

**EQUILIBRIO EN FUNCIONES DE SUMINISTRO PARA EL MERCADO
ELÉCTRICO**

JUAN FELIPE ORTIZ PORRAS

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECANICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2010**

**EQUILIBRIO EN FUNCIONES DE SUMINISTRO PARA EL MERCADO
ELÉCTRICO**

JUAN FELIPE ORTIZ PORRAS

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniero Electricista.

Directores:

Dr. JOSÉ VILLAR COLLADO

Dr. FCO. ALBERTO CAMPOS FERNANDEZ

Codirector:

Dr. GERARDO LATORRE BAYONA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA Y
TELECOMUNICACIONES
BUCARAMANGA
2010**

DEDICATORIA

A Dios por darme tesón, sabiduría y paciencia.

A mis padres y mis hermanos por su apoyo y amor incondicional

*A la familia Porras Esmeral y Cristian Díaz por brindarme amistad y un hogar
en mi estadía en España.*

A mis amigos por alegrarme la vida

TABLA DE CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	11
1 Planteamiento básico del Equilibrio con funciones de oferta lineales.	13
1.1 Resolución del equilibrio mediante optimización.	18
1.2 Conjeturas de equilibrio.	21
2 Planteamiento básico del Equilibrio con funciones de oferta cuadráticas.	29
2.1 Derivada parcial de la función de beneficio respecto a P_e^0 , α_e y β_e .	30
2.2 Resolución de cada punto de equilibrio considerando funciones de suministro cuadráticas.	35
2.3 Algoritmo propuesto para determinar los parámetros α_e y β_e .	37
3 Equilibrio de mercado con funciones de oferta lineal Vs. Equilibrio de mercado con funciones de oferta cuadráticas. Un caso ejemplo.	41
3.1 Pendientes de oferta resultantes.	44
3.1.1 Demanda igual a 500(+/-) 500*0.01% [MW].	44
3.1.2 Demanda igual a 500(+/-) 500*10% [MW].	46
3.1.3 Demanda igual a 500(+/-) 500*50% [MW].	48
4 CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES.	50
BIBLIOGRAFÍA	52
ANEXOS	

LISTA DE FIGURAS.

	Pág.
Fig. 1 Función de oferta Lineal.	14
Fig. 2 Precio marginal con curvas de oferta continua.	15
Fig. 3 Equilibrio con funciones de suministro lineal ante la ausencia de incertidumbre.	23
Fig. 4 Estimación de la pendiente de la función de oferta lineal con incertidumbre en la demanda.	25
Fig. 5 Algoritmo Iterativo para la optimización de las pendientes de oferta de los generadores	27
Fig. 6 Equilibrio con funciones de suministro cuadráticas ante la ausencia de incertidumbre	32
Fig. 7 Estimación de los parámetros de la función de oferta cuadrática con incertidumbre en la demanda.	33
Fig. 8 Algoritmo propuesto para la estimación de π .	37
Fig. 9 Algoritmo Iterativo para la optimización de los parámetros de oferta de los agentes.	39
Fig. 10 Algoritmo propuesto para la estimación de α y β .	40
Fig. 11 Funciones de costo por empresa.	42
Fig. 12 Curva de costes marginales agregada del sistema.	43
Fig. 13 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2 (Lineal Vs Cuadrático) $D=500(+/-) 500*0.01%$ [MW]	44
Fig. 14 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada $D=500(+/-) 500*0.01%$ [MW]	45
Fig. 15 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada $D=500(+/-) 500*10%$ [MW]	46
Fig. 16 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2 (Lineal Vs Cuadrático) $D=500(+/-) 500*10%$ [MW]	47
Fig. 17 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada $D=500(+/-) 500*50%$ [MW]	48
Fig. 18 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2 (Lineal Vs Cuadrático) $D=500(+/-) 500*50%$ [MW]	49
Fig. 19 Ajuste de una función cuadrática a través de tres puntos.	60
Fig. 20. Variación de las producciones ante la disminución en la incertidumbre de la demanda (Caso Lineal)	65
Fig. 21. Variación de las producciones ante la disminución en la incertidumbre de la demanda (Caso Cuadrático)	65

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO 1 CÁLCULO DE LAS DERIVADAS DE SEGUNDO ORDEN DE LA FUNCIÓN DE BENEFICIO RESPECTO A SUS VARIABLES DE DECISIÓN.	54
ANEXO 2 INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE PARA TRES PUNTOS.	60
ANEXO 3 DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA DE LA EQUIVALENCIA ENTRE LAS PENDIENTES DE OFERTA DEL MODELO LINEAL Y EL CUADRÁTICO EN EL ENTORNO DEL EQUILIBRIO.	63
ANEXO 4 ALGORITMO PARA DETERMINAR LAS CONJETURAS DE LOS AGENTES MEDIANTE FUNCIONES DE OFERTA LINEALES.	70
ANEXO 5 ALGORITMO PARA DETERMINAR LAS CONJETURAS DE LOS AGENTES MEDIANTE FUNCIONES DE OFERTA CUADRÁTICAS.	83

RESUMEN

TÍTULO: EQUILIBRIO EN FUNCIONES DE SUMINISTRO PARA EL MERCADO ELÉCTRICO*.

AUTOR: JUAN FELIPE ORTIZ PORRAS.**

Palabras clave: funciones de suministro, mercados eléctricos, cálculo conjetural.

DESCRIPCIÓN

En la literatura existen diversos modelos que mediante el cálculo de las conjeturas de equilibrio, permiten establecer las estrategias de los agentes generadores, en un mercado competitivo.

En la diversidad de métodos de cálculo conjetural, se ha abordado un caso en especial. En el Instituto de Investigación Tecnológica de la Universidad Pontificia Comillas (IIT), se ha venido trabajando en uno de estos métodos, el cual pretende calcular las conjeturas de equilibrio, asumiendo que las funciones de suministro de los agentes se modelan mediante funciones de tipo lineal trabajando en escenarios de demanda cercanos al esperado. Es sabido que las funciones de suministro de los agentes, no tienen un comportamiento lineal, pero si se trabaja en escenarios de demanda cercanos al equilibrio, es decir si se considera que la incertidumbre que se da en la demanda esperada del sistema es cercana a cero, en este tramo de demanda las funciones de suministro asumen este comportamiento. Estas fueron las consideraciones hechas por los investigadores C.A Díaz, J. Villar y F.A. Campos del IIT, y bajo esta suposición, formularon las condiciones de equilibrio y posteriormente el cálculo conjetural.

Mediante la implementación de un nuevo método de cálculo conjetural, considerando funciones de suministro no lineales (función cuadrática), se pretende demostrar mediante un caso ejemplo, que trabajando en escenarios de demanda cercanos al equilibrio, los resultados obtenidos mediante ambos métodos son similares.

* Trabajo de Grado. Modalidad Investigación.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Directores: Jose Villar Collado y Fco. Alberto Campos Fernández. Co-Director: Gerardo Latorre Bayona.

ABSTRACT

TITLE: SUPPLY FUNCTIONS EQUILIBRIUM TO THE ELECTRICAL MARKET*

AUTHOR: JUAN FELIPE ORTIZ PORRAS**

Key words: supply functions, electrical markets, conjectural calculation.

DESCRIPTION

In the literature there are various models by calculating of conjectures equilibrium, allow for the strategies of competitors in a competitive market.

In the diversity of conjectural calculation methods has been addressed one case in particular. At the Institute for Technological Research of the University Pontificia Comillas (IIT) has been working in one of these methods, which aims at estimating the conjectures of balance, assuming that the supply functions agents are modeled by linear functions, working scenarios close to the expected demand. It is known that the supply functions of the agents don't have a linear behavior, but if you work in settings demand close to equilibrium, if we consider that uncertainty that occurs in the expected demand of the system is close to zero, in this installment of demand functions supply assume this behavior. These were the considerations made by researchers C.A Díaz, J. Villar y F.A. Campos at the IIT, and under this assumption, formulated the equilibrium conditions and conjectural calculation later.

We by implementing a new method of calculation conjectural, considering non-linear supply functions (quadratic function), we intend to demonstrate that working in demand scenarios close to balance, the results obtained by both methods are similar.

* Final Graduation Work. Research Mode.

** Physico-Mechanicals Faculty. Electrical, Electronic and Telecommunications School. Directors: Jose Villar Collado & Fco. Alberto Campos Fernández. Co-Director: Gerardo Latorre Bayona.

INTRODUCCIÓN

Dada la voluntad de introducir competencia entre los agentes generadores del sistema, han aparecido los llamados mercados de energía. Estos mercados funcionan de tal manera que los agentes generadores y compradores hacen sus ofertas y las envían al operador del mercado, quien se encarga de fijar el precio marginal del sistema o precio de casación.

En mercados eléctricos competitivos, los agentes generadores tienen un cierto poder de mercado, el cual pueden ejercer o no. Ejercer o no ejercer el poder de mercado, ha sido considerado un factor determinante en los mercados eléctricos, ya que puede influir o hacer reformas en las estrategias de los demás agentes. Este ha sido estudiado y analizado a mediano y corto plazo mediante modelos matemáticos. La mayoría de los modelos han sido propuestos en la literatura y han tomado como base fundamental el equilibrio de Nash, el cual busca maximizar simultáneamente todas las producciones de los agentes generadores siendo las estrategias de sus competidores fijas, conocidas y óptimas.

Un modelo particular, que ha sido probado para ser sensible a la reacción de los agentes generadores dadas las estrategias de sus competidores y a la representación de la demanda del sistema, ha sido el equilibrio de Cournot, el cual representa las estrategias de los agentes generadores en función de sus producciones.

Este modelo de Cournot se mejora mediante el uso de los CVE (Conjectural Variational Equilibriums). Estos consideran las conjeturas para estimar la reacción de los competidores. El principal problema de las aproximaciones conjeturales, es la complejidad que existe para determinar los valores de las conjeturas, ya que se requiere el uso de distintos métodos matemáticos, aunque la mayoría de estos casos son equivalentes.

En este trabajo se presenta el planteamiento básico del equilibrio de mercado con funciones de oferta lineales y también con funciones de oferta cuadráticas. La primera parte corresponde a la síntesis del trabajo realizado en el Instituto de Investigación Tecnológica –IIT- por los investigadores C.A. Díaz, J. Villar y F.A. Campos. Por su parte, el equilibrio de mercado con funciones de oferta cuadrática corresponde al trabajo desarrollado por el autor de este proyecto, durante su estancia en el IIT. Finalmente el documento contiene un caso ejemplo en el que se compara el equilibrio de mercado utilizando funciones de oferta lineales, con el desarrollado utilizando funciones de oferta cuadráticas.

1. Planteamiento básico del Equilibrio con funciones de oferta lineales[†].

Sean E agentes generadores, con las siguientes curvas de ofertas lineales:

$$P_e(\pi_0, P_e^0) = P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0 \quad (1)$$

Donde π_0 es el precio ofertado, y en donde las variables de decisión del problema que se pretende resolver son la ordenada en el origen P_e^0 de las curvas de oferta de los agentes (ver **Fig. 1.**)

[†] Este planteamiento fue propuesto por los investigadores C.A. Díaz, J. Villar y F.A. Campos, miembros del Instituto de Investigación Tecnológica (IIT) de la Universidad Pontificia Comillas (Madrid-España) (ver [1] y [2]).

[1] C. A. Díaz, F. A. Campos, J. Villar, and M. Rodríguez, "A New Algorithm to Compute Conjectured Supply Functions Equilibrium in Electricity Markets," *Submitted IEEE Transaction on Power Systems*.

[2] C. A. Díaz, F. A. Campos, and J. Villar, "Linear supply functions determination in electricity market equilibrium," presented at XIV Congreso Latino Ibero Americano de Investigación de Operaciones - CLAIO 2008, Cartagena de Indias, Colombia, 9-12 Septiembre 2008, 2008.

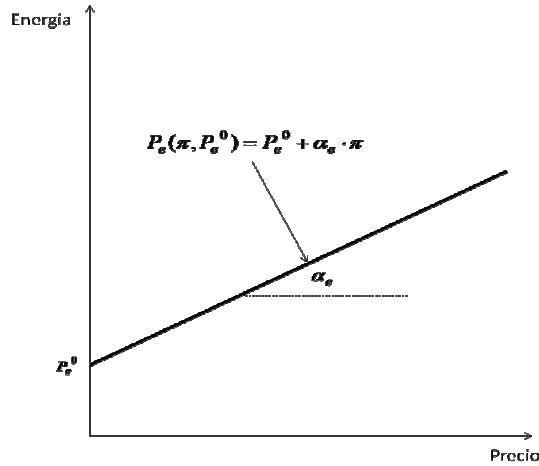


Fig. 1 Función de oferta Lineal.

El beneficio de cada agente viene dado por la producción casada por el precio de mercado menos su coste producción, función de la cantidad producida, en este caso:

$$B_e(\pi, P_e^0) = \pi \cdot P_e(\pi, P_e^0) - C_e(P_e(\pi, P_e^0)) \quad (2)$$

Donde c_e es la función de coste de producción para cada agente generador. Obsérvese que la producción que se remunera a precio marginal en la función de beneficio coincide con la producción ofertada para dicho precio, lo que difiere del mecanismo de casación de los mercados de electricidad reales. En efecto, en éstos las curvas de oferta son escalonadas, y el precio de la última oferta casada de un generador puede ser igual pero también inferior al precio marginal, ya que las curvas de oferta de los agentes son escalonadas, y típicamente un único bloque de energía de un único generador es el que fija el precio marginal. Cuando las curvas son continuas, como se ha considerado, y se ignoran las limitaciones de potencia, la casación siempre se alcanza en el precio marginal (ver **Fig. 2**), para cualquiera de los agentes.

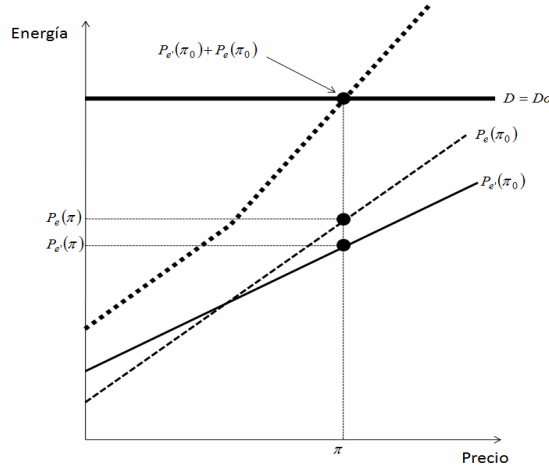


Fig. 2 Precio marginal con curvas de oferta continua.

Como la producción de cada agente responde a su correspondiente curva de oferta, se tiene:

$$B_e(\pi, P_e^0) = \pi \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0) - C_e((P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0)) \quad (3)$$

Para funciones de beneficio continuas, como ocurre en este caso, el punto de equilibrio se obtiene igualando a cero la derivada parcial del beneficio de cada agente respecto de sus variables de decisión o estrategia, en este caso P_e^0 :

$$\frac{\partial B_e(\pi, P_e^0)}{\partial P_e^0} = \frac{\partial (\pi \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0) - C_e((P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0)))}{\partial P_e^0} = 0 \quad (4)$$

Al ser $\frac{\partial P_e(\pi, P_e^0)}{\partial P_e^0} = 1$, derivar respecto a P_e^0 o P_e es equivalente, y se tiene por

ello:

$$\frac{\partial B_e}{\partial P_e^0} = \frac{\partial \pi}{\partial P_e} \cdot P_e + \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} = 0 \quad (5)$$

Como las derivadas anteriores tienen que ser nulas, las ecuaciones de equilibrio resultan ser las siguientes[‡]:

$$0 = \frac{\partial \pi}{\partial P_e} \cdot P_e + \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E \quad (6)$$

Una vez reordenadas y añadida la ecuación de balance entre generación y demanda, las ecuaciones de equilibrio son:

$$\begin{aligned} \pi &= \theta_e \cdot P_e + \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \\ \sum_{e=1, \dots, E} P_e &= D_o \end{aligned} \quad e = 1, \dots, E \quad (7)$$

En donde $\theta_e = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e}$ es la pendiente de la demanda residual de cada generador, también denominada conjetura, que está directamente relacionada con las pendientes de las curvas de oferta de la competencia, tal y como se demuestra en la siguiente ecuación (ver[3]):

[‡] Una condición suficiente para que el equilibrio sea efectivamente un máximo de la función de beneficio, es que la función de coste sea convexa, es decir, que su función de coste marginal sea creciente (ver [Error! No se encuentra el origen de la referencia].).

