

Análisis Numérico y Experimental de un Material Viscoelástico Implementado en un Sistema  
con Amortiguación Pasiva en una Viga Tipo Sándwich

Nicolás Camargo Alvarado

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniero Mecánico

Director

William Pinto Hernández

PhD. Ingeniería Mecánica

Codirector

Oscar Bohórquez Becerra

Estudiante de PhD. Ingeniero Mecánico

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Fisicomecánicas

Escuela de Ingeniería Mecánica

Bucaramanga

2022

**Dedicatoria**

*A mi madre **Victoria Consuelo Alvarado Diaz** quien me brinda su amor y su apoyo incondicional y hace parte presente siempre de mis felicidades.*

*A mi padre **Abraham Camargo Vargas** por estar presente en cada uno de los pasos apoyándome siempre durante el camino.*

*A mis **tíos y primos** que brindan alegría y moral para el porvenir.*

*A mi **abuelita** por sus bendiciones y que sin ella nada habría sido posible.*

*A mis amigos **Edgar Morantes, Juan Diego Jimenez, Camilo Carpio y Jaime Gonzales** quienes conocí en este maravilloso periodo de vida y contribuyeron a llegar tan lejos.*

***Nicolás***

### **Agradecimientos**

Agradecimientos a mi director de proyecto el Doctor William Pinto por su amplia colaboración y entrega durante todo el desarrollo del trabajo. Agradecerle en especial por sus ganas de enseñar y pedagogía que llenan de entusiasmo.

A mi codirector de proyecto de grado el estudiante de doctorado Oscar Bohórquez Becerra por entera disposición y actitud.

A la Universidad Industrial de Santander y la Escuela de Ingeniería Mecánica por brindar una educación de altísima calidad y formación ética y de valores.

Al semillero de investigación SIMA por darme muchas de las herramientas necesarias para completar el trabajo.

**Tabla de Contenido**

	<b>Pág.</b>
Introducción .....	14
1. Objetivos.....	15
1.1 Objetivo General.....	15
1.2 Objetivos Específicos.....	15
2. Marco Teórico.....	16
2.1 Materiales Viscoelásticos.....	16
2.1.1 Análisis mecánico dinámico DMA.....	18
2.1.2 Modelos del comportamiento viscoelástico.....	19
2.1.2.1 Modelo de Maxwell .....	19
2.1.2.2 Modelo de generalizado de Maxwell.....	20
2.1.2.3 Modelo Kelvin-Voigt.....	21
2.1.3 Series de Prony .....	22
2.1.4 Series de Prony en ANSYS.....	23
2.2 Análisis modal experimental EMA.....	24
2.3 Modal assurance criterion MAC.....	25
2.4 Half-Power Bandwidth Method (Peak- picking). .....	28
3. Metodología .....	30
3.1 Obtención de datos y Ajuste del modelo. ....	30
3.1.1 Proceso de recopilación de datos del DMA y sus resultados.....	30
3.1.2 Ajuste de datos al modelo de ANSYS. ....	33
3.1.3 Ajuste mediante Matlab con Levenberg-Marquard .....	34

3.2	Análisis Modal Experimental. ....	35
3.2.1	Proceso de impresión del TPU y armado de la viga tipo sándwich.....	35
3.2.1.1	Tratamientos del material. ....	35
3.2.1.2	Diseño de las probetas. ....	36
3.2.1.3	Impresión de las probetas.....	36
3.2.1.4	Armado de la viga tipo sándwich.....	38
3.2.2	Desarrollo del análisis modal experimental.....	39
3.2.2.1	Equipos de adquisición de datos usados. ....	39
3.2.2.1.1	Módulo de adquisición de datos. ....	39
3.2.2.1.2	Martillo excitador.....	40
3.2.2.1.3	Acelerómetro.....	40
3.2.2.2	Montaje del experimento. ....	41
3.2.2.2.1	Parámetros de medición.....	44
3.2.2.2.2	Proceso de toma de datos.....	44
3.2.2.3	Datos obtenidos (modos y FRF). ....	45
3.2.2.3.1	Post procesamiento de las formas modales.....	47
3.2.3	Análisis numérico en ANSYS. ....	48
3.2.3.1	Carga inicial de datos y mallado.....	48
3.2.3.1.1	Importación y arreglos de la geometría. ....	48
3.2.3.1.2	Carga de datos de viscoelasticidad y propiedades del material. ....	48
3.2.3.1.3	Carga de los parámetros de Prony en ANSYS.....	48
3.2.3.1.4	Consideraciones del mallado. ....	49
3.2.3.2	Análisis Modal.....	51

3.2.3.2.1	Formas modales. ....	51
3.2.3.2.2	Proceso de obtención de datos a partir de las formas modales. ....	53
3.2.3.3	Respuesta armónica. ....	54
3.2.3.4	Cálculo damping ratio. ....	55
4.	Análisis de resultados ....	56
4.1	Resultado de ajuste de datos ....	56
4.2	Datos obtenidos en el EMA y ANSYS ....	58
4.2.1	Comparación de datos experimentales y numéricos mediante el MAC ....	60
4.2.2	Resultados del damping ratio y frecuencias naturales ....	61
5.	Conclusiones ....	63
6.	Recomendaciones ....	64
	Referencias Bibliográficas ....	65
	Apéndices. ....	67

**Lista de Tablas**

	<b>Pág.</b>
Tabla 1 Datos del DMA de módulo de almacenamiento, de pérdida, el complejo y tan ( $\delta$ ).....	33
Tabla 2 Datos obtenidos por el ajuste por el método de Levenberg-Marquard.....	35
Tabla 3 Parámetros de impresión.....	37
Tabla 4 Tabla procesamiento de datos de la forma modal 1.....	47
Tabla 5 Tabla procesamiento de datos formas modales ANSYS .....	54
Tabla 6 Valores de damping ratio provenientes del hamonic response ANSYS.....	55
Tabla 7 Matriz numérica y experimental.....	58
Tabla 8 Comparación de los datos experimentales mediante el error porcentual.....	62
Tabla 9 Tabla procesamiento de datos de la forma modal 2.....	75
Tabla 10 Tabla procesamiento de datos de la forma modal 3.....	75

**Lista de Figuras**

	<b>Pág.</b>
Figura 1 Ilustración ángulo de desfase entre la fuerza cíclica y la respuesta del material .....	18
Figura 2 Ilustración del modelo de Maxwell .....	20
Figura 3 Modelo generalizado de Maxwell .....	21
Figura 4 Modelo simplificado de Kelvin-Voigt.....	22
Figura 5 MAC ejemplo 2D .....	27
Figura 6 Método de peak-picking .....	29
Figura 7 Croquis ilustrativo para modelado de ecuaciones .....	31
Figura 8 Diseño probeta final con $n_a = 4$ con pestañas para realizar agarre .....	32
Figura 9 Impresiones de prueba para la calibración óptima de la impresora.....	37
Figura 10 Probetas impresas resultado final .....	38
Figura 11 Armado de viga tipo sándwich .....	39
Figura 12 Oros 35 módulo de adquisición de datos y Hammer DYNAPULSE 5850 B .....	40
Figura 13 Acelerómetro DYTRAN 10.66 mv/g .....	41
Figura 14 Montaje viga tipo sándwich a un anclaje fijo.....	42
Figura 15 Montaje del experimento de una viga tipo sándwich para el EMA .....	43
Figura 16 Gráfica FRF .....	45
Figura 17 Gráfica de los primeros dos modos en 7,5 Hz y 32,7 Hz .....	46
Figura 18 Gráfica de los siguientes dos modos en 76,1 Hz y 131,58 Hz .....	46
Figura 19 Carga de parámetros de viscoelasticidad en ANSYS.....	49
Figura 20 Continuidad entre la interfaz de mallado.....	50

Figura 21 Tabla element quality ANSYS .....	50
Figura 22 Forma modal 1 en flexión de la viga tipo sándwich.....	51
Figura 23 Forma modal 2 en flexión de la viga tipo sándwich.....	52
Figura 24 Forma modal 3 en flexión de la viga tipo sándwich.....	52
Figura 25 Representación del path generado a lo largo de la viga .....	53
Figura 26 Gráfica de función de respuesta de frecuencia del modelo numérico .....	55
Figura 27 Gráfica $\tan(\delta)$ .....	57
Figura 28 Módulo de relajación en función del tiempo .....	57
Figura 29 CrossMAC entre datos experimentales .....	59
Figura 30 CrossMAC experimental y numérico .....	60
Figura 31 Comparativa de las formas modales entre experimental y teórica .....	61
Figura 32 Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA (módulo de almacenamiento) .....	69
Figura 33 Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA (módulo de pérdida) .....	69
Figura 34 Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA $\tan(\delta)$ .....	70
Figura 35 Explosionada viga completa.....	71
Figura 36 Vista isométrica del elemento interno de la viga.....	72
Figura 37 Vista isométrica del elemento externo de la viga.....	72
Figura 38 Artillery Sidewinder X1 .....	73
Figura 39 Viga empotrada en un extremo a una estructura rígida .....	74
Figura 40 Montaje del experimento de una viga tipo sándwich para el EMA vista 2 .....	74
Figura 41 Selección del User Defined Result .....	76
Figura 42 Uso del código UVECTORS.....	76
Figura 43 Modos resultados del path.....	77

Figura 44 Módulo de almacenamiento .....	78
Figura 45 Módulo de pérdida.....	78
Figura 46 CrossMAC entre datos experimentales 2D .....	80
Figura 47 CrossMAC entre datos numéricos y experimentales 2D.....	81

**Lista de Apéndices**

	<b>pág.</b>
Apéndice A. Script de Matlab para la optimización de los datos del DMA.....	67
Apéndice B. Ecuaciones usadas para la determinación de las medidas de la probeta.....	70
Apéndice C. Esquematización de la probeta principal despiece y piezas.....	71
Apéndice D. Impresora 3d Artillery Sidewinder X1. ....	73
Apéndice E. Montaje del EMA para una viga en voladizo tipo sándwich. ....	74
Apéndice F. Procesamiento de las formas modales 2 y 3.....	75
Apéndice G. Proceso de descarga de las formas modales para el path.....	76
Apéndice H. Figura de cada modo resultante con la herramienta path. ....	77
Apéndice I. Módulos de almacenamiento, pérdida y el script con el modelo resultante.....	77
Apéndice J. CrossMAC en 2D.....	80

## Resumen

**Título:** Análisis Numérico y Experimental de un Material Viscoelástico Implementado en un Sistema con Amortiguación Pasiva en una Viga Tipo Sándwich.\*

**Autor:** Nicolás Camargo Alvarado\*\*

**Palabras Clave:** Viscoelasticidad, amortiguación pasiva, caracterización, experimento, ANSYS.

### Descripción:

El uso de materiales específicos para aplicaciones de amortiguamiento pasivo ha llevado a la investigación continua de nuevos materiales o materiales existentes para su desempeño en este campo, junto al emergente uso de metamateriales y métodos de fabricación o prototipado rápido que facilitan esta tarea como la impresión 3d. Su amplia aplicación en diferentes campos está permitiendo su desarrollo en cuanto al nivel de complejidad de las geometrías como diferentes métodos de construcción y diseño. Mejorando con ello la factibilidad de las posibles aplicaciones en diversos sistemas de trabajo.

En este trabajo se revisaron las características mecánicas del material TPU NinjaFlex™ y sus propiedades de amortiguamiento desde un enfoque de ajuste. Su tipo de arquitectura del material (llenados hexaédricos con un número de orificios  $N_a=3$ ). Se ajustaron los datos al modelo de series de Prony con el fin de realizar su análisis numérico mediante el software ANSYS. Siendo este modelamiento validado con la experimentación del sistema de amortiguación pasiva de vibraciones en una viga tipo sándwich que representa y simplifica diversas aplicaciones para la evaluación de su viabilidad de construcción.

Se evidenció la dependencia del tiempo en cuanto módulo de relajación de un material viscoelástico. Se encontró una capacidad de amortiguamiento descrita mediante un damping ratio de 3,49% a un rango de frecuencia de 7,5 Hz para un sistema de una viga tipo sándwich con la interfaz (aluminio/TPU/aluminio). El rango de frecuencia es para este tipo de sistemas que muestra otro pico de capacidad de amortiguamiento es cercano a 32,7 Hz con un valor de 3,264%. Durante el desarrollo del proyecto se resaltó sencilla y precisa implementación del EMA para la experimentación modal.

---

\* Trabajo de Grado

\*\* Facultad de Físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director: William Pinto Hernandez. PhD: Ingeniería Mecánica. Codirector: Oscar Bohórquez Becerra Estudiante de PhD. Ingeniero Mecánico.

## Abstract

**Title:** Numerical and Experimental Analysis of a Viscoelastic Material Implemented in a System with Passive Damping in a Sandwich Beam\*

**Author(s):** Nicolás Camargo Alvarado \*\*

**Key Words:** Viscoelasticity, passive damping, characterization, experiment, Ansys.

### Description:

The use of specific materials for passive damping applications has led to the continuous investigation of new materials or existing materials for their performance in this field, together with the emerging use of metamaterials and rapid manufacturing or prototyping methods that facilitate this task, such as 3d printing. Its wide application in different fields is allowing its development in terms of the level of complexity of the geometries as different construction and design methods. Thus, improving the feasibility of possible applications in various work systems.

In this work, the mechanical characteristics of the NinjaFlex™ TPU material and its damping properties were reviewed from a fit approach. Its type of material architecture (hexahedral fillings with several holes  $N_a=3$ ). The data was fitted to the Prony series model to perform its numerical analysis using the ANSYS software. Being this modeling validated with the experimentation of the passive vibration damping system in a sandwich beam that represents and simplifies various applications for the evaluation of its construction feasibility.

The dependence of time on the relaxation modulus of a viscoelastic material was evidenced. A damping capacity described by a damping ratio of 3.49% at a frequency range of 7.5 Hz was found for a sandwich beam system with the interface (aluminum/TPU/aluminum). The frequency range is for this type of systems that shows another peak of damping capacity is close to 32.7 Hz with a value of 3.264%. During the development of the project, the simple and accurate implementation of the EMA for modal experimentation was highlighted.

---

\* Degree Work

\*\*Faculty of Physico-mechanics. School of Mechanical Engineering. Director: William Pinto Hernandez. PhD: Mechanical Engineering. Co-director: Oscar Bohórquez Becerra PhD student. Mechanical engineer.

## Introducción

La búsqueda constante de materiales que presenten características sobresalientes para las aplicaciones y que además mejoren aspectos tales como su eco compatibilidad es una tarea bastante ardua. Asimismo, la tecnificación e innovación constante de algunos procesos y productos hace que su fabricación se dificulte. El estudio de materiales compuestos ha supuesto una amplia gama de soluciones a estas búsquedas. Una de las características más relevantes para este campo es la del amortiguamiento de vibraciones pasiva, que permite alargar la vida útil de los productos, mediante la reducción de la fatiga generada por los movimientos u oscilaciones extras gracias a no tener esta cualidad.

Al centrarse en el amortiguamiento pasivo de vibraciones existen diversos materiales usados en la actualidad y potencialmente buenos para dichas aplicaciones. Como los materiales viscoelásticos que permiten con sus propiedades de elasticidad y comportamiento viscoso generar un apoyo fundamental para este campo. Uno de estos materiales es el TPU que además de presentar estas características permite ser procesado por moldeado por deposición fundida, lo que facilita el prototipado reduciendo los costos y empleo del tiempo. Una de las aplicaciones son las vigas en voladizo ya que simplifican en gran medida los potenciales usos del material.

Con relación a lo anterior, se plantea el uso de una viga en voladizo tipo sándwich que posea un núcleo de material viscoelástico TPU. El cual provee al sistema un amortiguamiento pasivo que toma ventaja de las características brindadas por el material en este aspecto. Debe ser comprobado de manera experimental y numérica para validar los resultados obtenidos, teniendo presente siempre los softwares de simulación existentes para el desarrollo de este.

## **1. Objetivos**

### **1.1 Objetivo General**

Aportar al propósito de la escuela de Ingeniería Mecánica en la Universidad Industrial de Santander de fomentar la investigación y la extensión con el fin de contribuir al desarrollo social, científico y tecnológico y dar respuesta a las necesidades de la sociedad, mediante el análisis numérico y experimental de un material viscoelástico comercial de poliuretano termoplástico y fabricado a partir de manufactura aditiva para aplicaciones en sistemas de amortiguación pasiva.

### **1.2 Objetivos Específicos**

Ajustar a partir de los datos experimentales disponibles en la literatura el modelo de viscoelasticidad de series de Prony mediante el algoritmo de Levenberg Marquardt usando el software Matlab.

Modelar numéricamente una estructura tipo sándwich (aluminio/TPU/aluminio) y verificar sus características modales y de frecuencia amortiguamiento mediante el software ANSYS.

Evaluar el desempeño del sistema de amortiguación pasiva en una viga tipo sándwich para verificar su comportamiento dinámico a partir del modelo numérico desarrollado y los resultados experimentales, validando los datos a través del indicador Modal Assurance Criterion.

