

**METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE BARRERAS DE FLUJO EN
YACIMIENTOS DE ALTA COMPLEJIDAD ESTRATIGRÁFICA USANDO UN
ANÁLISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN Y SIMULACIÓN STREAMLINE**

JOHN EDISSON VILLAMIZAR PEÑA

VICTOR FABIO RADA GUERRA



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2011

**METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE BARRERAS DE FLUJO EN
YACIMIENTOS DE ALTA COMPLEJIDAD ESTRATIGRÁFICA USANDO UN
ANÁLISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN Y SIMULACIÓN STREAMLINE**

JOHN EDISSON VILLAMIZAR PEÑA

VICTOR FABIO RADA GUERRA

**Trabajo de grado presentado como requisito para optar el título de
Ingeniero de Petróleos**

Director

WILLIAM NAVARRO GARCÍA

Ingeniero de Petróleos

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FISCOQUÍMICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA DE PETRÓLEOS
BUCARAMANGA**

2011

DEDICATORIA

Primero al de arriba por permitirme vivir esta experiencia tan enriquecedora

A mis padres por todo el esfuerzo que tuvieron que realizar para poder sacar con mucho orgullo al primer Ingeniero en la familia y a mis hermanos por todo el apoyo que me brindaron

A mi compañero de tesis, con quien tenía claro desde un principio iba a realizar este proyecto, lo cual fue muy satisfactorio

A mis dos amores, July y Katy, que a pesar de la distancia siempre han estado en mi corazón y mente y me han dado fortaleza en aquellos momentos difíciles

A mis compañeros y en poco tiempo colegas con quienes se compartió esas traspachadas para poder pasar materias y con quienes se aprendió tanto de todo, entre ellos Jahir, Grey, Pato, Andrés, Leydi y por supuesto Víctor

Con cariño, John

"Being prepared is important, know to expect it is even more, but seize the right moment is the key to life". Arthur Schnitzler

DEDICATORIA

A DIOS gracias por darme la sabiduría y el entendimiento para sacar adelante este proyecto y por permitirme cumplir una meta más en mi vida.

A mis padres Himera Guerra y Víctor Rada por darme la oportunidad de ser un profesional y realizarme como persona, por estar ahí apoyándome en cada momento de dificultad, esto es para ustedes con todo mi corazón! Los amo.

A mis hermanas Zoila Jailin y Geraldin y a mi hermano Cesar por su apoyo y confianza, por todos sus consejos y acciones los cuales tuvieron un gran impacto en mi vida y definen en gran medida la persona que soy.

A mi sobrina Dulce María por ser una luz de esperanza en mi vida y llenarme de alegría cada momento de mi vida.

A todos mis amigos que estuvieron siempre conmigo en las buenas y en las malas, todos esos momentos que vivimos juntos son muy valiosos para mí, los quiero a todos gracias por su apoyo.

"Todo aquel que tiene una razón para vivir puede soportar cualquier forma de hacerlo."

Friedrich Nietzsche

Con mucho cariño

Víctor Rada

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan sus agradecimientos a:

El Ingeniero William Navarro García por todo su invaluable apoyo, dirección y colaboración en el desarrollo de este trabajo.

A la Universidad Industrial de Santander por permitir que nos pudiéramos formar tanto profesionalmente como personalmente para poder desarrollar un buen papel en la Industria como Ingenieros de Petróleos.

A todos aquellos que de una u otra forma colaboraron para poder realizar este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	20
1. RESEÑA DE LA METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE BARRERAS DE FLUJO	22
1.1. DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA	23
1.1.1. Paso I. Análisis del volumen de drenaje de las Curvas-Tipo	25
1.1.2. Paso II. Volumen de drenaje por simulación streamline	25
1.1.3. Paso III. Ajuste del volumen de drenaje para inferir la ubicación de las barreras de flujo	26
1.1.4. Paso IV. Cuantificación de las incertidumbres a través de un Diseño Experimental Estadístico	26
2. ANALISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN	27
2.1. ANALISIS DE CURVAS DE DECLINACION DE ARPS	28
2.2. DESARROLLO DE CURVAS TIPO POR FETCKOVICH (PRESIÓN CONSTANTE)	31
2.2.1. Solución analítica (Presión constante al límite interior)	31
2.3. ANÁLISIS DE TASA VARIABLE POR BLASINGAME	35
2.4. CURVAS TIPO DE MCCRAY	38
2.4.1. Antecedentes de la producción acumulativa adimensional	40
2.4.2. Desarrollo de la función de la tasa integral para flujo transitorio	40
2.4.3. Relaciones adimensionales de Arps para la tasa integral	41
2.4.4. Desarrollo de la función de la tasa integral derivativa para flujo transitorio ..	42
2.4.5. Desarrollo de la función de la tasa integral derivativa para declinación	43
2.4.6. Desarrollo de las Curvas Tipo	44
2.5. ANÁLISIS DE PRODUCCIÓN USANDO LAS CURVAS TIPO	46

2.5.1.	Cálculo del tiempo de balance de materia de los datos de producción.....	47
2.5.2.	Cálculo de las funciones de tasa de flujo y tasa de flujo integral.....	47
2.5.3.	Estimación del volumen de aceite original y volumen de drenaje	48
3.	ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIALES	49
3.1.	GENERALIDADES	49
3.2.	SUPOSICIONES BÁSICAS EN LA EBM.....	50
3.2.1.	Temperatura constante.....	51
3.2.2.	Presión de equilibrio	51
3.2.3.	Volumen constante del yacimiento	51
3.3.	USOS Y LIMITACIONES DE LA EBM	52
3.4.	LINEALIZACIÓN DE LA EBM.....	53
3.4.1.	Yacimiento con capa de gas inicial.....	54
3.4.2.	Yacimiento subsaturado volumétrico	56
4.	SIMULACIÓN STREAMLINE	57
4.1.	ANTECEDENTES Y RESEÑA HISTORICA.....	57
4.2.	GENERALIDADES	60
4.2.1.	Conceptos Básicos	61
4.2.1.1.	<i>Streamline</i>	61
4.2.1.2.	<i>Streamtube</i>	62
4.2.1.3.	<i>Tiempo de vuelo</i>	62
4.2.1.4.	<i>Streamfunction</i>	63
4.2.2.	Streamfunctions y streamtubes en 3D.....	65
4.2.3.	Streamline y tiempo de vuelo.....	65
4.2.4.	Flujo compresible.....	67
4.3.	APLICACIONES DE LA SIMULACION STREAMLINE	69
4.4.	DATOS DE PRESIÓN TRANSITORIA Y EL TIEMPO DE VUELO “DIFUSIVO”	72

4.4.1.	Solución asintótica para la ecuación de difusividad.....	72
4.4.2.	Cálculos de volumen de drenaje basados en la simulación streamline.....	75
5.	VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA MEDIANTE UN MODELO CONCEPTUAL...	78
5.1.	VOLUMEN DE DRENAJE POR CURVAS DE DECLINACIÓN	79
5.2.	VOLUMEN DE DRENAJE POR BALANCE DE MATERIALES	92
5.3.	VOLUMEN DE DRENAJE POR SIMULACIÓN STREAMLINE	96
6.	EVALUACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES EN LA IDENTIFICACIÓN DE LA UBICACIÓN Y TRANSMISIBILIDADES DE BARRERAS DE FLUJO.....	101
6.1.	VOLUMEN DE DRENAJE POR CURVAS DE DECLINACIÓN	102
6.2.	VOLUMEN DE DRENAJE POR BALANCE DE MATERIALES	109
6.3.	VOLUMEN DE DRENAJE POR SIMULACIÓN STREAMLINE	114
6.4.	EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES POR MEDIO DE UN DISEÑO EXPERIMENTAL.....	120
6.4.1.	Diseño Full-Factorial y Simulación Montecarlo.....	121
6.4.2.	Análisis de Varianza	124
6.4.2.1.	<i>Análisis Post-ANOVA</i>	126
6.4.3.	Escenario más probable	133
	CONCLUSIONES	138
	RECOMENDACIONES	141
	NOMENCLATURA.....	143
	REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.....	147
	BIBLIOGRAFIA	151
	ANEXO.....	153

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Curvas tipo para las ecuaciones de declinación empíricas de Arps de producción-tiempo.....	30
Figura 2.2. Gráfico de tasas y tiempos adimensionales en función de rD	33
Figura 2.3. Curva tipo de Arps-Fetckovich	34
Figura 2.4. Curva tipo de la función de tasa integral	42
Figura 2.5. Curva tipo de la función de tasa integral derivativa.....	44
Figura 2.6. Curva tipo de Blasingame	46
Figura 3.1. Linealización de la EBM para un yacimiento con capa de gas	55
Figura 3.2. Linealización de la EBM para un yacimiento subsaturado.....	56
Figura 4.1. Campo de velocidad integrado a las streamlines y streamtubes	62
Figura 4.2. Ilustración del tiempo de vuelo en un streamline	63
Figura 4.3. La construcción de la streamfunction no depende de la definición de la trayectoria.....	64
Figura 4.4. Streamlines mediante el uso de tiempo de vuelo “difusivo”	69
Figura 4.5. Vista esquemática mostrando la aplicabilidad de la simulación streamline vs. diferencias finitas.....	71
Figura 4.6. Comparación del “frente de presión” y el “frente de trayectorias” calculados usando modelos de streamline	77
Figura 5.1. Distribución de pozos en el modelo conceptual	79
Figura 5.2. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 1	80
Figura 5.3. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2.....	80
Figura 5.4. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3.....	81
Figura 5.5. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4.....	81
Figura 5.6. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 5.....	82

Figura 5.7. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 6.....	82
Figura 5.8. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 7.....	83
Figura 5.9. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 8.....	83
Figura 5.10. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 9.....	84
Figura 5.11. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10.....	84
Figura 5.12. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11.....	85
Figura 5.13. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 12.....	85
Figura 5.14. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 13.....	86
Figura 5.15. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2, 180 días después.....	87
Figura 5.16. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2, 365 días después.....	88
Figura 5.17. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3, 180 días después.....	88
Figura 5.18. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3, 365 días después.....	89
Figura 5.19. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4, 365 días después.....	90
Figura 5.20. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 5, 365 días después.....	90
Figura 5.21. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10, 365 días después.....	91
Figura 5.22. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11, 180 días después.....	91
Figura 5.23. Linealizaciones de los pozos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.....	93
Figura 5.24. Linealizaciones de los pozos 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13.....	93
Figura 5.25. Streamlines en la primera etapa de producción (< 6 meses).....	96
Figura 5.26. Streamlines en la segunda etapa de producción (entre 6 y 12 meses).....	97
Figura 5.27. Streamlines en la tercera etapa de producción (> 12 meses).....	97
Figura 6.1. Vista en perfil del modelo geológico del yacimiento.....	101
Figura 6.2. Distribución de pozos.....	102
Figura 6.3. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4.....	103
Figura 6.4. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11.....	103
Figura 6.5. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10.....	104

Figura 6.6. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 9.....	104
Figura 6.7. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 8.....	105
Figura 6.8. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 15.....	105
Figura 6.9. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 13.....	106
Figura 6.10. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 14.....	106
Figura 6.11. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4.....	107
Figura 6.12. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11.....	108
Figura 6.13. Volumen de drenaje para el Pozo 4 por EBM.....	109
Figura 6.14. Volumen de drenaje para el Pozo 11 por EBM.....	110
Figura 6.15. Volumen de drenaje para el Pozo 9 por EBM.....	110
Figura 6.16. Volumen de drenaje para el Pozo 8 por EBM.....	111
Figura 6.17. Volumen de drenaje para el Pozo 15 por EBM.....	111
Figura 6.18. Volumen de drenaje para el Pozo 13 por EBM.....	112
Figura 6.19. Volumen de drenaje para el Pozo 14 por EBM.....	112
Figura 6.20. Perfil de permeabilidad.....	114
Figura 6.21. Perfil de porosidad.....	115
Figura 6.22. Streamlines del sector model sin barreras de flujo.....	116
Figura 6.23. Posicionamiento de las posibles barreras de flujo.....	118
Figura 6.24. Streamlines del sector model con barreras de flujo.....	119
Figura 6.25. Streamlines del sector model para el escenario J=23 X7.....	137

LISTA DE TABLAS

Tabla 5.1. Propiedades Modelo Conceptual	78
Tabla 5.2. Volúmenes de drenaje calculados por Balance de Materiales	94
Tabla 5.3. Comparación de volúmenes de drenaje entre Curvas y EBM	95
Tabla 5.4. Comparación de volúmenes de drenaje entre Curvas y Streamline.....	98
Tabla 5.5. Comparación de volúmenes de drenaje entre EBM y Streamline	99
Tabla 5.6. Comparación de volúmenes de drenaje entre EBM, Streamline y Curvas de Declinación	100
Tabla 6.1. Volúmenes de drenaje calculados por Curvas de Declinación	108
Tabla 6.2. Comparación volumen de drenaje entre curvas de declinación y EMB.....	113
Tabla 6.3. Comparación volumen de drenaje entre curvas de declinación y streamline .	116
Tabla 6.4. Comparación del volumen de drenaje con diferentes posiciones de la Barrera 2 para el Pozo 14	119
Tabla 6.5. Comparación del volumen de drenaje con diferentes transmisibilidades de la Barrera 1 para el Pozo 14	120
Tabla 6.6. Rangos de los Factores a analizar.....	122
Tabla 6.7. Rangos para las transmisibilidades de las barreras	122
Tabla 6.8. Multiplicadores de transmisibilidad obtenidos por Simulación Montecarlo	123
Tabla 6.9. Diseño Experimental para el volumen de drenaje calculado a diferentes escenarios	124
Tabla 6.10. Análisis de Varianza (ANOVA).....	126
Tabla 6.11. Prueba SNK para la transmisibilidad promedio	129
Tabla 6.12. Prueba SNK para la posición promedio	130
Tabla 6.13. Prueba Tukey para la transmisibilidad promedio	131
Tabla 6.14. Prueba Tukey para la posición promedio.....	132

Tabla 6.15. Volúmenes de drenaje promedios bajo diferentes multiplicadores de transmisibilidad..... 134

Tabla 6.16. Volúmenes de drenaje promedios bajo diferentes posiciones para los multiplicadores de transmisibilidad más probables 134

Tabla 6.17. Comparación del volumen de drenaje del escenario J=23 X7..... 135

Tabla 6.18. Comparación del volumen de drenaje del escenario J=24 X10..... 136

RESUMEN

TITULO: METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE BARRERAS DE FLUJO EN YACIMIENTOS DE ALTA COMPLEJIDAD ESTRATIGRAFICA USANDO UN ANÁLISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN Y SIMULACIÓN STREAMLINE*

AUTORES:

JOHN EDISSON VILLAMIZAR PEÑA
VICTOR FABIO RADA GUERRA**

PALABRAS CLAVE: SIMULACIÓN STREAMLINE, CURVAS DE DECLINACIÓN, BARRERAS DE FLUJO, VOLUMEN DE DRENAJE.

El objetivo de este estudio es utilizar datos comúnmente disponibles tales como la producción de los pozos y respuesta de la presión para inferir la ubicación y transmisibilidades de las barreras de flujo en un modelo geológico. Se busca mejorar este análisis mediante el uso de las ecuaciones de balance de materiales para verificar la posible comunicación entre los pozos existentes. La técnica de ajustar curvas de declinación ha sido ampliamente utilizada para analizar el desarrollo de los pozos, y pueden proveer información importante en el comportamiento de drenaje del pozo. Avances recientes en la simulación streamline permiten definir áreas o volúmenes de drenaje asociados con la producción primaria y flujo compresible bajo condiciones muy generales.

Se desarrollará una nueva aproximación para determinar y verificar la comunicación entre pozos existentes utilizando cálculos basados en las ecuaciones de balance de materiales, aplicado a la metodología propuesta por los señores Zhong He, Harshal Parikh, Akhil Datta-Gupta, Jorge Pérez y Tai Pham de TAMU y Elpaso Energy expuestas en el artículo SPE 77589, los cuales determinan la compartimentalización del yacimiento y barreras de flujo mediante un análisis de curvas de declinación y simulación streamline durante la producción primaria.

Su aproximación consiste en dos pasos principales: Primero se realiza un análisis de curvas de declinación de los datos de producción primaria para identificar comunicación entre pozos y estimar su volumen de drenaje, comparándolas con los volúmenes de drenaje calculados por las ecuaciones de balance de materiales. Segundo, con un modelo geológico conceptual, el volumen de drenaje de cada pozo es recalculado mediante simulación de flujo basada en streamlines. La compartimentalización de yacimientos y las barreras de flujo son inferidas entonces a través de un ajuste de volúmenes de drenaje basados en la simulación streamline con aquellos del análisis de las curvas de declinación.

* Proyecto de Grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Químicas. Escuela de Ingeniería de Petróleos. Director: Ingeniero de Petróleos William Navarro García.

ABSTRACT

TITLE: METHODOLOGY FOR THE IDENTIFICATION OF FLOW BARRIERS IN HIGHLY COMPLEX STRATIGRAPHIC RESERVOIRS USING DECLINE CURVE ANALYSIS AND STREAMLINE SIMULATION*

AUTHORS:

JOHN EDISSON VILLAMIZAR PEÑA
VICTOR FABIO RADA GUERRA**

KEYWORDS: STREAMLINE SIMULATION, DECLINE CURVES ANALYSIS, FLOW BARRIERS, DRAINAGE VOLUME.

The objective of this study is to utilize commonly available data such as well production and pressure response to infer the location and transmissibilities of flow barriers in a geologic model. Seeks to improve this analysis through the use of material balance equations to verify the communication between existing wells. Decline type-curve matching technique has been widely used for analysis of well performance and can provide important information on the drainage behavior of the well. Recent advances in streamline simulation and the introduction of the concept of a 'diffusive' time of flight allows us to define drainage areas or volumes associated with primary production and compressible flow under very general conditions

Will develop a new approach to determine and verify the communication between existing wells using calculations based on material balance equations applied to the methodology proposed by Zhong He, Harshal Parikh, Akhil Datta-Gupta, Jorge Pérez and Tai Pham from TAMU and El Paso Energy outlined in SPE paper 77589, which determine the reservoir compartmentalization and flow barriers through a decline curve analysis and streamline simulation for primary production.

Our approach consists of two major steps: First, we perform a decline type curve analysis of the primary production data to identify well communications and estimate the drainage volume of individual wells compared with the drainage volumes calculated by material balance equations. Second, starting with a geological model the drainage volumes of each well are recomputed using a streamline-based flow simulation. Reservoir compartmentalization and flow barriers are then inferred through a matching of the streamline-based drainage volumes with those from the decline curve analysis. Our approach is general and relies on commonly available data viz. production rate and flowing bottomhole pressure. The approach is particularly suitable for application in the early stages of field development with limited well data.

* Undergraduate Project

** Physiochemical Engineering Faculty. School of Petroleum Engineering. Director: Petroleum Engineering William Navarro García.

INTRODUCCIÓN

En el desarrollo de campos petroleros, la ingeniería de yacimientos tiene gran auge debido a que permite caracterizar el yacimiento y determinar esquemas óptimos de producción, pero con el fin de ofrecer perspectivas realistas hay que tener en cuenta las leyes físicas que afectan la extracción de hidrocarburos de un yacimiento.

El análisis de las curvas de declinación es una herramienta para el desarrollo de esquemas de producción tanto para un pozo como para un campo completo. La tasa de declinación tiene un papel fundamental en la extracción del crudo y es uno de los mecanismos de producción principales en la mayoría de campos. Esta tasa de declinación también se puede unificar a las curvas de declinación debido a que ha sido posible identificar comportamientos típicos de producción en las curvas los cuales permiten calcular las diferentes propiedades del yacimiento.

Al igual que el anterior análisis, la simulación streamline cada vez es más usada para modelar el flujo de fluidos y predecir así comportamientos que se presenten a futuro. En comparación con la simulación por diferencias finitas, la simulación streamline es computacionalmente más rápida y requiere menos memoria así como también permite trabajar con modelos de alta resolución en tiempos considerablemente pequeños. Adicionalmente, mediante el uso del tiempo de vuelo “difusivo” es posible determinar volúmenes de drenaje incluso cuando no hay pozos inyectores en el yacimiento, tal como sucede en las primeras etapas de producción.

El modelamiento del yacimiento es desarrollado primero con datos estáticos usando un tipo de técnica particular. La simulación geoestadística es un ejemplo para determinar una descripción realista del yacimiento, sin embargo, los parámetros de modelamiento del yacimiento son altamente inciertos, esto se ve

reflejado en un marco de incertidumbre en el modelo del yacimiento y éste a su vez introduce una incertidumbre en los resultados de la simulación.

Como resultado de ello se hace necesario estudiar el impacto de los parámetros geológicos inciertos para modelar el comportamiento del flujo. Sin embargo, este tipo de estudios suelen requerir un gran número de corridas de simulación. Esto sugiere que tomaría demasiado tiempo obtener una descripción precisa del modelo de yacimiento, lo que hace inviable el estudio para la toma rápida de decisiones y más aún en las primeras etapas de desarrollo del yacimiento.

Por esta razón, este trabajo propone aplicar una metodología que consiste en combinar el cálculo de curvas de declinación y las ecuaciones de balance de materiales para determinar volúmenes de drenaje e inferir así posibles barreras de flujo y comunicación entre pozos, posterior a esto, por medio de la simulación streamline y con una combinación de una herramienta estadística llamada Diseño Experimental, se pretende reducir el número de simulaciones, eligiendo combinaciones de parámetros del modelo de yacimiento y parámetros geológicos, cambiándolos dentro de sus rangos de incertidumbre y así maximizar la información obtenida por ellos para inferir el escenario más probable para la ubicación y transmisibilidad de barreras de flujo.

1. RESEÑA DE LA METODOLOGÍA PARA LA IDENTIFICACIÓN DE BARRERAS DE FLUJO

La compartimentalización de un yacimiento puede tener un impacto significativo en el desarrollo de un campo. Las historias de producción de pozos pueden proveer evidencia importante de la compartimentalización de yacimientos de petróleo y gas. Un sistema de yacimientos compartimentado consiste en dos o más yacimientos diferentes que pueden estar en comunicación hidráulica. La presencia de fallas o barreras de baja permeabilidad produce una pobre comunicación de fluidos entre los compartimentos. La presencia de barreras de flujo influye significativamente en el desempeño del agotamiento de los pozos.

Esfuerzos previos en el estudio de yacimientos compartimentados se han centrado principalmente en el modelamiento del desempeño de la producción en sistemas compartimentalizados. Estos yacimientos han sido modelados comúnmente utilizando técnicas de balance de materiales, aunque algunos modelos también han tenido en cuenta el flujo de fluidos en estado transitorio dentro del compartimento. La aproximación por balance de materiales modela el flujo de fluidos límite a través de los compartimentos usando transmisibilidades reducidas de las barreras, pero deja de lado la resistencia interna al flujo del líquido dentro del compartimento. Los modelos de flujo transitorio son más generales y se puede considerar la resistencia interna al flujo dentro de los compartimentos. Todos estos modelos requieren un conocimiento previo de la compartimentalización del yacimiento y las barreras de flujo. Sin embargo, dicha información no está disponible, sobre todo en las primeras etapas de desarrollo del campo con información geológica limitada y poca o nula información de pozo. Por tanto, se partirá del estudio de las curvas de declinación y la simulación streamline para identificar la compartimentalización del yacimiento, las barreras de flujo y las

respuestas de la producción, debido a que estas características en la producción primaria, se han mantenido relativamente sin investigar en la industria¹.

El objetivo de este estudio es utilizar datos comúnmente disponibles tales como la producción de los pozos y respuesta de la presión para inferir la ubicación y transmisibilidades de las barreras de flujo en el modelo geológico conceptual a utilizar. Avances recientes en la simulación streamline combinados con el análisis de curvas de declinación hicieron posible el estudio. Se busca mejorar este análisis mediante el uso de las ecuaciones de balance de materiales para calcular el volumen de drenaje de cada pozo y además verificar la posible comunicación entre los pozos existentes. La técnica de ajustar curvas de declinación ha sido ampliamente utilizada para analizar el desarrollo de los pozos, y pueden proveer información importante en el comportamiento de drenaje del pozo. Avances recientes en la simulación streamline y la introducción del concepto de un tiempo de vuelo “difusivo” permite definir áreas o volúmenes de drenaje asociados con la producción primaria y flujo compresible bajo condiciones muy generales.

1.1. DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA

Se desarrollará una nueva aproximación para determinar y verificar la comunicación entre pozos existentes utilizando cálculos basados en las ecuaciones de balance de materiales, aplicado a la metodología propuesta por los señores Zhong He, Harshal Parikh, Akhil Datta-Gupta, Jorge Pérez y Tai Pham de TAMU y Elpaso Energy expuestas en el artículo SPE 77589, los cuales determinan la compartimentalización del yacimiento y barreras de flujo mediante un análisis de las curvas de declinación y simulación streamline durante la producción primaria.

Su aproximación consiste en dos pasos principales: primero se realiza un análisis de curvas de declinación de los datos de producción primaria para identificar comunicación entre pozos y estimar el volumen de drenaje de cada uno de ellos. Segundo, con un modelo geológico conceptual, el volumen de drenaje de cada pozo es recalculado mediante simulación de flujo basada en streamlines. La compartimentalización de yacimientos y las barreras de flujo son inferidas entonces a través de un ajuste de volúmenes de drenaje basados en la simulación streamline con aquellos del análisis de las curvas de declinación.

La aproximación es general y se basa en datos que comúnmente están disponibles, tales como la historia de producción y presiones de fondo de cada uno de los pozos. La aproximación es adecuada particularmente para la aplicación en las primeras etapas del desarrollo del campo con datos limitados del pozo.

El enfoque propuesto implica la interpretación de los volúmenes de drenaje del yacimiento derivado del análisis de la ecuación de balance de materia para cada compartimento, debido a que cada uno de ellos se rige por una de ellas y así inferir los pozos que se encuentran conectados, zonas de drenaje, zonas de no drenaje, confrontándolo con los resultados obtenidos mediante el análisis de las curvas de declinación, respuesta de la producción primaria y los volúmenes de drenaje calculados utilizando un modelo de simulación streamline.

Para el desarrollo de esta metodología se pretende trabajar con un modelo conceptual, el cual tiene definida la geología y estructura del yacimiento para ser aplicado a la simulación y ser usado en la determinación de las ecuaciones de balance de materiales de acuerdo a los compartimentos presentados y a las curvas de declinación para inferir los volúmenes de drenaje en cada pozo. No se pretende incluir el análisis de yacimientos que presenten acuíferos, debido a que su análisis sería más complejo, lo cual no está comprendido en el desarrollo de este proyecto.

Los pasos más importantes en el enfoque se describen a continuación:

1.1.1. Paso I. Análisis del volumen de drenaje de las Curvas-Tipo

Esta etapa consiste en un análisis convencional de las curvas-tipo en donde se realiza una gráfica log-log de la tasa de producción normalizada, $q/\Delta P$, versus el tiempo obtenido del balance de materiales, N_p/q ; a continuación se hacen coincidir los datos de campo sobre la Curva-Tipo. Este ajuste produce un volumen de drenaje que se asocia con la producción del pozo. Una desviación de los datos de las Curvas-Tipo puede ser indicativo de un cambio de volumen de drenaje como resultado de, por ejemplo, un nuevo pozo que comparte el volumen de drenaje de un pozo existente y también indica la comunicación de presión entre los dos pozos. La desviación de datos puede ser redimensionado para estimar el volumen de drenaje nuevo asociado a cada pozo¹. Se planea en esta fase aplicar la ecuación de balance de materiales en cada uno de los pozos y así inferir la posible comunicación entre ellos, confrontándolo con el análisis realizado por medio de las curvas de declinación.

1.1.2. Paso II. Volumen de drenaje por simulación streamline

Los modelos de streamline pueden ser utilizados para calcular los volúmenes de drenaje durante el agotamiento primario o el flujo compresible, utilizando el concepto de tiempo de vuelo "difusivo". Este tiempo de vuelo "difusivo" se relaciona con la propagación de un frente máximo de reducción o aumento de presión asociados con una fuente de impulso o sumideros y se puede utilizar para determinar los volúmenes de drenaje en un medio heterogéneo en 3D con múltiples pozos y en condiciones muy generales¹.

1.1.3. Paso III. Ajuste del volumen de drenaje para inferir la ubicación de las barreras de flujo

Este paso relaciona los volúmenes de drenaje de cada pozo: uno del análisis de las curvas de declinación y el otro de la simulación streamline del modelo geológico. Una discrepancia entre ellos puede sugerir la presencia de barreras de flujo que no se encuentran en el modelo geológico. Diferentes ubicaciones y transmisibilidades de las barreras de flujo darán diferentes volúmenes de drenaje para los pozos. La elección de una posible ubicación y transmisibilidades son determinadas ajustando los volúmenes de drenaje de la simulación streamline con los obtenidos en el análisis de las curvas de declinación¹.

1.1.4. Paso IV. Cuantificación de las incertidumbres a través de un Diseño Experimental Estadístico

Los lugares y valores de las transmisibilidades de las barreras de flujo serán tratados como experimentos estadísticos. Se realiza un diseño experimental estadístico para tener en cuenta su variabilidad y calcular los cambios en el volumen de drenaje de la simulación streamline. Por último, un análisis de varianza se puede realizar para determinar el impacto relativo de los lugares y transmisibilidades de las barreras de flujo¹.

En los capítulos posteriores se proporcionará el marco teórico y se hará un estudio detallado de cada paso con el fin de poder determinar los cálculos necesarios para la aplicación de la metodología. Por último se validará esta metodología por medio de un modelo conceptual y de manera adicional será aplicada a un campo colombiano, comprobando la efectividad del análisis realizado en el presente trabajo.

2. ANALISIS DE CURVAS DE DECLINACIÓN

Las tasas de producción de gas y aceite de un pozo generalmente declinan en función del tiempo. Pérdidas de la presión del yacimiento o cambios en las tasas de los fluidos producidos son las causas principales de la declinación. Ajustando una línea a través de los valores de la declinación de la producción y asumiendo la misma tendencia de esta línea en el futuro, se constituye la base para el método del análisis de las curvas de declinación.

Las curvas de declinación son probablemente la técnica más utilizada y menos entendida para predecir el comportamiento de la producción usada actualmente en la industria. El análisis de las curvas de declinación proporciona una herramienta sencilla para la evaluación del yacimiento, sin embargo las grandes decisiones económicas siempre dependen de los resultados de la predicción.

El análisis de las curvas de declinación es ampliamente aplicado en la evaluación del potencial de las propiedades de producción cuando la información es escasa. La ausencia de suficientes registros, corazonas y análisis de fluidos, estudios de presión de fondo estáticos y datos de pruebas de pozo se oponen a la aplicación de técnicas de análisis más avanzadas.

Desde comienzos del siglo XX, las curvas de declinación han sido usadas como una herramienta para estimar el comportamiento futuro de pozos y determinar las características importantes del yacimiento. Las predicciones basadas en las curvas de declinación han sido posibles gracias a la suposición de que la tasa de flujo de un pozo declina de manera consistente cuando el pozo está produciendo a presión de fondo constante.

2.1. ANALISIS DE CURVAS DE DECLINACION DE ARPS

El desarrollo del moderno análisis de las curvas de declinación comenzó en el año de 1944 cuando Arps² publicó una amplia revisión de estudios previos para el análisis gráfico del comportamiento de la declinación de la producción. En ese trabajo, Arps desarrolló una familia de relaciones funcionales basadas en el modelo de declinación hiperbólica para el análisis de los datos de tasa de flujo.

El estudio de Arps provee una variedad de resultados; incluyendo las relaciones de tasa de declinación exponencial, hiperbólica y armónica que son usadas actualmente para el análisis empírico de curvas de declinación. Debido a la simplicidad y consistencia de su aproximación empírica, las relaciones de Arps son tomadas como punto de referencia en la industria para el análisis e interpretación de los datos de producción.

La utilidad de las relaciones de Arps es la aplicabilidad que tiene la familia de curvas hiperbólicas para modelar una gran variedad de características de producción. Adicionalmente, el análisis simplificado de las tendencias de datos exponenciales e hiperbólicas (tales como las técnicas graficas dadas por Nind³) mantienen la popularidad de las relaciones de Arps.

Otra de las aplicaciones de las relaciones de Arps es su uso en la extrapolación gráfica. Muchos análisis se basan exclusivamente en las relaciones de Arps para predicciones de comportamiento de la declinación, a menudo sin darse cuenta de la naturaleza empírica de tales extrapolaciones.

Las relaciones de Arps para tasa de flujo son las siguientes:

$$\frac{q(t)}{q_i} = \exp(-D_i t) \quad \text{para } b = 0 \quad (\text{Caso Exponencial}) \quad (2.1)$$

$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{[1 + bD_i t]^{1/b}} \quad \text{para } 0 < b < 1 \quad (\text{Caso Hiperbólico}) \quad (2.2)$$

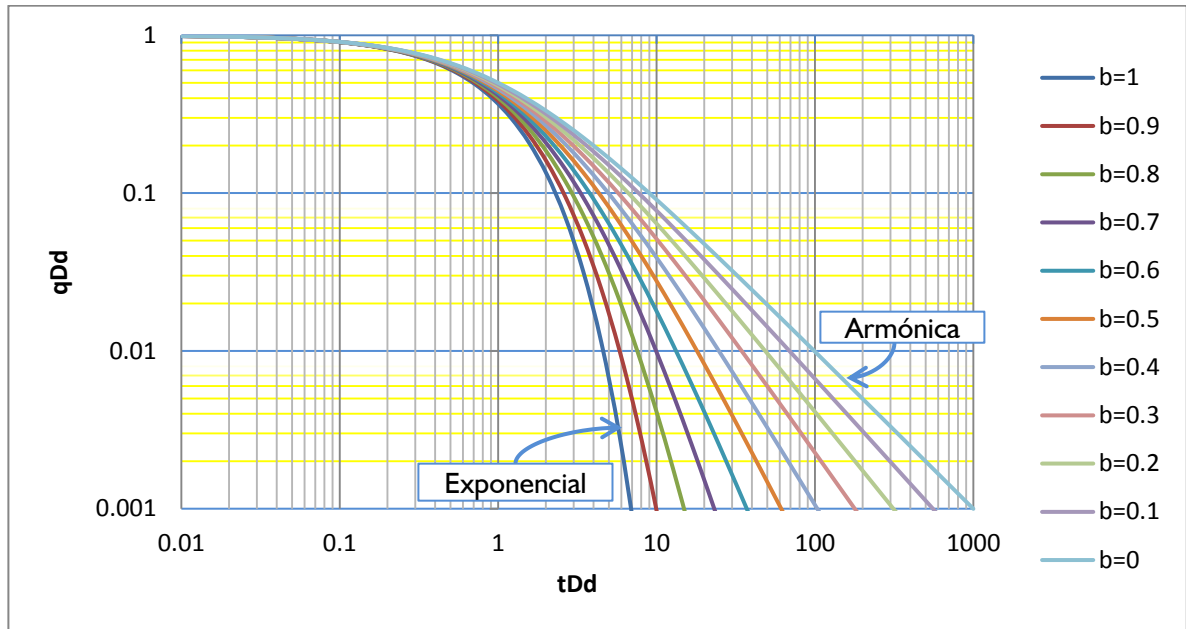
$$\frac{q(t)}{q_i} = \frac{1}{[1 + D_i t]} \quad \text{para } b = 1 \quad (\text{Caso Armónico}) \quad (2.3)$$

Una solución de unidad ($D_i = 1$) de la ecuación 2.1 fue desarrollada para valores de b entre 0 y 1 en incrementos de 0.1. Los resultados son graficados en una serie de curvas en escala logarítmica (Figura 2.1) en términos de tasa de producción adimensional.

$$q_{Dd} = \frac{q(t)}{q_i} \quad (2.4)$$

$$t_{Dd} = D_i t \quad (2.5)$$

Figura 2.1. Curvas tipo para las ecuaciones de declinación empíricas de Arps de producción-tiempo



Tomado de: Decline Curve Analysis Using Type Curves⁵

De la figura 2.1 se puede apreciar como todas las curvas de declinación básicas y los rangos normales de b son mostrados en una simple gráfica, todas las curvas coinciden y llegan a ser distinguibles a $t_{Dd} \cong 0.3$. Cualquier dato existente antes de $t_{Dd} = 0.3$ aparecerá como una línea de declinación exponencial, independientemente del valor real de b y, así, aparecerá gráficamente como una línea recta en escala semi-logarítmica. Un análisis estadístico o una aproximación por mínimos cuadrados podrían calcular cualquier valor de b entre 0 y 1.

Además de presentar estas relaciones fundamentales, Arps⁴ introdujo métodos para la extrapolación de los datos de producción-tiempo para estimar las reservas primarias usando los modelos de declinación exponencial e hiperbólica.

2.2. DESARROLLO DE CURVAS TIPO POR FETCKOVICH (PRESIÓN CONSTANTE)

El uso de las curvas tipo (gráficos de las soluciones de tasa de flujo adimensional o normalizada) para el análisis de los datos de producción, fue introducido a la industria del petróleo a finales de los años 60 e inicios de los 70. En 1980 Fetckovich⁵ introdujo el desarrollo más significativo en el ajuste de las curvas tipo de datos de producción: La creación de una solución unificada analítica (declinación exponencial) para un pozo produciendo a presión de fondo constante durante condiciones de flujo pseudoestable.