[3] J. Barquín, E. Centeno, and J. Reneses, "Medium-term generation programming in competitive environments: A new optimization approach for market equilibrium computing," *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, vol. 151, (1), pp. 119-126, 2004.

$$\begin{aligned}
D_o &= \sum_{e=1, \dots, E}^E P_e(\pi) \\
\Rightarrow D_o &= \sum_{e'=1, \dots, E}^E (P_{e'}^0 + \alpha_{e'} \cdot \pi) + P_e(\pi) \\
\Rightarrow \frac{\partial P_e}{\partial \pi} &= - \sum_{e' \neq e} \alpha_{e'} \\
\Rightarrow \theta_e &= - \frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} \alpha_{e'}}
\end{aligned} \tag{8}$$

Por lo tanto, puesto que en el planteamiento básico de

□ y □, las pendientes de las curvas de oferta son entradas, las conjeturas son también entradas y el problema se puede formular de forma equivalente en función de las primeras o en función de las segundas. Las pendientes de oferta pueden despejarse en función de las conjeturas como se muestra en la siguiente ecuación (ver □):

$$\alpha_e = \frac{1}{E-1} \left(\sum_{e' \neq e} \frac{1}{\theta_{e'}} - \frac{E-2}{\theta_e} \right) \tag{9}$$

Esta última ecuación proporciona los valores de las pendientes de oferta cuando las entradas del modelo son las pendientes de las curvas de la demanda residual. Permite formular el equilibrio en los parámetros θ_e o α_e indistintamente.

A lo largo de este documento se ha supuesto que la demanda es inelástica, pero la consideración de la elasticidad en la demanda afecta exclusivamente el valor de la pendiente de la demanda residual, y no al procedimiento de cálculo de las ecuaciones de equilibrio. Para el caso elástico, si α_0 es la pendiente de la demanda como función del precio demandado se tiene:

$$\theta_e = \frac{1}{\alpha_0 + \sum_{e' \neq e} \alpha_{e'}} \quad (10)$$

En este caso las pendientes de oferta en función de las conjeturas y de la pendiente de la demanda resultan ser:

$$\alpha_e = \frac{1}{E-1} \left(\sum_{e' \neq e} \frac{1}{\theta_{e'}} - \frac{E-2}{\theta_e} - \alpha_0 \right) \quad (11)$$

1.1. Resolución del equilibrio mediante optimización.

El sistema de ecuaciones obtenido en el apartado anterior (Ecuaciones de equilibrio) se puede resolver a través de la optimización de un modelo de programación matemática. Para ello se puede emplear el modelo descrito en ([1] y [2]). En este apartado se expone una demostración alternativa de lo expuesto en ([1] y [2]), que permite resolver el equilibrio expuesto en (7), mediante un modelo de optimización cuadrático equivalente. La descripción pretende ser intuitiva, sin por ello perder rigor.

La idea de transformar la resolución de las ecuaciones (7) en la optimización de una función objetivo F , es encontrar un factor integrando F que dependiendo de todas las variables empleadas en las ecuaciones cumpla[§]:

[§] Habría que probar también que la función de optimización es convexa, lo que puede demostrarse imponiendo la condición de que su matriz Hessiana sea definida positiva. Esta demostración por simplicidad no ha sido recogida en este documento, aunque puede consultarse en [3].

[4] D. P. Bertsekas, *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. London: Academic Press, 1982.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} = 0, e = 1, \dots, E \\ \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \pi} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{Ecuaciones de equilibrio} \quad (12)$$

De esta forma F coincidiría con la función objetivo a optimizar dado que resolver un modelo de optimización (sin restricciones, como por ahora lo estamos suponiendo) es equivalente a plantear las derivadas parciales respecto de sus variables de decisión, e igualarlas a cero, es decir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} = 0, e = 1, \dots, E \\ \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \pi} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{Opt } F(\pi, P_1, \dots, P_E) \quad (13)$$

En la literatura existen distintos métodos para proponer factores integrando, algunos de los cuales implican la integración de los términos de las ecuaciones. Si integramos el lado derecho de las ecuaciones de equilibrio y sumamos los resultados obtenidos, la función F puede formularse como sigue:

$$\begin{aligned} F(\pi, P_1, \dots, P_E) = & \\ & \sum_{e=1, \dots, E} \int \left[\theta_e \cdot P_e + \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \right] \cdot dP_e + G(\pi, P_1, \dots, P_E) = \\ & \sum_{e=1, \dots, E} \left[\theta_e \cdot \frac{(P_e)^2}{2} + C_e(P_e) \right] + G(\pi, P_1, \dots, P_E) \end{aligned} \quad (14)$$

De esta forma se cumple:

$$\begin{aligned}\frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} &= \theta_e \cdot P_e + \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} + \frac{\partial G(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} & e = 1, \dots, E \\ \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \pi} &= \frac{\partial G(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \pi}\end{aligned}\tag{15}$$

Por lo tanto para que se tenga **(7)** resulta necesario que se satisfaga:

$$\begin{aligned}\frac{\partial G(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} &= -\pi & e = 1, \dots, E \\ \frac{\partial G(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \pi} &= D_o - \sum_{e=1, \dots, E} P_e\end{aligned}\tag{16}$$

Queda claro que la función más sencilla que satisface las condiciones expuestas en **(16)** es:

$$G(\pi, P_1, \dots, P_E) = \pi \cdot \left(D_o - \sum_{e=1, \dots, E} P_e \right)\tag{17}$$

Con lo cual, la función integrando que resulta es:

$$F(\pi, P_1, \dots, P_E) = \sum_{e=1, \dots, E} \left[\theta_e \cdot \frac{(P_e)^2}{2} + C_e(P_e) \right] + \pi \cdot \left(D_o - \sum_{e=1, \dots, E} P_e \right)\tag{18}$$

Que coincide con el lagrangiano del problema de optimización cuadrático de \square que se recuerda es:

$$\text{Min} \sum_{e=1, \dots, E} \left[\theta_e \cdot \frac{(P_e)^2}{2} + C_e(P_e) \right] \quad (19)$$

$$\text{s.a.} \sum_{e=1, \dots, E} P_e = D_o$$

Por tanto, dado que la optimización con la restricción de balance es, por la teoría clásica de la optimización (ver [1], [2], y [3])**, equivalente a optimizar el correspondiente lagrangiano sin restricciones, queda probada la equivalencia entre la solución de equilibrio y la solución del modelo cuadrático de **(19)**.

Nótese que el modelo propuesto en **(19)** con conjeturas nulas $\theta_e = 0$, coincide además con el problema de minimización de costes que surge en un esquema centralizado del negocio de generación. El hecho de que $\theta_e = 0$ dé lugar a un modelo de minimización de costes debe entenderse como una coincidencia matemática, ya que θ_e es, en el planteamiento general, la pendiente de la demanda residual, y no una variable estratégica del generador e.

1.2. Conjeturas de equilibrio.

En los apartados anteriores se ha supuesto que las variables de decisión o estrategias de los agentes eran las producciones P_e^0 (o bien P_e que resultaba equivalente). Esto implica suponer los valores de las conjeturas θ_e constantes y

**

- [5] A. M. Geoffrion, "Lagrangian Relaxation for Integer Programming," *Mathematical Programming Study*, vol. 2, pp. 82-114, 1974.
- [6] S. I. Gass, *Linear Programming*. New York: McGraw-Hill, 1969.
- [7] H. Khun and A. Tucker, "Nonlinear Programming," presented at Proceedings of the Second Berkely Symposium, University of California Press, 1951.

conocidos. Sin embargo, sería deseable que, a partir del planteamiento de equilibrio acorde a la estructura del sector en cada momento, se pudiese obtener como resultado del equilibrio la conjetura de cada agente, o lo que es lo mismo, la curva de oferta de cada generador participante, dada por sus parámetros P_e^0 y α_e .

Esto implica añadir, a las ecuaciones anteriores, las derivadas parciales de los beneficios respecto de las nuevas variables de decisión α_e , igualándolas a 0:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B_e}{\partial \alpha_e} &= \frac{\partial \pi}{\partial \alpha_e} \cdot P_e + \frac{\partial P_e}{\partial \alpha_e} \cdot \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial \alpha_e} = 0 \\
 \Rightarrow \frac{\partial P_e}{\partial \alpha_e} \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial P_e} \cdot P_e + \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \right) &= 0 \\
 \Rightarrow \frac{\partial B_e(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial \alpha_e} &= 0
 \end{aligned} \tag{20}$$

La ecuación anterior parece añadir nuevas ecuaciones, sin embargo se tiene:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial B(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial \alpha_e} &= \frac{\partial B_e(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial P_e} \cdot \frac{\partial P_e(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial \alpha_e} \\
 \frac{\partial B_e(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial \alpha_e} \cdot \pi &= 0
 \end{aligned} \tag{21}$$

Como en el planteamiento con α_e fijo y conocido ya se estaba cumpliendo la ecuación $\frac{\partial B_e(\pi, P_e^0, \alpha_e)}{\partial \alpha_e} \cdot \lambda = 0$, el nuevo conjunto de ecuaciones es una tautología

que no aporta ninguna información o ecuación adicional al problema, como ya indican Klemperer y Meyer en [1]^{††} para el caso general de curvas no

††

necesariamente lineales. En efecto, esto responde al hecho de que en ausencia de incertidumbre la pendiente de la curva de oferta es irrelevante para el equilibrio, siempre que la curva pase por el punto de equilibrio (ver **Fig. 3.**)

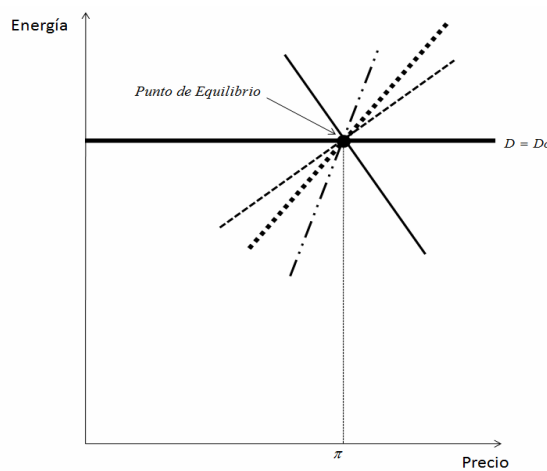


Fig. 3 Equilibrio con funciones de suministro lineal ante la ausencia de incertidumbre.

Para poder determinar unos valores razonables de α_e , o equivalentemente de θ_e , es necesario añadir restricciones adicionales, que determinen las pendientes de las curvas de oferta finalmente elegidas por los agentes. Un enfoque razonable descrito en [8], consiste en suponer cierto grado de incertidumbre en el problema planteado, como se describe a continuación.

[8] P. D. Klemperer and M. A. Meyer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty," *Econometrica*, vol. 57, pp. 1243-1277, 1989.

Supongamos que los agentes pretenden construir curvas de oferta robustas ante incertidumbre en la demanda. Supongamos que esa incertidumbre se modela como una demanda esperada, dejando la posibilidad que se produzca una pequeña variación respecto a la misma, parametrizada mediante un parámetro ε . Si se busca una curva de oferta robusta frente a esa incertidumbre la misma curva debería ser válida tanto para la demanda esperada como para demanda modificada. En este caso, las ecuaciones de equilibrio resultan ser las siguientes:

$$\pi(\varepsilon) = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} \alpha_{e'}} \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon)) + \frac{\partial C_e(P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon))}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E \quad (22)$$

$$\sum_{e=1, \dots, E} (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon)) = D_0(\varepsilon)$$

Como puede verse, las pendientes de oferta α_e son únicas para todos los escenarios de demanda considerados. Además estas ecuaciones pueden ser también válidas para el caso de considerar curvas de oferta no lineales siempre que se esté en un escenario de la demanda cercano al esperado.

Como la derivada α_e de la curva de oferta de cada generador complica significativamente la resolución del sistema de ecuaciones diferenciales, en lo que sigue se va a aproximar ésta pendiente a través de la variación del precio marginal que resulta de calcular dos puntos de equilibrio que subyacen de considerar dos demandas posibles $D_0(\varepsilon_1)$ y $D_0(\varepsilon_2)$ (ver **Fig. 4**). Como resultado, la curva de oferta deberá pasar por los dos puntos de equilibrio $(\pi^i, P_1^i, \dots, P_E^i)$ para $i = 1, 2$ y las pendientes de las curvas de oferta vienen dadas por:

$$\alpha_e = \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \quad (23)$$

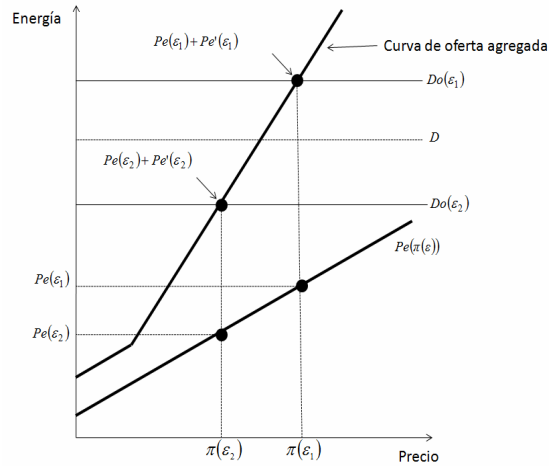


Fig. 4 Estimación de la pendiente de la función de oferta lineal con incertidumbre en la demanda.

Las ecuaciones de equilibrio son por tanto:

$$\pi(\varepsilon) = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} \alpha_{e'}} \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon)) + \frac{\partial C_e(P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon))}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E, \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$$

$$\sum_{e=1, \dots, E} (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon)) = D_0(\varepsilon) \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$$

(24)

$$P_e(\varepsilon) = P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon) \quad e = 1, \dots, E, \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$$

$$\alpha_e = \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \quad e = 1, \dots, E$$

Este sistema está bien definido debido ya que tiene $3E+2$ ecuaciones (las $2E+2$ primeras ecuaciones similares a las mostradas en el caso sin incertidumbre para los dos valores posibles de la demanda más las E ecuaciones que modelan las pendientes de oferta), y $3E+2$ incógnitas (las $2E$ producciones, las E pendientes y los 2 precios de equilibrio).

Basándonos en las mismas razones que las expuestas en apartados anteriores, para resolver estas nuevas ecuaciones de equilibrio, conviene emplear el modelo de optimización de [1]. En concreto, este modelo puede ser utilizado para encontrar los dos puntos de equilibrio que resultan de los dos escenarios de demanda. Hecho esto, en principio no quedaría más que calcular las pendientes de oferta de acuerdo a la ecuación (23). Sin embargo, el modelo de [1] supone que las pendientes de oferta de los generadores son dato, que puede coincidir con las pendientes posteriormente obtenidas según (23). De hecho el punto P^0 resultante de [1] para cada uno de los dos casos puede ser diferente cuando tendrían que ser iguales, lo que ocurrirá si las pendientes supuestas son iguales a las calculadas posteriormente.

Por ello una vez calculados los dos puntos de equilibrio para las pendientes de oferta escogidas, resulta conveniente comprobar que las hipótesis asumidas son coherentes con los resultados obtenidos, en cuyo caso se satisfarían las ecuaciones de equilibrio. Sin embargo, esta convergencia en las pendientes de oferta no tiene porque satisfacerse en una única iteración por lo que en general se propone abordar el problema mediante el siguiente algoritmo iterativo^{††}:

1. Se parte de unos valores iniciales para las pendientes de oferta $\alpha_{e,0}$ (o equivalente para las pendientes de demanda residual $\theta_{e,0}$). Se escogen dos valores $\{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}$ cercanos a cero, y se hace $k=0$.
2. Se resuelven los dos equilibrios que satisfacen las demandas $D_0(\varepsilon_1)$ y $D_0(\varepsilon_2)$ para las pendientes $\alpha_{e,k}$, obteniéndose los precios de equilibrio $\lambda_k(\varepsilon_1)$, $\lambda_k(\varepsilon_2)$ y las producciones de cada agente $P_{e,k}(\varepsilon_1)$, $P_{e,k}(\varepsilon_2)$. Las producciones se obtienen de manera simultánea sumando las funciones objetivo que resultan de los modelos de optimización de [1] para los dos escenarios, e incluyendo las dos restricciones de balance:

^{††} La deducción de las pendientes de oferta y el algoritmo base mediante el cual se calculan las conjeturas, se tomaron del trabajo hecho por C. A. Díaz, J. Villar y F. A. Campos, (ver [1] y [2]).

