

**PRÁCTICA EN DOCENCIA PARA EL FORTALECIMIENTO DEL APRENDIZAJE
DE LA ESTADÍSTICA COMO HERRAMIENTA DE RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS EN LA INGENIERÍA CIVIL**

Diva Alejandra Ortiz Suarez

Trabajo de Grado para Optar al Título de Ingeniería Civil

Director

Guillermo Mejia Aguilar

Doctor en Ingeniería- Especialidad en Gerencia de Proyectos de Construcción

Universidad Industrial de Santander
Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas
Escuela de Ingeniería Civil
Bucaramanga

2026

Dedicatoria

A mi Mamá, el motor de mi vida, la persona que siempre ha dado todo de si para que nosotras sigamos siempre hacia adelante; gracias por darme la mano en cada instante y nunca dudar de mi potencial. Este logro, sobre todo, es tuyo.

A mi Mita, mi cómplice y mi alcahueta número uno. Quien estuvo pendiente que no me faltara nada, tu amor me trajo acá.

A mi Papá, por entregar lo mejor que pudo, no dejarme y ser parte fundamental en esta meta.

A mi hermanita, porque tu has sido mi impulso de querer llegar lejos y ser el mejor ejemplo para ti; eres la razón de no desfallecer.

Agradecimientos

A Dios, por darme la fortaleza necesaria para llegar hasta este momento.

A mi pito, por ser la fuerza y la demostración de la valentía y la fuerza de voluntad, por no abandonarnos nunca y seguir siendo ese apoyo indispensable en mi vida.

A mi tío, por consentirme siempre, por impulsarme a seguir adelante y por brindarme un amor y apoyo que han sido esenciales en mi camino. A Laura por recibirme con amor, aceptarme como parte de su familia y asumir con generosidad su papel de tía

Al Profesor Guillermo Mejía, por abrirme los ojos a un nuevo mundo dentro de la ingeniería. Gracias por presentarme el análisis de datos, mi amor en la ingeniería.

Al Semillero de Investigación, por brindarme las herramientas para iniciar mi camino en la gestión y por ser el espacio donde mi vida profesional encontró su camino.

A mis amigos, quienes fueron mi soporte en los días que más los necesite: A Heidi, por ser esa voz de la conciencia. A Henao, por ser mi segunda familia incondicional. A Sergio, por darme la energía necesaria en cada momento. A Anngy, por su incondicionalidad y por estar presente siempre.

A todos los que aportaron un grano de arena para que hoy pueda decir: por fin.

Tabla de Contenido

	Pág.
Introducción	15
1. Objetivos	17
1.1 Objetivo General	17
1.2 Objetivos Específicos.....	17
2. Marco teórico	17
2.1 Marco Pedagógico	17
2.2 Marco Estadístico-Probabilístico	18
3. Metodología	20
3.1 Herramientas	20
3.2 Procedimientos.....	22
4. Resultados	23
4.1 Resultados de la validación y selección de distribuciones.....	23
4.2 Desarrollo de la herramienta interactiva.	25
4.3 Validación técnica de la herramienta.....	28
4.4 Evaluación de usabilidad.	29
4.5 Diseño de la actividad académica de aprendizaje tipo:	32
5. Discusión.....	38
6. Recomendaciones y limitaciones	39
Referencias.....	41

Apéndices..... 47

Lista de Tablas

	Pág.
Tabla 1. <i>Matriz de relación entre objetivos, fases y herramientas tecnológicas</i>	21
Tabla 2. <i>Sustentación técnica para la selección de distribuciones</i>	24
Tabla 3. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución beta</i>	62
Tabla 4. <i>Arquitectura aplicación beta</i>	63
Tabla 5. <i>Cálculo de intervalos para el histograma</i>	65
Tabla 6. <i>Tabla de validaciones distribución beta</i>	67
Tabla 7. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución exponencial</i>	69
Tabla 8. <i>Arquitectura aplicación exponencial</i>	70
Tabla 9. <i>Tabla de validaciones distribución exponencial</i>	74
Tabla 10. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución gamma</i>	77
Tabla 11. <i>Arquitectura aplicación gamma</i>	78
Tabla 12. <i>Tabla de validaciones distribución gamma</i>	83
Tabla 13. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución lognormal</i>	86
Tabla 14. <i>Arquitectura aplicación lognormal</i>	87
Tabla 15. <i>Tabla de validaciones distribución lognormal</i>	92
Tabla 16. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución normal</i>	95
Tabla 17. <i>Arquitectura aplicación normal</i>	96
Tabla 18. <i>Tabla de validaciones distribución normal</i>	101
Tabla 19. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución uniforme</i>	104
Tabla 20. <i>Arquitectura aplicación uniforme</i>	105
Tabla 21. <i>Tabla de validaciones distribución uniforme</i>	109

Tabla 22. <i>Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución de Weibull.</i>	112
Tabla 23. <i>Arquitectura aplicación de Weibull.</i>	113
Tabla 24. <i>Tabla de validaciones distribución Weibull.</i>	117

Lista de Figuras

	Pág.
Figura 1. <i>Diagrama de flujo metodológico.</i>	23
Figura 2. <i>Entorno RStudio.</i>	26
Figura 3. <i>Interfaz de distribución normal.</i>	27
Figura 4. <i>Ejemplo de comparación de resultados con Google Colab</i>	29
Figura 5. <i>Carga de documentos en la distribución de Weibull.</i>	34
Figura 6. <i>¿Cómo seleccionar hoja y columna?</i>	35
Figura 7. <i>Módulo de estadística descriptiva.</i>	35
Figura 8. <i>Histograma de la distribución Weibull.</i>	36
Figura 9. <i>Prueba de ajuste de Weibull.</i>	36
Figura 10. <i>Cálculo de probabilidad de la distribución Weibull.</i>	37

Lista de Apéndices

	Pág.
Apéndice A. Modelo de cuestionario estudiantes	47
Apéndice B. Modelo de cuestionario docente.	50
Apéndice C. Dataset para el desarrollo práctico de la clase diseñada.	53
Apéndice D. Documentación distribución beta.	61
Apéndice E. Documentación distribución exponencial	68
Apéndice F. Documentación distribución gamma.....	76
Apéndice G. Documentación distribución Lognormal	85
Apéndice H. Documentación distribución normal.....	94
Apéndice I. Documentación distribución uniforme.....	103
Apéndice J. Documentación distribución Weibull	111

Glosario

Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP): conocido como Project-Based Learning (PBL) en inglés, es un enfoque pedagógico centrado en el estudiante que promueve el aprendizaje activo a través de proyectos auténticos y significativo.

Aprendizaje Significativo: proceso educativo en el cual los estudiantes conectan activamente nueva información con conocimientos previos, logrando una comprensión profunda y duradera.

Distribución Beta: es una familia de distribuciones de probabilidad definida en el intervalo unitario. Se caracteriza por dos parámetros de forma, que controlan la forma de la distribución, permitiendo modelar una amplia variedad de curvas, desde distribuciones simétricas hasta altamente sesgadas.

Distribución de Probabilidad Continua: una distribución de probabilidad donde los resultados posibles cubren todo el continuo de valores posibles.

Distribución de Weibull: uno de los modelos estadísticos más populares, ampliamente aplicado al análisis de datos de vida útil, como datos de supervivencia, datos de confiabilidad, velocidad del viento y, recientemente, en datos financieros, debido a su flexibilidad para imitar de manera adaptable diferentes familias de distribuciones estadísticas.

Distribución Exponencial: distribución estadística ampliamente utilizada. Es un caso particular de la distribución gamma con un parámetro específico (por ejemplo, parámetro 1, λ). Una de sus propiedades más importantes es la propiedad de falta de memoria lo que significa que la probabilidad de un evento futuro no depende del tiempo ya transcurrido.

Distribución Gamma: modelo estadístico ampliamente utilizado que se caracteriza por tener parámetros de forma y escala que son números reales positivos. Es particularmente útil para modelar datos asimétricos.

Distribución Log Normal: modelo estadístico ampliamente utilizado para describir datos asimétricos con valores positivos. Se caracteriza por la propiedad de que el logaritmo natural de la variable sigue una distribución normal.

Distribución Normal: también conocida como distribución gaussiana, es una de las distribuciones de probabilidad continuas más utilizadas en estadística. Se caracteriza por su curva en forma de campana, que es simétrica respecto a la media.

Distribución Uniforme: distribución de probabilidad en la que todos los resultados dentro de un rango específico son igualmente probables.

Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC): tecnologías utilizadas para procesar, transmitir y almacenar información, así como para facilitar la comunicación.

Resumen

Título: Práctica en docencia para el fortalecimiento del aprendizaje de la estadística como herramienta de resolución de problemas en la ingeniería civil*

Autor: Diva Alejandra Ortiz Suárez**

Palabras Clave: Proyectos de construcción, probabilidad, estadística, análisis de datos.

Descripción: Este trabajo tiene como propósito diseñar una estrategia didáctica que, con ayuda de las herramientas tecnológicas, favorezca y promueva la apropiación de las distribuciones continuas de probabilidad en estudiantes, en especial los de ingeniería civil. Esta herramienta se presenta como un recurso didáctico de aprendizaje activo, que promueve la competencia de resolución de problemas propios del ámbito y contexto profesionales ingenieriles. El uso de la estadística en el diseño, análisis y gestión de proyectos es indispensable; sin embargo, se ha evidenciado que los estudiantes presentan dificultades en el uso, la comprensión y la aplicación de conceptos básicos, en especial cuando deben usar modelos probabilísticos en situaciones cotidianas. Esta propuesta se fundamenta en el enfoque de aprendizaje significativo de Ausubel mediante el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación. La metodología de este estudio consistió en tres fases: la primera, una revisión bibliográfica para la identificación de las distribuciones continuas más usadas en la ingeniería civil; la segunda, el diseño y desarrollo de la herramienta interactiva en Shiny-R que permita la visualización, simulación y ajuste de modelos probabilísticos; y la última, la propuesta de una sesión académica tipo, que incorpore las actividades prácticas con datos y análisis de resultados. Se espera que esta herramienta contribuya al pensamiento analítico, la interpretación de datos y la toma de decisiones basadas en datos, promoviendo el uso de las distribuciones continuas normal, uniforme, beta, Weibull, gamma, exponencial y Log normal en la Ingeniería Civil en la Universidad Industrial de Santander.

* Trabajo de Grado

** Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Guillermo Mejía Aguilar. Doctor en Ingeniería.

Abstract

Title: Teaching Practice for Strengthening the Learning of Statistics as a Problem-Solving Tool in Civil Engineering

Author: Diva Alejandra Ortiz Suarez

Key Words: Construction projects, probability, statistics, data analysis.

Description: This study aims to design a didactic and pedagogical strategy supported by technological tools to promote and enhance the appropriation of continuous probability distributions among students, particularly those in Civil Engineering. This tool is proposed as a resource for solving problems within the professional engineering context. The use of statistics in the design, analysis, and management of projects is essential; however, it has been observed that students face difficulties in the use, understanding, and application of basic statistical concepts, especially when applying probabilistic models to real-world situations.

This proposal is grounded in Ausubel's theory of meaningful learning and in Project-Based Learning (PBL), supported by the use of Information and Communication Technologies (ICT).

The methodology is structured into three phases. The first phase consists of a literature review to identify the continuous probability distributions most commonly used in civil engineering. The second phase involves the design and development of an interactive tool in Shiny-R that enables visualization, simulation, and adjustment of probabilistic models. The final phase includes the design of a class proposal incorporating practical activities with real data and result analysis.

This tool is expected to contribute to the development of analytical thinking, data interpretation, and data-driven decision-making, promoting the use of continuous distributions such as normal, uniform, beta, Weibull, gamma, exponential, and lognormal in Civil Engineering at the Universidad Industrial de Santander.

* Degree Work

** Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Civil Engineering. Director: Guillermo Mejía Aguilar. Ph.D. in Engineering

Reconocimiento de uso de inteligencia artificial

Para el desarrollo de este documento, sus apéndices y las herramientas interactivas, se emplearon herramientas de Inteligencia Artificial (AI) con el fin de optimizar procesos de la siguiente manera:

- Optimización del código y corrección de errores: se usó el GitHub Copilot del entorno de Google Colab, para identificación y corrección de errores de codificación, así como para depurar los scripts.
- Redacción y estilo: se usaron herramientas como Gemini, Copilot, ChatGPT y Claude para la revisión de gramática, corrección ortográfica y perfeccionar la coherencia y cohesión de los escritos sin sustituir la autoría intelectual del proyecto.
- Investigación y Referenciación: Se uso de Scopus AI como herramienta de apoyo en la búsqueda bibliográfica, para encontrar fuentes académicas relevantes y pertinentes.

El uso de estas herramientas fue únicamente como apoyo y soporte técnica. Por lo tanto, el análisis de datos, hallazgos, productos y conclusiones son propios de la autora bajo supervisión del director.

Introducción

En el campo de las ingenierías, la estadística es una herramienta indispensable para el análisis de datos, la toma de decisiones y la resolución de problemas reales. En ingeniería civil, se aplica al diseño, la planificación y la gestión de obras civiles. Dado el papel de la estadística en la ingeniería, hoy en día se ha evidenciado que los estudiantes de ingeniería presentan dificultades para apropiarse de los conceptos teóricos y aplicarlos en situaciones reales de la profesión. Esta situación limita el desarrollo del pensamiento analítico, la capacidad de interpretar datos y el uso eficiente de métodos y herramientas estadísticas. Entendiendo la apropiación como un proceso reflexivo e interactivo mediante el cual un estudiante se convierte en dueño de un conocimiento o de una habilidad, integrándolo en su propio sistema de comprensión y aplicándolo en contextos significativos. La apropiación es más que la simple recepción de información; implica una transformación personal y una acción sobre lo aprendido. (Buteler et al., 2021)

Las dificultades en el aprendizaje de la estadística influyen significativamente en la formación profesional. Los estudios han mostrado que los estudiantes enfrentan obstáculos tanto conceptuales como procedimentales que van más allá de la simple memorización de fórmulas (Velarde & Ramos, 2024). Por otro lado, se ha identificado que los planes de estudio de probabilidad y estadística en programas de ingeniería civil presentan contenidos temáticos extensos y horas de clase limitadas, lo que compromete la adquisición profunda de competencias (Velarde & Ramos, 2024).

Por ello, las instituciones educativas han implementado cada vez más estrategias basadas en herramientas tecnológicas, con el fin de conectar la teoría con la práctica, promoviendo el aprendizaje significativo y la participación de los estudiantes en su proceso de enseñanza-

aprendizaje, y favoreciendo el desarrollo de competencias, como la resolución de problemas de ingeniería.

Ante esta situación, es necesario buscar estrategias pedagógicas activas para mejorar la enseñanza de la estadística y fomentar un aprendizaje significativo. Una estrategia de este tipo permitirá no solo mejorar la comprensión de los conceptos estadísticos, sino también potenciar su uso en contextos propios de la ingeniería civil, contribuyendo a la formación de profesionales más competentes, analíticos y preparados para enfrentar los desafíos del sector.

A partir de este contexto, y para ciertos casos específicos, surge la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo diseñar una estrategia didáctica apoyada en herramientas tecnológicas que favorezca la apropiación de las distribuciones de probabilidad continuas en estudiantes de Ingeniería Civil? Se espera que dicha estrategia promueva el aprendizaje significativo y, apoyada en las TIC's, favorezca la apropiación de algunas distribuciones continuas de probabilidad en estudiantes de Ingeniería Civil, y particularmente, de la Universidad Industrial de Santander.

El propósito de este trabajo es diseñar una estrategia pedagógica usando herramientas tecnológicas que permita fortalecer la identificación, comprensión y uso de las siguientes distribuciones continuas de probabilidad: normal, beta, weibull, lognormal, uniforme, gamma, y exponencial, que puedan ser aplicadas en contextos propios de la ingeniería civil.

Este trabajo presenta una doble relevancia: académica y profesional. Académica porque contribuye al fortalecimiento de la enseñanza de la estadística aplicada mediante el uso de herramientas interactivas que permiten la visualización, la identificación y el análisis de datos. Y en el ámbito profesional, ya que se provee una herramienta para que ingenieros civiles desarrollen sus competencias analíticas, tomen decisiones fundamentadas y gestionen obras más seguras, eficientes y sostenibles.

1. Objetivos

1.1 Objetivo General

Diseñar una estrategia de enseñanza para la apropiación de las distribuciones de probabilidad continuas como herramienta para el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en ingeniería civil.

1.2 Objetivos Específicos

- Diseñar la actividad académica de aprendizaje tipo, utilizando herramientas tecnológicas para aplicar las distribuciones de probabilidad continuas en contextos de ingeniería civil.
- Diseñar herramientas didácticas tecnológicas para comprender las distribuciones de probabilidad continuas más empleadas en ingeniería civil.

2. Marco teórico

2.1 Marco Pedagógico

El aprendizaje significativo, propuesto por Ausubel (1983), busca que el estudiante no solo reciba la información, sino que construya conocimiento a partir de sus conocimientos previos, presentes en su esquema cognitivo, para la resolución de problemas propios de su entorno. En la enseñanza de estadística para Ingeniería Civil, este método permite y promueve la apropiación del aprendizaje para así llevarlo a la práctica mediante el uso de conceptos estadísticos, facilitando el pensamiento analítico y obteniendo la capacidad de interpretar y resolver problemas con datos reales del sector (Acosta & Cruz, 2025)

Para alcanzar este tipo de aprendizaje resulta fundamental emplear metodologías como el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP), que unen los contenidos matemáticos y en este caso, estadísticos, con situaciones concretas de la profesión (Arias & Pérez, 2023). Este modelo motiva y favorece la participación del estudiante en el trabajo colaborativo y la aplicación de la estadística como herramienta de resolución de problemas reales en la ingeniería civil; esto en concordancia con estándares internacionales como los definidos por ABET.

Para maximizar la efectividad de la enseñanza de estadística, es importante incluir el contexto sociocultural, ya que reconocer y adaptar las estrategias de aprendizaje al entorno, a sus antecedentes y a las experiencias facilita una conexión más profunda entre el estudiante, el concepto y su aplicación (Díaz Palencia, 2024). Esto se puede complementar con el paradigma sociocognitivo humanista que resalta la importancia de contemplar las dimensiones emocionales y sociales para mejorar la calidad de enseñanza en matemáticas y estadística, aumentando la percepción positiva del aprendizaje y llevando a un mejor rendimiento académico (Camarena, 2025).

De acuerdo a este contexto pedagógico, la presente propuesta diseñó herramientas digitales interactivas que involucren al estudiante de una manera activa en la simulación y análisis de situaciones y alternativas de diferentes situaciones que involucren datos, con base en los conceptos de las distribuciones de probabilidad continua, que serán descritos a continuación.

2.2 Marco Estadístico-Probabilístico

2.2.1 Distribuciones de Probabilidad Continuas. Las distribuciones continuas permiten modelar variables que pueden tomar valores infinitos en un rango y representan varios fenómenos en ingeniería civil, como valores de sequía con una distribución gamma (Nadarajah

& Gupta, 2007), deformación de taludes con una distribución de Weibull (Z. Jia, 2015), o tiempos de falla con una distribución exponencial (Xu & Susemihl, 2006), entre otros. Además, otras de las distribuciones más utilizadas son la distribución normal, uniforme, beta, y logarítmica, que se encuentran en el análisis estructural y la evaluación de riesgos (Arias & Pérez, 2023).