2.2.1. Solución analítica (Presión constante al límite interior)

Las soluciones de pozo a presión constante para predecir la tasa de declinación de la producción con el tiempo, se publicaron por primera vez en 1933 por Moore, Schilthuis y Hurst⁶, y luego por Hurst⁷. Los resultados fueron presentados para sistemas de flujos radiales finitos e infinitos con fluidos en una sola fase y ligeramente compresibles. Los resultados fueron presentados en forma gráfica en términos de tasa de flujo adimensional y tiempo adimensional. La tasa de flujo adimensional q_D se puede expresar como:

$$q_D = \frac{141.3q(t)\mu B}{kh[p_i - p_{wf}]} \quad (2.6)$$

y el tiempo adimensional t_D como:

$$t_D = \frac{0.00634kt}{\phi\mu c_t r_w^2} \quad (2.7)$$

La mayoría de ingenieros utilizan la solución de presión constante no solamente en un problema de presión constante sino también como una serie de funciones

de presión constante para resolver problemas de entrada de agua usando la producción acumulativa adimensional N_{pD} ⁸. La relación entre N_{pD} y q_D es:

$$\frac{d(N_{pD})}{dt_D} = q_D \quad (2.8)$$

El tiempo adimensional en términos de variables de yacimiento llega a ser (Ver Anexo):

$$t_{Dd} = \frac{0.0034kt}{\phi\mu c_t r_w^2} * \frac{1}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 - 1 \right] \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (2.9)$$

o

$$t_{Dd} = \frac{t_D}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_w} \right)^2 - 1 \right] \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (2.10)$$

Para obtener una curva de declinación de la tasa adimensional q_{Dd} en términos de q_D :

$$q_{Dd} = \frac{q(t)}{q_i} = q_D \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (2.11)$$

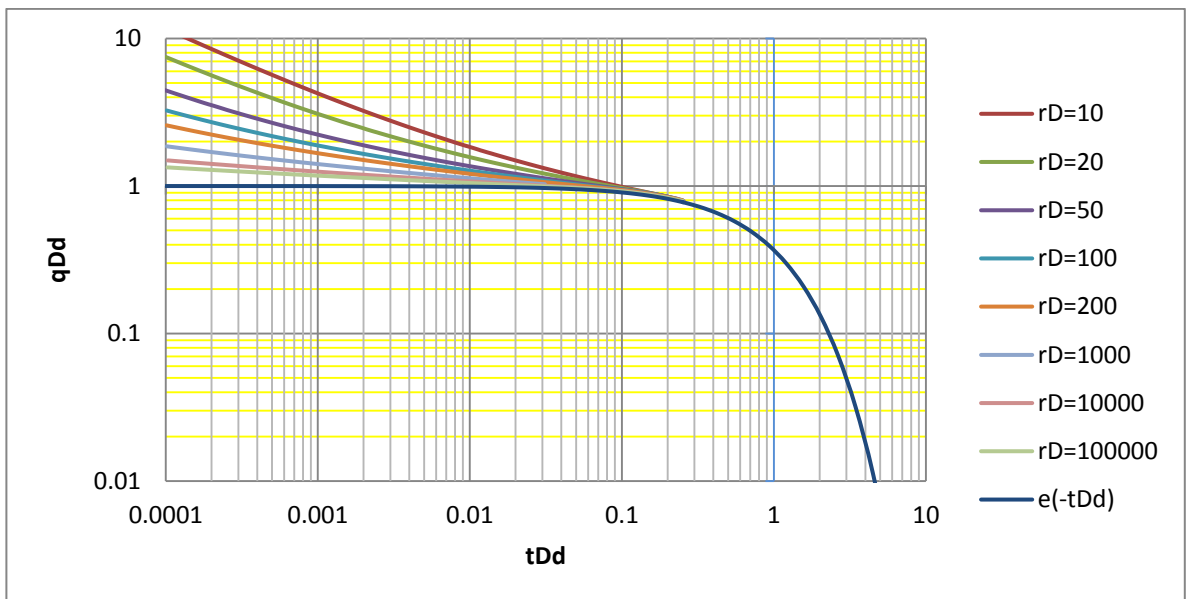
o

$$q_{Dd} = \frac{\frac{q(t)}{kh(p_i - p_{wf})}}{141.2\mu B \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_w} \right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (2.12)$$

De acuerdo a Ehlig-Economides y Ramey¹⁰ se presenta un margen de error menor al sustituir el termino $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{4}$, el cual se usará en los análisis posteriores que se realizarán. Pero en realidad, este margen de error marca poca diferencia en la interpretación de los datos y es usado solamente como complemento.

Por lo tanto, los valores publicados de q_D y t_D para soluciones finitas e infinitas de presión constante fueron transformados en una curva de declinación de tasa y tiempo adimensional, q_{Dd} y t_{Dd} , usando las ecuaciones 2.10 y 2.11. La figura 2.2 es una gráfica de tasa y tiempo adimensional, q_{Dd} y t_{Dd} para varios valores de r_e/r_w .

Figura 2.2. Gráfico de tasas y tiempos adimensionales en función de r_D

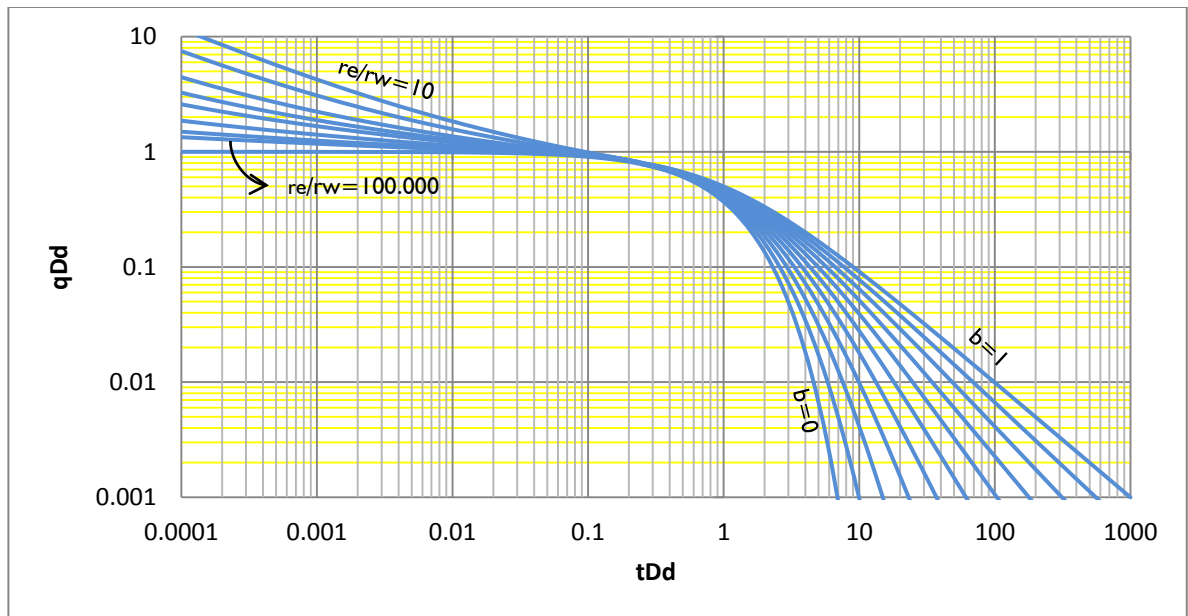


Tomado de: Decline Curve Analysis Using Type Curves⁵

En trabajos posteriores, Fetckovich⁵ graficó (Figura 2.3) su solución unificada de declinación exponencial simultáneamente con la curva de declinación armónica de Arps², las cuales se suponen representan el comportamiento de un yacimiento no ideal (cambios en la movilidad, características del yacimiento y estratificación). El resultado final son las llamadas curvas-tipo de Fetckovich, las cuales proporcionan un análisis simultáneo de datos de producción durante las condiciones de flujo pseudoestable y flujo transitorio. Aunque las curvas de declinación de Fetckovich

son una extraordinaria herramienta para la ingeniería de yacimientos, este trabajo no deja de tener limitaciones.

Figura 2.3. Curva tipo de Arps-Fetckovich



Tomado de: Decline Curve Analysis Using Type Curves⁵

Una limitación particular se plantea en el análisis e interpretación de los datos de producción que presentan variaciones significativas en la presión del pozo, así como los efectos de los periódicos cierres de pozo y otras restricciones impuestas por consideraciones operativas. Hay que reconocer que las curvas tipo de Fetckovich son la herramienta más potente disponible para el análisis de los datos de producción.

2.3. ANÁLISIS DE TASA VARIABLE POR BLASINGAME

El esfuerzo inicial para incorporar cambios en las tasas y la presión en el análisis e interpretación de datos de producción se introdujo en 1986 por Blasingame and Lee¹¹. Este trabajo proporciona los métodos de análisis para determinar el tamaño del área de drenaje y el factor de forma para datos de producción variable en yacimientos cerrados usando una gráfica cartesiana basada en la siguiente relación:

$$\frac{\Delta p}{q} = m_1 \bar{t} + b_{pss} \quad (2.13)$$

donde $\Delta p = p_i - p_{wf}$, y:

$$m_1 = \frac{1}{Nc_t} \quad (2.14)$$

$$b_{pss} = 141.2 \frac{B\mu}{kh} \left[\frac{1}{2} \ln \left(\frac{4}{e^\gamma} \frac{A}{C_A r_{wa}^2} \right) \right] \quad (2.15)$$

donde b_{pss} es la constante del estado pseudoestable y la definición de tiempo de balance de materia es dado por:

$$\bar{t} = \frac{N_p}{q} \quad (2.16)$$

Se observa que el método de análisis derivado de la ecuación 2.13 funciona mejor cuando los cambios de las tasas son pequeños, esto es, cuando el flujo transitorio inducido por los cambios de tasa no opacan el comportamiento de flujo pseudoestable para largos periodos de tiempo. La ecuación 2.13 fue desarrollada usando los resultados de Dietz¹² para el caso de tasa constante y fue verificado comparándolo con la solución de Muskat¹³ para un yacimiento circular y por el análisis del desempeño de los datos simulados del pozo.

En 1987 Fetckovich¹⁴ presentó una serie de estudios de casos de campos evaluados mediante análisis de curvas de declinación usando curvas tipo. Una de las mayores conclusiones del estudio fue indicar que el análisis de los datos de producción en flujo transitorio usando las ecuaciones hiperbólicas de Arps era inválido. La teoría del estado de flujo transitorio señala que el perfil de tasa de flujo debe ser cóncava hacia arriba, y como es una función de declinación, las curvas de Arps son cóncavas hacia abajo las cuales claramente plantean una inconsistencia de los datos de flujo transitorio.

Los datos de flujo transitorio (funciones de datos de producción las cuales son cóncavas hacia arriba) nunca deben ser usados para estimar el volumen del yacimiento. Específicamente Fetckovich sugirió que el volumen del yacimiento y las características relacionadas con el volumen de flujo, no deben ser estimados usando el análisis de las curvas de declinación antes de que un flujo completamente pseudoestable exista (datos de producción muestran un comportamiento cóncavo hacia abajo).

En 1991 Blasingame¹⁵ amplió el anterior trabajo de McCray¹⁶ para desarrollar una función de tiempo que transforma los datos de producción para sistemas que muestran un desempeño de caída de presión o tasa variable en un sistema equivalente produciendo a presión de fondo constante. El motivo de ese trabajo fue crear una formulación equivalente del análisis a presión constante para los datos de producción con cambios de tasa y caída de presión. Desafortunadamente, la solución dada por Blasingame, la cual era teóricamente consistente, en algunos casos era difícil de aplicar debido a que el planteamiento es muy sensible a los cambios erráticos en la tasa y la presión.

En 1993, Palacio y Blasingame¹⁷ desarrollaron una solución para el caso general de cambios de tasa y caídas de presión tanto para el flujo de un líquido como para un gas en una sola fase. Estos autores presentaron que para cualquier historia de producción usando la función normalizada de la tasa de flujo/caída de presión y la

función del tiempo de balance de materia, se ajustará a una tasa de declinación armónica (curva $b = 1$ en la gráfica de declinación de Fetckovich) cuando se tiene flujo de líquido.

Haciendo la reducción final de la ecuación A.14 (Ver Anexo) se tiene:

$$q_{Da} = \frac{1}{[1 + \bar{t}_{Da}]} \quad (2.17)$$

Reemplazando las ecuaciones 2.4 y 2.5 en la 2.3 se tiene que:

$$q_{Da} = \frac{1}{[1 + t_{Da}]} \quad (2.18)$$

Comparando las ecuaciones 2.17 y 2.18 se puede apreciar que las relaciones son idénticas. Y luego, si se considera el desempeño de la relación base para tasa variable/caída de presión variable (Ec. A.12, Ver Anexo), se observa que durante el flujo en estado pseudoestable, una gráfica de datos de $q/\Delta p$ contra \bar{t} se ajustara exactamente sobre la curva de Arps cuando $b = 1$ en la curva de declinación de Fetckovich. Esta fue la base para el análisis del trabajo de Palacio y Blasingame¹⁷.

Esta aproximación elimina las pérdidas de producción que ocurren cuando se cierran los pozos para pruebas de presión y proporciona un análisis e interpretación del desempeño del pozo y del campo con poco o ningún costo para el operador. De acuerdo a este análisis es posible calcular los siguientes parámetros:

- PROPIEDADES DEL YACIMIENTO
 - ❖ Permeabilidad de la formación, k
 - ❖ Factor de daño o estimulación en la cara de la formación, s

- VOLUMENES DE FLUIDO IN-SITU
 - ❖ Aceite original in-situ, N

- ❖ Aceite movable a condiciones actuales, $N_{p,mov}$
- ❖ Área de drenaje del yacimiento, A
- ❖ Volumen de drenaje, N_D

2.4. CURVAS TIPO DE MCCRAY

En 1990, McCray¹⁶ propuso unas nuevas funciones adimensionales bajo las siguientes suposiciones para derivar la ecuación de difusividad para el flujo de líquido:

- Yacimiento poroso, homogéneo e isotrópico
- Espesor uniforme
- Propiedades de roca y fluidos independientes de la presión
- Gradientes de presión pequeños
- Flujo radial laminar
- Fuerzas gravitacionales despreciables
- Yacimiento isotérmico
- Compresibilidad del yacimiento pequeña y constante

Además de estas, usó las siguientes suposiciones para un yacimiento circular debido a que la solución de la ecuación de difusividad radial varía con el modelo del yacimiento:

- Producción con presión constante dentro del pozo
- El pozo está centrado en un área de drenaje circular

- No hay flujo de fluidos fuera de los límites
- La presión del yacimiento es uniforme antes de la producción inicial

Estas funciones no tienen en cuenta cambios en la tasa de flujo cuando hay cambios en la presión de fondo o cuando se presentan cierres de pozo. Tales efectos se tienen en cuenta en la aproximación descrita en la siguiente sección, antes del ajuste con las curvas tipo.

Este método de análisis de curvas de declinación fue desarrollado con base a las curvas tipo de tasa adimensional propuestas por Fetckovich⁵, las cuales combinan las soluciones analíticas de estado transitorio y pseudoestable, la cual fue lograda por la definición de tasa adimensional definida en la ecuación 2.4 por Arps, llegando así a la definición de tasa adimensional descrita en la ecuación 2.11.

Fetckovich descubrió que su solución analítica de tasa adimensional converge con la solución de tasa empírica exponencial para flujo en estado pseudoestable:

$$q_{Dd} = e^{-D_i t} \quad (2.19)$$

Combinando la ecuación 2.5 con la 2.9, se tiene:

$$D_i = \frac{\frac{0.00634k}{\phi \mu c_t r_{wa}^2}}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right)^2 - 1 \right] \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right) - \frac{3}{4} \right]} \quad (2.20)$$

Esta ecuación proporciona una aproximación analítica a las curvas de declinación.

2.4.1. Antecedentes de la producción acumulativa adimensional

Fraim¹⁸ desarrolló unas curvas de declinación para la producción acumulativa en un pozo produciendo a presión constante para un yacimiento circular. La producción acumulativa está dada por:

$$N_p = \int_0^t q d\tau \quad (2.21)$$

cuya solución (Ver Anexo) en forma adimensional es:

$$N_{pDd} = \frac{D_i N_p}{q_i} \quad (2.22)$$

2.4.2. Desarrollo de la función de la tasa integral para flujo transitorio

Se necesita una función uniforme y diferenciable para desarrollar una curva tipo derivativa, que tiene distintas características de ajuste, para ser utilizada con los datos dispersos. Obviamente, derivar la producción acumulativa dará como resultado la tasa original. Por lo tanto, se define la función de tasa integral como:

$$\bar{q} = \frac{N_p}{t} \quad (2.23)$$

en forma adimensional:

$$q_{Ddi} = \frac{N_{pDd}}{t_{Dd}} \quad (2.24)$$

o

$$q_{Ddi} = \frac{1}{t_{Dd}} \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd} d\tau \quad (2.25)$$

2.4.3. Relaciones adimensionales de Arps para la tasa integral

De acuerdo a la definición de la función de tasa integral adimensional, mencionada en la ecuación 2.25, se presentan diferentes casos para el desarrollo de esta ecuación cuando el yacimiento se encuentra en declinación:

- Caso Hiperbólico ($0 < b < 1$):

$$q_{Ddi} = \frac{1}{t_{Dd}} \frac{1}{(1-b)} [1 - [1 + bt]^{(1-1/b)}] \quad (2.26)$$

en términos de q_{Dd} :

$$q_{Ddi} = \frac{1}{1-b} \left[\frac{1}{t_{Dd}} - q_{Dd} \left(\frac{1}{t_{Dd}} + b \right) \right] \quad (2.27)$$

- Caso Exponencial ($b = 0$):

$$q_{Ddi} = \frac{1}{t_{Dd}} [1 - e^{(-t_{Dd})}] \quad (2.28)$$

o en términos de q_{Dd} :

$$q_{Ddi} = \frac{1}{t_{Dd}} [1 - q_{Dd}] \quad (2.29)$$

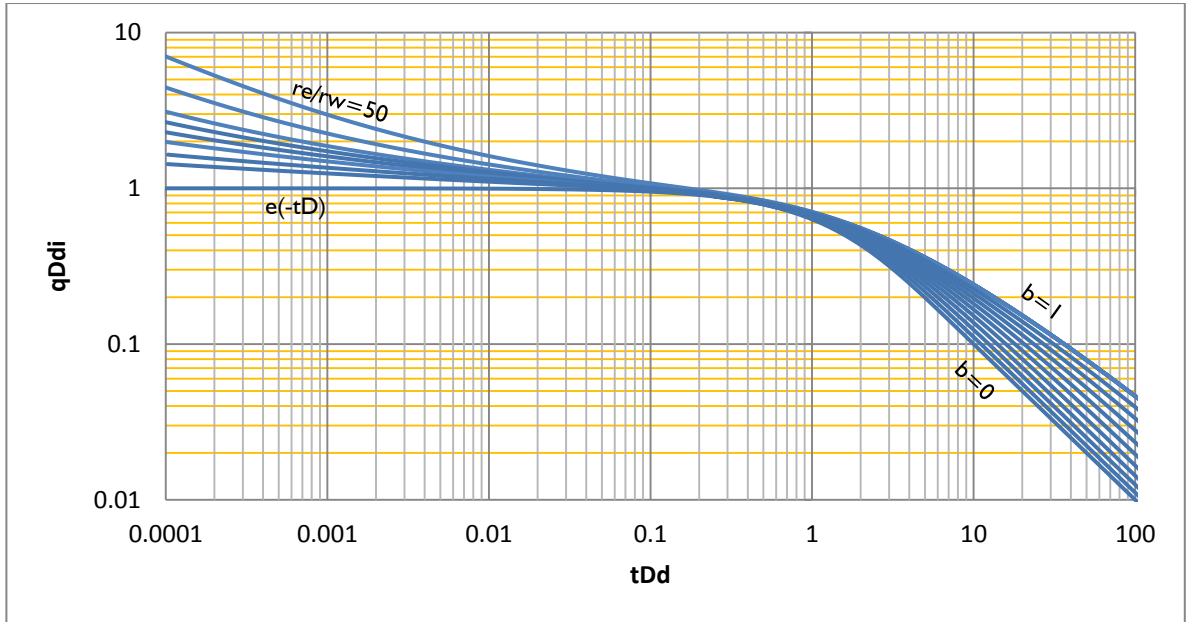
- Caso Armónico ($b = 1$):

$$q_{Ddi} = \ln(1 + t_{Dd}) \quad (2.30)$$

en términos de q_{Dd} :

$$q_{Ddi} = \ln\left(\frac{1}{q_{Dd}}\right) \quad (2.31)$$

Figura 2.4. Curva tipo de la función de tasa integral



Tomado de: Reservoir Analysis Using Production Decline Data and Adjusted Time¹⁶

La figura 2.4 no proporciona unas características de ajuste distintivas. La ventaja sobre las curvas tipo de tasa adimensional es la uniformidad de la función q_{Ddi} la cual será verificada en la siguiente sección.

2.4.4. Desarrollo de la función de la tasa integral derivativa para flujo transitorio

Derivando la función q_{Ddi} :

$$\begin{aligned} \frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} &= q_{Ddi,d} = \frac{d}{dt_{Dd}} \left(\frac{N_{pDd}}{t_{Dd}} \right) \\ &= \frac{d}{dt_{Dd}} \left(\frac{1}{t_{Dd}} \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd} d\tau \right) \quad (2.32) \end{aligned}$$

combinando con la regla definida por Leibnitz y la regla del producto:

$$\begin{aligned}\frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} &= \frac{q_{Dd}}{t_{Dd}} - \frac{1}{t_{Dd}^2} \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd} d\tau \\ &= \frac{1}{t_{Dd}} (q_{Dd} - q_{Ddi}) \quad (2.33)\end{aligned}$$

multiplicando esta derivada por $-t_{Dd}$ se genera la función de tasa integral derivativa para flujo transitorio:

$$\begin{aligned}q_{Ddid} &= -t_{Dd} \frac{dq_{Ddi}}{dt_{Dd}} \\ &= (q_{Ddi} - q_{Dd}) \quad (2.34)\end{aligned}$$

2.4.5. Desarrollo de la función de la tasa integral derivativa para declinación

Aplicando la ecuación 2.34 a los resultados anteriores de las funciones de q_{Ddi} para el caso de declinación, se obtiene:

- Caso Hiperbólico ($0 < b < 1$):

$$q_{Ddid} = \frac{1}{1-b} \left[\frac{1}{t_{Dd}} - q_{Dd} \left(\frac{1}{t_{Dd}} + b \right) \right] - q_{Dd} \quad (2.35)$$

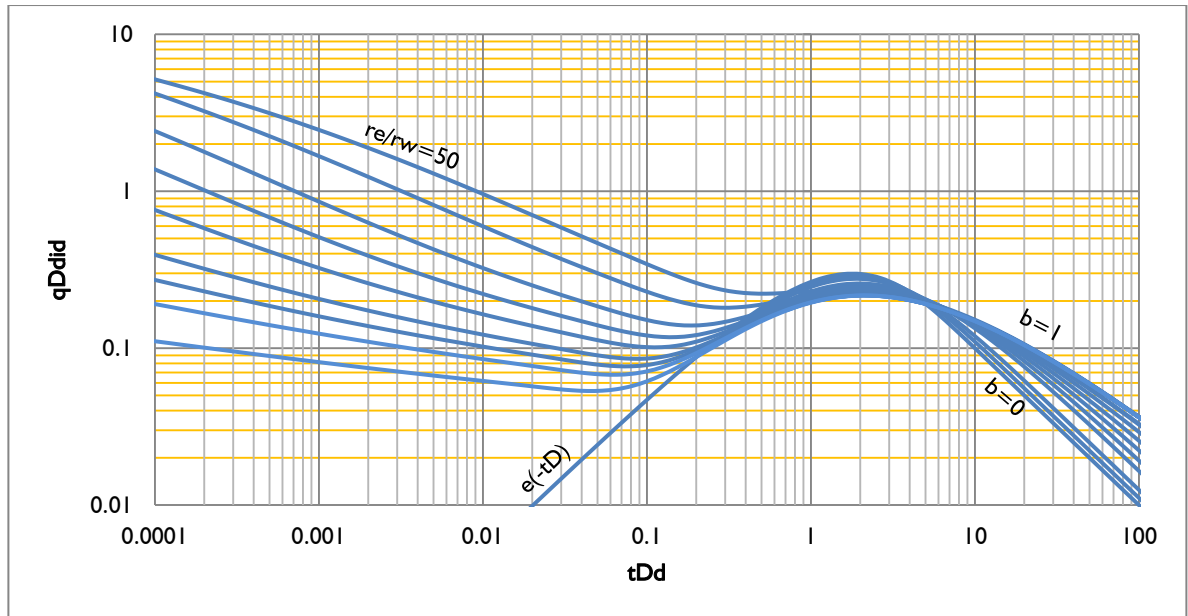
- Caso Exponencial $b = 0$:

$$q_{Ddid} = \frac{1}{t_{Dd}} [1 - e^{(-t_{Dd})}] - q_{Dd} \quad (2.36)$$

- Caso Armónico $b = 1$:

$$q_{Ddid} = \frac{1}{t_{Dd}} \ln(1 + t_{Dd}) - q_{Dd} \quad (2.37)$$

Figura 2.5. Curva tipo de la función de tasa integral derivativa



Tomado de: Reservoir Analysis Using Production Decline Data and Adjusted Time¹⁶

La función q_{Ddid} (Figura 2.5), proporciona una curva tipo adimensional para el análisis de la producción cuando se encuentra en declinación con diferentes características para permitir una estimación más precisa de las propiedades del yacimiento.

2.4.6. Desarrollo de las Curvas Tipo

Con el fin de desarrollar las curvas tipo de Fetckovich/McCray, se requieren valores de la solución para un pozo produciendo a presión de fondo constante, q_D , como función de un tiempo adimensional, t_D , la cual es luego convertida a t_{Dd} usando la ecuación:

$$t_{Dd} = \frac{2}{r_{eD}^2} \frac{1}{\left[\ln(r_{eD}) - \frac{1}{2} \right]} \quad (2.38)$$

Y para q_{Dd} se utiliza la ecuación 2.11. Estos valores de $q_D(t_D)$ pueden ser obtenidos de las tablas desarrolladas por Van Everdingen y Hurst⁸ o usando la solución numérica de la transformada inversa de Laplace¹⁹, desarrollada por Matthews y Russell²⁰. La solución de la transformada de Laplace para tasa de producción constante de un pozo centrado en un yacimiento circular está dada por Matthews y Russell²⁰ como:

$$\bar{p}_D(r_D, u) = \frac{K_0(\sqrt{u}r_D)I_1(\sqrt{u}r_{eD}) + K_1(\sqrt{u}r_{eD})I_0(\sqrt{u}r_D)}{u[\sqrt{u}K_1(\sqrt{u})I_1(\sqrt{u}r_{eD}) - \sqrt{u}I_1(\sqrt{u})K_1(\sqrt{u}r_{eD})]} \quad (2.39)$$

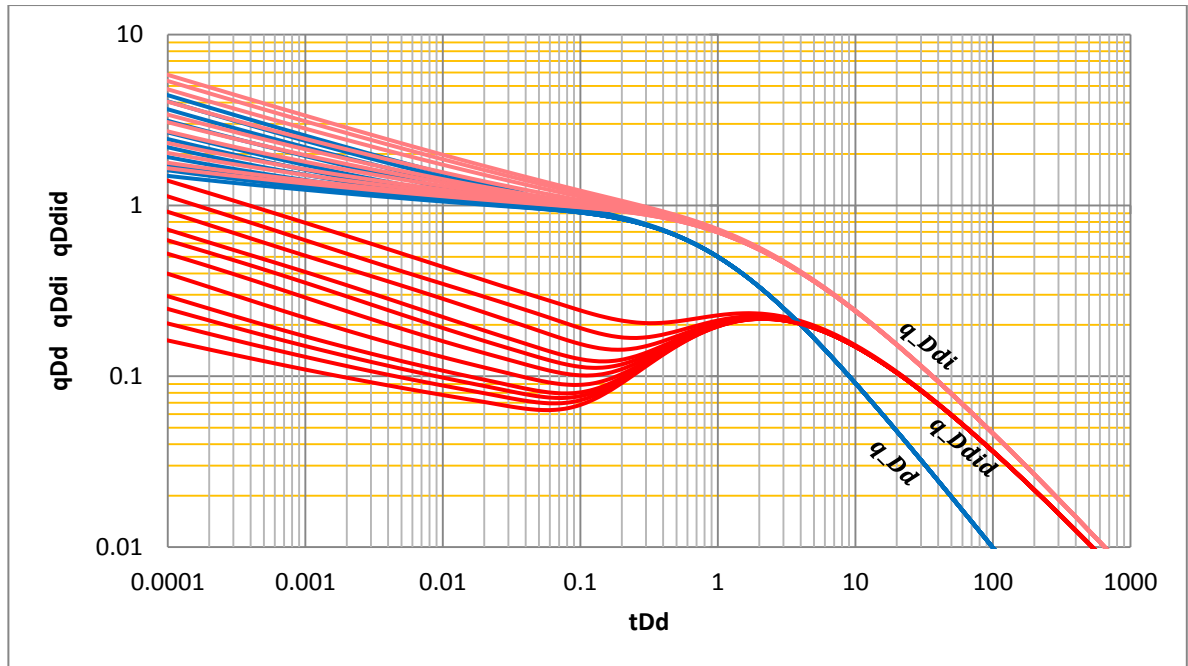
Sin embargo, se requiere la solución para una presión de fondo fluyendo constante más que para una tasa de flujo constante. Se puede obtener fácilmente la solución para la presión de fondo constante de la solución de tasa constante usando la siguiente relación en estado Laplaciano dado por Everdingen y Hurst⁸:

$$\bar{q}_D(u) = \frac{1}{u^2} \frac{1}{\bar{p}_D(u)} \quad (2.40)$$

Una vez los valores de $q_{Dd}(t_{Dd})$ son obtenidos de los valores de $q_D(t_D)$ las funciones de tasa integral y tasa integral derivativa asociadas pueden ser calculadas usando técnicas estándar o pueden ser obtenidas simultáneamente con los valores de $q_{Dd}(t_{Dd})$ usando el algoritmo de Stehfest¹⁹.

Blasingame y Palacio¹⁷ descubrieron que los datos a ser ajustados en las curvas tipo de Fetckovich/McCray proporcionan las mejores estimaciones de las propiedades del yacimiento cuando estas son superpuestas en las curvas de declinación armónica de Arps ($b = 1$). Por tanto las curvas de q_{Dd} , q_{Ddi} y q_{Ddai} en función de t_{Dd} quedan de la siguiente forma:

Figura 2.6. Curva tipo de Blasingame



Tomado de: Decline Curves Analysis Using Type Curves: Analysis of Gas Wells Production Data¹⁷

2.5. ANÁLISIS DE PRODUCCIÓN USANDO LAS CURVAS TIPO

Esta metodología se basa en el uso de la función de tiempo de balance de materia, \bar{t} , que se ajusta a la declinación armónica en el caso de la producción de líquidos, independientemente de los datos de tasa y presión. A continuación se plantea el procedimiento para el análisis y la interpretación de los datos de producción utilizando las curvas tipo de declinación.

2.5.1. Cálculo del tiempo de balance de materia de los datos de producción

$$\bar{t} = \frac{N_p}{q} \quad (2.16)$$

Esto implica que mientras se use el tiempo de balance de materia \bar{t} en lugar del tiempo ordinario en el análisis, es posible modelar escenarios de producción de tasa variable/presión variable para el caso de un líquido en una sola fase utilizando la curva de declinación armónica de Arps ($b = 1$).

2.5.2. Cálculo de las funciones de tasa de flujo y tasa de flujo integral

Se trabaja con la función de tasa normalizada/caída de presión para ser consistentes de acuerdo a la ecuación A.12 (Ver Anexo), en la cual se incluyen casos donde no hay una disponibilidad continua de medición de datos de presión de fondo, por tanto se usará la presión inicial del yacimiento p_i como la función normalizada. La función de tasa normalizada/caída de presión está dada por:

$$(q/\Delta p) = \frac{q}{(P_i - P_{wf})} = \frac{q}{\Delta p} \quad (2.41)$$

La función de tasa integral está dada por:

$$(q/\Delta p)_i = \frac{1}{\bar{t}} \int_0^{\bar{t}} \frac{q}{\Delta p} d\tau \quad (2.42)$$

y la función de tasa integral derivativa por:

$$(q/\Delta p)_{id} = -\frac{d[(q/\Delta p)_i]}{d\ln(\bar{t})} = -\bar{t} \frac{-d[(q/\Delta p)_i]}{d\bar{t}} \quad (2.43)$$

Se calculan las tres funciones anteriores y se grafican en función del tiempo de balance de materia, \bar{t} , en escala logarítmica, luego son superpuestas en la curva tipo de Blasingame y finalmente se ajustan a la curva de declinación armónica de Arps ($b = 1$) para obtener los mejores resultados en el cálculo de las propiedades del yacimiento.

2.5.3. Estimación del volumen de aceite original y volumen de drenaje

Las ecuaciones 2.11 y 2.38 se pueden definir en variables reales como:

$$q_{Dd} = 141.2 \frac{B\mu q}{kh \Delta p} \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right) - \frac{1}{2} \right] \quad (2.44)$$

$$t_{Dd} = 0.00633 \frac{kt}{\phi \mu c_t A} \frac{2\pi}{\left[\ln \left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (2.45)$$

igualando y separando términos en las ecuaciones 2.44 y 2.45, se obtiene la siguiente relación:

$$(q_{Dd})_{MP} (t_{Dd})_{MP} = \frac{5.6148B}{\phi Ah c_t} (q/\Delta p)_{MP} (\bar{t})_{MP} \quad (2.46)$$

resolviendo la ecuación 2.46 para el aceite original in situ N :

$$N = \frac{1}{c_t} \frac{(\bar{t})_{MP}}{(t_{Dd})_{MP}} \frac{(q/\Delta p)_{MP}}{(q_{Dd})_{MP}} \quad (2.47)$$

para el volumen de drenaje se calcula como sigue:

$$N_D = \frac{B_o}{B_{oi}} \frac{(\bar{t})_{MP}}{(t_{Dd})_{MP}} \frac{(q/\Delta p)_{MP}}{(q_{Dd})_{MP}} \quad (2.48)$$

Si hay soporte de acuífero, la expansión del acuífero puede ser incluida dentro del cálculo de volumen de drenaje así:

$$N_{Dac} = N_D + N_w \frac{B_w c_a}{B_o c_e} \quad (2.49)$$

donde,

$$c_a = c_f + c_w \quad (2.50)$$

$$c_e = \frac{(c_f + c_o s_o + c_w s_w)}{s_o} \quad (2.51)$$

3. ECUACIÓN DE BALANCE DE MATERIALES

3.1. GENERALIDADES

La Ecuación de Balance de Materiales (EBM) ha sido reconocida como una de las herramientas básicas de la Ingeniería de Yacimientos para la interpretación y predicción del comportamiento del yacimiento. La EBM, cuando es aplicada apropiadamente, se puede usar para:

- Estimar el volumen inicial de los hidrocarburos in-situ
- Predecir el comportamiento futuro del yacimiento
- Predecir la recuperación final de hidrocarburos bajo distintos tipos de mecanismos de empuje primario

La ecuación está estructurada de tal manera que permite tener a simple vista todos los parámetros de entrada y salida que hay en el yacimiento. El concepto de la Ecuación Generalizada de Balance de Materiales fue presentado por Schilthuis²¹ en 1936. En su forma más simple, la ecuación se puede escribir con base en el método volumétrico como:

$$\text{Volumen inicial} = \text{Volumen Remanente} + \text{Volumen Removido} \quad (3.1)$$

Como el petróleo, gas y agua están presentes en yacimientos de petróleo, la Ecuación Generalizada de Balance de Materiales puede ser expresada para los fluidos totales o para cualquiera de los fluidos presentes así:

$$N = \frac{N_p B_o + (G_p - N_p R_s) B_g - (W_e - W_p B_w) - G_{iny} B_{giny} - W_{iny} B_w}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g + m B_{oi} \left[\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right] + B_{oi} (1 + m) \left[\frac{S_{wi} c_w + c_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta p} \quad (3.2)$$

El gas producido acumulado G_p puede ser expresado en términos de la relación acumulativa de gas y petróleo R_p y del aceite producido N_p :

$$G_p = R_p N_p \quad (3.3)$$

Combinando la ecuación 3.3 con la ecuación 3.2, se tiene:

$$N = \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g] - (W_e - W_p B_w) - G_{iny} B_{giny} - W_{iny} B_w}{(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g + m B_{oi} \left[\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right] + B_{oi} (1 + m) \left[\frac{S_{wi} c_w + c_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta p} \quad (3.4)$$

La relación anterior se conoce como la Ecuación de Balance de Materiales (EBM). Una forma más conveniente de la EBM puede ser determinada por la inclusión del concepto de factor volumétrico total (dos fases) B_t en la ecuación. Esta propiedad PVT del aceite es definida como:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s) B_g \quad (3.5)$$

Incluyendo el término B_t en la ecuación 3.4 y asumiendo por simplicidad que no hay inyección de agua y gas debido a que el presente trabajo es usando cuando el yacimiento se encuentra en sus primeras etapas de producción (no hay métodos de recobro secundarios), se tiene:

$$N = \frac{N_p [B_t + (R_p - R_{si}) B_g] - (W_e - W_p B_w)}{(B_t - B_{ti}) + m B_{ti} \left[\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right] + B_{ti} (1 + m) \left[\frac{S_{wi} c_w + c_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta p} \quad (3.6)$$

3.2. SUPOSICIONES BÁSICAS EN LA EBM

El cálculo de la Ecuación de Balance de Materiales se basa en los cambios de las condiciones del yacimiento en periodos discretos de tiempo durante la historia de producción. El cálculo es más vulnerable a muchas de sus suposiciones fundamentales en las primeras etapas de la secuencia de agotamiento cuando el

movimiento de los fluidos es limitado y los cambios de presión son pequeños. Una depleción desigual y un desarrollo parcial del yacimiento disminuyen la precisión en los cálculos.

Las suposiciones básicas en la EBM son:

3.2.1. Temperatura constante

Cambios de presión y volumen en el yacimiento se supone que se producen sin ningún tipo de cambios en la temperatura. Si cualquier cambio de temperatura se llega a producir, por lo general son lo suficientemente pequeños como para ser ignorados sin errores significativos.

3.2.2. Presión de equilibrio

Todas las partes del yacimiento tienen la misma presión y propiedades de fluidos, por lo tanto son constantes a través de éste. Pequeñas variaciones en las cercanías de los pozos por lo general son ignoradas. Una variación de la presión substancial a lo largo del yacimiento puede ocasionar un error de cálculo excesivo.

3.2.3. Volumen constante del yacimiento

El volumen se supone constante excepto para aquellas condiciones donde la expansión de roca y fluidos o entrada de agua son considerados en la ecuación. La formación se considera suficientemente apta para que cambios de volumen significativos no ocurran debido al movimiento o producción de la formación por la presión de sobrecarga a medida que la presión interna del yacimiento disminuye. La suposición de volumen constante se relaciona también con un área de interés al que se puede aplicar la ecuación. Si se está haciendo énfasis en cierta área del

yacimiento, con excepción de términos específicos de flujo exterior, se asume que el área en particular está encerrada por fronteras donde no hay flujo con el exterior.

3.3. USOS Y LIMITACIONES DE LA EBM

La Ecuación de Balance de Materiales ha sido usada generalmente para determinar los hidrocarburos iniciales in-situ, calcular la entrada de agua y predecir las presiones del yacimiento. Aunque en algunos casos es posible resolver simultáneamente la ecuación para determinar los hidrocarburos iniciales y la entrada de agua, generalmente una u otra debe ser conocida de datos o métodos que no dependen de cálculos de EBM.

Uno de los usos más importantes de la ecuación es la predicción del efecto de la tasa de producción o tasa de inyección (gas o agua) en la presión del yacimiento; por lo tanto, es muy deseable saber de antemano el aceite inicial y la relación m de un buen corazón o datos de registros. La presencia de entrada de agua se indica usualmente por evidencia geológica; sin embargo, el balance de materiales puede ser usado para detectar la existencia de entrada de agua por el cálculo de los hidrocarburos iniciales a periodos sucesivos de producción, asumiendo que no hay entrada de agua. A menos que otros factores estén presentes, un valor calculado de N y/o G constante indica un yacimiento volumétrico y valores que cambian continuamente de N y/o G indican la presencia de entrada de agua.

Otra fuente de error está en la determinación de la presión promedio del yacimiento en el final de cualquier intervalo de producción. También se encuentran dificultades cuando las formaciones productoras están comprimidas en dos o más zonas o estratos de diferentes permeabilidades. En este caso, las presiones son generalmente altas en los estratos de baja permeabilidad y debido a que las medidas de presión están más cerca de las zonas de alta permeabilidad, las

medidas de presión estática tienden a ser bajas y esto hace que el yacimiento se comporte como si tuviera menos aceite. Schilthuis explicó este fenómeno refiriéndose al aceite en las zonas más permeables como aceite activo y observó que el aceite activo calculado usualmente se incrementa con el tiempo debido a que el aceite y el gas en las zonas de baja permeabilidad poco a poco se expanden para ayudar a compensar la declinación de la presión.

