

**PROPUESTA DE SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTI
PRODUCTO DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN EN UNA CADENA DE
SUMINISTRO DE TRES ESLABONES**

**LEONARDO ANDRÉS DE LA ROSA ANGARITA
CRISTHIAN DANIEL MORENO AMAYA**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA**

2013

**PROPUESTA DE SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTI
PRODUCTO DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN EN UNA CADENA DE
SUMINISTRO DE TRES ESLABONES**

**LEONARDO ANDRÉS DE LA ROSA ANGARITA
CRISTHIAN DANIEL MORENO AMAYA**

**Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de
INGENIERO INDUSTRIAL**

**Director
NESTOR RAÚL ORTÍZ PIMIENTO
Ingeniero Industrial y Msc. En Ingeniería de Sistemas**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO MECÁNICAS
ESCUELA DE ESTUDIOS INDUSTRIALES Y EMPRESARIALES
BUCARAMANGA**

2013

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos de manera especial al profesor Edwin Garavito, por su paciencia, amabilidad y colaboración en el desarrollo de la investigación.

Al profesor Néstor Ortiz, por su orientación y acompañamiento en este proyecto.

A Stefan, del equipo de soporte técnico de GAMS, en Washington, Estados Unidos, por brindarnos su ayuda en la programación del modelo.

DEDICATORIA

*A Dios, porque por medio de él y para él son todas las cosas,
a mi mamá, por su constante apoyo incondicional,
a Eddy, mi novia, por estar siempre a mi lado y ser un motivo de alegría para mí,
y a Leo, por sus valiosos aportes en el desarrollo del proyecto.*

Cristhian Moreno

*A mi mamá, por ayudarme a cumplir mis sueños,
a mis hermanos, por su constante apoyo,
a Anthony, por confiar siempre en mí,
a Paola, por compartir mis crisis,
a Ludy y Amanda, por ayudarme todos estos años
y a Cris, mi gran amigo.*

Leonardo De la Rosa

TABLA DE CONTENIDO

	Página
INTRODUCCIÓN	21
1. ANTECEDENTES DEL PROYECTO	23
1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA	23
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	23
1.3 OBJETIVOS	25
1.3.1 Objetivo General	25
1.3.2 Objetivos Específicos	26
1.4 ALCANCE DEL PROYECTO	26
2 MARCO TEÓRICO	27
2.1 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN	27
2.1.1 Problema de localización de instalaciones no capacitado	31
2.1.1.1 Formulación matemática	31
2.1.1.2 Consideraciones particulares del problema	33
2.1.2 Problema de localización de instalaciones capacitado	34
2.1.2.1 Formulación matemática	34
2.1.2.2 Consideraciones particulares del problema	36
2.1.3 Problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas	36
2.1.3.1 Formulación matemática	37
2.1.3.2 Consideraciones particulares del problema	40
2.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA	41
2.2.1 Análisis de los artículos revisados	49
2.3 MÉTODOS PARA LA EVALUACIÓN DE LAS ALTERNATIVAS DE LOCALIZACIÓN	51
2.3.1 Métodos Heurísticos	52
2.3.2 Métodos de simulación	53
2.3.3 Métodos exactos	53

2.4	Programación lineal	54
2.4.1	Programación lineal entera	55
2.4.1.1	Problemas totalmente enteros	56
2.4.1.2	Problemas enteros mixtos	56
2.4.1.3	Problemas binarios	56
2.4.2	Métodos de solución	56
2.4.2.1	Métodos algebraicos de resolución	57
2.4.2.2	Métodos de enumeración	57
2.5	GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM (GAMS)	59
2.5.1	Grupo <i>SET</i>	59
2.5.2	Grupo <i>VARIABLES</i>	60
2.5.3	Grupo <i>PARAMETERS</i>	61
2.5.4	Grupo <i>TABLE</i>	62
2.5.5	Grupo <i>SCALARS</i>	63
2.5.6	Grupo <i>EQUATIONS</i>	63
2.5.7	Bloque <i>MODEL</i>	64
2.5.8	Bloque <i>SOLVE</i>	65
3.	DESARROLLO DEL MODELO	66
3.1	CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL MODELO	66
3.2	CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DEL MODELO	68
3.3	FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO	70
3.3.1	Justificación de la Función Objetivo y de las Restricciones	72
3.4	EJECUCIÓN DEL MODELO	74
3.4.1	Proveedores	75
3.4.2	Clientes	76
3.4.3	Sitios candidatos para los CEDIs	76
3.4.4	Costos de transporte	77
3.4.5	Costo de almacenamiento	78

3.4.6	Peso y volumen de los productos _____	79
3.4.7	Demanda _____	80
3.4.8	Oferta _____	80
3.4.9	Modelado en GAMS CPLEX _____	81
3.5	ANÁLISIS DE RESULTADOS _____	86
3.5.1	Planteamiento de Escenarios _____	90
3.5.1.1	Variación de la demanda _____	90
3.5.1.2	Variación de la oferta _____	93
3.5.1.3	Variación del costo de arriendo _____	96
3.5.2	Capacidad requerida en los centros de distribución _____	99
3.6	FORMULACIÓN ALTERNA DEL MODELO _____	104
4.	CONSOLIDACIÓN DE INFORMACIÓN PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO _____	117
4.1	INFORMACIÓN RECOLECTADA _____	117
4.1.1	Proveedores _____	117
4.1.2	Productos _____	118
4.1.3	Oferta de productos _____	119
4.1.4	Clientes _____	121
4.1.5	Sitios candidatos para la ubicación de los centros de distribución _	122
4.1.6	Costos de transporte _____	122
4.1.7	Volumen _____	125
4.1.8	Peso _____	125
4.1.9	Costos de arriendo _____	126
4.1.10	Distancias y tiempos _____	127
4.2	RESULTADOS OBTENIDOS PARA LA EMPRESA _____	129
5.	CONCLUSIONES _____	133
	RECOMENDACIONES _____	136
	BIBLIOGRAFÍA _____	136
	ANEXOS _____	143

LISTA DE TABLAS

	Página
Tabla 1. Notación para operaciones básicas en GAMS _____	63
Tabla 2. Representación de una función objetivo en lenguaje de programación GAMS _____	64
Tabla 3. Conjunto de proveedores para el modelo _____	75
Tabla 4. Conjunto clientes del modelo _____	76
Tabla 5. Conjunto de sitios candidatos para abrir los CEDIs _____	77
Tabla 6. Costo unitario de transporte desde el proveedor i hasta el CEDI j _____	77
Tabla 7. Costo unitario de transporte desde el CEDI j hasta el cliente k _____	78
Tabla 8. Costo de arriendo por metro cúbico para el sitio j _____	78
Tabla 9. Volúmenes y pesos de los productos _____	79
Tabla 10. Disponibilidad del proveedor i para despachar el producto p _____	81
Tabla 11. Capacidades y asignaciones obtenidas para el modelo _____	86
Tabla 12. Escenarios en los que varía la demanda _____	90
Tabla 13. Resultados para la variación de la demanda _____	91
Tabla 14. Escenarios en los que varía la oferta _____	93
Tabla 15. Datos de oferta para el análisis de escenarios (O_{ip}) _____	94
Tabla 16. Resultados para la variación de la oferta _____	95
Tabla 17. Escenarios en los que varían los costos de arriendo _____	96
Tabla 18. Resultados para la variación de los costos de arriendo _____	96
Tabla 19. Capacidad óptima requerida en el CEDI de Cúcuta _____	101
Tabla 20. Capacidad ociosa en los centros de distribución _____	102
Tabla 21. Capacidad utilizada VS capacidad ociosa para Cúcuta _____	102
Tabla 22. Capacidad utilizada VS capacidad ociosa para Cali _____	103
Tabla 23. Aumento del costo total de la operación, al no incluir el costo de arriendo en la función objetivo _____	105
Tabla 24. Aumento de la capacidad ociosa, al no incluir el costo de arriendo en la función objetivo _____	105

Tabla 25. Determinación de la distancia y tiempo para el trayecto Bucaramanga-Cúcuta _____	107
Tabla 26. Distancia en ruta entre las diferentes ciudades _____	108
Tabla 27. Tiempo en ruta entre las diferentes ciudades _____	108
Tabla 28. Distancia entre centros de distribución y clientes _____	109
Tabla 29. Tiempos entre centros de distribución y clientes _____	110
Tabla 30. Escenarios para la comparación de los dos planteamientos _____	111
Tabla 31. Comparación de resultados para los diferentes escenarios _____	111
Tabla 32. Ponderación de los factores Costo y Servicio en los dos modelos ____	114
Tabla 33. Distribución del costo en el modelo original _____	116
Tabla 34. Distribución del costo en el modelo alterno _____	116
Tabla 35. Notación para la inclusión de los proveedores en GAMS _____	118
Tabla 36. Productos ofrecidos por el proveedor de Medellín _____	119
Tabla 37. Representación de la oferta del proveedor I1 (Medellín) en GAMS _	120
Tabla 38. Localización de los clientes _____	121
Tabla 39. Sitios candidatos para la localización de centros de distribución ____	122
Tabla 40. Costos de transporte de los proveedores a los sitios candidatos para la ubicación de centros de distribución _____	124
Tabla 41. Costos de transporte de los sitios candidatos para la ubicación de centros de distribución a los clientes _____	124
Tabla 42. Cálculo del volumen correspondiente al grupo Tap LX _____	125
Tabla 43. Cálculo del peso a liquidar para el grupo de productos Tap LX ____	126
Tabla 44. Costo de arriendo por metro cúbico para los sitios candidatos j ____	127
Tabla 45. Distancias de los trayectos sitios candidatos - clientes _____	127
Tabla 46. Tiempos de los trayectos sitios candidatos - clientes _____	128
Tabla 47. Distancias entre CEDIs y clientes para la solución del problema real	130
Tabla 48. Tiempos entre CEDIs y clientes para la solución del problema con datos reales _____	131
Tabla 49. Distribución del costo total de la operación para el problema real ____	132

LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1. Interrogantes a resolver en el problema de localización de centros de distribución _____	25
Figura 2. Asignación de clientes a las instalaciones _____	28
Figura 3. Clasificación del problema de localización de instalaciones (FLP) ____	29
Figura 4. Clasificación de los modelos de localización discreta _____	30
Figura 5. Representación del problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas (TSCFLP) _____	37
Figura 6. Revisión de la literatura relacionada con el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones _____	42
Figura 7. Clasificación de los métodos para el análisis de localización de instalaciones _____	52
Figura 8. Representación de un bloque de índices en GAMS _____	60
Figura 9. Representación de un bloque de variables en GAMS _____	60
Figura 10. Declaración de variables enteras y binarias en GAMS _____	61
Figura 11. Representación de parámetros en GAMS _____	61
Figura 12. Representación de tablas simples en GAMS _____	62
Figura 13. Representación de tablas de dimensiones mayores que dos en GAMS _____	62
Figura 14. Representación de valores escalares en GAMS _____	63
Figura 15. Representación de ecuaciones en GAMS _____	64
Figura 16. Representación del bloque MODEL en GAMS _____	65
Figura 17. Representación del bloque SOLVE en GAMS _____	65
Figura 18. Representación del modelo _____	66
Figura 19. Esquematización del problema _____	67
Figura 20. Fases del desarrollo del modelo matemático _____	68
Figura 21. Ejemplo ilustrativo del modelo _____	69

Figura 22. Capacidad máxima requerida en el sitio j _____	73
Figura 23. Programación del modelo en GAMS _____	82
Figura 24. Representación de la variable de capacidad $W(J)$ en GAMS _____	85
Figura 25. Asignación de los CEDIs _____	87
Figura 26. Cumplimiento de la única ruta _____	88
Figura 27. Cálculo del costo de transporte Barranquilla-Bogotá _____	123
Figura 28. Solución obtenida para la empresa ATENAS LTDA. _____	129

LISTA DE ANEXOS

	Página
Anexo 1. Artículo de investigación _____	143
Anexo 2. Lista de productos de Atenas Ltda. _____	155
Anexo 3. Demanda de los productos de Atenas Ltda _____	157
Anexo 4. Pesos y volúmenes de los productos de Atenas Ltda. _____	169
Anexo 5. Demanda de los productos p para la ejecución del modelo _____	171
Anexo 6. Resultados obtenidos en GAMS para la formulación original del problema _____	176
Anexo 7. Resultados obtenidos en GAMS para la formulación alterna del problema _____	178
Anexo 8. Resultados obtenidos en GAMS para la validación del modelo _____	180

TABLA DE CUMPLIMIENTO DE OBJETIVOS

DESCRIPCIÓN	CUMPLIMIENTO
OBJETIVO GENERAL	
<p>Proponer un modelo matemático basado en la programación lineal entera mixta, para resolver el problema de localización de centros de distribución en una cadena de suministro de tres eslabones.</p>	<p>CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL MODELO</p>
OBJETIVOS ESPECÍFICOS	
<p>Realizar una revisión de literatura científica relacionada con modelos de localización, métodos de programación lineal entera, así como el lenguaje a utilizarse para el manejo de la herramienta tecnológica que se empleará en la resolución del problema.</p>	<p>CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO</p>
<p>Formular un modelo matemático que permita determinar la localización de los centros de distribución en el problema, teniendo en cuenta las características previamente mencionadas.</p>	<p>CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL MODELO</p> <p>3.3 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO</p>
<p>Recopilar información de una empresa que haga parte de una cadena de suministro de tres eslabones, con el fin de contar con datos reales que permitan resolver el problema mediante el método propuesto.</p>	<p>CAPÍTULO 4. CONSOLIDACIÓN DE INFORMACIÓN PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO</p>

<p>Resolver el modelo formulado a través de un método exacto basado en Programación Lineal Entera Mixta.</p>	<p>CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL MODELO</p> <p>3.4 EJECUCIÓN DEL MODELO</p> <p>3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS</p>
<p>Plantear y resolver una formulación alterna al problema con el fin de comparar sus resultados con los del modelo originalmente propuesto.</p>	<p>CAPÍTULO 3. DESARROLLO DEL MODELO</p> <p>3.6 FORMULACIÓN ALTERNA DEL MODELO</p>
<p>Elaborar un artículo resumen de carácter publicable que contemple el procedimiento realizado y los resultados obtenidos en el problema.</p>	<p>ANEXO 1. ARTÍCULO DE INVESTIGACIÓN</p>

RESUMEN

TÍTULO: PROPUESTA DE SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTI PRODUCTO DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN EN UNA CADENA DE SUMINISTRO DE TRES ESLABONES*

AUTORES: LEONARDO ANDRÉS DE LA ROSA ANGARITA
CRISTHIAN DANIEL MORENO AMAYA**

PALABRAS CLAVES: Centro de distribución, Localización, Modelo Matemático, Programación Entera Mixta.

DESCRIPCIÓN

El presente proyecto propone un modelo matemático para determinar la localización de centros de distribución (CEDIs) en una cadena logística de tres eslabones. A partir de datos correspondientes a la cantidad demandada de un conjunto de productos por un determinado grupo de clientes, así como los costos de transporte desde los proveedores hasta los centros de distribución y de éstos a los clientes, se obtiene la ubicación más adecuada para los CEDIs de acuerdo a una lista de sitios candidatos; de igual forma, los productos siguen una única ruta proveedor-CEDI-cliente y estos últimos están asignados a un solo centro de distribución.

Este modelo a diferencia de otros abordados en la literatura, permite obtener la información correspondiente a la capacidad requerida por los centros de distribución localizados, en base a las dimensiones de los productos que deben ser transportados y su demanda mensual correspondiente. Asimismo, se restringe la oferta de productos que los fabricantes están en capacidad de proveer, con el fin de que el modelo se asemeje aún más a las condiciones del mundo empresarial.

Por otra parte, se propone una formulación alterna al problema eliminando el costo de almacenamiento de la función objetivo, con lo cual la decisión de localización pasa a depender únicamente de los costos de transporte entre las diferentes rutas.

Finalmente, el modelo originalmente propuesto es validado a partir de datos reales obtenidos para una empresa que hace parte de una cadena logística de tres eslabones.

* Proyecto de grado.

** Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas. Escuela de Estudios Industriales y Empresariales. Director MSc. Néstor Raúl Ortiz Pimiento.

ABSTRACT

TITLE: PROPOSED SOLUTION FOR THE MULTI-COMMODITY FACILITY LOCATION PROBLEM IN A THREE-LEVEL SUPPLY CHAIN^{*}

AUTHORS: LEONARDO ANDRÉS DE LA ROSA
CRISTHIAN DANIEL MORENO AMAYA^{**}

KEY WORDS: Distribution Center, Location, Mathematical Model, Mixed-Integer programming.

DESCRIPTION

In this project, a mathematical model for the location of distributions centers (DCs) in a three-level supply chain is proposed. Given a list of potential sites for the DCs, the best location is obtained based on data about the quantity of products demanded by a particular group of clients, as well as the transportation costs from manufactures to distribution centers and from the latter to clients; in addition, the products are sent following an exclusive route, manufacturer-DC-clients, and only one distribution center is assigned to each client.

Unlike other models that have been studied in the literature, the proposed solution allows the decision maker to obtain the capacity that the distribution centers must have, based on the dimensions of the products that are shipped to clients and their respective monthly demand. Moreover, the types of products that the manufacturers are able to offer are restricted, so that the model resembles the conditions of the business world.

Alternatively, a second formulation for the problem is introduced, that eliminates the holding cost from the objective function, making the location decision rely exclusively on the transportation costs between the echelons.

Lastly, the originally proposed model is validated using real data from a company that is part of a three-level supply chain.

^{*} Degree Project.

^{**} Faculty of Physical-Mechanical Engineering. School of Industrial and Business Studies. Director MSc. Néstor Raúl Ortiz Pimiento.

INTRODUCCIÓN

En el mundo contemporáneo, la determinación de la mejor localización para los centros de distribución (CEDIs) de una empresa, constituye una decisión estratégica crucial en el diseño y operación de la cadena logística.

Los centros de distribución funcionan como puntos de consolidación donde los productos enviados desde los diferentes fabricantes o proveedores, son clasificados y combinados para su posterior envío a los clientes, satisfaciendo así la demanda de los múltiples productos requeridos por estos últimos. De igual forma, el uso de centros de distribución otorga a las compañías la flexibilidad para responder de una forma mucho más rápida y oportuna a los cambios inherentes del mercado, y al mismo tiempo, tomar ventajas de las economías de escala, reduciendo los costos de transporte de productos.

El objetivo del problema del diseño de una red de distribución, el cual se denomina en algunas ocasiones como el problema del diseño de un sistema de producción-distribución¹, consiste en tomar las mejores decisiones relacionadas con la localización de instalaciones y distribución de productos que conlleven al menor costo posible, de tal manera que la demanda de los clientes pueda ser satisfecha sin exceder la capacidad de las plantas y los centros de distribución; asimismo, el costo total usualmente está conformado por el costo de localización de los centros de distribución y el costo de distribución de productos.

Es así como el problema de localización de instalaciones en una cadena logística de tres eslabones, ilustra una situación a la cual se deben enfrentar muchas organizaciones, dada la necesidad de decidir qué lugares de almacenamiento, o puntos de servicio abrir o cerrar y cómo debe ser el flujo entre los niveles de la cadena (planta- centro de distribución, centro de distribución-clientes) de los

¹ KESKIN, Burcu y USTER, Halit. Meta-heuristic approaches with memory and evolution for a multi-product production/distribution system design problem. *En* : European Journal of Operational Research. Vol. 182, No. 2 (oct.2007); p. 663-682

diferentes productos a transportar, con el fin de satisfacer la demanda del mercado al menor costo.

De esta manera, se propone estudiar en primer lugar un modelo matemático que permite determinar la localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones, a partir de los datos correspondientes a la demanda de productos requeridos por un grupo de clientes, y los costos relacionados con el flujo de múltiples productos desde las plantas hasta los CEDIs y desde estos últimos a los clientes, garantizando la existencia de una única ruta (proveedor-CEDI-cliente) para cada producto dentro de la cadena de abastecimiento y la asignación de cada cliente a un único centro de distribución.

Como resultado del modelo, se obtiene la capacidad requerida por cada uno de los centros de distribución establecidos, de acuerdo al tamaño de los productos que deben ser almacenados y transportados. Igualmente, con el objetivo de que el modelo se asemeje a las condiciones que se presentan normalmente en el mundo empresarial, se restringe la oferta de productos que los fabricantes están en capacidad de proveer.

Enseguida, se plantea una formulación alterna al problema eliminando el costo de almacenamiento de la función objetivo, con lo cual la decisión de localización pasa a depender únicamente de los costos de transporte entre las diferentes rutas; los resultados obtenidos a partir de la ejecución del modelo son comparados con los logrados para la formulación inicial.

Finalmente, el modelo originalmente propuesto es validado a partir de datos reales obtenidos para una empresa que hace parte de una cadena logística de tres eslabones.

1. ANTECEDENTES DEL PROYECTO

1.1 JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

La realización de este proyecto se justifica en la necesidad de las organizaciones de establecer la localización de sus centros de distribución, de tal forma que se pueda controlar de forma efectiva y eficiente el flujo de bienes, servicios e información, que vienen desde el punto de origen hasta el punto de consumo, con el propósito de cumplir los requisitos del cliente.

Las decisiones relacionadas con la ubicación de centros de distribución, además de ser necesarias, son complejas y difíciles de tomar y su impacto se ve reflejado en la eficiencia de la cadena de suministro. Dichas decisiones constituyen un proceso de tipo estratégico para todas las organizaciones al momento de diseñar su sistema de distribución, siendo la localización de instalaciones y la asignación de clientes los principales componentes de este diseño.

De esta forma, se considera fundamental estudiar la formulación de un problema que tenga en cuenta la interacción de varios actores en diferentes niveles, tal como sucede en la cadena de suministro entre proveedores, distribuidores y clientes, con el fin de obtener la localización y capacidad óptima de los centros de distribución para una empresa que haga parte de una cadena logística de tres eslabones; del mismo modo, el desarrollo del proyecto tiene una pertinencia metodológica, al realizar la comparación de dos formulaciones distintas al problema de estudio, de tal forma que se pueda determinar el enfoque que más favorece a las organizaciones en el diseño de sus redes logísticas.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los retos que deben superar actualmente las empresas interesadas en mejorar sus procesos logísticos, es el de cumplir oportuna y eficientemente con la

entrega de pedidos a sus clientes. Es claro que para el caso de empresas cuya cadena de abastecimiento no se extiende más allá de los límites de una única localidad, el proceso de entrega de productos hasta su destino final es mucho más simplificado en comparación con organizaciones en las que, dada la amplia cobertura del mercado, se debe distribuir mercancía hacia diferentes partes del país e incluso fuera del mismo. Para este tipo de empresas, no sólo es importante garantizar el cumplimiento de la promesa de servicio al cliente, sino también optimizar el costo total de la operación. Por lo tanto, la incorporación de alternativas estratégicas de mejoramiento, como parte de una adecuada administración de la cadena de suministro, permitiría a las empresas minimizar los costos de transporte y al mismo tiempo cumplirle al cliente oportunamente.

Con respecto a lo anterior, algunas compañías deciden contar con su propia flota de vehículos para llevar los productos directamente hasta sus clientes, mientras que otras optan por la tercerización, como una alternativa para dejar en manos de empresas transportadoras la distribución de su mercancía. En ambos casos, cuando se manejan varios tipos de productos y el comportamiento de la demanda es tal que, aumenta tanto el número como la complejidad de los recorridos, de manera que no se logra cumplir a tiempo con los pedidos de cada uno de los cliente, elevándose el costo total de la operación, se debe considerar la localización de uno o varios centros de distribución que operen como canal o plataforma de conexión entre el proveedor y el cliente, de tal forma que las empresas fabricantes suministren su mercancía a dichos centros de distribución y éstos posteriormente se encarguen de distribuirla hasta su destino final. Para lograr que se cumpla oportunamente con la demanda del cliente, al tiempo que se minimiza el costo total de la operación, se hace necesario el estudio de un problema que responda cinco interrogantes fundamentales:

Figura 1. Interrogantes a resolver en el problema de localización de centros de distribución



Es así como para la situación planteada, se propone un modelo matemático basado en Programación Lineal Entera Mixta, para resolver el problema de localización de centros de distribución, respondiendo cada uno de los interrogantes establecidos anteriormente.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo General

Proponer un modelo matemático basado en la programación lineal entera mixta, para resolver el problema de localización de centros de distribución en una cadena de suministro de tres eslabones.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Realizar una revisión de literatura científica relacionada con modelos de localización, métodos de programación lineal entera, así como el lenguaje a utilizarse para el manejo de la herramienta tecnológica que se empleará en la resolución del problema.
- Formular un modelo matemático que permita determinar la localización de los centros de distribución en el problema, teniendo en cuenta las características previamente mencionadas.
- Recopilar información de una empresa que haga parte de una cadena de suministro de tres eslabones, con el fin de contar con datos reales que permitan resolver el problema mediante el método propuesto.
- Resolver el modelo formulado a través de un método exacto basado en Programación Lineal Entera Mixta.
- Plantear y resolver una formulación alterna al problema con el fin de comparar sus resultados con los del modelo originalmente propuesto.
- Elaborar un artículo resumen de carácter publicable que contemple el procedimiento realizado y los resultados obtenidos en el problema.

1.4 ALCANCE DEL PROYECTO

El desarrollo del presente proyecto de investigación concluye con la validación del modelo de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones, basado en programación lineal entera mixta, a partir de datos correspondientes a una empresa del sector productivo de Bucaramanga.

2 MARCO TEÓRICO

2.1 PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN

El problema de localización ha sido objeto de análisis por parte de un gran número de investigadores, y esencialmente surge de la necesidad de determinar el lugar más propicio para la ubicación de instalaciones, tales como una planta de producción, un centro de distribución e incluso un local comercial o almacén, con el objetivo de atender de forma eficiente y oportuna a un determinado grupo de clientes.

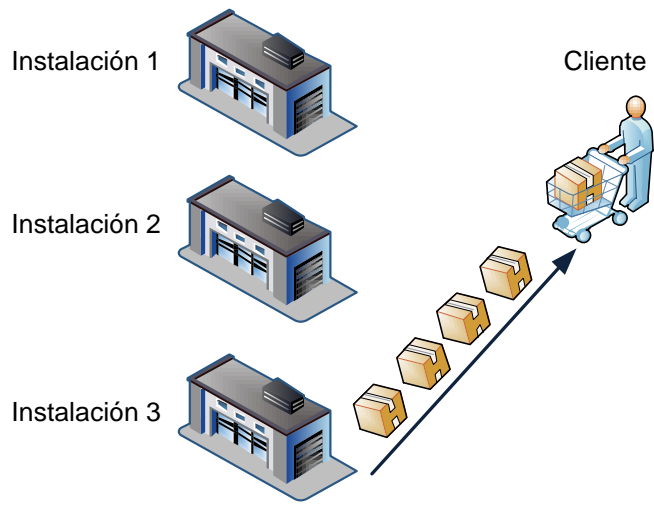
El planteamiento del problema varía dependiendo del tipo de instalaciones que se desean ubicar, de tal forma que diferentes variables y objetivos son tenidos en cuenta en la formulación del mismo.

De acuerdo a la investigación realizada por Bronwyn Wildbore (2008)², un problema de localización se caracteriza fundamentalmente por los siguientes elementos:

- Un conjunto de localizaciones posibles para las instalaciones. Para cada una se tiene información referente a los costos y beneficios de abrir la instalación en el sitio correspondiente.
- Un grupo de clientes que deben ser asignados a una de las instalaciones. Para los clientes, se cuenta con información sobre la fracción de demanda que debe ser satisfecha y los costos por ser atendidos desde las instalaciones correspondientes.

² WILDBORE, Bronwyn. Theoretical and computational analysis of the two-stage capacitated plant location problem. Tesis doctoral (Doctor en filosofía de la ciencia de decisión). Palmerston North: Universidad de Massey, 2008. 213 p.

Figura 2. Asignación de clientes a las instalaciones



- Una serie de requerimientos que deben ser cumplidos por las instalaciones abiertas y las asignaciones realizadas a los clientes.
- Una función de costo/beneficio.

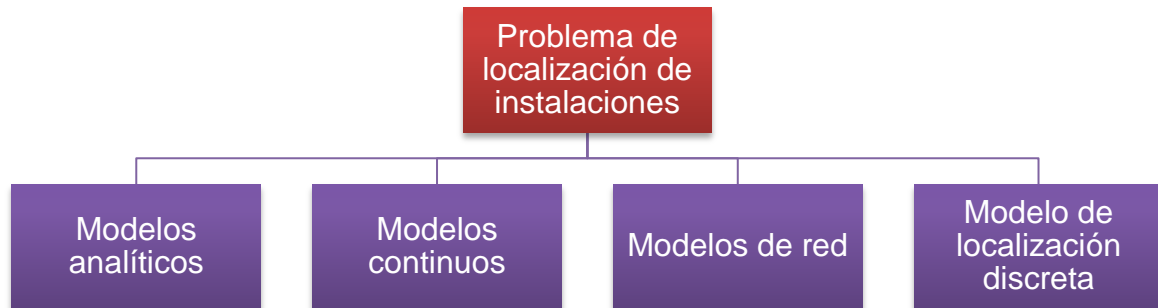
De forma general, el objetivo del problema es encontrar cuáles instalaciones deben ser abiertas, de tal manera que se optimice la función de costo/beneficio mencionada anteriormente, al tiempo que se satisface la demanda de productos requerida por cada uno de los clientes.

Los primeros estudios relacionados con el problema de localización de instalaciones (FLP, por sus siglas en inglés) se atribuyen a la investigación realizada por Weber en 1909, que dio origen a la teoría de localización industrial, la cual sería profundizada posteriormente por Hakimi's en 1964³. Desde entonces, se han desarrollado diferentes modelos para abordar el problema de localización

³ WILDBORE, Op. cit., p. 15.

de instalaciones, lo cual ha dado lugar a que éste pueda ser clasificado en cuatro categorías, según lo planteado por ReVelle et al. (2008)⁴:

Figura 3. Clasificación del problema de localización de instalaciones (FLP)



Por otra parte, el contexto de la gestión de la cadena de suministro (SCM, por sus siglas en inglés) fue introducido por primera vez en 1982 por Webber y Oliver, como respuesta a las presiones ejercidas sobre las empresas para aumentar su productividad, dada la creciente competencia mundial. En el diseño de la cadena de suministro, se realiza una integración y coordinación entre los proveedores, fabricantes y distribuidores con el fin de incrementar las ventajas competitivas de la organización. Como resultado, los modelos de localización de instalaciones han sido utilizados gradualmente en el diseño de sistemas de distribución, como una de las decisiones estratégicas más importantes en la gestión de la cadena de suministro⁵.

Dentro de las cuatro categorías mencionadas anteriormente para los modelos de localización de instalaciones, los modelos discretos son reconocidos como los más

⁴ REVELLE, Cs; EISELT, Ha y DASKIN, Ms. A bibliography for some fundamental problems categories in discrete location science. En : European Journal of Operational Research. Vol. 184, No. 3 (feb. 2008); p. 817-848.

⁵ MELO, T; NICKEL, S y SALDANHA DA GAMA, F. Facility location and supply chain management-a review. En : European Journal of Operational Research. Vol. 196, No. 2 (jul. 2009); p. 401-412.

convenientes para el diseño de las redes de distribución; Klose y Drexl (2005)⁶ proponen cinco diferentes clasificaciones para dichos modelos:

Figura 4. Clasificación de los modelos de localización discreta



Diversas extensiones de los cinco modelos mencionados anteriormente han sido planteadas y agrupadas bajo un nuevo grupo conocido como el problema del diseño de la cadena de suministro (SCND, por sus siglas en inglés). Dichas extensiones incluyen diferentes tipos de instalaciones y redes con múltiples eslabones, parámetros estocásticos y dinámicos de las demandas y los costos, así como la consideración de múltiples productos⁷. Dado que la inclusión de todas las características anteriores en un solo problema, así como otras restricciones

⁶ KLOSE, Andreas y DREXL, Andreas. Facility location models for distribution system design. En : European Journal of Operational Research. Vol. 162, No. 1 (abr.2005); p. 4-29.

⁷ HANNAN, Sadjady y HAMID, Davoudpour. Two-echelon, multi-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs. En : Computers & Operations Research. Vol. 39, No. 7 (jul.2012); p. 1345-1354.

propias del ámbito logístico puede conducir a modelos sin soluciones factibles, los investigadores optan por estudiar aspectos particulares en sus problemas.

Para el desarrollo del trabajo de investigación, se profundiza en el problema de localización de instalaciones, tanto de capacidad limitada como ilimitada, y posteriormente se introduce el problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas, el cual constituye la base para la formulación de la propuesta de solución al problema de localización de centros de distribución planteada en el presente proyecto.

2.1.1 Problema de localización de instalaciones no capacitado

El problema de localización de instalaciones no capacitado (UFLP, por sus siglas en inglés), corresponde a la formulación más simple del FLP y es un tema de investigación de gran interés en el campo de los problemas de localización discretos, cuya aplicación se evidencia fundamentalmente en el diseño de sistemas de distribución.

Esencialmente, el problema no tiene en cuenta límites de capacidad para ninguna de las instalaciones (ya sean centros de distribución o plantas de producción) y cada uno de los clientes recibe los productos desde alguno de las instalaciones establecidas.

