

**CONTROL Y CARACTERIZACIÓN PARA UN SISTEMA DE  
POSICIONAMIENTO DE CUATRO GRADOS DE LIBERTAD.  
DISEÑO E IMPLEMENTACION**

**OLGA ANDREA MATEUS PEÑLOZA**

**HELMUT BERNABE MALDONADO PEREZ**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA, FEBRERO 2004**

**CONTROL Y CARACTERIZACIÓN PARA UN SISTEMA DE  
POSICIONAMIENTO DE CUATRO GRADOS DE LIBERTAD.  
DISEÑO E IMPLEMENTACION**

**OLGA ANDREA MATEUS PEÑALOZA  
HELMUT BERNABE MALDONADO PEREZ**

Proyecto de Grado para optar al título de  
Ingeniero Electrónico

Director  
Dr. Tech. ROBERTO MARTINEZ

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS  
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y  
TELECOMUNICACIONES  
BUCARAMANGA, FEBRERO 2004**

## **AGRADECIMIENTOS**

Los autores expresan sus agradecimientos a:

Dr. Roberto Martinez Angel, Director del proyecto por su colaboración.

Carlos Corzo, Ingeniero Electrónico, por su apoyo, colaboración y respaldo.

# CONTENIDO

|                |  |           |
|----------------|--|-----------|
| <b>1.</b>      | <b>ROBOT CARTESIANO</b>  | <b>3</b>  |
| <b>1.1</b>     | <b>FUNDAMENTACION TEORICA ACERCA DE LA CINEMATICA DE LOS ROBOTS</b>            | <b>4</b>  |
| <b>1.2</b>     | <b>MODELO PARA REPRESENTACION DE LA POSICION</b>                               | <b>4</b>  |
| <b>2.</b>      | <b>MODELADO DEL SISTEMA DE ROBOT</b>   | <b>7</b>  |
| <b>2.1</b>     | <b>EL MOTOR DC</b>   | <b>7</b>  |
| <b>2.1.1</b>   | <i>Partes de la máquina de corriente continua</i>                              | <b>9</b>  |
| <b>2.2</b>     | <b>MOTOR SHUNT</b>   | <b>10</b> |
| <b>2.3</b>     | <b>MOTOR SERIE</b>   | <b>13</b> |
| <b>2.4</b>     | <b>MOTORES DC DE IMAN PERMANENTE</b>   | <b>16</b> |
| <b>2.5</b>     | <b>MOTORES DC DE IMAN PERMANENTE CON ARMADURA TIPO DISCO</b>                   | <b>19</b> |
| <b>2.6</b>     | <b>SEVOMOTOR A CONTROLAR</b>   | <b>20</b> |
| <b>2.7</b>     | <b>PRUEBAS REALIZADAS AL MOTOR DC PARA SU CARACTERIZACION</b>                  | <b>23</b> |
| <b>2.7.1</b>   | <i>Pruebas realizadas en vacío al motor al accionador del eje X</i>            | <b>23</b> |
| <b>2.7.1.1</b> | Constante De Tiempo Eléctrica ( $T_E$ ):                                       | <b>23</b> |
| <b>2.7.1.2</b> | Constante De Tiempo Mecánica ( $T_M$ ):  | <b>24</b> |
| <b>2.7.2</b>   | <i>Constante De Voltaje (<math>K_e</math>)</i>                                 | <b>25</b> |
| <b>2.7.3</b>   | <i>Constante De Torque (<math>K_T</math>):</i>                                 | <b>29</b> |
| <b>2.7.4</b>   | <i>Fricción interna (<math>B_f</math>)</i>                                     | <b>30</b> |
| <b>2.8</b>     | <b>CARACTERIZACION DE LAS ESTRUCTURAS DEL ROBOT</b>                            | <b>37</b> |
| <b>2.8.1</b>   | <i>Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor X</i> | <b>38</b> |
| <b>2.8.2</b>   | <i>Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor Y</i> | <b>46</b> |
| <b>2.8.3</b>   | <i>Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor Z</i> | <b>50</b> |

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2.9</b> | <b>PRUEBAS PARA DETERMINAR LA FRICCION EFECTIVA POR EJE</b>             |           |
|            | <b>CARTESIANO</b>   | <b>55</b> |
| 2.9.1      | <i>Eje X</i>  | 55        |
| 2.9.2      | <i>Eje Y</i>  | 56        |
| 2.9.3      | <i>Eje Z</i>  | 57        |
| 2.10       | <b>RESUMEN DE PARAMETROS</b>  | 58        |
| <b>3</b>   | <b>FUENTES DE ALIMENTACION</b>  | <b>60</b> |
| 3.1        | <b>FUENTE PRINCIPAL</b>   | 60        |
| 3.1.1      | <i>Etapa del Transformador</i>  | 61        |
| 3.1.2      | <i>Etapa de Rectificación</i>   | 62        |
| 3.1.3      | <i>Etapa de filtrado para la fuente Principal</i>                       | 62        |
| 3.1.4      | <i>Etapa de regulación para la fuente principal</i>                     | 63        |
| 3.2        | <b>FUENTES AUXILIARES</b>   | 66        |
| 3.3        | <b>PUENTE H</b>   | 67        |
| 3.3.1      | <i>Control PWM con bloqueo antifase</i>                                 | 69        |
| 3.3.2      | <i>Control PWM con Signo/Magnitud</i>                                   | 70        |
| 3.4        | <b>CALCULO DE LOS DISIPADORES DE CALOR</b>                              | 71        |
| <b>4</b>   | <b>UNDAMENTACION TEORICA ACERCA DE LA CINEMATICA DE LOS ROBOTS</b>      | <b>75</b> |
| 4.1        | <b>SISTEMA DE CONTROL</b>   | 75        |
| 4.1.1      | <i>Variable controlada y variable manipulada</i>                        | 75        |
| 4.1.2      | <b>PLANTA</b>   | 75        |
| 4.1.3      | <i>Sistemas de control realimentados</i>                                | 75        |
| 4.1.4      | <i>Sistema de control en lazo cerrado</i>                               | 76        |
| 4.1.5      | <i>Sistemas de control en lazo abierto</i>                              | 76        |
| 4.1.6      | <i>Sistemas de control en lazo cerrado vs. Sistemas en lazo abierto</i> | 77        |

|         |  |            |
|---------|--|------------|
| 4.1.7   | <i>Sistema implementado</i>                                      | 78         |
| 4.2     | <b>CONTROL PID</b>   | 79         |
| 4.2.1   | <i>Acción de control proporcional</i>                            | 79         |
| 4.2.2   | <i>Acción de control Integral</i>                                | 80         |
| 4.2.3   | <i>Acción de control Proporcional-Integral</i>                   | 81         |
| 4.2.4   | <i>Acción de control Proporcional-Derivativa</i>                 | 82         |
| 4.2.5   | <i>Acción de control Proporcional Integral, Derivativa (PID)</i> | 84         |
| 4.3     | <b>SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL</b>                               | 85         |
| 4.3.1   | <i>Proceso de muestreo</i>                                       | 86         |
| 4.3.2   | <i>La Planta a controlar</i>                                     | 87         |
| 5       | <b>SISTEMA ELECTRONICO DE CONTROL</b>                            | <b>90</b>  |
| 5.1     | <b>MICROCONTROLADOR PIC 16F877</b>                               | 90         |
| 5.2     | <b>ESTRUCTURA DEL HARDWARE</b>                                   | 92         |
| 5.3     | <b>ESTRUCTURA DEL SOFTWARE</b>                                   | 95         |
| 5.3.1   | <i>Cálculos del Servo</i>  | 96         |
| 5.3.1.1 | <i>Actualización de Posición</i>                                 | 97         |
| 5.3.1.2 | <i>Actualización de la trayectoria</i>                           | 98         |
| 5.3.1.3 | <i>Cálculo del Error</i>   | 100        |
| 5.3.1.4 | <i>Cálculo de la duración del ciclo de trabajo del PWM</i>       | 101        |
|         | <b>CONCLUSIONES</b>  | <b>104</b> |
|         | <b>RECOMENDACIONES</b>   | <b>105</b> |
|         | <b>BIBLIOGRAFIA</b>  | <b>106</b> |

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| Figura 1 Punto representado en un sistema de coordenadas cartesianas     |    |
| OXYZ   | 5  |
| Figura 2 Estructura del Robot Cartesiano                                 | 6  |
| Figura 3 Máquina de corriente continua                                   | 8  |
| Figura 4 Principales partes de un motor DC                               | 8  |
| Figura 6 Variación del par y la velocidad con la carga en el motor shunt | 12 |
| Figura 7 Circuito equivalente del motor en serie                         | 13 |
| Figura 8 Característica de velocidad y corriente vs torque motor serie   | 16 |
| Figura 9 Motor de imán permanente y curva de torque-velocidad            | 17 |
| Figura 10 Comparación de un motor de imán permanente y un motor Shunt    | 17 |
| Figura 11 Flujo de la reacción de armadura                               | 18 |
| Figura 12 Flujo de reacción de armadura de imán permanente cerámico      | 18 |
| Figura 13 Armadura de motor de disco                                     | 20 |
| Figura 14 Motor DC a controlar   | 21 |
| Figura 15 Característica de constante de tiempo eléctrica                | 24 |
| Figura 16 Característica de constante de tiempo mecánica                 | 25 |
| Figura 17 Dos motores acoplados  | 25 |
| Figura 18 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor X             | 26 |
| Figura 19 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor Y             | 27 |

|   |    |
|---|----|
| Figura 20 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor Z                                      | 28 |
| Figura 21 Montaje del motor para pruebas en vacío   | 30 |
| Figura 22 Característica Torque vs. Velocidad angular de motor A en vacío                         | 31 |
| Figura 23 Característica torque vs velocidad angular del motor A con acople<br>de un motor gemelo | 32 |
| Figura 24 Montaje para el cálculo del momento de inercia  | 34 |
| Figura 25 Estado inicial de la velocidad angular del eje del motor                                | 34 |
| Figura 26 Estado final de la velocidad angular del eje del motor                                  | 35 |
| Figura 27 Diagrama de cuerpo libre de la masa   | 36 |
| Figura 28 Diagrama de fuerzas en el eje del motor   | 36 |
| Figura 29 Estructura del robot cartesiano   | 37 |
| Figura 30 Eje del motor X   | 38 |
| Figura 31 Esquema completo del eje de motor   | 39 |
| Figura 32 Piñón que está montado sobre la pieza de unión al motor                                 | 40 |
| Figura 33 Engranaje acoplado al eje del tornillo  | 41 |
| Figura 34 Pasador que une el piñón al eje del tornillo  | 42 |
| Figura 35 Tornillo usado en los tres ejes del robot   | 43 |
| Figura 36 Eje X del robot   | 43 |
| Figura 37 Vista frontal del tornillo usado en los ejes  | 44 |
| Figura 38 Esquema simplificado del eje Y  | 46 |
| Figura 39 Engranaje y piñones del eje del motor Y   | 47 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 40 Engranaje acoplado al eje del tornillo (eje Y)                                       | 48 |
| Figura 41 Esquema simplificado del eje Z   | 51 |
| Figura 42 Engranaje acoplado directamente al eje del motor Z                                   | 52 |
| Figura 43 Piñón acoplado directamente al eje del motor   | 53 |
| Figura 44 Torque vs. Velocidad eje X   | 56 |
| Figura 45 Torque vs. Velocidad eje Y   | 57 |
| Figura 46 Torque vs. Velocidad - eje Z   | 58 |
| Figura 47 Esquema de la fuente   | 61 |
| Figura 48 Etapa de regulación para la fuente principal   | 63 |
| Figura 49 Etapa de filtrado y regulación de las fuentes  | 66 |
| Figura 50 Esquema del CI del Puente H (LMD18201)   | 67 |
| Figura 51 Modos de operación del Puente según el tipo de modulación                            | 68 |
| Figura 52 Control PWM con boqueo antifase  | 69 |
| Figura 53 Control PWM con signo/Magnitud   | 70 |
| Figura 54 Circuito implementado para el Puente H   | 70 |
| Figura 55 Esquema de la transferencia de calor que se da entre la carcasa y<br>los componentes | 72 |
| Figura 56 Esquema de control implementado  | 78 |
| Figura 57 Diagrama de bloque del control proporcional  | 79 |
| Figura 58 Diagrama de bloques del controlador integral   | 80 |
| Figura 59 Diagrama de Bloques del controlador proporcional-integral                            | 82 |

|  |    |
|--|----|
| Figura 60 Salida del controlador teniendo como entrada un escalón unitario | 82 |
| Figura 61 Diagrama de Bloques de un controlador proporcional-derivativo    | 83 |
| Figura 62 Respuesta del controlador PID a una entrada de rampa unitaria    | 84 |
| Figura 63 Diagrama de bloques de un controlador PID                        | 85 |
| Figura 64 Respuesta del controlador PID a una entrada de rampa unitaria    | 85 |
| Figura 65 Señal analógica - Señal digital                                  | 86 |
| Figura 66 Diagrama de bloques de un control digital                        | 86 |
| Figura 67 Filas de agujeros del receptor del encoder                       | 87 |
| Figura 68 Microcontrolador PIC16F877                                       | 91 |
| Figura 69 Circuito Principal de Control                                    | 93 |
| Figura 70 Salida del circuito decodificador para cada dirección del motor  | 94 |

## LISTA DE CUADROS

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1 Principales parámetros para medir desempeño                                    | 21 |
| Tabla 2 Datos para hallar la constante de voltaje del motor X                          | 26 |
| Tabla 3 Datos para hallar la constante de voltaje del motor Y                          | 27 |
| Tabla 4 Datos para hallar la constante de voltaje del motor Z                          | 28 |
| Tabla 5 Datos de velocidad vs torque con el motor A en vacío                           | 31 |
| Tabla 6 Datos de torque vs velocidad angular del motor A con acople de un motor gemelo | 32 |
| Tabla 7 Datos para determinar la fricción efectiva del eje X                           | 55 |
| Tabla 8 Datos para determinar la fricción efectiva del eje Y                           | 56 |
| Tabla 9 Datos para determinar la fricción efectiva del eje Z                           | 57 |
| Tabla 10 Parámetros usados en la función de transferencia del sistema                  | 59 |
| Tabla 11 Valores de resistencia térmica para algunas presentaciones de componentes     | 71 |
| Tabla 12 Parámetros de temperatura dados por el fabricante                             | 73 |
| Tabla 13 Longitudes obtenidas para los disipadores                                     | 74 |
| Tabla 14 Parámetros para establecer las funciones de transferencia                     | 88 |
| Tabla 15 Constantes del controlador PID  | 89 |
| Tabla 16 Nomenclatura usada para definir entradas en el PIC                            | 92 |

## **LISTA DE ANEXOS**

|   |     |
|---|-----|
| Anexo A Diagrama de flujo de Actualización de Trayectoria               | 107 |
| Anexo B Diagrama de flujo de la operación para el perfil del movimiento | 108 |

## RESUMEN

**TITULO:** CONTROL Y CARACTERIZACIÓN DE UN SISTEMA DE POSICIONAMIENTO DE UN ROBOT CARTESIANO DE CUATRO GRADOS DE LIBERTAD. DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN.<sup>1</sup>

**AUTORES:** MATEUS PEÑALOZA, Olga Andrea  
MALDONADO PEREZ, Helmut Bernabé\*\*.

**PALABRAS CLAVE:** Robot Cartesiano, Control PID, Caracterización de un Sistema de Posicionamiento.

## DESCRIPCION:

Este proyecto se hizo como parte de una tesis de maestría de un sistema operativo en tiempo real en donde son generadas las coordenadas para el posicionamiento, dentro de un entorno estacionario.

El objetivo de este proyecto es el desarrollo de un sistema de control clásico para los accionadores de un robot cartesiano, el cual esta conformado por tres ejes cuya función es proporcionar un desplazamiento que permita posicionar una pinza sujetadora en unas coordenadas dadas; los ejes son accionados por motores DC de imán permanente tipo disco de similares características. Se realizó un modelado matemático experimental de las principales variables físicas de un sistema electro-mecánico y a partir de este se desarrollo el sistema de control.

Se diseño, implementó y probó cada uno de los dispositivos que permiten la puesta en marcha del sistema, como lo son el control PID, la modulación PWM, los manejadores de los motores y las fuentes de alimentación. Uno de los objetivos principales es la realización de pruebas que permiten obtener algunos parámetros físicos sin necesidad de instrumentos de medida de propósito específico, así mismo la forma en que se realiza un algoritmo para el control digital y accionamiento de los actuadores.

Se realizó una interfaz de comunicación RS232 entre el sistema de control y el PC, que permite que los comandos de posición, velocidad y aceleración puedan ser establecidos desde el PC, así como las constantes del compensador PID.

---

<sup>1</sup> Trabajo de Grado

\*\* Facultad Físico-Mecánicas, Escuela de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones,  
Director: Dr. Tech. Roberto Martínez

## **ABSTRACT**

**TITLE:** CONTROL AND CHARACTERIZATION OF A SYSTEM POSITIONING OF A CARTESIAN ROBOT OF FOUR DEGREES OF FREEDOM. DESIGN AND IMPLEMENTATION.\*

**AUTHORS:** Mateus Peñaloza Olga Andrea  
Maldonado Perez Helmut Bernabé\*\*

**KEY WORDS:** Cartesian robot, control PID, characterization of a positioning system.

### **DESCRIPTION:**

This project became part of a masters thesis of an operating system in real time, where the coordinates for the positioning are generated, within stationary surroundings.

The objective of this project is the development of a classic control system without radar for the activators of a cartesian robot, which its conformed by three axes whose function is to provide a displacement that allows the positioning of a holdingclamp in given coordinates; the axes are driven by permanent magnet motors DC type disc of similar characteristics. An experimental mathematical model was made for the main physical variables of an electromechanical system and from it was developed the control system.

It was designed, implemented and proved each one of the devices that allow the starting-up of the system, such as the control PID, the modulation PWM, the motor handles and the power supplies.

One of the primary goals is the accomplishment of tests that allows to obtain some physical parameters without using instruments for specific measurement, in the same way for the development of an algorithm for the digital control and drive of the actuators. An interface of communication RS232 between the control system and the PC was developed, it allows to establish the position, speed and acceleration from the PC, as well as the constants of compensator PID.

---

\* Final Year Project

\*\* Electronic engineering students, Director: Dr.Tech Roberto Martinez

## INTRODUCCION

La robótica es uno de los campos que está teniendo mayor auge en el mundo de la electrónica. La Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones tiene dentro de sus grupos de investigación el grupo CEMOS que maneja la línea de la Robótica que es el campo sobre el cual se trabaja en este proyecto.

La finalidad de este proyecto es realizar la caracterización de un sistema de posicionamiento para un robot cartesiano a fin de implementar un sistema de control para el mismo.

En primer capítulo se hace una breve descripción sobre lo que se trabaja en el presente proyecto, los subsistemas de que está compuesto, y se da una fundamentación teórica acerca de la cinemática de los robots.

En el segundo capítulo se da una fundamentación teórica acerca de los diferentes tipos de motor DC y se profundiza en el tipo de motores que conforman el sistema de accionamiento del sistema de robot, así mismo se presenta la caracterización de cada uno de los ejes del robot cartesiano con su respectivo motor.

En el tercer capítulo se presenta el diseño y forma de implementación de las fuentes de alimentación, así como la electrónica de potencia requerida por los motores para su manejo y alimentación.

En el cuarto capítulo se encuentra la fundamentación teórica de los sistemas de control que permiten dar un marco de referencia para la implementación del control PID digital.

En el quinto capítulo se trata el sistema electrónico implementado para la puesta en marcha del sistema de robot, haciendo referencia al microcontrolador usado así como del algoritmo que permite hacer el control digital.

Este trabajo forma parte de un proyecto de investigación que tiene como objetivo inmediato el implantamiento de un sistema operativo de tiempo real, el cual debe generar las coordenadas para el posicionamiento, dentro de un entorno estacionario.

# 1. ROBOT CARTESIANO

El presente proyecto tiene por objeto desarrollar un sistema de control clásico para los accionadores de un robot cartesiano. Se cuenta con un sistema de posicionamiento cartesiano conformado por tres ejes cuya función es proporcionar un desplazamiento que permita posicionar una pinza sujetadora en unas coordenadas dadas; los ejes son accionados por motores DC de imán permanente tipo disco de similares características. Lo primero que se realiza es el modelado de cada uno de los motores en vacío para encontrar parámetros que son necesarios para la función de transferencia, así mismo se realiza un modelado del subsistema mecánico formado por cada eje; lo anterior con el fin de implementar un control PID sobre cada uno de ellos. Los ejes están formados por tornillos sinfín de un material sintético que mueven los ejes subsecuentes por medio de balineras helicoidales. Las dimensiones de cada eje son tratadas en el marco de este proyecto para programar las coordenadas en las que se quiere posicionar el sistema.

El brazo robótico fue desarrollado en el marco del proyecto de maestría del grupo CEMOS “SISTEMA OPERATIVO EN TIEMPO REAL PARA CONTROL DE PROPOSITO GENERAL SOBRE UNA BOARD DE PC” que se viene trabajando en la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones desde hace 5 años.

El sistema de robot cartesiano está formado por los siguientes subsistemas:

- Subsistema mecánico: formado por la estructura mecánica del robot que hace posible la transmisión del movimiento para el posicionamiento del sistema. El modelado de este subsistema hace parte del presente proyecto.
- Subsistema de Accionamiento: formado por los motores que transmiten el par para hacer girar los tornillos sinfín que hacen posible el posicionamiento. El modelado de los motores hace parte del presente proyecto.

- Subsistema de alimentación: formado por la electrónica de potencia que hace posible el manejo de los motores, así como las fuentes de alimentación para los dispositivos implementados para el control. El diseño e implementación de estos circuitos hace parte del presente proyecto.
- Subsistema de control: formado por la circuitería necesaria para implementar el control PID sobre la planta compuesta por el sistema total (motor-eje). En el presente proyecto se desarrolla un control PID digital programado sobre un microcontrolador PIC 16F877.
- Subsistema operativo: está formado por el sistema operativo de tiempo real que se desarrolla por el grupo CEMOS como tesis de maestría y para el cual se requieren los subsistemas anteriores a fin de comprobar que dicho sistema opera en tiempo real.

## **1.1 FUNDAMENTACION TEORICA ACERCA DE LA CINEMATICA DE LOS ROBOTS**

Aquí se abordarán algunas definiciones importantes relacionadas con la cinemática de robots y el control cinemático. Realmente la literatura sería muy extensa para hacer un marco de la cinemática de robots por tanto solo se tratan los temas más cercanos a lo que fue el sistema desarrollado.

Es muy importante tener una comprensión exacta del marco sobre el cual se rigen los movimientos del robot si se quiere implementar un control que tenga en cuenta la mayor cantidad de parámetros para minimizar errores.

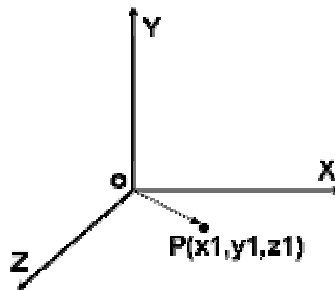
## **1.2 MODELO PARA REPRESENTACION DE LA POSICION**

Cuando se está en un espacio es necesario definir un sistema que permita encontrar la posición dentro de él. En el espacio tridimensional existen varios

sistemas de coordenadas para este propósito entre los que se encuentran el sistema de coordenadas cilíndricas, sistema de coordenadas esféricas y el más usado y aplicado a nuestro caso el sistema de coordenadas cartesianas.

El sistema cartesiano OXYZ, para un espacio tridimensional, está compuesto por tres vectores perpendiculares entre sí, OX, OY y OZ, con un punto común O. Un punto estará definido por las coordenadas cartesianas (x, y, z) y tendrá asociado un vector  $p(x, y, z)$ , que va desde el origen del sistema hasta el punto. En la siguiente grafica puede apreciarse un punto representado en un sistema de coordenadas cartesianas OXYZ.

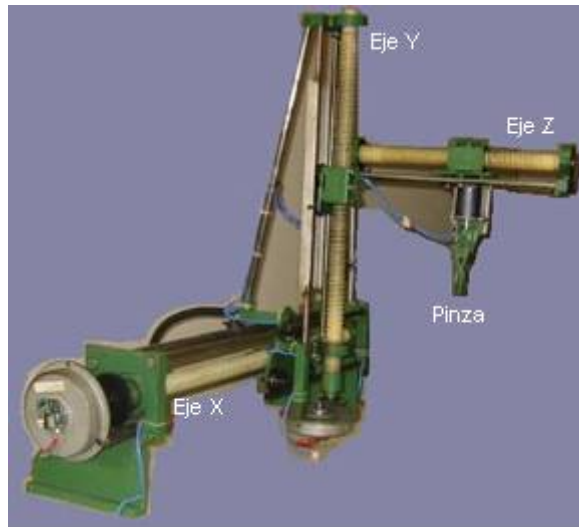
Figura 1 Punto representado en un sistema de coordenadas cartesianas OXYZ



Fuente: Autores del Proyecto

El robot sobre el cual se trabaja tiene tres ejes que se unen consecutivamente entre sí por tornillos tipo sinfín de Nylon; la estructura puede verse a continuación:

Figura 2 Estructura del Robot Cartesiano



Fuente: Autores del Proyecto

El eje X se posiciona cargando la estructura del eje Y que a su vez carga el eje Z que lleva consigo el puntero del sistema. Dado que los ejes son perpendiculares entre sí el sistema se denomina robot cartesiano.

Los movimientos de los ejes están coordinados por los actuadores del sistema que son los motores que pueden apreciarse en la figura 2. Así que el control se implementa sobre los motores, a fin de que haya el desplazamiento angular necesario para llegar a una coordenada dada por el usuario.

## **2. MODELADO DEL SISTEMA DE ROBOT**

Se cuenta con un sistema de posicionamiento cartesiano conformado por tres ejes cuya función es proporcionar un desplazamiento que permita ubicar una pinza sujetadora en unas coordenadas dadas; los ejes son accionados por motores DC de imán permanente tipo disco de similares características que son controlados independientemente por medio de un control PID. Lo primero que se realiza es el modelado de cada uno de los motores en vacío para encontrar parámetros que son necesarios para la función de transferencia.

### **2.1 EL MOTOR DC**

La máquina de corriente continua es un convertidor electromecánico de energía bidireccional, basado en los fenómenos de inducción electromagnética, que transforma la energía mecánica que recibe por su eje en energía eléctrica de corriente continua cuando funciona como generador (dínamo) o viceversa si funciona como motor. Esto es, transforma la energía eléctrica de corriente continua que recibe por sus bornes en energía mecánica que entrega por su eje.

