los niños elaboraron cartas, poesías, adivinanzas, reflexiones y otros escritos que surgieron de su interés y creatividad.

Después de terminar la “exploración 3”²¹, pedí a los niños realizar una carta, dirigida a quien ellos quisieran, en la cual escribieran lo que desearan²².

Sebastián escribió una carta, que podrá observar en la página siguiente, en la cual expresaba a su mamá algunos de los conceptos trabajados en el proceso de la investigación en la clase.

En esta carta Sebastián hizo un recuento a su mamá y le explicó acerca del proyecto de la cometa, cuáles eran los materiales a utilizar y por qué era necesario realizar un estudio sobre algunas figuras geométricas. Además le cuenta algunas características de los rectángulos, sus ángulos, ejes de simetría, vértices y lados.

²¹ Ver anexos

²² Es importante mencionar en esta categoría el uso de la metacognición. “Para adaptarse al mundo físico que lo rodea, el niño tiene que distinguir los objetos de su entorno y conocer el uso de los mismos. Ha de diferenciar una mesa de una silla, una casa de un árbol...y saber cómo, cuándo y para qué debe usar cada una de estas cosas. Para adaptarse socialmente ha de distinguir al adulto del niño, al familiar del extraño... y saber cómo debe tratar a cada uno, cuándo puede comportarse de una forma u otra, cuándo puede jugar y reír, y cuándo debe estar serio y trabajar. Para responder adecuadamente a las exigencias de la escuela, debe igualmente conocer su mente, distinguir las funciones de sus facultades intelectuales (percepción, memoria, atención, memorización, etc.) y saber dónde, cuándo y cómo tiene que usar cada una de ellas. Debe saber, por ejemplo, que no tiene que trabajar de la misma forma con su mente si se le pide entender una historia que si se le pide memorizarla, que “inventar” un cuento no es lo mismo que recordarlo... El conocimiento de las distintas operaciones mentales y saber cómo, cuándo y para qué debemos usarlas es el objeto de estudio la metacognición” Burón (s.f., p.157)

Hola mamá

te quiero contar por medio de esta carta todo lo que he aprendido y hecho en geometría

Primero la profe nos explico que hibamos a hacer una investigación de una cometa de alto vuelo

despues vimos los materiales con que podiamos hacer una cometa como cola, palas, papel etc todo liviano, nos entregaron otra hoja donde teniamos algunas modelos de cometas

Figuras geometricas y animales y para comenzar a poder hacer la cometa deberiamos aprender sobre la figuras primera con los rectangulos, sus angulos, ejes de simetria, vertices y sus lados sabes cuales son?



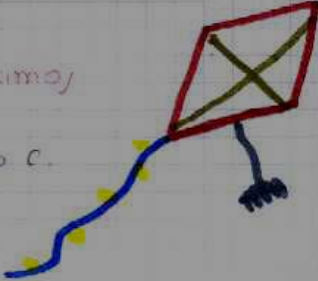

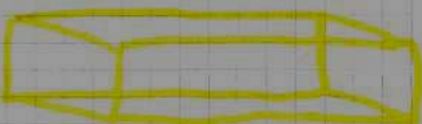
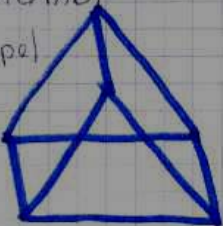
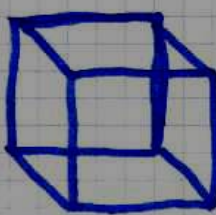
te voy a explicar unos los vertices son las esquinas de cada figura, y los ejes de simetria son las dobleses que podemos

hacer en una figura hasta que coincidan al doblar y por ultimo hicimos con el cuadrado, hicimos una cartelera entre el grupo, al otro dia la exposimos la profe nos lo me poto y no grabo la voz.

Ya te conte todo eso fue lo que hicimos

At: tu hijo Juan Sebastian Corrajo C.

5-3



Según Luján y Suárez (1998) citado por Parada (2005), cuando un estudiante produce un texto es para explicarse o manifestarse; cuando cuenta algo, cuando escribe una carta, una poesía, entre otras, está produciendo textos.

Contrario a Sebastian, Mateo realizó un primer escrito donde contaba su experiencia:

GEOMETRIA

Mi profesora es la estudiante de la UIS Verónica Monsalve:

Mi profesora nos ha orientado el tema de geometría a través de guías que hace que indagemos sobre los temas a tratar:

1. Indagar sobre como se hace una cometa: Hicimos una investigación los niños del salón de 5-3 preguntado a sus padres o de algún medio de comunicación como era su estructura.
2. Entrar al nuevo tema que son los cuadriláteros según sus características:
RECTANGULO -----CUADRADO
fueron los más investigados por los niños de 5-3 pues se puede ubicar bien sus partes como los ángulos vértices y lados.

Hasta el día de hoy lo último que hicimos fue hacer una cartelera que hablara sobre los cuadriláteros para poder exponerlo en la clase.

En Gral. Hemos visto las figuras geométricas.

Mafe, al igual que Mateo escribió pero un poco a modo de reflexión:

Maria Fernanda Tumbador Díaz 5-3

Siento que con esta experiencia he aprendido de una manera agradable, sencilla tanto en el área de geometría ya que en muchas ocasiones la veía muy compleja y aburrida, porque había que aprenderse las medidas y las fórmulas de memoria, ahora las clases con la profesora Verónica hemos aprendido que las figuras geométricas están relacionadas con objetos que miramos en nuestros espacios de la vida diaria.

Ejemplo: Una cometa de alto vuelo. Aprendimos de esto que las figuras geométricas son las más indicadas para construir estos objetos.

Al sumar los ángulos de un cuadrilátero obtenemos un giro completo de 360° , tienen eje de simetría y al recortar sus puntas obtenemos un círculo.

Espero seguir aprendiendo muchas cosas de esta manera tan divertida, y que se le de esta gran oportunidad a todos los niños teniendo en cuenta la realidad.

Este primer escrito de los niños nos permitió observar, junto con la profesora Isa, algunas de las características que ellos obtuvieron de las tres primeras tareas propuestas; el objetivo de las tareas era que ellos obtuvieran características de los rectángulos y cuadrados e igualmente encontrarán una relación entre ellos, pero como las actividades de investigación en la clase proporcionan oportunidades para el debate y la

reflexión y promueven el conocimiento de asuntos más generales (Ponte y otros, 2003), ellos generalizaron sobre los cuadriláteros, no hablaban específicamente de los rectángulos y sus características.

En la clase siguiente pedimos a los niños que realizaran un nuevo escrito si deseaban hacerlo. Mafe escribió nuevamente. Esta vez escribió una carta a su hermana Daniela:

Querida Daniela:

Hoy te escribo muy contenta porque he tenido una experiencia maravillosa que quiero compartir contigo. Ya no tienes de que preocuparte cuando tengas las clases de geometría y no entiendas los temas, porque yo te los voy a explicar.

Pues te cuento que participé en unos talleres con la profesora Verónica y la profesora Isa donde me enseñaron de una manera fácil y divertida algunas cositas y trucos de geometría que relacionamos en nuestra vida diaria. Me explicaron como utilizar las figuras geométricas para hacer objetos como una cometa de alto vuelo, fue muy fácil. También aprendí acerca de los cuadriláteros y los ejes de simetría que son las veces en que se puede dividir algunas figuras geométricas para trabajar de una manera sencilla con ellas.

En fin Daniela, son muchas las cosas interesantes que durante un tiempo vamos a conocer y que yo personalmente te explicare para que mas adelante cuando te corresponda verlas en clases le digas a tu profesora que tú conoces una manera divertida de aprender la geometría.