## 2. Marco Teórico

Para introducir el tema de una manera más oportuna y aclarar varios conceptos de este, se realiza una sección que sustenta la teoría pertinente para la comprensión del proceso realizado durante el desarrollo del proyecto.

### 2.1 Materiales Viscoelásticos

El concepto de viscoelasticidad es fundamental para comprender el comportamiento de estos, siendo una propiedad que poseen ciertos materiales en los cuales su comportamiento bajo una carga es la combinación de la propiedad de elasticidad con la propiedad de viscosidad, como menciona en el texto (Lakes, 2009) diciendo que “El comportamiento viscoelástico se manifiesta en la fluencia, o una deformación continua de un material bajo carga constante; y en la relajación de tensiones, o una reducción progresiva de las tensiones mientras un material está en constante deformación”. Partiendo de esto es importante conocer los dos fenómenos que gobiernan el comportamiento de los materiales, en seguida se muestra una explicación sencilla del concepto de elasticidad y de viscosidad presentes en los materiales.

Los materiales elásticos presentan una recuperación inmediata de su longitud característica a tensión cero después que estos son liberados de la carga (Lakes, 2009). No manifiestan una deformación permanente siempre y cuando se conserve esta deformación dentro de su rango elástico. Este comportamiento elástico se representa con la siguiente ecuación.

$$\sigma = E * \varepsilon \quad (1)$$

Donde E es el módulo de Young y  $\varepsilon$  es la deformación unitaria del material.

Para el caso viscoso se tiene que la viscosidad como propiedad es la oposición que brindan las moléculas de un fluido a deformarse o "fluir" y producir el cizallamiento. Todo esto gracias a las fuerzas de adherencia de las moléculas. Siendo el anterior comportamiento representado con la siguiente ecuación.

$$\tau = \mu * \frac{\Delta V}{\Delta y} \quad ( 2 )$$

Donde  $\tau$  es el esfuerzo cortante y  $\frac{\Delta V}{\Delta y}$  es el gradiente de velocidad respecto al espacio. Además, se puede apreciar la propiedad que gobierna esta ecuación denominada  $\mu$  (viscosidad dinámica) que es la constante de proporcionalidad de la ecuación propuesta por Newton.

Las propiedades dinámicas de los materiales demuestran proyección y desempeño de los materiales en su condición de disipación de energía. Para esta propiedad de disipación de energía aparece un concepto descrito como el módulo complejo  $G^*(\omega)$  que es una cantidad que se puede dividir en una parte real y una parte imaginaria, denominada módulo de almacenamiento  $G'(\omega)$ , y módulo de pérdida  $G''(\omega)$ , respectivamente. El módulo de almacenamiento  $G'(\omega)$  describe la capacidad que tiene un material de almacenar y devolver energía al entorno, y el módulo de pérdida  $G''(\omega)$  describe la capacidad de un material de disipación de energía sobre su estructura interna. (Tapia & Lugo, 2020, p2).

La relación del módulo complejo con los otros dos módulos se muestra en la siguiente ecuación.

$$G^*(\omega) = G'(\omega) + iG''(\omega) \quad ( 3 )$$

### 2.1.1 Análisis mecánico dinámico DMA

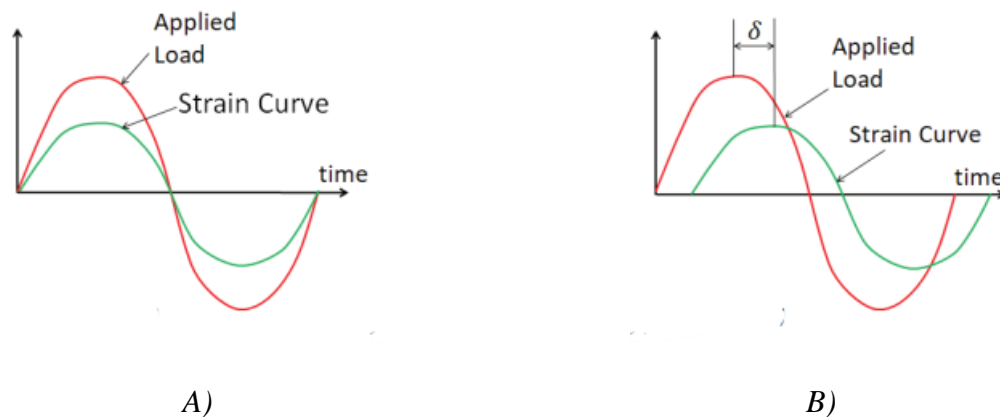
Un Análisis Dinámico Mecánico o mejor conocido por sus siglas en inglés (DMA) registra y determina las propiedades viscoelásticas tales como el módulo de elasticidad y los valores de amortiguación mediante la aplicación de una fuerza de oscilación en la muestra. (Dynamic Mechanical Analysis (DMA) - NETZSCH Analyzing & Testing, 2020).

Durante la obtención de datos experimentales en el proceso del DMA, en la figura 1 se puede observar un desfase entre la fuerza de excitación (entrada) aplicada sobre el material y la deformación del sistema (salida). Se evidencia un ángulo denotado como  $\delta$  que se puede expresar mediante la siguiente ecuación.

$$\tan(\delta) = \frac{G''}{G'} \quad (4)$$

**Figura 1**

*Ilustración ángulo de desfase entre la fuerza cíclica y la respuesta del material*



*Nota.* A) Muestra las gráficas de un material ideal 100 % elástico, donde ambas curvas están en fase, B) muestra las parcelas de un material viscoelástico donde hay una fase retraso entre ambas curvas. Tomada de Ingeniería Investigación y tecnología (p. 2), Tapia M, Lugo L, 2020, México. El valor de  $\tan(\delta)$  permite conocer de un modo sencillo que entre mayor sea el valor de  $\tan(\delta)$  en un material, mayor será su capacidad de amortiguar y viceversa.

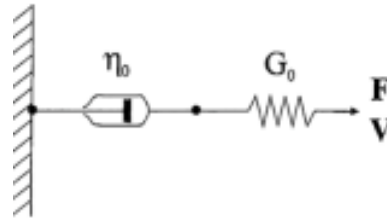
### **2.1.2 Modelos del comportamiento viscoelástico**

En la actualidad se tienen diversos modelos reológicos para modelar el comportamiento y ver las pequeñas deformaciones de estos materiales, los modelos han sido abordados a partir de elementos físicos simples pero fundamentales tales los resortes y amortiguadores lineales que gracias al nivel de simplicidad y conocimiento de estos permiten modelar con gran aproximación este comportamiento de almacenamiento y disipación de energía.

A partir del uso de dos elementos físicos y diferentes configuraciones de estos se basan los principales modelos existentes en la actualidad, dos de los principales modelos son el modelo generalizado de Maxwell y de Kelvin-Voigt.

#### **2.1.2.1 Modelo de Maxwell**

Este modelo es uno de los más conocidos en la actualidad tanto como su efectividad y simplicidad de este modelo, que consta de un resorte unido a un amortiguador ambos conectados en serie con comportamiento de desplazamiento de manera lineal. El resorte representa el comportamiento lineal de la relación de esfuerzos internos del material y el amortiguador muestra la parte viscosa del comportamiento, siendo ambos un mecanismo de disipación de energía o la respuesta viscoelástica del mismo. En la figura 2 se presenta con mayor claridad este modelo.

**Figura 2***Ilustración del modelo de Maxwell*

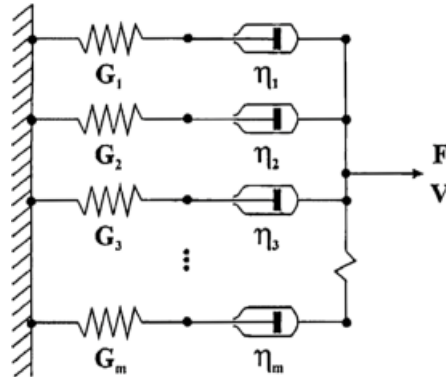
*Nota.* Tomada de Rheology of polymeric systems: principles and applications (p. 165), Carreau P, Kee D, Chhabra R, 2021, Munich.

Con lo anterior se obtiene el modelo matemático expresado en la siguiente ecuación.

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{G_0} \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{\eta} \sigma \quad (5)$$

**2.1.2.2 Modelo de generalizado de Maxwell**

El modelo simple de Maxwell rige los comportamientos lineales de algunos materiales con una buena aproximación, pero los polímeros poseen diversas propiedades más complejas, este acercamiento al comportamiento real no son suficientes al menos desde el punto de vista ingenieril. Debido a lo anterior se han propuesto diversas teorías para modelar los diferentes núcleos de relajación existentes dentro de la distribución molecular del material (Carreau et al., 2021). En la figura 3 se muestra de manera grafica el uso de resortes y amortiguadores conectados en paralelo para considerar el comportamiento de materiales como los polímeros.

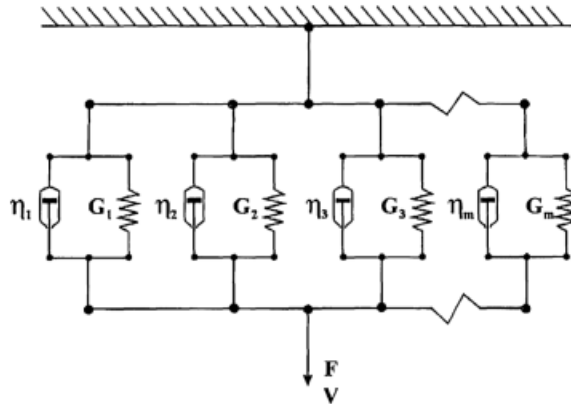
**Figura 3***Modelo generalizado de Maxwell*

*Nota.* Cada pareja de resorte y amortiguador conectado en serie representa lo que se le denomina núcleo de relajación. Tomada de Rheology of polymeric systems: principles and applications (p. 203), Carreau P, Kee D, Chhabra R, 2021, Munich.

Además

### 2.1.2.3 Modelo Kelvin-Voigt.

Este modelo posee una distribución del resorte y el amortiguador en manera paralela, además este modelo al igual que el de Maxwell posee una versión generalizada para considerar el especial comportamiento de los polímeros de la misma manera generando una configuración en paralelo del modelo simplificado de Kelvin-Voigt. A continuación, se presenta en la figura 4 la manera esquemática del modelo simplificado de Kelvin-Voigt.

**Figura 4***Modelo simplificado de Kelvin-Voigt.*

*Nota.* Tomada de Rheology of polymeric systems: principles and applications (p. 213), Carreau P, Kee D, Chhabra R, 2021, Munich.

### 2.1.3 Series de Prony

En el comportamiento de los materiales influyen características importantes tales como la temperatura, propiedades internas y únicas de ciertos materiales. En el caso de la viscoelasticidad se poseen varios modelos empíricos y teóricos mencionados anteriormente que permiten en conjunto crear modelos constitutivos que se ajusten aún más a la realidad. Las series de Dirichlet–Prony son una ecuación constitutiva que modela el comportamiento viscoelástico.

En el modelo generalizado de Maxwell posee conjuntos simplificados de este (resorte-amortiguador en serie) conocidos como módulos de relajación los cuales se comportan de acuerdo con la siguiente expresión en función del tiempo (Tapia & Lugo, 2020).

$$G_i(t) = G_i * e^{-t/\tau_i} \quad (6)$$

Donde  $G_i$  es la constante del resorte y  $\tau_i$  es el tiempo de relajación del elemento que se encuentra correlacionado directamente con el amortiguador presente en el módulo de relajación simple de la siguiente manera.

$$\tau_i = \frac{\eta_i}{G_i} \quad (7)$$

Donde  $\eta_i$  es la constante del amortiguador.

Se observa en la figura 3 que el modelo generalizado de Maxwell posee un número finito de módulos de relajación en paralelo dentro del mismo de manera que para obtener su valor global se requiere del uso de una sumatoria donde  $i$  corresponde a el número de módulos de relajación tomados de la siguiente manera.

$$G_i(t) = \sum_i G_i * e^{-t/\tau_i} \quad (8)$$

Según (Ferry, 1980) cuando  $t$  tiende a infinito y se está evaluando un material cuyo estado se asemeja más a el de un sólido, el valor de  $G_i(t)$  va a corresponder a un valor finito que en este caso será denotado como  $G_e$  denominado de forma práctica como módulo estático y el valor de esta constante tiende a cero cuando el estado del material en estudio tiende a ser fluido o líquido y será explicado más adelante durante el desarrollo proyecto. A continuación, se da una expresión a la cual se le conoce como la serie de Prony.

$$G(t) = G_e + \sum_i G_i * e^{-t/\tau_i} \quad (9)$$

#### 2.1.4 Series de Prony en ANSYS

En el comportamiento no linear de materiales, las propiedades viscoelásticas, así como su respectivo modelamiento en el software de simulación ANSYS se encuentra regido por el modelo

generalizado de Maxwell aplicado directamente mediante las series de Prony. La expresión utilizada para las series de Prony en el dominio del tiempo en el software ANSYS por:

$$G(t) = G_o(\alpha_\infty^G + \sum_{i=1} G_i * e^{-\frac{t}{\tau_i}}) \quad (10)$$

Donde consideran a  $G_o$  como el módulo de relajación para el tiempo  $t=0$  [s] y aparece un nuevo término  $\alpha_\infty^G$  conocido como el módulo relativo, este representa la relación entre cada módulo de relajación ( $G_1, G_2$ ) con  $G_o$ .

Para este tipo de análisis en ANSYS se usa la expresión en el dominio de la frecuencia y se desarrolla de la siguiente manera para encontrar los módulos de almacenamiento  $G'$  y pérdida  $G''$  referenciados con anterioridad en la ecuación 3:

$$G'(\omega) = G_o * \left[ 1 + \sum_{i=1} -\alpha_\infty^G + \frac{\alpha_i(\tau_i^2 \omega^2)}{(1 + (\tau_i^2 \omega^2))} \right] \quad (11)$$

$$G''(\omega) = G_o \sum_{i=1} \frac{\alpha_i(\tau_i \omega)}{(1 + (\tau_i^2 \omega^2))} \quad (12)$$

Con  $\omega$  como el valor de la frecuencia en rad/s.

## 2.2 Análisis modal experimental EMA.

Es un elemento de estudio bastante usado en la actualidad para conocer datos tales como las frecuencias naturales, los modos de vibración y los factores de amortiguamiento entre otros. Este tipo de análisis se realiza usualmente mediante un hammer (martillo modal o con un shaker).

Por lo que en un EMA se realiza una revisión de las propiedades dinámicas, estas dependen directamente de la masa, la rigidez y de las propiedades de amortiguación inherentes a la

estructura. Esto determina la respuesta de vibración estructural durante la exposición a las cargas operativas. Cualquier deformación de un sistema estructural lineal se puede expresar como la combinación de múltiples desplazamientos de puntos finitos sobre la estructura que al ser unidos por medio de líneas pueden ejemplificar un modo del sistema y una mejor representación de este depende proporcionalmente del número de puntos tomados mediante la aplicación del EMA (SIEMENS, 2022). Esto es fundamental, ya que uno de los datos principales obtenidos gracias a este tipo de análisis son las formas modales de la estructura en vibración para cada una de sus frecuencias de resonancia alcanzadas por los métodos nombrados para la excitación de la estructura. Este presenta 4 pasos generales, que son: excitación de la estructura, medición de las vibraciones mediante sensores (acelerómetros, etc.), tratamiento digital de las señales adquiridas y por último análisis de las señales.

En el caso del modelamiento numérico se presentan múltiples ventajas, gracias a que este va a presentar un indicio aceptable de las condiciones vibratorias del sistema de una manera eficiente y rápida. Dicho lo anterior es posible también usarlo como método de validación de los datos obtenidos en el análisis modal experimental. Nunca habrá plena exactitud de este ya que depende principalmente de la cantidad de factores externos incluidos en la simulación y de las propiedades de los materiales incluidas en la misma. Además, los softwares de simulación tienen consideraciones, aproximaciones y en algunos casos idealizaciones que corresponden generalmente al error asociado a estos.

### **2.3 Modal assurance criterion MAC.**

El criterio de aseguramiento modal (MAC) por sus siglas en inglés es una poderosa herramienta comúnmente usada para comparar los vectores modales de diferentes tipos de estudios, ya sea la comparación entre valores experimentales (dentro del mismo tipo de estudio)

como de valores experimentales y teóricos. “El desarrollo del MAC se modeló a partir del desarrollo del cálculo de coherencia ordinario asociado con el cálculo de la función de respuesta de frecuencia” (Pastor et al., 2012). El MAC usa un análisis de regresión lineal basada en mínimos cuadrados que da como resultado un criterio que genera una coherencia entre los datos de dos vectores o de diversas matrices a comparar.

