

**OPTIMIZACIÓN DEL DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL DE UN PÓRTICO  
PLANO DE CONCRETO REFORZADO, DESTINADO A ALMACENAMIENTO DE  
ARCHIVOS**

**LUIS HUMBERTO NIÑO ALVAREZ  
EDER JAIR DURÁN CÁCERES**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA**

**2016**

**OPTIMIZACIÓN DEL DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL DE UN PÓRTICO  
PLANO DE CONCRETO REFORZADO, DESTINADO A ALMACENAMIENTO DE  
ARCHIVOS**

**LUIS HUMBERTO NIÑO ALVAREZ  
EDER JAIR DURÁN CÁCERES**

**Trabajo de grado para optar al título de  
Ingeniero Civil**

**Director  
OSCAR JAVIER BEGAMBRE CARRILLO  
Ingeniero Civil, Ph.D.**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIAS FISICO-MECANICAS  
ESCUELA DE INGENIERIA CIVIL  
BUCARAMANGA  
2016**

*Agradezco en primer lugar a Dios Padre todopoderoso y eterno, quien me ha permitido culminar con éxito mi carrera universitaria, ya que es el guía fundamental durante el desarrollo de todos los planes y proyectos que he realizado a lo largo de mi vida.*

*A mis padres Luis Niño y Bertha Cecilia Alvarez, quienes, con sus sabios consejos, y su apoyo incondicional me han permitido lograr todos los objetivos que me he propuesto alcanzar, ellos son el motor que me impulsa a crecer diariamente.*

*A mi hermano, quien siempre ha estado ahí para apoyarme, y ayudarme a tomar las decisiones más importantes de mi vida.*

*A mi compañero y amigo Eder, por el compromiso y el trabajo en equipo durante muchos de los proyectos y actividades realizadas durante toda la carrera.*

*A todos los compañeros y amigos con los que compartimos los momentos de dificultad y alegría durante, esta etapa de mi vida.*

**Luis Humberto Niño Alvarez**

*A Dios, a mis padres por su constante apoyo y consejo durante esta etapa de mi vida, a mi Hermano por impulsarme cada día a ser mejor y a cada uno de mis amigos por estar siempre a mi lado apoyándome.*

**Eder Jair Durán Cáceres**

## **AGRADECIMIENTOS**

Al profesor Oscar Javier Begambre Carrillo, por su orientación, ayuda y asesoría durante la realización del proyecto.

A todos los docentes que fueron guía fundamental durante el proceso de aprendizaje, quienes con sus valiosas enseñanzas nos han permitido mejorar para ser valiosas personas y profesionales para la sociedad.

## CONTENIDO

|  | pág. |
|--|------|
| INTRODUCCIÓN.....                                      | 14   |
| 1. ALGORITMOS GENÉTICOS.....                           | 15   |
| 1.1. FASES DE UN ALGORITMO GENÉTICO.....               | 15   |
| 1.1.1. Generación de la población inicial.....         | 16   |
| 1.1.2. Adaptación de los individuos.....               | 16   |
| 1.1.3. Selección.....                                  | 17   |
| 1.1.4. Cruzamiento.....                                | 17   |
| 1.1.5. Mutación.....                                   | 18   |
| 1.1.6. El proceso de reemplazo.....                    | 19   |
| 1.1.7. Condiciones de terminación.....                 | 20   |
| 1.2. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO GENÉTICO PLANTEADO..... | 21   |
| 1.2.1. Función de una variable.....                    | 23   |
| 1.2.2. Función multivariable.....                      | 24   |
| 2. ANÁLISIS SÍSMICO.....                               | 26   |
| 2.1. ESPECTRO DE DISEÑO.....                           | 26   |

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 2.2.   | MÉTODO DE LA FUERZA HORIZONTAL EQUIVALENTE.....            | 27 |
| 2.2.1. | Periodo fundamental de la edificación.....                 | 28 |
| 2.2.2. | Fuerzas sísmicas horizontales equivalentes.....            | 29 |
| 2.3.   | LIMITES DE LA DERIVA.....                                  | 30 |
| 3.     | ESPECIFICACIONES TECNICAS PARA ESTRUCTURAS DE ARCHIVO..... | 31 |
| 3.1.   | ASPECTOS ESTRUCTURALES.....                                | 31 |
| 4.     | ANÁLISIS MATRICIAL.....                                    | 32 |
| 4.1.   | FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE RIGIDEZ.....                     | 32 |
| 4.2.   | VALIDACIÓN DEL ANÁLISIS MATRICIAL.....                     | 32 |
| 5.     | PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN.....            | 36 |
| 6.     | FUNCIONAMIENTO DEL ALGORITMO GENERAL DE OPTIMIZACION.....  | 38 |
| 7.     | ANÁLISIS DE RESULTADOS.....                                | 43 |
| 8.     | CONCLUSIONES.....  | 55 |
| 9.     | RECOMENDACIONES.....                                       | 57 |
|        | CITAS BIBLIOGRÁFICAS.....                                  | 58 |
|        | BIBLIOGRAFIA.....  | 59 |

## LISTA DE FIGURAS

|  | pág. |
|--|------|
| Figura 1. Diagrama de flujo algoritmo genético .....   | 15   |
| Figura 2. Diagrama de cruzamiento de único punto.....  | 18   |
| Figura 3. Diagrama de ejemplo del proceso de mutación.....   | 18   |
| Figura 4. Diagrama general del funcionamiento del algoritmo genético.....  | 20   |
| Figura 5. Grafica de la ecuación (5) en MATLAB.....  | 23   |
| Figura 6. Grafica de la ecuación (6) en MATLAB.....  | 24   |
| Figura 7. Espectro elástico de aceleraciones de diseño como fracción de g.....                                     | 27   |
| Figura 8. Modelo de pórtico en el software MIDAS-GEN [12].....   | 33   |
| Figura 9. Diagrama de flujo algoritmo de optimización general.....   | 39   |
| Figura 10. Modelo de pórtico propuesto para el análisis de optimización.....                                       | 43   |
| Figura 11. Modelo de placa aligerada planteada.....  | 46   |
| Figura 12. Vista en planta de la edificación que contiene al pórtico propuesto.....                                | 47   |
| Figura 13. Gráfica del comportamiento del promedio de la deriva máxima con respecto a las generaciones.....        | 53   |
| Figura 14. Gráfica del comportamiento del promedio de la deriva promedio con respecto a las generaciones.....      | 54   |
| Figura 15. Gráfica del comportamiento del promedio del peso de los individuos con respecto a las generaciones..... | 54   |

## LISTA DE TABLAS

|  | pág. |
|--|------|
| Tabla 1. Valor de parámetros $C_t$ y $\alpha$ para el cálculo del periodo aproximado $T_a$ .....                                       | 28   |
| Tabla 2. Derivas máximas como porcentaje de $h_{pi}$ .....   | 30   |
| Tabla 3. Reacciones en los nodos (Análisis matricial) .....  | 34   |
| Tabla 4. Desplazamientos en los nodos (Análisis matricial) .....   | 34   |
| Tabla 5. Reacciones en los nodos (MIDAS-GEN) .....   | 34   |
| Tabla 6. Desplazamientos en los nodos (MIDAS-GEN) .....  | 35   |
| Tabla 7. Deriva máxima encontrada en el mejor individuo de la población para cada optimización.....                                    | 48   |
| Tabla 8. Valores de Fuerzas sísmicas horizontales y factores $C_{vx}$ , por piso.....  | 50   |
| Tabla 9. Áreas y lados de las secciones para las vigas de cada piso del pórtico, del mejor individuo en la mejor optimización.....     | 51   |
| Tabla 10. Áreas y lados de las secciones para las columnas de cada piso del pórtico, del mejor individuo en la mejor optimización..... | 51   |
| Tabla 11. Desplazamiento de los nodos del mejor individuo en la mejor optimización en milímetros.....                                  | 52   |
| Tabla 12. Derivas de los nodos del mejor individuo en la mejor optimización en milímetros.....   | 52   |

## RESUMEN

### TITULO:

OPTIMIZACIÓN DEL DIMENSIONAMIENTO ESTRUCTURAL DE UN PÓRTICO PLANO DE CONCRETO REFORZADO, DESTINADO A ALMACENAMIENTO DE ARCHIVOS\*.

### AUTORES:

LUIS HUMBERTO NIÑO ALVAREZ

EDER JAIR DURÁN CÁCERES\*\*

**PALABRAS CLAVE:** Optimización del dimensionamiento, estructura, algoritmos genéticos, almacenamiento de archivos

### DESCRIPCIÓN:

El dimensionamiento de las secciones transversales de los elementos estructurales (vigas y columnas), es uno de los procedimientos de mayor importancia que se llevan a cabo cuando se realiza un diseño estructural. Este proceso es iterativo y los resultados pueden variar de acuerdo al criterio del diseñador que ha realizado esta parte del diseño. En la norma sismo resistente colombiana NSR-10, se establecen los requisitos de obligatorio cumplimiento, que se deben considerar, cuando se realiza el dimensionamiento estructural.

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos de la optimización del dimensionamiento de una estructura tipo pórtico de concreto reforzado, utilizada para el almacenamiento de archivos, usando algoritmos genéticos. Se realiza el análisis sísmico, usando el método de análisis de la fuerza horizontal equivalente, evaluando los desplazamientos, hallando las correspondientes derivas de la estructura con análisis matricial; y mediante el algoritmo genético, se busca la máxima deriva permisible de la estructura.

Las especificaciones de carga con las cuales se realiza el análisis sísmico, corresponde a edificaciones utilizadas para el almacenamiento de documentos de archivo, como bibliotecas y otras construcciones diseñadas para este fin, ya que, debido a la alta especificación de carga, los resultados de la optimización, utilizando el algoritmo genético, se hacen más evidentes.

---

\* Trabajo de grado

\*\* Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas. Escuela de Ingeniería Civil. Director: Oscar Javier Begambre Carrillo.

## ABSTRACT

**TITLE:**

STRUCTURAL OPTIMIZATION SIZING OF A REINFORCED CONCRETE PLANE FRAME, USED FOR FILE STORAGE\*

**AUTHORS:**

LUIS HUMBERTO NIÑO ALVAREZ  
EDER JAIR DURÁN CÁCERES\*\*

**KEYWORDS:** sizing optimization, structure, genetic algorithms, file storage.

**DESCRIPTION:**

The sizing of the transversal sections of the structural elements (beams and columns), is one of the most important procedures that are carry out, when structural design is performed. This process is iterative and results may vary according the perspective of the designer, who has done this part of the design. In the Colombian seismic resistant norm NSR-10, mandatory requirements are established, which should be considered when structural sizing is performed.

This work presents the results of sizing optimization of a reinforced concrete structure, used for file storage, using genetic algorithms. Seismic analysis is performed, using equivalent horizontal force, evaluating displacements, and finding the corresponding drifts of the structure by matrix analysis; and using the genetic algorithm, the maximum allowable drift of the structure was calculated.

Load specifications with which seismic analysis is performed, corresponds to buildings used for files storage, such as libraries and other structures designed for this purpose, since due high load specification, the results of the optimization using the genetic algorithm, become more evident.

---

\* Degree Work

\*\* Faculty of Physical-Mechanics Engineering. School of Civil Engineering. Director : Oscar Javier Begambre Carrillo.

## INTRODUCCION

Al realizar el diseño de un edificio o un pórtico, inicialmente, se efectúa el diseño sísmico, en este proceso se deben seleccionar las dimensiones de las secciones transversales de las vigas y columnas, que constituyen la estructura, las cuales deben cumplir con las especificaciones mínimas establecidas en la norma. Se verifica que por medio de estas dimensiones se cumplan las derivas mínimas para cada piso, como lo estipula la norma sismo resistente NSR-10. Al cargar y evaluar la edificación con las cargas estipuladas en la norma, en algunas ocasiones las derivas cumplen en la primera iteración, con lo cual se usan estas dimensiones para realizar el diseño final de la estructura, pero en este caso no se puede asegurar que estas dimensiones son las óptimas. Buscar un buen dimensionamiento, el cual represente por ejemplo el uso mínimo de concreto o la búsqueda de la deriva máxima, puede resultar muy tedioso porque requiere iterar varias veces, razón por la cual, no se realiza un verdadero proceso de optimización.

Teniendo en cuenta lo expuesto anteriormente se planteó el uso de herramientas computacionales como los algoritmos genéticos que funcionan de la siguiente manera: una población inicial de los individuos que se genera al azar o heurísticamente. Cada iteración que pasa, es conocida como generación, los individuos de la población actual se decodifican y evalúan de acuerdo con algún criterio de calidad predefinido, denominada la función de adaptabilidad o función objetivo. En este trabajo se busca la máxima deriva permisible, ajustando los individuos de una manera funcional al iterar para hallar un dimensionamiento óptimo. De acuerdo a la NSR-10 el límite máximo es el 1% de la altura entre piso. Si se acerca al máximo posible, el dimensionamiento de las columnas y vigas va a ser óptimo.