Para mejorar la comprensión de estos conceptos en los estudiantes, resulta efectivo complementar los ejercicios prácticos con casos reales en los que los datos obtenidos se ajusten a dichos modelos probabilísticos. Incorporar herramientas tecnológicas que permitan la visualización y el ajuste interactivo de la distribución continua favorecerá un aprendizaje efectivo y el desarrollo de habilidades analíticas aplicadas.

2.2.2 Herramientas Tecnológicas en la Enseñanza de Estadística. El uso de herramientas tecnológicas ha transformado la enseñanza y el aprendizaje de la estadística en los programas de ingeniería, facilitando tanto la comprensión de la teoría como la aplicación en la vida real. En estudios recientes, se ha demostrado que el rendimiento académico de los estudiantes mejora (Calle et al., 2024). Además, se ha evidenciado que la aplicación de estrategias como el ABP mediado por tecnologías de la información y comunicación (TIC) produjo diferencias significativas en el mejoramiento de competencias en estadística (Arceo et al., 2023). Estas herramientas no solo simplifican los cálculos estadísticos, sino que ayudan a la comprensión mediante visualización de datos interactiva, participación activa y la capacidad de resolver problemas en contextos reales. Por lo tanto, la incorporación de tecnologías educativas en la enseñanza de estadística se convierte en un factor determinante para mejorar tanto el aprendizaje significativo como el desarrollo de habilidades analíticas aplicadas en ingeniería civil.

3. Metodología

Esta metodología se define como un proceso estructura que busca integrar el análisis estadístico con el desarrollo de herramientas interactivas para favorecer el aprendizaje significativo, así el estudiante no solo se le presentan datos, sino que puede experimentar y manipular variables en tiempo real.

3.1 Herramientas

Para el desarrollo de esta práctica, se seleccionaron recursos y herramientas que facilitan la enseñanza y el aprendizaje de conocimientos estadísticos aplicados a la práctica ingenieril. La plataforma tecnológica se basa en el lenguaje de programación R y en el entorno de programación Shiny (basado en R), que permite crear una aplicación web interactiva en forma de tablero de control (dashboard) para la visualización dinámica de las distribuciones de probabilidad. Se diseñaron aplicaciones individuales para las siguientes distribuciones: uniforme, normal, lognormal, beta, Weibull, exponencial y gamma; las cuales fueron elegidas debido a su relevancia en casos de estudio observados en la literatura y se compararon con los resultados en una encuesta interna a profesores planta de la escuela de Ingeniería Civil que se realizó el 22 de enero de 2025 por parte de los profesores John Jairo Márquez y Guillermo Mejía. Esto, con el fin de proporcionar a los estudiantes una herramienta que sea funcional, asertiva y coherente con las temáticas vistas en los cursos del programa que les permita ajustar parámetros e interpretar datos en tiempo real.

Las herramientas empleadas en las diferentes frases de la práctica fueron:

- Las fuentes de información: se emplearon motores de búsqueda especializados como Scopus, ScienceDirect y Google Scholar, entre otros, encontrados en la web, para asegurar una fundamentación teórica basada en la literatura reciente.
- Entorno de programación (R-Shiny): la herramienta se realizó mediante un lenguaje de programación de R y el framework Shiny, que en conjunto con RStudio forman un ecosistema capaz de crear una interfaz dinámica donde el estudiante puede observar y manipular parámetros de las distribuciones continuas estudiadas y un ajuste estadístico en un tiempo real.
- Recursos TIC Institucionales: se utilizaron las herramientas proporcionadas por la Universidad como la biblioteca digital y el entorno de Microsoft Office (Word, Excel, Power Point, One Drive, Microsoft Forms) para la investigación y gestión de datos.
- Instrumento de recolección de datos: se diseñó un cuestionario de validación técnica dirigido a docentes y estudiantes para evaluar la usabilidad de las herramientas, conocer su facilidad y claridad y reconocer su pertinencia en los procesos educativos que se llevan a cabo en el aula de clase.
- Entorno de programación colaborativo y de apoyo: se utilizó Google Colab como entorno en la nube para la adecuación, la limpieza y las pruebas iniciales del código. Corregir el script para que, durante su ejecución, no se produzcan errores.

Estas herramientas se presentan en la tabla 1, donde se relaciona a qué objetivo aportan y en qué fase de la práctica se encuentran.

Tabla 1.

Matriz de relación entre objetivos, fases y herramientas tecnológicas

Objetivo	Fase	Herramientas
OE1. Diseñar las secciones de aprendizaje utilizando	Fase 1. Revisión bibliográfica	Bases de datos académicas (Scopus, ScienceDirect y Google Scholar, entre

herramientas tecnológicas.	selección de otros), Microsoft Office (Word, Excel, Power Point, One Drive, Microsoft Forms)
OE2. Diseñar herramientas tecnológicas para la comprensión de las distribuciones continuas.	Fase 2. Desarrollo de la herramienta interactiva. Fase 3. Diseño de clases de aplicación. Ecosistema: Shiny- R- RStudio, recursos TIC institucionales (Biblioteca Digital UIS, plataformas didácticas digitales (Google Colab)

3.2 Procedimientos

Para alcanzar los objetivos específicos planteados, la metodología se estructura en tres fases: diseño, desarrollo y validación de la estrategia didáctica.

Fase 1. Revisión bibliográfica y selección de distribuciones de probabilidad.

- Revisión de la literatura sobre las distribuciones de probabilidad continuas más utilizadas en ingeniería civil.
- Identificación de las distribuciones usadas en casos de estudio reales relacionados con proyectos ingenieriles, en especial a la construcción

Fase 2. Desarrollo de la herramienta interactiva

- Diseño de una herramienta interactiva, usando Shiny (R) y/o Python, que permita visualizar y ajustar las distribuciones de probabilidad continuas.
- Ejecución de pruebas piloto para comparar resultados con herramientas como Google Colab.
- Encuestas de usabilidad de las herramientas, mediante la prueba de las mismas para conocer la perspectiva de docentes y estudiantes.

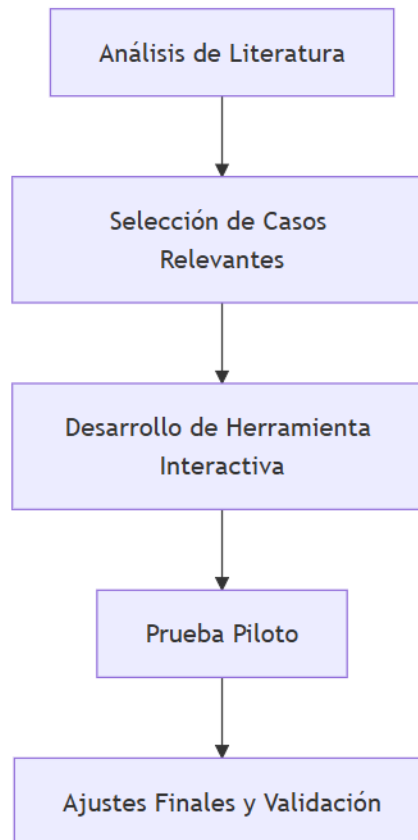
Fase 3. Diseño de clases de aplicación

- Elaboración del diseño de clase mediante el aprendizaje significativo, integrando la herramienta interactiva desarrollada.
- Diseño de actividades prácticas guiadas que incluyan el uso de datos reales, simulaciones y análisis de resultados para favorecer y fortalecer la comprensión de las distribuciones de probabilidad y su relación con la toma de decisiones en proyectos de ingeniería.

En el siguiente gráfico se presenta el diagrama de flujo metodológico, que representa secuencialmente las etapas que se desarrollarán en este trabajo (ver Figura 1).

Figura 1.

Diagrama de flujo metodológico.



4. Resultados

4.1 Resultados de la validación y selección de distribuciones

Como resultado de la fase 1 se consolidó la selección de las siete distribuciones de probabilidad mediante la comparación de la literatura y los conceptos de profesores de la Escuela de Ingeniería Civil y los resultados se observan en la tabla

Tabla 2.

Sustentación técnica para la selección de distribuciones.

Distribución	Aplicación en Ingeniería Civil	Referencia Base	Validación Expertos (UIS)
Gamma	Modelado de sequías e hidrología. Análisis de confiabilidad estructural bajo excitaciones sísmicas estocásticas y estado límite multidimensional. La resistencia a flexión del hormigón geopolimérico de escoria de cobre.	Nadarajah & Gupta (2007) D.-W. Jia & Wu (2024) Deep et al., (2024)	
Uniforme	Análisis estructural. Evaluación de riesgos.	Arias & Pérez (2023)	Análisis de velocidades de operación en tramos viales simulados
Beta	Análisis estructural. Evaluación de riesgos. Parámetros de la ingeniería geotécnica Planificación de redes PERT convencional.	Arias & Pérez (2023) Sima et al., (2010) Zhong et al., (2005)	
Weibull	Deformación de taludes.	Jia (2015)	Fallas en tensión en cilindros. Análisis de la duración de sequías en una región.
Exponencial	Tiempos de falla. Resistencia a la compresión del hormigón. Distribución de datos de precipitación y caudal de ríos	Xu & Susemihl (2006) Alotaibi & Nassar (2022) Sulistiyono et al. (2023)	
Normal	Análisis estructural. Evaluación de riesgos.	Arias & Pérez (2023)	Diseño estructural de pavimentos - método AASHTO. Modelación del proceso de congestión de un tramo vial con una intersección semaforizada. Fallas en concreto tipo cilindro, en compresión cuando hay varias muestras tienden a ser normal.
Log-normal	Análisis estructural.	Arias & Pérez	Falla en cilindros en

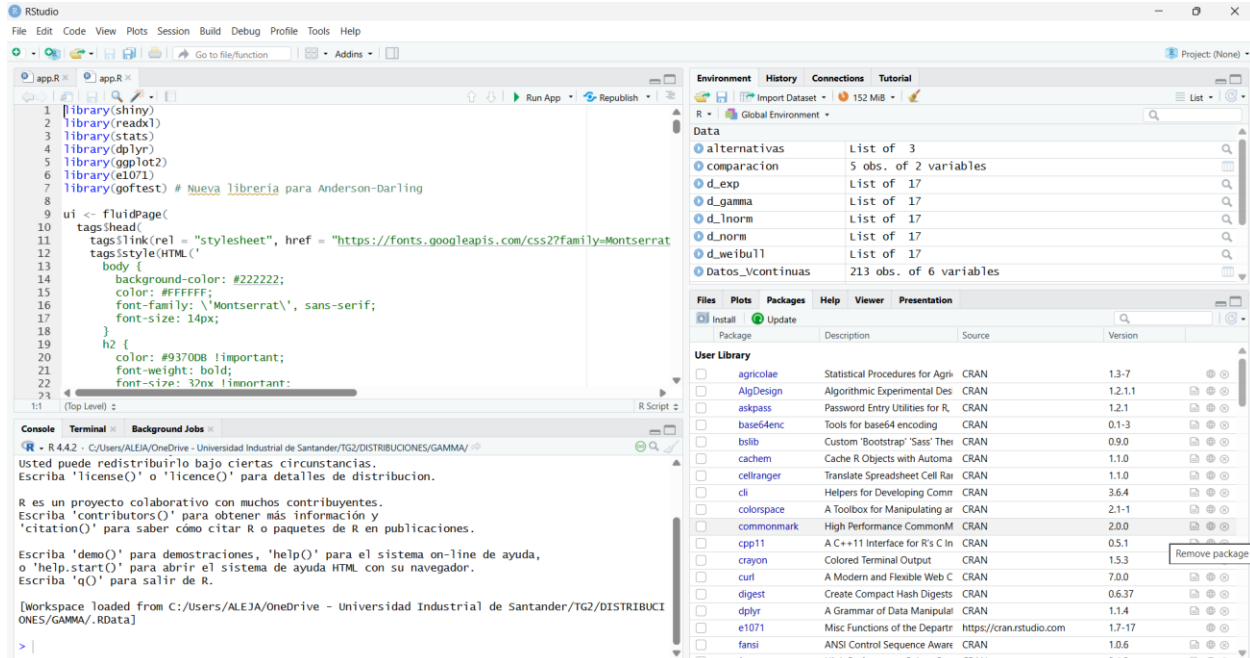
Evaluación de riesgos.	(2023)	compresión con pequeñas muestras. Diseño estructural de pavimentos - método AASHTO Análisis de la variabilidad de caudales en un río para gestión hídrica
------------------------	--------	---

La coincidencia entre la literatura y las distribuciones usadas por los docentes en la escuela confirmo la pertinencia y la necesidad de la creación del ecosistema en R-Shiny. La selección de las distribuciones corresponde a la demanda actual de los cursos en conjunto a los estándares usados en la investigación internacional.

4.2 Desarrollo de la herramienta interactiva.

Siguiendo la fase 2 de la metodología propuesta en el plan de trabajo, se desarrolló una herramienta interactiva diseñada para la enseñanza y el aprendizaje de las distribuciones continuas de probabilidad aplicadas en el contexto de ingeniería civil. Esta se desarrolló en el entorno de programación R, mediante el framework de Shiny, publicándose posteriormente en Shinyapps.io; lo que permitió unir el análisis estadístico con su visualización gráfica permitiendo la interacción dinámica dentro de la aplicación (ver Figura 2).

Figura 2.
Entorno RStudio.



Nota. En la imagen se muestra el entorno de programación en Rstudio para la distribución gamma.

Esta herramienta fue diseñada para facilitar el estudio de datos reales y la identificación de distribuciones probabilísticas adecuadas para modelar fenómenos asociados a procesos ingenieriles, como la resistencia de materiales, los tiempos de falla y la variabilidad de parámetros constructivos.

A continuación, se presentan las capturas de pantalla de los aplicativos desarrollados para las siete distribuciones continuas de probabilidad a estudiar: normal (ver Figura 3), esta se presenta para ilustrar la estructura visual y las funcionalidades del tablero, las otras distribuciones estudiadas presentan una interfaz similar con cambios de colores y parámetros únicamente.

Figura 3.
Interfaz de distribución normal.



Nota. Aplicativo sin datos cargados. La opción de seleccionar hoja y columna solo se habilita al seleccionar un archivo.

El aplicativo permite al usuario:

- Cargar bases de datos en formato Excel.
- Selección de variables para su análisis.
- Obtener estadísticos descriptivos.
- Generar gráficos como: histograma, boxplot, qqplot y áreas de probabilidad.
- Ajuste de datos con las distribuciones continuas: normal, uniforme, beta, gamma, exponencial, lognormal y Weibull.
- Realizar pruebas de ajuste de bondad tales como: Shapiro-Wilk, Anderson-Darling y Kolmogorov-Smirnov. (Saculnggan & Balase, 2013)
- Calcular probabilidades en eventos específicos cuando el ajuste es adecuado.

El sistema tiene validaciones automáticas que evitan mostrar datos incorrectos, es decir, que cuando los datos no se ajusten saldrá un cuadro de advertencia informando el caso y no

realizando el cálculo de probabilidades. Esto se realiza es para fortalecer la interpretación crítica por parte del usuario en su análisis matemático.

Desde el enfoque pedagógico, se busca involucrar activamente al estudiante en la apropiación de conocimientos estadísticos y probabilísticos en un entorno interactivo que favorezca la comprensión y la toma de decisiones basadas en datos en el contexto profesional.

4.3 Validación técnica de la herramienta.

Para garantizar la exactitud, la coherencia estadística y la funcionalidad, se realizó una serie de pruebas piloto utilizando un conjunto de datos simulados asociados a situaciones típicas en ingeniería civil.

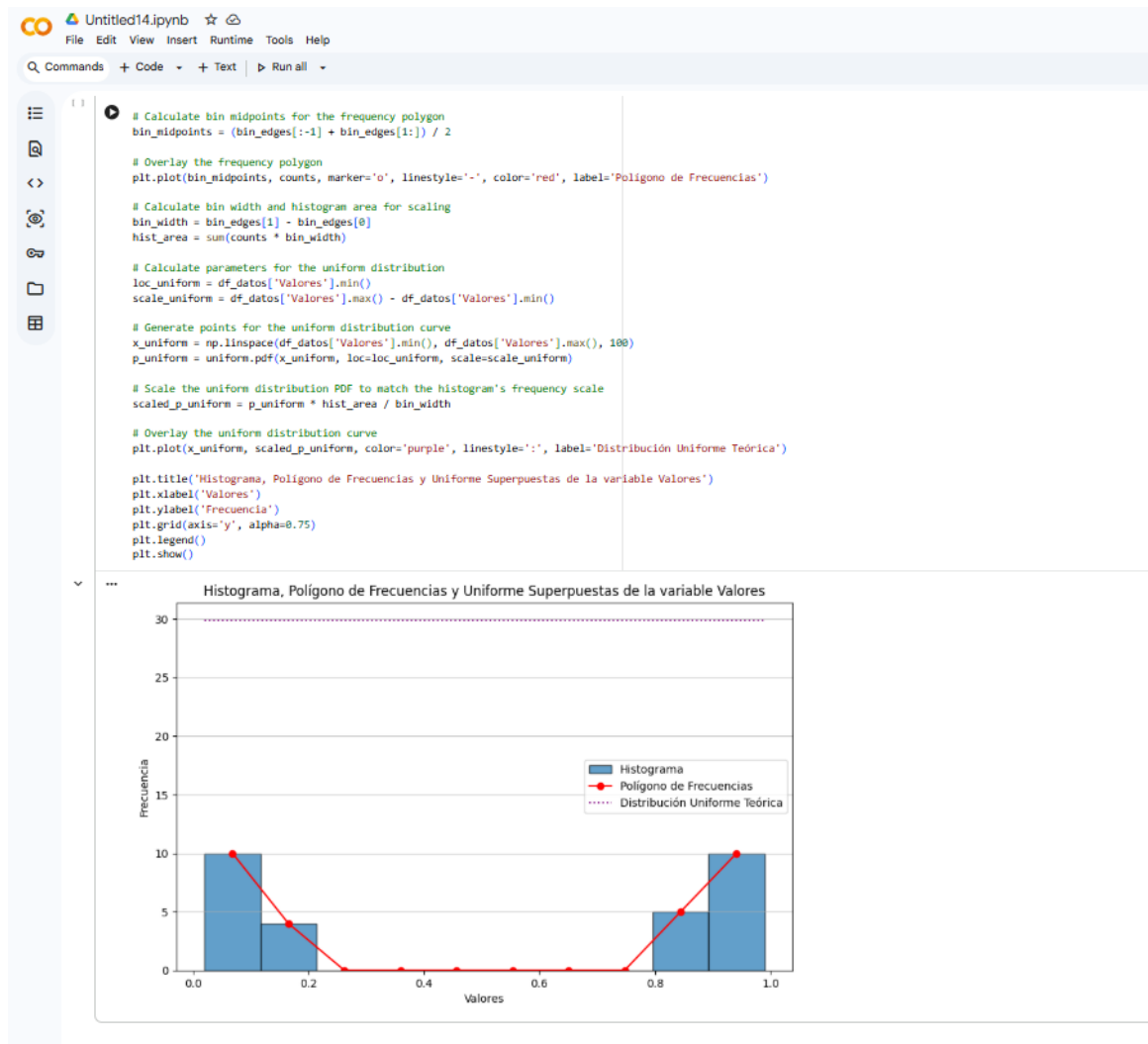
Durante la validación técnica se verificó que:

- Los parámetros en cada situación se estiman correctamente según las distintas distribuciones continuas estudiadas.
- Las pruebas de bondad de ajuste arrojan resultados coherentes.
- Para garantizar la validez y pertinencia de los valores de probabilidad, si el valor p es ≤ 0.05 , se bloquean los cálculos. Debido a que un valor igual o menor al 5% de significancia confirman que los datos no siguen la distribución de probabilidad elegida, invalidando cualquier calculo que se haga a partir de allí.
- Las representaciones gráficas corresponden al comportamiento esperado de cada distribución.