3.4. LINEALIZACIÓN DE LA EBM

Hay esencialmente tres términos desconocidos en la ecuación 3.4:

- El aceite original in-situ N
- La entrada acumulativa de agua W_e
- El tamaño original de la capa de gas comparado con el tamaño de la zona de aceite m

En el desarrollo de una metodología para determinar estos términos, Havlena y Odeh^{22, 23} (1963) expresaron la ecuación 3.4 de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 & N_p [B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w \\
 & = N [(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g] + mNB_{oi} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) \\
 & + N(1 + m)B_{oi} \left[\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta p + W_e + W_{iny} B_w + G_{iny} B_{giny} \quad (3.7)
 \end{aligned}$$

Havlena y Odeh expresaron posteriormente la ecuación 3.7 de una manera más simplificada, así:

$$F = N [E_o + mE_g + E_{f,w}] + (W_e + W_{iny} B_w + G_{iny} B_{giny}) \quad (3.8)$$

Asumiendo, por propósitos de simplicidad, que no hay inyección de agua ni gas, la expresión se puede simplificar aún más de la siguiente manera:

$$F = N[E_o + mE_g + E_{f,w}] + W_e \quad (3.9)$$

En los cuales los términos F , E_o , E_g y $E_{f,w}$ son definidos por las siguientes relaciones:

- F representa el retiro de fluidos (vaciamiento) y está dado por:

$$F = N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w \quad (3.10)$$

- E_o describe la expansión de aceite que tiene originalmente gas disuelto, está expresado en términos del factor volumétrico de formación:

$$E_o = (B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s)B_g \quad (3.11)$$

- E_g es el término que describe la expansión de la capa de gas y es definido por:

$$E_g = B_{oi} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) \quad (3.12)$$

- $E_{f,w}$ representa la expansión del agua inicial y la reducción en el volumen poroso, dado por:

$$E_{f,w} = (1 + m)B_{oi} \left[\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right] \Delta p \quad (3.13)$$

La importancia de la aproximación de la línea recta es que la secuencia de la gráfica es importante y si los datos trazados se desvían es debido a alguna razón. Esta observación proporciona valiosa información que puede ser utilizada en la determinación de N , W_e , m y mecanismos de empuje.

3.4.1. Yacimiento con capa de gas inicial

Para un yacimiento en el cual la expansión de la capa de gas es el mecanismo de empuje predominante y asumiendo que la entrada de agua es despreciable

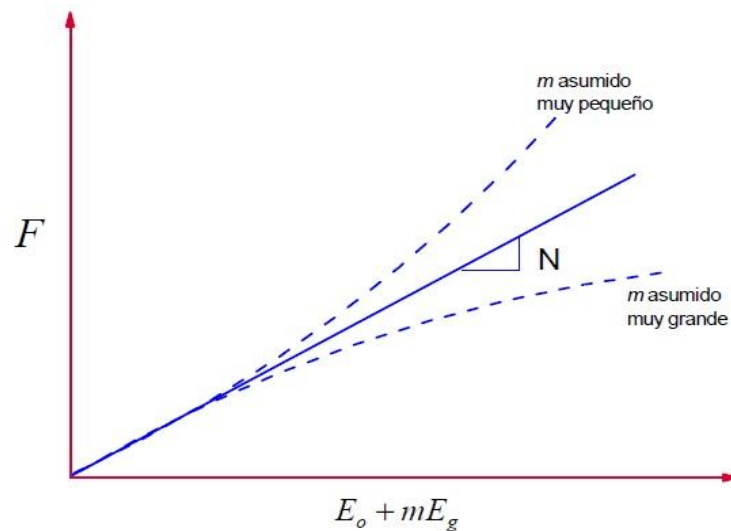
($W_e = 0$), los efectos de las compresibilidades del agua y de la roca pueden despreciarse también. Bajo estas condiciones la EBM esta expresada de la forma:

$$F = N[E_o + mE_g] \quad (3.14)$$

- Se conoce m pero se desconoce N :

La ecuación 3.14 indica que una gráfica de F vs $[E_o + mE_g]$ en una escala cartesiana genera una línea recta que pasa por el origen con una pendiente de N , como se muestra en la gráfica 3.1. En la realización de la gráfica, F puede ser calculada a varios tiempos en función de los términos de N_p y R_p .

Figura 3.1. Linealización de la EBM para un yacimiento con capa de gas



Tomado de: Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos, Freddy Escobar, Ph.D. Pág.

3.4.2. Yacimiento de aceite subsaturado volumétrico

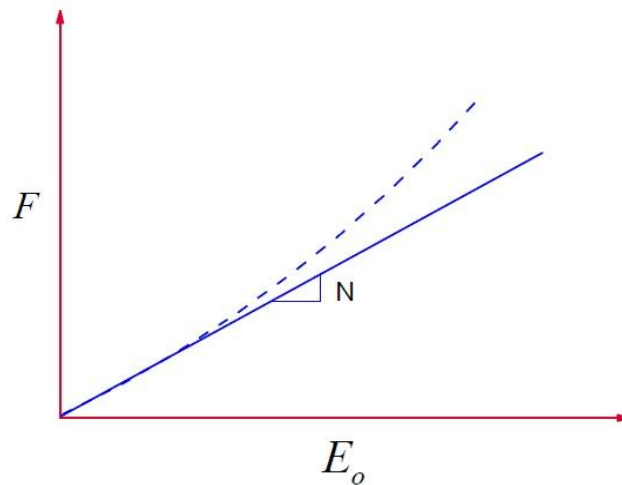
Para este tipo de yacimiento, las condiciones asociadas con el mecanismo de empuje son:

- $W_e = 0$, siempre y cuando el yacimiento sea volumétrico
- $m = 0$, si el yacimiento es subsaturado
- $R_p = R_s = R_{si}$, si todo el gas producido está disuelto con el aceite
- $E_{f,w}$ se desprecia

Aplicando estas condiciones a la ecuación 3.9, se tiene:

$$F = NE_o \quad (3.15)$$

Figura 3.2. Linealización de la EBM para un yacimiento subsaturado



Tomado de: Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos, Freddy Escobar, Ph.D. Pág.

4. SIMULACIÓN STREAMLINE

Las técnicas de simulación de flujo basadas en Streamline y Streamtubes han sido usadas en la industria del petróleo desde los años 50. En las últimas dos décadas se ha visto un crecimiento en la capacidad de la industria petrolera para desarrollar modelos estáticos de escala fina que integran datos detallados tanto geológicos en 3D como geofísicos. Modelos de millones de celdas son ahora rutinarios y pueden ser generados por códigos comerciales de uso general, esto ha llevado a algunos avances destacados. Primero, la brecha entre el modelamiento geológico y la simulación de flujo se ha ampliado; segundo, con el incremento en la resolución de los modelos se ha reconocido la reducción en la incertidumbre de estos. Se debe entender y cuantificar el impacto de las variables desconocidas en el modelo estático, en el flujo de fluidos y el transporte para un manejo prudente del yacimiento. Desarrollos recientes en la simulación streamline ofrecen un potencial significativo para cumplir con algunos de estos avances tales como permitir el desarrollo de modelos con fluidos compresibles y desplazamientos composicionales.

4.1. ANTECEDENTES Y RESEÑA HISTORICA

Los fundamentos de la teoría de flujo potencial se remontan al siglo XIX. El modelamiento del flujo de fluidos y el transporte usando streamlines y streamtubes viene de trabajos realizados por Muskat desde 1937. Desde entonces, muchos autores han aplicado y extendido los conceptos fundamentales para el modelamiento de yacimientos de petróleo, entre ellos se destacan Fay y Pratts (1951), Higgins y Leighton (1962), Morel-Seytoux (1966), Pitts y Crawford (1970), LeBlanc y Caudle (1971) y Martin y Wegner (1979). Muchas de estas aplicaciones

usaron aproximaciones analíticas o numéricas basadas en streamtubes para modelar desplazamientos multifásicos, principalmente inyección de agua. El dominio de flujo se divide en una serie de streamtubes y los cálculos de saturación de los fluidos se llevan a cabo a lo largo de los streamtubes. Entre las motivaciones detrás del modelamiento de streamtubes están la ausencia de dispersión numérica y la ventaja computacional asociada con una baja variación del campo de velocidad durante la inyección de agua. La extensión directa del enfoque del streamtube es el flujo en 3D, sin embargo, no es trivial, debido a la complejidad asociada con el seguimiento de la geometría del tubo en el espacio 3D. Lake *et al.* (1981) adoptó una aproximación en la que combinaron un modelo areal de streamtube con un simulador de diferencias finitas para modelar la inyección a gran escala de un polímero miscelar. Algunas de las aplicaciones exitosas posteriores de esta aproximación fueron reportadas por Emanuel *et al.* (1989), Mathews *et al.* (1989), Hewett y Behrens (1991) y Emanuel y Milliken (1997).

Otros métodos comúnmente usados para el transporte convectivo son el seguimiento de partícula de Lagrangian²⁴, métodos de interface tales como los esquemas de seguimiento de frente (Glimm *et al.*, 1981; Bratvedt *et al.*, 1992) y métodos de nivel establecidos (Sethian, 1996). El algoritmo de seguimiento de partícula reemplaza el contorno frontal, por ejemplo, las concentraciones de trazadores, con una colección estadística significativa de partículas. Cada partícula representa un paquete finito de fluido, ya sea másico o volumétrico. Las partículas son entonces movidas por la solución de las ecuaciones de velocidad a lo largo de trayectorias apropiadas. La dispersión puede ser calculada usando un algoritmo desarrollado por Chorin (1973); después de la convección, cada partícula es reubicada con una variación en posición proporcional a la dispersión. En general, la aproximación de Lagrangian trabaja bien cerca a frentes empinados, pero no tan bien para frentes suaves. Otro inconveniente asociado con tales

esquemas es la pérdida de resolución del frente con la progresión del tiempo y la variación estadística de la respuesta de concentración.

El método de seguimiento de frente²⁵ es una aproximación compuesta de Eulerian-Lagrangian que introduce interfaces con un grado de libertad en los cálculos. Una aproximación de Lagrangian es usada para mover contornos frontales. Lejos del frente, una aproximación de Eulerian con una discretización espacial básica es usada para desarrollar la solución. Las limitaciones primarias del método de seguimiento de frente son las cargas computacionales asociadas con complicaciones derivadas de una aproximación o intersección de los contornos de frente. Una alternativa del seguimiento de frente es el método de nivel establecido, la cual representa una interface de propagación de nivel cero de una función de dimensiones superiores. La evolución del frente es obtenida por la solución de la ecuación de nivel establecido, un valor inicial de la ecuación diferencial parcial (Osher y Sethian, 1988).

Los métodos de streamline usan conceptos del seguimiento de partículas para definir las trayectorias en el espacio 3D^{26, 27, 28}. La aproximación no requiere que las geometrías de los tubos sean evaluadas explícitamente por lo que es ideal para modelar el flujo y transporte en 3 dimensiones. Esto ha sido facilitado en gran medida por la introducción del “tiempo de vuelo” como una variable espacial²⁷. El tiempo de vuelo es simplemente el tiempo que demora un trazador neutro en viajar a lo largo de un streamline. La formulación del tiempo de vuelo desacopla el efecto de heterogeneidad geológica para cálculos de transporte (saturación). Este desacoplamiento es logrado por la reformulación de las ecuaciones de saturación para el espacio físico a las coordenadas de tiempo de vuelo. Las ecuaciones multidimensionales de saturación son ahora reducidas a una serie de cálculos de saturación en 1D a lo largo de las streamlines que son desacopladas de los grids geológicos fundamentales, esto facilita en gran medida los cálculos de saturación. Actualmente, tales cálculos son suficientemente generales para modelar campos de velocidades variables en el tiempo, flujo compresible, gravedad, flujo

composicional y por fracturas, condiciones no uniformes derivados de perforaciones infill y patrones de conversiones, etc. La simplicidad, eficiencia computacional y la generalización a 3 dimensiones resumen el poder de la simulación por streamlines.

Los simuladores streamline aproximan los cálculos de flujo de fluido en 3D por una suma de soluciones 1D a lo largo de los streamlines. La elección de las direcciones de los streamlines para los cálculos de 1D hace que la aproximación sea extremadamente efectiva para modelar flujos dominados por convección en el yacimiento. Esto se da típicamente en el caso cuando la heterogeneidad es el factor predominante que gobierna el comportamiento del flujo. La geometría y densidad de las streamlines reflejan el impacto de la geología en la trayectoria del flujo de fluidos, proporcionando una mejor resolución en regiones de flujo rápido.

4.2. GENERALIDADES

Los streamlines son “líneas instantáneas que son tangentes por todas partes al campo de velocidad”, en esta definición no se especifica cuál es la velocidad, tampoco muestra que haya restricción para que la velocidad esté en estado estable, no se requieren que los fluidos sean compresibles, simplemente los streamlines son definidos una vez se tenga el campo de velocidad. Para aplicaciones, la velocidad siempre será la velocidad intersticial total, esta es la velocidad de Darcy multifásica total dividida por la porosidad. No se consideran separadamente las streamlines de diferentes fases o de diferentes componentes, no varía la definición cuando se considera fluidos compresibles. Si la velocidad varía con el tiempo, se piensa en términos de un lapso instantáneo para definir el streamline. Una vez la streamline está calculada, se define una discretización espacial del campo de flujo. Esta forma de discretización naturalmente toma lugar

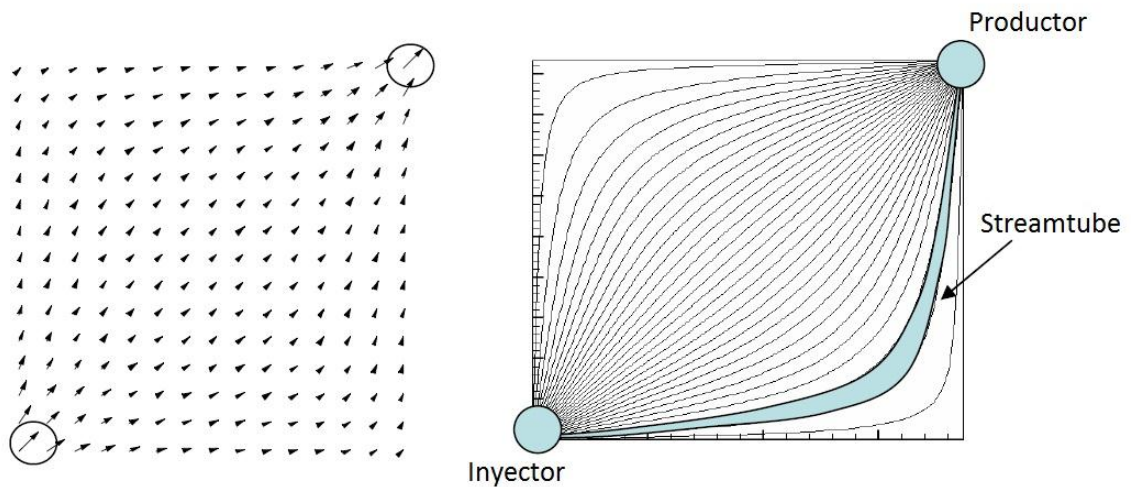
en regiones de flujo rápido, análogo al refinamiento de los grids locales en las simulaciones de diferencias finitas.

4.2.1. Conceptos Básicos

Se comienza definiendo todos los conceptos importantes que aparecerán en este capítulo, una vez definidos, se retomara cada uno de estos conceptos y se proporcionara la formulación matemática necesaria para entenderlos más a fondo.

4.2.1.1. *Streamline*: Las streamlines son las curvas integradas que se encuentran localizadas de forma tangente a la dirección de la velocidad. Solo la dirección de la velocidad del fluido es importante más no su magnitud. Las streamlines están basadas en una velocidad instantánea. Si se tiene una velocidad que varía con el tiempo, entonces las streamlines se trazan instantáneamente a la velocidad a un tiempo de interés. Una definición relacionada es la de un pathline (trayectoria); esta es la trayectoria de una partícula de trazador neutra mientras se mueve a través del espacio y tiempo. Este último depende tanto de la magnitud y la dirección de la velocidad. Para una velocidad constante, los pathlines y las streamlines describen el mismo camino. Para problemas de estado no estable, las streamlines son representaciones de la velocidad instantánea más no de una trayectoria física.

Figura 4.1. Campo de velocidad integrado a las streamlines y streamtubes

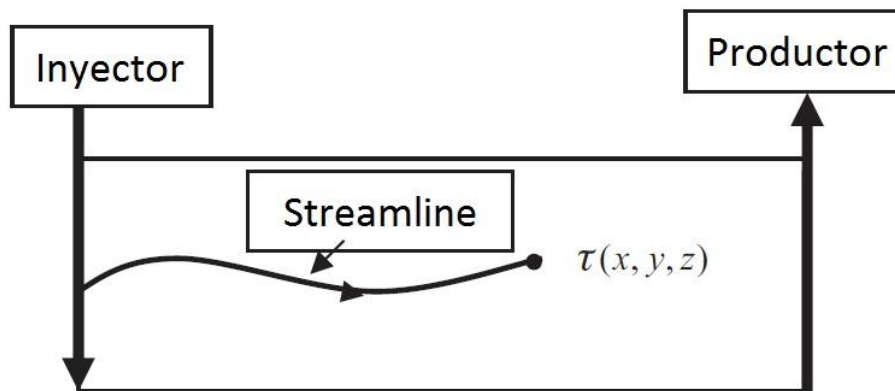


Tomado de: Streamline Simulation: Theory and Practice, Akhil Datta-Gupta, Michael J. King. 2007. Pág. 32

- 4.2.1.2. *Streamtube:* En dos dimensiones, un streamtube es la región delimitada por un par de streamlines. En la figura 4.1 las streamlines interiores y los límites del yacimiento (también streamlines) definen 31 streamtubes. Como la velocidad es tangente a las streamlines, el flujo convectivo no cruzará los límites de un streamtube. Dentro de cada tubo se tiene una descripción de flujo en 1D. La velocidad promedio de Darcy en cualquier lugar en un streamtube es igual al flujo volumétrico en el streamtube dividido por el areal transversal de un tubo. Streamtubes ampliamente espaciados corresponden a un flujo lento, y streamtubes cercanos corresponden a flujo rápido.
- 4.2.1.3. *Tiempo de vuelo:* Si se introduce una partícula neutra (no reactiva) en un pozo inyector o a una entrada límite del dominio, se deja que la partícula se mueva de acuerdo a la velocidad intersticial instantánea, y

se mide el tiempo que toma en llegar a un punto, este tiempo se puede definir como tiempo de vuelo, $\tau(x, y, z)$ para ese punto como se muestra en la figura 4.2. El tiempo de vuelo se usa principalmente como una coordenada espacial, en otras palabras, la distancia de la entrada de un sistema será medida por este tiempo, y por la distancia euclidiana. El uso del tiempo de vuelo como una coordenada espacial es fundamental para la simulación streamline.

Figura 4.2. Ilustración del tiempo de vuelo en un streamline

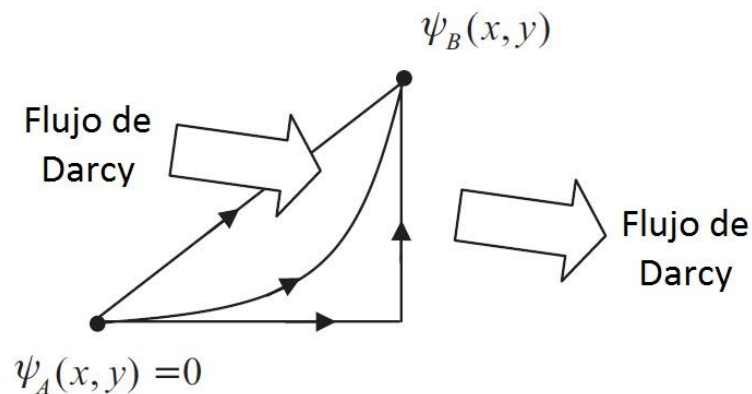


Tomado de: Streamline Simulation: Theory and Practice, Akhil Datta-Gupta, Michael J. King. 2007. Pág. 32

- 4.2.1.4. *Streamfunction*: Se puede determinar la velocidad de fluido de la ecuación de Darcy y del gradiente de presión. Para flujo incompresible en 2D, es también posible determinar la velocidad de la derivada de una función llamada *streamfunction*. Una gráfica de una streamfunction es mostrada en la figura 4.3, dando la velocidad de Darcy, dos puntos y las trayectorias entre esos puntos. La streamfunction está en cantidades escalares, como la presión, y como la presión también es determinada respecto a un punto de referencia, en este caso, al punto A , $\Psi_A = 0$.

Para determinar la streamfunction en el punto B , se dibuja una trayectoria arbitraria desde A a B y se calcula el flujo total de Darcy que cruza esa trayectoria. La streamfunction en el punto B es definida como su flujo volumétrico, normalizado por unidades de espesor. Por el teorema de divergencia, esta integral y por ende la diferencia entre las streamfunctions Ψ_A y Ψ_B , es independiente de la trayectoria, siempre y cuando la trayectoria no se repita alrededor del pozo. Para la construcción, debido a que no hay flujo cruzando en un streamline, la streamfunction es constante a lo largo de la streamline. Por el contrario, cuando una streamfunction es conocida, el contorno de la streamfunction puede ser usado para determinar las streamlines. El concepto de streamfunction puede ser extendido de 2D a 3D usando las bistreamfunctions. También se puede extender a flujo compresible usando una densidad efectiva.

Figura 4.3. La construcción de la streamfunction no depende de la definición de la trayectoria



Tomado de: Streamline Simulation: Theory and Practice, Akhil Datta-Gupta, Michael J. King. 2007. Pág. 32

4.2.2. Streamfunctions y streamtubes en 3D

Las streamfunctions en 3D representan dos familias de superficies las cuales su intersección define las streamlines. De acuerdo a Bear (1972), se puede representar cualquier campo de velocidad en 3D en términos de 3 funciones: ρ , Ψ y χ .

$$\rho \vec{u} = \nabla \Psi \times \nabla \chi \quad (4.1)$$

Las funciones Ψ y χ son conocidas como las bistreamfunctions. La “densidad efectiva” ρ es importante en la descripción de flujo compresible. Por ahora se define que $\rho = 1$, la cual corresponde a flujo incompresible.

$$\vec{u} = \nabla \Psi \times \nabla \chi \quad (4.2)$$

Las bistreamfunctions tienen muchas ventajas de las streamfunctions en 2 dimensiones. Definiendo el cálculo de las identidades vectoriales, $\nabla \cdot (\nabla \Psi \times \nabla \chi) = 0$. Además es importante resaltar que cualquier velocidad que pueda ser escrita de acuerdo a la ecuación 4.2 debe ser incompresible, la cual satisfaga:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (4.3)$$

Esta formulación es completamente general para describir el flujo tanto en 2D como en 3D, además requiere dos streamfunctions para este propósito. Si \vec{u} es una velocidad instantánea, Ψ y χ serán streamfunctions instantáneas (Bear, 1972). Si \vec{u} varía en función del tiempo entonces Ψ y χ variarían también.

4.2.3. Streamline y tiempo de vuelo

La simulación numérica desde hace tiempo le ha tomado ventaja a la simulación streamline, para patrones de flujo complejos, especialmente aquellos generados

por la forma del límite del dominio computacional, un grid computacional que es diseñado para seguir las streamlines mejora el desempeño de métodos numéricos. El tiempo de vuelo se refiere a una coordenada específica que es usada a lo largo de las streamlines. Otras técnicas numéricas han utilizado presión, con rangos desde $+\infty$ a $-\infty$ de inyector a productor, o la longitud del arco a lo largo de las streamlines (Bear, 1972). El uso del tiempo de vuelo como una coordenada espacial es especialmente efectivo representando los efectos de heterogeneidad espacial en el flujo.

Para un campo de velocidad instantánea, se puede definir $\Psi(x, y, z)$ y $\chi(x, y, z)$. Para definir el tiempo de vuelo $\tau(x, y, z)$ se pueden liberar una nube de trazadores de cada inyector, y determinar el tiempo que toma a un trazador alcanzar una posición dentro del yacimiento. Para que ésta sea el tiempo real de tránsito, el trazador se debe mover a la velocidad intersticial, mas no a la velocidad de Darcy. Por lo tanto, el tiempo de vuelo se puede representar por la siguiente integral:

$$\tau = \int_0^{\phi} \frac{\phi}{|\vec{u}|} d\xi \quad (4.4)$$

La partícula se mueve con una velocidad intersticial \vec{u}/ϕ , y ξ es la distancia espacial a lo largo de la streamline. Durante la simulación streamline, los cálculos del tiempo de vuelo no requieren cálculos explícitos de las bistreamfunctions, $\Psi(x, y, z)$ y $\chi(x, y, z)$. Una aproximación común para evaluar la ecuación 4.4 está basada en un campo de velocidades de diferencias finitas. Se puede reescribir la ecuación 4.4 como una relación diferencial:

$$\vec{u} \cdot \nabla \tau = \phi \quad (4.5)$$

o de la forma intuitiva,

$$\frac{u}{\phi} = \frac{\Delta \xi}{\Delta \tau} \quad (4.6)$$

Aunque el tiempo de vuelo es medido en unidades de tiempo, por ejemplo en días, será usado como una coordenada espacial. Más adelante, es definido basado en una velocidad instantánea. Para velocidades que varían con el tiempo se aproxima la velocidad como una secuencia de intervalos de estado estable. Cada intervalo tendrá su propio tiempo de vuelo, Ψ y χ . Se introduce la transformación espacial de (x, y, z) a (τ, Ψ, χ) . El Jacobiano de la transformación se refiere a elementos de volumen en estos dos espacios:

$$\left\| \frac{\partial(\tau, \Psi, \chi)}{\partial(x, y, z)} \right\| = |(\nabla\Psi \times \nabla\chi) \cdot \nabla\tau| = |\vec{u} \cdot \nabla\tau| = \phi \quad (4.7)$$

En términos de volumen se tiene:

$$\phi dx dy dz = d\tau d\Psi d\chi \quad (4.8)$$

Una unidad de volumen en las coordenadas de tiempo de vuelo corresponde a una unidad de volumen poral en el espacio físico. La ecuación 4.7 muestra una importante relación entre la discretización espacial en diferencias finitas y la simulación streamline.

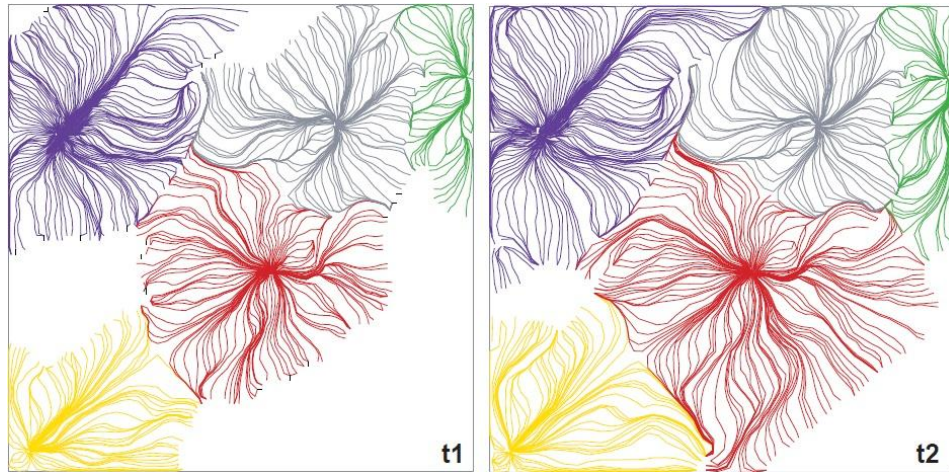
4.2.4. Flujo compresible

Todos los trabajos que se realizaron en el pasado basado a los streamtubes y streamlines estaban restringidos por la suposición de flujo compresible. La razón, es que el flujo incompresible simplifica las suposiciones que se ajustan particularmente para la simulación streamline. Vale la pena mencionar dos de estas suposiciones: *i*) Fuentes y sumideros corresponden a los pozos, esto significa que todas las streamlines deben empezar en una fuente (inyector) y terminar en un sumidero (productor); *ii*) La tasa de flujo a lo largo de cada streamline (o streamtube) es constante. La segunda suposición es particularmente importante ya que implica que el transporte a lo largo de una streamline solo involucra la solución para las velocidades de onda de los componentes, con la

velocidad de cada fase dado por $q_j = q_t * f_j$. El problema es que en la realidad no existen sistemas que son incompresibles: todos los casos de campo real involucran características de flujo compresible. Las propiedades PVT pueden depender en gran medida de la presión, como en sistemas de aceite negro y las relaciones de porosidad de reemplazo (volumen de yacimiento de entrada/volumen de yacimiento de salida) se pueden desviar significativamente de la unidad ya sea localmente o en un campo de base que conduce a cambios fuertes de presión.

En flujo compresible, las streamlines pueden empezar o terminar en cualquier gridblock que actúe como una fuente o sumidero debido a la naturaleza compresible del sistema, incluso si los bloques no tienen pozos. Por ejemplo, en problemas de expansión, cualquier gridblock que vea su volumen aumentar con la declinación de la presión es una fuente y además es un punto potencial inicial para un streamline, la figura 4.4 es un buen ejemplo de esto, se muestran las streamlines bajo declinación primaria. Las streamlines ahora empiezan desde puntos remotos del campo y terminan en pozos productores que actúan como sumideros, siempre y cuando no haya fuentes (Pozos de inyección) como el modo tradicional. En realidad, las streamlines en la figura 4.4 tienen múltiples fuentes a lo largo de cada streamline, desde cada gridblock una streamline pasa a través de ellos produciendo fluidos debido a la expansión y así actúan como una fuente. Como el tiempo se incrementa y la presión transitoria se mueve más lejos, las streamlines cubren una gran área del yacimiento.

Figura 4.4. Streamlines mediante el uso de tiempo de vuelo “difusivo”



Tomado de: Streamline Simulation, Marco R. Thiele, 6th International Forum on Reservoir Simulation, 2001, Austria

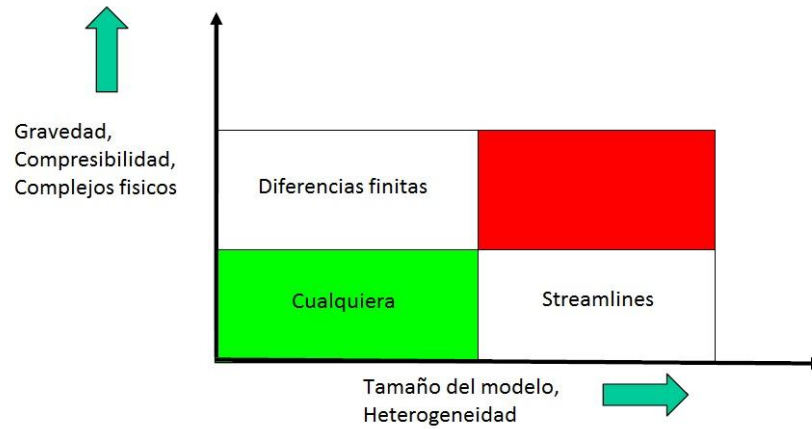
La determinación y el seguimiento de las streamlines no son difíciles en flujo compresible. Un algoritmo de seguimiento de Pollock²⁶ es válido sin importar como fueron determinadas las velocidades del flujo. Una extensión significativa de la formulación matemática es requerida para tener en cuenta el acoplamiento entre las saturaciones/composiciones y la presión a lo largo de las streamlines así como para una tasa de flujo no constante.

4.3. APLICACIONES DE LA SIMULACION STREAMLINE

Para flujos incompresibles o ligeramente compresibles y procesos gobernados por convección, la simulación streamline ofrece ventajas notables sobre la simulación de diferencias finitas. Se ha visto que en flujos dominados por la heterogeneidad, las streamlines se agrupan en regiones de alta permeabilidad y se separan en

áreas de baja permeabilidad, excepto en zonas con relaciones de desplazamientos de movilidad favorables ($M \ll 1$), las streamlines tienden a quedarse de esa forma a menos que ocurra un cambio en la geometría del pozo. Como resultado, no se necesita actualizar las streamlines frecuentemente, lo cual se ve reflejado en menores tiempos de corrida. El transporte a lo largo de cada streamline se puede resolver por métodos numéricos apropiados de 1 dimensión y estas soluciones se pueden llevar a cabo eficientemente con timesteps relativamente grandes (Método Euleriano) o sin ninguna limitación intrínseca de los timesteps (Método de Lagrangian). Existe la percepción de que la simulación streamline no es conveniente para modelar procesos físicos complejos incluyendo mecanismos de transporte de streamlines tales como la compresibilidad, la imbibición capilar, segregación gravitacional y efectos composicionales, pero desarrollos recientes en la simulación streamline superan muchas de estas limitaciones, sin embargo, la mayoría de la experiencia que tiene la industria ha sido desarrollada con versiones tempranas de la tecnología streamline en las cuales estas limitaciones generalmente están presentes.

Figura 4.5. Vista esquemática mostrando la aplicabilidad de la simulación streamline vs. diferencias finitas



Tomado de: Streamline Simulation: Theory and Practice, Akhil Datta-Gupta, Michael J. King. 2007. Pág. 11

La figura 4.5 muestra esquemáticamente la aplicabilidad de la simulación streamline vs. diferencias finitas bajo varias condiciones. La simulación streamline ha sido la más eficaz para modelos grandes, fluidos ligeramente incompresibles y flujo dominado por convección, donde el mecanismo de recobro es dominado por efectos de heterogeneidad en lugar de procesos físicos. Los cálculos convencionales de diferencias finitas han sido adecuados para representar complejos físicos pero están limitados en el tamaño del modelo por su costo computacional. El desafío de ambas tecnologías es modelar procesos complejos para modelos geológicos de alta resolución. La simulación streamline está avanzando con el uso de inclusiones cada vez más rigurosas de mecanismos complejos. Los modelos de diferencias finitas están tratando de resolver esto a través de un cálculo masivamente paralelo. Claramente, la simulación streamline no reemplaza la simulación por diferencias finitas, sin embargo, aun cuando las diferencias finitas sea la solución a elegir, la simulación streamline seguirá desempeñando un rol importante como una herramienta para caracterizar el

yacimiento por su capacidad de visualizar el flujo en 3D y cerrar la brecha entre el modelamiento geológico estático y la simulación de fluidos.

4.4. DATOS DE PRESIÓN TRANSITORIA Y EL TIEMPO DE VUELO “DIFUSIVO”

Un número significativo de datos de corte de agua han sido observados en un gran número de pozos alrededor del mundo, en la práctica, es posible obtener información en la conectividad de un yacimiento sin esperar el rompimiento del frente de agua, usando las pruebas de interferencia de presión; en lugar de esperar meses o años para obtener información del rompimiento. Se puede obtener información tomográfica de un yacimiento en horas o días, dependiendo de las propiedades de la roca y fluido.

4.4.1. Solución asintótica para la ecuación de difusividad

Se ha visto que las aproximaciones con streamline se basan en gran medida del concepto de tiempo de vuelo. Un concepto similar puede ser introducido para la propagación de frentes de presión durante condiciones de flujo transitorio; el concepto de un tiempo de vuelo “difusivo” o de “presión” surge de una solución asintótica de alta frecuencia de la ecuación de presión difusiva²⁹. La aproximación asintótica ha sido usada extensamente en el estudio de propagación de ondas electromagnéticas y sísmicas las cuales implican propiedades del frente de onda y trayectorias de los rayos de la propagación de onda^{30, 31}. Recientemente, la aproximación asintótica ha sido generalizada para resolver el problema del seguimiento de la presión transitoria en el yacimiento³². La ecuación de difusividad

que gobierna el comportamiento de la presión en el flujo transitorio en un medio heterogéneo permeable está dada por Lee³³:

$$\phi(x)\mu c_t \frac{\partial P(x,t)}{\partial t} - \nabla \cdot \left(\vec{k}(x) \cdot \nabla P(x,t) \right) = 0 \quad (4.9)$$

donde, $P(x,t)$ representa la presión, $\phi(x)$ la porosidad, $\vec{k}(x)$ representa el tensor de permeabilidad, μ y c_t la viscosidad y la compresibilidad total respectivamente. Se considera la ecuación de difusividad en el dominio de frecuencia aplicando una transformada de Fourier:

$$\tilde{P}(x, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} P(x,t) e^{-i\omega t} dt \quad (4.10)$$

La ecuación de difusividad transformada ahora se convierte,

$$\phi(x)\mu c_t (-i\omega) \tilde{P}(x, \omega) - \nabla \cdot \left(\vec{k}(x) \cdot \nabla \tilde{P}(x, \omega) \right) = 0 \quad (4.11)$$

En la aproximación asintótica, la solución de la ecuación anterior es expresada como una suma infinita^{29, 31}:

$$\tilde{P}(x, \omega) = e^{-\sqrt{-i\omega}\tau(x)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{A_k(x)}{(\sqrt{-i\omega})^k} \quad (4.12)$$

Una solución de la ecuación anterior puede ser interpretada en fundamentos físicos basados en el comportamiento creciente del flujo difusivo. La razón para usar una solución en la potencia inversa de ω es que los términos iniciales de la serie son los más importantes cuando ω es grande (límites de frecuencia alta) y representa los componentes que varían rápidamente de la solución o de la propagación de un frente. Las funciones $\tau(x)$ y $A_k(x)$ son desconocidas, por lo tanto se considera una solución de primer orden de la forma:

$$\tilde{P}(x, \omega) = e^{-\sqrt{-i\omega}\tau(x)} A_0(x) \quad (4.13)$$

Incluyendo la ecuación 4.13 en la 4.11 y agrupando términos del más alto orden en $\sqrt{-i\omega}$, el cual es, $(\sqrt{-i\omega})^2$, se obtiene la siguiente ecuación para la fase $\tau(x)$ de la propagación del frente de presión:

$$\nabla\tau(x) \cdot \vec{k}(x) \cdot \nabla\tau(x) = \phi\mu c_t \quad (4.14)$$

La ecuación anterior relaciona la propagación del frente a las propiedades del yacimiento. Considerando un medio isotrópico, la ecuación para $\tau(x)$ se reduce a la siguiente:

$$\nabla\tau(x) \cdot \nabla\tau(x) = \frac{1}{\alpha_{dif}(x)} \quad (4.15)$$

donde α_{dif} es la difusividad y está dada por:

$$\alpha_{dif}(x) = \frac{k(x)}{\phi(x)\mu c_t} \quad (4.16)$$

De la ecuación 4.15 se puede definir el tiempo de vuelo “difusivo” a lo largo de las trayectorias perpendiculares al frente:

$$\frac{d\tau(x)}{dr} = \frac{1}{\sqrt{\alpha_{dif}(x)}} \quad (4.17)$$

o

$$\tau(x) = \int_{\Sigma} \frac{dr}{\sqrt{\alpha_{dif}(x)}} \quad (4.18)$$

Donde Σ se refiere a las trayectorias y r la distancia a lo largo de las trayectorias. Vasco y Finsterle³⁴ señalan que para condiciones de flujo transitorio estas trayectorias no necesariamente corresponden a las streamlines y son estrictamente dadas por las ecuaciones del “rayo” en sismología. Sin embargo, muchas aplicaciones han indicado que estas trayectorias pueden ser adecuadamente aproximadas por las streamlines, particularmente a tiempos

tempranos^{32, 35, 36}. Se debe recalcar que el frente de presión se propaga con una velocidad de $\sqrt{\alpha_{dif}(x)}$. Correspondientemente, el tiempo de vuelo “difusivo” tiene unidades de raíz cuadrada del tiempo, la cual es consistente con el comportamiento creciente del flujo difusivo.