Una explicación de cada una de las etapas anteriores, se plasma en los capítulos 1-6 de este trabajo. En el capítulo 1 se presenta el algoritmo genético y su validación, en los capítulos 2 y 3, se trata el análisis sísmico y se define las características de carga del pórtico bajo estudio. Seguidamente, en el capítulo 4, los resultados del análisis matricial empleado se validan. En los capítulos 5 y 6 se define con detalle el problema de optimización y la solución empleada. Finalmente, en los capítulos 7 y 8 se realiza el análisis de resultados y se realizan las conclusiones pertinentes.

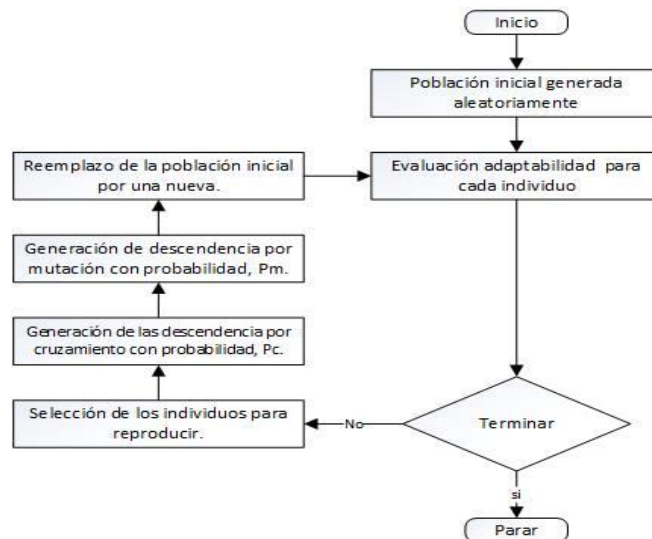
## 1. ALGORITMOS GENETICOS

Los algoritmos genéticos son un método de optimización no tradicional, que hace parte de los algoritmos evolutivos, y se han convertido en una herramienta de gran importancia para resolver problemas complejos en el área de las ciencias e ingeniería, que no se pueden solucionar con los métodos de optimización tradicionales. Esta herramienta permite la búsqueda del óptimo global de funciones complejas, y se basa en un proceso que simula la teoría de la evolución de las especies de Darwin [1].

El algoritmo genético mantiene un grupo de soluciones potenciales a un problema. Algunos de estas posibles soluciones se utilizan para crear nuevas soluciones potenciales a través de la utilización de los operadores evolutivos (selección, cruzamiento y mutación). Las posibles soluciones sobre las que un operador actúa son seleccionadas sobre la base de su calidad (dada por la función objetivo) como soluciones al problema en cuestión. El algoritmo utiliza este proceso varias veces para generar nuevos grupos de las posibles soluciones hasta que algún criterio de parada se cumple [1].

### 1.1. FASES DE UN ALGORITMO GENÉTICO

Figura 1. Diagrama de flujo algoritmo genético [2].



**1.1.1. Generación de la población inicial:** Los individuos de la población inicial, se representan como cadenas binarias (ceros y unos), generadas de forma aleatoria. Es imprescindible para el buen funcionamiento del algoritmo genético dotar a la población inicial de suficiente variedad para poder explorar todas las zonas del espacio [3].

**1.1.2. Adaptación de los individuos:** Consiste en decodificar la cadena binaria del individuo para identificar el punto que representa, en el intervalo real  $[x_{min}, x_{max}]$  en el que se busca el óptimo de la función, y calcular el valor de la función objetivo en ese punto [3]. Tenemos entonces que el valor real  $x$  que le corresponde a la cadena  $c$  se puede calcular como:

$$x = x_{min} + \left( c * \frac{x_{max} - x_{min}}{2^l - 1} \right) \quad (1)$$

$x$  = valor que le corresponde a  $c$  dentro del intervalo de búsqueda

$c$  = valor entero que le corresponde a la cadena binaria considerada

$l$  = longitud de la cadena binaria

$x_{min}$  = valor mínimo del intervalo de búsqueda

$x_{max}$  = valor máximo del intervalo de búsqueda

Con cada valor de  $x_i$  se realiza el cálculo de adaptación para cada individuo que pertenece a la población:

$$f(i) = fobj(x_i) \quad (2)$$

$f(i)$  = adaptación del individuo  $i$ .

$fobj(x_i)$  = Función objetivo evaluada en el punto  $x_i$

Por ejemplo, si se tiene una cadena binaria de longitud 6 de la siguiente forma:

## 010110

Le corresponde el valor entero 22. Supongamos que trabajamos en el intervalo [5,6]. Entonces la cadena es

$$x = 5 + 22 * \frac{6 - 5}{2^6 - 1} = 5.3492$$

**1.1.3. Selección:** La selección es el componente que guía el algoritmo para encontrar la solución, prefiriendo dentro de un grupo de baja función de aptitud a los más altos [4].

La probabilidad de selección  $p_i$  de un individuo  $i$  es proporcional a su adaptación relativa:

$$p_i = \frac{f(i)}{\sum_{i=1}^k f(i)} \quad (3)$$

$f(i)$  = adaptación del individuo  $i$  .

$k$  = Tamaño de la población

Se hace uso del método de “*Muestreo estocástico universal*” como método de selección, en el cual se genera un solo número aleatorio  $a$ , y a partir de él se generan los  $k$  números que se necesitan (para generar  $k$  individuos) espaciados de igual forma [3]. Los números se calculan de la siguiente forma:

$$a_i = \frac{a + i - 1}{k} \quad (\forall = 1, \dots, \dots, k) \quad (4)$$

$k$  = Tamaño de la población

$a$  = Número aleatorio único inicial

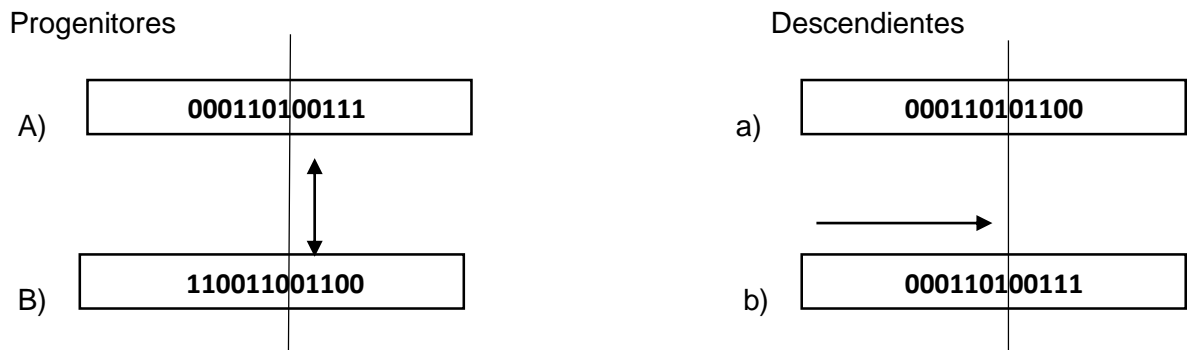
$i$  = Individuo evaluado para la selección

$a_i$  = Número generado para el individuo evaluado

**1.1.4. Cruzamiento:** Es el intercambio de genes entre los cromosomas de los dos progenitores [4]. Se utiliza el método de “*Cruzamiento de único-punto*”, el cual consiste en seleccionar al azar una única posición en la cadena de ambos padres e intercambiar las partes de los padres divididas por dicha posición, este operador produce dos hijos que

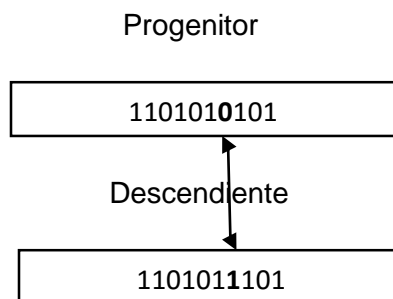
combinan propiedades de ambos padres, lo que puede llevar a una mejora de la adaptación de los hijos respecto a la de los padres [5].

**Figura 2.** Diagrama de cruzamiento de único punto. [6]



**1.1.5. Mutación:** El operador de mutación está diseñado de manera que uno o más de los cromosomas de genes se muten en una pequeña probabilidad. El objetivo del operador de mutación es evitar que la población genética converja a un mínimo local e introducir algunas nuevas soluciones posibles a la generación. [5], con este operador se cambian algunos valores de la cadena binaria de acuerdo a una pequeña probabilidad, es decir los valores “1” pueden convertirse en “0” o viceversa.

**Figura 3.** Diagrama de ejemplo del proceso de mutación [6]



**1.1.6. El proceso de reemplazo:** Es el procedimiento para calcular (crear) una nueva generación de la anterior y sus descendientes. Se crea un espacio a la descendencia en la población eliminando de ella a los padres. Habitualmente los algoritmos genéticos mantienen un tamaño de población constante, aunque existen otras posibilidades. Para mantener el tamaño de la población, los nuevos individuos creados mediante los operadores genéticos deben reemplazar a otros de la población anterior. En función de la cantidad de individuos reemplazados en la población anterior se consideran distintos tipos de algoritmos genéticos [3].

- Algoritmos genéticos generacionales: en estos algoritmos la población se renueva por completo de una generación a otra.
- Algoritmos genéticos con estado estacionario: la descendencia de los individuos seleccionados en cada generación se incluye en la población, reemplazando a algunos de los individuos de la población anterior. En este caso se conserva parte de la población de generación en generación.

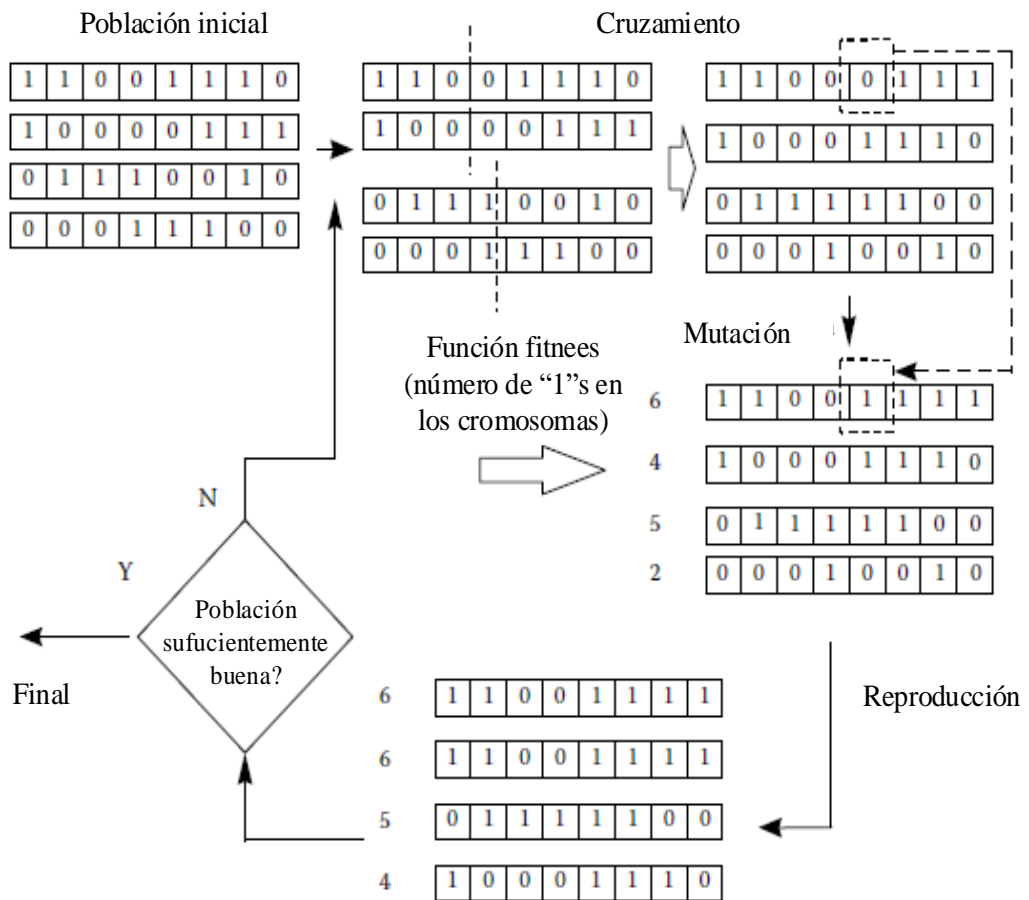
Existen diversas posibilidades para establecer los criterios de reemplazo en los algoritmos genéticos con estado estacionario. Los más usuales son los siguientes:

- Reemplazo de los padres: sus hijos sustituyen a sus padres.
- Reemplazo aleatorio: los individuos a eliminar se eligen aleatoriamente. El número de individuos a eliminar viene dado por el tamaño de la descendencia, que a su vez queda definido por las tasas de cruces y mutaciones y el tamaño de la población.
- Reemplazo de los individuos peor adaptados: los individuos a eliminar se eligen aleatoriamente, pero solo entre los que tiene el valor de adaptación más bajo.
- Reemplazo de individuos de adaptación similar: cada nuevo individuo reemplaza a un individuo de la población anterior que tiene un valor de adaptación similar al suyo. Para implementar este mecanismo se ordena a la población de acuerdo con su adaptación y se escoge para la sustitución una posición aleatoria de la “vecindad” de la posición que le corresponde al nuevo individuo. El tamaño de la vecindad depende del tamaño de la población [3].

