

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA LA
REALIZACIÓN DE TAREAS PROGRAMADAS DE UN ROBOT MANIPULADOR
ARM MR 999 DE CINCO GRADOS DE LIBERTAD.

HANDEL ANDRÉS MARTÍNEZ SARACHE

CARLOS ARTURO PORRAS ABAUNZA

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTADER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2012

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA LA
REALIZACIÓN DE TAREAS PROGRAMADAS DE UN ROBOT MANIPULADOR
ARM MR 999 DE CINCO GRADOS DE LIBERTAD.

HANDEL ANDRÉS MARTÍNEZ SARACHE

CARLOS ARTURO PORRAS ABAUNZA

Trabajo de Grado para optar al título de
Ingeniero Mecánico

Director

JAVIER RUGELES PÉREZ

Ingeniero Mecánico

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO-MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA

2012

DEDICATORIA

A mi familia por su apoyo incondicional, por ser esos seres tan maravillosos que creyeron en mí y me dieron ese voto de confianza de que si lo podía lograr.

A Yuddy Andrea Hernández, novia y amiga, porque en ella siempre encontré un apoyo y una palabra de aliento cada vez que lo necesite.

Carlos Arturo Porras Abaunza

DEDICATORIA

A la única persona que con su esfuerzo, sacrificio y paciencia hace valer la pena continuar esta lucha a la que llamamos vida. Gracias por todo madre...

Handel Andrés Martínez Sarache

AGRADECIMIENTOS

A Dios por darme la sabiduría para poder culminar esta meta de mi vida.

A Javier Rúgeles Pérez, Ingeniero Mecánico, Director del Proyecto por su colaboración en incondicional.

A Handel Andrés Martínez Sarache, compañero de proyecto y amigo, por su trabajo arduo y responsabilidad en la realización del proyecto.

Carlos Arturo Porras Abaunza

AGRADECIMIENTOS

A mis queridos amigos a los que puedo llamar hermanos.

Al grupo Halley de Astronomía y Ciencias Aeroespaciales. El cielo nunca fue tan despejado como durante estos años en que estuve entre tan maravilloso grupo de personas.

A mis compañeros y profesores de la escuela de ingeniería mecánica por los momentos de risa y rabia por los que me hicieron pasar.

Y, en especial, a muchas las personas que se cruzaron en mi vida durante estos años de pregrado, amigos y enemigos. Cada una de ellas, de alguna forma contribuyó en la realización de este proyecto, así sea en forma indirecta.

Handel Andrés Martínez Sarache

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	19
1. FUNDAMENTOS DE ROBOTICA	24
1.1 BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE LOS ROBOTS MANIPULADORES.....	24
1.2. DESCRIPCION DEL POSICIONAMIENTO Y ORIENTACION DEL EFECTOR FINAL.....	27
1.2.1 DESCRIPCION DE LA POSICION.....	29
1.2.2 DESCRIPCION DE LA ORIENTACION.	32
1.2.3 POSICIÓN Y ORIENTACIÓN POR MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA	33
1.2.4 DESCRIPCION DE LA ORIENTACION POR MATRICES DE ANGULOS DE EULER	36
2. MODELOS CINEMATICOS	39
2.1 CINEMATICA DIRECTA.....	42
2.2 PROPAGACION DE VELOCIDADES Y ACELERACIONES	49
2.3 CINEMATICA INVERSA.....	51
2.4 VOLUMEN DE TRABAJO.....	56
2.5 CONSIDERACIONES DE ESTUDIO	58
3. MODELOS DINAMICOS	60
3.1 DINAMICA DIRECTA.....	63
3.2 DINAMICA INVERSA.....	63
3.3 FORMULACION LAGRANGE – EULER (L – E)	64

3.4 MODELO DINAMICO EN VARIABLES DE ESTADO ⁴	65
3.5 FORMULACION NEWTON – EULER (N- E).....	67
4. GENERACION DE TRAYECTORIAS	77
4.1 GENERACION DE TRAYECTORIAS POR MEDIO DE OPERACIONES PUNTO A PUNTO.	79
4.1.1 SUAVIZADO DE CURVAS EN EL ESPACIO DE JUNTAS	80
4.1.2 METODOS DE INTERPOLACION.....	87
4.2 GENERACION DE TRAYECTORIAS POR MEDIO DE OPERACIONES DE CAMINOS CONTINUOS.....	91
4.2.1 METODO DE INTERPOLACION LINEAL.....	98
4.2.2 INTERPOLACION CIRCULAR	99
5. REINGENIERIA Y SISTEMA DE CONTROL APLICADOS AL ARM MR 999.....	101
5.1. SELECCIÓN Y CAMBIO DE MOTORES	102
5.2. CONTROL DE LOS MOTORES	109
5.3. SUMINITRO DE CORRIENTE	118
5.4 DESARROLLO DEL ALGORITMO DE CONTROL	120
5.5 SIMULACIÓN DE LAS TAREAS.....	122
5.6 SIMULINK [®] Y SIMMECHANICS [®]	122
CONCLUSIONES	125
RECOMENDACIONES	127
BIBLIOGRAFÍA.....	129
ENLACES.....	131
ANEXO A.	132
ANEXO B.	137

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Parámetros (Denavit – Hartenberg)	47
Tabla 2. Información de los motores de la base y muñeca.....	105
Tabla 3. Información del motor en el efector (pinza).....	106
Tabla 4: Información del motor del codo.....	107
Tabla 5: Información del motor del hombro	108
Tabla 6. Información de la Board.....	112
Tabla 7. Sistema de nomenclatura de ASCII de los caracteres usados en la programación del micro.	116
Tabla 8. Banderas de asignación para identificación del eslabón a mover.....	117
Tabla 9. Información de la Batería	119

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Robot PUMA 500 SPECS de la empresa prsrobots	26
Figura 2. Robot Júpiter tipo SCARA de la empresa Worldwide Technical Solutions.....	26
Figura 3. Sistemas de coordenadas base, herramienta y efector	28
Figura 4. Marcos de referencia de cada uno de los eslabones del manipulador ...	29
Figura 5. Sistema de coordenadas cartesianas espaciales	30
Figura 6. Posición y orientación de un manipulador en el espacio	32
Figura 7. Desplazamiento espacial de un cuerpo	33
Figura 8. Ángulos de Euler	37
Figura 9. Relación de la cinemática directa e inversa.....	39
Figura 10. Prototipo Geométrico de un Manipulador	40
Figura 11. Notación Denavit - Hartenberg	42
Figura 12. Diagrama de (D – H) para la obtencion de la cinemática.....	45
Figura 13. Determinación de la cinemática inversa por el método geométrico.....	54
Figura 14. Volumen de trabajo del Manipulador ARM MR 999	57
Figura 15. Esfera	59
Figura 16. Estudio Dinámico en Manipuladores.....	60
Figura 17. Pasos para la dinámica de un robot en variables de estado.....	67
Figura 18. Segmentos de trayectorias con suavizado	81
Figura 19. Intervalos de Tiempo en el Suavizado de Trayectorias	85
Figura 20. Trayectoria con puntos intermedios inalcanzables	94
Figura 21. Altas velocidades de los actuadores de junta	95
Figura 22. Puntos alcanzables con algunas configuraciones del efector final	96
Figura 23. Interpolación lineal en el espacio cartesiano	98
Figura 24. Interpolación circular en el espacio cartesiano	100

Figura 25. Brazo robótico de enseñanza ARM MR 999 (ANTES).....	102
Figura 26. Despiece de un servomotor donde se puede apreciar las partes que lo componen	103
Figura 27. Cambio de motores realizado. Vista comparativa del elemento.	109
Figura 28. Tarjeta de desarrollo Mega 2010 de la empresa DF ROBOT.....	110
Figura 29. Vista de la plataforma de programación del microcontrolador ATMEGA 1280.....	111
Figura 30. Detalle del puerto de comunicación serial de la tarjeta de control.	114
Figura 31. Detalle de los pines PWM de donde se envían las señales de control al robot manipulador.....	115
Figura 32 Bateria usada como fuente de suministro de energía del circuito	118
Figura 33. Circuito simplificado usado en el proyecto.....	119
Figura 34. Modelo del brazo robótico usado en la simulación de las tareas asignadas.	120
Figura 35. Comparación del modelo del robot en el ambiente de Simulink sin hacer uso de la aplicación de Solidworks (derecha) y haciendo uso de ella (izquierda).....	123
Figura 36. Diagrama de bloques de la estructura del modelo del robot manipulador	124

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. USO DE LA INTERFAZ	132
ANEXO B. IMAGENES DE LA INTERFAZ Y ANIMACION DEL ARM MR 999.....	137

RESUMEN

TÍTULO: DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA LA REALIZACION DE TAREAS PROGRAMADAS DE UN ROBOT MANIPULADOR ARM MR 999 DE CINCO GRADOS DE LIBERTAD*.

AUTORES: Carlos Arturo Porras Abaunza, Handel Andrés Martínez Sarache**

PALABRAS CLAVES: Robótica, manipulador, morfología, sistema de control, trayectorias, programación, pre evaluación, autómata.

CONTENIDO

La robótica es la ciencia encaminada a diseñar y construir aparatos y sistemas capaces de realizar tareas propias del ser humano. Un claro ejemplo de estos dispositivos son los manipuladores que tienen como objetivo emular las acciones propias del brazo humano, específicamente de la mano. Para poder cumplir estas acciones, los diseños de robots manipuladores se basan en la morfología de las extremidades de las especies vivas, de modo que se obtengan resultados satisfactorios optimizando tiempos entre tarea con el menor gasto energético.

Pero la estructura física necesita de un “cerebro” que controle cada uno de sus movimientos, es por esto que se implementan métodos de control que permitan reducir al máximo los errores que se puedan generar durante la ejecución del movimiento programado los errores típicos son consecuencia de las cargas generadas y aplicadas durante el movimiento.

El presente documento expone el proceso por el que atravesó el manipulador ARM-MR 999 para convertirse de un dispositivo didáctico a un instrumento con propósitos académicos en el campo del control y diseño de trayectorias y tareas. Haciéndose énfasis en la selección como parte fundamental del diseño, el uso de hardware libre y la aplicación del software Matlab como herramienta para la asignación, monitoreo y pre evaluación de las tareas programadas por el usuario para que sean ejecutadas por el autómata.

*Proyecto de grado

**Facultad de ingenierías Físico-mecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director Javier Rugeles Pérez.

SUMMARY

TITLE: DESIGN AND CONSTRUCTION OF A CONTROL SYSTEM FOR MAKING SCHEDULED TASKS OF A ROBOT MANIPULATOR ARM MR 999 OF FIVE DEGREES OF FREEDOM*.

AUTHORS: Carlos Arturo Porras Abaunza, Handel Andrés Martínez Sarache**.

KEY WORDS:

Robotics, Manipulator, Morphology, Trajectory, Control System, programming, pre assessment, PLC.

DESCRIPTION

Robotics is the science aimed at designing and building equipment and systems capable of performing tasks of human beings. Clear examples of these devices are manipulators that aim to emulate the actions of this human arm, specifically hand. To meet these actions, the designs of robot manipulators based on the morphology of the limbs of living species; so that satisfactory results are obtained by optimizing tasks time between the lowest energy expenditure.

But the physical structure needs a "brain" that control search of their movements, which is why control method share implemented to reduce the maximum errors that may a the execution of programmed motion standard errors result from generated and applied loads during movement.

This document describes the process undergone by the manipulator ARM MR 999 to become a teaching device to a tool for academic purposes in the field of design and control paths and jobs. Emphasis on making the selection as part of the design, use of free hardware and software implementation of Matlab as a tool for mapping, monitoring and evaluation of pre – programmed user tasks to be executed by the PLC.

*Degree Work

**Physical – Mechanical Engineering Faculty. Engineering – Mechanical school. Director Javier Rugeles Pérez.

INTRODUCCIÓN

Un robot manipulador es un emulador mecánico del brazo humano. Está constituido por una secuencia abierta de eslabones rígidos o elementos conectados mediante articulaciones o juntas y en cada una de estas lleva incorporado un actuador, lineal o rotacional, dependiendo de la aplicación deseada; así como sensores que permiten sensar posición, velocidad, e inclusive torque, con el fin de mantener control sobre los movimientos de la máquina. La implementación en la industria de manipuladores en diversos procesos se ha dado e incrementado gracias a la versatilidad propia de este tipo de máquinas, pues su adaptación a un entorno cambiante y al cumplimiento de tareas diferentes a las inicialmente previstas, le otorga una gran ventaja con relación a las máquinas empleadas tradicionalmente. No solo se emplean en líneas de montaje y fabricación, los manipuladores desempeñan importantes tareas en otras áreas diferentes a la de producción: Se cuenta con brazos teleoperados para la realización de cirugías que requieren de precisión extrema, en labores de manipulación de sustancias tóxicas y de explosivos, y hasta prototipos para ejecución de trabajos de mantenimiento en la estación espacial internacional, capaces de utilizar un gran número de herramientas para uso humano.

Un componente muy importante de los manipuladores es el sistema de control utilizado para el posicionamiento y seguimiento de las trayectorias del efector final. La unión manipulador-sistema computarizado de control permite la programación y realización de los movimientos a efectuar y la memorización de las diversas secuencias de trabajo, dotando al manipulador de una gran flexibilidad o capacidad de adaptación a diversas tareas y medios de trabajo.

Un sistema básico de control se implementa en tres etapas:

- Programación de la Tarea: el primer nivel de programación se realiza por enseñanza. El manipulador es movido por el usuario que controla a través del teclado de una caja de enseñanza, las juntas, poses (posiciones y orientaciones) y trayectorias del efector final.

La programación por enseñanza también puede implementarse desde un software CAD para colocar los modelos de las piezas a manipular en las posiciones y orientaciones deseadas y planificar las trayectorias cartesianas del efector final. En la actualidad la programación se realiza utilizando lenguajes especializados con instrucciones al nivel de movimiento del manipulador o al nivel de tareas.

- Control Cinemático: desarrollado en dos etapas:
 - I. Realizar un muestreo de puntos que reproduzca la mejor aproximación de las trayectorias cartesianas, especificadas por el programa de la tarea, y utilizando el modelo cinemático del manipulador, solucionar el problema de la cinemática inversa: Dada la posición del efector al final, determinar los valores de las variables de junta correspondiente (valores de rotación, desplazamiento en cada junta).
 - II. Mediante la interpolación de las configuraciones de junta obtenidas, generar las funciones temporales de las variables de junta cuyo seguimiento se transforme en trayectorias cartesianas del efector final lo más próximas a las especificaciones de movimiento dadas en el programa de la tarea.

El muestreo de la trayectoria articular genera los valores de referencia al control dinámico:

- Control Dinámico de lazo cerrado: cuyo objetivo es el de minimizar el error entre las trayectorias o posiciones de referencia y las reales. Es práctica frecuente utilizar, para estos módulos del control, controladores de realimentación PID o similares los cuales presentan leyes fundamentales simples y son robustos.

Un sistema de modelamiento y simulación cinemática de manipuladores es una herramienta, fundamental en la fase de diseño, para determinar la localización de la base, estructura y dimensiones óptimas del manipulador en la celda de trabajo. También se utiliza como herramienta de enseñanza y de investigación de nuevas técnicas de operación y control en el campo de la robótica.

A través de este documento el lector podrá apreciar cómo, haciendo uso de las bases físico-matemáticas de la mecánica clásica, así como de los conceptos de programación de computadores y electrónica, se logra realizar una plataforma de interacción usuario-máquina donde el primero puede asignar labores o tareas al segundo de una forma cómoda y comprensible. A su vez, el operario tiene la opción de evaluar la tarea ejecutada por el manipulador *a priori* para que de esta forma estime la viabilidad de la misma.

En el CAPITULO 1 presenta unas nociones que hacen referencia a la historia de la robótica y los manipuladores, como fueron haciendo su aparición en la industria, su implementación en la misma, así como también la representación del posicionamiento y orientaciones dentro de un “marco de referencia” además de las notaciones y simbología que se implementara a lo largo del desarrollo del proyecto.

El CAPITULO 2 se enfoca hacia el planteamiento del modelo cinemático en el manipulador ARM MR 999, realizando una descripción analítica del desplazamiento espacial del robot. Se darán a conocer las relaciones entre las variables espaciales para poder determinar, la posición, velocidad y aceleración del efector final en el brazo. Este capítulo será de gran aporte en cuanto al conocimiento en el movimiento del manipulador, ya que se plantean aspectos de gran interés teórico como la cinemática inversa y directa.

El CAPITULO 3 trata el problema dinámico en el brazo robótico, en este capítulo se presenta los aspectos que tienen que ver con las fuerzas y momentos aplicables al brazo, ya sean fuerzas efectuadas por los servomotores o fuerzas externas aplicables a él. Estas fuerzas y momentos serán plasmados en una serie de ecuaciones, que estarán intrínsecas en el planteamiento de métodos de solución para la dinámica en manipuladores.

El CAPITULO 4 se enfoca a lo que es la generación de las trayectorias, que pueden ser descritas por los manipuladores. Para el caso del manipulador ARM MR 999, se tendrá en cuenta solo trayectorias punto a punto, la cual consiste en la ejecución de una cadena de movimientos que describa el manipulador para poder llevar un objeto esférico desde un punto indicado a otro.

Por último el CAPITULO 5, muestra el trabajo de reingeniería y la parte de control que se le realizó al manipulador ARM MR 999 para pasar de ser un juguete a un robot industrial. Esta reingeniería que se le aplico al manipulador, comienza con el cambio de los motores DC que originalmente traía, hasta la generación del espacio de trabajo en donde este va a efectuar los movimientos.

En la parte de control se mostrara la recreación de la tarea que posteriormente este describirá, así como la visualización de cálculos de posiciones, velocidades y aceleraciones en cada una de las juntas del brazo robótico, mientras este va efectuando cada movimiento.

1. FUNDAMENTOS DE ROBOTICA

Hoy en día el término robot es muy bien conocido por la gran mayoría de los habitantes del planeta, esto debido a los medios de comunicación como la televisión y cine donde recrean fabulosas historias de ficción siendo la guerra hombre vs máquina el común denominador. Lo cierto es que se está realmente lejos de lograr que una máquina logre un nivel de inteligencia tal cual nos lo presenta el séptimo arte. Los robots de ahora son máquinas programadas para realizar labores que de una u otra forma serían peligrosas e incluso tediosas para una persona. Es por ello que las investigaciones se centraron, principalmente en la creación de algoritmos de control y posición de modo que sean más fáciles de abordar por un ordenador. Este capítulo se centra en los fundamentos físicos y matemáticos en los que se cimentaron los algoritmos y funciones de la plataforma creada para la asignación o programación de tareas en el manipulador ARM-MR 999. Primero se hace una breve reseña histórica de los robots tipo manipulador para continuar con la teoría de la descripción de posición y orientación de cadenas cinemáticas.

1.1 BREVE RESEÑA HISTÓRICA DE LOS ROBOTS MANIPULADORES

El término robot proviene de la palabra checa *robota* que se puede traducir como “trabajo realizado de manera forzada”[†]. De esta forma se puede describir fácilmente la mayor parte de los robots que, en el mundo, son diseñados para trabajos pesados y repetitivos. Ellos manejan tareas que pueden ser peligrosas, difíciles e inclusive tediosas para operarios humanos.

[†] La palabra robot fue usada por primera vez en el año 1921, cuando el escritor checo Karel Capek (1890-1938) estrena en el teatro nacional de Praga su obra *Rossum's Universal Robot* [1]. Esta obra trata la historia de máquinas humanoides creadas en fábricas, que hoy en día se relaciona más con el término androide e inclusive clon, con el propósito de trabajar para las personas. Estas máquinas podían pensar por sí mismos. Para resumir, estos seres antropomorfos aparentemente se veían felices de cumplir con las labores impuestas por sus amos, hasta que se produce una rebelión que lleva a la trágica extinción de la raza humana.

Pero el interés sobre la robótica se popularizó gracias a las obras del escritor de ciencia ficción Isaac Asimov quién en sus famosos *Cuentos de robots* hace uso de la palabra robótica para describir el estudio y fabricación de autómatas[‡]. Entre las diversas clases de robots, el robot manipulador (o brazo robótico), es el más popular en los campos científicos e industrial, donde es requerida la precisión, seguridad, fuerza y destreza, inherente de todo mecanismo. El diseño de un manipulador robótico es inspirado en la morfología de las extremidades de las especies animales, aunque, más comúnmente, en la anatomía del brazo humano.

Aunque existieron diseños de modelos de telemanipuladores[§] en años anteriores, las bases del robot industrial moderno se atribuyen al ingeniero norteamericano George Devol quien desarrolló en 1954 un brazo primitivo reprogramable el cual podía realizar diferentes tareas específicas. Más adelante, 1978, el ingeniero Víctor Scheinman, quien se encontraba estudiando su carrera en la universidad de Stanford, desarrolló un manipulador realmente flexible conocido como PUMA (*Programable Universal Machine for Assembly*) el cual era capaz de tomar un objeto y colocarlo en cualquier posición y orientación deseada, dentro de su rango de alcance, (ver figura 1). El concepto de este brazo es el que se utiliza en la mayoría de los robots actuales y dio la pauta para la creación de muchos robots manipuladores que hoy se observan en la industria.

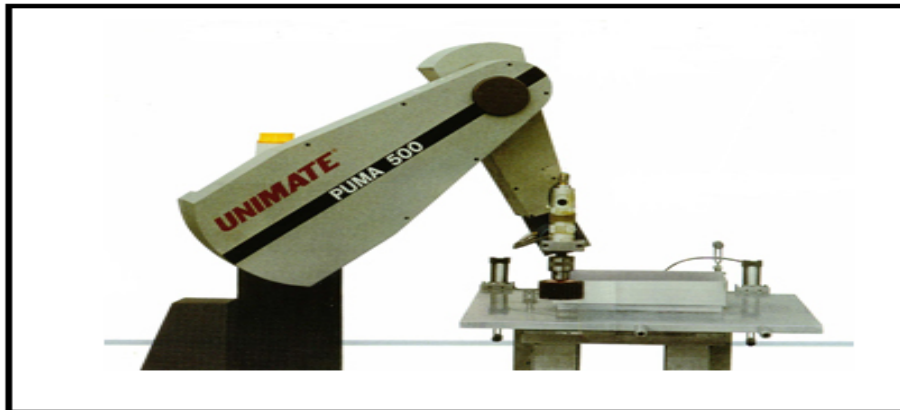
[‡]. En sus cuentos de robots, Isaac Asimov redacta las famosas *tres leyes de la robótica* que en resumen hablan sobre las instrucciones principales bajo las cuales un robot debe operar, siempre protegiendo y trabajando por la humanidad. Estas son:

1. un robot no debe dañar a un ser humano o, por su inacción, dejar que un ser humano no sufra daño
2. un robot debe obedecer las órdenes que le son dadas por un ser humano , excepto si estas órdenes entran en conflicto con la primera ley
3. Un robot debe proteger su propia existencia, hasta donde esta protección no entre en conflicto con la primera o segunda ley.

[§] Los telemanipuladores o *waldos* es un dispositivo actuado hidráulica, mecánica o electrónicamente; que permite al operario manipular objetos usando esta herramienta como una extensión de sus brazos. Sus usos, principalmente, se dan en el manejo de materiales peligrosos para la salud humana, como por ejemplo, material radiactivo, aunque la estación espacial internacional hace uso de un brazo telescópico, manipulado desde el interior de la estación, para el ensamblaje de elementos provenientes de tierra con propósitos de investigación astronómica.

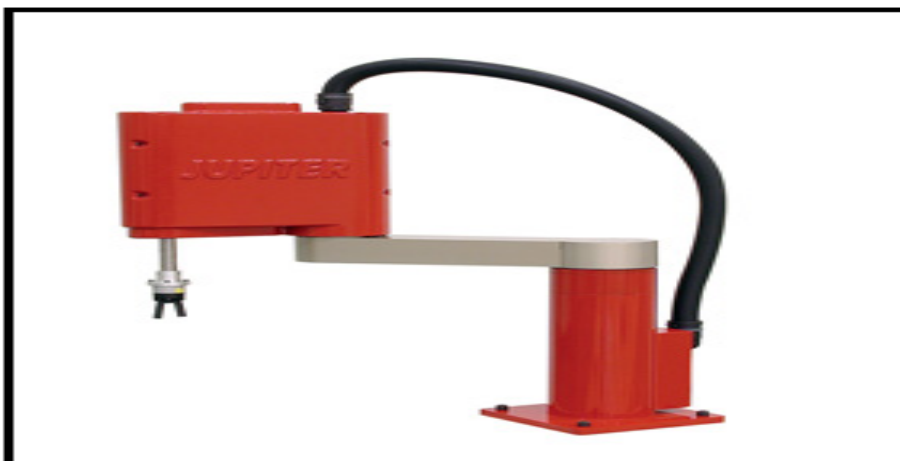
En 1982 el profesor Makino de la Universidad de Yamanashi de Japón, desarrolla el concepto del robot SCARA (*Selective Compliance Assembly Robot Arm*), un robot con un número reducido de grados de libertad, un coste limitado y una configuración encaminada al ensamblaje de objetos, (ver figura 2).

Figura 1. Robot PUMA 500 SPECS de la empresa prsrobots



Fuente. [<http://www.prsrobots.com/puma500.html>]

Figura 2. Robot Júpiter tipo SCARA de la empresa Worldwide Technical Solutions



Fuente. [<http://www.wtsmex.com/productos/industrial/830-RJ1-A.html>]

La implementación en la industria de los robots manipuladores en diversos procesos se ha incrementado gracias a la versatilidad propia de este tipo de máquinas. Su adaptación a un entorno cambiante y a la reprogramación de tareas diferentes a las inicialmente previstas, le otorga una gran ventaja con relación a las máquinas tradicionalmente empleadas.

1.2. DESCRIPCION DEL POSICIONAMIENTO Y ORIENTACION DEL EFECTOR FINAL.

Un manipulador es un emulador mecánico del brazo humano. Está constituido de una secuencia abierta de eslabones rígidos o elementos conectados entre sí mediante juntas de rotación y/o prismáticas; dependiendo de la necesidad de movimiento o de la tarea que llevara a cabo el manipulador. Cada par articulación–elemento le proporciona al manipulador un grado de libertad.

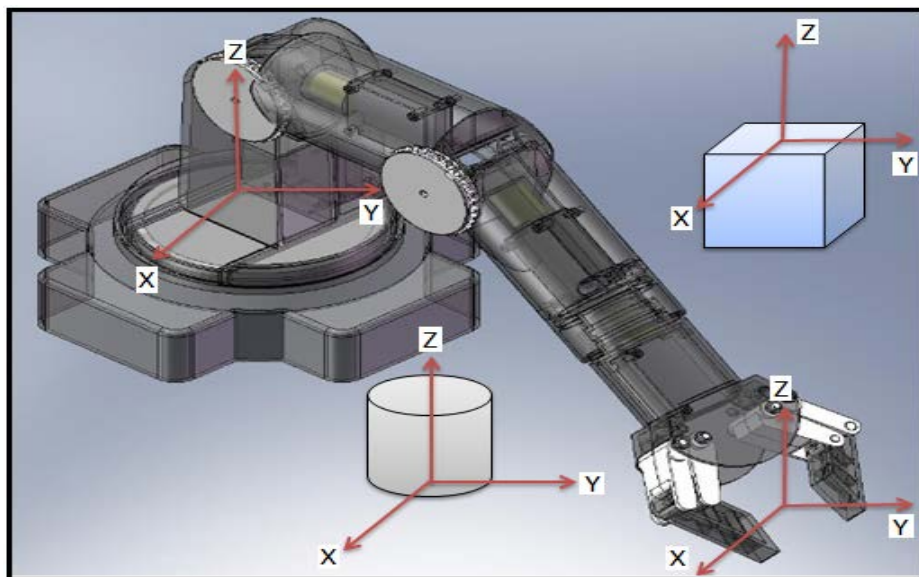
Existen sensores en cada junta, para la lectura de la ubicación (Pose) y velocidad angular (o lineal) de la articulación; y existe un actuador en cada enlace para aplicar torque (fuerza) sobre el eslabón vecino. En el extremo libre de la cadena cinemática está el efector final, que puede ser una pinza, una antorcha de soldadura o cualquier otro dispositivo; dependiendo de la aplicación del manipulador. Para tener un completo control sobre el movimiento del brazo es necesario conocer las herramientas que facilitan el análisis de los distintos parámetros cinemáticos que compondrán el movimiento del manipulador: posición, velocidad y cargas.