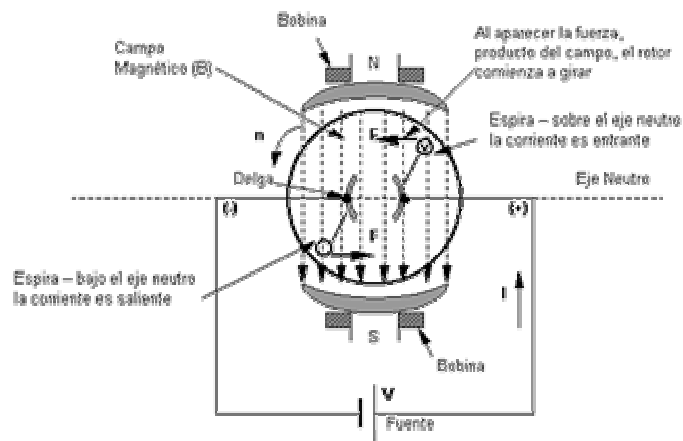
El sentido de giro en los motores lo determina el sentido del campo magnético y la corriente del inducido. El campo inductor lo crea el sistema inductor de los polos principales pero las corrientes que circulan por el inducido determinan el llamado campo de reacción del inducido y la superposición de ambos da lugar al campo resultante.

El devanado inductor puede ser independiente del inducido o conectarse con él, en cuyo caso su constitución es diferente con objeto de limitar las caídas internas de tensión y las pérdidas de energía de forma que un devanado en conexión serie tiene pocas espiras de hilo grueso, mientras que el conectado en derivación (shunt) está formado por muchas espiras de hilo fino.

El campo de reacción del inducido provoca una serie de inconvenientes que disminuyen el rendimiento de la máquina y junto con otros factores propios de la conmutación (inversión de la corriente en las bobinas cortocircuitadas por las escobillas a través de las delgas del colector) favorecen la aparición de chispas perjudiciales en el colector.

Para evitar estos inconvenientes se utilizan unos polos auxiliares situados entre los polos principales cuyas bobinas se conectan en serie opuestas con el inducido para excitarse con la corriente del mismo. Como excepción en máquinas pequeñas se prescinde de ellos o se dispone de la mitad del número de polos principales.

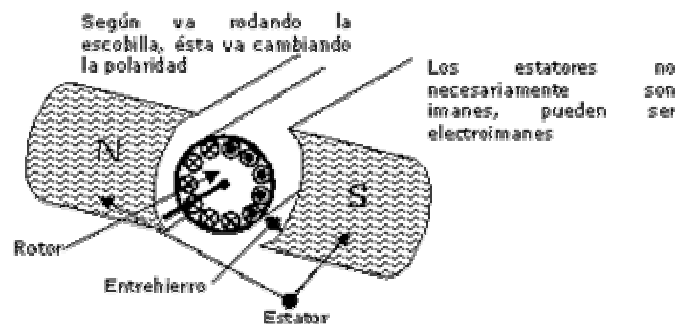
Figura 3 Máquina de corriente continua



Fuente: Apuntes de Robótica

En la figura 4 pueden apreciarse las principales partes del motor DC:

Figura 4 Principales partes de un motor DC



Fuente: Apuntes de Robótica

### 2.1.1 Partes de la máquina de corriente continua

Estató: Parte fija formada por polos salientes y culata.

Inductor: Devanado formado por bobinas situadas alrededor del núcleo de los polos principales que al ser recorridos por la corriente de excitación crea el campo magnético inductor.

Rotor: Parte móvil que gira alrededor del eje.

Entrehierro: Distancia entre los polos principales y el rotor.

Inducido: (también llamado armadura) Devanado situado en las ranuras del rotor y que por la influencia del campo eléctrico, es objeto de fuerzas electromotrices inducidas y de fuerzas mecánicas.

Colector: Cilindro formado por delgas de cobre endurecido separadas por aislante y conectadas a las bobinas del inducido que giran conjuntamente con él.

Escobillas: Piezas conductoras metalográficas resistentes al rozamiento que estando fijas frotan con el colector móvil conectando el inducido con el exterior, al tiempo que provoca la conmutación para que trabaje con corriente continua.

Polos auxiliares: Polos salientes situados entre los polos principales cuyo arrollamiento está conectado en serie con el inducido creando un campo contrario al de la reacción de armadura de tal forma que la contrarresta y provoca una buena conmutación sin chispas.

La espira gira dentro del campo cortando líneas de campo y esto induce una fuerza electromotriz que se opone a la de la fuente y se denomina fuerza contraelectromotriz ( $f_{cem}$ ), según la ley de Lenz:

$$(2.1) \quad V = f_{cem} + I \cdot R_i$$

Donde:  $V$ : tensión de la fuente.

$f_{cem}$ : fuerza contra electromotriz ( $E$ ).

$R_i$ : resistencia interna de la máquina (resistencia de las espiras más resistencia de los carbones de las escobillas).

Multiplicando ambos términos por la corriente se obtiene el balance de potencias:

$$(2.2) \quad V \cdot I = I \cdot E + I^2 \cdot R_i$$

↓ Potencia convertida
 ↓ Pérdidas eléctricas

Donde:  $V \cdot I$ : Potencia absorbida.

$I \cdot E$ : Potencia mecánica.

$I^2 \cdot R_i$ : Potencia disipada en el cobre.

Si:

$$(2.3) \quad E = k \cdot \Phi \cdot n$$

Donde:

$\Phi$ : Flujo del campo.

$n$ : velocidad de giro (r.p.m.)

$k$ : constante de proporcionalidad producto de varios parámetros de orden electromagnético.

Se tiene que la fórmula principal de la máquina es:

$$(2.4) \quad V = k \cdot \Phi \cdot n + I \cdot R_i$$

De donde se deduce que para cualquier máquina de corriente continua disminuye el campo disminuyendo el número de vueltas.

$$(2.5) \quad n = \frac{V - I \cdot R_i}{k \cdot \Phi}$$

Hay varios tipos de motores DC según su forma de conexión y según el tipo de alimentación del campo. Según la forma de conexión los motores pueden ser:

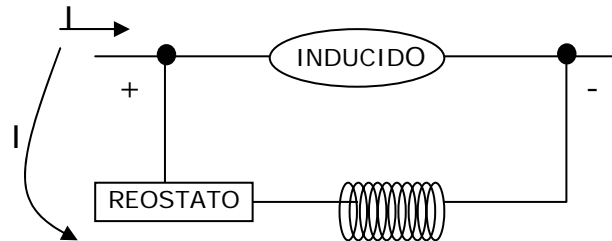
## 2.2 MOTOR SHUNT

En el motor shunt el flujo es substancialmente constante e  $IR$  es del 2 al 6 por ciento de  $V$ . Por tanto según la ecuación (2.6) la velocidad varía solo ligeramente con la carga, de manera que el motor se adapta a los trabajos que requieran velocidad constante. La regulación de los motores de velocidad constante es definida por las American Definition of Electrical Terms C como sigue:

La regulación de un motor de corriente continua y velocidad constante, es el cambio de velocidad cuando la carga se reduce gradualmente desde su valor

nominal a cero, con voltaje aplicado y disposición del reóstato de campo constante, expresado en porcentaje de la velocidad a la carga nominal.

Figura 5 Circuito equivalente del motor Shunt



Fuente: Autores del Proyecto

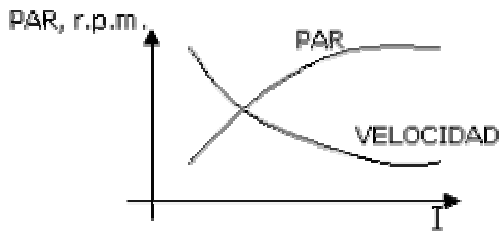
El motor es capaz de desarrollar el par de plena carga y aun mayor en el arranque, pero un arrancador ordinario no está calculado para soportar la corriente necesaria para arrancar con carga, así que el arrancador debe ser provisto de resistencias adaptadas para soportar la corriente necesaria sin recalentarse; para el objeto de arranque con carga se adapta también un regulador. En el motor Shunt el circuito inductor se une directamente a la línea de alimentación y en derivación se conecta el inducido.

Si aumenta el par resistente en cualquier aparato rotatorio transformador de potencia, las reacciones resultantes deben ser tales que provoquen un aumento del par desarrollado. De otra manera, el aparato no giraría. Si se aplica una carga en el motor, éste tiende inmediatamente a reducir su velocidad. En el motor shunt, el flujo inductor permanece prácticamente constante y la reducción de velocidad disminuye la f.c.e.m. Si la f.c.e.m. decrece, fluye más corriente hacia el inducido hasta que su aumento produce un par suficiente para equilibrar la demanda correspondiente al aumento de carga. Por lo tanto, el motor shunt está

siempre en condiciones de equilibrio estable, puesto que ante las variaciones de carga él reacciona siempre adoptando la potencia absorbida a dichas variaciones.

La adaptación a un propósito específico la determinan casi exclusivamente dos factores: la variación del par con la carga y la variación de velocidad con la carga, en la siguiente grafica pueden verse estas características:

Figura 6 Variación del par y la velocidad con la carga en el motor shunt



Fuente: DC MOTORS

En el motor shunt, el flujo inductor es prácticamente constante. Por lo tanto el par electromagnético variará casi en proporción directa con la intensidad de la corriente del inducido. Es decir que el par se duplica cuando lo hace la corriente.

La velocidad de un motor varía de acuerdo a la siguiente formula

$$(2.6) \quad S = K \cdot \left( V - \frac{IR}{Q} \right)$$

S: velocidad      I: corriente armadura

Q: flujo          R: resistencia de armadura

En los motores shunt, K, V, R y Q son sensiblemente constantes. Por lo tanto, la única variable es I. Cuando la carga del motor aumenta, I crece y el numerador de la fracción decrece. En general el denominador varía muy poco. La velocidad del motor disminuirá al aumentar la carga. Como I\*R es normalmente del 2 al 6% de V, el porcentaje de reducción de velocidad del motor es del mismo orden de

magnitud. Por este motivo se considera que el motor shunt es de velocidad constante, aun cuando la velocidad disminuya ligeramente con el aumento de la carga (como se pudo apreciar en la curva característica mostrada anteriormente).

Debido a la reacción de armadura, el flujo decrece ordinariamente un poco cuando crece la carga y esto tiende a mantener la velocidad constante.

Excepcionalmente, la reacción del inducido debería ser suficientemente grande para que la característica de velocidad fuera ascendente al aumentar la carga.

En los motores de corriente continua y especialmente los de velocidad prácticamente constante, como los shunt, la variación de velocidad producida cuando funciona con carga y en vacío da una base de criterio para definir sus características de funcionamiento.

### 2.3 MOTOR SERIE

En los motores con excitación en serie, el inductor está conectado en serie con el inducido. El inductor tiene un número relativamente pequeño de espiras de hilo, que debe ser de sección suficiente para que pase por él la corriente de régimen que requiere el inducido.

Figura 7 Circuito equivalente del motor en serie



Fuente: Autores del Proyecto

En los motores serie, el flujo depende totalmente de la intensidad de corriente del inducido. Si el hierro del motor se mantiene a saturación moderada, el flujo será casi directamente proporcional a dicha intensidad.

Por lo tanto la expresión del par  $T = K \cdot I \cdot \text{Flujo}$  puede escribirse como:

$$(2.7) \quad T \approx K \cdot I^2$$

Si se supone que el flujo es proporcional a I siendo K una constante.

El par es pues proporcional al cuadrado de la intensidad de la corriente en el inducido, es decir que, al duplicarse la intensidad de la corriente del inducido, el par se cuadruplica. Puede observarse (según la relación torque-intensidad de corriente de la figura 4) que cuando la corriente es de intensidad superior a 60 amperes, el par aumenta muy rápidamente. Esta característica del motor serie hace su empleo muy conveniente cuando se requiere un gran aumento del par para un aumento moderado de intensidad de corriente. En la práctica, la saturación y la reacción del inducido tienden a oponerse a que el par aumente con la misma rapidez que el cuadrado de la intensidad de corriente.

Aquí se aplica la fórmula:

$$(2.8) \quad S = K \cdot \frac{V - I(R_a + R_s)}{\text{Flujo}}$$

En esta expresión, K es una constante, V la tensión entre los terminales, I la intensidad de corriente en el motor, Ra la resistencia del inducido, Rs la resistencia del inductor serie y el flujo es el que penetra en el inducido desde un polo N. La resistencia del inductor serie se suma, en este caso, a la resistencia del inducido para dar la resistencia del motor. Tanto la intensidad de la corriente como el flujo varían con la carga.

Al crecer la carga, la caída de tensión en el inductor y en el inducido aumenta, siendo dicha caída proporcional a la intensidad de corriente. Por lo tanto, la f.c.e.m y el numerador de la formula ya indicada disminuyen, con lo que la velocidad tiende a decrecer, aunque, como en el motor shunt, el porcentaje de disminución debido a este factor es muy reducido. No obstante, el aumento de flujo en el denominador, es casi directamente proporcional al de la intensidad de corriente. Resulta de ello que si aumenta la intensidad se reduce el numerador y aumenta el denominador de la formula indicada, y la velocidad del motor disminuirá cuando aumente la carga. La caída de tensión debida a la resistencia es del 3 al 8% de la tensión entre terminales

V, de manera que su influencia en la disminución de la velocidad es del mismo orden. La velocidad es inversamente proporcional al flujo y una determinada variación de flujo da origen a una misma variación proporcional de velocidad.

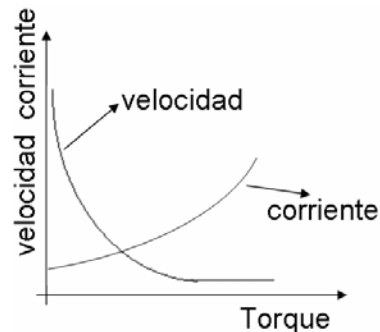
Cuando el par resistente (carga) aumenta, las reacciones que se producen son las siguientes: debe reducirse la velocidad por lo menos momentáneamente, puesto que el par resistente supera el valor del par electromagnético y, por el momento ni la corriente ni el flujo han variado. Con ello se reduce la f.c.e.m. y aumenta su diferencia con la tensión entre terminales. Por consiguiente la intensidad de corriente crece y produce un aumento del flujo y del par electromagnético. Los valores de velocidad e intensidad de corriente se reajustarán por sí mismos hasta que el par electromagnético sea igual a la suma del par resistente y del par de fuerzas pasivas o pérdidas y se conseguirá el equilibrio. Como el par electromagnético crece aproximadamente como el cuadrado de la corriente, el aumento de esta y del par correspondiente es menor que en el motor shunt.

Cuando el par resistente decrece, el inducido se acelera, al menos momentáneamente, aumentando la f.c.e.m., puesto que en el primer instante la corriente y el flujo no sufren variación. En consecuencia, la intensidad de corriente y el flujo inductor decrecerá y también lo hará el par electromagnético. La velocidad y la intensidad se irán corrigiendo por sí mismas hasta alcanzar el equilibrio.

Si se suprime totalmente la carga, el flujo se reduce extremadamente, con lo que la velocidad se hace muy grande (teóricamente tiende a infinito y el motor se 'embala'). Es peligroso dejar sin carga los motores serie, porque es casi seguro que sus inducidos alcanzaran velocidades para las cuales la fuerza centrífuga puede llegar a hacerlos saltar en pedazos.

La velocidad varía prácticamente en sentido inverso al de la intensidad de la corriente. A intensidades de corriente elevadas, la velocidad es pequeña y para intensidades pequeñas la velocidad es grande. Las características no pueden determinarse para pequeñas intensidades de corriente, porque las velocidades son peligrosamente grandes. En la Figura 8 pueden observarse las características de velocidad y corriente contra torque, en la que se puede apreciar lo antes descrito:

Figura 8 Característica de velocidad y corriente vs torque motor serie



Fuente: DC MOTORS

El rendimiento crece rápidamente al principio, alcanza un máximo, y luego decrece, lo que se debe al hecho de que, para pequeñas cargas, las resistencias pasivas y las pérdidas del hierro son grandes en comparación con la carga, y la influencia relativa de esta pérdida se reduce al aumentar la carga. Las pérdidas en el inductor y el inducido varían con el cuadrado de la intensidad de la corriente ( $I^2 \cdot R$ ), de manera que crecen rápidamente con la carga. El rendimiento máximo corresponde al momento en que las pérdidas por resistencia pasivas y en el hierro son prácticamente iguales a las pérdidas en el cobre. Estas características deben compararse detenidamente con las correspondientes al motor shunt.

Los motores serie se utilizan para los casos en que se exige un gran par de arranque, como en los tranvías, locomotoras y grúas. Además del gran par de arranque, tienen otras características que los hacen especialmente adecuados para la tracción.

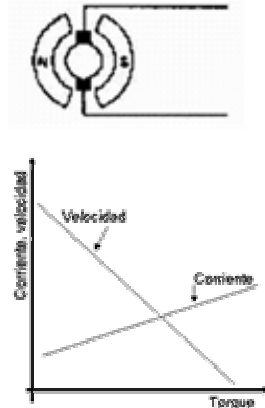
El campo magnético de un motor puede ser generado por un electroimán como en los motores descritos anteriormente ó puede ser generado por un imán permanente. Los motores que usan un imán permanente para generar el campo constituyen una gama de motores muy usados para aplicaciones de carga baja.

## 2.4 MOTORES DC DE IMAN PERMANENTE

El campo magnético estator de los motores DC de imán permanente es generado por imanes permanentes de alta reluctancia, no se utiliza energía externa en la estructura del campo. El flujo magnético del estator es esencialmente constante en todos los niveles de corriente de armadura y, por lo tanto, la curva de Torque-

Velocidad de este tipo de motor es lineal sobre un amplio rango como se muestra en la figura 9:

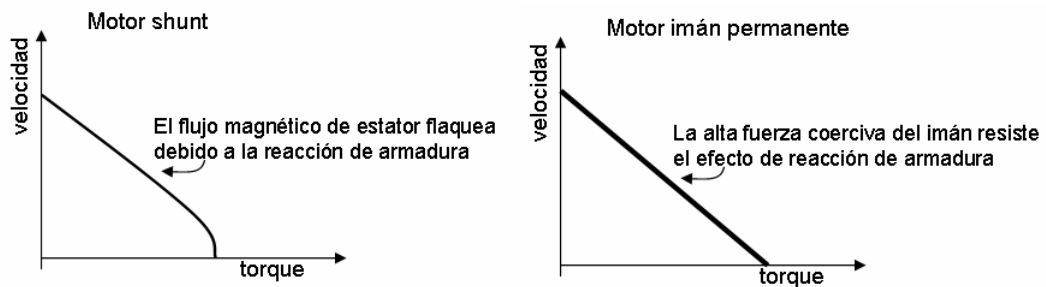
Figura 9 Motor de imán permanente y curva de torque-velocidad



Fuente: DC MOTORS

Con los imanes de cerámica modernos, el torque tiende a ser más alto y la curva de torque-velocidad suele ser más lineal que para un motor de campo devanado.

Figura 10 Comparación de un motor de imán permanente y un motor Shunt

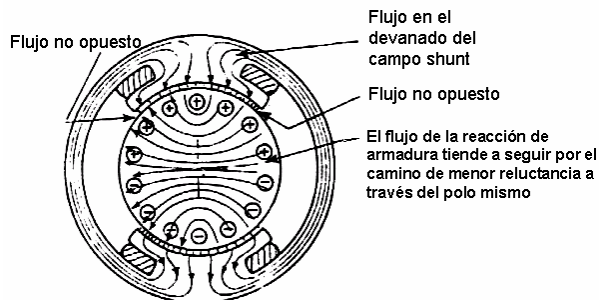


Fuente: DC MOTORS

Una comparación de un motor de imán permanente y un motor Shunt está ilustrada en la figura 10, nótese que la zona no lineal de esta característica en el motor de campo devanado se presenta en niveles de alto torque. La razón para la no linealidad de la curva torque-velocidad en el caso del motor Shunt es que el flujo de la reacción de armadura (el cual siempre es ortogonal al flujo principal del estator en

cualquier motor DC) tiende a seguir la trayectoria de baja reluctancia a través del mismo polo, pero en altos niveles de corriente causa el efecto neto de un cambio angular en la localización del polo y un nivel eficaz más bajo de flujo. Esto es ilustrado en la figura 11.

Figura 11 Flujo de la reacción de armadura

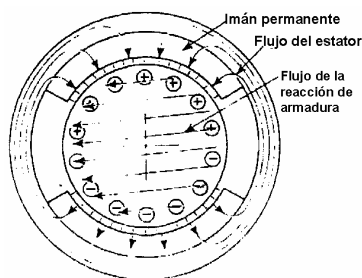


El efecto de desmagnetización en el motor de campo devanado es causado por la componente del campo de la reacción de armadura

Fuente: DC MOTORS

En el caso del imán permanente cerámico (figura 12), el flujo de la reacción de armadura permanece ortogonal al flujo de imán permanente, debido a que la permeabilidad del imán cerámico es muy baja (casi igual que a la del aire). Además, la alta fuerza coerciva del material magnético resiste cualquier cambio en el flujo por efecto de la reacción de armadura. El resultado es una característica lineal de torque-velocidad (que es una de sus grandes ventajas).

Figura 12 Flujo de reacción de armadura de imán permanente cerámico



Debido a la fuerza coerciva al motor de imán permanente, es virtualmente insensible a los efectos de la desmagnetización

Fuente: DC MOTORS

El motor de imán permanente ofrece diferentes ventajas. Quizás la más elemental es que no necesita ser provista de energía eléctrica para generar el flujo magnético del estator. Por lo tanto la conversión de la energía eléctrica a energía mecánica

toma lugar en la bobina de la armadura, la energía provista al devanado inductor da lugar sobre todo a una pérdida de  $RI^2$  (pérdidas de calor en el alambre del bobinado que tiene una resistencia eléctrica R) en el mismo devanado. Los motores de imán permanente simplifican así los requisitos de la fuente de alimentación, mientras que al mismo tiempo estos requieren menos refrigerantes.

Otro beneficio de los motores de imán permanente es un tamaño reducido del marco para una energía dada de salida. Debido a la alta fuerza coerciva del imán permanente, su dimensión radial es típicamente un cuarto de la del motor de campo devanado.

Las ventajas más significativas de los motores de imán permanente sobre los de campo devanado son:

1. Característica lineal de Torque-Velocidad.
2. Alto torque de parada (aceleración).
3. No necesita energía eléctrica para generar el flujo magnético.
4. Un marco más pequeño y un motor más liviano para una energía de salida dada.

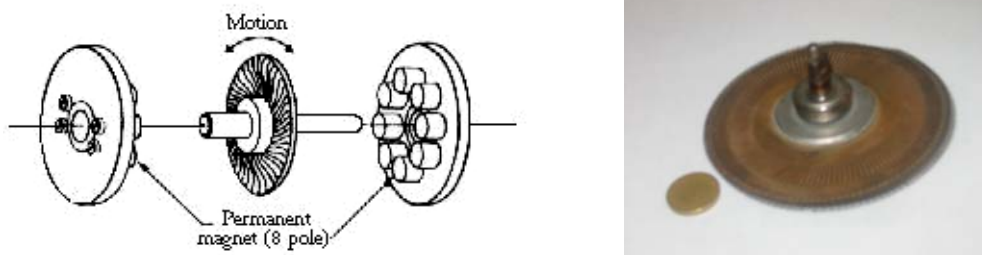
La forma en que se construye la armadura puede ser estratégica para el funcionamiento requerido de un motor DC, ya que esto puede determinar el valor de inercia necesario para poder acelerar o desacelerar el motor al requerimiento dado. Los motores pueden tener la armadura en forma cilíndrica o en forma de disco, este último tipo es el que se usa para accionar los ejes del robot cartesiano.

## **2.5 MOTORES DC DE IMAN PERMANENTE CON ARMADURA TIPO DISCO**

El motor con armadura de disco mostrado en la figura 13 es también llamado “motor impreso”. Esto en referencia a su fácil proceso de producción en el cual la armadura es fabricada por medio de una fototécnica similar a la técnica usada en la fabricación de circuitos impresos. Los motores impresos ahora se hacen de segmentos estampados los cuales son arreglados y unidos para formar un patrón de conductores continuos y una superficie conmutada. La figura 13 muestra una

configuración de ocho polos la cual, cuando es ensamblada, proporciona un flujo a través de una brecha de aire de cerca de 0,1 pulgada. El flujo de corrientes es radial a través de la superficie del disco, con las fuerzas rotatorias actuando en estos conductores tangencialmente; en la figura 13 puede verse un disco elaborado con la fototécnica antes mencionada, el motor de ésta armadura tiene un torque nominal de 0.3N\*m (la moneda adjunta es de \$1000 pesos colombianos).

Figura 13 Armadura de motor de disco



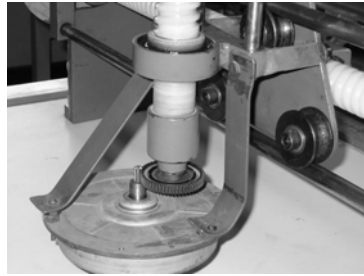
Fuente: Autores del Proyecto

Las vueltas del final (la trayectoria de un conductor activo debajo del polo norte al conductor correspondiente debajo del polo sur contiguo) son de un radio relativamente grande, y puesto que el momento de inercia del disco aumenta por la cuarta potencia de su diámetro, las vueltas externas del final contribuyen con una cantidad grande de inercia a es tipo de armadura.