2.1.1.1 Formulación matemática

De acuerdo al trabajo hecho por Nevena et al. (2010)⁸, el UFLP se puede definir de la siguiente manera:

⁸ NEVENA, Lazic; BRENDAN, Frey y PARHAM, Aarabi. Solving the uncapacitated facility location problem using message passing algorithms. En : Journal of Machine Learning Research-Proceedings Track. Vol. 9, No. 2 (jun.2010); p. 429-436.

Dado un conjunto de clientes K y un grupo de instalaciones J , existe un costo fijo f_j de abrir una instalación en el sitio j , y un costo de asignación c_{kj} , si la demanda del cliente k es satisfecha por el depósito j . El problema consiste en determinar qué sitios deben ser abiertos, al tiempo que se establece cuál de ellos debe satisfacer la demanda de un cliente en particular, de tal forma que se minimicen los costos de instalación y asignación.

Para formular el problema, se introducen las siguientes variables de decisión:

- x_{kj} : variable binaria que puede asumir dos valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el cliente } k \text{ es atendido por la instalación en el sitio } j \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

- y_j : corresponde a una variable binaria que puede tomar dos valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si se localiza una instalación en el sitio candidato } j \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

Cabe anotar que para el UFLP, la información correspondiente a la demanda de cada cliente ubicado en una zona k está implícita en la definición de la variable de asignación instalación-cliente, x_{kj} .

De esta forma, el problema se formula como se muestra a continuación:

Función objetivo:

$$\text{Min} \sum_k^K \sum_j^J c_{kj} x_{kj} + \sum_j^J f_j y_j \quad (1)$$

La función objetivo **(1)** representa la suma de los costos fijos de abrir las instalaciones en el sitio j y los costos de asignar dichas instalaciones a los clientes k .

Restricciones:

$$\sum_j^J x_{kj} = 1 \quad \forall k \quad (2)$$

$$x_{kj} \leq y_j \quad \forall k, j \quad (3)$$

$$x_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall k, j \quad y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \quad (4)$$

La restricción **(2)** garantiza que la demanda de un cliente sea atendida por una sola instalación, mientras que la restricción **(3)** corrobora que los productos demandados por los clientes son enviados únicamente desde aquellas instalaciones que han sido establecidas, ($y_j=1$), y solo en tal caso, la empresa incurrirá en los costos fijos asociados. Finalmente, mediante la restricción **(4)** se asegura que las variables binarias puedan tomar únicamente valores de 0 ó 1.

2.1.1.2 Consideraciones particulares del problema

El UFLP reconoce tanto los sitios para la localización de instalaciones, como los lugares donde se encuentran los clientes como puntos discretos en un plano o red, lo cual conlleva a que las posibles ubicaciones para las instalaciones sean predeterminadas y la demanda en cada una de las zonas de los clientes esté concentrada en un punto representativo de la región. Asimismo, el UFLP se concentra en la producción y distribución de un único producto en un solo periodo de tiempo (por ejemplo, un periodo de un año), durante el cual se asume que la demanda es conocida con certeza⁹.

Del mismo modo, una de las características especiales del UFLP corresponde a la habilidad que tiene el encargado de la toma de decisiones, de determinar la capacidad de las instalaciones sin ninguna clase de restricción de tipo físico,

⁹ VERTER, V y DASI, A. The plant location and flexible technology acquisition problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 136, No. 2 (ene.2002); p. 366-382.

monetario o tecnológico. Sin embargo, en un contexto mucho más realista se hace necesario incorporar limitaciones de capacidad en las instalaciones que se desean abrir, surgiendo de esta forma una nueva versión del UFLP conocida como el problema de localización de instalaciones capacitado.

2.1.2 Problema de localización de instalaciones capacitado

El problema de localización de instalaciones capacitado (CFLP, por sus siglas en inglés), considera un escenario en el cual las plantas o depósitos que deben ser localizados tienen una capacidad limitada que restringe sus operaciones.

Al igual que el problema de localización de instalaciones no capacitado, el CFLP abarca dos tipos de decisiones: la primera, busca determinar el conjunto de instalaciones o depósitos que deben ser abiertos y la segunda decisión realiza la asignación de los clientes a las instalaciones que han sido ubicadas a partir del problema¹⁰.

2.1.2.1 Formulación matemática

De manera similar a la formulación del UFLP, el problema de localización de instalaciones capacitado, considera un conjunto de clientes K y un conjunto de instalaciones J , para las cuales existe un costo fijo f_j de abrir una instalación en el sitio j , y un costo de transporte c_{kj} , si la demanda del cliente k es satisfecha por el depósito j . Adicionalmente, el CFLP involucra una capacidad para las instalaciones b_j , y un nuevo parámetro a_k , correspondiente a la demanda de un cliente k .

De igual forma, se mantienen las variables de decisión (x_{kj} y y_j) expuestas anteriormente para el UFLP.

¹⁰ OZUNA, Edith. Heurísticas lagrangianas para el problema de localización capacitado en dos etapas. Tesis de Doctorado en Ingeniería. San Nicolás de los Garza: Universidad Autónoma de Nuevo León. Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. División de Estudios de Posgrado, 2011. 135 p.

Así, el problema se formula como se muestra enseguida:

Función objetivo:

$$\text{Min} \sum_k^K \sum_j^J c_{kj} x_{kj} + \sum_j^J f_j y_j \quad (1)$$

La función objetivo **(1)** sigue representando la suma de los costos de abrir las instalaciones en el sitio j y de asignar dichas instalaciones a los clientes k .

Restricciones

$$\sum_j^J x_{kj} = 1 \quad \forall k \quad (2)$$

$$\sum_k^K a_k x_{kj} \leq b_j y_j \quad \forall k, j \quad (3)$$

$$x_{kj} \leq y_j \quad \forall k, j \quad (4)$$

$$x_{kj} \in \{0,1\} \quad \forall k, j \quad y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \quad (5)$$

Mediante la restricción **(2)** se asegura que la demanda de cada cliente sea satisfecha por una sola instalación; la restricción **(3)** se refiere a la restricción de capacidad, la cual garantiza que la demanda de un cliente k atendida desde una instalación j no excede la capacidad de esta última, y la restricción **(4)** asegura que los productos requeridos por los clientes son transportados únicamente desde aquellas instalaciones que han sido establecidas. Finalmente, la restricción **(5)** asegura la integridad de las variables binarias.

2.1.2.2 Consideraciones particulares del problema

El CFLP al igual que el UFLP, considera tanto los sitios para la localización de instalaciones, como los lugares donde se encuentran los clientes como puntos discretos en un plano y las implicaciones correspondientes mencionadas anteriormente.

De igual forma, el CFLP puede abarcar diversas características como restricciones de abastecimiento desde una sola fuente (según lo planteado en el modelo anterior), donde la demanda de cada uno de los clientes puede ser satisfecha desde una única instalación, u otro escenario en el cual los clientes reciben sus productos desde dos o más depósitos abiertos¹¹.

2.1.3 Problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas

Los problemas de localización de instalaciones, tanto capacitado como no capacitado, involucran decisiones en dos niveles: en un primer nivel, la decisión que se debe tomar corresponde a la elección del conjunto de instalaciones que deben ser abiertas, mientras que la segunda decisión hace referencia a la asignación de los clientes a las instalaciones correspondientes; sin embargo, para abordar un problema mucho más amplio, se hace necesaria la incorporación de una decisión en un tercer nivel.

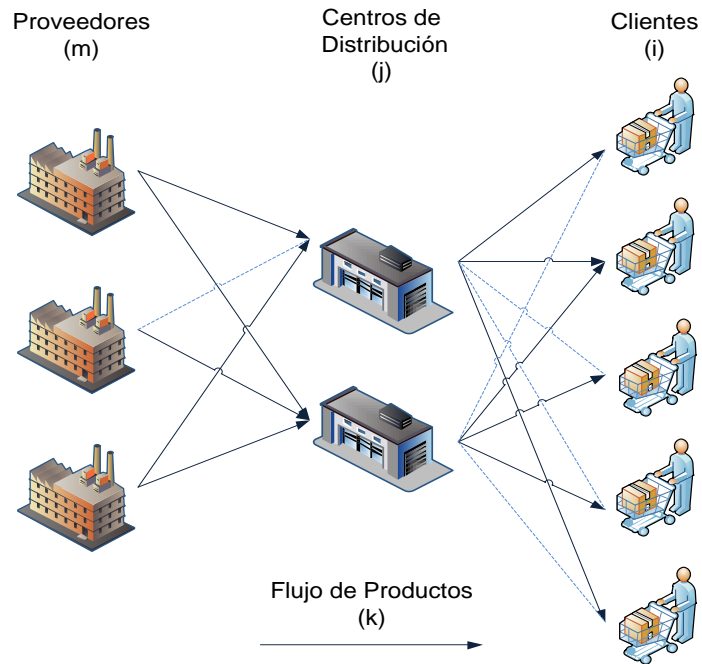
De esta forma, surge el problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas (TSCFLP, por sus siglas en inglés) como una extensión del problema de producción-distribución de múltiples productos, que a su vez generaliza el problema de ubicación de instalaciones con capacidad limitada (CFLP).

Éste consiste fundamentalmente en encontrar la localización óptima de los depósitos que deben servir a un conjunto de clientes, dada una demanda específica y realizando la asignación cliente-depósito correspondiente (lo cual

¹¹ OZUNA, Edith, Op. cit., p. 25.

hace referencia a las decisiones en dos niveles mencionadas anteriormente), al tiempo que incluye una nueva decisión de tercer nivel correspondiente al flujo que deben seguir los productos desde los proveedores hasta los centros de distribución¹².

Figura 5. Representación del problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas (TSCFLP)



2.1.3.1 Formulación matemática

Para formular el problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas, se hace referencia a la notación utilizada por Klose (2001)¹³:

¹² KLOSE, Andreas. A Lagrangean relax-and-cut approach for the two-stage capacitated facility location problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 126, No. 2 (oct.2000); p. 408-421.

¹³ _____. Obtaining sharp lower and upper bounds for two-stage capacitated facility location problems. En :Advances in Distribution Logistics. Vol. 460, No. 3 (oct.2001); p. 185-213.

Conjunto de índices:

- I : conjunto de plantas de producción; $i \in I$.
- J : conjunto de sitios potenciales para la localización de los centros de distribución; $j \in J$.
- K : conjunto de clientes cuya demanda debe ser atendida; $k \in K$.

Parámetros:

- p_i : capacidad de producción de la planta ubicada en el sitio i .
- s_j : capacidad del centro de distribución en el sitio j .
- d_k : demanda del cliente k .
- t_{ij} : costo de enviar una unidad de producto desde la planta i al centro de distribución ubicado en el sitio j .
- c_{kj} : costo de suplir al cliente k desde el centro de distribución en el sitio j .
- f_j : costo fijo de mantener un centro de distribución en el lugar j .

Variables de decisión:

- x_{ij} : variable que denota la cantidad de productos enviados desde la planta de producción localizada en el sitio i al centro de distribución ubicado en el lugar j .

- z_{kj} : variable binaria que puede tomar los valores de:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si el cliente } k \text{ es atendido por el centro de distribución} \\ \text{ubicado en el sitio } j \\ \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

- y_j : variable binaria que puede asumir los valores de:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ si un centro de distribución es ubicado en el sitio } j \\ \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$

Función objetivo:

$$\text{Min} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} t_{ij} x_{ij} + \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} c_{kj} z_{kj} + \sum_{j \in J} f_j y_j \quad (1)$$

La primera sumatoria en la función objetivo **(1)** otorga el costo total de enviar los artículos desde las plantas de producción hasta los centros de distribución, mientras que la segunda sumatoria corresponde a los costos de suplir a los clientes desde los CEDIs que han sido abiertos. El coeficiente c_{kj} representa los costos de transportar una determinada cantidad de la demanda de un cliente (d_k) desde el CEDI en el sitio j , así como los costos de mantener dicha cantidad de productos en el centro de distribución. La última sumatoria en la función objetivo otorga los costos fijos de mantener los CEDIs localizados.

Restricciones de asignación:

$$\sum_{j \in J} z_{kj} = 1, \forall k \in K \quad (2)$$

$$z_{kj} \leq y_j, \forall k \in K, j \in J \quad (3)$$

La restricción **(2)** garantiza que cada uno de los clientes sea atendido por un solo centro de distribución, mientras que la restricción **(3)** permite que los productos demandados por los clientes sean enviados exclusivamente desde aquellos CEDIs que han sido localizados.

Restricciones de capacidad:

$$\sum_{k \in K} d_k z_{kj} \leq s_j y_j, \forall k \in K, j \in J \quad (4)$$

$$\sum_{j \in J} x_{ij} \leq p_i, \forall i \in I \quad (5)$$

Por otra parte, la restricción **(4)** asegura que la demanda despachada hacia un cliente k desde un CEDI ubicado en el sitio j no exceda la capacidad de este último. Asimismo, la restricción **(5)** garantiza que los productos que proveen las plantas no sobrepasen su capacidad de producción.

Restricciones de demanda:

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = \sum_{k \in K} d_k z_{kj}, \quad \forall j \in J \quad (6)$$

La restricción **(6)** considera que la cantidad de productos que llega a los centros de distribución provenientes de las plantas de fabricación es igual a la cantidad de productos que sale del CEDI, para suplir la demanda de un determinado cliente.

Restricciones de no negatividad:

$$x_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J \quad (7)$$

La restricción **(7)** asegura la no negatividad de la cantidad de productos transportada desde las plantas de producción a los centros de distribución.

Restricciones de integridad:

$$z_{kj} \in \{0,1\}, \quad \forall k \in K, j \in J \quad (8)$$

$$y_j \in \{0,1\}, \quad \forall j \in J. \quad (95)$$

Mediante las restricciones **(8)** y **(9)**, se asegura que las variables binarias puedan tomar únicamente valores de 0 ó 1.

2.1.3.2 Consideraciones particulares del problema

Además de las consideraciones planteadas anteriormente, El TSCFLP puede incorporar en su formulación la instalación de las plantas de producción que

proveen los productos a los centros de distribución, para posteriormente ser despachados a los clientes.

Asimismo, algunos autores consideran distintos medios de transporte entre los niveles de la cadena de suministro (proveedores-CEDIs-clientes), para los cuales se cuenta con información referente a los costos, tiempos de viaje y frecuencias de servicio; de este manera, se incluye una variable de decisión adicional, correspondiente a la elección del tipo de vehículo que se va emplear para el transporte de los productos.

De igual forma, el TSCFLP es un problema de tipo *NP-hard*, es decir, que no es posible encontrar las soluciones óptimas para instancias de gran tamaño en un tiempo de cálculo razonable, por lo que varios enfoques de solución han sido considerados en la literatura.

Los desarrollos efectuados por distintos investigadores para el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones (tanto con restricciones de capacidad, como con capacidad ilimitada) se presentan enseguida.

2.2 REVISIÓN DE LA LITERATURA

A partir de los conceptos expuestos anteriormente, se procedió a realizar una revisión de la literatura, con el fin de identificar los problemas que ya han sido abordados por diferentes investigadores, y que se encuentran relacionados con el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones.

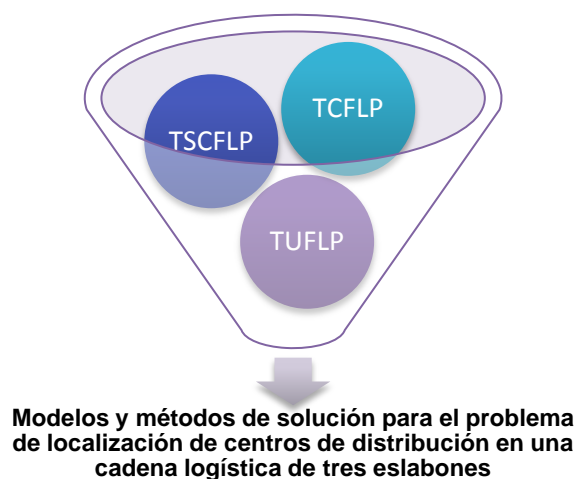
Se contó con la asistencia de las bases de datos de la Universidad Industrial de Santander para la obtención de los artículos relacionados con el tema de estudio, y posteriormente se realizó una búsqueda a través de los sitios web de diferentes

universidades y portales de investigación de operaciones para profundizar aún más en el tema.

En la revisión se incluyeron términos claves como problema de localización de instalaciones (FLP), problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas (TSCFLP), problema de localización capacitado en una cadena logística de dos eslabones (*Two-echelon capacitated facility location problem*, TCFLP) y problema de localización de centros de distribución.

Dado que algunos autores consideran cada uno de los componentes de la cadena logística como un eslabón independiente (1. Proveedores, 2. Centros de Distribución y 3. clientes), a diferencia del TSCFLP, en el cual existen únicamente dos escenarios (1. Proveedores-CEDIs y 2. CEDIs-Clientes), se consideraron terminologías adicionales para referirse al problema en cuestión tales como problema de localización no capacitado en una cadena logística de tres eslabones (*Three-echelon uncapacitated facility location problem*, TUFLP) y diseño de la cadena de suministro en tres niveles (*Three-level supply chain network design*) entre otros.

Figura 6. Revisión de la literatura relacionada con el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones



Un total de aproximadamente ochenta artículos fueron analizados y revisados, haciendo énfasis en la formulación propuesta por los autores al problema, el método de solución utilizado y los resultados obtenidos. A continuación se presenta un resumen que incluye algunos de los documentos más representativos que contribuyen de forma significativa al tema de investigación:

Jabalamehli et al. (2010)¹⁴ publicaron un artículo, en el que un modelo multi objetivo de programación lineal entera era propuesto para la localización de centros de distribución con restricciones de capacidad, en un sistema de tres eslabones para un único producto. En este problema eran atendidos los clientes que se encontraban dentro del radio de cobertura de cada centro de distribución. Para su solución, se utilizó el *Bounded objective function method* y se incorporó un coeficiente α que correspondía al mínimo porcentaje de la demanda total que debía ser atendida, observándose que para cierto nivel de α , el valor del costo total de transporte disminuía cuando se elevaba el presupuesto disponible.

Tragantalerngsak et al. (2000)¹⁵ se concentraron en un caso particular del problema de localización de instalaciones en un escenario de tres niveles. Cada instalación del segundo nivel tenía una capacidad limitada y podía ser suplida por un solo proveedor, al tiempo que cada cliente era atendido por un único centro de distribución del segundo eslabón. El problema buscaba determinar el número y la localización de las instalaciones de cada eslabón de forma simultánea, para lo cual se procedió a la aplicación del método de *Branch & Bound* basado en relajación lagrangiana. La calidad de las soluciones y los tiempos requeridos por el sistema utilizado fueron comparados con un paquete de programación conocido como ZIP. Dicha comparación mostró que el primer enfoque producía árboles B&B significativamente más pequeños y consumía menos tiempo en el computador.

¹⁴ JABALAMEHLI, Saeed; TABRIZI, Behzad y JAVADI, Mohammad. Capacitated Facility Location Problem with Variable Coverage Radius in Distribution System. *En* : International Journal of Industrial Engineering & Production Research. Vol. 21, No. 4 (dic. 2010); p. 231-237.

¹⁵ TRAGANTALERNGSAK, Suda; HOLT, John y RÖNNQVIST, Mikael. An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem. *En* : European Journal of Operation Research. Vol. 123, No. 3 (jun.2000); p. 473-489.

Park et al. (2010)¹⁶ analizaban un sistema de tres eslabones, considerando además una estrategia de *risk-pooling* y tiempos de suministro entre las plantas y los centros de distribución. El objetivo del problema era determinar la localización de las plantas y los CEDIS y la asignación entre los distintos eslabones, a través de la minimización de los costos de localización, transporte e inventario. El modelo propuesto era formulado como un problema de programación entera no lineal, del cual se derivaba un algoritmo de dos fases heurísticas basado en relajación lagrangiana. Experimentalmente, los resultados mostraron que el algoritmo era efectivo y eficiente incluso para instancias de problemas en donde se consideraba un gran número de centros de distribución, proveedores y clientes, que normalmente no podían ser resueltas en una cantidad razonable de tiempo por software especializado en programación no lineal.

Aponte y Rosas (2009)¹⁷ trabajaron el problema de localización de instalaciones en tres niveles, determinando el flujo de múltiples productos desde su lugar de producción (plantas), hasta su destino en un cliente final (mercado), a través de centros de distribución sin restricciones de capacidad, además de la ubicación de estos últimos. El problema fue resuelto utilizando un método de solución lineal (Simplex), y el algoritmo GRASP, encontrándose que la eficiencia de este último en términos de tiempo de ejecución, superaba a la del método Simplex, ya que éste tardó hasta 16 horas en resolver el problema, mientras que el algoritmo tuvo un promedio de aproximadamente 2 minutos.

Olivares et al. (2008)¹⁸ enfocaron su investigación en el problema del diseño de una cadena de suministro de tres eslabones de un único producto, el cual era

¹⁶ PARK, Sukin; LEE, Tae-Eog y SUNG, Chang Sup. A three-level supply chain network design model with risk-pooling and lead times. En :Transportation Research Part E. Vol. 46, No. 5 (2010); p. 563-581.

¹⁷ APONTE, Andrés. y ROSAS, Paula. Propuesta de solución al problema de localización de centros de distribución basándose en la meta heurística GRASP. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ingenierías. Departamento de Procesos Productivos, 2009. 124 p.

¹⁸ OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A supply chain problem with facility location and bi-objective transportation choices. En : TOP. Vol. 20, No.3 (oct. 2008); p. 729-753.

distribuido desde las plantas a los centros de distribución y finalmente a los clientes. Existían además, varios canales de transporte disponibles para cada par de enlaces que se podían formar entre los eslabones (proveedor-CEDI y CEDI-cliente), los cuales introducían una compensación costo-tiempo en el problema, que permitía formularlo como un modelo bi-objetivo de programación entera. El método ε -*constraint* fue usado para la generación de los algoritmos, los cuales demostraron que para instancias amplias en cuanto a número de clientes, CEDIs y proveedores, se podían obtener resultados óptimos en tiempos computacionales razonables.

En otro artículo publicado por los mismos autores (2008)¹⁹ el problema anteriormente descrito era abordado desde un enfoque diferente. Dado que el problema era *NP-hard*, se proponía el establecimiento de un algoritmo meta heurístico para resolverlo. Dicho algoritmo se componía de tres métodos: el método constructivo que generaba soluciones usando una estrategia aleatoria para la apertura de los centros de distribución; el método de mejoramiento, empleaba una búsqueda local con una estrategia dominante y finalmente el método combinatorio era usado para un procesamiento posterior. Sus resultados fueron comparados con los obtenidos en el artículo previamente mencionado (método ε -*constraint*), encontrándose que para situaciones que consideraban valores pequeños para los parámetros escogidos, el algoritmo de referencia ε -*constraint* era mucho más eficiente en cuanto al tiempo empleado por el software para la solución del problema. Sin embargo, a medida que dichos valores aumentaban, la eficiencia de los algoritmos variaba.

Ali Amiri (2006)²⁰ publicó un documento que se centraba en el problema del diseño de una red de distribución en una cadena de suministro que involucraba la

¹⁹ OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A metaheuristic algorithm for a bi-objective supply chain design problem. En : RED-M. (nov.2008); p. 1-7.

²⁰ AMIRI, Ali. Designing a distribution network in a supply chain system: Formulation and efficient solution procedure. En : European Journal of Operational Research. Vol. 171, No. 2 (jun.2006); p. 567-576.

localización de plantas de producción y centros de distribución, así como la determinación de la mejor estrategia para la distribución de los productos desde las plantas a los CEDIs y de estos últimos a los clientes. El problema se resolvió con ayuda de un procedimiento basado en relajación lagrangiana y posteriormente se evaluó su rendimiento, comparándose con resultados óptimos obtenidos a través del programa CPLEX, encontrándose que el número de clientes no tenía un impacto significativo en la solución del problema y las capacidades de los centros de distribución y de las plantas fueron usadas eficientemente, de acuerdo a ciertos indicadores de utilización de capacidad analizados en el problema.

Hannan y Hamid (2012)²¹ analizaron el diseño de una cadena de suministro de tres eslabones en un contexto determinístico, de un solo periodo y multi producto. El problema involucraba tanto la planeación estratégica como táctica de los diferentes niveles de la cadena de distribución, incluyendo la localización de las plantas de manufactura y los CEDIs, la asignación de las demandas de los clientes a dichos centros, y la de estos últimos a las plantas, así como la selección de los medios de transporte respectivos. Propusieron además para su solución un procedimiento heurístico basado en relajación lagrangiana debido a la complejidad del modelo, consiguiendo resultados favorables en tiempos razonables.

Tuzkaya y Önüt (2009)²² estudiaron el problema del diseño de una red de distribución en un escenario con diversos proveedores, un único centro de almacenamiento y múltiples clientes. Una metodología basada en un enfoque holónico para el desarrollo del modelo, demostró que los costos de transporte entre los CEDIs y las plantas manufactureras no son afectados por incrementos en las capacidades de los proveedores. De igual forma, incrementar el valor de las variables 11 veces y de las restricciones 19 veces, aumentaba el tiempo de

²¹ HANNAN. Sadjady y HAMID, Davoudpour, Op. cit., p. 1345-1354.

²² TUZKAYA, Umut y ÖNÜT, Semih. A holonic approach based integration methodology for transportation and warehousing functions of the supply network. En : Computers and Industrial Engineering. Vol. 56, No.2 (mar.2009); p 708-723.

ejecución únicamente en 0.36 segundos, por lo que esta clase de problema podía ser resuelto rápidamente utilizando algoritmos optimizadores avanzados.

Montoya et al. (2010)²³ consideraban el problema de localización de instalaciones no capacitado en una cadena logística de tres eslabones, definiendo los flujos de productos desde las plantas de manufactura hacia los clientes a través de centros de distribución, cuya ubicación debía determinarse. Puesto que éste era un problema *NP-Hard*, se propuso la utilización de un procedimiento voraz adaptativo probabilista (GRASP) para resolver el caso particular monoproducción, encontrándose que en comparación con la solución óptima obtenida empleando un modelo de programación lineal entera mixta (MILP), el procedimiento propuesto presentaba un mejor rendimiento en términos de tiempo computacional.

En el estudio de Selim y Ozkarahan (2008)²⁴ se analizó el diseño de una cadena de suministro cuyo objetivo era seleccionar el número adecuado y localización de las plantas y los centros de distribución para llevar los productos a los clientes, con el menor costo y satisfaciendo sus demandas. El problema se distingue de otros estudios realizados en este campo debido al tipo de enfoque que utilizaba para su modelamiento, el cual correspondía a un enfoque difuso por la naturaleza imprecisa de las demandas de los clientes y las aspiraciones del encargado de la toma de decisiones. Así, los datos obtenidos mostraron que el problema del diseño de la red de distribución podía ser manejado de una forma mucho más flexible, robusta y realista a través del modelo propuesto y el enfoque basado en la programación difusa interactiva.

²³ MONTOYA, Jairo; APONTE, Andrés y ROSAS, Paula. Un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo probabilista para un problema mono producto de localización de instalaciones no capacitado. *En* : Ingeniería y Desarrollo. No. 28 (jul.2010); p. 15-32.

²⁴ SELIM, Hasan y OZKARAHAN Irem. A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach. *En* : International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol. 36, No. 3-4 (mar.2008); p. 401-418.

Shahanaghi y Yazdian (2010)²⁵ se concentraron en las decisiones de localización y distribución de una cadena de suministro teniendo en cuenta las decisiones que hacían referencia a la localización de los centros de distribución y la determinación de la mejor estrategia de envío de productos desde las plantas a los clientes pasando por los CEDIs. A diferencia de otras investigaciones realizadas, su trabajo consideraba diferentes medios de transporte que se encontraban disponibles en cada centro de distribución potencial, así como en cada planta, determinando el tamaño de la flota en los correspondientes niveles de la cadena de suministro.

Klose (2000)²⁶ estudió el problema de localización de instalaciones de tres niveles capacitado, cuyo objetivo era determinar la localización de centros de distribución que se encargaban de suplir a los clientes, la asignación óptima de los clientes a los centros de distribución y el mejor flujo de productos desde las plantas proveedoras a los centros de distribución. De igual forma, el autor proponía un enfoque basado en la relajación de las restricciones de capacidad de las plantas y los centros de distribución, y como resultado se obtenía un subproblema lagrangiano que correspondía a un problema agregado y capacitado de localización de plantas, que podía ser resuelto eficientemente por el método de branch and bound.

Choi et al. (2005)²⁷ analizaron el diseño de una red logística compuesta de plantas, centros de distribución y clientes, para la cual se debían tomar dos decisiones de forma simultánea: la localización de las plantas y los centros de distribución, y la distribución de productos desde las plantas hasta los clientes a través de los centros de distribución. Propusieron además, una heurística basada

²⁵ SHAHANAGHI, Kamran y YAZDIAN, Seyed. Facility location and distribution decisions in supply chains with fleet sizing considering both tangible and intangible criteria. En :International Journal of Management Science and Engineering Management. Vol. 5, No. 4 (may.2010); p. 302-308.

²⁶ KLOSE, Op. cit., p. 408-421.

²⁷ CHOI, Seong-kook; LEE, Taehan y KIM, Jinsuk. The genetic heuristics for the plant and warehouse location problem. En : Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon. No. 161 (feb.2005); p. 305-350.

en el algoritmo genético, la cual permitió encontrar una solución cercana a la óptima para problemas pequeños y problemas más complejos. Otra ventaja encontrada a partir de la utilización de la heurística basada en el algoritmo genético es que ésta podía ser fácilmente transformada para lograr la resolución de problemas similares. Si el esquema de presentación del segundo cromosoma de las heurísticas era cambiado por la combinación de clientes y productos, el algoritmo podía ser utilizado en problemas con restricciones que establecían que las demandas del cliente para un producto debían ser suplidas por un único centro de distribución.

2.2.1 Análisis de los artículos revisados

Tomando como referencia los documentos encontrados a partir de la revisión de la literatura, se logró identificar que la mayoría de los modelos planteados involucraban la solución del problema de localización de centros de distribución a través de métodos heurísticos, que buscaban reducir el tiempo y el gasto computacional en la obtención de la solución del problema.

Si bien estas heurísticas son útiles en procesos de toma de decisiones de tipo operativo que se deben realizar en el corto plazo, como la programación de la producción, no representan la mejor solución para el caso del problema de localización de centros de distribución. Dicha ubicación corresponde a una decisión en el largo plazo que tiene como objetivo responder oportunamente a las necesidades del cliente al menor costo posible, para la cual los tiempos requeridos en la obtención de la solución no constituyen un factor determinante, como sí lo es que el resultado alcanzado sea el óptimo.

Del mismo modo se pueden resaltar las siguientes observaciones del análisis realizado:

- Ninguno de los artículos estudiados realizaba comparaciones entre distintas formulaciones al problema de estudio; la única comparación realizada correspondía al tipo de método utilizado para la solución del problema (métodos exactos - métodos heurísticos o meta heurísticos).
- Con excepción del problema abordado por Hannan y Hamid (2010), los problemas no consideraban el diseño de una cadena logística para múltiples productos que involucrara al mismo tiempo restricciones de capacidad para los centros de distribución que debían instalarse. La mayoría de los autores optaba por analizar problemas que implicaban el establecimiento de centros de distribución que tenían una capacidad determinada, para un escenario en el que se consideraba un solo producto que debía ser llevado desde las plantas de fabricación hasta los clientes.
- Los artículos analizados no incluían restricciones para los productos que las plantas de fabricación estaban en capacidad de proveer. Los modelos planteados asumían que los proveedores podían ofrecer todos los productos demandados por los clientes, lo cual no siempre es válido cuando se analizan las cadenas logísticas de las empresas, ya que los fabricantes se especializan generalmente en un grupo de particular de productos.
- De igual forma, los modelos estudiados incorporaban capacidades preestablecidas para los centros de distribución que se pretendían localizar. Ninguno de los artículos planteaba dentro de sus objetivos la determinación de la capacidad requerida para los CEDIs, a partir de la información correspondiente a los productos demandados por los clientes.

Es así como se evidencia un vacío en la literatura en referencia a un problema que tenga en cuenta la interacción entre proveedores, distribuidores y clientes, considerando la distinción de los productos que fluyen entre dichos actores y

limitaciones de capacidad para los CEDIs, con el fin de que el problema se ajuste más al escenario empresarial. Además se observa la necesidad de establecer un modelo que incluya restricciones para los productos que los proveedores pueden ofrecer, y que permita determinar la capacidad requerida por los centros de distribución, garantizando la existencia de única ruta para cada producto dentro de la cadena de abastecimiento.

Finalmente, se hace pertinente hacer un estudio que involucre la comparación de dos formulaciones distintas al problema de localización de centros de distribución, de tal forma que se pueda determinar el enfoque que más favorece a las empresas al momento de diseñar sus redes logísticas.

De esta forma, el presente trabajo de investigación pretende abarcar las características anteriormente descritas, solucionando el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones a través de la programación lineal entera mixta, de tal forma que se pueda garantizar que los resultados obtenidos corresponden a valores óptimos.

2.3 MÉTODOS PARA LA EVALUACIÓN DE LAS ALTERNATIVAS DE LOCALIZACIÓN

Debido al gran número de parámetros considerados en el estudio y análisis de los problemas de localización, así como las diferentes decisiones que se deben tomar, no existe una herramienta universalmente válida que se ajuste a todos los modelos.

A partir de la teoría de localización iniciada por Weber, se han desarrollado distintos métodos cuantitativos y técnicas de tipo matemático, que pueden ser utilizadas en la selección de la localización de instalaciones y en la comparación de alternativas propuestas. Según la naturaleza de las técnicas utilizadas en el análisis de la

localización, es posible distinguir tres tipos de métodos como se muestra a continuación²⁸.