La ubicación de los objetos, el desplazamiento de cada uno de los eslabones del manipulador, con la consecuente realización de trayectorias, son las pautas para poder posicionar al robot en el espacio.

Cuando se requiere determinar la pose de un cuerpo en el espacio se realizan dos pasos que permiten evaluarla. Lo primero es establecer un sistema de coordenadas unido rígidamente al objeto a mover y seguidamente establecer un sistema de referencia el cual se determine la pose del objeto (véase figura 3). En muchas ocasiones y para facilidad de cálculos se toma el sistema de referencia en la base del manipulador.

Cuando se habla del número de grados de libertad de un manipulador, se considera como el número de variables independientes que se deberá tener en cuenta para poder determinar con exactitud la pose del manipulador. En numerosas aplicaciones también se puede referir, a los grados de libertad, como número de juntas o eslabones que tiene un brazo robótico.

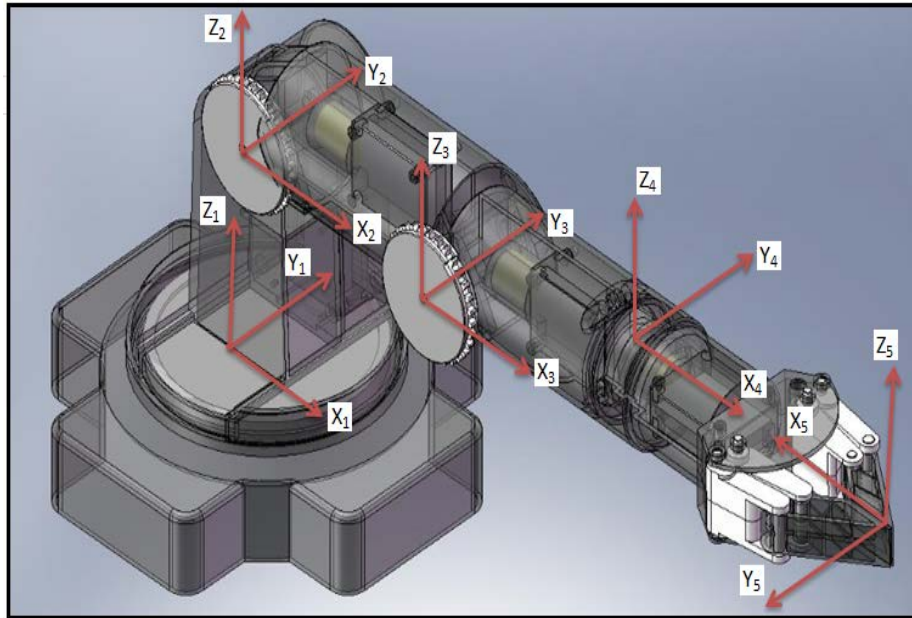
Figura 3. Sistemas de coordenadas base, herramienta y efector



Fuente. [Autores]

Por lo general la descripción de la pose del manipulador se hace con base en la pose de su efector final en relación al punto de referencia que se tome (véase figura 4).

Figura 4. Marcos de referencia de cada uno de los eslabones del manipulador



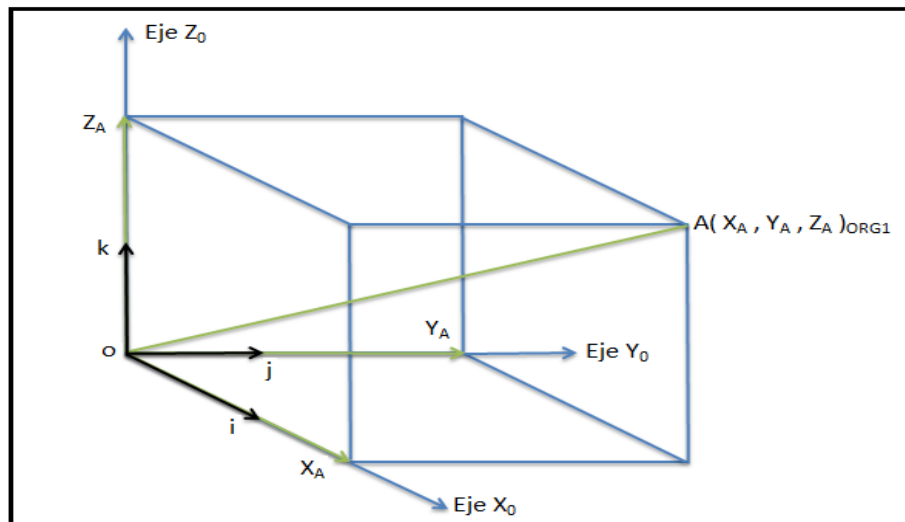
Fuente. [Autores]

1.2.1 DESCRIPCION DE LA POSICION. Un punto quedara totalmente definido en el espacio a través de las coordenadas de su posición. Sin embargo para el caso de un sólido es necesario definir adicionalmente su orientación con respecto a un sistema de referencia. Para valores dados de posición y orientación, es necesario especificar las localización de las conexiones de los eslabones del brazo una con respecto a la otra. Por lo tanto asociamos a cada conexión (i) un sistema de coordenadas (X_i, Y_i, Z_i) mediante un vector columna.

Esto es, fijar un sistema coordenado a cada eslabón del manipulador. Una forma de ubicar el sistema de coordenadas a cada eslabón de una manera estratégica para facilitar los cálculos es utilizar el algoritmo de Denavit–Hartenberg (D–H). Con base en lo establecido, se puede determinar un vector posición (3x1).

Debido a que en muchas ocasiones y aplicaciones puede haber más de un vector posición, se debe suministrar toda la información a la cual pertenece cada uno de estos vectores con relación al sistema de referencia utilizado (véase figura 5). La figura 5 muestra el sistema de coordenadas cartesianas $[X_0, Y_0, Z_0]$, con cada uno de sus vectores unitarios. Mediante el vector posición \vec{A} se describe la posición de un punto en el espacio cuyos componentes representan las distancias desde el origen del sistema de referencia hasta el punto analizado.

Figura 5. Sistema de coordenadas cartesianas espaciales



Fuente. [Autores]

El vector \vec{A} se representa de la siguiente manera:

$${}^0A = \begin{bmatrix} Ax \\ Ay \\ Az \end{bmatrix} \quad (1)$$

El vector posición de un punto A expresado en el sistema $\{1\}$ (1A) se define en términos del sistema $\{0\}$ de la siguiente forma:

$${}^0A = {}^0R^1A + {}^0A_{ORG} \quad (2)$$

Donde:

${}^0A_{ORG}$: Vector posición del origen de $\{1\}$ expresado en $\{0\}$.

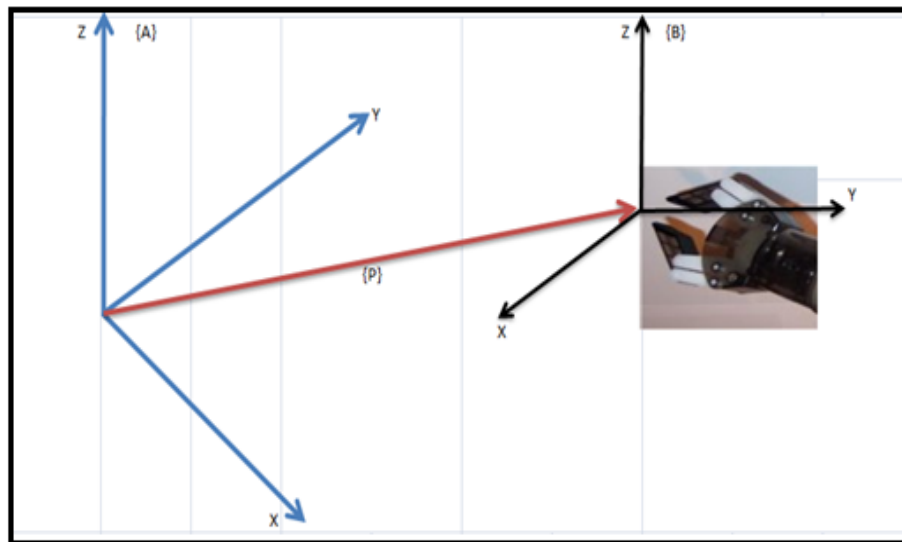
${}^0R \rightarrow$ Matriz de rotación.

La matriz de rotación se compone de los vectores unitarios coordenados pertenecientes a un sistema ($\{1\}$), expresados en otro de referencia ($\{0\}$).

$${}^0R = \begin{bmatrix} {}^0\hat{X}_1 & {}^0\hat{Y}_1 & {}^0\hat{Z}_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (3)$$

1.2.2 DESCRIPCION DE LA ORIENTACION. Para definir la orientación del manipulador, o más aun de su último efector o junta, se debe estipular la posición de un punto del efector en el espacio y establecer un marco de referencia, al cual se tendrá que determinar su orientación. La orientación se determina fijando un sistema de referencia [B] a un punto del efector final (pinza, punzón...etc.) antes mencionados. Basta con determinar un vector posición en el extremo y atarlo al sistema de referencia de coordenadas que se eligió y de esta manera tendremos definido la orientación y la posición de la junta final del manipulador. (Véase figura 6).

Figura 6. Posición y orientación de un manipulador en el espacio



Fuente. [Autores]

Como se pudo observar, la posición de los puntos que se eligen en el espacio tridimensional, podrán ser nombrados con vectores $[P_i]$, mientras que las orientaciones de los cuerpos serán descritas con sistemas de coordenadas $[B_i]$ previamente estipulado.

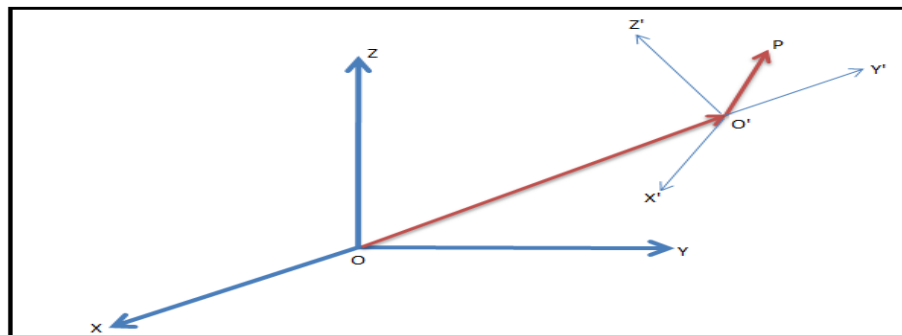
Si se quisiera enunciar cada uno de los vectores unitarios de [B] en términos de [A], hallaríamos una matriz 3x3, denominada matriz de rotación que resulta de enunciar los vectores unitarios [B] en términos de [A] de esta manera:

$${}^A_B R = \begin{bmatrix} {}^A \hat{X}_B & {}^A \hat{Y}_B & {}^A \hat{Z}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (4)$$

De lo anterior se puede mencionar que el producto punto de dos vectores unitarios proporciona el coseno del ángulo entre estos; debido a esto es que muchos autores llaman a esta matriz de rotación como una matriz de cosenos directores.

1.2.3 POSICIÓN Y ORIENTACIÓN POR MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA. Al combinar las expresiones de cambio de posición y de orientación del cuerpo en coordenadas homogéneas, se adquiere una notación matricial reducida que describe los dos tipos de movimientos (véase figura 7):

Figura 7. Desplazamiento espacial de un cuerpo



Fuente. [Autores]

$$\begin{bmatrix} \vec{p}_{xyz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R]_{u,\theta} & \vec{o}'_{xyz} \\ [0 \ 0 \ 0] & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{p}_{x'y'z'} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

O,

$$p_{xyz} = [T] p_{x'y'z'} \quad (6)$$

Donde:

$\vec{P}_{xyz} = [X_P, Y_P, Z_P, 1]^T$: Vector de coordenadas homogéneas de {P} en el sistema de referencia espacial x-y-z.

$\vec{P}_{x'y'z'} = [X'_P, Y'_P, Z'_P, 1]^T$: Vector de coordenadas homogéneas de en el sistema de referencia del cuerpo x'-y'-z'.

$[T]$: Matriz 4 x 4 de transformación homogénea que contiene la información de la traslación y rotación entre dos posiciones del cuerpo, definidas por los cada uno de los sistemas de referencia.

Para cada caso de estudio se descompone el desplazamiento total en un conjunto de movimientos de rotación y de traslación simples alrededor y/o a lo largo de los ejes coordenados. Debido a esto, las matrices de transformación que corresponden a cada movimiento se deben multiplicar entre sí para de esta manera tener la matriz de transformación homogénea compuesta que nos proporciona la información del desplazamiento total del cuerpo.

Los siguientes pasos son reglas que gobiernan la multiplicación de matrices de transformación homogénea:

- ✓ Si la rotación o traslación se especifica en coordenadas del sistema de referencia del cuerpo $x'-y'-z'$. Se posmultiplica la matriz de transformación correspondiente.
- ✓ Si la rotación o traslación se especifica en coordenadas del sistema de referencia global $x-y-z$, se premultiplica la matriz de transformación homogénea correspondiente.

De esta manera, la matriz compuesta se obtiene de:

$$[T] = \prod [T_i]_{xyz} [I] \prod [T_i]_{x'y'z'} \quad (7)$$

Donde:

$[I]$: Matriz 4 x 4 identidad.

En el operador \prod de posmultiplicación, la posición de la matriz en la operación corresponde a la secuencia de realización del respectivo movimiento. En el operador \prod de premultiplicación el orden se invierte.

La principal ventaja de las matrices de transformación homogénea es su capacidad de enunciar en forma conjunta la posición y orientación de un cuerpo y la facilidad con que se realiza la composición de transformaciones. Su inconveniente está en el alto nivel de redundancia numérica.

Para la representación de orientación en un espacio tridimensional mediante una matriz de rotación es necesario definir nueve elementos. Pero existe la forma de representar dicha orientación por medio de tres ángulos llamados ángulos de Euler.

1.2.4 DESCRIPCION DE LA ORIENTACION POR MATRICES DE ANGULOS DE EULER. Todo sistema OUVW solidario a un cuerpo cuya orientación se quiere describir, puede definirse con respecto al sistema OXYZ mediante tres ángulos θ , ϕ , Ψ denominados ángulos de Euler.

La representación matricial compacta la notación simplificando las operaciones, pero presenta el inconveniente de necesitar doce (12) términos para describir completamente la pose de un cuerpo, lo que nos conduce directamente a un conjunto completo de coordenadas generalizadas.

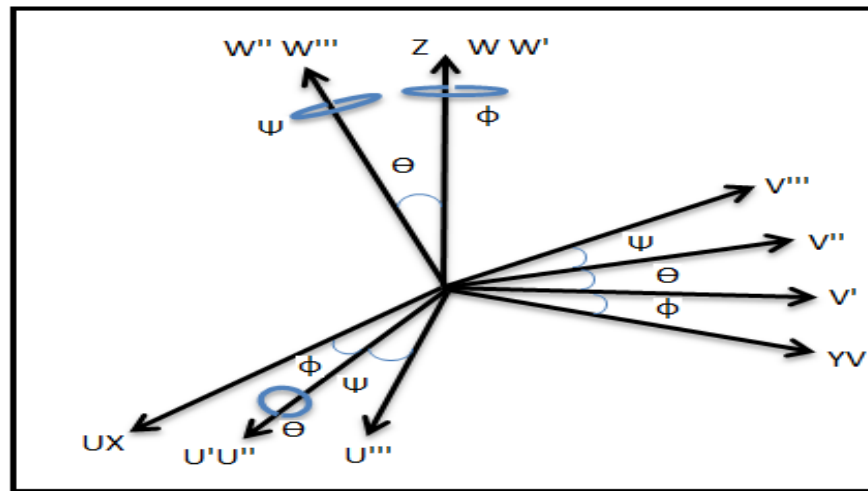
Un conjunto completo de coordenadas generalizadas se puede conformar en un vector Pose que contenga las tres coordenadas $X_{o'}$, $Y_{o'}$, $Z_{o'}$, de posición del punto o' origen del marco de referencia del cuerpo, expresadas en el sistema de referencia global, y por los tres ángulos de Euler: ϕ , θ , ψ .

$$\text{Pose} = [X_{o'}, Y_{o'}, Z_{o'}, \phi, \theta, \psi]^T \quad (8)$$

Estos representan los valores de los giros a realizar sobre los tres ejes ortogonales entre sí, de modo que girando sucesivamente el sistema OXYZ sobre estos ejes los valores de θ , ϕ , Ψ se obtendrá el sistema OUVW.

Es necesario, por lo tanto, conocer además de los valores de los ángulos, cuales son los ejes sobre los que se realizan los giros (véase figura 8).

Figura 8. Ángulos de Euler



Fuente. [Autores]

Existen diferentes formas de establecer los ángulos de Euler. En este estudio se trabaja con la siguiente secuencia de rotaciones.

- ✓ Rotación del ángulo ϕ respecto del eje oz.
- ✓ Rotación del ángulo θ respecto del eje girado oy'.
- ✓ Rotación del ángulo ψ respecto del eje girado oz''.

La matriz 3 x 3 de rotación compuesta es:

$$[R]_{\phi,\theta,\psi} = [R]_{z,\phi} [R]_{y',\theta} [R]_{z'',\psi} \quad (9)$$

$$[R]_{\phi, \theta, \psi} = \begin{bmatrix} C\phi C\theta C\psi - S\phi S\psi & -C\phi C\theta S\psi - S\phi C\psi & C\phi S\theta \\ S\phi C\theta C\psi + C\phi S\psi & -S\phi C\theta S\psi + C\phi C\psi & S\phi S\theta \\ -S\theta C\psi & S\theta S\psi & C\theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

Donde:

$C\phi, S\phi$: Coseno (ϕ) y Seno (ϕ)

$C\theta, S\theta$: Coseno (θ) y Seno (θ)

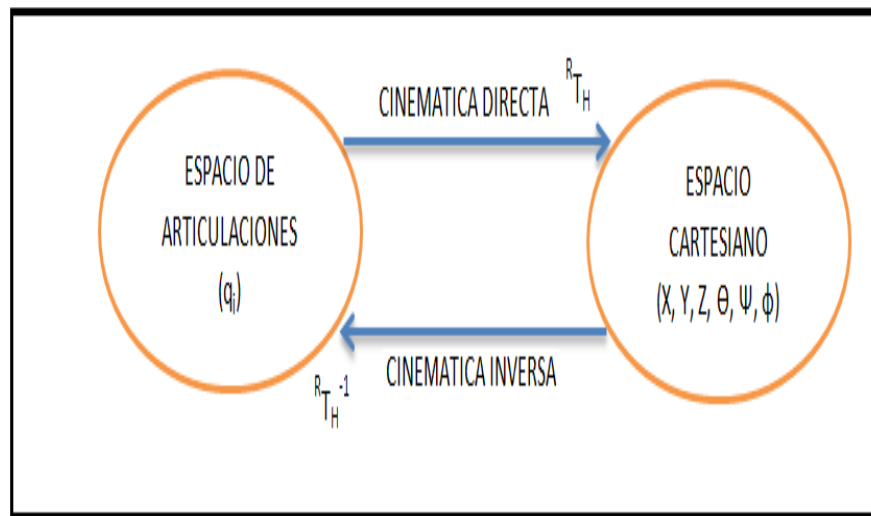
$C\psi, S\psi$: Coseno (ψ) y Seno (ψ)

Aunque los ángulos de Euler permiten simbolizar la orientación, es complicado de manejar, para su aplicación en operaciones vectoriales y composición de rotaciones.

2. MODELOS CINEMATICOS

La cinemática establece las relaciones entre posiciones, velocidades y aceleraciones de las ligaduras de un brazo robótico, sin tener en cuenta las fuerzas y/o momentos que producen estos movimientos. Básicamente los dos problemas a resolver en la cinemática de posición de un manipulador se pueden resumir en la cinemática inversa, la cual se refiere a los métodos que permiten determinar el movimiento de una cadena de articulaciones con el objetivo de que el eslabón final de un manipulador se ubique en una posición requerida. Cinemática directa la cual se utiliza para determinar las partes de un manipulador a partir de sus componentes fijas (véase figura 9):

Figura 9. Relación de la cinemática directa e inversa

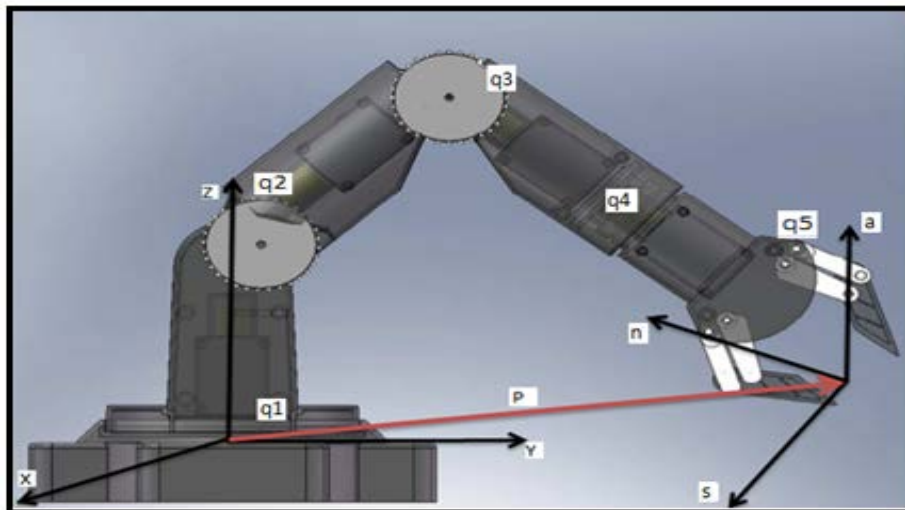


Fuente. [Autores]

Para el caso robótico, se entiende por cinemática de un manipulador, la descripción analítica de la relación funcional que existe entre los valores del movimiento de los actuadores en cada articulación o junta, y la Postura (posición - orientación), con relación a un sistema de referencia ligado, efector o junta final del brazo robótico.

Para visualizar los problemas que plantea la cinemática de manipuladores se usa el modelo geométrico del manipulador, que representa la información de ubicación y clase de juntas así como la Postura del efector final. (Véase figura 10).

Figura 10. Prototipo Geométrico de un Manipulador



Fuente:[Autores]

Donde:

n Vector normal de la mano. Suponiendo una mano de tipo mordaza paralela que es ortogonal a los dedos.

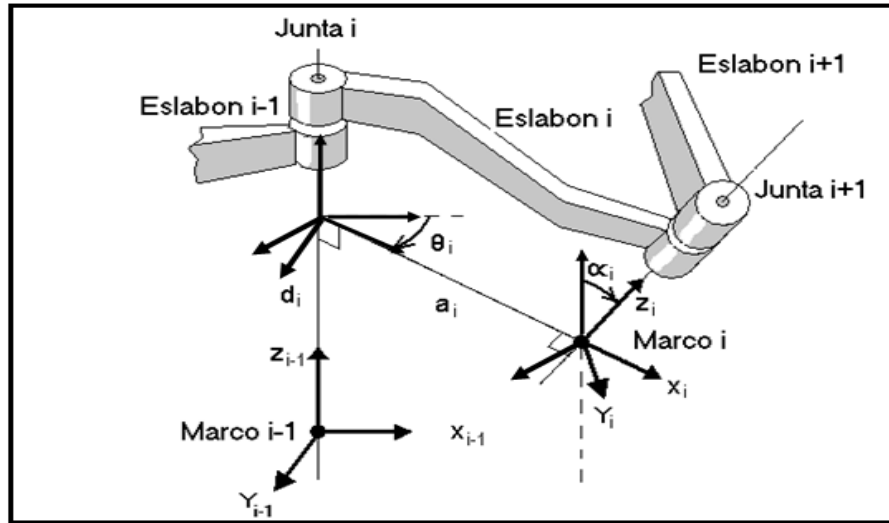
- s Vector de deslizamiento de la mano. Está apuntando en la dirección del movimiento de los dedos cuando la pinza se abre y se cierra.
- a Vector de aproximación de la mano. Está apuntando en la dirección normal a la palma de la mano.
- p Vector posición del efector. Apunta desde el origen del sistema de coordenadas de la base hasta el origen del sistema de coordenadas del brazo.

Para un manipulador determinado, teniendo el vector de las coordenadas de cada una de las articulaciones $q(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ y los parámetros geométricos de los elementos, se propone lo que se conoce como problema cinemático directo: ¿Cuál es la pose $[n, s, a, p]$ de la junta final del manipulador con respecto a un sistema de coordenadas de referencia en la base?

Para la solución del problema que se plantea, se necesita una notación que defina la Postura relativa entre juntas. Denavit y Hartenberg (D-H), desarrolla una notación que especifica un marco coordinado de referencia para cada eslabón, donde cada marco relaciona la junta i con junta $i + 1$ (véase figura 11)¹.

¹ CRAIG, Jhon J. Introduction to Robotics: Mechanics and control. Addison – Wesley. 1989

Figura 11. Notación Denavit - Hartenberg



Fuente. [Craig, John J. Introduction to Robotics Mechanics and Control]

2.1 CINEMATICA DIRECTA

En este método de análisis cinemático, el problema se resuelve al determinar la posición y orientación del robot, con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia, conocidos los valores de las articulaciones y los parámetros geométricos de los elementos del manipulador. Por lo tanto se puede especificar la posición y orientación de la pinza con respecto a la base del robot al evaluar la matriz de transformación homogénea T . Así la posición del robot será establecida por unas relaciones entre ángulos de Euler y las coordenadas cartesianas. Para esto se definen las matrices de transformación homogénea que representan la posición y orientación relativa entre dos articulaciones consecutivas.

Estas matrices se denominan por el símbolo: A^{i-1}_i en donde el superíndice indica que se especificara la posición y orientación con respecto al eslabon anterior (i).

Esto es, que la posición y orientación del n -ésimo eslabón con respecto a la base es igual al producto de las matrices de transformación homogénea relativas entre los eslabones siguientes de forma consecutiva. De esta igualdad se resuelve el problema cinemático directo.

El producto entre rotaciones no es conmutativo, por lo que la expresión anterior solo es verdadera siempre y cuando se haga de forma correcta la multiplicación de cada miembro del manipulador. Para ello se usará el algoritmo (D – H) mencionado inicialmente que permite ubicar los marcos de referencia a cada eslabón de modo que se asegure un correcto cálculo de la matriz de transformación homogénea.

Este algoritmo consiste básicamente de 4 transformaciones (rotaciones y traslaciones) que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento $i - 1$ al elemento i .

- Rotación alrededor del eje Z_{i-1} un ángulo θ
- Traslación a lo largo del eje Z_{i-1} una distancia D_i , ubicar el vector $(0, 0, D)$ en el plano $i - 1$.
- Traslación a lo largo de X_i una distancia a_i , vector $(a, 0, 0)$.
- Rotación alrededor del eje X_i un ángulo α_i

Estas transformaciones se refieren al sistema móvil. Para aplicar las transformaciones anteriores se debe hacer caso fielmente a los siguientes pasos:

1. Numerar los eslabones comenzando por 1 (primer eslabón móvil de la cadena) y acabando con n , se numera como cero a la base del robot.