## 2.6 SEVOMOTOR A CONTROLAR

Los motores a usar en el brazo robótico son servomotores construidos por la firma SHINKO ELECTRIC CO. LTDA y tienen como referencia DF040-E-01 CLASE E. El motor a controlar puede apreciarse en la siguiente fotografía (figura 14) tomada al brazo robótico:

Figura 14 Motor DC a controlar



Fuente: Autores del Proyecto

Se realizaron pruebas en vacío y con carga para determinar las constantes eléctricas y mecánicas de los motores, así como pruebas para determinar otros parámetros. En la siguiente tabla se muestra en resumen de los principales parámetros usados para medir el desempeño de un motor de este tipo:

Tabla 1 Principales parámetros para medir desempeño

| PARAMETRO   | NOMENCLATURA | UNIDADES  |
|---|--------------|-----------|
| 1. Voltaje Nominal<br>Voltaje para el que los datos nominales son validos.  | $V_N$        | V         |
| 2. Constante de Voltaje<br>Relación entre el voltaje inducido y la velocidad angular $\omega$ con el motor funcionando como generador.                  | $k_E$        | mV/r.p.m. |
| 3. Constante de tiempo Eléctrica<br>Tiempo requerido para alcanzar el 63 % del valor final de corriente para el rotor en condición permanente.          | $T_E$        | ms        |
| 4. Constante de tiempo Mecánica<br>Tiempo requerido para alcanzar el 63 % de la velocidad bajo condiciones de no carga con el voltaje nominal aplicado. | $T_M$        | ms        |
| 5. Resistencia térmica<br>Valor característico de la resistencia de transferencia térmica.  | $R_{th1}$    | K/W       |
| 6. Constante de Torque<br>Relación entre el torque interno generado y la corriente del motor.   | $k_t$        | mN-m/a    |

|   |                |                 |
|---|----------------|-----------------|
| 7. Resistencia Terminal<br>Significa el valor de la relación entre el voltaje nominal y la corriente de régimen permanente.                   | R              | $\Omega$        |
| 8. Corriente sin carga<br>Corriente bajo condiciones de no carga a voltaje nominal.   | $I_o$          | A               |
| 9. Corriente Nominal<br>Corriente bajo carga nominal a voltaje nominal.   | $I_N$          | A               |
| 11. Potencia máxima de salida<br>Máxima potencia mecánica a voltaje nominal.<br>Normalmente no es aplicable continuamente (pico de potencia). | $P_{out\ max}$ | W               |
| 12. Torque Nominal<br>Torque definido para un motor dado tomado en el eje del motor   | $T_N$          | mNm             |
| 13. Torque de frenado<br>Torque necesario para detener el eje del motor a V nominal   | $T_S$          | mNm             |
| 14. Velocidad Nominal<br>Velocidad a voltaje nominal y torque nominal.  | $n_N$          | r.p.m.          |
| 15. Velocidad sin carga<br>Velocidad a voltaje nominal bajo condiciones de no carga y temperatura ambiente.                                   | $n_o$          | r.p.m.          |
| 16. Potencia nominal de entrada<br>Producto del voltaje nominal por la corriente nominal.   | $P_{in}$       | W               |
| 17. Eficiencia Nominal<br>Relación entre Potencia nominal de salida y la Potencia nominal de entrada.   | $\eta$         | %               |
| 18. Inercia del Rotor<br>Momento de inercia del rotor.  | $J_R$          | $gcm^2$         |
| 19. Fricción interna<br>Es la fricción interna debida a todos los rozamientos que pueda tener el rotor.                                       | $B_R$          | $Nm/rad*s^{-1}$ |

Fuente: [www.buehlermotor.com/cgi-bin/sr.exe/glosanhangus](http://www.buehlermotor.com/cgi-bin/sr.exe/glosanhangus)

De los parámetros anteriores se determinan sólo los que son de estricta sensibilidad para el sistema de control, es decir que afectan la función de transferencia entre la

velocidad del motor y el voltaje de entrada, esta función de transferencia será calculada después de tener todos los parámetros necesarios. A continuación se describen las pruebas que se hicieron para determinarlos:

## **2.7 PRUEBAS REALIZADAS AL MOTOR DC PARA SU CARACTERIZACION**

Los motores utilizados tienen como datos placa lo siguiente:

Voltaje nominal ( $V_N$ )=24 V DC

Torque Nominal ( $T_N$ ) = 5.3 Kgfc $\cdot$ m = 0.51966 N $\cdot$ m

Velocidad nominal ( $n_N$ )=640 RPM

Aun cuando los motores son del mismo tipo algunas características pueden no ser las mismas, ya que debido al uso que hayan tenido, sus constantes pueden haber variado. Debido a lo anterior se realizaron pruebas independientes a los tres motores que a su vez manejan los tres ejes de movimiento del robot cartesiano.

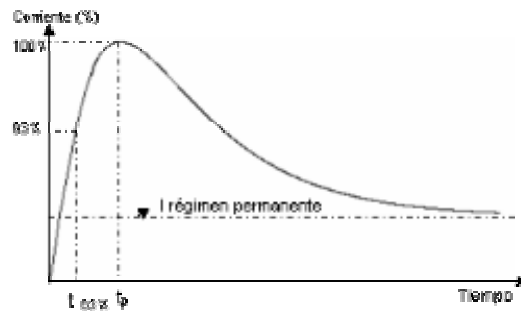
### **2.7.1 Pruebas realizadas en vacío al motor al accionador del eje X**

Inicialmente se realizaron pruebas para determinar experimentalmente las constantes de tiempo eléctrica y mecánica.

#### **2.7.1.1 Constante De Tiempo Eléctrica ( $\tau_E$ ):**

Aunque hay una fórmula conocida para determinar la constante de tiempo eléctrica, esta es el producto de una serie de aproximaciones las cuales se omiten en esta caracterización, así que lo que se hace es aplicar varios voltajes tipo escalón a la alimentación de la armadura y medir el tiempo que tarda en alcanzar el pico de corriente típico de un sistema de segundo orden como lo es el motor. Se obtuvo una característica de la siguiente forma:

Figura 15 Característica de constante de tiempo eléctrica



Fuente: Autores del Proyecto

La constante de tiempo eléctrica medida promedio para los motores fue la siguiente:

Motor eje X:  $T_E = 4.2$  ms.

Motor eje Y:  $T_E = 4.2$  ms.

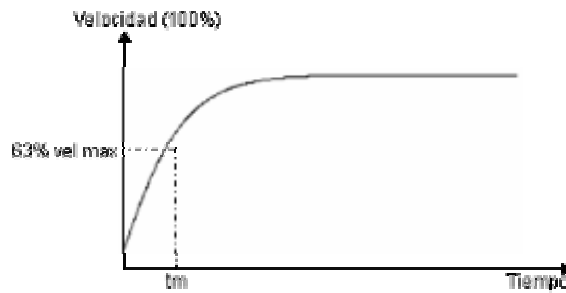
Motor eje Z:  $T_E = 4.2$  ms.

### 2.7.1.2 Constante De Tiempo Mecánica ( $T_M$ ):

Para esta prueba se aplicó a los motores el voltaje nominal tipo escalón y se midió el tiempo que tarda en alcanzar la velocidad máxima. La medida de velocidad se hizo con un encoder de buena precisión del cual se hace un análisis mas detallado en el anexo A.

Se encontró que la curva de velocidad no presenta sobrepaso como lo hace la característica de corriente. La curva fue de la siguiente forma:

Figura 16 Característica de constante de tiempo mecánica



Fuente: Autores del Proyecto

La constante de tiempo mecánica medida promedio para los motores fue la siguiente:

Motor eje X:  $T_M = 48$  ms.

Motor eje Y:  $T_M = 50$  ms.

Motor eje Z:  $T_M = 48$  ms.

- Inductancia y Resistencia De Armadura

Para determinar estas constantes se usó un puente para medir impedancias el cual dio los siguientes valores:

Motor eje X:  $L_a=1.1$ mH  $R_a=7.9\Omega$

Motor eje Y:  $L_a=1.1$ mH  $R_a=7.0\Omega$

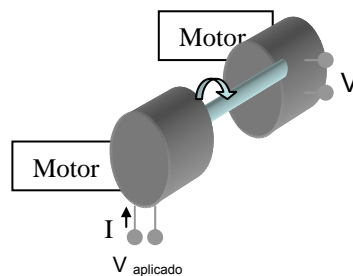
Motor eje Z:  $L_a=1.1$ mH  $R_a=4.1\Omega$

### 2.7.2 Constante De Voltaje ( $K_e$ )

Como ya se mencionó esta constante corresponde a la relación entre el voltaje inducido y la velocidad angular  $\omega$  con el motor funcionando como generador.

Para medir esta constante se acoplaron dos motores haciendo funcionar luego uno de ellos como generador. El esquema es el siguiente:

Figura 17 Dos motores acoplados



Fuente: Autores del Proyecto

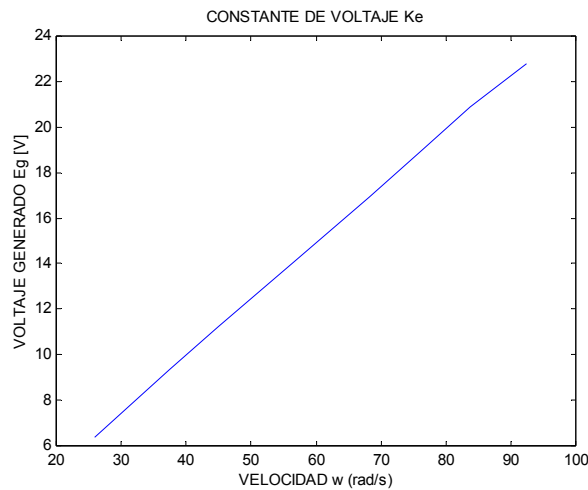
Los datos obtenidos para hallar la constante de voltaje del motor X se presentan en la siguiente tabla y posteriormente en la figura 18 de voltaje generado ( $E_g$ ) contra velocidad angular ( $\omega$ ):

Tabla 2 Datos para hallar la constante de voltaje del motor X

| $V_{\text{aplicado}}$<br>[V] | Velocidad de<br>eje $\omega$ [rad*s <sup>-1</sup> ] | $V_{\text{generado}}$<br>[V] |
|------------------------------|---|------------------------------|
| 7                            | 25.962  | 6.37                         |
| 10                           | 37.397  | 9.32                         |
| 12                           | 44.8807   | 11.20                        |
| 15                           | 56.605  | 14.07                        |
| 18                           | 68.298  | 16.95                        |
| 20                           | 76.624  | 19.02                        |
| 22                           | 83.754  | 20.9                         |
| 24                           | 92.362  | 22.8                         |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 18 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor X



Fuente: Autores del Proyecto

Al hacer una regresión lineal de los datos adquiridos se encontró que la pendiente de la curva es  $0.248\text{V}/\text{radS}^{-1}$ , que es la constante de voltaje del motor del eje X.

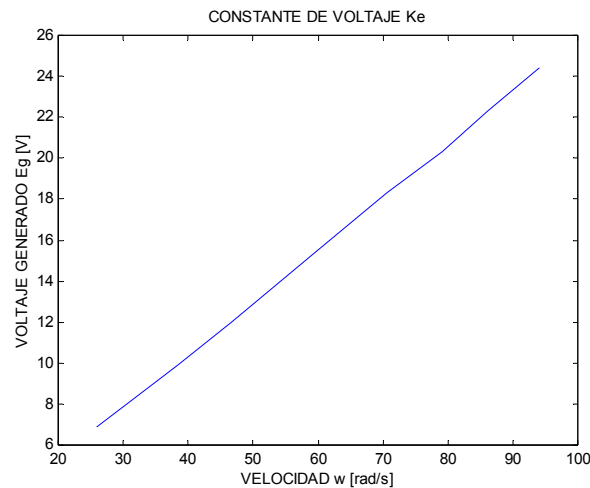
Los datos obtenidos para hallar la constante de voltaje del motor Y se presentan en la siguiente tabla y posteriormente en la figura 19 de voltaje generado ( $E_g$ ) contra velocidad angular ( $\omega$ ):

Tabla 3 Datos para hallar la constante de voltaje del motor Y

| $V_{\text{aplicado}}$<br>[V] | Velocidad de<br>eje $\omega$ [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ] | $V_{\text{generado}}$<br>[V] |
|------------------------------|---|------------------------------|
| 7                            | 25.96   | 6.89                         |
| 10                           | 38.314  | 9.9                          |
| 12                           | 46.5389   | 12                           |
| 15                           | 58.721  | 15.2                         |
| 18                           | 70.597  | 18.3                         |
| 20                           | 79.133  | 20.3                         |
| 22                           | 86.071  | 22.3                         |
| 24                           | 94.059  | 24.4                         |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 19 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor Y



Fuente: Autores del Proyecto

Al hacer una regresión lineal de los datos adquiridos se encontró que la pendiente de la curva es  $0.25740.248\text{V/radS}^{-1}$ , que es la constante de voltaje del motor del eje Y.

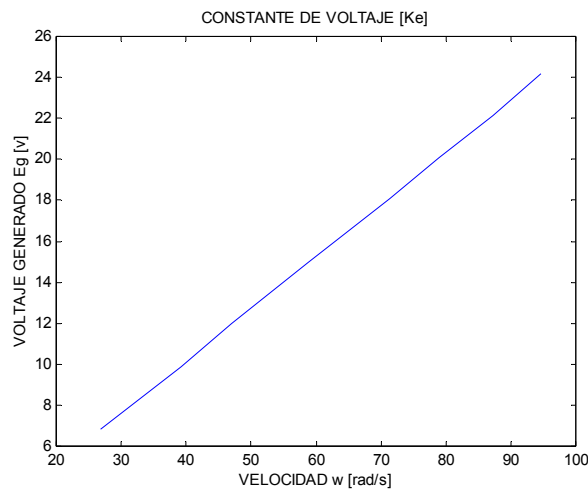
Los datos obtenidos para hallar la constante de voltaje del motor Z se presentan en la siguiente tabla y posteriormente en la figura 20 de voltaje generado ( $E_g$ ) contra velocidad angular ( $\omega$ ):

Tabla 4 Datos para hallar la constante de voltaje del motor Z

| $V_{\text{aplicado}}$<br>[V] | Velocidad de<br>eje $\omega$ [ $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$ ] | $V_{\text{generado}}$<br>[V] |
|------------------------------|---|------------------------------|
| 7                            | 26.854  | 6.8                          |
| 10                           | 39.269  | 9.9                          |
| 12                           | 46.891  | 12                           |
| 15                           | 58.722  | 15                           |
| 18                           | 71.377  | 18.1                         |
| 20                           | 78.916  | 20.1                         |
| 22                           | 87.273  | 22.1                         |
| 24                           | 94.624  | 24.2                         |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 20 Voltaje generado contra velocidad angular. Motor Z



Fuente: Autores del Proyecto

Al hacer una regresión lineal de los datos adquiridos se encontró que la pendiente de la curva es  $0.2552 \text{ V/rad}\cdot\text{s}^{-1}$ , que es la constante de voltaje del motor del eje Z.

Así se tiene que:

$$K_{e_x} = 0.248 \text{ V/rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$K_{e_y} = 0.2574 \text{ V/rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$K_{e_z} = 0.2552 \text{ V/rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

### 2.7.3 Constante De Torque ( $K_T$ ):

Esta constante corresponde a la relación entre el torque interno generado y la corriente del motor. De forma que:

$$(2.9) \quad T_m = K_T I_a$$

La constante  $K_T$  que relaciona corriente con torque debe tener unidades de  $[\text{N}\cdot\text{m}/\text{A}]$ .

Aunque la constante de torque  $K_T$  y la constante de fuerza contraelectromotriz  $K_E$  son dos parámetros separados, para un motor dado, sus valores están estrechamente relacionados. Para mostrar esta relación debe tenerse en cuenta que:

La potencia mecánica desarrollada en la armadura se escribe:

$$(2.10) \quad P = E_g \cdot I_a$$

La potencia mecánica también se puede expresar:

$$(2.11) \quad P = T_m \cdot \omega_m$$

Al igualar las expresiones anteriores y recordando que:

$$(2.12) \quad I_a = T_m / K_T \quad \text{y} \quad E_g = K_e \cdot \omega$$

Encontramos que  $K_T = K_e$  y las unidades de  $K_T$  y  $K_e$  son equivalentes así:

$$(2.13) \quad K_T [\text{Nm}/\text{A}] = K_e [\text{V}/\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}]$$

Con lo anterior se puede decir que sí las constantes  $K_T$  y  $K_e$  están en unidades del sistema internacional entonces son iguales, por tanto los valores son:

$$K_{Tx} = 0.248 \text{ Nm / A}$$

$$K_{Ty} = 0.2574 \text{ Nm / A}$$

$$K_{Tz} = 0.2552 \text{ Nm / A}$$

#### 2.7.4 Fricción interna ( $B_r$ )

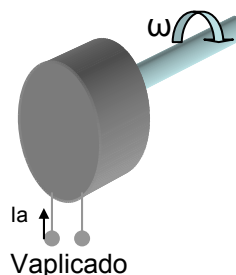
Es la fricción interna debida a todos los rozamientos que pueda tener el rotor. Este es un parámetro que por lo general se desprecia por ser de un valor relativamente bajo, pero para el cálculo del momento de inercia del motor, así como para la función de transferencia total tiene un aporte significativo que reduce el error que siempre es atribuido a las aproximaciones.

Para hacer la medición de este parámetro se usa el mismo montaje que se implementó para determinar la constante de voltaje  $K_e$ . La dinámica de la prueba es la siguiente:

Primero se obtiene la característica Torque-velocidad a un motor realizándosele una prueba en vacío, luego se le acopla el motor que se desea estudiar y se realiza nuevamente la prueba para encontrar la característica Torque-velocidad; y la diferencia entre las dos curvas corresponde a la fricción del segundo motor.

El montaje para la prueba en vacío es el siguiente:

Figura 21 Montaje del motor para pruebas en vacío



Fuente: Autores del Proyecto

La prueba con el motor A en vacío arrojó los siguientes resultados:

Para  $K_T = 0.248 \text{ Nm/A}$

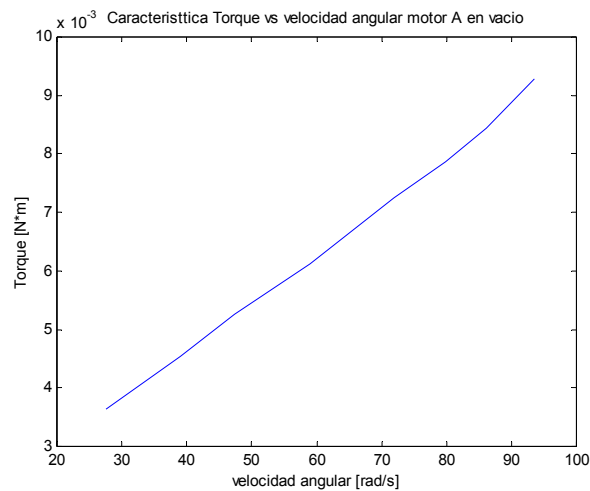
Tabla 5 Datos de velocidad vs torque con el motor A en vacío

| $V_{\text{aplicado}}$<br>[V] | Velocidad de<br>eje $\omega$ [rad*s <sup>-1</sup> ] | $I_a$<br>[A] | Torque= $K_T * I_a$<br>[N*m] |
|------------------------------|---|--------------|------------------------------|
| 7                            | 27.5  | 0.0147       | 0.0036456                    |
| 10                           | 38.955  | 0.0183       | 0.0045384                    |
| 12                           | 47.42   | 0.0212       | 0.0052576                    |
| 15                           | 58.96   | 0.0247       | 0.0061256                    |
| 18                           | 71.92   | 0.0292       | 0.0072416                    |
| 20                           | 79.848  | 0.0317       | 0.0078616                    |
| 22                           | 86.131  | 0.034        | 0.008432                     |
| 24                           | 93.527  | .0374        | 0.0092752                    |

Fuente: Autores del Proyecto

Los datos de velocidad vs. torque de la tabla anterior se muestran en la siguiente grafica:

Figura 22 Característica Torque vs. Velocidad angular de motor A en vacío



Fuente: Autores del Proyecto

La relación lineal encontrada para la curva anterior muestra que:

$$(2.14) \quad T = 83,58767094 \cdot 10^{-6} \omega + 1,27844968281 \cdot 10^{-3}$$

T: Torque mecánico;  $\omega$ : velocidad angular.

Así la fricción B para esta prueba sin carga es  $B = 83,58767094 \cdot 10^{-6}$  [Nm / rad s<sup>-1</sup>].

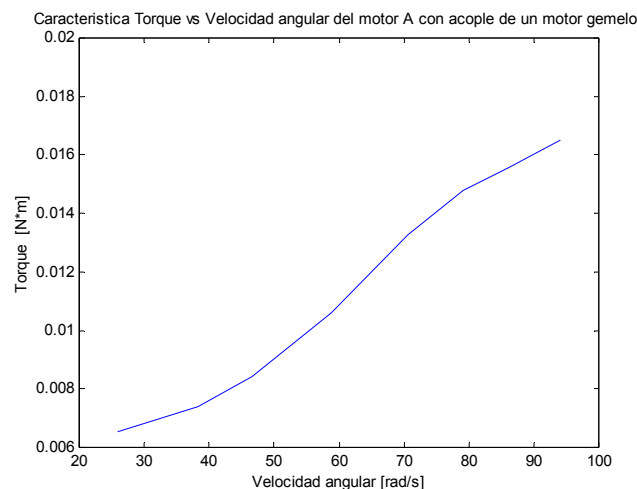
Seguidamente se acopla, al motor A, el motor al que se le quería medir la fricción interna, se toman las mismas medidas al motor A y se realiza un procedimiento similar. Los datos tomados, junto con la característica Torque velocidad se muestran a continuación: Para  $K_T = 0.248$  Nm/A

Tabla 6 Datos de torque vs velocidad angular del motor A con acople de un motor gemelo

| V <sub>aplicado</sub><br>[V] | Velocidad de eje $\omega$ [rad*s <sup>-1</sup> ] | I <sub>a</sub><br>[A] | Torque= $K_T \cdot I_a$<br>[N*m] |
|------------------------------|--|-----------------------|----------------------------------|
| 7                            | 25.96  | 0.0264                | 0.0065472                        |
| 10                           | 38.314   | 0.0298                | 0.0073904                        |
| 12                           | 46.5389  | 0.034                 | 0.008432                         |
| 15                           | 58.721   | 0.0427                | 0.0105896                        |
| 18                           | 70.597   | 0.0535                | 0.013268                         |
| 20                           | 79.133   | 0.0596                | 0.0147808                        |
| 22                           | 86.071   | 0.0627                | 0.0155496                        |
| 24                           | 94.059   | 0.0665                | 0.016492                         |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 23 Característica torque vs velocidad angular del motor A con acople de un motor gemelo



Fuente: Autores del Proyecto

La regresión lineal de la característica Torque vs. Velocidad angular arrojo la siguiente relación:

$$(2.15) \quad T = 160,36109919 \cdot 10^{-6} \omega + 1,62078065812 \cdot 10^{-3}$$

Así la fricción B para esta prueba con el motor a estudiar como carga es:

$$(2.16) \quad B = 160,36109919 \cdot 10^{-6} \text{ [Nm/rads}^{-1}\text{ ]}$$

Entonces el aumento en la fricción viscosa antes de acoplar el motor bajo prueba y después de acoplarlo es debido a la fricción viscosa del motor bajo prueba. Así la fricción del motor que queríamos medir es:

$$(2.17) \quad B = 160,36 \cdot 10^{-6} - 83,58 \cdot 10^{-6} = 76,78 \cdot 10^{-6} \text{ [Nm/rad s}^{-1}\text{ ]}$$

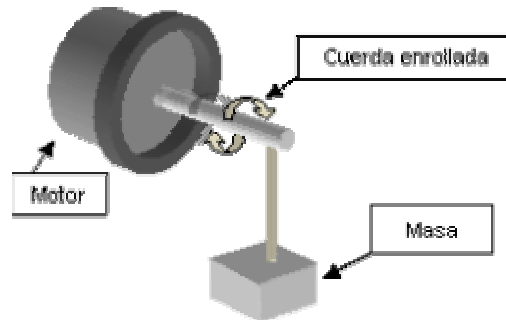
La fricción anterior aunque corresponde al motor que acciona el eje Y es considerada de igual magnitud para los dos motores restantes, debido a que la construcción interna de los motores es igual y la variación de un motor a otro es insignificante.

### 2.7.5 Inercia del Rotor ( $J_R$ )

Para el cálculo del momento de inercia del motor, se realiza un montaje que permite realizar sobre el rotor un movimiento uniformemente acelerado, y midiendo tiempo y distancia se aplica la segunda ley de Newton. Para realizar dicha prueba se tuvo en cuenta que:

Si se considera el motor aislado del sistema y una cuerda atada al eje sujeta una masa que se deja caer libremente, entonces la cuerda hace girar el eje y se relacionan las variables físicas para calcular el momento de inercia del rotor. El montaje es el siguiente:

Figura 24 Montaje para el cálculo del momento de inercia



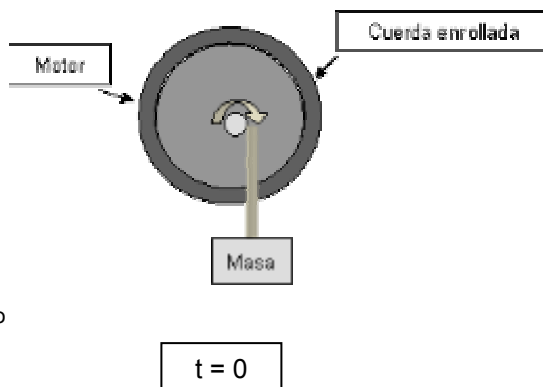
Fuente: Autores del Proyecto

La dinámica de la prueba es la siguiente:

La masa parte de reposo (el valor de la masa es 0.30445Kg), cae libremente hasta que la altura de caída sea 1.6m, se mide el tiempo que tardó la masa en recorrer la distancia y se plantean las ecuaciones dinámicas en ese instante. Los resultados fueron los siguientes:

1. Estado inicial:

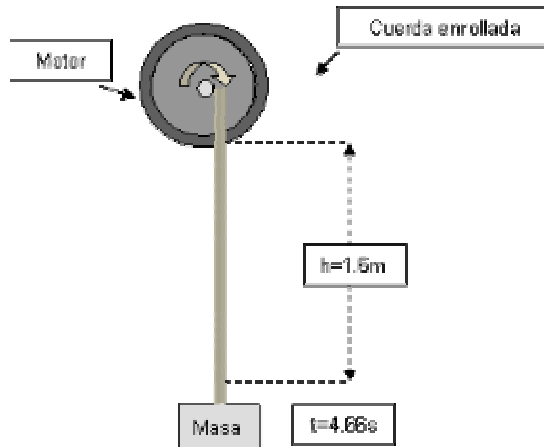
Figura 25 Estado inicial de la velocidad angular del eje del motor



Fuente: Autores del Proyecto

En el estado inicial la velocidad angular del eje del motor así como la velocidad lineal de la masa es nula. Se deja caer y empieza a adquirir velocidad, considerando que cae a aceleración constante, así el estado final será el siguiente:

Figura 26 Estado final de la velocidad angular del eje del motor



Fuente: Autores del Proyecto

Para un movimiento uniformemente acelerado se tiene que:

$$(2.18) \quad x(t) = v_0(t) \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Donde  $x(t)$  : distancia recorrida por la masa.

$v_0(t)$  : velocidad inicial.

$a$  : aceleración constante.