Figura 7. Clasificación de los métodos para el análisis de localización de instalaciones



2.3.1 Métodos Heurísticos

Estos métodos proponen una serie de reglas empíricas que permiten encontrar soluciones factibles (aunque no necesariamente óptimas), reduciendo significativamente el esfuerzo computacional, el tiempo y el costo de la solución. En las últimas décadas se han desarrollado diversos métodos de este tipo para una gran cantidad de situaciones diversas, relacionadas con el problema de localización. A pesar de su gran operatividad y eficiencia, el principal inconveniente de los métodos heurísticos radica en el hecho de que no aseguran que la solución encontrada sea la mejor posible. Con el fin de estudiarlos a profundidad, es indispensable comparar los resultados obtenidos con la solución

²⁸ Grupo de Ingeniería de Organización (GIO), Universidad de Oviedo, España. Teoría de localización. [consultado 15 sep. 2013]. Disponible en: <http://gio.uniovi.es/documentos/asignaturas/descargas/1.-Teoria.pdf>

hallada mediante un método exacto, la cual se considera teóricamente como óptima²⁹.

2.3.2 Métodos de simulación

La simulación corresponde a una técnica de modelado que reproduce el comportamiento de un sistema en particular, permitiendo la manipulación de ciertos aspectos, variables y parámetros, al tiempo que se muestran los efectos de dichas modificaciones sobre las características de operación elegidas. La obtención de la solución a partir de este método se realiza a través del análisis de diferentes alternativas de localización y su impacto en diversos escenarios. La calidad y eficiencia de los resultados obtenidos dependerá en gran parte de la precisión y exactitud en la representación de la situación que se desea estudiar, y la habilidad del analista para proponer alternativas razonables³⁰.

2.3.3 Métodos exactos

A diferencia de los métodos heurísticos y de simulación, los métodos exactos permiten obtener una solución que teóricamente se considera como óptima. No obstante, la modelización del problema a través de métodos exactos implica en ocasiones la utilización de visualizaciones simplificadas y menos realistas del escenario que se desea analizar.

En esta clasificación, se incluyen desde modelos simples que pueden resolverse a través de métodos gráficos o que requieren un bajo nivel de análisis matemático, entre los cuales se pueden destacar el método de los factores ponderados, el cálculo del centro de gravedad o los gráficos de volúmenes/ingresos/costos, hasta

²⁹ Grupo de Ingeniería de Organización (GIO), Op. cit., p. 22.

³⁰ CARRO, Roberto y GONZÁLEZ, Daniel. Localización de instalaciones. *En* : Administración de las operaciones. Vol. 13, (2011); p. 1-25. [consultado 15 sep. 2013]. Disponible en: http://nulan.mdp.edu.ar/1619/1/14_localizacion_instalaciones.pdf

modelos mucho más complejos como los árboles de decisión o el análisis de regresión³¹.

En referencia a la programación matemática, cabe destacar el uso de la programación lineal, entera, dinámica y multi objetivo para la solución del problema de localización; para el desarrollo del presente proyecto, se profundiza el tema relacionado con programación lineal y programación lineal entera, ya que éstas constituyen la base para la solución del problema de estudio.

2.4 Programación lineal

La programación lineal agrupa un conjunto de técnicas matemáticas utilizadas para resolver problemas relacionados con la gestión y asignación de recursos a un conjunto de actividades competitivas, encaminadas hacia un mismo fin, el cual puede corresponder a la maximización de beneficios o la minimización de pérdidas. La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir y formular el problema de estudio, y su solución se obtiene a través de un proceso de optimización, mediante el cual se generan posibles respuestas al modelo y posteriormente se discriminan de acuerdo a un criterio específico, con el fin de encontrar la mejor opción³².

La formulación de un problema de programación lineal debe tener en cuenta los siguientes componentes:

- Un **conjunto de variables** que representan una serie de incógnitas que deben ser determinadas a partir de la solución del modelo.

³¹ CARRO, Roberto y GONZÁLEZ, Daniel, Op. cit., p. 23.

³² MARTÍN, Q. Universidad de Salamanca. Programación lineal. [consultado 18 sep. 2013]. Disponible en: [http://ocw.usal.es/eduCommons/enseanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap02\(PL\)_IO-I.pdf](http://ocw.usal.es/eduCommons/enseanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap02(PL)_IO-I.pdf).

- Un **grupo de restricciones** que limitan los valores que pueden tomar las variables de decisión en la solución del problema.
- Una **función objetivo** que corresponde a una relación matemática que involucra las distintas variables de decisión que se desean optimizar.

De igual forma, la programación lineal se caracteriza por tener como función objetivo y restricciones, combinaciones lineales de las variables de decisión. Asimismo, dependiendo del tipo de variables involucradas, surgen distintas clasificaciones para los problemas de programación lineal, tal como se muestra a continuación.

2.4.1 Programación lineal entera

Los problemas de programación lineal entera surgen cuando todas o algunas de las variables consideradas en el modelo matemático, sólo pueden tomar valores enteros, es decir se abandona la hipótesis de perfecta divisibilidad de las variables de la programación lineal, la cual establece que éstas son continuas y por lo tanto son aceptados valores no enteros para las mismas³³.

Por ejemplo, en un problema en el que se analicen cuántos viajes diarios debe realizar cada camión de una determinada empresa, si sus capacidades son distintas, para cubrir una determinada demanda a un costo mínimo, la variable que representa el número de viajes sólo podrá tomar valores enteros.

De igual forma, los problemas de programación lineal entera pueden ser divididos en tres categorías diferentes, como se muestra enseguida³⁴.

³³ GARRIDO, Ramón. Programación lineal: metodologías y problemas. Albacete: Editorial Tébar Flores, S.L, 1993. 272 p.

³⁴ Ibid., p. 172.

2.4.1.1 Problemas totalmente enteros

Esta clasificación corresponde a los problemas en los cuales todas las variables, así como los coeficientes y el valor de la función objetivo deben ser enteros.

2.4.1.2 Problemas enteros mixtos

Estos problemas involucran en su planteamiento tanto variables continuas como variables que sólo pueden asumir valores enteros.

2.4.1.3 Problemas binarios

Los problemas binarios corresponden a una clasificación particular de la programación lineal entera, en los cuales las variables que han de ser enteras sólo pueden tomar los valores de cero (0) o uno (1) y son utilizados en los problemas de decisión, asignación y localización, entre otros.

2.4.2 Métodos de solución

La primera forma de solución para los problemas lineales enteros, consiste en prescindir de las condiciones de integridad de las variables y enseguida resolver el problema lineal asociado (PLA) o relajado³⁵.

Si la solución al PLA verifica las condiciones de integridad (valores enteros), también corresponde a la solución óptima del problema entero. Si dichas condiciones no se cumplen, se puede obtener la solución por redondeo de los resultados al problema continuo. Sin embargo, este método presenta el inconveniente de que la solución obtenida puede que no verifique las restricciones del problema y no corresponda a un valor óptimo.

³⁵ GARRIDO, Ramón. Op. cit., p. 173.

De esta forma, se hace necesaria la utilización de otros métodos generales para la resolución de problemas enteros, los cuales pueden ser clasificados en dos grandes grupos³⁶.

2.4.2.1 Métodos algebraicos de resolución

Los métodos algebraicos consideran que la solución al problema lineal se halla en un punto extremo del poliedro convexo que define el conjunto de oportunidades. Éstos, pueden ser divididos de igual forma en dos categorías:

- **Métodos de corte:** generan y añaden nuevas restricciones al problema hasta que la solución encontrada sea entera.
- **Métodos asintóticos:** determinan la envoltura convexa de todos los puntos con coordenadas enteras y que sean soluciones factibles. De esta forma, se determina un nuevo conjunto de desigualdades y con la aplicación del método simplex se obtiene la solución óptima.

2.4.2.2 Métodos de enumeración

Estos métodos se basan en el hecho de que el número de puntos que pueden ser solución óptima es finito, y por lo tanto, se puede buscar dicha solución mediante la enumeración implícita o explícita de dichos puntos, escogiendo la mejor. De igual forma, éstos pueden subdividirse en dos grupos:

- **Métodos de enumeración implícita:** se aplican generalmente a problemas de tipo binario y utilizan reglas de enumeración que permiten obtener la solución óptima, enumerando de forma explícita parte de las posibles soluciones, permitiendo descartar las demás sin necesidad de enumerarlas explícitamente.

³⁶ GARRIDO, Ramón. Op. cit., p. 174.

- **Método de ramificación o acotación (*Branch and Bound*):** basa su desarrollo en la aplicación de dos técnicas que dan origen a su nombre. La ramificación consiste en dividir cada problema o subproblema en dos nuevos subproblemas mediante la imposición de restricciones excluyentes, que eliminan soluciones fraccionarias infectables para el problema entero.

Si al resolver el PLA alguna variable que ha de ser entera X_i aparece en la solución de dicho problema con un valor fraccional X_{Bi} , se generan a partir de él dos nuevos subproblemas con una restricción adicional en cada uno de ellos, $X_i \geq [X_{Bi}] + 1$ en uno y $X_i \leq [X_{Bi}]$ en el otro, siendo $[X_{Bi}]$ la parte entera por defecto de X_{Bi} . Con esto se mantienen todos los posibles valores enteros que puede tomar la variable X_i pero ahora se deben resolver dos subproblemas en vez de uno.

El proceso se repite con las soluciones de los dos subproblemas generados anteriormente, los cuales darán lugar a dos nuevos subproblemas cada uno y así sucesivamente. El proceso termina cuando en todos los subproblemas se llega a una solución entera o que no es factible.

Dado que el número de subproblemas a resolver crece exponencialmente, se hace necesaria la combinación de la ramificación con un método adicional conocido como acotación. La acotación se basa en el hecho de que para un problema de maximización cada vez que se añade una nueva restricción, el valor de la función será menor o igual (para minimización, mayor o igual) que el obtenido antes de imponer dicha restricción, dado que el conjunto de oportunidades del subproblema será un subconjunto del problema anterior.

De esta forma, la acotación para problemas de maximización, consiste en tomar como cota inferior aquella solución entera con valor de la función

objetivo mayor obtenido hasta el momento, y descartando de posteriores ramificaciones todos aquellos subproblemas con una solución óptima inferior. Así, se reduce el número de subproblemas a estudiar, permitiendo descartar muchos de ellos como no prometedores³⁷.

2.5 GENERAL ALGEBRAIC MODELING SYSTEM (GAMS)

Para el desarrollo del presente trabajo de investigación, se utiliza el software de programación GAMS (*General Algebraic Modeling System*), con el fin de obtener la solución al problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones.

A diferencia de otros paquetes de implementación de algoritmos matemáticos, GAMS incorpora un lenguaje de modelización que posibilita escribir en un editor la formulación matemática del problema y posteriormente aplicarle una serie de “*solvers*” o programas de resolución.

De igual forma, el programa permite numerosas interrelaciones con otros lenguajes de alto nivel, así como la aplicación de diversos algoritmos para la resolución de problemas lineales, enteros y no lineales³⁸.

Los elementos que conforman la estructura de un modelo matemático que se desea solucionar a través de GAMS se describen a continuación.

2.5.1 Grupo SET

Este bloque se utiliza para la definición de índices, tanto de las variables, como de las restricciones del modelo.

³⁷ GARRIDO, Ramón. Op. cit., p. 178.

³⁸ _____ CAPÍTULO 14: GAMS. [consultado 1 ago. 2013]. Disponible en: <http://www.uv.es/~sala/gams/14.PDF>

En el lenguaje de programación, se debe comenzar introduciendo la palabra **SET**, seguida del nombre del índice y los elementos que conforman el grupo, separándolos con un asterisco (*) como se muestra a continuación.

Figura 8. Representación de un bloque de índices en GAMS

```

SET
J      Sitio candidato para ubicar CEDI      /J1*J2/
K      Cliente                               /K1*K2/

```

Así, GAMS identifica para el índice J, los elementos J1 y J2.

2.5.2 Grupo **VARIABLES**

Las variables de decisión, así como la función objetivo de un modelo escrito en lenguaje de programación GAMS, deben ser declaradas en un bloque denominado **VARIABLES**. A cada una se le debe asignar un nombre, dominio apropiado y de manera opcional, un texto descriptivo y se finaliza la declaración del grupo con un punto y coma (;), como se muestra en la figura 9.

Figura 9. Representación de un bloque de variables en GAMS

```

VARIABLES
X(P, J, K)      VARIABLE ENTERA QUE REPRESENTA LAS UNIDADES A TRANSPORTAR
U(J, K)         VARIABLE BINARIA PARA ASIGNAR UN ÚNICO CEDI A UN CLIENTE DETERMINADO
Z              FUNCIÓN OBJETIVO DE COSTO TOTAL;

```

En el ejemplo anterior, X_{pjk} corresponde a una variable que sólo puede tomar valores enteros, mientras que U_{jk} representa una variable binaria de asignación que puede tomar valores de 0 ó 1; para incorporar las restricciones de no negatividad e integridad para variables enteras y binarias respectivamente, se

debe declarar el tipo de variables que están siendo utilizadas de la siguiente forma:

Figura 10. Declaración de variables enteras y binarias en GAMS

```
POSITIVE VARIABLES X;  
BINARY VARIABLES U;
```

2.5.3 Grupo *PARAMETERS*

El grupo *PARAMETERS* está normalmente relacionado con los elementos del grupo *SET*, e incorpora los coeficientes que hacen parte de la función objetivo y que acompañan a las variables de decisión, así como los parámetros que hacen parte de las restricciones del modelo.

Para ilustrar de forma más sencilla la incorporación de parámetros en GAMS, se presenta a continuación un ejemplo ilustrativo para un coeficiente **A (J)** que hace parte de una función objetivo.

Figura 11. Representación de parámetros en GAMS

```
PARAMETERS  
A(J)      COSTO MENSUAL DE ARRIENDO  EN EL SITIO J  /J1  15479  
                                                J2  7235  /;
```

Para el parámetro **A (J)** se asocia a cada elemento del conjunto *j* el correspondiente coeficiente o valor numérico que tendrá en la función; así, al elemento J1 se le asocia el valor 15479, mientras que al elemento J2 el coeficiente 7235, finalizando el bloque con un punto y coma (;).

2.5.4 Grupo *TABLE*

El bloque *TABLE* proporciona una manera sencilla de incorporar los datos del problema de estudio a través de tablas. De acuerdo a las dimensiones que se manejen, se pueden distinguir dos categorías³⁹.

- Las **tablas simples**, contienen dos dimensiones y se declaran escribiendo el nombre de la tabla, incorporando los elementos que hacen parte de las columnas y filas correspondientes y finalizando con un punto y coma (;).

Figura 12. Representación de tablas simples en GAMS

```
TABLE O(I,P) OFERTA
      P1      P2      P3      P4      P5
I1      1      1      1      1      1
I2      1      1      0      0      1 ;
```

- Las **tablas de dimensiones mayores que dos** se pueden escribir de igual forma, incluyendo adicionalmente la asociación de las diferentes identificaciones a las correspondientes filas o columnas como se muestra en la figura 13.

Figura 13. Representación de tablas de dimensiones mayores que dos en GAMS

```
TABLE D(T,K,P) DEMANDA
      P1      P2      P3      P4      P5
T1.K1  0      0      0      823      0
T1.K2  506     82      0      334      0 ;
```

³⁹ GARRIDO, Ramón. Op. cit., p. 24.

2.5.5 Grupo **SCALARS**

El bloque **SCALARS** se utiliza para definir parámetros de dimensión cero, que no están asociados a ninguna clase de conjuntos.

Figura 14. Representación de valores escalares en GAMS

```
SCALARS          M          Número muy grande  /999999999/ ;
```

2.5.6 Grupo **EQUATIONS**

Este bloque corresponde a un grupo obligatorio en GAMS, el cual se utiliza para introducir la función objetivo y las restricciones del problema. En primer lugar, se deben declarar cada una de las ecuaciones que se van a emplear, teniendo en cuenta la inclusión de los índices correspondientes para aquellas ecuaciones que sean indexadas (dependientes de algún índice en particular), el nombre de la ecuación, una descripción de la misma y finalizando con un punto y coma (;).

De igual forma, terminología matemática básica correspondiente a las operaciones elementales, así como operaciones relacionales se pueden expresar en GAMS mediante las siguientes notaciones.

Tabla 1. Notación para operaciones básicas en GAMS

OPERACIONES MATEMÁTICAS		OPERACIONES RELACIONALES	
Suma	+	Mayor o igual que	=G=
Resta	-	Menor o igual que	=L=
Producto	*	Igual	=E=
Cociente	/		

Igualmente, para la incorporación de las sumatorias que normalmente hacen parte de un modelo matemático se utiliza la siguiente notación:

Tabla 2. Representación de una función objetivo en lenguaje de programación GAMS

FORMULACIÓN MATEMÁTICA	REPRESENTACIÓN EN GAMS
$\text{Función Objetivo } (Z) = \sum_P \sum_J C_{pj} * X_{pj}$	$Z =E= \text{SUM} ((P, J) , C (P, J) *X (P, J))$

Finalmente, una función objetivo y una restricción, se pueden definir incluyendo los elementos que se listan a continuación.

- Nombre de la ecuación.
- Dominio.
- El símbolo ‘ .. ‘.
- Expresión matemática relacionada mediante un operador (**=G=**, **=E=**, **=L=**).

Figura 15. Representación de ecuaciones en GAMS

```

EQUATIONS

COSTO                FUNCIÓN OBJETIVO COSTO TOTAL MÍNIMO
ASIGNACION (K)      RESTRICCIÓN PARA LA ASIGNACIÓN DE UN ÚNICO CEDI A CADA CLIENTE;

COSTO..             Z =E= SUM ( (P, J) , C (P, J) *X (P, J) ) ;
ASIGNACION (K) ..  SUM (J, U (J, K) ) =E= 1;
    
```

2.5.7 Bloque **MODEL**

En esta sección de la programación, se incluye una colección de ecuaciones que hacen parte del modelo. El formato de declaración corresponde a la palabra **MODEL** seguida del nombre del modelo que se desea resolver, junto a una lista particular de ecuaciones; asimismo, si se desean incluir todas las ecuaciones definidas previamente para el modelo, se puede ingresar el comando **/all/** y se finaliza con un punto y coma (;) como se muestra en la figura 16.

Figura 16. Representación del bloque MODEL en GAMS

```
MODEL TSCFLP /ALL/;
```

2.5.8 Bloque SOLVE

El último bloque correspondiente a la programación en GAMS, indica el tipo de algoritmo que se desea utilizar para resolver el problema de estudio. Para definirlo, se introduce el término **SOLVE**, seguido del nombre del problema, la palabra **USING**, y posteriormente se indica el método a utilizar (programación lineal (**LP**), programación entera mixta (**MIP**), programación no lineal (**NLP**) entre otros), así como la dirección de optimización que se desea seguir (maximización (**MAXIMIZING**) o minimización, (**MINIMIZING**)) y la variable que debe ser optimizada (variable designada como función objetivo); al igual que los demás grupos, se finaliza el bloque con un punto y coma (;).

Figura 17. Representación del bloque SOLVE en GAMS

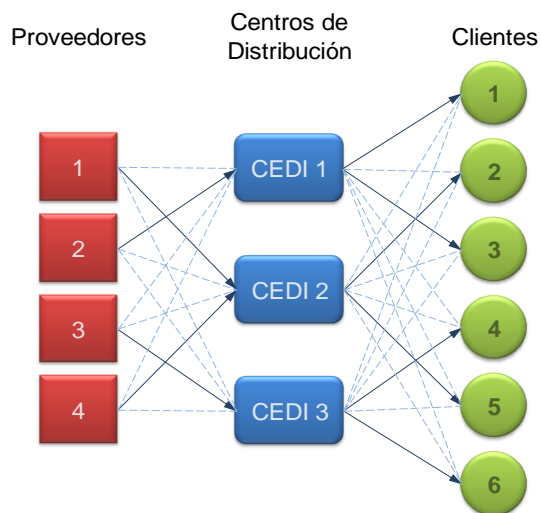
```
SOLVE TSCFLP USING MIP MINIMIZING Z;
```

3. DESARROLLO DEL MODELO

3.1 CARACTERÍSTICAS GENERALES DEL MODELO

La formulación del Problema de Localización de Centros de Distribución para el Transporte y Almacenamiento de Múltiples Productos en una Cadena Logística de Tres Eslabones, se realizó en base al esquema que se muestra a continuación.

Figura 18. Representación del modelo



El modelo busca optimizar los costos asociados al transporte y almacenamiento de múltiples productos que deben ser enviados desde los proveedores hasta los clientes, a través de la localización estratégica de centros de distribución en diferentes ciudades del país, al tiempo que se logra satisfacer la demanda del mercado para varios periodos.

Figura 19. Esquematización del problema



En general, la resolución de este problema intenta dar respuesta a cinco interrogantes básicos que se deben plantear las empresas interesadas en optimizar y mejorar su logística de distribución a través de la localización de canales de almacenamiento:

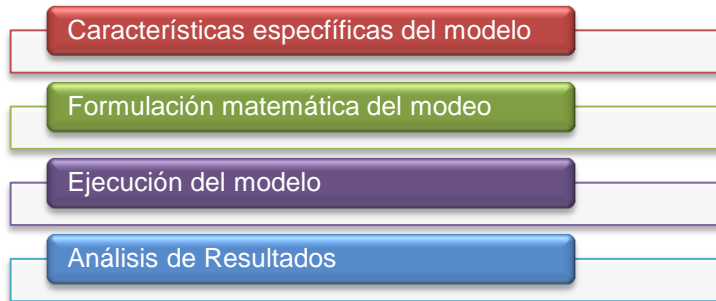
- ¿Cuántos centros de distribución se deben abrir?
- ¿Dónde se deben ubicar estos centros de distribución?
- ¿Cuál debe ser la capacidad de cada centro de distribución?
- ¿Cuál o cuáles clientes serán atendidos por los diferentes CEDIs?
- ¿Cuántas unidades de cada producto deben ser enviadas por los proveedores para satisfacer la demanda de los clientes en los diferentes periodos?

De esta manera, se trata de un problema de optimización combinatoria, en el que se busca establecer un modelo matemático que permita dar respuesta a estos interrogantes, minimizando los costos de transporte y almacenamiento, al tiempo que se cumple un determinado número de restricciones.

Así, el modelo escogerá la ubicación de los centros de distribución que resulte más satisfactoria en términos de costos, a partir de un conjunto de sitios candidatos seleccionados para tal fin (problema discreto).

Durante el desarrollo del modelo se abordarán los siguientes aspectos:

Figura 20. Fases del desarrollo del modelo matemático

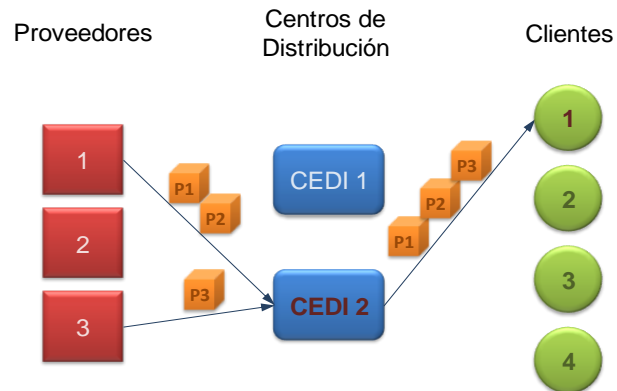


3.2 CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DEL MODELO

En este modelo, cada producto podrá ser enviado a los centros de distribución desde cualquier proveedor localizado en el país, en las cantidades necesarias, siempre que este ofrezca dicho producto. Aunque el problema no tiene en cuenta la capacidad de los proveedores, si considera su disponibilidad para despachar solo determinadas referencias.

Asimismo, para un cliente en particular, cada producto que éste demande deberá recorrer una única ruta a lo largo de la cadena logística. Esto, debido a que las empresas generalmente al momento de realizar sus compras, prefieren que las cantidades a adquirir de cada referencia, sean similares en cuanto a calidad y precio, de tal forma que si, por ejemplo, se requieren mil unidades de material A, todas las mil unidades tengan exactamente las mismas características. Por lo tanto, cada producto tendrá que ser despachado desde un solo proveedor hasta el respectivo centro de distribución encargado de atender al cliente, como se ilustra a continuación.

Figura 21. Ejemplo ilustrativo del modelo



Nótese que cada producto es enviado al centro de distribución 2 por un proveedor exclusivo, y desde allí todos son transportados hasta el cliente que le fue asignado, lo que permite garantizar la existencia de la única ruta.

Lo anterior no implica que dos proveedores no puedan despachar un mismo tipo de producto, siempre y cuando esté destinado a diferentes clientes; de lo contrario, el planteamiento no permitiría el establecimiento de la única ruta.

Por otro lado, el modelo no solo minimizará los costos de transporte, al localizar los CEDIs en lugares cercanos a los clientes, sino también los costos de almacenamiento, determinando la capacidad óptima requerida en cada centro de distribución, teniendo en cuenta el volumen ocupado por las unidades a transportar de los diferentes productos, para cumplir la demanda mensual del mercado que éste atenderá.

Por lo tanto, a partir de la formulación propuesta, se obtendrán los siguientes resultados:

- El número y la ubicación de los centros de distribución.
- El número de productos que deberán ser transportados desde los diferentes proveedores, para satisfacer la demanda mensual de los clientes por producto.
- Los clientes que serán atendidos por cada centro de distribución.
- La capacidad óptima requerida en cada centro de distribución.
- El costo total de la operación.

3.3 FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO

Conjunto de índices:

- P conjunto de productos $p \in P$
- I conjunto de proveedores $i \in I$
- J conjunto de sitios candidatos para abrir los CEDIs $j \in J$
- K conjunto de clientes que serán atendidos $k \in K$
- T conjunto de periodos en los que se atenderá la demanda $t \in T$

Variables del modelo:

- X_{pijklt} : unidades de producto p a transportar desde el proveedor i hasta el cliente k , a través del centro de distribución j , en el periodo t .
- U_{jk} : variable binaria que puede tomar dos valores:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ Si el centro de distribución } j \text{ se asigna para atender al cliente } k \\ 0 \text{ de lo contrario} \end{array} \right\}$$
- W_{jt} : capacidad requerida en el sitio j para almacenar los productos que llegan al centro de distribución en cada periodo t .

Parámetros del modelo:

- C_{ij} : costo de transporte por unidad de carga desde el Proveedor i hasta el centro de distribución j .
- G_{jk} : costo de transporte por unidad de carga desde el centro de distribución j hasta el cliente k .
- D_{pkt} : unidades de producto p que demanda el cliente k en el periodo t .
- O_{ip} : disponibilidad del proveedor i para suministrar el producto p .
- S_p : peso en kilogramos del producto i
- A_j : costo mensual de arriendo por metro cúbico en el sitio j .
- B_p : volumen en metros cúbicos que ocupa el producto p .

Función Objetivo:

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_i^I \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} + 12 \sum_j^J A_j \cdot \{Max_t(W_t)\}$$

Restricciones:

SUJETO A:

$$\sum_i^I X_{pijkt} \cdot O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

$$W_{jt} \geq \sum_p^P \sum_i^I \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, \quad t \in T$$

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall: k \in K$$

$$X_{pijkt} \geq 0 \quad (\text{variable entera}) \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

$$U_{jk} = \{0,1\} \quad (\text{variable binaria}) \quad \forall: j \in J, k \in K$$

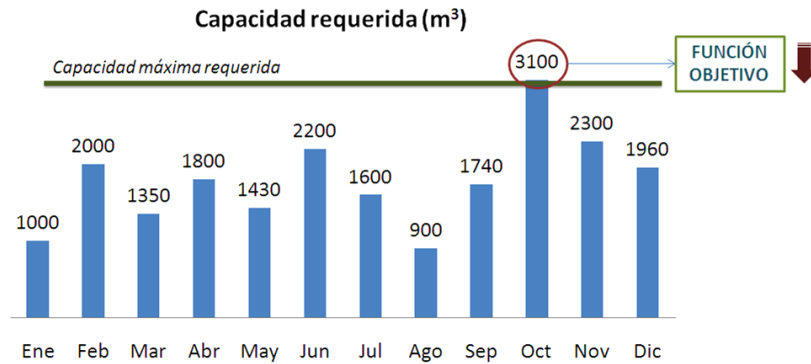
3.3.1 Justificación de la Función Objetivo y de las Restricciones

✓ Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_i^I \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} + 12 \sum_j^J A_j \cdot \{\text{Max}_t(W_{jt})\}$$

La función objetivo del modelo incorpora dos tipos de costos: transporte y arriendo. Por un lado, el costo de transporte se obtiene multiplicando la variable de flujo con los respectivos costos unitarios asociados al peso de los productos, y las múltiples rutas que se generan como resultado de la interacción entre los diferentes eslabones de la cadena de suministro. El costo de almacenamiento, por su parte, corresponde al producto del espacio máximo requerido en cada centro de distribución por el costo de arriendo (\$/m³) del lugar, multiplicado por el número de periodos, para lo cual se selecciona el máximo valor que toma la variable W_{jt} en el tiempo.

Figura 22. Capacidad máxima requerida en el sitio j



✓ Restricción de demanda

$$\sum_i^I X_{pijkt} * O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

Esta restricción garantiza que cada producto sea enviado mensualmente a los diferentes centros de distribución, en las cantidades necesarias para satisfacer la demanda de los clientes que les fueron asignados. La sumatoria en I , indica que para un determinado producto, el modelo seleccionará el proveedor desde el cual resulte más económico transportar las unidades requeridas para atender la demanda del cliente correspondiente.

Asimismo, al multiplicar la variable de flujo por el parámetro O_{ip} , que tiene valores de 0 y 1, el modelo garantiza la satisfacción de la demanda para cada producto, sólo por medio de los proveedores que ofrecen dicho producto, de tal forma que si $O_{ip} = 0$, el número de unidades enviadas deberá ser cero. Igualmente, la inclusión de la variable U_{jk} implica que para cada cliente, sólo se realizarán despachos hacia el centro de distribución asignado, por lo que si $U_{jk} = 0$, el número de unidades también será cero.

✓ Restricción de capacidad

$$W_{jt} \geq \sum_p^P \sum_i^I \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, \quad t \in T$$

Mediante esta restricción, el modelo calcula el espacio requerido en cada centro de distribución para los diferentes periodos, multiplicando el número de unidades que llegan desde los distintos proveedores, por el volumen (m³) de los respectivos productos enviados.

✓ Restricción de asignación

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

Finalmente, con la anterior restricción se garantiza que a cada cliente le sea asignado un único centro de distribución, que se encargará de atender la demanda de todos sus productos en los diferentes periodos.

3.4 EJECUCIÓN DEL MODELO

La resolución del problema de Localización de Centros de Distribución para el Transporte y Almacenamiento de Múltiples Productos en una Cadena Logística de tres Eslabones, se realizó por medio del software GAMS CPLEX, utilizando programación línea entera mixta.

Los datos de oferta y demanda del mercado, así como el volumen y peso de los productos, fueron generados aleatoriamente a través de Microsoft Excel 2010, mientras que la ubicación de los proveedores, centros de distribución y clientes, se determinó mediante el estudio de las ciudades más importantes de Colombia.

Asimismo, los costos asociados al transporte y almacenamiento de la mercancía, se obtuvieron de la investigación realizada por el equipo de trabajo.

Para realizar el respectivo análisis de resultados, se decidió programar el modelo utilizando instancias pequeñas, esto es: 5 proveedores, 7 sitios candidatos para abrir los centros de distribución, 10 clientes, 20 productos y 12 periodos. Lo anterior con el fin de facilitar el estudio del comportamiento de las variables de decisión y verificar el cumplimiento de las restricciones.

Tanto los proveedores, como los clientes y los sitios candidatos, corresponden a importantes municipios del territorio colombiano. La selección de dichos lugares se realizó teniendo en cuenta las características geográficas, demográficas y socio-económicas de cada uno. A continuación, se relacionan los listados de sitios designados para conformar los diferentes elementos de la cadena de suministro.

3.4.1 Proveedores

El conjunto de proveedores está integrado por cinco importantes ciudades de las regiones norte, centro, sur, oriente y occidente de Colombia, seleccionadas no solo por su desarrollo socio-económico, sino también porque garantizan una distribución geográfica uniforme a lo largo del territorio nacional.

Tabla 3. Conjunto de proveedores para el modelo

<i>I</i>	CIUDAD
1	Bogotá
2	Cali
3	Medellín
4	Barranquilla
5	Bucaramanga

3.4.2 Clientes

A su vez, el grupo de clientes lo conforman diez de las ciudades más importantes del país a nivel de población y desarrollo económico.

Tabla 4. Conjunto clientes del modelo

K	CIUDAD / MUNICIPIO
1	Bogotá
2	Cali
3	Medellín
4	Barranquilla
5	Bucaramanga
6	Cúcuta
7	Ibagué
8	Santa Marta
9	Pereira
10	Cartagena

3.4.3 Sitios candidatos para los CEDIs

El establecimiento de los sitios candidatos para abrir los centros de distribución, se realizó seleccionando las primeras siete ciudades que conforman el conjunto de clientes. Lo anterior, justificado en que la posibilidad de abrir centros de distribución en ciudades donde se encuentran clientes localizados, constituye una alternativa viable en términos de ahorro de costos de transporte, además de que están ubicadas geográficamente en puntos estratégicos que garantizan un cubrimiento uniforme del mercado.