Bueno Daniela me despido con besos y abrazos.

MARIA FERNANDA FUENTES DIAZ

En el saludo, Mafe utiliza la frase “ya no tienes de que preocuparte cuando tengas las clases de geometría y no entiendas los temas, porque yo te los voy a explicar”. Es interesante lo que un estudiante puede plasmar en los escritos, desde el hecho de contar lo que él observa y realiza en su clase, hasta la confianza que tiene de su apropiación de los conceptos, al punto de colaborarle a otra persona.

Mateo también hizo un nuevo escrito a través de una carta a un amigo. En esta carta Mateo escribe características más específicas del rectángulo y el cuadrado:

- ✚ El rectángulo: Es un cuadrilátero que tiene todos sus ángulos rectos es decir de 90 grados, sus lados de enfrente son iguales y paralelos, tiene 2 ejes de simetría y 4 vértices.
- ✚ El cuadrado: Es un cuadrilátero, tiene 4 ángulos todos de 90 grados, sus lados de enfrente son iguales y paralelos.

¡ojo amigo (a) **Un cuadrado es un rectángulo porque:**
El cuadrado cumple las mismas funciones que el rectángulo y el rectángulo no cumple las mismas que el cuadrado.

Aquí Mateo muestra lo que las investigaciones matemáticas en el aula logran en niveles de enseñanza elemental: contribuir a la formación de nuevas concepciones.

En estos primeros escritos de los niños es posible observar los conceptos matemáticos que ellos lograron desarrollar, como algunas características generales de los cuadriláteros, de los rectángulos, del cuadrado y de la relación entre el rectángulo y cuadrado.

Para los conceptos relacionados con los triángulos, los niños realizaron los siguientes escritos después de realizar la exploración 4²³:

En la casa de Rosita,
hay muchas figuritas,
redondas y cuadradas,
pero el triangulo,
es la mas bonita.

Con sus tres lados,
Y sus tres ángulos
hace a las demás
a un costado.

Orgullosa se siente,
cuando en uno de sus estilos,
con un poco de suerte,
tiene uno de sus ejes.

²³ Ver anexos.

En este pequeño escrito Mafe nos habla en forma general del triángulo y de algunas figuras que conoce.

Mateo realizó en su escrito un trabalenguas, una adivinanza y una trova expuestas en la siguiente hoja. Aunque no es muy claro en algunas concepciones, intentó darle forma a su escrito para tratar de cumplir con el estilo de dichas manifestaciones literarias.

MI GEOMETRÍA Y MÁS.

TRABALENGUA

Periquito triangulero
Se metió en un cuadrado
este lo saco por un lado
Se metió en un rectángulo
quien lo sacó por un ángulo
el triangulero comprendió
que su figura no le dió.

ADIVINA ADIVINADOR

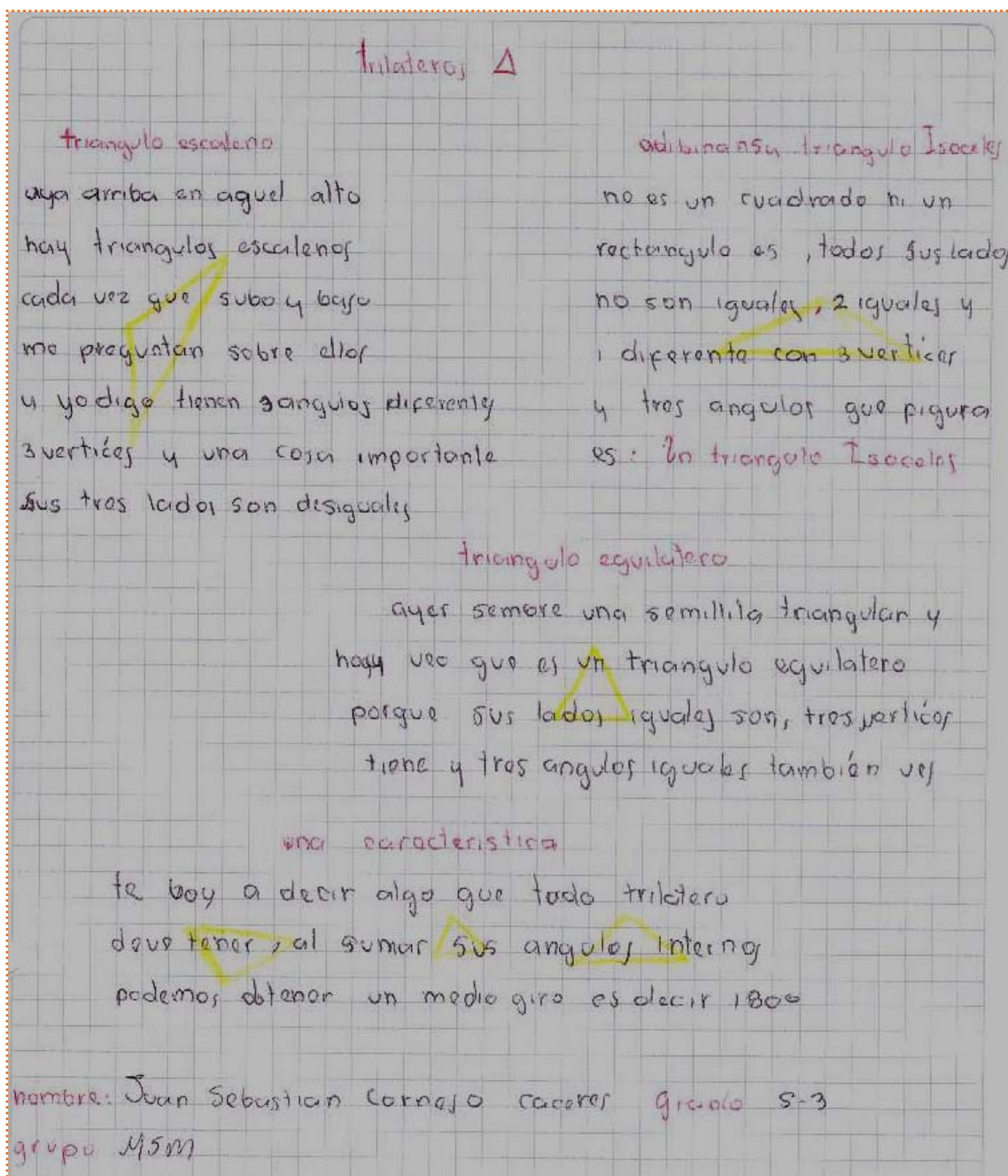
Tiene cuatro lados y no es cuadrado
Tiene cuatro ángulos y no es rectángulo
¿Qué es?: trapezio.

TROBA

Señores venga yo les cuento
Lo que la geometría inventó
Que un triangulo tiene tres lados
Y sus lados son pegados

Los rectángulos y cuadrados
tienen cada uno cuatro lados
se les dice cuadriláteros

En el texto de Sebastian se notó, más que en los dos anteriores escritos el de Mafe y Mateo, la apropiación de los conceptos²⁴:



²⁴ En este texto, y en algunas reflexiones que hicieron los niños, utilizaron la palabra **trilátero**. Cuando la mencionan es para referirse a los triángulos, ya que les parecía, en juego, que los triángulos deberían llamarse así como los polígonos que tienen cuatro lados se llaman cuadriláteros.

Cuando los niños entregaron estos escritos, era el momento de socializarlos. Antes de hacerlo, entre ellos estaban un poco apenados, porque los leerían. Principalmente estos últimos, por la forma como los escribieron. Pero fue necesario para validar el proceso de investigación, pues como dicen Ponte y otros (2003, p.28), "el alumno debe sentir que sus ideas son apreciadas y que se espera sean discutidas con sus colegas, no siendo necesariamente la validación constante por el profesor".