El tiempo medido fue 4.66s (se realizó la prueba varias veces y este fue el tiempo promedio de las pruebas). Despejando la ecuación anterior y considerando que  $v_0(t)=0$ , se tiene que la aceleración es:

$$(2.19) \quad a = \frac{2x}{t^2} \therefore x = 1.6\text{m} \wedge t = 4.66\text{s}$$

$$a = 0.147359 \text{ m/s}^2$$

El radio del eje ( $r$ ) sobre el cual esta enrollada la cuerda es 0.006m, la velocidad lineal de la masa esta dada por:

$$(2.20) \quad v(t) = v_0 + at$$

$$v(t = 4.66\text{s}) = v_f = 0.147359 \text{ m/s}^2 * 4.66\text{s} = 0.686695\text{m/s}$$

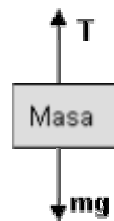
La aceleración  $a$  es experimentada por la masa, el radio del eje ( $r$ ) sobre el cual esta enrollada la cuerda relaciona la aceleración lineal de la masa ( $a$ ) con la aceleración angular del eje del motor ( $\alpha$ ), así como la velocidad lineal de la masa ( $v$ ) con la velocidad angular del eje del motor ( $\omega$ ):

$$(2.21) \quad \alpha = a/r = 0.147359 \text{ m/s}^2 / 0.006\text{m} = 24.5598 \text{ rad/s}^2$$

$$(2.22) \quad \omega = v/r = 0.686695\text{m/s} / 0.006\text{m} = 114.449 \text{ rad/s}$$

Ahora, un diagrama de cuerpo libre de la masa muestra que:

Figura 27 Diagrama de cuerpo libre de la masa



Fuente: Autores del proyecto

La sumatoria de fuerzas plantea que:

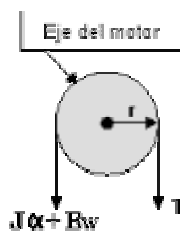
$$(2.23) \quad \sum F_Y = ma = -T + mg$$

$$T = mg - ma \quad \wedge \quad m = 0.30445\text{Kg}$$

$$T = (0.30445\text{Kg}) \cdot (9.8\text{m/s}^2) - (0.30445\text{Kg}) \cdot (0.147359 \text{ m/s}^2) = 2.9387 \text{ N}$$

En el eje del motor se plantea una sumatoria de momentos y se tiene que:

Figura 28 Diagrama de fuerzas en el eje del motor



Fuente: Autores del Proyecto

De cálculos anteriores se encontró que  $B = 76.78 \cdot 10^{-6} \text{ [Nm / rad s}^{-1}\text{]}$

Entonces:

$$(2.28) \quad Tr = J\alpha + Bw$$

$$(2.9387 \text{ N}) \cdot (0.006 \text{ m}) = J \cdot (24.5598 \text{ rad/s}^2) + (76.78 \cdot 10^{-6} \text{ Nm/rad s}^{-1}) \cdot (114.449 \text{ rad s}^{-1})$$

$$J = 360.133 \cdot 10^{-6} \text{ [Kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

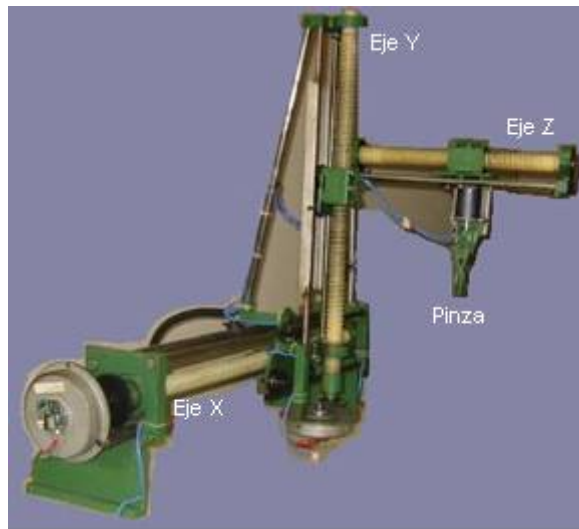
$$\text{Así } J_R = 360.133 \cdot 10^{-6} \text{ [Kg} \cdot \text{m}^2\text{]}$$

Ahora bien teniendo caracterizado el motor se pasa a caracterizar las demás estructuras del robot, este análisis se realizara por ejes.

## 2.8 CARACTERIZACION DE LAS ESTRUCTURAS DEL ROBOT

Como ya se mencionó el sistema cuenta con tres ejes, y estos están encadenados entre sí. Cada eje esta compuesto de un sistema de masas interconectadas que tiene como función transmitir por medio de un tornillo, movimiento de un motor a una carga móvil. A continuación una fotografía de la estructura:

Figura 29 Estructura del robot cartesiano



Fuente: Autores del Proyecto

En este sistema dinámico las masas hacen parte fundamental del buen desempeño del sistema de control que se desarrolla, ya que todas las aproximaciones que se

hagan contribuirán a incrementar el error del sistema de control. El sistema a controlar (fotografía anterior) esta formado de un gran número de masas enlazadas por sistemas de tornillos sinfín con balineras helicoidales que deberán todas ellas ser referidas a puntos donde necesitamos accionar los elementos de control.

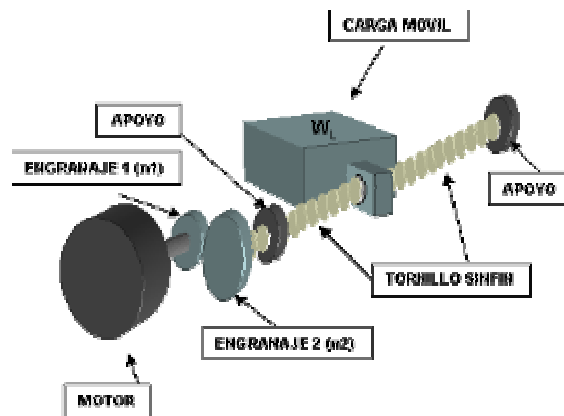
Como es de esperarse un sistema de masas interconectadas siempre lleva asociada fricción. La fricción es uno de los parámetros físicos más difíciles de modelar. Aquí se realizan pruebas con y sin carga que permiten hacer comparaciones y deducir las diferencias encontradas como producto de la fricción.

A continuación se describen los componentes de cada eje y se calculan los momentos de inercia asociados, posteriormente todos ellos se refieren al eje del motor ya que es en el motor que se aplicara el control.

### 2.8.1 Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor X

Para el eje X se tiene el siguiente esquema simplificado:

Figura 30 Eje del motor X



Fuente: Autores del Proyecto

En el esquema se presentan los siguientes componentes:

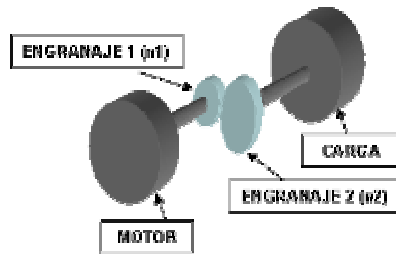
Un motor acoplado a un reductor de velocidad de relación  $r = 18/90$ , a su vez este esta unido a un tornillo sinfín que se encuentra apoyado en sus extremos y que tiene como función transmitir el movimiento circular que le es introducido por el piñón. Una balinera helicoidal que transforma el movimiento circular del tornillo a

un movimiento rectilíneo, así la carga que esta ligada a la balinera helicoidal, siempre se mueve en línea recta a lo largo del eje.

La carga de la que se habla es la masa de la estructura restante del sistema de posicionamiento conformado por los demás ejes, y que puede considerarse concentrada en el punto en que se une con la balinera helicoidal.

Finalmente el motor que tiene una inercia propia conocida, transmite un torque por medio de un juego de engranajes a una carga total cuyo momento de inercia efectivo también se calcula. Un esquema compacto será el siguiente:

Figura 31 Esquema completo del eje de motor



Fuente: Autores del Proyecto

En el esquema anterior pueden reconocerse dos ejes, el eje del motor que gira a una velocidad angular que es medida por el encoder y el eje de la carga que gira a una velocidad que está relacionada con la velocidad del motor por medio de la relación de los engranajes. Se empezará el análisis para las masas que giran a la misma velocidad del eje del motor y luego se analizarán las masas del eje relacionado.

- **Masas que giran a la misma velocidad del eje del motor X**

El momento de inercia de las masas que giran a la misma velocidad angular con el eje del motor se suman y contribuye directamente al momento de inercia total sobre el eje del motor.

- **Momento de inercia del motor accionador del eje X**

El cálculo de este momento de inercia ya fue descrito previamente y se obtuvo que el motor que acciona el eje X tiene un momento de inercia de  $360.133 \cdot 10^{-6}$  [Kg\*m<sup>2</sup>].

- **Momento de inercia del engranaje 1**

El engranaje 1 está acoplado directamente al eje del motor. Es una pieza de fundición elaborada en hierro de masa 0.03053Kg

Para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un cilindro de radio igual al radio externo. El piñón se muestra a continuación, montado sobre la pieza de unión al motor que fue previamente diseñada e implementada para tal fin:

Figura 32 Piñón que está montado sobre la pieza de unión al motor



Fuente: Autores del Proyecto

$$(2.29) \quad d = 2.05\text{cm} = 0.0205\text{m}$$

$$r = \frac{d}{2} = 0.01025\text{m}$$

Así el momento de inercia del engranaje 1 será

$$(2.30) \quad J_{E1} = \frac{mr^2}{2} = \frac{1}{2}(0.03053\text{Kg}) \cdot (0.01025\text{m})^2 = 1.603 \cdot 10^{-6} [\text{Kgm}^2]$$

La pieza que sirve de unión entre el engranaje 1 y el motor tiene una masa de 0.04Kg y un radio de giro de 0.011m, su momento de inercia será:

$$(2.31) \quad J_U = \frac{mr^2}{2} = \frac{1}{2}(0.04\text{Kg}) \cdot (0.0112)^2 = 2.42 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del motor será:

$$(2.32) \quad J_{x1} = J_R + J_{E1} + J_U$$

$$J_{x1} = 360.133 \cdot 10^{-6} + 1.603 \cdot 10^{-6} + 2.42 \cdot 10^{-6}$$

$$J_{x1} = 364.156 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

- **Masas que giran a la velocidad del eje del tornillo del eje X**

El eje del motor se conecta al eje del tornillo por medio de un par de engranajes de 90 y 18 dientes para el eje del tornillo y el eje del motor respectivamente. Primero se calcula el momento de inercia de las masas y luego se refieren al eje del motor.

- **Momento de inercia del engranaje 2**

El engranaje 2 esta acoplado al eje del tornillo, es una pieza elaborada en fresadora de un material altamente acerado, su masa es de 0.3018Kg, para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un disco de radio igual al radio externo, el engranaje 2 se muestra a continuación:

Figura 33 Engranaje acoplado al eje del tornillo



Fuente: Autores del Proyecto

$$d = 9cm = 0.09m$$

$$r = \frac{d}{2} = 0.045m$$

Así el momento de inercia del engranaje 2 será

$$(2.33) \quad J_{E1} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(0.3018Kg) \cdot (0.045m)^2 = 305.5725 \cdot 10^{-6} [Kgm^2]$$

Para unir el piñón 2 al eje del tornillo se diseño un pasador de 0.008 m de radio que también contribuye al momento de inercia, su masa es de 0.068Kg y cálculo será:

$$(2.34) \quad J_p = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}(0.068\text{Kg}) \cdot (0.008^2) = 2.17 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

El pasador puede apreciarse en la siguiente fotografía:

Figura 34 Pasador que une el piñón al eje del tornillo



Fuente: Autores del Proyecto

El siguiente elemento a considerar es el tornillo sinfín, que está sujeto en sus extremos por medio de chumaceras para las cuales no se considera un momento de inercia porque estos apoyos están fijos y aunque la balinera interna gira, su efecto a la inercia es despreciable (este efecto se tendrá en cuenta cuando se analice la fricción).

#### ▪ **Momento de inercia del tornillo sinfín del eje X**

Los tornillos sinfín de la estructura están hechos de Nylon, este material es un Termoplástico industrial semicristalino, color blanco hueso y algunas de sus características más significativas son:

- Resistencia a la fatiga y al desgaste, buena resistencia química salvo a ácidos concentrados.
- Buenas propiedades mecánicas y eléctricas.
- Tiene propiedades de autolubricación.
- Tiene una densidad de  $1.135 \text{ gr/cm}^2$ .

Es muy usado en aplicaciones como:

- Piezas técnicas sometidas a choques, sacudidas e inversiones de sentido.
- Rodillos y cintas transportadoras.

- Cojinetes, piezas sometidas a frotamiento.
- Engranajes, elementos de transmisión.

A continuación se muestra una fotografía de una parte del tornillo usado en uno de los ejes:

Figura 35 Tornillo usado en los tres ejes del robot



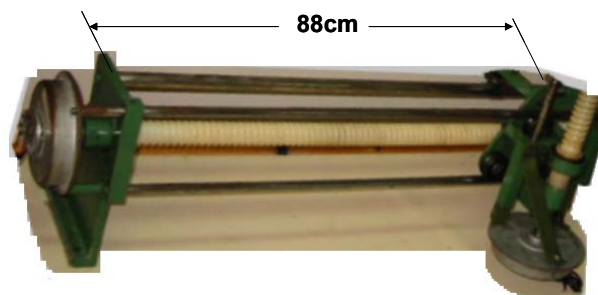
Fuente: Autores del Proyecto

Una desventaja del nylon es que con el paso del tiempo y debido a la temperatura puede presentar deformación en piezas lineales, es decir presenta curvaturas sobre tramos lineales, estas curvaturas aunque no son muy cónicas pueden afectar el buen funcionamiento de un sistema como el nuestro.

Los tornillos de los tres ejes presentan deformaciones de este tipo y hacen que en ciertos puntos de la trayectoria lineal se aumente la fricción y esto contribuye a que el motor tenga que aumentar el torque para contrarrestar dichas fricciones y aumentar la corriente de alimentación con lo que se disminuye la eficiencia eléctrica del sistema.

El eje X consta de un tornillo de Nylon de 88 cm. como se muestra en la siguiente fotografía:

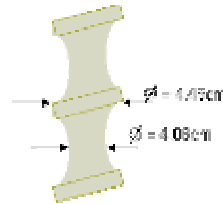
Figura 36 Eje X del robot



Fuente: Autores del Proyecto

Para el cálculo del momento de inercia del tornillo, primero se calcula el radio de giro, en la siguiente figura se muestra una vista frontal del tornillo:

Figura 37 Vista frontal del tornillo usado en los ejes



Fuente: Autores del Proyecto

Hacemos la aproximación de considerar como radio del tornillo la semisuma de los radios interno y externo (para el cálculo de la masa del tornillo):

$$(2.35) \quad r = \frac{2,23 + 2,03}{2} = 2,13 \text{ cm}$$

Así considerando el tornillo como un cilindro de 2,13cm de radio y 81cm de altura se calcula el volumen para relacionarlo con la densidad y hallar la masa:

$$(2.36) \quad v = h * \pi * r^2 = \pi(81 \text{ cm})(2,13 \text{ cm})^2 = 1154,5 \text{ cm}^3$$

$$(2.37) \quad m = \rho * v = (1,135)(1154) = 1310,36 \text{ gr}$$

El momento de inercia del tornillo es (considerando como radio de giro el radio externo):

$$(2.38) \quad J_{\text{Torn}} = \frac{1}{2} m \cdot r^2 = \frac{1}{2} (1,31036 \text{ Kg}) \cdot (0,0213 \text{ m})^2 = 346,59 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

▪ **Momento de inercia de la carga móvil conectada al tornillo del eje X:**

Para encontrar la relación de la inercia entre los movimientos lineal y rotatorio se realiza un análisis de la energía cinética y se encuentra que el momento de inercia de la carga debe ser interpretado en el eje del tornillo como (se omite la demostración formal):

$$(2.39) \quad J_L = (m)(x/2\pi)^2$$

m: masa de la carga [Kg]

x: es el recorrido lineal, en metros, por revolución ( $2\pi$  radianes) del eje.

La masa m de la carga medida fue de 20.876Kg (para realizar esta medida se desarmo el robot y se tomo la masa de la estructura).

La distancia lineal recorrida por la masa para una revolución del tornillo es de 1.1cm. Así  $J_L$  será:

$$(2.40) \quad J_L = (20.876Kg)(0.011m/2\pi)^2 = 63.98*10^{-6} [Kg * m^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del tornillo será:

$$(2.41) \quad J_{x2} = J_{E2} + J_P + J_{Torn} + J_L$$

$$J_{x2} = 305.5725*10^{-6} + 2.176*10^{-6} + 346.59*10^{-6} + 63.98*10^{-6} = 7.1831*10^{-4} [Kg*m^2]$$

- **Momento de inercia efectivo en el eje del motor X**

Para referir el momento de inercia de las masas que giran a la velocidad del eje del tornillo ( $J_{x2}$ ) al eje del motor basta con aplicar la siguiente relación:

$$(2.42) \quad J_{x2}' = J_{x2} \left( \frac{w_{x2}}{w_{x1}} \right)^2$$

La relación de velocidades  $\left( \frac{w_{x2}}{w_{x1}} \right)^2$  esta dada por la relación existente entre el

número de dientes de los piñones que es 5:1, es decir:

$$\frac{w_{x2}}{w_{x1}} = \frac{1}{5}$$

Entonces:

$$(2.43) \quad J_{x2}' = 1.37 * 10^{-3} \left(\frac{1}{5}\right)^2 = 54.91 * 10^{-6} [Kg * m^2]$$

El momento de inercia efectivo sobre el eje del motor X será:

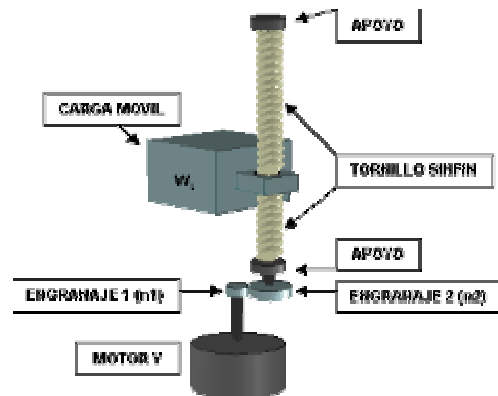
$$(2.44) \quad J_x = J_{x1} + J_{x2}' = 368.15 * 10^{-6} + 54.91 * 10^{-6}$$

$$J_x = 423.06 * 10^{-6} [Kg * m^2]$$

## 2.8.2 Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor Y

Para el eje Y se tiene el siguiente esquema simplificado:

Figura 38 Esquema simplificado del eje Y



Fuente: Autores del Proyecto

En el esquema se presentan los siguientes componentes:

Un motor acoplado a un piñón de 6 dientes (engranaje 1) y este engrana con un piñón de 54 dientes (engranaje 2). El engranaje 2 está unido al tornillo sinfín que apoyado en los extremos tiene como función transmitir el movimiento a la carga móvil. En este caso la carga móvil de la que se habla es la masa de la estructura restante del sistema de posicionamiento conformado por el eje Z y el sistema de la pinza de sujeción.

En el esquema anterior pueden reconocerse dos ejes, el eje del motor que gira a una velocidad angular que es medida por el encoder y el eje de la carga que gira a una velocidad que está relacionada con la velocidad del motor por medio de la relación de los engranajes (1:9). Se empezará el análisis para las masas que giran a

la misma velocidad del eje del motor y luego se analizaran las masas del eje relacionado.

- **Masas que giran a la misma velocidad del eje del motor Y**

El momento de inercia de las masas que giran a la misma velocidad angular con el eje del motor se suman y contribuyen directamente al momento de inercia total sobre el eje del motor.

- **Momento de inercia del motor accionador del eje Y**

El calculo de este momento de inercia ya fue descrito previamente y se obtuvo que el motor que acciona el eje Y tiene un momento de inercia de  $360.133 \cdot 10^{-6}$  [Kg\*m<sup>2</sup>].

- **Momento de inercia del engranaje 1**

El engranaje 1 esta acoplado directamente al eje del motor. Es una pieza de fundición elaborada en bronce de masa 0.018Kg. Para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un cilindro de radio igual al radio externo. El piñón se muestra a continuación, puede verse también el piñón 2:

Figura 39 Engranaje y piñones del eje del motor Y



Fuente: Autores del Proyecto

$$r_{IN} = 0.002m$$

$$r_{EX} = 0.004m$$

$$r = r_{ex} = 4mm = 0.004m$$

Así el momento de inercia del engranaje 1 será

$$(2.45) \quad J_{EI} = \frac{1}{2}mr_2 = \frac{1}{2}(0.018\text{Kg}) \cdot (0.004\text{m})^2 = 0.144 \cdot 10^{-6} [\text{Kg} \cdot \text{m}^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del motor será:

$$(2.46) \quad J_{Y1} = J_R + J_{EI}$$

$$J_{Y1} = 360.133 \cdot 10^{-6} + 0.288 \cdot 10^{-6}$$

$$J_{Y1} = 360.421 \cdot 10^{-6} [\text{Kg} \cdot \text{m}^2]$$

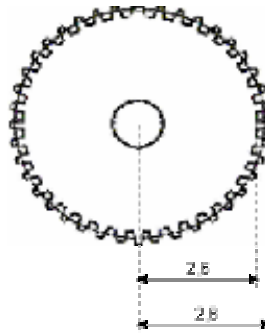
▪ **Masas que giran a la velocidad del eje del tornillo del eje Y**

El eje del motor se conecta al eje del tornillo por medio de un par de engranajes de 54 y 6 dientes para el eje del tornillo y el eje del motor respectivamente. Primero se calcula el momento de inercia de las masas y luego se refieren al eje del motor.

▪ **Momento de inercia del engranaje 2**

El engranaje 2 esta acoplado directamente al eje del tornillo, es una pieza de un material sintético elaborada en fundición, su masa es de 0.030Kg, para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un disco de radio igual al radio externo, como se muestra en el siguiente esquema:

Figura 40 Engranaje acoplado al eje del tornillo (eje Y)



Fuente: Autores del Proyecto

$$r = r_{ex} = 2.8\text{cm} = 0.028\text{m}$$

Así el momento de inercia del engranaje 2 será

$$(2.47) \quad J_{E2} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}0.03\text{Kg} \cdot (0.028\text{m})^2 = 11.76 \cdot 10^{-6} [\text{Kg} \cdot \text{m}^2]$$

Para unir el piñón 2 al eje del tornillo se cuenta con un pasador de 0.008 m de radio que también contribuye al momento de inercia, su masa es de 0.05Kg y cálculo será:

$$(2.48) \quad J_p = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}0.05\text{Kg} \cdot (0.008\text{m})^2 = 1.6 \cdot 10^{-6} [\text{Kgm}^2]$$

- **Momento de inercia del tornillo sinfín del eje Y**

El material del que esta hecho el tornillo sinfín es de Nylon, igual que el usado en el eje X, en este caso tiene una longitud de 77cm, así su volumen será:

$$(2.49) \quad v = h \cdot \pi \cdot r^2 = \pi(77\text{cm})(2,13\text{cm})^2 = 1097.5\text{cm}^3$$

Y la masa es calculada como sigue:

$$(2.50) \quad m = \rho \cdot v = (1.135)(1097.5) = 1245.6\text{gr}$$

El momento de inercia del tornillo es:

$$(2.51) \quad J_{\text{Torn}} = \frac{1}{2}m \cdot r^2 = \frac{1}{2}(1.2456\text{Kg}) \cdot (0.0213\text{m})^2 = 282.565 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

- **Momento de inercia de la carga móvil conectada al tornillo del eje Y**

Como ya se explicó anteriormente el momento de inercia de la carga debe ser interpretado en el eje del tornillo como:

$$(2.52) \quad J_L = (m)(x/2\pi)^2$$

m: masa de la carga [Kg]

x: es el recorrido lineal, en metros, por revolución ( $2\pi$  radianes) del eje.

La masa m de la carga medida fue de 10.738Kg (para realizar esta medida se desarmo el robot y se tomo la masa de la estructura).

La distancia lineal recorrida por la masa para una revolución del tornillo es de 1.1cm.

Así  $J_L$  será:

$$(2.53) \quad J_L = (10.738 \text{Kg})(0.01 \text{m} / 2\pi)^2 = 32.91 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del tornillo será:

$$(2.54) \quad J_{Y2} = J_{E2} + J_P + J_{\text{Torn}} + J_L$$

$$J_{Y2} = 11.76 * 10^{-6} + 1.6 * 10^{-6} + 282.565 * 10^{-6} + 32.91 * 10^{-6} = 328.835 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

▪ **Momento de inercia efectivo en el eje del motor Y**

Para referir el momento de inercia de las masas que giran a la velocidad del eje del tornillo ( $J_{Y2}$ ) al eje del motor se aplica:

$$(2.55) \quad J_{Y2}' = J_{Y2} \left( \frac{w_{Y2}}{w_{Y1}} \right)^2$$

La relación de velocidades  $\left( \frac{w_{Y2}}{w_{Y1}} \right)^2$  esta dada por la relación existente entre el número de dientes de los piñones que es 9:1, es decir:

$$\frac{w_{Y2}}{w_{Y1}} = \frac{1}{9}$$

Entonces:

$$(2.55) \quad J_{Y2}' = 623.12 * 10^{-6} \left( \frac{1}{9} \right)^2 = 7.69 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

El momento de inercia efectivo sobre el eje del motor Y será:

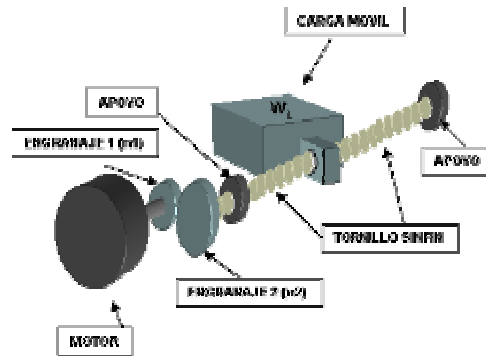
$$(2.56) \quad J_Y = J_{Y1} + J_{Y2}' = 360.29 * 10^{-6} + 7.69 * 10^{-6}$$

$$J_Y = 367.98 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

**2.8.3 Análisis para determinar el momento de inercia sobre el eje del motor Z**

Para el eje Z se tiene el siguiente esquema simplificado:

Figura 41 Esquema simplificado del eje Z



Fuente: Autores del Proyecto

En el esquema se presentan los siguientes componentes:

Un motor acoplado a un piñón de 8 dientes (engranaje 1) que engrana con un piñón de 40 dientes (engranaje 2) que esta conectado al eje del tornillo sinfín de nylon que apoyado en sus extremos tiene como función transmitir movimiento a la carga móvil que esta ligada a el. En este caso la carga de la que se habla es el peso de la pinza de sujeción.