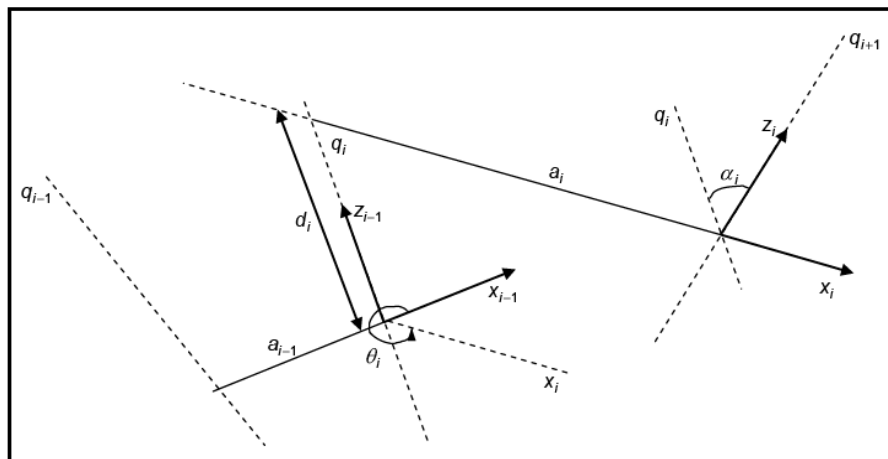
2. Numerar cada articulación comenzando por 1 (correspondiente al primer grado de libertad) y acabando con n .
3. Localizar el eje de cada articulación. Si esta es rotativa, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática el eje será aquel a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
4. Para i de 0 a $n - 1$, situar el eje Z_i sobre el eje de la articulación $i + 1$.
5. Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje Z_0 , los ejes X_0 y Y_0 se situaran de modo que formen un sistema dextrógiro con Z_0 .
6. Para i de 1 a $n - 1$, situar el origen del sistema $\{S_i\}$ (solidario al eslabón i) en la intersección del eje Z con la línea normal común a Z_{i-1} y Z . Si ambos se cortasen se situaría $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fuesen paralelos, se situaría en la articulación $i + 1$.
7. Situar X_i en la línea normal común a Z_{i-1} y Z .
8. Situar a Y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con X_i y Z_i .
9. Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que Z_n coincide con la dirección Z_{n-1} y X_n sea normal a Z_{n-1} y Z .
10. Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a Z_{i-1} para que X_{i-1} y X_i queden paralelos.
11. Obtener D_i como la distancia medida a lo largo de Z_{i-1} que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
12. Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de X_i (que ahora coincide con X_{i-1}). Que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincidiese con $\{S_i\}$.
13. Obtener α_i como el ángulo que habría que girar en torno a X_i (que ahora coincidirá con X_{i-1}), para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincidiese totalmente con $\{S_i\}$.

14. Obtener las matrices de transformación A^{i-1}_i definidas antes.

15. Obtener la matriz de transformación que relacion el sistema de la base con el del extremo del manipulador.

En la (figura 12), se muestra el diagrama de dos articulaciones consecutivas en una cadena cinemática con el fin de observar graficamente el significado de cada uno de los parametros que conforman la cuarteta de cada eje, de la siguiente manera:

Figura 12. Diagrama de (D – H) para la obtencion de la cinemática



Fuente.[Autores]

Donde:

θ_i = Angulo que forman los ejes X_{i-1} y X_i medido en el plano perpendicular al eje Z_{i-1} , utilizando la regla de la mano derecha.

D_i = Distancia a lo largo del eje Z_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas $(i-1)$ – esimo hasta la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i .

a_i = Es la distancia a lo largo del eje X_i que va desde la intersección del eje Z_{i-1} con el eje X_i hasta el origen del sistema i – esimo, en el caso de articulaciones giratorias.

α_i = Es el ángulo de separación del eje Z_{i-1} y el eje Z_i medido en un plano perpendicular al eje X_i , utilizando la regla de la mano derecha.

Una vez obtenidos los parámetros $(D-H)$, el cálculo de las relaciones entre los eslabones consecutivos del manipulador es inmediato.

Para cada junta de giro (D_i) , (a_i) y (α_i) , son valores constantes de la articulación (i) , por lo tanto (θ_i) , es la variable de articulación (q_i) , la cual cambia cuando el eslabon (i) gira, respecto al eslabon $(i-1)$. Para una junta prismática, (α_i) , (a_i) y (θ_i) son valores constantes de la articulación (i) , por lo tanto (D_i) es la variable de articulación (q_i) , que cambia cuando el eslabón (i) es trasladado respecto al eslabón $(i-1)$ ².

De tal manera los parámetros (D_i) , (a_i) , (α_i) , (θ_i) , pueden ser usados para construir una matriz de transformación homogénea, que permita determinar la posición y orientación relativa de la junta (i) , respecto de la junta $(i-1)$, para este caso de estudio, de la siguiente manera:

² Barrientos, Peñin, Balaguer y Aracil. Fundamentos de Robótica – Segunda Edición 1997

$${}^{i-1}T(q_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \sin \theta_i \cos \alpha_{i-1} & \cos \theta_i \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & -D_i \sin \alpha_{i-1} \\ \sin \theta_i \sin \alpha_{i-1} & \sin \alpha_{i-1} \cos \theta_i & \cos \alpha_{i-1} & D_i \cos \alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

Los datos que a continuación se suministran, son los correspondientes a los parámetros (Denavit – Hartenberg), para el robot manipulador ARM MR 999.

Tabla 1. Parámetros (Denavit – Hartenberg)

Eslabón	α [rad]	a[cm]	D[cm]	θ [rad]
1	0	0	L1	q1
2	pi / 2	L2	0	q2
3	pi	L3	0	q3
4	pi / 2	0	L4	q4

Fuente. [Autores]

Donde la primera columna hace referencia al número de eslabones del manipulador, la segunda columna nos proporciona los valores del parámetro (α), medido en radianes, la segunda columna nos proporciona al parámetro (a), medido en centímetros, la tercera columna es el parámetro (D), medido en centímetros y por último la cuarta columna es el parámetro (θ), medido en radianes. También encontramos los valores de cada una de las longitudes como son:

L1 = 15cm , L2 = 2cm , L3 = 11,8cm , L4 = 23 cm, así como q1 , q2 , q3 , q4 , son las variables dependientes del tiempo en el sistema es decir lo que se va a mover.

Teniendo la ecuación generalizada para el manipulador, y sus parámetros correspondientes, se puede determinar las matrices de (Denavit – Hartenberg):

- Primer Eslabón

$${}^0_1T(q_1) = \begin{bmatrix} \cos(q_1) & -\sin(q_1) & 0 & 0 \\ \sin(q_1) & \cos(q_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 15 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

- Segundo Eslabón

$${}^1_2T(q_2) = \begin{bmatrix} \cos(q_2) & -\sin(q_2) & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ \sin(q_2) & \cos(q_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

- Tercer Eslabón

$${}^2_3T(q_3) = \begin{bmatrix} \cos(q_3) & -\sin(q_3) & 0 & 59/5 \\ -\sin(q_3) & \cos(q_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

- Cuarto Eslabón

$${}^3_4T(q_4) = \begin{bmatrix} \cos(q_4) & -\sin(q_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 23 \\ -\sin(q_4) & -\cos(q_4) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

2.2 PROPAGACION DE VELOCIDADES Y ACELERACIONES

Velocidades: Para asociar las velocidades del efector final con las velocidades de junta, se define la transformación con el Jacobiano de un manipulador NJ en grados de libertad:

$$\dot{X} = J(q) * \dot{q} \quad (16)$$

Donde:

$$\dot{X} = \left[\frac{\partial x_i}{\partial t} \right]_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{V} \\ \vec{\omega} \end{bmatrix} : \text{Vector de velocidades del efector final.}$$

$$\dot{q} = \left[\frac{\partial q_i}{\partial t} \right]_{NJ \times 1} : \text{Vector derivada temporal del vector estado de las variables de junta.}$$

$$q = [q_i]_{NJ \times 1} : \text{Vector de estado de las variables de junta.}$$

$$J(q) = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_i}{\partial q_j} \end{bmatrix}_{5 \times NJ} \quad : \text{ Matriz Jacobiano del manipulador.}$$

Para el cálculo del Jacobiano:

$$J(q) = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 & \cdots & J_n \end{bmatrix} \quad (17)$$

Donde la i - ésima columna está dada por:

$$J_i = \begin{bmatrix} z_{i-1} \times (o_n - o_{i-1}) \\ z_{i-1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Aceleraciones: La relación entre las aceleraciones del efector final en el espacio cartesiano y las aceleraciones en el espacio de junta, se consiguen derivando la ecuación de velocidad respecto al tiempo:

$$\ddot{X} = J(q) * \ddot{q} + \frac{\partial}{\partial q} [J(q)] * \dot{q} \quad (19)$$

Donde:

$$\ddot{\mathbf{X}} = \left[\frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} \right]_{6 \times 1} = \begin{bmatrix} \vec{a} \\ \vec{\alpha} \end{bmatrix} : \text{Vector de aceleraciones (lineales y angulares) del efector final (Espacio Cartesiano).}$$

$$\ddot{q} = \left[\frac{\partial^2 q_i}{\partial t^2} \right]_{NJ \times 1} : \text{Vector segunda derivada temporal del vector estado de las variables de junta (Espacio de junta).}$$

2.3 CINEMATICA INVERSA

En este caso, el objetivo es encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articuladas del manipulador para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial.

Cabe resaltar que estas coordenadas deberán cumplir con la condición de estar dentro de los límites físicos del manipulador, es decir, deben ser accesibles para el brazo robótico y no salirse de su volumen de trabajo. A diferencia del método directo, en este caso para un mismo punto se pueden tener muchas soluciones del mismo brazo.

Se debe calcular las variables de junta que logran posicionar al efector final en la posición que se desea. Para este cálculo la solución vendrá estimada por medio de tres métodos claramente diferenciables:

- ✚ **Método Analítico:** A través de relaciones geométricas y algebraicas se planea resolver el problema cinemático, sin embargo la solución promedio de este método involucra procedimientos que al fin de cuentas son

engorrosos y sumamente largos. Otra desventaja es que con este método se obtiene una solución particular que realmente no nos permite hacer un análisis para elegir una mejora o saber si esta solución nos brindara realmente la mejor opción para posicionar el brazo.

- ✚ Los Métodos Adaptativos: Se basan en el uso de Redes Neuronales, (NNets: Neural Networks), las cuales “ilustra” la solución, sobre todo el espacio de las posibles configuraciones de la junta, por medio de un conjunto de datos de “soluciones de ejemplo”.

Las NNets disipan una gran cantidad de tiempo durante el entrenamiento. Sin embargo, una vez que la NNet ha sido entrenada, su respuesta en tiempo de operación es rápida, lo que permite las aplicaciones de tiempo real. Entre las arquitecturas de Red utilizadas en la solución del problema cinemático inverso se destacan los mapas auto-organizados de Kohonen y las redes FeedForward.

Los métodos analíticos y adaptativos se identifican por requerir una presentación formal diferente para cada configuración de juntas del manipulador a analizar (soluciones particulares).

- ✚ Método Numérico: En este caso, con ayuda de un ordenador se analizan un sinnúmero de soluciones y se puede tomar la mejor, en ahorro de tiempo y energía.

Este método numérico obtiene su solución por medio de cálculos iterativos, donde se realiza el cálculo de una función error $E(q_i)$, entre la postura del efector final y un marco de coordenadas requerido o destino.

$$E(q_i) = Post_{objetivo} - Post(q_i)_{mano} \quad (20)$$

En términos de matrices 4 x 4 de transformación homogénea:

$${}^0_N T = \begin{bmatrix} n & s & a & p \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \prod_1^N {}^{i-1}_i T(q_i) \quad (21)$$

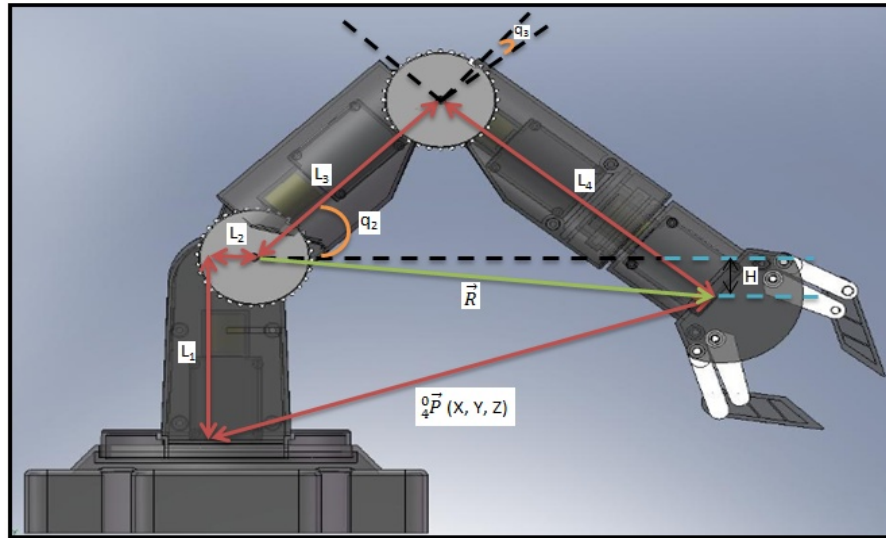
Los métodos numéricos suministran soluciones generalizadas, pero con mayor lentitud y convergen a una solución en el espacio de múltiples soluciones que tiene el manipulador.

Estos métodos se pueden clasificar en:

- ✓ Métodos de Optimización Determinísticos.
- ✓ Métodos de Optimización Probabilísticos.
- ✓ Métodos de Optimización Combinados: (Probabilísticos - Determinísticos).

Para este punto es importante mencionar que uno de los ítems a tener en cuenta para este cálculo es el espacio de trabajo o más conocido como el volumen de trabajo del manipulador, que no es más que el espacio máximo o mínimo al cual el efector final del manipulador puede llegar. Por medio del siguiente esquema (véase figura 13), se ilustra la aplicación de la cinemática inversa, en donde se realiza con base en el método geométrico aplicable para el caso de estudio que se está llevando a cabo.

Figura 13. Determinación de la cinemática inversa por el método geométrico



Fuente. [Autores]

Donde $L_1 = 15\text{cm}$, $L_2 = 2\text{cm}$, $L_3 = 11.8\text{cm}$, $L_4 = 23\text{cm}$, (q_2), es el ángulo que se forma de la variación del eslabón (L_3) con respecto a su horizontal, (q_2), es el ángulo que se forma de la perpendicular a la prolongación del eslabón (L_4) con respecto a la prolongación de (L_3) y depende de la variación en la posición de (L_3) y (L_4), y por los límites que ofrece la geometría del robot el ángulo (q_2), varía entre (-90 y 90) grados, los valores de (X), (Y), (Z) son distancias, a donde se propone ubicar el efector o pinza en el espacio con respecto al marco de referencia inicial o base. Dados los valores de (X), (Y), (Z) se plantea las ecuaciones de cinemática inversa para el robot manipulador de la siguiente manera:

$$q_1 = \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (22)$$

$$|\vec{R}| = ((x - 2\cos(q_1))^2 + (y - 2\sin(q_1))^2 + (z - 15)^2)^2 \quad (23)$$

$$H = z - 15 \quad (24)$$

$$\epsilon = \cos^{-1} \left(\frac{(11,8)^2 + (R)^2 - (23)^2}{2 \cdot (11,8) \cdot (R)} \right) \quad (25)$$

$$\alpha = \sin^{-1} \left(\frac{H}{R} \right) \quad (26)$$

$$q_2 = \epsilon + \alpha \quad (27)$$

$$q_3 = q_2 - \sin^{-1} \left(\frac{x - 2 \cos(q_1) - 11,8 \cos(q_2) \cos(q_1)}{23 \cos(q_1)} \right) \quad (28)$$

A manera de resumen de estos dos métodos de solución, se va a realizar un paralelo para determinar que se conoce y que se debe hallar al aplicarse en manipuladores.

✓ Cinemática Directa:

- Conocidos: Ángulos articulares y Geometría de los eslabones
- Determinar: Posición y orientación del elemento terminal referido a la base

$$f(\theta) = {}^B_N T = {}^0_N T$$

✓ Cinemática Inversa:

- Conocidos: Posición y orientación del elemento terminal referido a la base.

- Determinar: Ángulos articulares y geometría de los eslabones para alcanzar la orientación y posición de la herramienta.

$$\theta = f^{-1}({}^B T) = f^{-1}({}^0 T)$$

2.4 VOLUMEN DE TRABAJO

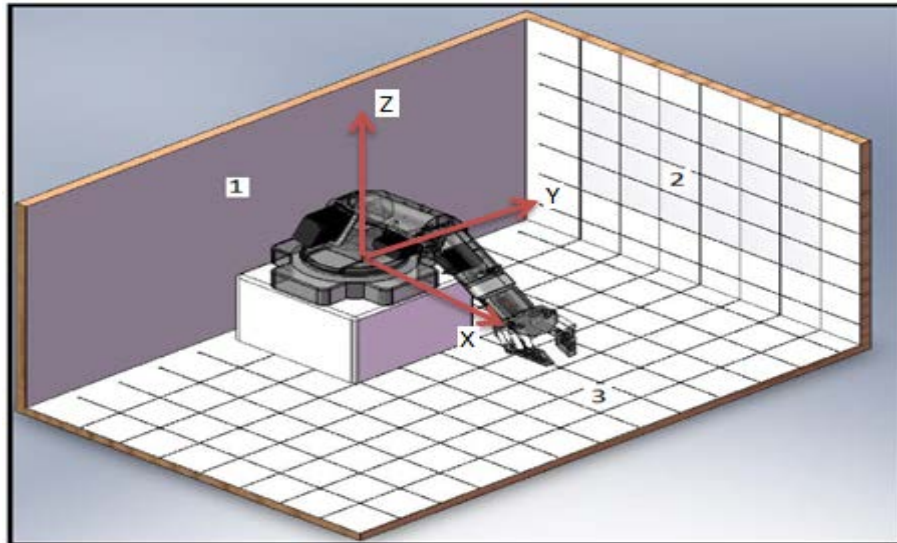
Para que un problema planteado con el manipulador pueda ser resuelto, el punto al cual se quiere llegar debe estar dentro del volumen de trabajo del manipulador, de lo contrario no se podrán efectuar los cálculos.

Dentro de este volumen de trabajo podemos diferenciar dos definiciones de volumen de trabajo. El volumen de trabajo diestro: es el volumen de trabajo en el cual el efector final del manipulador puede alcanzar con cualquier orientación.

Volumen de trabajo alcanzable: que es el volumen de trabajo al cual el efector final puede alcanzar en al menos una orientación. Podemos concluir que el volumen de trabajo diestro es una derivación del volumen del trabajo alcanzable.

En el caso del manipulador ARM MR 999, el volumen del trabajo está determinado por tres laminas que hacen alusión a un espacio tridimensional (Véase figura 14).

Figura 14. Volumen de trabajo del Manipulador ARM MR 999



Fuente. [Autores]

Dimensiones de las láminas:

- ✓ Lamina 1: ancho: 75 cm , alto: 40 cm
- ✓ Lamina 2: largo: 50 cm , alto: 40 cm
- ✓ Lamina 3: ancho: 75 cm , largo: 50 cm

El espacio alcanzable del ARM MR 999 dentro de las láminas es:

$$X = 36 \text{ cm}$$

$$Y = 52 \text{ cm}$$

$$Z = 36 \text{ cm}$$

Con base en los valores de X , Y , Z se puede calcular el volumen de trabajo del manipulador ARM MR 999 de la siguiente manera:

$$V_t = 36 \times 52 \times 36 \quad (29)$$

$$V_t = 67392 \text{ cm}^3$$

2.5 CONSIDERACIONES DE ESTUDIO

A manera de consideraciones se resaltan a continuación unos aspectos, que para este trabajo no se tendrán en cuenta y son:

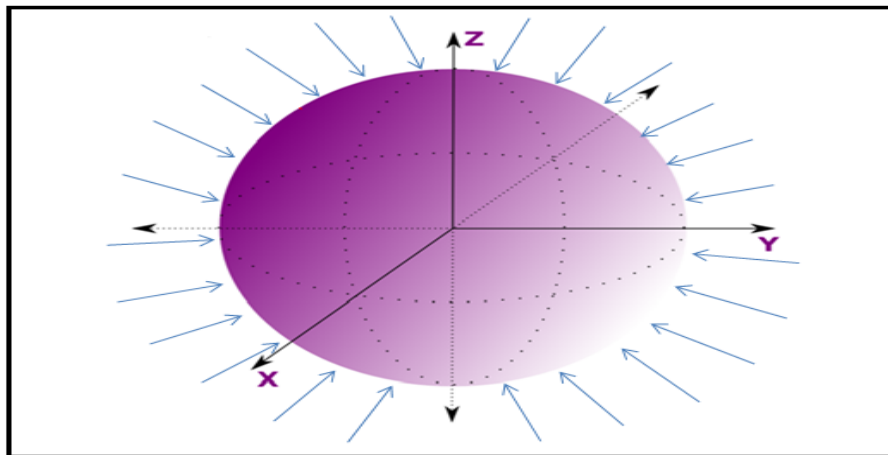
- ✓ Las deformaciones. Debido a que el manipulador no levantara grandes masas, por lo tanto no se tendrá en cuenta este aspecto. Cabe resaltar que para manipuladores vinculados a la industria, el cálculo de deformaciones es totalmente necesario debido a las grandes masas que allí pueden llegar a manejarse.
- ✓ El control dinámico, debido a que el control a aplicarse al manipulador ARM MR 999 será un control cinemático, por las pequeñas inercias y masas que este maneja.
- ✓ Se omite la interacción con el medio ambiente que el manipulador pueda tener, así como condiciones de operación como lo son: temperatura, humedad, radiación, horas de trabajo etc.
- ✓ Los cálculos de cinemática inversa se harán solo para que el manipulador pueda sujetar objetivos estacionarios. Es decir, las posiciones y orientaciones de la pinza deberán de ser estacionarias.

- ✓ Se tendrá en cuenta la implementación de soluciones particulares para el problema cinemático inverso.

La plataforma diseñada, posibilita la manipulación de piezas esféricas brindando la opción de poder sujetar la pieza sin considerar una orientación fija.

Esfera: Esta pieza permite la sujeción con cualquier dirección, por tanto no impone restricciones, ofreciendo un número infinito de soluciones. (Véase figura 15).

Figura 15. Esfera



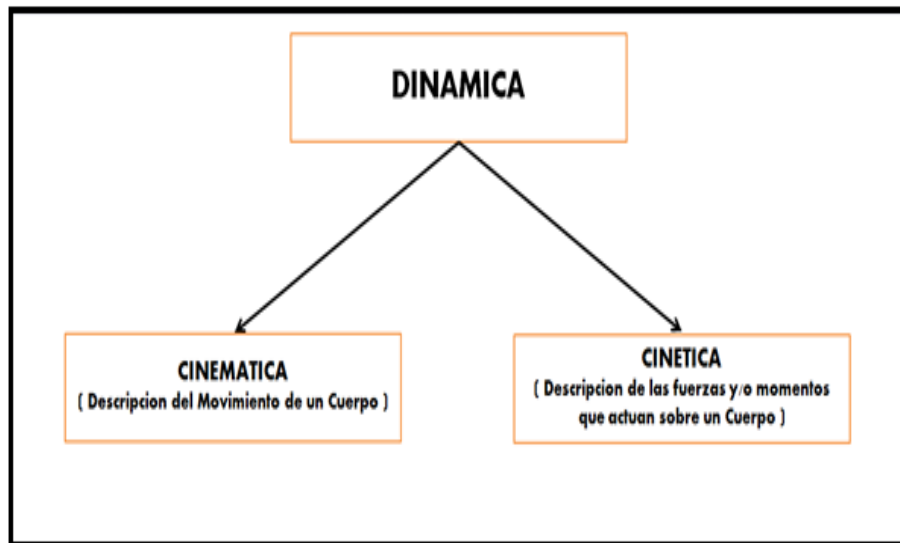
Fuente. [Autores]

3. MODELOS DINAMICOS

El presente estudio de la Dinámica de manipuladores estará centrado en la formulación, características y propiedades de las ecuaciones dinámicas afines a manipuladores. Dichas ecuaciones hacen parte de dos grupos que son: la cinemática (estudio de los movimientos de un cuerpo) y la cinética (estudio de la interacción y efecto de las fuerzas sobre el cuerpo) (Véase figura 16).

Como se especifico en el capítulo 2, debido a que el manipulador ARM MR 999 no controla grandes pesos y sus velocidades y aceleraciones no presentan grandes valores, el control que se implementa en el brazo robótico es *CINEMATICO*.

Figura 16. Estudio Dinámico en Manipuladores



Fuente. [Autores]

Para el caso de los manipuladores el estudio dinámico sigue abarcando estas dos divisiones. En el estudio cinético se establece una serie de relaciones entre la cinemática de la cadena en las juntas y las fuerzas o momentos que actúan sobre ellas.

Las consideraciones cinéticas para manipuladores abarcan una serie de formulaciones de ecuaciones del movimiento del brazo. Las ecuaciones de movimiento del robot se dan en términos de parámetros geométricos e inerciales de las juntas; a su vez dichas ecuaciones son necesarias para la representación de la simulación en computador del movimiento del manipulador.

El modelo dinámico se puede obtener a partir de postulados o leyes como lo es la ley de Newton. De los postulados de Newton – Euler y Lagrange – Euler, se obtienen las diferentes formas de describir la dinámica asociada a manipuladores robóticos, con el objetivo de hacer una mejor representación para mejorar aspectos como: tiempo de cálculo, análisis y tiempo de control.

El propósito del control de un manipulador mediante computador es mantener la respuesta dinámica del mismo con relación a unos parámetros preestablecidos. En general la respuesta dinámica en un manipulador, depende directamente de los algoritmos planteados para su control y del modelamiento dinámico del mismo que permita obtener los datos necesarios de fuerzas y momentos en el manipulador. En esto consiste el éxito o eficacia que se necesita a la hora de obtener una respuesta dinámica del nivel característico de un manipulador de alta prestación.

Es importante hacer notar que el modelo dinámico en manipuladores no solo consiste en la dinámica de sus elementos (juntas o eslabones), sino también la propia para sus sistemas de transmisión (actuadores y equipos electrónicos).

Para lograr el modelo dinámico en un manipulador, está contenido en el planteamiento del equilibrio de fuerza, que establece Newton en su segunda ley, o su equivalente para movimientos de rotación en la ley de Euler³:

$$\sum \mathbf{F} = m\dot{\mathbf{v}} \quad (30)$$

$$\sum \mathbf{N} = I\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} * (I\boldsymbol{\omega}) \quad (31)$$

De estas dos ecuaciones se desprenden los planteamientos para el equilibrio de fuerzas y pares que actúan en sobre el manipulador, consiguiendo así los denominados modelos dinámicos, directo e inverso.

Teniendo en cuenta estos aspectos mencionados, se dará a conocer los distintos modelos dinámicos que se presentaran así como leyes, postulados y aspectos afines que se tendrán en cuenta para el cálculo de las fuerzas y momentos en el manipulador.

³ Barrientos, Peñin, Balaguer y Aracil. Fundamentos de Robótica – Segunda Edición 1997

3.1 DINAMICA DIRECTA

Este modelo permite obtener las variables cinemáticas de posición, velocidad y aceleración a partir de pares de rotación que se aplican en las juntas de rotación y de fuerzas aplicadas en las juntas prismáticas. Lo que quiere decir que se especifica el movimiento del robot en funciones de los pares y fuerzas aplicadas sobre el mismo.