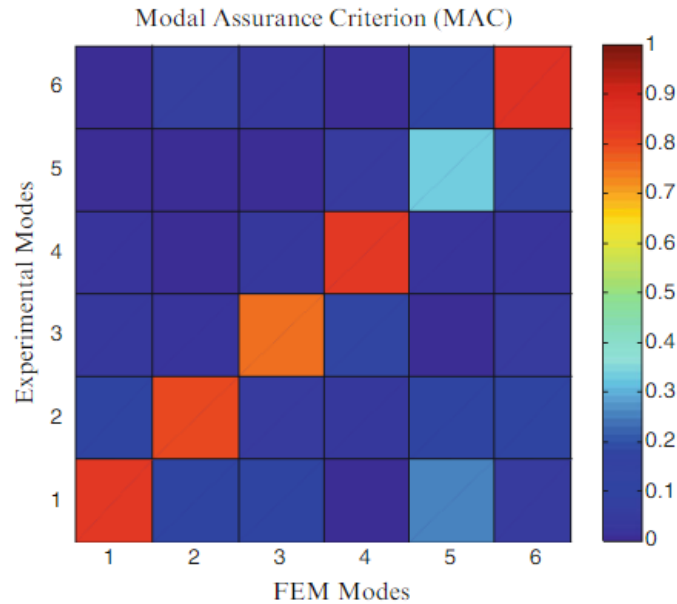
Cuando los datos se comparan entre ellos se le conoce como AutoMAC y cuando se realiza una comparación directa entre el modelo experimental con el numérico o el de elementos finitos se le conoce como CrossMAC (Pastor et al., 2012). La siguiente expresión es usada para determinar el MAC.

$$MAC(\{\varphi_A\}, \{\varphi_B\}) = \frac{|\{\varphi_A\}^T \{\varphi_B\}|^2}{(\{\varphi_A\}^T \{\varphi_B\})(\{\varphi_B\}^T \{\varphi_A\})} \quad (13)$$

Donde  $\{\varphi_A\}$  representa el vector de comparación 1 y  $\{\varphi_B\}$  el vector 2, y el exponente T indica el transpuesto del mismo vector.

Este criterio es presentado normalmente en forma de un gráfico en 2D tanto como en un gráfico en 3D, para su interpretación se tiene que los valores cercanos a 0 no presentan una relación de correspondencia consistente o correcta y que de los valores entre 0,9 a 1 indican una correspondencia consistente (Pastor et al., 2012, p3).

A continuación, se muestra en la figura un tipo de gráfico usado para la presentación de los datos donde además de los valores incluidos dentro de cada recuadro de la matriz se evidencia una escala de color que permite visualizar de una mejor manera los resultados obtenidos por el MAC.

**Figura 5***MAC ejemplo 2D*

*Nota.* Tomada Topics in Modal Analysis II, Volume 8: Proceedings of the 32nd IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics, (Marques et al., 2014, p237).

Según (Pastor et al., 2012) algunas de las razones por las que el valor del MAC puede ser 0 o su valor sea cercano es que:

- El sistema no es estacionario como resultado de los cambios en las propiedades de masa, rigidez y amortiguamiento durante la prueba.
- El sistema no es lineal
- Hay ruido en la forma del modo de referencia.
- La técnica de extracción de parámetros no es válida para el conjunto de datos medido

El MAC puede tomar un valor cercano a la unidad por las siguientes razones:

- El número de grados de libertad de respuesta es insuficiente para distinguir entre formas de modo independientes
- Las formas modales son el resultado de fuerzas no medidas en el sistema.
- Las formas de modo son principalmente ruido coherente
- Las formas modales representan el mismo movimiento diferente solo por un escalar

#### **2.4 Half-Power Bandwidth Method (Peak- picking).**

Este método es frecuentemente usado en experimentos que usan la medición de frecuencia como objeto de estudio, ya que presenta una gran facilidad en cuanto a la cantidad y capacidad de cálculo requerido para la estimación del damping ratio. Este método presenta además cierta coherencia o exactitud con respecto a los parámetros reales y es el método predilecto para hacer estimaciones de los sistemas estudiados. Se usa para ensayos tal y como podrían ser los ensayos con martillos de golpe o shakers, los cuales producen una gráfica de amplitud contra frecuencia (Alducin, 2017).

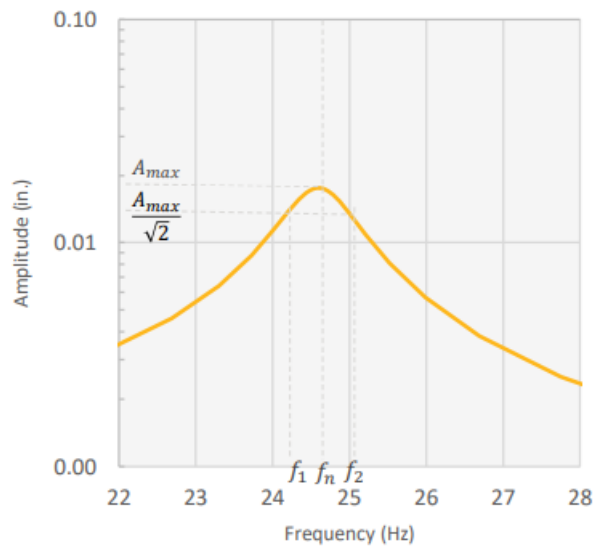
Este método posee los siguientes pasos:

1. Se debe tener la respuesta en frecuencia en forma de un diagrama de función de respuesta en frecuencia de los resultados experimentales o analíticos. A lo largo del rango del espectro aparecen las frecuencias naturales del sistema las cuales se deben identificar.
2. En cada una de las frecuencias naturales se debe identificar su amplitud máxima  $A_{max}$  (el módulo de esta) y multiplicarla de la siguiente manera  $\frac{A_{max}}{\sqrt{2}}$ .

3. Encontrar los Half power points que se hallan marcando una línea horizontal sobre la amplitud de  $\frac{A_{max}}{\sqrt{2}}$  esta línea corta dos puntos de la gráfica en forma de campana, estos dos puntos se les conoce como los Half power points. Se presenta la figura 6 para facilitar la interpretación.

### Figura 6

#### *Método de peak-picking*



*Nota.* Adaptado de Fundamentals of Damping Damping Effects-Lesson 2, Ansys.com

Esta línea corta la gráfica en dos puntos que se deben identificar en la parte inferior y corresponden a dos valores de frecuencia, uno mayor al de la frecuencia natural en ese punto y otro menor a la misma.

4. Se procede a calcular la relación de amortiguamiento modal mediante la siguiente expresión.

$$\xi = \frac{f_2 - f_1}{2 * f_n} \quad ( 14 )$$

### 3. Metodología

#### 3.1 Obtención de datos y Ajuste del modelo.

En esta sección se indica cómo se obtuvo los datos además de una explicación del proceso de ajuste de los datos obtenidos en el DMA.

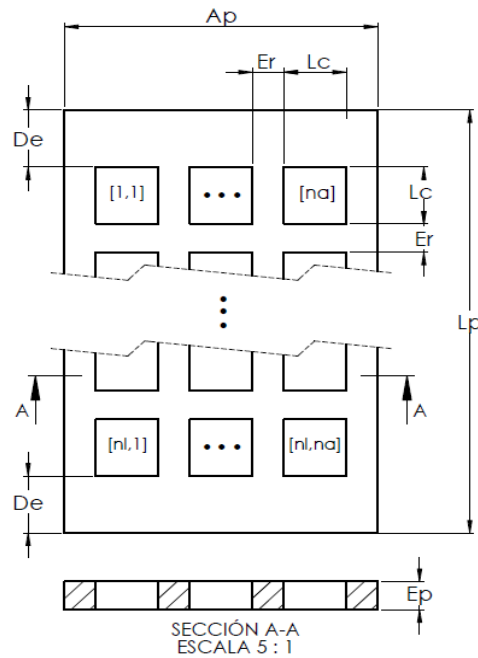
##### 3.1.1 *Proceso de recopilación de datos del DMA y sus resultados.*

Se adquirieron los datos de un análisis DMA existente en la literatura, a unas probetas del material TPU NinjaFlex™ de la marca NinjaTek, cuya geometría fue diseñada en especial para reducir el peso del material y aumentar su capacidad de amortiguamiento. El ensayo fue desarrollado bajo la norma de ensayos dinámicos a tensión ASTM D5026, en una máquina universal de ensayos (UTM) marca (Mechanical Testing Systems) ubicada en la Universidad Industrial de Santander en los laboratorios de ensayos mecánicos en la escuela de Ingeniería Mecánica.

El resultado del diseño de las probetas se puede resumir en la figura 7.

**Figura 7**

*Croquis ilustrativo para modelado de ecuaciones*

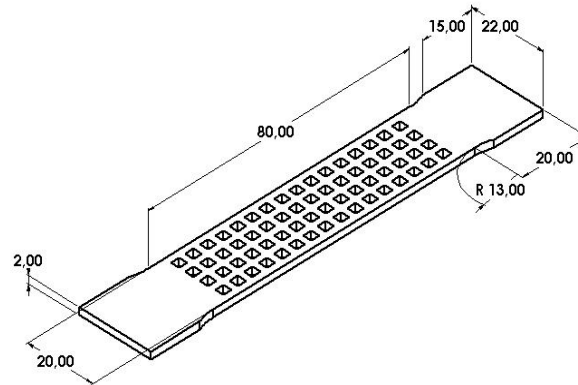


*Nota.* Tomada Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico fabricado por manufactura aditiva 3D para diferentes llenados hexaédricos, (Chacón & Meneses, 2022).

En cuanto al diseño del estudio se manejó una forma de rejillas o espaciados hexaédricos; para revisar la influencia de la geometría se varió el número de agujeros  $n_a$  de la siguiente manera para realizar los ensayos  $n_a=3$ ,  $n_a=4$ ,  $n_a=5$  y una probeta Maciza dejando una pestaña para el agarre de la máquina de ensayos. Se puede comprobar en la figura 8 el resultado final del diseño de esta (Chacón & Meneses, 2022).

**Figura 8**

*Diseño probeta final con  $n_a = 4$  con pestañas para realizar agarre*



*Nota.* Tomada Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico fabricado por manufactura aditiva 3D para diferentes llenados hexaédricos, (Chacón & Meneses, 2022).

Además, en cuanto al desarrollo del ensayo se tiene lo siguiente:

Se programó la máquina con un movimiento repetitivo sinusoidal (amplitud 1mm). El rango de frecuencias para cada ensayo correspondió a valores de 0.5 Hz, 1 Hz, 3 Hz, 5 Hz, 7 Hz, 10 Hz con una frecuencia de muestreo de 1024 Hz durante 30 segundos con el fin de obtener mayor aproximación. (Chacón & Meneses, 2022, p42)

Después de un procesamiento matemático de los datos bajo la norma ASTM D4065 fueron calculados los módulos de almacenamiento  $G'$  y el de pérdida  $G''$ , esto se realizó para cada una de las geometrías propuestas, concluyendo que: la probeta  $N_a=3$  es la configuración con mayor desempeño en cuanto a la absorción de vibraciones por lo que se toman para este estudio los datos de los módulos obtenidos. A continuación, en la tabla 1 se presentan los datos usados del anterior estudio para la continuidad de este trabajo.

**Tabla 1**

*Datos del DMA de módulo de almacenamiento, de pérdida, el complejo y tan ( $\delta$ )*

Frecuencia [hz]	G' [MPa]	G''[MPa]	G*[MPa]	Tan (delta)
0,50	7718769,13	1364738,30	7934598,35	0,1768
1,00	7691830,98	1197327,59	7827805,55	0,1557
3,00	8577165,51	2368846,26	8962036,13	0,2762
5,00	9336896,85	2082209,41	9688569,25	0,2230
7,00	10536029,06	2456509,00	10887629,76	0,2332
10,00	12709549,64	2433626,93	12995234,81	0,1915

*Nota.* Adaptado de los resultados del Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico fabricado por manufactura aditiva 3D para diferentes llenados hexaédricos, (Chacón & Meneses, 2022).

### 3.1.2 Ajuste de datos al modelo de ANSYS.

Debido a que se requiere modelar numéricamente mediante Ansys y este usa el modelo de series de Prony para materiales viscoelásticos, para poder cargar la información requerida primero fue necesario realizar un desarrollo matemático partiendo de la función en el dominio de la frecuencia que maneja ANSYS hasta encontrar los términos que requeridos por el software. El desarrollo parte desde las ecuaciones (11), (12) y se muestra una breve explicación a continuación:

Se desarrolla con dos módulos de relajación en las series de Prony en el dominio de la frecuencia por lo que se le añade el segundo término a la expresión.

$$G'(\omega) = \left[ G_o - G_o\alpha_1 - G_o\alpha_2 + \frac{G_o\alpha_1(\tau_1^2\omega^2)}{1 + \tau_1^2\omega^2} + \frac{G_o\alpha_2(\tau_2^2\omega^2)}{1 + \tau_2^2\omega^2} \right] \quad (15)$$

$$G''(\omega) = \left[ \frac{G_o \alpha_1 (\tau_1 \omega)}{(1 + (\tau_1^2 \omega^2))} + \frac{G_o \alpha_2 (\tau_2 \omega)}{(1 + (\tau_2^2 \omega^2))} \right] \quad (16)$$

Se presenta las siguientes relaciones nombradas con anterioridad como  $G_e$  y  $\alpha_1$  que son el módulo estático y módulo relativo respectivamente de la siguiente manera:

$$G_e = G_o - G_o \alpha_1 - G_o \alpha_2 \quad (17)$$

$$G_1 = G_o \alpha_1 \quad (18)$$

$$G_2 = G_o \alpha_2 \quad (19)$$

A partir de las relaciones mostradas anteriormente se puede generar un arreglo de la ecuación 15 y 16 obteniendo la siguiente expresión para poder realizar la optimización o ajuste de datos.

$$G'(\omega) = \left[ G_e + \frac{G_1 (\tau_1^2 \omega^2)}{1 + \tau_1^2 \omega^2} + \frac{G_2 (\tau_2^2 \omega^2)}{1 + \tau_2^2 \omega^2} \right] \quad (20)$$

$$G''(\omega) = \left[ \frac{G_1 (\tau_1 \omega)}{(1 + (\tau_1^2 \omega^2))} + \frac{G_2 (\tau_2 \omega)}{(1 + (\tau_2^2 \omega^2))} \right] \quad (21)$$

### 3.1.3 Ajuste mediante Matlab con Levenberg-Marquard

Teniendo en cuenta el desarrollo de las ecuaciones anteriores se procedió elaborar un script con el software Matlab usando la función de lsqnonlin Levenberg-Marquard que es el método de cuadrados no lineales para obtener una aproximación de los datos experimentales para  $N_a=3$  al modelo de series de Prony usado por el software de simulación ANSYS.

El número de módulos de relajación usado fue de  $n=2$ , se escoge este valor basado en datos de la literatura sobre la simulación en ANSYS y se recomienda esto para la correcta modelación de materiales viscoelásticos. El desarrollo y explicación del script se encuentra en el Apéndice A.

Para los parámetros de las series de Prony se obtuvieron los siguientes datos contenidos en la tabla 2 necesarios para el modelamiento en ANSYS:

**Tabla 2**

*Datos obtenidos por el ajuste por el método de Levenberg-Marquard.*

Datos Matlab	Datos ANSYS
X_1 = 1,6692	Ge = 1,669 [Mpa]
X_2 = 5,3825	$\alpha_1 = 0,4092$
X_3 = 0,0253	$\alpha_2 = 0,4639$
X_4 = 6,1024	$\tau_1 = 0,0253$
X_5 = 2,2549	$\tau_2 = 2,2549$

*Nota.* En la columna datos de ANSYS se presentan los parámetros después del uso de las relaciones expuestas en las (ecuaciones 17 a 19) debido a los requerimientos del software para su inclusión. Los datos que no indican unidades son adimensionales.

### **3.2 Análisis Modal Experimental.**

En esta sección inicia abordando el proceso de impresión del material y armado de la viga tipo sándwich hasta obtener el montaje final para la toma de datos del EMA.

#### **3.2.1 Proceso de impresión del TPU y armado de la viga tipo sándwich.**

Se hace introducción de manera ordenada de los pasos necesarios para la obtención de la viga tipo sándwich.

##### **3.2.1.1 Tratamientos del material.**

Se inició con la obtención de un rollo de TPU NinjaFlex™ el cual para una mejor calidad de impresión se puso en un horno a 80°C durante 10 horas para reducir la humedad absorbida por

el material después que ser almacenado. Después del secado del material se conservó dentro de una bolsa tipo zip hasta que llegase el momento de la impresión.

### **3.2.1.2 Diseño de las probetas.**

Se realizó un diseño de las probetas manejando las mismas proporciones y ecuaciones\* propuestas por Chacón & Meneses (2022) quedando así un diseño de probetas similar al de la figura 7 pero en el cual se tenían fijadas ciertas medidas para ingresar las ecuaciones, tales como la longitud total y ancho de esta. Basado en el aluminio comercial ASTM B221

Para la impresión se tenía presente que las probetas tenían una limitante de longitud por lo que se propuso un diseño de probetas de 15 cm de longitud con una pequeña muesca para después poder ser ensambladas hasta alcanzar la longitud total deseada. En el Apéndice C se ejemplifica cómo se encontraban constituidas las probetas y ensambladas mediante una proyección con el software Solidworks.

### **3.2.1.3 Impresión de las probetas.**

La impresión se realizó por manufactura por deposición fundida mediante el uso de la impresora 3d Artillery Sidewinder X1 que se muestra en el apéndice D.