**1.1.7. Condiciones de terminación:** Es necesario especificar las condiciones en las que el algoritmo deja de evolucionar y se presenta la mejor solución encontrada. La condición de terminación más sencilla es alcanzar un determinado número de generaciones de evolución. Otras condiciones, que a veces se utilizan de forma combinada, son alcanzar una solución de una determinada calidad o detectar que la mayor parte de la población ha convergido a una forma similar, careciendo de la suficiente diversidad para que tenga sentido continuar con la evolución [3]

A continuación, en la figura 3 se presenta un diagrama de ejemplo sobre el funcionamiento del algoritmo genético:

**Figura 4.** Diagrama general del funcionamiento del algoritmo genético. [7]



## 1.2. DESCRIPCIÓN DEL ALGORITMO GENÉTICO PLANTEADO

En este trabajo se empleó como base el algoritmo genético básico presentado en la figura 1.

Utilizando este modelo se realizó la programación del algoritmo genético, el cual se utilizó para realizar la optimización en el dimensionamiento estructural del pórtico plano.

En términos generales el algoritmo genético funciona de la siguiente manera:

- Inicialmente, se determinan las características generales del algoritmo, como son:
  - Número de generaciones (es también el criterio de parada del algoritmo).
  - Tamaño de la población (valor que se mantiene constante a lo largo de las generaciones).
  - Probabilidad de cruzamiento
  - Probabilidad de mutación
  - Tamaño de la cadena binaria que se va a manejar
  - Se hace uso de cadenas binarias, como forma de representar a cada individuo de la población.
- Se define la función que se va a optimizar (una variable o multivariable)
- Definir los límites de la variable (para una función de una variable), o las variables (función multivariable) independientes de la función, es decir los límites mínimo y máximo de dichas variables, lo cual constituye el espacio de búsqueda en el cual el algoritmo va a buscar la respuesta del máximo global de la función analizada.
- Se genera la población inicial de manera aleatoria, con el tamaño de la cadena binaria definida inicialmente. En cada cadena están representadas las variables independientes.
- Se inicia el proceso de iteración, al entrar en la primera generación. En la población inicial, se extrae para cada individuo, la parte de la cadena binaria que corresponde a cada variable.
- Teniendo el valor de cada variable que compone cada individuo en forma binaria, se procede a transformar dichos valores a su equivalente valor decimal.
- Es necesario adaptar cada uno de estos números, para que estén dentro de los límites establecidos para la variable que está representando, haciendo uso de una función de

transformación, de esta forma se asegura que el valor que representa cada variable se encuentre dentro del espacio de búsqueda definido inicialmente.

- Se realiza la evaluación de cada punto en la función que se va optimizar, generando así un vector que representa el valor que tiene cada individuo.
- Lo anterior se hace para hallar la adaptabilidad de los individuos en la población, utilizando el método probabilístico, en el cual el valor de adaptabilidad es directamente proporcional al valor alcanzado en la evaluación de los individuos. De esta manera se calcula adaptación (probabilidad) que tiene cada individuo para ser seleccionado.
- Teniendo la adaptación de cada individuo, se procede a utilizar el método estocástico de selección universal, para realizar la creación de la población intermedia (debe tener el mismo tamaño que la población inicial), en la cual los individuos generados en la población inicial, que tienen mejor adaptación, tienen más probabilidad de ser seleccionados.
- Se aplica el operador de cruzamiento, en los individuos que representan la población intermedia o descendencia, esto se hace por parejas, las cuales intercambian entre sí parte de la cadena binaria, en un único punto de la cadena generado aleatoriamente, con esto se genera la población de cruzamiento.
- Se aplica el operador de mutación, en la población de cruzamiento o de descendencia, el cual se puede intercambiar aleatoriamente cierto valor de la cadena binaria que compone cada individuo, es decir puede intercambiar los valores "0" por "1" o viceversa; la población generada a partir de aplicar este operador, es la nueva población que se genera a partir de la población inicial. Esta nueva población reemplaza la población original, y se convierte en la población inicial de la siguiente generación.
- El programa realiza nuevamente el procedimiento del numeral 6 al 14, de acuerdo al número de generaciones definido inicialmente; en la cual la población inicial de cada generación es el reemplazo de la población inicial de la generación anterior, por la generada al aplicar los operadores genéticos (selección, cruzamiento y mutación), en esa misma generación anterior.
- Se realiza la evaluación de cada punto, en la última generación, el cual representa cada individuo de la población final, en la función de optimización, dentro de estos valores se encuentra el máximo global de la función que se está optimizando, además el valor de

todos los individuos es muy cercano entre sí ya que a medida que pasan las generaciones los valores se van acercando entre sí.

De esta forma se realizó la programación del algoritmo genético que se usó para realizar la optimización planteada en el proyecto.

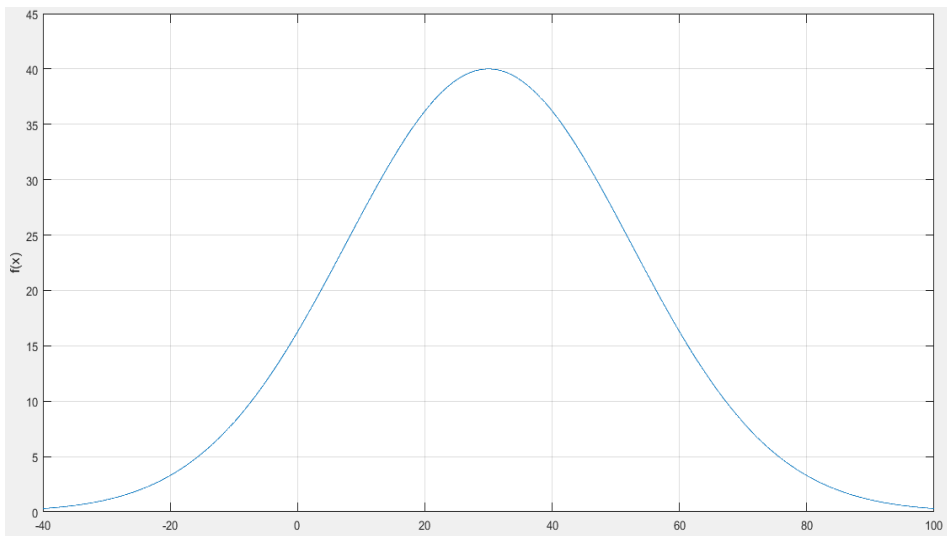
Para comprobar la validez del algoritmo genético, planteado, se utilizaron dos funciones de prueba, con las cuales se verificó la gran utilidad del algoritmo genético al realizar problemas de optimización, con funciones complejas. En este caso se halló el máximo absoluto de dos funciones: una función de una sola variable, y una función multivariable.

### 1.2.1. Función de una variable

$$f(x) = 40 * 1.001^{(x-30)^2} \quad (5)$$

La gráfica que representa ésta función es la siguiente:

**Figura 5.** Grafica de la ecuación (5) en MATLAB [8]



Resolviendo, por los métodos tradicionales del cálculo , el máximo global se encuentra en el punto  $x = 30$  y su valor es  $f(x) = 40$ .

Ahora aplicando el algoritmo genético con los siguientes parámetros:

- Número de generaciones: 400
- Tamaño de la población: 100
- Probabilidad de cruzamiento: 40%
- Probabilidad de mutación: 1%
- Tamaño de la cadena binaria:100
- Intervalo de búsqueda del algoritmo:

$$x_{min} = -500 \quad y \quad x_{máx} = 500$$

Al final de la generación 400, la respuesta para el máximo de la función fue de  $f(x) = 39.9999$ , en el punto  $x = 29.9593$ .

El resultado anterior muestra el adecuado desempeño del algoritmo genético usado en este trabajo.

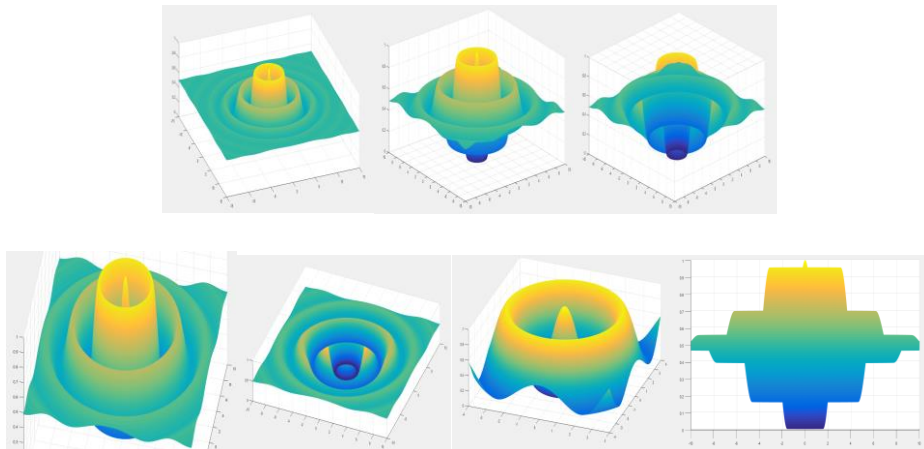
En los anexos 1, se presenta el código de Matlab [8], para el algoritmo genético de una variable.

### 1.2.2. Función multivariable

$$f(x_1, x_2) = 0.5 - \frac{-0.5 + \left(\text{sen}\left(\sqrt{x_1^2 + x_2^2}\right)\right)^2}{1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)^2} \quad (6)$$

La gráfica de la función de dos variables es la siguiente:

**Figura 6.** Grafica de la ecuación (6) en MATLAB [8]



Hallar el máximo por medio de los métodos tradicionales se complica para este tipo de funciones, de acuerdo a la figura se puede observar, que el máximo global se encuentra en el origen de coordenadas y tiene un valor de 1

$$f(0,0) = 1$$

Ahora aplicando el algoritmo genético con los siguientes parámetros:

- Número de generaciones: 400
- Tamaño de la población: 100
- Probabilidad de cruzamiento: 40%
- Probabilidad de mutación: 1%
- Tamaño de la cadena binaria: 100

Intervalo de búsqueda del algoritmo:

$$\begin{aligned}x_{1min} &= -4.5 & y & x_{1máx} = 4.5 \\x_{2min} &= -4.5 & y & x_{2máx} = 4.5\end{aligned}$$

En la generación 400, la respuesta para el máximo óptimo de la función fue de  $f(x_1, x_2) = 0.9997$ , en el punto  $x_1 = -0.0045$  y  $x_2 = 0.0157$ .

Con este ejemplo también se muestra el adecuado desempeño del algoritmo genético usado en este trabajo.