Al hecho de que resultados finales de la aplicación de cualquier expresión contienen términos que relacionan sus posiciones angulares y las derivadas de primer y segundo orden, por lo que se suma la dificultad para obtener las ecuaciones analíticamente, la solución para este modelo se obtiene a partir de métodos numéricos como son el método de Runge – Kutta, o por medio de programas que permitan simular el comportamiento de sistemas mecánicos.

Las ecuaciones de movimiento son integradas para un sistema de fuerzas aplicadas a fin de conocer la posición final en función del tiempo de aplicación de estas excitaciones. Para manipuladores que poseen solo juntas de rotación las variables articulares son función de los pares aplicados a cada junta.

3.2 DINAMICA INVERSA

Para este modelo se parte de que se conoce las variables articulares en el tiempo, y con estas se hace la solución previa de la formulación, se determina las excitaciones a aplicar en las juntas, fuerzas y/o pares.

Las ecuaciones de movimiento del manipulador son resueltas al hallar las fuerzas necesarias para llegar a una posición específica o dada. En la dinámica inversa, se plantean algoritmos que son resueltos en dos etapas:

1. Cálculos cinemáticos, requeridos para determinar el movimiento de cada uno de los eslabones así como sus posiciones y derivadas en el tiempo.
2. Cálculos cinéticos que se requieren para determinar las fuerzas y momentos externos aplicados a cada junta.

Cuando un manipulador posee solo juntas de rotación, las ecuaciones resultantes establecen la relación entre pares aplicados a cada junta y variables cinemáticas. La obtención del modelo dinámico en manipuladores es objeto de investigación, se han planteado en numerosos métodos basados en principalmente en la mecánica Lagrangiana y Newtoniana, con el objetivo de obtener modelos manejables por los sistemas de cálculo de una manera más eficiente.

3.3 FORMULACION LAGRANGE – EULER (L – E)

Para este método propuesto, las ecuaciones de movimiento dan como respuesta ecuaciones de estado evidentes para el manejo de la dinámica en manipuladores, necesarias para del diseño y análisis de estrategias de control para cada articulación.

Aunque no es común también puede servir para resolver el problema de Dinámica directa planteado anteriormente, mediante el conocimiento de las fuerzas y/o pares deseados y con el apoyo de ecuaciones dinámicas que permitan resolver en primera instancia el problema de las aceleraciones en cada articulación y posteriormente obtener las coordenadas y velocidades generalizadas.

Este método se utiliza también para la solución del problema Dinámico inverso, en donde conociendo las ecuaciones generalizadas con sus respectivas derivadas de primer y segundo orden con respecto al tiempo, se realiza el cálculo de fuerzas y/o pares generalizados.

3.4 MODELO DINAMICO EN VARIABLES DE ESTADO⁴

Este es un modelo, que mediante una ecuación dinámica que se presenta a continuación, se puede resolver el problema dinámico inverso de un manipulador, dadas sus fuerzas y pares que deberán ser suministrados a los actuadores para que estos sigan una trayectoria ya definida a la cual se le llama (q(t)). El torque quedaría de la siguiente manera:

$$\tau = D\ddot{q} + H + C \quad (32)$$

$$\tau = N + D\ddot{q} \rightarrow N = H + C$$

$$\ddot{q} = D^{-1} [\tau - N] \quad (33)$$

Donde (D) representa la matriz de inercias, (C) representa la matriz columna de gravedad, las cuales dependen de los valores de (q), (H) representa la matriz columna de fuerzas centrípetas y coriolis, la cual depende de (q) y (dq / dt). (D⁻¹), es función de (q), (N) es función de (q) y (\dot{q}), la expresión puede adecuarse aplicando el vector de estado, de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \cdot u \quad (34)$$

Donde:

$$u = D^{-1} [\tau - N]$$

De esta manera la ecuación responde a una ecuación de estado lineal, la no linealidad se traslado a la entrada de (u). Se puede asociar también unas variables (A) y (B) a la ecuación, por medio de un diagrama de bloques representar la dinámica de un robot en el espacio de la siguiente manera:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & I \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \text{ matriz } (2n \times 2n) \qquad B = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ I \end{bmatrix}, \text{ matriz } (2n + n)$$

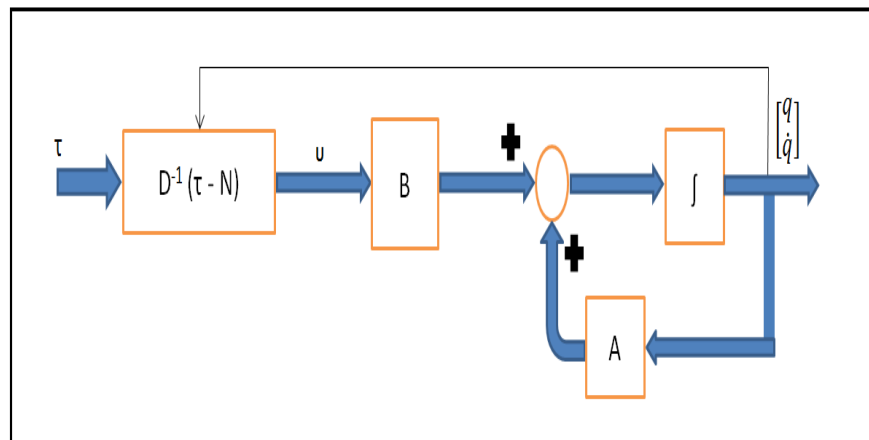
Se debe tener en cuenta que el vector de pares generalizados (τ), de ante mano supone pares efectivos, por lo que de existir otro tipo de pares como pares de rozamiento, que deben ser tenidos en cuenta en el cálculo de esta manera:

$$\tau = \tau_{motor} - \tau_{perturbador} - \tau_{rozamientoviscoso} - \tau_{rozamientosec} \quad (35)$$

La ecuación de torque por lo tanto es no lineal, haciéndose dificultoso el cálculo del modelo dinámico directo que proporciona la trayectoria seguida. El siguiente diagrama (Véase figura 17), representa la serie de pasos que se deben desarrollar para la solución de este método.

El primer bloque, el cual contiene la expresión $(D^{-1} [\tau - N])$, es un bloque no lineal, que depende del estado de $[q, \dot{q}]$ y se representa mediante la línea negra que retorna a él.

Figura 17. Pasos para la dinámica de un robot en variables de estado



Fuente. [Autores]

3.5 FORMULACION NEWTON – EULER (N- E)

Este método ha sido desarrollado para realizar la derivación de ecuaciones de una manera más eficiente y menos tediosa, por medio del desarrollo de algoritmos que permitan realizar el cálculo de fuerzas y/o pares generalizados, basados en las ecuaciones de Newton y Euler.

⁴ Barrientos, Peñin, Balaguer y Aracil. Fundamentos de Robótica – Segunda Edición 1997

La obtención de estas formulaciones acarrea la realización de cálculos de producto vectorial, lo que implica que el conjunto de ecuaciones dinámicas resultantes, puede ser aplicado secuencialmente a los elementos del manipulador.

El conjunto de ecuaciones aplicadas hacia adelante, entrega toda la información cinemática tal como velocidades lineales y angulares, aceleraciones angulares y lineales del centro de masa de cada elemento. Las ecuaciones planteadas hacia atrás, otorgan toda la información acerca de fuerzas y momentos ejercidos en el manipulador desde el efector final hasta el sistema de referencia que se toma como base.

Este método será el que se implemente para la solución del presente proyecto, debido a que es menos engorroso, los resultados salen de una manera más directa, es más versátil y es más económico hablando computacionalmente que el método de (Lagrange – Euler). Este método consiste en el siguiente algoritmo computacional:

- i. Asignar a cada eslabón un sistema de referencia de acuerdo al algoritmo (D-H).
- ii. Obtener las matrices de rotación y sus inversas para cada par consecutivo.
- iii. Establecer las condiciones iniciales (Velocidad angular, posición, orientación, torque, fuerza...etc.)
- iv. Obtener la velocidad angular del sistema $\{S_i\}$.
- v. Obtener la aceleración angular del sistema $\{S_i\}$
- vi. Obtener el par ejercido sobre el eslabón i
- vii. Obtener la fuerza o par ejercido sobre la articulación i

Al aplicar este algoritmo se obtienen las relaciones entre ángulos y tiempo de activación de los motores de cada articulación.

Por medio de la ley de Newton – Euler se plantea el problema dinámico para el manipulador ARM MR 999, tomando como base el esquema de la (figura 11) del capítulo 2 y las ecuaciones (30) y (31). Según lo planteado en la (figura 11), la relación existente entre los marcos de referencia $\{i\}$ e $\{i + 1\}$, proporciona las velocidades angulares asociadas a las juntas, de la siguiente manera:

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = {}^{i+1}R^i \omega_i + \theta'_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (36)$$

Donde ${}^{i+1}\hat{Z}_{i+1}$ representa el vector unitario asociado al eje de la junta $\{i + 1\}$.

Ahora bien, se procede a hacer el mismo planteamiento para las aceleraciones, teniendo en cuenta que la relación entre las aceleraciones de dos juntas consecutivas está dada de la siguiente manera:

$${}^{i+1}\omega'_{i+1} = {}^{i+1}R^i \omega'_i + {}^{i+1}R^i \omega_i \times \theta'_{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \theta''_{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (37)$$

Si la junta $\{i + 1\}$ es prismática, la ecuación de aceleraciones se reduce a:

$${}^{i+1}\omega'_{i+1} = {}^iR^i \omega'_i \quad (38)$$

La aceleración lineal en el origen de la articulación $\{i + 1\}$, se representa de la siguiente manera:

$${}^{i+1}v'_{i+1} = {}^iR^i \left({}^i v'_i + {}^i \omega'_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i \omega_i \times \left({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) \right) \quad (39)$$

Donde ${}^i P_{i+1}$ es el vector que representa la posición del origen del sistema $\{i + 1\}$, con relación al sistema $\{i\}$. Ahora si se supone que existe un sistema $\{C_i\}$ asociado a cada eslabón y que a su vez su origen este situado en el centro de masas y que conserve la misma orientación $\{i\}$, la aceleración de este centro será la misma aceleración que la del origen, pero expresada en relación a $\{i\}$ de la siguiente manera:

$${}^{i+1}v'_{C_{i+1}} = {}^{i+1}v'_{i+1} + {}^{i+1}\omega'_{i+1} \times {}^i P_{C_{i+1}} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times \left({}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{i+1}P_{C_{i+1}} \right) \quad (40)$$

Teniendo ya establecido, las aceleraciones lineales y angulares en el manipulador, procedemos a realizar las iteraciones hacia dentro como se especifico anteriormente, para calcular fuerzas y momentos.

Estas iteraciones vienen dadas desde la última articulación hasta la base, en donde (f_i) y (n_i) , son las fuerzas y momentos que se ejercen en la junta $\{i\}$, por la junta $\{i + 1\}$. De tal manera el equilibrio de fuerzas de forma iterativa será:

$${}^i f_i = {}_{i+1}^i R^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (41)$$

De la misma forma se planteara el equilibrio de momentos en el centro de masas obteniéndose la siguiente expresión:

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}_{i+1}^i R^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}_{i+1}^i R^{i+1} f_{i+1} \quad (42)$$

Si el extremo del manipulador esta libre o no esta sujetando ningún objeto, se tendrá que:

$${}^{N+1} n_{N+1} = 0 \quad \text{Y} \quad {}^{N+1} f_{N+1} = 0$$

En caso de que no fuera así, el cálculo se comenzara con las fuerzas y momentos externos que actuaran en el extremo del manipulador.

Para el cálculo del momento en una articulación rotacional, es el ejercido por la componente (\hat{Z}), del momento aplicado por un enlace, de la siguiente forma:

$$\tau_i = {}^i n_i^{Ti} \hat{Z}_i \quad (43)$$

De la misma manera, el cálculo de la fuerza en una junta prismática será:

$$\tau_i = {}^i f_i^{Ti} \hat{Z}_i \quad (44)$$

A manera de realizar un resumen de las ecuaciones aplicadas anteriormente se citan a continuación, teniendo en cuenta que en la primera parte se realiza el cálculo de velocidades y aceleraciones de cada enlace desde (1) hasta (n), aplicando la ley (N – E) para cada enlace. La segunda parte tiene que ver con el cálculo de fuerzas y a su vez momentos a los cuales serán aplicados a cada uno de los actuadores en cada junta, comenzando en la articulación (n) y terminando en la (1). Estas ecuaciones que se plantean a continuación se realizan teniendo la certeza de que todas las juntas son de rotación.

- Iteración hacia afuera: $i = 0 \rightarrow 3$

$${}^{i+1} \omega_{i+1} = {}^{i+1} R^i \omega_i + \theta'_{i+1} {}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (45)$$

$${}^{i+1} \omega'_{i+1} = {}^{i+1} R^i \omega'_i + {}^{i+1} R^i \omega_i \times \theta'_{i+1} {}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} + \theta''_{i+1} {}^{i+1} \hat{Z}_{i+1} \quad (46)$$

$${}^{i+1} v'_{i+1} = {}^{i+1} R \left({}^i v'_i + {}^i \omega'_i \times {}^i P_{i+1} + {}^i \omega_i \times \left({}^i \omega_i \times {}^i P_{i+1} \right) \right) \quad (47)$$

$${}^{i+1} v'_{C_{i+1}} = {}^{i+1} v'_{i+1} + {}^{i+1} \omega'_{i+1} \times {}^i P_{C_{i+1}} + {}^{i+1} \omega_{i+1} \times \left({}^{i+1} \omega_{i+1} \times {}^{i+1} P_{C_{i+1}} \right) \quad (48)$$

$${}^{i+1}F_{i+1} = m_{i+1} {}^{i+1}v'_{Ci+1} \quad (49)$$

$${}^{i+1}N_{i+1} = {}^{Ci+1}I_{i+1} {}^{i+1}\omega'_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times {}^{Ci+1}I_{i+1} {}^{i+1}\omega_{i+1} \quad (50)$$

- Iteración hacia afuera: $i = 3 \rightarrow 4$

$${}^i f_i = {}^{i+1}R^{i+1} f_{i+1} + {}^i F_i \quad (51)$$

$${}^i n_i = {}^i N_i + {}^{i+1}R^{i+1} n_{i+1} + {}^i P_{Ci} \times {}^i F_i + {}^i P_{i+1} \times {}^{i+1}R^{i+1} f_{i+1} \quad (52)$$

$$\tau_i = {}^i n_i^{Ti} \hat{Z}_i \quad (53)$$

Para tener claridad en lo planteado anteriormente, se hará un resumen, a continuación, especificando el significado de cada una de las variables utilizadas en cada ecuación.

En las ecuaciones anteriores:

${}^i P_{i+1} \rightarrow$ Vector posición del origen del eslabón $i+1$ -ésimo expresado en el sistema $\{i\}$.

${}^i P_{ci} \rightarrow$ Vector posición del centro de masa del eslabón i -ésimo expresado en el sistema solidario a él.

$m_i \rightarrow$ Masa del i -ésimo eslabón.

- ${}^C_i I_i \rightarrow$ Tensor de inercia correspondiente al centro de masa del eslabón i -ésimo.
- ${}^i \omega_i \rightarrow$ Velocidad angular del eslabón i -ésimo expresado en el sistema $\{i\}$.
- ${}^i \omega'_i \rightarrow$ Aceleración angular del eslabón i -ésimo expresado en $\{i\}$.
- ${}^i v_i \rightarrow$ Velocidad lineal del origen del sistema $\{i\}$.
- ${}^i v'_i \rightarrow$ Aceleración lineal del origen del sistema $\{i\}$.
- ${}^i v_{ci} \rightarrow$ Velocidad lineal del centro de masa del eslabón i -ésimo expresado en $\{i\}$.
- ${}^i v'_{ci} \rightarrow$ Aceleración lineal del centro de masa del eslabón i -ésimo expresado en $\{i\}$.
- ${}^i F_i \rightarrow$ Fuerza que actúa sobre el i -ésimo eslabón.
- ${}^i N_i \rightarrow$ Momento que actúa sobre el i -ésimo eslabón.
- ${}^i f_i \rightarrow$ Fuerza de reacción en el origen del sistema $\{i\}$, dependiente de las fuerzas y momentos en los eslabones.
- ${}^i n_i \rightarrow$ Momento de reacción en el origen del sistema $\{i\}$, dependiente de las fuerzas y momentos en los eslabones y por tanto de las posiciones angulares y sus derivadas de primer y segundo orden ($g(\theta, \theta', \theta'')$).

$\tau_i \rightarrow$ Componente del momento aplicado sobre el eje (z) del sistema $\{i\}$, dependiente de las posiciones angulares y sus derivadas de primer y segundo orden ($g(\theta, \theta', \theta'')$).

La carga gravitacional puede ser incluida sobre los eslabones a manera que:

$${}^0V_0 = G$$

Donde (G) es el vector gravedad, lo que se puede considerar que la base del manipulador se encuentra acelerada hacia arriba de la siguiente manera:

$${}^{i+1}G_{i+1} = {}^iR^i G_i \quad (54)$$

$${}^{i+1}F_{i+1} = -m_{i+1} {}^{i+1}G_{i+1} \quad (55)$$

Donde:

${}^iG_i \rightarrow$ Vector gravedad en el sistema $\{i\}$.

${}^{i+1}G_{i+1} \rightarrow$ Vector gravedad del origen de la junta $i + 1$ - iesimo, expresado en el sistema $\{i\}$.

Las ecuaciones que se presentaron pueden ser usadas como método analítico o numérico. Al emplearse como método numérico, se puede aplicar de forma que sirva para cualquier manipulador.

4. GENERACION DE TRAYECTORIAS

Este capítulo hace referencia a la manera cómo se genera una trayectoria determinada en un manipulador, en el caso de estudio del manipulador ARM MR 999, los tipos de trayectorias que pueden ser descritas y las distintas formas por medio de las cuales estos desplazamientos pueden llevarse a cabo partiendo desde un punto inicial y llegando a su punto de destino y por último se darán a conocer los tipos de trayectoria afines a manipuladores.

En robótica la trayectoria de un manipulador, está determinada por el historial de posiciones, velocidades y aceleraciones, que se verifican, a medida que el brazo va describiendo un movimiento. Estos datos se definen para cada grado de libertad, o movimiento de juntas, que el manipulador posea. En el caso del manipulador ARM MR 999 se tendrán cinco historiales de posición, velocidad y aceleración mientras describe un movimiento establecido.

Para citar un ejemplo, si se quisiese que el manipulador fuera de un punto a otro punto del espacio de trabajo, pero con solo cuatro movimientos, esos cuatro movimientos deben estar claramente descritos, porque el manipulador también puede ir de ese punto al otro, con solo darle las coordenadas de el punto de llegada y esperar que el programa, le genere automáticamente la trayectoria. Para algunas aplicaciones será indispensable el numero de movimientos o la manera en que se quiere que estos se lleven a cabo (líneas rectas, curvas... etc.), pero en otras solo se requerirá que llegue al punto de destino sin importar el tipo de trayectoria que el brazo robótico efectuó.

El manipulador describe correctamente una trayectoria especificada si va desde el punto de partida hasta el punto de llegada pasando por los puntos intermedios previamente definidos.

En robótica industrial el tiempo es un factor primordial, ya que cada movimiento o la trayectoria completa deben ser programadas para que se efectúen en un determinado intervalo de tiempo. En este proyecto académico, el tiempo no tendrá gran incidencia en los movimientos que ejecute el brazo a la hora de cumplir una determinada tarea.

Un objetivo a plantearse en este modulo de generación de trayectorias, es el cálculo de la misma ante la especificación de una tarea, cumpliendo con una serie de parámetros o especificaciones de desempeño que se enunciaran a continuación:

- ✓ Describir movimientos suaves en cada junta, evitando movimientos bruscos, con impactos que propician el desgaste en los servomotores y juntas de unión en el manipulador, lo que a su vez ocasiona vibraciones indeseadas que hacen que el movimiento no se vea natural.
- ✓ Reproducir la trayectoria del gripper del manipulador con desviación acotada.
- ✓ Permitir la selección del tipo de movimiento que quiere que sea descrito por el manipulador, generando el cálculo de velocidades y aceleraciones en los puntos deseados.

Existen dos formas para especificar el movimiento en un manipulador:

- ✓ Operaciones punto a punto (PTP): para este método se emplean técnicas de interpolación, en el espacio entre juntas, para generar la trayectoria entre los puntos determinados. Esta puede ser realizada, suministrando puntos consecutivos, cuya distancia debe estar prudentemente acotada, de manera que se pueda observar y realizar el movimiento libremente. Si los puntos consecutivos están muy distanciados, la trayectoria descrita, por el efector final puede resultar impredecible y generar colisiones.
- ✓ Operaciones de caminos continuos (CC): la forma de la trayectoria en el espacio y en el tiempo, se describe en términos de funciones temporales es decir, se especifica el camino que debe unir los puntos inicial y final, mediante una trayectoria (línea recta, círculo), que pueda describir el brazo robótico en su espacio de trabajo. Estas funciones deben estar en términos de coordenadas cartesianas, de posición y orientación del efector final del manipulador.

4.1 GENERACION DE TRAYECTORIAS POR MEDIO DE OPERACIONES PUNTO A PUNTO.

Este método describe la forma del camino en término de funciones temporales de las variables de juntas. Cada articulación evoluciona desde su posición inicial a la final sin realizar consideración alguna sobre el estado de las demás articulaciones. Normalmente cada actuador trata de llevar su articulación al punto de destino en el menor tiempo posible⁵.

CRAIG, John J. Introduction to Robotics: Mechanics and control. Addison – Wesley. 1989

El algoritmo que se aplica a un método de interpolación, como lo es el que desarrolla trayectorias punto a punto consta de los siguientes pasos:

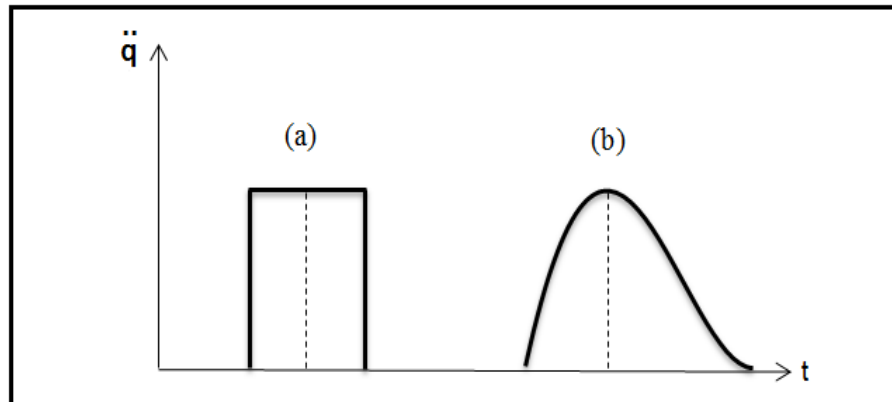
- ✓ La aplicación de interpoladores de movimiento suave para cada junta, pasando a través de los puntos del camino. El movimiento de cada junta se calcula independientemente de las otras.
- ✓ Determinación de los intervalos de tiempo sincronizando el movimiento (cada junta comienza y termina al mismo tiempo).

Los mapas de generación de trayectorias, en el espacio de juntas, se efectúan de una manera rápida, pero presentan problemas de generación de movimientos indeseados del efector final a medida que van ejecutando la trayectoria que se desea. Podemos citar una gran variedad de interpolares suaves, que me puedan describir el movimiento de punto a punto.

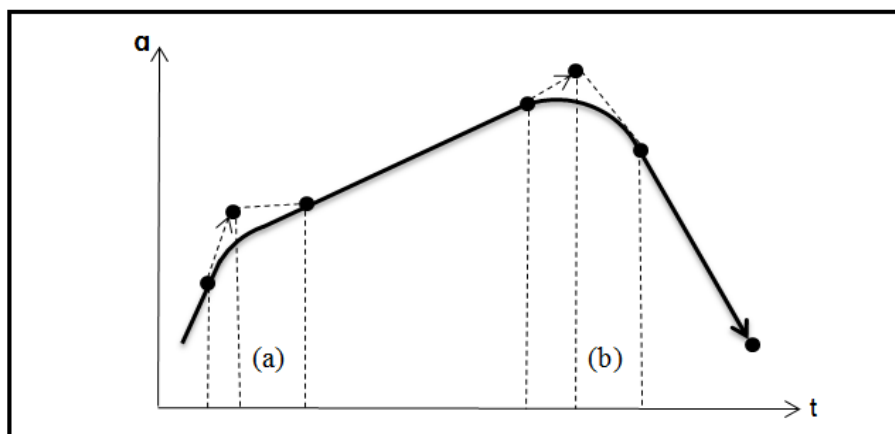
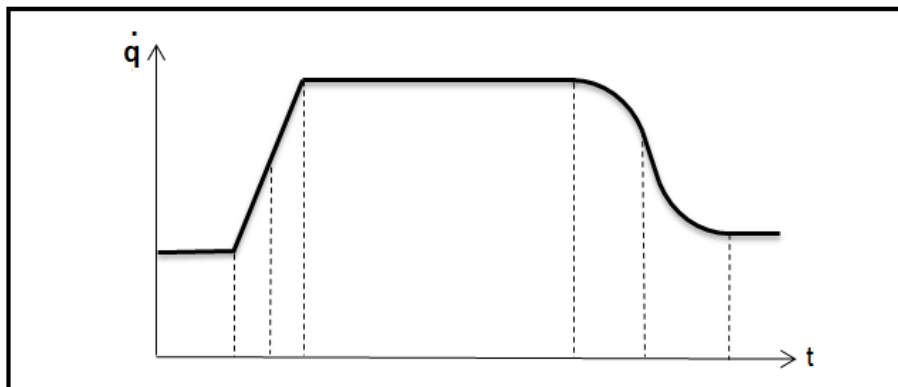
En este estudio y con miras a la implementación del módulo de generación de trayectorias en el sistema de simulación, se revisa un método que permite definir automáticamente las velocidades y aceleraciones de junta.

4.1.1 SUAVIZADO DE CURVAS EN EL ESPACIO DE JUNTAS. Este método consiste en desplazar la variable de junta entre dos puntos consecutivos de la trayectoria con velocidad constante (máxima), utilizando tramos de transición suave de velocidad entre desplazamientos (Suavizado). Durante estos tramos se puede hacer uso de funciones temporales parabólicas, de aceleración constante (máxima) o funciones temporales senoidales. El método provee de movimientos de tiempos excelentes (mínimo), que se determinan por los máximos valores de velocidad y aceleración que se establecen en cada junta (véase figura 18).

Figura 18. Segmentos de trayectorias con suavizado



Donde (a) es un segmento parabólico y (b) es un segmento senoidal



Fuente. [Autores]

En caso de restricciones temporales, ($\Delta t_{\text{especificado}} > \Delta t_{\text{óptimo}}$), la trayectoria se recompone mediante una operación de escalado. El método de transición suave presenta los siguientes pasos:

1. Del modulo de cinemática inversa se tienen los vectores de variables de junta requeridos para la tarea especificada.
2. Se definen los vectores de velocidad y aceleración máxima $\left\| \dot{q}_M \right\|$ y $\left\| \ddot{q}_M \right\|$ en los actuadores de junta de acuerdo a su capacidad limite.
3. Cálculo de los vectores de velocidades máximas en cada tramo, sin considerar los segmentos de transición:

$$\dot{q}_{i-1,i} = a * \min \left(\frac{\text{signo} \left(\begin{matrix} \hat{\cdot} \\ q_{i-1,i} \end{matrix} \right) * \left\| \dot{q}_M \right\|}{\begin{matrix} \hat{\cdot} \\ q_{i-1,i} \end{matrix}} \right) * \begin{matrix} \hat{\cdot} \\ q_{i-1,i} \end{matrix} \quad (56)$$

Donde:

a : Parámetro con valor inicial igual a 1.0, para permitir un posterior ajuste de tiempo.