Cuando se hizo dicha socialización fue muy divertida, contraria a lo que los niños creían. Se leyeron los textos en el orden que están presentes en este trabajo. Los niños hicieron algunos comentarios de cada uno de ellos, pero al final comentaron "El de Sebastián reúne las características de los triángulos que indagamos" (frase de Mateo al final de la socialización).

Creo que es importante el texto hecho por Mateo, sin demeritar los de los otros dos niños, porque en este nos muestra claramente los conceptos que trabajaron²⁵ en la exploración 4 sobre triángulos. Escribió características generales de los triángulos y los clasificó en equiláteros, isósceles y escalenos. Además, estas mismas características están en las conclusiones que cada niño escribió en la exploración 4.

Para finalizar esta categoría quisiera exponer las ideas expresadas por los niños y la profesora Isa en cuanto a los escritos en la entrevista del 21 de abril:

Verónica: ¿Consideras difícil la elaboración de un escrito?

²⁵ Escribo, trabajaron, porque las exploraciones fueron hechas en grupo, como lo escribí en la metodología. Con la excepción de que esta exploración 4 fue desarrollada conjuntamente por los tres niños de la investigación.

Mateo: Fáciles, porque a uno, si lo hace todo a través de una indagación o investigación, se le hace más fácil; en cambio cuando sobre un tema hace un recuento...

Mafe: Es fácil, cuando estoy haciendo el escrito voy recorriendo lo que hice, que le recortamos tal cosa, que los ejes... en cambio en otra materia uno no se acuerda, le toca volver a mirar el cuaderno para poder hacer el escrito.

Sebastian: Fácil profe.

Mafe: Si usted nos pone a hacer otro escrito, obviamente va a ser mejor que el primero, porque ya profundizamos algunas cosas.

En estas palabras de los niños es notorio el gusto que sintieron por realizar los escritos; además, en los comentarios de Mafe hay gran relación con lo expuesto por Burón (s.f.) acerca de una de las facetas de la metacognición: la metaescritura; cuando se elabora un escrito es necesario escribirlo varias veces para mejorarlo y lograr expresar lo deseado.

En una segunda pregunta hecha con relación a los escritos contestaron:

Verónica: ¿Será que tu profesor consigue percibir mejor a través de un escrito el desarrollo del trabajo que hiciste?

Mateo: Sí, porque ella puede ver en los escritos que sí hemos aprendido del tema, que hablamos específicamente, sabemos cómo defendernos en alguna evaluación.

Mafe: Yo pienso que ella sí siente que estamos aprendiendo, porque ella cuando lee nuestros escritos mira lo que estamos aprendiendo, nosotros mismos le estamos contando.

Sebastián: sí, ella se da cuenta que sí ponemos atención, que sí estamos interesados en todos los temas, si no hacemos un buen escrito, ella dirá que no aprendimos nada.

En las respuestas de los niños a esta pregunta observamos que le dieron importancia a los escritos, ya que a través de los mismos, fue posible expresar sus apropiaciones de los conceptos y reflexiones²⁶.

²⁶ Estas reflexiones podrán observarlas en la siguiente categoría.

En cuanto a la profesora Isa, le hice la siguiente pregunta:

Verónica: ¿Es posible percibir a través de un escrito el desarrollo, avance o apropiación conceptual de los niños?

Profesora Isa: Sí es posible percibir a través del escrito y también de exposiciones, la apropiación conceptual que va adquiriendo el niño, porque la está haciendo en una forma más fácil y placentera. Además, logra desarrollar su proceso de aprendizaje de acuerdo con su edad, con el medio que lo rodea y la misma seguridad que la brinda la metodología utilizada en esta asignatura de Geometría. Es posible observar que ellos se están apropiando de conceptos en la forma como escriben, como hablan durante la exposición y en el grupo. Además, les gusta cómo es el desarrollo de la clase, les gusta trabajar con el papel de colores para el origami y desearos de terminar el proyecto. Han hecho unas carpetas muy bonitas y creativas; esto es porque les gusta el trabajo que están haciendo.

Con estas frases, la profesora Isa nos expresó su conformidad con los escritos de los niños. Estos escritos los leímos conjuntamente y los discutimos, tratando siempre de entender aquello que los niños quisieron expresar.

III. “CON UN TRABAJO EN EQUIPO Y UNA BUENA INDAGACIÓN E INVESTIGACIÓN SE PUEDE LLEGAR LEJOS EN EL TEMA”²⁷

Trabajar en equipo fue una de las frases que, en los últimos momentos del desarrollo de la investigación, los niños más mencionaron. Así que en esta categoría contaré cómo las interacciones sociales en el aula de matemáticas, a través de las investigaciones matemáticas en el aula, se relacionan con el proceso de apropiación conceptual.

²⁷ Frase tomada de la entrevista hecha a Mateo

Del proyecto *Interacção y Conocimiento* del Instituto de Innovación Educativa en, 1996 y 1997 y por el Centro de Investigaciones en Educación de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Lisboa entre 1995 y 1999, se compilaron tres comunicaciones, con un cuadro de referencia teórico relacionados con la Psicología Social del Aprendizaje del Conocimiento, en una llamada *Interacções sociais e matemática: Ventos de Mudanza nas práticas de sala de aula* escrita por César, Torres, Rebelo y otros (2000).

Dicha comunicación se centra en un estudio desarrollado en una institución nivel medio urbano y rural, con estudiantes de primaria y secundaria junto con algunos docentes. El objetivo en este estudio, es mostrar algunas visiones iniciales tradicionales en cuanto al papel del profesor y de los estudiantes en el aula, y posteriormente por otra más dinámica e innovadora, relacionada con las interacciones sociales.

En los últimos 20 años, en la psicología un número significativo de investigaciones han evidenciado las potencialidades de las interacciones sociales en la apropiación de conocimientos, fruto de nuevas miradas acerca de la forma como aprendemos (Carvalho, 2005). Luego es importante para mi investigación tratar este tema de las interacciones sociales. En las investigaciones nombradas, se fue demostrando que el papel que desempeñan los profesores, las tareas y las situaciones en las cuales el estudiante interactúa, no son aisladas del desarrollo del estudiante en el salón de clases.

Esto lo pude evidenciar con una de las preguntas de la entrevista final realizada a los niños:

Verónica: Si comparas esta clase, donde realizaste exploraciones de investigación, con otras clases, ¿qué destacarías?

Mafe: Que usted no nos copia en el tablero y tenemos que aprendernos las cosas de memoria. Saber por ejemplo que los ángulos de un triángulos forman un giro de 180 grados, no hay que aprendérselo de memoria, sino que uno ya recuerda porque sabe todo el proceso que se hizo recortando los vértices; en cambio en lo otro [otras clases] hay que mirar siempre al tablero, hay que copiar en el cuaderno y eso no sirve de nada; cuando uno va a repasar en el cuaderno, eso va a quedar ahí escrito, uno lo que hace es gastar tinta y que le salgan callos.

Mateo: Que en esta clase a uno sí como que le nace aprender, a uno le queda para toda la vida; pero en cambio si le toca obligado, alguna vez se le olvidará. Por ejemplo a uno en inglés le toca escribir sí o sí en el cuaderno, le toca escribir y escribir; en cambio aquí uno resuelve algunas guías indagado sobre el tema.