En el esquema anterior pueden reconocerse dos ejes, el eje del motor que gira a una velocidad angular que es medida por el encoder y el eje de la carga que gira a una velocidad que esta relacionada con la velocidad del motor por medio de la relación de los engranajes. Se empezara el análisis para las masas que giran a la misma velocidad del eje del motor y luego se analizaran las masas del eje relacionado.

- **Masas que giran a la misma velocidad del eje del motor      Z**

El momento de inercia de las masas que giran a la misma velocidad angular con el eje del motor se suman y contribuye directamente al momento de inercia total sobre el eje del motor.

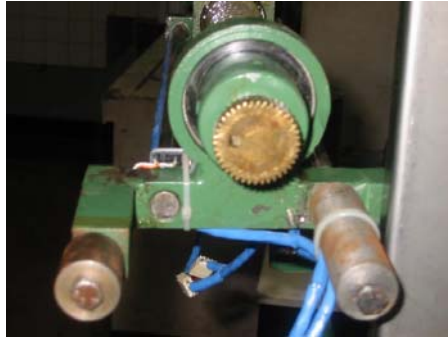
- **Momento de inercia del motor accionador del eje Z**

El calculo de este momento de inercia ya fue descrito previamente y se obtuvo que el motor que acciona el eje Z tiene un momento de inercia de  $360.133 \cdot 10^{-6}$  [Kg\*m<sup>2</sup>].

- **Momento de inercia del engranaje 1**

El engranaje 1 esta acoplado directamente al eje del motor. Es una pieza de fundición elaborada en bronce su masa es 0.08g. Para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un cilindro de radio igual al radio externo. El piñón puede verse a continuación.

Figura 42 Engranaje acoplado directamente al eje del motor Z



Fuente: Autores del Proyecto

$$\begin{aligned} r_{IN} &= 0.003m \\ r_{EX} &= 0.005m \\ r = r_{ex} &= 5mm = 0.005m \end{aligned}$$

Así el momento de inercia del engranaje 1 será

$$(2.57) \quad J_{E1} = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} (0.08Kg) * (0.005)^2 = 1 \cdot 10^{-6} [Kg \cdot m^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del motor será:

$$(2.58) \quad \begin{aligned} J_{Z1} &= J_R + J_{E1} \\ J_{Z1} &= 360.133 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6} \\ J_{Z1} &= 361.133 \cdot 10^{-6} [Kg m^2] \end{aligned}$$

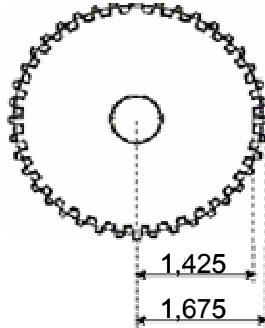
- **Masas que giran a la velocidad del eje del tornillo del eje Z**

El eje del motor se conecta al eje del tornillo por medio de un par de engranajes de 40 y 8 dientes para el eje del tornillo y el eje del motor respectivamente. Primero se calcula el momento de inercia de las masas y luego se refieren al eje del motor.

- **Momento de inercia del engranaje 2**

El engranaje 2 esta acoplado directamente al eje del motor, es una pieza bronce elaborada en fresadora, su masa es de 0.060Kg, para efectos del cálculo del momento de inercia se considerada el piñón como un disco de radio igual al radio externo, como se muestra en el siguiente esquema:

Figura 43 Piñón acoplado directamente al eje del motor



Fuente: Autores del Proyecto

$$r = r_{ex} = 1.675cm = 0.01675m$$

Así el momento de inercia del engranaje 2 será

(2.59)

$$J_{E2} = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}0.06Kg \cdot (0.01675m)^2 = 8.415 \cdot 10^{-6} [Kg \cdot m^2]$$

Para unir el piñón 2 al eje del tornillo se cuenta con un pasador de 0.008 m de radio que también contribuye al momento de inercia, su masa es de 0.04Kg y cálculo será:

(2.60)

$$J_P = \frac{1}{2}mr^2 = \frac{1}{2}0.04Kg \cdot (0.008m)^2 = 1.28 \cdot 10^{-6} [Kg \cdot m^2]$$

- **Momento de inercia del tornillo sinfín del eje Z**

El material del que esta hecho el tornillo sinfín es de Nylon, igual que el usado en el eje Z, en este caso tiene una longitud de 49cm, así su volumen será:

(2.61) 
$$v = h \cdot \pi \cdot r^2 = \pi(49cm)(2,13cm)^2 = 698.4cm^3$$

y la masa es calculado como sigue:

$$(2.62) \quad m = \rho * v = (1.135)(698.4) = 792.68gr$$

El momento de inercia del tornillo es:

(2.63)

$$J_{\text{Torn}} = \frac{1}{2} mr^2 = \frac{1}{2} (0.79268\text{Kg}) \cdot (0.0213\text{m})^2 = 179.815 \cdot 10^{-6} [\text{Kg m}^2]$$

- **Momento de inercia de la carga móvil conectada al tornillo del eje Z**

Como ya se explicó anteriormente el momento de inercia de la carga debe ser interpretado en el eje del tornillo como:

$$(2.64) \quad J_L = (m)(x / 2\pi)^2$$

Donde:

m: masa de la carga [Kg]

x: es el recorrido lineal, en metros, por revolución ( $2\pi$  radianes) del eje.

La masa m de la carga medida fue de 3.7Kg (para realizar esta medida se desarmo el robot y se tomo la masa de la estructura).

La distancia lineal recorrida por la masa para una revolución del tornillo es de 1.1cm.

Así  $J_L$  será:

$$(2.65) \quad J_L = (3.7\text{Kg})(0.011\text{m} / 2\pi)^2 = 11.34 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

La suma de los momentos de inercia de las masas que giran a la misma velocidad del eje del tornillo será:

(2.66)

$$J_{Z2} = J_{E2} + J_P + J_{\text{Torn}} + J_L$$

$$J_{Z2} = 8.415 * 10^{-6} + 1.28 * 10^{-6} + 179.815 * 10^{-6} + 11.34 * 10^{-6} = 200.85 * 10^{-6} [\text{Kg} * \text{m}^2]$$

- **Momento de inercia efectivo en el eje del motor Z**

Para referir el momento de inercia de las masas que giran a la velocidad del eje del tornillo ( $J_{Z2}$ ) al eje del motor se aplica:

$$(2.67) \quad J_{z2}' = J_{z2} \left( \frac{w_{z2}}{w_{z1}} \right)^2$$

La relación de velocidades  $\left( \frac{w_{z2}}{w_{z1}} \right)^2$  esta dada por la relación existente entre el número de dientes de los piñones que es 5:1, es decir:  $\frac{w_{z2}}{w_{z1}} = \frac{1}{5}$

Entonces:

$$(2.68) \quad J_{z2}' = 200.85 * 10^{-6} \left( \frac{1}{5} \right)^2 = 8.034 * 10^{-6} [Kg * m^2]$$

El momento de inercia efectivo sobre el eje del motor Z será:

$$(2.69) \quad J_z = J_{z1} + J_{z2}' = 360.133 * 10^{-6} + 15.61 * 10^{-6}$$

$$J_z = 375.743 * 10^{-6} [Kg * m^2]$$

## 2.9 PRUEBAS PARA DETERMINAR LA FRICCIÓN EFECTIVA POR EJE CARTESIANO

En esta prueba se aplica un voltaje variable a los motores conectados a la carga de sus respectivos ejes y se toman los valores de velocidad y corriente, se determina el torque por medio de la constante  $K_T$  hallada previamente para cada motor y, posteriormente se realiza una curva de los datos obtenidos que se presentan en una grafica.

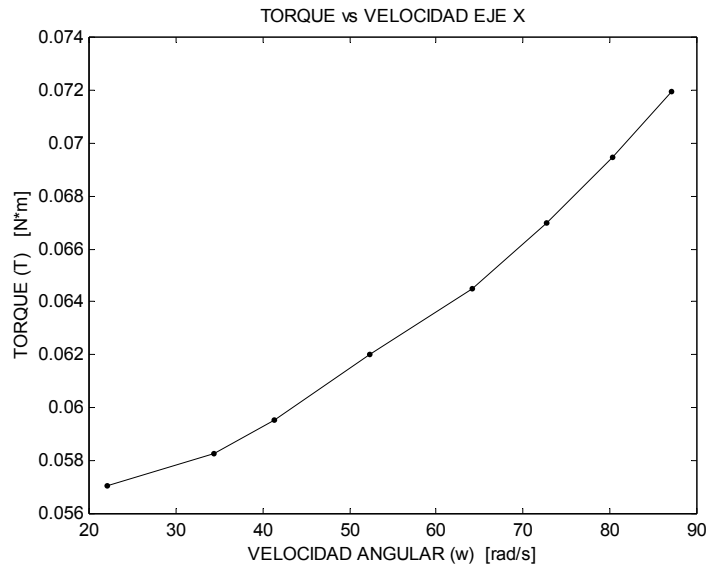
### 2.9.1 Eje X

Tabla 7 Datos para determinar la fricción efectiva del eje X

| Va [V] | w [rad/s] | Ia [A] | T [N*m] |
|--------|-----------|--------|---------|
| 7      | 22,11     | 0,23   | 0,05704 |
| 10     | 34,42     | 0,235  | 0,05828 |
| 12     | 41,397    | 0,24   | 0,05952 |
| 15     | 52,331    | 0,25   | 0,062   |
| 18     | 64,131    | 0,26   | 0,06448 |
| 20     | 72,684    | 0,27   | 0,06696 |
| 22     | 80,231    | 0,28   | 0,06944 |
| 24     | 87,166    | 0,29   | 0,07192 |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 44 Torque vs. Velocidad eje X



Fuente: Autores del Proyecto

Después de una linealización la relación encontrada para la curva anterior fue:

$$(2.70) \quad T = 0.00023161366969w + 0.05054731694219$$

Entonces la fricción dinámica asociada al eje X es:

$$(2.71) \quad B = 231,61366969 \cdot 10^{-6} \text{ [N*m/rads}^{-1}\text{]}$$

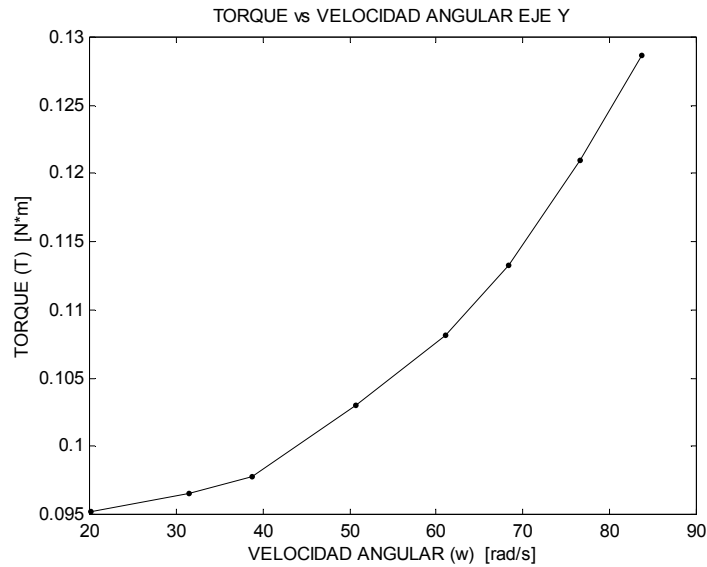
### 2.9.2 Eje Y

Tabla 8 Datos para determinar la fricción efectiva del eje Y

| Va [V] | w [rad/s]  | Ia [A] | T [N*m]  |
|--------|------------|--------|----------|
| 7      | 20,1376047 | 0,37   | 0,095238 |
| 10     | 31,41592   | 0,375  | 0,096525 |
| 12     | 38,7860948 | 0,38   | 0,097812 |
| 15     | 50,673879  | 0,4    | 0,10296  |
| 18     | 61,0034335 | 0,42   | 0,108108 |
| 20     | 68,2982101 | 0,44   | 0,113256 |
| 22     | 76,6548448 | 0,47   | 0,120978 |
| 24     | 83,7548427 | 0,5    | 0,1287   |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 45 Torque vs. Velocidad eje Y



Fuente: Autores del Proyecto

Después de una linealización la relación encontrada para la curva anterior fue:

$$(2.72) \quad T = 0.00052064002667\omega + 0.07991555165590$$

Entonces la fricción dinámica asociada al eje Y es:

$$(2.73) \quad B = 520.64002667 \cdot 10^{-6} \text{ [Nm/rads}^{-1}\text{]}$$

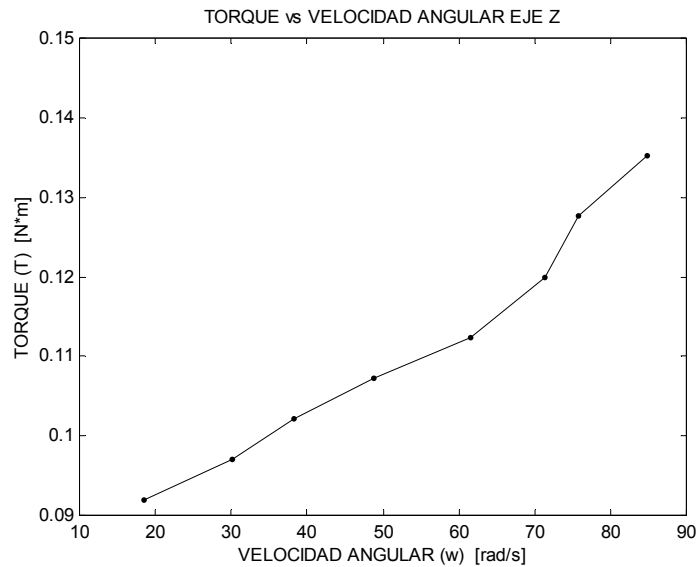
### 2.9.3 Eje Z

Tabla 9 Datos para determinar la fricción efectiva del eje Z

| Va [V] | w [rad/s] | Ia [A] | T [N*m]  |
|--------|-----------|--------|----------|
| 7      | 18,5893   | 0,36   | 0,091872 |
| 10     | 30,20762  | 0,38   | 0,096976 |
| 12     | 38,312105 | 0,4    | 0,10208  |
| 15     | 48,7068   | 0,42   | 0,107184 |
| 18     | 61,5998   | 0,44   | 0,112288 |
| 20     | 71,3998   | 0,47   | 0,119944 |
| 22     | 75,7      | 0,5    | 0,1276   |
| 24     | 84,9079   | 0,53   | 0,135256 |

Fuente: Autores del Proyecto

Figura 46 Torque vs. Velocidad - eje Z



Fuente: Autores del Proyecto

Después de una linealización la relación encontrada para la curva anterior fue:

$$(2.74) \quad T = 0,00063096642133\omega + 0,07778103767347$$

Entonces la fricción dinámica asociada al eje Z es:

$$(2.75) \quad B = 630.9664 \cdot 10^{-6} \text{ [Nm / rads}^{-1}\text{]}$$

## 2.10 RESUMEN DE PARAMETROS

Con las pruebas anteriores se obtuvieron los parámetros necesarios para caracterizar el sistema y definir posteriormente su función de transferencia; los parámetros se resumen en la siguiente tabla:

TABLA DE PARAMETROS USADOS EN LA FUNCION DE TRANSFERENCIA DEL SISTEMA:

Tabla 10 Parámetros usados en la función de transferencia del sistema

| Parámetro                       | MOTOR/EJE X                | MOTOR/EJE Y                | MOTOR/EJE Z              |
|---------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| $L_a$ [mH]                      | 1.1                        | 1.1                        | 1.1                      |
| $R_a$ [ $\Omega$ ]              | 7.9                        | 7                          | 4.1                      |
| $J$ [Kg * m <sup>2</sup> ]      | $423.06 \cdot 10^{-6}$     | $367.98 \cdot 10^{-6}$     | $376.23 \cdot 10^{-6}$   |
| $B$ [N*m / rads <sup>-1</sup> ] | $231,613669 \cdot 10^{-6}$ | $520.640026 \cdot 10^{-6}$ | $630.9664 \cdot 10^{-6}$ |
| $K_e$ [V / rads <sup>-1</sup> ] | 0.248                      | 0.2574                     | 0.2552                   |
| $K_T$ [N*m / A]                 | 0.248                      | 0.2574                     | 0.2552                   |

Fuente: Autores del Proyecto

### 3 FUENTES DE ALIMENTACION

Se diseñan varias fuentes de acuerdo a los requerimientos de los componentes que son energizados, entre ellas están:

- Fuente principal: es la encargada de dar la energía necesaria a los servomotores por medio de los puentes H. (se hacen tres replicas de este prototipo, una para cada motor). Su tensión de salida es de 24V.
- Fuentes auxiliares: son las requeridas por los circuitos de control, así como finales de carrera y encoders para su óptimo funcionamiento, tienen el mismo esquema de la fuente principal y funcionan a 5v.

#### 3.1 FUENTE PRINCIPAL

Este circuito es el encargado de alimentar los puentes H que hacen posible el manejo de los motores, de manera que se implementan 3 prototipos de fuente principal para el manejo de los tres motores correspondientes a los tres ejes. La fuente cumple con las siguientes especificaciones:

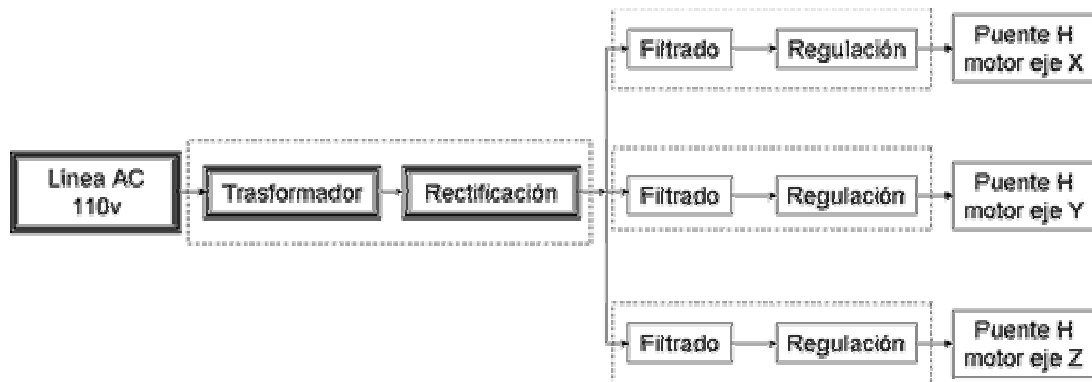
$$V_{SAL} = 24V$$

$$I_{MAX\ SAL} = 3A$$

$$\text{Reg. Línea} = 0.83\%$$

El esquema de esta fuente es el siguiente:

Figura 47 Esquema de la fuente



Fuente: Autores del Proyecto

En el esquema los bloques resaltados (transformador y rectificación) son de propósito general, es decir se alimentan las demás fuentes. Las etapas de filtrado y regulación se manejan independientemente para cada fuente.

### 3.1.1 Etapa del Transformador

Esta etapa es la encargada de reducir el voltaje de la línea (110vac) a un voltaje que es apropiado para la entrada de las fuentes. Las características del transformador son las siguientes:

$$V_{\text{PRIMARIO}} = 110\text{VAC}$$

$$V_{\text{SECUNDARIO}} = 33\text{VAC}$$

$$\text{Potencia Max} = 416\text{W}$$

$$I_{\text{SEC MAX}} = 11.3\text{A}$$

$$I_{\text{PRIM MAX}} = 2.67\text{A}$$

Este transformador es usado para todas las fuentes debido a su gran capacidad de suministro de corriente.

El transformador fue tomado del proyecto anterior que realizaron sobre el robot Edwin Prada y Edwin Forero.<sup>2</sup>

### 3.1.2 Etapa de Rectificación

Esta etapa realiza la rectificación de la señal sinusoidal entregada por el transformador. Para este propósito se usó el rectificador KPBC 2506 (ECG 5326) que cumple con los siguientes parámetros:

Corriente directa promedio: 25A.

Voltaje inverso pico: 600V.

Corriente inversa pico: 300A.

Caída de tensión máxima: 1.2V.

La salida de esta etapa va conectada a cada una de las etapas de filtrado de las fuentes subsecuentes (5V, 24V).

La hoja de datos de este dispositivo (KPBC 2506) se encuentra en los apéndices del presente texto.

### 3.1.3 Etapa de filtrado para la fuente Principal

Esta etapa es la encargada de mantener la señal en un valor DC aproximadamente constante, su eficiencia depende directamente del valor del condensador usado para eliminar las pulsaciones entregadas por el puente rectificador. Para el cálculo del valor del condensador se usa la siguiente expresión:<sup>3</sup>

$$(3.1) \quad C = \frac{I_{DC}}{2 * V_R * f}$$

---

<sup>2</sup> Sistema Accionamiento Robot Cartesiano

<sup>3</sup> Sedra/Smith

Donde  $V_R$  es la tensión máxima de rizado,  $I_{DC}$  es la corriente directa sobre la que se va a operar y  $f$  es la frecuencia de la señal que se esta filtrando. Así:

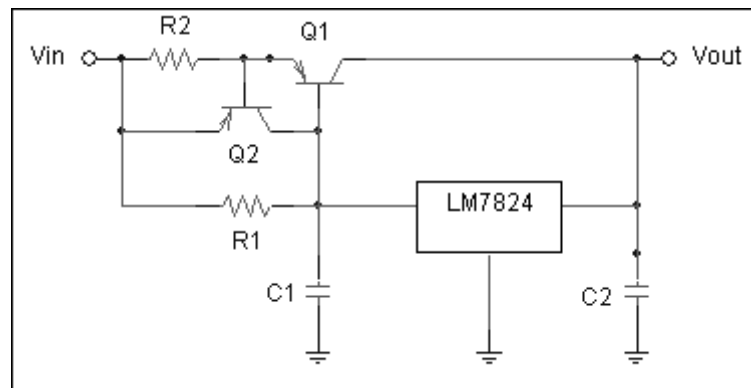
$$C = \frac{3A}{2 * (1V) * 120Hz} = 12500\mu F$$

El condensador que se uso tiene la capacitancia necesaria y puede operar para voltajes hasta de 50V.

### 3.1.4 Etapa de regulación para la fuente principal

Esta etapa debe garantizar a los puentes H el nivel estable que requieren para operar correctamente de acuerdo a los requerimientos de los motores. Se implementó el siguiente circuito:

Figura 48 Etapa de regulación para la fuente principal



Fuente: Autores del Proyecto

Funcionamiento del circuito de regulación:

El condensador C1 es usado para reducir ruido, mientras que C2 es usado para dar una buena respuesta transitoria cuando se presenten variaciones en el voltaje de entrada del regulador. El transistor Q1 tiene la función de permitir el manejo de una corriente superior a la que puede manejar el regulador fijo de 24V LM7824 de la

firma ST Microelectronics. Este regulador puede manejar 1A en su terminal de salida según la hoja de especificaciones del fabricante. Q2 es usado para proteger el circuito de posibles cortos o sobrecargas a la salida.

El fabricante del circuito integrado LM7824 recomienda valores para C1 y C2 de 10nF y 10µF respectivamente. La resistencia R1 en conjunción con el voltaje  $V_{BE}$  del transistor PNP (Q1) determinan cuándo el transistor de paso Q1 comienza a conducir. A medida que la corriente de salida excede el valor máximo de diseño (3A), la caída de voltaje a través de  $R_2$  hace que  $V_{BE}$  de  $Q_2$  aumente.  $Q_2$  entra entonces en operación forzando el voltaje a través de  $R_1$ . De manera que  $V_{OUT}$  y  $V_{BQ1}$  disminuyen. El transistor  $Q_1$  debe ser capaz de disipar en condiciones de cortocircuito una potencia dada por:

$$(3.2) \quad P_D = V_{ENT} * I_{MAX}$$

Donde  $V_{ENT}$  corresponde al voltaje de entrada al regulador mientras que  $I_{MAX}$  corresponde al valor máximo de corriente sobre el cual va a operar la fuente.

$$I_{MAX} = 3A.$$

$$V_{ENT} = 37V$$

$$P_D = 32V * 3A = 96W$$

Debido a que la corriente de salida máxima del LM7824 según la hoja de especificaciones (adjunta en los anexos) es de 1A siempre y cuando se cumpla que:

$$6V < (V_{IN} - V_{OUT}) < 14V$$

el transistor  $Q_1$  debe entonces tener un  $\beta$  mayor a 3 (para proporcionar la corriente restante), considerando que la corriente máxima de la fuente es de 3A. Así mismo el voltaje  $V_{CE}$  debe ser superior a 35V. Con estos requerimientos para  $Q_1$  se escogió el

transistor de referencia 2N5884 de la firma ON SEMICONDUCTOR, que según la hoja de especificaciones cumple con los siguientes parámetros:

$$V_{CEMAX} = 80V$$

$$V_{BE\ on} = 0.8V$$

$$P_{MAX} = 200W$$

$$I_{CMAX} = 25A$$

$$\beta = 35 \text{ (con } I_C = 3A)$$

$$V_{BE} \text{ (con } I_C = 3A) = 0.8V$$

Par hallar el valor de las resistencias R1 y R2 se realizan los siguientes cálculos:

$$(3.3) \quad I_{BQ2} = I_M / \Theta_{Q1} = 3A / 15 = 0.2A$$

$$(3.4) \quad R_1 = V_{BEQ1} / (I_{SAL(7824)} - I_{BQ1})$$

La corriente de salida del LM7824 se elige de manera que sea mayor que  $I_{BQ1}$ , suficiente para cubrir las tolerancias de los componentes y las variaciones del  $V_{BEQ1}$ . si son del 20%, la  $I_{SAL}$  del LM7824 es  $1.2I_{BQ2}$  e  $I_{R1} = 0.2I_{BQ2}$ , por lo tanto:

$$R_1 = V_{BEQ1} / 0.2I_{BQ2} = 0.8V / 0.04A = 20\Omega$$

$R_2$  se elige de acuerdo a la limitación constante de corriente. Si  $V_{BE\ ON\ Q2} = 0.5V$

$$R_2 = V_{BE\ ON\ Q2} / I_M = 0.5V / 3A = 0.167\Omega$$

$Q_2$  se elige para  $I_C > I_{BQ1}$  y disipar una potencia máxima de:

$$P_{DQ2} = V_{ENT} I_{BQ1} = 27V (0.2A) = 5.4W$$

Con estos requerimientos de  $Q_2$  se elige el MJ2955 que cumple los requerimientos de diseño.

Las hojas de datos de los transistores 2N5884 y MJ2955 se encuentran en los anexos del presente libro.