Para mantener la homogeneidad de los datos experimentales obtenidos por Chacón & Meneses (2022) se conservaron los mismos parámetros de impresión para el TPU presentados a continuación en la tabla 3.

---

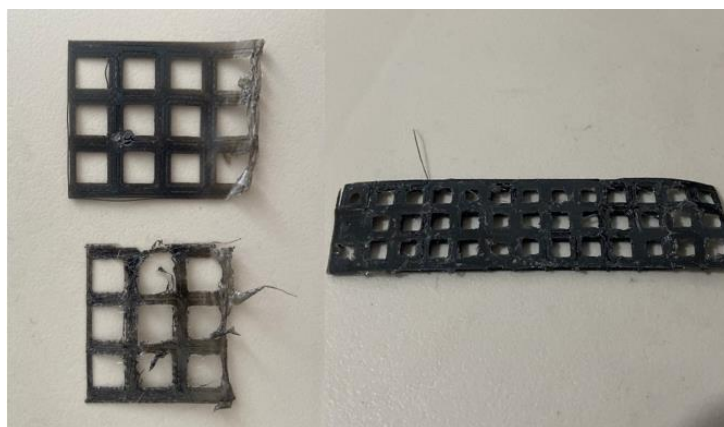
\* Revisar Apéndice B.

**Tabla 3***Parámetros de impresión.*

<b>Parámetros de impresión</b>			
Temperatura de Impresión (Extrusor)	250 °C	Temperatura de placa de impresión	60 °C
Densidad de relleno	100%	Patrón de relleno	Lineal
Altura de Capa (mm)	0.2	Número de capas	10
Velocidad de impresión (mm/s)	20	Distancia de retracción	2 mm
Velocidad de retracción (mm/s)	25	Tipo de adherencia	Falda

*Nota.* Tomada Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico fabricado por manufactura aditiva 3D para diferentes llenados hexaédricos, (Chacón & Meneses, 2022).

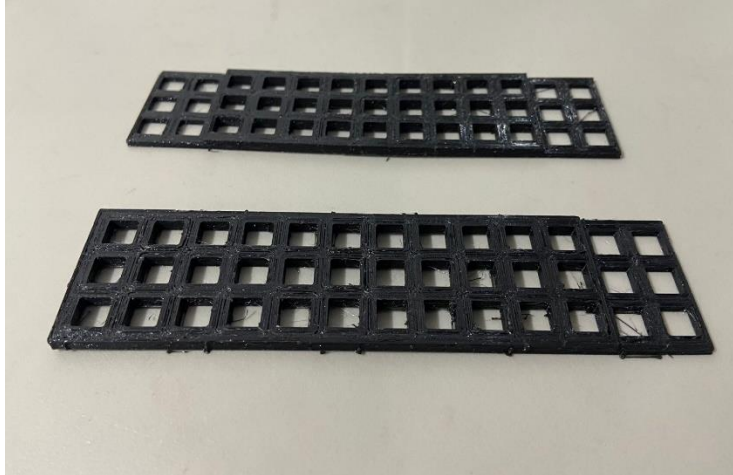
Para una adecuada impresión se realizaron pruebas del material para verificar la calidad del trabajo se muestra en la figura 9 algunas imágenes de las impresiones de prueba.

**Figura 9***Impresiones de prueba para la calibración óptima de la impresora.*

Para la corrección de defectos se soltó el tornillo del extrusor para que este no empujase el filamento hacia la boquilla con demasiada fuerza. Se presentan en la figura 10 las probetas impresas como resultado final.

**Figura 10**

*Probetas impresas resultado final*

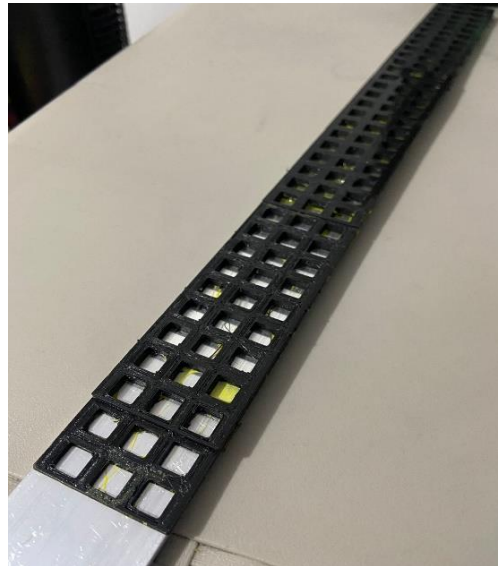
**3.2.1.4 Armado de la viga tipo sándwich.**

Después de impresas las probetas se procedió a mantener el protocolo de conservarlas en un empaque sellado tipo zip para reducir la entrada de humedad dentro del material (estas se conservaron en el empaque hasta un día antes de armar la viga para el montaje experimental posterior).

Se adquirió una platina de aluminio con un espesor de 1/8'' y 1,5'' de ancho para completar la viga tipo sándwich con una longitud total de 900 [mm]. Posterior a esto se ensambló la viga de manera manual con pegante sintético adhiriendo las probetas del material viscoelástico a lo largo de la platina de aluminio y al finalizar esto se pegó la otra platina de aluminio sobre la tira de probetas de TPU para completar con ello la viga tipo sándwich con configuración (aluminio/TPU/aluminio). Se presenta la figura 11 del proceso de armado.

**Figura 11**

*Armado de viga tipo sándwich*

**3.2.2 Desarrollo del análisis modal experimental.**

Se desarrolló el experimento con un montaje de viga en voladizo para examinar por medio del hammer sus frecuencias naturales y modos de vibración propios de ella. Lo anterior con objetivo de observar la capacidad del material para mitigar vibraciones.

**3.2.2.1 Equipos de adquisición de datos usados.**

Se enumeran los equipos y sensores usados con sus respectivas referencias y datos generales.

**3.2.2.1.1 Módulo de adquisición de datos.**

Se utilizó el módulo analizador de la empresa OROS de ref: OR-35-freq-8 de 8 canales de entrada y 4 canales de salidas y un ancho de banda de 20kHz disponible en el laboratorio de vibraciones mecánicas de la Escuela de Ingeniería Mecánica UIS.

### 3.2.2.1.2 Martillo excitador.

Se usó el modelo Dytran DYNAPULSE 5850 B con tres diferentes sensibilidades de 1.0 mv/Lbf, 10.8 mv/Lbf y 100.02 mv/Lbf con puntas de goma, Teflón y aluminio (se usó la punta de goma y teflón).

En la figura 12 se muestra el martillo Dytran junto al módulo de adquisición de datos Oros conectado en uno de sus canales.

### Figura 12

*Oros 35 módulo de adquisición de datos y Hammer DYNAPULSE 5850 B*

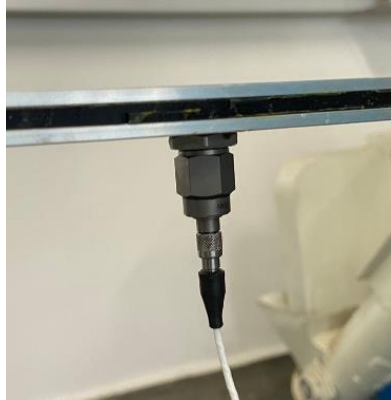


### 3.2.2.1.3 Acelerómetro.

Se utilizó un sensor de la marca DYTRAN uniaxial, con una sensibilidad de 10.66 mv/g.

**Figura 13**

*Acelerómetro DYTRAN 10.66 mv/g (10 g).*



*Nota.* El Acelerómetro fue montado luego de dividir la viga en 8 secciones iguales con 9 nodos correspondientes sobre la longitud total de la viga tipo sándwich, este sensor se ubicó en el eje -Z y en el 5 nodo contado desde el empotramiento.

**3.2.2.2 Montaje del experimento.**

Se dispuso de una prensa de sujeción por tornillos mostrada en la figura 14, la cual se atornilló directamente con el fin de garantizar la condición de empotramiento, ya que este presentaba una rigidez suficiente para este estudio. En esta se montó la viga tipo sándwich introduciéndola dentro de la prensa de sujeción 96 [mm] para obtener una longitud total para la viga de 803,9 [mm] en voladizo. Se introduce la siguiente imagen para mejorar la interpretación de esta parte del montaje.

**Figura 14**

*Montaje viga tipo sándwich a un anclaje fijo*



*Nota.* La sección de 96 [mm] de la viga que se encontraba aprisionada poseía una interfaz de (aluminio/aluminio/aluminio) para con ello poder general el apriete suficiente a la viga sin dañar el material viscoelástico presente en la otra porción de viga.

La viga se marcó en 9 puntos dividiéndola en 8 secciones para indicar donde realizar el golpe con el matillo excitador, el primer y último punto marcado sobre la longitud de la viga se tomaron a una distancia de 30 [mm] de cada uno de los extremos para mejorar la precisión en la posterior medición.

Se ubicó el acelerómetro en la mitad de la longitud total de la viga en voladizo (ver figura 13) debido a que el antinodo que es un punto de desplazamiento cero respecto al sistema sin

excitación presente en este punto de la viga se desplazó de este punto de medición gracias al empotramiento. Esto es contrario a el mismo punto en una viga sin el empotramiento en uno de sus extremos en la cual si se presenta uno de sus antinodos en la mitad de la longitud de esta.

Por último, se conectaron el acelerómetro y el martillo excitador al equipo de adquisición de datos y este último se conectó al computador para poder configurar el Software NVgate con su función especial Modal. El montaje total se puede evidenciar en la figura 15 y el resto de los detalles propios del montaje en el apéndice E.

### **Figura 15**

*Montaje del experimento de una viga tipo sándwich para el EMA*



### 3.2.2.2.1 *Parámetros de medición.*

Se configuró el software NVgate con su herramienta de Modal creando una línea con 9 nodos (lugares donde se va a golpear), y cada medición fue configurada en el eje -Z debido a la dirección del acelerómetro. En cuando a los datos de medición dentro del OROS a continuación se listan los más relevantes.

- Ancho de banda y frecuencia máxima de 400hz.
- Líneas de resolución = 800
- Tipo de ventana fuerza exponencial (debido a que se utiliza un hammer para eliminar el ruido del impuso)
- Sensibilidad del martillo 100 mv/Lbf
- Tiempo de muestra 2 s
- Criterio de Nyquist.  $2^{11} = 2048$  (Número de muestras)
- Frecuencia de muestreo 1024 Hz
- Tiempo de muestreo =  $1/1024$ hz
- Numero de golpes aceptables por cada nodo (5).

### 3.2.2.2.2 *Proceso de toma de datos.*

Primero se procedió a golpear 5 veces cada uno de los nodos en orden partiendo siempre desde el empotramiento. Cada golpe se configuró el software para que descarte los golpes no válidos para la medición (tales como los golpes dobles, golpes muy fuertes o suaves).

Posterior a esto se procede a calcular dentro del software Modal-OROS por medio del método **BroadBand** identificando primero el ancho de banda a analizar el cual se cortó al original de 400 Hz hasta 250 Hz debido a que los modos buscados se encontraban en este rango; las frecuencias

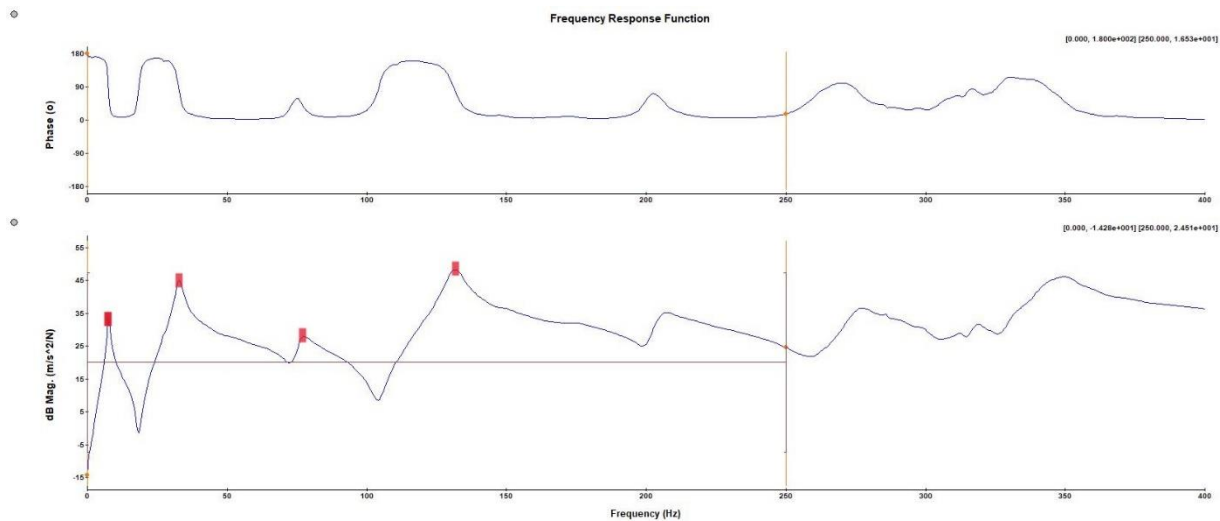
naturales, cada modo de vibración y su Damping ratio correspondiente a estos fueron calculadas con la función **Start Identification**.

### 3.2.2.3 Datos obtenidos (modos y FRF).

Gracias al software usado se colectó la información gráfica y numérica de cada una de las formas modales al igual que la función de respuesta en frecuencia mostradas a continuación.

**Figura 16**

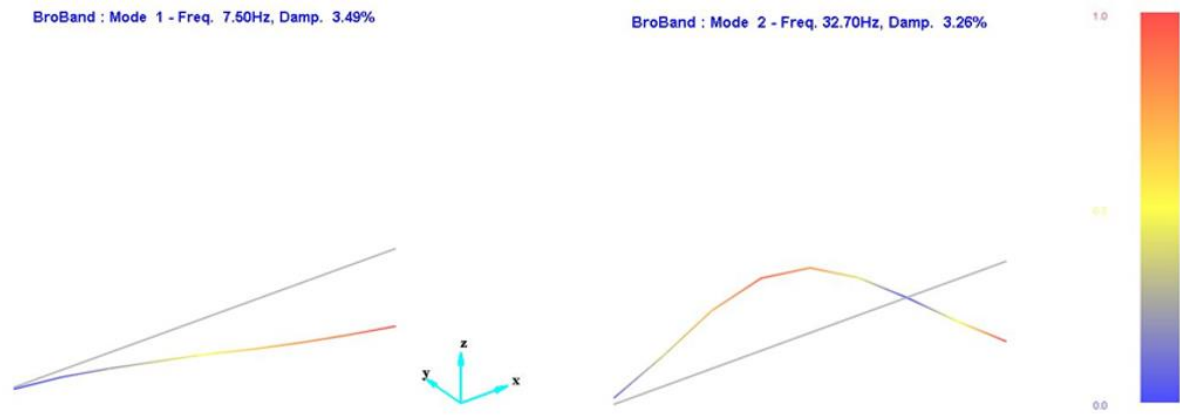
*Gráfica FRF*



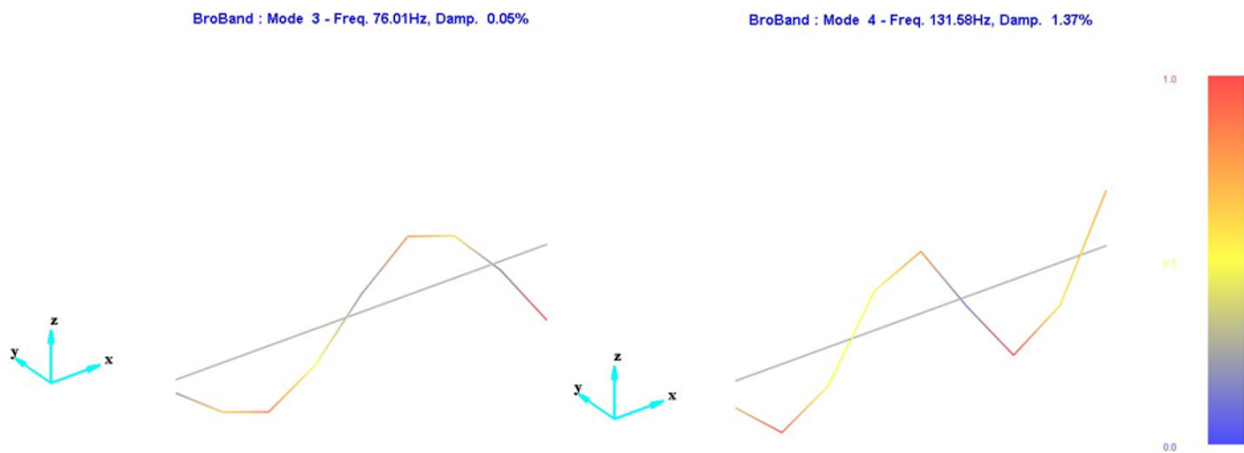
En la figura 16 se pueden evidenciar los picos de los primeros 4 picos señalados. A continuación, se muestran las formas modales de cada uno de estos modos con la información de sus frecuencias y las damping ratios calculados (figuras 17 y 18).