Los resultados se compararon con herramientas como Google Colab (Ver Figura 4) y evidencian una aceptable consistencia conceptual, estadística y probabilística, y un correcto funcionamiento de las aplicaciones publicadas.

Figura 4.

Ejemplo de comparación de resultados con Google Colab



Nota. Se realizó la comparación de todas las herramientas con Google Colab mostrando coincidencia de resultados

4.4 Evaluación de usabilidad.

Para evaluar la usabilidad de las aplicaciones, se diseñaron y realizaron encuestas en línea mediante un cuestionario de Microsoft Forms, con el fin de recopilar la información de manera automatizada y organizada. Con el fin de fortalecer el proceso de validación y seguimiento, el cuestionario estará abierto hasta la fecha de sustentación del trabajo para incorporar nuevas

opiniones y sugerencias. Este seguimiento se realizó con el fin de identificar posibles mejoras de las herramientas y dejar insumos para su optimización en futuros proyectos académicos.

Evaluación de usabilidad por parte de estudiantes: la evaluación se realizó con una muestra de 10 estudiantes del programa de Ingeniería Civil de distintos semestres mediante una única encuesta para conocer su percepción de la usabilidad de la herramienta. El modelo de pregunta utilizado se encuentra en el Apéndice C. Dataset para el desarrollo práctico de la clase diseñada. Algunas de las respuestas se presentan a continuación:

- Respecto a la frecuencia de uso de las distribuciones estadísticas en su entorno formativo, la mitad de los estudiantes indicó que “a veces” trabaja con estos conceptos, lo que indica familiaridad con los temas.
- Cuando se preguntó si utilizaría la aplicación como herramienta para el análisis de datos, el 80% respondió que sí, mientras que el 20% respondió que “tal vez” lo haría; lo que refleja una buena aceptación del recurso. Al preguntar sobre la facilidad para cargar archivos y seleccionar variables, el 70% se sitúa entre “Muy fácil” y “Fácil”, mientras que el 30% se sitúa en “Neutral”. Dado que ningún participante lo consideró difícil, se puede presentar información pertinente y adecuada. Con un promedio de 4.3/5, la navegación y el diseño intuitivo demuestran una percepción positiva del diseño. Se obtuvo una calificación baja por un estudiante, sin embargo, se sospecha que fue más por el dispositivo de conexión que de la herramienta. Sobre las distribuciones de probabilidad continuas mas utilizadas se destaca la normal, seguida de la uniforme, lognormal y exponencial. Lo cual es coherente en contextos de aplicación de la ingeniería civil. Las funcionalidades más valoradas fueron el cálculo

de probabilidad y la estadística descriptiva, lo que muestra que los estudiantes prefieren herramientas que prioricen los datos cuantitativos en la toma de decisiones. Las preguntas abiertas dejaron sugerencias orientadas a mejorar aspectos visuales (colores y uniformidad), a optimizar la carga de archivos pesados y a incluir un instructivo de uso dentro de la aplicación. En general, los resultados muestran una percepción favorable de la herramienta respecto de su claridad, funcionalidad y aplicabilidad a la vida académica.

Evaluación de usabilidad por parte de los profesores: la evaluación incluyó a 3 profesores de las áreas de Estadística, Econometría, Diseño Vial y Didáctica de la Probabilidad y la Estadística, mediante una única encuesta para conocer su percepción de la usabilidad de la herramienta. El modelo de pregunta utilizado se encuentra en el Apéndice B. Modelo de cuestionario docente. Algunas de las respuestas se presentan a continuación:

- Al hablar de la frecuencia de uso de las diversas distribuciones estadísticas, todos los docentes manifiestan trabajar con estos conceptos en su vida académica, ya sea: “siempre”, “frecuentemente” o “a veces”, evidenciando así la pertinencia de las herramientas.
- Todos los profesores utilizarían esta herramienta para el análisis de datos en su práctica docente o en su ejercicio investigativo, lo que refleja una alta aceptación y la viabilidad de su implementación.
- Respecto a la facilidad de carga de archivos, todos lo catalogaron como “Fácil” y “Muy fácil”. Además de que todos los paneles fueron claros para los docentes.

- Sobre lo intuitiva que les resultó la navegación, se obtuvo un promedio de 3.7/5, siendo 0: no intuitiva y 5: Muy intuitiva. De acuerdo con la interpretación de la escala, este resultado pone la percepción de los usuarios cerca del tercer cuartil, ubicándose en un nivel de aceptabilidad satisfactorio con oportunidades de mejora en aspectos como las orientaciones para el uso del aplicativo.
- La percepción de claridad de los gráficos por parte de los docentes fue menor que la de los estudiantes, quienes sugirieron mejoras en los elementos gráficos.
- Además de algunas otras observaciones como:
 - Tutorial de uso
 - Unificar el idioma
 - Documentar con mayor detalle los procedimientos.
 - Incluir más variables como, por ejemplo, Poisson.
- En general, se evidencia el potencial pedagógico del aplicativo, reconociendo su utilidad como herramienta complementaria para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y estadística aplicadas a contextos ingenieriles.

4.5 Diseño de la actividad académica de aprendizaje tipo:

Se realizó el diseño de una actividad académica de Estadística Aplicada a la Ingeniería para el programa educativo de ingeniería civil de la UIS (código 24095, 5° semestre) para permitir una apropiación de las distribuciones continuas de probabilidad en contextos de ingeniería civil, integrando la herramienta interactiva desarrollada.

- **Actividad académica:** Modelado de Distribuciones Continuas
- **Institución:** Universidad Industrial de Santander (UIS)

- **Programa:** Ingeniería Civil.
- **Materia:** Estadística Aplicada a la Ingeniería (código 24095)
- **Tema:** Distribuciones de probabilidad continuas: Beta, Gamma, Exponencial, Weibull, Normal, Lognormal, Uniforme.
- **Duración:** 90 a 120 minutos

Objetivos del aprendizaje

1. Identificar qué distribución se ajusta mejor a un conjunto de datos.
2. Interpretar los resultados de las pruebas de bondad de ajuste (Kolmogorov-Smirnov y Anderson-Darling).
3. Relacionar los parámetros estimados con los fenómenos físicos del campo de la ingeniería civil.
4. Calcular estadísticas descriptivas de un conjunto de datos.

Fase 1. Introducción

- Pregunta introductoria: ¿Cómo elegir la mejor distribución estadística continua para representar datos en reales en ingeniería?
- Explicación y contexto de las siete distribuciones a estudiar: contextos, parámetros, ecuaciones correspondientes, diferencias e interpretación.
- Presentación del concepto de las pruebas de bondad de ajuste: definición de la hipótesis nula, valor p y criterio del 5% de significancia.
- Introducción a la herramienta con un dataset con datos normalizados y limpios se presenta un ejemplo en el Apéndice C para familiarizar a los estudiantes con la aplicación.

Fase 2. Demostración guiada- Aplica para cualquiera de las distribuciones.

- Ingresar al link de la distribución a estudiar:

Distribución Normal: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/NORMAL/>

Distribución Uniforme: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DUNIFORME/>

Distribución Gamma: <https://divaortiz.shinyapps.io/GAMMA/>

Distribución Lognormal: <https://divaortiz.shinyapps.io/DLOGNORMAL/>

Distribución Weibull: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DWEIBULL/>

Distribución Exponencial: <https://divaortiz.shinyapps.io/DEXPONENCIAL/>

Distribución Beta: <https://divaortiz.shinyapps.io/DBETA/>

La documentación de los códigos utilizados para el desarrollo de estas herramientas se encuentra en los Apéndices del D al J.

- Cargar el archivo Excel de ejemplo como se muestra en la Figura 5.

Figura 5.

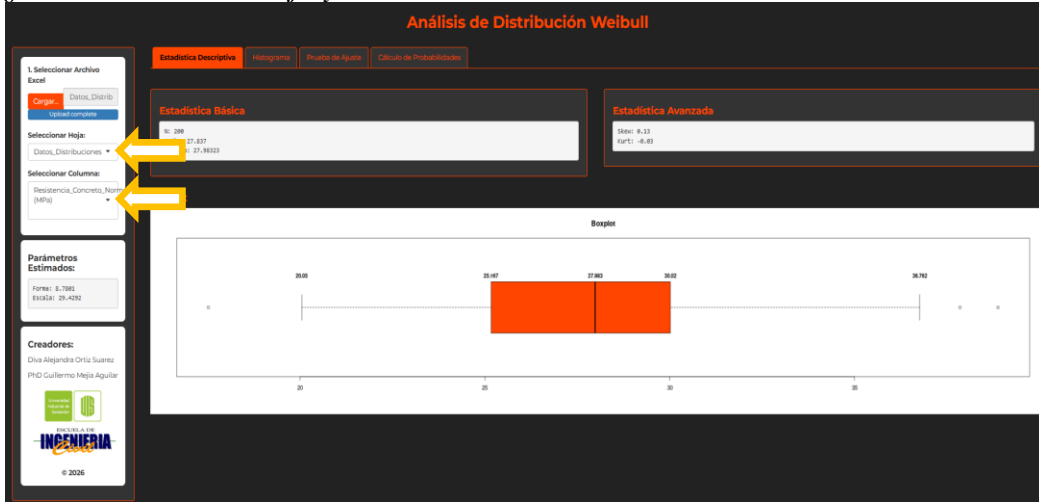
Carga de documentos en la distribución de Weibull



- Seleccionar la hoja y la columna a estudiar como se muestra en Figura 6.

¿Cómo seleccionar hoja y columna?. Nota: verificar que los datos sean numéricos y positivos si es el caso para distribuciones con soporte restringido.

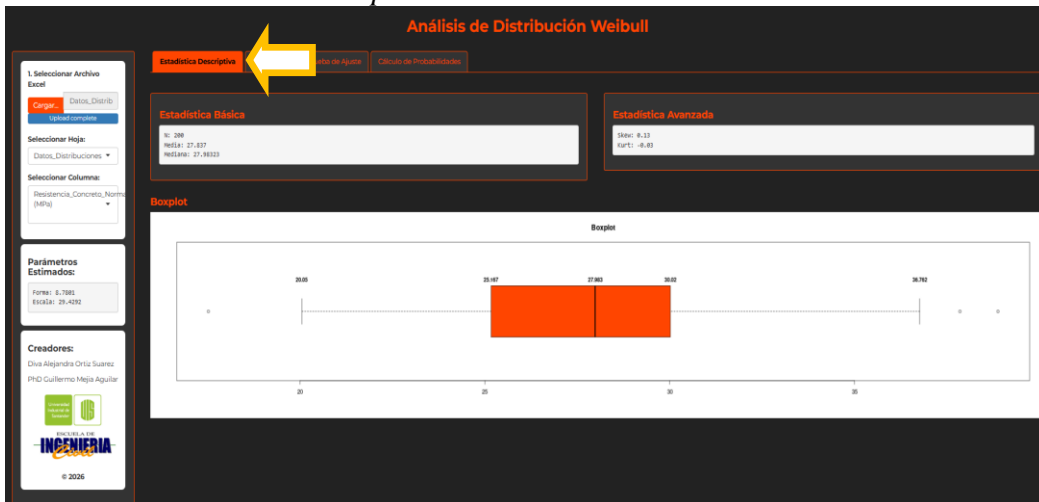
Figura 6.
¿Cómo seleccionar hoja y columna?



- Explorar la pestaña Estadística Descriptiva: interpretar asimetría y curtosis. Como se muestra en la Figura 7.

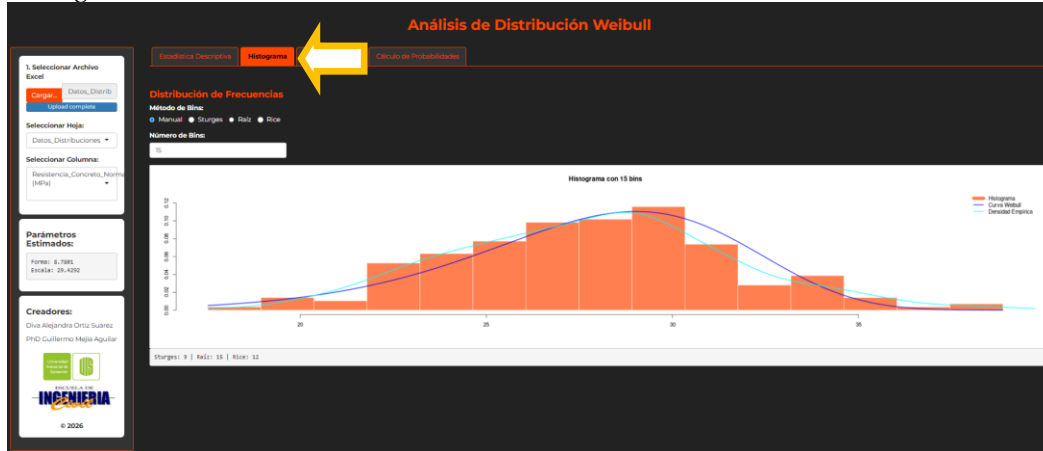
Módulo de estadística descriptiva.

Figura 7.
Módulo de estadística descriptiva.



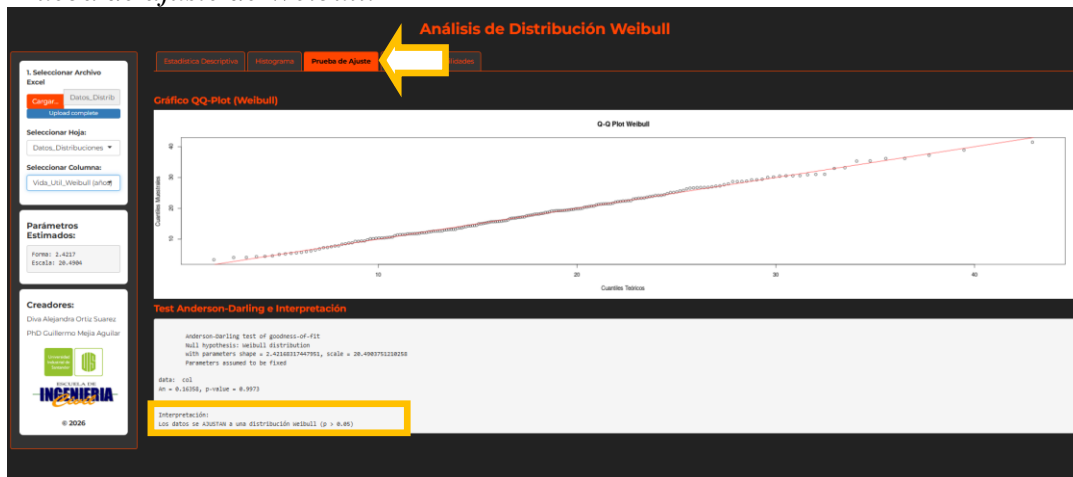
- Analizar el histograma con curva teórica superpuesta: ajuste visual vs. ajuste estadístico

Figura 8.
Histograma de la distribución Weibull.



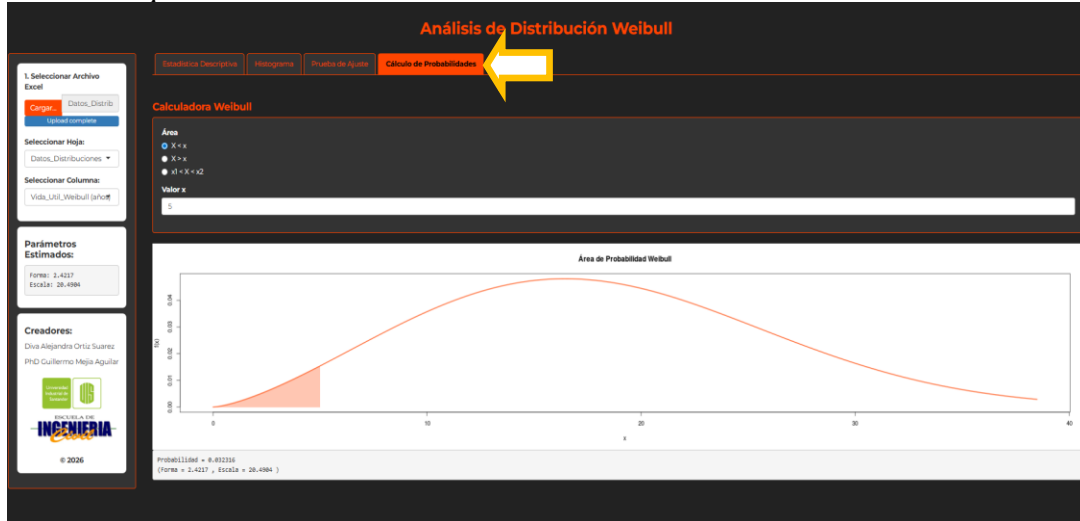
- Leer el Q-Q Plot y el resultado de la prueba de bondad de ajuste: interpretar el valor p y la conclusión automática de la aplicación para reconocer si los datos se ajustan o no a la distribución.

Figura 9.
Prueba de ajuste de Weibull.



- Calcular Probabilidades con la calculadora: área bajo la curva, interpretación para decisión de mantenimiento, se debe tener en cuenta que de no ajustarse los datos a la distribución, en esta pestaña no saldrá la gráfica ni el cálculo.

Figura 10.
Cálculo de probabilidad de la distribución Weibull.



Fase 3. Trabajo en equipos

- Formación de 7 grupos de trabajo para asignar una columna del dataset diferentes: resistencia del concreto [Mpa]: Distribución normal, tiempo de falla [años]: exponencial, asentamiento [mm]: uniforme, caudal [m³/s]: lognormal, vida útil [años]: Weibull, demanda de tráfico [veh/día] : gamma, humedad del suelo[%]: beta.
- Exploración: Calcular parámetros, coeficiente de asimetría y curtosis. Anotar para presentar en informe
- Pregunta guía: ¿Los estadísticos descriptivos son consistentes con alguna familia de distribuciones?
- Prueba visual: Probar al menos 3 distribuciones en la aplicación para realizar una comparación de histogramas y sus curvas.
- Prueba estadística: Registrar el estadístico de prueba y el valor p para cada distribución ensayada. Concluir cuál o cuáles se ajustan al 5 % de significancia.

- Interpretación: Redactar una conclusión de máximo 3 líneas de los resultados estadísticos con la decisión de ingeniería que se derivaría de ellos.

Fase 4. Socialización de resultados

- Por grupos exponer: dataset asignado, distribución, parámetros estimados y probabilidad calculada y su comparación con otras distribuciones.