Sebastian: Que a uno no le da pereza,... ah [en otras clases] cuando a uno se le olvida el tema y quiere practicar le da pereza tener que leer todo eso que escribió en el cuaderno; en cambio con las guías uno se acuerda de que hizo tal cosita, que uno se acuerda de todo.

Mafe: Por que hacemos trabajos manuales, es más fácil.

En este caso, las interacciones sociales que están asociadas a un tipo de clases que no llaman su atención funcionan como bloqueadoras del desempeño de los niños y, por el contrario la experiencia de investigación matemática desarrollada en el salón de clases, funciona como facilitadora de ese mismo desempeño.

Carvalho (2005) cuenta que, finalizando los años setenta, investigadores de la escuela de Génova, clarificando los mecanismos en juego de las interacciones sociales, exploraron la noción del conflicto socio-cognitivo; esta noción atiende a las potencialidades en la comprensión de los progresos de los sujetos que trabajan colaborativamente. Según ella, hoy se entiende esta noción como el confrontar entre dos puntos de vista distintos cuando dos sujetos se debaten, en el uno con el otro, en relación a una tarea que ambos deben resolver. Cada uno, al poseer diferentes saberes y competencias, fruto de sus vivencias y experiencias personales, va a tener que

negociar significados y representaciones de donde pueden surgir conflictos entre ambos, manteniendo un mínimo nivel de comprensión mutua.

En el siguiente cuadro, tomado del trabajo de César y otros (2000), los estudiantes dan su opinión acerca de lo que pensaban sobre el papel del profesor en el salón de clases, quien cumple una función especial en las interacciones sociales:

	VT	VI	A	CT	CI	OR	NS	NR	Total
7° año	65	65	12	1	0	2	1	6	152
	43%	43%	8%	1%	0%	1%	1%	3%	100%
8° año	15	24	3	1	2	1	0	0	46
	22%	52%	7%	2%	4%	2%	0%	0%	100%

Leyenda:

VT-Visión tradicional

CI-Reglas de comportamiento innovadoras

VI-Visión innovadora

OR-Otras respuestas

A-Afectividad

NS-No sabe

CT-Reglas de comportamiento tradicionales

NR-No responde

La anterior leyenda indica las seis posibles respuestas que los estudiantes tuvieron como opción a escoger; a esto es lo que se refiere cada sigla: (VT) donde se establece una relación entre alumno y profesor que enseña y el alumno que aprende; aquí es el profesor quien posee el saber y transmite al alumno; (VI) en la cual el alumno pasa a tener un papel más activo, convirtiéndose en una relación

profesor/alumno, donde el saber es visto como algo con el cual se relaciona no sólo el profesor, sino también el alumno tiene un papel importante en la presentación de ese mismo saber; (A) con el papel de la afectividad en la relación profesor/alumno, siendo realizado el hecho de un profesor bueno o no, dar o no atención a los alumnos, ser o no comprensivo. El (CT) y (CI) se relacionan con las reglas de comportamiento que el profesor impone a sus alumnos en el salón de clases.

Algunas opiniones textuales de los estudiantes fueron las siguientes: con respecto a la visión tradicional (VT), "enseñan y mantienen el orden" (7° año), "Enseñar y nada más" (7° año); en la visión innovadora (VI), "la profesora de matemáticas es una profesora que hace todo lo posible para ayudarnos" (7° año), "le gusta lo que hace y se esfuerza por transmitir lo mismo a los estudiantes" (8° año), "ve la mejor manera para que los alumnos aprendan" (8° año); en la relación de afectividad, "comprensivo, <<bacana>>" (8° año), "debe continuar y tener paciencia para ayudar a los alumnos" (8° año).

Con el anterior ejemplo quise mostrar interacciones sociales con las cuales los estudiantes lidian diariamente en su salón de clases y que son fundamentales para su aprendizaje y desarrollo de sus potencialidades matemáticas.

En el álbum (o carpeta) de geometría que cada niño llevaba, tenían una hoja llamada "Mis reflexiones diarias", en la cual escribían cuando lo deseaban u opinaban sobre algo. En estas reflexiones, Mateo manifestaba en varios momentos que:

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
Y TRABAJO DE GRADO II

Nombre: Juan Pablo Durán Montilla Grupo: 5º 3

MIS REFLEXIONES DIARIAS

Fecha: 23/03/06: Que hoy que trabajar en equipo para poder lograr lo que uno se propone en el año escolar. Agradecer a Verónica Menéndez por inculcar en nosotros un aprendizaje.

Fecha: 05/04/06: mi reflexión del día de hoy que en el tema de geo no importa la nota si no el aprendizaje y el compañerismo son mis amigos del salón

06/04/06: hoy reflexiono que si uno le pone empeño y dedicación a su trabajo puede lograr por grande cosa que irlo bien en su tema, puede tener una compañera para toda su vida.

Hay que trabajar en equipo para poder lograr lo que nos proponemos en el año escolar (reflexión del 23 de marzo).

Mi reflexión el día de hoy en el tema de geo: no importa la nota sino el aprendizaje, el compañerismo con mis amigos del salón (reflexión del 5 de abril).

En estas reflexiones Mateo manifiesta lo importante de trabajar en equipo; para él era fundamental porque le interesaba que sus compañeros aprendieran como él lo hacía; en las exploraciones, por ser monitor de su grupo, se preocupaba cuando alguno de sus compañeros no asistía a clases. Cuando no aportaban ideas al grupo algunos niños, se levantaba del puesto y les colaboraba para que no se quedasen atrás; los cuestionaba en ocasiones y así él sabía que todo el grupo estaba a la par.

Estas preocupaciones que tuvo Mateo por su grupo se originan en estudiantes que realizan "tareas de forma colaborativa en el salón de clases; más fácilmente se discuten y explican ideas, se exponen, validan y refutan puntos de vista, argumentos y soluciones, es decir, se crean oportunidades de enriquecer el poder matemático" (Carvalho, 2005, p.15). Cuando se integran con uno o más compañeros se quiere que se trabaje en conjunto con otros, y que cuando se trabaja colaborativamente se espera que ocurran ciertas formas de interacciones sociales responsables por activar mecanismos cognitivos de aprendizaje, como la movilización de conocimientos (Carvalho, 2005), según lo manifiesta Mateo en la reflexión del 5 de abril.

En el grupo de Sebastián se trabajaban algo diferentes las exploraciones: cada uno de los compañeros aportaba alguna idea para resolverlas y meditaba cuál podría ser la mejor idea, o se combinaban algunas y, a partir de ello, todos seguían aportando para construirlas mejor. Observando la reflexión del 16 de marzo del 2006, el trabajo en grupo era indispensable:

Nombre: Juan Sebastian Cerro y Cesar Grupo: Supermatematico

MIS REFLEXIONES DIARIAS

Fecha: me parece muy buena la clase porque utilizamos nuestra creatividad para hacer una

Cometa con nuestros instrumentos y recordamos que eramos investigadores

16-03-06

Fecha: dibujamos los tipos de cometas, todos pensamos las formas de cometas y entre todos resolvimos las preguntas y por eso me gusta mucho la clase

Concuerdo con Carvalho (2005, p.15) en que “la construcción de conocimiento y los mecanismos que están subyacentes no son socialmente neutros o simples, y que cuando los diferentes compañeros se envuelven en un esfuerzo conjunto para resolver una tarea, obtienen beneficios propios, pues construyen soluciones para la tarea que individualmente no conseguirían”.

Al preguntarle a Mafe, en la entrevista final, si el proceso que se realizó en la clase de geometría había contribuido para su aprendizaje, ella respondió:

Mafe: Sí, claro. Porque recordamos, indagamos e investigamos con los demás del grupo, pensábamos y preguntábamos entre nosotros mismos, podíamos hacer reflexión diaria sobre la clase.