Tabla 5. Conjunto de sitios candidatos para abrir los CEDIs

J	CIUDAD / MUNICIPIO
1	Bogotá
2	Cali
3	Medellín
4	Barranquilla
5	Bucaramanga
6	Cúcuta
7	Ibagué

3.4.4 Costos de transporte

Los costos de transporte utilizados para la ejecución del modelo, se obtuvieron de la empresa de mensajería COORDINADORA MERCANTIL S.A, teniendo en cuenta las tarifas variables (\$/Kg) establecidas para el envío de carga liviana entre diferentes municipios de Colombia. Los montos fijos, es decir, aquellos que son independientes de la trayectoria origen-destino, no se incluyen dentro del costo unitario de transporte, dado que no añaden valor a la resolución del problema. En las siguientes tablas se muestran los costos de transporte por unidad de carga para las diferentes rutas Proveedor - CEDI y CEDI - Cliente.

Tabla 6. Costo unitario de transporte desde el proveedor i hasta el CEDI j

C_{ij} (\$/Kg)			ORIGEN				
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga
			I1	I2	I3	I4	I5
DESTINO	Bogotá	J1	222	439	439	707	358
	Cali	J2	439	212	439	707	653
	Medellín	J3	439	439	212	407	407
	B/quilla	J4	653	653	407	212	407
	B/manga	J5	439	896	439	479	212
	Cúcuta	J6	1.089	991	777	811	314
	Ibagué	J7	439	439	439	936	707

Tabla 7. Costo unitario de transporte desde el CEDI j hasta el cliente k

G_{jk} (\$/Kg)			ORIGEN						
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué
			J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7
DESTINO	Bogotá	K1	222	439	439	707	358	580	259
	Cali	K2	439	212	439	707	653	777	314
	Medellín	K3	439	439	212	407	407	707	314
	B/quilla	K4	653	653	407	212	407	733	707
	B/manga	K5	439	896	439	479	212	314	624
	Cúcuta	K6	1.089	991	777	811	314	212	811
	Ibagué	K7	439	439	439	936	707	811	212
	S. Marta	K8	991	991	653	212	707	957	991
	C/gena	K9	733	733	407	259	624	811	759
	Pereira	K10	439	407	439	707	624	811	278

3.4.5 Costo de almacenamiento

El costo de almacenamiento en los diferentes sitios candidatos, corresponde a un precio promedio de arriendo por metro cúbico para cada ciudad. Dicho valor se obtuvo a partir de consultas y cotizaciones a varias empresas que ofrecen el servicio de bodegaje personalizado en Colombia, las cuales a diferencia de la mayoría de inmobiliarias, cuentan con tarifas por metro cúbico.

Tabla 8. Costo de arriendo por metro cúbico para el sitio j

A_j (\$/m ³)			COSTO DE ARRIENDO
SITIO CANDIDATO	Bogotá	J1	15.479
	Cali	J2	7.235
	Medellín	J3	12.412
	B/quilla	J4	13.329
	B/manga	J5	11.548
	Cúcuta	J6	6.571
	Ibagué	J7	9.383

3.4.6 Peso y volumen de los productos

Los datos correspondientes al peso (Kg) y volumen (m³) de cada producto, fueron obtenidos aleatoriamente en Microsoft Excel, a través de la fórmula “ALEATORIO”.

Tabla 9. Volúmenes y pesos de los productos

Producto	Volumen (m ³)	Producto	Peso (Kg)
P1	0,1024	P1	0,3083
P2	0,0192	P2	0,5423
P3	0,0411	P3	0,8090
P4	0,0015	P4	0,0046
P5	0,0062	P5	0,0663
P6	0,1359	P6	0,5241
P7	0,0455	P7	0,1073
P8	0,0714	P8	0,5731
P9	0,0044	P9	0,0089
P10	0,3558	P10	2,0469
P11	0,0078	P11	0,0766
P12	0,0245	P12	0,1447
P13	0,0046	P13	0,2018
P14	0,0014	P14	0,0092
P15	0,1213	P15	2,1193
P16	0,1123	P16	2,2319
P17	0,1030	P17	1,9995
P18	0,0755	P18	0,4411
P19	0,1629	P19	0,1639
P20	0,0247	P20	0,2260

Esta fórmula devuelve números reales aleatorios entre 0 y 1. Sin embargo, para ambos cálculos, la expresión fue ligeramente modificada con el fin de obtener valores más cercanos la realidad, es decir, volúmenes no muy grandes y que guardaran cierta proporción con el peso.

3.4.7 Demanda

La demanda de los clientes por producto y por periodo presenta una distribución uniforme y también se generó aleatoriamente en Excel, a través de la fórmula “ALEATORIO.ENTRE”, con base en la cual se desarrolló una expresión que permite obtener valores enteros entre 0 y 1.000, así:

$$=(\text{REDONDEAR}(\text{ALEATORIO}();0))*\text{ALEATORIO.ENTRE}(0;1000)$$

En primer lugar, la fórmula genera un número aleatorio entre 0 y 1 y lo redondea al entero más cercano (por ejemplo, 0.35 lo aproxima a 0, y 0.65 lo aproxima a 1). Luego, multiplica al valor resultante (0,1) por un número entero aleatorio igual o menor que 1.000, de tal forma que la demanda mensual por producto, puede variar de 0 hasta 1.000 unidades.

Los datos de demanda utilizados para ejecutar el modelo, se encuentran en el Anexo 5. Demanda de los productos p para la ejecución del modelo.

3.4.8 Oferta

Finalmente, los valores correspondientes al parámetro binario O_{ip} , incluido en la formulación del problema para definir la oferta de los proveedores, fueron obtenidos a través de una distribución uniforme, similar a la utilizada para la generación de la demanda.

$$=(\text{REDONDEAR}(\text{ALEATORIO}());0)$$

La tabla que se muestra a continuación muestra los datos utilizados para la ejecución del modelo.

Tabla 10. Disponibilidad del proveedor i para despachar el producto p

O_{ip}	PROVEEDOR				
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga
	I1	I2	I3	I4	I5
P1	1	1	0	1	0
P2	1	1	1	0	1
P3	0	0	0	0	0
P4	1	0	1	1	1
P5	1	1	1	0	1
P6	1	1	1	1	1
P7	1	0	0	0	0
P8	1	0	0	1	1
P9	0	1	1	1	0
P10	0	1	1	0	0
P11	1	1	1	1	1
P12	0	0	1	1	0
P13	1	0	0	0	0
P14	1	0	1	0	1
P15	1	1	1	0	1
P16	1	0	1	0	1
P17	1	0	0	0	1
P18	0	1	1	0	0
P19	1	1	1	0	0
P20	0	0	1	0	1

3.4.9 Modelado en GAMS CPLEX

La programación del modelo matemático en el lenguaje de GAMS CPLEX, partió de la definición de los conjuntos de subíndices p , i , j , k y t , y de las variables enteras positivas y binarias, incluidas en la formulación. Luego, se añadieron las tablas correspondientes a los costos de transporte, la oferta de los proveedores y la demanda de los clientes, así como los parámetros relacionados con los costos de arriendo y el peso y volumen de los productos. Lo anterior, corresponde a los datos de entrada necesarios para construir la función objetivo y las restricciones del modelo en el grupo **EQUATIONS**, donde suelen presentarse la mayoría de

errores durante la programación. La siguiente figura es una fotografía del modelo, tal como se codificó en GAMS (las tablas de oferta y demanda no se logran apreciar en su totalidad, dado que la captura de la imagen solo alcanzó a abarcar una parte de la información).

Figura 23. Programación del modelo en GAMS

```

SET
P      Producto                /P1*P20/
I      Proveedor o Planta      /I1*I15/
J      Sitio candidato para ubicar CEDI /J1*J7/
K      Cliente                 /K1*K10/
T      Periodo                 /T1*T12/;

VARIABLES
X(P,I,J,K,T)  UNIDADES DE PRODUCTO P A TRANSPORTAR DESDE I HASTA J
U(J,K)        VARIABLE BINARIA PARA ASIGNAR UN ÚNICO CEDI A UN CLIENTE DETERMINADO
W(J)          CAPACIDAD REQUERIDA EN METROS CÚBICOS PARA EL CEDI QUE SE VA A UBICAR EN EL SITIO J
Z             COSTO TOTAL MÍNIMO;

POSITIVE VARIABLES X,W;
BINARY VARIABLES  U;

TABLE O(I,P) OFERTA

      P1      P2      P3      P4      P5      P6      P7      P8      P9      P10     P11     P12     P13
I1    1        1        1        1        1        1        1        1        0        0        1        0        1
I2    1        1        0        0        1        1        0        0        1        1        1        0        0
I3    0        1        0        1        1        1        0        0        1        1        1        1        0
I4    1        0        0        1        0        1        0        1        1        0        1        1        0
I5    0        1        0        1        1        1        0        1        0        0        1        0        0

TABLE C(I,J) COSTO DE TRANSPORTE1

      J1      J2      J3      J4      J5      J6      J7
I1    222     439     439     653     439     1089     439
I2    439     212     439     653     896     991     439
I3    439     439     212     407     439     777     439
I4    707     707     407     212     479     811     936
I5    358     653     407     407     212     314     707 ;

TABLE G(J,K) COSTO DE TRANSPORTE2

      K1      K2      K3      K4      K5      K6      K7      K8      K9      K10
J1    222     439     439     653     439     1089     439     991     733     439
J2    439     212     439     653     896     991     439     991     733     407
J3    439     439     212     407     439     777     439     653     407     439
J4    707     707     407     212     479     811     936     212     259     707
J5    358     653     407     407     212     314     707     707     624     624
J6    580     777     707     733     314     212     811     957     811     811
J7    259     314     314     707     624     811     212     991     759     278 ;

```

Figura 23. (Continuación)

TABLE D (T, K, P) DEMANDA

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12
T1.K1	173	0	0	906	947	874	0	307	168	0	0	288
T1.K2	802	0	711	0	812	514	316	0	0	0	0	610
T1.K3	800	0	468	0	373	0	624	0	17	504	0	860
T1.K4	0	0	0	0	0	0	0	0	308	0	892	0
T1.K5	335	0	532	111	492	732	585	954	0	0	0	0
T1.K6	583	0	983	0	343	3	0	427	0	879	799	0
T1.K7	92	119	829	0	468	305	0	486	219	773	768	0
T1.K8	633	105	0	551	0	345	636	0	0	0	0	750
T1.K9	0	0	400	0	0	488	885	0	5	652	0	0
T1.K10	0	71	0	0	863	692	600	0	0	245	0	916
T2.K1	861	0	0	662	488	722	0	440	23	0	0	395
T2.K2	796	0	414	0	581	898	53	0	0	0	0	571
T2.K3	710	0	176	0	258	0	989	0	906	739	0	228
T2.K4	0	0	0	0	0	0	0	0	442	0	727	0
T2.K5	795	0	472	361	490	828	172	453	0	0	0	0
T2.K6	957	0	228	0	702	124	0	863	0	732	175	0
T2.K7	435	384	125	0	506	1000	0	109	4	823	761	0
T2.K8	650	340	0	655	0	287	65	0	0	0	0	281
T2.K9	0	0	822	0	0	103	906	0	3	704	0	0
T2.K10	0	403	0	0	840	99	535	0	0	857	0	578

PARAMETERS

A (J)	COSTO MENSUAL DE ARRIENDO POR METRO CÚBICO EN EL SITIO J	/J1	15479
		J2	7235
		J3	12412
		J4	13329
		J5	11548
		J6	6571
		J7	9383/

B (P)	VOLUMEN EN METROS CÚBICOS DEL PRODUCTO P	/P1	0.1024
		P2	0.0192
		P3	0.0411
		P4	0.0015
		P5	0.0062
		P6	0.1359
		P7	0.0455
		P8	0.0714
		P9	0.0044
		P10	0.3558
		P11	0.0078
		P12	0.0245
		P13	0.0046
		P14	0.0014
		P15	0.1213
		P16	0.1123
		P17	0.1030
		P18	0.0755
		P19	0.1629
		P20	0.0247/

Figura 23. (Continuación)

```

S(P)      PESO EN KILOGRAMOS DEL PRODUCTO P

/P1      0.3083
P2      0.5423
P3      0.8090
P4      0.0046
P5      0.0663
P6      0.5241
P7      0.1073
P8      0.5731
P9      0.0089
P10     2.0469
P11     0.0766
P12     0.1447
P13     0.2018
P14     0.0092
P15     2.1193
P16     2.2319
P17     1.9995
P18     0.4411
P19     0.1639
P20     0.2260/;

EQUATIONS

COSTO      FUNCIÓN OBJETIVO COSTO TOTAL MÍNIMO
DEMANDA(P,J,K,T)  RESTRICCIÓN DE DEMANDA
CAP_REQ(J,T)     CAPACIDAD MÁXIMA REQUERIDA EN METROS CÚBICOS PARA EL CEDI UBICADO EN EL SITIO J
ASIGNACION(K)    RESTRICCIÓN PARA LA ASIGNACIÓN DE UN ÚNICO CEDI PARA CADA CLIENTE;

COSTO..      Z =E= SUM({(P,I,J,K,T),X(P,I,J,K,T)*S(P)*(C(I,J)+G(J,K)))+SUM(J,W(J)*A(J)*12);
DEMANDA(P,J,K,T).. SUM(I,X(P,I,J,K,T)*O(I,P)) =G= D(T,K,P)*U(J,K);
CAP_REQ(J,T).. W(J) =G= SUM({(P,I,K),X(P,I,J,K,T)*B(P)});
ASIGNACION(K).. SUM(J,U(J,K)) =E= 1;

MODEL TUFLP /ALL/;
SOLVE TUFLP USING MIP MINIMIZING Z;

```

Como aspecto importante para resaltar de esta modelación, vale la pena mencionar que la variable de capacidad, originalmente definida como W_{jt} , debió ser reemplazada en el programa por W_j . Esto, debido a limitaciones en la licencia del software, que inhabilitan el uso de la función **SMAX** para seleccionar el máximo valor de W_{jt} en el tiempo, lo cual requiere la utilización de un solver especial de programación no lineal (MINLP). Por lo tanto, luego de examinar varias alternativas, se comprobó que al definir la variable como W_j , el programa elige automáticamente por cada CEDI, un único valor que permite satisfacer la restricción de capacidad para todo periodo t , y éste, precisamente, es el que aparece en la función objetivo multiplicado por el costo de arriendo.

Figura 24. Representación de la variable de capacidad W(J) en GAMS

```

COSTO..          Z =E= SUM((P,I,J,K,T), X(P,I,J,K,T) *S(P) * (C(I,J)+G(J,K))) +SUM(J, W(J) *A(J) *12);
DEMANDA(P,J,K,T).. SUM(I, X(P,I,J,K,T) *O(I,P)) =G= D(T,K,P) *U(J,K);
CAP_REQ(J,T)..   W(J) =G= SUM((P,I,K), X(P,I,J,K,T) *B(P));
ASIGNACION(K)..  SUM(J, U(J,K)) =E= 1;
    
```

Por lo tanto, dada la necesidad de adoptar un modelo estrictamente lineal, se plantea una nueva propuesta para la formulación del problema, definiendo la variable de capacidad como W_j , en lugar de W_{jt} , así:

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_i^I \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} + 12 \sum_j^J A_j \cdot W_j$$

Sujeto a:

$$\sum_i^I X_{pijkt} \cdot O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

$$W_j \geq \sum_p^P \sum_i^I \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, \quad t \in T$$

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall: k \in K$$

$$X_{pijkt} \geq 0 \quad (\text{variable entera}) \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

$$U_{jk} = \{0,1\} \quad (\text{variable binaria}) \quad \forall: j \in J, \quad k \in K$$

Esta nueva formulación, no solo convierte el modelo en un problema lineal, sino que también permite dar respuesta a uno de los interrogantes originalmente planteados: cuál es la capacidad óptima de los centros de distribución. Más adelante, en el análisis de resultados, se explica en detalle el proceso que utiliza el modelo para calcular la capacidad máxima requerida en cada CEDI y poder

relacionar dicho valor en la función objetivo con el fin de minimizar el costo anual de almacenamiento.

Finalmente, luego de ejecutar el programa, se encontró que el tiempo de ejecución empleado por GAMS para resolver el problema, fue de 1,328 segundos, y la función objetivo presentó un costo anual de \$731.314.594.

3.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

A partir de los resultados obtenidos, se encontró que en dos de las siete ciudades candidatas se deben abrir centros de distribución para atender el mercado, de acuerdo a las capacidades y asignaciones obtenidas para las variables W_j y U_{jk} respectivamente, como se muestra a continuación.

Tabla 11. Capacidades y asignaciones obtenidas para el modelo

CEDI j	CAPACIDAD W_j (m^3)	CLIENTES ASIGNADOS ($U_{jk} = 1$)
Cali	3.224,9	Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Ibagué, Cartagena y Pereira
Cúcuta	1.393,2	Cúcuta, Bucaramanga y Santa Marta

De esta forma, en la ciudad de Cali se debe abrir un centro de distribución con una capacidad óptima de $3.225 m^3$, y éste se encargaría de abastecer, además de su mercado local, a los clientes de Bogotá, Medellín, Ibagué, Pereira, Cartagena y Barranquilla. Asimismo, un segundo CEDI localizado en Cúcuta, de $1.393 m^3$, atendería a los clientes de Bucaramanga, Santa Marta y la propia Cúcuta. La figura 25, ilustra en un plano del mapa de Colombia, las asignaciones realizadas por el modelo, para resolver el problema de localización.

Figura 25. Asignación de los CEDIs

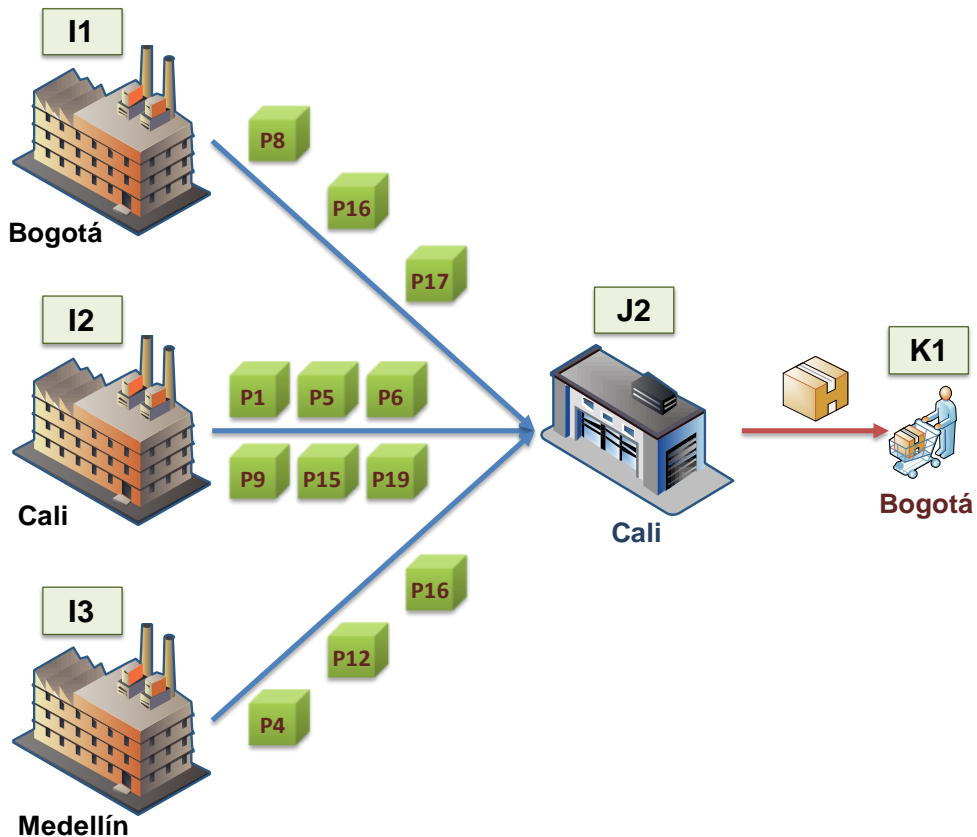


Cabe resaltar que la capacidad óptima requerida de cada CEDI, corresponde al espacio estrictamente necesario para albergar los productos que llegan periodo a periodo, lo que no implica que la bodega deba tener exactamente las dimensiones que permitan apenas alcanzar dicha capacidad, ya que de acuerdo a lo que sugiere la literatura, aproximadamente el 70% del espacio disponible en un centro de distribución es utilizado para el almacenamiento de la mercancía, y el 30% restante corresponde a las demás áreas que se necesitan para el normal funcionamiento del mismo, esto es: pasillos, puestos de trabajo, equipos, etc⁴⁰.

⁴⁰ NIÑO, Edna y PELÁEZ, Johanna. Diseño de una propuesta de solución para los centros de distribución (CEDIs) de la empresa COMERTEX S.A. a partir de un modelo matemático. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, 2012. 205 p.

Los resultados también evidencian el cumplimiento de la única ruta para cada producto por cliente, como se observa a continuación para el caso de Bogotá.

Figura 26. Cumplimiento de la única ruta



A partir del esquema, se puede observar que, al ser menor el costo de transporte por unidad de carga, el modelo selecciona los proveedores que se encuentran más cerca del centro de distribución asignado para atender al cliente, teniendo en cuenta su disponibilidad para ofrecer los productos que el mismo demanda. De esta forma, si el proveedor de mayor cercanía no cuenta con determinada referencia, el programa selecciona el segundo más próximo que sí la tenga.

La decisión de localizar únicamente dos centros de distribución en Cali y Cúcuta, se fundamenta en las bajas tarifas de arriendo que estas exhiben en comparación

con los demás sitios candidatos. Mientras que en ciudades como Bogotá, Medellín y Barranquilla, el costo por metro cúbico supera los \$12.000, en Cali y Cúcuta no sobrepasa los \$7.500. Luego, **tanto el número como la ubicación de los centros de distribución, dependen altamente de la estructura de costos de almacenamiento que utilice el modelo**, aún por encima de las posibles variaciones que se puedan presentar alrededor de los demás parámetros considerados (demanda, oferta, peso y volumen).

Asimismo, se puede observar que el centro de distribución de Cali, fue localizado en una ciudad donde, además de haber clientes, también se encuentra ubicado uno de los proveedores, lo cual se entiende a partir de que dicha alternativa permite un ahorro significativo de costos de transporte, debido a la simplificación de la ruta proveedor-CEDI-cliente. Entonces, se podría plantear el siguiente interrogante: ¿por qué el modelo no optó por localizar un CEDI en Barranquilla o en Medellín, teniendo en cuenta que allí también hay proveedores, y que dada su ubicación, podrían incurrir en menores costos de transporte si atendieran a otras ciudades cercanas, en comparación con los largos trayectos que se tienen que realizar desde Cali?; la respuesta a esta pregunta es sencilla: al ser tan altos los costos de arriendo por metro cúbico para las demás ciudades, cualquier posible ahorro que se puede presentar en términos de transporte, es despreciable en comparación con lo que se tiene que gastar en almacenamiento, situación que se evidencia para el segundo centro de distribución, ya que el modelo seleccionó a Cúcuta en lugar de Bucaramanga, a pesar de que allí se encuentra un proveedor, favoreciendo el bajo costo de arriendo que tiene Cúcuta.

Para verificar lo anterior, se llevó a cabo la ejecución de diferentes escenarios en los que se modificaron las tarifas de arriendo en los sitios candidatos, además de variar otros parámetros como la demanda y la oferta del mercado.

3.5.1 Planteamiento de Escenarios

3.5.1.1 Variación de la demanda

Sin modificar los parámetros asociados a los costos de transporte y almacenamiento, oferta de los proveedores, y peso y volumen de los productos, se ejecutó el modelo variando el comportamiento de la demanda, a partir de los escenarios que se proponen a continuación:

Tabla 12. Escenarios en los que varía la demanda

ESCENARIO	Nombre	Descripción
1	Demanda uniforme	La demanda varía entre 0 y 1000 unidades, de forma similar para cada uno de los clientes, en todos los periodos.
2	Demanda irregular	Algunos periodos presentan una muy alta demanda respecto a los demás (temporadas)
3	Demanda concentrada	A) La demanda es considerablemente alta para unos pocos clientes, y para el resto es baja. B) Cada cliente concentra su demanda en un determinado grupo de productos.

Así, para cada tipo de escenario, se realizaron varias pruebas con diferentes datos aleatorios, obteniéndose los siguientes resultados.

Tabla 13. Resultados para la variación de la demanda

Escenario	Prueba	RESULTADOS				
		Número de CEDI's	Sitios escogidos	Capacidad W_j (m ³)	Asignación U_{jk}	
1. Demanda uniforme	1	2	Cali	1.983,9	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena	
			Cúcuta	1.320,7	Cúcuta, Bucaramanga, B/quilla y S. Marta	
	2	2	Cali	3.187,6	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla, S. Marta y C/gena	
			Cúcuta	870,7	Cúcuta y B/manga	
	3	2	Cali	2.388,8	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla y C/gena	
			Cúcuta	1.295,3	Cúcuta, Bucaramanga y S. Marta	
2. Demanda irregular	1	2	Cali	6.999,1	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla, S. Marta y C/gena	
			Cúcuta	1.244,8	Cúcuta y B/manga	
	2	2	Cali	6.408,1	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena	
			Cúcuta	4.571,7	Cúcuta, Bucaramanga, B/quilla y S. Marta	
	3	2	Cali	10.071,8	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y B/quilla	
			Cúcuta	12.175,4	Bogotá, Cúcuta, B/manga, S. Marta y C/gena	
3. Demanda concentrada	A	1	Cali	2.343,8	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla, S. Marta y C/gena	
			Cúcuta	499,8	Cúcuta y B/manga	
		2	2	Cali	251,6	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla y C/gena
				Cúcuta	277,5	Bogotá, Cúcuta, B/manga y S. Marta
	B	1	2	Cali	6.091,0	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena
				Cúcuta	3.369,5	Cúcuta, Bucaramanga, B/quilla y S. Marta
		2	2	Cali	5.777,3	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/manga, B/quilla y C/gena
				Cúcuta	1.020,8	Bogotá, Cúcuta y S. Marta

Así, en un primer escenario, se probó el modelo utilizando demandas muy similares para todos los clientes, tal como se ejecutó inicialmente, obteniéndose en todos los casos los mismos resultados en cuanto al número y la ubicación de los centros de distribución, y presentándose variaciones únicamente en la asignación de los clientes.

En el segundo escenario, se efectuó un aumento considerable para la demanda de los meses de diciembre, julio y octubre, permitiendo volúmenes de hasta 10.000 unidades por periodo, al tiempo que se disminuyó para los meses de enero, febrero, abril y noviembre, con valores que no sobrepasan las 100 unidades. Al ejecutar el modelo, el programa seleccionó nuevamente las ciudades de Cali y Cúcuta para abrir los centros de distribución, y sólo se presentaron cambios en la asignación de los clientes. Este resultado se fundamenta en que, los periodos de mayor demanda son los que determinen la capacidad requerida en cada CEDI, y esto implica que el costo de arriendo tiene que aumentar obligatoriamente, aun cuando en otros meses no se utilice gran parte del espacio disponible, de tal forma que, al tener los costos de almacenamiento un mayor peso en la función objetivo, el programa siempre tratará de escoger las ciudades que presentan las menores tarifas de arriendo por metro cúbico, como es el caso Cúcuta y Cali.

Finalmente, para el tercer escenario, se consideraron dos casos particulares: uno en el que la demanda se concentra en tres o cuatro clientes, y otro donde las ventas son muy altas para unos pocos productos. Para la situación A, en la primera prueba, se incrementó la demanda en las ciudades que presentan los mayores costos de arriendo (Bogotá, Medellín, Barranquilla y Bucaramanga), con el fin de favorecer el envío de grandes volúmenes de mercancía hacia estas y así permitir el ahorro de costos de transporte mediante la localización de CEDIs cercanos a las mismas. Sin embargo, los resultados no cambiaron, ya que dicho aumento implica también un espacio de almacenamiento mayor. En la segunda prueba, por lo tanto, se invirtió el comportamiento de la demanda, disminuyéndola

en las ciudades mencionadas anteriormente y aumentándola para Cúcuta y Cali, buscando que el modelo permitiera localizar CEDI's en otros lugares, y a pesar de esto, la solución se mantuvo igual. Por último, en la situación B, se efectuaron pruebas similares a las de la situación A, alternando la concentración de la demanda por productos entre los diferentes clientes, y los resultados dieron nuevamente a Cali y a Cúcuta, como los sitios escogidos para abrir los centros de distribución.

De este análisis se obtiene que, mientras las tarifas de arriendo por metro cúbico mantengan este comportamiento, la solución del modelo, independientemente de las características que presente la demanda, buscará localizar los centros de distribución en lugares donde dicho costo sea considerablemente más bajo.

3.5.1.2 Variación de la oferta

Partiendo de un comportamiento uniforme de la demanda, y sin variar los demás parámetros del modelo (costos, peso y volumen), se evaluaron los siguientes escenarios a partir de variaciones en la oferta de los proveedores.

Tabla 14. Escenarios en los que varía la oferta

ESCENARIO	Nombre	Descripción
1	Oferta ilimitada	Todos los proveedores están en condiciones de suministrar cada una de las referencias que demandan los clientes.
2	Oferta por familias de productos	Cada proveedor tiene disponibilidad para ofrecer solo un determinado grupo de productos.
3	Oferta exclusiva	Cada producto tiene un único proveedor que lo abastece.

Así, para cada escenario se realizaron diferentes pruebas utilizando los datos de la tabla 15, obteniéndose los resultados que se muestran a continuación.

Tabla 15. Datos de oferta para el análisis de escenarios (O_{ip})

Esc.	Prueba	Proveedor i	PRODUCTO p																				
			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
1. Oferta ilimitada	1	Bogotá	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		Cali	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		Medellín	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		B/quilla	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
		B/manga	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2. Oferta por familias de productos	1	Bogotá	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Cali	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	
		Medellín	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		B/quilla	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		B/manga	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
	2	Bogotá	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	
		Cali	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Medellín	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		B/quilla	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	
		B/manga	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	
3. Oferta exclusiva	1	Bogotá	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Cali	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Medellín	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
		B/quilla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	
		B/manga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	
	2	Bogotá	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Cali	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Medellín	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
		B/quilla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	
		B/manga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	
	3	Bogotá	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Cali	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
		Medellín	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	
		B/quilla	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	
		B/manga	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	

Tabla 16. Resultados para la variación de la oferta

Escenario	Prueba	RESULTADOS			
		Número de CEDI's	Sitios escogidos	Capacidad W_j (m ³)	Asignación U_{jk}
1. Oferta ilimitada	1	2	Cali	2.076,9	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira, B/quilla y C/gena
			Cúcuta	1.215,7	Bogotá, Cúcuta, B/manga y S. Marta
2. Oferta por familias de productos	1	2	Cali	1.589,8	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué y Pereira
			Cúcuta	1.678,1	Cúcuta, Bucaramanga, B/quilla, S. Marta y C/gena
	2	2	Cali	1.860,2	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y B/quilla
			Cúcuta	1.422,4	Cúcuta, Bucaramanga, S. Marta y C/gena
3. Oferta exclusiva	1	3	Cali	1.846,0	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena
			B/quilla	499,8	B/quilla
			Cúcuta	1.215,7	Bogotá, Cúcuta, B/manga y S. Marta
	2	3	Cali	1.983,9	Bogotá, Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena
			B/manga	595,4	B/manga y Barranquilla
			Cúcuta	780,4	Cúcuta y S. Marta
	3	2	Cali	1.846,0	Cali, Medellín, Ibagué, Pereira y C/gena
Cúcuta			1.486,0	Bogotá, Cúcuta, B/manga, B/quilla y S. Marta	

A partir de los resultados anteriores, se puede observar que las bajas tarifas de arriendo por metro cúbico en Cúcuta y Cali, continúan teniendo mayor peso en la solución. Sin embargo, en el tercer escenario, donde cada producto cuenta con un único proveedor, en dos de las pruebas, el programa resolvió localizar tres centros de distribución en lugar de dos, como sucedió para los otros casos. Esta vez, además de Cúcuta y Cali, se abrieron centros de distribución en Barranquilla y

Bucaramanga, lo que se explica a partir de la cercanía de los proveedores que se encuentran en dichas ciudades con relación a los clientes, y su disponibilidad para despachar productos que no ofrece el proveedor de Cali.

3.5.1.3 Variación del costo de arriendo

Dado que frente a las variaciones realizadas en la demanda y la oferta del mercado, el número y la localización de los centros de distribución no se vieron considerablemente afectados, se decidió alterar la estructura de costos de arriendo, mediante el planteamiento de los siguientes escenarios.

Tabla 17. Escenarios en los que varían los costos de arriendo

ESCENARIO	Nombre	Descripción
1	Tarifas iguales	Todas las ciudades candidatas tienen la misma tarifa de costo de arriendo por metro cúbico.
2	Tarifas semejantes	Las tarifas de arriendo para las diferentes ciudades, varían en un pequeño rango.
3	Tarifas diferentes	Se presentan tarifas de arriendo altas y bajas para determinados sitios candidatos.