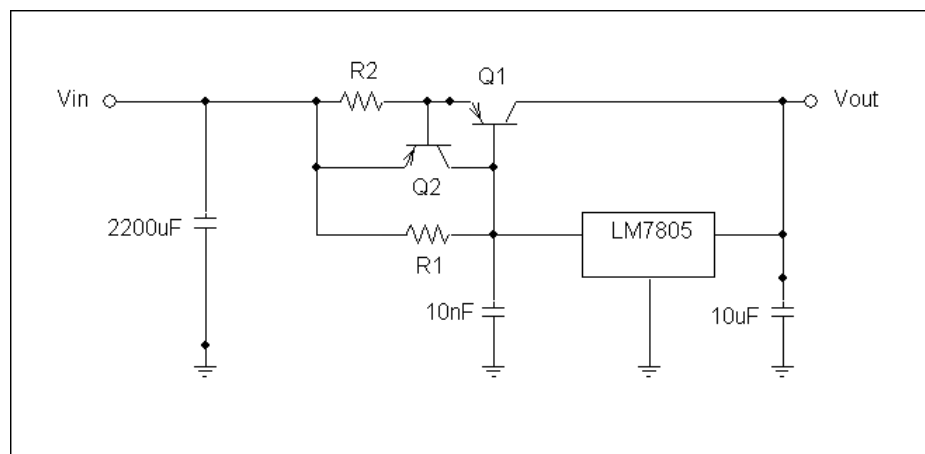
### 3.2 FUENTES AUXILIARES

Se implementa una fuente de 5V para la alimentación de los dispositivos que funcionan con los niveles lógicos de '0' y '1' donde el '0' corresponde a 0V y el '1' corresponde a 5V. También se usa esta fuente para la alimentación de los encoders incrementales y finales de carrera.

Hasta la etapa de rectificación se usa el mismo circuito de la fuente principal, para la etapa de filtrado se reduce el valor del condensador teniendo en cuenta que el nivel de corriente que maneja esta fuente es menor. La etapa de regulación se realiza por medio del circuito integrado LM7805, este chip puede suministrar hasta 1A sin embargo se implementa un circuito similar al usado en la fuente principal para aumentar la corriente de salida y proteger el circuito de cortos y sobrecorrientes en la carga.

El diagrama esquemático de la etapa de filtrado y regulación puede apreciarse a continuación:

Figura 49 Etapa de filtrado y regulación de las fuentes



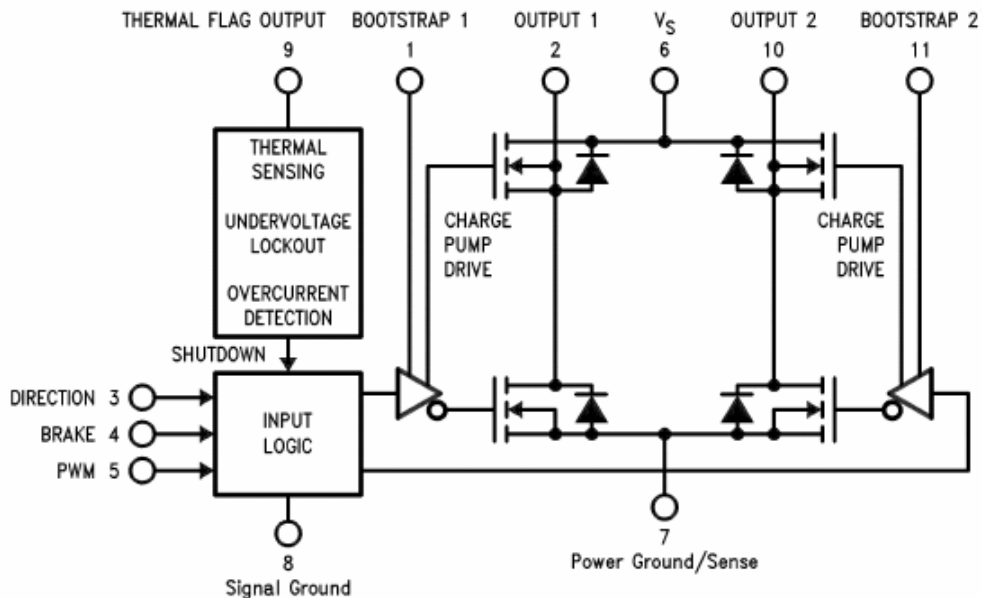
Fuente: Autores del Proyecto

### 3.3 PUENTE H

Para el manejo de cada uno de los motores que gobiernan cada eje debe implementarse un puente H, cuya función es suministrar una señal de voltaje a los motores con un nivel proporcional al ancho de una señal PWM de control generada caso por un microcontrolador.

Se usa el circuito integrado LMD18201 que es un puente H de 3A y diseñado para aplicaciones de control de motores y puede operar con fuentes de voltaje de hasta 55V, cuenta con una entrada para señal lógica PWM, una entrada de dirección y una entrada de habilitación del puente. El esquema de este chip dado por el fabricante se presenta a continuación:

Figura 50 Esquema del CI del Puente H (LMD18201)

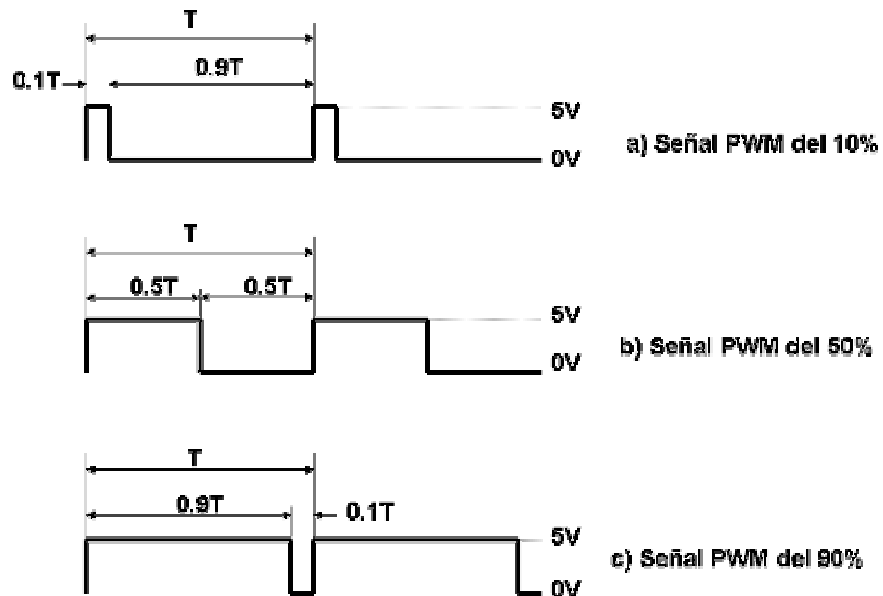


Fuente: Hoja de datos. National Semiconductors LMD18201

El puente puede operar de varios modos según el tipo modulación que se este usando, si se usa PWM absoluto entonces la entrada de dirección determina el

sentido de giro del motor DC debido a que se invierte la polaridad en la salida, esta señal se denomina PWM con signo/magnitud. Otro tipo de PWM consiste en variar el ancho de pulso útil para codificar ambas informaciones dirección y amplitud en la misma señal, así un 50% del ciclo útil de la señal PWM (figura b) corresponde a la referencia del driver (0V), esto teniendo en cuenta que el valor neto de voltaje integrado sobre un periodo es cero; de la misma manera un valor mínimo del ciclo útil de la señal PWM (figura a) corresponde a un voltaje de valor eficaz alto y dirección inversa para el motor, mientras que un valor alto en el ciclo útil de la señal PWM (figura c) corresponde a un nivel eficaz alto en dirección hacia delante en el motor. Este último tipo de PWM se denomina control PWM con bloqueo antifase. Si se usa este método la entrada de PWM del puente H debe estar siempre en estado lógico alto, y la señal PWM debe entrar por el pin de dirección.

Figura 51 Modos de operación del Puente según el tipo de modulación



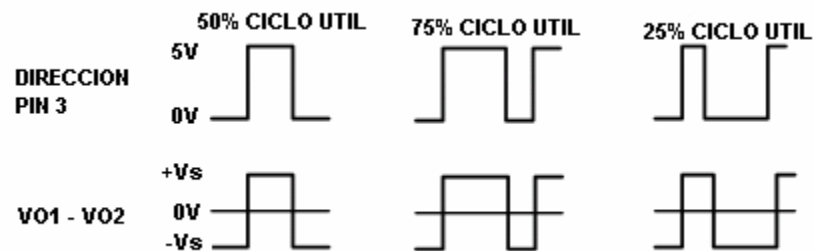
Fuente: Hoja de datos. National Semiconductors

a. Sentido inverso, b. Detención c. Sentido directo

A continuación se muestran las entradas dirección y PWM y la salida diferencial del punte H para los dos tipos de control PWM antes descritos:

### 3.3.1 Control PWM con bloqueo antifase

Figura 52 Control PWM con boqueo antifase



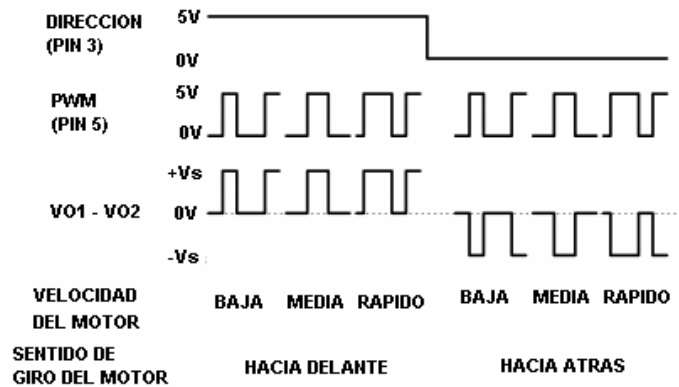
Fuente: Hoja de Datos. Natonal Semiconductors

Ciclo al 50% esta detenido, ciclo al 75% se mueve hacia delante, ciclo al 25% se mueve hacia atrás

Hay que recordar que el pin de entrada PWM se encuentra en estado lógico alto. En la salida que corresponde a la señal de 50% de ciclo útil el promedio de voltaje en la salida es cero. En la salida que corresponde a la señal de 75% de ciclo útil el promedio de voltaje es positivo es decir hay un flujo de corriente de la salida 1 hacia la salida 2. En la salida que corresponde a la señal de 25% de ciclo útil el promedio de voltaje es negativo es decir hay un flujo de corriente de la salida 2 hacia la salida 1.

### 3.3.2 Control PWM con Signo/Magnitud

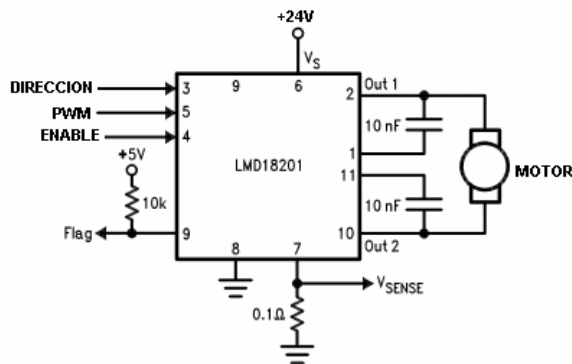
Figura 53 Control PWM con signo/Magnitud



Fuente: Hoja de Datos. National Semiconductors

En este caso el control de la dirección se hace por una entrada independiente a la señal PWM y sólo se presentan cruces por cero en la salida cuando hay cambios de dirección. El circuito implementado es el siguiente:

Figura 54 Circuito implementado para el Puento H



Fuente: Hoja de Datos. National emiconductors

La entrada PWM (pin 5) es enviada a +5V, la entrada ENABLE (pin 4) es llevada a +5V por medio de una resistencia de pull-up de 10KΩ y es conectada a un puerto de salida del microcontrolador. La entrada DIRECCIÓN (pin 3) es conectada al microcontrolador. El pin 9 conectado con una resistencia de pull-up como se indica permite que se lance una bandera (activa en bajo) cuando el circuito integrado

excede la temperatura de 145°C. La resistencia puesta en el terminal de tierra 7 permite tener una señal que varía de acuerdo con la corriente que está consumiendo el motor. Un condensador de 1µF cerámico en paralelo con uno de 300 µF son puestos en el terminal de alimentación del puente (pin 6) para protegerlo de efectos transitorios debido a la conmutación interna de los elementos de potencia. Internamente este circuito (LMD 18201) tiene un circuito de protección contra sobre corriente, cuando el flanco de temperatura es lanzado.

Los condensadores de 10 nF son sugeridos por el fabricante para este tipo de aplicación.

### 3.4 CALCULO DE LOS DISIPADORES DE CALOR

Los disipadores de calor juegan un papel importante en la protección que deben tener algunos componentes electrónicos para evitar que el calor excesivo los dañe. Según el encapsulado en el que vienen los dispositivos, los fabricantes dan la resistencia térmica entre las juntas y la carcasa; con estos valores así como la potencia disipada del componente, la temperatura desarrollada durante la disipación y la resistencia térmica entre el disipador-carcasa puede realizarse el cálculo del tamaño del disipador.

Los valores de resistencia térmica (carcasa-disipador) para algunas presentaciones de componentes se indican a continuación:

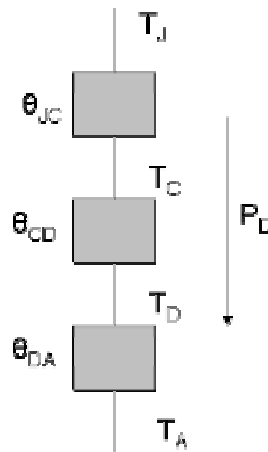
Tabla 11 Valores de resistencia térmica para algunas presentaciones de componentes

| Tipo de encapsulado | Contacto directo [°C/W] | Contacto con grasa [°C/W] | Contacto con grasa y mica [°C/W] |
|---------------------|-------------------------|---------------------------|----------------------------------|
| TO-3                | 0.5-0.7                 | 0.3-0.5                   | 0.4-0.6                          |
| TO-220              | 1.0-1.3                 | 0.6-0.8                   | 0.8-1.1                          |
| TA11B               | 0.9-1.1                 | 0.7-0.9                   | 0.8-1.0                          |

Fuente: Hoja de datos National Semiconductors

Un esquema de la transferencia de calor que se da entre la carcasa y los componentes, se especifica a continuación:

Figura 55 Esquema de la transferencia de calor que se da entre la carcasa y los componentes



Fuente: Circuitos Microelectrónicas SEDRA/SMITH

Donde:

$T_J$  = Temperatura en la junta [°C]

$T_C$  = Temperatura de la carcasa [°C]

$T_D$  = Temperatura en el disipador [°C]

$T_A$  = Temperatura ambiente [°C]

$P_D$  = Potencia disipada por el componente [W]

$\theta_{JC}$  = Resistencia térmica entre junta-carcasa

$\theta_{CD}$  = Resistencia térmica entre carcasa-disipador

$\theta_{DA}$  = Resistencia térmica entre disipador-medio ambiente.

Las ecuaciones que rigen el circuito térmico dado anteriormente están dadas por:

$$(3.5) \quad T_D = T_J (\theta_{JC} + \theta_{CD}) \cdot P_D$$

$$\theta_{DA} = (T_D - T_A) / P_D$$

$$L_D = \rho / \theta_{DA}$$

Donde:

$L_D$  = Longitud del disipador [pulg.]

$\rho$  = Resistividad térmica (disipador) [pulg-°C/W] (Depende del material).

El valor de  $\rho$  para el material usado es 4 [pulg-°C/W].

Dado que los transistores de potencia usados en las etapas de regulación de las fuentes se ponen sobre un mismo disipador se reducen el valor de la resistencia térmica equivalente, esto es:

$$(3.6) \quad \theta_{JCE} = \theta_{JC} / n$$

$$(3.7) \quad \theta_{CDE} = \theta_{CD} / n$$

donde:

$\theta_{JCE}$  = Resistencia térmica equivalente entre juntura-carcasa.

$\theta_{CDE}$  = Resistencia térmica equivalente entre carcasa-disipador.

$n$  = numero de dispositivos en un mismo disipador.

Los parámetros necesarios para desarrollar las formulas anteriormente dadas para terminar con el cálculo de  $L_D$  son dados por los fabricantes y se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 12 Parámetros de temperatura dados por el fabricante

| PARAMETRO            | Q2N5884 | Q2N2955 | LMD18201 |
|----------------------|---------|---------|----------|
| $T_J$ [°C]           | 125     | 100     | 110      |
| $T_A$ [°C]           | 25      | 25      | 25       |
| $\theta_{JC}$ [°C/W] | 0.875   | 1.17    | 1        |
| $\theta_{CD}$ [°C/W] | 0.5     | 0.5     | 0.9      |
| $P_D$ [W]            | 200     | 150     | 72       |

Fuente: Hoja de datos National Semiconductors

De acuerdo con las ecuaciones las longitudes obtenidas para los disipadores son:

Tabla 13 Longitudes obtenidas para los disipadores

| Elemento     | Longitud disipador [cm] |
|--------------|-------------------------|
| Q2N5884 (3)  | 12                      |
| Q2N2955 (3)  | 12                      |
| LMD18201 (1) | 5                       |

Fuente: Autores del Proyecto

## **4 FUNDAMENTACION TEORICA ACERCA DE LA CINEMATICA DE LOS ROBOTS**

### **4.1 SISTEMA DE CONTROL**

Un sistema de control se puede definir como una combinación de elementos físicos, que actúan juntos para realizar un proceso, con el fin principal de garantizar una salida estable que ha sido preestablecida para dicho proceso.

Es pertinente definir dos conceptos importantes en un proceso a controlar:

#### **4.1.1 Variable controlada y variable manipulada**

La variable controlada es la cantidad o condición que se mide o se controla. La variable manipulada es la cantidad o condición que el controlador modifica para afecta el valor de la variable controlada.

#### **4.1.2 Planta**

Una planta puede ser una parte de un equipo, tal vez un conjunto de las partes de una maquina que funcionan juntas, el propósito de la cual es ejecutar una operación particular. Es el objeto físico que se va a controlar.

#### **4.1.3 Sistemas de control realimentados**

Un sistema que mantiene relación prescrita entre la salida y la entrada de referencia, comparándolas y usando la diferencia como medio de control, se denomina sistema de control realimentado. Un ejemplo sería el sistema de control de temperatura de una habitación. Midiendo la temperatura real y comparándola con la temperatura de referencia (la temperatura deseada), el termostato activa o desactiva el equipo de calefacción o de enfriamiento para asegurar que la

temperatura de la habitación se conserve en un nivel cómodo sin considerar las condiciones externas.

Los sistemas de control realimentados no se limitan a la ingeniería, sino que también se encuentran en diversos campos ajenos a ella. Por ejemplo, el cuerpo humano es un sistema de control realimentado muy avanzado. Tanto la temperatura corporal como la presión sanguínea se conservan constantes mediante una realimentación fisiológica. De hecho, la realimentación realiza una función vital: vuelve el cuerpo humano relativamente insensible a las perturbaciones externas, por lo cual lo habilita para funcionar en forma adecuada en un ambiente cambiante.

#### **4.1.4 Sistema de control en lazo cerrado**

Los sistemas de control realimentados se denominan también sistemas de control en lazo cerrado. En la práctica, los términos control realimentado y control en lazo cerrado se usan indistintamente. En un sistema de control en lazo cerrado, se alimenta al controlador la señal de error de actuación, que es la diferencia entre la señal de entrada y la señal de realimentación (que puede ser la señal de salida misma o una función de la señal de salida y sus derivadas y/o integrales), a fin de reducir el error y llevar la salida del sistema a un valor conveniente. El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentado para reducir el error del sistema.

#### **4.1.5 Sistemas de control en lazo abierto**

Los sistemas en los cuales la salida no afecta la acción de control se denominan sistemas de control en lazo abierto. En otras palabras, en un sistema de control en lazo abierto no se mide la salida ni se realimenta para compararla con la entrada. Un ejemplo práctico es una lavadora. El remojo, el lavado y el enjuague en la lavadora operan con base en un tiempo. La máquina no mide la señal de salida, que es la limpieza de la ropa.

En cualquier sistema de control en lazo abierto, la salida no se compara con la entrada de referencia. Por tanto, a cada entrada de referencia le corresponde una condición operativa fija; como resultado, la precisión del sistema depende de la calibración. Ante la presencia de perturbaciones, un sistema de control en lazo abierto no realiza la tarea deseada. En la práctica, el control en lazo abierto sólo se usa si se conoce la relación entre la entrada y la salida y si no hay perturbaciones internas ni externas. Es evidente que estos sistemas no son de control realimentado. Observe que cualquier sistema de control que opere con una base de tiempo es en lazo abierto. Por ejemplo, el control del tránsito mediante señales operadas con una base de tiempo es otro ejemplo de control en lazo abierto.

#### **4.1.6 Sistemas de control en lazo cerrado vs. Sistemas en lazo abierto**

Una ventaja del sistema de control en lazo cerrado es que el uso de la realimentación vuelve la respuesta del sistema relativamente insensible a las perturbaciones externas y a las variaciones internas en los parámetros del sistema. Por tanto, es posible usar componentes relativamente precisos y baratos para obtener el control del sistema en lazo cerrado.

Desde el punto de vista de la estabilidad, el sistema de control en lazo abierto es más fácil de desarrollar, porque la estabilidad del sistema no es un problema importante. Por lo cual puede conducir a corregir en exceso errores que producen oscilaciones de amplitud constante o cambiante.

Desde señalarse que, para los sistemas en los que se conocen con anticipación las entradas y en los cuales no hay perturbaciones, es aconsejable emplear un control en lazo abierto. Los sistemas de control en lazo cerrado sólo tienen ventajas cuando se presentan perturbaciones impredecibles o variaciones impredecibles en los componentes del sistema. Observe que la valoración de la energía de salida determina en forma parcial el costo, el peso y el tamaño de un sistema de control.

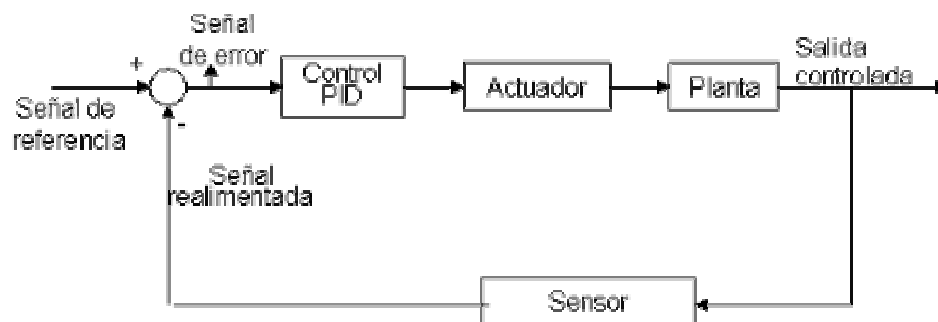
La cantidad de componentes usados en un sistema de control en lazo cerrado es mayor que la que se emplea para un sistema de control equivalente en lazo abierto. Por tanto, el sistema de control en lazo cerrado suele tener costos y potencias más grandes. Para disminuir la energía requerida de un sistema, se emplea un control en lazo abierto cuando puede aplicarse. Por lo general, una combinación adecuada de controles en lazo abierto y en lazo cerrado es menos costosa y ofrecerá un desempeño satisfactorio del sistema general.

#### 4.1.7 Sistema implementado

Se implementa un sistema control PID independiente para cada eje cartesiano de tal forma que cada actuador recibe una administración independiente de sus movimientos, por parte de un microcontrolador. El control se realiza a partir del sensado hecho a un encoder incremental puesto en el eje de cada uno de los motores que permite obtener la información de velocidad y desplazamiento angular en los mismos.

El esquema de control que se implementa es el siguiente:

Figura 56 Esquema de control implementado



Fuente: Autores del Proyecto

A continuación se hablara del control PID, no se hará por ahora una descripción detallada del funcionamiento del sensor (encoder incremental), este tema se tratará más adelante.

## 4.2 CONTROL PID

Este tipo de control ejecuta tres acciones sobre un actuador. Primero se tratan las acciones por separado para entender el funcionamiento del modelo compacto PID.

### 4.2.1 Acción de control proporcional

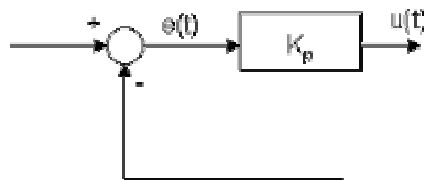
Para un controlador de acción de control proporcional, la relación entre la salida  $u(t)$  y la señal de error  $e(t)$  es:

$$(4.1) \quad u(t) = K_p e(t)$$

La función de transferencia del controlador será:

$$(4.2) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = K_p$$

Cualquiera que sea el mecanismo real y la forma de la potencia de operación, el controlador proporcional, es en esencia, un amplificador con ganancia ajustable ( $K_p$ ). En la siguiente figura puede verse un diagrama de bloque del controlador proporcional:



Fuente: Autores del Proyecto

El error en estado estable se reduce si se incrementa el valor de ganancia  $K_p$ . sin embargo aumentar este valor provocara que la respuesta del sistema sea mas oscilatoria.

### 4.2.2 Acción de control Integral

En un controlador con acción de control integral, el valor de la salida del controlador  $u(t)$  varía a una razón proporcional a la señal de error  $e(t)$ . Es decir:

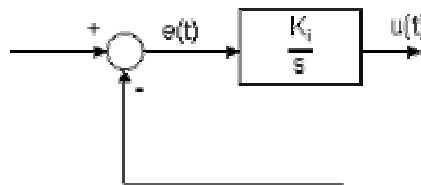
$$(4.3) \quad \frac{du(t)}{dt} = K_i e(t)$$

La función de transferencia del controlador será:

$$(4.4) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_i}{s}$$

Para un error de cero  $u(t)$  permanece estacionario, en la siguiente figura se ilustra el diagrama de bloque de dicho controlador:

Figura 58 Diagrama de bloques del controlador integral



Fuente: Autores del Proyecto

En el control proporcional de una planta, cuya función de transferencia no incluye un integrador  $1/s$ , hay un error en estado estable, o desplazamiento (offset), en la respuesta para una entrada escalón. Tal offset se elimina si se incluye la acción de control integral en el controlador. En el control integral de una planta, la señal de control, que es la señal de salida a partir del controlador, es, en todo momento el área bajo la curva de la señal de error hasta tal momento. La señal de control  $u(t)$  tiene un valor diferente de cero cuando la señal de error  $e(t)$  es cero. Esto es posible en el caso del controlador proporcional, dado que una señal de control diferente de

cero requiere una señal de error diferente de cero (una señal de error diferente de cero significa que hay una equivalencia).