Observamos en las palabras de Mafe cómo esas interacciones entre compañeros activos, resueltos a participar en las exploraciones, y no como receptores de conocimientos, construyen su aprendizaje.

El siguiente análisis lo haré a una interacción entre Mafe, Mateo y Sebastian²⁸, ya que me pareció un ejemplo bonito para finalizar esta categoría:

Esta interacción comenzó en la clase del 7 de abril, cuando se desarrolló la exploración 5. Con esta exploración se quería que los niños, a partir de un plegado de un animal en papel, mostraran la apropiación que desarrollaron de los temas de geometría trabajados anteriormente. La interacción comenzó con una pregunta del profesor orientador de dicha exploración:

Verónica: En este primer doblez, ¿qué observan?

Mafe, Mateo y Sebastian: Un eje de simetría.

Mateo: En el cuadrado se forma un eje de simetría.

Mafe: Se formaron dos triángulos.

Sebastian: Isósceles.

Mateo: Dízque isósceles...

Mafe: Sí..., tiene dos lados iguales.

Mafe: Es isósceles porque tiene dos lados iguales, porque el cuadrado tiene los lados iguales.

Mateo: Sí, es isósceles tiene dos lados iguales.

Verónica: Si realizamos el mismo paso, ¿qué sucede?

Mafe: Quedan cuatro triángulos isósceles.

Sebastian: Son isósceles.

Mateo: Como todos los lados de cuadrado son iguales, salen sólo triángulos isósceles.

En este caso, cuando Sebastián menciona que los triángulos que se formaron eran isósceles, Mateo en un inicio lo dudó; Mafe retomó las palabras de Sebastián y explica, mostrándole a Mateo la figura, por que era isósceles. Así que al realizar nuevamente un doblez es Mateo quien

²⁸ Ver anexos de la exploración cinco desarrollada por los niños.

justifica con las palabras de Mafe por qué los nuevos triángulos son isósceles. Cabe traer a colación las palabras de Carvalho (2005, p.17) las cuales sustentan esta interacción:

Quando dos alumnos se empeñan activamente en un confrontar socio-cognitivo con el objetivo de resolver una tarea en el salón de clases, están presentes diferentes argumentos y puntos de vista, es decir, el trazo cognitivo del conflicto. De este proceso resulta un doble desequilibrio: por un lado, interindividual, esto es, entre los dos compañeros; por otro intraindividual, cuando el sujeto se cuestiona acerca de su respuesta cuando compara la suya con la respuesta del otro. Resolver un conflicto sociocognitivo obliga al sujeto a traspasar una situación de conflicto cognitivo, al mismo tiempo que tiene que gestionar una relación social con un compañero con el cual tendrá que compartir puntos de vista para llegar a un consenso y, así mismo, resolver la tarea"

Siguiendo con la interacción anterior:

Verónica: Volteemos la figura, ¿qué observan?

Mateo: Los otros dos ejes de simetría.

Sebastian: Otra vez se forman triángulos isósceles.

Mateo: Se forman 8 triángulos.

Mateo: No, se forman 12 triángulos isósceles.

Mafe: No. Hay 15.

Sebastian: Hay 15.

Mafe: Hay 16.

Mateo, Sebastian: Hay 16 triángulos isósceles.

Sebastian: Al doblar dos veces más el cuadrado.

Mateo: Al doblarlo cuatro veces.

Mafe: Cuando lo doblamos por sus cuatro ejes de simetría se formaron 16 triángulos isósceles porque los lados del cuadrado son iguales.

Mateo: Es decir, el cuadrado tiene cuatro ejes de simetría.

El episodio anterior permite encontrar varias características interesantes. Persisten en saber el número de triángulos, no se quedaron sólo en la primera respuesta de Mateo, sino siguieron indagando, dando respuestas y finalmente llegaron a una respuesta colectiva: "No basta con que los sujetos produzcan diferentes respuestas; es necesario que se confronten con ellas de un modo interactivo y dinámico, es preciso que los pares resuelvan el

desacuerdo, reconstruyendo argumentos, estrategias y significados” (Carvalho, 2005, p.18).

Otra característica de esta interacción, enmarcada en las investigaciones matemáticas en el aula, es el papel del profesor. Se desliga de ser el portador de todo el saber; los estudiantes entre ellos son los que interactúan principalmente. El profesor es solo un orientador que puede colaborar con algunas preguntas para que ellos no se desencarrilen del objetivo de la tarea.

Finalmente quisiera terminar esta categoría con la siguiente frase de Carvalho (2005, p.24): “En el campo implícito de la comunicación que está relacionado con el comportamiento de un alumno, cuando está trabajando con otro, intentando resolver una tarea, no puede ser considerado como algo estático. Esto es algo dinámico, que se construye y reconstruye, a medida que el juego de las interacciones sociales va siendo jugado por varios compañeros”.

CONCLUSIONES DE MI EXPERIENCIA DE INVESTIGACIÓN

- La metodología de “investigaciones en el aula” supera la enseñanza tradicional, ya que no es una actividad pasiva, pues es el niño quien realiza el papel del alumno e investigador paralelamente. “Investigar en el aula” no es trabajar en grandes problemas o cosas muy sofisticadas; se puede iniciar investigación en el desarrollo de un ejercicio, de una tarea o de ejemplos. Investigar es trabajar en cosas que nos interesen, que en un inicio se presentan de modo confuso, que debemos clarificar y estudiar de modo organizado.
- Las investigaciones en el aula me parecen interesantes por el cambio de papeles entre el profesor y los alumnos, ya que el profesor es un orientador y guía y los niños son protagonistas del proceso de aprendizaje, cambio que mejora significativamente la calidad de este proceso. En las investigaciones en el aula el profesor asume un papel más creativo, ya que debe orientar un proceso rico en situaciones de aprendizaje.
- Por medio de estas experiencias se induce al niño a un cambio de actitud frente al modelo tradicional de enseñanza y de aprendizaje, ya que desarrolla la capacidad de autoformación.
- En esta, mi experiencia de investigación, pude desarrollar algo que siempre había querido y lo he hecho en mi poca experiencia como

maestra, y sobre todo que encontré un marco teórico para sustentarlo; siempre he pensado que el niño debe hacer parte en su aprendizaje, construirlo, y en esta oportunidad tuve esa posibilidad de que mis estudiantes lo hicieran. Me gusta que sean constructores, no en relación a una determinada teoría, sino para describir una de sus características fundamentales: la construcción por parte del niño de su propio saber (Tonucci, 1999).

- ✿ En el desarrollo de la investigación los niños tuvieron gran oportunidad de demostrar el proceso de apropiación conceptual. Se esforzaron por realizar los escritos de la mejor manera, para hacersen explicar; a través de lo que ellos escribieron, sustentado por los autores de las lecturas, fue posible validar esos escritos dentro de las investigaciones matemáticas en el aula.
- ✿ Las investigaciones matemáticas en el aula fomentan la interacción entre los niños, la comunicación, la creatividad, la competitividad; estas interacciones dejaron ver cómo los estudiantes a través de ellas, de ese trabajo grupal, se colaboran mutuamente para llegar a esa apropiación y construcción de conceptos. Los niños van aprendiendo a descubrir relaciones entre los conceptos, a tener más seguridad en sus ideas matemáticas. Las investigaciones en el aula permiten establecer conexiones entre varias ideas matemáticas con cosas fuera de la matemática, y pueden constituir puntos de partida para otras investigaciones.
- ✿ En la categoría relacionada con el viaje por lo abstracto y lo concreto fue muy difícil para mí escribirla, porque no sabía cómo hacerme entender para que el lector así lo hiciera. Parece unilateral ese viaje

de concreto y abstracto, pero lo que se quiso en este trabajo fue que los niños se relacionaran con objetos abstractos que se volvieron concretos gracias a objetos concretos.