**Figura 17**

*Gráfica de los primeros dos modos en 7,5 Hz y 32,7 Hz*

**Figura 18**

*Gráfica de los siguientes dos modos en 76,1 Hz y 131,58 Hz*



Todo el proceso de experimentación anterior se realizó 4 veces soltando los tornillos de la viga totalmente y volviendo a posicionar su longitud total, además se realizaron en dos días diferentes

todo con el fin de comparar y verificar la reproducibilidad del experimento y ver sus variaciones que en la sección de análisis de resultados se discutirán más a detalle.

### 3.2.2.3.1 *Post procesamiento de las formas modales.*

Se descargaron las formas modales de todos los modos encontrados los cuales fueron tabulados mediante el software Excel. Cada modo se registró con sus 9 puntos o nodos (donde fue golpeada la viga), y cada uno de ellos le correspondió su parte real e imaginaria. Este proceso se realizó solo para los primeros 3 modos debido a practicidad y aplicabilidad en cuanto a sus rangos de frecuencias para las posibles aplicaciones. Se muestra a en la tabla 4 los datos mencionados anteriormente para el modo 1, las tablas de los modos restantes se adjuntan en el apéndice F.

**Tabla 4**

*Tabla procesamiento de datos de la forma modal 1*

Modo 1   7,49918Hz   damp = 3,48541%	
Magnitud	Normalizado
0,012795661	0,022773672
0,053005732	0,094339413
0,117031845	0,208292864
0,191507012	0,340843503
0,265944464	0,473327016
0,353749487	0,629602086
0,430403397	0,766030443
0,499854302	0,889638919
0,561862	1

Como se puede observar se calculó la respectiva magnitud del número complejo para cada uno de los 9 puntos. Al ser adimensional estas medidas se normalizaron respecto a la mayor amplitud, es decir, se dividió cada una de las magnitudes respecto a la mayor para obtener los datos de la columna de normalizado.

### **3.2.3 *Análisis numérico en ANSYS.***

En esta sección se muestra de manera resumida y completa lo realizado en el software ANSYS para obtener los datos necesarios para el estudio en cuestión.

#### **3.2.3.1 *Carga inicial de datos y mallado.***

Todo el proceso se realizó mediante ANSYS Workbench gracias a su facilidad gráfica y su manera intuitiva para el desarrollo de cada uno de los pasos. Comenzando con la selección del análisis modal.

##### **3.2.3.1.1 *Importación y arreglos de la geometría.***

Después de ser escogido el tipo de análisis se cargó el modelo del ensamble de la viga tipo sándwich diseñada en SolidWorks con configuración (aluminio/TPU/aluminio). Debido a que la geometría se crea desde otro software y al ser cargada en formato un formato admisible por ANSYS como .IGS y procesada dentro de ANSYS mediante el SpaceClaim y sus herramientas.

##### **3.2.3.1.2 *Carga de datos de viscoelasticidad y propiedades del material.***

Se cargaron las características de los dos materiales inicialmente del aluminio por ficha técnica y seguido a esto las propiedades tales como densidad, coeficiente de dilatación térmica y demás datos del TPU NinjaFlex™ que no se obtuvieron mediante el proceso de ajuste de datos y que requería ANSYS, mediante la página web del fabricante (NinjaFlex 3D Printer Filament (85A) - NinjaTek, 2020). El proceso anterior se realizó desde el Workbench en la sección de engineering data.

##### **3.2.3.1.3 *Carga de los parámetros de Prony en ANSYS.***

Gracias al proceso de optimización y ajuste de los datos experimentales del DMA y del arreglo matemático explicado en la sección de ajuste de datos al modelo de ANSYS quedando

como resultado la tabla 2 se generó la importación de los parámetros de Prony de la siguiente manera en la figura 19.

**Figura 19**

*Carga de parámetros de viscoelasticidad en ANSYS*

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Density	1,19	g cm <sup>-3</sup>		
3	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion				
4	Coefficient of Thermal Expansion	0,000152	C <sup>-1</sup>		
5	Isotropic Elasticity				
6	Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio			
7	Young's Modulus	12	MPa		
8	Poisson's Ratio	0,49			
9	Bulk Modulus	2E+09	Pa		
10	Shear Modulus	4,028E+06	Pa		
11	Tensile Yield Strength	4	MPa		
12	Tensile Ultimate Strength	25	MPa		
13	Prony Shear Relaxation	Tabular			
14	Number of Terms	2			
15	Relative Moduli(): Scale	1			
16	Relative Moduli(): Offset	0			
17	Relaxation Time(): Scale	1			
18	Relaxation Time(): Offset	0	s		
19	Isotropic Thermal Conductivity	0,0265	J m <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> C <sup>-1</sup>		
20	Specific Heat, C <sub>p</sub>	1670	J kg <sup>-1</sup> C <sup>-1</sup>		
21	Isotropic Reactivity	1E+11	ohm m		

Table of Properties Row: 13: Prony Shear Relaxation				
	A	B	C	D
1	Temperature (C)	1	Relative Moduli()	Relaxation Time() (s)
2	27	1	0,4092	0,0253
=		2	0,46687	2,27

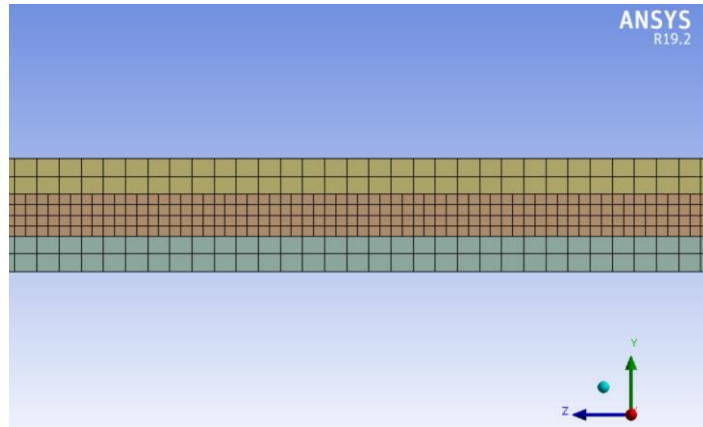
*Nota.* Se evidencia la selección de 2 módulos de relajación de Prony, la carga de los datos en la sección inferior de la figura y el resto de las propiedades del TPU cargadas en la tabla según el fabricante.

### 3.2.3.1.4 Consideraciones del mallado.

Se busco tener uniformidad entre los mallados de cada material, manteniendo la interfaz de ellos de una manera continua por lo que se configuró en los métodos de mallado la herramienta Body Sizing. Con esto, se permitió configurar el tamaño de cada elemento de manera que para el aluminio se manejó un tamaño de 2 [mm] y para tener una mayor resolución y exactitud en la simulación del material viscoelástico se tomó de 1 [mm] cada elemento de este. Dando como resultado una relación de 2 a 1 permitiendo una continuidad en los nodos entre las tres geometrías. Lo anterior se puede evidenciar en la figura 20.

**Figura 20**

*Continuidad entre la interfaz de mallado*



*Nota.* Configuración de la viga (aluminio/TPU/aluminio) donde se aprecia la alineación de cada nodo en la interfaz de la superficie.

En cuanto al criterio seleccionado para la verificación del mallado se recurrió a la calidad del elemento debido a su frecuente uso en el análisis del mallado, lo anterior evidenciado en la figura 21.

**Figura 21**

*Tabla element quality ANSYS*

Quality	
Check Mesh Quality	Yes, Errors
Error Limits	Standard Mechanical
<input type="checkbox"/> Target Quality	Default (0.050000)
Smoothing	Medium
Mesh Metric	Element Quality ▾
<input type="checkbox"/> Min	0,41416
<input type="checkbox"/> Max	1,
<input type="checkbox"/> Average	0,98002
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	3,0648e-002

*Nota.* Se evidencia un element quality promedio de casi 0,98 lo cual indica una buena proporción de los elementos creados y calidad en general del mallado.

### 3.2.3.2 Análisis Modal.

Para la configuración de la simulación se utilizó dentro del análisis modal la función de fixed support para general el empotramiento en uno de los extremos de la viga (se seleccionaron todas las caras del extremo a empotrar).

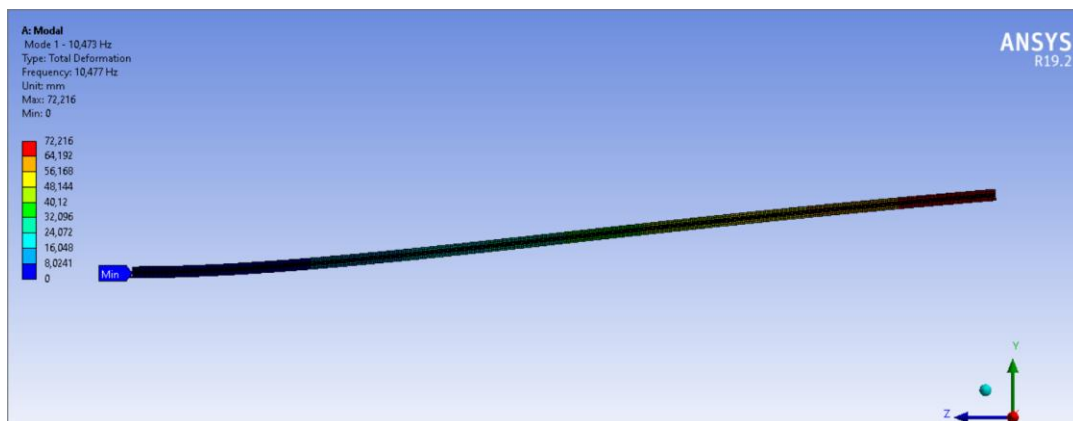
Referente a las condiciones de contacto de las geometrías se seleccionaron las caras a unir y mediante la herramienta bonded que recrea las características de pegamento entre las superficies de manera fija.

#### 3.2.3.2.1 Formas modales.

Después de correr la simulación del sistema se encontraron los primeros 3 modos de flexión en el plano Y-Z en un rango de frecuencias entre 0 – 225 Hz con una configuración de cantidad máxima de 5 modos a encontrar en ese rango, esto para confirmar la visualización de las 3 frecuencias naturales mencionadas con anterioridad. Se presentan a continuación las tres formas modales en flexión encontradas con sus respectivas frecuencias.

### Figura 22

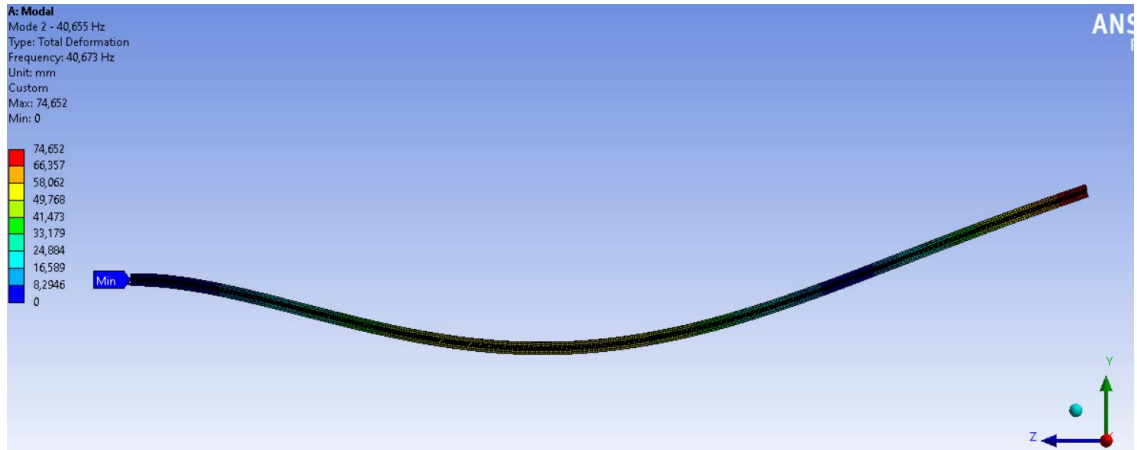
*Forma modal 1 en flexión de la viga tipo sándwich*



*Nota.* Frecuencia natural a 10,473 Hz.

**Figura 23**

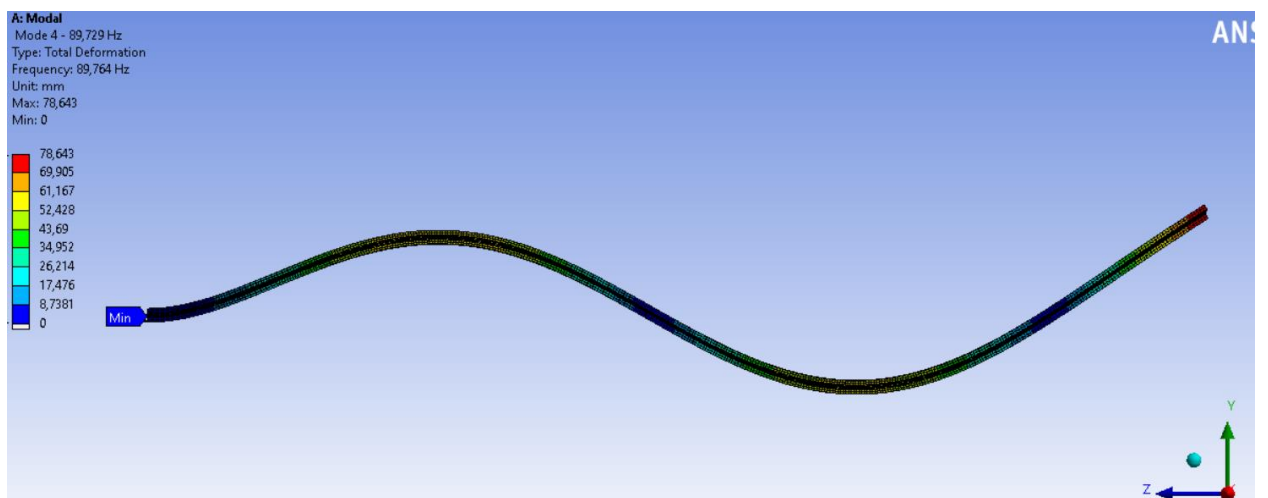
*Forma modal 2 en flexión de la viga tipo sándwich*



*Nota.* Frecuencia natural a 40,60 Hz.

**Figura 24**

*Forma modal 3 en flexión de la viga tipo sándwich*



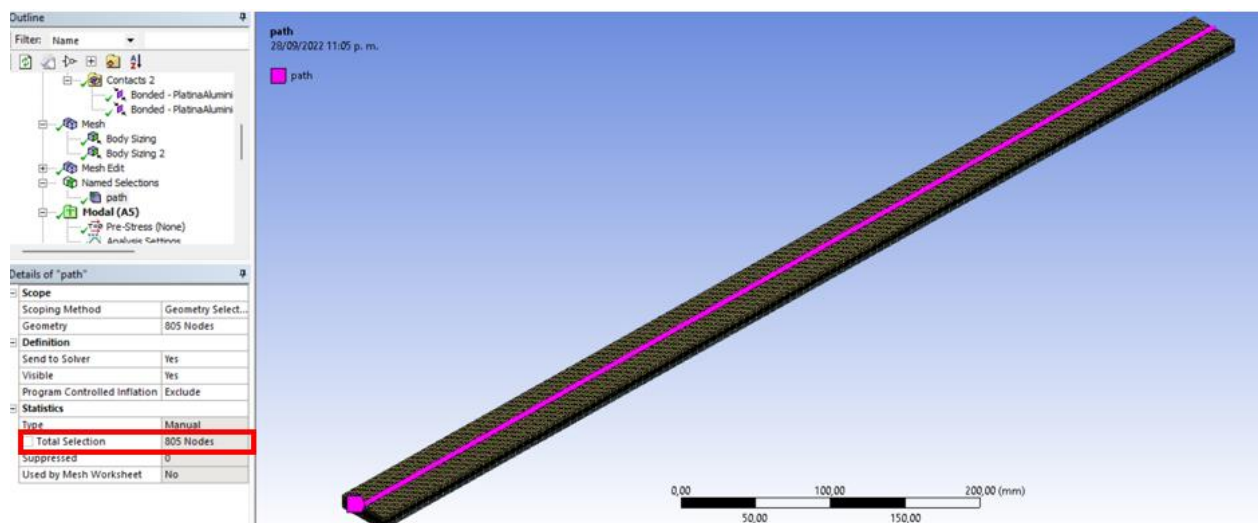
*Nota.* Frecuencia natural a 89,72 Hz.

### 3.2.3.2.2 Proceso de obtención de datos a partir de las formas modales.

Se incluye dentro del modelo la herramienta de *name selections*, con el fin de generar la selección de un *path* que selecciona los nodos que cortan una línea a lo largo de la viga (ver figura 25) esto con el fin de generar el vector de desplazamiento en cada una de las formas 3 formas modales.

**Figura 25**

*Representación del path generado a lo largo de la viga*



*Nota.* Con esta selección del path se mantiene la misma forma modal de la viga, pero disminuyendo la cantidad de datos a 805 nodos para facilitar su procesamiento.