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{\varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\}} \sum_{e=1, \dots, E} \left[C_e(P_{e,k}(\varepsilon)) + \frac{1}{\sum_{e' \neq e} \alpha_{e',k}} \frac{(P_{e,k}(\varepsilon))^2}{2} \right] \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{e=1, \dots, E} P_{e,k}(\varepsilon) = D_o(\varepsilon) \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2\} \end{aligned} \quad (25)$$

3. Se calcula una nueva estimación de los valores de las pendientes de oferta de cada generador:

$$\alpha_{e,k+1} = \frac{P_{e,k}(\varepsilon_2) - P_{e,k}(\varepsilon_1)}{\pi_k(\varepsilon_2) - \pi_k(\varepsilon_1)} \quad (26)$$

4. Se comparan estas nuevas estimaciones $\alpha_{e,k+1}$ de las pendientes con $\alpha_{e,k}$. Si son suficientemente parecidas a la obtenida en la iteración anterior, se termina. En caso contrario se vuelve al paso 2 con los nuevos valores $\alpha_{e,k+1}$, haciendo $k=k+1$ (ver **Fig. 5**).

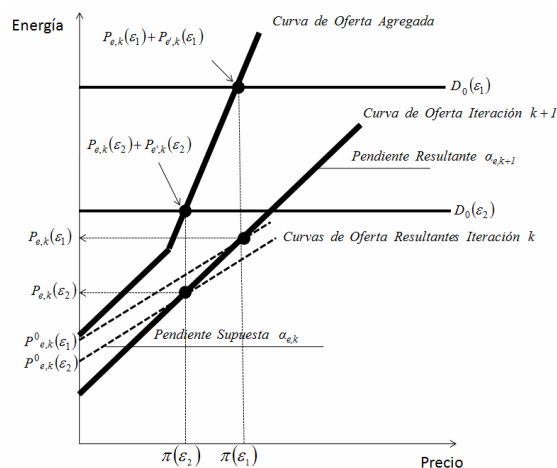


Fig. 5 Algoritmo Iterativo para la optimización de las pendientes de oferta de los generadores

2. Planteamiento básico del Equilibrio con funciones de oferta cuadráticas.

Siguiendo el planteamiento básico expuesto en el capítulo 1, en este apartado se considera que las funciones de oferta de los agentes son cuadráticas^{§§}, respondiendo a la siguiente expresión:

$$P_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e) = P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0 + \beta_e \cdot \pi_0^2 \quad e=1, \dots, E \quad (27)$$

Siendo π_0 el precio ofertado, P_e^0 la ordenada en el origen, α_e el coeficiente de linealización de la curva y β_e el coeficiente de convexidad de esta.

Igualmente, suponemos que el beneficio viene dado por la producción casada por el precio del mercado menos su coste de producción, función de la cantidad producida, es decir:

$$B_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e) = \pi \cdot P_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e) - C_e(P_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)) \quad (28)$$

Siendo $C_e(P_e)$ la función de coste de producción de cada generador.

O lo que es lo mismo:

$$B_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e) = \pi \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0 + \beta_e \cdot \pi_0^2) - C_e((P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi_0 + \beta_e \cdot \pi_0^2)) \quad (29)$$

El punto de equilibrio se obtiene igualando a cero la derivada parcial del beneficio de cada agente respecto de sus variables de decisión o estrategia, que en este caso son P_e^0 , α_e y β_e :

^{§§} Basándonos en el planteamiento propuesto por C. A. Díaz, J. Villar y F. A. Campos (ver [1] y [2]), proponemos plantear el equilibrio de mercado asumiendo que las funciones de suministro de los agentes generadores se modelan mediante funciones de tipo cuadrático, y no mediante funciones de tipo lineal.

$$\frac{\partial B_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial P_e^0} = 0; \frac{\partial B_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \alpha_e} = 0; \frac{\partial B_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \beta_e} = 0$$

2.1. Derivada parcial de la función de beneficio respecto a P_e^0 , α_e y β_e .

Al derivar la función de beneficio respecto a la variable de decisión P_e^0 , e igualando esta a cero se tiene la misma ecuación que en el caso lineal (ver **(4)** y **(5)**):

Del mismo modo, si derivamos parcialmente la función de beneficio respecto a las otras dos variables de decisión llegamos a:

$$\frac{\partial B_e}{\partial \alpha_e} = \pi \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial P_e} \cdot P_e + \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \right) = 0 \quad (30)$$

$$\frac{\partial B_e}{\partial \beta_e} = \pi^2 \cdot \left(\frac{\partial \pi}{\partial P_e} \cdot P_e + \pi - \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \right) = 0 \quad (31)$$

Como **(30)** y **(31)**, dan lugar a las mismas ecuaciones (nótese que el precio π no puede ser nulo en un mercado suficientemente realista), las ecuaciones de equilibrio resultan ser las siguientes^{***}:

$$\pi = \theta_e \cdot P_e + \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E \quad (32)$$

$$\sum_{e=1, \dots, E} P_e = D_o$$

^{***} Para que comprobar que el equilibrio es efectivamente un máximo de la función de beneficio, la segunda derivada del beneficio respecto a las variables de decisión debe ser menor que cero, es decir, la función de coste debe ser convexa (ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.).

Donde $\theta_e = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e}$ (ver **[1]**), se puede calcular en el caso cuadrático de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
D_o &= \sum_{e=1, \dots, E} P_e(\pi) \\
\Rightarrow D_o &= \sum_{e=1, \dots, E} (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi + \beta_e \cdot \pi^2) + P_e(\pi) \\
\Rightarrow \frac{\partial P_e}{\partial \pi} &= -\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e'} + 2 \cdot \beta_{e'} \cdot \pi) \\
\Rightarrow \theta_e(\pi) &= -\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e'} + 2 \cdot \beta_{e'} \cdot \pi)}
\end{aligned} \tag{33}$$

Siendo α_e y β_e los parámetros de linealidad y convexidad de la función de oferta cuadrática de los agentes generadores.

Una de las complicaciones que presenta modelar funciones de oferta cuadráticas, es que el sistema de ecuaciones obtenido (ver **(32)**), no es posible resolverlo a través de la optimización de un modelo de programación matemática similar al propuesto en **[1]**. Esto se debe a que en este caso la conjetura es en función del precio marginal del sistema (ver **(33)**).

$$\begin{aligned}
\pi &= \theta_e(\pi) \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi + \beta_e \cdot \pi^2) + \frac{\partial C_e(P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi + \beta_e \cdot \pi^2)}{\partial P_e} \quad e=1, \dots, E \\
\sum_{e=1, \dots, E} (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi + \beta_e \cdot \pi^2) &= D_o
\end{aligned} \tag{34}$$

Al igual que ocurría en el planteamiento con funciones de oferta lineales, en este caso el conjunto de ecuaciones **(30)** y **(31)** no aportan información alguna o ecuación adicional al problema (ver **[1]**). Esto responde al hecho de que en ausencia de incertidumbre las conjeturas de la curva de oferta son irrelevantes para el equilibrio, siempre que la curva pase por el punto de equilibrio (ver **Fig. 6**).

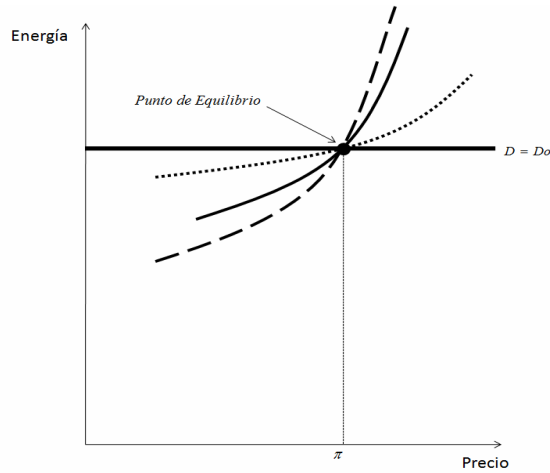


Fig. 6 Equilibrio con funciones de suministro cuadráticas ante la ausencia de incertidumbre

Para poder determinar valores razonables de α_e y β_e , es necesario añadir restricciones adicionales, que al igual que en el caso lineal consideramos un criterio de robustez frente a la demanda del sistema, que conviertan el conjunto de indeterminado de (32), en un sistema de ecuaciones compatible.

Al igual que el caso lineal (ver [1] y [2]), se supone que los agentes pretenden construir nuevas curvas robustas ante la incertidumbre en la demanda. Si la curva de oferta se hace robusta frente a esa incertidumbre debería ser válida tanto para la demanda esperada como para las demandas modificadas, que en este caso, al suponer curvas cuadráticas, deberán conformar tres escenarios de demanda. Las ecuaciones de equilibrio resultan ser las siguientes:

$$\pi(\varepsilon) = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e'} + 2 \cdot \beta_{e'} \cdot \pi)} \cdot (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon) + \beta_e \cdot \pi(\varepsilon)^2) + \frac{\partial C_e(P_e(\varepsilon))}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\} \quad (35)$$

$$\sum_{e=1, \dots, E} (P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon) + \beta_e \cdot \pi(\varepsilon)^2) = D_0(\varepsilon)$$

Como puede verse, las variables α_e y β_e , se imponen independientes para los distintos escenarios de la demanda $D_0(\varepsilon_1)$, $D_0(\varepsilon_2)$ y $D_0(\varepsilon_3)$.

Como resultado la curva de oferta deberá pasar por los tres puntos de equilibrio $(\pi(\varepsilon_1), P_e(\varepsilon_1))$, $(\pi(\varepsilon_2), P_e(\varepsilon_2))$ y $(\pi(\varepsilon_3), P_e(\varepsilon_3))$ (ver Fig. 7).

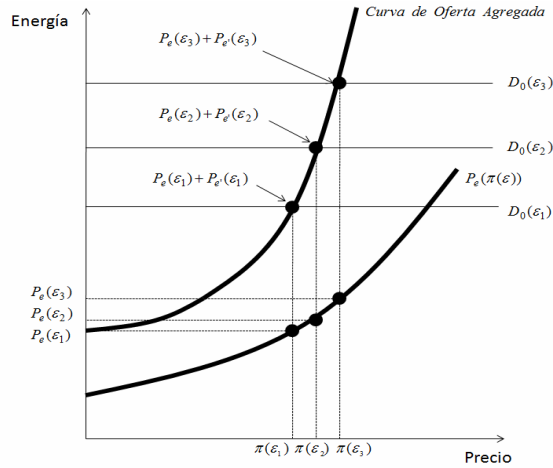


Fig. 7 Estimación de los parámetros de la función de oferta cuadrática con incertidumbre en la demanda.

Los parámetros resultantes para estos tres puntos son^{†††}:

$$\beta_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \quad (36)$$

$$\alpha_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)] \quad (37)$$

^{†††}En la literatura existen muchos métodos para calcular las pendientes de una ecuación de tipo cuadrático. En nuestro caso aplicamos Interpolación polinómica de Lagrange para tres puntos (ver ¡Error! No se encuentra el origen de la referencia.). La robustez matemática de este método brinda rapidez a la hora de compilar y ejecutar el algoritmo.

$$P_e^0 = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2)] \quad (38)$$

Donde:

$$\begin{aligned} k_1 &= \pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3) \\ k_2 &= \pi(\varepsilon_2)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3) \\ k_3 &= \pi(\varepsilon_3)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) \cdot \pi(\varepsilon_3) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2) \end{aligned} \quad (39)$$

Por tanto las ecuaciones de equilibrio son:

$$\pi(\varepsilon) = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e'} + 2 \cdot \beta_{e'} \cdot \pi(\varepsilon))} \cdot P_e(\varepsilon) + \frac{\partial C_e(P_e(\varepsilon))}{\partial P_e} \quad e = 1, \dots, E \quad \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}$$

$$\sum_{e=1, \dots, E} P_e(\varepsilon) = D_0(\varepsilon)$$

$$\alpha_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)] \quad (40)$$

$$\beta_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3}$$

$$P_e(\varepsilon) = P_e^0 + \alpha_e \cdot \pi(\varepsilon) + \beta_e \cdot \pi(\varepsilon)^2$$

Este sistema (ver **(40)**), está bien definido debido ya que tiene $5E+3$ ecuaciones (las $3E+3$ primeras ecuaciones similares a las mostradas en el caso sin incertidumbre para los tres valores posibles de la demanda más las E ecuaciones que modelan las pendientes de oferta y las E ecuaciones que modelan el comportamiento de Beta), y las $5E+3$ incógnitas (las $3E$

producciones, las E pendientes, los E valores de Beta y los 3 precios de equilibrio).

Dado que es un sistema bien definido, basándonos en las mismas razones que en el apartado anterior, para resolver estas nuevas ecuaciones de equilibrio conviene emplear el modelo de optimización de [1]. En concreto, este modelo puede ser utilizado para encontrar los tres puntos de equilibrio que resultan de considerar los tres escenarios de demanda escogidos. Resuelto los 3 equilibrios, se calculan las pendientes de oferta de acuerdo a las ecuaciones (36), (37) y (38).

2.2. Resolución de cada punto de equilibrio considerando funciones de suministro cuadráticas.

Para poder transformar la resolución de las ecuaciones en la optimización de una función objetivo F , se propone estimar un valor de lambda ($\pi = \pi_{est}$)^{†††}, de esta manera podríamos asumir que θ_e es un parámetro único por empresa.

$$\theta_e = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e'} + 2 \cdot \beta_{e'} \cdot \pi_{est})} \quad \pi_{est} = \pi \quad (41)$$

De esta manera (34) se expresaría de la siguiente forma:

^{†††} Se estima un valor de pi (π_{est}), que hipotéticamente sea parecido a lo que normalmente es el precio marginal del sistema.

$$\begin{aligned} \pi &= \theta_e \cdot P_e + \frac{\partial C_e(P_e)}{\partial P_e} & e=1,\dots,E \\ \sum_{e=1,\dots,E} P_e &= D_o \end{aligned} \quad (42)$$

Ahora, podemos encontrar un factor integrando F que dependiendo de todas las variables empleadas en las ecuaciones cumpla:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial P_e} = 0, e = 1, \dots, E \\ \frac{\partial F(\pi, P_1, \dots, P_E)}{\partial \lambda} = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \text{Ecuaciones de equilibrio} \quad (43)$$

De esta manera, F coincidiría con la función objetivo a optimizar dado que resolver un modelo de optimización (sin restricciones, como estamos suponiendo) es equivalente a plantear las derivadas parciales respecto de sus variables de decisión, e igualarlas a cero (ver **(13)**).

La formulación de la función objetivo F , para este caso, cumple las mismas condiciones expuestas en **(18)**, por consiguiente el factor integrando va a ser igual a:

$$F(\pi, P_1, \dots, P_E) = \sum_{e=1,\dots,E} \left[\theta_e \cdot \frac{(P_e)^2}{2} + C_e(P_e) \right] + \pi \cdot \left(D_o - \sum_{e=1,\dots,E} P_e \right) \quad (44)$$

Que coincide con el lagrangiano del problema de optimización cuadrático de \square (ver **(19)**).

Debido a la complicación que representa estimar un valor inicial de π_i (π_{est}), que sea igual al precio marginal del sistema, hemos propuesto el siguiente algoritmo iterativo, para calcular π_i , asumiendo que α_e y β_e son fijos y conocidos (ver **Fig. 8**).

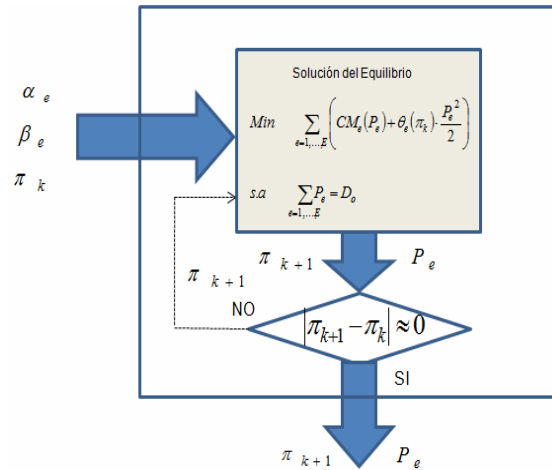


Fig. 8 Algoritmo propuesto para la estimación de π_i (π).

2.3. Algoritmo propuesto para determinar los parámetros α_e y β_e .

Una vez resuelto los tres equilibrios para los parámetros α_e y β_e escogidos, resulta conveniente comprobar que las hipótesis asumidas son coherentes con los resultados obtenidos, en cuyo caso se satisfarían las ecuaciones de equilibrio. Sin embargo, esta convergencia en los parámetros de la oferta no tiene porque satisfacerse en una única iteración, por lo que proponemos abordar el siguiente proceso iterativo:

1. Se parte de unos valores iniciales para las parámetros de oferta $\alpha_{e,i}$, $\beta_{e,i}$ y un precio estimado del sistema $\pi_{est,k}$ (equivalente a dar un valor inicial

para las pendientes de demanda residual $\theta_{e,i}$). Se escogen dos valores $\{\varepsilon_1, \varepsilon_3\}$ cercanos a cero, y el restante $\{\varepsilon_2\}$ igual a cero. Hecho esto se hace $i=0$ y $k=0$.