Para cada escenario, se efectuaron diferentes pruebas alternando la demanda del mercado con datos aleatorios y los costos de arriendo de los sitios candidatos, obteniéndose los siguientes resultados:

Tabla 18. Resultados para la variación de los costos de arriendo

Esc.	PRUEBA		RESULTADOS			
	Demanda	Costo de arriendo A_j	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Capacidad W_j (m^3)	Asignación U_{jk}
1. Tarifas iguales	A	> 2.000 < 13.000	4	Cali	310,4	Cali
				Medellín	1.461,5	Medellín, Ibagué, Pereira y S. Marta
				B/quilla	448,2	C/gena
				B/manga	1.174,0	Bogotá, B/manga, Cúcuta y B/quilla

Esc.	PRUEBA		RESULTADOS				
	Demanda	Costo de arriendo A_j	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Capacidad W_j (m ³)	Asignación U_{jk}	
	A	≥ 13.000	1	Bogotá	3.267,9	Todos los clientes	
		≤ 2.000	5	Bogotá	221,6	Bogotá	
				Cali	310,4	Cali	
				Medellín	1.249,1	Medellín, Ibagué y Pereira	
				B/quilla	776,2	S. Marta y C/gena	
				B/manga	1.053,3	B/manga, Cúcuta y B/quilla	
1. Tarifas iguales	B	> 8.000	1	Bogotá	3.464,0	Todos los clientes	
		≤ 8.000	5	Bogotá	483,6	Pereira	
				Cali	382,4	Cali	
				Medellín	420,2	Medellín	
				B/quilla	1.007,5	B/quilla, S. Marta y C/gena	
				B/manga	1.659,1	Bogotá, B/manga, Ibagué y Cúcuta	
2. Tarifas semejantes	A	$A_1 = 10.000$ $A_2 = 8.500$ $A_3 = 9.500$ $A_4 = 10.000$	4	Cali	1.223,4	Bogotá, Cali y Pereira	
				Medellín	745,2	Medellín y C/gena	
				B/quilla	620,0	B/quilla y S. Marta	
				B/manga	1.132,9	B/manga, Ibagué y Cúcuta	
	B	$A_5 = 9.500$ $A_6 = 8.500$ $A_7 = 9.000$	5	Cali	518,6	Cali	
				Medellín	973,4	Medellín y B/manga	
				B/quilla	881,0	S. Marta y C/gena	
				B/manga	1.751,5	Bogotá, Cúcuta y B/quilla	
					Ibagué	544.366	Ibagué
	A	$A_1 = 8.000$ $A_2 = 10.000$	1	Bogotá	3.464,0	Todos los clientes	
B	$A_3 = 9.000$ $A_4 = 8.500$ $A_5 = 10.000$ $A_6 = 9.000$ $A_7 = 8.000$	1	Bogotá	4.253,0	Todos los clientes		

Esc.	PRUEBA		RESULTADOS			
	Demanda	Costo de arriendo A_j	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Capacidad W_j (m ³)	Asignación U_{jk}
3. Tarifas diferentes	A	$A_1 = 7.000$ $A_2 = 9.500$ $A_3 = 10.000$ $A_4 = 12.000$ $A_5 = 6.000$ $A_6 = 9.000$ $A_7 = 11.000$	2	Bogotá	1.235,5	Cali, Ibagué y Pereira
				B/manga	2.365,4	Bogotá, Medellín, B/manga, Cúcuta, S. Marta, B/quilla y C/gena
	B		2	Bogotá	1.235,5	Cali, Ibagué y Pereira
				B/manga	2.365,4	Bogotá, Medellín, B/manga, Cúcuta, S. Marta, B/quilla y C/gena
3. Tarifas diferentes	A	$A_1 = 11.000$ $A_2 = 9.000$ $A_3 = 10.500$ $A_4 = 8.000$ $A_5 = 9.500$ $A_6 = 8.500$ $A_7 = 10.000$	3	Cali	1.223,4	Cali, Bogotá y Pereira
				B/quilla	1.237,3	Medellín, B/quilla, S. Marta y C/gena
				B/manga	1.132,9	B/manga, Ibagué y Cúcuta
	B		3	Cali	1.038,4	Cali, Ibagué
				B/quilla	1.858,0	Medellín, B/manga, S. Marta, B/quilla y C/gena
				B/manga	1.536,6	Bogotá, Cúcuta y Pereira

De esta manera, al observar los resultados para los distintos escenarios, se logra evidenciar que el costo de almacenamiento constituye el parámetro de mayor influencia en el modelo actual. Tanto el número como la ubicación de los centros de distribución y sus respectivas asignaciones, presentaron diversas soluciones al variar las tarifas de arriendo en las ciudades candidatas y la demanda del mercado. En unos casos, el programa arrojó que se debía abrir un solo centro de distribución en Bogotá, favoreciendo la simplificación de los recorridos, y por ende, la reducción de los costos de transporte, ya que Bogotá se encuentra en una zona intermedia del territorio colombiano. En otras pruebas, se abrieron dos, tres, cuatro

y hasta cinco centros de distribución, de acuerdo al comportamiento de los costos de arriendo. Para los primero dos escenarios, al ser similares las tarifas por metro cúbico en las diferentes ciudades, la solución tendía a favorecer la localización de varios CEDIs, permitiendo una reducción de los costos de transporte, al encontrarse cerca del mercado asignado, lo cual a su vez beneficia el servicio al cliente en términos de oportunidad en la entrega de la mercancía. Así, a medida que se abren más centros de distribución, los tiempos de respuesta disminuyen claramente, contribuyendo al fortalecimiento de la estrategia enfocada en el buen servicio. Por otro lado, cuando las tarifas de arriendo se diferencian notablemente entre los distintos sitios, el número de CEDIs se redujo a únicamente dos o tres ciudades donde el costo era menor.

Ahora que se logró comprobar la relevancia de los costos de arriendo en el modelo, se continuará con el estudio de la capacidad óptima de los centros de distribución, partiendo de los mismos resultados obtenidos para la ejecución inicial, en la que Cali y Cúcuta fueron las ciudades escogidas para abrir los CEDIs. Este análisis permitirá abordar en detalle la estructura que emplea el modelo para minimizar el espacio requerido en los centros de distribución y por ende, lo costos de almacenamiento.

3.5.2 Capacidad requerida en los centros de distribución

Para determinar la capacidad máxima requerida en los centros de distribución, y así poder albergar los productos que llegan mensualmente desde los diferentes proveedores, el modelo emplea una estructura que permite calcular el espacio máximo en un periodo t , y llevarlo a la función objetivo para reducir el costo de arriendo.

En primer lugar, es importante recalcar que la restricción de capacidad se planteó de la siguiente manera:

$$W_j \geq \sum_p^P \sum_i^I \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j, t$$

Nótese que esta restricción se debe cumplir para todo $t = 1, 2, 3, \dots, 12$. Sin embargo, el subíndice t no está incluido en la parte derecha de la expresión (W_{jt} se cambió por W_j), lo que obliga al modelo a calcular un valor que logre satisfacer la desigualdad para cada uno de los periodos considerados. Por lo tanto, si W_j debe ser mayor o igual al volumen que ocupan los productos que llegan al CEDI en cualquier mes, el modelo tiene que encontrar el periodo donde se necesita más espacio para el almacenamiento de la mercancía, de acuerdo a la cantidad de unidades transportadas y sus respectivas dimensiones, de manera que la capacidad obtenida para ese periodo, alcanzará a cubrir los requerimientos de espacio en los otros meses.

Por otro lado, la capacidad requerida es un valor óptimo que arroja el modelo, ya que el costo de almacenamiento por metro cúbico para cada ciudad, está multiplicado por W_j en la función objetivo. De modo que, al reducirse el costo de arriendo, también se disminuye el espacio máximo necesario en cada CEDI.

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_i^I \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} + 12 \sum_j^J A_j \cdot W_j$$

A continuación se ilustra el proceso que realiza el modelo para determinar la capacidad óptima requerida en uno de los CEDIs que fueron localizados.

Tabla 19. Capacidad óptima requerida en el CEDI de Cúcuta

Cúcuta (W_j)			X_{pijkt}											
ρ	B_p volumen	k	T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
P1	0,1024	K5	335	795	715	209	469	927	157	161	792	306	913	184
P1	0,1024	K6	583	957	187	741	701	700	798	562	84	290	554	573
P1	0,1024	K8	633	650	213	235	625	866	64	224	225	948	292	170
P2	0,0192	K8	105	340	364	802	810	906	657	235	293	8	701	679
P3	0,0411	K5	532	472	538	424	860	391	356	388	695	408	57	976
P3	0,0411	K6	983	228	553	245	699	843	13	228	225	891	800	424
P4	0,0015	K5	111	361	830	579	609	803	244	173	314	334	138	150
P4	0,0015	K8	551	655	558	330	906	954	143	989	601	882	203	900
P5	0,0062	K5	492	490	257	391	177	163	192	746	934	753	254	663
P5	0,0062	K6	343	702	720	876	895	656	35	189	540	944	284	958
P6	0,1359	K5	732	828	933	57	893	915	92	780	712	951	377	608
P6	0,1359	K6	3	124	570	731	785	61	106	233	130	672	996	101
P6	0,1359	K8	345	287	124	273	790	171	352	503	890	406	318	833
P7	0,0455	K5	585	172	380	996	209	766	931	775	692	448	659	903
P7	0,0455	K8	636	65	931	777	180	714	976	446	593	470	198	197
P8	0,0714	K5	954	453	453	66	453	907	806	778	938	945	736	915
P8	0,0714	K6	427	863	369	846	144	305	686	125	434	661	97	222
P10	0,3558	K6	879	732	235	293	122	0	0	0	0	0	0	0
P11	0,0078	K6	799	175	259	445	329	195	570	1000	106	304	951	27
P12	0,0245	K8	750	281	739	808	667	816	837	201	207	695	299	79
P13	0,0046	K5	948	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P13	0,0046	K6	14	59	876	631	904	629	652	964	560	537	315	488
P14	0,0014	K6	731	363	686	881	804	695	326	881	547	471	388	369
P15	0,1213	K8	832	884	266	926	281	733	343	558	559	616	491	643
P16	0,1123	K6	251	776	676	539	741	219	118	738	675	273	906	579
P17	0,103	K5	876	277	358	583	200	52	755	220	487	321	940	798
P17	0,103	K6	751	489	711	819	793	90	497	249	230	318	669	144
P17	0,103	K8	836	546	959	916	429	921	544	755	481	118	251	667
P18	0,0755	K5	289	542	420	840	826	502	370	814	260	885	931	518
P18	0,0755	K6	634	175	1000	169	789	646	713	552	574	291	17	249
P19	0,1629	K8	75	936	956	604	520	451	20	553	383	444	317	758
P20	0,0247	K5	594	984	196	387	26	672	965	96	724	509	799	139
Espacio requerido			1.352	<u>1.393</u>	1.207	1.191	1.207	1.066	7.79	9.51	9.78	1.036	1.073	1.016
MAX_t			1.393 m³											

Así, el centro de distribución de Cúcuta, tendría el espacio apenas necesario para almacenar la mercancía que llegue durante el mes de febrero, periodo en el que se presenta el mayor volumen de demanda. En los meses restantes, por otro lado, habrá capacidad ociosa, dado que no se utilizará todo el espacio disponible en la bodega, situación que también se presenta para el CEDI de Cali, como se observa a continuación.

Tabla 20. Capacidad ociosa en los centros de distribución

		CAPACIDAD OCIOSA											
		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
CÚCUTA	Capacidad utilizada	1352	1393	1207	1191	1207	1066	779	951	978	1036	1073	1016
	Capacidad ociosa	41	0	186	202	186	327	614	442	415	357	320	377
CALI	Capacidad utilizada	2741	3195	2706	2897	3000	2690	2290	3225	3092	2636	2873	2594
	Capacidad ociosa	484	30	519	328	225	535	935	0	133	589	352	631

Tabla 21. Capacidad utilizada VS capacidad ociosa para Cúcuta

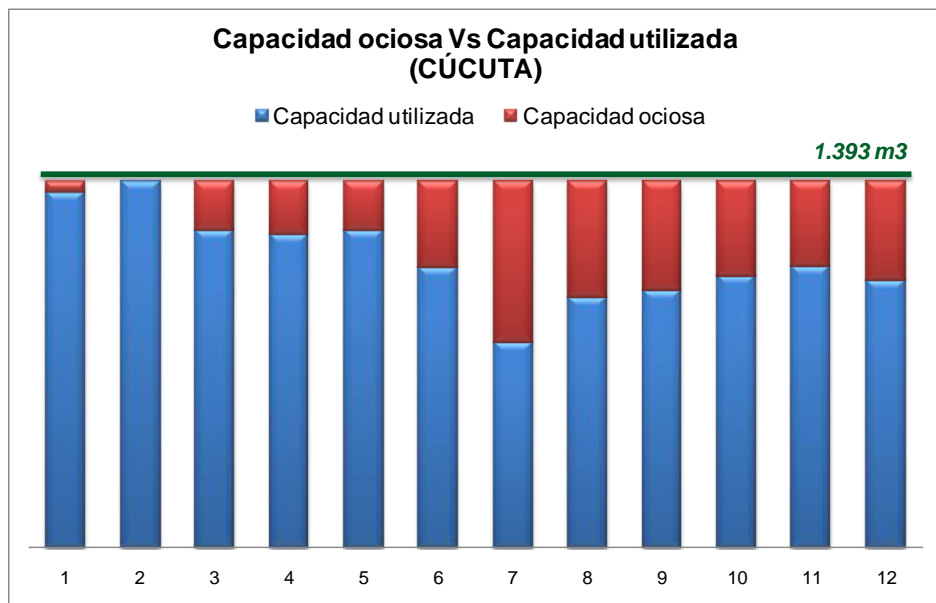
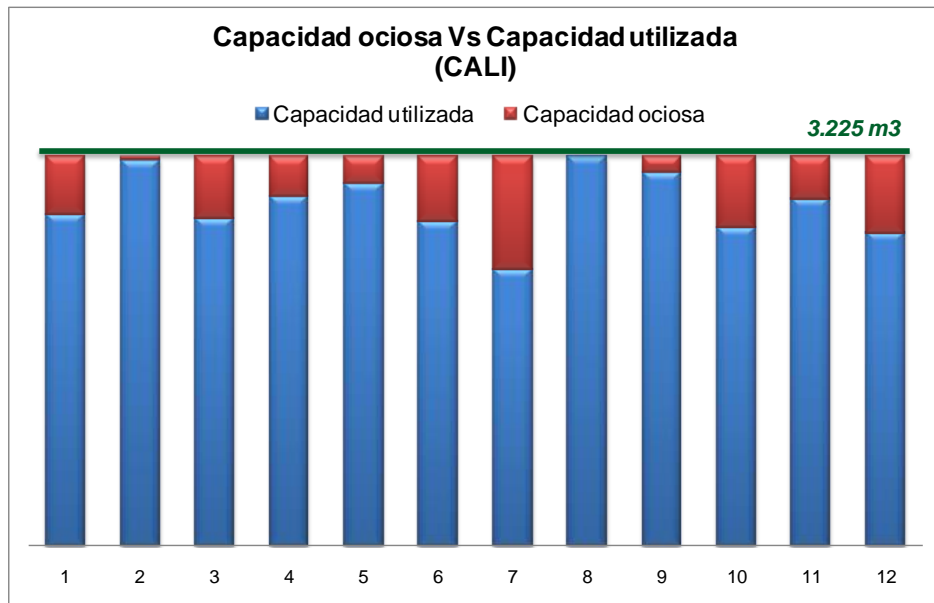


Tabla 22. Capacidad utilizada VS capacidad ociosa para Cali



En total, se presenta un desperdicio anual de capacidad de 8.228 m³.

La capacidad ociosa genera gastos de arriendo innecesarios en los centros de distribución, lo que obliga al modelo a seleccionar las ciudades que tienen las menores tarifas de almacenamiento, en éste caso Cúcuta y Cali. Sin embargo, al incluir el costo de almacenamiento dentro de la función objetivo, la variable W_j toma valores óptimos, lo que garantiza a su vez que la capacidad ociosa también sea mínima.

Para comprobar lo anterior, se planteó una formulación alterna eliminando el costo de almacenamiento de la función objetivo, con lo cual la decisión de localización pasó a depender únicamente de los costos de transporte entre las diferentes rutas. Los resultados obtenidos luego de ejecutar el modelo con los mismos datos, son analizados en detalle a continuación.

3.6 FORMULACIÓN ALTERNA DEL MODELO

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_i^I \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt}$$

Sujeto a:

$$\sum_i^I X_{pijkt} \cdot O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

$$W_j \geq \sum_p^P \sum_i^I \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, \quad t \in T$$

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall: k \in K$$

$$X_{pijkt} \geq 0 \quad (\text{variable entera}) \quad \forall: p \in P, \quad j \in J, \quad k \in K, \quad t \in T$$

$$U_{jk} = \{0,1\} \quad (\text{variable binaria}) \quad \forall: j \in J, \quad k \in K$$

Luego de ejecutar el modelo, eliminando el costo de arriendo de la función objetivo, el programa resolvió abrir seis centros de distribución en Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Bucaramanga e Ibagué, cada uno con sus respectivos clientes asignados. Si bien la solución favorece la reducción de los costos de transporte, al permitir una mayor proximidad en las rutas, los costos de arriendo generados a partir de las capacidades obtenidas, son mucho mayores en comparación con los del modelo original, presentándose un incremento total del 31.4% en el costo anual de la operación, como se muestra en la tabla 23, donde se realiza una comparación de ambos planteamientos.

Se puede observar que para la formulación original, los costos de transporte y arriendo representan el 46,7% y el 53,3 % del costo total anual respectivamente,

mientras que en el nuevo planteamiento, la distribución del costo presenta un comportamiento diferente, como se muestra a continuación.

Tabla 23. Aumento del costo total de la operación, al no incluir el costo de arriendo en la función objetivo

	Capacidad W_j (m ³)	Costo de arriendo A_j (\$/m ³)	Costo de arriendo anual (\$)	Costo de Transporte anual (\$)	COSTO TOTAL (\$)
Modelo Original	$W_2 = 3.225$	7.235	389.835.336 (53,3%)	341.479.258 (46,7%)	731.314.593
	$W_6 = 1.393$	6.571			
Eliminando el costo de arriendo en la F.O	$W_1 = 631$	15.479	716.526.336 (74,5%)	244.396.722 (25,4%)	961.923.058
	$W_2 = 531$	7.235			
	$W_3 = 1.480$	12.412			
	$W_4 = 675$	13.329			
	$W_5 = 991$	11.548			
	$W_7 = 777$	9.383			

De igual forma, la capacidad ociosa anual se aumenta en un 68,3%, al no considerar el costo de arriendo dentro de la función objetivo, pasando de 8.228 m³ a 13.845 m³.

Tabla 24. Aumento de la capacidad ociosa, al no incluir el costo de arriendo en la función objetivo

		CAPACIDAD OCIOSA											
		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
BOGOTÁ	Capacidad utilizada	442	444	356	412	403	336	378	561	394	429	631	477
	Capacidad ociosa	190	187	275	219	228	295	253	70	237	203	0	154
CALI	Capacidad utilizada	487	360	367	496	430	334	295	352	458	374	531	527
	Capacidad ociosa	45	172	165	35	101	197	236	179	73	158	0	5

		CAPACIDAD OCIOSA											
		T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12
MEDELLÍN	Capacidad utilizada	1145	1480	1217	1132	1389	1149	1093	1435	1355	1133	1060	1064
	Capacidad ociosa	335	0	262	347	91	330	386	45	125	346	420	416
B/QUILLA	Capacidad utilizada	405	574	621	574	515	675	352	535	569	564	394	659
	Capacidad ociosa	271	101	54	102	160	0	324	141	106	112	281	16
B/MANGA	Capacidad utilizada	991	954	813	754	831	626	546	593	616	684	833	590
	Capacidad ociosa	0	37	178	238	160	366	445	398	376	307	158	401
IBAGUÉ	Capacidad utilizada	624	777	538	720	638	636	405	700	678	488	496	293
	Capacidad ociosa	153	0	239	57	139	141	372	77	99	289	281	484
CAPACIDAD OCIOSA ANUAL		13.845 m³											

De esta manera, el modelo originalmente propuesto minimiza tanto los costos de transporte, mediante la localización estratégica de centros de distribución y sus respectivas asignaciones, como los costos de almacenamiento, a través de la optimización de la capacidad requerida en los CEDIs.

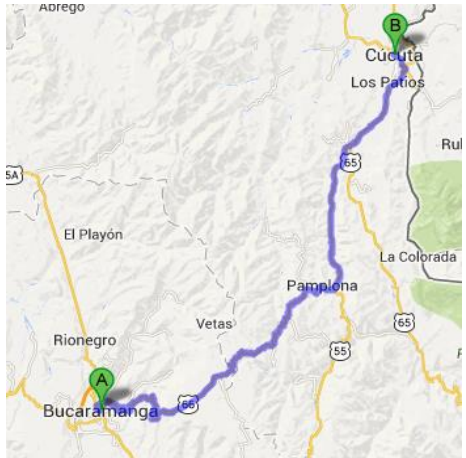
Por otro lado, a pesar de que la formulación alterna no garantiza la minimización de la capacidad requerida en las diferentes bodegas, al reducir de manera amplia los costos de transporte, mediante la localización de varios centros de distribución próximos a los clientes, también favorece la disminución de los recorridos entre las diferentes rutas, lo que se traduce en una mayor capacidad de respuesta o servicio al cliente.

Por lo tanto, en términos generales, el modelo original favorece la minimización del costo total de la operación, y la nueva formulación, garantiza una mejor

oportunidad en el servicio, al optimizar los costos de transporte, y por ende los recorridos entre las rutas. Para comprobar esta afirmación, se efectuó el cálculo de las distancias y los tiempos entre los diferentes trayectos CEDI-Cliente obtenidos para cada planteamiento con la ayuda de la aplicación informática *Google Maps*. A través de este servicio de mapas, se obtiene la distancia en ruta existente entre dos ciudades particulares así como el tiempo que se emplea en ir de una ubicación a otra.

Como ejemplo se ilustra la obtención de la distancia (km) y tiempo (en horas) para el trayecto Bucaramanga - Cúcuta.

Tabla 25. Determinación de la distancia y tiempo para el trayecto Bucaramanga-Cúcuta

INFORMACIÓN DE ENTRADA	VISUALIZACIÓN EN EL MAPA
<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: flex-start;"> <div style="margin-bottom: 5px;"> A Bucaramanga - Santander, Colombia </div> <div style="margin-bottom: 5px;"> B Cúcuta - Norte de Santander, Colombia </div> <div style="margin-bottom: 5px;"> Agregar destino - Mostrar opciones </div> <div style="background-color: #4a86e8; color: white; padding: 5px; border-radius: 4px;">CÓMO LLEGAR</div> </div>	
RESULTADOS	
<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="margin-right: 10px;"> ▼ Rutas sugeridas </div> <div style="background-color: #e8f0fe; padding: 10px; border-radius: 4px; display: flex; justify-content: space-between; align-items: center;"> I-66 y I-55 201 km 3 horas 57 minutos </div> </div>	

Posteriormente, el valor obtenido para el tiempo fue convertido a una sola unidad (horas), con el fin de facilitar los cálculos para los resultados del modelo.

Así para el tiempo obtenido anteriormente entre Bucaramanga y Cúcuta se tiene:

$$3 \text{ horas} + 57 \text{ minutos} \times \frac{1 \text{ hora}}{60 \text{ minutos}} = 3,95 \text{ horas}$$

Los datos obtenidos para las diferentes rutas existentes entre las ciudades se muestran enseguida.

Tabla 26. Distancia en ruta entre las diferentes ciudades

Distancia en ruta (km)	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué
Bogotá	0	462	443	979	407	559	194
Cali	462	0	427	1126	771	970	271
Medellín	443	427	0	699	398	598	339
B/quilla	979	1126	699	0	580	658	992
B/manga	407	771	398	580	0	201	509
Cúcuta	559	970	598	658	201	0	712
Ibagué	194	271	339	992	509	712	0
S. Marta	938	1211	792	102	537	615	950
C/gena	1052	1065	639	131	651	729	1063
Pereira	319	213	215	912	558	762	123

Tabla 27. Tiempo en ruta entre las diferentes ciudades

Tiempo (h)	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué
Bogotá	0,00	7,88	7,67	15,58	7,08	9,60	3,38
Cali	7,88	0,00	6,85	18,18	12,35	16,18	4,72
Medellín	7,67	6,85	0,00	11,42	6,87	10,70	6,45
B/quilla	15,58	18,18	11,42	0,00	9,32	11,18	15,28
B/manga	7,08	12,35	6,87	9,32	0,00	3,95	8,13
Cúcuta	9,60	16,18	10,70	11,18	3,95	0,00	12,02
Ibagué	3,38	4,72	6,45	15,28	8,13	12,02	0,00
S. Marta	14,88	18,87	13,00	2,10	8,57	10,45	14,72
C/gena	16,97	17,37	10,60	2,12	10,65	12,53	16,82
Pereira	5,77	3,30	3,97	15,18	9,40	13,30	2,53

Así, a partir de las asignaciones obtenidas para ambas formulaciones, por medio de la variable U_{jk} , se calcularon los tiempos y las distancias entre las diferentes

rutas CEDI-Cliente, encontrándose que éstos son menores cuando no se incluye el costo de arriendo en la función objetivo, como se evidencia a continuación.

Tabla 28. Distancia entre centros de distribución y clientes

Distancia en ruta CEDI-Cliente (Km)			CENTROS DE DISTRIBUCIÓN							
			Modelo Original		Formulación alterna					
			Cali	Cúcuta	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Ibagué
			J2	J6	J2	J2	J3	J4	J5	J7
CLIENTES	Bogotá	K1	462	-	0	-	-	-	-	-
	Cali	K2	0	-	-	0	-	-	-	-
	Medellín	K3	427	-	-	-	0	-	-	-
	B/quilla	K4	1126	-	-	-	-	0	-	-
	B/manga	K5	-	201	-	-	-	-	0	-
	Cúcuta	K6	-	0	-	-	-	-	201	-
	Ibagué	K7	271	-	-	-	-	-	-	0
	S. Marta	K8	-	615	-	-	-	102	-	-
	C/gena	K9	1065	-	-	-	639	-	-	-
	Pereira	K10	213	-	-	-	215	-	-	-
Distancia total			4.380 Km		1.157 Km					

La distancia total que se tiene que recorrer entre los centros de distribución y sus respectivos clientes asignados se reduce un 73,6%, mientras que el tiempo disminuye un 71.6%. Este resultado, por supuesto, está asociado a la reducción del costo de transporte, que en bajó un 16%.

Tabla 29. Tiempos entre centros de distribución y clientes

Tiempo en ruta CEDI-Cliente (Km)			CENTROS DE DISTRIBUCIÓN							
			Modelo Original		Formulación alterna					
			Cali	Cúcuta	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Ibagué
			J2	J6	J2	J2	J3	J4	J5	J7
CLIENTES	Bogotá	K1	7,883	-	0,00	-	-	-	-	-
	Cali	K2	0	-	-	0,00	-	-	-	-
	Medellín	K3	6,85	-	-	-	0,00	-	-	-
	B/quilla	K4	18,18	-	-	-	-	0,00	-	-
	B/manga	K5	-	3,95	-	-	-	-	0,00	-
	Cúcuta	K6	-	0	-	-	-	-	3,95	-
	Ibagué	K7	4,717	-	-	-	-	-	-	0,00
	S. Marta	K8	-	10,45	-	-	-	2,10	-	-
	C/gena	K9	17,37	-	-	-	10,60	-	-	-
	Pereira	K10	3,3	-	-	-	3,97	-	-	-
Tiempo total			73 h		21 h					

Por lo tanto, teniendo en cuenta que el costo de transporte está directamente relacionado con la oportunidad en el servicio, se proponen diferentes escenarios con el fin de realizar una comparación de ambos planteamientos, en términos de la relación costo beneficio de cada uno, considerando el costo de transporte como una medida de la capacidad de respuesta de los centros de distribución; esto, mediante la variación de parámetros esenciales como la demanda y los costos de arriendo por metro cúbico.

Tabla 30. Escenarios para la comparación de los dos planteamientos

COSTOS DE ARRIENDO				Demanda
Sitio j	A_j			
	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 3	
Bogotá	15.479	9.000	7.500	Distribución uniforme (datos aleatorios)
Cali	7.235	8.000	6.000	
Medellín	12.412	9.500	7.000	
B/quilla	13.329	10.000	7.000	
B/manga	11.548	8.500	6.500	
Cúcuta	6.571	7.500	7.000	
Ibagué	9.383	9.000	6.500	

De esta forma, se realizaron varias pruebas para los diferentes escenarios, calculando los costos de transporte y arriendo obtenidos tanto en el modelo original como en el alterno, especificando el número y la localización de los centros de distribución abiertos.

Tabla 31. Comparación de resultados para los diferentes escenarios

ESC.	Prueba	Modelo	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Costo de arriendo (\$)	Costo de transporte (\$)	COSTO TOTAL (\$)
1	1	Original	2	Cali Cúcuta	297.253.390	284.696.120	581.949.510
		Alterno	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	577.052.619	198.151.285	775.203.904
	2	Original	2	Cali Cúcuta	314.797.813	310.097.370	624.895.183
		Alterno	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	644.577.540	218.835.008	863.412.548
	3	Original	2	Cali Cúcuta	340.210.245	307.924.205	648.134.450

ESC.	Prueba	Modelo	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Costo de arriendo (\$)	Costo de transporte (\$)	COSTO TOTAL (\$)	
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	676.289.306	214.025.974	890.315.280	
2	1	Original	4	Cali B/quilla B/manga Cúcuta	463.594.464	270.870.769	734.465.233	
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	544.556.460	247.579.304	792.135.764	
	2	Original	3	Cali Medellín B/manga	513.364.878	274.961.927	788.326.805	
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	592.438.416	265.738.221	858.176.637	
	3	Original	1	Bogotá	368.754.552	222.090.452	590.845.004	
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	447.453.126	195.582.910	643.036.036	
	3	1	Original	5	Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	349.985.856	219.045.508	569.031.364
			Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	382.274.382	216.329.484	598.603.866
2		Original	4	Cali Medellín B/quilla B/manga	281.829.900	189.393.466	471.223.366	

ESC.	Prueba	Modelo	Número de CEDI's	Sitios escogidos	Costo de arriendo (\$)	Costo de transporte (\$)	COSTO TOTAL (\$)
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	313.756.524	184.856.899	498.613.423
	3	Original	3	Cali B/quilla B/manga	380.514.336	252.684.115	633.198.451
		Alternativo	6	Bogotá Cali Medellín B/quilla B/manga Ibagué	450.698.238	231.494.766	682.193.004

Los resultados muestran que en todas las pruebas realizadas, el costo anual de transporte es menor para la formulación alterna, y el costo de arriendo es más bajo en el modelo original.

Asimismo, con el fin de realizar una comparación más profunda de los dos planteamientos, se llevó a cabo una ponderación de los factores Costo y Servicio en los diferentes escenarios, teniendo en cuenta que para el calcular la contribución de cada factor, se asigna una calificación de 100 al modelo que presente el mejor resultado, y con base en este, se determina el puntaje para el otro modelo, como se muestra a continuación:

$$FACTOR COSTO = \frac{Costo\ total_i}{\min_i\{Costo\ total\}}$$

$$FACTOR SERVICIO = \frac{Costo\ de\ transporte_i}{\min_i\{Costo\ de\ transporte\}}$$

donde $i = \begin{matrix} 1 & \text{Modelo original} \\ 2 & \text{Formulación alterna} \end{matrix}$

De esta forma, el modelo original siempre tendrá una calificación de 100 en el factor costo, de la misma manera que para el alterno, el factor servicio tomará el máximo valor.

Luego de calcular el puntaje correspondiente a los dos factores, se realizó la respectiva ponderación, teniendo en cuenta diferentes pesos porcentuales para cada uno, entendiendo que las empresas pueden favorecer el costo o el servicio, de acuerdo a su enfoque estratégico. Así, por ejemplo, si la firma está interesada principalmente en mejorar su nivel de servicio, asignará a este factor un peso del 60, 70, u 80 %. De lo contrario, si la mayor preocupación reside en optimizar el costo de la operación, deberá añadir peso a dicho factor.

Tabla 32. Ponderación de los factores Costo y Servicio en los dos modelos

COSTO vs BENEFICIO						Ponderación			
						Factor		Factor	
						Costo	Servicio	Costo	Servicio
ESC.	Prueba	Modelo	Factor		PROMEDIO (50-50)	60%	40%	40%	60%
			COSTO	SERVICIO					
1	1	Original	100,0%	69,6%	84,8%	87,8%	81,8%		
		Alterno	75,1%	100,0%	87,5%	85,0%	90,0%		
	2	Original	100,0%	70,6%	85,3%	88,2%	82,3%		
		Alterno	72,4%	100,0%	86,2%	83,4%	89,0%		
	3	Original	100,0%	69,5%	84,8%	87,8%	81,7%		
		Alterno	72,8%	100,0%	86,4%	83,7%	89,1%		
2	1	Original	100,0%	91,4%	95,7%	96,6%	94,8%		
		Alterno	92,7%	100,0%	96,4%	95,6%	97,1%		
	2	Original	100,0%	96,6%	98,3%	98,7%	98,0%		
		Alterno	91,9%	100,0%	95,9%	95,1%	96,7%		
	3	Original	100,0%	88,1%	94,0%	95,2%	92,8%		
		Alterno	91,9%	100,0%	95,9%	95,1%	96,8%		
3	1	Original	100,0%	98,8%	99,4%	99,5%	99,3%		
		Alterno	95,1%	100,0%	97,5%	97,0%	98,0%		

COSTO vs BENEFICIO						Ponderación			
						Factor		Factor	
ESC.	Prueba	Modelo	Factor			Costo	Servicio	Costo	Servicio
					PROMEDIO	60%	40%	40%	60%
	2	Original	100,0%	97,6%	98,8%	99,0%		98,6%	
		Alterno	94,5%	100,0%	97,3%	96,7%		97,8%	
	3	Original	100,0%	91,6%	95,8%	96,6%		95,0%	
		Alterno	92,8%	100,0%	96,4%	95,7%		97,1%	

Los resultados muestran que para los escenarios 2 y 3, donde el costo de arriendo por metro cúbico es semejante en los diferentes sitios candidatos, favoreciendo la localización de varios centros de distribución, el factor servicio aumenta para el modelo original, permitiendo que en tres de las pruebas, éste obtuviera un puntaje superior, aun cuando se asignó al costo un peso de solo el 40%.