4.4.2. Cálculos de volumen de drenaje basados en la simulación streamline

Se debe enfocar en el significado físico del tiempo de vuelo “difusivo”, el cual representa la propagación de un frente de máxima reducción o acumulación que corresponde a una fuente o sumidero impulsivo. Esto llega a ser evidente cuando se examina la solución dominada por el tiempo en la ecuación 4.13 por una transformada inversa de Fourier:

$$P(x, t) = A_0(x) \frac{\tau(x)}{2\sqrt{\pi t^3}} \exp\left(-\frac{\tau^2(x)}{4t}\right) \quad (4.19)$$

La expresión anterior corresponde a la respuesta de presión, $\delta(t - t_0, x - x_0)$. La respuesta de presión a x será maximizada al tiempo t_{max} cuando la derivada, $\partial P/\partial t$ desaparezca. Esto da como resultado la siguiente relación:

$$t_{max} = \frac{\tau^2(x)}{6} \quad (4.20)$$

Esto indica que para una fuente impulsiva, el valor más alto de la respuesta de presión está ubicado a x a un tiempo dado por $\tau^2(x)/6$. Por lo tanto, el tiempo de vuelo “difusivo” está asociado con la propagación de un frente de máxima reducción o acumulación para una fuente o sumidero impulsivo.

El concepto está estrechamente relacionado con el volumen de drenaje y el radio de drenaje durante una prueba convencional de pozo y un análisis de declinación utilizando curvas tipo. Para un medio en 3D, la solución de la línea fuente está dada en términos de variables adimensionales³³:

$$P_D = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \sqrt{\frac{r_D^2}{4t_D}} \quad (4.21)$$

La segunda derivada de la solución continua de la línea fuente es la siguiente:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial^2 t_D} = \frac{\exp\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) r_D^4}{4\sqrt{\pi} \left(\frac{r_D^2}{t_D}\right)^{\frac{3}{2}} t_D^4} + \frac{\exp\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) r_D^4}{8\sqrt{\pi} \sqrt{\frac{r_D^2}{t_D}} t_D^4} - \frac{\exp\left(-\frac{r_D^2}{4t_D}\right) r_D^2}{\sqrt{\pi} \sqrt{\frac{r_D^2}{t_D}} t_D^3} \quad (4.22)$$

La ecuación 4.21 se utiliza para un cambio en la fuente (función de Heaviside), para una inyección continua empezando desde cero a una tasa de inyección finita, porque la función impulsiva es la derivada de la función de Heaviside, la solución para una fuente impulsiva puede ser obtenida tomando la derivada del tiempo de la ecuación 4.21. Recordando que el frente de presión corresponde a la propagación de un frente de máxima acumulación para una fuente impulsiva. Tomando la segunda derivada dada por la ecuación 4.22 e igualándola a cero y solucionándola para r_D , se obtiene la siguiente expresión para el radio de drenaje:

$$r_D = \sqrt{6t_D} \quad (4.23)$$

Se puede observar claramente que la expresión anterior es similar a la expresión de tiempo de vuelo “difusivo” obtenida reacomodando la ecuación 4.20:

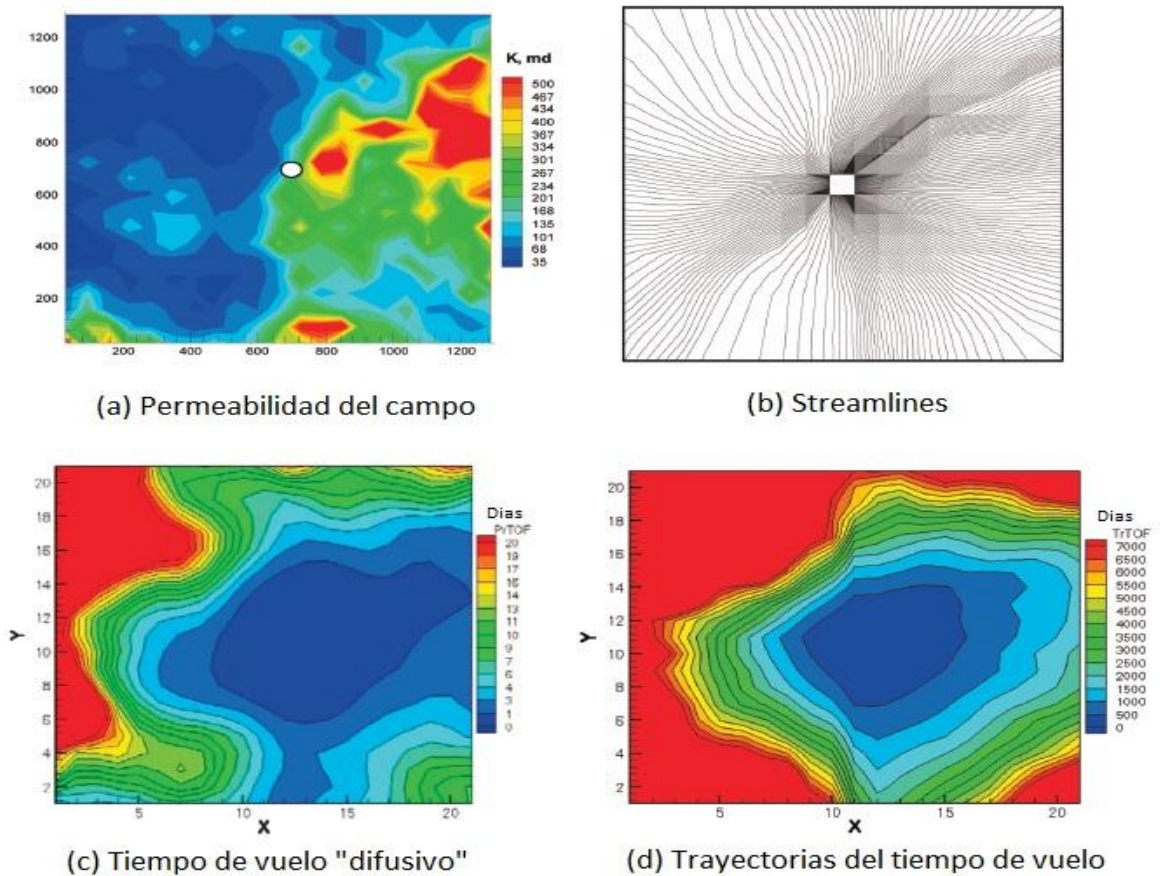
$$\tau(x) = \sqrt{6t_{max}} \quad (4.24)$$

Kulkarni *et al.* (2001)³² mostró que el volumen de drenaje calculado con base a la ecuación 4.23 y 4.24 son idénticos para un medio homogéneo. Sin embargo la ecuación 4.24 permite generalizar el concepto a un medio heterogéneo arbitrario.

Como ilustración, se considera un pozo produciendo en un medio heterogéneo permeable el cual se muestra en la figura 4.7a. La figura 4.7b muestra las streamlines y la 4.7c muestra el frente de propagación de la presión basado en el tiempo de vuelo difusivo. El frente de presión en esta grafica está representado

por los contornos de t_{max} . Para propósitos de comparación también se muestran los frentes de las trayectorias (figura 4.7d) basados en las trayectorias del tiempo de vuelo (convectivas). Claramente el frente de presión se propaga en órdenes de magnitud más rápido que el frente de la trayectoria. Estos resultados también explican la clara ventaja de las pruebas de interferencia de presión comparadas con las pruebas de trayectorias en términos de una respuesta temprana del campo.

Figura 4.6. Comparación del “frente de presión” y el “frente de trayectorias” calculados usando modelos de streamline



Tomado de: Streamline Simulation: Theory and Practice, Akhil Datta-Gupta, Michael J. King. 2007. Pág. 352

5. VALIDACIÓN DE LA METODOLOGÍA MEDIANTE UN MODELO CONCEPTUAL

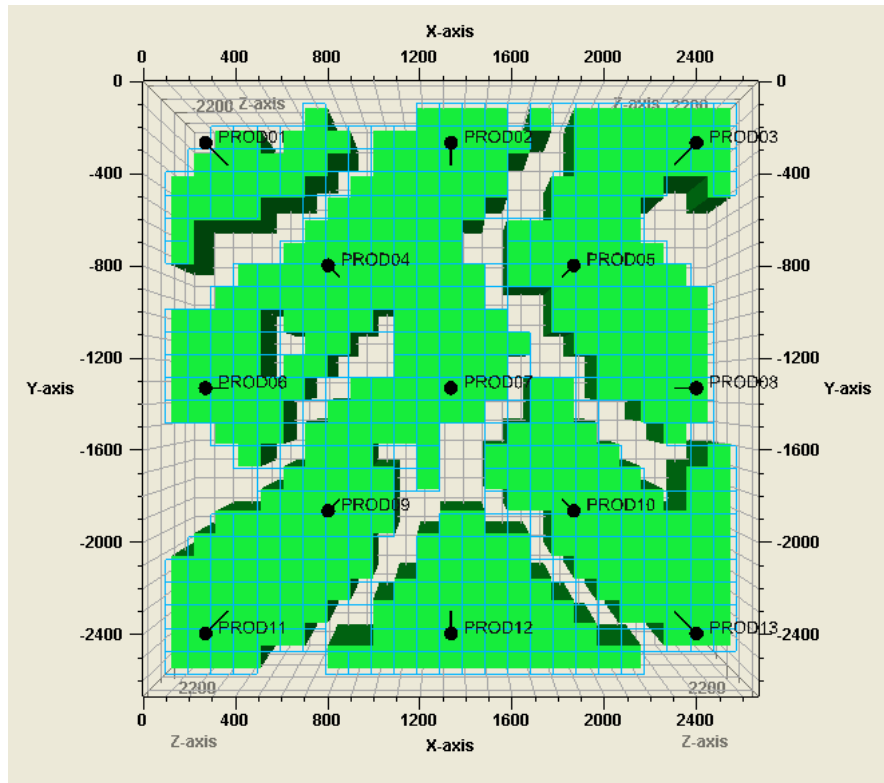
En el presente capítulo se pretende demostrar la relación existente entre el volumen de drenaje calculado mediante las curvas de declinación, balance de materiales y simulación streamline, para determinar posibles barreras de flujo que no se encuentran en el modelo geológico. Se usará un modelo conceptual en 3D cuyas dimensiones son 25x25x10 de un yacimiento compartimentalizado, el cual consta de 13 pozos que entran en producción a diferentes tiempos. La tabla de propiedades del modelo es:

Tabla 5.1. Propiedades Modelo Conceptual

$\circ API$	16.3	T_{yto}	180 °F
c_f	1^{-06} psi^{-1}	h	140 ft
μ	0.9869 cP	r_w	0.250 ft
B_{oi}	1.002 bbl/stb	\emptyset	30%
S_w	25%	p_i	4328.8 psi
$depth$	7200 ft	p_b	112 psi

La figura 5.1 muestra la distribución de pozos en el modelo con sus respectivas barreras de flujo.

Figura 5.1. Distribución de pozos en el modelo conceptual

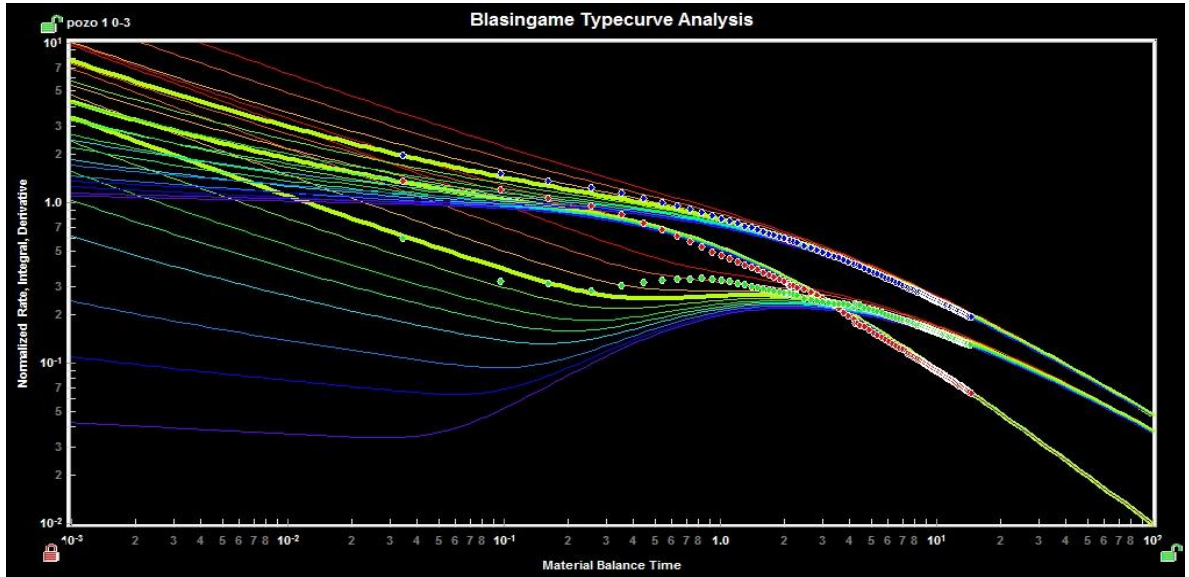


Tomado de: Petrel 2009

5.1. VOLUMEN DE DRENAJE POR CURVAS DE DECLINACIÓN

A continuación se muestran los cálculos realizados mediante el análisis de las curvas de declinación:

Figura 5.2. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 1

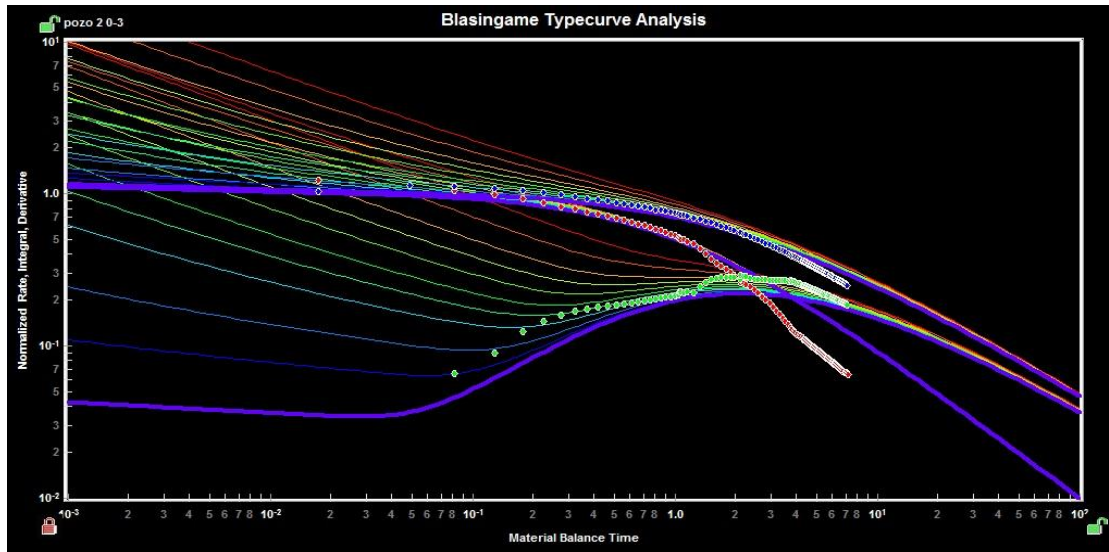


Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 72 \text{ dias}$$

$$[\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.8 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 5.3. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2

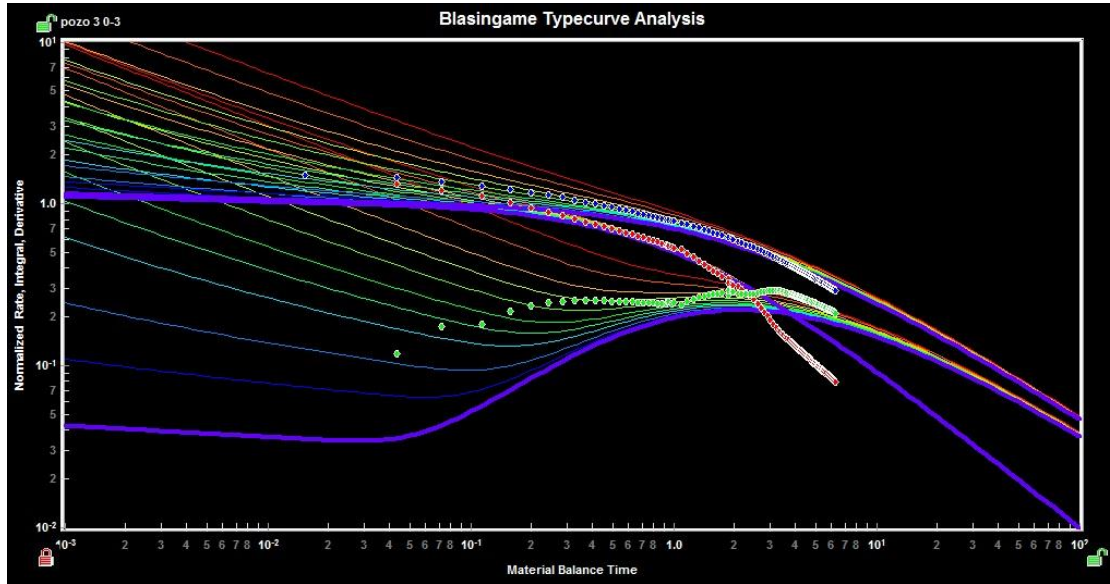


Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 292 \text{ dias}$$

$$[\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.53 \text{ STB/D/psi}$$

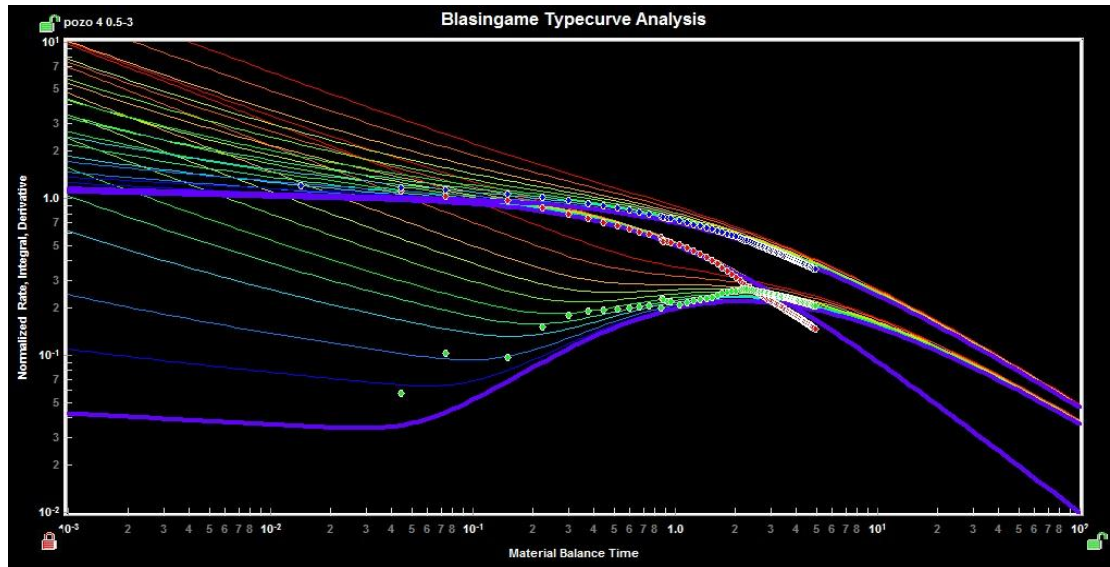
Figura 5.4. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 191 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.55 \text{ STB/D/psi}$$

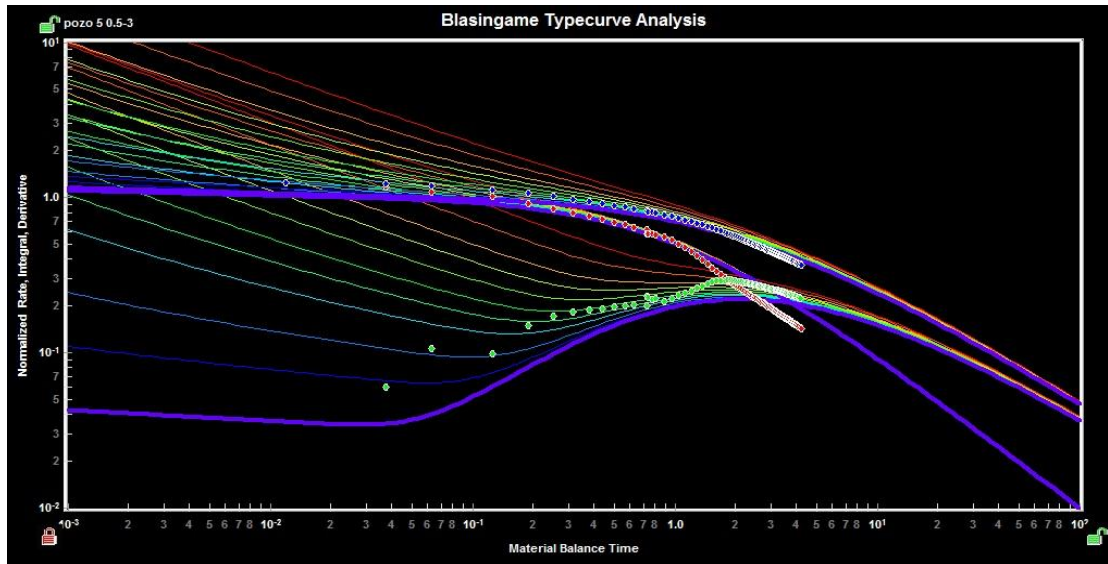
Figura 5.5. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 222 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 5.4 \text{ STB/D/psi}$$

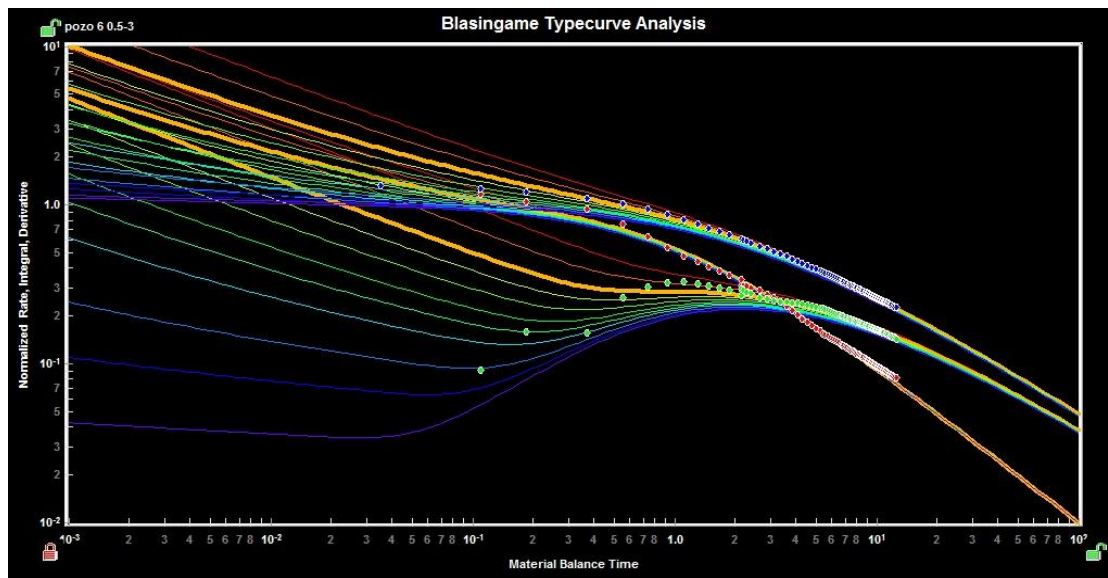
Figura 5.6. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 5



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 282 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 5.5 \text{ STB/D/psi}$$

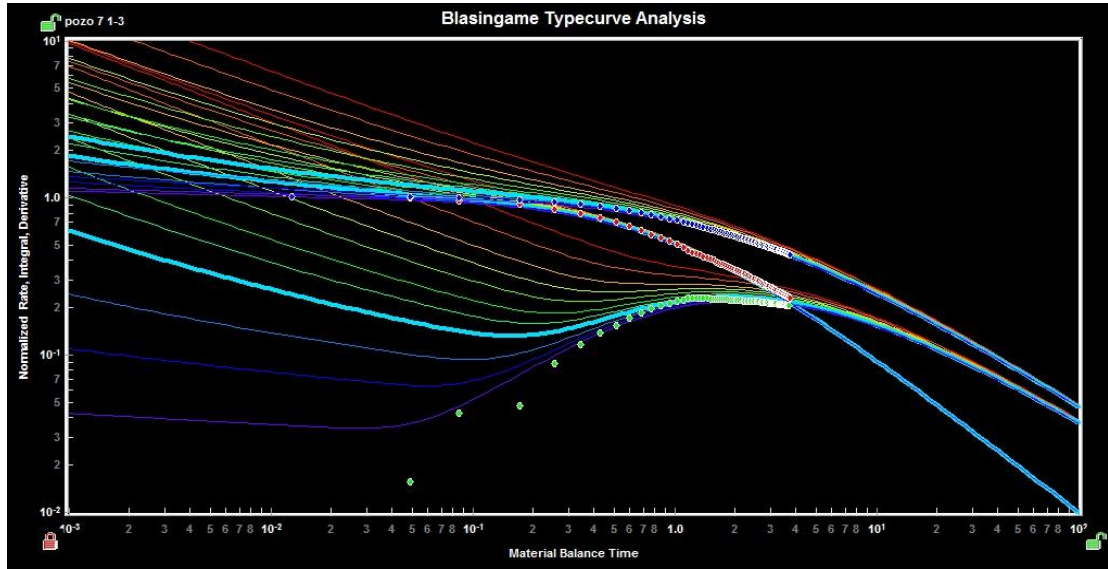
Figura 5.7. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 6



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 94.5 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 5.4 \text{ STB/D/psi}$$

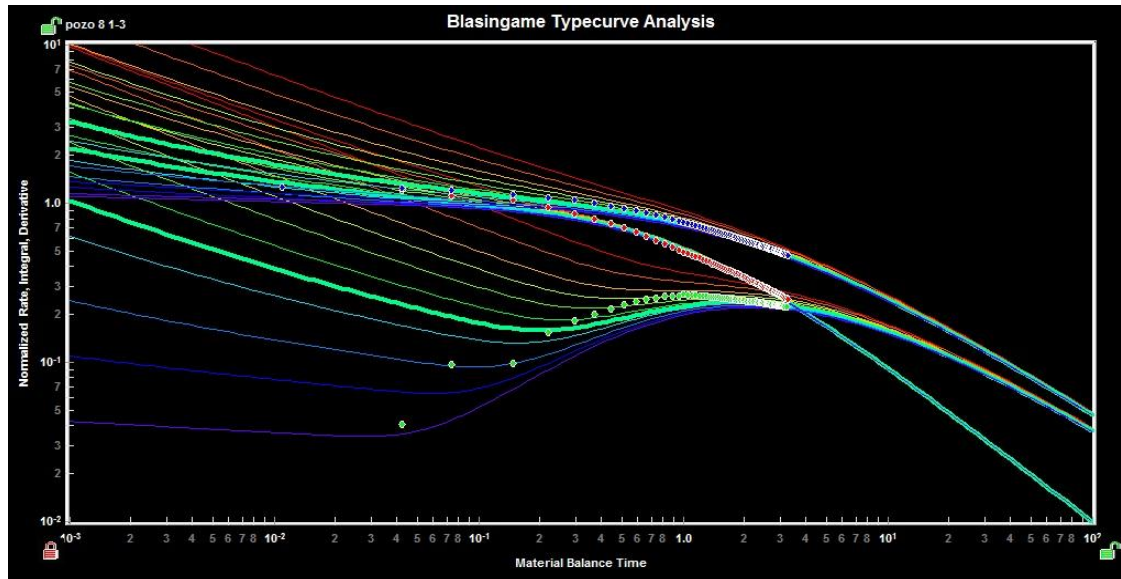
Figura 5.8. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 7



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 260 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 2.8 \text{ STB/D/psi}$$

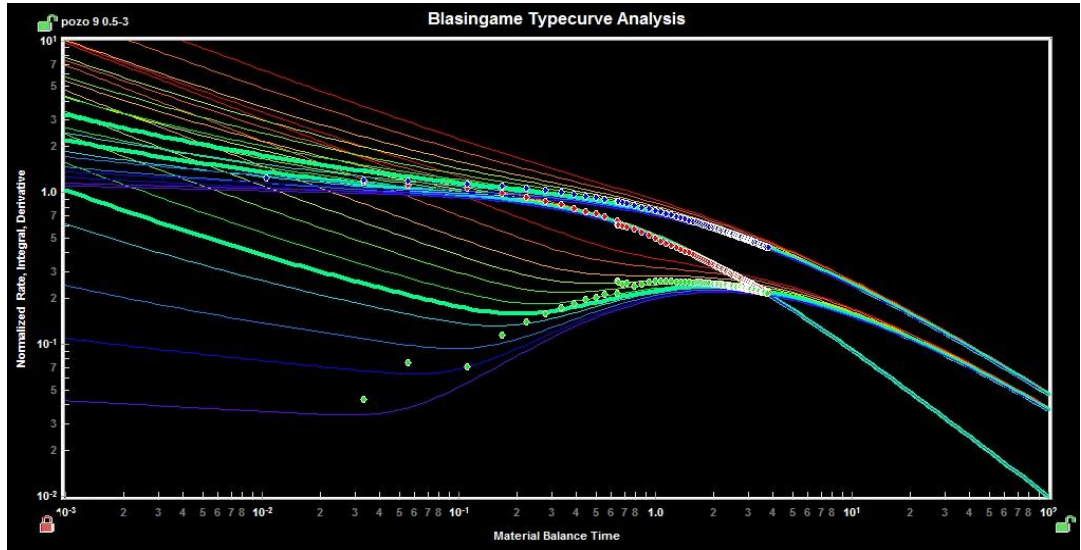
Figura 5.9. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 8



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 286 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 2.2 \text{ STB/D/psi}$$

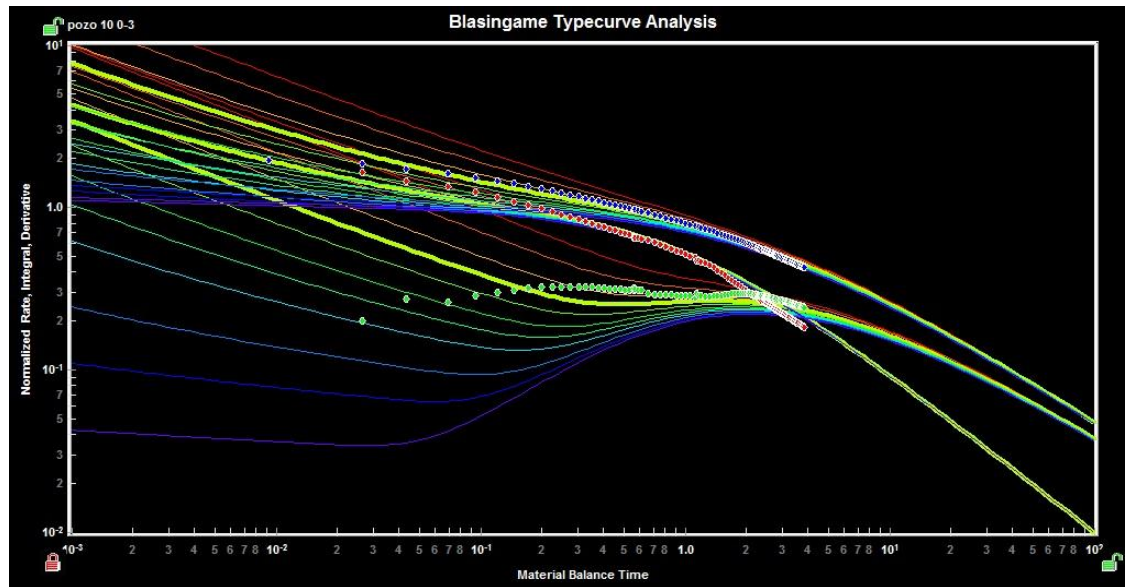
Figura 5.10. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 9



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 322.5 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 2.9 \text{ STB/D/psi}$$

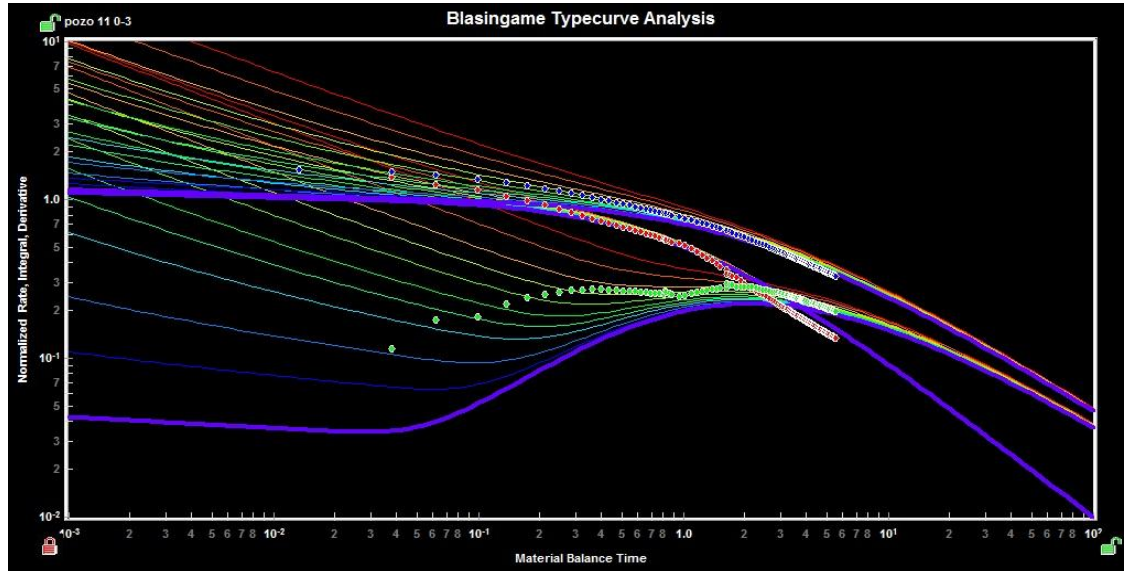
Figura 5.11. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 323 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.2 \text{ STB/D/psi}$$

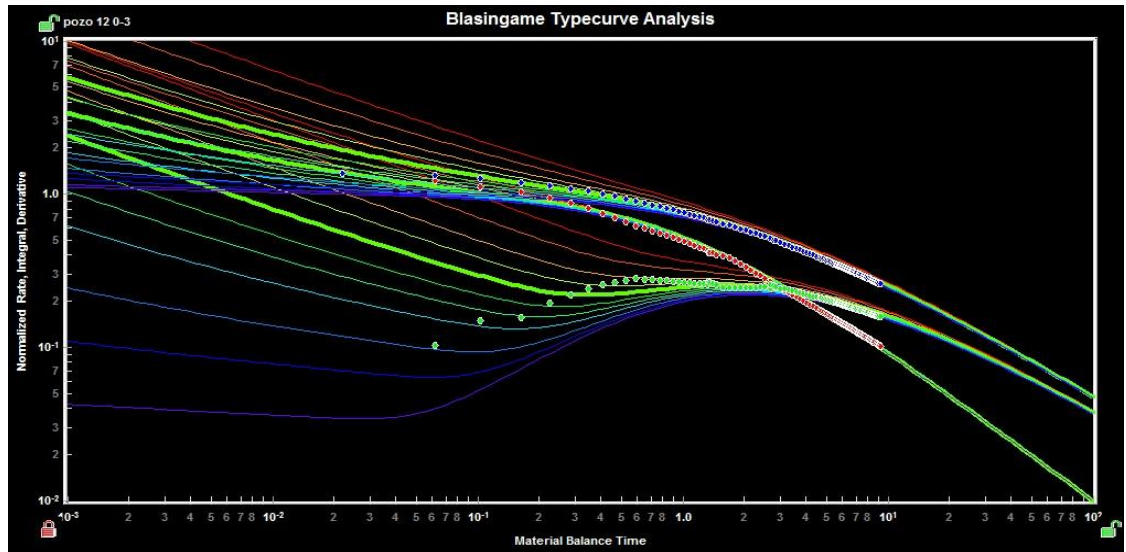
Figura 5.12. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 245 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.95 \text{ STB/D/psi}$$

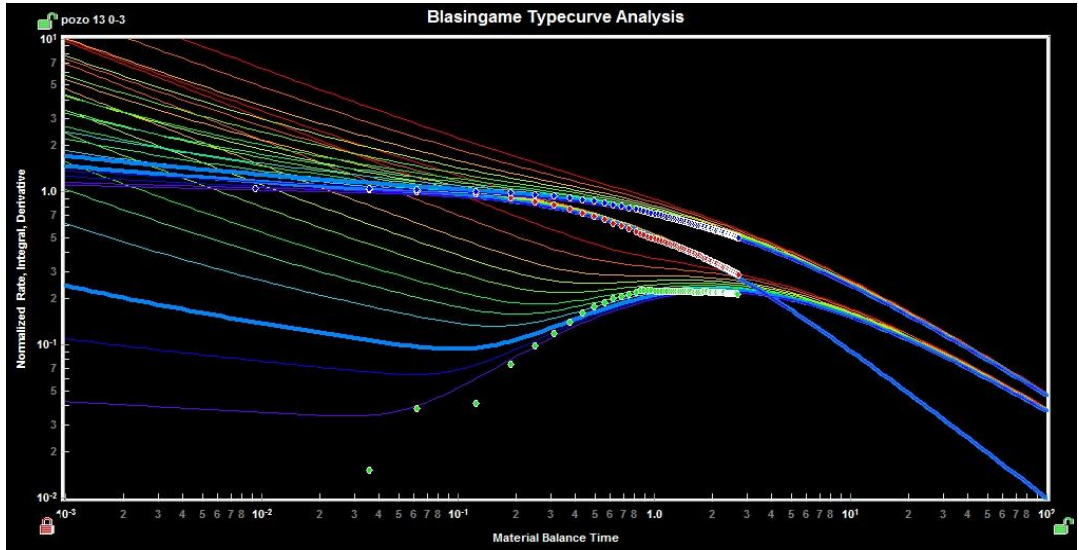
Figura 5.13. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 12



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 147 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.94 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 5.14. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 13



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 351 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.3 \text{ STB}/D/\text{psi}$$

Las figuras reflejan el comportamiento que se presenta para cada pozo en el yacimiento de manera más clara, logrando así sacar conclusiones generales acerca de lo que sucede en dicho yacimiento. Según esto, al analizar las figuras 5.3, 5.4, 5.5, 5.6, 5.11 y 5.12 se nota una ligera desviación de los datos con respecto a las curvas de declinación, lo cual indica que estos pozos se encuentran compartiendo su área de drenaje con pozos que entraron en producción cierto tiempo después.