$\begin{matrix} \hat{\cdot} \\ q_{i-1,i} \end{matrix} = \frac{q_i - q_{i-1}}{\|q_i - q_{i-1}\|}$: Vector unitario N-dimensional que define la dirección del desplazamiento entre los puntos i-1 e i.

Las operaciones de división y multiplicación se realizan término a término. La ecuación [56] determina el vector de máximas velocidades permitido para efectuar el desplazamiento especificado en el segmento i-1 a i.

4. Cálculo de las aceleraciones máximas en los tramos de transición suave:

$$\ddot{q}_{M,i} = b * \min \left(\frac{\text{signo} \left(\begin{matrix} \wedge \\ \ddot{q}_i \end{matrix} \right) * \left\| \ddot{q}_M \right\|}{\begin{matrix} \wedge \\ \ddot{q}_i \end{matrix}} \right) * \begin{matrix} \wedge \\ \ddot{q}_i \end{matrix} \quad (57)$$

Donde:

b : Parámetro con valor inicial menor que 1.0 (b = 0.8) para permitir un posterior ajuste de tiempo.

$\begin{matrix} \wedge \\ \ddot{q}_i \end{matrix}$: Vector unitario N-dimensional que define la dirección del desplazamiento de velocidades entre los puntos i-1 e i.

$$\begin{matrix} \wedge \\ \ddot{q}_i \end{matrix} = \frac{\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ q_{i,i+1} - q_{i-1,i} \\ \cdot & \cdot \\ q_{i,i+1} - q_{i-1,i} \end{matrix}}{\left\| \begin{matrix} \cdot & \cdot \\ q_{i,i+1} - q_{i-1,i} \\ \cdot & \cdot \\ q_{i,i+1} - q_{i-1,i} \end{matrix} \right\|}$$

Las operaciones de división y multiplicación se realizan término a término. La ecuación (57) determina el vector de máximas aceleraciones permitido para efectuar el cambio de velocidad requerido entre los segmentos (i-1) a (i) y de (i) a (i+1).

5. Cálculo de los tiempos de aceleración, que dependen del tipo de transición a realizar.

❖ Transición Parabólica. La aceleración es constante:

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{Mi} \quad (58)$$

El tiempo de aceleración en el tramo de transición i:

$$t_{ai} = \frac{\dot{q}_{i,i+1} - \dot{q}_{i-1,i}}{\ddot{q}_i} \quad (59)$$

Se debe cumplir la condición siguiente, que se puede apreciar en la (Figura 19):

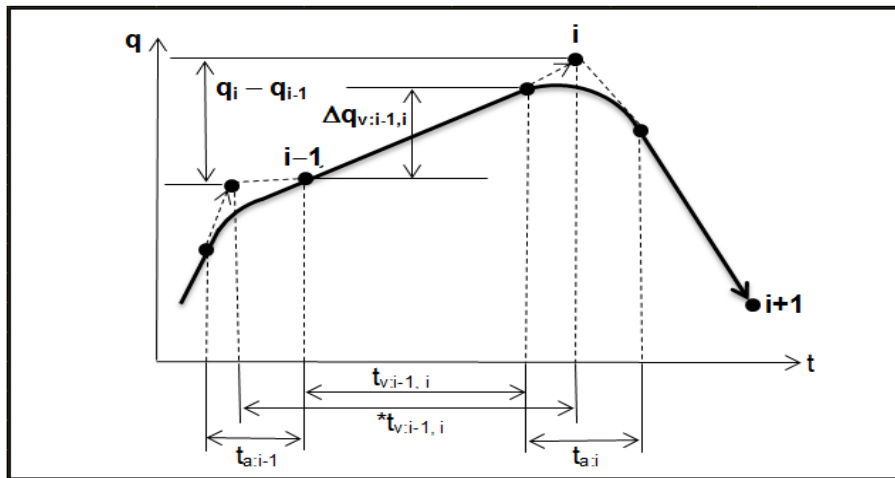
$$\frac{1}{2}(t_{ai} + t_{a:i-1}) \leq {}^*t_{v:i-1,i} \quad (60)$$

Donde:

$${}^*t_{v:i-1,i} = \frac{\dot{q}_i - \dot{q}_{i-1}}{\dot{q}_{i-1,i}} \quad : \quad \text{Tiempo requerido para recorrer el segmento de } i-1 \text{ a } i, \text{ con velocidad constante, sin considerar los tramos de transición.}$$

Si la anterior condición no se cumple, se ajustan los tiempos de aceleración aumentando el valor del parámetro (a).

Figura 19. Intervalos de Tiempo en el Suavizado de Trayectorias



Fuente. [Autores]

❖ Transición Senoidal. La aceleración viene dada por:

$$\ddot{q}_i = \ddot{q}_{M:i} \sin^2\left(\frac{\pi t}{t_{a:i}}\right), \quad 0 \leq t \leq t_{a:i} \quad (61)$$

El tiempo de aceleración en el tramo de transición i:

$$t_{a:i} = 2 \times \frac{\dot{q}_{i,i+1} - \dot{q}_{i-1,i}}{\ddot{q}_{M:i}} \quad (62)$$

Se debe verificar el cumplimiento de la condición de tiempos, dado por la ecuación (62).

6. Cálculo de los tiempos a velocidad constante .

$$t_{v:i-1,i} = \frac{\Delta q_{v:i-1,i}}{\dot{q}_{i-1,i}} \quad (63)$$

Donde:

$\Delta q_{v:i-1,i}$: Desplazamiento de las variables de junta a velocidad constante, entre los puntos del camino i-1, i:

❖ Para Transición Parabólica:

$$\Delta q_{v:i-1,i} = q_i - q_{i-1} + \frac{1}{2} \left(\dot{q}_{i,i+1} t_{ai} - \dot{q}_{i-1,i} t_{ai-1} \right) - \left(\dot{q}_{i-1,i} t_{ai} + \frac{1}{2} \ddot{q}_i t_{ai}^2 \right) \quad (64)$$

❖ Para Transición Senoidal:

$$\Delta q_{v:i-1,i} = q_i - q_{i-1} + \frac{1}{2} \left(\dot{q}_{i,i+1} t_{ai} - \dot{q}_{i-1,i} t_{ai-1} \right) - \left(\dot{q}_{i-1,i} t_{ai} + \frac{1}{4} \ddot{q}_i t_{ai}^2 \right) \quad (65)$$

Se debe verificar la condición:

$$0 \leq t_{vi-1,i} \leq {}^*t_{vi-1,i} \quad (66)$$

Si la anterior condición no se cumple, se repite el algoritmo, disminuyendo las velocidades y aumentando las aceleraciones, mediante el ajuste del valor de los parámetros (a) y (b) hasta cumplir.

4.1.2 METODOS DE INTERPOLACION. Para esta parte del capítulo de trayectorias se describen brevemente algunos métodos de común aplicación en la interpolación en el espacio de juntas para manipuladores (polinomios, cicloidal, aceleración rectangular).

4.1.2.1 METODO DE ACELERACION RECTANGULAR. El método de aceleración rectangular presenta una sobre aceleración con valores elevados, para el caso ideal presenta impulsos que se deben a las discontinuidades en la aceleración. Se definen ciertos parámetros que hacen parte de las ecuaciones que para este método se plantean:

$A = \theta''_o \rightarrow$ Aceleración máxima posible desarrollada en la junta analizada.

$V = \theta'_o \rightarrow$ Velocidad máxima posible desarrollada en la junta analizada.

Para encontrar la velocidad en este método, se plantea la siguiente ecuación:

$$\Delta\theta \cdot A < V^2 \Rightarrow V = \sqrt{\Delta\theta \cdot A} \quad (67)$$

Esta expresión está dada para realizar el desplazamiento en el menor tiempo posible. El tiempo empleado en lograr el cambio deseado en la variable de junta se define de la siguiente manera:

$$T_{\min} = \frac{\Delta\theta}{V} + \frac{V}{A} \quad (68)$$

Si se requiere realizar el desplazamiento, para un tiempo mayor al mínimo calculado, se tendrán que modificar: el valor de la aceleración máxima y/o el valor de la velocidad máxima. Se puede demostrar que al realizarse un cambio simultaneo en las variables de aceleración y velocidad al aplicarse el mismo factor de reducción en cada ecuación, es el método más recomendable ya que cumple con la restricción de velocidad y permite reducir la aceleración, razón de gran importancia para realizar en la corrección de tiempos por sobre paso de momentos máximos posibles.

Si se tienen velocidades iniciales o finales diferentes de cero, se tendrá que el tiempo mínimo estará dado por:

$$T_{\min} = \frac{\Delta\theta}{V} + \frac{1}{2} \cdot \frac{V}{A} \cdot \left(\left(1 - \frac{V_i}{V}\right)^2 + \left(1 - \frac{V_f}{V}\right)^2 \right) \quad (69)$$

Si se quisiese aumentar el tiempo de ejecución, recurrimos a las ecuaciones (69), para formar una nueva, ecuación de aceleración así:

$$A = \frac{A}{2} \cdot \frac{V_o}{V} \cdot \left(\left(1 - \frac{V_i}{V_o}\right)^2 + \left(1 - \frac{V_f}{V_o}\right)^2 \right) \quad (70)$$

Para poder aplicar la ecuación (70), se debe estar seguro que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$2\Delta\theta \cdot A \geq 2V_o^2 - V_i^2 - V_f^2 \quad (71)$$

De no cumplirse lo anterior, han de plantearse las siguientes ecuaciones para encontrar los valores de velocidad y aceleración en cada junta del manipulador.

$$V_o = \frac{\Delta\theta}{T} + \sqrt{\frac{\left(\frac{\Delta\theta}{T} - V_i\right)^2}{2} + \frac{\left(\frac{\Delta\theta}{T} - V_f\right)^2}{2}} \quad (75)$$

$$A = \frac{2V_o - V_i - V_f}{T} \quad (76)$$

4.1.2.2 METODO DE POLINOMIOS. Es un método sencillo, en el cual se puede determinar el (T_{min}), del movimiento, conociendo los valores de velocidad y aceleración máxima en las juntas. Para aplicarlo al caso de estudio, se expone el polinomio de grado 5, o quintiles como se es conocido también este polinomio, que es el que se adecua a los grados de libertad que maneja el manipulador ARM MR 999. El mínimo valor que puede tomar (T), se expresa de la siguiente manera:

$$T_{min} = \text{máxim} \left(\frac{15}{8} \cdot \frac{|\Delta\theta|}{\theta'_{0max}}, \sqrt{\frac{10}{\sqrt{3}} \cdot \frac{|\Delta\theta|}{\theta''_{0max}}} \right) \quad (77)$$

Y para tiempos superiores al mínimo se tiene que:

$$|\theta'_{max}| = \frac{15}{8} \frac{|\Delta\theta|}{T} \quad \text{Y} \quad |\theta''_{max}| = \frac{10}{\sqrt{3}} \frac{|\Delta\theta|}{T^2} \quad (78)$$

4.1.2.3 METODO DE MOVIMIENTO CICLOIDAL. Este método al igual que el anterior es muy sencillo que determina el (T_{min}), de movimiento en cada junta del manipulador, conociendo velocidades y aceleraciones máximas de juntas. Este método no es aplicable si las condiciones iniciales y/o finales son diferentes de cero. El mínimo valor que puede tomar (T), se expresa de la siguiente manera:

$$T_{\min} = \text{máxim} \left(2 \frac{|\Delta\theta|}{\theta'_{0\max}}, \sqrt{2\pi \frac{|\Delta\theta|}{\theta''_{0\max}}} \right) \quad (79)$$

Y de presentarse tiempos superiores al mínimo, se tiene que:

$$|\theta'_{\max}| = 2 \frac{|\Delta\theta|}{T} \quad \text{Y} \quad |\theta''_{\max}| = 2\pi \frac{|\Delta\theta|}{T^2} \quad (80)$$

4.2 GENERACION DE TRAYECTORIAS POR MEDIO DE OPERACIONES DE CAMINOS CONTINUOS.

Este tipo de operaciones, se realizan haciendo el planteamiento de trayectorias en el espacio cartesiano. Debido a que en manipuladores, el control se realiza sobre cada junta, las especificaciones del movimiento en el espacio de junta reflejan las características del movimiento que el efector debe describir en el espacio cartesiano.

Se puede generar una trayectoria, con cierto margen de error o tolerancia en relación a la trayectoria que se desea, mediante un conjunto de puntos de paso obtenidos con base en un criterio de espaciamiento, interpolados en el espacio de juntas. Este procedimiento se ha implementado con una serie de pasos que se describen a continuación:

- ✓ Definir un número inicial de puntos de paso.
- ✓ Gestionar los puntos de paso.
- ✓ Lograr los tiempos mínimos, para realizar los desplazamientos entre puntos consecutivos de la trayectoria, inicial, de paso y final.
- ✓ Cálculo de las variables de posición, velocidad, aceleración y sobre aceleración relativas con valores de cero en velocidades iniciales y finales.
- ✓ Comprobar la existencia de puntos inalcanzables. De conseguirse algún punto inalcanzable se finalizara el procedimiento, puesto que no se cumple con el margen de error que se exige.

Para las especificaciones del tipo de movimiento entre puntos del camino, se tiene varias posibilidades de movimientos como lo son:

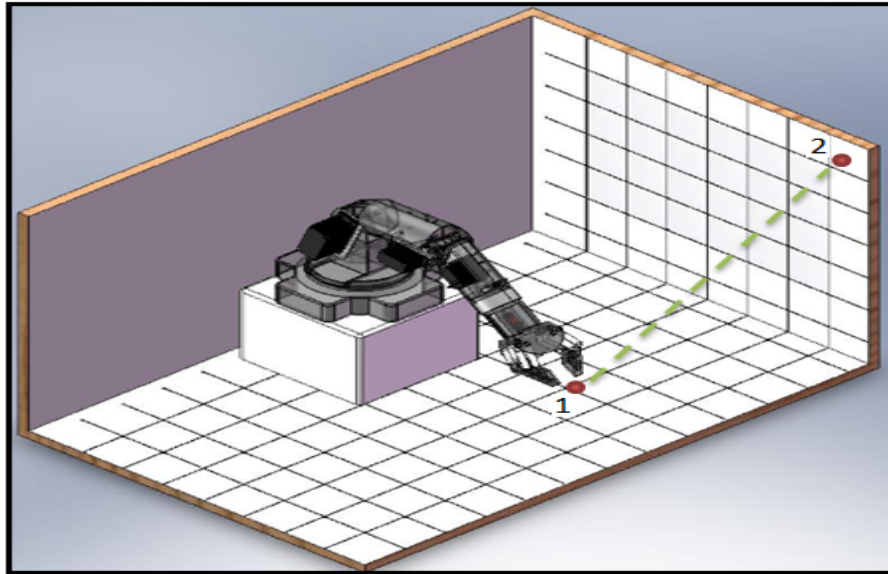
- ✓ Movimiento en línea recta. El efector final se traslada siguiendo una línea recta.
- ✓ Movimiento circular: El efector final se traslada siguiendo un segmento de círculo.
- ✓ Movimiento a través de múltiples trayectorias con suavizado de esquinas.
- ✓ Movimiento del efector final a través de Curvas Cúbicas Parametrizadas (Splines), entre otras.

El programa de generación de trayectorias debe ser capaz de detectar y solucionar los siguientes problemas geométricos, relacionados con el movimiento del manipulador en el espacio cartesiano:

- ✓ Puntos de la trayectoria intermedios inalcanzables (tramos de puntos especificados fuera del volumen de trabajo del manipulador).
- ✓ Puntos de la trayectoria que llevan al manipulador a configuraciones de singularidad, requiriéndose en la vecindad de estos puntos, altas velocidades de los actuadores de junta.
- ✓ Pose inicial y final alcanzable en diferentes soluciones del manipulador.
- ✓ Puntos alcanzables, solo con algunas orientaciones del efector final.

Puntos intermedios inalcanzables: si se conociese el punto inicial (1) y el punto final (2) de una trayectoria determinada, y además se quisiese ir de (1) \rightarrow (2), describiendo una trayectoria en línea recta (véase figura 20), y si el espacio o volumen de trabajo del robot demarcado por la cuadrícula, tiene una “ serie de puntos inalcanzables ”, por lo tanto la trayectoria que se quiere describir en línea recta es imposible de completar o simplemente es indescriptible, para el manipulador. Se observa que el movimiento desde (1) \rightarrow (2), puede ser completado o descrito por el manipulador, solo en su espacio articular.

Figura 20. Trayectoria con puntos intermedios inalcanzables

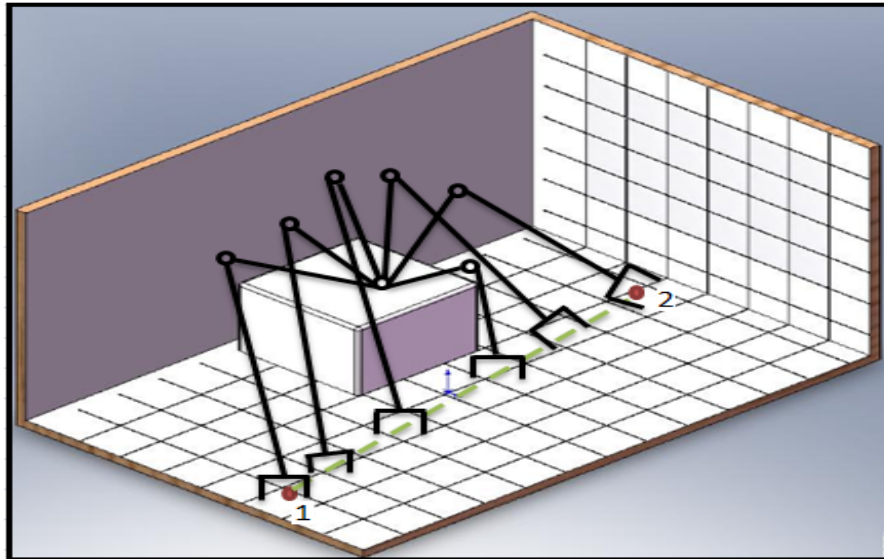


Fuente. [Autores]

Altas velocidades de los actuadores de junta: si un manipulador describe una determinada trayectoria en línea recta en el espacio y se aproxima a una configuración de singularidad del mecanismo, las velocidades requeridas en algunas articulaciones pueden presentar valores cercanos al infinito.

Conforme estas velocidades vayan ir sobrepasando los límites de velocidad de cada junta del manipulador, es muy posible que este efectúe una desviación de la ruta que se planeó inicialmente, conllevando a errores en el cálculo de su posición, velocidad y aceleración. Si se trata de desplazar un manipulador de dos eslabones de igual longitud cada uno de ellos, desde el punto (1) → (2) (ver figura 21), con una velocidad constante y describiendo un movimiento en línea recta. Como se puede observar todos los puntos son alcanzables dentro de su volumen de trabajo, pero al atravesar la mitad del recorrido, la velocidad de la primera articulación es muy alta y seguirá incrementándose a medida que se aproxime al eje de la primera articulación.

Figura 21. Altas velocidades de los actuadores de junta



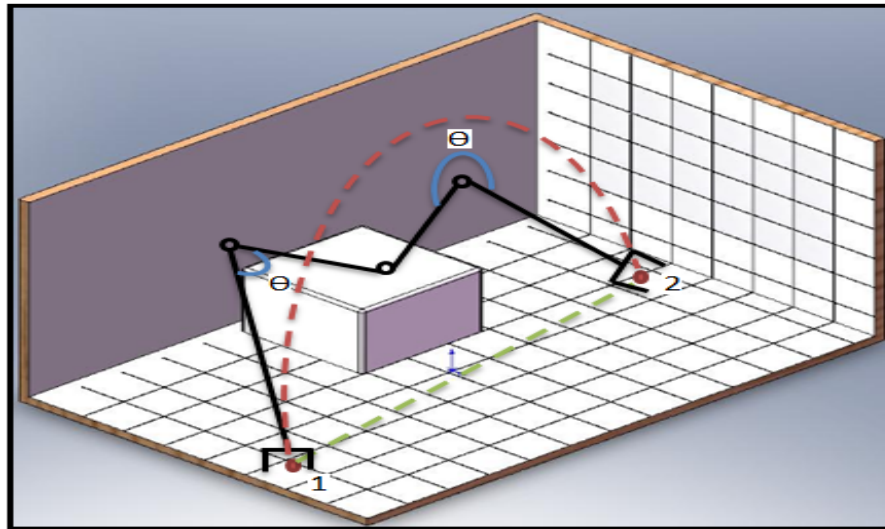
Fuente. [Autores]

Una forma para poder solucionar este inconveniente, es que se limitase la velocidad de las juntas hasta igualarla con la velocidad máxima de cada articulación en el manipulador.

Puntos alcanzables solo con algunas configuraciones del efector final: este problema se presenta cuando la trayectoria, pasa por puntos alcanzables, pero en los cuales el manipulador no puede describir todas las orientaciones posibles para ese punto determinado, si se llegara a especificar una de estas orientaciones limitadas para ese punto, la trayectoria podría desviarse y se incurre en un error. En la (figura 22) se puede observar un manipulador con dos eslabones de longitudes iguales que se desplaza en un plano, describiendo una trayectoria rectilínea, realizando el desplazamiento desde el punto (1) \rightarrow (2).

El robot puede llegar a todos los puntos de la trayectoria trazada, pero no la puede describir de una correcta manera, ya que habrá un punto en el cual el manipulador, tendrá que cambiar su configuración y llegar al punto (2) con una orientación diferente en relación a la orientación con la cual empezó a efectuar la trayectoria.

Figura 22. Puntos alcanzables con algunas configuraciones del efector final



Fuente [Autores]

Seguidamente se cita otros métodos de interpolación aplicables a los manipuladores.

Por medio de la interpolación de posición y orientación de las poses en el espacio cartesiano de los puntos del camino inicialmente se especifican, se puede obtener la Pose de los *puntos vía* adicionales, la cual se adecua al modulo de cinemática inversa para llegar a obtener los vectores de variables de cada junta.

Dos aspectos se deben especificar: el número de los *puntos vía* adicionales y el espaciado de los mismos. El número de *puntos vía* adicionales que se necesitan para que el manipulador se mantenga en una posición aceptablemente próxima a la trayectoria especificada, depende del tipo de movimiento y del acotamiento de la desviación. Todo rango predeterminado suficientemente pequeño para garantizar pequeñas desviaciones, puede llegar a incrementar el costo computacional, lo que me genera inconvenientes de tiempo y de espacio en memoria. Este aspecto es clave si se quiere planificar trayectorias en tiempo real (programación ON-LINE o en tiempo de ejecución). En planificación OFF-LINE este aspecto no es clave y se puede estimar en forma sencilla, de la siguiente manera:

$$NP_i = NP_M * \left(\frac{\Delta s_i}{\Delta s_M} \right) \quad (81)$$

Donde:

NP_i : Número de *puntos vía* adicionales para aproximar una trayectoria *i* especificada entre dos puntos del camino.

NP_M : Número suficiente de *puntos vía* adicionales para aproximar una trayectoria *M* de referencia. Este número debe estar previamente determinado.

El espaciado de los *puntos vía* adicionales puede llegar a ser perfecto si se acota acertadamente el error que existe entre la trayectoria especificada y la que ha de describir el efector final.

La interpolación para generar las Poses en el espacio cartesiano de los *puntos* vía adicionales mediante el espaciado de Chebyshev, aparece como una opción conveniente.

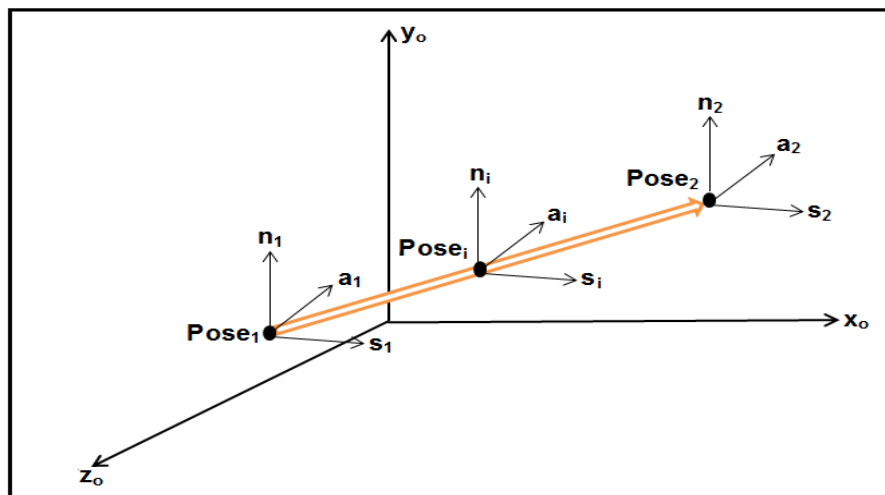
4.2.1 METODO DE INTERPOLACION LINEAL. Para trayectorias en línea recta.
(Véase figura 23)

$$Pose_i = Pose_1 + r(i) * (Pose_2 - Pose_1) \quad (82)$$

Con

$$r(i) = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \left(\frac{\pi(2 * i - 1)}{2NP_i} \right) \right) \quad (83)$$

Figura 23. Interpolación lineal en el espacio cartesiano



Fuente. [Autores]

4.2.2 INTERPOLACION CIRCULAR. En trayectorias circulares (Figura 24), la orientación se determina mediante la ecuación (84) de interpolación dada para trayectoria recta:

$$Pose_i(4: end) = Pose_1(4: end) + r(i) * (Pose_2(4: end) - Pose_1(4: end)) \quad (84)$$

Donde Pose (4:end) representa los tres ángulos de Euler o los cuatro componentes del cuaternio de orientación. Para la posición la interpolación se hace rotando un radio vector desde el centro del círculo:

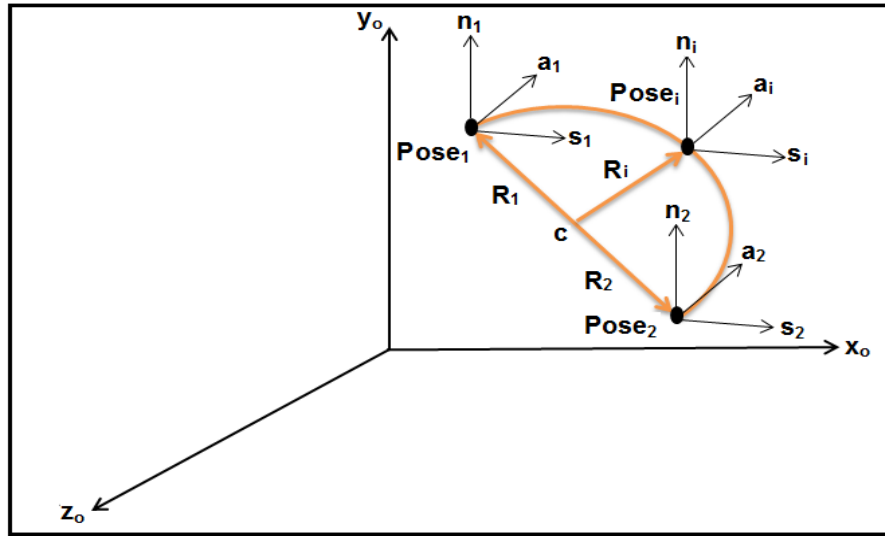
$$Pose_i(1:3) = \vec{C} + \left[Rot(\theta_i, \hat{u}) \right] \vec{R}_1 \quad (85)$$

Donde:

\vec{C} : Vector posición del centro de la trayectoria circular.

\vec{R}_1 : Radio vector posición del primer punto de la trayectoria, rotado un ángulo θ alrededor del centro C del círculo. El ángulo de rotación se determina por el espaciamiento de Chebyshev.