- Pienso que en lo que se mostró en las categorías se pudo apreciar el proceso de apropiación conceptual de los niños de quinto. Esto fue reflejado en la última exploración, donde se construyó un animal a partir del doblado del papel y ellos iban mencionando las figuras que surgían en dicho doblado; además, en la entrevista final.
- Después de la exploración cinco debió haber otra exploración, en la cual se realizaría un recuento en grupo de los escritos de los niños; pero por cuestiones de tiempo no fue posible; la idea inicial era que en esa exploración hiciéramos con los niños la autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación de las actividades y la participación en ellas.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALSINA C.; BURGUÉS C.; FORTUNY J. (1998). *Materiales para construir la geometría*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Bogotá, Colombia.

Biblioteca de Consulta Microsoft ® Encarta ® 2005

BURÓN J. (s.f.). "Enseñar a aprender. Introducción a la metacognición". En: *Estrategias de Enseñanza y Aprendizaje. Compilación (2004)* de CORREDOR M., Bucaramanga: Cededuis.

CARAÇA B. (1984). *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Lisboa: Laivraria Sá Da Costa Editora.

CARVALHO C. (2005). "Comunicações e interações sociais nas aulas de Matemática". En: MENESE A.; ESPASADIN C. *Escritas e Leituras na educação, matemática*. Autêntica. Brasil.

CÉSAR M.; TORRES M.; REBELO M; et al. (2000). "Interacções sociais e matemática: Ventos de Mudanza nas práticas de sala de aula". En: MONTEIRO C; TAVARES F.; DA PONTE J.; et al. *Interacções na aula de Matemáticas*. Janeiro, Brasil.

FONSECA H; DA PONTE J.(1999). *As actividades de investigação, o professor e aula de Matemática*. Actas do ProfMat. Lisboa: APM. Recuperado el 12 de septiembre de 2005, de http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm

FONSECA H. (2000). *Os processos matemáticos e o discurso em actividades de investigação na sala de aula (teses de mestría, Universidad de Lisboa)*. Recuperado el 5 de abril de 2006, de <http://ia.fc.ul.pt>

FREIRE P. (2002). *Pedagogia de la autonomía: Saberes necesarios para la práctica pedagógica*. 8 ed, México D.F.: Siglo veintiuno editores.

GARCÍA G; OBANDO G. (2005). *Educación Matemática: Formar ciudadanos, Estándares básicos de competencias en Matemáticas*. En imprenta. Bogotá, Colombia.

MORENO L.; WALDEGG G. (2002). "Fundamentación cognitiva del currículo de matemáticas". En: *Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de las Nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Serie memorias, Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, Colombia.

PARADA S. (2005). *La producción de textos: una alternativa para evaluar en matemáticas*. Tesis de Especialista en Matemáticas. UIS, Bucaramanga, Colombia.

PONTE J. P.; BOAVIDA A.; GRAÇA M.; ABRANTES P. (1997). *Didáctica da matemática*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário. Portugal.

PONTE J., BROCARD J., OLIVEIRA H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica

(RAE), Real Academia de la Lengua Española. (2001). *Diccionario de la lengua española*, 23ª ed., en <http://www.rae.es/>

RAINHO M. (2000). "Investigação sobre interacção na sala de aula instrumentos e métodos de análise". En: MONTEIRO C; TAVARES F., DA PONTE J. et al. *Interacções na aula de Matemáticas*. (2000). Janeiro, Brasil.

SANTOS S. (2005). "Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática". En: MENDEZ A.; LOPEZ C. *Escritas e Leituras na educação matemática*. Belo Horizonte. São Paulo: Autêntica.

SINGH S. (2000). *El último Teorema de Fermat*. Grupo editorial norma. Bogotá, Colombia. Traducción de Bernardo Recamán Santos.

TONUCCI F. (1999). *La investigación como alternativa a la enseñanza*. 2ª ed, Venezuela: Editorial Laboratorio Educativo.

Figura No.1 Exploración tres hecha por Mateo

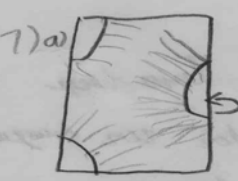
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICEO PATRIA QUINTA

NOMBRE: Juan Mateo Duran Mantillo GRADO: 5º 3
FECHA: 24 / 03 / 06 GRUPO: puente

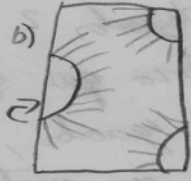
EXPLORACIÓN TRES
"LA COMETA"

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?


1. Tomemos un cuadrado. Doblemos el cuadrado de tal manera que los lados opuestos coincidan. Abramos los dobleces y observemos. Ahora, hagamos coincidir los lados ~~opuestos~~. Dibuja los pasos realizados. ¿Qué podremos decir sobre el cuadrado?
2. Ahora recortemos las esquinas del cuadrado como nos indica la profesora. Hagamos coincidir los recortes en los vértices y sus lados. Peguemos los recortes en la guía. ¿Qué podremos decir sobre los ángulos de un cuadrado?
3. ¿Cuáles son las características de un cuadrado y qué podríamos concluir sobre él?




a)




b)



c)

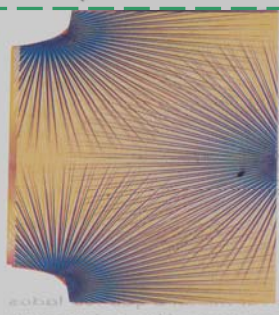


d)



N: todos los lados de un cuadrado son iguales y paralelos

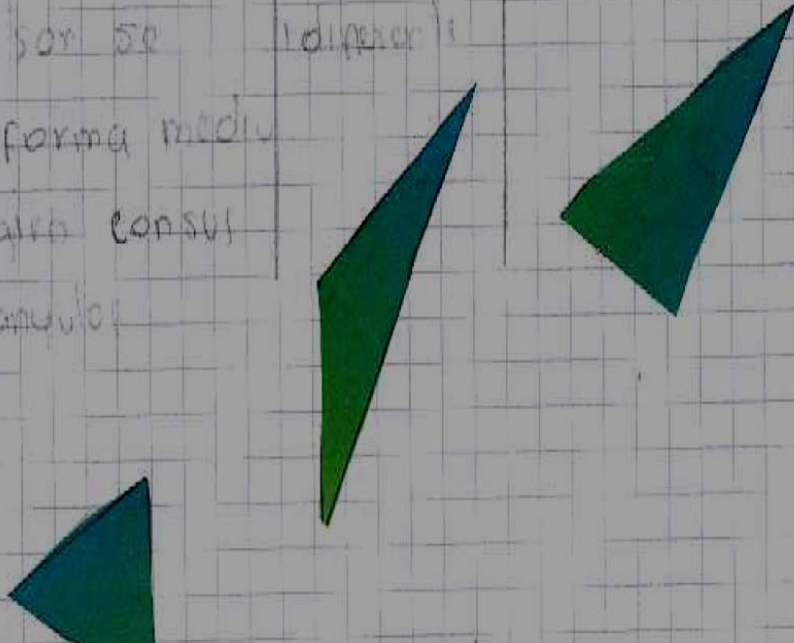
que tiene 4 ^{90°} ángulos, 4 vértices iguales, se puede formar un arco con los vértices



3) que tiene 4 lados, 4 ángulos todos de 90° , todos sus lados para ser iguales y paralelos. los vértices son iguales

Figura No.2 Exploración cuatro hecha por Sebastián

Equilátero	Isósceles	Escaleno
todos sus	tienen 2	todos sus
lados son	lados iguales	lados son diferentes
iguales	ángulos y diferentes	lo mismo con
la vertical	2 ángulos	Sus ángulos
también los	iguales y	4 verticales
son 30	1 diferente	
forma media		
alta con sus		
ángulos		



Exploración cero

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
SERVICIO SOCIAL EDUCATIVO
Y TRABAJO DE GRADO II

Nombre: Juan Nato Duran Montilla Grado: 5^º 3
Colegio: Liso patria Fecha: 10/03/06 Grupo: pensantes
Profesora Isa Inés Solano.