## 2. ANÁLISIS SISMICO

### 2.1. ESPECTRO DE DISEÑO

Establecido en el Título A de la norma sismo resistente NSR-10 Cap. A2. La forma del espectro elástico de aceleraciones,  $S_a$ , expresada como fracción de la gravedad, para un coeficiente de cinco por ciento (5%) del amortiguamiento crítico, que se debe utilizar en el diseño, y se define por medio de la ecuación 7. [9]

$$S_a = \frac{1.2A_v F_v I}{T} \quad (7)$$

$A_v$  = Coeficiente de velocidad pico efectiva

$F_v$  = Coeficiente de amplificación, debido a efectos de sitio, en periodos intermedios

$I$  = Coeficiente de importancia

$T$  = Periodo de vibración del sistema

Para períodos de vibración menores de  $T_c$ , calculado de acuerdo con la ecuación 8, el valor de  $S_a$  puede limitarse al obtenido de la ecuación 9 [9]

$$T_c = \frac{0.48 A_v F_v}{A_a F_a} \quad (8)$$

$$S_a = 2.5 A_v F_v I \quad (9)$$

$A_a$  = Coeficiente de aceleración pico efectiva

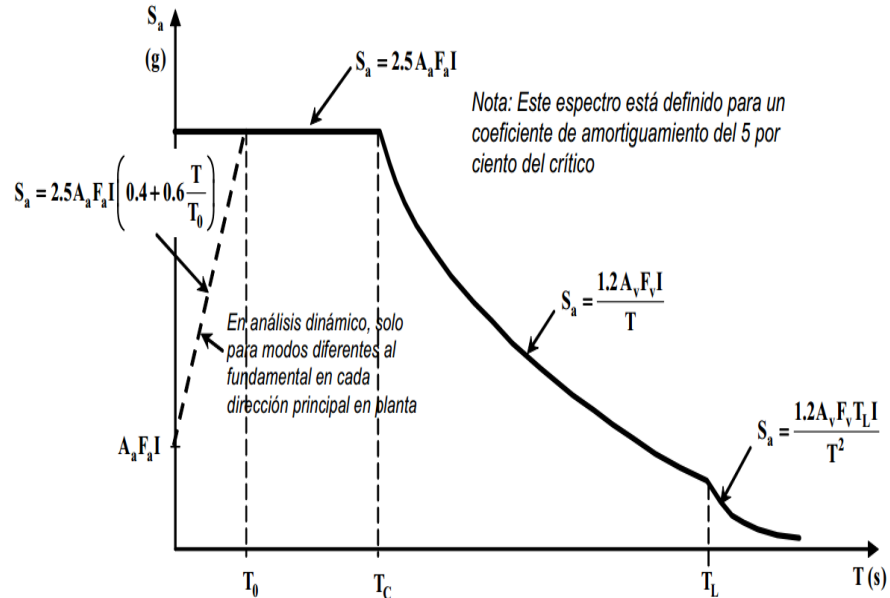
$F_a$  = Coeficiente de amplificación, debido a efectos de sitio, en periodos intermedios.

Para períodos de vibración mayores que  $T_L$ , calculado de acuerdo con la ecuación 10 el valor de  $S_a$  no puede ser menor que el dado por la ecuación 11. [9]

$$T_L = 2.4 F_v \quad (10)$$

$$S_a = \frac{1.2A_v F_v T_L I}{T^2} \quad (11)$$

**Figura 7.** Espectro elástico de aceleraciones de diseño como fracción de  $g$ . [9]



## 2.2. MÉTODO DE LA FUERZA HORIZONTAL EQUIVALENTE

Establecido en el Título A de la norma sismo resistente NSR-10 Cap. A4. Puede utilizarse el método de la fuerza horizontal equivalente en las siguientes edificaciones:

- Todas las edificaciones, regulares e irregulares, en las zonas de amenaza sísmica baja,
- Todas las edificaciones, regulares e irregulares, pertenecientes al grupo de uso I, localizadas en zonas de amenaza sísmica intermedia,
- Edificaciones regulares, de 20 niveles o menos y 60 m de altura o menos medidos desde la base, en cualquier zona de amenaza sísmica, exceptuando edificaciones localizadas en lugares que tengan un perfil de suelo tipo D, E o F, con periodos de vibración mayores de  $2T_C$ ,
- Edificaciones irregulares que no tengan más de 6 niveles ni más de 18 m de altura medidos a partir de la base,

- Estructuras flexibles apoyadas sobre estructuras más rígidas que cumplan los requisitos de A.3.2.4.3 de la NSR-10 [9]

**2.2.1. Período fundamental de la edificación:** El valor del período fundamental de la edificación,  $T$ , debe obtenerse a partir de las propiedades de su sistema de resistencia sísmica, en la dirección bajo consideración, de acuerdo con los principios de la dinámica estructural, utilizando un modelo matemático linealmente elástico de la estructura. [9]

El valor de  $T$  puede ser igual al período fundamental aproximado,  $T_a$ , que se obtenga por medio de la ecuación 12. [9]

$$T_a = C_t h^\alpha \quad (12)$$

$C_t$ = Coeficiente utilizado para calcular el periodo de la estructura.

$h$  = Altura en metros, medida desde la base, del nivel

$\alpha$ =Exponente para ser utilizado en el cálculo del periodo fundamental.

$C_t$  y  $\alpha$  tienen los valores dados en la tabla 1.

**Tabla 1.** Valor de parámetros  $C_t$  y  $\alpha$  para el cálculo del periodo aproximado  $T_a$ . [9]

| Sistema estructural de resistencia sísmica  | $C_t$ | $\alpha$ |
|---|-------|----------|
| Pórticos resistentes a momentos de concreto reforzado que resisten la totalidad de las fuerzas sísmicas y que no están limitados o adheridos a componentes más rígidos, estructurales o no estructurales, que limiten los desplazamientos horizontales al verse sometidos a las fuerzas sísmicas. | 0.047 | 0.9      |
| Pórticos resistentes a momentos de acero estructural que resisten la totalidad de las fuerzas sísmicas y que no están limitados o adheridos a componentes más rígidos, estructurales o no estructurales, que limiten los desplazamientos horizontales al verse sometidos a las fuerzas sísmicas   | 0.072 | 0.8      |
| Pórticos arriostrados de acero estructural con diagonales excéntricas restringidas a pandeo.  | 0.073 | 0.75     |
| Todos los otros sistemas estructurales basados en muros de rigidez similar o mayor a la de muros de concreto o mampostería  | 0.049 | 0.75     |

**Tabla 1. Continuación**

|   |                             |   |
|---|-----------------------------|---|
| Alternativamente, para estructuras que tengan muros estructurales de concreto reforzado o mampostería estructural, pueden emplearse los siguientes parámetros Ct y D, donde Cw se calcula utilizando la ecuación A.4.2-4. | $\frac{0.0062}{\sqrt{C_w}}$ | 1 |
|---|-----------------------------|---|

**2.2.2. Fuerzas sísmicas horizontales equivalentes:** El cortante sísmico en la base,  $V_s$ , equivalentemente a la totalidad de los efectos inerciales horizontales producidos por los movimientos sísmicos de diseño, en la dirección en estudio, se obtiene por medio de la siguiente ecuación [9]:

$$V_s = S_a g M \quad (13)$$

$S_a$ = Valor del espectro de aceleraciones de diseño para un periodo de vibración dado.  
 $g$ = aceleración debida a la gravedad.  
 $M$ =masa total de la edificación.

La fuerza sísmica horizontal,  $F_x$  en cualquier nivel  $x$ , para la dirección en estudio, debe determinarse usando la siguiente ecuación: [9]

$$F_x = C_{vx} V_s \quad (14)$$

donde

$$C_{vx} = \frac{m_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n (m_i h_i^k)} \quad (15)$$

$V_s$ = Cortante sísmico en la base, para las fuerzas sísmicas.

$m_{i \text{ o } x}$ = Parte de la masa total de la edificación que está colocada en el nivel  $i$  o  $x$  respectivamente

$h$ =Altura en metros, medida desde la base, del nivel

$k$  es un exponente relacionado con el período fundamental,  $T$ , de la edificación de la siguiente manera:

(a) Para  $T$  menor o igual a 0.5 segundos,  $k=1.0$ ,

(b) Para T entre 0.5 y 2.5 segundos,  $k=0.75-0.5T$

(c) Para T mayor que 2.5 segundos,  $k= 2.0$ . [9]

### 2.3. LÍMITES DE LA DERIVA

Establecido en el Título A de la norma sismo resistente NSR-10 Cap. A6. La deriva máxima para cualquier piso determinada de acuerdo con el procedimiento de A.6.3.1, no puede exceder los límites establecidos en la tabla 2, en la cual la deriva máxima se expresa como un porcentaje de la altura de piso  $h_{pi}$ : [9]

**Tabla 2.** Derivas máximas como porcentaje de  $h_{pi}$ . [9]

| <b>Estructuras de:</b>   | <b>Deriva máxima</b>                     |
|--|--|
| Concreto reforzado, metálicas, de madera, y de mampostería que cumplen los requisitos de A.6.4.2.2 | $1.0\%(\Delta_{max}^i \leq 0.01 h_{pi})$ |
| De mampostería que cumplen los requisitos de A.6.4.2.3   | $0.5\%(\Delta_{max}^i \leq 0.05 h_{pi})$ |

### **3. ESPECIFICACIONES TECNICAS PARA ESTRUCTURAS DE ARCHIVO**

ACUERDO No.037 (septiembre 20 de 2002) Por el cual se establecen las especificaciones técnicas y los requisitos para la contratación de los servicios de depósito, custodia, organización, reprografía y conservación de documentos de archivo en desarrollo de los artículos 13 y 14 y sus Parágrafos 1 y 3 de la Ley General de Archivos 594 de 2000. EL CONSEJO DIRECTIVO DEL ARCHIVO GENERAL DE LA NACIÓN, En uso de las facultades que le confieren la Ley 80 de 1989, la Ley 489 de 1998 y la Ley General de Archivos 594 de 2000 [10].

#### **3.1. ASPECTOS ESTRUCTURALES.**

La resistencia de las placas y pisos deberán estar dimensionadas para soportar una carga mínima de 1200 kg/m<sup>2</sup>, si se utiliza estantería de 2.20 m de alto; cifra que se deberá incrementar si se va a emplear estantería compacta o de mayor tamaño al señalado. Los pisos, muros, techos y puertas deben estar contruidos con material ignífugo de alta resistencia mecánica y desgaste mínimo a la abrasión. Las pinturas utilizadas deberán igualmente poseer propiedades ignífugas, y tener el tiempo de secado necesario evitando el desprendimiento de sustancias nocivas para la documentación. [10]

## 4. ANALISIS MATRICIAL

### 4.1. FUNDAMENTOS DEL MÉTODO DE LA RIGIDEZ

El método de rigidez es un método matricial que puede usarse tanto para analizar estructuras estáticamente determinadas como indeterminadas, del método de la rigidez se obtienen los desplazamientos y las fuerzas de forma directa [11].

La aplicación del método de la rigidez requiere subdividir la estructura en una serie de elementos finitos discretos e identificar sus puntos extremos como nodos. Para el análisis, los elementos finitos se representan mediante cada uno de los elementos que la componen y los nodos representan las juntas [11].

Se determinan las propiedades de la fuerza-desplazamiento en cada elemento y después se relacionan entre si usando las ecuaciones de equilibrio de fuerzas escritas en los nodos. Luego estas relaciones, para toda la estructura, se agrupan en lo que se denomina matriz de rigidez de la estructura **K**. Una vez establecido esto, se pueden determinar los desplazamientos desconocidos de los nodos para cualquier carga dada sobre la estructura. Al conocer estos desplazamientos pueden calcularse las fuerzas externas e internas en la estructura utilizando las relaciones de fuerza-desplazamiento para cada elemento. [11]

### 4.2. VALIDACIÓN DEL ANÁLISIS MATRICIAL

Para comprobar la validez del algoritmo empleado para realizar el análisis matricial de pórticos planos, se presenta el siguiente ejemplo de validación.

El algoritmo permite al usuario definir los siguientes parámetros de la estructura:

- Número de columnas
- Número de pisos
- Longitud de cada una de las luces (igual para cada piso)
- Altura entrepiso (constante para todos los pisos)
- Carga distribuida que lleva cada piso
- Módulo de elasticidad del material
- Sección de los elementos estructurales (Vigas y columnas)

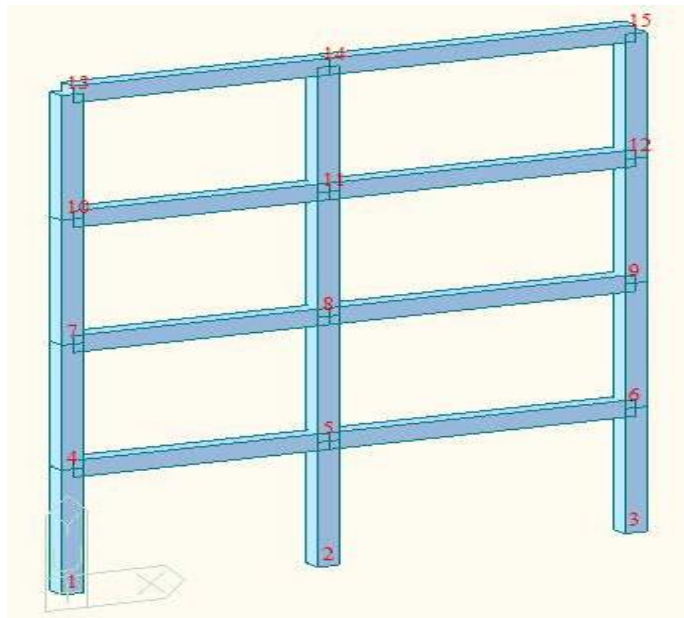
Todos los parámetros en el Sistema Internacional de medidas

Se escogió un pórtico con las siguientes características:

- Número de columnas: 3
- Número de pisos: 4
- Longitud de cada una de las luces: [5, 6] m
- Altura entrepiso: 3 m
- Carga distribuida (para todos los pisos): 40000 N/m
- Módulo de elasticidad:  $E = 2.486 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
- Sección de los elementos estructurales  
Para vigas y columnas (0.4x0.4 m).
- La notación de los nodos es como en la siguiente figura:

Para validar los resultados del algoritmo se utilizó el programa MIDAS-GEN [12], modelando una estructura con las características mencionadas anteriormente

**Figura 8.** Modelo pórtico en EL software MIDAS-GEN [12]



Los resultados obtenidos con el algoritmo, para reacciones y deformaciones en los nodos es la siguiente:

**Tabla 3.** *Reacciones en los nodos (Análisis matricial).*

| <b>Nodo</b> | <b>Fx (KN)</b> | <b>Fy (KN)</b> | <b>M (KN.m)</b> |
|-------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1           | 14.9327        | 385.6041       | -15.8508        |
| 2           | 6.6414         | 906.0409       | -7.3874         |
| 3           | -21.5740       | 468.3549       | 21.1291         |

**Tabla 4.** *Desplazamientos en los nodos (Análisis matricial).*

| <b>Nodo</b> | <b>Dx (mm)</b> | <b>Dy (mm)</b> | <b>D<sub>θ</sub> (rad)</b> |
|-------------|----------------|----------------|----------------------------|
| 4           | -0.0779        | -0.2908        | -0.0004                    |
| 5           | -0.0633        | -0.6834        | -0.0001                    |
| 6           | -0.0378        | -0.3532        | 0.0006                     |
| 7           | -0.1569        | -0.5097        | -0.0003                    |
| 8           | -0.1606        | -1.1948        | -0.0001                    |
| 9           | -0.1681        | -0.6185        | 0.0005                     |
| 10          | -0.2535        | -0.6549        | -0.0003                    |
| 11          | -0.2384        | -1.5371        | -0.0001                    |
| 12          | -0.2110        | -0.7947        | 0.0004                     |
| 13          | -0.3155        | -0.7248        | -0.0007                    |
| 14          | -0.3603        | -1.7127        | -0.0003                    |
| 15          | -0.4382        | -0.8811        | 0.0012                     |

Los resultados obtenidos con el software MIDAS-GEN [12] son:

**Tabla 5.** *Reacciones en los nodos (MIDAS-GEN). [12]*

| <b>Nodo</b> | <b>Fx (KN)</b> | <b>Fy (KN)</b> | <b>M (KN.m)</b> |
|-------------|----------------|----------------|-----------------|
| 1           | 14.7168        | 384.8845       | -15.2855        |
| 2           | 6.5525         | 907.3462       | -7.1587         |
| 3           | -21.2694       | 467.7693       | 20.2508         |

**Tabla 6.** Desplazamientos en los nodos (MIDAS-GEN) [12].

| <b>Nodo</b> | <b>Dx (mm)</b> | <b>Dy (mm)</b> | <b>D<sub>θ</sub> (rad)</b> |
|-------------|----------------|----------------|----------------------------|
| 4           | -0.0794        | -0.2872        | -0.0004                    |
| 5           | -0.0650        | -0.6771        | -0.0001                    |
| 6           | -0.0398        | -0.3491        | 0.0007                     |
| 7           | -0.1635        | -0.5033        | -0.0003                    |
| 8           | -0.1669        | -1.1839        | -0.0001                    |
| 9           | -0.1738        | -0.6112        | 0.0006                     |
| 10          | -0.2657        | -0.6467        | -0.0003                    |
| 11          | -0.2511        | -1.5232        | -0.0001                    |
| 12          | -0.2249        | -0.7853        | 0.0005                     |
| 13          | -0.3360        | -0.7158        | -0.0007                    |
| 14          | -0.3799        | -1.6971        | -0.0003                    |
| 15          | -0.4561        | -0.8706        | 0.0012                     |

Como se puede observar, a partir de las tablas 3, 4, 5 y 6, los resultados son muy similares, lo que valida el funcionamiento del algoritmo planteado.

## 5. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

El problema de optimización que se plantea es buscar la deriva que se acerque lo máximo posible a la deriva máxima permitida por la norma NSR-10, utilizando el método de la fuerza horizontal equivalente, para realizar el análisis sísmico. Para lograr esto, se hace uso de los algoritmos genéticos como herramienta de optimización.

La deriva que se busca depende de varias variables, como son los desplazamientos  $\mathbf{D}_x$  de los nodos, en la dirección  $x$ , de la estructura, de las áreas que tienen los elementos estructurales, vigas y columnas  $\mathbf{A}_v, \mathbf{A}_c$ , además de las fuerzas sísmicas aplicadas a dicho pórtico  $\mathbf{F}_X$

$$\Delta = f(\mathbf{D}_x, \mathbf{A}_v, \mathbf{A}_c, \mathbf{F}_X) \quad (16)$$

$\Delta$  = Deriva óptima del piso (máxima deriva presente en el piso)

$\mathbf{A}_v, \mathbf{A}_c$  = Vectores de áreas de columnas y vigas para cada piso, la magnitud de ambos vectores es la misma.

$\mathbf{F}_X$  = Vector de fuerzas sísmicas aplicadas al pórtico, de magnitud igual al número de pisos

$$\mathbf{A}_v = \{A_{v1}, A_{v2}, A_{v3}, \dots, A_{vn_p}\} \quad (17)$$

$$\mathbf{A}_c = \{A_{c1}, A_{c2}, A_{c3}, \dots, A_{cn_p}\} \quad (18)$$

$$\mathbf{F}_X = \{F_{X1}, F_{X2}, F_{X3}, \dots, F_{Xn_p}\} \quad (19)$$

$\mathbf{D}_x$  = Representa el vector de desplazamiento para todos sus nodos en la dirección  $x$  del pórtico analizado.

A su vez el valor de  $\Delta$ , está sujeto a la siguiente restricción  $0 \leq \Delta \leq \Delta_{m\acute{a}x}$ .

$$\Delta_{m\acute{a}x} = 0.01 * h_{piso} \quad (20)$$

El valor de  $\mathbf{D}_x$ , además depende de los resultados obtenido mediante el análisis matricial.

Mediante el análisis matricial se resuelve la ecuación, en términos generales:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{kD} \quad (21)$$

**Q** = Vector de cargas (fuerzas y momentos) a los que está sometido cada nodo de la estructura en sus tres grados de libertad.

**D** = Representa el vector de desplazamientos del pórtico analizado para todos sus nodos en la dirección  $x, y, \theta$

**k** = Matriz de rigidez general del sistema, es decir del pórtico planteado.

La función de optimización que se usa en la implementación del algoritmo genético, está relacionada con la deriva máxima permitida  $\Delta_{m\acute{a}x}$  y la deriva máxima encontrada en el pórtico analizado  $\Delta$ , esta función exponencial garantiza que el valor máximo siempre va a ser  $\Delta_{m\acute{a}x}$ , lo que hace que los valores de búsqueda se encuentren cercanos.

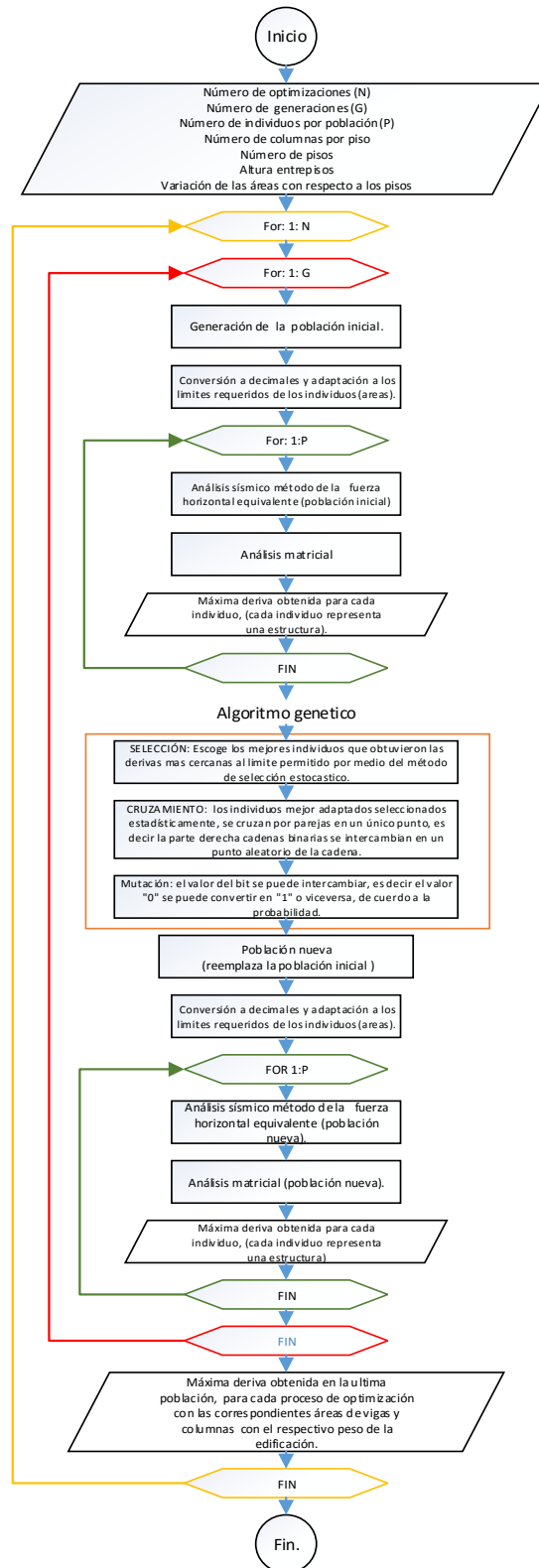
$$f(\Delta) = \Delta_{m\acute{a}x} * 1.006^{(\Delta - \Delta_{m\acute{a}x})^2} \quad (22)$$

## 6. FUNCIONAMIENTO DEL ALGORITMO GENERAL DE OPTIMIZACIÓN.

El algoritmo general permite optimizar el dimensionamiento (áreas de vigas y columnas) de un pórtico plano de  $n$  columnas por  $n$  pisos definidos por el usuario, aunque se limita la cantidad de pisos de acuerdo al método de la fuerza horizontal equivalente, definida en la norma NSR-10.

A continuación, en la figura 9 se presenta el diagrama de flujo del algoritmo utilizado para resolver el problema de optimización planteado.

Figura 9. Diagrama de flujo algoritmo de optimización general



A continuación, se realiza una descripción del funcionamiento de este algoritmo:

- El programa funciona de la siguiente manera, en primera fase el usuario define las características generales de la estructura que se va a analizar que permanecerán constantes a lo largo de la optimización las cuales son : número de columnas, número de pisos altura entre pisos y propiedades del algoritmo genético como son: número de generaciones, tamaño de la población, probabilidad de cruzamiento, probabilidad de mutación, y el número de bits asignados para cada variable (que en este caso las variables van a ser áreas).
- Con esta información se comienza a realizar el análisis del diseño sísmico para así alcanzar el dimensionamiento óptimo que cumpla con la evaluación de derivas.
- Se genera un número de variables las cuales dependen del número de pisos totales, y de los pisos en los cuales las secciones permanecerán constantes, estas serán las variables de optimización, el número de variables es igual para vigas y columnas.
- El total de variables es la suma de las variables de las vigas y las columnas
- Se establecen los límites para las áreas, dentro de los cuales el programa buscará el dimensionamiento óptimo.
- Se realiza la creación de los individuos dentro de la primera población de una manera aleatoria utilizando codificación binaria.
- La primera mitad de la cadena binaria corresponde a las variables de las áreas de las columnas y la otra mitad a las variables que representan el área de las vigas
- Después cada vector que representa a cada uno de los individuos, se divide de acuerdo al número de variables totales establecidas dividiendo las cadenas binarias (el número de variables es el mismo para las áreas de las columnas y vigas).
- Se pasan las cadenas binarias para cada variable que compone cada individuo a su correspondiente valor decimal.
- Se realiza la adaptación de las variables para que queden dentro de los límites establecidos para áreas definidas inicialmente.
- Ordena los valores de las áreas para columnas y vigas de manera descendente a medida que se crece el piso las áreas deben disminuir
- Con estos valores para las áreas de vigas y columnas ajustados a los límites, se realiza el cálculo de las propiedades geométricas iniciales para cada individuo el cual representa una estructura diferente. Calculando inercias y áreas para cada estructura,

teniendo en cuenta que las secciones de las vigas y columnas son cuadradas (para simplificar los cálculos de las dimensiones finales), y que disminuyen a medida que se avanza en altura, aunque también permite realizar el cálculo con secciones rectangulares.