Figura 24. Interpolación circular en el espacio cartesiano



Fuente. [Autores]

5. REINGENIERIA Y SISTEMA DE CONTROL APLICADOS AL ARM MR 999

A continuación se presenta el proceso por el que el brazo mecánico atravesó con el fin que se adaptara a las condiciones impuestas por los objetivos del presente proyecto.

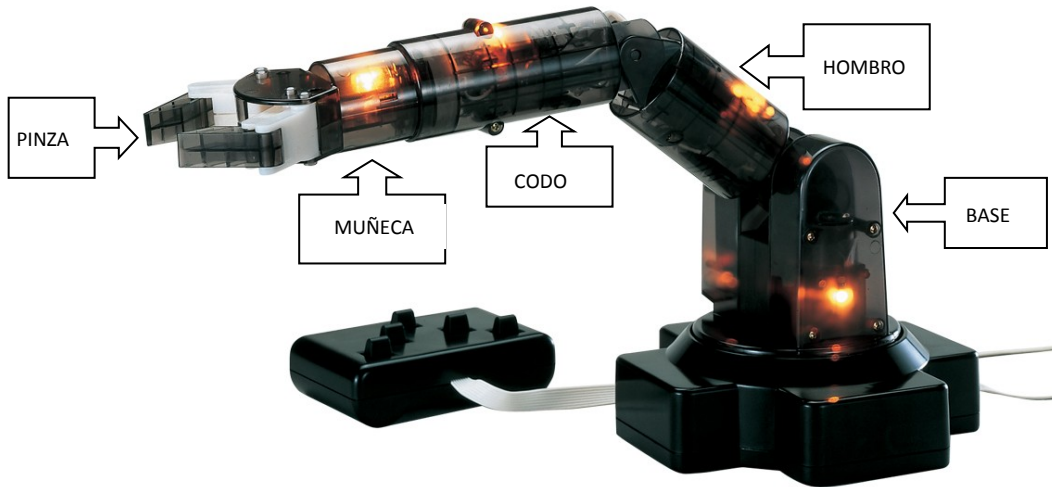
Inicialmente el brazo, de referencia ARM MR 999, (figura 25), era un elemento destinado a la enseñanza de los principios de locomoción de robots^{**}. El manipulador podía ser controlado gracias al joystick que tenía conectado. El control de mando poseía cinco interruptores que activaban cada uno de los motores respectivos y, de esta forma se ejecutaba el movimiento deseado. Cada motor, de corriente continua, contaba con una de transmisión que tenía como único fin incrementar el torque y, de esta forma, poder con las cargas impuestas por el peso del mismo brazo y las tomadas por la pinza. Esto hace que los movimientos del robot fuesen lentos. La alimentación de cada uno de los motores se hace con cuatro baterías de 1.5V.

Las propiedades físicas y limitaciones móviles de cada eslabón son las siguientes:

- Base: permite el movimiento de rotación de 350°
- Hombro: permite el movimiento de rotación de 120°
- Codo: permite el movimiento de rotación de 135°
- Muñeca: permite el movimiento de rotación de 340°
- Pinza o Gripper: permite el desplazamiento lineal de 2" (Apertura o Cierre).
- Máxima distancia hacia afuera: 360 mm.
- Máxima altura alcanzada: 510 mm.

^{**} Tomado de una de las páginas que posee el brazo en su stock.

Figura 25. Brazo robótico de enseñanza ARM MR 999 (ANTES)



Fuente. [<http://www.scientificsonline.com/robotic-arm-trainer.html>]

5.1. SELECCIÓN Y CAMBIO DE MOTORES

Como los objetivos del proyecto estaban encaminados hacia el control cinemático (trayectorias), con el objetivo de producir la menor cantidad de error entre punto y punto de control se toma la decisión de hacer uso de un servo control que permite ubicar el eje del motor en cualquier posición. Se puede describir a un servomotor como un motor de corriente continua, su diferencia radica en que el servo es capaz de ubicarse en cualquier posición dentro del rango en el que opera y mantenerse por un tiempo indeterminado sin que cambie su posición.

Los servomotores tienen la capacidad de ser controlados fácilmente en posición y velocidad por medio de tarjetas de adquisición de datos que mandan pulsos de corriente necesarios dependiendo del movimiento que con este se desee ejecutar.

En general los servomotores están formados por cuatro elementos fundamentales (ver figura 26):

- Motor de corriente continúa.
- Caja reductora de engranajes.
- Sensor de desplazamiento (potenciómetro).
- Circuito de control

Figura 26. Despiece de un servomotor donde se puede apreciar las partes que lo componen



Fuente. [<http://www.roboticapy.com/servo.asp>]

El circuito de control es una placa electrónica que implementa una estrategia de control de la posición por retroalimentación. Para ello, este circuito compara la señal de entrada de referencia (posición deseada) con la posición actual medida por el potenciómetro. La diferencia entre la posición actual y la deseada es amplificada y utilizada para mover el motor en la dirección necesaria para reducir el error.

La forma en que se corrige la posición es a través de modular pulsos de corriente (modulación por ancho de pulsos *PWM*) que circulan por el cable de color amarillo del servo. Las señales PWM utilizadas para controlar los servos están formadas

por pulsos positivos cuya duración es proporcional a la posición deseada del servo y que se repite cada 20 milisegundos (50 Hz). Para mantener fijo un servo en una posición habrá que enviársele periódicamente el pulso correspondiente, ya que si no recibe señales, el eje del servo quedará libre y se podrá mover ejerciendo poca presión.

5.1.1. CÁLCULO DE LAS CARGAS ARTICULARES. En la realización de los cálculos de torques se tuvo en cuenta solo 2 de los 5 motores que integran el ARM MR 999, debido a que estos 2 motores fueron acoplados directamente al manipulador, mientras los 3 motores restantes se acoplaron a los engranajes que trae el brazo originalmente. Por lo anteriormente mencionado, en los motores de la base, muñeca y pinza (ver Figura 25), se realizó la selección de los motores con los mismos torques de los motores DC originales, ya que cumplían con una alta eficiencia las demandas de los mismos aplicados en cada una de sus articulaciones.

Cabe destacar que el volumen ocupado por los servomotores es diferente al volumen de los motores DC, por lo tanto se realizaron modificaciones en la estructura o carcasa del brazo, para que los nuevos motores pudieran ser acoplados de manera correcta.

Se realizó una serie de mediciones necesarias para realizar el cálculo de los pares necesarios, están son:

Peso de las articulaciones:

- ✓ Base: 442g
- ✓ Eslabón 1(Codo - Hombro): 55g
- ✓ Eslabón 2(Hombro – Muñeca): 70g
- ✓ Muñeca(Muñeca y pinza): 80g

Distancias:

- ✓ Hombro – Punta del pinza: 35cm
- ✓ Codo – Punta del pinza: 24cm

Información de los motores:

Tabla 2. Información de los motores de la base y muñeca

UBICACIÓN	BASE, MUÑECA
FABRICANTE	HITEC
MODELO	HS-422HD
VELOCIDAD DE OPERACIÓN	0.19 SEC/60° a 4.8V
TORQUE DE SALIDA	4.1 kg.cm a 6V
PESO	42.81 g
TAMAÑO	39.88x19.81x36.32 mm

Fuente: [Autores]

Tabla 3. Información del motor en el efector (pinza)

UBICACIÓN	PINZA, EFECTOR
FABRICANTE	HITEC
MODELO	HS-81
VELOCIDAD DE OPERACIÓN	0.11SEC/60° a 4.8V
TORQUE DE SALIDA	3.1 kg.cm a 6V
PESO	16.44 g
TAMAÑO	29.72x11.94x29.46 mm

Fuente: [Autores]

Con estas medidas se realizara el cálculo de los torque para los servomotores de las articulaciones del Codo y Hombro. Para este proyecto de grado se tuvo en cuenta el levantamiento de un peso muerto no superior a los 2g que es el peso aproximado de una bola hueca de plástico objeto el cual será desplazado dentro del volumen de trabajo del manipulador.

Motor del Codo:

Σ Pesos

$$70g + 80g + 43g + 16.6g + 2g = 211.6g \text{ aproximadamente } 0.212Kg$$

$$\text{Torque} = 0.212Kg * 24cm = 5.088Kg * cm$$

Por condiciones de diseño y como este motor fue acoplado directamente al brazo, es decir se eliminaron los engranes que traía el brazo originalmente, se colocó un 20% más de torque, como medida de seguridad y vencimiento de la inercia, con el objetivo de garantizar su correcto funcionamiento.

$$\text{Torque}_{total} = 5.088 * 1.2 = 6.105 \text{Kg} * \text{cm}$$

Con este torque requerido, se hizo un sobre diseño en cuanto al torque, debido a que no se consiguió un servomotor con torque de 6.2 0 6.5Kg * cm, por consiguiente se seleccionó el servomotor:

*HI – TEC, HS 615 MG con 7.7Kg * cm y 55.2g*

Tabla 4: Información del motor del codo.

UBICACIÓN	CODO
FABRICANTE	HITEC
MODELO	HS-645MG
VELOCIDAD DE OPERACIÓN	0.24SEC/60° a 4.8V
TORQUE DE SALIDA	7.7 kg.cm a 6V
PESO	55.2 g
TAMAÑO	41x20x38 mm

Fuente. [Autores]

Motor del Hombro

Σ Pesos

$55g + 70g + 80g + 55.2g + 43g + 16.6g + 2g = 321.8g$ aproximadamente $0.322Kg$

Torque = $0.322Kg * 35cm = 11.26Kg * cm$.

$$Torque_{total} = 11.26 * 1.2 = 13.52Kg * cm$$

En este caso se sub diseño debido a que no se encontró un servo con un torque mayor a $13kg * cm$, debido a esto el servomotor seleccionado fue:

*HI – TEC, HS 755HB con $13Kg * cm$ y $110g$*

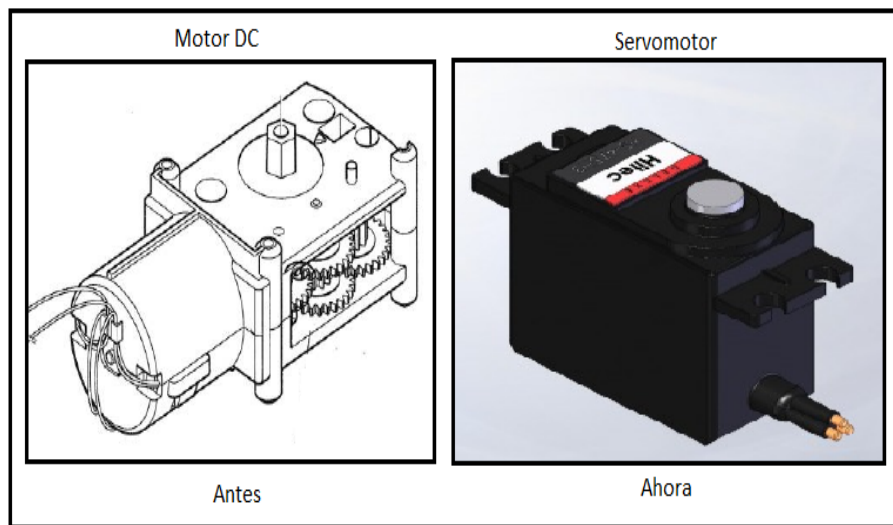
Tabla 5: Información del motor del hombro

UBICACIÓN	HOMBRO
FABRICANTE	HITEC
MODELO	HS-755HB
VELOCIDAD DE OPERACIÓN	0.28SEC/60° a 4.8v
TORQUE DE SALIDA	13 kg/cm a 6V
PESO	110 g
TAMAÑO	59x29x50 mm

Fuente. [Autores]

Luego de la selección de los motores, vendría la adaptación al brazo, para la solución a este problema se realizaron modificaciones a la carcasa del manipulador, donde se eliminaron piezas que se consideraron redundantes o que estorbaban en la instalación del nuevo sistema de movimiento (figura 27 y 28).

Figura 27. Cambio de motores realizado. Vista comparativa del elemento.



Fuente. [Autores]

5.2. CONTROL DE LOS MOTORES

Al momento de elegir el hardware para transferir las órdenes dadas por el usuario, se tuvo en cuenta economía y soporte. Ante los ítems adoptados, se toma la decisión de hacer uso de una de los diseños de boards compartidas por Arduino, en este caso la board Arduino Mega, figura que posee un microcontrolador ATmega1280 que, en otras palabras, le brinda a la tarjeta la capacidad de manejar gran cantidad de datos en comparación con las demás placas ofrecidas por el grupo.

Adicionalmente, Arduino cree en la filosofía de software y hardware libre lo que hace de este sitio muy popular entre los interesados en electrónica aficionada y profesional. Consecuencia de esta doctrina es que el precio de estas placas es considerablemente más bajo que las ofrecidas por otros fabricantes y con un sinnúmero de aplicaciones que cada día son adicionadas por los usuarios del producto^{††}. Se adquirió una tarjeta, basada en el diseño de Arduino y compatible con la mayoría de aplicaciones de y extensiones de Arduino de la empresa, DF Robot (figura 28).

Figura 28. Tarjeta de desarrollo Mega 2010 de la empresa DF ROBOT.



Fuente. [http://www.dfrobot.com/index.php?route=product/product&filter_name=rduino%20mega&product_id=50]

Para el caso de la programación del micro (microcontrolador), Arduino ofrece un entorno basado en processing^{††}, y cuyo lenguaje de programación es C++, por lo

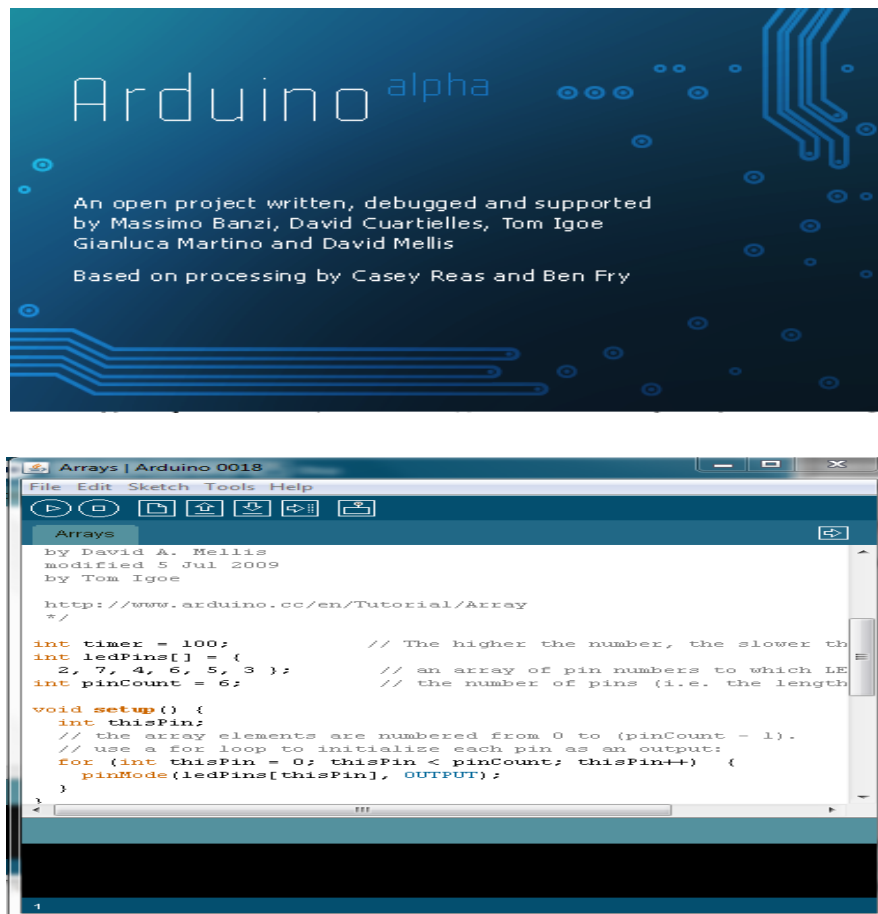
^{††}O en palabras tomadas de su web site: "Arduino es una plataforma de electrónica abierta para la creación de prototipos, basada en software y hardware flexibles y fáciles de usar. Se creó para artistas, diseñadores, aficionados y cualquiera interesado en crear en tornos u objetos interactivos".

^{††}Processing es un entorno de código abierto que es muy utilizado para la enseñanza y producción de proyectos multimedia e interactivos de diseño digital.

que posee multitud de librerías, propias del software y otras diseñadas por usuarios dependiendo de la aplicación que se le desee dar a la board.

Otra de las ventajas de usar la tarjeta arduino, aparte de su precio, es la posibilidad de entablar comunicación con otra máquina por medio de serial, muy importante pues el brazo debe ir hacia donde lo guíe el usuario que ingresa los puntos de inicio y meta desde una interfaz gráfica.

Figura 29. Vista de la plataforma de programación del microcontrolador ATMEGA 1280.



Fuente. [Autores]

Finalmente se muestran las características de la board que hace de cerebro del sistema.

Tabla 6. Información de la Board.

FABRICANTE	DF ROBOT
MODELO	DFRduino Mega (ARDUINO MEGA COMPATIBLE)
MICROCONTROLADOR	Atmega 1280
VOLTAJE DE OPERACIÓN	5V
VOLTAJE DE ENTRADA RECOMENDADO	7-12V
LÍMITES DE VOLTAJE	6-20V
PINES DE I/O DIGITAL	54 (14 PROVEEN SALIDA PWM)
CORRIENTE I/O POR PIN	40 mA

Fuente. [Autores]

El programa que se eligió como medio de comunicación entre el usuario y el micro de la tarjeta y, además, para hacer los cálculos de las coordenadas articulares a partir de la resolución del problema cinemático inverso, fue Matlab[®].

Matlab[®] es un programa muy popular en el campo científico debido a la facilidad con la que trabaja con matrices y la enorme cantidad de aplicaciones que tiene desde la biología hasta en las ciencias aeroespaciales a través de sus llamados *toolboxes*. Uno de los *toolbox* más interesantes del entorno Matlab[®] es el de adquisición de datos que posee la función *serial* que permite la comunicación entre el PC y equipo que este midiendo un evento físico, por ejemplo sensores. De modo que los datos pueden ser enviados al PC y tratados como corresponde con las herramientas que ofrece Matlab[®].

La comunicación se lleva a cabo a través de un puerto serial, donde la información es transmitida bit a bit, esta recepción de datos de comunicación puede lograr alcanzar grandes distancias debido a su paradójica sencillez de instalación. Primero que todo, la comunicación es establecida por medio de tres pines: el pin de transmisión de datos, el pin de recepción y el pin de masa o tierra. Las características más importantes de la comunicación serial son la velocidad de transmisión, los bits de datos, los bits de parada y la paridad. Para que dos puertos se puedan comunicar, es obligatorio que ambos compartan las mismas características.

La velocidad de transmisión (BaudRate) indica el número de bits por segundo que se transfieren, y se miden en *baudios* (bauds [bits/seg]). Por defecto, Arduino tiene configurada esta velocidad 9600 bauds de la misma forma que Windows tiene configurada esta velocidad en el computador.

Para el caso de los bits de datos, como los servomotores están condicionados a moverse hasta un máximo de 178°, consecuencia del sistema de control propio del dispositivo.

Cada ángulo de junta era enviado con una vocal de prefijo, para el envío satisfactorio de los ángulos de junta, era necesario configurar esta característica a 8 bits.

Los bits de parada indican el fin del envío de un paquete, siendo el valor típico 1 bit, en otras palabras este valor, que antecede al paquete enviado, le indica a la tarjeta que si el número ha sido enviado completamente y se prepare para recibir otro. Finalmente la paridad es una forma sencilla de verificar si hay errores en la transmisión serial.

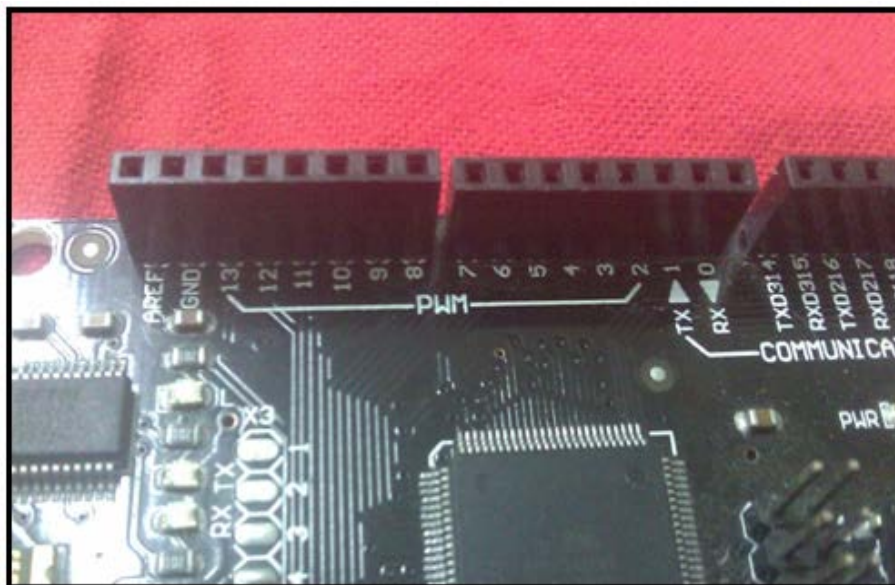
Figura 30. Detalle del puerto de comunicación serial de la tarjeta de control.



Fuente. [Autores]

Ya configurando las características del serial y, verificando que “ambos sujetos se encuentran en igualdad de condiciones”, se procede a enviar los datos calculados, desde la interfaz gráfica creada en Matlab[®] al micro de la tarjeta para que después esta manipule los motores a través de los pines de modulación por ancho de pulso (PWM), (ver Figura 31). Como se comentó anteriormente, los datos son enviados bit por bit que significa que para un número dado, por ejemplo 12, este se descompone en cifras, 1 y 2 para el caso del ejemplo, de modo que puedan cruzar hacia el receptor, pero estas cifras son recibidas de acuerdo a la nomenclatura dictada por la ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*) de modo que la micro recibirá un 49 y un 50 separados, (ver tabla 7), de modo que fue necesario realizar un algoritmo que concatenara estos datos.

Figura 31. Detalle de los pines PWM de donde se envían las señales de control al robot manipulador



Fuente. [Autores]

Otro inconveniente presentado consiste en que se debía indicar a la tarjeta cuando iniciaba y terminaba un número, por ejemplo si primero se envía un 12 y después un 13 la tarjeta reciba un 121 y un 3. La solución a este inconveniente consistió en agregar prefijos a cada ángulo a enviar de modo que se pueda diferenciar entre una cifra y otra y a qué motor enviar la orden.

Tabla 7. Sistema de nomenclatura de ASCII de los caracteres usados en la programación del micro.

Binario	ASCII(Dec)	Representación	Binario	ASCII(Dec)	Representación
0010 0000	32	espacio ()	0100 0001	65	A
0010 0101	37	%	0100 0010	66	B
0011 0000	48	0	0100 0011	67	C
0011 0001	49	1	0100 0100	68	D
0011 0010	50	2	0100 0101	69	E
0011 0011	51	3			
0011 0100	52	4			
0011 0101	53	5			
0011 0110	54	6			
0011 0111	55	7			
0011 1000	56	8			
0011 1001	57	9			

Fuente. [Autores]

Así, el procedimiento que se realiza para el envío de los ángulos, calculados a partir de la cinemática inversa del manipulador, hacía la tarjeta Arduino Mega para que posteriormente esta opere los servomotores a la posición deseada, es el siguiente:

- i. Cálculo del conjunto de ángulos de junta necesarios para producir el movimiento establecido previamente por el usuario y almacenamiento en matrices columna.
- ii. Conversión de numérico a tipo carácter (*String*) de los datos almacenados en las matrices creadas en el paso anterior.
- iii. Concatenación de las siguientes letras, (ver tabla 8), a modo de prefijo, para que sean reconocidas por la micro de la board:

Tabla 8. Banderas de asignación para identificación del eslabón a mover

PREFIJO	PARTE A ABANDERAR
"a"	BASE
"b"	HOMBRO
"c"	CODO
"d"	MUÑECA
"e"	PINZA

Fuente. [Autores]

- iv. Organización de los datos ingresantes a la tarjeta a través del puerto serial. Para cada prefijo que arriba, se crea una fila que almacena los datos de tipo numérico, reconocidos gracias a la representación de la ASCII (Tabla 7).
- v. Con los ángulos finalmente organizados, mover el motor correspondiente a la bandera, o letra, que lo antecede.

Para terminar con la descripción física del montaje, y poder continuar con la explicación del algoritmo contenido en el programa principal, se muestra un esquema simplificado del circuito empleado para el control del manipulador junto a la conexión realizada.

5.3. SUMINITRO DE CORRIENTE

Para satisfacer las necesidades de alimentación, tanto de los servos como de la board, evitando fallos por los picos de voltaje y corriente, presentes en los momentos de arranque y parada entre punto y punto, se elige hacer uso de una batería seca que reúne las características que demandaban los componentes activos del circuito del robot manipulador (ver figura 32), de esta forma se evitan los fallos anteriormente citados que podría fundir la circuitería interna del servo o del micro.

Figura 32 Batería usada como fuente de suministro de energía del circuito



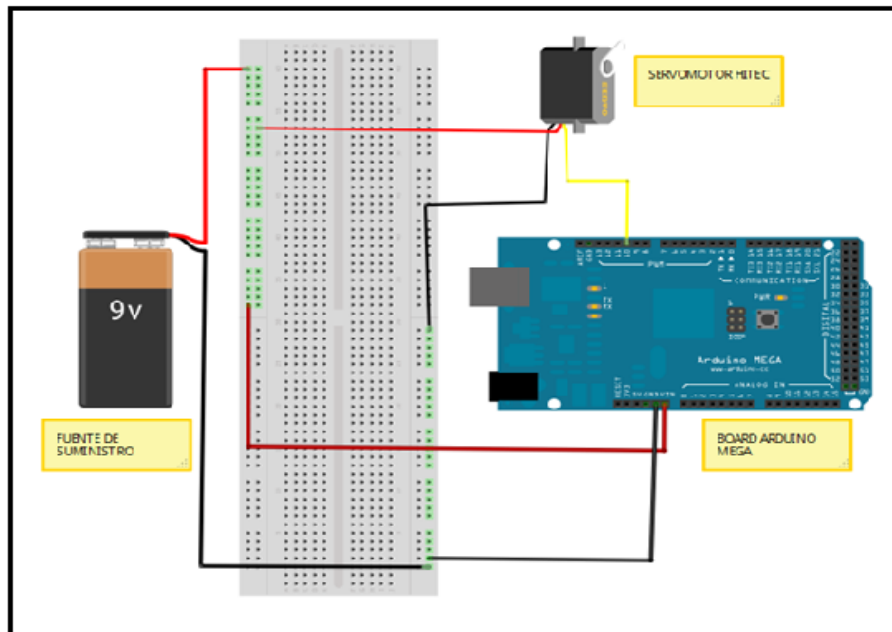
Fuente. [Autores]

Tabla 9. Información de la Batería

FABRICANTE	MTEK
MODELO	MT 645HR
VOLTAJE	6V
INTENSIDAD	5 ^a

Fuente. [Autores]

Figura 33. Circuito simplificado usado en el proyecto



Fuente. [Autores]

5.4 DESARROLLO DEL ALGORITMO DE CONTROL

Por medio del GUIDE^{®§§} de Matlab[®], se realizó una interfaz gráfica para el usuario, de modo que facilitara la comunicación entre el operario y la herramienta manipulada por el brazo. La otra función principal del programa es que permite visualizar *a priori* el movimiento que realizará el brazo durante la ejecución de la tarea asignada, ejemplo tomar objeto ubicado en el punto A y llevarlo al punto B sin importar la trayectoria espacial. Para este fin se hizo uso de Simulink[®], específicamente de la librería Simmechanics[®], que tiene la posibilidad de simular sistemas mecánicos y de visualizar la cinemática de tal sistema haciendo uso de un modelo realizado por algún programa de modelamiento mecánico como Solidworks[®] (ver figura 34).