EXPLORACIÓN CERO
Inicio de la Investigación
"LA COMETA"

¿Cuál es la forma ideal para construir una cometa de alto vuelo?

En grupo escribamos cuál sería la mejor forma para construir una cometa. Si es necesario realicemos dibujos.

- 1) papel
- 2) papel silueta (blanco, rojo y negro)
- 3) papel alufon (rojo y blanco)
- 4) tela
- 5) solbon y silicona
- 6) pila



Exploración 1

NOMBRE: Yamir Romando Fuentes GRADO: 5º
COLEGIO: _____ GRUPO: 0100

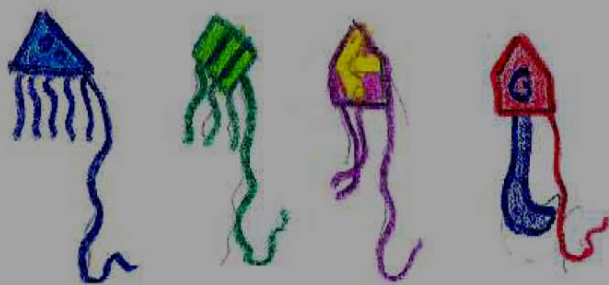
EXPLORACIÓN UNO "LA COMETA"

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?

1. Comentemos entre los compañeros del grupo la indagación que realizamos en casa.
2. Realicemos dibujos de las cometas que encontramos.
3. ¿Qué podríamos decir de los estilos de las cometas?
4. ¿Cómo podríamos clasificar las cometas según su forma? ¿Encontramos parecido con algunas figuras geométricas?

Desarrollo

1. La cometa se debe hacer con materiales ligeros para que tome alto vuelo como el papel silbata, plástico, papel seda, fito, palo de volar.



3. Que son muy bonitas, hay una variedad de estilos en forma de figuras geométricas.

4. Las podemos clasificar por su forma como triángulo recto, pentágono, o también por sus colores. Si encontramos dos parecidos: La de forma triangular y la de pentágono (Por sus colores). Son de forma de pentágono (Por sus formas).

Exploración 2

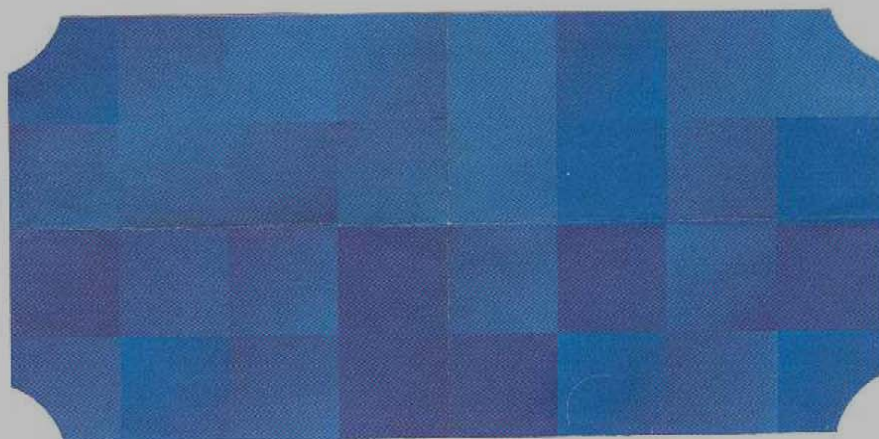
NOMBRE: Yana Patricia Pando GRADO: 5-3
FECHA: 22/02/08 GRUPO: 1124

EXPLORACIÓN DOS "LA COMETA"

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?

1. Tomemos un rectángulo. Doblamos el rectángulo de tal manera que los lados opuestos coincidan. Abramos los dobleces y observemos. ¿Qué podremos decir sobre el rectángulo?
2. Ahora recortemos las esquinas del rectángulo como nos indica la profesora. Hagamos coincidir los recortes en los vértices y en los lados. ¿Qué podremos decir sobre los ángulos de un rectángulo?
3. Digamos cuales son las características de un rectángulo.

- 1- Que al rectángulo al dividirse se forman 2 cuadriláteros iguales
- 2- Que se forman los vertice de cada angulo
- 3- Que cada lado opuesto son iguales



Exploración 3

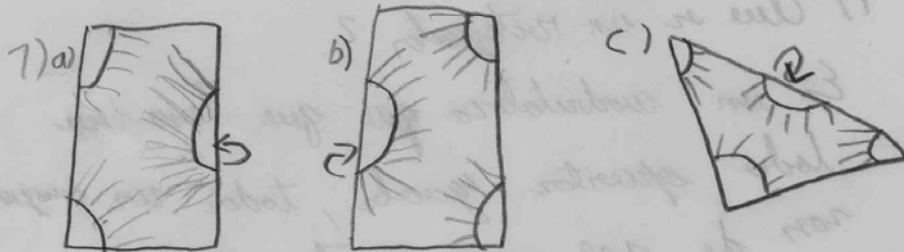
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICEO PATRIA QUINTA

NOMBRE: Juan Mateo Duran Mantillo GRADO: 5º 3
FECHA: 24 / 03 / 06 GRUPO: primario

EXPLORACIÓN TRES "LA COMETA"

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?

1. Tomemos un cuadrado. Doblemos el cuadrado de tal manera que los lados opuestos coincidan. Abramos los dobleces y observemos. Ahora, hagamos coincidir los lados ~~opuestos~~. Dibuja los pasos realizados. ¿Qué podremos decir sobre el cuadrado?
2. Ahora recortemos las esquinas del cuadrado como nos indica la profesora. Hagamos coincidir los recortes en los vértices y sus lados. Peguemos los recortes en la guía. ¿Qué podremos decir sobre los ángulos de un cuadrado?
3. ¿Cuáles son las características de un cuadrado y qué podríamos concluir sobre él?

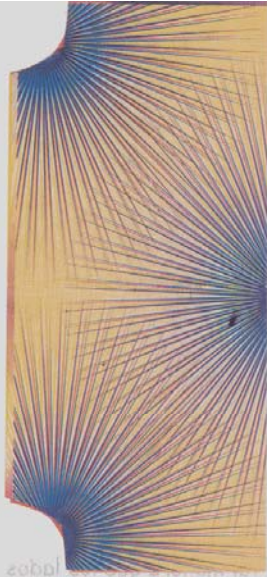


N: todos los
lados de un cuadrado
son iguales y paralelos

• que se forman 4 ejes
ambos, se un cuadrado
porque tiene 4 lados, tiene todos
los lados iguales y un ángulo
son rectos o de 90° , tiene 4 rectos

2) que tiene 4 \angle angulos, 4 vertice iguales, se puede
formar un arco con los vertice

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA



3) que tiene 4
lados, 4 ángulos
todo de 90° ,
Todos sus lados
para ser iguales
y paralelos, los
vértices son iguales

REx

1) ¿Que es un rectángulo?