Fase 5. Cierre

- Reflexión escrita (máx. 150 palabras): ¿Qué implicaciones tiene elegir una distribución incorrecta en el diseño de una obra civil?

Materiales:

- Computador
- Cuaderno y lapiceros
- Proyector y/o televisor

5. Discusión

Esta práctica tuvo como propósito diseñar una estrategia orientada a la apropiación de distribuciones continuas de probabilidad en situaciones propias de la ingeniería civil, esto se hizo mediante el desarrollo de una herramienta interactiva dividida en siete distribuciones y la estructuración de una clase de aplicación. Por ello, los resultados permiten reflexionar sobre las implicaciones pedagógicas y tecnológicas del diseño.

Como primera parte, el desarrollo de la aplicación interactiva, evidencia que es posible integrar el análisis estadístico descriptivo, las pruebas de bondad de ajuste y el cálculo probabilístico en un entorno dinámico, para la visualización y exploración de datos reales. Esto

se alinea con los enfoques propios del aprendizaje significativo aplicado, para que el estudiante logre relacionar conceptos, contextualizarlos y manipularlos.

La valoración positiva por parte de los estudiantes da sentido a la pertinencia que se supuso al iniciar la práctica, facilitando la comprensión de conceptos y registrando la utilidad de integrar herramientas interactivas y tecnológicas en el aula de clase.

La evaluación realizada por los docentes aporta la validación disciplinar. El hecho de que el 100% de los profesores manifestara su disposición a utilizar el aplicativo en su ejercicio académico refuerza la pertinencia del diseño. Sin embargo, las observaciones refieren mejoras para lograr una mayor robustez didáctica.

Desde el punto de vista teórico, la literatura y las investigaciones demuestran la importancia de incorporar recursos interactivos en la enseñanza de la probabilidad aplicada, en especial en carreras como la ingeniería civil, donde la toma de datos fundamentados es indispensable. La herramienta no sustituye el razonamiento matemático, pero sí actúa como puente entre el modelo teórico y su aplicación.

Respecto a la validez, es importante considerar que la evaluación se encuentra en una fase preliminar de usabilidad con una muestra reducida. Esto debido a su proyección con continuidad en próximos proyectos. Sin embargo, los datos muestran la aceptación estudiantil y la valoración positiva de los docentes.

6. Recomendaciones y limitaciones

El trabajo se desarrolló en un solo caso: en el curso de Estadística Aplicada a la Ingeniería de la Universidad Industrial de Santander (UIS), por lo que los resultados no podrán generalizarse a toda la población estudiantil ni a todas las instituciones.

Las evaluaciones de la estrategia didáctica estuvieron condicionadas por el tiempo disponible durante el trabajo de grado, realizándose una evaluación preliminar, pero no una validación completa de la herramienta tecnológica desarrollada. Esta validación integral se proyecta para un trabajo de investigación posterior.

La herramienta se centró en algunas de las distribuciones de probabilidad continuas más relevantes para la ingeniería civil, sin abordar todas las existentes.

A pesar de estas limitaciones, el estudio mantiene su pertinencia académica y contribuye al fortalecimiento de la enseñanza de la estadística aplicada a la ingeniería civil mediante el uso de herramientas tecnológicas.

Como proyección para proyectos posteriores, se propone la actualización constante de la herramienta, con un módulo que permita evaluar varias distribuciones continuas disponibles mediante el Criterio de Información de Akaike (AIC), o el Criterio de Información Bayesiano (BIC) para facilitar la clasificación de datos con el mejor ajuste estadístico. También se recomienda aplicar una transformación de datos al intervalo $[0, 1]$ para validar la distribución Beta. Con el fin de ampliar su uso, se sugiere flexibilizar la carga de archivos, admitiendo formatos adicionales además de Excel, para analizar y estudiar otras distribuciones en diferentes contextos ingenieriles. Finalmente se proyecta una validación integral en semestres futuros

Al unir estos elementos, los resultados permiten concluir que diseño de la herramienta y la propuesta de clase constituyen un buen precedente para la implementación de estrategias didácticas e interactivas apoyadas en las TICs, orientadas a buscar la apropiación de las temáticas relacionadas a las distribuciones de probabilidad en la ingeniería civil.

Referencias

- Abubakar, H., & Muhammad Sabri, S. R. (2021). Simulation Study on Modified Weibull Distribution for Modelling of Investment Return. *Pertanika Journal of Science and Technology*, 29(4). <https://doi.org/10.47836/pjst.29.4.29>
- Acosta, R. C., & Cruz, R. B. C. C. (2025). Impacto de las estrategias pedagógicas colaborativas en la participación y el aprendizaje de los estudiantes. *Revista RedCA*, 8(22), 165-190. <https://doi.org/10.36677/redca.v8i22.26362>
- Ahsanullah, M., & Hamedani, G. G. (2010). *Exponential distribution—Theory and methods*. Nova Science Publishers, Inc.
- Aitchison, J. (John) (with Internet Archive). (1957). *The lognormal distribution, with special reference to its uses in economics*. Cambridge, University Press. <http://archive.org/details/lognormaldistrib0000aitc>
- Alotaibi, R., & Nassar, M. (2022). A New Exponential Distribution to Model Concrete Compressive Strength Data. *Crystals*, 12(3). <https://doi.org/10.3390/cryst12030431>
- Arceo, R. B., León, J. G. M. P. de, Velarde, E. F. L., & Dietrich, G. G. (2023). El aprendizaje basado en proyectos mediante las TIC y su relación con el rendimiento académico en estudiantes universitarios.: RENDIMIENTO ACADEMICO. *Revista RELEP- Educación y Pedagogía en Latinoamérica*, 5(2). <https://doi.org/10.46990/relep.2023.5.2.1027>
- Arias, I. B., & Pérez, M. L. B. (2023). Proyecto de aula para la enseñanza de las ciencias básicas en ingeniería. *Encuentro Internacional de Educación en Ingeniería*. <https://doi.org/10.26507/paper.2857>

- Askitis, D. (2021). Logarithmic concavity of the inverse incomplete beta function with respect to the first parameter. *Mathematica Scandinavica*, 127(1), 111-130. <https://doi.org/10.7146/math.scand.a-121924>
- Buteler, L., Nieva, C., & Velasco, J. (2021). La apropiación de la enseñanza y el aprendizaje de futuros docentes durante el curso de Didáctica de la Física. *Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias*, 18(3), 3601-3601. https://doi.org/10.25267/Rev_Eureka_ensen_divulg_cienc.2021.v18.i3.3601
- Calle, V. A. L., Carvajal-Rivadeneira, D. D., Sornoza-Parrales, D., Vergara-Ibarra, J. L., & Intriago-Delgado, Y. M. (2024). Herramienta tecnológica Jamovi en el análisis e interpretación de datos en proyectos de Ingeniería Civil. *Innovaciones Educativas*, 26(41), 151-165. <https://doi.org/10.22458/ie.v26i41.5145>
- Camarena, M. F. C. (2025). El empleo del paradigma socio cognitivo humanista y su relación con la calidad de la enseñanza de las matemáticas en programas de ingeniería. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 16(2). <https://doi.org/10.18861/cied.2025.16.2.4039>
- Casella, G., & Berger, R. (2024). *Statistical Inference*. CRC Press.
- Chandra, V., Mallet, D., Polume, P. N., Morumo, L., Mambo, A. P., & Wranga, E. (2025). Project-Based Learning in STEM. En *Sustainable Development Goals Series: Part F5011* (pp. 113-147). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-95-0828-0_8
- Chen, P. (2006). Lognormal Selection With Applications to Lifetime Data. *IEEE Transactions on Reliability*. <https://doi.org/10.1109/TR.2005.858098>
- Deep, A., Zade, N. P., & Sarkar, P. (2024). Exploring the viability of copper slag geopolymer concrete in structural applications: A study on strength variability and seismic risk assessment. *Structures*, 70. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2024.107670>

- Deng, L. (2006). Uniform Distribution. En *Encyclopedia of Biostatistics: Armitage Enc Biostat* 2e (pp. 1-2). Wiley. <https://doi.org/10.1002/0470011815.b2a15167>
- El-Taha, M. (2018). Theory of Probability: Basics and Fundamentals. En R. Alhaji & J. Rokne (Eds.), *Encyclopedia of Social Network Analysis and Mining: Second Edition* (pp. 3076-3092). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4939-7131-2_170
- Evans, M., Hastings, N. A. J., & Peacock, B. (1993). *Statistical Distributions*. Wiley.
- Forbes, C., Evans, M., Hastings, N., & Peacock, B. (2011). *Statistical Distributions*. John Wiley & Sons.
- Gandhi, A. K., Mishra, V., Vashistha, B., Rastogi, M., & Vashistha, R. (2023). Distribution. En *Translational Radiation Oncology* (pp. 131-133). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-323-88423-5.00052-2>
- Gómez, N. M. (2004). *Probabilidad y estadística*. SUMA, 18, 0-840. (s. f.).
- Hogg, R. V., McKean, J. W., & Craig, A. T. (2019). *Introduction to Mathematical Statistics*. Pearson.
- Itai, U. (2025, septiembre 8). Why the Maximum Entropy Principle Shapes So Much of Probability and Machine Learning. *Medium*. <https://medium.com/@uriitai/why-the-maximum-entropy-principle-shapes-so-much-of-probability-and-machine-learning-6e1bf610e379>
- Jia, D.-W., & Wu, Z.-Y. (2024). Structural reliability analysis under stochastic seismic excitations and multidimensional limit state based on gamma mixture model and copula function. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 76. <https://doi.org/10.1016/j.probengmech.2024.103621>

- Jia, Z. (2015). The prediction function and value of theory of weibull model in the process of civil engineering design. *International Journal of Earth Sciences and Engineering*, 8(2), 993-999. Scopus.
- Johnson, N. L., Kotz, S., & Balakrishnan, N. (1994). *Continuous Univariate Distributions, Volume 1*. John Wiley & Sons.
- Johnson, N. L., Kotz, S., & Balakrishnan, N. (1995). *Continuous Univariate Distributions, Volume 2*. John Wiley & Sons.
- Madrid, A. E., Valenzuela-Ruiz, S. M., Batanero, C., Garzón-Guerrero, J. A., Madrid, A. E., Valenzuela-Ruiz, S. M., Batanero, C., & Garzón-Guerrero, J. A. (2022). Interpretación del diagrama de caja por estudiantes universitarios de ciencias de la actividad física y deporte. *Educación matemática*, 34(3), 275-300. <https://doi.org/10.24844/em3403.10>
- Makkonen, L. (2008). Bringing Closure to the Plotting Position Controversy. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 37(3), 460-467. <https://doi.org/10.1080/03610920701653094>
- Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (2010). *Applied Statistics and Probability for Engineers*. John Wiley & Sons.
- Mood, alexander M. (1920). *Introduction To The Theory Of Statistics Third Edition*. <http://archive.org/details/in.ernet.dli.2015.132521>
- Nadarajah, S., & Gupta, A. K. (2007). The Exponentiated Gamma Distribution with Application to Drought Data. *Calcutta Statistical Association Bulletin*, 59(1-2), 29-54. <https://doi.org/10.1177/0008068320070103>

- Ratnaparkhi, M. (2006). Lognormal Distribution. En P. Armitage & T. Colton (Eds.), *Encyclopedia of Biostatistics: Armitage Enc Biostats 2e* (pp. 1-2). Wiley.
<https://doi.org/10.1002/0470011815.b2a15080>
- Rinne, H. (2008). *The Weibull Distribution* (0 ed.). Chapman and Hall/CRC.
<https://doi.org/10.1201/9781420087444>
- Ross, S. M. (2010). Introduction to Probability Theory. En *Introduction to Probability Models* (pp. 1-20). Elsevier. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-375686-2.00007-8>
- Routray, S. K., & Mohanty, S. (2024). Information and communications technology for a sustainable world [Climate Change]. *IEEE Potentials*, 43(2), 6-12.
<https://doi.org/10.1109/MPOT.2024.3404114>
- Rubia, J. M. D. L. (2024). Rice University Rule to Determine the Number of Bins. *Open Journal of Statistics*, 14(1), 119-149. <https://doi.org/10.4236/ojs.2024.141006>
- Saculinggan, M., & Balase, E. A. (2013). Empirical power comparison of goodness of fit tests for normality in the presence of outliers. *J. Phys. Conf. Ser.*, 435(1).
<https://doi.org/10.1088/1742-6596/435/1/012041>
- Sharan, Y. (2015). Meaningful learning in the cooperative classroom. *Education 3-13*, 43(1), 83-94. <https://doi.org/10.1080/03004279.2015.961723>
- Sima, Y., Zhao, B., & Zhang, S. (2010). The application of random weighting method in determining the parameters of geotechnical engineering. *Int. Conf. E-Prod. E-Serv. E-Entertain., ICEEE*. 2010 International Conference on E-Product E-Service and E-Entertainment, ICEEE2010. <https://doi.org/10.1109/ICEEE.2010.5660114>
- Sturges, H. A. (1926). The Choice of a Class Interval. *Journal of the American Statistical Association*, 21(153), 65-66. <https://doi.org/10.1080/01621459.1926.10502161>

- Sulistiyono, H., Yasa, I. W., Setiawan, E., Ahyadi, H., Supardi, & Bajsair, H. (2023). The Modification of Chi-Square Tests for the Identification of Rainfall and River Flow Data Distribution. *Civil Engineering and Architecture*, 11(3), 1306-1323. <https://doi.org/10.13189/cea.2023.110316>
- Velarde, M. E. C. D., & Ramos, I. C. T. (2024). Análisis Plan de Estudio de Probabilidad y Estadística de Ingeniería Civil en una Universidad Pública. *Ciencia Latina Revista Científica Multidisciplinar*, 8(5), 4393-4408. https://doi.org/10.37811/cl_rcm.v8i5.13904
- Warella, R. Y., Wattimanela, H. J., & Ilwaru, V. Y. I. (2021). Properties of gamma distribution. *Barekeng*, 15(1), 47-58. <https://doi.org/10.30598/barekengvol15iss1pp047-058>
- Xu, S., & Susemihl, E. (2006). Reliability Metrics of Redundant Systems With Log-Normal Repair Times. *Engineering Technology Management: Engineering Business Management, Safety Engineering and Risk Analysis, Technology and Society*, 93-96. <https://doi.org/10.1115/IMECE2006-13169>
- Zhong, D.-H., Liu, K.-J., & Yang, X.-G. (2005). Uncertainty analysis for construction scheduling with flexible network simulation. *Xitong Gongcheng Lilun yu Shijian/System Engineering Theory and Practice*, 25(2), 107-112.

Apéndices

Apéndice A.

Modelo de cuestionario estudiantes

Instrucciones

1. Ingrese al tablero correspondiente.
2. En el panel izquierdo, haga clic en Cargar y seleccione un archivo de Excel con datos numéricos. y seleccione un archivo de Excel con datos numéricos.
3. Seleccione la hoja y la columna que desea analizar.
4. Navegue por los paneles: Estadística Descriptiva, Histograma, Prueba de Ajuste, Cálculo de Probabilidades.

Enlaces de los paneles

- Distribución Beta: <https://divaortiz.shinyapps.io/DBETA/>
- Distribución Normal: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/NORMAL/>
- Distribución Uniforme: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DUNIFORME/>
- Distribución Gamma: <https://divaortiz.shinyapps.io/GAMMA/>
- Distribución Lognormal: <https://divaortiz.shinyapps.io/DLOGNORMAL/>
- Distribución Weibull: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DWEIBULL/>
- Distribución Exponencial: <https://divaortiz.shinyapps.io/DEXPONENCIAL/>

Información del encuestado

Nombre completo *

Semestre que cursa*

Opinión sobre los dashboards

1. *¿Con qué frecuencia trabaja con análisis de distribuciones estadísticas en las materias que ha visto?*

Nunca Rara vez A veces Frecuentemente Siempre

2. *¿Considera que utilizaría este tipo de tablero para análisis de datos?*

Sí No Tal vez

3. *¿Qué tan fácil le resultó cargar un archivo de Excel y seleccionar la columna a estudiar?*

Muy difícil Difícil Neutral Fácil Muy fácil

4. *¿Qué tan claros le parecen los paneles de cada tablero (estadística descriptiva, histograma, prueba de ajuste, cálculo de probabilidades)?*

Nada claro Poco claro Neutral Claro Muy claro

5. *¿Cuáles de las distribuciones le resultan más útiles para su trabajo académico o profesional?*

Beta Normal Uniforme Gamma Lognormal Weibull Exponencial

6. *¿Qué funcionalidades consideran más útiles en los tableros?*

Estadística descriptiva básica

Estadística descriptiva avanzada

Boxplot e histogramas

Pruebas de ajuste a la distribución

Cálculo de probabilidades

7. *En una escala del 1 al 5, ¿qué tan intuitivo le resultó navegar por los tableros?*

8. *¿Considera que los gráficos y resultados visuales son claros y comprensibles?*

Sí, todos Algunos, pero no todos No, ninguno No estoy seguro

9. *¿Qué mejoras le sugeriría implementar en los tableros para aumentar su utilidad o facilidad de uso?*

10. Comentarios adicionales o sugerencias:

Apéndice B.

Modelo de cuestionario docente.

Instrucciones

5. Ingrese al tablero correspondiente.
6. En el panel izquierdo, haga clic en Cargar y seleccione un archivo de Excel con datos numéricos. y seleccione un archivo de Excel con datos numéricos.
7. Seleccione la hoja y la columna que desea analizar.
8. Navegue por los paneles: Estadística Descriptiva, Histograma, Prueba de Ajuste, Cálculo de Probabilidades.

Enlaces de los paneles

- Distribución Beta: <https://divaortiz.shinyapps.io/DBETA/>
- Distribución Normal: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/NORMAL/>
- Distribución Uniforme: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DUNIFORME/>
- Distribución Gamma: <https://divaortiz.shinyapps.io/GAMMA/>
- Distribución Lognormal: <https://divaortiz.shinyapps.io/DLOGNORMAL/>
- Distribución Weibull: <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DWEIBULL/>
- Distribución Exponencial: <https://divaortiz.shinyapps.io/DEXPONENCIAL/>

Información del encuestado

Nombre completo *

Materia(s) que dicta *

Opinión sobre los dashboards

1. *¿Con qué frecuencia trabaja con análisis de distribuciones estadísticas en su docencia o investigación?*

Nunca Rara vez A veces Frecuentemente Siempre

2. *¿Considera que utilizaría este tipo de tablero para análisis de datos?*

Sí No Tal vez

3. *¿Qué tan fácil le resultó cargar un archivo de Excel y seleccionar la columna a estudiar?*

Muy difícil Difícil Neutral Fácil Muy fácil

4. *¿Qué tan claros le parecen los paneles de cada tablero (estadística descriptiva, histograma, prueba de ajuste, cálculo de probabilidades)?*

Nada claro Poco claro Neutral Claro Muy claro

5. *¿Cuáles de las distribuciones le resultan más útiles para su trabajo académico o profesional?*

Beta Normal Uniforme Gamma Lognormal Weibull Exponencial

6. *¿Qué funcionalidades consideran más útiles en los tableros?*

Estadística descriptiva básica

Estadística descriptiva avanzada

Boxplot e histogramas

Pruebas de ajuste a la distribución

Cálculo de probabilidades

7. *En una escala del 1 al 5, ¿qué tan intuitivo le resultó navegar por los tableros?*

8. *¿Considera que los gráficos y resultados visuales son claros y comprensibles?*

Sí, todos Algunos, pero no todos No, ninguno No estoy seguro

9. *¿Qué mejoras le sugeriría implementar en los tableros para aumentar su utilidad o facilidad de uso?*

10. Comentarios adicionales o sugerencias:

Apéndice C.