2. Se resuelven los tres equilibrios que satisfacen las demandas $D_0(\varepsilon_1)$, $D_0(\varepsilon_2)$ y $D_0(\varepsilon_3)$ para los parámetros $\alpha_{e,i}$, $\beta_{e,i}$ y $\pi_{est,k}$, obteniéndose los precios de equilibrio ($\pi_{k+1}(\varepsilon_1)$, $\pi_{k+1}(\varepsilon_2)$ y $\pi_{k+1}(\varepsilon_3)$) y las producciones de cada agente en el equilibrio ($P_{e,k+1}(\varepsilon_1)$, $P_{e,k+1}(\varepsilon_2)$ y $P_{e,k+1}(\varepsilon_3)$). Estos equilibrios pueden resolverse de manera simultánea sumando las funciones objetivo que resultan de los modelos de optimización de \square para cada uno de los tipos de equilibrio, e incluyendo simultáneamente todas las restricciones involucradas:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \sum_{\varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\}} \sum_{e=1, \dots, E} \left[C_e(P_{e,k+1}(\varepsilon)) + \frac{1}{\sum_{e' \neq e} (\alpha_{e',i} + 2 \cdot \beta_{e',i} \cdot \pi_{est,k})} \frac{P_{e,k+1}(\varepsilon)^2}{2} \right] \\ \text{s.a.} \quad & \sum_{e=1, \dots, E} P_{e,k+1}(\varepsilon) = D_o(\varepsilon), \varepsilon \in \{\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3\} \end{aligned} \tag{45}$$

Una vez obtenido los $\pi_{k+1}(\varepsilon)$, tomamos el precio del mercado para el escenario de demanda base ($\pi_{k+1}(\varepsilon_2)$), y lo comparamos con el precio de mercado estimado ($\pi_{est,k}$). Si el valor $\pi_{k+1}(\varepsilon_2)$ no es suficientemente parecido a $\pi_{est,k}$, se dejan $\alpha_{e,i}$ y $\beta_{e,i}$ fijos, dejamos $i=0$ y hacemos $k=1$. Este proceso iterativo se realiza hasta que converja ($\pi_{k+1}(\varepsilon_2) = \pi_{est,k}$).

3. Resuelto el equilibrio, con los valores obtenidos del equilibrio de $\pi_{k+1}(\varepsilon)$ y los $P_{e,k+1}(\varepsilon)$, estimamos los valores de $\alpha_{e,i+1}$ y $\beta_{e,i+1}$, utilizando las expresiones **(37)** y **(38)**. Si $\alpha_{e,i+1}$ y $\beta_{e,i+1}$ son lo suficientemente parecidos

a $\alpha_{e,i}$ y $\beta_{e,i}$, se da por terminado el proceso. Si $\alpha_{e,i+1}$ y $\beta_{e,i+1}$ no convergen $\alpha_{e,i}$ y $\beta_{e,i}$, se hace $i=1$ y se regresa al paso 1 (ver **Fig. 9**).

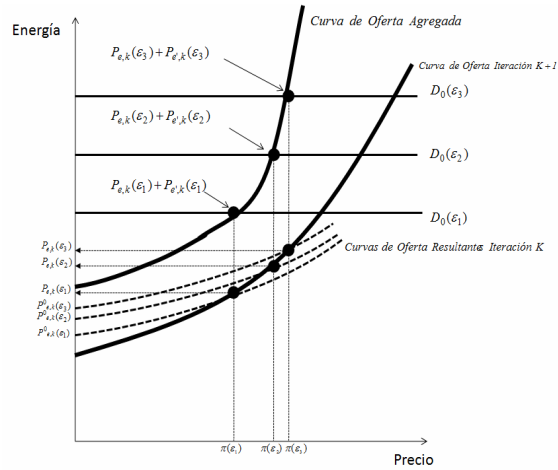


Fig. 9 Algoritmo Iterativo para la optimización de los parámetros de oferta de los agentes.

En el siguiente diagrama se presenta de una forma más explícita el funcionamiento del algoritmo propuesto (ver **Fig. 10**):

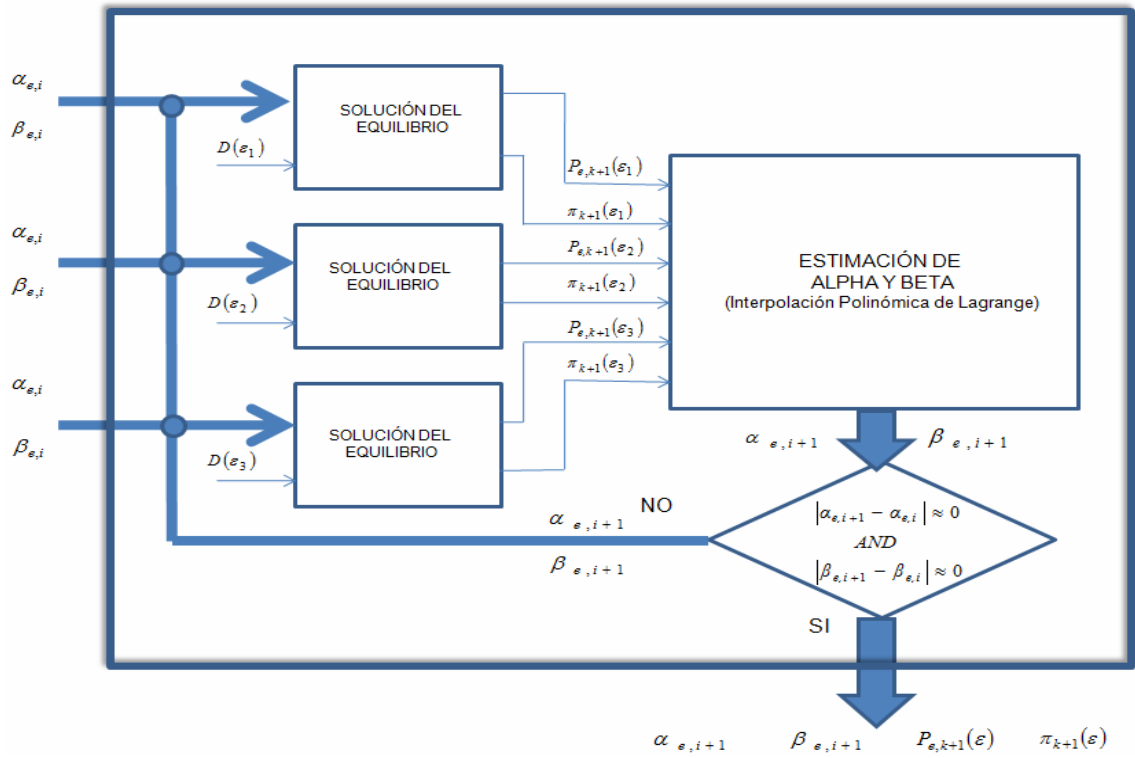


Fig. 10 Algoritmo propuesto para la estimación de α y β .

3. Equilibrio de mercado con funciones de oferta lineal Vs. Equilibrio de mercado con funciones de oferta cuadráticas. Un caso ejemplo.

Mediante este caso ejemplo deseamos resolver el equilibrio de mercado del sistema, asumiendo que el comportamiento de los agentes generadores puede modelarse mediante diferentes tipos de funciones de suministro (**lineal** (Caso base) y **cuadrático** (Caso propuesto)). El objetivo es determinar la sensibilidad en las pendientes de oferta de los agentes ante las variaciones en la forma de su función de suministro (**lineal** (Caso base) y **cuadrático** (Caso propuesto)), para tres diferentes casos de incertidumbre en la demanda del sistema ((+/-) 0.01%, (+/-) 10% y (+/-) 50%).

Para demostrar esto, se ha planteado un caso ejemplo sencillo:

Tenemos un sistema con 3 agentes generadores, donde el comportamiento de estos se describe por medio de sus respectivas funciones de costo^{§§§}.

Las funciones de costo marginal por agente son las siguientes (ver

Fig. 11):

^{§§§} Las funciones de coste de los agentes generadores se han definido cuadráticas, de esta manera podemos observar el comportamiento de los coeficientes α_e y β_e , ya que si fuesen funciones de coste lineales, el valor del coeficiente de convexidad β_e , sería igual a cero.

$$\frac{\partial C_1(P_1)}{\partial P_1} = 20 + 0.03333 \cdot P_1 + 2.2222 \times 10^{-4} P_1^2 \quad [\text{€/MWh}]$$

$$\frac{\partial C_2(P_2)}{\partial P_2} = 5 + 0.016667 \cdot P_2 + 3.3333 \times 10^{-4} P_2^2 \quad [\text{€/MWh}]$$

$$\frac{\partial C_3(P_3)}{\partial P_3} = 10 + 0.016667 \cdot P_3 + 1.6666 \times 10^{-4} P_3^2 \quad [\text{€/MWh}]$$

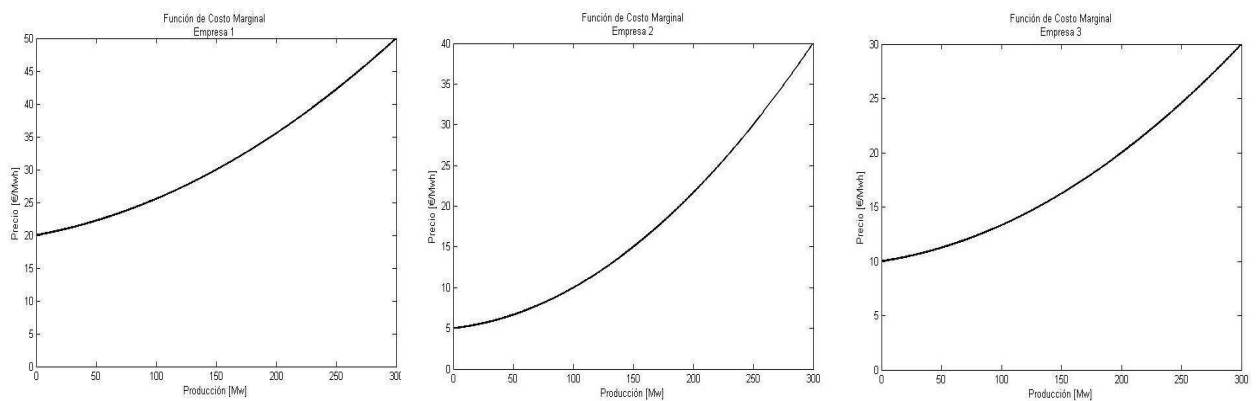


Fig. 11 Funciones de costo por empresa.

Los agentes tienen producciones idénticas, siendo sus límites de operación los siguientes:

$$P_{1MAX} = P_{2MAX} = P_{3MAX} = 300[MW]$$

$$P_{1MIN} = P_{2MIN} = P_{3MIN} = 0[MW]$$

La demanda del sistema es de 500 [MW]****.

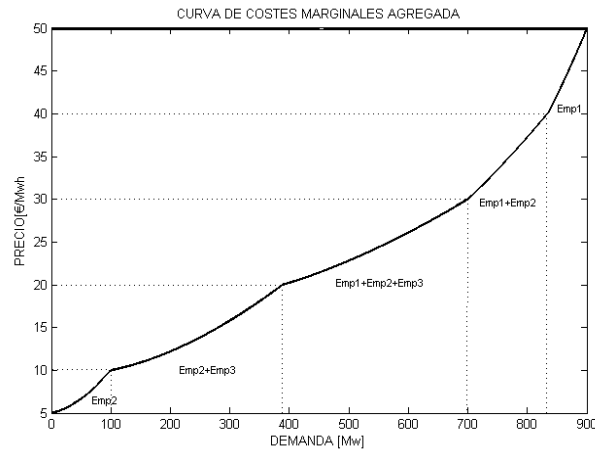


Fig. 12 Curva de costes marginales agregada del sistema.

Ambos algoritmos, tanto el caso tomado como referencia (**Equilibrio de mercado con funciones de oferta lineal**), como el propuesto en este proyecto (**Equilibrio de mercado con funciones de oferta cuadráticas**), se programaron mediante el software de optimización matemática GAMS (ver **ANEXO 4** y **ANEXO 5**) ††††.

**** Se escogió este valor de demanda para nuestro ejemplo, debido a que este segmento de demanda es en el que se presenta mayor competencia entre los agentes generadores (ver **Fig. 12**)

†††† El nombre GAMS deriva de las iniciales de General Algebraic Modelling System, que como su propio nombre indica es un lenguaje de modelización, más que un programa para resolver problemas de optimización. La ventaja que presenta este programa GAMS, es que junto al módulo de modelización (base) incorpora diferentes algoritmos de resolución de problemas (solver), tanto de programación no lineal, como lineal y entera.

3.1. Pendientes de oferta resultantes.

3.1.1. Demanda igual a $500(\pm) 500 \cdot 0.01\%$ [MW].

Asumiendo que la demanda del sistema presenta una incertidumbre del $(\pm) 0.01\%$ de su valor, observamos que en la evolución iterativa presentada por ambos algoritmos los valores resultantes de las pendientes de oferta convergen a un mismo valor, dándose la convergencia para el algoritmo con funciones de suministro lineal en la iteración 13 y para el algoritmo con funciones de suministro cuadráticas en la iteración 16 (ver **Fig. 13**).

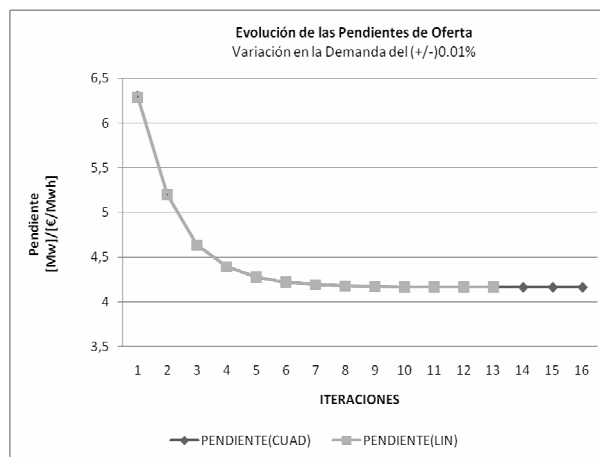


Fig. 13 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2(Lineal Vs Cuadrático)
D=500(\pm) 500*0.01% [MW]

En el entorno de la demanda del sistema podemos observar dicha convergencia mediante la construcción de las funciones de oferta resultantes (ver **Fig. 14**).

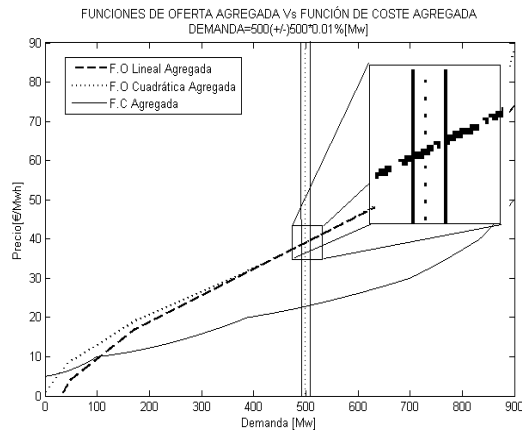


Fig. 14 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada
D=500(+/-) 500*0.01% [MW]

Los resultados arrojados en este caso, muestran que para incertidumbres muy pequeñas en la demanda (del 0.01 % al 1% de su propio valor), el uso de funciones de suministro lineal o funciones de suministro cuadráticas no es un determinante a la hora de resolver el equilibrio de mercado. Esto se da por que la sensibilidad presentada en las pendientes de oferta ante el uso de ambos algoritmos fue nula.

Este numeral, de hecho es el resultado más importante obtenido en este proyecto, ya que los resultados arrojados, se sustentan mediante la demostración matemática hecha en el **ANEXO 3**, donde se demuestra matemáticamente que para valores de incertidumbre en la demanda cercanos a cero, la sensibilidad presentadas en las pendientes de oferta ante el uso de distintos tipos de funciones de suministro es nula, es decir, nos es indiferente el tipo de función de suministro que usemos, la pendiente de oferta siempre va a ser la misma.

3.1.2. Demanda igual a 500(+/-) 500*10% [MW].

Considerando que en la demanda del sistema se maneja una incertidumbre del (+/-) 10%, se observa en la evolución iterativa de los algoritmos que las pendientes de oferta resultantes convergen a un mismo valor (ver **Fig. 16**). La semejanza entre las pendientes de oferta obtenidas, se puede observar mediante la construcción gráfica de las funciones de oferta agregada (ver **Fig. 15**). Esto fenómeno se debe a que en este caso ejemplo específico, para los valores de demanda en que se esta resolviendo el equilibrio de mercado ((+/-) 10% la demanda del sistema), la pendiente de la función de costos agregada se mantiene constante, es decir que en este rango de valores de demanda del sistema aun se presenta competencia entre los 3 agentes generadores, por lo tanto sus estrategias se mantienen (ver **Fig. 12** y **Fig. 15**).