Aunque la acción de control integral elimina el offset o el error en estado estable, puede conducir a una respuesta oscilatoria de amplitud decreciente lenta o, incluso, de amplitud creciente, y en ambos casos, por lo general, se consideran inconvenientes.

### 4.2.3 Acción de control Proporcional-Integral

La acción de control de un controlador proporcional-integral se define mediante:

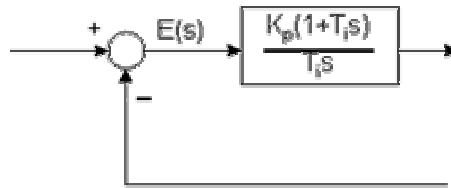
$$(4.5) \quad u(t) = k_p e(t) + \frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt$$

La función de transferencia del controlador será:

$$(4.6) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_i$  se denomina tiempo integral. Tanto  $K_p$  como  $T_i$  son ajustables. El tiempo integral ajusta la acción de control integral, mientras que un cambio en el valor  $K_p$  afecta las partes integral y proporcional de la acción de control. El inverso del tiempo integral se denomina velocidad de reajuste. Como se muestra en la figura 60 la velocidad de reajuste es la cantidad de veces por segundo que se duplica al parte proporcional de la acción de control. La velocidad de reajuste se mide en términos de las repeticiones por segundo. El diagrama de bloques del controlador proporcional-integral se muestra a continuación:

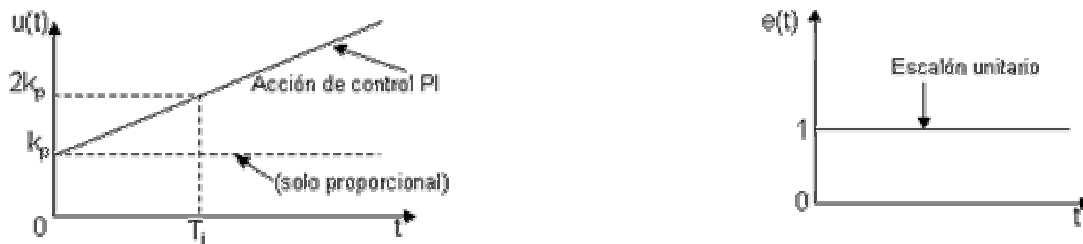
Figura 59 Diagrama de Bloques del controlador proporcional-integral



Fuente: Autores del Proyecto

Si la señal de entrada del controlador  $e(t)$  es un escalón unitario, la salida  $u(t)$  puede apreciarse a continuación:

Figura 60 Salida del controlador teniendo como entrada un escalón unitario



Fuente: Autores del Proyecto

En sistemas de carga donde se involucra inercia y fricción viscosa, el efecto de una perturbación de par que ocurre en el elemento de carga genera un offset que puede ser corregido por un controlador proporcional integral que mientras exista una señal de error, el controlador desarrolla un par para reducir este error, siempre y cuando el sistema de control sea estable.

#### 4.2.4 Acción de control Proporcional-Derivativa

Cuando la acción de control derivativa se agrega a un controlador proporcional, aporta un medio para obtener un controlador con alta sensibilidad.

La acción de control se un controlador proporcional-derivativo (PD) se define mediante:

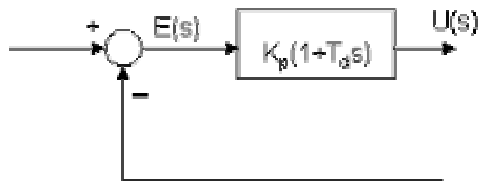
$$(4.7) \quad u(t) = k_p e(t) + k_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

y la función de transferencia es:

$$(4.8) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = k_p (1 + T_d s)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional y  $T_d$  es una constante denominada tiempo derivativo. Tanto  $K_p$  como  $T_d$  son ajustables. La acción de control derivativa en ocasiones denominada control de velocidad, ocurre donde la magnitud de la salida del controlador es proporcional a la velocidad de cambio de la señal de error. El tiempo derivativo  $T_d$  es el intervalo de tiempo durante el cual la acción de la velocidad se hace avanzar el efecto de la acción de control proporcional. En la siguiente figura puede apreciarse el diagrama de bloques de un controlador proporcional-derivativo:

Figura 61 Diagrama de Bloques de un controlador proporcional-derivativo



Fuente: Autores del Proyecto

Si la función de error  $e(t)$  es una función rampa unitaria, entonces la salida del controlador  $u(t)$  se convierte en lo que se muestra en la siguiente figura:

Figura 62 Respuesta del controlador PID a una entrada de rampa unitaria



Fuente: Autores del Proyecto

Una ventaja de usar una acción de control derivativa es que responde a la velocidad de cambio del error y produce una corrección significativa antes de que la magnitud del error se vuelva demasiado grande. Por tanto el control derivativo prevé el error, inicia una acción correctiva y da más estabilidad al sistema.

Aunque el control derivativo no afecta en forma directa el error de estado estable, añade amortiguamiento al sistema, y por lo tanto permite usar un valor más grande de ganancia, lo cual provoca una mejora en la precisión en estado estable.

La acción de control derivativa tiene un carácter de previsión, aunque es obvio que nunca se prevé una acción que no ha ocurrido. Aunque la acción derivativa tiene la ventaja de ser de previsión, tiene las desventajas que amplifica las señales de ruido y puede provocar un efecto de saturación en el actuador. Así mismo la acción derivativa es eficaz durante periodos transitorios (opera sobre la velocidad de cambio del error y no sobre el error mismo) por lo que nunca se usa sola, siempre se usa junto con una acción de control proporcional o proporcional-integral.

#### 4.2.5 Acción de control Proporcional Integral, Derivativa (PID)

Esta es la combinación de una acción proporcional, una integral y una derivativa. Esta acción combinada tiene las ventajas de cada una de las tres acciones de control individuales. La ecuación de este controlador es:

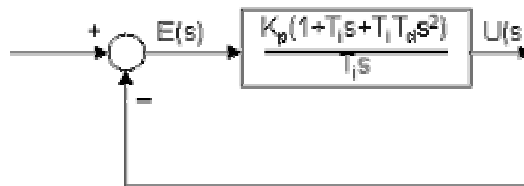
$$(4.9) \quad u(t) = k_p e(t) + \frac{k_p}{T_i} \int_0^t e(t) dt + k_p T_d \frac{de(t)}{dt}$$

La función de transferencia del controlador PID es:

$$(4.10) \quad \frac{U(s)}{E(s)} = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right)$$

en donde  $K_p$  es la ganancia proporcional,  $T_i$  es el tiempo integral, y  $T_d$  es el tiempo derivativo. El diagrama de bloques de un controlador PID se muestra a continuación:

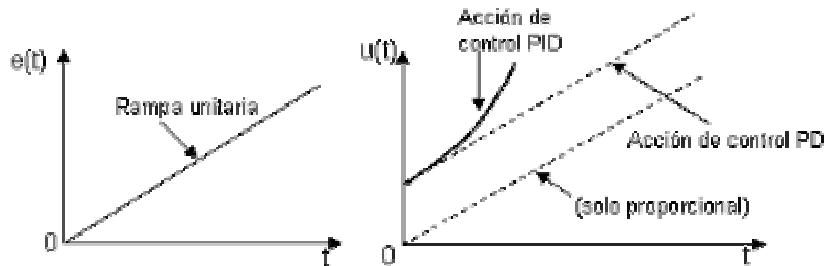
Figura 63 Diagrama de bloques de un controlador PID



Fuente: Autores del Proyecto

Si la señal de error  $e(t)$  es una función rampa unitaria, entonces la señal de salida del controlador  $u(t)$  es como se observa en la siguiente figura:

Figura 64 Respuesta del controlador PID a una entrada de rampa unitaria



Fuente: Autores del Proyecto

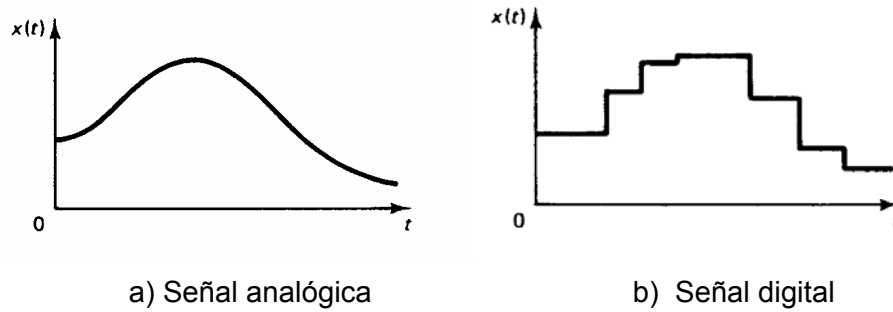
### 4.3 SISTEMAS DE CONTROL DIGITAL

En los sistemas de control analógico la acción de control se realiza de forma continua, es decir, permanentemente. Estos sistemas procesan señales analógicas, las cuales están definidas en un intervalo continuo de tiempo y su amplitud puede

adoptar un rango continuo de valores.

En los sistemas de control digital la acción de control se realiza de forma discontinua, es decir, cada cierto tiempo.

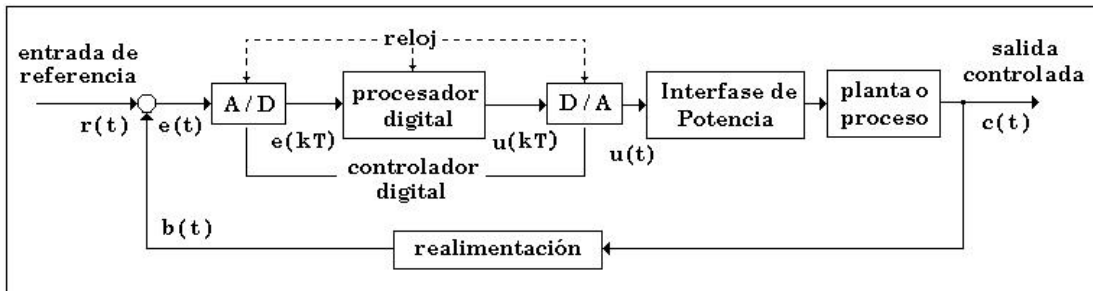
Figura 65 Señal analógica - Señal digital



Por lo tanto, si los sistemas de control incluyen controladores digitales, se hace necesario la conversión de señales de analógicas a digitales a su entrada y de digitales a analógicas a su salida.

Un diagrama de bloques de un control digital típico puede apreciarse a continuación:

Figura 66 Diagrama de bloques de un control digital



Fuente: Ingeniería de control moderna. OGATA

### 4.3.1 Proceso de muestreo

Los datos adquiridos en el sistema son los correspondientes al desplazamiento angular o bien la velocidad angular si se tiene en cuenta el tiempo durante el cual se

toman muestras. Para este propósito se cuenta con un encoder incremental de 96 ranuras por vuelta (CPR). De esta manera se toma una muestra cada  $1,875^\circ$  de giro del eje.

El encoder cuenta con una rueda ranurada como la que se muestra en la figura anterior que al girar entre un diodo emisor de luz infrarroja y uno receptor hace generar dos señales sinusoidales (de frecuencia proporcional a la velocidad del eje) que de acuerdo a la forma como éste es fijado sobre el eje pueden estar desfasadas hasta  $90^\circ$  entre sí. El diodo receptor de luz infrarroja está precedido de una delgada lámina que cuenta con dos filas arqueadas de agujeros que están desfasadas de tal forma que los agujeros de una fila coinciden con los espacios que hay entre los agujeros de la otra fila, esto puede apreciarse en la siguiente figura:

Figura 67 Filas de agujeros del receptor del encoder



Fuente: Autores del Proyecto

La forma como están hechas las filas de agujeros del receptor del encoder permite decodificar la dirección en que se gira el eje del motor, este proceso se describirá posteriormente.

Después que los datos son entregados por el encoder un circuito toma las señales sinusoidales y las transforma en señales cuadradas para que sean señales aptas para el procesamiento digital.

El sistema electrónico diseñado cuenta los pulsos que se dan en un tiempo denominado tiempo de servo ( $5,1\text{ms}$ ) y con base a ese conteo se realizan los cálculos de velocidad y desplazamiento del eje con los cuales se realiza la compensación del movimiento, generando una señal de salida para el control del driver del motor que varía cada tiempo de servo de acuerdo a los datos tomados.

#### **4.3.2 La Planta a controlar**

Anteriormente se encontraron los parámetros necesarios para la caracterización del sistema a controlar, teniendo en cuenta que se trata de un motor DC para el que se tienen los datos de inercia y fricción viscosa, y además se estableció la resistencia e inductancia de armadura. La función de transferencia estará formada como sigue:

$$(4.11) \quad G_m(s) = \frac{K_T}{(sL_a + R_a)(sJ + B) + K_e K_T}$$

Como se tienen tres sistemas conformados cada uno por un eje cartesiano que consideramos independientes entre sí para el control, entonces se establecen las tres funciones de transferencia de acuerdo con los siguientes parámetros que fueron encontrados anteriormente:

Tabla 14 Parámetros para establecer las funciones de transferencia

| Parámetro                       | MOTOR/EJE X                | MOTOR/EJE Y                | MOTOR/EJE Z              |
|---------------------------------|----------------------------|----------------------------|--------------------------|
| $L_a$ [mH]                      | 1.1                        | 1.1                        | 1.1                      |
| $R_a$ [Ω]                       | 7.9                        | 7                          | 4.1                      |
| $J$ [Kg * m <sup>2</sup> ]      | $423.06 \cdot 10^{-6}$     | $367.98 \cdot 10^{-6}$     | $376.23 \cdot 10^{-6}$   |
| $B$ [N*m / rads <sup>-1</sup> ] | $231,613669 \cdot 10^{-6}$ | $520.640026 \cdot 10^{-6}$ | $630.9664 \cdot 10^{-6}$ |
| $K_e$ [V / rads <sup>-1</sup> ] | 0.248                      | 0.2574                     | 0.2552                   |
| $K_T$ [N*m / A]                 | 0.248                      | 0.2574                     | 0.2552                   |

Fuente: Autores del Proyecto

Las funciones son:

$$(4.12) \quad G_x(s) = \frac{0.248}{465.3 \cdot 10^{-6} s^2 + 3.342 \cdot 10^{-3} s + 63.33 \cdot 10^{-3}}$$

$$(4.13) \quad G_y(s) = \frac{0.2574}{404.77 \cdot 10^{-6} s^2 + 2.576 \cdot 10^{-3} s + 69.89 \cdot 10^{-3}}$$

$$(4.14) \quad G_z(s) = \frac{0.2552}{413.853 \cdot 10^{-6} s^2 + 1.543 \cdot 10^{-3} s + 67.714 \cdot 10^{-3}}$$

Con las funciones anteriores se establecen las constantes de los compensadores PID que se implementan para cada sistema.

El Control System toolbox de MATLAB permite realizar una simulación para el sistema realimentado de compensador-planta estas simulaciones permiten establecer unos valores apropiados para  $K_p$ ,  $k_i$  y  $k_d$  de tal forma que se mejore la respuesta del sistema. Dado que el sistema no cumplía con las características para los métodos típicos se hallaron estos valores a prueba y error. Los valores que se fijan para estas constantes se presentan en el siguiente cuadro:

Tabla 15 Constantes del controlador PID

| Sistema | $K_p$ | $k_i$ | $k_d$ |
|---------|-------|-------|-------|
| Eje X   | 10    | 0.1   | 0.8   |
| Eje Y   | 10    | 0.1   | 0.8   |
| Eje Z   | 10    | 0.1   | 0.8   |

Fuente: Autores del Proyecto

## **5 SISTEMA ELECTRONICO DE CONTROL**

El sistema electrónico de control permite medir la velocidad del motor tomando la señal entregada del encoder puesto en el eje de cada motor, estos datos se procesan y se calcula el ángulo barrido por el eje, se calcula el error en la posición y con base a éste se calcula la salida de PWM, que es acoplada a la entrada del puente H que entrega un nivel de voltaje al motor proporcional al error. El sistema comunica el computador con el microcontrolador por medio de una interfaz RS232 (también se da la opción de RS485) para la asignación de los comandos que permiten introducir la posición deseada y la velocidad máxima.

### **5.1 MICROCONTROLADOR PIC 16F877**

El microcontrolador PIC16F877 de microchip es una buena opción para llevar a cabo la implementación de un servomotor DC. Las principales características de este microcontrolador de 40 pines es que posee 5 puertos con un total de 33 líneas de E/S, un convertor A/D con 8 canales de entrada, un puerto paralelo esclavo (PSP) de 8 bits con 3 señales de control correspondientes a RD# (Lectura), WD# (Escritura) y CS# (Activación/Desactivación) del PSP, puerto serie síncrono (SSP), USART y otras características como bajo consumo de energía, grandes memorias de datos RAM y EEPROM y de código tipo Flash entre otras características.

El PIC maneja muchas funciones en el uso del servomotor, por ejemplo:

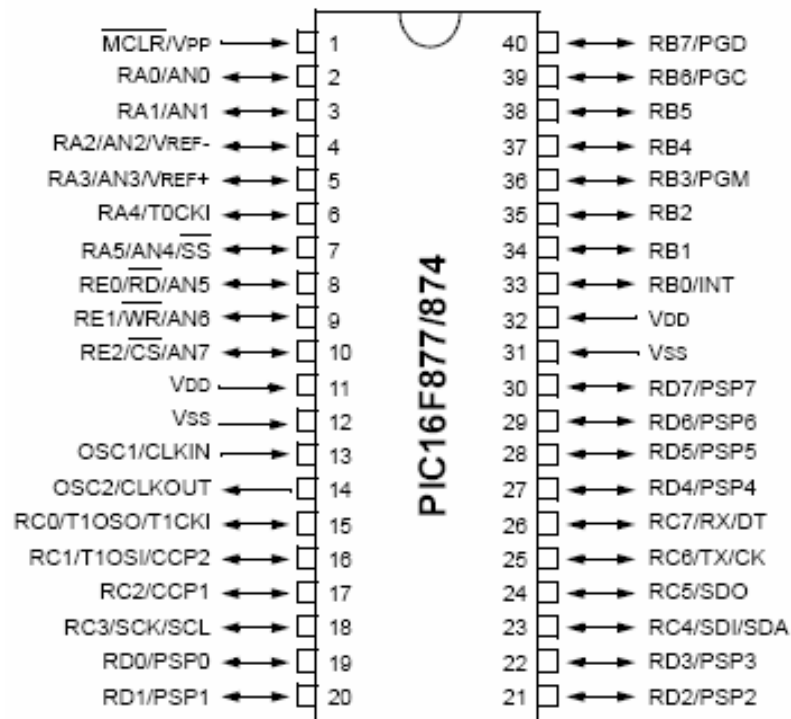
- Interfaz del control del usuario
- Medida de la posición del motor
- Cómputo del perfil de movimiento
- Cómputo de la señal del error y del algoritmo de compensación PID.

- Generación de la señal PWM para el driver del motor
- Comunicación con memoria EEPROM no volátil.

Se implementan tres sistemas de control uno para manejar el motor de cada eje y en cada prototipo se implementa un microcontrolador PIC16f877. Se usan tres microcontroladores debido a que cada uno debe estar procesando datos en forma dedicada (compensación PID) y no sería óptimo manejar los tres compensadores desde un solo microcontrolador.

Un diagrama de la configuración de los pines del PIC16F877 se muestra en la figura 68.

Figura 68 Microcontrolador PIC16F877



Fuente: Hoja de datos Microchip PIC16F877

Se maneja una frecuencia de 20 MHz y para este microcontrolador se obtiene una velocidad de 0.2µs por instrucción, a menos que la instrucción sea de salto donde el

tiempo es del doble ( $0.4\mu\text{s}$ ). La arquitectura que posee este microcontrolador es tipo RISC avanzada con un juego de 35 instrucciones de 14 bits de longitud. Posee algunas opciones adicionales como un modo SLEEP de bajo consumo de energía, perro guardián (WDT) y protección de la memoria de código programable.

## 5.2 ESTRUCTURA DEL HARDWARE

El motor de corriente continua que controla esta aplicación funciona máximo con 24 VDC y tiene una velocidad de 850 RPM sin carga (velocidad real medida). Este motor tiene un encoder incremental que proporciona una resolución de 96 conteos por revolución (CPR). Aunque el diseño con algunas modificaciones puede ser compatible con casi todos los motores de corriente continua que tengan un encoder incremental.

El circuito cuenta con parada de emergencia que puede ser activada o bien por los finales de carrera puestos al inicio y fin de la parte útil de los ejes, o bien por dos pulsadores destinados para tal fin. Un pulsador es asignado para detener un eje independientemente del resto del sistema y otro pulsador es asignado para dar una parada de emergencia total a todos los ejes. La nomenclatura que se usa dentro del circuito para definir las entradas anteriores es la siguiente:

Tabla 16 Nomenclatura usada para definir entradas en el PIC

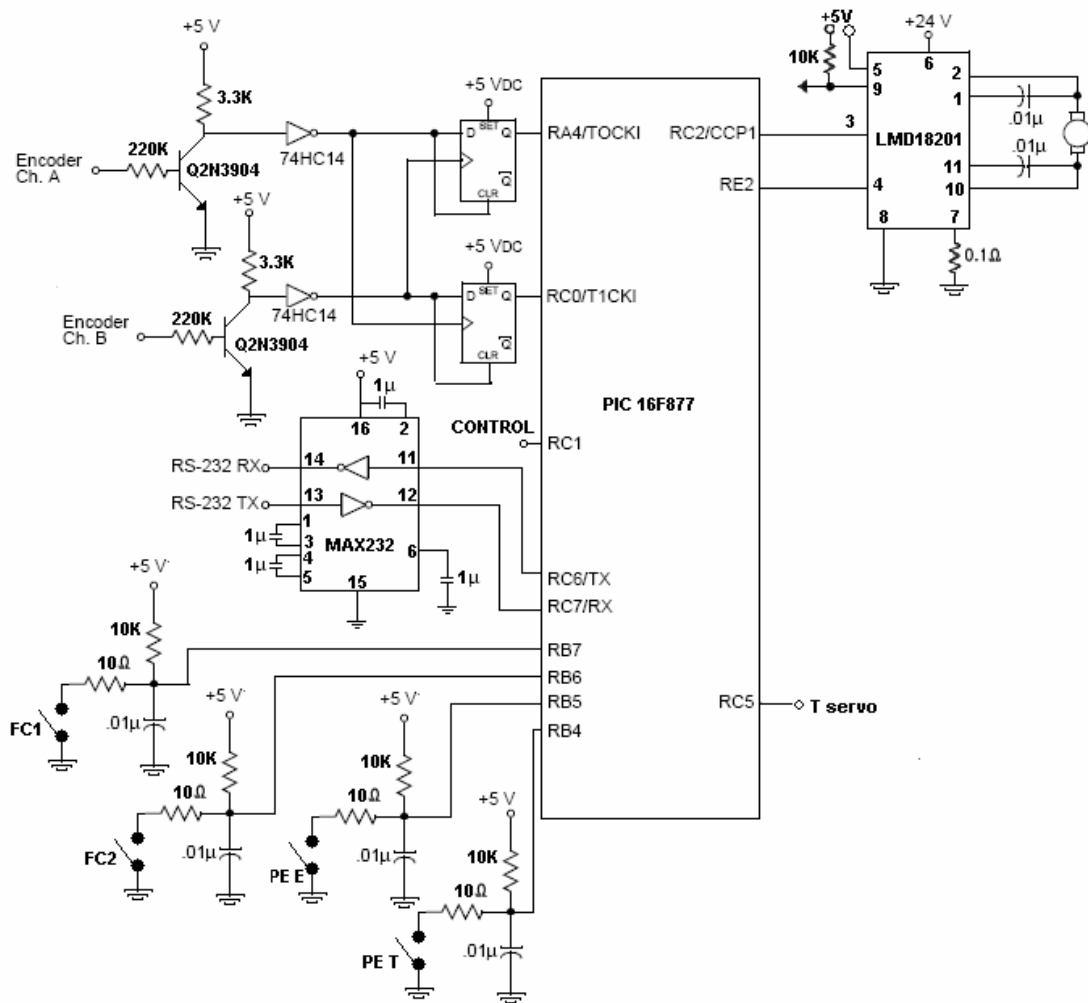
| Entrada | Puerto asignado al $\mu\text{C}$ | Función                           |
|---------|----------------------------------|-----------------------------------|
| FC 1    | RB7                              | Final de carrera inicio del eje.  |
| FC 2    | RB6                              | Final de carrera extremo del eje. |
| PE E    | RB5                              | Parada de emergencia eje.         |
| PE T    | RB4                              | Parada de emergencia total.       |

Fuente: Autores del Proyecto

Para las entradas anteriores se implementa un filtro baso bajas (típico) para eliminar los rebotes que se puedan originar en la conmutación.

Un diagrama esquemático del circuito de esta aplicación se muestra a continuación:

Figura 69 Circuito Principal de Control



Fuente: Autores del Proyecto

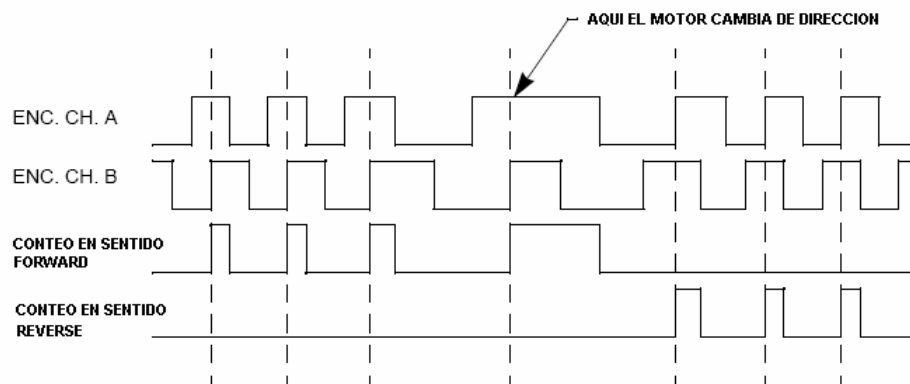
El motor DC es manejado por el puente H integrado LMD18201 que puede entregar una corriente de salida de 3 A. El funcionamiento de este dispositivo fue descrito en el capítulo 3.