Dataset para el desarrollo práctico de la clase diseñada.

El presente dataset cuenta con 200 datos distribuidos en 6 variables que se ajustan a las distribuciones continuas estudiadas: gamma, Weibull, uniforme, normal, log normal, beta y exponencial para desarrollo de ejemplo de clase. Estos datos han sido generados mediante inteligencia artificial, para que simulen parámetros y comportamientos probabilísticos siguiendo las distribuciones en contextos de ingeniería civil como la resistencia del concreto, tiempos de falla, asentamiento, caudales, vida útil, demanda de tráfico y humedad.

La generación controlada se realiza para garantizar que se puedan observar el ajuste de las distribuciones continuas en la herramienta.

El siguiente bloque está en formato CSV (valores separados por comas). Puede ser copiado y pegado para su uso en Excel. Para que su visualización sea correcta, verifique que el delimitador sea la coma (,) para que los datos se distribuyan en las 6 columnas correspondientes.

```
"Resistencia_Concreto_Normal (MPa)", "Tiempo_Falla_Exponencial (años)", "Asentamiento_Uniforme (mm)", "Caudal_Lognormal (m3/s)", "Vida_Util_Weibull (años)", "Demanda_Trafico_Gamma (miles veh/día)", "Humedad_Suelo_Beta (proporción)"
"29.986856612045", "10.493043189504", "24.243450969491", "15.483005024491"
, "19.108993315952", "8.1228988252831", "0.18524055235766"
"27.446942795315", "6.7501712417684", "12.497411590474", "16.529552616004"
, "12.552383205594", "15.051231870142", "0.55531719925609"
"30.590754152403", "5.9703721265084", "10.714241725637", "15.847986068159"
, "19.827382189382", "22.499552366572", "0.50318205794108"
"34.092119425632", "6.0614377811225", "22.371982563789", "14.216506116745"
, "15.47512714852", "24.877795659002", "0.32184672035858"
"27.063386501107", "2.2274617115747", "9.4719167703891", "20.479177765122"
, "18.320224317012", "7.8419547216145", "0.2940375021671"
"27.063452172203", "1.7378104213355", "24.264450788812", "14.405642259789"
, "16.005499229645", "8.9197550612084", "0.12544938510343"
"34.31685126203", "8.2868725362986", "5.2430894937963", "22.380336316369",
"13.123829327523", "12.725246188931", "0.44440125056011"
"31.069738916612", "8.3066409954351", "24.397576534153", "19.685941591987"
, "30.892676056376", "13.035340237048", "0.57576881487764"
"26.12210245626", "10.08975023684", "5.8631982390115", "18.254667144027", "
23.155105132423", "10.014504408511", "0.12381086556612"
```

"30.170240174344", "12.223079809183", "22.822862273961", "13.970871223111",
"9.3878992274998", "7.0218900055328", "0.14174247492063"
"26.14632922875", "3.5804661846645", "15.554022181726", "15.947330808108",
"26.539969686339", "10.810795315929", "0.18727519902269"
"26.137080985719", "3.480921887756", "24.859295922386", "27.171170152654",
"17.022520447328", "24.864734801158", "0.19126728643194"
"28.967849086264", "8.0047496615424", "6.475931294708", "24.541532221554",
"27.660972460594", "8.2864239412124", "0.27500861851914"
"20.346879021369", "5.248595374439", "16.077085688026", "13.585158391186",
"24.189204225515", "12.336295282169", "0.25947326522223"
"21.100328669948", "6.0527532425576", "24.386050712382", "20.899660653654",
"15.789106999926", "32.837782455877", "0.11601733753096"
"25.750849883036", "7.943097374771", "15.461956883403", "27.127686524896",
"4.4018583044978", "8.2235314599106", "0.58785489976801"
"23.948675518662", "11.036617381734", "17.587972762705", "10.300968166353",
"12.565868918546", "15.400542255631", "0.14184427607987"
"29.256989330381", "2.0624120356883", "18.914973779692", "24.961735615272",
"18.10870442653", "25.384293792966", "0.26709409153878"
"24.367903697915", "2.3546839436378", "14.090821295355", "15.408980617369",
"20.029545911385", "14.753883829174", "0.16934940183695"
"22.350785194659", "0.4934801959368", "17.551161601681", "25.235190465541",
"12.327213064816", "18.677321071454", "0.50512959987175"
"33.862595075686", "4.3170701330472", "16.686286238462", "14.801023553264",
"9.3659678731924", "16.41855238867", "0.21522630115591"
"27.096894798054", "0.18302052105429", "23.02316020982", "9.7576067443315",
"25.308873422413", "14.17896881822", "0.30267928438841"
"28.270112818752", "3.1330347409105", "5.9089276068292", "10.474911581302",
"35.374750907427", "21.003475447468", "0.60433689465816"
"22.301007255146", "3.9114729284356", "10.619263791845", "20.475600928066",
"17.78692887836", "15.163219768959", "0.22644282471137"
"25.822469101899", "1.6881533015726", "24.008229681531", "22.28444721161",
"10.257008873757", "10.067637343938", "0.33001023491705"
"28.443690358839", "4.4681626507309", "22.805275677818", "13.989028586046",
"12.64542264458", "11.864514114254", "0.15526763571838"
"23.396025690311", "0.15487531050737", "14.113135055714", "25.930943453256",
"4.0595589219268", "13.256694609319", "0.26403835416331"
"29.502792073383", "0.19031749641395", "17.402651956031", "10.333509614016",
"28.653928748396", "8.8916247736444", "0.38705557101692"
"25.597445240325", "8.6467568476907", "10.547623659623", "19.561592560506",
"8.7133295705558", "12.134704368078", "0.12195815794277"
"26.833225000827", "2.2329251210387", "8.7624231944752", "12.373950788529",
"18.822440175373", "11.268919823317", "0.23073436812794"
"25.593173551082", "0.67944520648714", "14.2739680988", "15.475614962542",
"12.683603122136", "15.140279676278", "0.33743284497625"
"35.409112738036", "3.6932679413951", "12.067044560521", "20.469980939437",
"18.363657012843", "28.694037904328", "0.072410462979132"
"27.946011101048", "7.3482397022287", "16.673122237017", "14.236863955506",
"20.424333062757", "12.495692381346", "0.37822073548514"
"23.769156284176", "1.2155900171495", "6.5546927392997", "17.221830295835",
"25.134045774293", "22.777905294361", "0.31943439979758"
"31.290179648413", "4.8760980932825", "24.487896153323", "30.039618397991",
"11.133379850581", "14.874672739882", "0.1972597201781"
"23.116625400116", "0.44605514494949", "24.724214889592", "15.946561916809",
"3.2997472201165", "12.107187831853", "0.28717210051402"
"28.835454380019", "0.26532547955155", "18.963234280395", "28.05808553577",
"9.2939994835398", "8.6295742210507", "0.60082219186171"

"20.161319504481", "3.7895447031276", "15.721927326882", "12.783013996767"
,"27.920959338575", "12.153057307754", "0.097122605722856"
"22.687255804406", "3.8895522134737", "11.190552325727", "24.826749261783"
,"26.758920727395", "11.781669977954", "0.27500735391621"
"28.787444943476", "5.0726872410231", "21.275900394139", "35.75275926013",
"19.258250394415", "7.4483680882259", "0.50459339921231"
"30.953866319982", "6.4748028145834", "18.694623451078", "7.4733413370772"
,"19.323610511436", "8.0915005352368", "0.15951835961325"
"28.68547312476", "18.6177850435", "8.2523387868978", "14.603217743356", "2
0.729781154745", "13.312320470783", "0.21444346597451"
"27.537406870447", "3.6314555961518", "23.218543689877", "25.300618722576"
,"10.353630330602", "22.66675521683", "0.46315732764974"
"26.795585217643", "1.9500985705299", "21.450744858463", "18.518715059653"
,"28.660090474195", "10.626600109518", "0.27810240669822"
"22.08591203853", "7.9282698986634", "23.995998265838", "23.300116238791",
"15.661198564886", "4.6023644409753", "0.18504053848273"
"25.120623166421", "1.5792573271807", "19.514390167767", "15.774676882192"
,"14.950258223715", "2.5867149210527", "0.11455555890742"
"26.157444916161", "2.8899171563665", "17.268303918716", "20.793405953711"
,"17.650915575554", "6.1145794924044", "0.42289505550989"
"32.228488904876", "0.40852584291835", "13.364860725812", "18.872939164628"
,"5.9416199747611", "15.591591054332", "0.64406796345241"
"29.374473158274", "0.12838804770737", "23.65456966708", "32.044091848203"
,"10.114082668641", "5.1626145891683", "0.30832552667511"
"20.947839378549", "16.436899616343", "22.321277790008", "22.237239474282"
,"22.48082020896", "16.811602479383", "0.41057742450432"
"29.296335877579", "9.0388382105753", "5.9043734021238", "22.989579885843"
,"7.5109061435335", "15.173833130989", "0.19605420588441"
"26.459670878335", "5.9532136639967", "5.527339489945", "17.034645035831",
"19.37924255261", "10.440057286412", "0.13887477350878"
"25.292311998776", "2.6292982223257", "12.529267337561", "16.526373691658"
,"12.045404148703", "7.4848069230989", "0.098526761239196"
"30.446705155363", "0.95153268071054", "21.211066615637", "16.894307398703"
,"15.073665827412", "9.6715845810761", "0.367261131239"
"32.123998089984", "0.85060370786427", "24.745522586299", "23.518347399881"
,"13.000332820227", "13.148879230606", "0.50737933457377"
"31.725120476465", "1.4400299456329", "8.0083378220706", "16.972700624252"
,"14.395697355436", "5.2630532625454", "0.23646196854125"
"24.643129907109", "3.9839532415666", "16.882614307043", "22.553943816894"
,"22.003503333677", "21.5528792672", "0.4056361401586"
"26.763150496595", "6.2692464388839", "12.61781713262", "46.069923547375",
"13.180409288129", "13.088603819225", "0.26490977098894"
"29.325053725614", "5.396951748484", "24.398287956292", "28.458585251879",
"18.613944634359", "13.83800023973", "0.38081179439646"
"31.902180508489", "1.642061306945", "21.842378462714", "17.629798855595",
"16.796536082691", "15.120659808036", "0.2253317470449"
"26.083303048619", "15.490517492782", "21.766574094223", "32.475487333539"
,"20.698903673353", "20.538299477535", "0.045153695170606"
"27.257364093345", "6.6950870243761", "14.373863195899", "17.060568256361"
,"30.027179299938", "12.167989143383", "0.16436603283956"
"23.574660103976", "4.0411524096567", "13.296390046753", "8.8884278216577"
,"22.341659944485", "15.596283632815", "0.19143069972774"
"23.215173503677", "4.7301523601872", "10.468141438614", "13.420259600192"
,"11.338431822979", "7.5539722566057", "0.26164611414495"
"31.250103289577", "2.7201893276603", "6.1275099330185", "9.503719341229",
"5.0273868362964", "24.927939237856", "0.35639372193894"

"33.424960114283", "1.4233064613703", "22.294447525101", "17.45095903883",
 "12.424420689556", "11.752436565018", "0.080739366724919"
 "27.711959513679", "2.2000706466156", "21.258020182602", "20.234060578504"
 , "19.209188693334", "7.5331574704984", "0.10845747547887"
 "32.014131591568", "7.0909092387836", "24.994353465723", "39.274479247132"
 , "6.1669159361339", "8.6307967622582", "0.24552664654233"
 "29.446544100191", "0.072490398604021", "24.932736741478", "22.89162102513
 4", "17.200292219073", "3.3243162256274", "0.54539724630655"
 "25.419520981579", "0.61690196119988", "16.108634112053", "18.400167879818
 ", "19.246260557265", "8.6009096944714", "0.33554113912835"
 "29.445582422034", "0.2354718847626", "20.37974830361", "27.98761896248", "
 13.957125570971", "2.1247319932509", "0.11193257488627"
 "34.152146265864", "0.20790725958646", "23.895314597649", "8.294112090623"
 , "23.355422614706", "16.159715295634", "0.0786186195422"
 "27.85669584356", "9.6710151680783", "21.992947813548", "22.070587135463",
 "8.3527352318174", "13.629550549858", "0.22324955997792"
 "34.258574623256", "6.0812030585034", "9.946962034864", "27.33987003303", "
 7.2129641834593", "6.3277229047848", "0.23934489305311"
 "17.521019583641", "3.2139229720645", "14.010882706202", "11.118000946773"
 , "22.231089536931", "10.72818919707", "0.46916508399868"
 "31.287610017501", "0.51478459223907", "7.5831883030299", "31.737584747235
 ", "17.182868403065", "10.979317964083", "0.10930101287828"
 "28.348188272953", "3.3825898289862", "24.081020545174", "22.997800087794"
 , "21.267467158207", "5.5973203699124", "0.35084173842387"
 "26.803970598137", "3.2072516604719", "17.123492689018", "17.011419170021"
 , "15.979751042579", "9.7788566081199", "0.11473327681689"
 "28.367043106142", "0.95097356400112", "9.5728561100693", "25.870743779519
 ", "12.069266422503", "11.155171362445", "0.52095608449681"
 "20.049724341596", "2.8444956565116", "18.434013688117", "49.813057234201"
 , "24.78623303636", "9.6402944095178", "0.46291911654105"
 "27.12131244865", "2.541683072916", "17.362564809158", "21.601148876951", "
 24.176009597749", "7.5289958971714", "0.44580843062959"
 "29.428450286047", "4.7836121645657", "12.163254360657", "22.182157167515"
 , "21.41556807607", "6.1910653994091", "0.45074564735851"
 "33.911576178966", "5.0405726802046", "7.2711518439926", "16.714149567647"
 , "12.641875718817", "9.462930272442", "0.20776870168574"
 "25.926919126905", "0.23181162010267", "18.431463911856", "14.297179102029
 ", "19.107649492447", "8.0342591422732", "0.55308463989307"
 "24.766025588427", "2.3469200232753", "15.406154018076", "27.998034929348"
 , "14.503322400855", "14.627981426526", "0.24140578533153"
 "25.992971825662", "4.9156249739136", "20.446367834713", "14.261540942565"
 , "7.8348425266616", "21.155883818682", "0.35219914462398"
 "31.661608470808", "3.4971972630389", "15.40327002224", "20.668824348517",
 "28.820266356192", "17.212433792869", "0.56233355541039"
 "29.315004438639", "9.7067472658772", "22.043630006371", "16.592271610057"
 , "9.2920389069266", "11.346118480035", "0.066028107172517"
 "25.880959184932", "5.374873820275", "16.03813677549", "24.327123719361", "
 31.038941826363", "7.686447220943", "0.47801036279398"
 "30.053069732453", "0.88926434383654", "16.218759430708", "22.953371731366
 ", "16.201218178659", "16.985491148298", "0.36195574219105"
 "28.388310197392", "0.3659121812812", "22.533072053167", "30.417435424437"
 , "10.604808474267", "15.067096890805", "0.40161907642607"
 "31.874579962132", "5.1419707355445", "13.069657324248", "16.378892127571"
 , "18.114108200926", "20.436048689659", "0.14476908879022"
 "25.191787624491", "0.13434536333697", "7.6803045690128", "18.030234187195
 ", "26.720318248013", "12.174616604537", "0.14853618339714"

"26.689351413609", "4.4067368890365", "5.5756535262668", "13.578593070224"
,"22.33286577611", "24.289482605264", "0.267312282277"
"26.431567387471", "14.086277276936", "20.102745113472", "16.815190864404"
,"24.39288792975", "12.176529383318", "0.26650589488318"
"22.145940207472", "4.2839122278877", "17.406191027069", "23.357548245736"
,"20.588835864516", "7.6661940070906", "0.20168444011168"
"29.184481108258", "2.4565034611195", "19.081595361984", "27.188536891461"
,"21.358451651989", "8.447858698039", "0.51913485776257"
"29.04422108872", "5.1541357892249", "9.2592832301782", "13.889509880033",
"25.809376429782", "14.285111263309", "0.012576968831468"
"28.02045382657", "3.0647798702555", "7.7274295117354", "28.44130153255", "
12.14304683011", "8.0225194682775", "0.23005953211192"
"27.061651466499", "3.9440718028816", "5.2908933133576", "34.544734750042"
,"17.062158197931", "24.207548798522", "0.0891624767453"
"22.338517031798", "14.190635731165", "12.011751176132", "23.697604362703"
,"11.48722484829", "13.701687011056", "0.54371832312096"
"26.317418708939", "2.4396376367509", "16.798353737093", "42.55163693015", "
36.160599184426", "11.219760810347", "0.33806416750283"
"26.629141933893", "16.245459307534", "12.844880901995", "14.738812499062"
,"30.548915436214", "11.704035342551", "0.22099377678765"
"24.790890923114", "11.78788091885", "13.749498440475", "12.20856944486", "
5.5313208874607", "9.5867377376083", "0.12232166966906"
"27.354857153336", "1.0894813047023", "23.083173889875", "9.8602537190464"
,"21.675166632796", "3.9293204827563", "0.32715774615692"
"29.616203427258", "0.35942077651579", "11.965109340466", "36.540371746909"
,"29.281282415699", "8.4512284047118", "0.099974826820289"
"35.544743604842", "0.53112667740815", "15.279789783196", "26.095066214744"
,"10.488287524118", "22.745568868977", "0.33759203987394"
"28.698311251327", "0.091949439236169", "20.673060254823", "19.64388574019"
7", "18.645618312767", "12.340412283614", "0.58285447307747"
"29.030201562891", "0.49602505827877", "12.930855646425", "22.465649427737"
,"28.719020344117", "18.17815350929", "0.54903260880383"
"27.702216336935", "5.7443743628858", "17.441734004557", "12.804598715888"
,"5.2039895202333", "18.432930345664", "0.14440021531058"
"20.324915138804", "0.36924813473214", "22.247274174935", "53.426174862941"
,"21.480125570411", "10.780265273227", "0.53978868500882"
"27.893944498203", "1.9207859414743", "23.990412473153", "21.151027223293"
,"13.185244282073", "15.188941591153", "0.049103914238016"
"28.240920839764", "9.3176302004864", "7.9414696185808", "20.983951218077"
,"29.230027282732", "4.2020208093213", "0.22692986720788"
"37.852968449941", "0.11773501590356", "23.53175250323", "26.851096270413"
,"33.17053408901", "21.849041712002", "0.15071162446824"
"27.230556140876", "8.4226525309298", "14.842325861591", "24.34687958105", "
30.5646311905", "20.985199879256", "0.039774266807851"
"29.206189369334", "1.6554173341981", "10.164887765979", "21.967269810886"
,"16.760112790204", "14.089049701814", "0.41995867755192"
"27.861152921179", "0.62875059914554", "14.182715124765", "14.640771684324"
,"26.288583488608", "12.566435402438", "0.47032093240573"
"23.325287849522", "5.9657770421996", "24.60065150571", "24.254140446099", "
25.642975935208", "10.853855080577", "0.45932256242566"
"32.57129125806", "4.9569958821661", "14.852361879857", "42.640725684926", "
13.643206913363", "19.205695512832", "0.29286974164403"
"31.007732130747", "10.497079070435", "11.57503220575", "34.403834234109", "
25.10652937915", "16.05525693118", "0.32532081119704"
"31.164127788172", "6.641467893822", "17.668017086335", "37.988164498845", "
5.3902842216831", "1.4093746553498", "0.60829974048303"