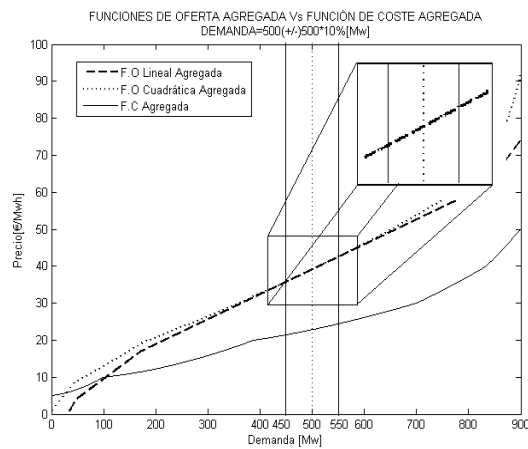
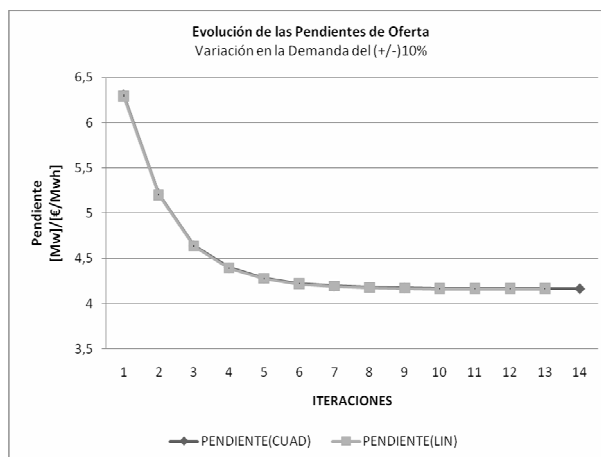


Fig. 15 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada D=500(+/-) 500*10% [MW]



**Fig. 16 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2
(Lineal Vs Cuadrático)
D=500(+/-) 500*10% [MW]**

3.1.3. Demanda igual a 500(+/-) 500*50% [MW].

El último caso estudio se desfasa de la realidad, ya que se pretende resolver el equilibrio de mercado asumiendo que existe una incertidumbre en la demanda del sistema del (+/-) 50%. Se consideró este caso para observar la evolución iterativa de las pendientes de oferta en la ejecución de ambos algoritmos, generando como resultado una leve diferencia entre las pendientes de oferta obtenidas, dado que no convergen exactamente al mismo valor (ver **Fig. 18**), tal como se observa en la gráfica de las funciones de oferta resultantes (ver **Fig. 17**).

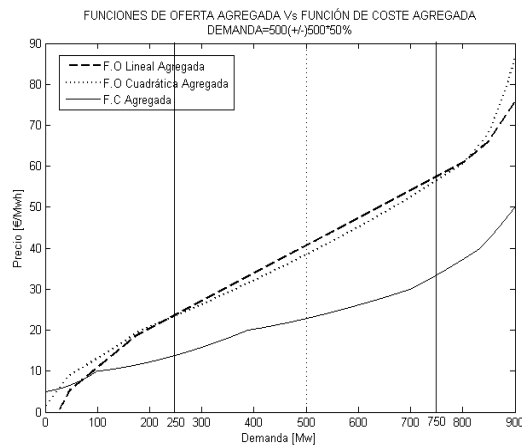
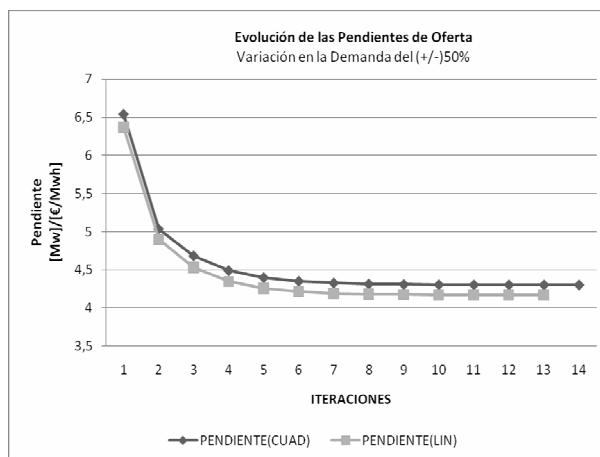


Fig. 17 Función de Oferta Agregada Vs. Función de Coste Agregada D=500(+/-) 500*50% [MW]



**Fig. 18 Evolución Iterativa de la Pendiente de Oferta Empresa 2
(Lineal Vs Cuadrático)
D=500(+/-) 500*50% [MW]**

4. CONCLUSIONES Y OBSERVACIONES.

- Se observa de la ecuación **(22)**, que las pendientes de oferta son únicas para todos los escenarios de demanda que se consideren. Estas ecuaciones pueden ser válidas para el caso en que se consideren curvas de oferta no lineales, siempre y cuando trabajemos en un escenario de demanda cercano al esperado.
- Con incertidumbre en la demanda del (+/-)0.01% y (+/-)10%, las funciones de oferta cuadráticas resultantes, emulan de manera exacta el comportamiento de las funciones de oferta lineal resultantes, en un rango de valores de demanda cercanos al equilibrio(ver **Fig. 13**, **Fig. 14**, **Fig. 15**, y **Fig. 16**).
- Ante una incertidumbre en la demanda del (+/-) 50%, el comportamiento de las funciones de oferta cuadráticas resultantes, reflejan cierta sensibilidad respecto a el comportamiento de las funciones de oferta lineales resultantes. Esta variación puede llegar a ser despreciable, dado los ordenes de magnitud que se manejan en el ejemplo(ver **Fig. 17** y **Fig. 18**).
- Se ha probado empíricamente, con un ejemplo sencillo, que independientemente de cómo se modelen las funciones de suministro u oferta de un agente y de la incertidumbre que se maneje en la demanda del sistema, las estrategias obtenidas de cada uno de ellos no presentan una sensibilidad notoria ante el caso propuesto (ver **Fig. 13**, **Fig. 16** y **Fig. 18**).

- Se comprobó matemáticamente (ver **ANEXO 3**), que en escenarios de demanda cercanos al equilibrio o cercanos al nivel de demanda esperado del sistema, es indiferente el tipo de función (lineal o cuadrática) con el que se modele las funciones de oferta de los agentes generadores. Las pendientes de oferta de los agentes resultantes del equilibrio de mercado arrojan el mismo valor, independiente del modelo de función de oferta que se use, tal como se observó en el caso ejemplo.
- Los dos casos mostrados en este trabajo, tanto el caso base como el propuesto, son aplicables en sistemas eléctricos competitivos, ya que en estos casos es donde se hace más determinante calcular las pendientes de oferta de los demás agentes para estimar posteriormente el poder de mercado.

BIBLIOGRAFÍA.

- [1] C. A. Díaz, F. A. Campos, J. Villar, and M. Rodríguez, "A New Algorithm to Compute Conjectured Supply Functions Equilibrium in Electricity Markets," *Submitted IEEE Transaction on Power Systems*.

- [2] C. A. Díaz, F. A. Campos, and J. Villar, "Linear supply functions determination in electricity market equilibrium," presented at XIV Congreso Latino Ibero Americano de Investigación de Operaciones - CLAIO 2008, Cartagena de Indias, Colombia, 9-12 Septiembre 2008, 2008.

- [3] J. Barquín, E. Centeno, and J. Reneses, "Medium-term generation programming in competitive environments: A new optimization approach for market equilibrium computing," *IEE Proceedings on Generation Transmission and Distribution*, vol. 151, (1), pp. 119-126, 2004.

- [4] D. P. Bertsekas, *Constrained Optimization and Lagrange Multiplier Methods*. London: Academic Press, 1982.

- [5] A. M. Geoffrion, "Lagrangian Relaxation for Integer Programming," *Mathematical Programming Study*, vol. 2, pp. 82-114, 1974.

- [6] S. I. Gass, *Linear Programming*. New York: McGraw-Hill, 1969.

- [7] H. Khun and A. Tucker, "Nonlinear Programming," presented at Proceedings of the Second Berkely Symposium, University of California Press, 1951.
- [8] P. D. Klemperer and M. A. Meyer, "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty," *Econometrica*, vol. 57, pp. 1243-1277, 1989.
- [9] J. F. Caicedo, *Cálculo Avanzado*, vol. 1. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia, 2005.
- [10] C. Neuhauser, *Matemáticas para ciencias*, vol. 2. Madrid: Pearson Educación S.A., 2004.
- [11] *Regla de la Cadena (Fórmulas de Faá di Bruno)*, disponible: http://es.wikipedia.org/wiki/Regla_de_la_cadena
- [12] R. L. Burden and J. D. Faires, *Análisis Numérico*: Grupo Editorial Iberoamericano, 1985.

ANEXO 1 CÁLCULO DE LAS DERIVADAS DE SEGUNDO ORDEN DE LA FUNCIÓN DE BENEFICIO RESPECTO A SUS VARIABLES DE DECISIÓN.

Para garantizar que la solución de la función de beneficio es un máximo, debemos comprobar para que condiciones las derivadas parciales de segundo orden de el beneficio respecto a cada una de sus variables de decisión son menores que cero.

Tomamos como punto de partida las derivadas parciales de primer orden del beneficio (ver ((7),(30) y (31)) en función de sus variables de decisión P_e^0 , α_e y β_e .

- **Derivada parcial de segundo orden de la función de beneficio respecto a P_e^0 .**

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 B_e}{\partial P_e^{20}} &= \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^{20}} \cdot P_e + \frac{\partial \pi}{\partial P_e^0} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial P_e^0} + \frac{\partial^2 P_e}{\partial P_e^{20}} \cdot \pi + \frac{\partial \pi}{\partial P_e^0} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial P_e^0} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^{02}} < 0 \\ &\Rightarrow \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^{20}} \cdot P_e + \frac{\partial^2 P_e}{\partial P_e^{20}} \cdot \pi + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e^0} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial P_e^0} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^{20}} < 0 \end{aligned} \quad (46)$$

Al ser $\frac{\partial P_e(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial P_e^0} = 1$ y $\frac{\partial P_e^2(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial P_e^{20}} = 0$ se tiene:

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial P_e^{20}} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^{20}} \cdot P_e + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e^0} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^{20}} < 0 \quad (47)$$

Utilizamos la regla de la cadena para derivadas de primer y segundo orden (ver [], [] y []) para derivar en función de P_e .

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial P_e^{20}} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} < 0 \quad (48)$$

- **Derivada parcial de segundo orden de la función de beneficio respecto a. α_e .**

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 B_e}{\partial \alpha_e^2} &= \frac{\partial^2 \pi}{\partial \alpha_e^2} \cdot P_e + \frac{\partial \pi}{\partial \alpha_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \alpha_e} + \frac{\partial^2 P_e}{\partial \alpha_e^2} \cdot \pi + \frac{\partial \pi}{\partial \alpha_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \alpha_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \alpha_e^2} < 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 \pi}{\partial \alpha_e^2} \cdot P_e + \frac{\partial^2 P_e}{\partial \alpha_e^2} \cdot \pi + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \alpha_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \alpha_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \alpha_e^2} &< 0\end{aligned}\quad (49)$$

Al ser $\frac{\partial P_e(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \alpha_e} = \pi$ y $\frac{\partial P_e^2(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \alpha_e^2} = 0$ se tiene:

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial \alpha_e^2} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial \alpha_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \pi \cdot \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \alpha_e^2} < 0 \quad (50)$$

Utilizamos la regla de la cadena para derivadas de primer y segundo orden (ver [], [] y []) para derivar en función de P_e .

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial \alpha_e^2} = \pi^2 \cdot \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} \right) < 0 \quad (51)$$

- **Derivada parcial de segundo orden de la función de beneficio respecto a. β_e .**

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 B_e}{\partial \beta_e^2} &= \frac{\partial^2 \pi}{\partial \beta_e^2} \cdot P_e + \frac{\partial \pi}{\partial \beta_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \beta_e} + \frac{\partial^2 P_e}{\partial \beta_e^2} \cdot \pi + \frac{\partial \pi}{\partial \beta_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \beta_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \beta_e^2} < 0 \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 \pi}{\partial \beta_e^2} \cdot P_e + \frac{\partial^2 P_e}{\partial \beta_e^2} \cdot \pi + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta_e} \cdot \frac{\partial P_e}{\partial \beta_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \beta_e^2} &< 0\end{aligned}\quad (52)$$

Al ser $\frac{\partial P_e(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \beta_e} = \pi^2$ y $\frac{\partial P_e^2(\pi, P_e^0, \alpha_e, \beta_e)}{\partial \beta_e^2} = 0$ se tiene:

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial \beta_e^2} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial \beta_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \pi^2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial \beta_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial \beta_e^2} < 0 \quad (53)$$

Utilizamos la regla de la cadena para derivadas de primer y segundo orden (ver [1], [2] y [3]) para derivar en función de P_e .

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial \beta_e^2} = \pi^4 \cdot \left(\frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} \right) < 0 \quad (54)$$

Si nos fijamos en (48), (51) y (54), nos damos cuenta que lo obtenido es una redundancia.

$$\frac{\partial^2 B_e}{\partial P_e^2} = \frac{\partial^2 B_e}{\partial \alpha_e^2} = \frac{\partial^2 B_e}{\partial \beta_e^2} = \frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} \cdot P_e + 2 \cdot \frac{\partial \pi}{\partial P_e} - \frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} < 0 \quad (55)$$

Sin embargo, podemos deducir para que rango de valores de α_e y β_e , la función es convexa, o su función de beneficio es máxima.

Para hacer el respectivo análisis, partimos de (48), (51) y (54). Vamos a considerar el uso de funciones de suministro lineales y posteriormente el uso de funciones de suministro cuadráticas.

- **CONDICIÓN DE CONVEXIDAD USANDO FUNCIONES DE OFERTA LINEALES.**

Asumiendo que la función de oferta de cada empresa es lineal (1), se cumple lo siguiente:

$$\theta_e = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{\alpha_e} \quad (56)$$

De la ecuación **(56)** podemos deducir que $\frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} = 0$.

Si aplicamos esto en **(55)**^{****} y despejamos $\frac{\partial \pi}{\partial P_e}$, tenemos que:

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = -\left(\frac{1}{\alpha_e}\right) < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2}\right) \quad (57)$$

Si bien, sabemos que las funciones de coste, son funciones que son positivas en su dominio (producciones mayores que cero), podemos deducir para qué valores de α_e se cumple la condición plasmada en **(57)**:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial P_e} &= -\left(\frac{1}{\alpha_e}\right) < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2}\right) \\ \Rightarrow \frac{1}{\alpha_e} &> 0 \\ \Rightarrow \alpha_e &> 0 \end{aligned} \quad (58)$$

La función de beneficio es máxima para valores de $\alpha_e > 0$.

- **CONDICIONES DE CONVEXIDAD CON FUNCIONES DE OFERTA CUADRÁTICAS.**

Asumiendo que las funciones de oferta de cada empresa son de tipo cuadrático (ver **(27)**), se cumple que:

$$\theta_e(\pi) = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{(\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi)} \quad (59)$$

^{****} La ecuación **(55)**, aplica de igual manera tanto en funciones de oferta lineal como en funciones de oferta cuadráticas.

De la ecuación **(59)** podemos deducir que $\frac{\partial^2 \pi}{\partial P_e^2} = 0$.

Aplicando lo anterior en **(55)** y despejando $\frac{\partial \pi}{\partial P_e}$, tenemos que:

$$\frac{\partial \pi}{\partial P_e} < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} \right) \quad (60)$$

Lo que es:

$$\theta_e(\pi) = -\frac{\partial \pi}{\partial P_e} = \frac{1}{(\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi)} \quad (61)$$

Haciendo **(61)** en **(60)**, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi}{\partial P_e} &= -\left(\frac{1}{(\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi)} \right) < \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial^2 C_e(P_e)}{\partial P_e^2} \right) \\ \Rightarrow \frac{1}{(\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi)} &> 0 \\ \Rightarrow (\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi) &> 0 \end{aligned} \quad (62)$$

$$\alpha_e + 2 \cdot \beta_e \cdot \pi > 0$$

$$\Rightarrow \alpha_e > 2 \cdot \pi \cdot (-\beta_e) \quad (63)$$

$$\Rightarrow \beta_e > \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot (-\alpha_e)$$

Dadas estas condiciones (ver **(63)**), se puede decir que la función de beneficio es máxima para el siguiente rango de valores de α_e y β_e .

$$-\left(\frac{1}{2 \cdot \pi}\right) \cdot \alpha_e < \beta_e < \infty$$

ó

(64)

$$-2 \cdot \pi \cdot (\beta_e) < \alpha_e < \infty$$

ANEXO 2 INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE PARA TRES PUNTOS.