Para obtener los vectores de las formas modales se recurre dentro del análisis modal a insertar un *user defined result* en el cual se utiliza el comando =UVECTORS para poder descargar el vector de la forma modal para los 805 nodos seleccionados en el *path* (para los 3 modos en flexión). Se presenta el paso a paso descrito anteriormente y además las ilustraciones obtenidas en el Apéndice G y Apéndice H.

Después, se seleccionaron los mismos puntos donde se golpeó con el martillo excitador en el análisis modal experimental, para realizar el mismo procedimiento descrito para la obtención de los tres vectores modales normalizados (tabla 4). En la tabla 5 se registra lo anteriormente mencionado.

**Tabla 5**

*Tabla procesamiento de datos formas modales ANSYS*

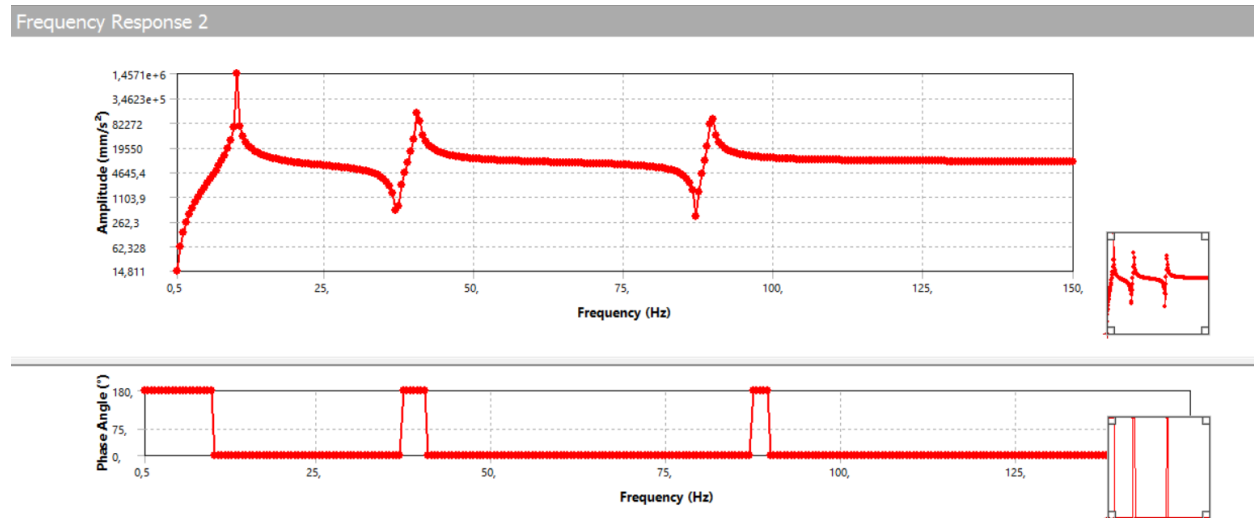
Puntos de golpeo	Modo 1	Modo 1 Normalizado	Modo 2	Modo 2 Normalizado	Modo 3	Modo 3 Normalizado
1	0,346	0,0050	-1,6383	-0,0255	3,5768	0,0605
2	4,659	0,0669	-19,3530	-0,3014	36,5520	0,6185
3	12,500	0,1796	-42,5860	-0,6633	58,9180	0,9970
4	21,689	0,3116	-56,2580	-0,8762	39,9580	0,6762
5	32,050	0,4605	-54,5260	-0,8492	-9,6746	-0,1637
6	42,062	0,6043	-36,7210	-0,5719	-48,7260	-0,8245
7	52,104	0,7486	-5,6212	-0,0875	-47,2910	-0,8002
8	61,034	0,8769	29,2020	0,4548	-3,8243	-0,0647
9	69,605	1,0000	64,2060	1,0000	59,0960	1,0000

### 3.2.3.3 Respuesta armónica.

Se especifica la carga del análisis modal anterior a esta para su solución y se especifica un rango de búsqueda de 0-150 Hz. Se especifica lo anterior ya que ANSYS requiere que el rango de frecuencia para del análisis modal sea 1,5 veces mayor que la respuesta armónica. A continuación, se muestra la figura 26 de respuesta en frecuencia.

**Figura 26**

*Gráfica de función de respuesta de frecuencia del modelo numérico*



### 3.2.3.4 Cálculo damping ratio.

Para este cálculo se utilizó la función de respuesta en frecuencia (FRF) se utilizó el método explicado con anterioridad llamado Half-Power Bandwidth Method o Peak-picking (ver figura 6). Lo anterior se realizó mediante el software Excel y gracias al valor decimal de las frecuencias naturales se realizaron interpolaciones para encontrar los datos faltantes por la resolución de 0,88 Hz en la FRF.

En la tabla 6 se encuentran los valores del damping ratio a las frecuencias naturales correspondientes.

**Tabla 6**

*Valores de damping ratio provenientes del hamonic response ANSYS*

Frecuencia	Damping Ratio %
10,588	3,211
40,588	1,133
89,8	0,445

#### 4. Análisis de resultados

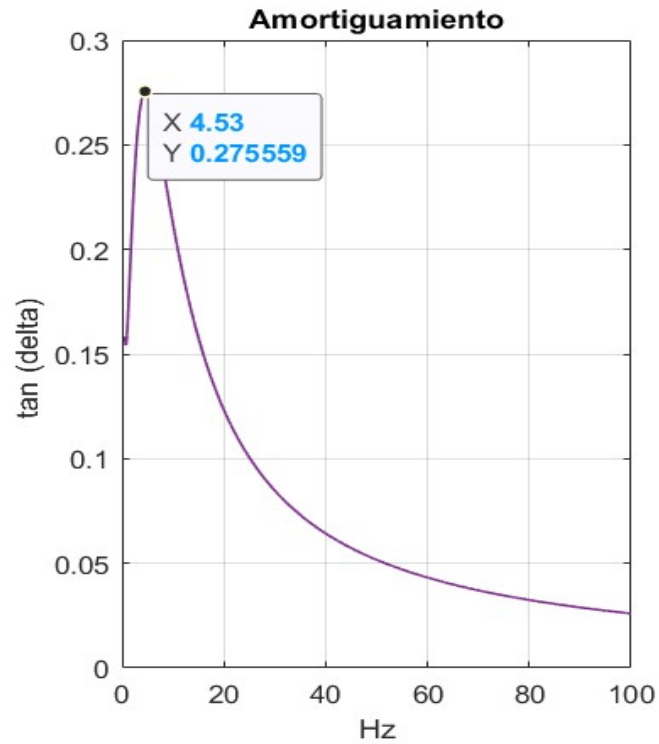
En esta sección se presenta los resultados de los pasos metodológicos con su análisis correspondido.

##### 4.1 Resultado de ajuste de datos

Después de la optimización de los datos y el arreglo aritmético que da como resultado la tabla 2 se es posible obtener el modelo de ajuste general. En el apéndice I se presentan las gráficas obtenidas del módulo de almacenamiento y de pérdida, además del script de la función optimizada mediante Matlab. Precizando lo anterior, se añade que se trabajó con un diseño de llenado hexaédrico de  $N_a=3$  debido a que es el que presentó las mejores características de amortiguación según lo encontrado por (Chacón & Meneses, 2022).

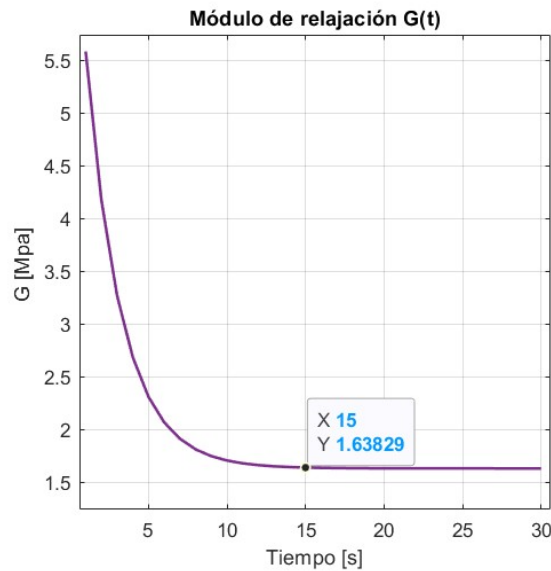
Como resultado relevante se tiene que el pico máximo de la función  $\tan(\delta)$  se presenta en 4,53 [Hz] con un valor de 0,276 mostrado en la figura 27, siendo un parámetro de relación entre la energía disipada y la almacenada por el material y de la viscoelasticidad de este por lo que es posible atribuir una buena capacidad de amortiguamiento en el rango de 2 a 11 Hz gracias a que el valor dado de  $\tan(\delta)$  dentro de este intervalo es superior aproximadamente 0,2.

Según (García Quesada, 2008) “Si es un material viscoelástico  $\delta$  tendrá valores entre 0 y 90°” confirmándola con el valor de tangente inversa de la relación se tiene un ángulo de aproximadamente 15,42 ° evidenciando y confirmando la viscoelasticidad del material.

**Figura 27***Gráfica  $\tan(\delta)$* 

Por último, se presenta la función en dominio del tiempo para el módulo de relajación de Prony que en este caso son dos debido al orden de las ecuaciones explicadas al inicio del documento. En la figura 28 se puede evidenciar la estabilización del valor del módulo con el pasar del tiempo a un valor aproximado de 15 [s].

**Figura 28***Módulo de relajación en función del tiempo*



#### 4.2 Datos obtenidos en el EMA y ANSYS

Gracias a los cálculos realizados explicados en la fase de aplicación del EMA se encontró un vector modal experimental para los primeros 3 modos. El mismo caso se presentó para el análisis modal realizado de manera numérica, se enmarcan las dos matrices de los tres modos tanto para sus valores teóricos como experimentales en la tabla 7.

**Tabla 7**

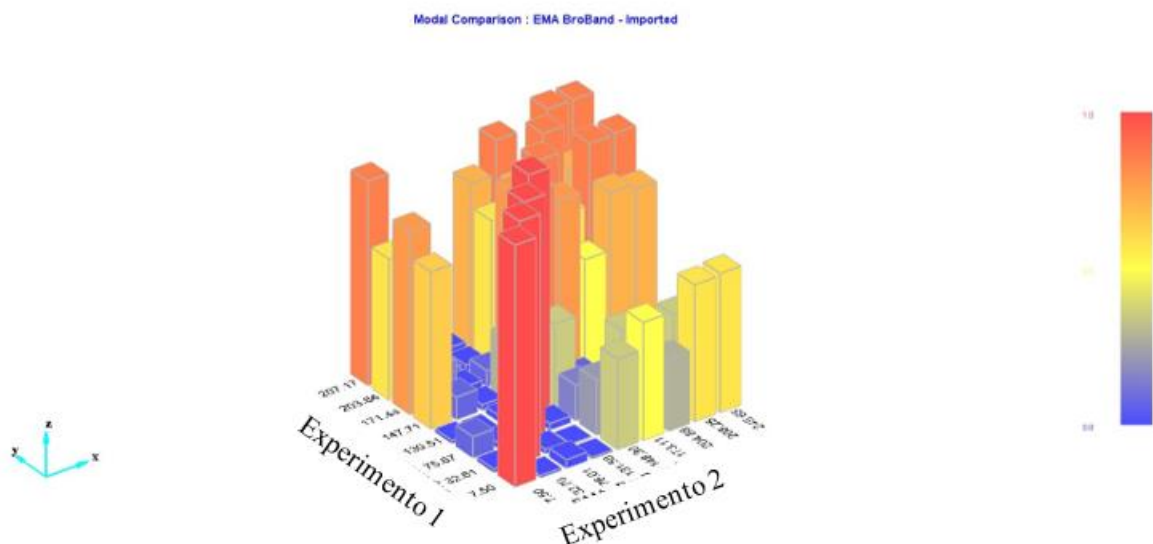
*Matriz numérica y experimental*

Matriz Numérica			Matriz Experimental		
$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$	$\phi_1$	$\phi_2$	$\phi_3$
0,00497	-0,02552	0,06053	0,02277	-0,08086	0,18254
0,06693	-0,30142	0,61852	0,09434	-0,38146	0,65300
0,17958	-0,66327	0,99699	0,20829	-0,72794	0,87370
0,31160	-0,87621	0,67615	0,34084	-0,90678	0,49053
0,46046	-0,84924	-0,16371	0,47333	-0,81330	-0,25396
0,60430	-0,57192	-0,82452	0,62960	-0,46266	-0,77704
0,74857	-0,08755	-0,80024	0,76603	0,02523	-0,68340
0,87686	0,45482	-0,06471	0,88964	0,52463	0,24504
1	1	1	1	1	1

Además, como se anotó al final de la fase metodológica experimental el EMA fue desarrollado 4 veces para poder observar la reproducibilidad del experimento y validar ciertamente los datos encontrados mediante un MAC comparativo entre las pruebas experimentales. Se presenta a continuación la figura 29 con el CrossMAC entre los dos experimentos que presentaron mayor disparidad relativa entre sus datos.

### Figura 29

*CrossMAC entre datos experimentales*



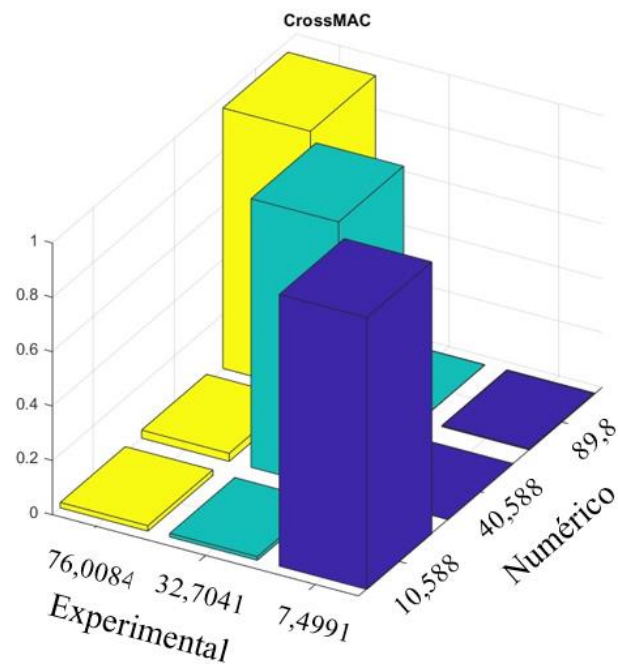
Mediante el MAC anterior se puede garantizar el resultado de los valores experimentales obtenidos de los modos 1 al 4 mostrando una correlación promedio de 99,35 fruto de la reproducibilidad del experimento. En el Apéndice J se muestra el mismo CrossMAC, pero en su versión 2D.

#### 4.2.1 Comparación de datos experimentales y numéricos mediante el MAC

Con la obtención de las matrices modales (tabla 7) se generó un CrossMAC que pudiese comparar dichas formas modales para verificar la seguridad de los datos. Se muestra en la figura 30 el resultado. En el Apéndice J se muestra el mismo CrossMAC, pero en su versión 2D.

#### Figura 30

*CrossMAC experimental y numérico*

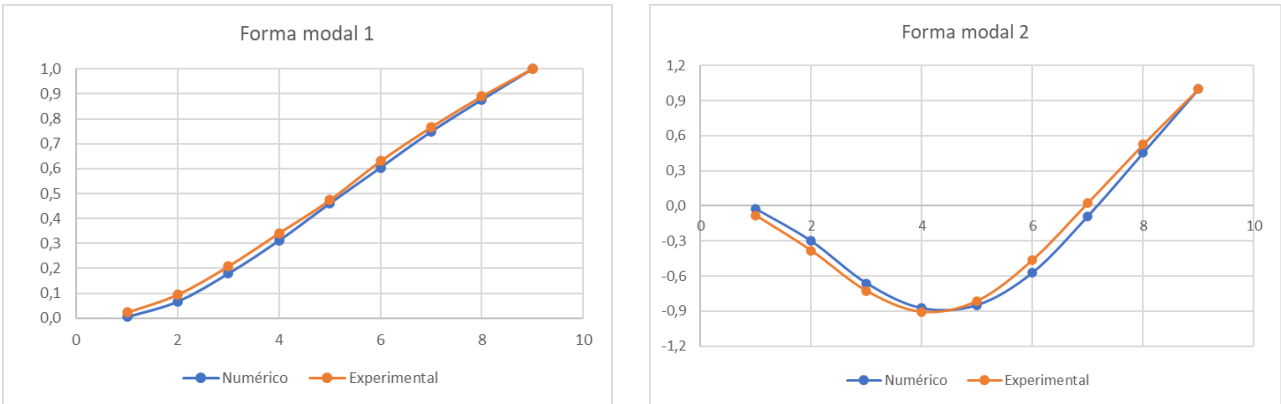


Se puede observar en la figura 30 la validación entre los datos modales experimentales y numéricos bastante garantía, con valores 0,981433 promedio correspondientes a la comparación directa entre las formas modales correspondientes.

Por último, se tienen las Figura 31 de las formas modales. Donde se evidencia con claridad la semejanza gráfica en gran medida para a) y b), en el numeral c) se ve una dispersión levemente mayor pero satisfactoria. Aclarando que no uso de unidades se debe a que la enumeración es adimensional.