En las figuras 5.3 y 5.4 las cuales corresponden a los pozos 2 y 3 respectivamente, se puede identificar que existe más de una desviación, la primera ocurre a los 180 días y la segunda a los 365 días, lo que indica que estos pozos comparten su área de drenaje con más de un pozo, a diferencia de las figuras 5.5, 5.6, 5.11 y 5.12 (pozos 4, 5, 10 y 11 respectivamente) las cuales estarían compartiendo su área de drenaje con un solo pozo, por lo tanto se debe

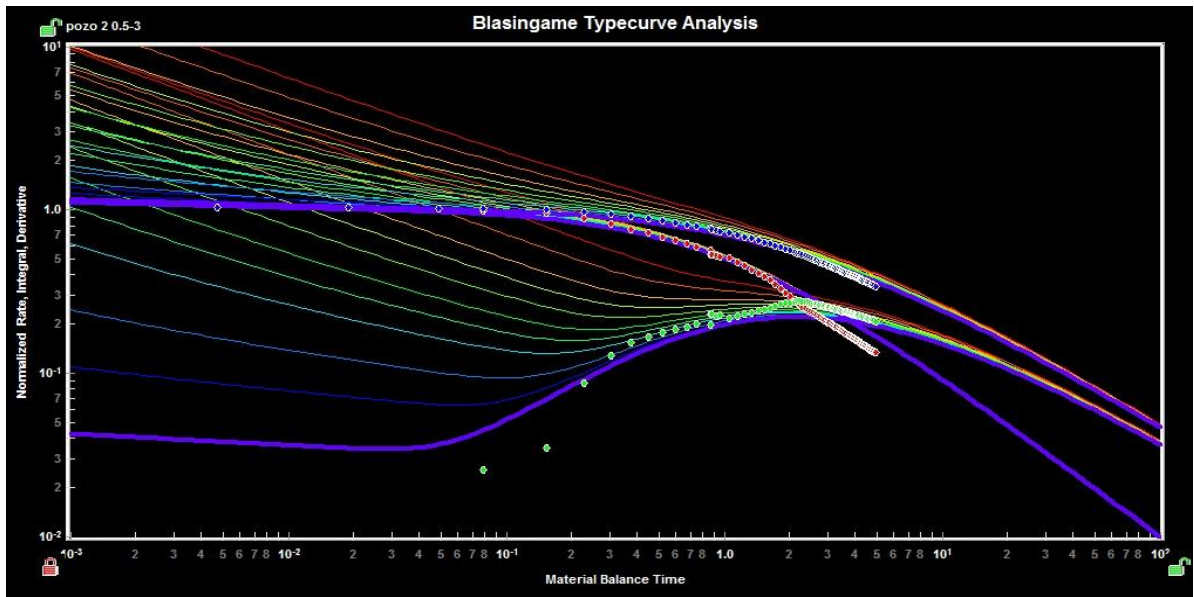
realizar un nuevo análisis para estos pozos a fin de determinar su nueva área de drenaje cuando entran en producción los nuevos pozos.

Pozo 2. Según el modelo conceptual, este pozo comparte área de drenaje con los pozos 4 y 7, lo cual confirma el análisis observado en la figura 5.3. La figura 5.15 muestra el análisis del pozo 2 contando la producción del pozo 4.

La figura 5.16 muestra el análisis del pozo 2 contando la producción del pozo 4 y 7. En esta se puede observar el verdadero volumen drenado por el pozo 2, el cual disminuyó enormemente debido al efecto producido por los pozos 4 y 7.

Lo mismo sucede con el pozo 3, el cual se encuentra comunicado con los pozos 5 y 8, cuyos análisis contando la producción de estos se muestran en las figuras 5.17 y 5.18.

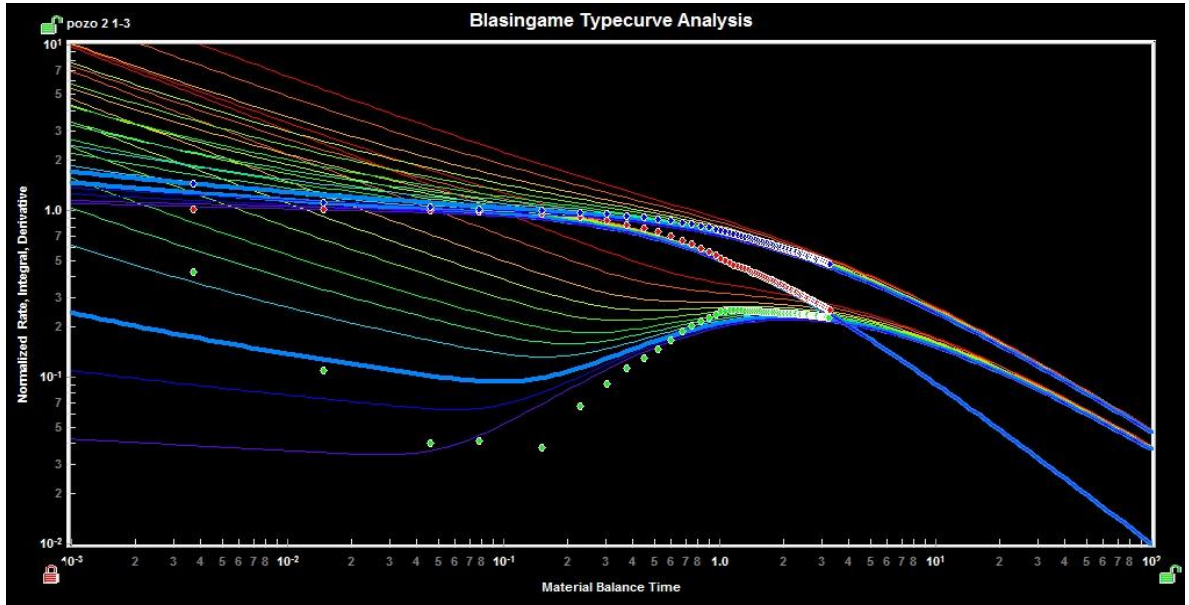
Figura 5.15. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2, 180 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 223 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 10.6 \text{ STB/D/psi}$$

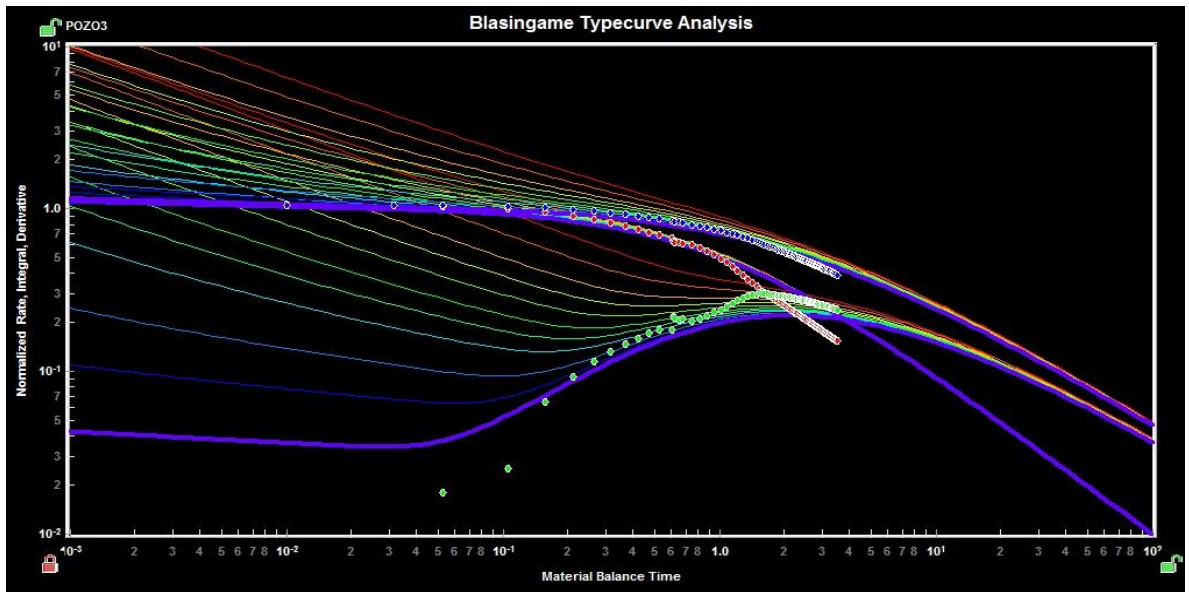
Figura 5.16. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 2, 365 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 287 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 2.2 \text{ STB/D/psi}$$

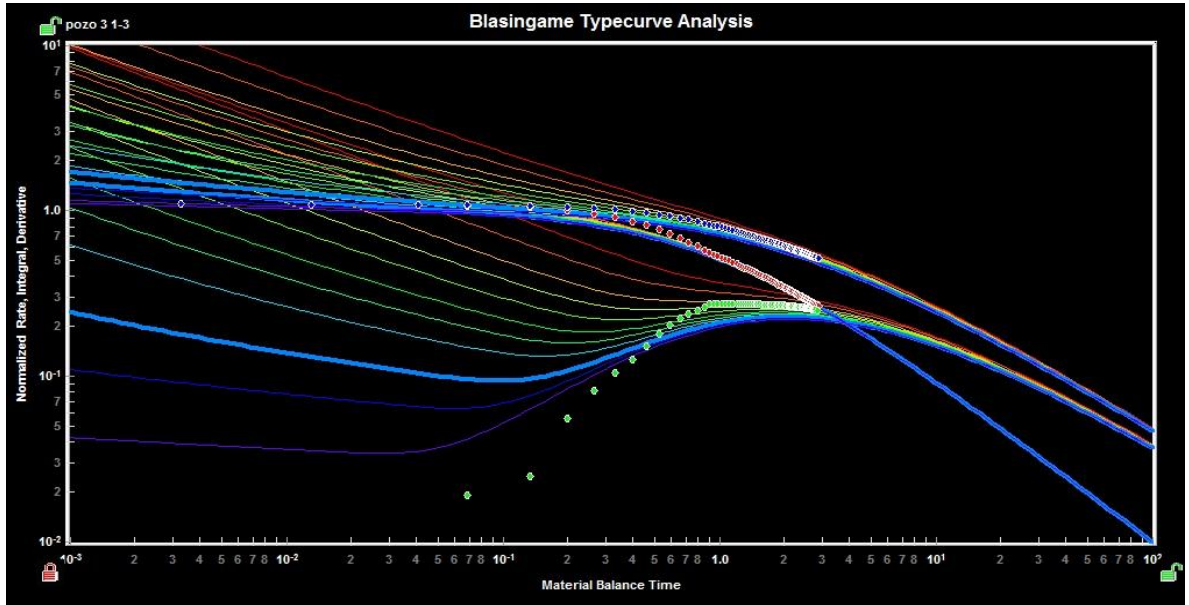
Figura 5.17. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3, 180 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 303 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 14.4 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 5.18. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 3, 365 días después

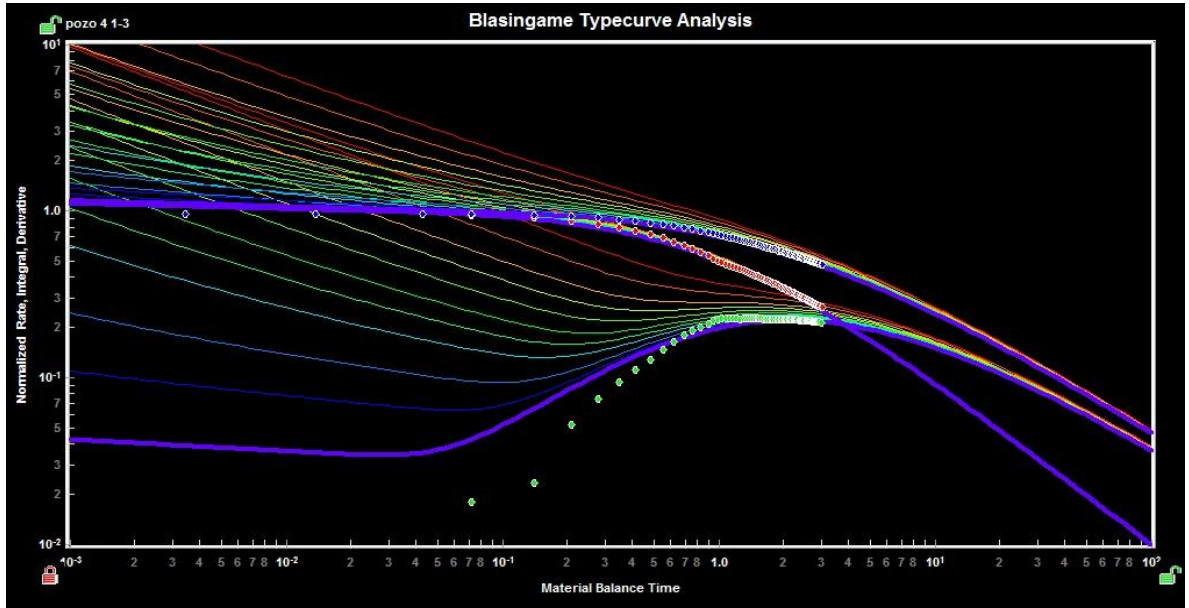


Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 326 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 2 \text{ STB/D/psi}$$

Como se mencionó anteriormente, los pozos 4, 5, 10 y 11 se encuentran compartiendo su área de drenaje. El pozo 4 comparte con el 2 y el 7, el pozo 5 con el 3 y el 8, el pozo 10 con el 13 y el pozo 11 con el 9. El análisis de estos pozos contando la producción de los pozos con los cuales se encuentran comunicados se muestran en las siguientes figuras:

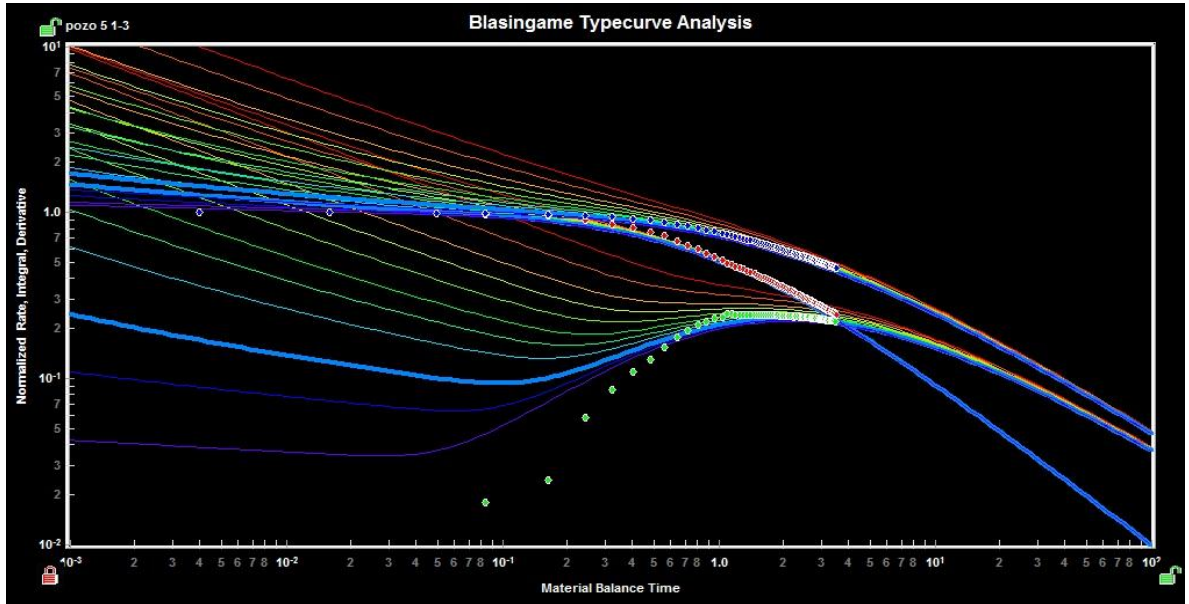
Figura 5.19. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4, 365 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 313 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 11.4 \text{ STB/D/psi}$$

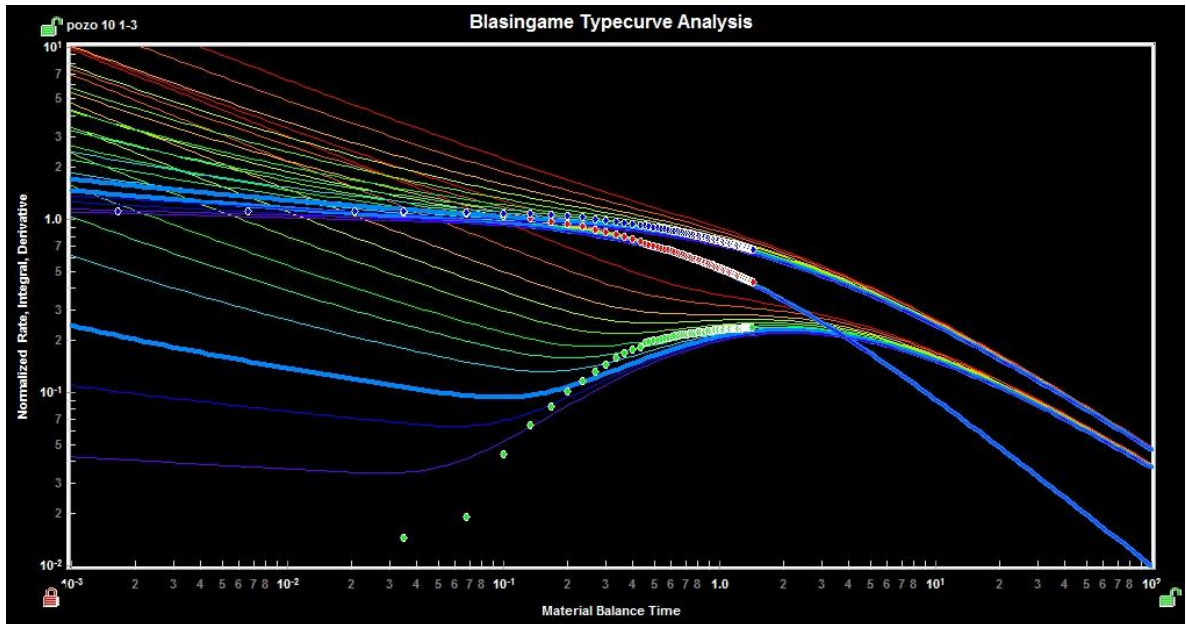
Figura 5.20. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 5, 365 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 274 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 12.2 \text{ STB/D/psi}$$

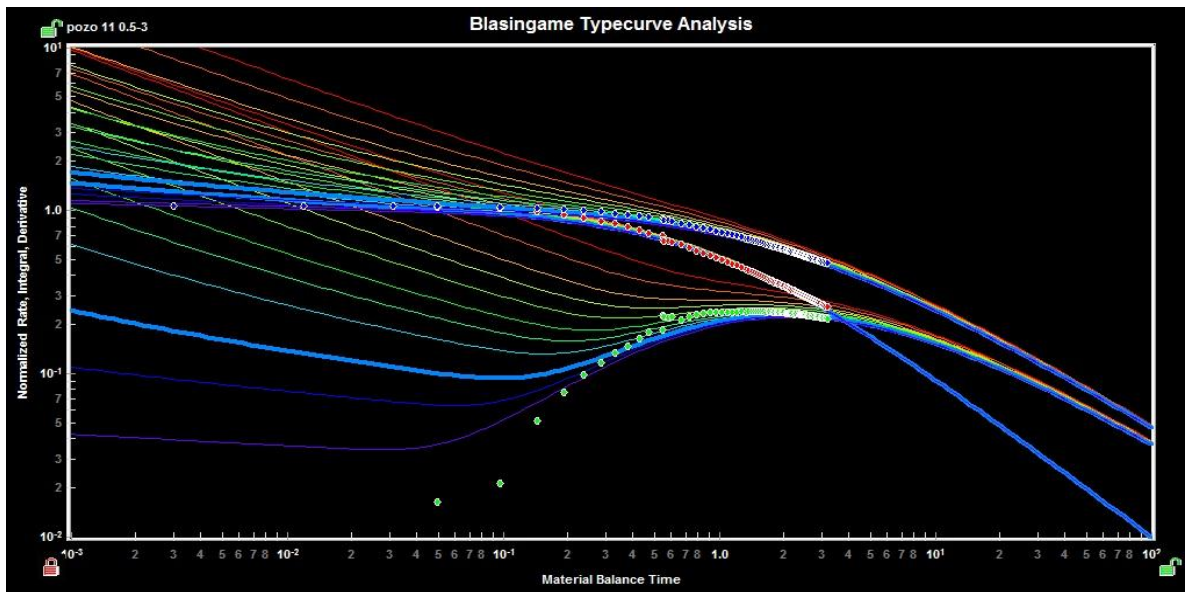
Figura 5.21. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10, 365 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 607 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 5 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 5.22. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11, 180 días después



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 363 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 6.4 \text{ STB/D/psi}$$

Analizando las figuras anteriores se puede observar la falta de comunicación existente del pozo 1, 6 y el 12 con el resto del yacimiento e inclusive entre ellos, lo cual es un indicativo de que posiblemente existe una barrera de flujo cerca de ellos.

Lo mismo ocurre con los pozos 2 y 3 los cuales se encuentran comunicados con varios pozos pero no existe una comunicación entre ellos, indicando también una barrera de flujo entre estos dos pozos y el grupo de pozos con los cuales se encuentran comunicados.

Todo lo anterior es consistente con la distribución de pozos del modelo conceptual mostrado en la figura 5.1.

5.2. VOLUMEN DE DRENAJE POR BALANCE DE MATERIALES

Según las ecuaciones de balance de materiales presentadas en el capítulo 3 para un yacimiento subsaturado en estado pseudoestable, se realizan los cálculos de volumen de drenaje para cada pozo, cuyos resultados se muestran en la tabla 5.2 y cuyas linealizaciones se presentan para los pozos 1, 2, 3, 4, 5 y 6 en la gráfica 5.23 y de los pozos 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13 en la gráfica 5.24:

Figura 5.23. Linealizaciones de los pozos 1, 2, 3, 4, 5 y 6

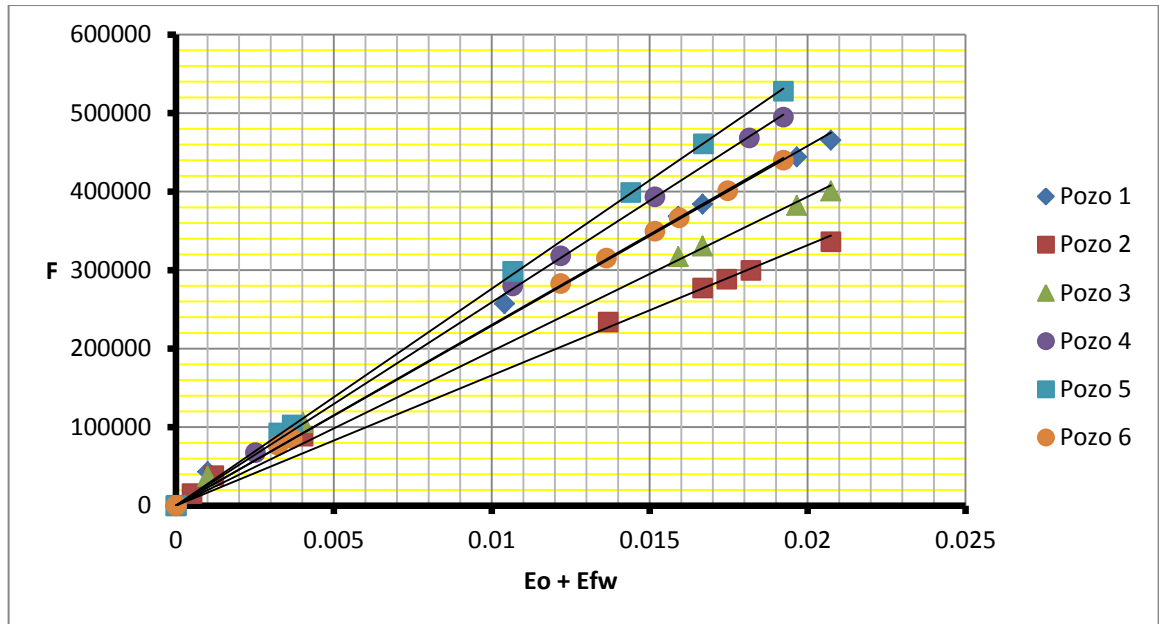


Figura 5.24. Linealizaciones de los pozos 7, 8, 9, 10, 11, 12 y 13

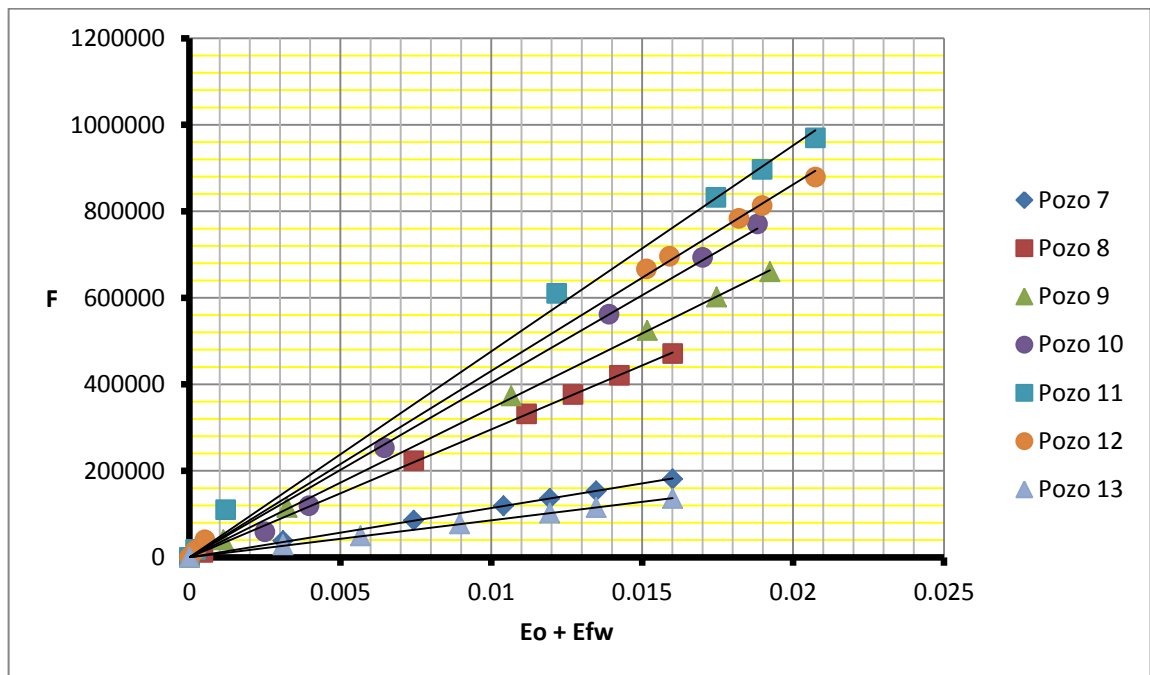


Tabla 5.2. Volúmenes de drenaje calculados por Balance de Materiales

Pozo	Volumen de Drenaje, STB
1	23'310.417,12
2	16'835.600,02
3	20'072.859,19
4	25'952.793,97
5	27'682.980,23
6	23'069.150,19
7	11'396.240,38
8	29'630.225,00
9	34'603.725,29
10	40'469.474,17
11	48'563.369,00
12	44'030.787,89
13	8'547.180,29

Al observar estos valores se puede ver una ligera diferencia en comparación con los valores de volumen de drenaje calculados por medio de las curvas de declinación. En la tabla 5.3 se hace una comparación entre estos dos valores calculados:

Tabla 5.3. Comparación de volúmenes de drenaje entre Curvas y EBM

Pozo	Volumen de Drenaje CD[†], STB	Volumen de Drenaje EBM, STB	% Error
1	22'899.400	23'310.417,12	1.763
2	17'956.900	16'835.600,02	6.660
3	20'231.100	20'072.859,19	0.788
4	31'340.800	25'952.793,97	20.760
5	27'630.400	27'682.980,23	0.189
6	24'184.600	23'069.150,19	4.835
7	12'771.000	11'396.240,38	12.063
8	30'396.200	29'630.225,00	2.585
9	40'873.000	34'603.725,29	18.117
10	53'527.000	40'469.474,17	32.265
11	49'382.600	48'563.369,00	1.686
12	42'714.300	44'030.787,89	2.989
13	11'382.600	8'547.180,29	33.173

Como se aprecia, la mayoría de volúmenes de drenaje calculados por el método de Balance de Materiales presenta errores significativamente bajos en comparación con las curvas de declinación para los pozos que no se encuentran en comunicación, mostrando así la efectividad de este método en el cálculo de volúmenes de drenaje. Pero esto no sucede con aquellos pozos que si se encuentran comunicados, los cuales presentan errores apreciables.

Aun así se puede observar que se presentan errores grandes de consideración en ciertos pozos, los cuales pueden ser debidos a diferentes causas. Para tal efecto

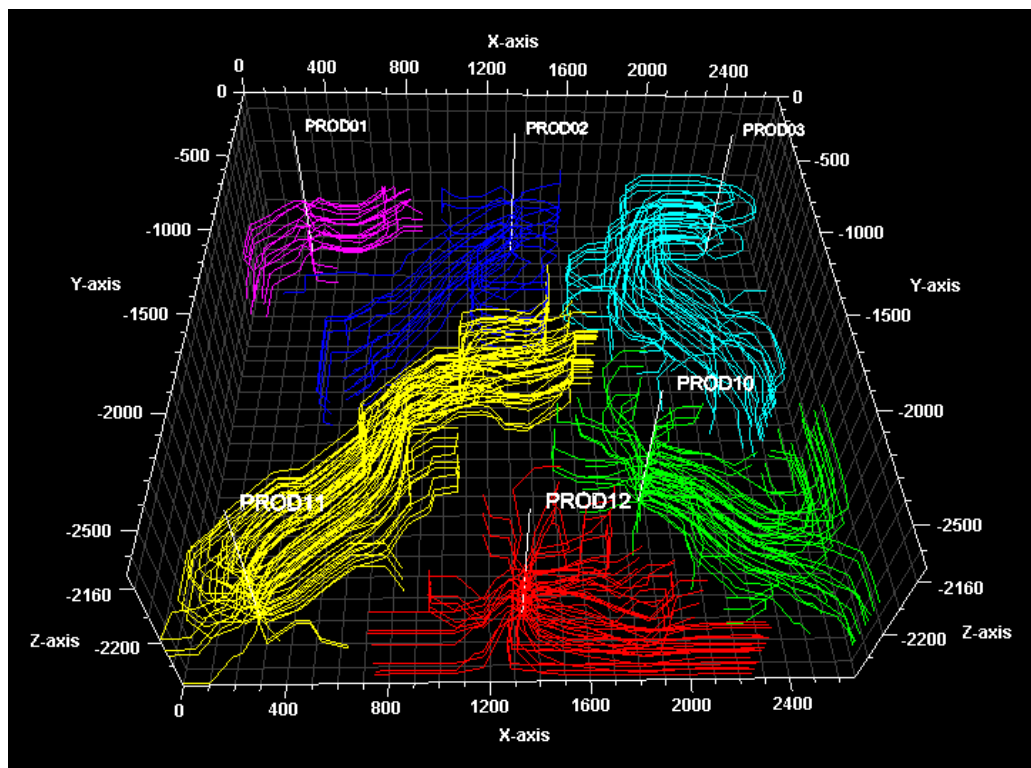
[†] CD: Curvas de Declinación

se realiza el análisis con la simulación streamline y así determinar posibles errores que existan al calcular los volúmenes de drenaje.

5.3. VOLUMEN DE DRENAJE POR SIMULACIÓN STREAMLINE

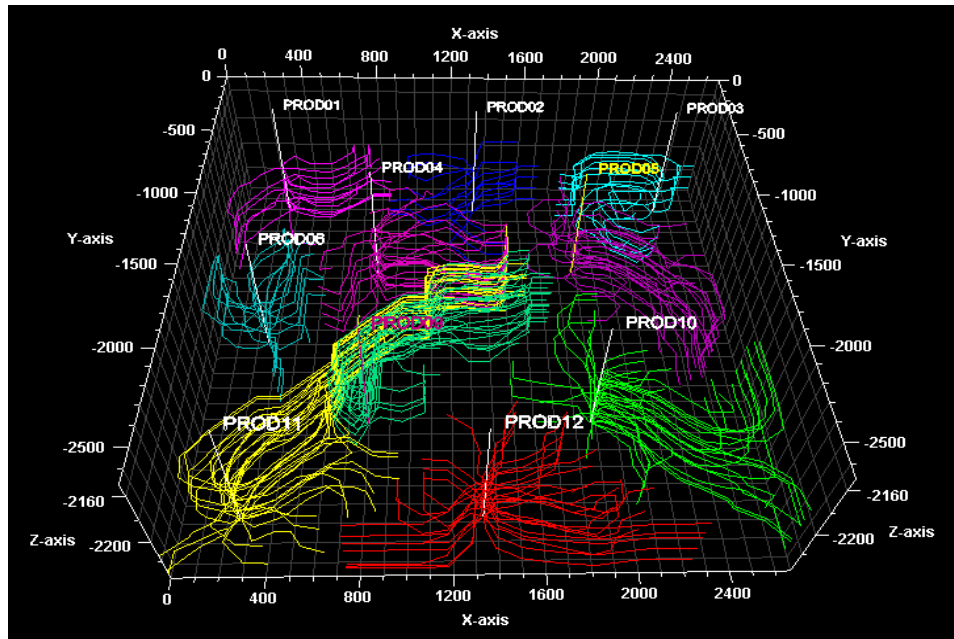
En las siguientes figuras se muestran las streamlines de cada uno de los pozos donde se puede observar claramente el área que está drenando cada pozo y cómo se reduce a medida que entran en producción otros pozos:

Figura 5.25. Streamlines en la primera etapa de producción (< 6 meses)



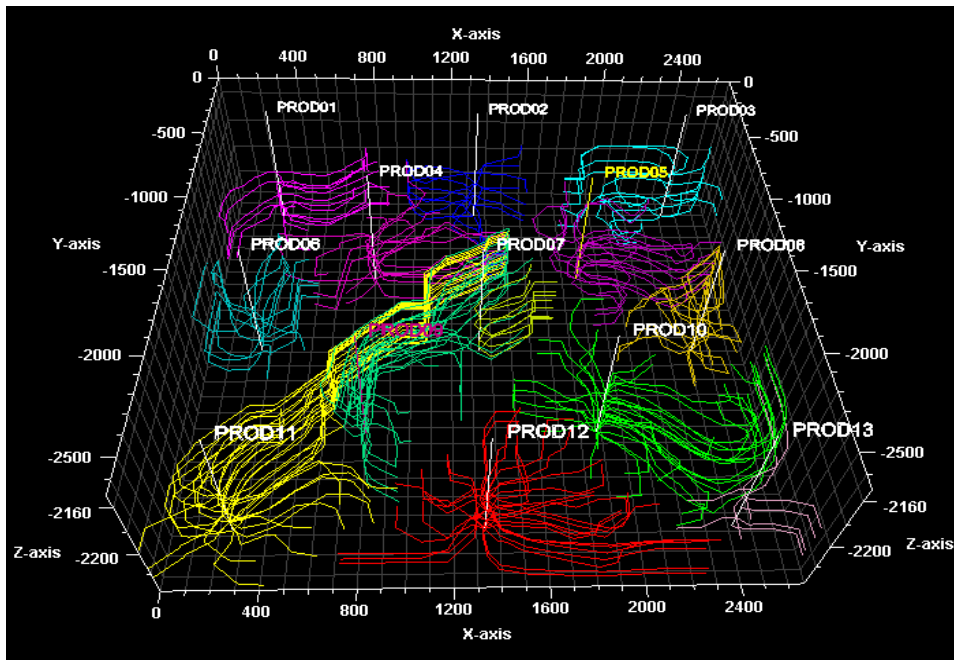
Tomado de: Petrel 2009

Figura 5.26. Streamlines en la segunda etapa de producción (entre 6 y 12 meses)



Tomado de: Petrel 2009

Figura 5.27. Streamlines en la tercera etapa de producción (> 12 meses)



Tomado de: Petrel 2009

Posteriormente se realiza la respectiva comparación entre el volumen calculado por las curvas de declinación y por la simulación streamline:

Tabla 5.4. Comparación de volúmenes de drenaje entre Curvas y Streamline

Pozo	Volumen de Drenaje CD[‡], STB	Volumen de Drenaje Streamline, STB	% Error
1	22'899.400	21'785.022,72	4.866
2	17'956.900	17'658.349,66	1.662
3	20'231.100	17'883.217,75	11.605
4	31'340.800	28'951.856,94	7.622
5	27'630.400	26'491.740,48	4.121
6	24'184.600	29'645.941,64	22.581
7	12'771.000	14'311.985,22	12.066
8	30'396.200	33'027.825,45	8.657
9	40'873.000	45'942.907,15	12.404
10	53'527.000	48'536.876,19	9.322
11	49'382.600	50'345.163,78	1.949
12	42'714.300	47'287.880,75	10.707
13	11'382.600	12'983.716,39	14.066

En comparación al anterior análisis se aprecian que los porcentajes de error en el cálculo por ambos métodos es menor, dado a que las barreras de flujo se posicionaron tal como están en el modelo, pero aun así, éste tiende a sobreestimar en la mayoría de casos los valores reales que se tienen[§].

[‡] CD: Curvas de Declinación

[§] Para este trabajo los valores obtenidos mediante las Curvas de Declinación se tomarán como los valores teóricos

Por último se hace una comparación entre los volúmenes calculados por la EBM y simulación streamline mostrando el rango de error que existe entre ellos:

Tabla 5.5. Comparación de volúmenes de drenaje entre EBM y Streamline

Pozo	Volumen de Drenaje EBM, STB	Volumen de Drenaje Streamline, STB	% Error
1	23'310.417,12	21'785.022,72	6.543
2	16'835.600,02	17'658.349,66	4.886
3	20'072.859,19	17'883.217,75	10.908
4	25'952.793,97	28'951.856,94	11.555
5	27'682.980,23	26'491.740,48	4.303
6	23'069.150,19	29'645.941,64	28.509
7	11'396.240,38	14'311.985,22	25.585
8	29'630.225,00	33'027.825,45	11.466
9	34'603.725,29	45'942.907,15	32.768
10	40'469.474,17	48'536.876,19	19.934
11	48'563.369,00	50'345.163,78	3.669
12	44'030.787,89	47'287.880,75	7.397
13	11'382.600	12'983.716,39	51.906

Para este caso las diferencias son ya más notables y es debido a la diferencia que se genera en la sobreestimación de la simulación streamline y de la inexactitud que presenta los cálculos de Balance de Materiales para los pozos que se encuentran comunicados, comparados con las curvas de declinación.