"24.362450180821", "8.1349790299699", "9.8029123755639", "16.371036876625",
 , "19.2342193879", "9.0465360437363", "0.22799591781366"
 "33.611177243744", "1.6566693115337", "6.5172665621733", "13.519837778302"
 , "11.69328241727", "5.740196690361", "0.32858338995017"
 "22.392595748831", "0.97666648020223", "7.577594438213", "19.099940731026"
 , "8.8015910950267", "5.1128966796063", "0.18890883982814"
 "30.347428375201", "6.9437819800271", "7.5609167791554", "20.538269791802"
 , "7.2849993838534", "19.10672720829", "0.4759491652842"
 "36.76182250324", "8.2210459162171", "8.0380538702459", "31.114582730958",
 "21.453272886058", "10.732657342006", "0.46195246754851"
 "24.037854699477", "23.285024450701", "7.7765434529882", "10.206391565521"
 , "14.072966339424", "13.974258111671", "0.33552196724205"
 "25.734809081589", "2.660396770763", "17.817494896064", "37.033397023566",
 "22.145436867715", "11.447236076096", "0.29133052635406"
 "28.398605460351", "2.3262195598087", "8.6376016879829", "18.855352777674"
 , "6.8074241094907", "5.1532953336969", "0.30103608139013"
 "25.986097383535", "7.4897725167179", "11.913345666477", "16.932715381315"
 , "13.563626237605", "4.2622194347071", "0.32719066890773"
 "21.797346275735", "2.0836683546538", "22.93576819812", "13.398707537718",
 "18.065316817284", "8.7193951665824", "0.067640992867072"
 "28.274251899224", "13.350689621997", "14.479232805257", "10.36108883543",
 "23.918586225857", "9.1162450550693", "0.33280396452018"
 "23.750785145096", "9.7741957858312", "18.351154770421", "27.917904841497"
 , "13.635949501388", "9.113176117496", "0.56894038377803"
 "29.894369722541", "2.8017780472108", "8.4463974240326", "20.683311903195"
 , "19.864989921357", "9.2538657180558", "0.16873682327409"
 "24.322303063065", "6.9489235824773", "8.8457803761734", "11.989312645762"
 , "27.272368829643", "27.762615553058", "0.32347850774298"
 "34.19973762007", "7.0231649342751", "5.8173723253296", "11.964793842603",
 "19.64945756305", "18.043470655026", "0.25951423642259"
 "24.866986830655", "0.54418759403359", "8.3787012614433", "17.561098097605"
 , "11.761687873233", "12.429549615851", "0.21073410761816"
 "26.711753935177", "11.642228404338", "10.571806780639", "39.158151396111"
 , "4.5512719297658", "10.593787519871", "0.44543893158488"
 "31.254068869479", "3.5185374487838", "8.5402096855349", "18.104553105986"
 , "26.605145526369", "10.78755703295", "0.19252517781703"
 "23.076542734264", "8.7566627876166", "6.7740506751411", "11.009326957452"
 , "4.3052284537904", "15.768277155652", "0.4215730229752"
 "28.909839738417", "1.9286771308225", "7.412717422012", "18.205118200683",
 "26.792264729657", "10.542803200491", "0.31475560626343"
 "33.22857101713", "11.29395257273", "14.215575360655", "18.009701269042",
 "17.852270869077", "17.14820327908", "0.089175148068904"
 "21.570067061755", "2.4649422703009", "9.1266743681159", "6.8294581924051"
 , "30.183428780428", "13.11289274709", "0.18139749745537"
 "28.738535434129", "0.054484033075877", "12.285397220962", "19.65402306305"
 "2", "24.157042890713", "27.886610731063", "0.28885207597985"
 "29.039531176994", "11.789536484812", "15.068345417097", "18.313274655997"
 , "41.446423368092", "10.217446073571", "0.19122046404901"
 "31.127291487109", "0.47862805274238", "18.807896572587", "26.535475767409"
 , "14.294687856137", "18.673063655728", "0.25463202598101"
 "23.052197156488", "1.9232681669252", "5.786242796822", "42.080415312658",
 "23.252862933226", "6.0423460735928", "0.26260915795931"
 "22.718173547663", "14.984861915941", "20.988207978181", "31.520118100285"
 , "15.32610526108", "7.7917249135109", "0.18685770207616"
 "30.087766262468", "15.03974770052", "17.558007789818", "18.03734847983",
 "16.872444792781", "26.065671456356", "0.12356568324853"

"29.187938692933", "4.2599864552763", "6.6351806389774", "12.902094164214"
 , "19.899887732295", "16.793395586067", "0.35909026670109"
 "29.001971401384", "4.9961504019526", "22.471572482136", "56.224011767418"
 , "26.750196489159", "14.100243124499", "0.0072479127321231"
 "29.385792837988", "2.9750733181143", "23.417448010636", "20.566990210902"
 , "35.305859720005", "31.388557349313", "0.22541229173964"
 "25.279901113686", "1.735113893731", "6.2215591970973", "20.197760193818",
 "23.282647564805", "10.672314036815", "0.36825840320908"
 "28.929014788644", "1.9924316727519", "10.537552962944", "19.892643005438"
 , "15.641259152868", "18.651352827191", "0.47005375734757"
 "29.172289893195", "5.5816178996425", "21.124025595861", "21.741739761239"
 , "15.712562597008", "19.325063504761", "0.23340795938546"
 "25.142594327895", "6.9791893683154", "19.965193807673", "18.9585655104", "
 22.46926056467", "23.304334216643", "0.60455062392479"
 "35.463098044579", "7.8409770811057", "8.6904203871275", "15.967177312769"
 , "11.895598147379", "5.6414434012823", "0.11161825582151"
 "29.895331683647", "7.7941551592437", "9.1869864667342", "16.139285992879"
 , "8.4801454447052", "10.63565166746", "0.29180063638816"
 "23.234786011189", "0.4781847327016", "12.409442055828", "19.824106396225"
 , "14.37433104427", "12.998742887302", "0.243678850332"
 "30.626214434535", "3.4102479828668", "14.69045970382", "16.161471248378",
 "12.969088359029", "23.117966349989", "0.091172900738239"
 "24.101273319091", "0.29640853224369", "17.365095430606", "15.102521051365"
 , "13.16309332402", "13.816462746608", "0.34238261216894"
 "31.14833841497", "3.987306578477", "12.378272791395", "20.959082634913", "
 11.776672332232", "19.345480154309", "0.26135836388742"
 "32.63438231603", "2.9127763749364", "14.250694322663", "18.137998694178",
 "5.6811556957737", "5.347601279519", "0.1054542174998"
 "24.717270726593", "10.933093321104", "19.949418762675", "36.65673568311",
 "4.0131210598416", "9.3776430166345", "0.33941958951778"
 "31.853504516977", "2.1609580973394", "5.733664057812", "6.9560520321233",
 "36.175138026057", "20.946480586861", "0.066744046505086"
 "29.651123707746", "0.62252988776225", "10.04873888688", "31.081187753272"
 , "15.839886810486", "10.035431103441", "0.39484478584956"
 "31.288240639978", "0.7715382727106", "19.266991717691", "33.063636291044"
 , "14.974094237995", "11.089737740933", "0.17015973446902"
 "35.587171930616", "7.1671527353955", "22.904136753744", "8.7639253775177"
 , "21.063846075424", "22.937414292032", "0.69120933863894"
 "27.018447535989", "4.8145283987402", "15.233548842313", "17.512676013851"
 , "11.417290062535", "6.8166666640951", "0.17016504307164"
 "24.98505534257", "0.53304356122693", "15.642269705306", "17.312411181115"
 , "31.016028633902", "7.7225790986366", "0.2596580720942"
 "24.441942281498", "0.43927760834303", "7.1434402267955", "11.438619688963"
 , "23.791431928552", "5.0155973471629", "0.34085924943353"
 "24.736758860138", "6.0360423582655", "13.948247336469", "14.715087455599"
 , "7.7563679965516", "23.38576632707", "0.19361459120704"
 "27.691593162344", "0.37773044762899", "15.6523453291", "12.881210018685",
 "15.637563715243", "17.880439738098", "0.44211895717468"
 "29.364607899267", "8.6259292690429", "9.8494100726946", "40.484054371781"
 , "26.976469093826", "17.658586008289", "0.29181463438268"
 "29.10676319732", "6.12499876565", "10.384864618988", "29.202997474994", "3
 0.60011927188", "9.2375123744759", "0.043161632861845"
 "31.308732996144", "0.42424375290156", "12.545683262092", "33.402209082753"
 , "16.62504206895", "4.7927338834115", "0.085262851703911"
 "28.052007567512", "0.44326933888903", "5.4014239555545", "26.807154896008"
 , "19.597086138425", "3.9967559059399", "0.47376583548935"

"33.814136308629", "21.57729281029", "11.441583311664", "12.786364011971",
"10.13408928933", "21.022170253698", "0.27395330397107"
"26.941372667048", "2.3441879127614", "9.2289601399309", "16.284144323246"
", "37.235231290727", "14.567809931589", "0.23739520744885"
"38.880676666358", "2.3152763023766", "11.549947043558", "24.428483902227"
", "11.731874343374", "15.961049828151", "0.26707888209291"
"30.50266939106", "8.3778770164134", "7.395242636385", "12.319075028647", "
30.449276347075", "12.695680481279", "0.10348797073466"
"24.571369774335", "14.710822689816", "22.810545614798", "26.714309871215"
", "20.384930270508", "7.21239585384", "0.22795113216234"
"23.716430007756", "21.34386969801", "16.871849071081", "18.244612678239",
"19.476339545292", "9.4651399166871", "0.26273333052541"
"29.929889660973", "6.9994961505817", "18.58204638289", "17.289021020973",
"17.526117945011", "6.2422264060325", "0.68911404090013"
"27.106148858697", "2.3601049980956", "20.783424772147", "26.692536307459"
", "11.708635237634", "5.8002804571776", "0.25056494006746"
"30.856001976368", "0.43596996848979", "14.968843978581", "23.991637319221"
", "10.383714445678", "17.163569145405", "0.24464969297662"
"29.892950498294", "7.5062127022731", "6.7384057617485", "17.385100280664"
", "11.470146237544", "4.2198642051185", "0.27673841493821"
"27.708684349373", "4.0868020378075", "15.742130836371", "31.935936805637"
", "10.637947998347", "6.2662906885486", "0.27220512050486"
"24.612825127726", "2.7601656265249", "16.736822360418", "13.034173888404"
", "23.598172487578", "9.7593831259945", "0.22994845690932"
"21.940611101257", "11.84118837739", "19.908789483687", "25.69699972267", "
14.282725363268", "11.616508089231", "0.42570532098434"
"26.213940191732", "0.5894010398594", "13.633190924594", "25.463358651594"
", "6.4726029436791", "4.9784738387578", "0.22271118741639"
"31.425595177294", "3.3925255468648", "7.5516060559113", "17.746377742914"
", "32.92426431326", "4.1520113229894", "0.47736893044515"
"28.856374976521", "0.057092947162708", "10.675518115974", "22.88434858296
9", "27.176455338319", "13.729311614846", "0.23101298651699"
"23.017044885152", "3.1617718479146", "12.261645927973", "12.177068714043"
", "29.43454342364", "12.337077737831", "0.43144353619465"
"28.692723703405", "0.28975215532963", "17.918344826632", "29.067212120456"
", "38.912147736005", "20.844568006351", "0.38687976021019"
"29.541269518915", "0.63245497965586", "16.415566093378", "18.653599784927"
", "10.315112941393", "11.717608485823", "0.20867813507832"
"24.464570255195", "0.62513116003728", "12.121934517957", "16.295855175938"
", "15.21257201793", "14.42548773584", "0.090024998199967"
"28.614900423782", "5.2378419320349", "24.73030497586", "30.557302466736",
"23.010247480818", "7.4400838522089", "0.60385691670096"
"28.232834873784", "6.8529885879824", "17.115496387138", "15.153969696178"
", "21.446916223798", "7.6144586275475", "0.22652332523012"
"23.428118808678", "4.3777688860143", "9.7445358347199", "11.434275661202"
", "9.7776383592221", "5.2900746578926", "0.30429706101334"

Apéndice D.

Documentación distribución beta.

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución Beta*, que se encuentra en la dirección web <https://divaortiz.shinyapps.io/DBETA/>, que se desarrollo en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución Beta es una distribución de probabilidad continua que se define en el intervalo $[0,1]$, utilizada para modelar variables que representan generalmente proporciones, tasas, índices de calidad y tiempos de actividad normalizados(Johnson et al., 1995).

La aplicación documentada ene este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un leguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se utiliza también Phytion, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de

documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución Beta y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 o superior y RStudio versión 2026.01.1+403, con los siguientes paquetes

Tabla 3.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución beta.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (pbeta, qbeta, dbeta)
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis
gofest	Prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "gofest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patron propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 4.

Arquitectura aplicación beta

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Carga del archivo Excel (input\$file1) • Selección de hoja (input\$sheet_select) • Selección de columna (input\$column_select)
<p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y verde #32CD32 como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinar redondeadas y tipografía diferenciada por jerarquía.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Estimación de parámetros Beta (beta_est) • Generación de datos estadísticos y gráficas • (output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` y elimina los valores no numéricos resultantes de la conversión, para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.
- **Estimación de Parámetros Beta:** La estimación de los parámetros α (alpha) y β (beta) se realiza mediante el método de los momentos, que relaciona la media (μ) y la varianza (σ^2) con los parámetros de la distribución. Este método requiere que los datos estén contenidos en el intervalo (0, 1) y que la varianza cumpla la condición $\sigma^2 < \mu(1 - \mu)$ (Forbes et al., 2011). Las ecuaciones utilizadas son:

```
m <- mean(col)      # Media
v <- var(col)       # Varianza

alpha <- m * ((m * (1 - m)) / v) - 1)

beta  <- (1 - m) * ((m * (1 - m)) / v) - 1)
```

Si los datos contienen valores fuera de [0, 1] o si la varianza no cumple la condición requerida, la función retorna NULL y la aplicación informa al usuario que el ajuste beta no es apropiado para los datos.

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (Numero de datos, media y mediana) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones skewness() y kurtosis() del paquete e1071. También muestra un diagrama de caja y bigotes (Boxplot) con los cinco números de Tukey (mínimo, máximo, Q3, Q1, mediana) (Madrid et al., 2022) sobre el grafico.
- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución beta (Roja) y otra que es el polígono de frecuencias (Azul) para poder ver la comparación visual.

Tabla 5.

Cálculo de intervalos para el histograma.

Método	Fórmula	Nota
Sturges	$k = [1 + \log_2(n)]$	Adecuado para muestras pequeñas ($n < 200$).
Raíz cuadrada	$k = [\sqrt{n}]$	Regla simple y conservadora.
Rice	$k = [2 \cdot n^{(1/3)}]$	Recomendado para muestras medianas.
Manual	Definido por el usuario	Rango válido: 1–100. Se aplica límite mínimo $b \geq 1$.

Nota. n representa el número de observaciones en la muestra.

- **Prueba de ajuste:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con `qbeta()` y se comparan con los cuantiles muestrales ordenados. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste.

En la segunda parte se aplica la prueba de Anderson-Darling mediante la función `ad.test()` del paquete `gofest`, para evaluar la hipótesis nula de que los datos son una distribución beta; un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución beta, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución beta es decir $p > 0.05$ en la prueba Anderson-Darling. El usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `pbeta()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `pbeta(x, α , β)`.
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - pbeta(x, α , β)`.
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `pbeta(x2, α , β) - pbeta(x1, α , β)`.

- Cada cálculo se representa con una grafica donde se evidencia el área de probabilidad correspondiente de manera sombreada mediante la función `polygon()`.

F. Validaciones y Manejo de Errores

- Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 6.*Tabla de validaciones distribución beta.*

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Datos fuera del intervalo [0, 1]	La distribución Beta no es aplicable. Se informa al usuario y se bloquean los módulos.
Varianza = 0	No se pueden estimar parámetros. Se retorna NULL por beta_est().
$v \geq \mu(1-\mu)$	Condición matemática no cumplida. Retorna NULL y se informa al usuario.
Datos insuficientes ($n < 2$)	La estimación y las pruebas requieren mínimo dos datos u observaciones.
$p \leq 0.05$ (Anderson-Darling)	El cálculo de probabilidades queda bloqueado ya que no se ajusta a la distribución.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y verde para los elementos de contraste y título (#32CD32). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste.

En el panel lateral se presentan los parámetros α y β estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice E.

Documentación distribución exponencial

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución Exponencial*, que se encuentra en la dirección web <https://divaortiz.shinyapps.io/DEXPONENCIAL/>, que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución exponencial es continua y modela eventos que ocurren de forma continua e independiente a una tasa constante. La propiedad de la distribución exponencial que facilita su análisis es que no se deteriora con el tiempo. (Ross, 2010). La variable aleatoria debe ser no negativa y depende de un único parámetro: la tasa $\lambda > 0$, y su recíproco $1/\lambda$ corresponde al valor esperado (media) de la distribución.

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se

utiliza también Python, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución exponencial y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 o superior y RStudio versión 2026.01.1+403, con los siguientes paquetes

Tabla 7.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución exponencial.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (pexp, qexp, dexp, ks.test, density)
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patron propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 8.

Arquitectura aplicación exponencial

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de nombres de hojas: sheets() • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data()
<p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y naranja #FFA500 como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinar redondeadas</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Estimación del parámetro de tasa (reactive_lambda_est()) • Verificación del ajuste estadístico (exp_fit_ok()) • Generación de datos estadísticos y gráficas

y tipografía diferenciada por jerarquía.

• (output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` y filtra los valores no numéricos y los negativos, ya que la distribución está definida para $x \geq 0$, para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.
- **Estimación del Parámetro Lambda (λ):** El parámetro λ de la distribución exponencial se estima mediante el estimador de máxima verosimilitud (MLE), que en este caso coincide con el recíproco de la media.

```
reactive_lambda_est <- reactive({  
  
  col <- filtered_data()  
  
  req(length(col) > 0)  
  
  1 / mean(col) # lambda = 1 / media  
  
})
```

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (Número de datos, media y mediana) y otro de estadística avanzada muestra el

coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones `skewness()` y `kurtosis()` del paquete `e1071`, para una distribución exponencial perfecta, el coeficiente de asimetría teórico es 2 y la curtosis de exceso es 6, por lo que estos valores sirven como indicadores informales del ajuste. También muestra un diagrama de caja y bigotes (Boxplot) con los cinco números de Tukey (mínimo, máximo, Q3, Q1, mediana) (Madrid et al., 2022) sobre el gráfico, se emplean coordenadas de ventana personalizadas mediante `plot.window()` para controlar el espacio vertical y ubicar las etiquetas de los cinco números sin sobreponerse de los elementos gráficos del boxplot.

- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución exponencial calculada con $dexp(x, rate = \lambda)$ (Roja) y otra que es otra que es el polígono de frecuencias (Azul), para poder ver la comparación visual. Ver Tabla 5.
Cálculo de intervalos para el histograma.

- **Prueba de ajuste:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan fórmula de posición de Hazen, $p_i = (i - 0.5) / n$, que minimiza el sesgo para las muestras (Makkonen, 2008) y se comparan con los cuantiles muestrales ordenados. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste.

```
# Construcción del Q-Q Plot exponencial
n <- length(col)
p <- (1:n - 0.5) / n          # Probabilidades de Hazen
q_teorico <- qexp(p, rate = 1/mean(col)) # Cuantiles teóricos
plot(q_teorico, sort(col), ...)
abline(0, 1, col = 'red')    # Línea de referencia
```

En segundo lugar, se aplica la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (KS) mediante la función `ks.test()` del paquete `stats`. La prueba compara la función de distribución acumulada empírica con la función de distribución acumulada teórica $pexp(x, rate = \lambda)$. Un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución exponencial, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución exponencial es decir $p > 0.05$ en la prueba Kolmogorov-Smirnov. El usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `pexp()` de R:
 1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como $pexp(x, rate = \lambda)$.
 2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como $1 - pexp(x, rate = \lambda)$.
 3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como $pexp(x_2, rate = \lambda) - pexp(x_1, rate = \lambda)$.

Cada cálculo se representa con una gráfica donde se evidencia el área de probabilidad correspondiente de manera sombreada mediante la función `polygon()`. La representación gráfica de cada cálculo muestra la curva de densidad exponencial completa hasta el percentil 99 ($qexp(0.99, rate = \lambda)$).

F. Validaciones y Manejo de Errores

- Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 9.

Tabla de validaciones distribución exponencial.

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Datos con valores negativos	Filtrados automáticamente en <code>filtered_data()</code> ; la distribución exponencial exige $x \geq 0$.
Valores que no aplican o no son numéricos en la columna	Eliminados en <code>filtered_data()</code> .
$n < 2$ observaciones válidas	Las pruebas estadísticas y los cálculos de probabilidad requieren mínimo 2 datos.
$p \leq 0.05$ en prueba KS	El módulo de probabilidades queda deshabilitado; se muestra mensaje explicativo.
$\lambda \leq 0$	La condición <code>req(l > 0)</code> impide la generación de gráficos con parámetros inválidos.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y naranja para los elementos de contraste y título (#FFA500). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste.

En el panel lateral se presentan el parámetro Lambda (Tasa) estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice F.

Documentación distribución gamma

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución Gamma*, que se encuentra en la dirección web <https://divaortiz.shinyapps.io/GAMMA/>, que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución Gamma es una distribución continua definida estrictamente para valores positivos ($x > 0$) (Johnson et al., 1994). Su función de densidad de probabilidad tiene los parámetros: parámetro de forma $\alpha > 0$, que controla la asimetría y la forma de la distribución, y el parámetro de tasa $\beta > 0$, cuyo recíproco $1/\beta$ corresponde al parámetro de escala. Cuando $\alpha = 1$, la distribución Gamma se reduce a la distribución exponencial, y cuando $\alpha = k/2$ con $\beta = 1/2$, corresponde a la distribución chi-cuadrado con k grados de libertad (Casella & Berger, 2024)

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se

utiliza también Phyton, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución gamma y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 y RStudio versión 2026.01.1+403 o superiores, con los siguientes paquetes:

Tabla 10.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución gamma.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (pgamma, qgamma, dgamma, density)
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis
goftest	Prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "gofstest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patron propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 11.

Arquitectura aplicación gamma.

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de nombres de hojas: sheets() • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data() • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data)
<p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y violeta #9370DB como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinar redondeadas y</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Estimación de los parámetros α y β por método de los momentos: estimated_params() • Verificación del ajuste estadístico mediante Anderson-Darling: gamma_fit_ok() • Generación de datos estadísticos y gráficas

tipografía diferenciada por jerarquía.

• (output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` y a quienes cumplen los tres requisitos: ser números, no ser texto, ser positivos ya que el dominio de la función es $(0, +\infty)$; para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.

```
filtered_data <- reactive({  
  
  req(input$column_select)  
  
  col <- excel_data()[[input$column_select]]  
  
  # Retener solo valores numéricos y estrictamente positivos  
  
  col[!is.na(col) & is.numeric(col) & col > 0]  
  
})
```

- **Estimación de Parámetros por el Método de los Momentos:** La estimación de los parámetros α (forma) y β (tasa), se realiza mediante el método de los momentos (MOM), que iguala los momentos muestrales con los momentos teóricos de la distribución. Para la distribución Gamma, el primer momento

(media) es $E[X] = \alpha/\beta$ y el segundo momento central (varianza) es $\text{Var}[X] = \alpha/\beta^2$ (Evans et al., 1993). Despejando α y β :

```
estimated_params <- reactive({
  col <- filtered_data()
  req(length(col) > 1)
  m <- mean(col)      # Media muestral
  v <- var(col)       # Varianza muestral
  # Estimadores del método de los momentos
  shape_est <- m^2 / v # alpha = mu^2 / sigma^2
  rate_est  <- m / v  # beta  = mu   / sigma^2
  list(shape = shape_est, rate = rate_est)
})
```

Los parámetros se observan en el panel lateral redondeados a cuatro cifras decimales y a partir de allí es donde se usan para la visualización de las pestañas.

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (Número de datos, media y mediana) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones `skewness()` y `kurtosis()` del paquete `e1071`. Para una distribución Gamma con parámetros α y β , la asimetría teórica es $2/\sqrt{\alpha}$ y la curtosis de exceso es $6/\alpha$, por lo que estos estadísticos sirven como indicadores informales de si los

datos son compatibles con el modelo Gamma. También muestra un diagrama de caja y bigotes (Boxplot) con los cinco números de Tukey (mínimo, máximo, Q3, Q1, mediana) (Madrid et al., 2022) sobre el gráfico.

- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución gamma calculada con $d\text{gamma}(x, \text{shape} = \alpha, \text{rate} = \beta)$ (Roja) y que es el polígono de frecuencias (Azul) para poder ver la comparación visual. Ver Tabla 5. *Cálculo de intervalos para el histograma.*

- **Prueba de ajuste:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con $q\text{gamma}(p, \text{shape} = \alpha, \text{rate} = \beta)$. Las probabilidades acumuladas se obtienen mediante la fórmula de posición de Hazen, $p_i = (i - 0.5)$. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste.

En la segunda parte se aplica la prueba de Anderson-Darling mediante la función `ad.test()` del paquete `goftest`, para evaluar la hipótesis nula de que los datos son una distribución `pgamma`; un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución gamma, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

```
# Prueba de Anderson-Darling para distribución Gamma
res <- gofptest::ad.test(col,
```

```

      "pgamma",
      shape = params$shape,
      rate = params$rate)

# Interpretación al nivel de significancia del 5%
if (res$p.value > 0.05) {
  cat("Los datos se AJUSTAN a una distribución Gamma (p >
0.05)")
} else {
  cat("Los datos NO se ajustan a una distribución Gamma (p <=
0.05)")
}

```

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución gamma es decir $p > 0.05$ en la prueba Anderson-Darling. El usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `pgamma()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `pgamma(x, shape = α , rate = β)`.
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - pgamma(x, shape = α , rate = β)`.
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `pgamma(x2, α , β) - pgamma(x1, α , β)`.

- Cada cálculo se representa con una gráfica donde se evidencia el área de probabilidad correspondiente de manera sombreada mediante la función `polygon()` con color semitransparente (`#9370DB4D`). La representación gráfica extiende la curva de densidad Gamma hasta el percentil 99.9 (`qgamma(0.999, shape = α , rate = β)`). Los límites de integración se corrigen automáticamente mediante `max(0, input$gv)`.

F. Validaciones y Manejo de Errores

- Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 12.

Tabla de validaciones distribución gamma.

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Datos negativos o iguales a cero	Filtrados en <code>filtered_data()</code> ; la distribución Gamma exige $x > 0$.
Valores NA en la columna	Eliminados en <code>filtered_data()</code>
Valores no numéricos	Eliminados con la condición <code>is.numeric(col)</code> en el filtrado.
$n < 2$ observaciones válidas	La estimación de parámetros requiere mínimo 2 datos (<code>req(length(col) > 1)</code>).
$n < 5$ observaciones válidas	La prueba de Anderson-Darling requiere mínimo 5 datos (<code>req(length(col) >= 5)</code>).
$p \leq 0.05$ en prueba AD	El módulo de probabilidades queda bloqueado; se muestra mensaje explicativo.
Límites negativos en calculadora	Corregidos automáticamente con <code>max(0, input\$gv)</code> en la generación del polígono.

Nota. AD = Anderson-Darling. La condición $n \geq 5$ es requerida por la implementación de `ad.test()` en el paquete `goftest`.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y violeta para los

elementos de contraste y título (#9370DB). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste. Las pestañas inactivas tienen de fondo el color (#333333) con texto y borde violeta.

En el panel lateral se presentan los parámetros Forma (Alfa) y Tasa (Beta) estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice G.

Documentación distribución Lognormal

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución Lognormal*, que se encuentra en la dirección web <https://divaortiz.shinyapps.io/DLOGNORMAL/>, que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

Una variable aleatoria sigue una distribución lognormal si su logaritmo natural $y=\ln(x)$ sigue una distribución normal con media μ_{\log} y desviación estándar σ_{\log} (Aitchison, 1957). Por eso, la distribución lognormal está definida estrictamente para valores positivos $x>0$ y presenta una simetría positiva, adecuada para modelar variables con distribución normal en escala logarítmica. Sus parámetros — μ_{\log} (media de los logaritmos) y σ_{\log} (desviación estándar de los logaritmos)— determinan completamente la forma, la ubicación y la escala de la distribución (Johnson et al., 1994).

La distribución Lognormal se encuentra en ingeniería civil para modelar tiempos de fatiga y vida útil de materiales, concentraciones de contaminantes, entre otros (Chen, 2006). Su relación directa con la distribución normal facilita la transformación de datos con logaritmos y la aplicación de técnicas estadísticas en escala logarítmica.

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se utiliza también Python, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución lognormal y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 y RStudio versión 2026.01.1+403 o superiores, con los siguientes paquetes:

Tabla 13.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución lognormal.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (plnorm, qlnorm, dlnorm, density)

dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis
gofstest	Prueba de bondad de ajuste Anderson-Darling

Nota. El paquete ggplot2 debe estar instalado para funcionar correctamente aunque los gráficos se generan con las funciones base de R (hist, plot, lines, polygon).

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "gofstest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patrón propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 14.

Arquitectura aplicación lognormal.

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de

<p>(tabsetPanel)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Parámetros estimados μ_{\log} (MeanLog) y σ_{\log} (SdLog) <p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y amarillo #FFD700 como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinas redondeadas y tipografía diferenciada por jerarquía.</p>	<p>nombres de hojas: sheets()</p> <ul style="list-style-type: none"> • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data() • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Estimación de los parámetros μ_{\log} y σ_{\log} (lnorm_est()) • Verificación del ajuste estadístico mediante Anderson-Darling \rightarrow lnorm_fit_ok() • Generación de datos estadísticos y gráficas (output\$)
---	---

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función sheets() toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante fileInput(). La función excel_data() lee el contenido de la hoja seleccionada. La función filtered_data() extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con as.numeric() y a quienes cumplen el dominio de la función (0, $+\infty$); para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.

```
filtered_data <- reactive({
  req(input$column_select)
  col <- excel_data()[[input$column_select]]
})
```

```

# Retener solo valores numéricos y estrictamente positivos
col[!is.na(col) & is.numeric(col) & col > 0]

})

```

- **Estimación de Parámetros por el Máxima Verosimilitud:** Los parámetros μ_{\log} y σ_{\log} de la distribución Lognormal se estiman mediante la estimación de máxima verosimilitud (MLE). Ya que $Y = \ln(X)$ sigue una distribución Normal, los estimadores de máxima verosimilitud de μ_{\log} y σ_{\log} coinciden con la media muestral y la desviación estándar muestral de los logaritmos naturales de los datos, respectivamente (Mood, 1920). El código en R usa las funciones `mean()` y `sd()` sobre los datos transformados:

```

lnorm_est <- reactive({

  col <- filtered_data()

  req(length(col) > 1)

  # Transformación logarítmica

  log_col <- log(col)          # log natural de los datos

  list(

    meanlog = mean(log_col),   # Estimador MLE de mu_log

    sdlog    = sd(log_col)     # Estimador MLE de sigma_log

  )

})

```

Los parámetros se observan en el panel lateral redondeados a cuatro cifras decimales y a partir de allí es donde se usan para la visualización de las

pestañas. La media y la varianza de la variable original X pueden recuperarse desde los parámetros logarítmicos como: $E[X] = \exp(\mu_{\log} + \sigma_{\log}^2/2)$ y $\text{Var}[X] = \exp(2\mu_{\log} + \sigma_{\log}^2) \cdot (\exp(\sigma_{\log}^2) - 1)$ (Johnson et al., 1995)

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Uno de estadística básica (Número de datos, media y mediana) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones `skewness()` y `kurtosis()` del paquete `e1071`. La distribución lognormal tiene asimetría positiva teórica igual a $(e^{(\sigma_{\log}^2)} + 2) \cdot \sqrt{e^{(\sigma_{\log}^2)} - 1}$, valores altos del coeficiente de asimetría son consistentes con el modelo lognormal y sirven como indicador de compatibilidad.
- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se superponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución lognormal calculada con `dlnorm(x, meanlog = μ_{\log} , sdlog = σ_{\log})` (Roja) y otra que es el polígono de frecuencias (Azul) para poder ver la comparación visual. La escala de los ejes se ajusta automáticamente. Ver Tabla 5.

Cálculo de intervalos para el histograma.

- **Prueba de ajuste:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con `qlnorm(p, meanlog = μ_{\log} , sdlog = σ_{\log})`. Las probabilidades

acumuladas se obtienen mediante la fórmula de posición de Hazen, $p_i = (i - 0.5)$. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste.

En la segunda parte se aplica la prueba de Anderson-Darling mediante la función `ad.test()` del paquete `gofest`, para evaluar la hipótesis nula de que los datos son una distribución `plnorm`; un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución `gamma`, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

```
# Prueba de Anderson-Darling para distribución Lognormal
res <- goftest::ad.test(col,
                        "plnorm",
                        meanlog = est$meanlog,
                        sdlog   = est$sdlog)

# Criterio de decisión al 5% de significancia
if (res$p.value > 0.05) {
  cat("Los datos se AJUSTAN a una distribución Lognormal (p >
0.05)")
} else {
  cat("Los datos NO se ajustan a una distribución Lognormal (p
<= 0.05)")
}
```

La aplicación requiere mínimo cinco observaciones validas para ejecutar la prueba

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución `lognormal` es decir $p > 0.05$ en la prueba Anderson-Darling. Si el ajuste es válido ($p > 0.05$) y $\sigma_{\log} > 0$ el

usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `plnorm()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `plnorm(x, meanlog = μ_{log} , sdlog = σ_{log})`.
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - plnorm(x, μ_{log} , σ_{log})`.
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `plnorm(x2, μ_{log} , σ_{log}) - plnorm(x1, μ_{log} , σ_{log})`.

La representación gráfica muestra la curva de densidad hasta el percentil 99 (`qlnorm(0.99, meanlog = μ_{log} , sdlog = σ_{log})`) comenzando desde $x=0$. El área de probabilidad es sombreada por la función `polygon()` con color semitransparente (`#FFD7004D`).

F. Validaciones y Manejo de Errores

Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 15.

Tabla de validaciones distribución lognormal.

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Datos negativos o iguales a cero	Filtrados en <code>filtered_data()</code> ; la distribución Lognormal exige $x > 0$ estrictamente.
Valores NA en la columna	Eliminados en <code>filtered_data()</code>
Valores no numéricos	Eliminados con la condición <code>is.numeric(col)</code> en el filtrado.
$n < 2$ observaciones	La estimación de parámetros requiere mínimo 2 datos (<code>req(length(col) ></code>

válidas	1)).
$n < 5$ observaciones válidas	La prueba de Anderson-Darling requiere mínimo 5 datos (req(length(col) ≥ 5)).
$p \leq 0.05$ en prueba AD	El módulo de probabilidades queda bloqueado; se muestra mensaje explicativo.
$sdlog \leq 0$	La condición req(sl > 0) impide la generación de gráficos con parámetro de escala inválido.
Curva teórica con valores no finitos	Filtrados con <code>y_lnorm[is.finite(y_lnorm)]</code> al calcular el máximo del eje Y.

Nota. AD = Anderson-Darling. La condición $n \geq 5$ es requerida por la implementación de `ad.test()` en el paquete `gofest`.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y amarilla para los elementos de contraste y título (#FFD700). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste. El color del texto del botón de carga oscuro (#222222). Las pestañas inactivas presentan fondo (#333333) con texto y borde amarillo

En el panel lateral se presentan los parámetros MeanLog y SdLog estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice H.

Documentación distribución normal.

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución normal*, que se encuentra en la dirección web <https://alejandraortiz.shinyapps.io/NORMAL/> , que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución normal, también conocida como la distribución gaussiana, tiene un papel fundamental en la estadística inferencial debido al teorema central del límite y a la gran cantidad de fenómenos que se aproximan a ella. (Montgomery & Runger, 2010).

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se utiliza también Python, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de

documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución normal y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 y RStudio versión 2026.01.1+403 o superiores, con los siguientes paquetes:

Tabla 16.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución normal.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (plnorm, qlnorm, dlnorm, density)
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis
goftest	Pruebas de bondad de ajuste adicionales

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "goftest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patrón propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 17.

Arquitectura aplicación normal.

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de nombres de hojas: sheets()
<p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222, verde (#39FF14) y celeste (#00BFFF) como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinar redondeadas y tipografía diferenciada por jerarquía.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data() • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Generación de datos estadísticos y gráficas (output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.

```
filtered_data <- reactive({
  req(input$column_select)
  col <- excel_data()[[input$column_select]]
  # Retener solo valores numéricos
  col[!is.na(col) & is.numeric(col)]
})
```

- **Estimación de Parámetros:** Los parámetros μ_{\log} y σ_{\log} de la distribución Lognormal se estiman mediante la estimación de máxima verosimilitud (MLE). Ya que $Y = \ln(X)$ sigue una distribución Normal, los estimadores de máxima verosimilitud de μ_{\log} y σ_{\log} coinciden con la media muestral y la desviación estándar muestral de los logaritmos naturales de los datos, respectivamente (Mood, 1920). El código en R usa las funciones `mean()` y `sd()` sobre los datos transformados:

```
normal_fit_ok <- reactive({
  col <- filtered_data()
```

```

req(length(col) >= 3)

output$mu_sigma_sidebar_output <- renderPrint({

  col <- filtered_data(); req(length(col)>0)

  cat("Media:",          round(mean(col),3),          "\nDS:",
round(sd(col),3))

})

```

Los parámetros se observan en el panel lateral redondeados a tres cifras decimales y a partir de allí es donde se usan para la visualización de las pestañas. La media y la varianza de la variable original x pueden calcularse con $f(x) = (1 / (\sigma\sqrt{2\pi})) \cdot \exp(-(x - \mu)^2 / (2\sigma^2))$.