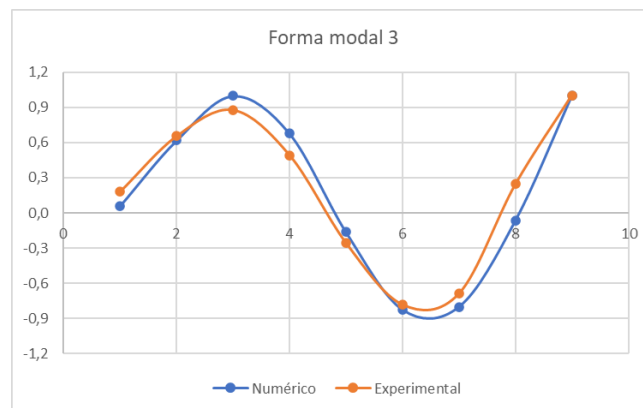
**Figura 31**

*Comparativa de las formas modales entre experimental y teórica*



a)

b)



c)

La dispersión se debe a las aproximaciones hechas por el software de simulación además del error asociado al ajuste de los datos del DMA. Se observa también el efecto de la masa del acelerómetro junto con su cable y la cera para sostenerlo que generan una redistribución de las masas afectando a la medición.

#### 4.2.2 Resultados del damping ratio y frecuencias naturales

Se procesaron los datos del damping ratio calculado mediante la FRF producto de la simulación en ANSYS, al igual que sus correspondientes frecuencias naturales, así como los

mismos datos obtenidos de manera experimental gracias a la aplicación del EMA presentando con ello los siguientes resultados.

**Tabla 8**

*Comparación de los datos experimentales mediante el error porcentual*

Numérico		Experimental	
Frecuencia	Damping Ratio %	Frecuencia	Damping Ratio %
10,588	3,211	7,49918	3,485
40,588	1,133	32,70412	3,264
89,8	0,445	76,00844	0,049

Se evidencia un cambio considerable en el segundo y tercer damping ratio dando como resultado el posible error asociado al modelo numérico. Según Mendoza & Silva, (2018) afirma que “existen ocasiones en las que el modelo analítico que se tiene se podrá considerar válido, pero esto no tiene por qué ocurrir siempre”. Para el modelo numérico se manejaron las propiedades del material (aluminio) según ficha técnica, para el TPU se tuvo en cuenta los datos experimentales y las propiedades mecánicas del material (los datos experimentales son provenientes del DMA).

Según lo anterior, en cada uno de los aspectos hay un error asociado que influye directamente en el modelamiento numérico, además de las aproximaciones e idealizaciones hacen que también generen error. También es atribuido el error al posible aporte de amortiguación del soporte, así como al cambio de distribución de masa asociada al sensor y al cable sobre la viga. Debido a que en la experimentación arrojó buena reproducibilidad y que además los resultados son validados numéricamente por el CrossMAC, se toman los valores del damping ratio y frecuencias naturales experimentales como válidas.

## 5. Conclusiones

Al analizar los resultados obtenidos en el ajuste del modelo con respecto a los datos experimentales, se encontró un error promedio de 3,58% y 8,90% para los módulos de almacenamiento y pérdida respectivamente, proporcionando así un buen resultado del ajuste del modelo. Lo anterior usando dos términos de las series de Prony.

El valor del módulo de relajación en el tiempo inicial pasó de 5,583 MPa hasta estabilizarse en 1,638 MPa pasado aproximadamente 15 segundos, se evidencia la dependencia significativa del tiempo en cuanto al valor del módulo, influenciado principalmente por la parte viscosa del TPU que presenta una relación directa con el tiempo debido al gradiente de velocidad de cizallamiento de este.

Es posible afirmar que la capacidad máxima de amortiguamiento para el TPU con una configuración de llenado hexaédrico de  $N_a=3$  se encuentra en 4,53 Hz, debido a que en esta frecuencia  $\tan(\delta)$  tiene su máximo valor de 0,2756 según el ajuste realizado.

Contrastando las formas modales obtenidas en el modelamiento numérico con las resultantes en el EMA, se evidenció la buena concordancia de los datos en cuanto a las formas modales y se ratificó a ANSYS como una buena herramienta para reproducirlas. Además, este permitió hacer una aproximación de las frecuencias naturales del sistema para tener una interpretación inicial de sus valores y comparar estos con los resultados experimentales.

El desempeño del sistema de viga tipo sándwich empotrada en cuanto a su implementación experimental, mostró una buena capacidad de amortiguamiento dada para un rango de frecuencia menor a 32,7 Hz mostrando su pico de eficiencia en 7,5 Hz, teniendo un valor de damping ratio

correspondiente a 3,49%. Este valor de amortiguamiento es superior al de algunos materiales tales como al del aluminio e incluso superando al de la madera en el rango de frecuencias mencionado.

Se evidenció que a valores de frecuencia del orden de 76,01 Hz la influencia de la capacidad de amortiguamiento del viscoelástico es baja, correspondiendo directamente a los resultados de  $\tan(\delta)$  encontrados en el ajuste de datos donde arrojó un valor aproximado de 0,0339 para ese valor de frecuencia, mostrando una baja capacidad de amortiguamiento en ese rango.

## **6. Recomendaciones**

Debido a que el material TPU posee una propiedad conocida como higroscopicidad es necesario conservar el material en empaques que no permitan la entrada de la humedad.

Para la realización del EMA se recomienda revisar las ganancias propias de los equipos de adquisición de datos para no tener errores en la medida. Además, se aconseja usar los mismos cables de conexión entre los equipos para conservar la reproducibilidad del experimento alta.

Se recomienda considerar las masas extras añadidas al cuerpo durante la experimentación para su correcto modelamiento numérico y con ello disminuir el error.

Para futuras simulaciones se recomienda que las propiedades cargadas del material hayan sido calculadas con una muestra de la misma pieza siempre y cuando sea posible para reducir la cantidad de eventos externos interfiriendo en la simulación.

Se recomienda realizar el análisis modal experimental en condiciones libres inicialmente para poder tener conocimiento de los resultados aproximados para las demás condiciones.

**Referencias Bibliográficas**

- Alducin, S. (2017). *Implementacion en Matlab de Métodos de 1 g.d.l para realizar análisis modal experimental de estructuras*.
- Carreau, P. J., Kee, D. C. R. De., & Chhabra, R. P. (2021). *Rheology of polymeric systems : principles and applications* (2nd edition).
- Chacón, N., & Meneses, S. (2022). *Análisis de la respuesta dinámica de un material viscoelástico TPU impreso 3D para diferentes llenados hexaédricos*. Universidad Industrial de Santander.
- Dynamic Mechanical Analysis (DMA) - NETZSCH Analyzing & Testing*. (2020). <https://analyzing-testing.netzsch.com/es/contract-testing/methods/dynamic-mechanical-analysis-dma>
- Ferry, J. D. (1980). *Viscoelastic properties of polymers*, 3rd edition. Wiley, New York, 672. <https://www.wiley.com/en-sg/Viscoelastic+Properties+of+Polymers%2C+3rd+Edition-p-9780471048947>
- García Quesada, J. C. (2008). *Tema 3. Viscoelasticidad lineal*. <http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/3624>
- Lakes, R. (2009). *Viscoelastic materials*. En *Viscoelastic Materials* (Vol. 9780521885683). Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9780511626722>
- Marques, F., Peeters, B., Menchicchi, M., Lau, J., Gielen, L., Desmet, W., & Sandoval, L. (2014). *Strain-Based Dynamic Measurements and Modal Testing. Topics in Modal Analysis II, Volume 8: Proceedings of the 32nd IMAC, A Conference and Exposition on Structural Dynamics*. [https://www.researchgate.net/publication/278963419\\_Strain-Based\\_Dynamic\\_Measurements\\_and\\_Modal\\_Testing](https://www.researchgate.net/publication/278963419_Strain-Based_Dynamic_Measurements_and_Modal_Testing)

- Mendoza, D., & Silva, I. (2018). *ESTABLECER CRITERIOS DE FIABILIDAD DE LA APLICACION DE LA TÉCNICA DE ANÁLISIS MODAL EXPERIMENTAL EN PIEZAS DE GEOMETRÍAS DEFINIDAS*. Universidad Industrial de Santander.
- NinjaFlex 3D Printer Filament (85A) - NinjaTek*. (2020, septiembre 9). NinjaFlex Technical Data Sheet. <https://ninjatek.com/shop/ninjaflex/>
- Pastor, M., Binda, M., & Harčarik, T. (2012). Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48, 543-548. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.09.551>
- SIEMENS. (2022). *Análisis modal / Siemens Software*. <https://www.plm.automation.siemens.com/global/es/our-story/glossary/modal-analysis/13172>
- Tapia, M. A., & Lugo, L. E. (2020). Ingeniería Investigación y tecnología, volumen XXI (número 2), abril-junio Prony series calculation for viscoelastic behavior modeling of structural adhesives from dma data. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 2, 1-10. <https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2020.21n2.014>

## Apéndices

### Apéndice A. Script de Matlab para la optimización de los datos del DMA

El script se desarrolla teniendo en cuenta que el DMA fue realizado con las frecuencias de 0.5, 1, 3, 5, 7, 10 Hz y debido a que la ecuación usada por ANSYS requiere datos de entrada en frecuencia en rad/s se procede a ingresar el vector de frecuencias convirtiéndolo a las unidades requeridas.

```
clc,clear,close all;
w=[0.5 1 3 5 7 10]*2*pi; %FRECUENCIA ----
```

Siguiente a esto se cargan los datos obtenidos en la tabla 1 que son los resultados del DMA para el espécimen Na=3 a una precarga de 10 N, estos son cargados en un solo vector y divididos por /1e6 para manejar todo en MPa

```
E0 = [7718769.13 7691830.98 8577165.51 9336896.85 10536029.06 12709549.64 1364738.30
1197327.59 2368846.26 2082209.41 2456509.00 2433626.93]/1e6; %MÓDULOS
```

Se cargó la función de ANSYS en Matlab de manera que se pueda encontrar las variables y en forma de dos vectores donde se puede evidenciar la presencia de la parte real e imaginaria correspondiente a los dos módulos de almacenamiento y pérdida.

```
fun= @(x) [ x(1) + (x(2)*(w.^2)*(x(3).^2))./(1+ (w.^2)*(x(3).^2)) +
(x(4)*(w.^2)*(x(5)^2))./(1+ (w.^2)*(x(5)^2)) , (x(2)*(w)*(x(3)))./(1+
(w.^2)*(x(3)^2)) + (x(4)*(w)*(x(5)))./(1+ (w.^2)*(x(5)^2)) ]; % ERROR
```

Se genera una función del error teniendo como relación o referencia el vector de datos mencionados anteriormente para con ello permitir que la función de ANSYS se ajuste a los datos experimentales. Por último, se le dan unos valores de partida de manera aleatoria.

```
X0 = [3 7 0.1 10 1]; % VALORES DE x(1) .. x(n) DE PARTIDA
errfun = @(x) E0 - fun(x);
```

Se utiliza la función 'levenberg-marquardt' que tiene su origen en los mínimos cuadrados amortiguados para realizar la optimización de los datos.

```
options.Algorithm = 'levenberg-marquardt';
[x,resnorm,residual,exitflag,output] = lsqnonlin(errfun,X0,[],[],options);
```

Por último, se genera la función de salida y se procede a graficar los resultados de la optimización.

```
salida = fun(x); %FUNCIÓN A GRAFICAR

subplot(1,3,1);
plot(w/(2*pi),E0(1:6),w/(2*pi),salida(1:6)); % PLOT E'
ylim ([0,18])
title('Módulo almacenamiento')
xlabel('Hz')
ylabel("MPa")
legend('Experimental','Modelo')
grid on

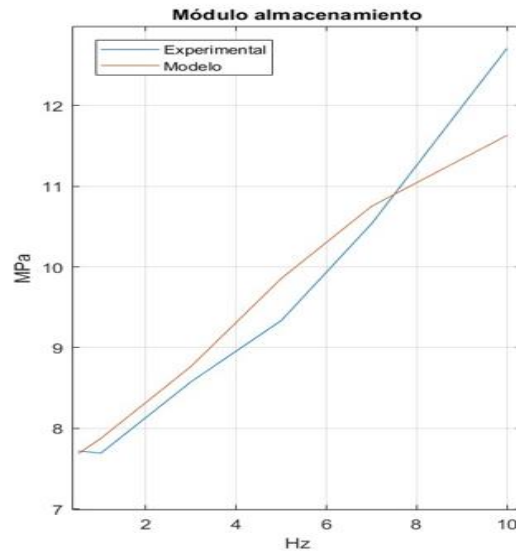
subplot(1,3,2);
plot(w/(2*pi),E0(7:12),w/(2*pi),salida(7:12)); %PLOT E''
ylim ([0,4])
xlabel('Hz')
ylabel("MPa")
title('Módulo perdida')
legend('Experimental','Modelo')
grid on

subplot(1,3,3);
plot(w/(2*pi),E0(7:12)./E0(1:6),w/(2*pi),salida(7:12)./salida(1:6)); % PLOT TAN δ
ylim ([0,1])
xlabel('Hz')
ylabel("tan (delta) ")
title('Amortiguamiento')
```

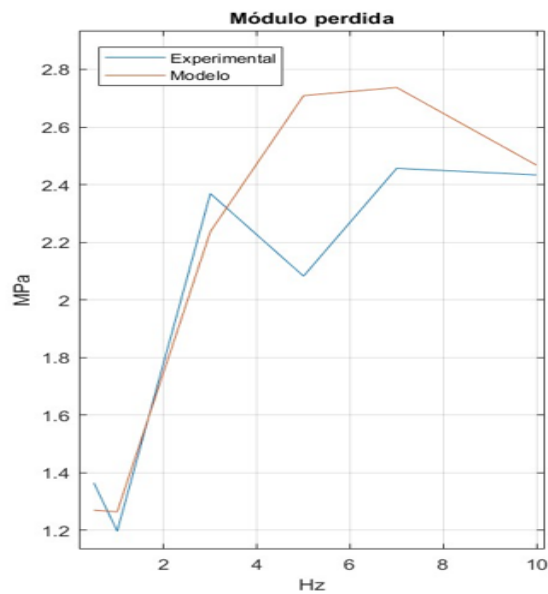
```
legend('Experimental','Modelo')  
grid on
```

**Figura 32**

Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA (módulo de almacenamiento)

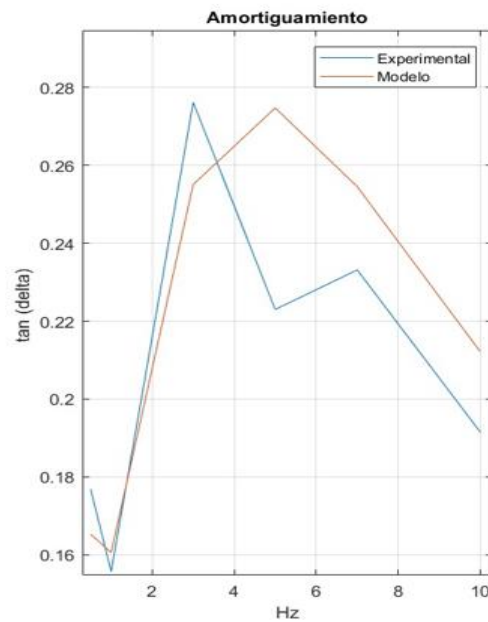
**Figura 33**

Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA (módulo de pérdida)



**Figura 34**

Gráfica resultado del ajuste de los datos del DMA  $\tan(\delta)$



**Apéndice B.** Ecuaciones usadas para la determinación de las medidas de la probeta.

Manteniendo las proporciones propuestas por Chacón & Meneses (2022), se generó el proceso de diseño partiendo de unas longitudes fijas debido a la disponibilidad del aluminio usado en cuanto a su presentación y medidas estándares que serán mencionadas más adelante. Siguiendo a esto se presenta las ecuaciones desarrolladas en el software EES:

"Ap=ancho de la probeta"	$E_r = 0,1 * A_p$
$A_p = 38,1$ [mm]	$A_p = n_a * (L_c) + (n_a + 1) * E_r$
"Lp = longitud de la probeta"	$L_c = (A_p - (n_a + 1) * E_r) / (n_a)$
$L_p = 803,91$ [mm]	$n_l = (n_a) * (L_p) / (A_p)$
"Ep Espesor de la probeta"	$D_e = E_r$
$n_a = 3$ "numero de agujeros"	
$E_p = E_r$	