- INTERPOLACIÓN DE LAGRANGE PARA TRES PUNTOS^{§§§§}.

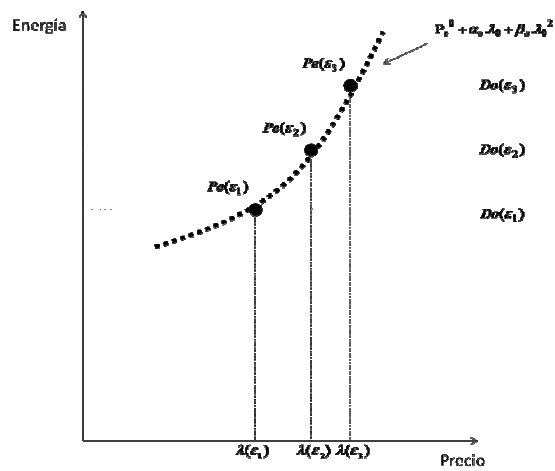


Fig. 19 Ajuste de una función cuadrática a través de tres puntos.

$$P_e(\pi(\varepsilon)) = P_e(\varepsilon_1) \times l_0(\lambda) + P_e(\varepsilon_2) \times l_1(\lambda) + P_e(\varepsilon_3) \times l_2(\lambda)$$

Donde:

$$l_0(\pi) = \frac{\pi - \pi(\varepsilon_2)}{\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2)} \cdot \frac{\pi - \pi(\varepsilon_3)}{\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)}$$

^{§§§§} Se ha tomado el caso específico de interpolación polinómica de Lagrange para tres puntos, tomando como referencia el caso general (ver[12])

$$l_1(\pi) = \frac{\pi - \pi(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \cdot \frac{\pi - \pi(\varepsilon_3)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3)}$$

$$l_2(\pi) = \frac{\pi - \pi(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_3) - \pi(\varepsilon_1)} \cdot \frac{\pi - \pi(\varepsilon_2)}{\pi(\varepsilon_3) - \pi(\varepsilon_2)}$$

Reemplazando $l_0(\pi)$, $l_1(\pi)$ y $l_2(\pi)$ respectivamente en $P_e(\pi)$, obtenemos:

$$P_e(\pi(\varepsilon)) = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot \left[\pi^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3) \right] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot \left[\pi^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3) \right] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot \left[\pi^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) \cdot \pi + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2) \right]$$

Siendo:

$$k_1 = \pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)$$

$$k_2 = \pi(\varepsilon_2)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3)$$

$$k_3 = \pi(\varepsilon_3)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) \cdot \pi(\varepsilon_3) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2)$$

Expandiendo la ecuación $P_e(\pi(\varepsilon))$ y haciendo factor común tenemos que:

$$P_e(\pi(\varepsilon)) = \left(\frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \right) \cdot \pi^2 + \left(\frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot \pi[\lambda(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)] \right) \cdot \pi$$

$$+ \left(\frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2)] \right)$$

Donde:

$$\beta_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3}$$

$$\alpha_e = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)]$$

$$P_e^0 = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2)]$$

ANEXO 3 DEMOSTRACIÓN MATEMÁTICA DE LA EQUIVALENCIA ENTRE LAS PENDIENTES DE OFERTA DEL MODELO LINEAL Y EL CUADRÁTICO EN EL ENTORNO DEL EQUILIBRIO.

Un tema trascendental abordado en este proyecto es el comportamiento de las pendientes de oferta de los agentes generadores en el equilibrio de mercado, considerando que sus funciones de suministro se pueden modelar mediante distintos tipos de funciones.

En el caso ejemplo, se demostró de manera empírica la semejanza entre los dos modelos utilizados de funciones de suministro. El resultado obtenido fue el esperado, ya que habíamos asumido que para niveles de incertidumbre en la demanda cercanos a cero, una función de suministro cuadrática se ajusta perfectamente al comportamiento de una función de suministro lineal. Ahora, para poder aseverar que los resultados obtenidos en el caso ejemplo son válidos, debemos demostrar matemáticamente que existe semejanza entre el modelado de funciones de suministro lineal y el modelado de funciones de suministro cuadrático.

El planteamiento propuesto parte de las ecuaciones de las funciones de suministro de los casos bajo estudio.

$$P_e(\pi_0, P_e^0) = P_e^0 + \alpha_{e_L} \cdot \pi_0 \quad (65)$$

$$P_e(\pi_0, P_e^0, \alpha_e, \beta_e) = P_e^0 + \alpha_{e_C} \cdot \pi_0 + \beta_{e_C} \cdot \pi_0^2 \quad , \quad e=1, \dots, E \quad (66)$$

Para estas ecuaciones las expresiones matemáticas que modelan el comportamiento de sus pendientes de oferta son las siguientes:

- **Funciones de Oferta Lineal.**

$$\Rightarrow \frac{\partial P_e(\pi)}{\partial \pi} = \alpha_{e_L}$$

$$\Rightarrow \alpha_{e_L} = \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \quad e = 1, \dots, E$$

- **Funciones de Oferta Cuadrática.**

$$\Rightarrow \frac{\partial P_e}{\partial \pi} = \alpha_{e_c} + 2 \cdot \beta_{e_c} \cdot \pi$$

$$\Rightarrow \alpha_{e_c} = \frac{\partial P_e(\pi)}{\partial \pi} \quad e = 1, \dots, E$$

$$\Rightarrow \beta_{e_c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 P_e(\pi)}{\partial \pi^2}$$

Al existir incertidumbre en la demanda, y ser esta muy pequeña, las producciones obtenidas en el equilibrio de mercado tienden a ser iguales, tal como se ve en **Fig. 20.** y **Fig. 21.**

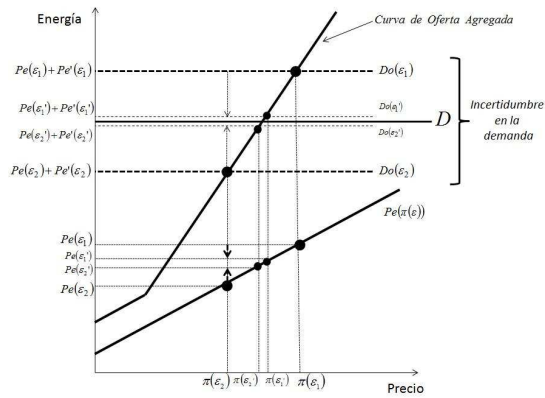


Fig. 20. Variación de las producciones ante la disminución en la incertidumbre de la demanda (Caso Lineal)

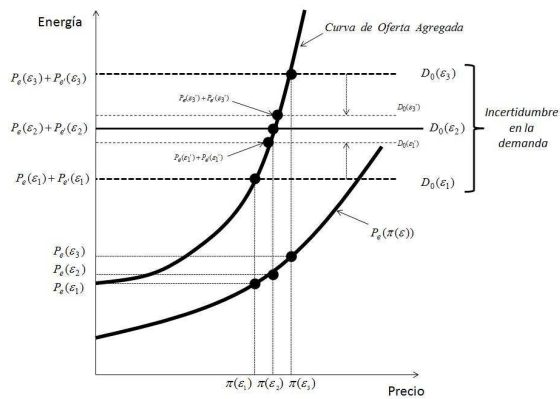


Fig. 21. Variación de las producciones ante la disminución en la incertidumbre de la demanda (Caso Cuadrático)

Matemáticamente, podemos resolver el límite en las pendientes de oferta, usando las expresiones para cada caso cuando sus producciones tienden a ser iguales.

- **Límite en la pendiente de oferta del modelo lineal:**

Siendo la pendiente de oferta para el caso lineal:

$$\frac{\partial P_e(\pi)}{\partial \pi} = \alpha_{e_L}$$

$$\alpha_{e_L} = \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \quad e = 1, \dots, E$$

$$\lim_{P_e(\varepsilon_2) \rightarrow P_e(\varepsilon_1)} \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} \quad e = 1, \dots, E$$

$$\lim_{P_e(\varepsilon_2) \rightarrow P_e(\varepsilon_1)} \frac{P_e(\varepsilon_2) - P_e(\varepsilon_1)}{\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_1)} = 0$$

- **Límite en la pendiente de oferta del modelo cuadrático:**

Siendo la pendiente de oferta para el caso cuadrático:

$$\Rightarrow \frac{\partial P_e}{\partial \pi} = \alpha_{e_c} + 2 \cdot \beta_{e_c} \cdot \pi$$

$$\Rightarrow \alpha_{e_c} = \frac{\partial P_e(\pi)}{\partial \pi}$$

$$\Rightarrow \beta_{e_c} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 P_e(\pi)}{\partial \pi^2}$$

$$\beta_{e_c} = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3}$$

$$\alpha_{e_c} = \frac{P_e(\varepsilon_1)}{k_1} \cdot [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)] + \frac{P_e(\varepsilon_3)}{k_3} \cdot [\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)]$$

Donde:

$$k_1 = \pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)$$

$$k_2 = \pi(\varepsilon_2)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_3)$$

$$k_3 = \pi(\varepsilon_3)^2 - (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) \cdot \pi(\varepsilon_3) + \pi(\varepsilon_1) \cdot \pi(\varepsilon_2)$$

Aplicando la noción de límite cuando las producciones tienden a ser iguales, se tiene:

$$\lim_{P_e(\varepsilon_2) \rightarrow P_e(\varepsilon_1) \rightarrow P_e(\varepsilon_3)} \alpha_{e_c} + 2 \cdot \beta_{e_c} \cdot \pi \quad e=1, \dots, E$$

Resolviendo el límite por sustitución de los valores de α_{e_c} y β_{e_c} obtenemos:

$$\alpha_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{k_1 \cdot [(\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) \cdot k_2 + (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot k_3] + [\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)] \cdot k_2 \cdot k_3}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \right]$$

$$\alpha_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{k_1 \cdot k_2 \cdot (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2)) + k_1 \cdot k_3 \cdot (\pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_3)) + k_2 \cdot k_3 \cdot (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3))}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \right]$$

$$\alpha_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{(\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2)) \cdot (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3))^2 - (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2)) \cdot (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3))^2}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \right]$$

Donde:

$$\alpha_{e_c} = 0$$

Para β_{e_c} tenemos:

$$\beta_{e_c} = \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_1} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_2} + \frac{P_e(\varepsilon_2)}{k_3}$$

Factorizando:

$$\beta_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \frac{1}{k_3} \right]$$

$$\beta_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{k_1 \cdot (k_2 + k_3) + k_2 \cdot k_3}{k_1 \cdot k_2 \cdot k_3} \right]$$

Sustituyendo k_1 , k_2 y k_3 en β_{e_c} , tenemos:

$$\beta_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{[\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3)]^2 \cdot [\pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] - (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2))}{[\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3)]^2 \cdot [\pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] \cdot [-(\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2))]} \right]$$

$$\beta_{e_c} = P_e(\varepsilon_2) \cdot \left[\frac{[\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3)]^2 \cdot [\pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3) - \pi(\varepsilon_1)^2 + (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)]}{[\pi(\varepsilon_2) - \pi(\varepsilon_3)]^2 \cdot [\pi(\varepsilon_1)^2 - (\pi(\varepsilon_2) + \pi(\varepsilon_3)) \cdot \pi(\varepsilon_1) + \pi(\varepsilon_2) \cdot \pi(\varepsilon_3)] \cdot [-(\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_3)) \cdot (\pi(\varepsilon_1) - \pi(\varepsilon_2))]} \right]$$

Simplificando términos en la expresión anterior decimos que:

$$\beta_{e_c} = 0$$

Lo anterior demuestra que el límite de la pendiente de oferta para el caso cuadrático, cuando las producciones resultantes tienden a ser iguales, es igual a cero, como en el caso lineal.

$$\lim_{P_e(\varepsilon_2) \rightarrow P_e(\varepsilon_1)} \alpha_{e_L} = 0 \quad e = 1, \dots, E$$

$$\lim_{P_e(\varepsilon_2) \rightarrow P_e(\varepsilon_1) \rightarrow P_e(\varepsilon_3)} \alpha_{e_C} + 2 \cdot \beta_{e_C} \cdot \pi = 0 \quad e = 1, \dots, E$$

Así demostramos, que para niveles de incertidumbre en la demanda del sistema cercanos a cero, las pendientes de oferta de los agentes generadores van a tener un comportamiento similar, independientemente de cómo se modelen sus respectivas funciones de suministro, es decir, que si modelamos la función de suministro de un agente por medio de una función lineal o cuadrática, la pendiente de oferta resultante del equilibrio de mercado, va a ser la misma para los dos casos, tal como se observó en el caso ejemplo propuesto.

ANEXO 4 ALGORITMO PARA DETERMINAR LAS CONJETURAS DE LOS AGENTES MEDIANTE FUNCIONES DE OFERTA LINEALES.

* ALGORITMO QUE RESUELVE EL EQUILIBRIO CON FUNCIONES DE OFERTA LINEALES.

*DECLARACIÓN DE LAS EMPRESAS

SET empresas /emp1, emp2, emp3/;

*DECLARACIÓN DE LOS ESCENARIOS DE DEMANDA, EN ESTE CASO SON LAS INCERTIDUMBRES SOBRE LA DEMANDA.

SET escenarios /dem1, dem2/;

SET escenariosd /edem1/;

*DECLARACIÓN DE LA VARIABLE I (ITERACIONES)

SET i /i1*i1000/;

SET ii(i);

*DECLARACIÓN DEL ALIAS, PARA EL CÁLCULO POSTERIOR DE LAS NUEVAS THETAS

ALIAS(empresas,empresa);

*<< CONTROL CONVERGENCIA>>

SCALAR CONVER;

*<<COTA MAXIMA PRECIO>>

SCALAR Cota_max /200/;

* <<INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA>>

SCALAR INC_DEM;

*DECLARACIÓN DE PARÁMETROS QUE DEPENDEN DE LAS VARIABLES
(EMPRESAS E ITERACIONES)

PARAMETER CONSTA(empresas);

PARAMETER CONSTB(empresas);

PARAMETER CONSTC(empresas);

PARAMETER CONSTD(empresas);

*DECLARACIÓN DE LOS PARÁMETROS ENVUELTOS EN EL CÁLCULO DE
"THETA" O CONJETURA (UTILIZADOS EN LA SOLUCIÓN DEL MODELO)

PARAMETER THETA(empresas,escenariosd);

PARAMETER ALPHA(empresas,escenariosd);

PARAMETER PCORTE(empresas,escenariosd);

*<< EVOLUCIÓN EN CADA ITERACIÓN DE ALPHA Y THETA>>

PARAMETER ALPHAEMP1(i,escenariosd);

PARAMETER ALPHAEMP2(i,escenariosd);

PARAMETER ALPHAEMP3(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP1(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP2(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP3(i,escenariosd);

*DECLARACIÓN DE PARÁMETROS UTILIZADOS PARA LA ACTUALIZACIÓN DE DATOS.

PARAMETER ALPHAN(empresas,escenariosd);
PARAMETER THETAN(empresas,escenariosd);

*DECLARACIÓN DE LOS PARÁMETROS USADOS EN LA IMPRESIÓN DE LOS RESULTADOS (CONJETURA, POTENCIAS E INFECTIBILIDAD)

PARAMETER A_ALPHA(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_THETA(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_POTENCIAS(i,empresas,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_PRECIOS(i,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_INFAC(i,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_INFACB(i,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_PCORTE(i,empresas,escenariosd);

*DECLARACIÓN DE LOS PARÁMETROS SOLUCIÓN DEL MODELO

PARAMETER PRECIOS(escenarios,escenariosd);
PARAMETER POTENCIAS(empresas,escenarios,escenariosd);
PARAMETER INFACB1(escenarios,escenariosd);
PARAMETER INFACB2(escenarios,escenariosd);

*DECLARACION DE LOS ESCENARIOS DE DEMANDA PARA LAS INCERTIDUMBRES

PARAMETER DEMANDA(escenarios,escenariosd);

*INICIALIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LAS FUNCIONES DE COSTE INVOLUCRADAS (CASO EJEMPLO).

CONSTA('emp1')=0;
CONSTA('emp2')=0;
CONSTA('emp3')=0;

CONSTB('emp1')=20;
CONSTB('emp2')=5;
CONSTB('emp3')=10;

CONSTC('emp1')=1.6666666e-2;
CONSTC('emp2')=8.33333333e-3;
CONSTC('emp3')=8.33333333e-3;

CONSTD('emp1')=7.40741e-5;
CONSTD('emp2')=1.11111e-4;
CONSTD('emp3')=5.55555e-5;

* VARIABLES INVOLUCRADAS EN CONTROL DE CONVERGENCIA

PARAMETER INVERALFAS(empresas,escenariosd);
PARAMETER DIFALFAEMP(empresas,escenariosd,i);
PARAMETER INVERALFA(empresas,escenariosd);
PARAMETER MAXDIF(i);

*VALORES INICIALES DE ALPHA Y THETA.