Por otro lado, al determinar la distribución del costo total en los rubros de arriendo y transporte, se observa que el modelo original garantiza un mayor equilibrio de los costos, al arrojar una solución óptima para el problema, mientras que en el modelo alterno, la baja participación de los costos de transporte, implica que se debe incurrir en excesivos costos de almacenamiento. Por lo tanto, en términos de la distribución del costo (%arriendo vs %transporte), el modelo original permite que las estrategias de ahorro y servicio al cliente se combinen de manera óptima para maximizar la efectividad de la cadena de suministro.

Tabla 33. Distribución del costo en el modelo original

	Esc.	Prueba	% Costos de arriendo	% Costos de transporte	Distribución del costo
MODELO ORIGINAL	1	1	51,1%	48,9%	$(51,1\%)*(48,9\%) = 24,99\%$
		2	50,4%	49,6%	25,00%
		3	52,5%	47,5%	24,94%
	2	1	63,1%	36,9%	23,28%
		2	65,1%	34,9%	22,71%
		3	62,4%	37,6%	23,46%
	3	1	61,5%	38,5%	23,68%
		2	59,8%	40,2%	24,04%
		3	60,1%	39,9%	23,98%

Tabla 34. Distribución del costo en el modelo alterno

	Esc.	Prueba	% Costos de arriendo	% Costos de transporte	Distribución del costo
MODELO ALTERNO	1	1	74,4%	25,6%	19,03%
		2	74,7%	25,3%	18,92%
		3	76,0%	24,0%	18,26%
	2	1	68,7%	31,3%	21,49%
		2	69,0%	31,0%	21,38%
		3	69,6%	30,4%	21,16%
	3	1	63,9%	36,1%	23,08%
		2	62,9%	37,1%	23,33%
		3	66,1%	33,9%	22,4%

4. CONSOLIDACIÓN DE INFORMACIÓN PARA LA VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Con el fin de efectuar la validación del modelo original propuesto como solución problema de localización de centros de distribución, se procedió a realizar la búsqueda de una empresa en la ciudad de Bucaramanga que hiciera parte de una cadena logística de tres eslabones, de tal forma que se pudieran obtener datos reales para alimentar el modelo y verificar los resultados obtenidos.

De esta manera, se contó con el soporte de la empresa ATENAS Ltda⁴¹, la cual brindó información referente a los productos fabricados y comercializados y datos correspondientes a sus pesos y volúmenes, necesarios para la comprobación del modelo, así como las demandas de los clientes para un periodo de cinco años (2008-2012), sus ubicaciones y los distintos proveedores que posee la empresa.

Asimismo, es importante resaltar que la inclusión de dichos datos en la herramienta informática GAMS, utiliza la misma notación expuesta anteriormente en el numeral 3.3 para la formulación del modelo matemático original.

4.1 INFORMACIÓN RECOLECTADA

4.1.1 Proveedores

Atenas Ltda., cuenta en la actualidad tanto con proveedores nacionales como internacionales para suplir la demanda de sus clientes.

Los proveedores nacionales se encuentran localizados en las ciudades de Medellín y Bucaramanga y se especializan en un grupo particular de productos. Los tapetes anti fatiga utilizados principalmente en el sector industrial, al igual que

⁴¹ El nombre de la empresa fue cambiado como parte de un acuerdo de confidencialidad realizado entre los autores del proyecto y la organización.

otras referencias son suministrados por el proveedor ubicado en Medellín, mientras que los tapetes que han sufrido un proceso de transformación y adecuación en conformidad con las especificaciones de los clientes, así como aquellos que corresponden a la marca propia de la empresa, son transportados desde el proveedor de Bucaramanga.

Los proveedores Internacionales se localizan principalmente en China y Japón, y surten las distintas materias primas necesarias para la elaboración de los tapetes, las cuales también son demandadas por diversos grupos de clientes, e ingresan a Colombia a través de los puertos de Barranquilla y Buenaventura.

De esta forma, para la inclusión de los proveedores en GAMS se utiliza la notación que se muestra a continuación:

Tabla 35. Notación para la inclusión de los proveedores en GAMS

PROVEEDORES	
I1	Bucaramanga
I2	Buenaventura
I3	Barranquilla
I4	Medellín

4.1.2 Productos

Los productos ofrecidos por Atenas Ltda., se encuentran clasificados en diferentes categorías entre las que se destacan los tapetes anti fatiga, tapetes transformados con sus respectivos perfiles y tapetes atrapa mugre entre otros.

Para la validación del modelo se seleccionaron en total 50 grupos de productos de las principales categorías, los cuales poseían las demandas más altas y aportaban de manera significativa a las utilidades de la empresa según información proporcionada por el gerente de la misma.

La lista completa de los productos incluidos en la solución del problema se puede apreciar en el Anexo 2. Lista de productos de Atenas Ltda.

Para la determinación de la demanda de los productos se contó con la asistencia de las bases de datos de la empresa, obteniéndose los resultados correspondientes al periodo 2008-2012.

Enseguida, se realizó una proyección de la demanda de los 50 productos seleccionados, teniendo en cuenta los valores presentados en los últimos cinco años, y cuyos resultados finales pueden apreciarse en el Anexo 3. Demanda de los productos de Atenas Ltda.

4.1.3 Oferta de productos

Según lo estipulado anteriormente, la empresa cuenta con proveedores especializados para las distintas categorías de productos que son ofrecidas a los clientes. Para los grupos de productos seleccionados, se realizaron las asignaciones Proveedor-Grupo de productos correspondientes, para facilitar su inclusión en GAMS como se muestra a continuación.

Tabla 36. Productos ofrecidos por el proveedor de Medellín

PROVEEDOR MEDELLÍN (14)	P1	TEP C
	P2	TEP C MD
	P3	TEP C MN
	P4	TEP SM
	P5	TEP XP
	P6	TEP XO
	P7	TEP MD
	P8	TEP MN
	P9	TEP BO
	P10	TEP ES AC
	P11	RAUM B
	P12	RAUM NEG

En la tabla 36, se muestran los diferentes productos ofrecidos por el proveedor ubicado en la ciudad de Medellín, y que corresponden a la serie P1-P12.

De igual forma, para representar la oferta de dichos productos en el modelo matemático, se utiliza el parámetro O_{ip} presentado en el capítulo 3, el cual asume valores de 1, si el proveedor i es capaz de ofrecer el producto p . Así, por ejemplo, la notación utilizada en GAMS para indicar la oferta del proveedor de Medellín, incluye valores de uno (1) para los productos P1, P2, P3, ..., P12, y es cero (0) para los 38 grupos restantes, como se ilustra en la tabla 37.

Tabla 37. Representación de la oferta del proveedor I1 (Medellín) en GAMS

PROVEEDOR Medellín (I4)	
P1	1
P2	1
P3	1
P4	1
P5	1
P6	1
P7	1
P8	1
P9	1
P10	1
P11	1
P12	1
P13	0
P14	0
⋮	⋮
P50	0

4.1.4 Clientes

Atenas Ltda. cuenta con un total de 3173 clientes distribuidos en diferentes regiones del país. Con el fin de facilitar la incorporación de los datos correspondientes a la ubicación de los clientes en GAMS, se realizó la agrupación de los clientes de acuerdo a las ciudades en las cuales se encuentran localizados.

De esta forma, con la ayuda del directorio de clientes de la empresa, se procedió a realizar el filtro correspondiente a las ciudades de los clientes, y los resultados obtenidos se muestran a continuación.

Tabla 38. Localización de los clientes

CLIENTES	
K1	Bogotá
K2	Cali
K3	Medellín
K4	Barranquilla
K5	Bucaramanga
K6	Ibagué
K7	Cúcuta
K8	Santa Marta
K9	Pereira
K10	Manizales
K11	Armenia
K12	Montería
K13	Pasto
K14	Cartagena

4.1.5 Sitios candidatos para la ubicación de los centros de distribución

Para la selección de las ciudades candidatas para la ubicación de los centros de distribución, la empresa Atenas Ltda. sugirió aquellos lugares en los que se encontraban ubicados los clientes que presentaban los más altos valores de demanda de productos, de tal manera que se pudiera atender de forma mucho más oportuna sus requerimientos.

De esta forma, tomando nuevamente como referencia las bases de datos de la organización, se determinaron aquellas regiones que agrupaban a los clientes que demandaban mayor cantidad de productos, obteniéndose los resultados mostrados en la tabla 39, como sitios candidatos para la localización de los centros de distribución.

Tabla 39. Sitios candidatos para la localización de centros de distribución

ALTERNATIVAS DE LOCALIZACIÓN PARA LOS CEDIs	
J1	Bogotá
J2	Cali
J3	Medellín
J4	Barranquilla
J5	Bucaramanga
J6	Cúcuta
J7	Ibagué
J8	Santa Marta
J9	Pereira
J10	Manizales

4.1.6 Costos de transporte

Para la determinación de los costos de transporte se utilizó de igual forma el manual de Tarifas Corporativas 2012-2013 de la empresa Coordinadora Mercantil S.A. Como ejemplo ilustrativo, se presenta el procedimiento utilizado para establecer el costo de transporte entre las ciudades de Barranquilla y Bogotá.

En primer lugar, se ubica en la fila de origen la ciudad desde la cual se desea enviar la mercancía **(1)**. A continuación, se localiza la ciudad a la cual deben llegar los productos en la columna de destino **(2)**. La intersección da como resultado el costo de transporte requerido **(3)**.

Figura 27. Cálculo del costo de transporte Barranquilla-Bogotá

Destino \ Origen	Mercancías	Código	Origen			
			B/quilla-Sta Marta	Bogotá	B/manga	
Población (Departamento)			7		6	
Barranquilla (Atlántico)				653		
Bayunca (Bolívar)	RE	9	615	N	1,044	N
Belen de Umbria (Risaralda)	RE	4	1,259	O	820	O
Belencito (Boyacá)	RE	1	1,259	O	556	N
Bello (Antioquia)	D	2	430	N	452	N
Betulia (Antioquia)	RE	2	1,259	O	1,230	O

Fuente: Coordinadora Mercantil S.A

Así, el costo de transporte entre Bogotá y Barranquilla corresponde a 688 pesos por Kilogramo de producto enviado.

Este procedimiento fue realizado para cada una de las posibles conexiones que se podían establecer entre los Proveedores y los sitios candidatos para el establecimiento de los centros de distribución, así como las conexiones entre estos últimos y los clientes de la empresa, cuyos resultados pueden apreciarse en las tablas 40 y 41.

Tabla 40. Costos de transporte de los proveedores a los sitios candidatos para la ubicación de centros de distribución

C_{ij} (\$/Kg)			ORIGEN			
			Bucaramanga	Buenaventura	Barranquilla	Medellín
			I1	I2	I3	I4
DESTINO	Bogotá	J1	358	924	707	439
	Cali	J2	653	358	707	439
	Medellín	J3	407	924	407	212
	Barranquilla	J4	407	1193	212	407
	Bucaramanga	J5	212	957	479	439
	Cúcuta	J6	314	1193	811	777
	Ibagué	J7	707	957	936	439
	Santa Marta	J8	358	1193	707	653
	Pereira	J9	407	777	407	439
	Manizales	J10	624	811	707	439

Tabla 41. Costos de transporte de los sitios candidatos para la ubicación de centros de distribución a los clientes

G_{jk} (\$/Kg)			ORIGEN									
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S. Marta	Pereira	Manizales
			J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10
DESTINO	Bogotá	K1	222	439	439	707	358	580	259	707	358	358
	Cali	K2	439	212	439	707	653	777	314	707	358	358
	Medellín	K3	439	439	212	407	407	707	314	407	358	358
	B/quilla	K4	653	653	407	212	407	733	707	212	653	653
	B/manga	K5	439	896	439	479	212	314	624	479	707	777
	Cúcuta	K6	1089	991	777	811	314	212	811	811	991	991
	Ibagué	K7	439	439	439	936	707	811	212	936	358	358
	S. Marta	K8	991	991	653	212	707	957	991	212	991	991
	Pereira	K9	439	407	439	707	624	811	278	707	212	212
	Manizales	K10	439	407	439	707	624	811	278	707	212	212
	Armenia	K11	526	526	526	896	653	896	278	896	212	212
	Montería	K12	957	957	439	336	957	1273	957	580	1089	1089
	Pasto	K13	896	427	896	1273	1193	1299	811	1273	811	811
	C/gena	K14	733	733	407	259	624	811	759	259	675	675

4.1.7 Volumen

El volumen de los productos corresponde a un elemento fundamental del modelo matemático propuesto, ya que a partir de él se determina la capacidad que deben tener los centros de distribución a localizar. Por tal motivo, fue necesario determinar para cada uno de los grupos de productos el volumen correspondiente a partir de sus fichas técnicas.

Como ejemplo ilustrativo, se muestra el cálculo de volumen para el grupo correspondiente al Tap LX.

Tabla 42. Cálculo del volumen correspondiente al grupo Tap LX

	Largo (m)	Ancho (m)	Alto (m)	Volumen (Largo x ancho x alto) (m ³)
Tap LX	1	1	0,01	0,01

4.1.8 Peso

El peso corresponde de igual forma a un elemento imprescindible para la solución del modelo matemático, ya que el valor del flete fijo que se cobra por el transporte de las mercancías se obtiene multiplicando los costos de transporte encontrados anteriormente con la cartilla de Tarifas Corporativas de la empresa Coordinadora Mercantil S.A. por el peso a liquidar.

Para obtener el valor del peso a liquidar, es necesario determinar el valor de dos tipos de pesos:

- **Peso real:** corresponde al valor que cada unidad registra en la báscula.
- **Peso volumen:** es el valor que se obtiene multiplicando **el ancho por el alto por el largo** de cada unidad. Este volumen se multiplica por 400, el cual corresponde al factor de equivalencia por cada metro cúbico.

De esta forma, el peso a liquidar para los productos se obtiene eligiendo el mayor valor resultante de la comparación entre el peso real y el peso volumen.

Así, para cada uno de los artículos se determinó el peso real a partir de las fichas técnicas proporcionadas por la empresa, y a continuación se procedió a calcular el peso volumen correspondiente, de tal forma que se pudiera realizar la comparación entre dichos valores y obtener el dato del peso a liquidar como se muestra a continuación para el Tap LX.

Tabla 43. Cálculo del peso a liquidar para el grupo de productos Tap LX

	LARGO (m)	ANCHO (m)	ALTO (m)	VOLUMEN (m ³)	PESO VOLUMEN (Kg)	PESO REAL (Kg)	PESO A LIQUIDAR (Kg)
Tap LX	1	1	0,01	0,01	4	4,2	4,2

4.1.9 Costos de arriendo

De acuerdo a la descripción realizada en el numeral 3.4.5, el costo de almacenamiento en los diferentes sitios candidatos, corresponde a un precio promedio de arriendo por metro cúbico para cada ciudad. Dicho valor se obtuvo a partir de consultas y cotizaciones a varias empresas que ofrecen el servicio de bodegaje personalizado en Colombia, las cuales a diferencia de la mayoría de inmobiliarias, cuentan con tarifas por metro cúbico.

De esta forma, se obtuvieron los siguientes costos de arriendo para los sitios candidatos propuestos para la localización de centros de distribución.

Tabla 44. Costo de arriendo por metro cúbico para los sitios candidatos j

A_j (\$/m ³)		COSTO DE ARRIENDO
SITIO CANDIDATO	Bogotá	J1 15.479
	Cali	J2 7.235
	Medellín	J3 12.412
	B/quilla	J4 13.329
	B/manga	J5 11.548
	Cúcuta	J6 6.571
	Ibagué	J7 9.383
	S. Marta	J8 11505
	Pereira	J9 7270
	Manizales	J10 7724

4.1.10 Distancias y tiempos

Para la determinación de las distancias que deben recorrer los productos desde los centros de distribución hasta los clientes, se contó de igual forma con la ayuda de la aplicación informática Google Maps como se describió en el numeral 3.6 y los resultados pueden ser apreciados en las tablas 45 y 46.

Tabla 45. Distancias de los trayectos sitios candidatos - clientes

			ORIGEN									
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S. Marta	Pereira	Manizales
			J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10
DESTINO	Bogotá	K1	0	462	443	979	407	559	194	938	319	305
	Cali	K2	462	0	427	1126	771	970	271	1211	213	261
	Medellín	K3	443	427	0	699	398	598	339	792	215	194
	B/quilla	K4	979	1126	699	0	580	658	992	102	912	893
	B/manga	K5	407	771	398	580	0	201	509	537	558	509
	Cúcuta	K6	559	970	598	658	201	0	712	615	762	708
	Ibagué	K7	194	271	339	992	509	712	0	950	123	176

			ORIGEN									
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S. Marta	Pereira	Manizales
			J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10
DESTINO	S. Marta	K8	938	1211	792	102	537	615	950	0	1000	949
	Pereira	K9	319	213	215	912	558	762	123	998	0	52
	Manizales	K10	302	265	200	897	508	712	174	948	53.8	0
	Armenia	K11	284	184	263	960	601	804	87.3	1041	50.2	100
	Montería	K12	814	833	406	345	716	795	742	438	621	600
	Pasto	K13	723	384	801	1498	1145	1276	643	1585	588	638
	C/gena	K14	1052	1065	639	131	651	729	1063	231	854	832

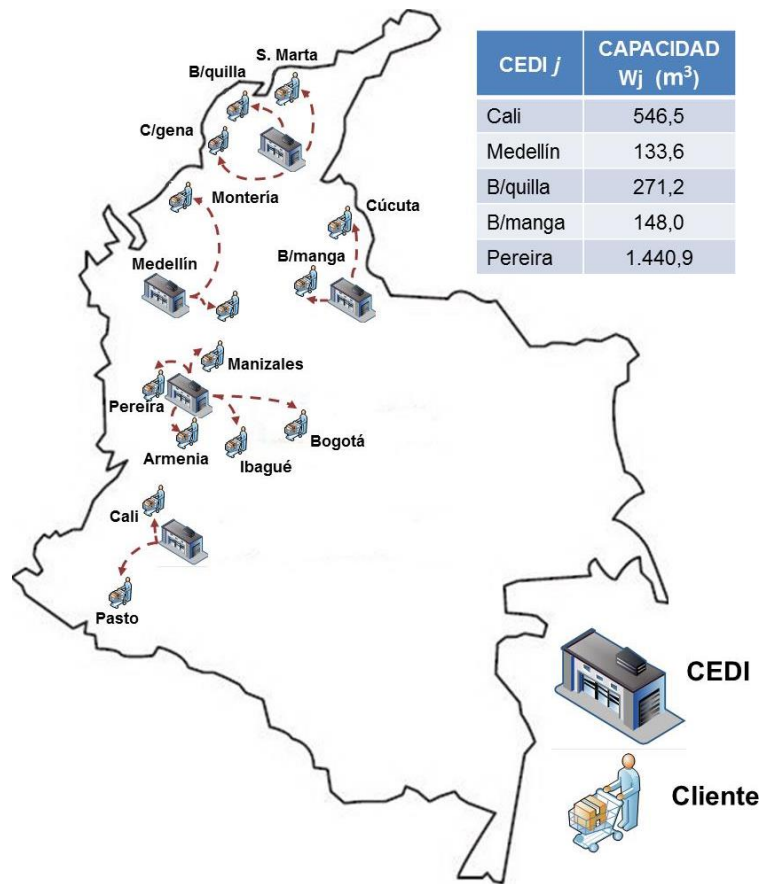
Tabla 46. Tiempos de los trayectos sitios candidatos - clientes

			ORIGEN									
			Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S. Marta	Pereira	Manizales
			J1	J2	J3	J4	J5	J6	J7	J8	J9	J10
DESTINO	Bogotá	K1	0.00	7.88	7.67	15.58	7.08	9.60	3.38	14.88	5.77	6.00
	Cali	K2	7.88	0.00	6.85	18.18	12.35	16.18	4.72	18.87	3.30	4.05
	Medellín	K3	7.67	6.85	0.00	11.42	6.87	10.70	6.45	13.00	3.97	3.58
	B/quilla	K4	15.58	18.18	11.42	0.00	9.32	11.18	15.28	2.10	15.18	14.90
	B/manga	K5	7.08	12.35	6.87	9.32	0.00	3.95	8.13	8.57	9.40	8.53
	Cúcuta	K6	9.60	16.18	10.70	11.18	3.95	0.00	12.02	10.45	13.30	12.37
	Ibagué	K7	3.38	4.72	6.45	15.28	8.13	12.02	0.00	14.72	2.53	3.62
	S. Marta	K8	14.88	18.87	13.00	2.10	8.57	10.45	14.72	0.00	15.95	15.03
	Pereira	K9	5.77	3.30	3.97	15.18	9.40	13.30	2.53	15.83	0.00	1.13
	Manizales	K10	5.87	4.07	3.70	14.92	8.52	12.42	3.48	14.97	1.15	0.00
	Armenia	K11	5.32	2.88	4.85	16.07	10.10	13.98	2.10	16.53	1.07	2.02
	Montería	K12	14.03	13.60	6.83	5.55	11.53	13.40	13.03	7.17	10.70	10.33
	Pasto	K13	13.20	6.80	13.25	24.00	18.67	22.42	11.00	25.00	9.57	10.42
	C/gena	K14	16.97	17.37	10.60	2.12	10.65	12.53	16.82	3.88	14.45	14.08

4.2 RESULTADOS OBTENIDOS PARA LA EMPRESA

Luego de recopilar toda la información de la empresa Atenas LTDA, se procedió a ejecutar el modelo en GAMS CPLEX, en base a la formulación original, dado que, a partir del análisis comparativo realizado en el apartado 3.6, se logró comprobar que ésta permite la óptima combinación de los costos de transporte y arriendo, favoreciendo tanto el ahorro, como el servicio al cliente. Los resultados obtenidos muestran que se deben abrir cinco centros de distribución en las ciudades de Medellín, Cali, Bucaramanga, Pereira y Barranquilla, cada uno de los cuales deberá atender la demanda de los clientes que le fueron asignados, como se ilustra a continuación:

Figura 28. Solución obtenida para la empresa ATENAS LTDA.



Cada centro de distribución cuenta con una capacidad óptima, suficiente para albergar la mercancía que llega desde los diferentes proveedores para cumplir la demanda de los clientes.

Asimismo, al observar el mapa del plano de Colombia, se logra apreciar que el modelo asignó los clientes a los CEDIs de tal manera que se permitiera la minimización de los recorridos y los tiempos entre las diferentes rutas, garantizando un óptimo nivel de servicio y una mayor capacidad de respuesta al interior de la cadena de abastecimiento; las distancias y tiempos calculados para las rutas obtenidas se muestran a continuación.

Tabla 47. Distancias entre CEDIs y clientes para la solución del problema real

Distancia en ruta CEDI-Cliente (Km)			CENTROS DE DISTRIBUCIÓN				
			Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Pereira
			J2	J3	J4	J5	J9
CLIENTES	Bogotá	K1	-	-	-	-	319
	Cali	K2	0	-	-	-	-
	Medellín	K3	-	0	-	-	-
	B/quilla	K4	-	-	0	-	-
	B/manga	K5	-	-	-	0	-
	Cúcuta	K6	-	-	-	201	-
	Ibagué	K7	-	-	-	-	123
	S. Marta	K8	-	-	102	-	-
	Pereira	K9	-	-	-	-	0
	Manizales	K10	-	-	-	-	53,8
	Armenia	K11	-	-	-	-	50,2
	Montería	K12	-	406	-	-	-
	Pasto	K13	384	-	-	-	-
	C/gena	K14	-	-	131	-	-
Distancia total			1.770 Km				

Tabla 48. Tiempos entre CEDIs y clientes para la solución del problema con datos reales

Tiempo en ruta CEDI-Cliente (Km)			CENTROS DE DISTRIBUCIÓN				
			Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Pereira
			J2	J3	J4	J5	J9
CLIENTES	Bogotá	K1	-	-	-	-	5,77
	Cali	K2	0,00	-	-	-	-
	Medellín	K3	-	0,00	-	-	-
	B/quilla	K4	-	-	0,00	-	-
	B/manga	K5	-	-	-	0,00	-
	Cúcuta	K6	-	-	-	3,95	-
	Ibagué	K7	-	-	-	-	2,53
	S. Marta	K8	-	-	2,10	-	-
	Pereira	K9	-	-	-	-	0,00
	Manizales	K10	-	-	-	-	1,15
	Armenia	K11	-	-	-	-	1,07
	Montería	K12	-	6,83	-	-	-
	Pasto	K13	6,80	-	-	-	-
	C/gena	K14	-	-	2,12	-	-
Tiempo total			32,3 h				

De igual forma, al determinar la distribución del costo total de la operación en los rubros de arriendo y transporte, se puede observar que el modelo encontró una solución que garantiza la óptima combinación de las variables involucradas en la de decisión, de tal manera que, minimizando la capacidad de los centros de distribución y los costos de envío de la mercancía, logra favorecer tanto al ahorro, como el servicio oportuno al cliente.

Tabla 49. Distribución del costo total de la operación para el problema real

	Arriendo (ahorro)	Transporte (servicio)
Costo	\$ 256.938.920	\$ 979.533.475
%	20,8%	79,2%
COSTO TOTAL	\$ 1.236.472.395	

La menor participación de los costos de arriendo en la función objetivo, se explica a partir de los bajos volúmenes de los productos que maneja la empresa, ya que al ser estos pequeños, las capacidades de los centros de distribución son reducidas, y por ende, también los costos de almacenamiento. Por otro lado, mientras los volúmenes no sobrepasan los 0,1 m³, algunos pesos llegan a superar incluso los 4 Kg, lo cual hace que los costos de transporte sean altos, teniendo en cuenta que las empresas de mensajería cobran los envíos de acuerdo al peso a liquidar de la mercancía, y al utilizar el método propuesto COORDINADORA MERCANTIL S.A para la determinación de dicho valor, se favorecían los pesos reales de los productos por encima de los pesos volumétricos. De esta manera, los costos de transporte abarcan la mayor proporción del costo total; sin embargo, dado el alcance del modelo, la distribución obtenida del 21% versus el 79%, es la que permite obtener la mejor solución al problema.

5. CONCLUSIONES

A partir de este proyecto de investigación, se logró reconocer la importancia del problema de localización de centros de distribución en la búsqueda de soluciones estratégicas enfocadas en el mejoramiento del servicio, mediante la consolidación de procesos logísticos efectivos al interior de la cadena de abastecimiento de cualquier organización. En el área de la investigación de operaciones, múltiples autores han desarrollado un sinnúmero de estudios y teorías que buscan dar respuesta a los principales interrogantes que se plantean las empresas al considerar la apertura de canales de almacenamiento como una alternativa para fortalecer su logística de abastecimiento. Al efectuar una completa revisión del estado del arte, se encontró que el problema de localización de centros de distribución para múltiples productos en una cadena de tres eslabones, ya ha sido previamente abordado en incontables ocasiones, utilizando diferentes métodos de solución, a partir de la consideración de parámetros esenciales como los costos de transporte y la demanda, mediante los cuales, se logró dar respuesta a varios de esos interrogantes. No obstante, luego de identificar las limitaciones de cada uno de los modelos planteados en la literatura, se construyó una propuesta basada en la consideración de nuevas variables y parámetros que permiten complementar el proceso de toma de decisiones en las empresas.

La determinación de la capacidad óptima de los centros de distribución, constituye quizás el elemento de mayor diferenciación en el modelo propuesto, ya que garantiza la minimización de los costos de arriendo involucrados en el almacenamiento de la mercancía que debe ser enviada a los clientes. Esto, sumado a la incorporación de los costos de transporte entre las diferentes rutas, proporciona al modelo la facultad de optimizar aún más la solución del problema, con respecto a otros planteamientos en los que no se tiene en cuenta el cálculo de dicha capacidad. Por lo tanto, mediante la formulación propuesta, no solo se logra determinar cuál debe ser el número y la ubicación de las bodegas, sino que

también se establece la capacidad óptima en cada una de ellas, resolviendo uno de los interrogantes que se plantean las empresas al momento de decidir la localización de sus centros de distribución.

Lo anterior se pudo comprobar mediante el planteamiento de un segundo modelo en el que no se incluye el costo de arriendo en la función objetivo, a partir de cuyo análisis se obtuvo que las capacidades requeridas para los centros de distribución no eran las óptimas, por lo que el costo total de la operación aumentó considerablemente, aun cuando se disminuían los costos de transporte.

De esta manera, el modelo propuesto garantiza una óptima combinación de los costos de arriendo y de transporte, a través de la localización de los centros de distribución en lugares donde el costo de arriendo por metro cúbico es bajo, y asignando a cada uno, los clientes que se encuentran más cerca de ellos, lo que a su vez favorece una mayor oportunidad en el servicio de entrega de la mercancía.

Por otro lado, mediante el análisis de escenarios, se logró identificar que el costo de arriendo para en los diferentes sitios candidatos, definido en el modelo como A_j , constituye el parámetro de mayor incidencia en los resultados del modelo, ya que su comportamiento determina tanto el número como la localización de los centros de distribución, aún por encima de la variación de otros parámetros como la demanda y la oferta del mercado. De esta forma, cuando los costos de arriendo de las distintas ciudades son iguales o similares, la decisión pasa a depender principalmente de los costos de transporte.

El modelo, igualmente, es útil para resolver problemas reales que involucran grandes instancias, como se comprobó para la empresa Atenas Ltda., cuyos clientes presentan altos y variados volúmenes de demanda en todos los periodos. De modo que, a partir de la solución encontrada, la compañía podrá ahora contar con alternativas que seguramente favorecerán la efectividad de sus operaciones

logísticas, y que serán consideradas dentro de la toma de decisiones al interior de la misma.

Finalmente, el desarrollo de este modelo, permitió a los autores del proyecto, consolidar y ampliar sus conocimientos en el área de la programación lineal, a través del estudio de nuevos conceptos y teorías relacionadas con el problema de localización, además de adquirir importantes habilidades en el manejo del lenguaje de programación GAMS CPLEX, herramienta de gran utilidad para la resolución de todo tipo de modelos de optimización aplicados a la realidad empresarial.

RECOMENDACIONES

El problema de localización de centros de distribución contempla un sinnúmero de variaciones y consideraciones que no fueron tenidas en cuenta en éste proyecto, pero que se pueden abordar a profundidad en futuras investigaciones. Una de ellas, se relaciona con la manera en que se calcula la capacidad de los CEDIs. En el modelo propuesto, se determinó que el espacio utilizado para el almacenamiento de la mercancía, corresponde al volumen de demanda de todos los productos que llegan al centro de distribución durante determinado periodo, asumiendo que estos son enviados por los proveedores al principio de cada mes, por lo que al coincidir todos los productos en un tiempo similar, el almacén debería contar con el espacio suficiente para albergarlos provisionalmente, y antes de ser despachados a los clientes en el transcurso de las siguientes semanas, de tal forma que, al finalizar el periodo, no habrá existencias en la bodega. Esta consideración, si bien es válida desde la formulación, no se adecua a situaciones en los productos entran y salen del centro de distribución en tiempos diferentes, de acuerdo a los pedidos que realicen los clientes semanalmente, de tal manera que en el transcurso del mes se presentan variaciones en los volúmenes de inventario al interior de la bodega, obligando a que se calcule su capacidad de una forma diferente.

Igualmente, en el cálculo de los costos de arriendo, se tuvo en cuenta únicamente el espacio ocupado por los productos que llegan al centro de distribución, sin tener en cuenta las demás áreas destinadas para el normal funcionamiento del mismo, tales como pasillos, estantes, muebles, oficinas y equipos tecnológicos, que de acuerdo a lo que sugiere la literatura, representan alrededor del 30% de la capacidad total de la bodega.

Asimismo, frente a los costos de transporte, se considera pertinente para un análisis posterior, contemplar los descuentos asociados al envío de grandes

volúmenes de mercancía, ya que en la formulación del modelo actual, estos costos exhiben una variación lineal a partir de las tarifas por kilogramo entre las diferentes rutas.

En otra investigación, por otro lado, se podría limitar la capacidad de oferta de los proveedores, especificando un número máximo de unidades disponibles para cada producto. Esto, por supuesto, hará que el problema sea mucho más complejo y difícil de resolver.

También vale la pena considerar más adelante, la inclusión de un costo fijo anual de instalación para las diferentes ciudades dentro de la función objetivo, además de otros rubros que pueden variar de acuerdo al tamaño del centro de distribución, como la mano de obra o los servicios públicos.