Figura 34. Modelo del brazo robótico usado en la simulación de las tareas asignadas.



Fuente. [Autores]

^{§§} Aplicación de Matlab para el diseño y programación de interfaz gráficas.

En resumen, las funciones del programa creado son las siguientes

1. Manipulación a distancia del brazo por medio de un control manual, emulado, semejante al que tenía el manipulador antes de atravesar por el proceso de adaptación.
2. Asignación de puntos objetivo junto a las correspondientes trayectorias que se deseen implementar, las opciones son, punto a punto o línea recta en el espacio.
3. Visualización previa de la tarea asignada (solo se aplica para la función del numeral 2), de modo que se pueda decidir si esta cumple con satisfacción con las condiciones mismas del ambiente de trabajo.
4. Registro, mediante curvas de tiempo, de las características de los motores, torque, aceleración, velocidad, etc.

Para cumplir con las funciones enunciadas anteriormente se realizó un conjunto de *functions* y *scripts* que facilitaron en gran medida el tiempo de cálculo de los ángulos de junta así como se explicó en capítulos anteriores. Uno de los principales inconvenientes en el uso del puerto serial es que los datos son enviados uno a la vez, en consecuencia el movimiento del manipulador se vuelve intermitente lo que podría causar problemas en los acoples en las articulaciones del brazo. Para minimizar estas intermitencias, se construyó mayor cantidad de particiones entre punto y punto, de modo que haciendo uso de una interpolación ya sea, tipo spline o cúbica, el movimiento del robot aparente suavidad durante su recorrido por la trayectoria establecida.

5.5 SIMULACIÓN DE LAS TAREAS

Para el caso de la simulación de las tareas del robot, se hizo uso, como se mencionó anteriormente, de las librerías de Simulink, y en especial de los bloques de la librería Simmechanics. Las líneas a continuación describirán el proceso que se llevó a cabo, paso a paso, para la construcción del modelo virtual del robot manipulador.

5.6 SIMULINK® Y SIMMECHANICS®

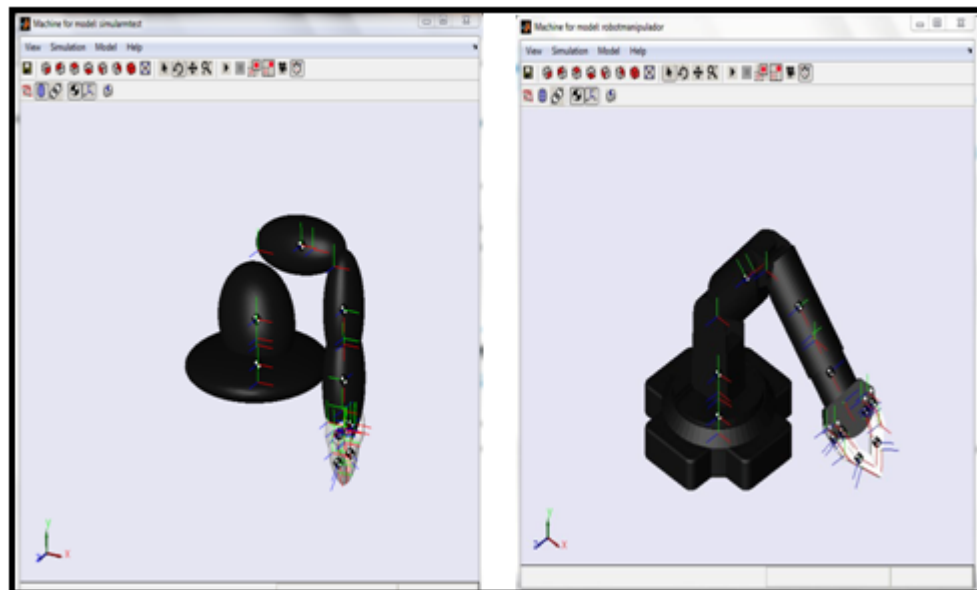
Simulink® es una interfaz gráfica de simulación de Matlab®. Permite el análisis y estudio de sistemas mediante la simulación de modelos construidos dentro el ambiente de Simulink®. Los modelos son creados a partir de la interconexión de bloques, cada uno de estos representa una función especial, o posee una aplicación dependiendo del campo en que se desee realizar la simulación. En Simulink es posible crear y simular modelos mecánicos, eléctricos, electrónicos, aeronáuticos, etc. gracias a la gran variedad de bloques (blocksets) de los que dispone.

Una de las aplicaciones de Simulink®, para la simulación de sistemas mecánicos, es Simmechanics que posee una colección de bloques dedicados específicamente a la creación de sistemas cinemáticos (mecanismos). En lugar de programar y derivar ecuaciones, se puede usar un bloque que represente uniones, enlaces, motores, restricciones o cualquier tipo de condición que afecte la dinámica del sistema. La visualización por defecto de Simulink® es que representa al sistema por medio de arreglos geométricos, basados en la teoría de la geometría computacional^{***}, (ver figura 35).

^{***} La geometría computacional es una rama de las ciencias de la computación dedicada al estudio de algoritmos que pueden ser expresados en términos de la geometría

Se incorporó una aplicación que permite importar modelos desde un programa de modelamiento de piezas o ensamblajes, por ejemplo Solidworks®. De esta forma se logra una animación más estética del modelo simulado.

Figura 35. Comparación del modelo del robot en el ambiente de Simulink sin hacer uso de la aplicación de Solidworks (derecha) y haciendo uso de ella (izquierda)



Fuente. [Autores]

La siguiente imagen representa la estructura mecánica del robot manipulador, usada en la simulación de las tareas dadas por el usuario. En este diagrama de bloques está contenida toda la información acerca de la interfaz del programa, su menú y los aspectos relacionados con la simulación del manipulador.

CONCLUSIONES

- ✚ Se implementó un sistema de control tipo PID, integrado en cada uno de los servomotores, de modo que se facilitó enormemente los cálculos pertinentes al control dinámico, ya que el eje de cada servo se mantiene en la posición deseada a pesar de las cargas impuestas.
- ✚ Haciendo uso del hardware Arduino y del software Matlab se logró con éxito entablar comunicación entre ellos por medio del puerto serial para, de esta forma, trabajar con el movimiento de los servomotores.
- ✚ Se explotó hasta cierto punto una de las muchas aplicaciones de Matlab como lo es el toolbox de Simmechanics que permitió la evaluación de las tareas antes que el modelo real las realizara.
- ✚ Se realizó la reingeniería al ARM MR 999 de manera exitosa, tal cual se planteó en los objetivos del proyecto.
- ✚ Se diseñó ambiente de trabajo o volumen de control en el cual el manipulador puede realizar las tareas que se le programen sin ninguna dificultad.
- ✚ Del manipulador físico, se extrajo, un despiece detallado del antes y después de la reingeniería que se le aplico, así como de su volumen de trabajo.
- ✚ Se realizó una plataforma didáctica muy fácil de entender y utilizar para la manipulación del ARM MR 999.
- ✚ El desarrollo se presenta de forma ordenada y secuencial., de tal manera será fácil su utilización para posteriores estudios de profundización.

- ✚ Se deja un gran banco de estudio en robótica y detalladamente en manipuladores, para la escuela de Ingeniería Mecánica con el propósito de incentivar la atracción por este campo de acción.

RECOMENDACIONES

- ✚ Es importante que se haga uso de los programas adquiridos por la escuela, como lo son Matlab y Solidworks, la Universidad debe impartir cursos dirigidos e invitar conferencistas a dictar seminarios de manejo de estas herramientas tan potentes, sin recibir algún incentivo económico de ello. Eso hace parte de la buena formación de ingenieros y científicos en este siglo.
- ✚ Realizar, en futuros proyectos, la comunicación en paralelo con los motores de modo que todos los motores se muevan al mismo tiempo y no uno a la vez, como se hizo en este proyecto.
- ✚ Mantener la iniciativa, ya dirigida por algunos profesores de la escuela, en promover el uso de hardware libre, como lo es Arduino. De esta forma se consigue colectivizar la información reservada por las empresas de hardware privado. El objetivo, creemos, es ampliar los conocimientos en la rama, compartiendo la información respecto a construcción, montaje y programación de estos dispositivos.
- ✚ Seguir incentivando a los estudiantes Ingeniería Mecánica para que se sigan desarrollando proyectos afines con Robótica que es un gran campo de acción para aplicar las destrezas con las que cuenta.
- ✚ El estudio del manipulador ARM MR 999 no acaba con este proyecto, se debe extender su aplicación a todo tipo de trayectorias que se le programen, así como la adecuación de todo tipo de objetos que dentro de sus posibilidades el manipulador pueda transportar.

- ✚ Con la cantidad de proyectos planteados en Robótica, incluir dentro del plan de estudios de la escuela Ingeniería Mecánica, una materia de robótica como tal con su respectivo laboratorio, ya que se cuenta con toda la logística del caso para que se pueda realizar.
- ✚ Con respecto a la batería en lo posible cargarla cuando esté totalmente descargada, o cuando se presente falla en los movimientos de los servomotores ya que su vida útil está planificada para 300 cargas y descargas.

BIBLIOGRAFÍA

1. [FU K. S. y GONZÁLES R. C. y LEE C. S. G. “Robótica: Control, Detección, Visión e Inteligencia.”. McGraw-Hill, 1988.
2. BARRIENTOS A., PEÑÍN L. F., Balaguer C., y Aracil R. “*Fundamentos de Robótica*”. McGraw-Hill, 1998.
3. BORESI A. P. y SCHMIDT R. J. “Ingeniería mecánica: dinámica”. Thomson-Learning, 2001.
4. CORKE, Peter. *Robotics toolbox for Matlab*, Release 8. IEEE, 2008.
5. COVELLI C., Javier, DUARTE S., Fredy. “*Desarrollo de un modelo matemático para simular la dinámica y la generación de trayectorias de un manipulador de cinco grados de libertad*”. Tesis de pregrado en Ingeniería Mecánica de la Universidad Industrial de Santander, 2005.
6. EVANS W. Brian. “Arduino program notebook”. Creative commons 2008.
7. GÓMEZ O. “*Representación visual de modelos robóticos para aplicaciones didácticas*”. Tesis de pregrado de la Universidad Industrial de Santander, 2005.
8. Gómez O. “Representación visual de modelos robóticos para aplicaciones didácticas.”. Tesis de pregrado de la Universidad Industrial de Santander, 2005.
9. GRASS ARENAS, Jairo Andrés. “*Programación de tareas y planeación de trayectorias para un robot manipulador antropomorfo de seis grados de libertad*”. Tesis de pregrado de la Universidad Industrial de Santander, 2006.
10. LEWIS, Frank; DAWSON, Darrent; ABDALLAH, Chaouki T. “*Robot manipulator Control*”. University of Texas.

11. MATLAB. "*Creating graphical user's interfaces*". MATWORKS, 2011.
12. MATLAB. "*Simmechanics link user's guide. R2011b*". MATWORKS, 2011.
13. MATLAB. "*Simmechanics user's guide. R2011b*". MATWORKS, 2011.
14. MATLAB. "*Simulink user's guide user's guide. R2011b*". MATWORKS, 2011.
15. OGATA, Katsuhiko. "*Ingeniería de control moderna*". Tercera edición. Pearson.
16. OLLERO A. "*ROBÓTICA Manipuladores y robots móviles*". Alfaomega-Marcombo, 2001.
17. PEÑA A. PÉREZ J. y SUÁREZ M. "*Prototipo de un robot tipo PUMA de seis grados de libertad*". Tesis de pregrado de la Universidad Industrial de Santander, 2005.
18. RUGELES J. "*Modelamiento y simulación cinemática de manipuladores en Matlab*". Tesis de Maestría en Informática de la Universidad Industrial de Santander, 2004.
19. RUGELES J. "*Modelamiento y simulación cinemática de manipuladores en Matlab*". Tesis de Maestría en Informática de la Universidad Industrial de Santander, 2004.
20. SIERRA D. "*Planeación de trayectorias para un robot en una celda de manufactura*". Tesis de pregrado de la Universidad Industrial de Santander, 2001.
21. UMEZ, Eronini. "*Dinámicas y sistemas de control*". Thompson Learning.

ENLACES

- i. Departamento de ingeniería electromecánica Universidad de Wisconsin:
<http://electronics.wisc-online.com/>
- ii. Robot Magazine: *<http://find.botmag.com/>*
- iii. Noticias estación espacial internacional: *<http://www.neoteo.com/dextre-el-robotespacial-canadiense>*.
- iv. Matlab, Simmechanics: *www.mathworks.com/products/simmechanics/*.
- v. Página oficial de Arduino, descripción de la placa AT Mega 1280: *<http://arduino.cc/es/Main/ArduinoBoardMega>*.
- vi. Wikilibros Programación en C y C++:
http://es.wikibooks.org/wiki/Programaci%C3%B3n_en_C.

ANEXO A. USO DE LA INTERFAZ

La principal condición para poder hacer uso de la interfaz gráfica es tener instalado Matlab, preferiblemente una versión posterior 7.10.0.499 (Matlab® r2010a)¹⁰ y tener instalado sobre el programa la aplicación Simmechanics® link que permite importar archivos desde un programa CAD a la interfaz gráfica de Simulink®. A continuación se enuncia los pasos a seguir para hacer uso del programa de control del robot:

1. Ejecutar el programa *portada*, ya sea digitando desde el *CommandWindow* o abriéndolo desde la opción *open* del menú *File*. Se abrirá la siguiente ventana, (ver figura):

Interfaz gráfica del programa de control de trayectorias

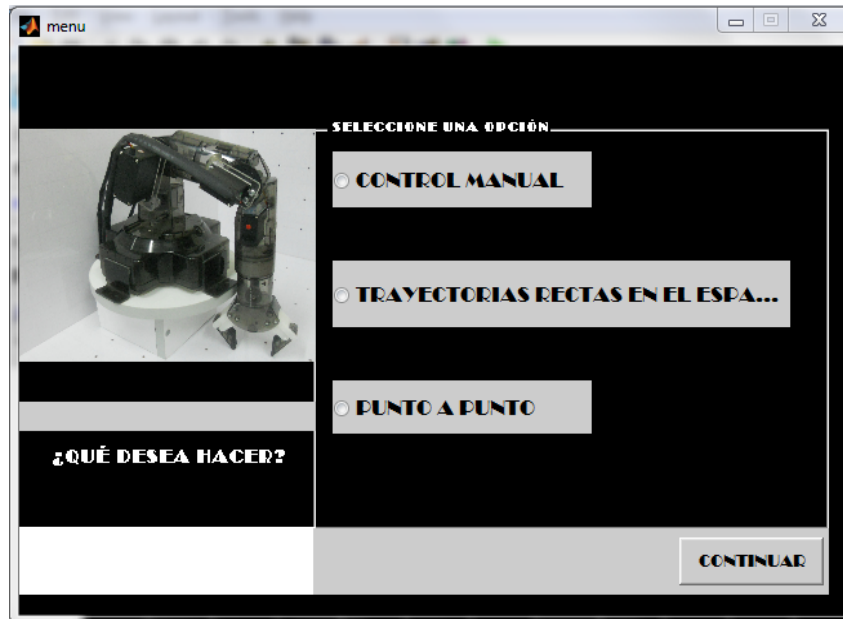


Fuente. [Autores]

¹⁰ Se han registrado problemas en el compilador de código de Simulink para las versiones de 64 bits, es por esto que es recomendable usar, hasta que se corrija el problema, un equipo de 32 bits.

2. Después que desaparece la ventana de bienvenida, se activa la ventana de menú, que da las opciones dependiendo del tipo de tareas que se desean realizar con el robot, ver figura abajo.

Ventana menú del programa de control



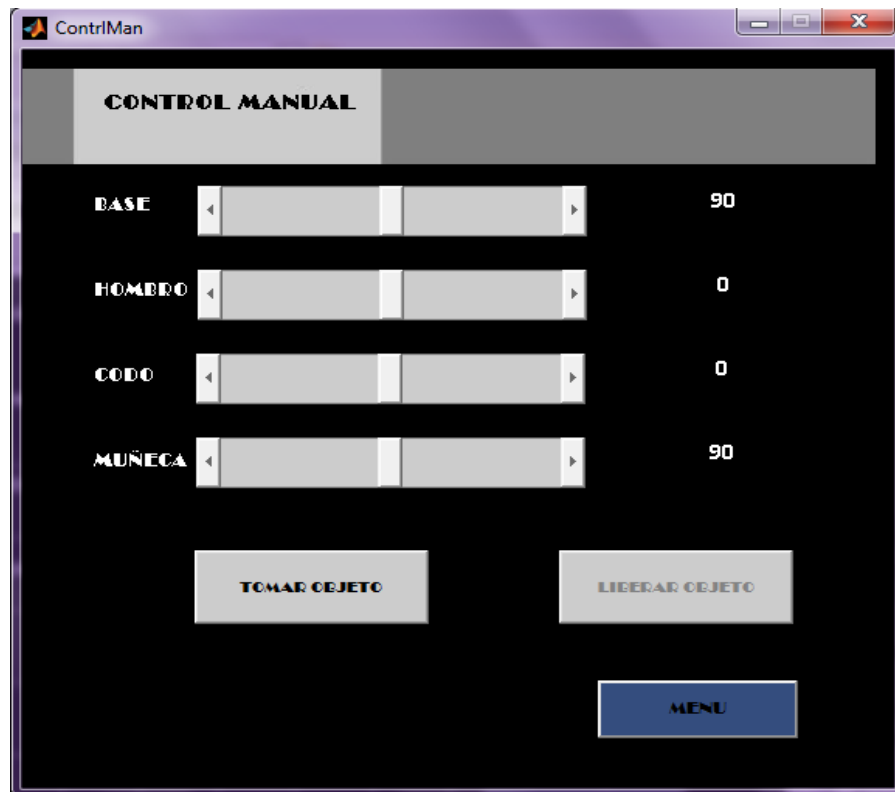
Fuente. [Autores]

Las opciones son:

- i. Control manual: permite dirigir los motores, en forma independiente, del brazo. se puede apreciar como una emulación del proceso de teleoperación de herramientas.
- ii. Trayectorias rectas en el espacio: esta función abre una ventana en donde es posible establecer una serie de puntos de control o *checkpoints* que la herramienta seguirá mediante trayectorias rectilíneas entre punto y punto.

- iii. Punto a punto: seleccionando esta opción, al igual que con la anterior, se ejecuta una ventana en donde podremos ubicar los checkpoints pero, en este caso, el robot moverá cada articulación en forma independiente de modo que pueda alcanzar la posición deseada, movimiento libre¹¹.

Pantallazo control Manual



Fuente. [Autores]

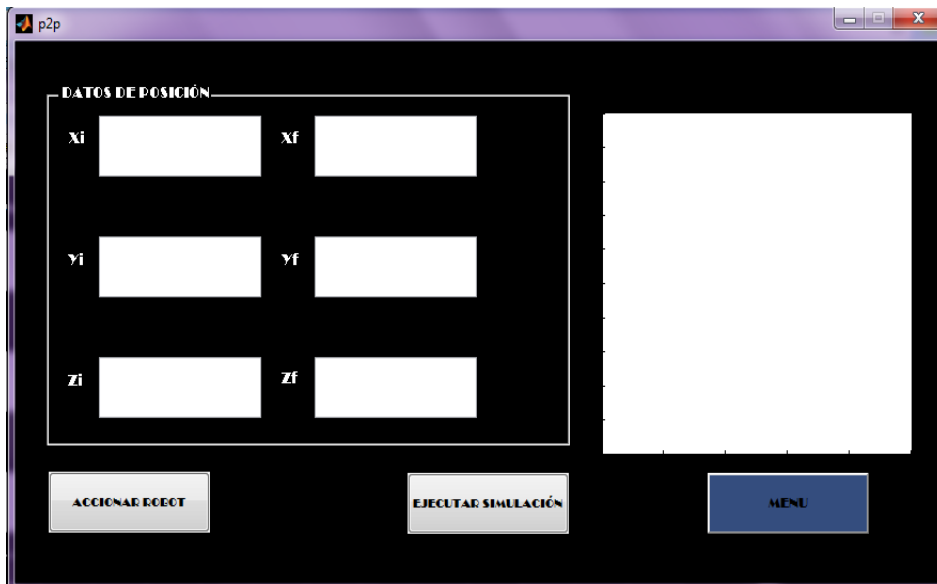
¹¹La esencia es llevar cada articulación de un punto inicial a un punto final, aquí el control de las articulaciones es independiente pues cada actuador lleva a su articulación al punto donde debe estar a la máxima velocidad posible o en el menor tiempo posible. Se puede realizar el movimiento de un eje a la vez o de manera simultánea.

Pantallazo para ejecutar el modo Simulación o Accionamiento del robot



Fuente. [Autores]

Pantallazo de Ingreso de Datos



Fuente. [Autores]

3. En cada una de las funciones o generador de trayectoria a usar, existe las opciones (excepto en el control manual) de realizar la simulación de la tarea programada. Cuando es ejecutada la orden, se abre una ventana que muestra el movimiento del que el brazo realizará en la realidad.
Al final de la simulación son expuestas las curvas de desempeño de cada motor en cada articulación, de modo que se puede apreciar el historial del comportamiento del robot a cada movimiento ejecutado.

ANEXO B. IMAGENES DE LA INTERFAZ Y ANIMACION DEL ARM MR 999

Como primera medida se ilustra las imágenes de la interfaz, la cual se maneja en el programa realizado en Matlab® y que enseña el movimiento del robot en la realización del trabajo programado.

Portada de la interfaz de funcionamiento del robot manipulador



Fuente. [Autores]

La siguiente imagen ilustra el menú al cual se cuando se entra al programa, allí se tiene la posibilidad de escoger entre 3 opciones de tareas a realizar. Donde cada una de ellas nos llevara a un entorno diferente de trabajo.

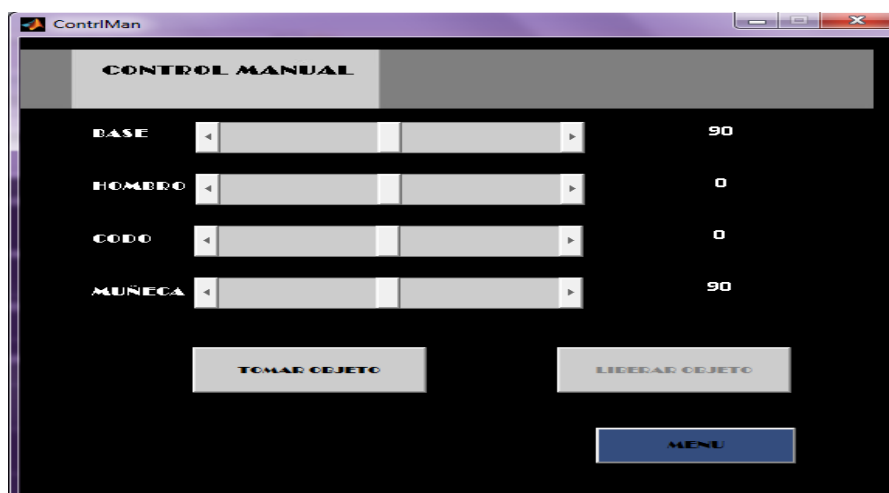
Menú del entorno de control



Fuente. [Autores]

La siguiente imagen ilustra el entorno del control manual al cual se accede cuando se escoge esta opción. En el control se puede manejar a libertad cada uno de los eslabones de los cuales esta compuesto el ARM MR 999.

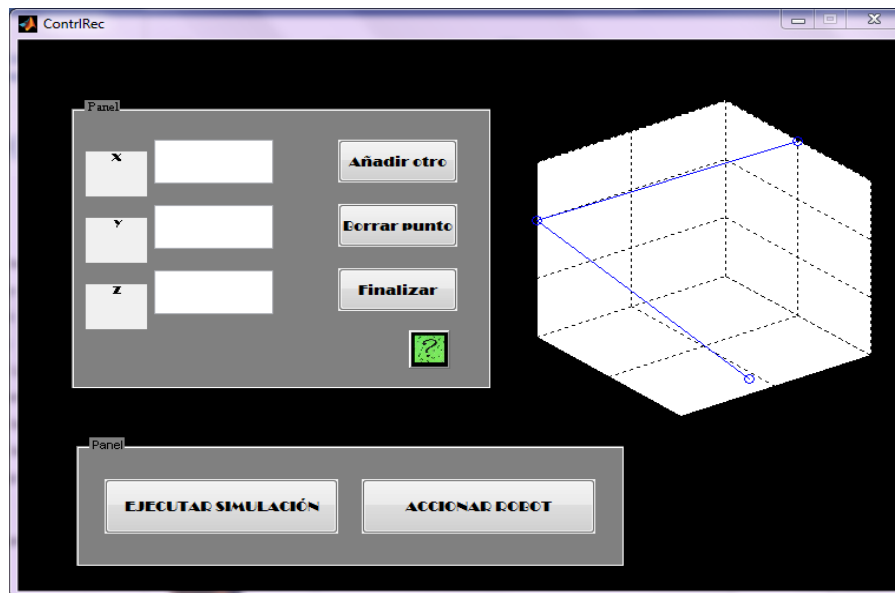
Entorno del control manual



Fuente. [Autores]

El entorno de trabajo para la opción de trayectorias rectas en el espacio se ilustra en la siguiente imagen.

Entorno de trayectorias en el espacio

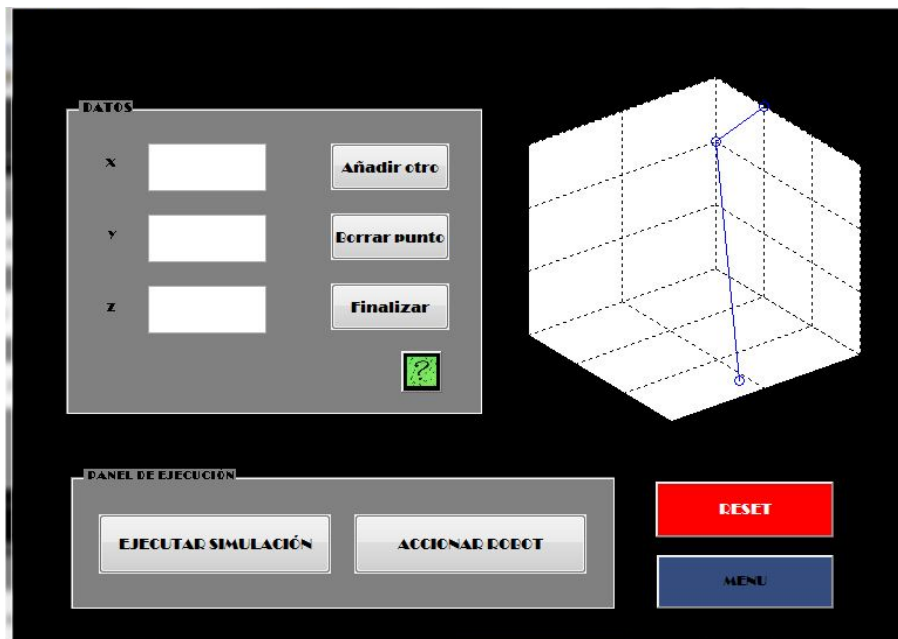


Fuente. [Autores]

Las 2 imágenes que vienen a continuación muestran la opción de trayectorias punto a punto la cual consta de 2 entornos en los cuales se tiene una sección de entrada de datos para que el robot los ejecute y otra en la cual ya ejecutándose la primera acción y a partir de ella se genere una segunda acción.