ALPHA(empresas,escenariosd)=100;

* INGRESE INCERTIDUMBRE EN LA DEMANDA

INC_DEM=0.1;

* INICIALIZACIÓN DE THETA.

INVERALFA(empresas,escenariosd)=SUM(empresa\$(NOT
SAMEAS(empresa,empresas)),ALPHA(empresa,escenariosd));

THETA(empresas,escenariosd)\$ (INVERALFA(empresas,escenariosd)>0
)=(1/INVERALFA(empresas,escenariosd));

THETA(empresas,escenariosd)\$ (INVERALFA(empresas,escenariosd)=0
)=1e6;

*INICIO DE LA ETAPA CONVER=1(SI EL RESULTADO NO CONVERGE-
INICIALIZACIÓN DE LAS ITERACIONES)

CONVER=1;

*INGRESE LA DEMANDA DEL SISTEMA

PARAMETER DEMANDAT(escenariosd)
/edem1 500/;

* <<<<<< DECLARACIÓN DE LA FUNCIÓN OBJETIVO >>>>>>

*DECLARACIÓN DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN DEL
PROBLEMA.(FUNCIÓN OBJETIVO, POTENCIA SUMINISTRADA)

VARIABLES P(empresas,escenarios,escenariosd),F;

*DECLARACIÓN DE LA VARIABLE INFAC (POTENCIA NO SUMINISTRADA)

VARIABLES infac(escenarios,escenariosd),infac(escenarios,escenariosd);

POSITIVE VARIABLES

P(empresas,escenarios,escenariosd),infac(escenarios,escenariosd),infacb(escenarios,escenariosd);

*GENERACIÓN DE LOS LÍMITES DE PRODUCCIÓN POR EMPRESA O GENERADOR.

P.LO('emp1',escenarios,escenariosd)=0;

P.UP('emp1',escenarios,escenariosd)=300;

P.LO('emp2',escenarios,escenariosd)=0;

P.UP('emp2',escenarios,escenariosd)=300;

P.LO('emp3',escenarios,escenariosd)=0;

P.UP('emp3',escenarios,escenariosd)=300;

* <<< DECLARACION DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO (FUNCIÓN OBJETIVO Y ECUACIÓN DE EQUILIBRIO) >>>

EQUATIONS OBJ, BALANCE(escenarios,escenariosd);

OBJ.. F =E=

SUM((empresas,escenarios,escenariosd),(THETA(empresas,escenariosd)*(POWER(P(empresas,escenarios,escenariosd),2)/2))+(CONSTA(empresas)+CONSTB(empresas)*P(empresas,escenarios,escenariosd)+CONSTC(empresas)*POWER(P(empresas,escenarios,escenariosd),2)+CONSTD(empresas)*POWER(P(empresas,escenarios,escenariosd),3)))+SUM((escenarios,escenariosd),1000*(Smax(empresas,CONSTA(empresas))+Smax(empresas,CONSTB(empresas))*infac(escenarios,escenariosd)+Smax(empresas,CONSTC(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)+Smax(empresas,CONSTD(empresas))*POWER(infac(escenari

os,escenariosd),3)+Smax(empresas,(THETA(empresas,escenariosd)))*(POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)/2))+SUM((escenarios,escenariosd),1000*(Smax(empresas,CONSTA(empresas))+Smax(empresas,CONSTB(empresas))*infac(escenarios,escenariosd)+Smax(empresas,CONSTC(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)+Smax(empresas,CONSTD(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),3)+Smax(empresas,(THETA(empresas,escenariosd)))*(POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)/2)));

BALANCE(escenarios,escenariosd)..SUM(empresas,P(empresas,escenarios,escenariosd))+infac(escenarios,escenariosd)-infac(escenarios,escenariosd) =E= DEMANDA(escenarios,escenariosd);

* <<< FIN DE LA DECLARACION DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO >>>

* << DECLARACIÓN DEL MODELO. >>

MODEL COSTE /OBJ, BALANCE/;

*INICIALIZACIÓN DE LOS ESCENARIOS DE DEMANDA CON INCERTIDUMBRE.

DEMANDA('dem1',escenariosd)=DEMANDAT(escenariosd)+(DEMANDAT(escenariosd)*INC_DEM);

DEMANDA('dem2',escenariosd)=DEMANDAT(escenariosd)-(DEMANDAT(escenariosd)*INC_DEM);

Display DEMANDA;

* << SOLUCIÓN DEL MODELO. >>

* @ @ LOOP @ @

LOOP(i\$(CONVER=1),

ii(i)=YES;

SOLVE COSTE USING NLP MINIMIZING F ;

PRECIOS(escenarios,escenariosd)=BALANCE.M(escenarios,escenariosd);

POTENCIAS(empresas,escenarios,escenariosd)=P.L(empresas,escenarios,escenariosd);

INFACTA1(escenarios,escenariosd)=infac.L(escenarios,escenariosd);

INFACTB1(escenarios,escenariosd)=infacb.L(escenarios,escenariosd);

* << CALCULO DEL ALPHA NUEVO >>

ALPHAN(empresas,escenariosd)\$((PRECIOS('dem1',escenariosd)-PRECIOS('dem2',escenariosd))=0)=INF;

ALPHAN(empresas,escenariosd)\$((PRECIOS('dem1',escenariosd)-PRECIOS('dem2',escenariosd))<>0)=((POTENCIAS(empresas,'dem1',escenariosd)-POTENCIAS(empresas,'dem2',escenariosd))/(PRECIOS('dem1',escenariosd)-PRECIOS('dem2',escenariosd)));

PCORTE(empresas,escenariosd)=(PRECIOS('dem2',escenariosd)*ALPHAN(empresas,escenariosd)-POTENCIAS(empresas,'dem2',escenariosd));

DISPLAY PRECIOS,POTENCIAS, ALPHAN, ALPHA ,THETA ,
PCORTE, DEMANDA;

*@@<< CONTROL DEL ALPHA Y THETA NUEVO >>@@

INVERALFAS(empresas,escenariosd)=SUM(empresa\$(NOT
SAMEAS(empresa,empresas)),ALPHAN(empresa,escenariosd));

THETAN(empresas,escenariosd)\$ (INVERALFAS(empresas,escenariosd)
)>0)=(1/INVERALFAS(empresas,escenariosd));

THETAN(empresas,escenariosd)\$ (INVERALFAS(empresas,escenariosd)
)=0)=INF;

*CONDICION DE CONVERGENCIA (SI SE CUMPLE DEJA DE ITERAR SI NO
VUELVE A CONVER=1)

DIFALFAEMP(empresas,escenariosd,ii)=ALPHA(empresas,escenariosd)
-ALPHAN(empresas,escenariosd);

MAXDIF(ii)=SMAX((empresas,escenariosd),DIFALFAEMP(empresas,escenariosd,ii));

IF (MAXDIF(i) LE 0.001,
CONVER=0;
);

* <<<< COTA MÁXIMA PRECIO >>>>

```
IF(SMAX((escenarios,escenariosd),ABS(PRECIOS(escenarios,escenariosd))) > Cota_max,
      CONVER=0;
);
```

* ASIGNA VALORES PARA LA SIGUIENTE ITERACIÓN Y DE IMPRESIÓN DE RESULTADOS

*<< ASIGNACION DE VALORES PARA LA SIGUIENTE ITERACIÓN >>

```
ALPHA(empresas,escenariosd)=ALPHAN(empresas,escenariosd);
```

```
THETA(empresas,escenariosd)=THETAN(empresas,escenariosd);
```

```
ALPHAEMP1(ii,escenariosd)=ALPHA('emp1',escenariosd);
```

```
ALPHAEMP2(ii,escenariosd)=ALPHA('emp2',escenariosd);
```

```
ALPHAEMP3(ii,escenariosd)=ALPHA('emp3',escenariosd);
```

```
THETAEMP1(ii,escenariosd)=THETA('emp1',escenariosd);
```

```
THETAEMP2(ii,escenariosd)=THETA('emp2',escenariosd);
```

```
THETAEMP3(ii,escenariosd)=THETA('emp3',escenariosd);
```

* << ASIGNACION DE VALORES PARA LA IMPRESION DE RESULTADOS >>

```
A_ALPHA(ii,empresas,escenariosd)=ALPHAN(empresas,escenariosd);
```

```
A_PCORTE(ii,empresas,escenariosd)=PCORTE(empresas,escenariosd)
```

```
;
```

```
A_THETA(ii,empresas,escenariosd)=THETAN(empresas,escenariosd);
```

```

A_POTENCIAS(ii,empresas,escenarios,escenariosd)=POTENCIAS(emp
resas,escenarios,escenariosd);
A_PRECIOS(ii,escenarios,escenariosd)=PRECIOS(escenarios,escenari
osd);
A_INFAC(ii,escenarios,escenariosd)=INFACTA1(escenarios,escenariosd
);
A_INFACB(ii,escenarios,escenariosd)=INFACTB1(escenarios,escenario
sd);

```

*IMPRESIÓN DE RESULTADOS

```

DISPLAY A_ALPHA, A_PCORTE, ii, A_THETA, A_POTENCIAS,
A_PRECIOS, A_INFAC, A_INFACB, ALPHAEMP1, ALPHAEMP2,
ALPHAEMP3, THETAEMP1, THETAEMP2, THETAEMP3;

```

```

ii(i)=NO;

```

```

);

```

*=== EXPORTACIÓN DE RESULTADOS A EXCEL

*IMPRESION DE FICHEROS DE SALIDA

```

execute_unload "Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx" A_ALPHA A_THETA
A_POTENCIAS A_PRECIOS A_INFAC A_INFACB ALPHAEMP1
ALPHAEMP2 ALPHAEMP3 THETAEMP1 THETAEMP2 THETAEMP3

```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE LA POTENCIA NO
SUMINISTRADA=====

```

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=A_INFAC
rng=INFACA!A1:i500'

```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=A_INFACB  
rng=INFACB!A1:i500'
```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE ALPHA=====

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=A_ALPHA  
rng=Alpha!A1:i500'
```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE THETA=====

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=A_THETA  
rng=Theta!A1:i500'
```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE POTENCIA=====

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx  
Par=A_POTENCIAS rng=Potencias!A1:i1000'
```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE LOS PRECIOS=====

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=A_PRECIOS  
rng=Precios!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=ALPHAEMP1  
rng=ALPHAEMP1!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=ALPHAEMP2  
rng=ALPHAEMP2!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=ALPHAEMP3  
rng=ALPHAEMP3!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=THETAEMP1  
rng=THETAEMP1!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=THETAEMP2  
rng=THETAEMP2!A1:i500'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Lin0.1.gdx Par=THETAEMP3  
rng=THETAEMP3!A1:i500'
```

ANEXO 5 ALGORITMO PARA DETERMINAR LAS CONJETURAS DE LOS AGENTES MEDIANTE FUNCIONES DE OFERTA CUADRÁTICAS.

*DETERMINACIÓN DE CONJETURAS UTILIZANDO FUNCIONES DE OFERTA CUADRÁTICAS

*DECLARACIÓN DE VARIABLES

SET empresas /emp1, emp2, emp3/;

*SET ESCENARIOS DE DEMANDA (Esta parte se ha dejado para introducir más escenarios de demanda /edem1, edem2, edem3,....etc./)

SET escenariosd /edem1/;

SET escenarios /dem1, dem2, dem3/;

*SET VARIABLES UTILIZADAS EN LOS PROCESOS ITERATIVOS

SET a /a1*a30/;

SET i /i1*i500/;

SET aa(a);

SET ii(i);

*DECLARACIÓN DE CONTADORES

SCALAR COUNT;

SCALAR CONVER;

SCALAR INC_DEM;

*DECLARACIÓN DE LAS COTAS (PRECIO MAX = 200 Y NUL_VALOR ES LA COTA PARA BETA)

SCALAR Nul_valor /1e-12/;

SCALAR Cota_max /200/;

*DECLARACIÓN DEL ALIAS, PARA EL CÁLCULO POSTERIOR DE LAS NUEVAS THETAS

ALIAS(empresas,empresa);

*DECLARACIÓN DE PARÁMETROS A USAR EN EL ALGORITMO.

*CONSTANTES PERTENECIENTES A LAS FUNCIONES DE COSTE (ENTRADAS)

PARAMETER CONSTA(empresas);

PARAMETER CONSTB(empresas);

PARAMETER CONSTC(empresas);

PARAMETER CONSTD(empresas);

* PARÁMETROS ALPHA, BETA Y THETA.

PARAMETER ALPHA(empresas,escenariosd);

PARAMETER BETA(empresas,escenariosd);

PARAMETER THETA(empresas,escenariosd);

* CONTROL DE LOS VALORES DE ALPHA, BETA Y THETA EN CADA ITERACIÓN. (CREE ESTOS PARÁMETROS PARA PODER MIRAR LA EVOLUCIÓN DE ALPHA, BETA Y THETA AL INICIO DE CADA ITERACIÓN)

PARAMETER ALPHAEMP1(i,escenariosd);

PARAMETER ALPHAEMP2(i,escenariosd);

PARAMETER ALPHAEMP3(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP1(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP2(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP3(i,escenariosd);

PARAMETER BETAEMP1(i,escenariosd);

PARAMETER BETAEMP2(i,escenariosd);

PARAMETER BETAEMP3(i,escenariosd);

PARAMETER THETAEMP3(i,empresas,escenariosd);

*DEMANDA DEL SISTEMA

PARAMETER DEMANDA(escenarios,escenariosd);

* PARÁMETROS USADOS EN LOS CÁLCULOS DEL LAMBDA

PARAMETER LAMDAN(escenariosd);

PARAMETER LAMDA(escenariosd);

*PARÁMETROS QUE PERMITEN VER LA EVOLUCIÓN DE LAMBDA
ITERACIÓN TRAS ITERACIÓN EN LOS DOS BUCLES ITERATIVOS

PARAMETER I_LAMDA(i,a,escenariosd);

PARAMETER LAMDAIN(i,a,escenariosd);

PARAMETER A_LAMDA(i,escenariosd);

PARAMETER LAMDAINT(i,escenariosd);

PARAMETER RESTALAMDA(i,a);

PARAMETER PRODUCCIONES(empresas,escenarios,escenariosd);

PARAMETER PRECIOS(escenarios,escenariosd);

PARAMETER POTENCIAS(empresas,escenarios,escenariosd);

* POTENCIAS NO SUMINISTRADAS

PARAMETER INFAC1A1(escenarios,escenariosd);

PARAMETER INFAC1B1(escenarios,escenariosd);

PARAMETER ALPHAN(empresas,escenariosd);

PARAMETER BETAN(empresas,escenariosd);

PARAMETER THETAN(empresas,escenariosd);

PARAMETER PCERO(empresas,escenariosd);

PARAMETER ALPHAIN(i,empresas,escenariosd);

PARAMETER BETAIN(i,empresas,escenariosd);

*VARIABLES USADAS EN LOS CÁLCULOS DE LOS PARÁMETROS DE LA FUNCIÓN DE OFERTA POR MEDIO DE LA INTERPOLACIÓN POLINÓMICA DE LAGRANGE.

PARAMETER K1(escenariosd);

PARAMETER K2(escenariosd);

PARAMETER K3(escenariosd);

PARAMETER C1(empresas,escenariosd);

PARAMETER C2(empresas,escenariosd);

PARAMETER C3(empresas,escenariosd);

PARAMETER D1(empresas,escenariosd);

PARAMETER D2(empresas,escenariosd);

PARAMETER D3(empresas,escenariosd);

* PARÁMETROS UTILIZADOS EN EL CONTROL DE CONVERGENCIA DE ALPHA Y BETA

PARAMETER INVERALFABETA(empresas,escenariosd);

PARAMETER INVERALFABETAN(empresas,escenariosd);

```
PARAMETER DIFALFAEMP(empresas,escenariosd,i);
PARAMETER DIFBETAEMP(empresas,escenariosd,i);
PARAMETER MAXDIFA(i);
PARAMETER MAXDIFB(i);
```

*DECLARACIÓN DE LOS PARÁMETROS USADOS EN LA IMPRESIÓN DE
LOS RESULTADOS (CONJETURA, POTENCIAS E INFACIBILIDAD)

```
PARAMETER A_ALPHA(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_THETA(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_BETA(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_PCERO(i,empresas,escenariosd);
PARAMETER A_POTENCIAS(i,empresas,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_PRECIOS(i,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_INFAC(i,escenarios,escenariosd);
PARAMETER A_INFACB(i,escenarios,escenariosd);
```

*INICIALIZACIÓN DE LOS PARÁMETROS DE LA FUNCIÓN DE COSTE
(DATOS DE ENTRADA CASO EJEMPLO)

```
CONSTA('emp1')=0;
CONSTA('emp2')=0;
CONSTA('emp3')=0;
```

```
CONSTB('emp1')=20;
CONSTB('emp2')=5;
CONSTB('emp3')=10;
```

```
CONSTC('emp1')=1.6666666e-2;
CONSTC('emp2')=8.33333333e-3;
CONSTC('emp3')=8.33333333e-3;
```

```
CONSTD('emp1')=7.40741e-5;  
CONSTD('emp2')=1.11111e-4;  
CONSTD('emp3')=5.55555e-5;
```

*INICIALIZACIÓN DE LAS VARIABLES DE CONTROL DE LOS BUCLES ITERATIVOS.