Por último, se recomienda a la empresa Atenas Ltda., evaluar las diferentes alternativas de localización, teniendo en cuenta, aparte del costo, otros factores cualitativos igualmente importantes como la seguridad ciudadana, los cambios climáticos, las políticas gubernamentales, los impuestos y demás aspectos que considere pertinentes.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] AMIRI, Ali. Designing a distribution network in a supply chain system: Formulation and efficient solution procedure. En : European Journal of Operational Research. Vol. 171, No. 2 (jun.2006); p. 567-576.
- [2] APONTE, Andrés. y ROSAS, Paula. Propuesta de solución al problema de localización de centros de distribución basándose en la meta heurística GRASP. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ingenierías. Departamento de Procesos Productivos, 2009. 124.
- [3] CARRO, Roberto y GONZÁLEZ, Daniel. Localización de instalaciones. En : Administración de las operaciones. Vol. 13, (2011); p. 1-25. [consultado 15 sep. 2013]. Disponible en: http://nulan.mdp.edu.ar/1619/1/14_localizacion_instalaciones.pdf.
- [4] CHOI, Seong-kook; LEE, Taehan y KIM, Jinsuk. The genetic heuristics for the plant and warehouse location problem. En : Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon. No. 161 (feb.2005); p. 305-350.
- [5] GARRIDO, Ramón. Programación lineal: metodologías y problemas. Albacete: Editorial Tébar Flores, S.L, 1993. 272 p.
- [6] GARRIDO, Ramón. CAPÍTULO 14: GAMS. [consultado 1 ago. 2013]. Disponible en: <http://www.uv.es/~sala/gams/14.PDF>.
- [7] Grupo de Ingeniería de Organización (GIO), Universidad de Oviedo, España. Teoría de localización. [consultado 15 sep. 2013]. Disponible en: <http://gio.uniovi.es/documentos/asignaturas/descargas/1.-Teoria.pdf>.

- [8] HANNAN, Sadjady y HAMID, Davoudpour. Two-echelon, multi-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs. En : Computers & Operations Research. Vol. 39, No. 7 (jul.2012); p. 1345-1354.
- [9] JABALAMELI, Saeed; TABRIZI, Behzad y JAVADI, Mohammad. Capacitated Facility Location Problem with Variable Coverage Radius in Distribution System. En : International Journal of Industrial Engineering & Production Research. Vol. 21, No. 4 (dic. 2010); p. 231-237.
- [10] KESKIN, Burcu y USTER, Halit. Meta-heuristic approaches with memory and evolution for a multi-product production/distribution system design problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 182, No. 2 (oct.2007); p. 663-682.
- [11] KLOSE, Andreas. A Lagrangean relax-and-cut approach for the two-stage capacitated facility location problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 126, No. 2 (oct.2000); p. 408-421.
- [12] KLOSE, Andreas y DREXL, Andreas. Facility location models for distribution system design. En : European Journal of Operational Research. Vol. 162, No. 1 (abr.2005); p. 4-29.
- [13] KLOSE, Andreas. Obtaining sharp lower and upper bounds for two-stage capacitated facility location problems. En :Advances in Distribution Logistics. Vol. 460, No. 3 (oct.2001); p. 185-213.
- [14] MARTÍN, Q. Universidad de Salamanca. Programación lineal. [consultado 18 sep. 2013]. Disponible en: [http://ocw.usal.es/eduCommons/enseñanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap02\(PL\)_IO-I.pdf](http://ocw.usal.es/eduCommons/enseñanzas-tecnicas/investigacion-operativa-i/contenidos/TemasIO-I_PDF/Cap02(PL)_IO-I.pdf).

- [15] MELO, T; NICKEL, S y SALDANHA DA GAMA, F. Facility location and supply chain management-a review. En : European Journal of Operational Research. Vol. 196, No. 2 (jul. 2009); p. 401-412.
- [16] MONTOYA, Jairo; APONTE, Andrés y ROSAS, Paula. Un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo probabilista para un problema mono producto de localización de instalaciones no capacitado. En : Ingeniería y Desarrollo. No. 28 (jul.2010); p. 15-32.
- [17] NEVENA, Lazic; BRENDAN, Frey y PARHAM, Aarabi. Solving the uncapacitated facility location problem using message passing algorithms. En : Journal of Machine Learning Research-Proceedings Track. Vol. 9, No. 2 (jun.2010); p. 429-436.
- [18] NIÑO, Edna y PELÁEZ, Johanna. Diseño de una propuesta de solución para los centros de distribución (CEDIs) de la empresa COMERTEX S.A. a partir de un modelo matemático. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, 2012. 205 p.
- [19] OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A metaheuristic algorithm for a bi-objective supply chain design problem. En : RED-M. (nov.2008); p. 1-7.
- [20] OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A supply chain problem with facility location and bi-objective transportation choices. En : TOP. Vol. 20, No.3 (oct. 2008); p. 729-753.
- [21] OZUNA, Edith. Heurísticas lagrangianas para el problema de localización capacitado en dos etapas. Tesis de Doctorado en Ingeniería. San Nicolás de los Garza: Universidad Autónoma de Nuevo León. Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. División de Estudios de Posgrado, 2011. 135 p.

- [22] PARK, Sukin; LEE, Tae-Eog y SUNG, Chang Sup. A three-level supply chain network design model with risk-pooling and lead times. En :Transportation Research Part E. Vol. 46, No. 5 (2010); p. 563-581.
- [23] REVELLE, Cs; EISELT, Ha y DASKIN, Ms. A bibliography for some fundamental problema cateofries in discrete location science. En : European Journal of Operational Research. Vol. 184, No. 3 (feb. 2008); p. 817-848.
- [24] SELIM, Hasan y OZKARAHAN Irem. A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach. En : International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol. 36, No. 3-4 (mar.2008); p. 401-418.
- [25] SHAHANAGHI, Kamran y YAZDIAN, Seyed. Facility location and distribution decisions in supply chains with fleet sizing considering both tangible and intangible criteria. En :International Journal of Management Science and Engineering Management. Vol. 5, No. 4 (may.2010); p. 302-308.
- [26] TRAGANTALERNGSAK, Suda; HOLT, John y RÖNNQVIST, Mikael. An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem. En: European Journal of Operation Research. Vol. 123, No. 3 (jun.2000); p. 473-489.
- [27] TUZKAYA, Umut y ÖNÜT, Semih. A holonic approach based integration methodology for transportation and warehousing functions of the supply network. En : Computers and Industrial Engineering. Vol. 56, No.2 (mar.2009); p 708-723.
- [28] VERTER, V y DASCI, A. The plant location and flexible technology acquisition problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 136, No. 2 (ene.2002); p. 366-382.

- [29] WILDBORE, Bronwyn. Theoretical and computational analysis of the two-stage capacitated plant location problem. Tesis doctoral (Doctor en filosofía de la ciencia de decisión). Palmerston North: Universidad de Massey, 2008. 213 p.

ANEXOS

Anexo 1. Artículo de investigación

PROPUESTA DE SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN MULTI PRODUCTO DE CENTROS DE DISTRIBUCIÓN EN UNA CADENA DE SUMINISTRO DE TRES ESLABONES

LEONARDO ANDRÉS DE LA ROSA ANGARITA
ESTUDIANTE INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
leonardo.delarosa@correo.uis.edu.co

CRISTHIAN DANIEL MORENO AMAYA
ESTUDIANTE INGENIERÍA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
cristian.moreno@correo.uis.edu.co

RESUMEN

El presente proyecto propone un modelo matemático para determinar la localización de centros de distribución (CEDIs) en una cadena logística de tres eslabones. A partir de datos correspondientes a la cantidad demandada de un conjunto de productos por un determinado grupo de clientes, así como los costos de transporte desde los proveedores hasta los centros de distribución y de éstos a los clientes, se obtiene la ubicación más adecuada para los CEDIs de acuerdo a una lista de sitios candidatos; de igual forma, los productos siguen una única ruta proveedor-CEDI-cliente y estos últimos están asignados a un solo centro de distribución.

Este modelo permite obtener la información correspondiente a la capacidad requerida por los centros de distribución localizados, en base a las dimensiones de los productos que deben ser transportados y su demanda mensual correspondiente. Asimismo, se restringe la oferta de productos que los fabricantes están en capacidad de proveer, con el fin de que el modelo se asemeje aún más a las condiciones del mundo empresarial.

PALABRAS CLAVES: Centro de distribución, Localización, Modelo Matemático, Programación Entera Mixta.

ABSTRACT

In this project, a mathematical model for the location of distributions centers (DCs) in a three-level supply chain is proposed. Given a list of potential sites for the DCs, the best location is obtained based on data about the quantity of products demanded by a particular group of clients, as well as the transportation costs from manufactures to distribution centers and from the latter to clients; in addition, the products are sent following an exclusive route, manufacturer-DC-clients, and only one distribution center is assigned to each client.

The proposed solution allows the decision maker to obtain the capacity that the distribution centers must have, based on the dimensions of the products that are shipped to clients and their respective monthly demand. Moreover, the types of products that the manufacturers are able to offer are restricted, so that the model resembles the conditions of the business world.

KEY WORDS: Distribution Center, Location, Mathematical Model, Mixed-Integer programming.

1. INTRODUCCIÓN

En el mundo contemporáneo, la determinación de la mejor localización para los centros de distribución (CEDIs) de una empresa, constituye una decisión estratégica crucial en el diseño y operación de la cadena logística.

El objetivo del problema del diseño de una red de distribución, el cual se denomina en algunas ocasiones como el problema del diseño de un sistema de producción-distribución, consiste en tomar las mejores decisiones relacionadas con la localización de instalaciones y distribución de productos que conlleven al menor costo posible, de tal manera que la demanda de los clientes pueda ser satisfecha sin exceder la capacidad de las plantas y los centros de distribución; asimismo, el costo total usualmente está conformado por el costo de localización de los centros de distribución y el costo de distribución de productos.

Es así como el problema de localización de instalaciones en una cadena logística de tres eslabones, ilustra una situación a la cual se deben enfrentar muchas organizaciones, dada la necesidad de decidir qué lugares de almacenamiento, o puntos de servicio abrir o cerrar y cómo debe ser el flujo entre los niveles de la cadena (planta- centro de distribución, centro de distribución-clientes) de los diferentes productos a transportar, con el fin de satisfacer la demanda del mercado al menor costo.

De esta manera, se propone estudiar en primer lugar un modelo matemático que permite determinar la localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones, a partir de los datos correspondientes a la demanda de productos requeridos por un grupo de clientes, y los costos relacionados con el flujo de múltiples productos desde las plantas hasta los CEDIs y desde estos últimos a los clientes, garantizando la existencia de una única ruta (proveedor-CEDI-cliente) para cada producto dentro de la cadena de abastecimiento y la asignación de cada cliente a un único centro de distribución.

Como resultado del modelo, se obtiene la capacidad requerida por cada uno de los centros de distribución establecidos, de acuerdo al tamaño de los productos que deben ser almacenados y transportados. Igualmente, con el objetivo de que el modelo se asemeje a las condiciones que se presentan normalmente en el mundo empresarial, se restringe la oferta de productos que los fabricantes están en capacidad de proveer.

Enseguida, se plantea una formulación alterna al problema eliminando el costo de almacenamiento de la función objetivo, con lo cual la decisión de localización pasa a depender únicamente de los costos de transporte entre las diferentes rutas; los resultados obtenidos a

partir de la ejecución del modelo son comparados con los logrados para la formulación inicial.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. PROBLEMA DE LOCALIZACIÓN

El problema de localización ha sido objeto de análisis por parte de un gran número de investigadores, y esencialmente surge de la necesidad de determinar el lugar más propicio para la ubicación de instalaciones, tales como una planta de producción, un centro de distribución e incluso un local comercial o almacén, con el objetivo de atender de forma eficiente y oportuna a un determinado grupo de clientes.

El planteamiento del problema varía dependiendo del tipo de instalaciones que se desean ubicar, de tal forma que diferentes variables y objetivos son tenidos en cuenta en la formulación del mismo.

De acuerdo a la investigación realizada por Bronwyn Wildbore (2008) [20], un problema de localización se caracteriza fundamentalmente por los siguientes elementos:

- Un conjunto de localizaciones posibles para las instalaciones. Para cada una se tiene información referente a los costos y beneficios de abrir la instalación en el sitio correspondiente.
- Un grupo de clientes que deben ser asignados a una de las instalaciones. Para los clientes, se cuenta con información sobre la fracción de demanda que debe ser satisfecha y los costos por ser atendidos desde las instalaciones correspondientes.
- Una serie de requerimientos que deben ser cumplidos por las instalaciones abiertas y las asignaciones realizadas a los clientes.
- Una función de costo/beneficio.

De forma general, el objetivo del problema es encontrar cuáles instalaciones deben ser abiertas, de tal manera que se optimice la función de costo/beneficio mencionada anteriormente, al tiempo que se satisface la demanda de productos requerida por cada uno de los clientes.

Los primeros estudios relacionados con el problema de localización de instalaciones (FLP, por sus siglas en inglés) se atribuyen a la investigación realizada por Weber en 1909, que dio origen a la teoría de localización industrial, la cual sería profundizada posteriormente por Hakimi's en 1964. Desde entonces, se han desarrollado diferentes modelos para abordar el problema de localización de instalaciones, lo cual ha dado lugar a que éste pueda ser clasificado en cuatro categorías, según lo

planteado por ReVelle et al. (2008) [15]: modelos analíticos, continuos, de red y de localización discreta.

Por otra parte, el contexto de la gestión de la cadena de suministro (SCM, por sus siglas en inglés) fue introducido por primera vez en 1982 por Webber y Oliver, como respuesta a las presiones ejercidas sobre las empresas para aumentar su productividad, dada la creciente competencia mundial. En el diseño de la cadena de suministro, se realiza una integración y coordinación entre los proveedores, fabricantes y distribuidores con el fin de incrementar las ventajas competitivas de la organización. Como resultado, los modelos de localización de instalaciones han sido utilizados gradualmente en el diseño de sistemas de distribución, como una de las decisiones estratégicas más importantes en la gestión de la cadena de suministro [9].

Dentro de las cuatro categorías mencionadas anteriormente para los modelos de localización de instalaciones, los modelos discretos son reconocidos como los más convenientes para el diseño de las redes de distribución; Klose y Drexler (2005) [7] proponen cinco diferentes clasificaciones para dichos modelos: problemas de cobertura, de centro, de mediana, de localización de instalaciones capacitado y no capacitado.

Diversas extensiones de los cinco modelos mencionados anteriormente han sido planteadas y agrupadas bajo un nuevo grupo conocido como el problema del diseño de la cadena de suministro (SCND, por sus siglas en inglés). Dichas extensiones incluyen diferentes tipos de instalaciones y redes con múltiples eslabones, parámetros estocásticos y dinámicos de las demandas y los costos, así como la consideración de múltiples productos [4]. Dado que la inclusión de todas las características anteriores en un solo problema, así como otras restricciones propias del ámbito logístico puede conducir a modelos sin soluciones factibles, los investigadores optan por estudiar aspectos particulares en sus problemas.

Para el desarrollo del trabajo de investigación, se profundiza en el problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas, el cual constituye la base para la formulación de la propuesta de solución al problema de localización de centros de distribución planteada en el presente proyecto.

2.1.1. Problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas

El problema de localización de instalaciones capacitado en dos etapas (TSCFLP, por sus siglas en inglés) surge como una extensión del problema de producción-distribución de múltiples productos, que a su vez generaliza el problema de ubicación de instalaciones con capacidad limitada (CFLP).

Éste consiste fundamentalmente en encontrar la localización óptima de los depósitos que deben servir a un conjunto de clientes, dada una demanda específica y realizando la asignación cliente-depósito correspondiente, al tiempo que incluye una nueva decisión de tercer nivel correspondiente al flujo que deben seguir los productos desde los proveedores hasta los centros de distribución [6].

2.2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

A partir de los conceptos expuestos anteriormente, se procedió a realizar una revisión de la literatura, con el fin de identificar los problemas que ya han sido abordados por diferentes investigadores, y que se encuentran relacionados con el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones.

Jabalameh et al. (2010) [5] publicaron un artículo, en el que un modelo multi objetivo de programación lineal entera era propuesto para la localización de centros de distribución con restricciones de capacidad, en un sistema de tres eslabones para un único producto. En este problema eran atendidos los clientes que se encontraban dentro del radio de cobertura de cada centro de distribución. Para su solución, se utilizó el Bounded objective function method y se incorporó un coeficiente α que correspondía al mínimo porcentaje de la demanda total que debía ser atendida, observándose que para cierto nivel de α , el valor del costo total de transporte disminuía cuando se elevaba el presupuesto disponible.

Tragantalerngsak et al. (2000) [18] se concentraron en un caso particular del problema de localización de instalaciones en un escenario de tres niveles. Cada instalación del segundo nivel tenía una capacidad limitada y podía ser suplida por un solo proveedor, al tiempo que cada cliente era atendido por un único centro de distribución del segundo eslabón. El problema buscaba determinar el número y la localización de las instalaciones de cada eslabón de forma simultánea, para lo cual se procedió a la aplicación del método de Branch & Bound basado en relajación lagrangiana. La calidad de las soluciones y los tiempos requeridos por el sistema utilizado fueron comparados con un paquete de programación conocido como ZIP. Dicha comparación mostró que el primer enfoque producía árboles B&B significativamente más pequeños y consumía menos tiempo en el computador.

Park et al. (2010) [14] analizaban un sistema de tres eslabones, considerando además una estrategia de risk-pooling y tiempos de suministro entre las plantas y los centros de distribución. El objetivo del problema era determinar la localización de las plantas y los CEDIS y la asignación entre los distintos eslabones, a través de la minimización de los costos de localización, transporte e

inventario. El modelo propuesto era formulado como un problema de programación entera no lineal, del cual se derivaba un algoritmo de dos fases heurísticas basado en relajación lagrangiana. Experimentalmente, los resultados mostraron que el algoritmo era efectivo y eficiente incluso para instancias de problemas en donde se consideraba un gran número de centros de distribución, proveedores y clientes, que normalmente no podían ser resueltas en una cantidad razonable de tiempo por software especializado en programación no lineal.

Aponte y Rosas (2009) [2] trabajaron el problema de localización de instalaciones en tres niveles, determinando el flujo de múltiples productos desde su lugar de producción (plantas), hasta su destino en un cliente final (mercado), a través de centros de distribución sin restricciones de capacidad, además de la ubicación de estos últimos. El problema fue resuelto utilizando un método de solución lineal (Simplex), y el algoritmo GRASP, encontrándose que la eficiencia de este último en términos de tiempo de ejecución, superaba a la del método Simplex, ya que éste tardó hasta 16 horas en resolver el problema, mientras que el algoritmo tuvo un promedio de aproximadamente 2 minutos.

Olivares et al. (2008) [12] enfocaron su investigación en el problema del diseño de una cadena de suministro de tres eslabones de un único producto, el cual era distribuido desde las plantas a los centros de distribución y finalmente a los clientes. Existían además, varios canales de transporte disponibles para cada par de enlaces que se podían formar entre los eslabones (proveedor-CEDI y CEDI-cliente), los cuales introducían una compensación costo-tiempo en el problema, que permitía formularlo como un modelo bi-objetivo de programación entera. El método ϵ -constraint fue usado para la generación de los algoritmos, los cuales demostraron que para instancias amplias en cuanto a número de clientes, CEDIs y proveedores, se podían obtener resultados óptimos en tiempos computacionales razonables.

En otro artículo publicado por los mismos autores (2008) [13] el problema anteriormente descrito era abordado desde un enfoque diferente. Dado que el problema era NP-hard, se proponía el establecimiento de un algoritmo meta heurístico para resolverlo. Dicho algoritmo se componía de tres métodos: el método constructivo que generaba soluciones usando una estrategia aleatoria para la apertura de los centros de distribución; el método de mejoramiento, empleaba una búsqueda local con una estrategia dominante y finalmente el método combinatorio era usado para un procesamiento posterior. Sus resultados fueron comparados con los obtenidos en el artículo previamente mencionado (método ϵ -constraint), encontrándose que para situaciones que consideraban valores pequeños para los

parámetros escogidos, el algoritmo de referencia ϵ -constraint era mucho más eficiente en cuanto al tiempo empleado por el software para la solución del problema. Sin embargo, a medida que dichos valores aumentaban, la eficiencia de los algoritmos variaba.

Ali Amiri (2006) [1] publicó un documento que se centraba en el problema del diseño de una red de distribución en una cadena de suministro que involucraba la localización de plantas de producción y centros de distribución, así como la determinación de la mejor estrategia para la distribución de los productos desde las plantas a los CEDIs y de estos últimos a los clientes. El problema se resolvió con ayuda de un procedimiento basado en relajación lagrangiana y posteriormente se evaluó su rendimiento, comparándose con resultados óptimos obtenidos a través del programa CPLEX, encontrándose que el número de clientes no tenía un impacto significativo en la solución del problema y las capacidades de los centros de distribución y de las plantas fueron usadas eficientemente, de acuerdo a ciertos indicadores de utilización de capacidad analizados en el problema.

Hannan y Hamid (2012) [4] analizaron el diseño de una cadena de suministro de tres eslabones en un contexto determinístico, de un solo periodo y multi producto. El problema involucraba tanto la planeación estratégica como táctica de los diferentes niveles de la cadena de distribución, incluyendo la localización de las plantas de manufactura y los CEDIs, la asignación de las demandas de los clientes a dichos centros, y la de estos últimos a las plantas, así como la selección de los medios de transporte respectivos. Propusieron además para su solución un procedimiento heurístico basado en relajación lagrangiana debido a la complejidad del modelo, consiguiendo resultados favorables en tiempos razonables.

Tuzkaya y Öñüt (2009) [19] estudiaron el problema del diseño de una red de distribución en un escenario con diversos proveedores, un único centro de almacenamiento y múltiples clientes. Una metodología basada en un enfoque holónico para el desarrollo del modelo, demostró que los costos de transporte entre los CEDIs y las plantas manufactureras no son afectados por incrementos en las capacidades de los proveedores. De igual forma, incrementar el valor de las variables 11 veces y de las restricciones 19 veces, aumentaba el tiempo de ejecución únicamente en 0.36 segundos, por lo que esta clase de problema podía ser resuelto rápidamente utilizando algoritmos optimizadores avanzados.

Montoya et al. (2010) [10] consideraban el problema de localización de instalaciones no capacitado en una cadena logística de tres eslabones, definiendo los flujos de productos desde las plantas de manufactura hacia los clientes a través de centros de distribución, cuya

ubicación debía determinarse. Puesto que éste era un problema NP-Hard, se propuso la utilización de un procedimiento voraz adaptativo probabilista (GRASP) para resolver el caso particular monoproducción, encontrándose que en comparación con la solución óptima obtenida empleando un modelo de programación lineal entera mixta (MILP), el procedimiento propuesto presentaba un mejor rendimiento en términos de tiempo computacional.

En el estudio de Selim y Ozkarahan (2008) [16] se analizó el diseño de una cadena de suministro cuyo objetivo era seleccionar el número adecuado y localización de las plantas y los centros de distribución para llevar los productos a los clientes, con el menor costo y satisfaciendo sus demandas. El problema se distingue de otros estudios realizados en este campo debido al tipo de enfoque que utilizaba para su modelamiento, el cual correspondía a un enfoque difuso por la naturaleza imprecisa de las demandas de los clientes y las aspiraciones del encargado de la toma de decisiones. Así, los datos obtenidos mostraron que el problema del diseño de la red de distribución podía ser manejado de una forma mucho más flexible, robusta y realista a través del modelo propuesto y el enfoque basado en la programación difusa interactiva.

Shahanaghi y Yazdian (2010) [17] se concentraron en las decisiones de localización y distribución de una cadena de suministro teniendo en cuenta las decisiones que hacían referencia a la localización de los centros de distribución y la determinación de la mejor estrategia de envío de productos desde las plantas a los clientes pasando por los CEDIs. A diferencia de otras investigaciones realizadas, su trabajo consideraba diferentes medios de transporte que se encontraban disponibles en cada centro de distribución potencial, así como en cada planta, determinando el tamaño de la flota en los correspondientes niveles de la cadena de suministro.

Klose (2000) [8] estudió el problema de localización de instalaciones de tres niveles capacitado, cuyo objetivo era determinar la localización de centros de distribución que se encargaban de suplir a los clientes, la asignación óptima de los clientes a los centros de distribución y el mejor flujo de productos desde las plantas proveedoras a los centros de distribución. De igual forma, el autor proponía un enfoque basado en la relajación de las restricciones de capacidad de las plantas y los centros de distribución, y como resultado se obtenía un subproblema lagrangiano que correspondía a un problema agregado y capacitado de localización de plantas, que podía ser resuelto eficientemente por el método de branch and bound.

Choi et al. (2005) [3] analizaron el diseño de una red logística compuesta de plantas, centros de distribución y clientes, para la cual se debían tomar dos decisiones de

forma simultánea: la localización de las plantas y los centros de distribución, y la distribución de productos desde las plantas hasta los clientes a través de los centros de distribución. Propusieron además, una heurística basada en el algoritmo genético, la cual permitió encontrar una solución cercana a la óptima para problemas pequeños y problemas más complejos. Otra ventaja encontrada a partir de la utilización de la heurística basada en el algoritmo genético es que ésta podía ser fácilmente transformada para lograr la resolución de problemas similares. Si el esquema de presentación del segundo cromosoma de las heurísticas era cambiado por la combinación de clientes y productos, el algoritmo podía ser utilizado en problemas con restricciones que establecían que las demandas del cliente para un producto debían ser suplidas por un único centro de distribución.

2.2.1. Análisis de los artículos revisados

Tomando como referencia los documentos encontrados a partir de la revisión de la literatura, se logró identificar que la mayoría de los modelos planteados involucraban la solución del problema de localización de centros de distribución a través de métodos heurísticos, que buscaban reducir el tiempo y el gasto computacional en la obtención de la solución del problema.

Si bien estas heurísticas son útiles en procesos de toma de decisiones de tipo operativo que se deben realizar en el corto plazo, como la programación de la producción, no representan la mejor solución para el caso del problema de localización de centros de distribución. Dicha ubicación corresponde a una decisión en el largo plazo que tiene como objetivo responder oportunamente a las necesidades del cliente al menor costo posible, para la cual los tiempos requeridos en la obtención de la solución no constituyen un factor determinante, como sí lo es que el resultado alcanzado sea el óptimo.

Del mismo modo se pueden resaltar las siguientes observaciones del análisis realizado:

- Ninguno de los artículos estudiados realizaba comparaciones entre distintas formulaciones al problema de estudio; la única comparación realizada correspondía al tipo de método utilizado para la solución del problema (métodos exactos - métodos heurísticos o meta heurísticos).

- Con excepción del problema abordado por Hannan y Hamid (2010), los problemas no consideraban el diseño de una cadena logística para múltiples productos que involucrara al mismo tiempo restricciones de capacidad para los centros de distribución que debían instalarse. La mayoría de los autores optaba por analizar problemas que implicaban el establecimiento de centros de distribución que tenían una capacidad determinada, para un escenario en el que se consideraba un solo

producto que debía ser llevado desde las plantas de fabricación hasta los clientes.

- Los artículos analizados no incluían restricciones para los productos que las plantas de fabricación estaban en capacidad de proveer. Los modelos planteados asumían que los proveedores podían ofrecer todos los productos demandados por los clientes, lo cual no siempre es válido cuando se analizan las cadenas logísticas de las empresas, ya que los fabricantes se especializan generalmente en un grupo de particular de productos.

- De igual forma, los modelos estudiados incorporaban capacidades preestablecidas para los centros de distribución que se pretendían localizar. Ninguno de los artículos planteaba dentro de sus objetivos la determinación de la capacidad requerida para los CEDIs, a partir de la información correspondiente a los productos demandados por los clientes.

Es así como se evidencia un vacío en la literatura en referencia a un problema que tenga en cuenta la interacción entre proveedores, distribuidores y clientes, considerando la distinción de los productos que fluyen entre dichos actores y limitaciones de capacidad para los CEDIs, con el fin de que el problema se ajuste más al escenario empresarial. Además se observa la necesidad de establecer un modelo que incluya restricciones para los productos que los proveedores pueden ofrecer, y que permita determinar la capacidad requerida por los centros de distribución, garantizando la existencia de única ruta para cada producto dentro de la cadena de abastecimiento.

Finalmente, se hace pertinente hacer un estudio que involucre la comparación de dos formulaciones distintas al problema de localización de centros de distribución, de tal forma que se pueda determinar el enfoque que más favorece a las empresas al momento de diseñar sus redes logísticas.

De esta forma, el presente trabajo de investigación pretende abarcar las características anteriormente descritas, solucionando el problema de localización de centros de distribución en una cadena logística de tres eslabones a través de la programación lineal entera mixta, de tal forma que se pueda garantizar que los resultados obtenidos corresponden a valores óptimos.

3. DESARROLLO DEL MODELO

3.1. FORMULACIÓN MATEMÁTICA DEL MODELO

Conjunto de índices:

- P conjunto de productos $p \in P$

- I conjunto de proveedores $i \in I$
- J conjunto de sitios candidatos para abrir los CEDIs, $j \in J$
- K conjunto de clientes que serán atendidos $k \in K$
- T conjunto de periodos en los que se atenderá la demanda $t \in T$

Variables del modelo:

- X_{pijkt} : unidades de producto p a transportar desde el proveedor i hasta el cliente k , a través del centro de distribución j , en el periodo t .
- U_{jk} : variable binaria que toma el valor de 1, si el centro de distribución j se asigna para atender al cliente k , y 0 de lo contrario.
- W_{jt} : capacidad requerida en el sitio j para almacenar los productos que llegan al centro de distribución en cada periodo t .

Parámetros del modelo:

- C_{ij} : costo de transporte por unidad de carga desde el Proveedor i hasta el centro de distribución j .
- G_{jk} : costo de transporte por unidad de carga desde el centro de distribución j hasta el cliente k .
- D_{pkt} : unidades de producto p que demanda el cliente k en el periodo t .
- O_{ip} : disponibilidad del proveedor i para suministrar el producto p .
- S_p : peso en kilogramos del producto i
- A_j : costo mensual de arriendo por metro cúbico en el sitio j .
- B_p : volumen en metros cúbicos que ocupa el producto p .

Función Objetivo:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_p \sum_i \sum_j \sum_k \sum_t (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} \\ & + 12 \sum_j A_j \cdot \{Max_t(W_t)\} \end{aligned}$$

Restricciones:

SUJETO A:

$$\sum_i X_{pijkt} \cdot O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

$$W_{jt} \geq \sum_p \sum_i \sum_k B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, t \in T$$

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall: k \in K$$

$$X_{pijkt} \geq 0 \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

$$U_{jk} = \{0,1\} \quad \forall: j \in J, k \in K$$

3.1.1. Justificación de la Función Objetivo y de las Restricciones

$$\checkmark \text{ Función Objetivo}$$

$$\text{Min } Z = \sum_p^P \sum_t^T \sum_j^J \sum_k^K \sum_t^T (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt} + 12 \sum_j^J A_j \cdot \{Max_t(W_{jt})\}$$

La función objetivo del modelo incorpora dos tipos de costos: transporte y arriendo. Por un lado, el costo de transporte se obtiene multiplicando la variable de flujo con los respectivos costos unitarios asociados al peso de los productos, y las múltiples rutas que se generan como resultado de la interacción entre los diferentes eslabones de la cadena de suministro. El costo de almacenamiento, por su parte, corresponde al producto del espacio máximo requerido en cada centro de distribución por el costo de arriendo (\$/m³) del lugar, multiplicado por el número de periodos, para lo cual se selecciona el máximo valor que toma la variable W_{jt} en el tiempo.

$$\checkmark \text{ Restricción de demanda}$$

$$\sum_t^T X_{pijkt} * O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

Esta restricción garantiza que cada producto sea enviado mensualmente a los diferentes centros de distribución, en las cantidades necesarias para satisfacer la demanda de los clientes que les fueron asignados. La sumatoria en I , indica que para un determinado producto, el modelo seleccionará el proveedor desde el cual resulte más económico transportar las unidades requeridas para atender la demanda del cliente correspondiente.

Asimismo, al multiplicar la variable de flujo por el parámetro O_{ip} , que tiene valores de 0 y 1, el modelo garantiza la satisfacción de la demanda para cada producto, sólo por medio de los proveedores que ofrecen dicho producto, de tal forma que si $O_{ip} = 0$, el número de unidades enviadas deberá ser cero. Igualmente, la inclusión de la variable U_{jk} implica que para cada cliente, sólo se realizarán despachos hacia el centro de distribución asignado, por lo que si $U_{jk} = 0$, el número de unidades también será cero.

$$\checkmark \text{ Restricción de capacidad}$$

$$W_{jt} \geq \sum_p^P \sum_l^L \sum_k^K B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, t \in T$$

Mediante esta restricción, el modelo calcula el espacio requerido en cada centro de distribución para los diferentes periodos, multiplicando el número de unidades que llegan desde los distintos proveedores, por el volumen (m³) de los respectivos productos enviados.

$$\checkmark \text{ Restricción de asignación}$$

$$\sum_j^J U_{jk} = 1 \quad \forall k \in K$$

Finalmente, con la anterior restricción se garantiza que a cada cliente le sea asignado un único centro de distribución, que se encargará de atender la demanda de todos sus productos en los diferentes periodos.

La resolución del problema de Localización de Centros de Distribución para el Transporte y Almacenamiento de Múltiples Productos en una Cadena Logística de tres Eslabones, se realizó por medio del software GAMS CPLEX, utilizando programación línea entera mixta.

Los datos de oferta y demanda del mercado, así como el volumen y peso de los productos, fueron generados aleatoriamente a través de Microsoft Excel 2010, mientras que la ubicación de los proveedores, centros de distribución y clientes, se determinó mediante el estudio de las ciudades más importantes de Colombia. Asimismo, los costos asociados al transporte y almacenamiento de la mercancía, se obtuvieron de la investigación realizada por el equipo de trabajo.