El teorema central del límite establece que la suma de un número grande de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas tiende a una distribución normal, lo que justifica su gran uso en estadística inferencial (Casella & Berger, 2024).

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (Número de datos, media y mediana) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones `skewness()` y `kurtosis()` del paquete `e1071`. Para una distribución Normal perfecta, $skewness = 0$ y $kurtosis = 0$.
- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges,

Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución normal (Roja) y otra que es el polígono de frecuencias (Azul) para poder ver la comparación visual. La escala de los ejes se ajusta automáticamente. Ver Tabla 5.

Cálculo de intervalos para el histograma.

- **Prueba de normalidad:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con `qqnorm(col)` y `qqline(col, col='red')`. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste. En la segunda parte se aplica el Test Shapiro-Wilk mediante la función `stats::shapiro.test(col)`. Requiere mínimo 3 y máximo 5000 observaciones (`req(length(col) >= 3)`) para evaluar la hipótesis nula de que los datos son una distribución un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución normal, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

```
output$shapiro_test_output <- renderPrint({
  col <- filtered_data(); req(length(col)>=3)
  res <- shapiro.test(col)
  print(res)
  cat("\nInterpretación:\n")
  if(res$p.value > 0.05) {
    cat("Los datos se AJUSTAN a una distribución normal (p >
0.05)")
  } else {
```

```

      cat("Los datos NO se ajustan a una distribución normal
(p <= 0.05) ")
    }
  })

```

La aplicación requiere mínimo tres observaciones válidas para ejecutar la prueba.

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución normal es decir $p > 0.05$ en la prueba de Shapiro-Wilk. Si el ajuste es válido ($p > 0.05$) y $\sigma_{\log} > 0$ el usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `pnorm()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `pnorm(x, μ , σ)`
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - pnorm(x, μ , σ)`
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `pnorm(x2, μ , σ) - pnorm(x1, μ , σ)`

El rango de visualización del gráfico de probabilidades abarca el intervalo $[\mu - 4\sigma, \mu + 4\sigma]$, contiene el 99.994 % de la distribución teórica y garantiza una representación visual de la curva. El área de probabilidad es sombreada por la función `polygon()` con color verde neón translúcido (#39FF14 con opacidad 30 %). Los valores de entrada admiten cualquier número real.

F. Validaciones y Manejo de Errores

Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 18.*Tabla de validaciones distribución normal.*

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Valores NA en la columna	Eliminados en <code>filtered_data()</code>
Valores no numéricos	Eliminados con la condición <code>is.numeric(col)</code> en el filtrado.
$n < 3$ observaciones válidas	La prueba de Shapiro-Wilk requiere mínimo 3 datos <code>req(length >= 3)</code>
$p \leq 0.05$ en prueba	El módulo de probabilidades queda bloqueado; se muestra mensaje explicativo.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y amarilla para los elementos de contraste y dos colores de contraste azul (#00BFFF) para encabezados y títulos y verde (#39FF14) para bordes. La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste. El color del texto del botón de carga oscuro (#222222). Las pestañas inactivas presentan fondo (#333333) con texto y borde amarillo

En el panel lateral se presentan los parámetros la media estimada ($\hat{\mu}$) y la desviación estándar estimada ($\hat{\sigma}$) de los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los

autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice I.

Documentación distribución uniforme.

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución uniforme*, que se encuentra en la dirección web <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DUNIFORME/> , que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución uniforme continua es una de las distribuciones mas sencillas y una de las mas utilizadas como referencia en simulaciones, en el análisis de eventos donde todos los valores tienen la misma probabilidad (Hogg et al., 2019). Es el modelo de máxima entropía para una variable acotada sin información adicional. (Itai, 2025).

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se utiliza también Python, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como

Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución uniforme y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 y RStudio versión 2026.01.1+403 o superiores, con los siguientes paquetes:

Tabla 19.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución uniforme.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (dunif, punif, qunif, ks.test, rank())
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "gofstest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patrón propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 20.

Arquitectura aplicación uniforme.

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) • Parámetros estimados Min(a) y Max(b) 	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de nombres de hojas: sheets() • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data() • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Estimación de los parámetros min(X_i) y el de b es max(X_i). • Verificación del ajuste estadístico mediante (ks_test)
<p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y celeste #00BFFF como color de contraste. También presenta elementos de diseño visual como esquinar redondeadas y tipografía</p>	

diferenciada por jerarquía.

- Generación de datos estadísticos y gráficas

(output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.

```
filtered_data <- reactive({  
  
  req(input$column_select)  
  
  col <- excel_data()[[input$column_select]]  
  
  # Retener solo valores numéricos y estrictamente positivos  
  
  col[!is.na(col) & is.numeric(col)]  
  
})
```

- **Estimación de Parámetros:** la distribución se parametriza con los dos valores extremo. La estimación mas sencilla e intuitiva es usar el mínimo y el máximo de la muestra.

```
a <- min(col) # Extremo inferior: mínimo muestral  
b <- max(col) # Extremo superior: máximo muestral
```

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (mínimo, máximo y rango) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones `skewness()` y `kurtosis()` del paquete `e1071`. Para una Uniforme perfecta se espera $skewness \approx 0$ y $kurtosis \approx -1.2$.
- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución uniforme calculada con `dunif(x, min(col), max(col))` (Roja) y otra que es el polígono de frecuencias (Azul) para poder ver la comparación visual. La escala de los ejes se ajusta automáticamente. Ver Tabla 5.

Cálculo de intervalos para el histograma.

- **Prueba de uniformidad:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con `qunif(ps, min(col), max(col))`. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste. En la segunda parte se aplica el Test Kolmogorov-Smirnov (KS): ejecutado con `stats::ks.test(col, 'punif', min(col), max(col))`, para evaluar la hipótesis nula de que los datos son una distribución `plnorm`; un valor $p > 0.05$ indica

que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución gamma, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.

```
res <- ks.test(col, "punif", min(col), max(col))
if(res$p.value > 0.05)
  cat("Los datos se AJUSTAN a una distribución uniforme (p >
0.05)")
else
  cat("Los datos NO se ajustan a una distribución uniforme (p
<= 0.05)")
```

Anotación: cuando los parámetros a y b se estiman de los mismos datos, el test KS se vuelve conservador (el p-valor real es mayor que el nominal). Para una mayor rigurosidad se sugiere usar parámetros a y b definidos previamente.

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución uniforme es decir $p > 0.05$ en la prueba Kolmogorov-Smirnov. Si el ajuste es válido ($p > 0.05$) el usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `punif()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `punif(x, a, b)`
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - punif(x, a, b)`
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `punif(x2, a, b) - punif(x1, a, b)`

El área de probabilidad es sombreada por la función `polygon()` usando los vértices exactos de la región: $(x_1, 0)$, $(x_1, 1/(b-a))$, $(x_2, 1/(b-a))$, $(x_2, 0)$. con color semitransparente.

F. Validaciones y Manejo de Errores

Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 21.

Tabla de validaciones distribución uniforme.

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Valores NA en la columna	Eliminados en <code>filtered_data()</code>
Valores no numéricos	Eliminados con la condición <code>is.numeric(col)</code> en el filtrado.
$n < 1$ observaciones válidas	El Test Kolmogorov-Smirnov (KS): requiere mínimo 1 dato (<code>req(length(col) > 0)</code>).
$p \leq 0.05$ en prueba	El módulo de probabilidades queda bloqueado; se muestra mensaje explicativo.
Rango positivo ($b > a$)	Debe ser estrictamente positivo ($b > a$), condiciones verificadas mediante la expresión reactiva <code>uniform_fit_ok()</code>

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y celeste para los elementos de contraste y título (#00BFFF). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste. El color del texto del botón de carga oscuro (#222222). Las pestañas inactivas presentan fondo (#333333) con texto y celeste.

En el panel lateral se presentan los parámetros Min(a) y Max(b) estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.

Apéndice J.

Documentación distribución Weibull

A. Resumen

Este documento describe y presenta la arquitectura, funcionamiento y fundamentos estadísticos de la herramienta web interactiva llamada: *Análisis de Distribución Weibull*, que se encuentra en la dirección web <https://alejandraortiz.shinyapps.io/DWEIBULL/> , que se desarrolló en un lenguaje de programación R en un entorno de trabajo de Shiny. Esta herramienta permite al usuario cargar datos provenientes de un Excel, revisar parámetros, hacer una prueba de ajuste para verificarlos, calcular probabilidades de manera interactiva y graficar un histograma con diferentes cantidades de bins para mejorar su visualización. Se documentan los módulos funcionales y las librerías utilizadas, además de los fundamentos matemáticos de la distribución.

B. Introducción

La distribución de Weibull es una de las distribuciones continuas más versátiles de la estadística aplicada, que fue propuesta por el ingeniero sueco Waloddi Weibull en 1951 para modelar la ruptura de materiales y desde entonces se usa en la ingeniería por su confiabilidad, análisis de tiempos de falla, modelado del viento, entre en otras ocasiones (Rinne, 2008). Su flexibilidad está en que puede variarse el parámetro de forma y aproximarse a distribuciones exponenciales, normales y de Rayleigh.

La aplicación documentada en este informe se realizó en el lenguaje de programación R utilizando el framework Shiny, permitiendo así construir una web interactiva sin necesidad de conocimiento de HTML, CSS o JavaScript. Esto es una gran ventaja porque es un lenguaje que se maneja desde niveles inferiores en materias como Métodos Numéricos cod. 24092 (nivel 4) y se

afianza en materias como Estadística Aplicada a la Ingeniería cod. 24095 (Nivel 5) en donde se utiliza también Python, si se desea seguir la línea de estudio existen asignaturas electivas como Métodos Estadísticos cod. 29088 para seguimiento y control de sistemas y proyectos; así que los estudiantes ya están familiarizados con el entorno, permitiendo que sea más fácil el cargue de documentos, en este caso Excel, para revisar su comportamiento estadístico, ajustar los datos a una distribución Weibull y el cálculo de probabilidades de una manera visual e intuitiva.

El objetivo del presente documento es describir la arquitectura del software, las funciones, librerías y paquetes utilizados, así como la lógica estadística que se utilizó.

C. Entorno de ejecución

Para el desarrollo de la aplicación se requiere una versión de R 4.0 y RStudio versión 2026.01.1+403 o superiores, con los siguientes paquetes:

Tabla 22.

Paquetes utilizados en Shiny(R) en la distribución de Weibull.

Paquete	Función en la Aplicación
shiny	Framework para aplicaciones web interactivas en R
readxl	Lectura de archivos Excel (.xls y .xlsx)
stats	Funciones estadísticas base de R (pweibull, dweibull, qweibull)
dplyr	Manipulación y transformación de datos
ggplot2	Sistema de visualización gráfica
goftest	Test de bondad de ajuste Anderson-Darling
e1071	Cálculo de asimetría y curtosis

Para instalar los paquetes es necesario ejecutar el siguiente bloque en la consola:

```
install.packages(c("shiny", "readxl", "dplyr", "ggplot2", "e1071", "gofstest"))
```

D. Arquitectura de la aplicación

La aplicación sigue un patrón propio del framework Shiny, el cual tiene dos componentes principales: interfaz de usuario (UI) y servidor (Server)

Tabla 23.

Arquitectura aplicación de Weibull.

Interfaz de Usuario (ui)	Servidor (server)
<ul style="list-style-type: none"> • Interfaz construida con: fluidPage() • Interfaz organizada con: (sidebarLayout) • Panel lateral con controles de entrada de datos: (sidebarPanel) • Panel principal: (mainPanel) • Resultados en cuatro pestañas: (tabsetPanel) • Parámetros estimados de forma y escala <p>El diseño presenta estilos personalizado con fuente Montserrat, en una paleta de colores invertida con negro #222222 y naranja-rojo</p>	<p>El servidor contiene expresiones reactivas (reactive()) para que realice cálculos que se actualizan automáticamente con cada entrada de datos y salidas (output\$) que muestran los resultados como los elementos visuales de la interfaz.</p> <p>La cadena reactiva principal tiene la siguiente secuencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Lectura del archivo Excel y extracción de nombres de hojas: sheets() • Carga del contenido de la hoja seleccionada: excel_data() • Filtrado y limpieza de datos (filtered_data) • Estimación de los parámetros de Forma (k), Escala (λ)

#FF4500 como color de contraste. • Verificación del ajuste estadístico mediante

También presenta elementos de diseño ks_test_output

visual como esquinar redondeadas y • Generación de datos estadísticos y gráficas

tipografía diferenciada por jerarquía. (output\$)

E. Módulos funcionales

- **Carga y Preparación de Datos:** La función `sheets()` toma nombres de las hojas disponibles en el archivo Excel cargado mediante `fileInput()`. La función `excel_data()` lee el contenido de la hoja seleccionada. La función `filtered_data()` extrae la columna seleccionada, convierte sus valores a formato numérico con `as.numeric()` para garantizar que los datos sean válidos para su análisis estadístico.

```
filtered_data <- reactive({
  req(input$column_select)
  col <- excel_data()[[input$column_select]]
  col[!is.na(col) & is.numeric(col) & col > 0]
})
```

- **Estimación de Parámetros:** la distribución se realiza con la expresión `weibull_est()`, que usa la relación $\hat{k} \approx (m / \sqrt{v})^{1.08}$ para la forma, mientras que para la escala $\hat{\lambda} = m / \Gamma(1 + 1/\hat{k})$ (Rinne, 2008).

```
m <- mean(col) # Media muestral
```

```

v      <- var(col)                # Varianza muestral

shape <- (m / sqrt(v))^1.08       # Forma (k): aproximación
empírica

scale <- m / gamma(1 + 1/shape) # Escala (lambda): despejada
de E[X]

```

- **Estadística Descriptiva:** En esta pestaña se presentan dos bloques estadísticos a partir de la columna seleccionada. Una de estadística básica (el tamaño muestral (n), la media aritmética y la mediana) y otro de estadística avanzada muestra el coeficiente de asimetría (skewness) y la curtosis, calculados con las funciones skewness() y kurtosis() del paquete e1071. P En datos Weibull con $k < 3.6$ se espera skewness positivo.
- **Histograma:** en la pestaña se le permite al usuario elegir entre 4 métodos para determinar el número bins (intervalos): manual (escribir el número), Sturges, Raíz Cuadrada y Rice (Rubia, 2024). Sobre el histograma se sobreponen dos curvas, una la curva teórica de la distribución uniforme calculada con $dweibull(x, shape = \hat{k}, scale = \hat{\lambda})$ (Azul) y otra que es el polígono de frecuencias (Celeste) para poder ver la comparación visual. La escala de los ejes se ajusta automáticamente. Ver Tabla 5.
Cálculo de intervalos para el histograma.
- **Prueba de ajuste:** esta pestaña presenta dos herramientas complementarias para evaluar el ajuste de bondad de los datos. En primer lugar, se genera un gráfico Q-Q Plot, donde los cuantiles teóricos de la distribución se calculan con $qweibull(p, \hat{k}, \hat{\lambda})$. Las probabilidades empíricas acumuladas se calculan

con la fórmula $p_i = (i - 0.5) / n$. La alineación de los puntos con la línea de referencia indica un buen ajuste.

En la segunda parte se la aplica la prueba de Anderson-Darling mediante `gofest::ad.test(col, "pweibull", shape, scale ; un valor $p > 0.05$ indica que no hay evidencia estadística suficiente para rechazar el ajuste de la distribución gamma, mientras que si es $p \leq 0.05$ se rechaza el ajuste.`

```
weibull_fit_ok <- reactive({
  col <- filtered_data(); req(length(col) >= 5)
  est <- weibull_est()
  req(est$shape > 0, est$scale > 0)
  res <- gofest::ad.test(col, 'pweibull',
    shape = est$shape, scale = est$scale)
  res$p.value > 0.05
})
```

- **Cálculo de probabilidades:** es una calculadora de probabilidades que solo se activa si los datos se ajustan a la distribución uniforme es decir $p > 0.05$ en el Test Anderson-Darling Si el ajuste es válido ($p > 0.05$) el usuario puede seleccionar entre tres tipos de cálculo de probabilidad usando la función `pweibull()` de R:

1. $P(X < x)$: Probabilidad acumulada inferior. Calculada como `pweibull(x, \hat{k} , $\hat{\lambda}$)`
2. $P(X > x)$: Probabilidad acumulada superior. Calculada como `1 - pweibull(x, \hat{k} , $\hat{\lambda}$)`
3. $P(x_1 < X < x_2)$: Probabilidad en un intervalo. Calculada como `pweibull(x2, \hat{k} , $\hat{\lambda}$) - pweibull(x1, \hat{k} , $\hat{\lambda}$)`

El área de probabilidad es sombreada por la función polygon() sombreado con naranja translúcido (#FF45004D) que se extiende desde el 0 hasta el percentil 99, calculado como $qweibull(0.99, \hat{k}, \hat{\lambda})$. Los parámetros del reactivo weibull_est() se validan con $req(est\$shape > 0, est\$scale > 0)$

F. Validaciones y Manejo de Errores

Se cuenta con múltiples niveles de validación para garantizar un correcto análisis estadístico.

Tabla 24.

Tabla de validaciones distribución Weibull.

Condición de Error	Comportamiento del Sistema
Muestras pequeñas o distribuciones con k muy bajo (<0.5) o muy alto (>10)	Se recomienda MASS::fitdistr(col, "weibull").
Valores NA en la columna	Eliminados en filtered_data()
Valores no numéricos	Eliminados con la condición is.numeric(col) en el filtrado.
n < 1 observaciones válidas	El test Anderson-Darling requiere al menos 5 observaciones válidas (req(length(col) >= 5)).
p ≤ 0.05 en prueba	El módulo de probabilidades queda bloqueado; se muestra mensaje explicativo.
Si la muestra contiene muchos ceros	Los resultados no serán representativos.

Nota. La aplicación no almacena sesiones ni persiste datos entre cierres.

G. Diseño de la Interfaz

La interfaz presenta un diseño de colores invertidos, con tres colores principales: fondo oscuro (#222222), texto blanco en el cuerpo de la herramienta (#FFFFFF) y para los elementos de contraste y título naranja-rojo (#FF4500). La tipografía utiliza la fuente Montserrat para dar una apariencia moderna y legible. Los paneles tienen fondo blanco (#FFFFFF) con el texto oscuro para generar contraste. El color del texto del botón de carga oscuro (#222222). Las pestañas inactivas presentan fondo (#333333) con texto naranja-rojo.

En el panel lateral se presentan los parámetros de forma y escala estimados con los datos seleccionados. En la parte inferior de este panel incluye los autores (Diva Alejandra Ortiz Suarez y el profesor Guillermo Mejía), los logotipos de las instituciones (Universidad Industrial de Santander – Ingeniería Civil) y el año de la publicación.