Es un cuadrilátero que tiene un
lado opuesto igual, todos sus ángulos
son de 90° y sus vértices son \cong

2) ¿que es un cuadrado?

Es un cuadrilátero que tiene todos
sus lados iguales como un vértice
y ángulo

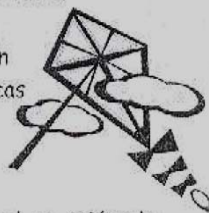
Exploración 4

NOMBRE: María Fernanda Fuentes Díaz GRADO: 5-3
FECHA: 08/04/06 GRUPO: M 8 M

EXPLORACIÓN CUATRO "LA COMETA"

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?

1. Tomemos un triángulo cualquiera de los que se encuentran sobre la mesa, observémoslo y digamos que características tiene.



2. Con los siguientes pitillos:

- a. Construyamos con tres pitillos de la misma longitud un triángulo. Tracemos su contorno. Ahora recortemos las esquinas del triángulo, hagamos coincidir los recortes en los vértices y sus lados. Peguemos los ángulos uno a continuación del otro, ¿qué podremos concluir sobre este triángulo?

- b. Elijamos ahora dos pitillos de igual longitud y otro de diferente longitud con los cuales se pueda construir un triángulo. Tracemos su contorno. Recortemos las esquinas del triángulo, hagamos coincidir los recortes en los vértices y sus lados. Peguemos uno a continuación del otro, ¿qué podremos concluir sobre este triángulo?

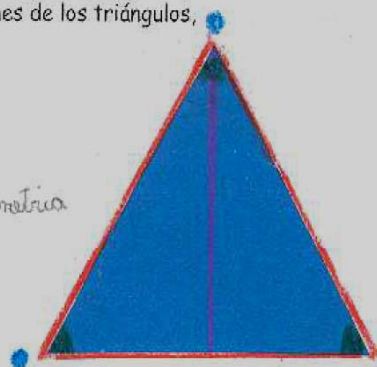
- c. Ahora elijamos tres pitillos de diferente longitud con los cuales se pueda construir un triángulo. Tracemos su contorno. Recortemos las esquinas del triángulo, hagamos coincidir los recortes en los vértices y sus lados. Peguemos uno a continuación del otro, ¿qué podremos concluir sobre este triángulo?

3. Escribamos cuales son las características y conclusiones de los triángulos, tratemos de clasificarlos.


Desarrollo:

1- Tiene 3 lados, tres ángulos, tres vértices, 1 eje de simetría

- Lados
- Eje de simetría
- Ángulos
- Vértices

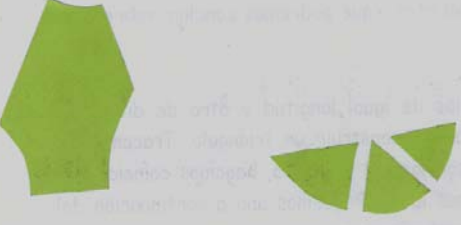


2)




Al hacer rotar los vértices podemos notar que los ángulos son iguales porque los lados son de la misma longitud, al unir los vértices se hace un medio giro es decir 180°

b)




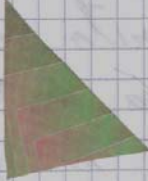
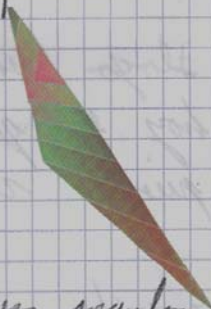
Los ángulos forman medio giro es decir 180° los ángulos son 2 iguales y otro ángulo porque los lados 2 son de la misma longitud y otro es diferente

c)



Los ángulos son diferentes porque los lados son de diferente longitud y al unirlos forman medio

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

Equilátero	Isósceles	Escaleno
<p>A)</p> 	<p>B)</p> 	<p>C)</p> 
<p>si hacemos un triángulo los vértices podemos notar que un ángulo son iguales porque un lado son de la misma longitud, al unir los vértices se hace un medio giro que es decir 180°.</p>	<p>un ángulo forman medio giro se dicen un ángulo 180° un ángulo son 2 iguales y otro desigual porque un lado uniendo forman un medio giro se dicen 180° que son los ángulos internos de un triángulo.</p>	<p>un ángulo son diferentes porque los lados son de diferente longitud y al unirlos forman un medio giro se dicen 180° que son los ángulos internos de un triángulo.</p>
<p>Tiene 3 lados y un ángulo forman un medio giro de 180°</p>		

Exploración 5

NOMBRE: Nacia Fernanda Escobar Daza GRADO: 5-3
FECHA: 3/04/06 GRUPO: H&H

EXPLORACIÓN CINCO

¿Cuál es la forma para construir una cometa de alto vuelo?

Realicemos la siguiente actividad y al final escribamos algunas conclusiones sobre el proceso de investigación hecho hasta hoy.

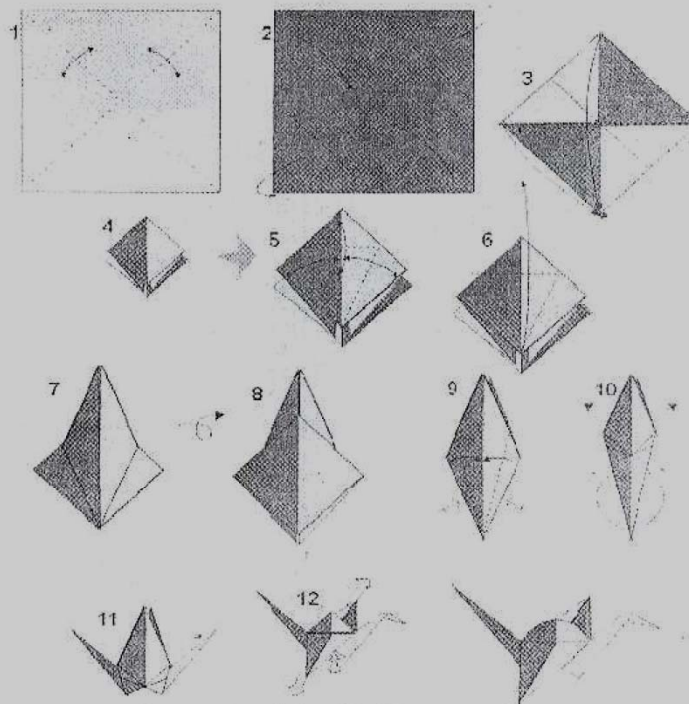




Imagen tomada de <http://images.google.com.co>

a) Al doblar el cuadrado obtenemos un eje de simetría, se convierte en dos triángulos isósceles porque los lados del cuadrado son iguales de simetría, se convirtió en 4 triángulos isósceles.  Se forma otro eje

b) Al hacer 4 ejes más en el cuadrado se forman 16 triángulos, y todos son isósceles porque el cuadrado tiene 4 ejes iguales. 

c) Obtendremos 12 triángulos isósceles.

d) Se forma un cuadrado con un eje simétrico, se formaron 4 cuadrados.

PROCESO DE APROPIACIÓN CONCEPTUAL
A TRAVÉS DE
LAS INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS EN EL AULA

- 5: Se juntaron los dos lados al eje.
- 6: Se formó un cuadrilátero.
- 7: Se formó un triángulo isósceles.
- 8: Se formó un cuadrilátero.
- 10: Se formaron las figuras geométricas y formamos una galleta.

Conclusiones

Una cometa de alto vuelo es necesario construirla con figuras geométricas y con materiales livianos para que tenga alto vuelo (que tenga eje).