Obteniendo el volumen de drenaje total mediante los tres métodos es posible determinar el error que presenta en éste caso el cálculo por EBM y la simulación streamline con respecto a las curvas de declinación:

Tabla 5.6. Comparación de volúmenes de drenaje entre EBM, Streamline y Curvas de Declinación

	Volumen Drenaje, STB	Vol. Curvas Declinación, STB	% Error
EBM	354'164.802,74	385'289.900,00	8.07
Simulación Streamline	394'852.481,1	385'289.900,00	2.48

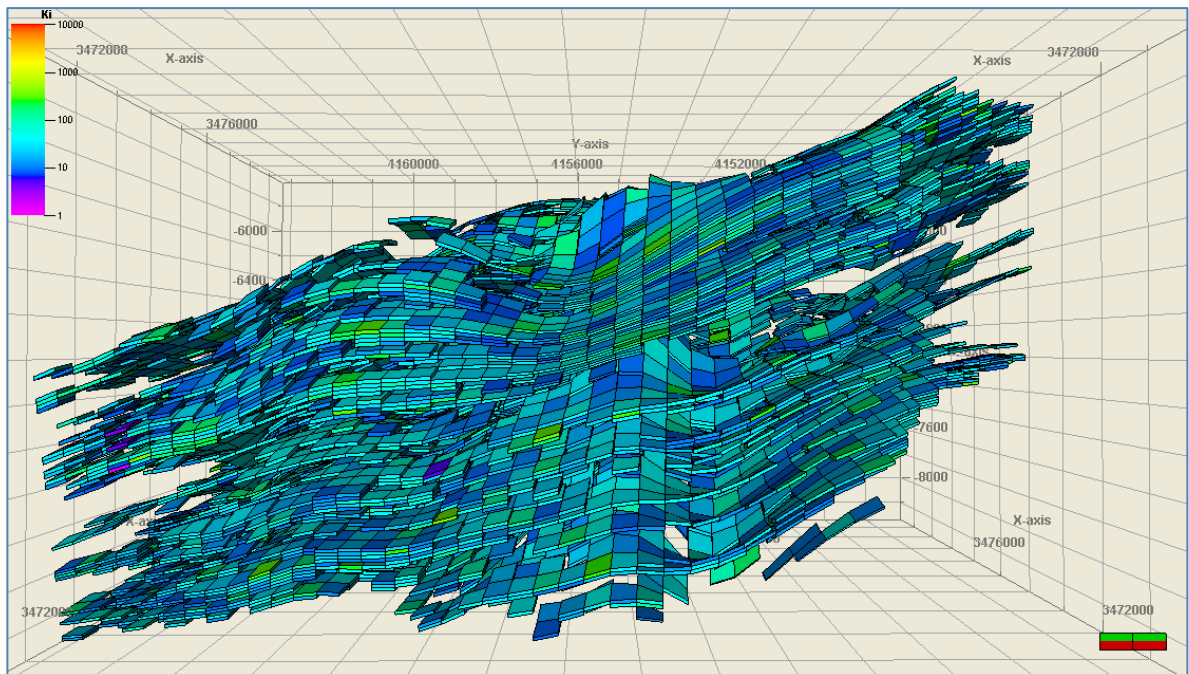
Se confirma así que es posible determinar volúmenes de drenaje mediante estos tres métodos obteniendo valores razonables, sin embargo hay que tener precaución al momento de modelar por cualquiera de éstos para evitar errores considerables que permitan concluir que hayan barreras de flujo no existentes en la realidad o que no se encuentren en los análisis posteriores que se lleguen a hacer para crear el modelo de simulación final.

Los errores significativos obtenidos en los cálculos de volúmenes de drenaje por medio de las ecuaciones de balance de materiales se deben a que al realizar estos cálculos las ecuaciones no tienen en cuenta la existencia de barreras de flujo, solo siguen el comportamiento de la distribución de presión del yacimiento en cada uno de los pozos. Otra causa de error es que las ecuaciones no tienen en cuenta si la comunicación entre los pozos es alta o baja ya que dos pozos pueden estar comunicados pero el pozo más reciente reduce el área de drenaje del antiguo dependiendo de la comunicación hidráulica que exista entre ellos.

6. EVALUACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES EN LA IDENTIFICACIÓN DE LA UBICACIÓN Y TRANSMISIBILIDADES DE BARRERAS DE FLUJO

Adicionalmente, se aplicará la metodología descrita en los capítulos anteriores a un campo colombiano que se encuentra ubicado en el Valle Medio del Magdalena, el cual produce petróleo por encima de la presión de saturación. En sus primeros 6 años de producción se perforaron 14 pozos productores. En el presente capítulo se calcularán los volúmenes de drenaje de los pozos en estudio por los métodos descritos y se evaluarán las incertidumbres encontradas en la ubicación de las barreras de flujo y sus transmisibilidades por medio de un análisis de varianza (ANOVA) para determinar la posición óptima de las barreras.

Figura 6.1. Vista en perfil del modelo geológico del yacimiento

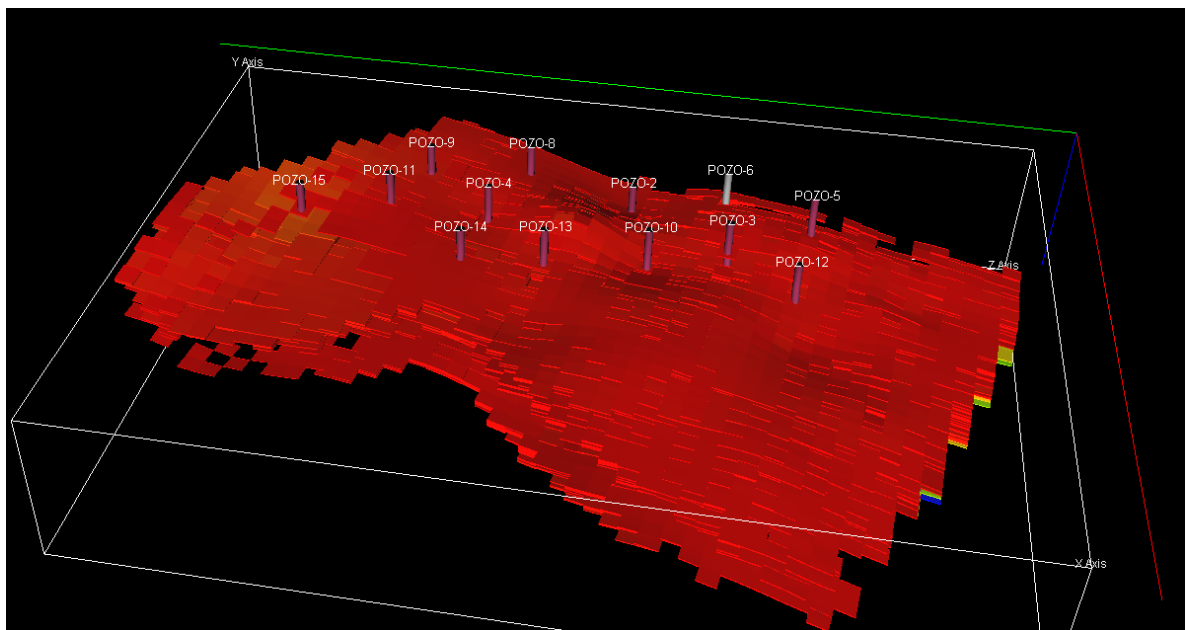


Tomado de: Petrel 2009

De los 6 años de producción con los cuales se va a analizar el yacimiento, se perforaron 14 pozos como se mencionó anteriormente, se hizo una selección de una zona en particular para ser analizada con detalle (Sector Model) en la cual se encuentran los pozos Pozo 4, Pozo 11, Pozo 10, Pozo 9, Pozo 8, Pozo 15, Pozo 13, Pozo 14 ordenados de acuerdo a su entrada.

En la figura 6.2 se muestra la distribución de los pozos en el yacimiento.

Figura 6.2. Distribución de pozos

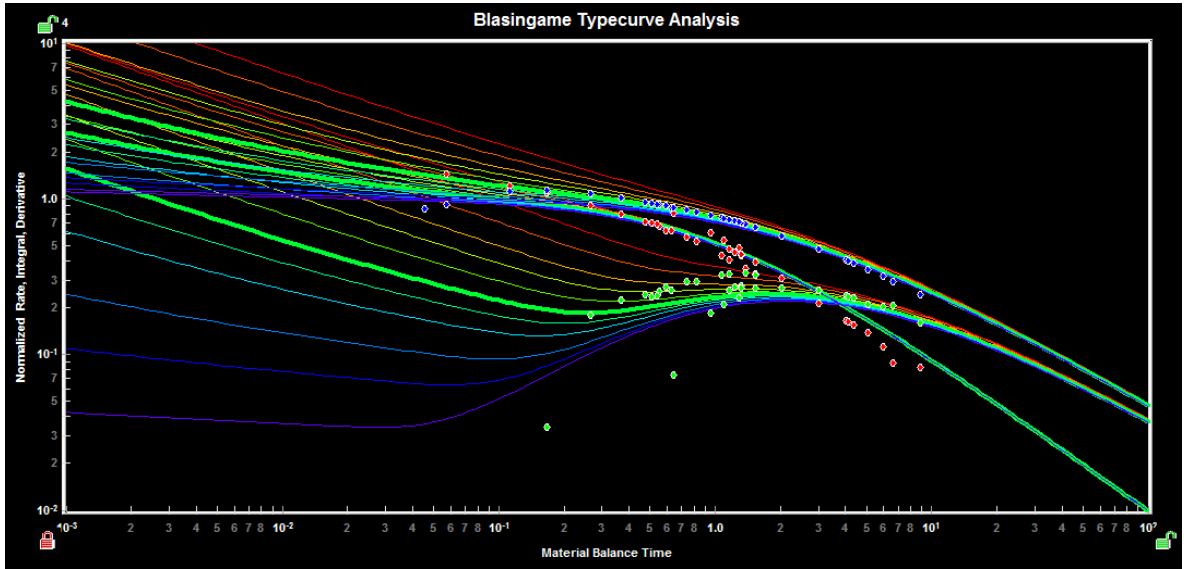


Tomado de: Eclipse 2008

6.1. VOLUMEN DE DRENAJE POR CURVAS DE DECLINACIÓN

Del grupo de 8 pozos seleccionados se procede a realizar el cálculo de volúmenes de drenaje, arrojando los siguientes valores:

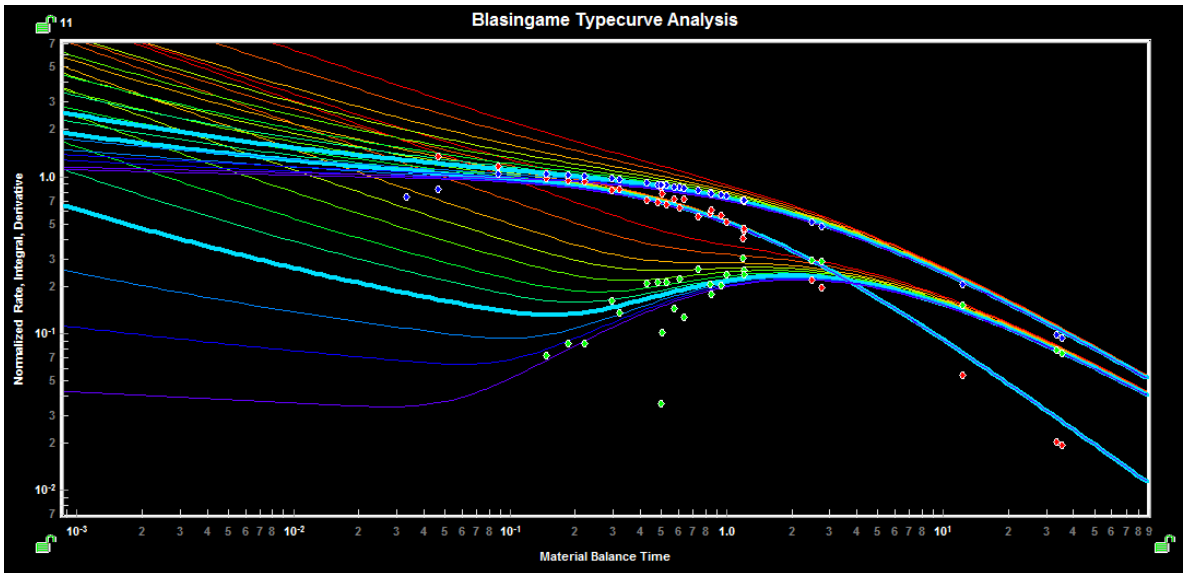
Figura 6.3. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 427 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.2 \text{ STB/D/psi}$$

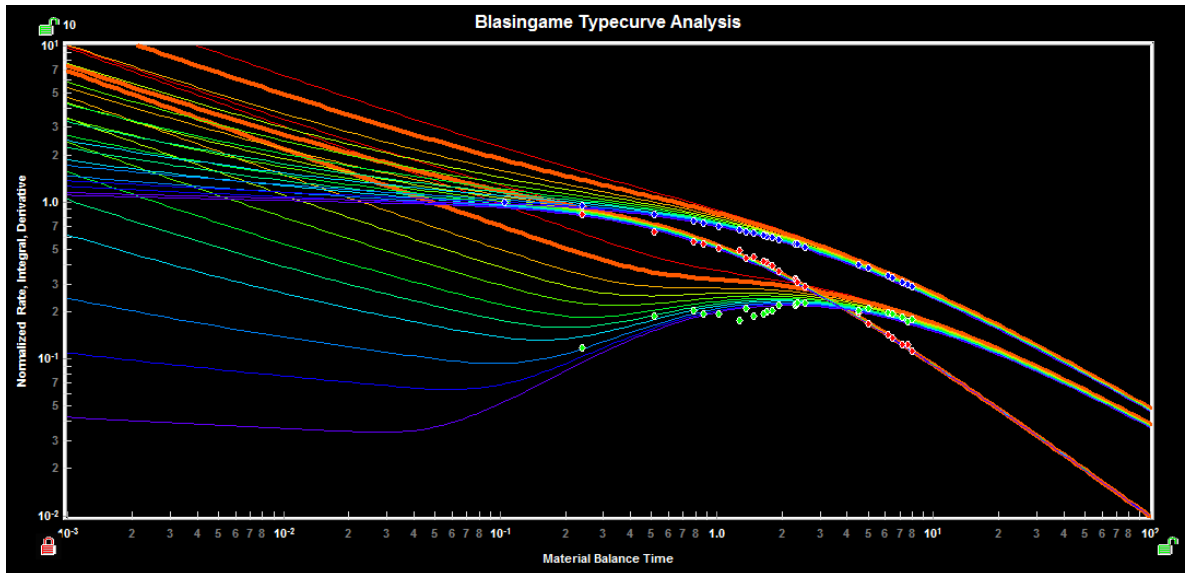
Figura 6.4. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 866 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.11 \text{ STB/D/psi}$$

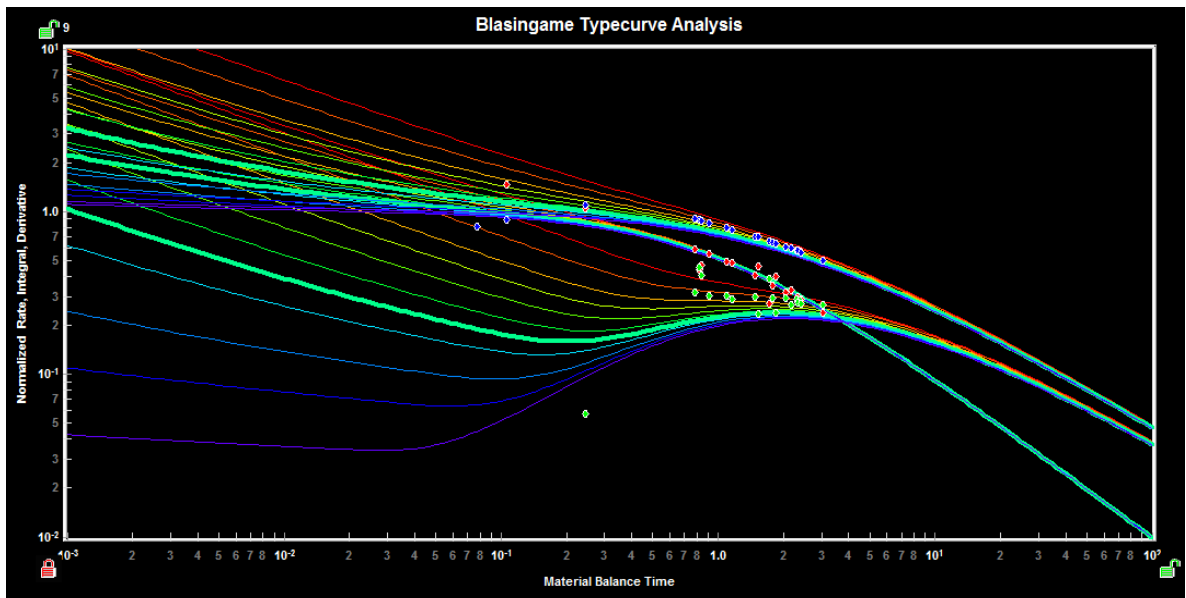
Figura 6.5. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 10



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 375 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.19 \text{ STB/D/psi}$$

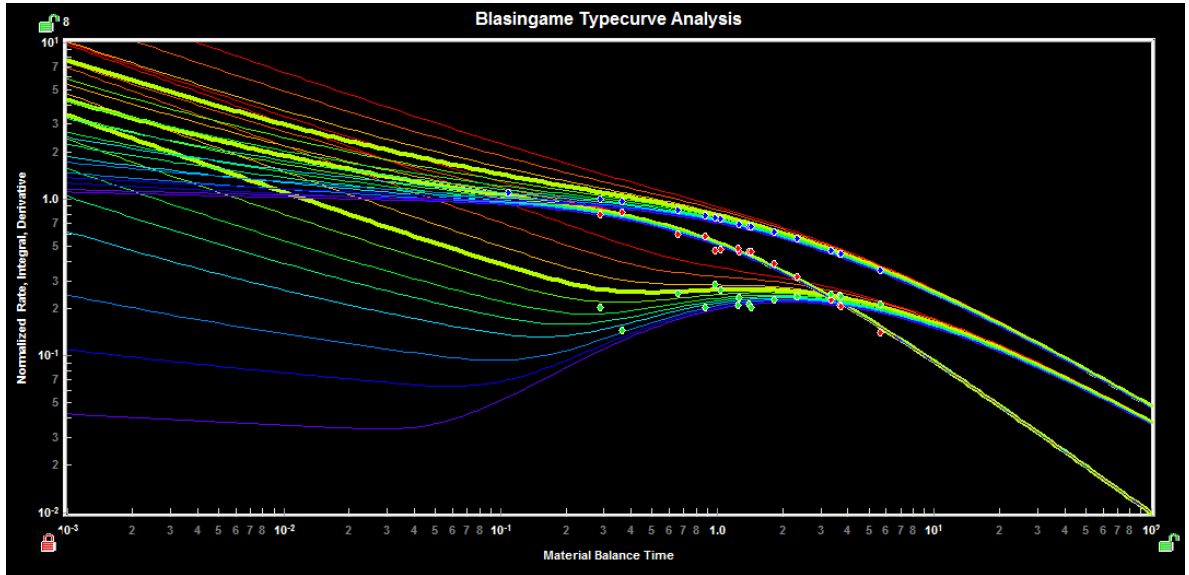
Figura 6.6. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 9



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 420 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.16 \text{ STB/D/psi}$$

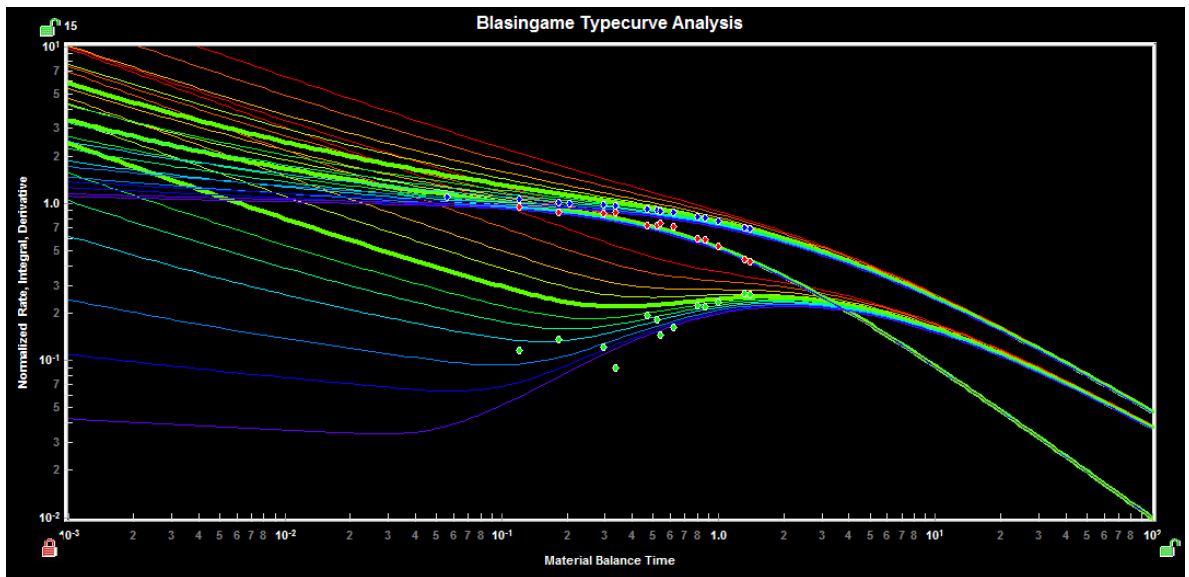
Figura 6.7. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 8



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 264 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.09 \text{ STB/D/psi}$$

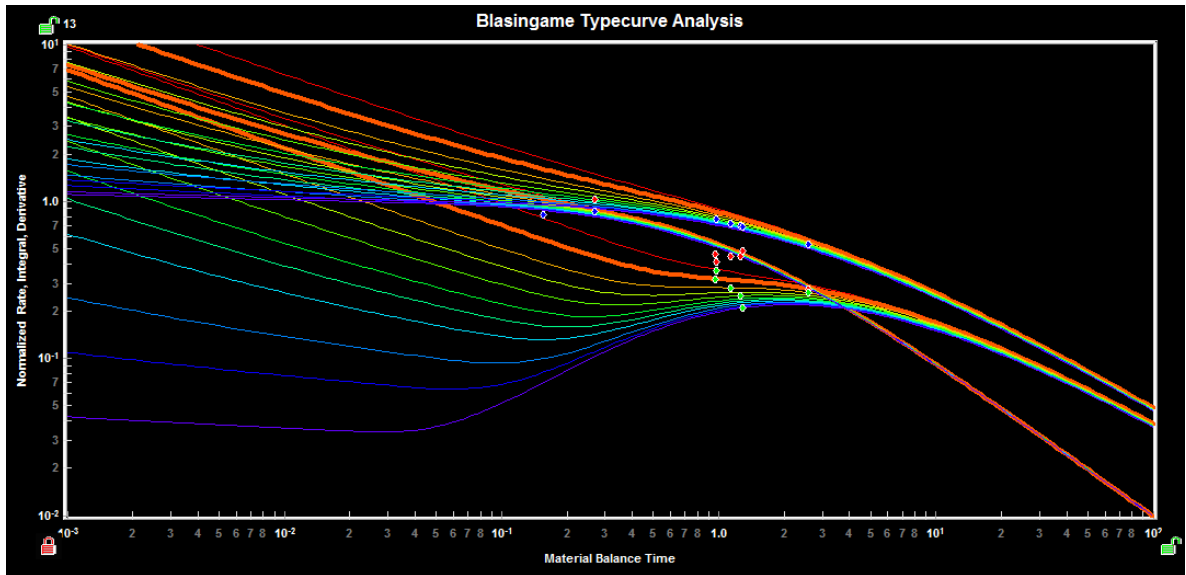
Figura 6.8. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 15



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 532 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.82 \text{ STB/D/psi}$$

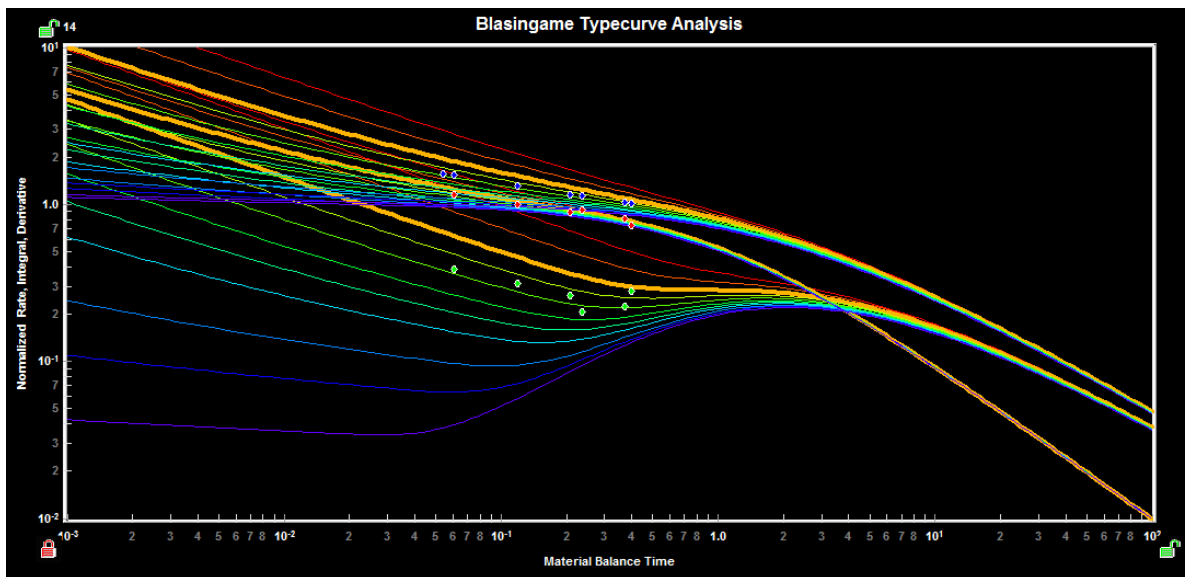
Figura 6.9. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 13



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 219 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.6 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 6.10. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 14

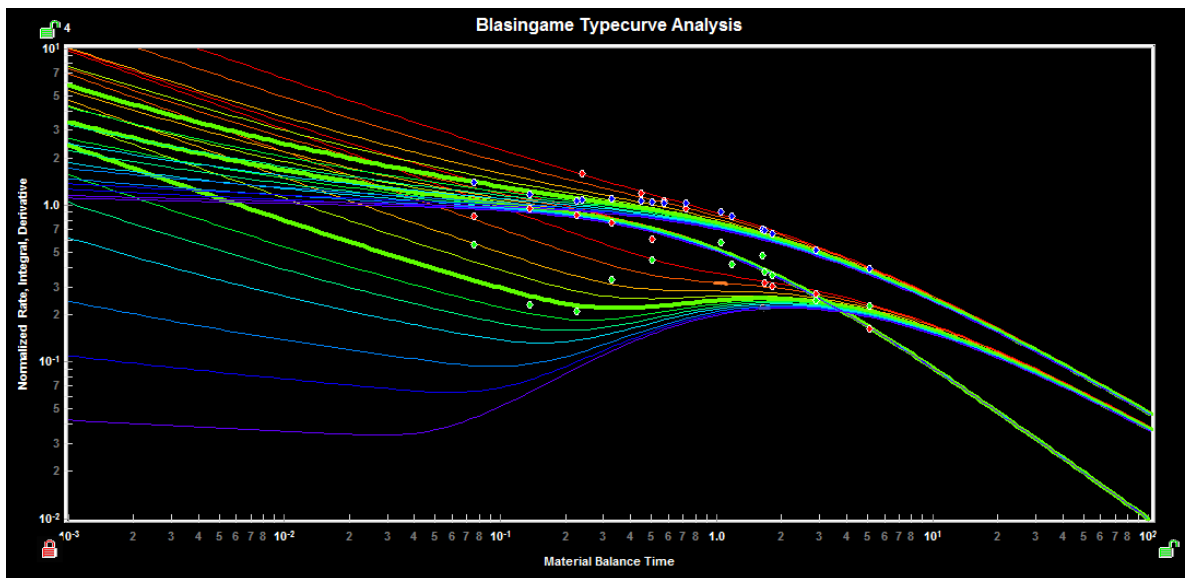


Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 228 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.17 \text{ STB/D/psi}$$

Al observar los resultados del análisis se puede notar que para el Pozo 4 y el Pozo 11 ocurre una desviación al momento en que entra en producción el Pozo 15 lo cual es un indicativo de que estos pozos se encuentran compartiendo su área de drenaje, por lo tanto, se les realiza un análisis tanto al Pozo 4 como al Pozo 11 desde el momento en que entra en producción el Pozo 15 para obtener el verdadero volumen drenado por éstos. Las figuras 6.11 y 6.12 muestran el análisis para el Pozo 4 y el Pozo 11 respectivamente contando la producción del Pozo 15. La tabla 6.1 muestra los valores de volúmenes de drenaje calculados por curvas de declinación.

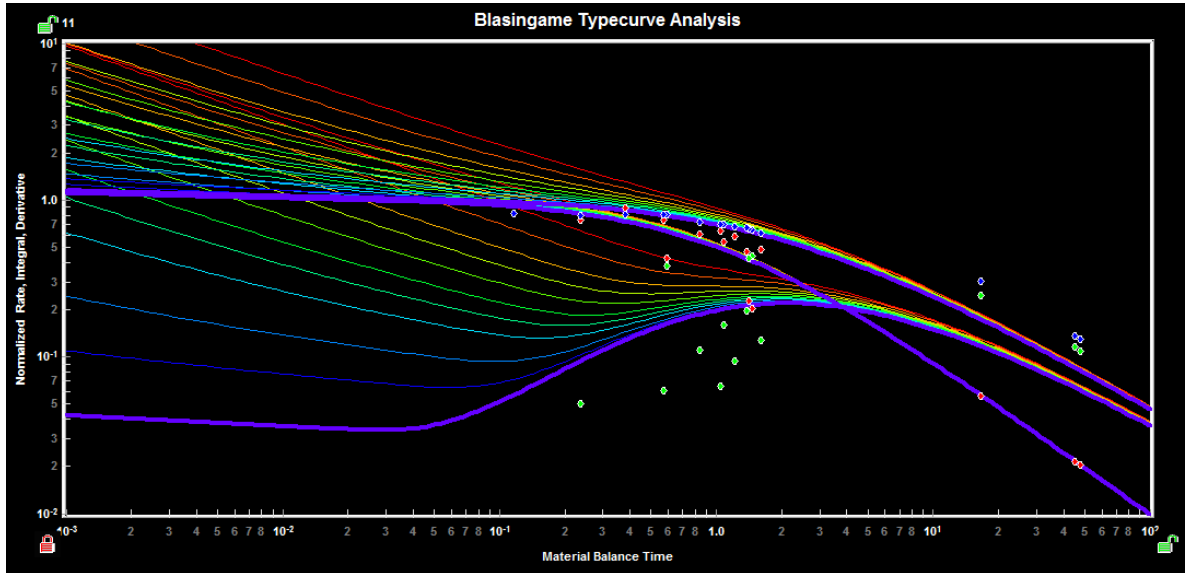
Figura 6.11. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 4



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 431 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 1.04 \text{ STB/D/psi}$$

Figura 6.12. Ajuste de la curva de declinación para el Pozo 11



Tomado de: Fekete versión Demo

$$[\bar{t}_{Dd}]_{MP} = 1.0 \rightarrow [\bar{t}]_{MP} = 286 \text{ dias} \quad [\bar{q}_{Dd}]_{MP} = 1 \rightarrow [q/\Delta p]_{MP} = 0.5 \text{ STB}/D/\text{psi}$$

Tabla 6.1. Volúmenes de drenaje calculados por Curvas de Declinación

	Volumen de Drenaje, STB
Pozo 4	1'510.200
Pozo 11	949.900
Pozo 10	3'570.400
Pozo 9	1'757.100
Pozo 8	1'016.500
Pozo 15	4'801.800
Pozo 13	839.100
Pozo 14	4'412.700

6.2. VOLUMEN DE DRENAJE POR BALANCE DE MATERIALES

Debido a que se está trabajando con un yacimiento subsaturado, se toman las ecuaciones mencionadas en el capítulo 3 para este tipo de yacimiento por medio de las cuales se calculan los volúmenes de drenaje para cada pozo, los cuales se muestran en las siguientes figuras con su respectiva linealización:

Figura 6.13. Volumen de drenaje para el Pozo 4 por EBM

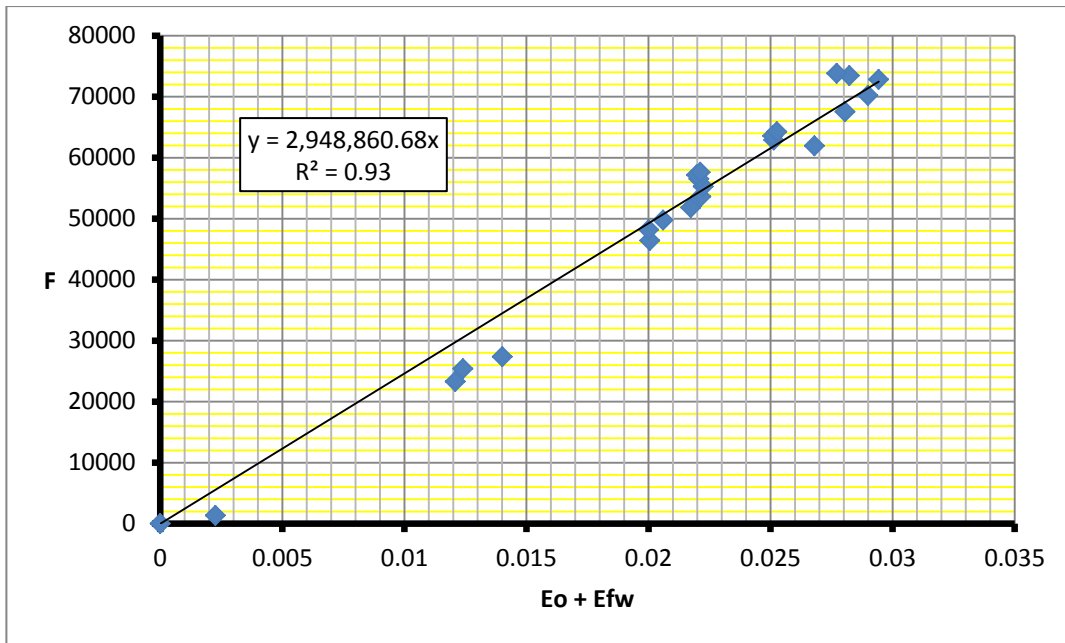


Figura 6.14. Volumen de drenaje para el Pozo 11 por EBM

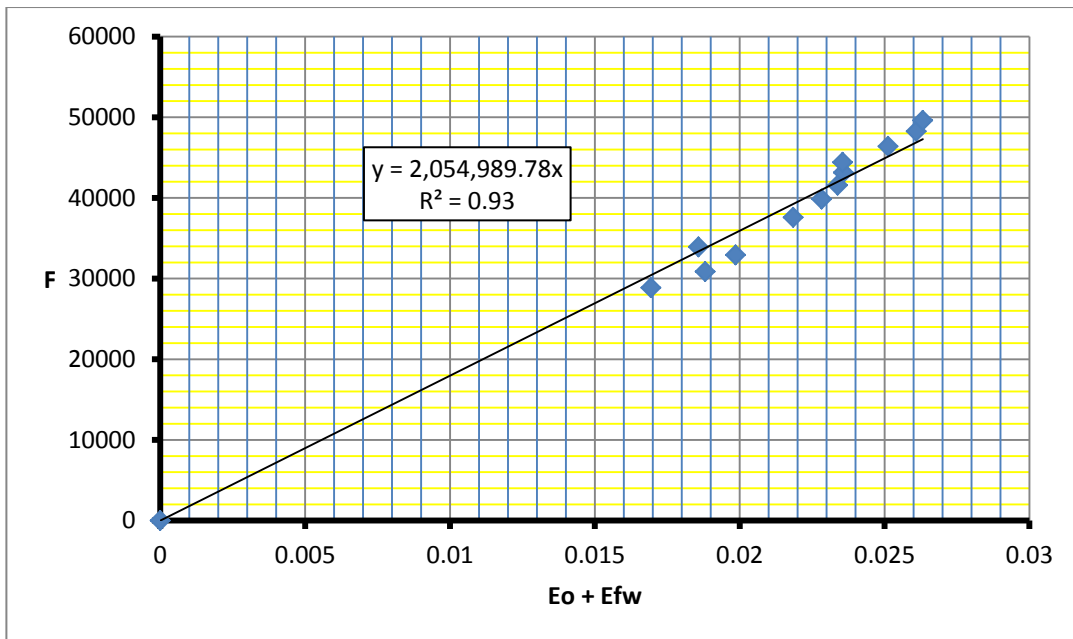


Figura 6.15. Volumen de drenaje para el Pozo 9 por EBM

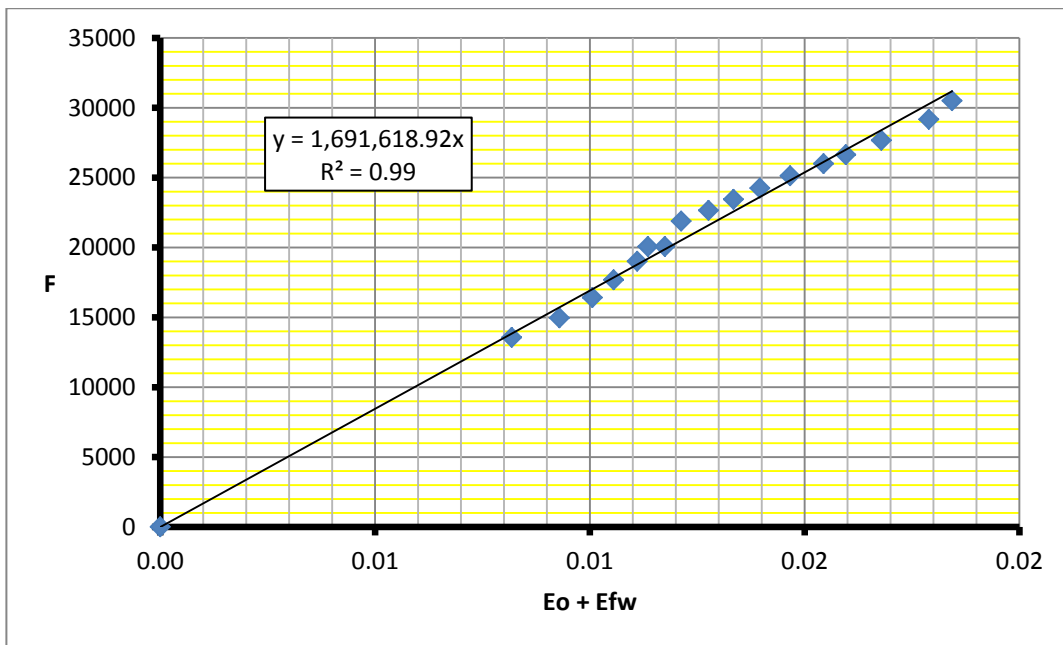


Figura 6.16. Volumen de drenaje para el Pozo 8 por EBM

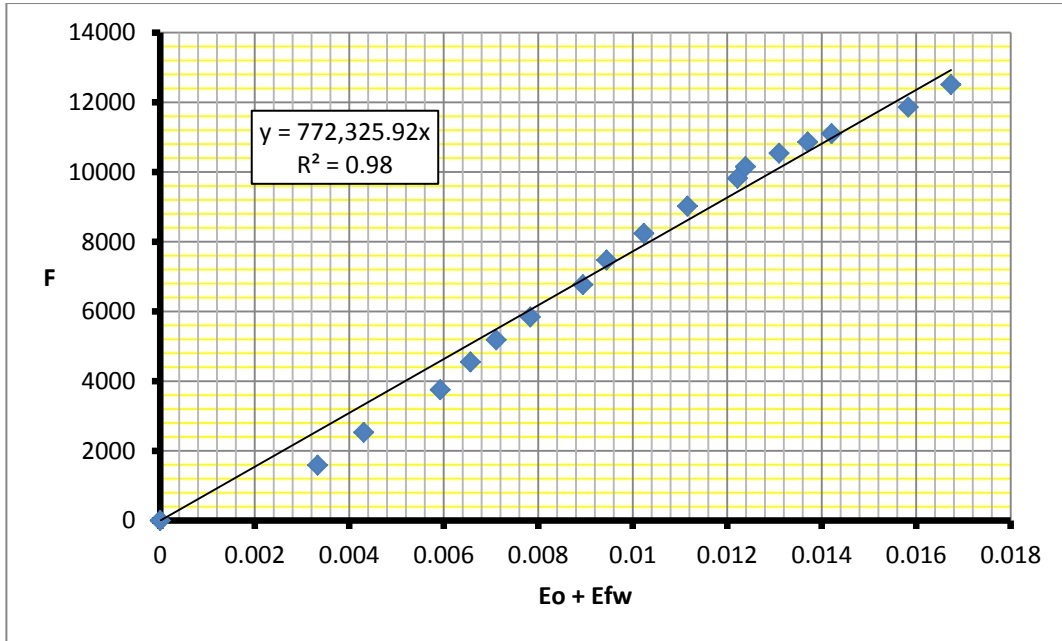


Figura 6.17. Volumen de drenaje para el Pozo 15 por EBM

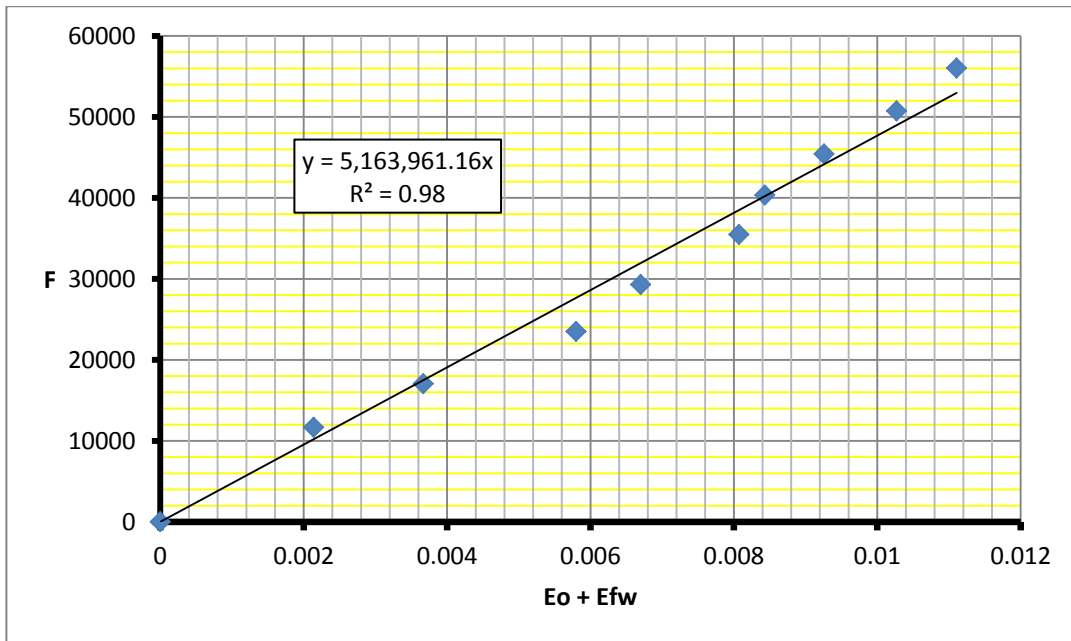


Figura 6.18. Volumen de drenaje para el Pozo 13 por EBM

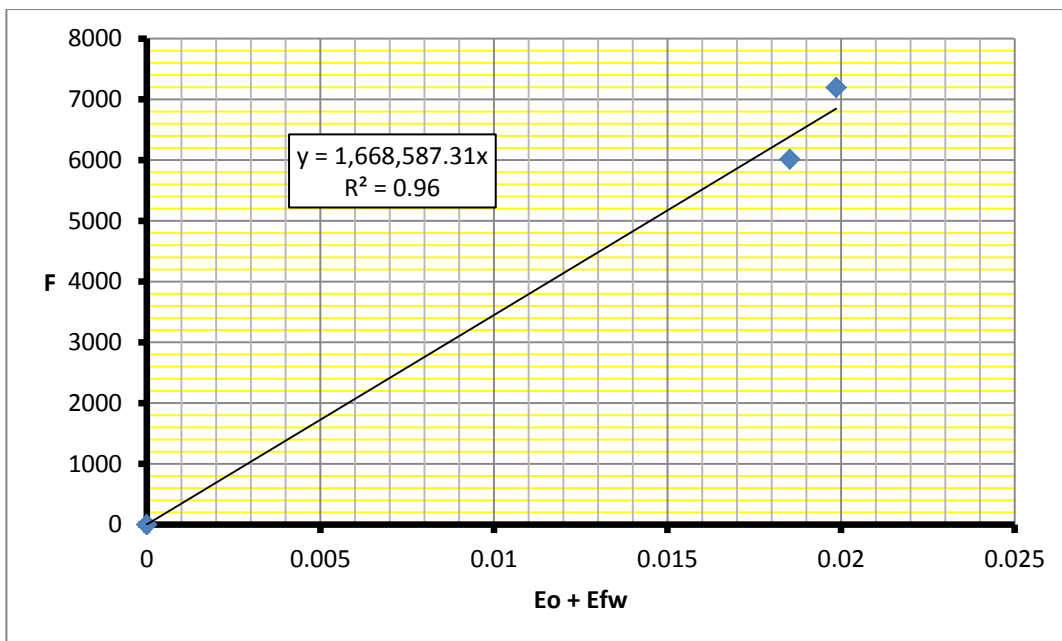


Figura 6.19. Volumen de drenaje para el Pozo 14 por EBM

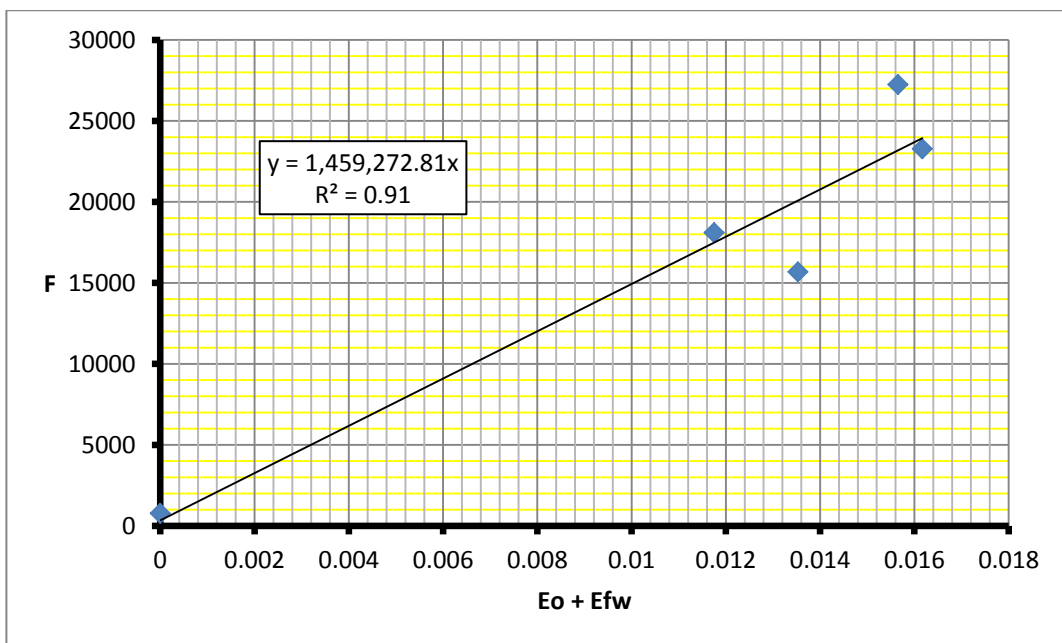


Tabla 6.2. Comparación volumen de drenaje entre curvas de declinación y EMB

	Volumen de Drenaje CD** , STB	Volumen de Drenaje EBM, STB	% Error
Pozo 4	1'510.200	2'948.860,68	95.2
Pozo 11	949.900	2'054.989,78	116
Pozo 9	1'757.100	1'767.794,98	0.6
Pozo 8	1'016.500	772.325,92	24
Pozo 15	4'801.800	5'163.961,16	7.5
Pozo 13	839.100	1'668.587,31	98.8
Pozo 14	4'412.700	1'459.272,81	66.9

En la tabla anterior se muestran los valores calculados con curvas de declinación y EBM respectivamente de los volúmenes de drenaje para cada pozo con su respectivo porcentaje de error. De estos porcentajes de error se puede deducir que las ecuaciones de balance de materiales no son una buena herramienta para calcular el volumen de drenaje en pozos que comparten su área con pozos que entran en producción en los meses posteriores, como es el caso de los pozos 4 y 11 los cuales se encuentran compartiendo su área con el pozo 15.

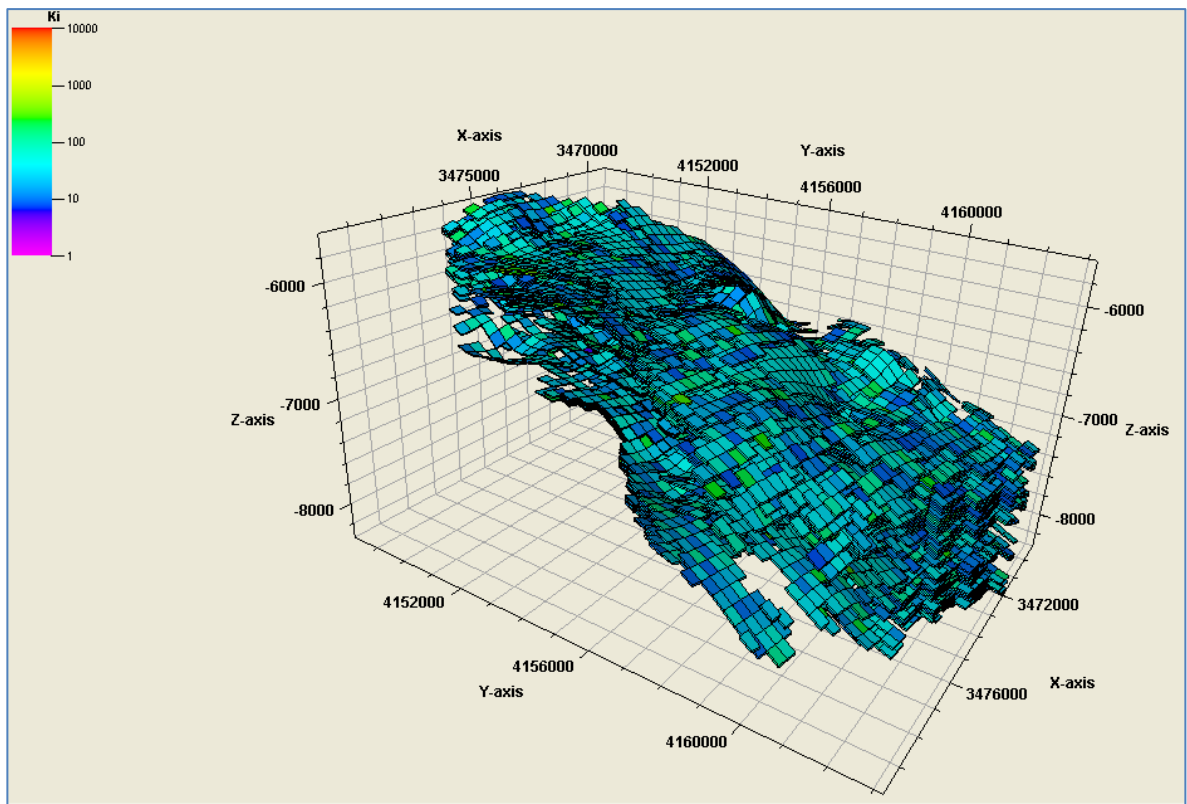
Otra posible fuente de error es que los pozos estén compartiendo su área de drenaje con varios pozos en mínimas proporciones de tal manera que no se pueda observar en el análisis por curvas de declinación, lo cual se ve reflejado en un volumen menor ocasionando una mayor discrepancia entre los volúmenes calculados por ambos métodos. El error obtenido en los pozos 13 y 14 se le puede atribuir al hecho de que los cálculos realizados con EBM con muy pocos datos no serían representativos del comportamiento del pozo ocasionando errores significativos como en este caso.

** CD: Curva de Declinación

6.3. VOLUMEN DE DRENAJE POR SIMULACIÓN STREAMLINE

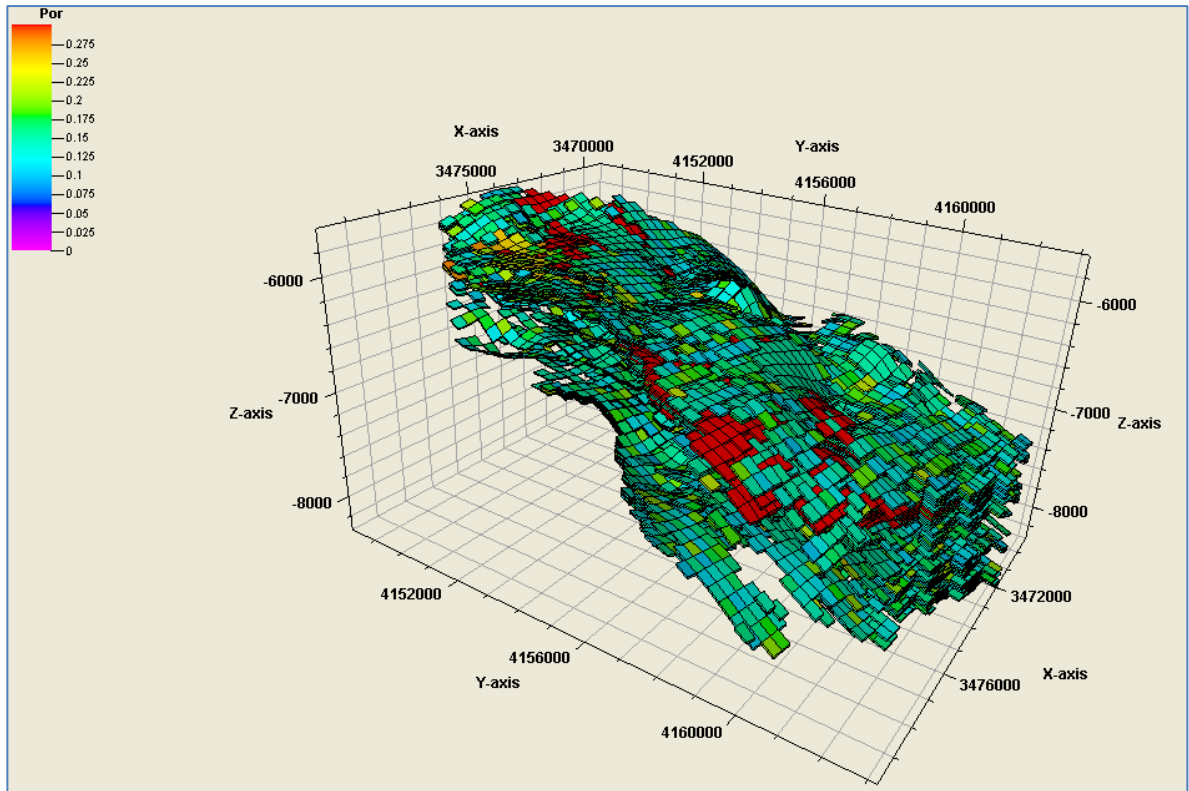
El modelo geológico construido para realizar los cálculos de volumen de drenaje por medio de simulación streamline tiene dimensiones de 44x44x239, del cual se muestran los perfiles de permeabilidad y porosidad en las figuras 6.20 y 6.21 respectivamente.

Figura 6.20. Perfil de permeabilidad



Tomado de: Petrel 2009

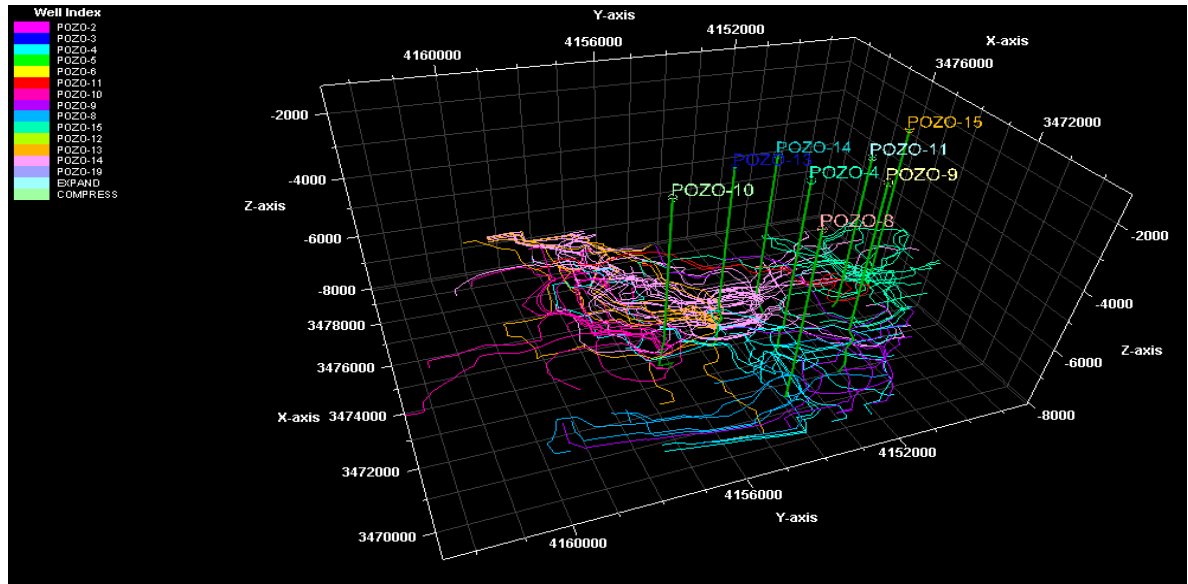
Figura 6.21. Perfil de porosidad



Tomado de: Petrel 2009

Los volúmenes de drenaje calculados por simulación streamline se logran gracias al uso del tiempo de vuelo “difusivo”, el cual fue definido en el capítulo 4, cuyos resultados se muestran en la tabla 6.3 y las trayectorias de las de las streamlines son mostradas en la figura 6.22:

Figura 6.22. Streamlines del sector model sin barreras de flujo



Tomado de: Petrel 2009

Tabla 6.3. Comparación volumen de drenaje entre curvas de declinación y streamline

	Volumen de Drenaje CD ^{††} , STB	Volumen de Drenaje Streamline, STB	% Error
Pozo 4	1'510.200	1'353.881,731	10.3
Pozo 11	949.900	636.229,5741	33
Pozo 10	3'570.400	4'936.595,283	38.2
Pozo 9	1'757.100	2'811.302,021	59.9
Pozo 8	1'016.500	1'320.591,88	29.9
Pozo 15	4'801.800	5'378.128,359	12
Pozo 13	839.100	1'579.878,321	88.2
Pozo 14	4'412.700	12'383.712,88	180.6

^{††} CD: Curva de Declinación

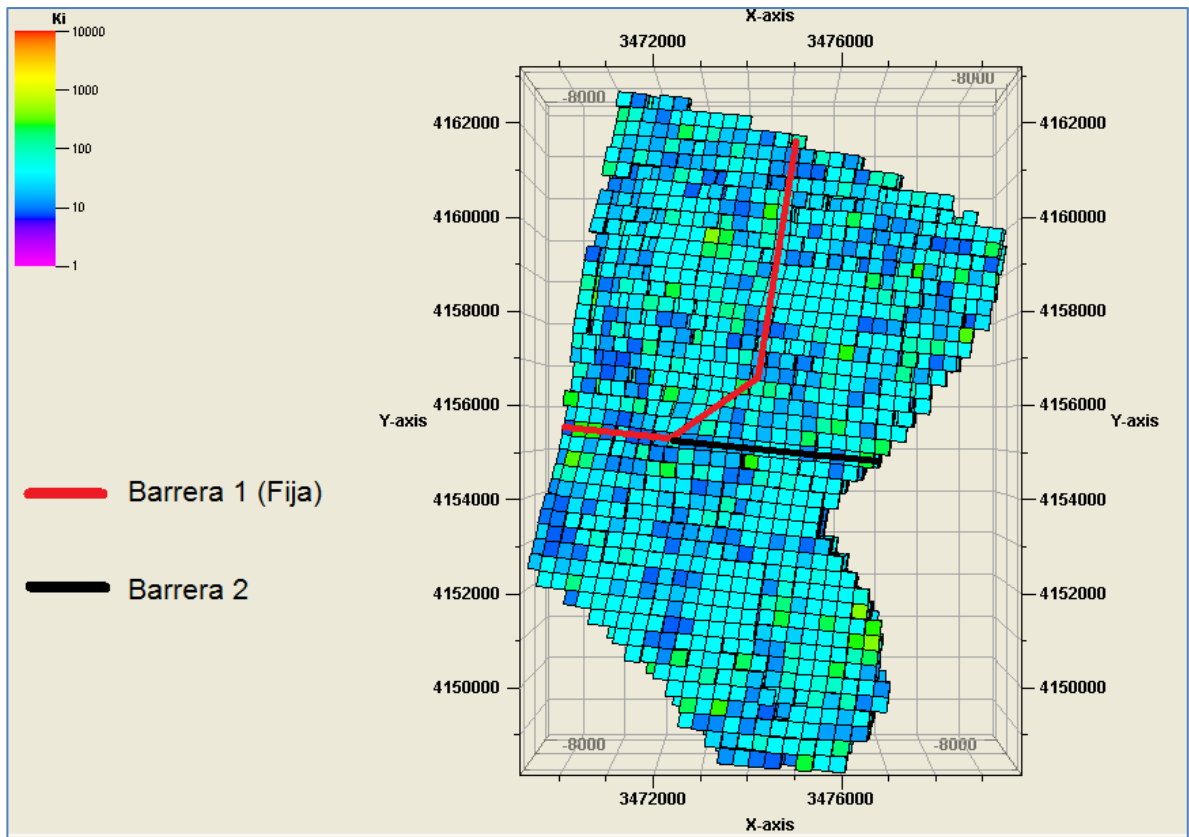
Según los resultados obtenidos en la tabla 6.3 se pueden observar errores significativos entre ambos métodos, lo cual indica la posible presencia de una o más barreras de flujo que no se encuentran en el modelo geológico, por lo tanto, es necesario colocar barreras de flujo para ajustar los datos obtenidos por medio de la simulación streamline con los de curvas de declinación.

Para establecer la posición de la barrera de flujo se tiene en cuenta el análisis realizado por medio de las curvas de declinación, en el cual se pudo observar que el Pozo 10 no se encuentra comunicado con ninguno de los otros pozos en estudio, lo cual indica la presencia de una barrera de flujo entre el Pozo 10 y los demás pozos. Esta suposición es soportada por el volumen calculado por medio de simulación streamline sin barreras de flujo ya que el volumen de este pozo es sobrestimado.

El volumen más importante de ajustar es el del Pozo 14 ya que éste presenta la mayor discrepancia entre ambos métodos. Por lo tanto el valor del volumen de drenaje calculado por las curvas de declinación para éste pozo será tomado como el valor de ajuste para cada valor obtenido por simulación streamline dependiendo de la posición de la barrera de flujo.

En la figura 6.23 se muestran las ubicaciones de 2 barreras de flujo (Barrera 1 y Barrera 2) las cuales fueron posicionadas en zonas de baja permeabilidad y porosidad. La posición de la Barrera 1 se mantendrá constante y se variará su transmisibilidad para determinar la posición óptima de la Barrera 2 y la relevancia que tiene el cambio de su posición o de sus transmisibilidades en el cálculo del volumen de drenaje.

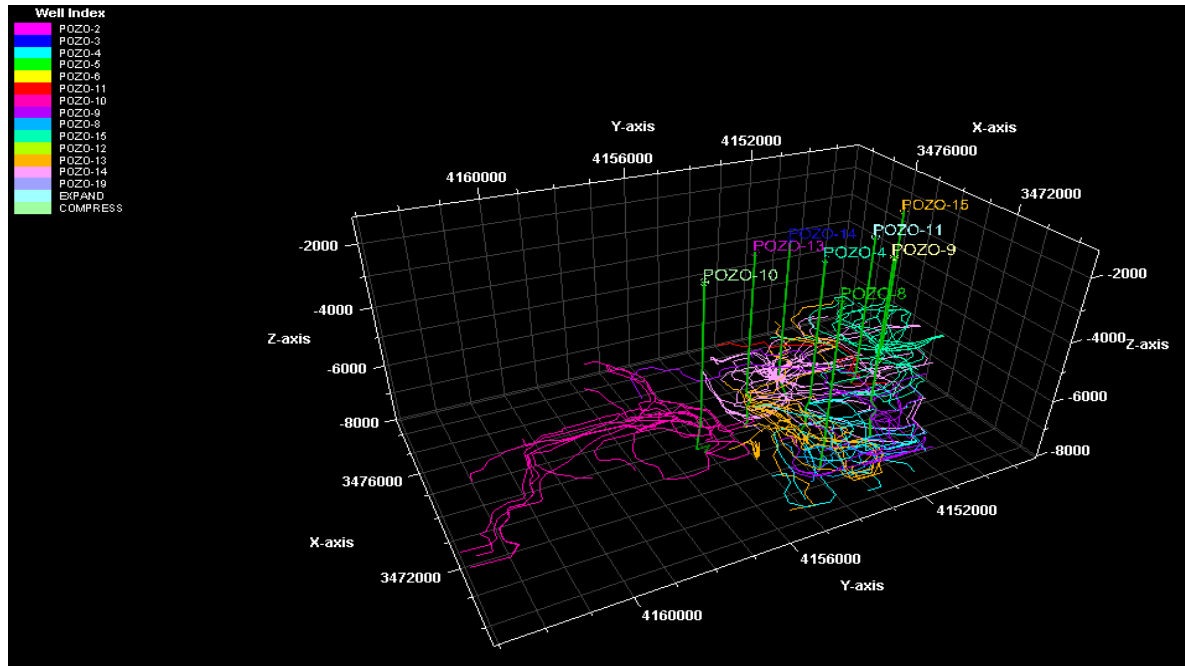
Figura 6.23. Posicionamiento de las posibles barreras de flujo



Tomado de: Petrel 2009

Se realiza ahora un nuevo análisis con simulación streamline incluyendo las dos barreras, las cuales se tomarán para comenzar como si fueran casi sellantes y en la figura 6.24 se muestra el comportamiento de las streamlines al posicionar estas barreras en el modelo. La tabla 6.4 muestra los valores obtenidos para cada una de las posiciones.

Figura 6.24. Streamlines del sector model con barreras de flujo



Tomado de: Petrel 2009

Tabla 6.4. Comparación del volumen de drenaje con diferentes posiciones de la Barrera 2 para el Pozo 14

	Ubicación	Multiplicador de transmisibilidad	Volumen de drenaje por streamline, STB	Volumen de drenaje por CD, STB
Caso 1	Sin barreras	----	12'383.712,88	4'412.700
Caso 2	Barrera 1	0.00001	3'715.819.128	
	Barrera 2, J24	0.00001		
Caso 3	Barrera 1	0.00001	4'216.129,089	
	Barrera 2, J23	0.00001		
Caso 4	Barrera 1	0.00001	5'817.053,339	
	Barrera 2, J22	0.00001		

Para refinar el valor que arrojó el volumen de drenaje con la Barrera 2 en la posición J=23 debido a que dio la mejor estimación del volumen de drenaje calculado por las curvas de declinación, se procede a variar las transmisibilidades de la Barrera 1. Los valores obtenidos se muestran en la tabla 6.5.

Tabla 6.5. Comparación del volumen de drenaje con diferentes transmisibilidades de la Barrera 1 para el Pozo 14

	Ubicación	Multiplicador de transmisibilidad	Volumen de drenaje por streamline, STB	Volumen de drenaje por CD, STB
Caso 3	Barrera 1	0.00001	4'216.129,089	4'412.700
	Barrera 2, J23	0.00001		
Caso 5	Barrera 1	0.0001	4'298.126.883	
	Barrera 2, J23	0.00001		
Caso 6	Barrera 1	0.001	4'307601,531	
	Barrera 2, J23	0.00001		
Caso 7	Barrera 1	0.01	4'413.724,417	
	Barrera 2, J23	0.00001		

6.4. EVALUACIÓN DE INCERTIDUMBRES POR MEDIO DE UN DISEÑO EXPERIMENTAL

Mediante el estudio de un Diseño Experimental se valida aún más el enfoque del concepto de tiempo de vuelo “difusivo” para calcular el volumen de drenaje. El estudio ayuda a entender cómo la incertidumbre en la localización y la transmisibilidad de las barreras de flujo afectan los resultados simulados del

volumen de drenaje, también da la ubicación y transmisibilidad más probable de la barrera de flujo.

En este caso se tienen dos parámetros de entrada inciertos a saber: La ubicación de la Barrera 2 y las transmisibilidades tanto de la Barrera 1 como la Barrera 2, las transmisibilidades de ambas barreras son tomadas como un único parámetro. También la Barrera 1 es considerada fija en el simulador. Se crean diferentes escenarios para la ubicación de la Barrera 2 los cuales son J=22, J=23 y J=24. Las transmisibilidades de las dos barreras son combinadas para dar 12 niveles de parámetros de transmisibilidad. Los valores de transmisibilidad para cada barrera se eligen de un rango determinado usando el método de Simulación Montecarlo³⁷. Un diseño Full-Factorial es usado y un análisis de varianza (ANOVA)³⁸ se lleva a cabo en los resultados del diseño experimental para cumplir los objetivos antes mencionados.

6.4.1. Diseño Full-Factorial y Simulación Montecarlo

Un diseño Full-Factorial del experimento mide la respuesta de todas las combinaciones posibles de los niveles de los factores, estas respuestas son analizadas para proporcionar información acerca de los efectos principales usando ANOVA.

La tabla 6.6 muestra los rangos de los dos factores. El valor individual de las transmisibilidades es tomado usando Simulación Montecarlo de 12 rangos para cada barrera. Luego, las transmisibilidades son escogidas aleatoriamente para las barreras y son asociadas aleatoriamente entre sí para dar 12 niveles para el factor X. La suposición inherente en la toma de los 12 niveles para los cálculos de transmisibilidad es que, los doce pares representen todos los escenarios posibles en la combinación de las transmisibilidades. Esta combinación es tomada bajo la

suposición de que el valor arrojado por la Simulación Montecarlo es el valor más representativo en el rango tomado para calcular tal valor.

Para este caso el rango de transmisibilidades es uniforme, por lo tanto, la Simulación Montecarlo reduce a un muestreo aleatorio de 12 pequeños rangos que resultan en dividir cada rango de transmisibilidad en 12 intervalos igualmente probables.

Tabla 6.6. Rangos de los Factores a analizar

Índice	Nombre del Factor	Rango del Factor
1	Ubicación Barrera 2, J	22-24
2	Transmisibilidad	
	Barrera 1	0.00001-0.01
	Barrera 2	0.00001-0.01

La tabla 6.7 muestra los 12 rangos para ambas barreras y el valor arrojado por la Simulación Montecarlo para cada rango. Luego, la tabla 6.8 muestra las combinaciones de las transmisibilidades (desde X1 a X12) de las dos barreras obtenidas por la asociación aleatoria de ellas. Una vez son obtenidos estos valores, se puede llevar a cabo el diseño experimental. La tabla 6.9 muestra el diseño Full-Factorial junto con los resultados de la simulación streamline de los volúmenes de drenaje para cada combinación de factores.

Tabla 6.7. Rangos para las transmisibilidades de las barreras

Rango Barrera 1	Mult. Transmisibilidad Barrera 1	Mult. Transmisibilidad Barrera 2	Rango Barrera 2
0.00001-0.000025	0.000013600	0.000024247	0.00001-0.000025

0.000025-0.00005	0.000048490	0.00003949	0.000025-0.00005
0.00005-0.000075	0.00006875	0.00006300	0.00005-0.000075
0.000075-0.0001	0.00008000	0.0000953	0.000075-0.0001
0.0001-0.00025	0.000117	0.000227	0.0001-0.00025
0.00025-0.0005	0.000402	0.000425	0.00025-0.0005
0.0005-0.00075	0.000678	0.000608	0.0005-0.00075
0.00075-0.001	0.000885	0.00077	0.00075-0.001
0.001-0.0025	0.001495	0.002365	0.001-0.0025
0.0025-0.005	0.004975	0.00455	0.0025-0.005
0.005-0.0075	0.00675	0.006125	0.005-0.0075
0.0075-0.01	0.008675	0.009025	0.0075-0.01

Tabla 6.8. Multiplicadores de transmisibilidad obtenidos por Simulación Montecarlo

	Mult. Transmisibilidad Barrera 1	Mult. Transmisibilidad Barrera 2
X1	0.00497500	0.00042500
X2	0.00040200	0.00077000
X3	0.00006875	0.00009530
X4	0.00867500	0.00002425
X5	0.00004849	0.00022700
X6	0.00001360	0.00006300
X7	0.00088500	0.00003949
X8	0.00149500	0.00236500
X9	0.00008000	0.00455000
X10	0.00675000	0.00060800
X11	0.00011700	0.00902500
X12	0.00067800	0.00612500

Tabla 6.9. Diseño Experimental para el volumen de drenaje calculado a diferentes escenarios

	J=22	J=23	J=24
X1	5'442.426,702	5'180.937,04	4'315.896,52
X2	6'715.688,886	6'155.656,671	5'977.179,633
X3	5'601.066,102	4'767.857,019	3'837.070,059
X4	5'407.933,431	4'383.300,636	3'947.974,041
X5	6'105.416,29	5'178.587,199	4'126.570,259
X6	5'700.666,003	4'674.883,737	3'642.485,757
X7	5'651.644,344	4'445.149,758	4'055.126,79
X8	7'901.164,163	7'341.378,652	7'627.830,831
X9	9'750.276,522	11'577.703,21	11'707.647,87
X10	5'809.343,992	4'915.397,029	4'440.975,482
X11	12'613.495,37	13'413.863,81	14'381.956,66
X12	9'379.266,389	10'783.162,98	11'500.612,28

6.4.2. Análisis de Varianza

Basados en los resultados del diseño experimental, se realiza un análisis de varianza (ANOVA) para examinar la importancia de la ubicación de la Barrera 2 y las transmisibilidad de las barreras en el volumen de drenaje calculado. ANOVA también incluye la Prueba de SNK y la Prueba de Tukey. Las siguientes ecuaciones dan la suma de los cuadrados calculados en ANOVA:

$$SSY = \sum_i \sum_j (y_{ij} - \bar{y})^2 \quad (6.1)$$

$$SSTrans = \sum_j (\bar{y}_j - \bar{y}_{...})^2 \quad j = 1,2, \dots, 12 \quad (6.2)$$

$$SSLoc = \sum_i (\bar{y}_i - \bar{y}_{...})^2 \quad (6.3)$$

$$SSError = SSY - SSTrans - SSLoc \quad (6.4)$$

$$MSTrans = \frac{SSTrans}{DF}, \quad MSLoc = \frac{SSLoc}{DF}, \quad MSError = \frac{SSError}{DF} \quad (6.5)$$

donde, i es el número del factor de la posición y j es el número del factor de la transmisibilidad, y_{ij} es el volumen de drenaje en la posición i y con transmisibilidad j , \bar{y} es el volumen de drenaje promedio de todos los datos y $\bar{y}_{..}$ es la suma de los volúmenes de drenaje promedios.

La prueba de transmisibilidades promedios iguales, la cual indica que no hay efectos en el volumen de drenaje, es una prueba de:

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \dots = \bar{y}_{12} \quad (6.6)$$

La prueba de posiciones promedios iguales, la cual indica que no hay efectos en el volumen de drenaje, es una prueba de:

$$\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = \bar{y}_3 \quad (6.7)$$

La prueba estadística, F , para comprobar las dos anteriores hipótesis nulas es:

$$F = \frac{MSTrans}{MSError}, \quad F = \frac{MSLoc}{MSError} \quad (6.8)$$

de la cual F tiene una distribución con once ($12 - 1 = 11$) grados de libertad para $MSTrans$, dos ($3 - 1 = 2$) grados de libertad para $MSLoc$ y veintidós ($11 \times 2 = 22$) grados de libertad para el denominador $MSError$. El análisis de varianza (ANOVA) es en realidad una prueba de hipótesis con la hipótesis nula (H_o) que el factor (en este caso, la transmisibilidad o la ubicación) no tiene ningún efecto en la salida del simulador (volumen de drenaje). La prueba estadística F en ANOVA es una variable aleatoria distribuida de Fisher con cierto número de grados de libertad. Un valor grande en la prueba estadística observada (F_{obs}) indica que el factor no tiene efecto. El valor significativo P_r es definido como la probabilidad de tener una prueba estadística que sea al menos mayor que la prueba estadística observada:

$$P = P(F \geq F_{obs} | \text{La hipótesis nula es verdadera}) \quad (6.9)$$

Un valor pequeño de P_r significa que la probabilidad de tener la prueba estadística observada, ya que la hipótesis nula es cierta, es muy poco probable. La hipótesis nula es entonces rechazada y se asume que el factor tiene un efecto. La tabla 6.10 muestra los resultados arrojados por ANOVA al diseño experimental realizado.

Tabla 6.10. Análisis de Varianza (ANOVA)

Fuente	DF	SS	MS	F	P_r
Trans	11	$3.1296e^{14}$	$2.8451e^{13}$	42.3415532	$3.2292e^{-12}$
Loc	2	$1.7697e^{12}$	$8.8484e^{11}$	1.3168201	0.28829357
Error	22	$1.4783e^{13}$	$6.7195e^{11}$	---	---

6.4.2.1. Análisis Post-ANOVA

Cuando el valor F de ANOVA revela diferencias significativas entre el nivel de cada factor promedio (como sucede en este caso) no indica en absoluto en qué promedio difieren o la diferencia de la magnitud. Además, la detección de la magnitud de la diferencia entre los factores o niveles promedios requerirá algún análisis post-ANOVA. Las pruebas SNK/Tukey son dos de los procedimientos de separación de promedios usados en análisis post-ANOVA. La siguiente es la descripción de cómo las pruebas de SNK y Tukey pueden ser usados en el tratamiento de los promedios:

Procedimiento SNK (Student-Newman-Keuls):

1. Dividir el conjunto de comparaciones agrupadas en subconjuntos de orden p . el procedimiento SNK tiene un valor crítico diferente para cada subconjunto.
2. Específicamente, la diferencia observada de cada par de promedios en el subgrupo de orden p se compara con la diferencia crítica dada por:

$$SNK(p) = \frac{(s_{\bar{d}})r(p, \alpha, v)}{\sqrt{2}} \quad (6.10)$$

Para $p = 1, 2, 3$ comparando los promedios de la posición y $p = 1, 2, \dots, 12$ comparando los promedios de las transmisibilidades.

Donde $r(p, \alpha, v)$ es el valor de rango de Studentized de orden p

v Grados de libertad en MSE_{Error}

α Tasa de error por experimento

$(s_{\bar{d}})$ Desviación estándar

3. Si la diferencia crítica es menor que la diferencia entre dos promedios, entonces estos dos promedios se dicen que son significativamente diferentes.

Procedimiento Tukey:

1. La diferencia observada de cualquier par de promedios se compara con la diferencia crítica de Tukey dada por:

$$TK = \frac{(s_{\bar{d}})r(k, \alpha, v)}{\sqrt{2}} \quad (6.11)$$

Donde $r(p, \alpha, v)$ es el valor de rango de Studentized de orden p

k Número de promedios siendo comparados

α Tasa de error por experimento

$(s_{\bar{d}})$ Desviación estándar

v Grados de libertad en MSE_{Error}

2. Si la diferencia crítica es menor que la diferencia entre dos promedios, entonces estos dos promedios se dice que son significativamente diferentes.