En este entorno se cuenta con la opción de poder posicionar al manipulador en la posición home, de la cual parte siempre para la realización de la tarea siempre y cuando se encuentre en el entorno de trabajo alcanzable.

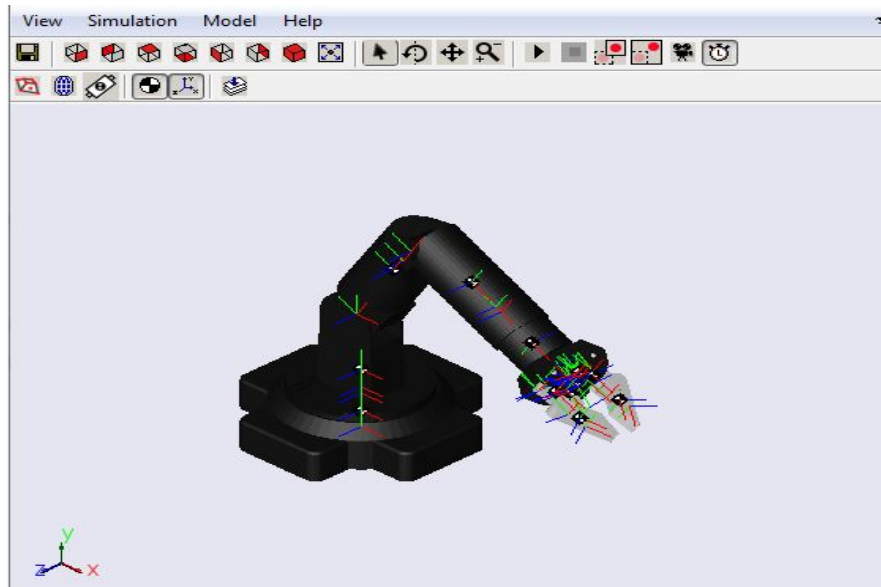
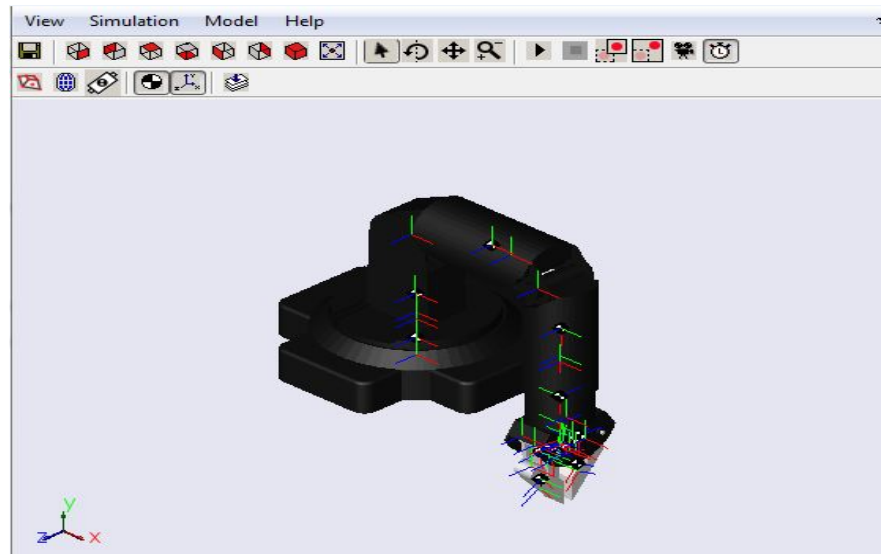
Entorno de la interfaz de trayectorias punto a punto



Fuente. [Autores]

Lo siguiente que se va a observar es la simulación de la tarea en el entorno de Simmechanics®, allí el manipulador parte del reposo y con unos datos que se le introduzcan cambia su posición para emular la trayectoria ordenada.

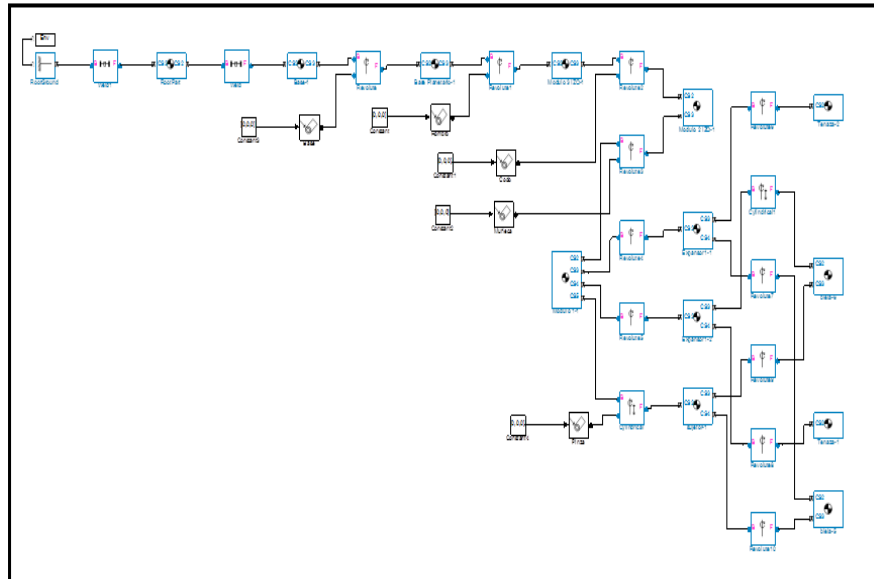
Simmechanics®, simulación trayectoria



Fuente. [Autores]

Lo siguiente que se observara es la estructura del sistema de control en el diagrama de bloques realizado en Simulink®.

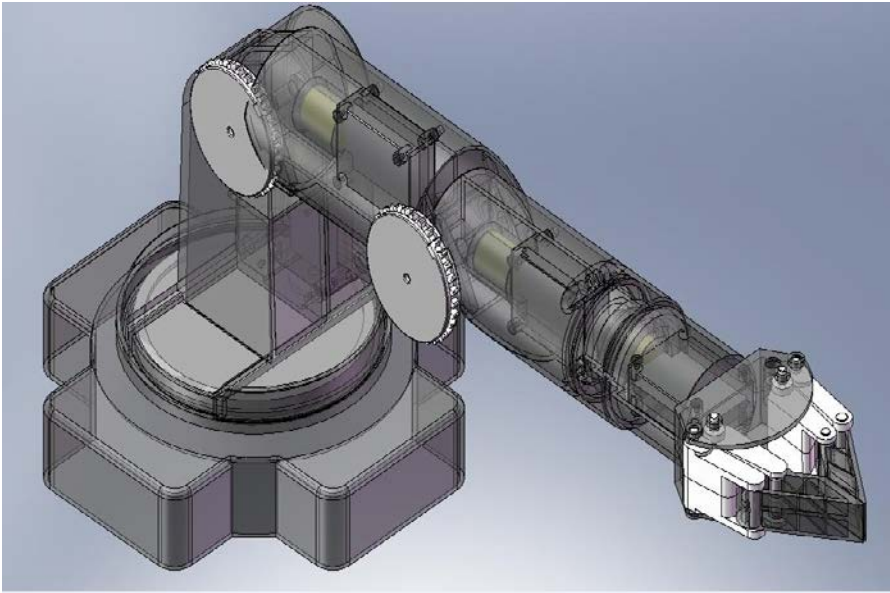
Diagrama de bloques



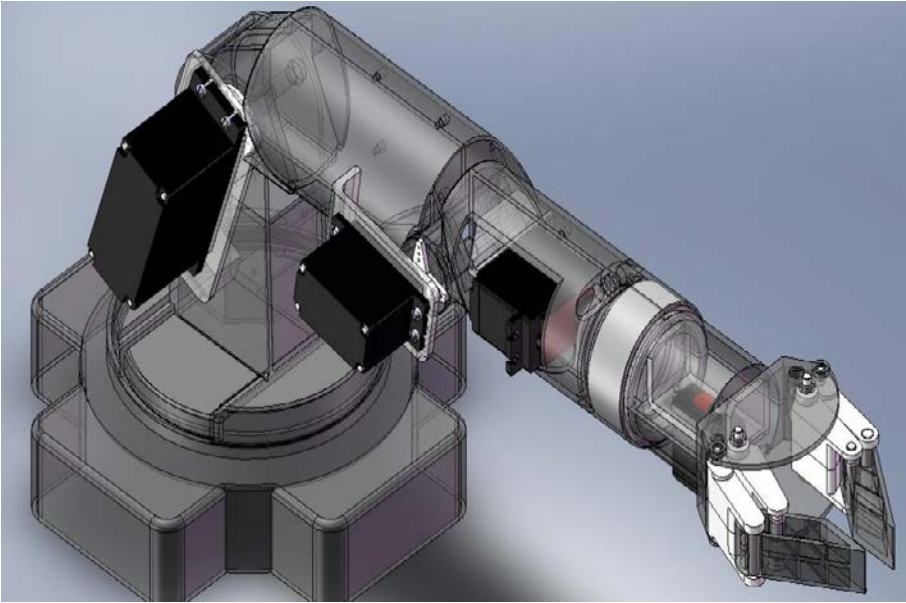
Fuente. [Autores]

Lo que se presenta a continuación es el antes y el ahora del manipulador ARM MR 999, realizado en Solidworks®, allí se ilustra con detalle el manipulador y sus partes de que está compuesto y se muestra la reingeniería que se le realizó para pasar de ser un juguete de entretenimiento a un manipulador industrial.

Vista isométrica del manipulador.



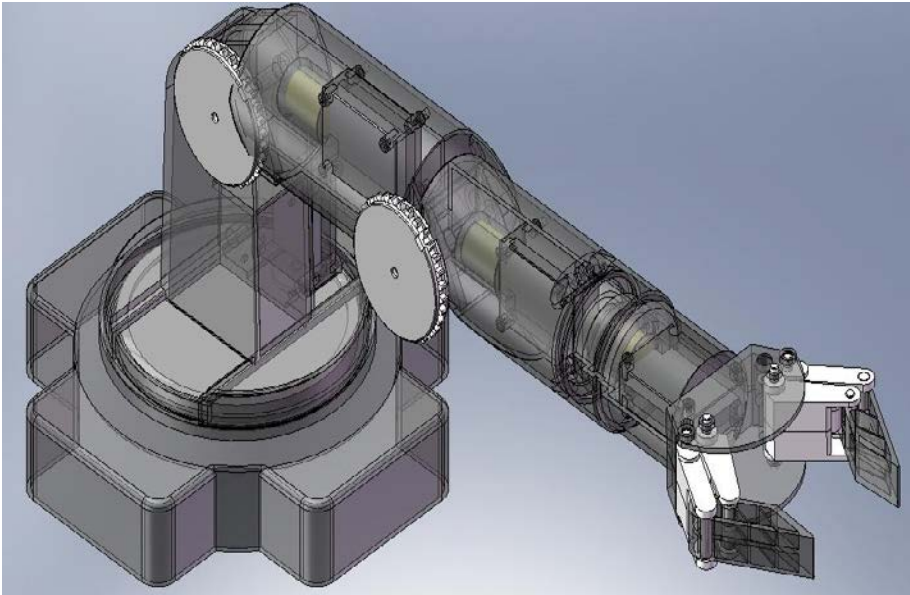
Vista Antes



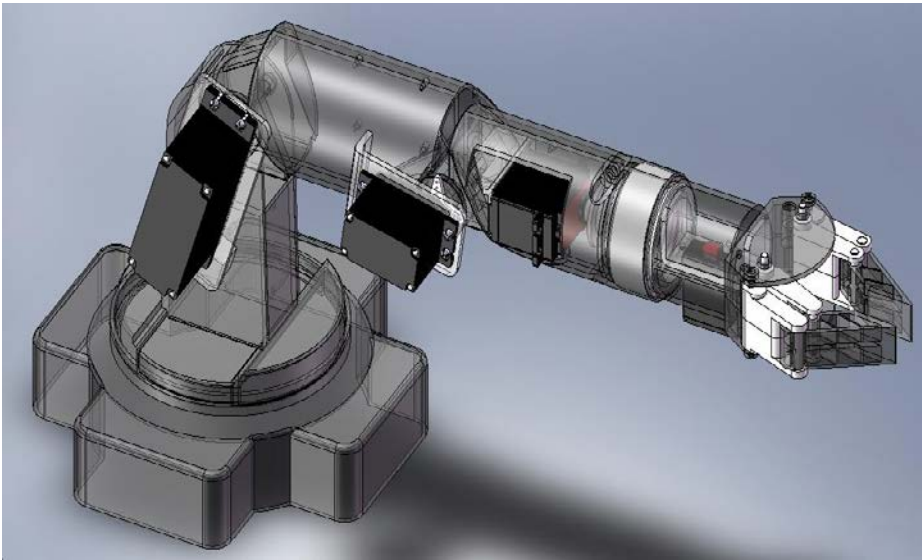
Vista Actual

Fuente. [Autores]

Vista isométrica 2 del manipulador



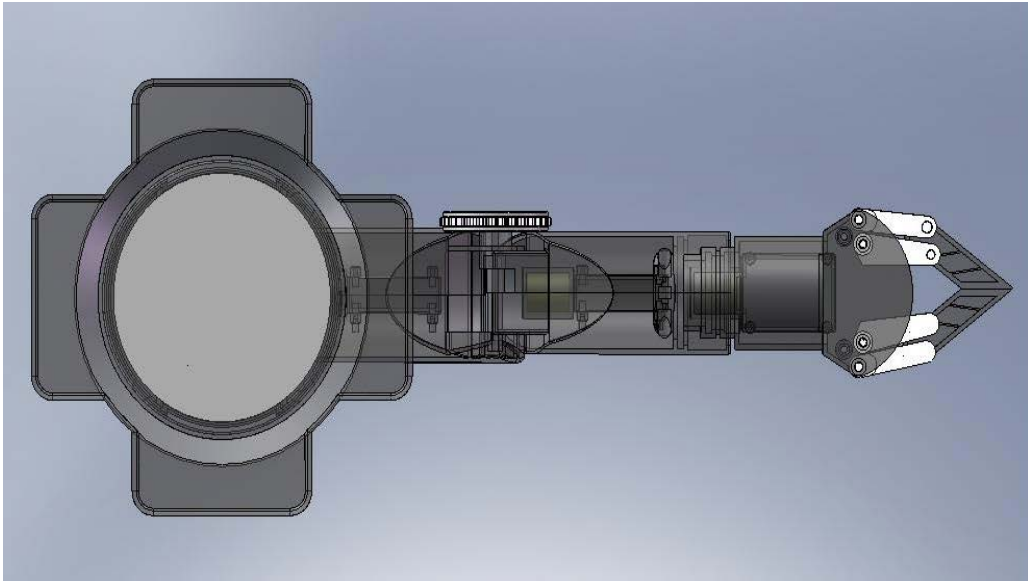
Vista Antes



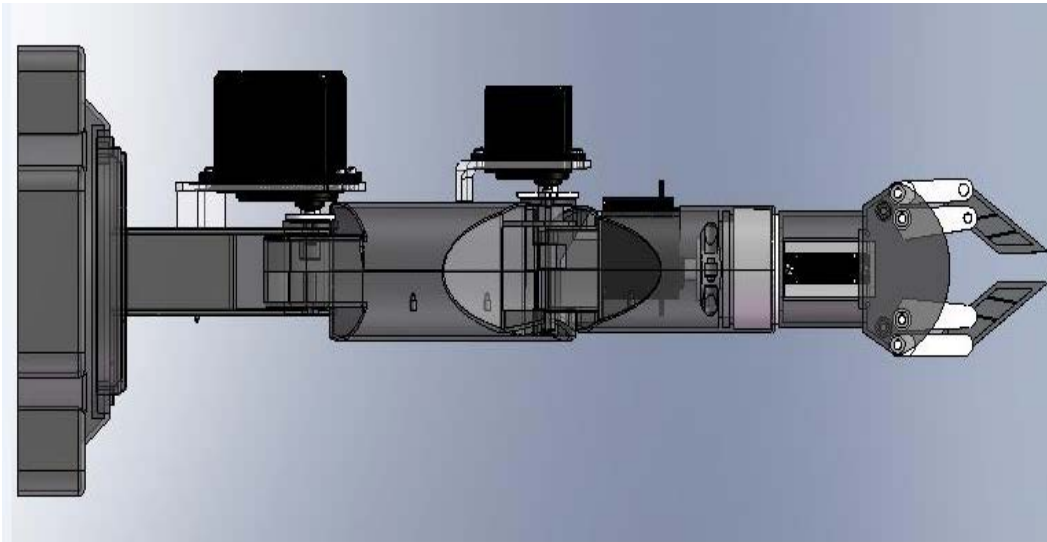
Vista Actual

Fuente. [Autores]

Vista inferior del manipulador



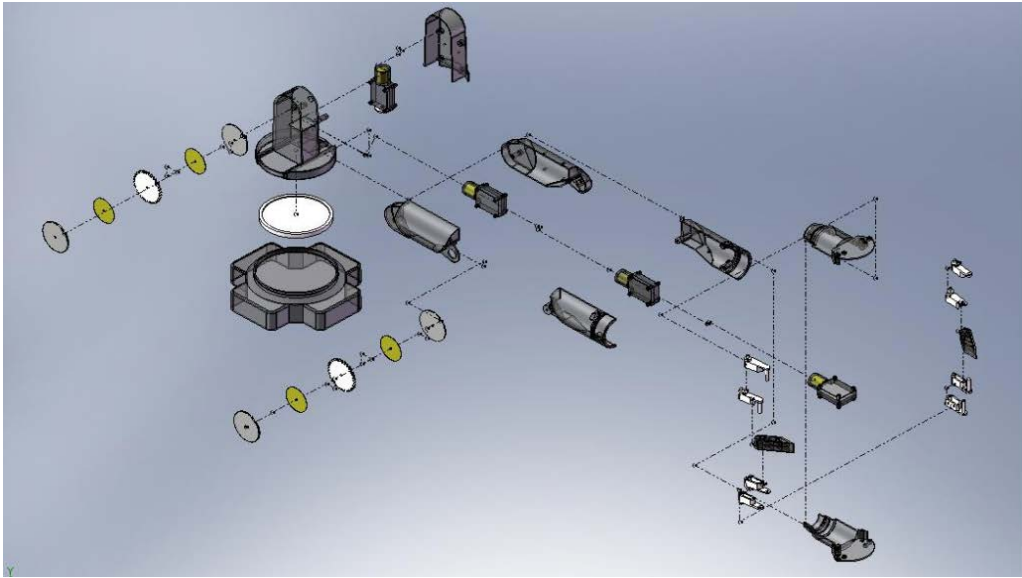
Vista Antes



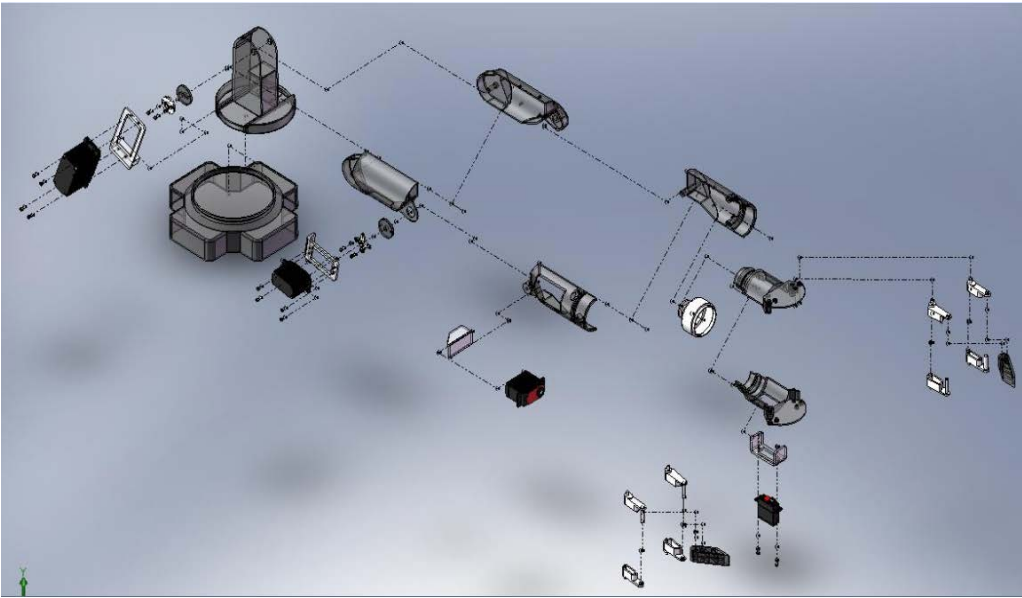
Vista Actual

Fuente. [Autores]

Vista de explosión del manipulador



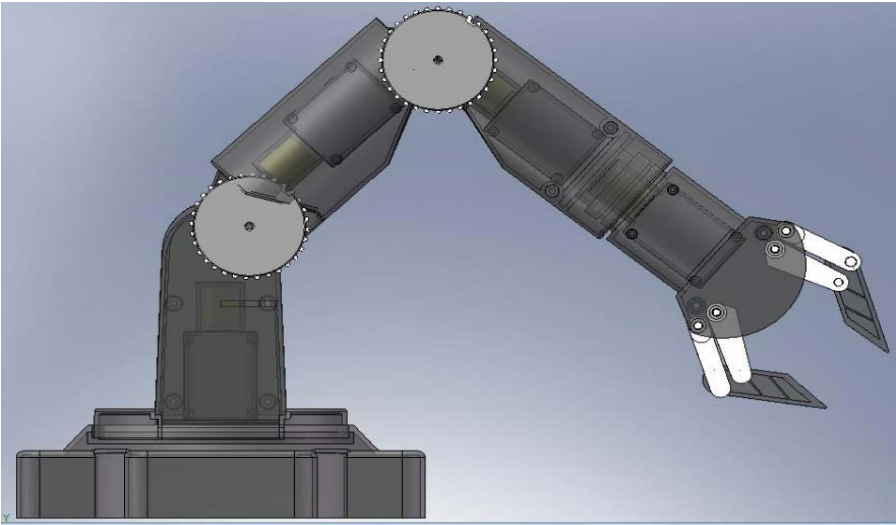
Vista Antes



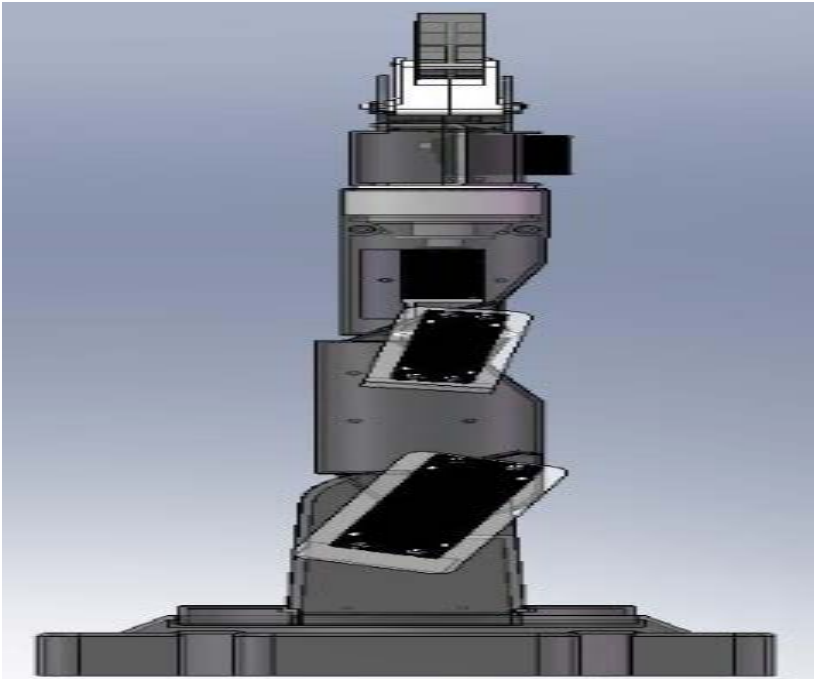
Vista Actual

Fuente. [Autores]

Vista lateral manipulador



Vista Antes

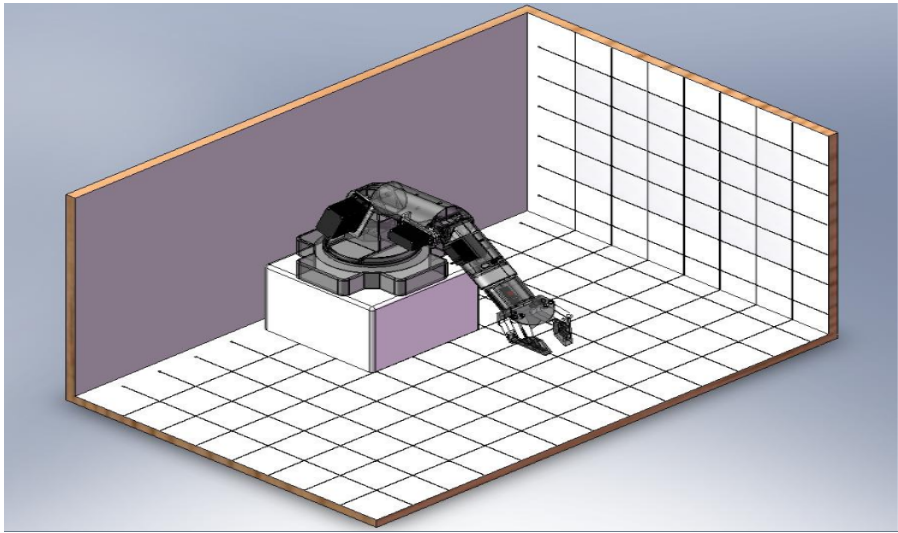
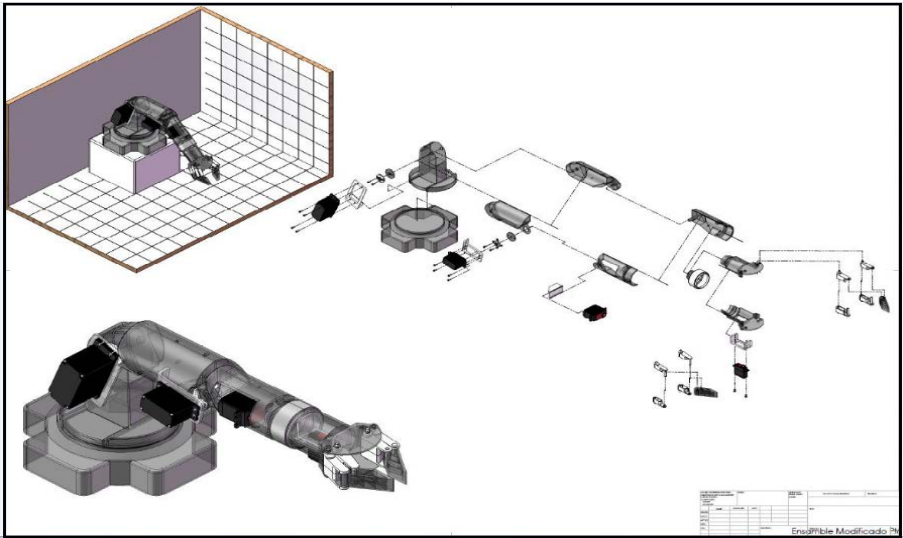


Vista Actual

Fuente. [Autores]

Las siguientes imágenes me muestran el manipulador ARM MR 999 en la actualidad en su entorno de trabajo.

Vista de Plano del manipulador actual



Fuente. [Autores]

Las imágenes a continuación se le tomaron al manipulador en su entorno de trabajo real, cuando ejecutaba una trayectoria que anteriormente se le programo y regresando a la posición de inicio home.

Manipulador ARM MR 999 en su entorno de trabajo







Fuente. [Autores]