- Con estas áreas por cada individuo se inicia el análisis sísmico, de acuerdo a la NSR-10, usando el método de la fuerza horizontal equivalente, mediante el cual se calculan de las fuerzas sísmicas que se aplicaran al pórtico para realizar el análisis matricial. Se hace uso del análisis matricial para determinar las deformaciones que se presentan en cada individuo (estructura), debido a la acción de las fuerzas sísmicas calculadas anteriormente.
- Se determina las derivas para cada piso de cada estructura verificando que estas cumplan con los requisitos establecidos en la norma sismo resistente.
- Se escoge la deriva máxima encontrada para cada individuo durante el análisis
- Se usa una función de adaptabilidad que esté sujeta a la deriva máxima permitida por la norma, y en el que el valor máximo de la función, sea la deriva máxima, y en el cual se adapten los valores de derivas máximos calculados para cada individuo, en este caso se hace uso de una función exponencial. (Ecuación 22).
- Para cada individuo de la población se calcula la probabilidad de selección, utilizando, un método probabilístico, según la proporción o valor adaptabilidad, calculada con la función de adaptación.
- Halla la probabilidad acumulada para cada individuo.
- Se usa el método de selección estocástico universal, para seleccionar los individuos que tendrán mayor probabilidad ser seleccionados para realizar siguiente proceso que es el cruzamiento.
- Selecciona los individuos mejor adaptados para realizar el proceso de cruzamiento.
- Después realiza el proceso de cruzamiento entre dos individuos, utilizando el método único-punto el cual intercambia las partes de la cadena binaria que se encuentran en la parte derecha de cada individuo entre ellos, según la probabilidad de cruzamiento.
- Se usa el operador de mutación para garantizar que exista variabilidad en la población y de acuerdo a la probabilidad de mutación definida inicialmente cambia los valores “ceros” por “unos” o viceversa, en la cadena binaria de la población de cruzamiento

- Parte de nuevo la cadena binaria, para generar sus respectivas variables para las áreas de vigas y columnas, transformando la cadena binaria de cada individuo, de la nueva población a su correspondiente valor decimal. Adaptando cada variable a los límites correspondientes.
- Ordena los valores de las áreas a medida que aumenta los pisos de manera descendente.
- Asigna las diferentes áreas definidas, a la estructura esto se hace para cada individuo de la población realizando el análisis sísmico por medio de la fuerza horizontal equivalente utilizando el método matricial para realizar el cálculo de las deformaciones que se generan y que se utilizarán para la verificación de las derivas.
- Este procedimiento se hace  $n$  generaciones definidas por el usuario.
- Este proceso de optimización puede realizarse de la misma manera un número de veces definido por el usuario, lo que permite comparar los resultados obtenidos en diferentes optimizaciones.
- Se obtiene de los datos, de la última generación de la población escogiendo el mejor individuo, de cada optimización
- Se tiene un resumen con la siguiente información del mejor individuo: resumen del análisis estructural (fuerza y deformaciones), evaluación de derivas fuerzas horizontales equivalentes empleadas para el análisis sísmico.
- De los mejores individuos obtenidos en cada optimización se selecciona el que más se acerca a la deriva máxima permitida.

## 7. ANALISIS DE RESULTADOS

Para el proyecto se plantea un pórtico regular, en el cual el usuario define el número de columnas y el número de pisos que este posee.

El pórtico analizado es de concreto reforzado con las siguientes propiedades:

$$\gamma = 24 \text{ KN/m}^3,$$

$$f'c = 28 \text{ MPa}$$

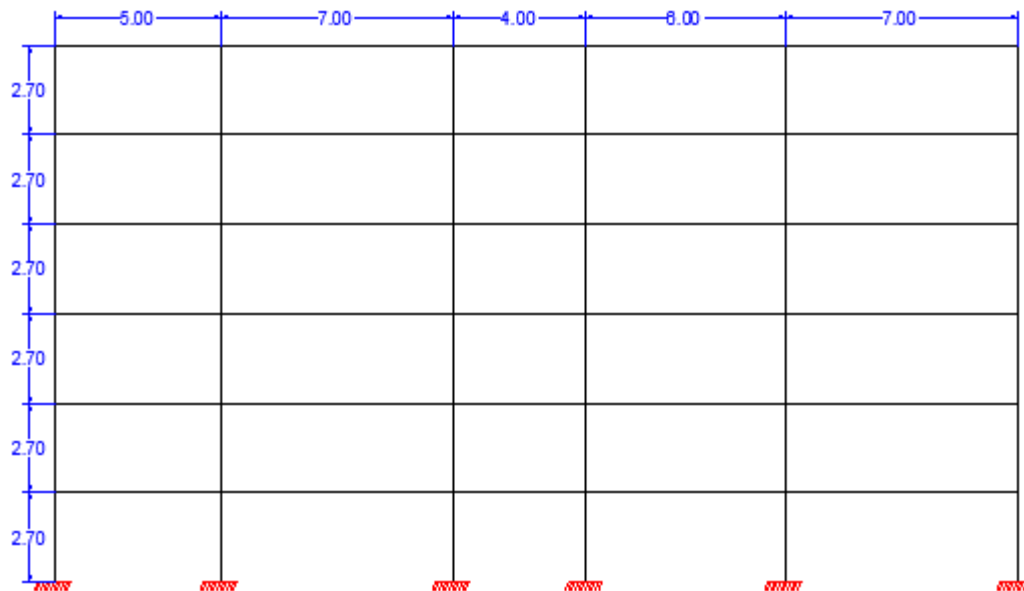
$$E = 24860 \text{ MPa}$$

La prueba se realiza para un pórtico con las siguientes características:

- Número de columnas:  $n_c = 6$
- Número de pisos:  $n_p = 6$
- Luces: = [5,7,4,6,7] *en metros*
- Altura entrepiso = 2.7 m

Estos valores permanecen constantes a lo largo de la optimización

**Figura 10.** Modelo de pórtico propuesto para el análisis de optimización



, Los valores utilizados por el algoritmo genético, son las siguientes:

- Número de generaciones: 200
- Tamaño de la población: 50
- Tasa de cruzamiento: 40%
- Tasa de mutación: 1%
- Tamaño de los bits para cada variable de optimización: 10
- Número de optimizaciones: 15

Las variables que optimizará el algoritmo genético, son las áreas de las vigas y de las columnas; dichas áreas pueden variar según desee el usuario: cada piso, cada 2 pisos, cada n pisos, etc.; en este caso su variación será cada piso. Estas variables están sujetas a las siguientes restricciones:

- Secciones rectangulares para vigas y para columnas
- Límites de las variables establecido, en los cuales se buscan las áreas:

**Áreas de columnas (Secciones bxh)**

- *mínimo* =  $900 \text{ cm}^2$  correspondiente a sección de 30x30 cm
- *máximo* =  $4750 \text{ cm}^2$  correspondiente a sección de 50x90 cm

**Áreas de vigas (Secciones bxh)**

- *mínimo* =  $875 \text{ cm}^2$  correspondiente a sección de 25x35 cm
- *máximo* =  $4050 \text{ cm}^2$  correspondiente a sección de 45x90 cm

- El lado de la sección para cada una de las variables es múltiplo de 5 cm
- El número de variables que se van a utilizar depende de su variación, según se asciende en altura, es decir cada cuantos pisos se va a mantener constante la variable, para vigas o para columnas:  $[1, 2, 3, \dots, n_p]$
- El valor de las áreas disminuye, a medida que se asciende en los pisos del pórtico, lo cual depende del número de variables que se están manejando.
- Para esta prueba la variación de las áreas es en cada piso, es decir se presentan 6 variables para el área de las vigas y 6 para el área de las columnas, es decir el programa maneja 12 variables para el problema de optimización.

Se realiza la ejecución del programa 15 veces para obtener una mayor información del comportamiento de la optimización, y comparar resultados.

El número total de diseños que realiza el programa es de 300000, que corresponde a la siguiente operación:

$$\# \text{ diseños} = 2 * r * pob * gen \quad (23)$$

El número “2” indica que en cada generación se realizan dos diseños para cada individuo, uno antes de realizar la selección de los individuos, y el siguiente después de la generación de los nuevos individuos a través del cruzamiento.

$r$  = número de veces que se ejecuta el programa

$pob$  = tamaño de la población

$gen$  = número de generaciones totales

Para el análisis sísmico, se tuvo en cuenta que la ubicación de esta estructura es en Bucaramanga, donde el tipo de suelo donde se apoya la estructura es D, con los siguientes parámetros:

- Coeficiente de velocidad horizontal pico efectiva  $A_v = 0.25$
- Coeficiente de aceleración horizontal pico efectiva  $A_a = 0.25$
- Coeficiente de amplificación, debido a efectos de sitio, en periodos intermedios  
 $F_v = 1.9$
- Coeficiente de amplificación, debido a efectos de sitio, en periodos cortos  
 $F_a = 1.3$
- Coeficiente de Importancia (Grupo de uso III)  
 $I = 1.25$
- $C_t = 0.047$
- $\alpha = 0.9$

Las cargas sobreimpuestas la estructura correspondiente a cargas muertas y vivas son:

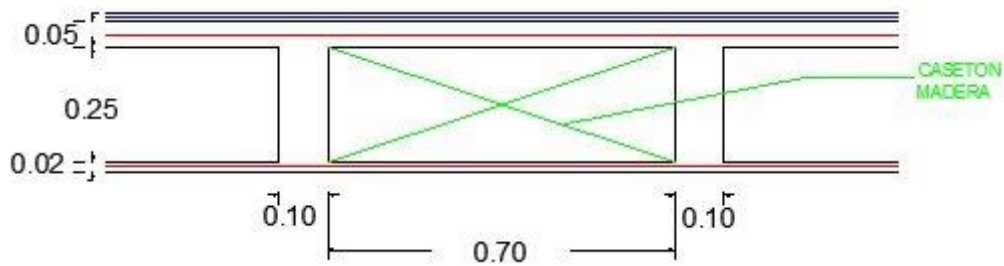
### **CARGAS MUERTAS**

Para cargar el pórtico la carga muerta debe tener en cuenta el peso de la placa, acabados y muros divisorios:

### Peso placa:

Suponiendo una placa aligerada como la siguiente figura:

**Figura 11.** Modelo de placa aligerada planteada



$$Peso\ plaquetas = (0.05 + 0.02)m \times 24 \text{ KN/m}^3 = 1.68 \text{ KN/m}^2$$

$$Peso\ viguetas = \left(\frac{0.23 \cdot 0.1}{0.8}\right) m \times 24 \text{ KN/m}^3 = 0.69 \text{ KN/m}^2$$

$$Caseton = 0.5 \text{ KN/m}^2$$

$$Peso\ total\ placa = 1.68 \text{ KN/m}^2 + 0.69 \text{ KN/m}^2 + 0.5 \text{ KN/m}^2 = 2.87 \text{ KN/m}^2$$

### Peso de muros:

$$Peso\ muros = 3 \text{ KN/m}^2$$

### Pesos acabados:

$$Peso\ acabados = 1.6 \text{ KN/m}^2$$

El valor total de la carga muerta es:

$$Carga_{muerta} = [(P_{total\ placa} + P_{muros} + P_{acabados}) \cdot (Area) \cdot (n_{pisos})] + W_{estructura}$$

$$Carga_{muerta} = [7.47 \frac{KN}{m^2} \cdot (Area) \cdot (n_{pisos})] + W_{estructura(vigas+columnas)}$$

### CARGAS VIVAS

De acuerdo a las especificaciones de carga (*Acuerdo 037 aspectos estructurales*, septiembre 20 del 2002) que para archivo es de  $1200 \text{ Kg/m}^2$

$$Carga_{viva} = \frac{1200 \text{ Kg}}{m^2} * \frac{0.01 \text{ KN}}{1 \text{ Kg}} = 12 \frac{\text{KN}}{m^2} (Area) * (n_{pisos})$$

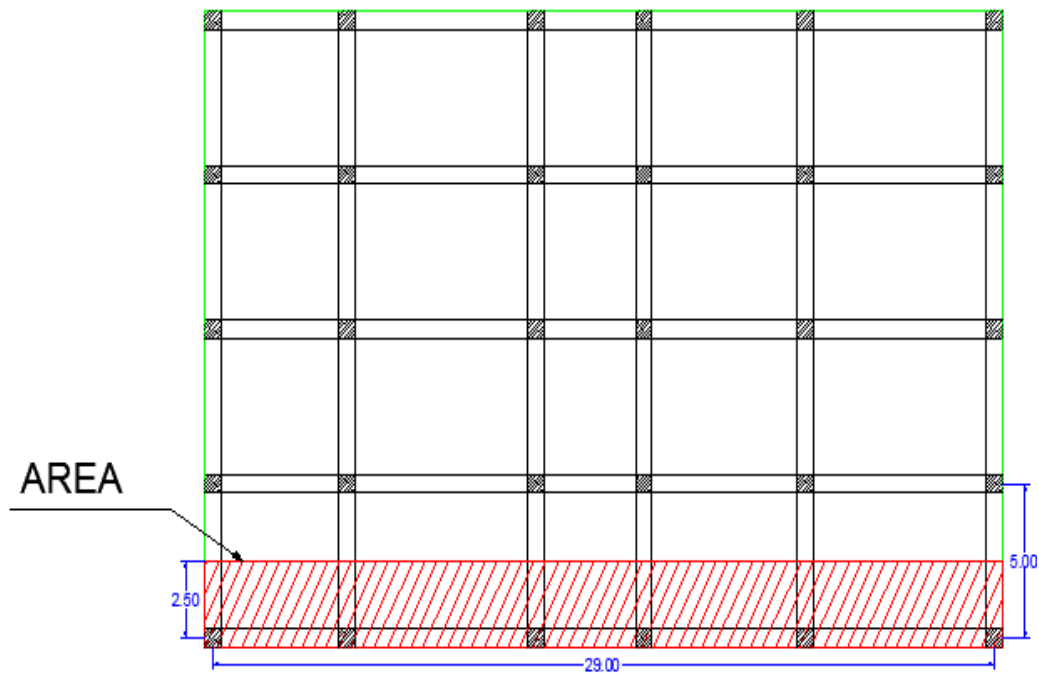
El peso total de la edificación es:

$$Wt \text{ (KN)} = Carga_{muerta} + Carga_{viva}$$

El valor de *Area*, que es el área aferente, se obtiene de acuerdo al siguiente modelo en planta de la edificación que contiene el pórtico analizado, suponiendo las viguetas cada 5 m, es decir el ancho aferente es de 2.5 m y el valor de la longitud aferente es el valor de la sumatoria de las luces del pórtico, en este caso 29 m.

$$Area = 72.5 \text{ m}^2$$

**Figura 12.** Vista en planta de la edificación que contiene al pórtico propuesto



Los resultados presentados al realizar la ejecución del programa son los siguientes:

De las 15 veces que se ejecutó el programa, se determinó la deriva máxima encontrada, para el mejor individuo de cada ejecución, en la última generación, es decir la 200.