La salida PWM1 del microcontrolador está conectada a la entrada **DIR** del puente-H, esto por que se esta implementando control PWM con bloqueo antifase. Se

obtienen más pérdidas por conmutación cuando el puente es conducido de este modo, porque los cuatro dispositivos en el puente se cambian para cada transición en la señal PWM. Sin embargo, este arreglo provee de un método fácil de control bidireccional con una sola señal de entrada. Por ejemplo, un ciclo de PWM del 50% de duración entregado al puente-H produce torque cero al motor. Un ciclo de 100% de duración producirá un torque máximo del motor en la dirección hacia adelante, mientras que una duración de ciclo de 0% producirá el torque máximo del motor en la dirección opuesta. El otro control de la señal es el entregado por el puerto RE2 que corresponde a la entrada de habilitación que selecciona que la salida del puente-H este encendido o apagado (para apagar la salida esta entrada debe estar en alto).

La salida de los canales A y B del encoder son convertidas a pulsos que están en cuadratura entre sí, luego son convertidos a señales de nivel lógico TTL (por medio de los inversores schmitt trigger). Las salidas después se decodifican en un tren de pulsos (un pulso por ranura) o salida baja (dependiendo del sentido de giro del motor) con un flip flop dual tipo D (74HC74). En el siguiente cuadro se muestra un diagrama, indicando la salida del circuito del decodificador para cada dirección del motor:

Figura 70 Salida del circuito decodificador para cada dirección del motor



Fuente: Autores del Proyecto

El tren de pulsos o salida baja de los flip-flop D están conectadas a las entradas de reloj Timer0 y Timer1, respectivamente. El conteo de los avances hacia delante (forward) y en reversa (reverse) acumulativos son guardados por los timers, mientras el microcontrolador está realizando otras tareas.

El interfaz principal del usuario es una conexión RS-232 al PC. Se utiliza en el diseño un transmisor/receptor MAX232. Este circuito integrado soporta comunicación half-duplex y absorbe energía de la bomba de corriente formada por los condensadores (Figura 70 Circuito principal) para generar los voltajes de transmisión requeridos por el estándar RS-232. Los puertos RC6 y RC7 son usados por el microcontrolador como puertos de transmisión y recepción respectivamente. Esta interfaz permite comunicar un solo sistema de eje con el PC. Para la comunicación de los tres sistemas de ejes cartesianos con el PC simultáneamente se sugiere una red RS485 que permite usar un bus para la comunicación de los tres microcontroladores. Las tarjetas implementadas permiten usar los dos tipos de comunicación variando la posición de un switch (DPDT), los pines de transmisión y recepción son los mismos, un pin de control requerido para la interfaz RS485 es asignado al puerto RC1 del microcontrolador.

El tiempo de actualización del sistema que es función de la constante de tiempo eléctrica (mínimo tres veces este tiempo) es llamado tiempo de servo. Una señal cuadrada de periodo igual al tiempo de servo es entregada por el puerto RC5 para tener una referencia en la detección de errores. El valor del PWM es actualizado cada tiempo de servo.

### **5.3 ESTRUCTURA DEL SOFTWARE**

El software del servomotor realiza los cálculos de posición del servo y proporciona comandos para interpretar y crear un control de perfiles de movimiento.

### 5.3.1 Cálculos del Servo

Las funciones del servomotor son implementadas en la rutina de servicio de la interrupción (ISR), que debe realizar las tareas siguientes:

- Obtener la posición actual del motor
- Obtener la posición deseada del motor
- Encontrar el error en la posición
- Determinar la nueva duración del ciclo de trabajo del PWM

El Timer2, la base de tiempo para el módulo CCP1, se utiliza para generar las interrupciones que miden el tiempo de los cálculos del servo (tiempo de servo). Esto asegura que los cambios del ciclo de trabajo del PWM sean síncronos con el período del PWM.

La frecuencia de la señal PWM que maneja el motor debe ser lo suficientemente alta para que se produzca una cantidad mínima de corriente pico en la armadura del motor DC. La magnitud de la corriente pico es función de la frecuencia del PWM, así como de la resistencia e inductancia de la armadura del motor DC. Principalmente, la frecuencia de PWM se elige para que este justo fuera del rango de frecuencia audible. Dependiendo de las pérdidas auditivas que se hayan tenido una frecuencia de PWM entre los 15 KHz - 20 KHz esta bien. No es necesario fijar una frecuencia de PWM más alta, ya que esto solo aumentará las pérdidas en la conmutación del puente H integrado que maneja el motor. Para esta aplicación, el microcontrolador (PIC16F877) funciona a 20 MHz y la frecuencia del PWM es **19,53** KHz. Para esta frecuencia de PWM, una interrupción del Timer2 ocurrirá cada **51**µsec. Pero como los cálculos del servo no necesitan ser realizados tan seguido, se usa el **post-escalador** del Timer2 para fijar el periodo de interrupción del Timer2 diez veces mayor (510µsec). Usando el **post-escalador**, las interrupciones se pueden generar en cualquier frecuencia a partir de la 1/2 a 1/16 de la frecuencia PWM. Después se realiza una rutina que aumenta este tiempo otras diez veces

(5.1ms) para que el tiempo del servo sea coherente con la dinámica del motor. Lo anterior teniendo en cuenta que 5.1ms es mayor que tres veces las constantes de tiempo eléctricas de los motores.<sup>4</sup>

### 5.3.1.1 Actualización de Posición

La primera tarea a realizar en los cálculos del servo es determinar exactamente donde está el motor en el momento 'actual'. La función **UpdPos()** es llamada para obtener la nueva posición del motor (actual). Como se mencionó anteriormente, el Timer0 y Timer1 se utilizan para acumular los pulsos altos y bajos que se derivan de las señales de salida del encoder. Los contadores nunca son borrados para evitar pérdidas de información de conteo. Por el contrario, los valores de los registros Timer0 y Timer1 acumulados durante el período anterior de la muestra se restan de los valores actuales del timer usando como aritmética complemento a dos con signo. Este cálculo proporciona el número total de pulsos altos y bajos pulsos acumulados durante el período de actualización del servo. El uso de la aritmética de complemento a dos, también calcula cuándo hay un desbordamiento del timer que puede ocurrir desde la última lectura. El conteo de pulsos descendentes (reverse), **DnCount**, se resta de **UnCount**, conteo de pulsos ascendentes (forward), esto da un resultado con signo que indica la distancia total (y la dirección) que se recorrió durante el período de muestreo. Este valor también representa la velocidad medida del motor en conteos del encoder por periodos de actualización del servo (5.1ms) y se almacena en la variable **mvelocity**.

La medida de la posición del motor es almacenada en la variable **mposition**. Los 24 bits más significativos de **mposition** guardan la posición del motor en conteos del encoder. Los 8 bits menos significativos de **mposition** representan el conteo fraccional de los conteos del encoder. Es decir el valor se escala por 256 para poder tener desplazamientos pequeños de posición. El valor de **mvelocity** es agregado a **mposition** para encontrar la nueva posición del motor. Con 24 bits, la posición absoluta del motor puede ser medida hasta **174762** revoluciones de eje usando un

---

<sup>4</sup> Hoja de datos de microchip para microcontrolador pic16f877

encoder de **96 CPR**. Si se necesita cubrir mayores distancias con el motor, el tamaño de *mposition* podría aumentarse según la necesidad.

### 5.3.1.2 Actualización de la trayectoria

Cuando se sabe donde está el motor, se necesita determinar de dónde a donde debe ir el motor en el siguiente tiempo de servo. El comando de posición del motor es almacenado en la variable *position*. El tamaño de *position* es 32 bits, nuevamente los 8 bits menos significativos representan conteos fraccionarios del encoder (es decir el dato que se ingresa de posición debe estar escalado por 256). Cuando el valor de la posición es constante, el eje del motor será sostenido en una posición fija. El servomotor puede funcionar a una velocidad dada agregando un valor constante a *position* en cada actualización del servo. Los bits fraccionarios en *position* permiten que el motor funcione a muy bajas velocidades. Además para que el servomotor produzca un movimiento suave, se necesita un algoritmo de perfil de movimiento que controle la velocidad y la aceleración del motor. En el contexto de esta aplicación, se debe controlar la rata a la cual *position* es cambiada. La función *UpdTraj()* hace este trabajo y su propósito es determinar el siguiente valor requerido de *position*, basado en los parámetros actuales de perfil de movimiento. Para esta aplicación, la distancia del movimiento, el límite de velocidad, y el valor de aceleración se requieren para ejecutar el perfil. Con estos datos, el servomotor producirá un patrón trapezoidal de velocidad.

En el anexo 1 se muestra un diagrama de flujo de la función *UpdTraj()*. Si el perfil de movimiento está corriendo y la salida de PWM no esta saturada (indicado por las banderas de *stat.run* y *stat.saturated* respectivamente) el algoritmo de perfil de movimiento encontrará el siguiente valor para *position*. En el anexo 2 se muestra un diagrama de flujo de la operación para el perfil del movimiento.

El perfil del movimiento se ejecuta en dos fases. La primera mitad de la distancia del movimiento es recorrida en la primera fase y la distancia restante en la segunda

fase. La bandera de **stat.phase** indica la fase actual del segmento de movimiento. La mitad de la distancia total que es recorrida se almacena en la variable **phase1dist**. La posición final de destino para el motor se almacena en el **fposition**.

El límite de la velocidad para el perfil del movimiento se almacena en la variable **vlim**. La velocidad actual del motor se almacena en **velact**. El valor de aceleración para el perfil se almacena en **accel**. El tiempo de retardo del perfil de movimiento se almacena en la variable **dtime**. Esta variable determina al perfil de movimiento cuantos periodos de actualización de servo se deben esperar antes de ejecutar un siguiente segmento del movimiento. Finalmente, la dirección del movimiento es fijada por la bandera **stat.neg\_move**.

Una vez que las variables usadas para el perfil de movimiento hayan sido cargadas, la bandera **stat.motion** es fijada a '1' y el movimiento comienza poniendo en marcha la siguiente actualización del servo. Esta bandera es borrada cuando el perfil del movimiento ha terminado.

El motor puede funcionar en alguna velocidad deseada agregando un valor constante a **position** en cada actualización del servo, forzando el servomotor a seguir la nueva posición comandada. El valor sumado a **position** en cada actualización del servo se almacena en la variable **velact**. Además, el motor acelerará (o desacelerará) a una tasa constante, si se agrega o resta un valor a **velact** en cada actualización del servo. El valor de aceleración para el perfil se almacena en la variable **accel**. El valor de **accel** se agrega a **velact** en cada actualización del servo. El valor de **velact** después es sumado o restado de la posición comandada del motor, **position**, dependiendo del estado de la bandera **stat.neg\_move**. El valor de **velact** se resta de **phase1dist** para no perder la cuenta de la distancia recorrida en primera mitad del movimiento. El motor deja de acelerar cuando **velact** es mayor que **vlim**. Después que el límite de velocidad ha sido alcanzado, **flatcount** se incrementa en cada periodo de actualización del servo guardando el número de actualizaciones del servo para las cuales no ocurre ninguna aceleración.

La primera mitad del movimiento es completada cuando **phase1dist** es cero o negativa. En este momento, la bandera **stat.phase** se fija a "1". Entonces la variable **flatcount** es decrementada en cada período del servo. Cuando el **flatcount** = 0, el motor comienza a desacelerar. El movimiento ha sido completado cuando **velact** = 0. Por lo tanto el perfil del movimiento espera el número de períodos de muestreo almacenados en **dtime**. Cuando el **dtime** es 0, el destino previamente calculado en **fposition** es escrito a la posición comandada del motor y la bandera **stat.motion** es borrada para indicar que el perfil del movimiento ha terminado.

Cuando se termina el perfil de movimiento, la función **UpdTraj()** revisa los valores actuales del segmento de movimiento en **segnum** para ver si se ejecuta otro segmento del movimiento (esto porque pueden programarse varios perfiles de movimiento). Los primeros y últimos segmentos de movimiento que se ejecutarán se almacenan en **firstseg** y **lastseg**, respectivamente. Si **segnum** no es igual **lastseg**, entonces el **segnum** es incrementado y la función **SetupMove()** es llamada para cargar los nuevos parámetros del segmento en las variables del perfil de movimiento.

### 5.3.1.3 Cálculo del Error

La función de **CalcError()** resta la posición medida del motor, **mposition**, de la posición ordenada al motor en la variable **position**, para encontrar el error en la posición. El resultado del error en la posición se desplaza a la derecha desechando los 8 bits menos significativos que contienen los datos fraccionarios. Esto deja el resultado del error en la posición en 24-bit en la variable **u0**, que luego es normalizado a 16 bits para cálculos posteriores.

#### 5.3.1.4 Cálculo de la duración del ciclo de trabajo del PWM

La función **CalcPID()** implementa un algoritmo de compensación proporcional-integral-derivativo (PID) y usa el resultado del error en la posición de 16 bits almacenado en **u0** para determinar el siguiente valor requerido del ciclo de trabajo del PWM. Las constantes de ganancia del PID, **kp**, **ki**, y **kd**, son almacenadas como valores de 16 bits.

El término proporcional del algoritmo de PID proporciona una respuesta al sistema que es función del error inmediato en la posición, **u0**. El término integral del algoritmo de PID acumula sucesivamente los errores en la posición, calculados durante cada bucle de iteración del servo. El efecto del término integral es reducir pequeños errores de posición en estado estable y a baja frecuencia del sistema mejora la ganancia de lazo abierto.

El término diferencial del algoritmo PID es función de la velocidad medida en el motor, **mvelocity**, y mejora la respuesta en lazo cerrado del servosistema a alta frecuencia.

Después de que los tres términos del algoritmo de PID se suman, el resultado de 32 bits será almacenado en **ypid** y es reducido a 24 bits. Los 16 bits más significativos del **ypid** se utilizan para fijar la duración del ciclo de trabajo, que divide eficazmente la salida del algoritmo del PID por 256. Puesto que el módulo de PWM tiene una resolución de 10 bits, el valor en los 16 bits más significativos del **ypid** son chequeados para ver si excede +511 o -512. Cuando ocurre esta condición, la duración del ciclo de PWM se fija en el máximo límite positivo o negativo y la bandera de **stat.saturated** es puesta en '1'.

La posición comandada no será actualizada por **UpdTraj()** cuando la salida del PWM se satura. Además, se omite la acumulación integral en el algoritmo PID. Esto permite que el servomotor reanude suavemente el movimiento cuando termine la condición de saturación. Si el error integral y el perfil del movimiento continuaran actualizándose, el servomotor produciría movimientos repentinos y errados al recuperarse de una sobrecarga mecánica.

- **Recursos del microcontrolador PIC**

Hay un amplio rango de dispositivos microcontroladores PIC que se pueden utilizar para poner ejecución las aplicaciones del servomotor, dependiendo del nivel de funcionamiento que se necesite. Para comenzar, debe considerarse el tiempo de procesamiento necesario para los cálculos del servo.

Una gran cantidad de tiempo es gastado en los cálculos del servo ejecutando el compensador, que requiere unas o más multiplicaciones dependiendo del tipo de algoritmo usado. Son requeridas tres multiplicaciones de 16 x 16 con signo por el algoritmo del compensador de PID usado aquí. Puesto que la actualización de los cálculos del servo se debe realizar con frecuencia, un multiplicador del hardware puede proporcionar una reducción significativa en el ancho de banda del PIC. Con un multiplicador de hardware de 8 x 8, cada multiplicación 16 x 16 se puede realizar en aproximadamente 32 ciclos de instrucción. Sin el multiplicador del hardware, cada multiplicación puede tomar 500 ciclos de instrucción o más, dependiendo del algoritmo que se use.

La resolución disponible del timer debe ser considerada cuando es usado el método de detección de posición descrito aquí. Las RPM máximas del servomotor son función de la resolución del timer, de la actualización de frecuencia del servo, y de la resolución del encoder incremental. Dado que la aritmética de complemento a dos se utiliza para encontrar la posición del motor, los timers usados para acumular los pulsos del encoder no deben incrementar más que  $2^{N-1}$  conteos durante cada intervalo de actualización del servo, o la información de la posición se perderá.

- **Implementación del encoderPIC**

Una fórmula que se puede utilizar para calcular el máximo RPM se da en la siguiente ecuación:

$$RPM_{MAX} = \frac{2^{N-1} * f_s * 60}{CPR}$$

donde:

**N**: representa la resolución del timer en bits,

**f<sub>s</sub>**: es la frecuencia de actualización del servo,

**CPR**: es la resolución del encoder.

El encoder incremental usado en esta aplicación proporciona 96 **CPR**. La frecuencia de actualización del servo es de  $(5.1\text{ms})^{-1} = 196 \text{ Hz}$ . Así la velocidad máxima a la que podrá correr el motor para esta aplicación será:

$$RPM_{MAX} = \frac{2^{N-1} * f_s * 60}{CPR} = \frac{2^{8-1} * 196 * 60}{96} = 15686RPM$$

## CONCLUSIONES

- Se realizó la caracterización de un sistema de posicionamiento para un robot cartesiano.
- Se adecuaron los componentes físicos de un robot cartesiano existente en la Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones y se diseñaron piezas que mejoraron factores como la fricción viscosa que afectan el desempeño del sistema de posicionamiento.
- Se realizó un modelo matemático de los principales componentes del sistema en el marco de referencia de los actuadores (motores DC), con este modelo se realizó una simulación que permitió determinar las constantes del compensador PID digital que se implementó, para controlar cada uno de sus movimientos.
- Se diseñaron e implementaron las fuentes de alimentación que permiten que los puentes H que manejan los motores funcionen adecuadamente para controlar el desplazamiento del eje de los mismos.
- Se implementó un algoritmo capaz de realizar el control PID sobre el sistema de posicionamiento, así como la modulación PWM que permite que el puente H funcione adecuadamente.
- Se realizó una interfaz de comunicación RS232 entre el sistema de control y el PC, que permite que los comandos de posición, velocidad y aceleración puedan ser establecidos desde el PC, así como las constantes del compensador PID.

## RECOMENDACIONES

- Se observó que parte del desempeño del sistema de control depende del mantenimiento que se haga a la estructura mecánica, así que se recomienda que se haga una lubricación a los ejes del robot cartesiano como a las salineras y chumaceras.
- Se recomienda verificar periódicamente el estado de los finales de carrera para que en caso de un sobrepaso no se tengan problemas con los bobinados de los motores.
- Se deja propuesta una red RS485 para hacer una comunicación simultánea de los tres ejes.

## **BIBLIOGRAFIA**

ADDISON-WESBEG, L.J Bulliet, Servomechanisms, 1967.

BOWLING, Stephen Microchip Technology Inc. Chandler, AZ

DC Motors, An Engineering Handbook, Electro-Craft Corp, 1973, Segunda Edicion.

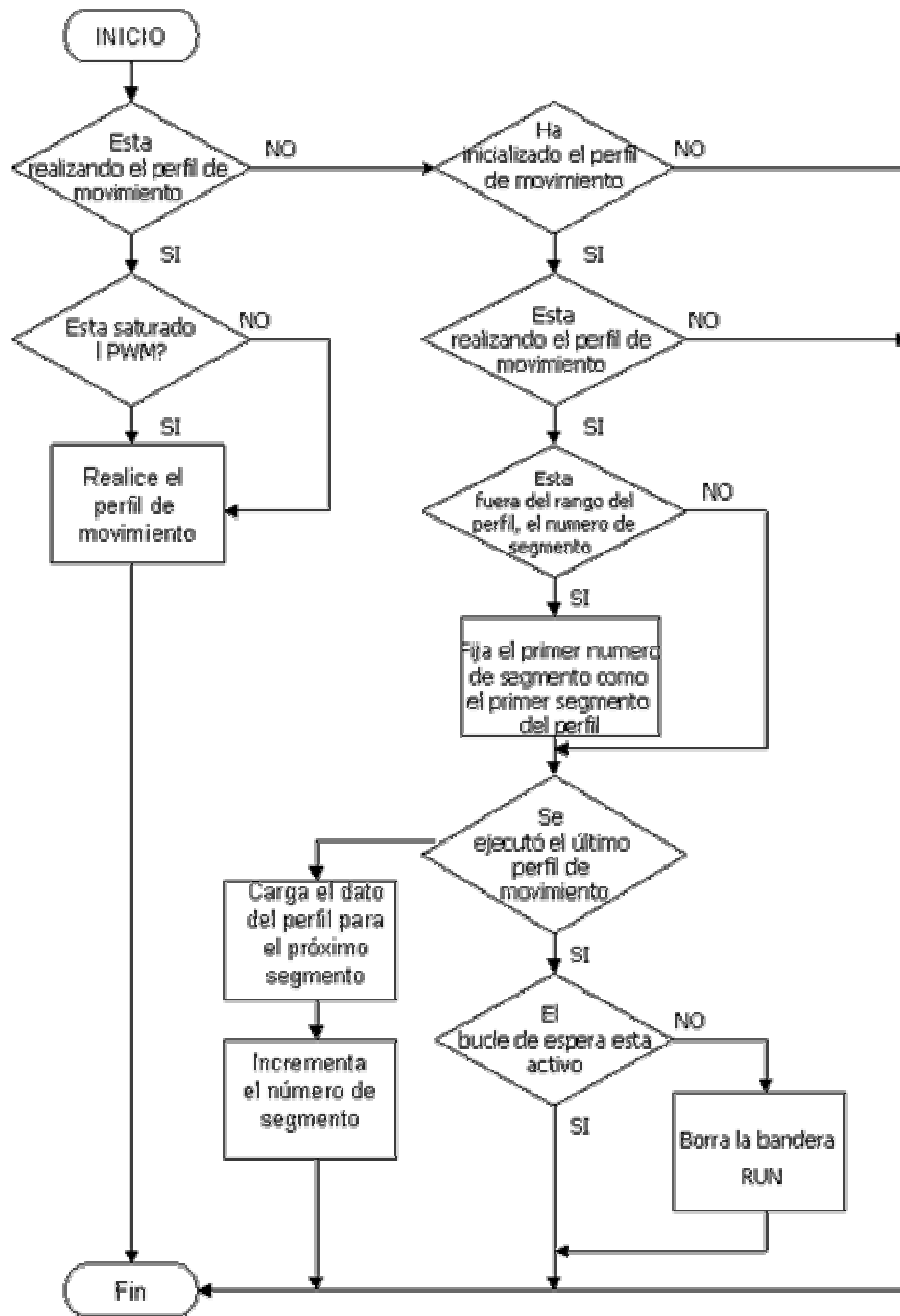
OGATA, Katsuchiko. Ingeniería de Control Moderna, Prentice-Hall, inc. 1998. Cap1-3 Control en Lazo Cerrado en comparación con el control en lazo abierto.

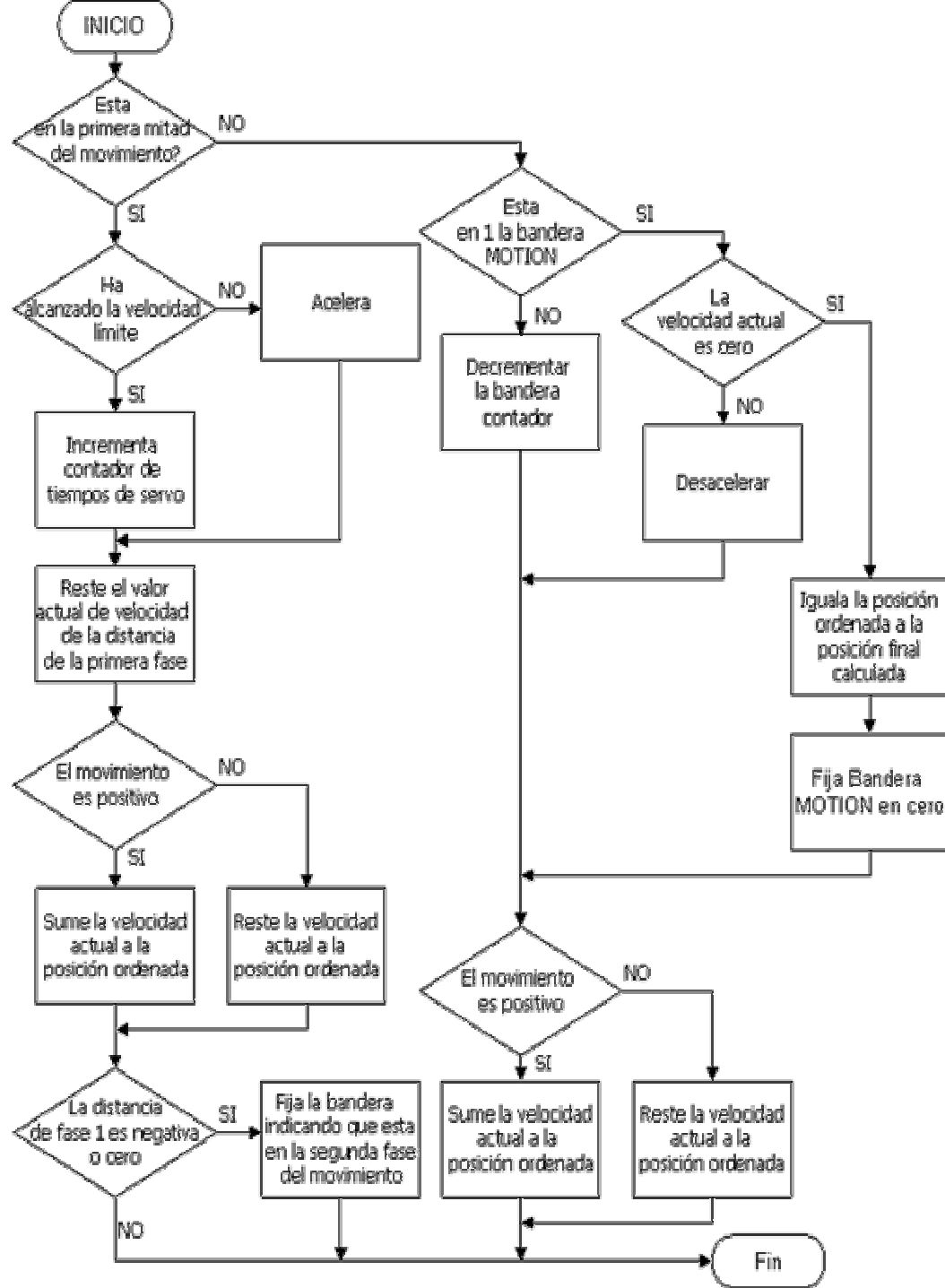
PRADA, Edwin, FORERO, Edwin. Sistema de Accionamiento de Robot Cartesiano. Proyecto de Pregrado, UIS, 1999.

SEDRA-SMITH, Circuitos microelectrónicos, Oxford University Press, inc. 1982. Cap9-6 Los BJT de Potencia.

## ANEXOS

Anexo A Diagrama de flujo de Actualización de Trayectoria





Anexo B Diagrama de flujo de la operación para el perfil del movimiento