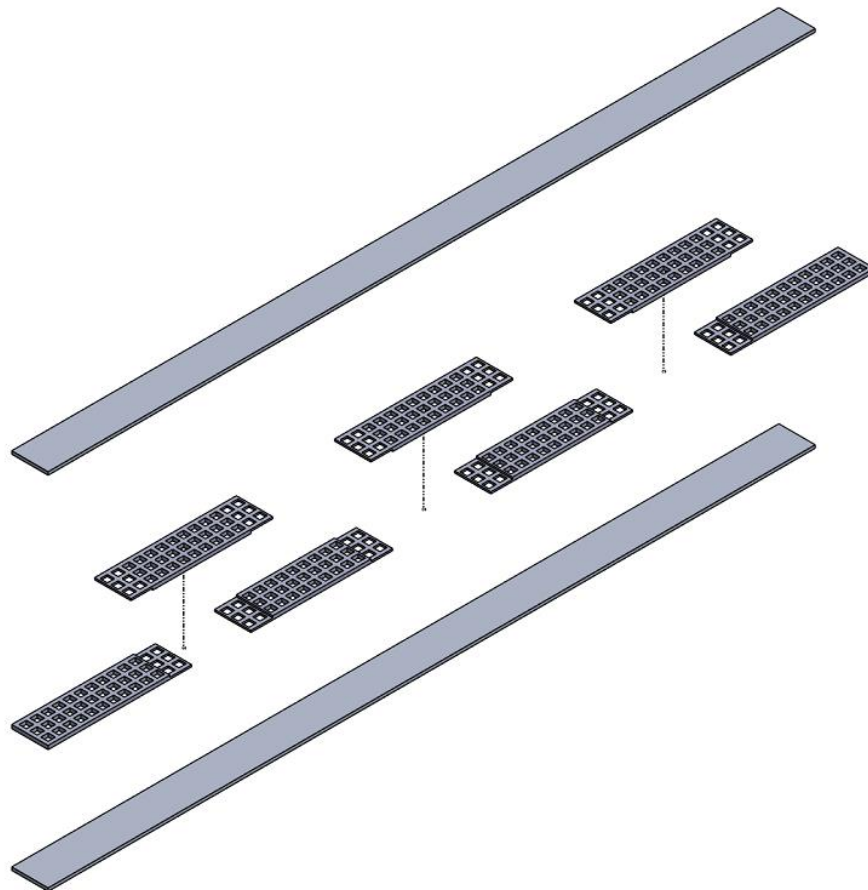
Resultados de las medidas de cada probeta:

$A_p = 38,1$  [mm]     $D_e = 3,81$  [mm]     $n_l = 63,3$  [agujeros]     $n_a = 3$  [agujeros]  
 $E_r = 3,81$  [mm]     $L_c = 7,62$  [mm]     $L_p = 803,9$  [mm]     $E_p = 3,81$

**Apéndice C.** Esquematización de la probeta principal despiece y piezas.

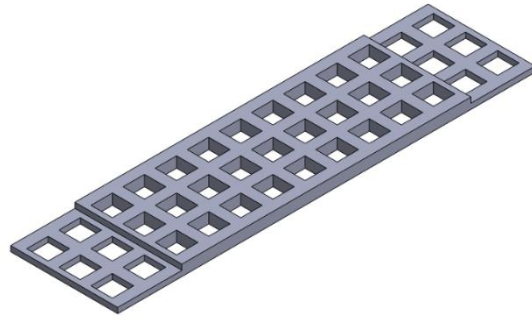
**Figura 35**

*Explosionada viga completa*



**Figura 36**

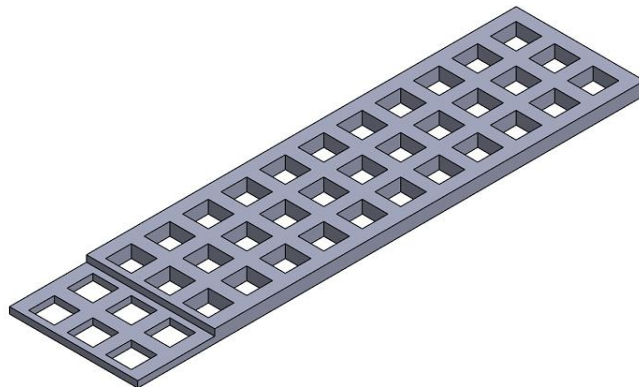
*Vista isométrica del elemento interno de la viga*



*Nota.* Se tienen 4 de estos elementos para constituir toda la viga.

**Figura 37**

*Vista isométrica del elemento externo de la viga*

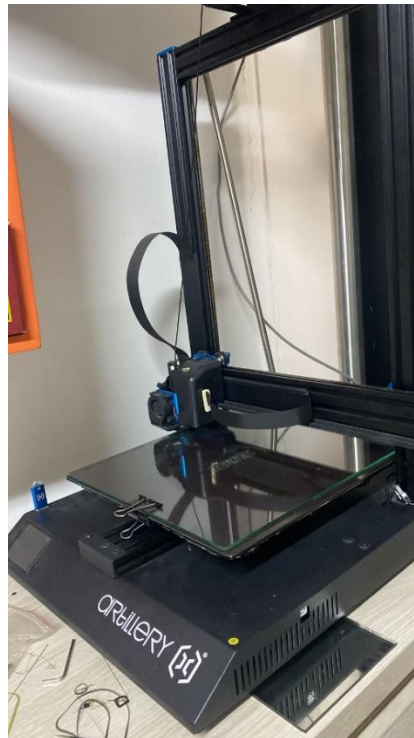


*Nota.* Se tienen 4 de estos elementos para constituir toda la viga.

**Apéndice D.** Impresora 3d Artillery Sidewinder X1.

**Figura 38**

*Artillery Sidewinder X1*



*Nota.* En la figura se presenta el modelo de impresora usado en la fase de impresión.

**Apéndice E.** Montaje del EMA para una viga en voladizo tipo sándwich.

**Figura 39**

*Viga empotrada en un extremo a una estructura rígida*



**Figura 40**

*Montaje del experimento de una viga tipo sándwich para el EMA vista 2*



**Apéndice F.** Procesamiento de las formas modales 2 y 3.**Tabla 9***Tabla procesamiento de datos de la forma modal 2*

Modo 2   32,70412Hz   damp = 3,26431%	
Magnitud	Normalizado
0,042292056	-0,08086064
0,199512247	-0,381459067
0,380729965	-0,72793976
0,474269414	-0,906783271
0,42537725	-0,813303501
0,241980252	-0,462656116
0,013195165	0,025228602
0,274392314	0,524626622
0,523024	1

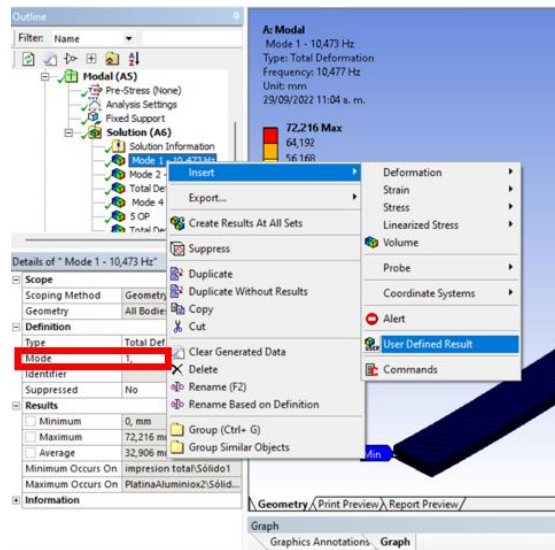
**Tabla 10***Tabla procesamiento de datos de la forma modal 3*

Modo 3   76,00844Hzz   damp = 0,4858%	
Magnitud	Normalizado
0,095427426	0,182540148
0,341369893	0,652995827
0,456750159	0,87370314
0,256434654	0,490525856
0,132765625	-0,253963226
0,406217737	-0,777041245
0,357265727	-0,683402472
0,128098968	0,245036522
0,522775	1

**Apéndice G.** Proceso de descarga de las formas modales para el path.

**Figura 41**

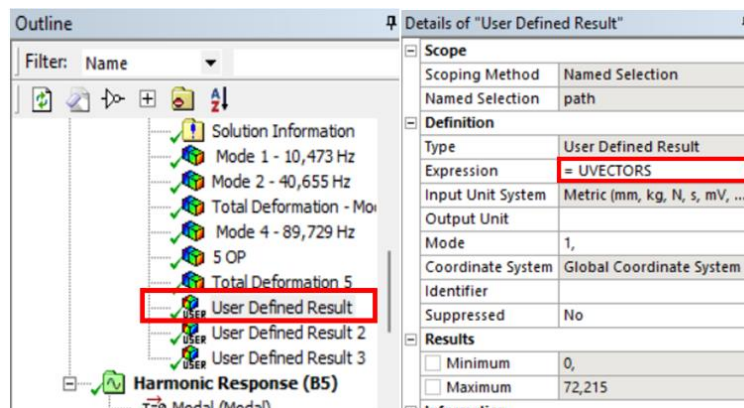
*Selección del User Defined Result*



*Nota.* Esto se realiza para cada uno de los modos requeridos en la parte señalada en rojo se selecciona el modo.

**Figura 42**

*Uso del código UVECTORS*

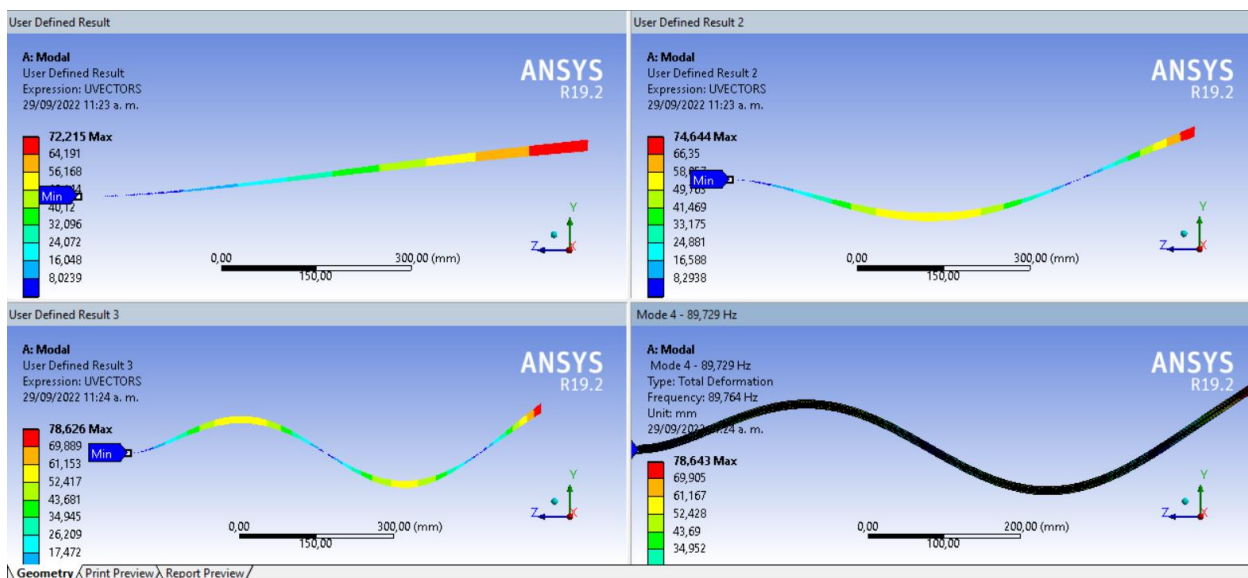


*Nota.* Creación de la forma modal mediante el código mostrado en la tabla de datos definition.

**Apéndice H.** Figura de cada modo resultante con la herramienta path.

**Figura 43**

*Modos resultados del path*



*Nota.* En la cuarta casilla se evidencia el modo normal de toda la viga para mostrar la igualdad con su correspondiente resultado modal del path mostrado en la tercera casilla.

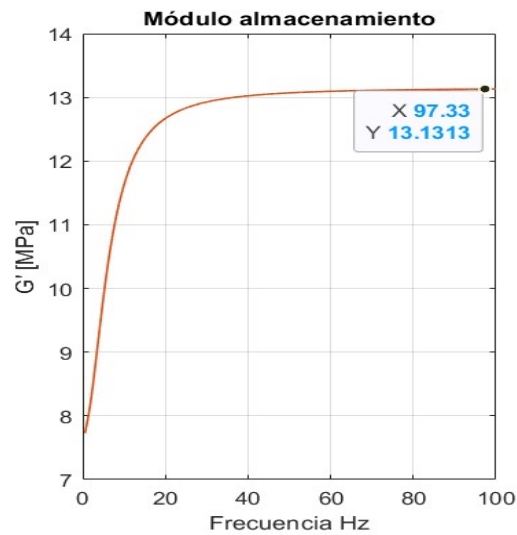
**Apéndice I.** Módulos de almacenamiento, pérdida y el script con el modelo resultante.

En la figura 48 se presenta el módulo de almacenamiento que presenta una concordancia con los datos experimentales y además una relativa estabilización de su valor a una frecuencia de

60 Hz, en la figura 49 se puede apreciar el pico máximo del módulo de pérdida que indica la absorción de energía de manera interna del material a 5,83 Hz.

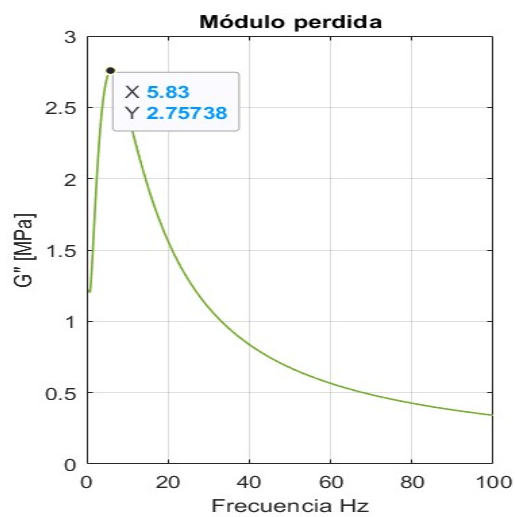
**Figura 44**

*Módulo de almacenamiento*



**Figura 45**

*Módulo de pérdida*



A continuación, se presenta el resultado de los modelos en el formato de script de Matlab para cada uno de los módulos encontrados además de la función del módulo de relajación en función del tiempo de las series de Prony.

```

clc,clear,close all;

%resultados en funcion de w
%primero E'

w = (0.58:0.05:100)*2*pi %en rad/s

%Función del módulo de almacenamiento

E_p1=1.63 + ((5.3826)*((0.0253)^2)*(w.^2))./(1+((0.0253)^2)*(w.^2)) +
((6.1411)*((2.27)^2)*(w.^2))./(1+((2.27)^2)*(w.^2));

subplot(1,4,1);
plot(w/(2*pi),E_p1); % PLOT E'
ylim ([0,18])
title('Módulo almacenamiento')
xlabel('Frecuencia Hz')
ylabel("G' [MPa]")

grid on

hold on

%E''

%Función del módulo de pérdida

E_p2=((5.3826)*((0.0253))*(w))./(1+((0.0253)^2)*(w.^2)) +
((6.1411)*((2.27))*(w))./(1+((2.27)^2)*(w.^2));

subplot(1,4,2);
plot(w/(2*pi),E_p2); %PLOT E''
ylim ([0,4])
xlabel('Frecuencia Hz')
ylabel("G'' [MPa]")
title('Módulo perdida')

grid on

```

```

% función de tan( $\delta$ )=E''/E'

subplot(1,4,3);
plot(w/(2*pi),E_p2./E_p1); % PLOT TAN  $\delta$ 
ylim ([0,1])
xlabel('Hz')
ylabel("tan ( $\delta$ ) ")
title('Amortiguamiento')

grid on

%modulo de relajación t
t=1:30;
%Función del módulo de relajación en función del tiempo

G(t)=(1.63 + 5.3826*exp(-t./0.0253) + 6.1411*exp(-t./2.27));
subplot(1,4,4);
plot(t,G(t));
ylim ([0,1])
xlabel('Tiempo [s]')
ylabel("G [Mpa]")
title('Módulo de relajación G(t)')
grid on
hold on

```

## Apéndice J. CrossMAC en 2D.

### Figura 46

*CrossMAC entre datos experimentales 2D*

No.	1-7.50	2-32.61	3-75.67	4-130.51	5-147.71	6-171.44	7-203.64	8-207.17
1-7.50	99.9	1.3	8.7	1.2	64.9	75.8	58.2	84.5
2-32.70	0.8	99.9	2.2	0.3	9.2	16.1	7.7	14.9
3-76.01	3.4	1.8	98.1	2.5	2.2	3.1	3.6	3.9
4-131.58	0.6	0.1	2.6	99.5	25.1	6.5	2.8	3.3
5-148.30	37.5	22.8	14.6	33.9	82.7	76.0	58.6	68.1
6-173.11	48.6	39.2	12.1	8.4	75.1	85.8	68.6	82.2
7-204.88	29.8	17.9	7.6	2.7	46.8	59.9	87.0	53.1
8-208.25	56.5	38.1	11.2	4.4	70.8	85.0	68.4	87.4
9-245.65	57.4	40.5	7.5	3.4	68.4	85.5	65.3	87.4

**Figura 47**

*CrossMAC entre datos numéricos y experimentales 2D*

	$\phi_1$	$\phi_1$	$\phi_1$
$\phi_1$	0,9991	0,0134	0,02
$\phi_1$	0,0011	0,9876	0,0295
$\phi_1$	0,004	0,0009	0,9576