**Tabla 7.** Deriva máxima encontrada en el mejor individuo de la población para cada optimización

| Optimización | Deriva máxima del mejor individuo encontrado (mm) |
|--------------|---|
| 1            | 21.1228   |
| 2            | 23.5231   |
| 3            | 24.9138   |
| 4            | 23.136  |
| 5            | 26.3897   |
| 6            | 24.8761   |
| 7            | 22.4341   |
| 8            | 23.8162   |
| 9            | 21.2201   |
| 10           | 24.6736   |
| 11           | 25.2346   |
| 12           | 21.8727   |
| 13           | 26.6883   |
| 14           | 26.6948   |
| 15           | 25.7236   |

En la 14 optimización se encuentra el valor que más se acerca a la deriva máxima permisible, cuyo valor es de 26.6948, el peso que le corresponde a la mejor estructura que se encuentra en la octava optimización con este valor de deriva es de 193.79 Toneladas.

Donde la deriva máxima permitida, en este caso es

$$\Delta_{m\acute{a}x} = 0.01 * h_{piso}$$

$$\Delta_{m\acute{a}x} = 0.01 * 2700 \text{ mm}$$

$$\Delta_{m\acute{a}x} = 27 \text{ mm}$$

Para esta estructura los cálculos realizados por el programa durante el análisis sísmico son:

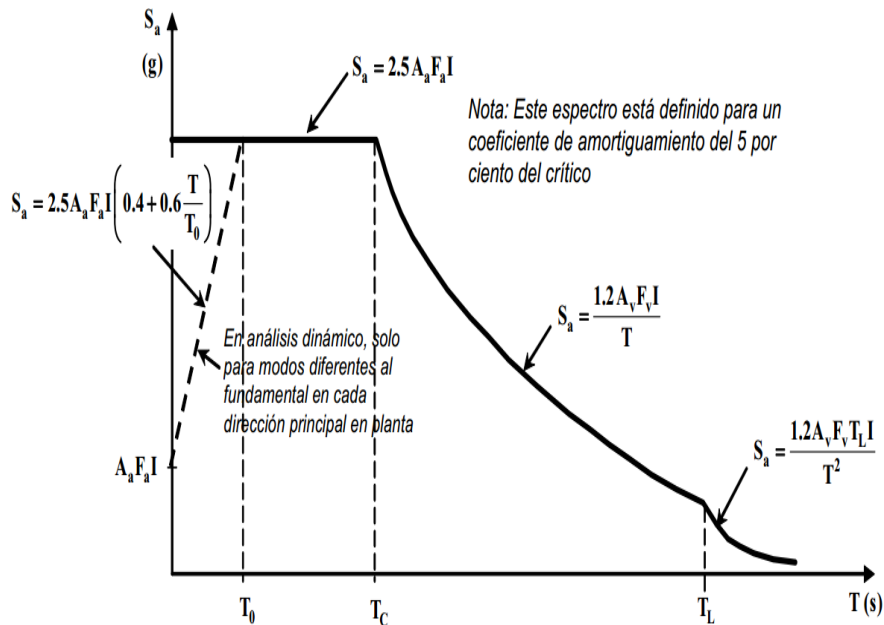
### Parámetros Sísmicos:

- Tipo Suelo D
- $A_v = 0.25$
- $A_a = 0.25$
- $F_v = 1.9$
- $F_a = 1.3$
- $I = 1.25$
- $C_t = 0.047$
- $\alpha = 0.9$

El periodo natural de la estructura se halla, con la siguiente fórmula:

$$T_a = C_t h^\alpha = 0.57632 \text{ s} \quad \text{con } h = 16.2 \text{ m}$$

De acuerdo al espectro de aceleración (Figura 7), se realiza el cálculo de



$$T_c = \frac{0.48 A_v F_v}{A_a F_a} = 0.7015 \text{ s}$$

$$T_L = 2.4 F_v = 4.5600 \text{ s}$$

Como el valor de  $T_a < T_c$

$$S_a = 2.5 A_v F_v I = 1.0156$$

El valor del cortante Basal total es:

$$V_s = S_a Wt = 10570 \text{ KN}$$

$$Wt = 10407 \text{ KN}$$

Las fuerzas Sísmicas horizontales calculadas de acuerdo a la fórmula, con las cuales se evaluó esta estructura

$$F_x = C_{vx} V_s$$

$$C_{vx} = \frac{m_x h_x^k}{\sum_{i=1}^n (m_i h_i^k)}$$

**Tabla 8.** Valores de Fuerzas sísmicas horizontales y factores  $C_{vx}$ , por piso

| Piso | $C_{vx}$ | $F_x$ (KN) |
|------|----------|------------|
| 1    | 0.046    | 486.048    |
| 2    | 0.0942   | 996.188    |
| 3    | 0.1428   | 1508.95    |
| 4    | 0.1913   | 2022.51    |
| 5    | 0.2403   | 2540.15    |
| 6    | 0.2853   | 3016.11    |

Al realizar el análisis sísmico con estas fuerzas en el pórtico de la figura 10, se obtuvo las áreas de las secciones transversales vigas y columnas óptima que cumplen con los requisitos de deriva establecido:

Las áreas, con las cuales, el programa realizó este cálculo son las siguientes, teniendo en cuenta que las secciones rectangulares y disminuyen a medida que se avanza en el piso

**Tabla 9.** Áreas y lados de las secciones para las vigas de cada piso del pórtico, del mejor individuo en la mejor optimización

| Piso | Area (m2) | Base (m) | Altura (m) |
|------|-----------|----------|------------|
| 1    | 0.3600    | 0.45     | 0.80       |
| 2    | 0.3600    | 0.45     | 0.80       |
| 3    | 0.3000    | 0.40     | 0.75       |
| 4    | 0.2275    | 0.35     | 0.65       |
| 5    | 0.1800    | 0.30     | 0.60       |
| 6    | 0.1125    | 0.25     | 0.45       |

**Tabla 10.** Áreas y lados de las secciones para las columnas de cada piso del pórtico, del mejor individuo en la mejor optimización.

| Piso | Area (m2) | Base (m) | Altura (m) |
|------|-----------|----------|------------|
| 1    | 0.4500    | 0.50     | 0.90       |
| 2    | 0.4050    | 0.45     | 0.90       |
| 3    | 0.3825    | 0.45     | 0.85       |
| 4    | 0.3825    | 0.45     | 0.85       |
| 5    | 0.3825    | 0.45     | 0.85       |
| 6    | 0.225     | 0.30     | 0.75       |

**Tabla 11.** Desplazamiento de los nodos del mejor individuo en la mejor optimización en milímetros.

| <b>Piso</b>           |                        |                        |                        |                        |                        |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <b>1 (nodos 7-12)</b> | <b>2 (nodos 13-18)</b> | <b>3 (nodos 18-24)</b> | <b>4 (nodos 25-30)</b> | <b>5 (nodos 31-36)</b> | <b>6 (nodos 37-42)</b> |
| 10.2019               | 27.9046                | 48.1697                | 71.6184                | 97.3863                | 124.0811               |
| 10.1243               | 27.4531                | 47.2505                | 70.0476                | 94.7771                | 119.4462               |
| 9.9994                | 26.9460                | 46.2557                | 68.3238                | 91.8339                | 114.5890               |
| 9.9094                | 26.7230                | 45.8571                | 67.6247                | 90.6367                | 112.7070               |
| 9.7124                | 26.4930                | 45.5297                | 67.0328                | 89.6023                | 111.2281               |
| 9.4671                | 26.3462                | 45.4306                | 66.8105                | 89.1505                | 110.7294               |

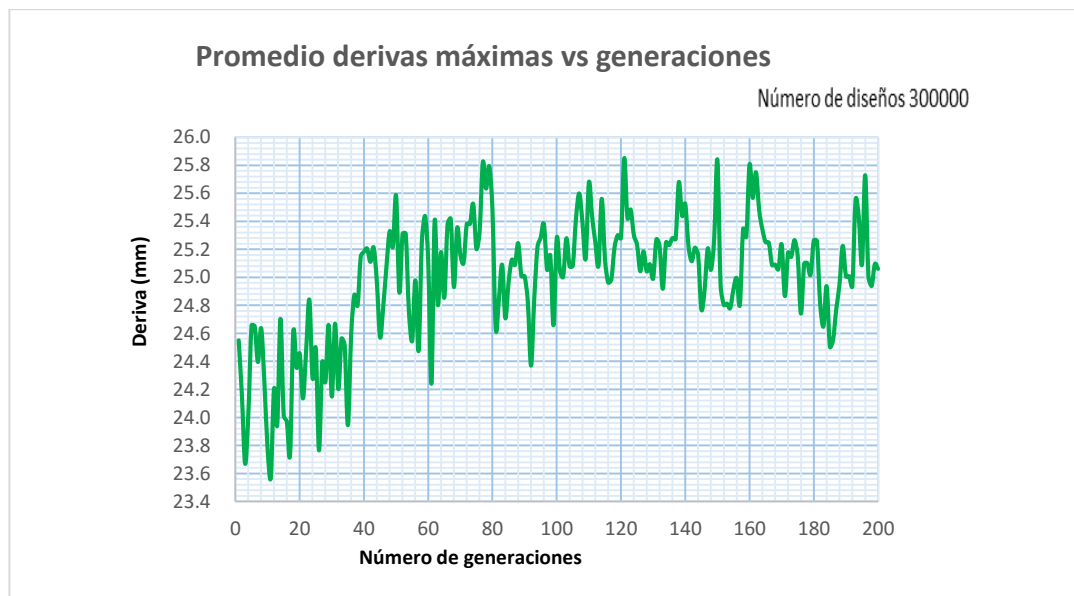
**Tabla 12.** Derivas de los nodos del mejor individuo en la mejor optimización en milímetros.

| <b>Piso</b>           |                        |                        |                        |                        |                        |
|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <b>1 (nodos 7-12)</b> | <b>2 (nodos 13-18)</b> | <b>3 (nodos 18-24)</b> | <b>4 (nodos 25-30)</b> | <b>5 (nodos 31-36)</b> | <b>6 (nodos 37-42)</b> |
| 10.2019               | 17.7026                | 20.2651                | 23.4487                | 25.7679                | 26.6948                |
| 10.1243               | 17.3288                | 19.7975                | 22.7970                | 24.7295                | 24.6690                |
| 9.9994                | 16.9466                | 19.3097                | 22.0681                | 23.5101                | 22.7551                |
| 9.9094                | 16.8136                | 19.1341                | 21.7677                | 23.0120                | 22.0704                |
| 9.7124                | 16.7806                | 19.0367                | 21.5031                | 22.5695                | 21.6258                |
| 9.4671                | 16.8791                | 19.0845                | 21.3798                | 22.3401                | 21.5789                |

Ahora se analizan algunas gráficas, resultado de todas las optimizaciones realizadas en el programa:

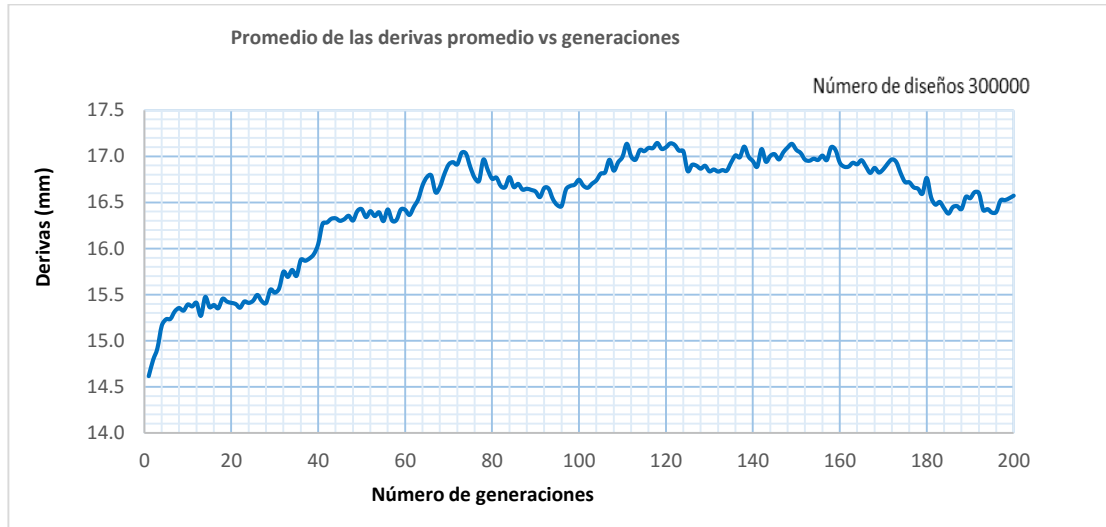
En la Figura 13 se observa el comportamiento del promedio de las derivas máximas presente en cada generación, es decir el promedio en cada generación, de los 15 valores, que se obtienen en cada optimización, para cada generación. Este comportamiento indica que a medida que aumenta las generaciones se observa una mejoría, ya que se acerca más al valor máximo esperado, en este caso 27 mm.

**Figura 13.** Gráfica del comportamiento del promedio de la deriva máxima con respecto a las generaciones.



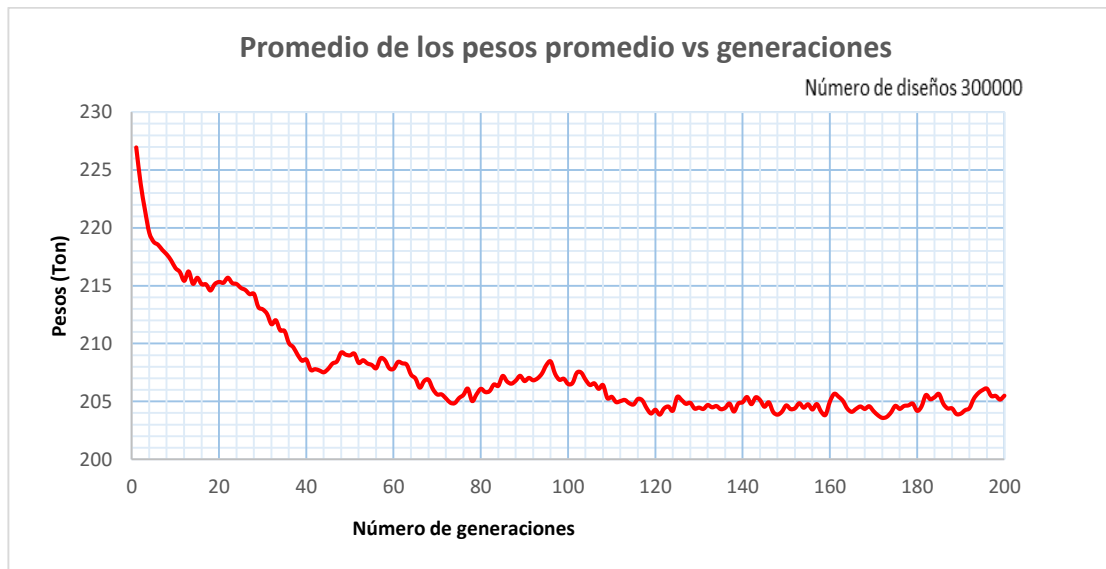
En la Figura 14 se presenta el comportamiento del promedio, de las derivas promedio, es decir para cada generación, promediando los 15 valores de promedio que se presentan en cada generación, que corresponden al número de optimizaciones totales, en el cual cada uno corresponde al valor promedio calculado de la deriva de todos los individuos de la población. El comportamiento de esta grafica es ascendente, lo que indica que a medida que se avanza en las generaciones, el espacio de búsqueda es menor, ya que todos los individuos se están acercando, razón por la cual el comportamiento de la gráfica es creciente.

**Figura 14.** Gráfica del comportamiento del promedio de la deriva promedio con respecto a las generaciones



Si de igual manera al ítem anterior, pero, en lugar de las derivas promedio, se analiza el peso promedio, Figura 15, se observa que el comportamiento es decreciente, lo que indica que a medida que aumenta el promedio de las derivas el promedio del peso disminuye, lo que prueba que la deriva y el peso son funciones inversas.

**Figura 15.** Gráfica del comportamiento del promedio del peso de los individuos con respecto a las generaciones



## 8. CONCLUSIONES

El algoritmo genético utilizado, cumple con las características necesarias para realizar el proceso de optimización planteado en el proyecto.

El proceso de optimización realizado en el dimensionamiento de las secciones transversales en cada piso (vigas y columnas) para el pórtico en estudio, se llevó a cabo de acuerdo a las condiciones y restricciones que plantea el problema, obteniendo las dimensiones óptimas, que se acercan lo máximo posible a la deriva máxima permisible, establecida en la norma sismo resistente colombiana NSR-10

Se utilizó el método de la fuerza horizontal equivalente para realizar el análisis sísmico, y se hace su aplicación a estructuras destinadas para el almacenamiento de archivos, ya que el alto valor de las cargas que soporta, permite ver la variación de las respuestas, es decir los cálculos de las áreas finales para vigas y columnas de la estructura analizada, con lo cual se verifica la efectividad del algoritmo de optimización empleado.

La aplicación del algoritmo genético al problema planteado, permite afirmar que las dimensiones calculadas a través del proceso de optimización son óptimas, ya que a medida que se avanza en las generaciones, el valor de las derivas de todos los individuos que conforman la población se acercan más entre sí, lo que garantiza que el espacio de búsqueda se va acortando cada vez a medida que evoluciona la población, y por tanto la respuesta final de la deriva óptima máxima está muy cerca del valor esperado.

El potencial del algoritmo de optimización presentado, se traduce en la capacidad de resolver cualquier pórtico bidimensional de forma regular (todos los pisos iguales), es decir puede generar una estructura con un número de columnas y pisos planteado por el usuario. Además, es posible definir su geometría (distancia entre luces y altura entre piso), los límites de las variables (áreas de vigas y columnas), dentro de los cuales debe hallar las dimensiones y la variación de estas variables, es decir el número de pisos en los cuales se deben mantener constante la variable (1,2,3, 4, etc., o sí solo se quiere un único valor para las áreas de las vigas y columnas en la estructura con la deriva óptima final). También se puede ejecutar la optimización el número de veces que sea necesario, para poder comparar diferentes respuestas.

Las respuestas obtenidas en el proceso de optimización, correspondiente a las dimensiones finales de la estructura con la deriva optima, para vigas y columnas, se encuentran dentro de los valores, con los cuales se realizan el dimensionamiento de las estructuras en el diseño estructural, ya que estos resultados son números múltiplos de 5 cm, lo que garantiza que estas dimensiones calculadas por el programa se pueden usar en construcciones reales.

Se puede observar que el promedio de los pesos de toda la población tiende a disminuir, a medida que avanzan las generaciones, lo que indica que los miembros de la población tienden al mismo resultado, a medida que evolucionan, lo que también indica que la relación entre deriva y peso es inversa.

Elegir una correcta función de optimización, es uno de los aspectos más importantes para realizar proceso de selección de los individuos, en el algoritmo genético, para la prueba se usó una función exponencial, dado que sus características permitieron, que la evolución de los individuos mejorara y al final se pudiera encontrar la respuesta adecuada.

Los resultados obtenidos fueron validados, utilizando el software MIDAS-GEN [12], determinando así, que estos son muy similares, lo que indica el adecuado desempeño de este algoritmo al realizar el problema de optimización

El cálculo de las dimensiones por parte del programa se hace automáticamente, lo que hace que no se tenga que suponer secciones hasta determinar, que se cumpla la verificación de derivas, lo que ahorra tiempo y mejora el proceso de optimización.

El proceso de optimización es aleatorio, razón por la cual, las respuestas de diferentes optimizaciones con las mismas características pueden ser diferentes, aunque estos resultados no son muy variables entre sí, razón por la cual el diseñador debe seleccionar entre las diferentes opciones de respuesta cual es la más adecuada.

Se realizó el análisis de los datos obtenidos, que permitieron visualizar el impacto que tuvo la utilización de herramientas computacionales, en la optimización de las dimensiones de los elementos estructurales.

## 9. RECOMENDACIONES

Se recomiendan los siguientes valores, durante la ejecución del algoritmo de optimización, relacionado con los parámetros que maneja el algoritmo genético:

Población entre 40 y 100 individuos

Número de generaciones: 100-400

Tasa de cruzamiento: 30-40%

Tasa de mutación: 1% y 4%

El uso del programa es limitado para pórticos bidimensionales, aunque la estructura general del algoritmo, es aplicable a pórticos espaciales, el cual puede desarrollarse en proyectos posteriores.

## CITAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ALBA ENRIQUE; COTTA CARLOS. Evolutionary Algorithms. *Handbook of Bioinspired Algorithms and Applications*, 2006 by Taylor & Francis Group, LLC, pp. 1-19.
- [2] HOPGOOD ADRIAN A. Genetic Algorithms for Optimization. *Intelligent Systems for Engineers and Scientists*, Third Edition, CRC Press 2011, pp. (159–182).
- [3] ARAUJO LOURDES; CERVIGÓN CARLOS. *Algoritmos Evolutivos un enfoque práctico*, primer Edición.
- [4] PONCE CRUZ PEDRO. *Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería*. Primer Edición. Editor Alejandro Herrera
- [5] LIU G. R.; HAN. X. Genetic Algorithms. *Computational Inverse Techniques in Nondestructive Evaluation*, 2003 by CRC Press LLC. Cap 5.
- [6] KONAR AMIT. Genetic Algorithms. *Artificial Intelligence and Soft Computing behavioral and Cognitive Modeling of the Human Brain*, cap 15.
- [7] KAMRANI ALI K. Genetic-Algorithm-Based Solution for Combinatorial Optimization Problems. *Systems Engineering Tools and Methods*. pp. (303-336).
- [8] MATLAB Documentation. The MathWorks, Inc. <http://www.mathworks.com/help/matlab/index.html>.
- [9] Ministerio de ambiente, vivienda y desarrollo territorial. *Reglamento Colombiano de construcción sismo resistente (NSR-10)*, título A y B, Bogotá enero del 2010.
- [10] El consejo directivo del archivo general de la nación. *Acuerdo 037 aspectos estructurales*, septiembre 20 del 2002.
- [11] HIBBELER R. C. *Análisis estructural*, octava edición. Editor Laura Koestinger 2012.
- [12] MIDAS Information Technology Co., Ltd. (2011). Civil 2011 On-line Manual. [http://manual.midasuser.com/en\\_tw/civil/791/](http://manual.midasuser.com/en_tw/civil/791/)

## BIBLIOGRAFIA

ARAUJO, Lourdes, CERVIGÓN, Carlos. Algoritmos Evolutivos un enfoque práctico. 1ed. RA-MA Editorial. 330p.

COLOMBIA. MINISTERIO DE AMBIENTE, VIVIENDA Y DESARROLLO TERRITORIAL. *Reglamento Colombiano de construcción sismo resistente (NSR-10)*, titulo A y B. Bogotá Enero del 2010.

HIBBELER, R.C. Análisis Estructural. 8ed. México: Pearson. 720p.

HOPGOOD, Adrian A. Genetic Algorithms for Optimization. Intelligent Systems for Engineers and Scientists [online] 2011. [Cited: 3 Dec. 2015]. p. (159–182). Available from: CRC NET BASE.

KAMRANI, Ali K. Genetic-Algorithm-Based Solution for Combinatorial Optimization Problems. Systems Engineering Tools and Methods [online] 2010. [Cited: 3 Dec. 2015]. p. (303-336). Available from: CRC NET BASE.

PONCE CRUZ, Pedro. Inteligencia artificial con aplicaciones a la ingeniería. 1ed. México: Alfaomega, 2010. 376p.