```
COUNT=1;  
CONVER=1;
```

*DATOS DE ENTRADA

```
ALPHA(empresas,escenariosd)=(100);  
BETA(empresas,escenariosd)=(0.1);  
LAMDAN(escenariosd)=20;  
INC_DEM=0.1;
```

* INICIALIZACIÓN DE ALPHA, BETA Y THETA.

```
INVERALFABETAN(empresas,escenariosd)=SUM(empresa$(NOT  
SAMEAS(empresa,empresas)),[ALPHA(empresa,escenariosd)+(2*BETA  
(empresa,escenariosd)*LAMDAN(escenariosd))]);
```

```
THETA(empresas,escenariosd)$(INVERALFABETAN(empresas,escenar  
iosd) GE 1e-9)=(1/INVERALFABETAN(empresas,escenariosd));
```

```
THETA(empresas,escenariosd)$(INVERALFABETAN(empresas,escenar  
iosd) LE 1e-9)=1e9;
```

*<<<<<<<< ESCENARIOS DE DEMANDA >>>>>>>>>>

PARAMETER DEMANDAT(escenariosd)

/edem1 500/;

*<<<<<<<< DECLARACIÓN DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN DEL PROBLEMA >>>>>>>>

*DECLARACION DE LAS VARIABLES DE DECISIÓN DEL PROBLEMA.

variables Po(empresas,escenarios,escenariosd),FA;

*DECLARACION DE LA VARIABLE INFAC(POTENCIA NO SUMINISTRADA)

VARIABLES infac(escenarios,escenariosd),infacb(escenarios,escenariosd);

POSITIVE VARIABLES

Po(empresas,escenarios,escenariosd),infac(escenarios,escenariosd),infacb(escenarios,escenariosd);

*Generación de los Límites de Generación.

Po.LO('emp1',escenarios,escenariosd)=0;

Po.UP('emp1',escenarios,escenariosd)=300;

Po.LO('emp2',escenarios,escenariosd)=0;

Po.UP('emp2',escenarios,escenariosd)=300;

Po.LO('emp3',escenarios,escenariosd)=0;

Po.UP('emp3',escenarios,escenariosd)=300;

*DECLARACIÓN DE LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO A RESOLVER.
(FUNCIÓN OBJETIVO Y EQ. DE BALANCE)

EQUATIONS OBJE, BALANCE1(escenarios,escenariosd);

OBJE..FA=E=SUM((empresas,escenarios,escenariosd),(THETA(empresas,escenariosd)*(POWER(Po(empresas,escenarios,escenariosd),2)/2))+ (CONSTA(empresas)+CONSTB(empresas)*Po(empresas,escenarios,escenariosd)+CONSTC(empresas)*POWER(Po(empresas,escenarios,escenariosd),2)+CONSTD(empresas)*POWER(Po(empresas,escenarios,escenariosd),3)))+SUM((escenarios,escenariosd),1000*(Smax(empresas,CONSTA(empresas))+Smax(empresas,CONSTB(empresas))*infac(escenarios,escenariosd)+Smax(empresas,CONSTC(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)+Smax(empresas,CONSTD(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),3)+Smax(empresas,(THETA(empresas,escenariosd)))*(POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)/2)))+SUM(escenarios,escenariosd),1000*(Smax(empresas,CONSTA(empresas))+Smax(empresas,CONSTB(empresas))*infac(escenarios,escenariosd)+Smax(empresas,CONSTC(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)+Smax(empresas,CONSTD(empresas))*POWER(infac(escenarios,escenariosd),3)+Smax(empresas,(THETA(empresas,escenariosd)))*(POWER(infac(escenarios,escenariosd),2)/2)));

BALANCE1(escenarios,escenariosd)..SUM(empresas,Po(empresas,escenarios,escenariosd))+infac(escenarios,escenariosd)-infac(escenarios,escenariosd) =E= DEMANDA(escenarios,escenariosd);

*DECLARACIÓN DEL EQUILIBRIO.

MODEL TESTL /ALL/;

*DEMANDA A SATISFACER (TRES ESCENARIOS DE DEMANDA)

DEMANDA('dem1',escenariosd)=DEMANDAT(escenariosd)*(1+INC_DEM);

```
DEMANDA('dem2',escenariosd)=DEMANDAT(escenariosd);
DEMANDA('dem3',escenariosd)=DEMANDAT(escenariosd)*(1-
INC_DEM);
```

```
* <<<<<<<<LOOP QUE ITERA LOS VALORES DE ALFA Y BETA HASTA QUE
CONVERJAN>>>>>>>>>>>>
```

```
LOOP (i $ (CONVER=1), ii(i)=YES;
```

```
*CONTROL DE LOS VALORES DE ENTRADA
```

```
THETA(ii,empresas,escenariosd)=THETA(empresas,escenariosd);
LAMDAINT(ii,escenariosd)=LAM DAN(escenariosd);
ALPHAIN(ii,empresas,escenariosd)=ALPHA(empresas,escenariosd);
BETA(ii,empresas,escenariosd)=BETA(empresas,escenariosd);
```

```
* <<<<<<<<<< SOLUCIÓN DEL EQUILIBRIO >>>>>>>>>>>>
```

```
*HASTA QUE CONVERJA EL VALOR DE LAMDA
```

```
LOOP (a $ (COUNT=1),aa(a)=YES;
```

```
*CONTROL LAMBDA DE ENTRADA.
```

```
LAMDAIN(ii,aa,escenariosd)=LAM DAN(escenariosd);
```

```
*SOLUCIÓN DEL EQUILIBRIO.
```

```
SOLVE TESTL USING NLP MINIMIZING FA ;
PRECIOS(escenarios,escenariosd)=BALANCE1.M(escenarios,escenario
sd);
```

POTENCIAS(empresas,escenarios,escenariosd)=Po.L(empresas,escenarios,escenariosd);
 INFACTA1(escenarios,escenariosd)=infac.L(escenarios,escenariosd);
 INFACTB1(escenarios,escenariosd)=infacb.L(escenarios,escenariosd);
 PRODUCCIONES(empresas,escenarios,escenariosd)=POTENCIAS(empresas,escenarios,escenariosd);

DISPLAY BALANCE1.M, Po.L, PRODUCCIONES;

* <<<<<COMPARACION DEL VALOR DE LAMDA DE LA DEMANDA
 OBTENIDO CON EL INICIAL>>>>>

RESTALAMDA(ii,aa)=SMAX(escenariosd,ABS(BALANCE1.M('dem2',escenariosd)-LAMDAN(escenariosd)));

IF(SMAX(escenariosd,ABS(BALANCE1.M('dem2',escenariosd)-LAMDAN(escenariosd))) LE 0.001,

COUNT=0;

);

LAMDAN(escenariosd)=BALANCE1.M('dem2',escenariosd);

LAMDA(escenariosd)=LAMDAN(escenariosd);

I_LAMDA(ii,aa,escenariosd)=LAMDA(escenariosd);

DISPLAY LAMDAN, BALANCE1.M,aa, LAMDA;

aa(a)=NO;

);

COUNT=1;

*<< CALCULO DEL ALPHA Y BETA NUEVO >> (INTERPOLACIÓN
POLINÓMICA DE LAGRANGE)

K1(escenariosd)=((PRECIOS('dem1',escenariosd)-
PRECIOS('dem2',escenariosd))*(PRECIOS('dem1',escenariosd)-
PRECIOS('dem3',escenariosd)));

K2(escenariosd)=((PRECIOS('dem2',escenariosd)-
PRECIOS('dem1',escenariosd))*(PRECIOS('dem2',escenariosd)-
PRECIOS('dem3',escenariosd)));

K3(escenariosd)=((PRECIOS('dem3',escenariosd)-
PRECIOS('dem1',escenariosd))*(PRECIOS('dem3',escenariosd)-
PRECIOS('dem2',escenariosd)));

C1(empresas,escenariosd)=((POTENCIAS(empresas,'dem1',escenarios
d)/
K1(escenariosd))*(PRECIOS('dem2',escenariosd)+PRECIOS('dem3',esc
enariosd)));

C2(empresas,escenariosd)=((POTENCIAS(empresas,'dem2',escenarios
d)/
K2(escenariosd))*(PRECIOS('dem1',escenariosd)+PRECIOS('dem3',esc
enariosd)));

$$C3(\text{empresas}, \text{escenariosd}) = \left(\frac{\text{POTENCIAS}(\text{empresas}, 'dem3', \text{escenariosd})}{K3(\text{escenariosd}) * (\text{PRECIOS}('dem1', \text{escenariosd}) + \text{PRECIOS}('dem2', \text{escenariosd}))} \right);$$

$$D1(\text{empresas}, \text{escenariosd}) = \left(\frac{\text{POTENCIAS}(\text{empresas}, 'dem1', \text{escenariosd})}{K1(\text{escenariosd}) * (\text{PRECIOS}('dem2', \text{escenariosd}) * \text{PRECIOS}('dem3', \text{escenariosd}))} \right);$$

$$D2(\text{empresas}, \text{escenariosd}) = \left(\frac{\text{POTENCIAS}(\text{empresas}, 'dem2', \text{escenariosd})}{K2(\text{escenariosd}) * (\text{PRECIOS}('dem1', \text{escenariosd}) * \text{PRECIOS}('dem3', \text{escenariosd}))} \right);$$

$$D3(\text{empresas}, \text{escenariosd}) = \left(\frac{\text{POTENCIAS}(\text{empresas}, 'dem3', \text{escenariosd})}{K3(\text{escenariosd}) * (\text{PRECIOS}('dem1', \text{escenariosd}) * \text{PRECIOS}('dem2', \text{escenariosd}))} \right);$$

*ACOTACIÓN DE ALFA Y BETA

$$\text{PCERO}(\text{empresas}, \text{escenariosd}) = D1(\text{empresas}, \text{escenariosd}) + D2(\text{empresas}, \text{escenariosd}) + D3(\text{empresas}, \text{escenariosd});$$

$$\text{ALPHAN}(\text{empresas}, \text{escenariosd}) \$ (K1(\text{escenariosd}) * K2(\text{escenariosd}) * K3(\text{escenariosd}) = 0) = 1e12;$$

$$\text{ALPHAN}(\text{empresas}, \text{escenariosd}) \$ (K1(\text{escenariosd}) * K2(\text{escenariosd}) * K3(\text{escenariosd}) < > 0)$$

DISPLAY INVERALFABETA, THETAN;

*CONDICION DE CONVERGENCIA (SI SE CUMPLE DEJA DE ITERAR SI NO
VUELVE AL PRIMER LOOP (CONVER=1))

DIFALFAEMP(empresas,escenariosd,ii)=ALPHA(empresas,escenariosd)
-ALPHAN(empresas,escenariosd);

DIFBETAEMP(empresas,escenariosd,ii)=BETA(empresas,escenariosd)-
BETAN(empresas,escenariosd);

MAXDIFA(ii)=SMAX((empresas,escenariosd),DIFALFAEMP(empresas,e
scenariosd,ii));

MAXDIFB(ii)=SMAX((empresas,escenariosd),DIFBETAEMP(empresas,e
scenariosd,ii));

IF (MAXDIFA(i) LE 0.001 AND MAXDIFB(i) LE 0.001,

CONVER=0;

);

* <<<<< COTA MÁXIMA PRECIO >>>>>

IF(SMAX((escenarios,escenariosd),ABS(PRECIOS(escenarios,escenario
sd))) > Cota_max,

CONVER=0;

);

* << ASIGNACION DE VALORES PARA LA SIGUIENTE ITERACIÓN >>

ALPHA(empresas,escenariosd)=ALPHAN(empresas,escenariosd);

BETA(empresas,escenariosd)=BETAN(empresas,escenariosd);

THETA(empresas,escenariosd)=THETAN(empresas,escenariosd);

*CONTROL DE ALFA POR ESCENARIO DE DEMANDA Y NUMERO DE EMPRESAS

ALPHAEMP1(ii,escenariosd)=ALPHA('emp1',escenariosd);

ALPHAEMP2(ii,escenariosd)=ALPHA('emp2',escenariosd);

ALPHAEMP3(ii,escenariosd)=ALPHA('emp3',escenariosd);

THETAEMP1(ii,escenariosd)=THETA('emp1',escenariosd);

THETAEMP2(ii,escenariosd)=THETA('emp2',escenariosd);

THETAEMP3(ii,escenariosd)=THETA('emp3',escenariosd);

BETAEMP1(ii,escenariosd)=BETA('emp1',escenariosd);

BETAEMP2(ii,escenariosd)=BETA('emp2',escenariosd);

BETAEMP3(ii,escenariosd)=BETA('emp3',escenariosd);

*<< ASIGNACION DE VALORES PARA LA IMPRESION DE RESULTADOS >>

A_PCERO(ii,empresas,escenariosd)=PCERO(empresas,escenariosd);

A_ALPHA(ii,empresas,escenariosd)=ALPHAN(empresas,escenariosd);

A_BETA(ii,empresas,escenariosd)=BETAN(empresas,escenariosd);

A_THETA(ii,empresas,escenariosd)=THETAN(empresas,escenariosd);

A_POTENCIAS(ii,empresas,escenarios,escenariosd)=PRODUCCIONES
(empresas,escenarios,escenariosd);

A_PRECIOS(ii,escenarios,escenariosd)=PRECIOS(escenarios,escenari
osd);

```
A_INFAC(ii,escenarios,escenariosd)=INFACTA1(escenarios,escenariosd
);
A_INFACB(ii,escenarios,escenariosd)=INFACTB1(escenarios,escenario
sd);
A_LAMDA(ii,escenariosd)= LAMDA(escenariosd);
```

* IMPRESIÓN DE RESULTADOS

```
DISPLAY A_ALPHA, A_BETA, A_THETA, A_PCERO, ii,
A_POTENCIAS, A_PRECIOS, A_INFAC, A_INFACB, I_LAMDA,
DIFALFAEMP, RESTALAMDA, LAMDAIN, THETA IN, ALPHAIN,
BETA IN, LAMDAINT, A_LAMDA, ALPHAEMP1, ALPHAEMP2,
ALPHAEMP3, BETAEMP1, BETAEMP2, BETAEMP3, THETAEMP1,
THETAEMP2, THETAEMP3;
```

```
ii(i)=NO;
```

```
);
```

*FIN DEL LOOP DE CALCULO DE ALFA Y BETA.

*EXPORTACIÓN DE RESULTADOS A EXCEL

*IMPRESION DE FICHEROS DE SALIDA

```
execute_unload "Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx" A_ALPHA A_BETA  
ALPHAIN BETA IN A_THETA A_POTENCIAS A_PRECIOS LAMDA IN T  
I_LAMDA DIFALFAEMP RESTALAMDA A_LAMDA ALPHAEMP1  
ALPHAEMP2 ALPHAEMP3 BETAEMP1 BETAEMP2 BETAEMP3  
THETAEMP1 THETAEMP2 THETAEMP3
```

*=====IMPRESION DE LOS VALORES DE LA POTENCIA NO
SUMINISTRADA=====

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=A_ALPHA  
rng=ALPHA!A1:i1000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=A_BETA  
rng=BETA!A1:i1000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=ALPHAIN  
rng=ALPHAinicial!A1:i1000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=BETA IN  
rng=BETAinicial!A1:i1000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=A_THETA  
rng=THETA!A1:i1000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx  
Par=A_POTENCIAS rng=PRODUCCIONES!A1:i2000'
```

```
execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=A_PRECIOS  
rng=PrecioMarginal!A1:i1000'
```

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=LAMDAINT
rng=LamdaInicial!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx
Par=DIFALFAEMP rng=ConverAlpha!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=ALPHAEMP1
rng=Alphaemp1!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=ALPHAEMP2
rng=Alphaemp2!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=ALPHAEMP3
rng=Alphaemp3!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=BETAEMP1
rng=Betaemp1!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=BETAEMP2
rng=Betaemp2!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=BETAEMP3
rng=Betaemp3!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=THETAEMP1
rng=Thetaemp1!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=THETAEMP2
rng=Thetaemp2!A1:i1000'

execute 'gdxxrw.exe Resultados_CosteQ_Cua0.1.gdx Par=THETAEMP3
rng=Thetaemp3!A1:i1000'