A continuación se muestran los resultados de los análisis realizados con los dos procedimientos post-ANOVA los cuales indicaran qué factor tiene mayor importancia en el Diseño Experimental realizado:








		α	0.5							
		DF	22							
		MSERROR	6.7195E+11							
No. Promedios	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Rango Crítico	1388097.32	1681523.96	1858526.48	1985835.78	2084748.95	2166151.18	2234775.16	2293933.75	2345993.32	2392846.93
		Grupos	Promedio	N	Trans					
			13469771.9	3	X11					
			11011875.9	3	X9					
			10554347.2	3	X12					
			7623457.88	3	X8					
			6282841.73	3	X2					
			5136857.92	3	X5					
			5055238.83	3	X10					
			4979753.42	3	X1					
			4735331.06	3	X3					
			4717306.96	3	X7					
			4672678.5	3	X6					
			4579736.04	3	X4					

Tabla 6.11. Prueba SNK para la transmisibilidad promedio

Tabla 6.12. Prueba SNK para la posición promedio

	α	0.5	
	DF	22	
	MSERROR	6.7195E+11	
No. Promedios	2	3	
Rango Crítico	694048.658	840761.979	
Grupos	Promedio	N	Trans
	7173199.02	12	J=22
	6901489.81	12	J=23
	6630110.52	12	J=24

Tabla 6.13. Prueba Tukey para la transmisibilidad promedio













		α	0.5
		DF	22
		MSERROR	6.7195E+11
Valor Critico Rango Studentized			5.144
Mínima Diferencia Significante			2434494.58
Grupos	Promedio	N	Trans
	13469771.9	3	X11
	11011875.9	3	X9
	10554347.2	3	X12
	7623457.88	3	X8
	6282841.73	3	X2
	5136857.92	3	X5
	5055238.83	3	X10
	4979753.42	3	X1
	4735331.06	3	X3
	4717306.96	3	X7
	4672678.5	3	X6
	4579736.04	3	X4

Tabla 6.14. Prueba Tukey para la posición promedio

		α	0.5
		DF	22
		MSERROR	6.7195E+11
		Valor Critico Rango Studentized	3.553
		Mínima Diferencia Significante	840761.979
Grupos	Promedio	N	Trans
	7173199.016	12	J=22
	6901489.812	12	J=23
	6630110.515	12	J=24

La tabla 6.11 muestra la prueba SNK para los promedios de la transmisibilidad, la tabla 6.12 muestra la prueba SNK para los promedios de la posición, la tabla 6.13 muestra la prueba Tukey para los promedios de transmisibilidad y la tabla 6.14 muestra la prueba Tukey para los promedios de la posición. El grupo de líneas indican que el promedio de ellas no son significativamente diferentes. Ambos análisis post-ANOVA muestran que el promedio de transmisibilidad es significativamente diferente que los promedios de posición. De esto se puede concluir que la transmisibilidad de las barreras de flujo tiene un gran efecto en la respuesta de la simulación en comparación con el efecto de la posición de la barrera.

6.4.3. Escenario más probable

Tomando el valor de volumen de drenaje estimado del análisis de las curvas de declinación del Pozo 14 como valor de control, el promedio de los volúmenes de drenaje para los diferentes escenarios se resumen en la tabla 6.15. De esta tabla se concluye que los escenarios más probables de multiplicadores de transmisibilidad para las dos barreras son X7, X8, X9, X10, X11 y X12. Para X7, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.000885 y de la Barrera 2 es 0.00003949. Para X8, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.001495 y de la Barrera 2 es 0.002365. Para X9, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.00008 y de la Barrera 2 es 0.00455. Para la X10, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.00675 y de la Barrera 2 es 0.000608. Para X11, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.000117 y de la Barrera 2 es 0.009025 y por último, para X12, la transmisibilidad de la Barrera 1 es 0.000678 y de la Barrera 2 es 0.006125.

Tabla 6.15. Volúmenes de drenaje promedios bajo diferentes multiplicadores de transmisibilidad

Trans	N	Promedio, STB	Promedio - 4412700, STB
X1	3	13'469.771,95	9'057.071,947
X2	3	11'011.875,87	6'599.175,867
X3	3	10'554.347,22	6'141.647,216
X4	3	7'623.457,882	3'210.757,882
X5	3	6'282.841,73	1'870.141,73
X6	3	5'136.857,916	724.157,916
X7	3	5'055.238,834	642.538,8343
X8	3	4'979.753,421	567.053,4207
X9	3	4'735.331,06	322.631,06
X10	3	4'717.306,964	304.606,964
X11	3	4'672.678,499	259.978,499
X12	3	4'579.736,036	167.036,036

Bajo estos escenarios, se realiza la tabla 6.16, la cual muestra los volúmenes de drenaje asociados a estas transmisibilidades y de las cuales se toman los valores que se ajustan al valor calculado por curvas de declinación, quienes muestran que J=24 y J=23 son las posiciones más óptimas con la combinación de transmisibilidades X10 y X7 respectivamente:

Tabla 6.16. Volúmenes de drenaje promedios bajo diferentes posiciones para los multiplicadores de transmisibilidad más probables

Ubicación	X7	X8	X9	X10	X11	X12
	Volumen de Drenaje, STB					
J=24	4'055.126,79	7'627.830,83	11'707.647,9	4'440.975,48	14'381.956,7	11'500.612,3
J=23	4'445.149,76	7'341.378,65	11'577.703,2	4'915.397,03	13'413.863,8	10'783.163
J=22	5'651.644,34	7'901.164,16	9'750.276,52	5'809.343,99	12'613.495,4	9'379.266,39

Una vez seleccionados los escenarios más probables que modelan el comportamiento del sector model, se procede a realizar el análisis para los demás pozos a fin de comprobar que ese escenario sea representativo para el sector

seleccionado, la cual se muestra en la tabla 6.17 para el escenario J=23 X7 y en la tabla 6.18 para el escenario J=24 X10:

Tabla 6.17. Comparación del volumen de drenaje del escenario J=23 X7

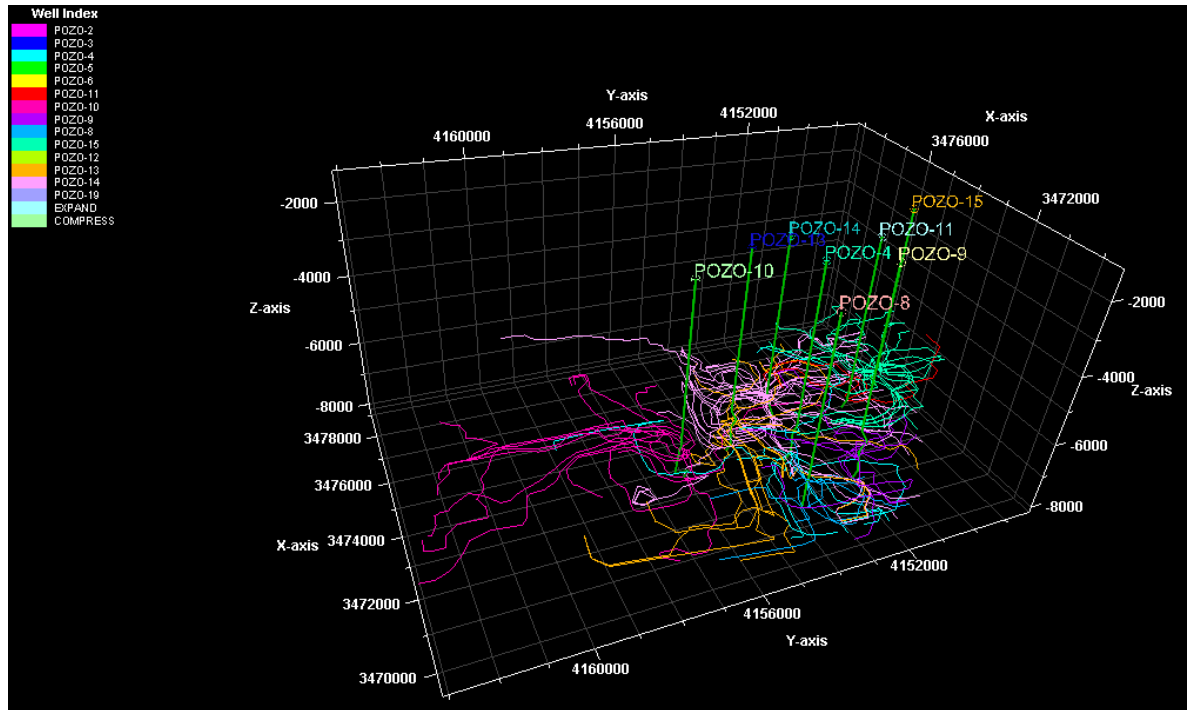
	Volumen de Drenaje Curva Declinación, STB	Volumen de Drenaje J=23 X7, STB	% Error
Pozo 4	1'510.200	1'769.365,527	17.2
Pozo 11	949.900	819.791,3592	13.7
Pozo 10	3'570.400	4'357.320,532	22.0
Pozo 9	1'757.100	1'915.798,653	9.0
Pozo 8	1'016.500	1'039.643,601	2.3
Pozo 15	4'801.800	4'712.653,571	1.8
Pozo 13	839.100	1'071.255,362	27.6
Pozo 14	4'412.700	4'266.152,947	3.3

Tabla 6.18. Comparación del volumen de drenaje del escenario J=24 X10

	Volumen de Drenaje Curva Declinación, STB	Volumen de Drenaje J=24 X10, STB	% Error
Pozo 4	1'510.200	1'750.117,549	15.8
Pozo 11	949.900	862.626,983	9.2
Pozo 10	3'570.400	4'492.232,618	25.8
Pozo 9	1'757.100	1'883.147,282	7.2
Pozo 8	1'016.500	1'281.661,834	26.1
Pozo 15	4'801.800	4'540.224,034	5.4
Pozo 13	839.100	1'149.795,163	37.0
Pozo 14	4'412.700	4'438.901,87	0.6

Para los dos escenarios es evidente la disminución considerable de los porcentajes de error en comparación con la tabla 6.3 la cual no tiene barrera de flujo. De estos dos grupos se escoge el escenario J=23 X7 debido a que presenta menor error relativo general determinando así la posición más probable y el valor del multiplicador de transmisibilidad más óptimo de todo el diseño experimental que se planteó. En la figura 6.25 se muestra los streamlines para este escenario.

Figura 6.25. Streamlines del sector model para el escenario J=23 X7



Tomado de: Petrel 2009

Por último, se hace necesario resumir todas las limitaciones empleadas en el uso de esta metodología para definir de manera general bajo qué condiciones se debe trabajar y poder darle una aplicabilidad práctica en su desarrollo para el estudio de campos reales:

- Yacimiento de aceite
- Condiciones de flujo pseudoestable
- No hay liberación de gas en el yacimiento
- Flujo radial laminar
- Yacimiento isotérmico
- No hayan cambios bruscos en el caudal y la presión del pozo
- Producción mínima de agua

CONCLUSIONES

Se demostró que aplicando esta metodología se puede determinar la comunicación entre pozos y sus volúmenes de drenaje, información con la cual se puede inferir la posible presencia de barreras de flujo que no se encuentran en el modelo geológico usando datos comúnmente disponibles como la respuesta de presión y la producción.

De acuerdo al análisis descrito es posible determinar que existe comunicación entre pozos, aún cuando el yacimiento se encuentra en sus primeras etapas de producción y se cuenta con poca información acerca del mismo.

El análisis de curvas de declinación resulta ser una herramienta poderosa para la ingeniería de yacimientos, ya que con poca información permite determinar diferentes propiedades del yacimiento de manera confiable e inferir con éstas comportamientos futuros.

Se demostró que la presencia de barreras de flujo tiene una influencia significativa en el desempeño de la declinación de los pozos.

Las ecuaciones de balance de materiales no son una buena herramienta para el cálculo de volúmenes de drenaje en pozos que se encuentran comunicados ya que no tiene en cuenta que tan fuerte es la comunicación existente entre ellos y por tanto no se define cuánto volumen se encuentran compartiendo.

El enfoque dado a las ecuaciones de balance de materiales puede modelar el flujo de líquido limitado a través de los compartimentos usando una reducción en las transmisibilidades de la barrera, pero deja de lado la resistencia interna al flujo de fluidos dentro de los compartimentos, los cuales son indicativos de por qué estos valores no son representativos en pozos que se encuentran comunicados.

El concepto de tiempo de vuelo “difusivo” permite calcular el volumen de drenaje en yacimientos altamente heterogéneos por medio de simulación streamline de una manera rápida y efectiva durante la declinación primaria del yacimiento.

Se observó que para este caso la magnitud del multiplicador de transmisibilidad de la barrera de flujo tiene un impacto más significativo en el cálculo del volumen de drenaje por medio de la simulación streamline que la ubicación de esta barrera de flujo.

Se mostró que mediante la realización de un Diseño Experimental y su posterior estudio mediante Análisis de Varianza se pudo tener una herramienta efectiva en la cuantificación de las incertidumbres de las características geológicas de un modelo de simulación para un yacimiento.

Se determinó que el Diseño Experimental y el enfoque dado por Simulación Montecarlo ayudan a diseñar un estudio sistemático de los cambios en la respuesta (volumen de drenaje en este caso) con respecto al cambio en las características geológicas tales como el cambio de transmisibilidades y la posición de barreras de flujo.

Se mostró que en el Diseño Experimental varios parámetros son variados simultáneamente dando la posibilidad de obtener la misma información como si se trabajara con cada parámetro a la vez, reduciendo así la cantidad de corridas del simulador lo cual tomaría bastante tiempo.

La estrategia de desarrollo de un campo puede tener un impacto significativo debido a la identificación de la ubicación y distribución espacial de barreras de flujo reflejado en la optimización de la posición de pozos infill particularmente en etapas tempranas del desarrollo del campo.

RECOMENDACIONES

Validar el uso de esta metodología en la aplicación de otros tipos de yacimientos y en campos que presenten o no complejidad estratigráfica determinando así la generalidad de la metodología propuesta.

De acuerdo a los resultados arrojados se recomienda hacer un análisis posterior para determinar si es necesario o no identificar zonas donde sería posible el posicionamiento de nuevos pozos infill para aumentar así la productividad del campo.

Aplicar las ventajas que ofrece el tiempo de vuelo “difusivo” no solo para efectos de caracterización del yacimiento en las cuales una diferencia con las curvas de declinación indican que algún componente geológico no se hubiese divisado en un principio, sino también para el ajuste histórico y posicionamiento de nuevos pozos productores.

Debido a que los valores de los multiplicadores de transmisibilidad fueron obtenidos mediante Simulación Montecarlo, los cuales fueron seleccionados aleatoriamente de un rango de valores, se sugeriría volver a realizar el análisis del Diseño Experimental con el fin de determinar el valor óptimo del multiplicador de transmisibilidad y determinar si el valor de volumen de drenaje calculado se aproxima más o no al valor base tomado en las curvas de declinación y qué tanto difiere con los resultados arrojados en esta prueba.

Realizar un análisis en este caso para los pozos que no fueron tomados en el sector model a fin de comprobar si posicionando la barrera en dicho sector el comportamiento del volumen de drenaje de estos pozos se acerca al calculado por las curvas de declinación o si se hace necesario ubicar nuevas barreras de flujo para este grupo.

NOMENCLATURA

A	Área de drenaje
b	Exponente de la curva de declinación de Arps/Fetckovich
b_{pss}	Constante en la ecuación pseudoestable para flujo de líquido
B	Factor volumétrico de la formación
B_g	Factor volumétrico del gas
B_{gi}	Factor volumétrico inicial de gas
B_{giny}	Factor volumétrico del gas inyectado
B_o	Factor volumétrico del aceite
B_{oi}	Factor volumétrico del aceite inicial
B_t	Factor volumétrico total (dos fases)
B_w	Factor volumétrico del agua
c_e	Compresibilidad efectiva
c_f	Compresibilidad de la formación
c_t	Compresibilidad total
c_o	Compresibilidad del aceite
c_w	Compresibilidad del agua
C_A	Factor de forma del área de drenaje
D_i	Tasa inicial de declinación
DF	Grado de libertad (Degree of Freedom)
$E_{f,w}$	Expansión de roca y fluidos
E_g	Expansión de la capa de gas
E_o	Expansión de aceite
F	Retiro de fluidos (Vaciamiento)
G	Gas inicial en el yacimiento
G_{iny}	Gas inyectado

G_p	Gas producido acumulado
h	Espesor de la formación
i	Integral
id	Integral derivativa
I_0	Función modificada de Bessel de la primera clase, orden cero
I_1	Función modificada de Bessel de la primera clase, primer orden
J_0	Índice de productividad
k	Permeabilidad de la formación
\vec{k}	Tensor de permeabilidad
K_0	Función modificada de Bessel de la segunda clase, orden cero
K_1	Función modificada de Bessel de la segunda clase, primer orden
m	Capa de gas inicial
m_1	Constante en la ecuación de estado pseudoestable para flujo de líquido
MP	Match Point
MSE_{Error}	Promedio cuadrado del error experimental
MS_{Loc}	Promedio cuadrado de la posición
MS_{Trans}	Promedio cuadrado de la transmisibilidad
N	Aceite original in situ
N_D	Volumen de drenaje
N_{Dac}	Volumen de drenaje con soporte de acuífero
N_p	Producción acumulativa de aceite
N_{pDd}	Función de producción acumulativa adimensional
N_{pi}	Producción acumulativa inicial de aceite
N_w	Volumen de agua
p_i	Presión inicial del yacimiento
p_{wf}	Presión de fondo fluyendo
\bar{p}_D	Transformada de LaPlace de la presión adimensional para tasa de flujo constante

q	Tasa de flujo de aceite
\bar{q}	Función de tasa integral
q_D	Función de tasa de flujo adimensional
q_{Dd}	Función de declinación de tasa adimensional
q_{Ddi}	Función de tasa integral adimensional
q_{Daid}	Función de tasa integral derivativa adimensional
q_i	Tasa inicial en superficie
$(q_i)_{max}$	Tasa de flujo inicial abierta en superficie
$q(t)$	Tasa de flujo en superficie a tiempo t
r	Distancia a lo largo de las trayectorias
r_D	Radio adimensional
r_e	Radio de drenaje
r_{eD}	Radio de drenaje adimensional
r_w	Radio del pozo
r_{wa}	Radio del pozo aparente
R_p	Relación gas-petróleo acumulada
R_s	Relación gas-petróleo
R_{si}	Relación gas-petróleo inicial
s_o	Saturación de aceite
s_w	Saturación de agua
S_{wi}	Saturación inicial de agua
SSY	Suma total de cuadrados
$SSError$	Suma de cuadrados del error experimental
$SSLoc$	Suma de cuadrados de la posición
$SSTrans$	Suma de cuadrados de la transmisibilidad
t	Tiempo
t_D	Tiempo adimensional
t_{Dd}	Tiempo de declinación adimensional
\bar{t}	Tiempo de balance de materia

\bar{t}_{Dd}	Tiempo de balance de materia adimensional
u	Variable del espacio Laplaciano adimensional
W_e	Intrusión de agua acumulada
W_{iny}	Agua inyectada
W_p	Agua producida acumulada
α_{dif}	Difusividad
Δp	Delta presión entre presión inicial y la presión promedio del yacimiento ($p_i - \bar{p}_{yto}$)
μ	Viscosidad del fluido
\vec{u}	Velocidad instantánea
\emptyset	Porosidad
γ	Constante de Euler
τ	Variable ficticia de integración, tiempo de vuelo
$\tau(x)$	Tiempo de vuelo "difusivo"
ρ	Compresibilidad efectiva para la streamfunction compresible
Ψ	Streamfunction de Lagrange
χ	Bistreamfunction en 3D
∇	Operador de gradiente
Δ	Operador de diferenciación
ξ	Distancia espacial a lo largo de la streamline
ω	Tasa constante (Forma exponencial)
π	Pi

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ¹**ZHONG HE**, Harshal Parikh and Akhil Datta-Gupta.: “Identifying Reservoir Compartmentalization and Flow Barriers Using Primary Production: A Streamline Approach”, SPE 77589, 2002.
- ²**ARPS**, J. J.: “Analysis of Decline Curves”, Trans., AIME (1945) 160, 228-247.
- ³**NIND**, T. W.: “Principles of Oil Well Production”, 2nd Edition, McGraw Hill, (1981)
- ⁴ **ARPS**, J. J.: “Estimation of Primary Oil Reserves”, Trans., AIME (1956) 207, 182-91
- ⁵**FETCKOVICH**, M. J.: “Decline Curve Analysis Using Type Curves”, JPT (June 1980), 1065-1077
- ⁶**MOORE**, T. V., SHILTHUIS, R. J., and HURST, W.: “The Determination of Permeability from Field Data”, Bull., API (May 1933) 211, 4
- ⁷**HURST**, R.: “Unsteady Flow of Fluids in Oil Reservoirs”, Physics (Jan. 1934) 5, 20
- ⁸**VAN EVERDINGER**, A. F. and HURST, W.: “The Application of the LaPlace Transformation to Flow Problems in Reservoirs”, Trans., AIME (1949) 186, 305-324
- ⁹**FETCKOVICH**, M. J.: “A Simplified Approach to Water Influx Calculations—Finite Aquifer Systems”, J. Pet. Tech. (July 1971) 814-823
- ¹⁰**EHLIG-ECONOMIDES**, C. A., and RAMEY, H. J. Jr.: “Transient Rate Decline Analysis for Wells Produced at Constant Pressure”, SPEJ (Feb. 1981) 98-104
- ¹¹**BLASINGAME**, T. A. and LEE, W. J.: “Variable-Rate Reservoir Limits Testing”, Paper SPE 15028, presented at the 1986 SPE Permian Basin Oil & Gas Recovery Conference, Midland, TX, March 13-14
- ¹²**DIETZ**, D. N.: “Determination of Average Reservoir Pressure from Buildup Surveys”, SPEFE (August 1965) 955-959

- ¹³**MUSKAT**, M.: "Flow of Homogeneous Fluids Through Porous Media", McGraw Hill Book Co., Inc., New York (1937)
- ¹⁴**FETCKOVICH**, M. J., *et al.*: "Decline Curve Analysis Using Type Curves – Case Histories", SPEFE (Dec. 1987) 637-656
- ¹⁵**BLASINGAME**, T. A., MCCRAY, T. C. and LEE, W. J.: "Decline Curve Analysis for Variable Pressure Drop-Variable Flowrate Systems", Paper SPE 21513 presented at the 1991 SPE Gas Technology Symposium, Houston, TX, January 23-24
- ¹⁶**MCCRAY**, T. M.: "Reservoir Analysis Using Production Decline Data and Adjusted Time", M.s. Thesis, Texas A&M University, College Station, TX 1990
- ¹⁷**PALACIO**, J. C. and BLASINGAME, T. A.: "Decline Curves Analysis Using Type Curves: Analysis of Gas Wells Production Data", Paper SPE 25909 presented at the 1993 SPE Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium, Denver, CO, April 12-14
- ¹⁸**FRAIM**, M. L.: "Multi-phase Decline Curve Analysis with Normalized Rate and Time", M.s. Thesis, Texas A&M U., College Station, TX 1988
- ¹⁹**STEHFEST**, H.: "Numerical Inversion of LaPlace Transforms", Communications of the ACM (January 1970), 13, N° 1, 47-49. (Algorithm 368 with Correction)
- ²⁰**MATTHEWS**, C. S., and RUSSELL, D. G.: "Pressure Buildup and Flow Tests in Wells", Monograph Series, Society of Petroleum Engineers of AIME, Richardson (1967) 1
- ²¹**SCHILTHUIS**, R., "Active Oil and Reservoir Energy", Trans. AIME, 1936 Vol. 18, p. 33
- ²²**HAVLENA**, D., and ODEH, A. S., "The Material Balance as an Equation of a Straight Line" JPT, August 1963, pp. 896-900
- ²³**HAVLENA**, D., and ODEH, A. S., "The Material Balance as an Equation of a Straight Line, Part II – Field Cases", JPT, July 1964, pp. 815-822
- ²⁴**SCHAFFER-PERINI**, A. L., and WILSON, J. L., "Efficient and Accurate Front Tracking for Two-Dimensional Ground-Water Flow Models", *Water Resour. Res.* (1991) 27, No. 7, 1471

- ²⁵ **BRATVEDT**, F. *et al.*, "A New Front Tracking Method for Reservoir Simulation", *SPE* (1992) 7, No. 1, 107
- ²⁶ **POLLOCK**, D. W., "Semianalytical Computation of Pathlines for Finite-Difference Models", *Groundwater* (1988) 26, No. 6, 743
- ²⁷ **DATTA-GUPTA**, A., and KING, M. J., "A Semianalytic Approach to Tracer Flow Modeling in Heterogeneous Permeable Media", *Adv. Water Resour.* (1995) 18 No. 1, 9
- ²⁸ **KING**, M. J., and DATTA-GUPTA, A., "Streamline Simulation: A Current Perspective", *In Situ* (1998) 22, 1
- ²⁹ **VASCO**, D. W., KARASAKI, K., and KEERS, H., "Estimation of Reservoir Properties Using Transient Pressure Data: An Asymptotic Approach", *Water Resour. Res.* (2000) 36, 3447-3465
- ³⁰ **CERVENY**, V., MOLOTKOV, I. A., and PSENSIK, I., "The Ray Method in Seismology", Charles University Pres., Prague (1978)
- ³¹ **VIREUX**, J., FLORES-LUNA, C. and GIBERT, D., "Asymptotic Theory for Diffusive Electromagnetic Imaging", *Geophys. J.Int.* (1994) 119, 857-868
- ³² **KULKARNI**, K. N., DATTA-GUPTA, A., and VASCO, D. W., "A Streamline Approach to Integrating Transient Pressure Data Into High Resolution Reservoir Models", *SPEJ* (2001) 6, No. 3, 273-282
- ³³ **LEE**, W. J., "Well Testing", *SPE Textbook Series*, SPE (1982)
- ³⁴ **VASCO**, D. W., and FINSTERLE, S., "Numerical Trajectory Calculations for the Efficient Inversion of Transient Flow and Tracer Observations", *Water Resour. Res.* (2004) 40, W01507, DOI: 10.1029/2003WR002362
- ³⁵ **DATTA-GUPTA**, A., *et al.*, "Streamlines, Ray Tracing and Production Tomography: Generalization to Compressible Flow", *Pet. Geosci.* (2001) 7, S75-S86 (special supplement on Geostatistics)

³⁶**HE**, Z., DATTA-GUPTA, A., and VASCO, D. W., “Rapid Inverse Modeling of Pressure Interference Tests Using Trajectory-Based Travel Time and Amplitude Matching”, *Water Resources Research* (2006) 42, W03419, doi:10.1029/2004WR003783

³⁷**OROZCO**, A. F., ROCHA, N. A., “Determinación de Potenciales (IPR) en Pozos Horizontales y Desviados para el Flujo en Dos Fases Usando una Herramienta Software Basada en Simulación Montecarlo”, Tesis de Grado, Universidad Industrial de Santander, 2008

³⁸**JIMENEZ**, E., “Introducción al Análisis Multivariable (Primera Parte)”, Curso 2004-2005

BIBLIOGRAFÍA

- BEAR**, J., "Dynamics of Fluid in Porous Media", Dover Publications, New York (1972)
- BRATVEDT**, F. *et al.*, "A New Front Tracking Method for Reservoir Simulation", *SPEE* (1992) 7, No. 1, 107
- CHORIN**, A. J., "Numerical Study of Slightly Viscous Flow", *Fluid Mech.* (1973) 57, No. 4, 785
- CRAFT**, B.C., and **HAWKINS**, M. (Revised by Terry, R. E.), "Applied Petroleum Reservoir Engineering", 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991
- EMANUEL**, A. S., *et al.*, "Reservoir Performance Prediction Methods Based on Fractal Geostatistics", *SPEE* (1989) 4, No. 3, 311
- EMANUEL**, A. S., and **MILIKEN**, W. J., "The Application of Streamtube Techniques to Full Field Waterflood Simulations", *SPEE* (1997) 12, No. 3, 211
- FAY**, C. H. and **PRATTS**, M., "The Application of Numerical Method to Cycling and Flooding Problems", *Proceeding of the 3rd World Petroleum Congress* (1951)
- GLIMM**, J. *et al.*, "Front Tracking for Hyperbolic Systems", *Adv. Appl. Math.* (1981) 2, 91
- HEWETT**, T., and **BEHRENS**, R., "Scaling Laws in Reservoir Simulation and Their Use in a Hybrid Finite Difference/Streamtube Approach to Simulating the Effects of Permeability Heterogeneity", *Reservoir Characterization II*, L. Lake and H. B. Carroll (eds.), Academic Press Inc., London (1991) 402
- HIGGINGS**, R. V. and **LEIGHTON**, A. J., "A Computer Method to Calculate Two-Phase Flow in Any Irregularly Bounded Porous Medium", *JPT*, (1962) 14, No. 6, 679
- LAKE**, L. W., **JOHNSTON**, J. R., and **STEGEMEIER**, G. L., "Simulation and Performance Prediction of a Large-Scale Surfactant/Polymer Project", *SPEJ* (1981) 21, No. 12, 731
- LeBLANC**, J. L. and **CLAUDLE**, B. H., "A Streamline Model for Secondary Recovery", *SPEJ* (1971) 11, No 1, 7-12

MARTIN, J. C. and **WEGNER**, R. E., “Numerical Solution of Multiphase Two-Dimensional Incompressible Flow Using Streamtube Relationships”, SPEJ 1979 19, 313

MATHEWS, J. L., **EMANUEL**, A. S., and **EDWARDS**, K. A., “Fractal Methods Improve Miscible Predictions”, JPT (1989) 41, 1136

MOREL-SEYTOUX, H., “Unit Mobility Ratio Displacements Calculations for Pattern Floods in Homogeneous Medium”, SPEJ (1966) 6, No. 3, 217-227

OSHER, S. and **SETHIAN**, J. A., “Fronts Propagating with Curvature-Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulation”, *J. Comput. Phys.* (1988) 79, 12

Ph.D. ESCOBAR, F. H., “Fundamentos de Ingeniería de Yacimientos”, p. 109-125

PITTS, G. N., and **CRAWFORD**, P. B., “Low Areal Sweep Efficiencies in Flooding Heterogeneous Rocks”, SPE 2266 Presented in 9th Biennial Symposium, Production Techniques, Wichita Falls, Texas, 14-15 May 1970

SETHIAN, J. A., “Level Set Methods”, Cambridge University Press (1996)

ANEXO. DEDUCCIÓN DE LAS ECUACIONES PARA CURVAS DE DECLINACIÓN

Solución analítica (Presión constante al límite interior)

Fetckovich⁹ presentó una aproximación simplificada para los cálculos de entrada de agua para sistemas finitos que dieron resultados comparados favorablemente con las más rigurosas soluciones analíticas de presión constante. De la ecuación 3 de esta publicación, para una presión constante p_{wf} , se puede escribir como:

$$\frac{q(t)}{q_i} = e^{-\left[\frac{q_i t}{\left(1 - \frac{p_{wf}}{p_i}\right) N_{pi}}\right]} \quad (\text{A. 1})$$

La ecuación A.1 puede ser considerada como una deducción de la ecuación de la declinación exponencial en términos de variables del yacimiento y de la presión constante impuesta en el pozo. Para el mismo pozo, valores diferentes de presión de fondo constante p_{wf} siempre resultará en una declinación exponencial. Por ejemplo, el nivel de la presión de fondo no cambia el tipo de declinación. Para $p_{wf} = 0$, una suposición más realista para un pozo en completa declinación es:

$$\frac{q(t)}{q_i} = e^{-\left[\frac{(q_i)_{max}}{N_{pi}}\right]t} \quad (\text{A. 2})$$

en términos de una curva de declinación exponencial en la ecuación 2.1, D_i se define como:

$$D_i = \frac{(q_i)_{max}}{N_{pi}} \quad (\text{A. 3})$$

en términos de un tiempo adimensional para el análisis de la curva de declinación se obtiene de la ecuación 2.5 y A.3:

$$t_{Dd} = \left[\frac{(q_i)_{max}}{N_{pi}} \right] t \quad (\text{A.4})$$

definiendo N_{pi} y $(q_i)_{max}$ en términos de variables de yacimiento:

$$N_{pi} = \frac{\pi(r_e^2 - r_w^2)\phi c_t h p_i}{5.615B} \quad (\text{A.5})$$

y

$$(q_i)_{max} = \frac{kh p_i}{141.3\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (\text{A.6})$$

El tiempo adimensional en términos de variables de yacimiento llega a ser:

$$t_{Dd} = \frac{0.0034kt}{\phi \mu c_t r_w^2} * \frac{1}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_w}\right)^2 - 1 \right] \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (\text{A.7})$$

o

$$t_{Dd} = \frac{t_D}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_w}\right)^2 - 1 \right] \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (\text{A.9})$$

Para obtener una curva de declinación de la tasa adimensional q_{Dd} en términos de q_D :

$$q_{Dd} = \frac{q(t)}{q_i} = q_D \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right] \quad (\text{A.10})$$

o

$$q_{Dd} = \frac{\frac{q(t)}{kh(p_i - p_{wf})}}{141.2\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_w}\right) - \frac{1}{2} \right]} \quad (\text{A.11})$$

Análisis De Tasa Variable Por Blasingame (Tasa Variable)

En 1993, Palacio y Blasingame¹⁷ desarrollaron una solución para el caso general de cambios de tasa y caídas de presión tanto para el flujo de un líquido como para un gas en una sola fase. Los autores dedujeron este método rigurosamente de la ecuación de flujo pseudoestable de la siguiente manera. Recordando la ecuación de flujo pseudoestable, Ec. 2.13, tomando su recíproco y la definición del tiempo de balance de materia \bar{t} , Ec. 2.16, se tiene:

$$\frac{q}{\Delta p} = \frac{1}{[m_1 \bar{t} + b_{pss}]} \quad (\text{A. 12})$$

reordenando los resultados,

$$b_{pss} \frac{q}{\Delta p} = \frac{1}{\left[1 + \frac{m_1}{b_{pss}} \bar{t}\right]} \quad (\text{A. 13})$$

o reduciendo a una notación abreviada, se tiene:

$$\frac{q/\Delta p}{(q/\Delta p)_{int}} = \frac{1}{[1 + D_i \bar{t}]} \quad (\text{A. 14})$$

donde el término $(q/\Delta p)_{int}$ es definido como:

$$(q/\Delta p)_{int} = \frac{1}{b_{pss}} = \frac{1}{70.6} \frac{kh}{B\mu} \frac{1}{\ln\left(\frac{4}{e^{\gamma}} \frac{A}{C_A r_{wa}^2}\right)} \quad (\text{A. 15})$$

y el término D_i es definido como:

$$D_i = \frac{m_1}{b_{pss}} = 7.9545 \times 10^{-2} \frac{k}{\ln\left(\frac{4}{e^{\gamma}} \frac{A}{C_A r_{wa}^2}\right)} \frac{\phi \mu c_t A}{\quad} \quad (\text{A. 16})$$

Haciendo la reducción final de la ecuación A.14 se tiene:

$$q_{Dd} = \frac{1}{[1 + \bar{t}_{Dd}]} \quad (\text{A. 17})$$

donde las definiciones de \bar{t}_{Dd} y q_{Dd} para este caso, están dadas por:

$$\bar{t}_{Dd} = D_i \bar{t} \quad (\text{A. 18})$$

y

$$q_{Dd} = \frac{q/\Delta p}{(q/\Delta p)_{int}} \quad (\text{A. 19})$$

reemplazando las ecuaciones 2.4 y 2.5 en la 2.3 se tiene que:

$$q_{Dd} = \frac{1}{[1 + t_{Dd}]} \quad (\text{A. 20})$$

Antecedentes de la producción acumulativa adimensional

Fraim¹⁸ desarrolló unas curvas de declinación para la producción acumulativa en un pozo produciendo a presión constante para un yacimiento circular. La producción acumulativa está dada por:

$$N_p = \int_0^t q d\tau \quad (\text{A. 21})$$

cuya solución en forma adimensional es:

$$N_{pDd} = \int_0^{t_{Dd}} q_{Dd} d\tau \quad (\text{A. 22})$$

El equivalente de N_{pDd} puede ser determinado por:

$$dt_{Dd} = \frac{0.00634k}{\frac{\phi \mu c_t r_{wa}^2}{\frac{1}{2} \left[\left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right)^2 \right] \left[\ln \left(\frac{r_e}{r_{wa}} \right) - \frac{3}{4} \right]}} dt \quad (\text{A. 23})$$

y reemplazando las ecuaciones 2.12 y A.22 en la ecuación A.21, se tiene:

$$N_{pDd} = \frac{1.792B}{\phi c_t h (r_e^2 - r_{wa}^2) (p_i - p_{wf})} \int_0^t q(t) d\tau$$

$$= \frac{1.792BN_p}{\phi c_t h (r_e^2 - r_{wa}^2) (p_i - p_{wf})} \quad (\text{A. 24})$$

y si

$$q_i = \frac{kh(p_i - p_{wf})}{141.2\mu B \left[\ln\left(\frac{r_e}{r_{wa}}\right) - \frac{3}{4} \right]} \quad (\text{A. 25})$$

Combinando las ecuaciones 2.20 y A.25, la ecuación A.24 es equivalente a:

$$N_{pDd} = \frac{D_i N_p}{q_i} \quad (\text{A. 26})$$

Relaciones adimensionales de Arps para la producción acumulativa

Dada la definición de producción acumulativa adimensional, mostrada en la ecuación A.22, se presentan diferentes casos de producción acumulativa cuando el yacimiento se encuentra en declinación:

- Caso Hiperbólico ($0 < b < 1$): Sustituyendo la ecuación 2.2 en la ecuación A.21:

$$N_p = \int_0^t \frac{q_i}{[1 + bD_i\tau]^{1/b}} d\tau \quad (\text{A. 27})$$

o

$$N_p = \frac{q_i}{(1-b)D_i} \left[1 - (1 + bD_i t)^{(1-1/b)} \right] \quad (\text{A. 28})$$

Sustituyendo la ecuación A.28 en la ecuación A.26, se obtiene:

$$N_{pDd} = \frac{1}{1-b} [1 - [1 + bt]^{(1-1/b)}] \quad (\text{A. 29})$$

en términos de t_{Dd} y q_{Dd} :

$$N_{pDd} = \frac{1}{1-b} [1 - q_{Dd}(1 + bt_{Dd})] \quad (\text{A. 30})$$

en términos de q_{Dd} :

$$N_{pDd} = \frac{1}{1-b} [1 - q_{Dd}^{(1-b)}] \quad (\text{A. 31})$$

- Caso Exponencial ($b = 0$): Combinando las ecuaciones 2.2 y 2.4 y reagrupando:

$$[1 + bD_i t] = q_{Dd}^{-b} \quad (\text{A. 32})$$

o

$$[1 + bD_i t]^{(1-1/b)} = (q_{Dd})(q_{Dd}^{-b}) \quad (\text{A. 33})$$

Sustituyendo la ecuación A.33 en la ecuación A.29:

$$N_{pDd} = \frac{1}{1-b} [1 - q_{Dd}^{(1-b)}] \quad (\text{A. 34})$$

Para el caso exponencial la ecuación A.34 se convierte en:

$$N_{pDd} = [1 - q_{Dd}] \quad (\text{A. 35})$$

en términos de t_{Dd} :

$$N_{pDd} = [1 - e^{(-t_{Dd})}] \quad (\text{A. 36})$$

- Caso Armónico ($b = 1$): Se integra la ecuación A.20:

$$N_{pDd} = \int_0^{t_{Dd}} \frac{1}{[1 + \tau]} d\tau \quad (\mathbf{A.37})$$

o

$$N_{pDd} = \ln(1 + t_{Dd}) \quad (\mathbf{A.38})$$

en términos de q_{Dd} :

$$N_{pDd} = \ln\left(\frac{1}{q_{Dd}}\right) = -\ln(q_{Dd}) \quad (\mathbf{A.39})$$