Para realizar el respectivo análisis de resultados, se decidió programar el modelo utilizando instancias pequeñas, esto es: 5 proveedores, 7 sitios candidatos para abrir los centros de distribución, 10 clientes, 20 productos y 12 periodos. Lo anterior con el fin de facilitar el estudio del comportamiento de las variables de decisión y verificar el cumplimiento de las restricciones.

Tanto los proveedores, como los clientes y los sitios candidatos, corresponden a importantes municipios del territorio colombiano. La selección de dichos lugares se realizó teniendo en cuenta las características geográficas, demográficas y socio-económicas de cada uno.

Proveedores: Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Bucaramanga.

Cientes: Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Bucaramanga, Cúcuta, Ibagué, Santa Marta, Pereira, Cartagena

Sitios candidatos para los CEDIs: Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Bucaramanga, Cúcuta, Ibagué.

3.1.2. Análisis de resultados

A partir de los resultados obtenidos, se encontró que en dos de las siete ciudades candidatas se deben abrir centros de distribución para atender el mercado, de acuerdo a las capacidades y asignaciones obtenidas para las variables W_j y U_{jk} respectivamente, como se muestra a continuación.

Tabla 1. Capacidades y asignaciones obtenidas para el modelo

CEDI j	CAPACIDAD W_j (m^3)	CLIENTES ASIGNADOS ($U_{jk} = 1$)
Cali	3.224,9	Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Ibagué, Cartagena y Pereira
Cúcuta	1.393,2	Cúcuta, Bucaramanga y Santa Marta

De esta forma, en la ciudad de Cali se debe abrir un centro de distribución con una capacidad óptima de $3.225 m^3$, y éste se encargaría de abastecer, además de su mercado local, a los clientes de Bogotá, Medellín, Ibagué, Pereira, Cartagena y Barranquilla. Asimismo, un segundo CEDI localizado en Cúcuta, de $1.393 m^3$, atendería a los clientes de Bucaramanga, Santa Marta y la propia Cúcuta. La figura 25, ilustra en un plano del mapa de Colombia, las asignaciones realizadas por el modelo, para resolver el problema de localización.

Cabe resaltar que la capacidad óptima requerida de cada CEDI, corresponde al espacio estrictamente necesario para albergar los productos que llegan periodo a periodo, lo que no implica que la bodega deba tener exactamente las dimensiones que permitan apenas alcanzar dicha capacidad, ya que de acuerdo a lo que sugiere la literatura, aproximadamente el 70% del espacio disponible en un centro de distribución es utilizado para el almacenamiento de la mercancía, y el 30% restante corresponde a las demás áreas que se necesitan para el normal funcionamiento del mismo, esto es: pasillos, puestos de trabajo, equipos, etc [11].

Los resultados también evidencian el cumplimiento de la única ruta para cada producto por cliente.

El modelo selecciona los proveedores que se encuentran más cerca del centro de distribución asignado para atender al cliente, teniendo en cuenta su disponibilidad para ofrecer los productos que el mismo demanda. De esta forma, si el proveedor de mayor cercanía no cuenta con determinada referencia, el

programa selecciona el segundo más próximo que sí la tenga.

La decisión de localizar únicamente dos centros de distribución en Cali y Cúcuta, se fundamenta en las bajas tarifas de arriendo que estas exhiben en comparación con los demás sitios candidatos. Mientras que en ciudades como Bogotá, Medellín y Barranquilla, el costo por metro cúbico supera los \$12.000, en Cali y Cúcuta no sobrepasa los \$7.500. Luego, **tanto el número como la ubicación de los centros de distribución, dependen altamente de la estructura de costos de almacenamiento que utilice el modelo**, aún por encima de las posibles variaciones que se puedan presentar alrededor de los demás parámetros considerados (demanda, oferta, peso y volumen).

Asimismo, se puede observar que el centro de distribución de Cali, fue localizado en una ciudad donde, además de haber clientes, también se encuentra ubicado uno de los proveedores, lo cual se entiende a partir de que dicha alternativa permite un ahorro significativo de costos de transporte, debido a la simplificación de la ruta proveedor-CEDI-cliente. Entonces, se podría plantear el siguiente interrogante: ¿por qué el modelo no optó por localizar un CEDI en Barranquilla o en Medellín, teniendo en cuenta que allí también hay proveedores, y que dada su ubicación, podrían incurrir en menores costos de transporte si atendieran a otras ciudades cercanas, en comparación con los largos trayectos que se tienen que realizar desde Cali?; la respuesta a esta pregunta es sencilla: al ser tan altos los costos de arriendo por metro cúbico para las demás ciudades, cualquier posible ahorro que se puede presentar en términos de transporte, es despreciable en comparación con lo que se tiene que gastar en almacenamiento, situación que se evidencia para el segundo centro de distribución, ya que el modelo seleccionó a Cúcuta en lugar de Bucaramanga, a pesar de que allí se encuentra un proveedor, favoreciendo el bajo costo de arriendo que tiene Cúcuta.

Por otra parte, se planteó una formulación alterna eliminando el costo de almacenamiento de la función objetivo, con lo cual la decisión de localización pasó a depender únicamente de los costos de transporte entre las diferentes rutas.

Los resultados obtenidos luego de ejecutar el modelo con los mismos datos, son analizados en detalle a continuación.

3.2. FORMULACIÓN ALTERNA DEL MODELO

$$Min Z = \sum_p \sum_t \sum_j \sum_k \sum_t (C_{ij} + G_{jk}) \cdot S_p \cdot X_{pijkt}$$

Sujeto a:

$$\sum_i X_{pijkt} * O_{ip} \geq D_{pkt} \cdot U_{jk} \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

$$W_j \geq \sum_p \sum_t \sum_k B_p \cdot X_{pijkt} \quad \forall: j \in J, t \in T$$

$$\sum_j U_{jk} = 1 \quad \forall: k \in K$$

$$X_{pijkt} \geq 0 \quad \forall: p \in P, j \in J, k \in K, t \in T$$

$$U_{jk} = \{0,1\} \quad \forall: j \in J, k \in K$$

Luego de ejecutar el modelo, eliminando el costo de arriendo de la función objetivo, el programa resolvió abrir seis centros de distribución en Bogotá, Cali, Medellín, Barranquilla, Bucaramanga e Ibagué, cada uno con sus respectivos clientes asignados. Si bien la solución favorece la reducción de los costos de transporte, al permitir una mayor proximidad en las rutas, los costos de arriendo generados a partir de las capacidades obtenidas, son mucho mayores en comparación con los del modelo original, presentándose un incremento total del 31.4% en el costo anual de la operación, como se muestra en la tabla 23, donde se realiza una comparación de ambos planteamientos.

Se puede observar que para la formulación original, los costos de transporte y arriendo representan el 46,7% y el 53,3 % del costo total anual respectivamente, mientras que en el nuevo planteamiento, la distribución del costo presenta un comportamiento diferente, como se muestra a continuación.

Tabla 2. Aumento del costo total de la operación, al no incluir el costo de arriendo en la función objetivo

	Capacidad W_j (m ³)	Costo de arriendo A_j (\$/m ³)	Costo de arriendo anual (\$)	Costo de Transporte anual (\$)	COSTO TOTAL (\$)
Modelo Original	$W_2 = 3.225$	7.235	389.835.336 (53,3%)	341.479.258 (46,7%)	731.314.593
	$W_6 = 1.393$	6.571			
Eliminando el costo de arriendo en la F.O	$W_1 = 631$	15.479	716.526.336 (74,5%)	244.396.722 (25,4%)	961.923.058
	$W_2 = 531$	7.235			
	$W_3 = 1.480$	12.412			
	$W_4 = 675$	13.329			
	$W_5 = 991$	11.548			
	$W_7 = 777$	9.383			

De esta manera, el modelo originalmente propuesto minimiza tanto los costos de transporte, mediante la localización estratégica de centros de distribución y sus respectivas asignaciones, como los costos de almacenamiento, a través de la optimización de la capacidad requerida en los CEDIs.

Por otro lado, a pesar de que la formulación alterna no garantiza la minimización de la capacidad requerida en las diferentes bodegas, al reducir de manera amplia los costos de transporte, mediante la localización de varios centros de distribución próximos a los clientes, también favorece la disminución de los recorridos entre las diferentes rutas, lo que se traduce en una mayor capacidad de respuesta o servicio al cliente.

Por lo tanto, en términos generales, el modelo original favorece la minimización del costo total de la operación, y la nueva formulación, garantiza una mejor oportunidad en el servicio, al optimizar los costos de transporte, y por ende los recorridos entre las rutas.

Por lo tanto, teniendo en cuenta que el costo de transporte está directamente relacionado con la oportunidad en el servicio, se proponen diferentes escenarios con el fin de realizar una comparación de ambos planteamientos, en términos de la relación costo beneficio de cada uno, considerando el costo de transporte como una medida de la capacidad de respuesta de los centros de distribución; esto, mediante la variación de parámetros esenciales como la demanda y los costos de arriendo por metro cúbico.

Tabla 3. Escenarios para la comparación de los dos planteamientos

Sitio j	COSTOS DE ARRIENDO			Demanda
	A_j			
	Esc. 1	Esc. 2	Esc. 3	
Bogotá	15.479	9.000	7.500	Distribución uniforme (datos aleatorios)
Cali	7.235	8.000	6.000	
Medellín	12.412	9.500	7.000	
B/quilla	13.329	10.000	7.000	
B/manga	11.548	8.500	6.500	
Cúcuta	6.571	7.500	7.000	
Ibagué	9.383	9.000	6.500	

De esta forma, se realizaron varias pruebas para los diferentes escenarios, calculando los costos de transporte y arriendo obtenidos tanto en el modelo original como en el alterno, especificando el número y la localización de los centros de distribución abiertos.

Los resultados muestran que en todas las pruebas realizadas, el costo anual de transporte es menor para la formulación alterna, y el costo de arriendo es más bajo en el modelo original.

Por otro lado, al determinar la distribución del costo total en los rubros de arriendo y transporte, se observa que el modelo original garantiza un mayor equilibrio de los costos, al arrojar una solución óptima para el problema, mientras que en el modelo alterno, la baja participación de los costos de transporte, implica que se debe incurrir en excesivos costos de almacenamiento. Por lo tanto, en términos de la distribución del costo (%arriendo vs %transporte), el modelo original permite que las estrategias de ahorro y servicio al cliente se combinen de manera óptima para maximizar la efectividad de la cadena de suministro.

Tabla 4. Distribución del costo en el modelo original

	Esc.	Prueba	% Costos de arriendo	% Costos de transporte	Distribución del costo
MODELO ORIGINAL	1	1	51,1%	48,9%	$(51,1\%)*(48,9\%) = 24,99\%$
		2	50,4%	49,6%	25,00%
		3	52,5%	47,5%	24,94%
	2	1	63,1%	36,9%	23,28%
		2	65,1%	34,9%	22,71%
		3	62,4%	37,6%	23,46%
	3	1	61,5%	38,5%	23,68%
		2	59,8%	40,2%	24,04%
		3	60,1%	39,9%	23,98%

Tabla 5. Distribución del costo en el modelo alterno

	Esc.	Prueba	% Costos de arriendo	% Costos de transporte	Distribución del costo
MODELO ALTERNO	1	1	74,4%	25,6%	19,03%
		2	74,7%	25,3%	18,92%
		3	76,0%	24,0%	18,26%
	2	1	68,7%	31,3%	21,49%
		2	69,0%	31,0%	21,38%
		3	69,6%	30,4%	21,16%
	3	1	63,9%	36,1%	23,08%
		2	62,9%	37,1%	23,33%
		3	66,1%	33,9%	22,4%

4. CONCLUSIONES

A partir de este proyecto de investigación, se logró reconocer la importancia del problema de localización de centros de distribución en la búsqueda de soluciones

estratégicas enfocadas en el mejoramiento del servicio, mediante la consolidación de procesos logísticos efectivos al interior de la cadena de abastecimiento de cualquier organización. En el área de la investigación de operaciones, múltiples autores han desarrollado un sinnúmero de estudios y teorías que buscan dar respuesta a los principales interrogantes que se plantean las empresas al considerar la apertura de canales de almacenamiento como una alternativa para fortalecer su logística de abastecimiento. Al efectuar una completa revisión del estado del arte, se encontró que el problema de localización de centros de distribución para múltiples productos en una cadena de tres eslabones, ya ha sido previamente abordado en incontables ocasiones, utilizando diferentes métodos de solución, a partir de la consideración de parámetros esenciales como los costos de transporte y la demanda, mediante los cuales, se logró dar respuesta a varios de esos interrogantes. No obstante, luego de identificar las limitaciones de cada uno de los modelos planteados en la literatura, se construyó una propuesta basada en la consideración de nuevas variables y parámetros que permiten complementar el proceso de toma de decisiones en las empresas.

La determinación de la capacidad óptima de los centros de distribución, constituye quizás el elemento de mayor diferenciación en el modelo propuesto, ya que garantiza la minimización de los costos de arriendo involucrados en el almacenamiento de la mercancía que debe ser enviada a los clientes. Esto, sumado a la incorporación de los costos de transporte entre las diferentes rutas, proporciona al modelo la facultad de optimizar aún más la solución del problema, con respecto a otros planteamientos en los que no se tiene en cuenta el cálculo de dicha capacidad. Por lo tanto, mediante la formulación propuesta, no solo se logra determinar cuál debe ser el número y la ubicación de las bodegas, sino que también se establece la capacidad óptima en cada una de ellas, resolviendo uno de los interrogantes que se plantean las empresas al momento de decidir la localización de sus centros de distribución.

Lo anterior se pudo comprobar mediante el planteamiento de un segundo modelo en el que no se incluye el costo de arriendo en la función objetivo, a partir de cuyo análisis se obtuvo que las capacidades requeridas para los centros de distribución no eran las óptimas, por lo que el costo total de la operación aumentó considerablemente, aun cuando se disminuían los costos de transporte.

De esta manera, el modelo propuesto garantiza una óptima combinación de los costos de arriendo y de transporte, a través de la localización de los centros de distribución en lugares donde el costo de arriendo por metro cúbico es bajo, y asignando a cada uno, los clientes que se encuentran más cerca de ellos, lo que a su vez favorece una mayor oportunidad en el servicio de entrega de la mercancía.

Por otro lado, mediante el análisis de escenarios, se logró identificar que el costo de arriendo para en los diferentes sitios candidatos, definido en el modelo como Aj, constituye el parámetro de mayor incidencia en los resultados del modelo, ya que su comportamiento determina tanto el número como la localización de los

centros de distribución, aún por encima de la variación de otros parámetros como la demanda y la oferta del mercado. De esta forma, cuando los costos de arriendo de las distintas ciudades son iguales o similares, la decisión pasa a depender principalmente de los costos de transporte.

El modelo, igualmente, es útil para resolver problemas reales que involucran grandes instancias, como se comprobó para la empresa Atenas Ltda., cuyos clientes presentan altos y variados volúmenes de demanda en todos los periodos. De modo que, a partir de la solución encontrada, la compañía podrá ahora contar con alternativas que seguramente favorecerán la efectividad de sus operaciones logísticas, y que serán consideradas dentro de la toma de decisiones al interior de la misma.

Finalmente, el desarrollo de este modelo, permitió a los autores del proyecto, consolidar y ampliar sus conocimientos en el área de la programación lineal, a través del estudio de nuevos conceptos y teorías relacionadas con el problema de localización, además de adquirir importantes habilidades en el manejo del lenguaje de programación GAMS CPLEX, herramienta de gran utilidad para la resolución de todo tipo de modelos de optimización aplicados a la realidad empresarial.

5. BIBLIOGRAFÍA

- [1] AMIRI, Ali. Designing a distribution network in a supply chain system: Formulation and efficient solution procedure. En : European Journal of Operational Research. Vol. 171, No. 2 (jun.2006); p. 567-576.
- [2] APONTE, Andrés. y ROSAS, Paula. Propuesta de solución al problema de localización de centros de distribución basándose en la meta heurística GRASP. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bogotá D.C.: Pontificia Universidad Javeriana. Facultad de Ingenierías. Departamento de Procesos Productivos, 2009. 124.
- [3] CHOI, Seong-kook; LEE, Taehan y KIM, Jinsuk. The genetic heuristics for the plant and warehouse location problem. En : Gajeong-dong, Yuseong-gu, Daejeon. No. 161 (feb.2005); p. 305-350.
- [4] HANNAN, Sadjady y HAMID, Davoudpour. Two-echelon, multi-commodity supply chain network design with mode selection, lead-times and inventory costs. En : Computers & Operations Research. Vol. 39, No. 7 (jul.2012); p. 1345-1354.
- [5] JABALAMELI, Saeed; TABRIZI, Behzad y JAVADI, Mohammad. Capacitated Facility Location Problem with Variable Coverage Radius in Distribution System. En : International Journal of Industrial Engineering & Production Research. Vol. 21, No. 4 (dic. 2010); p. 231-237.
- [6] KLOSE, Andreas. A Lagrangean relax-and-cut approach for the two-stage capacitated facility location problem. En : European Journal of Operational Research. Vol. 126, No. 2 (oct.2000); p. 408-421.
- [7] KLOSE, Andreas y DREXL, Andreas. Facility location models for distribution system design. En : European Journal of Operational Research. Vol. 162, No. 1 (abr.2005); p. 4-29.
- [8] KLOSE, Andreas. Obtaining sharp lower and upper bounds for two-stage capacitated facility location problems. En : Advances in Distribution Logistics. Vol. 460, No. 3 (oct.2001); p. 185-213.
- [9] MELO, T; NICKEL, S y SALDANHA DA GAMA, F. Facility location and supply chain management-a review. En : European Journal of Operational Research. Vol. 196, No. 2 (jul. 2009); p. 401-412.
- [10] MONTOYA, Jairo; APONTE, Andrés y ROSAS, Paula. Un procedimiento de búsqueda voraz adaptativo probabilista para un problema mono producto de localización de instalaciones no capacitado. En : Ingeniería y Desarrollo. No. 28 (jul.2010); p. 15-32.
- [11] NIÑO, Edna y PELÁEZ, Johanna. Diseño de una propuesta de solución para los centros de distribución (CEDIs) de la empresa COMERTEX S.A. a partir de un modelo matemático. Trabajo de grado Ingeniero Industrial. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Físico Mecánicas, 2012. 205 p.
- [12] OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A metaheuristic algorithm for a bi-objective supply chain design problem. En : RED-M. (nov.2008); p. 1-7.
- [13] OLIVARES, Elías; GONZÁLEZ, José y RÍOS, Roger. A supply chain problem with facility location and bi-objective transportation choices. En : TOP. Vol. 20, No.3 (oct. 2008); p. 729-753.
- [14] PARK, Sukin; LEE, Tae-Eog y SUNG, Chang Sup. A three-level supply chain network design model with risk-pooling and lead times. En : Transportation Research Part E. Vol. 46, No. 5 (2010); p. 563-581.
- [15] REVELLE, Cs; EISELT, Ha y DASKIN, Ms. A bibliography for some fundamental problema cateofries in discrete location science. En : European Journal of Operational Research. Vol. 184, No. 3 (feb. 2008); p. 817-848.
- [16] SELIM, Hasan y OZKARAHAN Irem. A supply chain distribution network design model: An interactive fuzzy goal programming-based solution approach. En : International Journal of Advanced Manufacturing Technology. Vol. 36, No. 3-4 (mar.2008); p. 401-418.
- [17] SHAHANAGHI, Kamran y YAZDIAN, Seyed. Facility location and distribution decisions in supply chains with fleet sizing considering both tangible and intangible criteria. En : International Journal of Management Science and Engineering Management. Vol. 5, No. 4 (may.2010); p. 302-308.
- [18] TRAGANTALERNGSAK, Suda; HOLT, John y RÖNNQVIST, Mikael. An exact method for the two-echelon, single-source, capacitated facility location problem. En : European Journal of Operation Research. Vol. 123, No. 3 (jun.2000); p. 473-489.

[19] TUZKAYA, Umut y ÖNÜT, Semih. A holonic approach based integration methodology for transportation and warehousing functions of the supply network. En : Computers and Industrial Engineering. Vol. 56, No.2 (mar.2009); p 708-723.

[20] WILDBORE, Bronwyn. Theoretical and computational analysis of the two-stage capacitated plant location problem. Tesis doctoral (Doctor en filosofía de la ciencia de decisión). Palmerston North: Universidad de Massey, 2008. 213 p.

Anexo 2. Lista de productos de Atenas Ltda.

PRODUCTO	
P1	TEP C
P2	TEP C MD
P3	TEP C MN
P4	TEP SM
P5	TEP XP
P6	TEP XO
P7	TEP MD
P8	TEP MN
P9	TEP BO
P10	TEP ES AC
P11	RAUM B
P12	RAUM NEG
P13	FLUR
P14	FLUR ER
P15	FLUR BE
P16	FLUR BO MK
P17	FLUR BO HL
P18	KORR ME
P19	KORR LX ER
P20	SEP HP
P21	SEP WE
P22	SEP ZA
P23	BODEN CS LP
P24	BODEN CS LT
P25	BODEN CS ED
P26	BODEN ED
P27	BODEN BO LP
P28	BODEN BO LT
P29	BODEN BO ED TEX
P30	BODEN BO ED LX
P31	BODEN BO ED LA
P32	KORR ED
P33	KORR CS PO
P34	KORR CS LG
P35	KORR CS LP
P36	KORR TM ED
P37	KORR TM BO
P38	KORR ED TP
P39	KORR BO TP
P40	KORR BO LP
P41	KORR CS TM
P42	KORR CS TP

PRODUCTO	
P43	TEP ER
P44	TEP TEX ER
P45	TEP TEX ER LP
P46	TEP MO FINE AX
P47	TEP MO FINE SX
P48	TAP ALS
P49	TAP LX
P50	TAP LP

Anexo 3. Demanda de los productos de Atenas Ltda

	ENERO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	2420	180	0	420	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P2	1090	60	130	180	20	0	350	120	240	1380	40	0	1670	0
P3	1460	180	0	0	170	0	120	180	600	780	0	180	0	0
P4	1430	200	0	0	430	0	1500	200	760	1400	0	0	500	200
P5	660	120	240	60	250	0	420	120	180	1140	0	0	0	0
P6	40	0	0	0	0	0	34	0	0	0	0	0	40	0
P7	660	120	10	0	80	0	420	0	300	900	0	60	0	60
P8	530	0	120	100	300	0	300	200	560	500	100	0	800	300
P9	730	200	0	100	300	0	800	100	560	1000	0	100	0	0
P10	180	60	180	0	80	0	470	60	180	0	0	0	340	0
P11	180	0	0	0	20	0	260	60	420	480	0	0	40	0
P12	400	0	90	0	40	0	700	30	120	410	30	30	150	170
P13	0	60	0	0	10	0	520	0	0	0	0	0	590	0
P14	620	50	0	0	20	50	440	0	120	50	0	0	120	0
P15	370	50	180	50	50	50	520	30	120	290	30	30	130	170
P16	250	0	120	0	40	50	560	30	120	290	30	30	220	160
P17	0	0	10	0	20	0	0	0	10	0	0	0	130	0
P18	330	0	80	0	40	50	60	0	0	80	0	0	30	60
P19	200	0	40	0	40	0	570	30	120	290	60	30	170	160
P20	360	30	70	0	0	0	520	30	120	170	0	30	60	0
P21	20	0	120	0	40	0	0	0	160	0	40	0	0	0
P22	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	0	20	0	0	0	0	40	0	0	0	20	0	0	0
P24	0	40	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0
P25	20	0	160	0	0	0	470	30	60	90	0	30	190	50
P26	70	0	90	0	20	0	100	0	60	100	0	0	30	0
P27	160	40	240	0	0	50	30	30	30	90	0	30	70	100
P28	170	40	170	0	20	50	480	0	90	0	0	0	230	100
P29	370	70	200	50	40	50	200	0	0	130	0	0	120	110
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	120	180	660	0	0	0	740	120	0	0	20	0	260	60
P33	0	0	50	0	60	0	0	0	80	0	10	0	0	100
P34	0	20	110	0	90	0	10	0	60	0	0	0	0	110
P35	320	140	300	10	60	0	90	100	0	0	0	0	900	290
P36	600	0	60	0	60	0	310	60	0	0	0	0	570	60
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	120	0	0	0	80	0	250	0	0	0	0	0	390	0
P39	0	20	70	0	0	0	200	30	230	0	0	0	270	40
P40	30	50	0	0	90	0	90	200	20	0	10	0	60	70
P41	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	40	0	0	0
P43	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	130	0
P45	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P46	245	72	0	0	22	0	240	0	0	28	0	0	0	0
P47	360	5	20	0	28	0	291	15	0	0	25	0	100	15
P48	414	32	0	0	179	0	240	0	107	36	57	0	153	0
P49	1171	93	0	160	65	0	568	0	28	0	136	0	160	0
P50	16	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0

Anexo 3. (Continuación)

	FEBRERO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	6300	910	0	540	420	0	420	0	120	0	80	0	0	0
P2	1310	390	20	60	120	0	1790	390	60	0	320	60	1000	80
P3	1700	750	0	0	240	120	1980	300	300	0	80	0	0	0
P4	1120	410	0	100	100	0	2500	400	100	0	700	0	100	360
P5	440	400	0	60	0	0	1020	300	600	0	80	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	50	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	260	180	60	0	240	0	900	270	0	0	380	60	60	10
P8	0	200	0	0	100	0	1300	100	100	200	400	0	300	0
P9	120	410	200	0	200	0	1800	200	300	0	100	400	0	150
P10	240	120	0	0	60	0	140	120	360	0	20	0	250	60
P11	0	120	60	60	0	0	260	0	60	60	0	0	0	0
P12	300	110	150	0	0	0	630	60	120	0	90	30	110	0
P13	0	0	0	0	20	0	740	20	0	0	0	0	820	20
P14	130	240	150	0	250	0	250	60	140	30	40	30	220	50
P15	300	110	30	0	0	0	590	60	120	0	90	0	230	90
P16	230	180	0	40	0	0	680	60	120	0	90	0	260	0
P17	60	30	0	0	0	0	160	0	0	0	20	0	100	40
P18	230	70	0	0	0	0	540	0	0	0	0	30	200	170
P19	220	20	20	0	0	0	650	60	120	0	90	30	240	120
P20	140	160	150	30	80	0	80	30	120	0	90	0	70	0
P21	20	200	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	110
P22	120	140	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0
P23	0	0	0	0	0	0	120	20	0	0	0	0	80	20
P24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P25	70	50	0	0	0	0	250	60	140	30	20	0	130	20
P26	60	0	0	0	0	0	50	0	80	0	40	30	50	80
P27	70	50	0	0	50	0	50	0	80	0	40	30	110	30
P28	30	80	30	0	0	0	230	60	140	30	20	30	260	120
P29	270	80	80	0	120	0	570	0	0	0	0	30	210	80
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	120	0	0	0	600	60	300	0	10	0	1100	120	430	0
P33	30	0	20	0	0	0	120	0	0	0	0	0	40	0
P34	30	0	20	0	0	0	120	0	20	0	0	0	20	0
P35	180	0	30	0	480	30	180	0	0	0	1200	250	250	0
P36	0	0	30	0	540	60	120	0	0	0	600	120	240	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	10	0	220	0	0	0	0	0	360	0	50	0
P39	160	0	0	0	190	0	120	0	20	0	80	0	160	0
P40	0	0	40	0	140	40	0	0	10	0	80	20	0	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	10	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	120
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	460	0
P45	177	0	0	0	0	0	150	0	0	0	0	0	35	0
P46	137	0	0	5	0	0	279	0	0	99	40	0	597	0
P47	34	0	30	7	40	0	103	0	42	0	0	0	628	0
P48	495	29	0	7	293	0	138	0	47	160	61	0	18	0
P49	1805	122	1	336	184	27	1355	0	152	72	131	0	592	0
P50	180	0	0	0	0	0	35	0	0	0	0	0	13	0

Anexo 3. (Continuación)

	MARZO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	240	0	0	0	0	0	840	0	30	60	0	0	0	50
P2	1260	180	60	0	180	120	1580	180	40	0	120	420	740	150
P3	1680	120	0	0	120	0	780	360	450	60	0	240	0	50
P4	820	200	200	0	100	0	1100	700	400	0	200	400	200	120
P5	600	60	0	60	180	120	240	240	240	60	180	180	0	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	900	0	180	0	120	0	500	120	300	0	0	180	790	60
P8	720	0	0	0	200	0	400	500	100	0	300	300	400	200
P9	620	100	0	0	200	0	1600	200	500	100	300	400	0	20
P10	420	0	0	0	20	0	420	60	120	0	0	0	800	120
P11	360	60	120	0	0	0	0	180	0	0	240	0	120	0
P12	390	0	0	0	30	0	320	90	140	0	60	100	110	100
P13	120	0	0	0	0	0	390	0	0	0	0	0	100	0
P14	660	0	150	0	80	0	510	0	180	0	20	50	80	50
P15	200	0	0	0	0	0	220	90	50	0	30	150	330	110
P16	100	0	0	0	0	0	340	90	50	0	30	50	50	20
P17	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	40	100
P18	30	0	0	0	0	30	190	100	140	0	60	0	100	130
P19	90	0	0	0	0	30	390	140	110	0	60	100	350	180
P20	480	40	160	0	80	80	90	0	50	0	0	0	0	0
P21	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0
P22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50
P23	120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10	0
P24	120	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P25	70	0	0	0	30	0	330	0	90	0	20	50	60	130
P26	10	0	0	0	0	0	220	50	30	0	20	100	210	110
P27	60	0	0	0	40	0	160	50	0	0	20	50	210	60
P28	20	0	0	0	0	0	270	0	60	0	20	50	210	50
P29	0	0	0	0	0	0	140	100	80	0	30	150	280	110
P30	270	60	30	170	60	70	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	0	0	740	230	120	0	0	0	700	180	0	0	0	0
P33	90	0	0	40	330	0	20	0	0	0	80	0	40	0
P34	80	0	0	40	330	0	0	0	0	0	140	0	40	0
P35	40	0	600	280	300	0	0	0	700	320	120	0	40	0
P36	50	0	460	130	60	0	10	0	480	40	120	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	20	0	630	0	0	0	20	0	120	0	0	0	0	0
P39	20	0	80	30	150	0	10	0	230	0	430	0	0	0
P40	60	0	60	180	0	0	60	0	70	30	0	0	40	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110	50
P45	150	0	0	0	0	0	179	0	0	0	0	0	67	0
P46	120	0	0	10	48	0	919	0	0	116	0	0	1163	13
P47	712	0	30	9	53	0	591	0	0	0	30	0	965	14
P48	292	0	0	40	263	0	120	0	0	0	16	0	609	0
P49	932	0	0	420	236	0	1006	166	13	62	112	0	620	0
P50	252	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Anexo 3. (Continuación)

	ABRIL													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	0	0	0	0	0	0	1560	0	580	120	410	60	60	0
P2	1430	360	0	0	300	0	1200	160	220	50	160	0	650	60
P3	3940	180	0	300	440	0	1560	60	580	120	400	0	180	0
P4	1720	400	400	100	320	0	1880	200	250	0	220	0	0	100
P5	1200	120	240	60	380	60	120	0	0	0	50	0	180	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	1050	60	240	0	240	60	100	40	20	0	0	0	120	60
P8	600	0	60	0	20	0	420	200	150	200	200	0	400	200
P9	700	0	360	100	320	0	620	220	350	0	130	0	300	0
P10	480	60	50	0	60	0	240	60	0	0	0	60	120	0
P11	220	60	60	120	0	0	0	0	180	0	0	0	100	0
P12	70	0	60	0	160	0	240	60	50	0	30	0	150	50
P13	40	0	0	0	10	0	670	0	0	0	0	0	0	10
P14	510	80	0	0	80	0	300	60	80	60	30	0	0	0
P15	0	0	0	0	0	0	60	60	20	0	0	0	200	0
P16	410	30	100	0	50	0	120	60	110	0	30	0	250	0
P17	60	0	100	0	0	0	180	0	30	50	0	0	160	0
P18	0	0	0	0	0	0	200	100	140	0	60	0	330	0
P19	40	0	0	0	0	0	220	140	140	0	50	0	320	50
P20	570	40	120	0	80	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P21	0	0	0	0	60	0	0	270	30	0	70	0	0	0
P22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	40	0	0	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0
P24	40	0	0	0	0	0	120	0	0	0	0	0	0	0
P25	10	0	0	0	0	0	190	30	50	60	30	0	0	0
P26	30	0	0	0	0	0	220	90	100	0	30	0	200	50
P27	0	0	0	0	0	0	120	30	0	0	0	0	130	0
P28	20	0	0	0	0	0	270	90	60	60	30	0	80	0
P29	0	0	0	0	0	0	170	140	50	0	30	0	320	0
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	1160	0	0	0	0	0	1000	120	320	0	10	0	1010	120
P33	0	100	0	0	60	0	0	0	60	0	70	0	40	0
P34	0	100	0	0	30	0	0	0	60	0	90	0	40	0
P35	1020	70	240	0	20	0	420	0	180	0	50	0	800	60
P36	750	80	120	0	30	0	620	130	210	0	10	0	260	60
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	790	0	0	0	20	0	20	0	0	0	40	0	0	0
P39	180	0	230	0	110	0	300	0	220	0	20	0	0	0
P40	140	0	20	0	50	0	60	0	0	0	60	0	30	20
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	150	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	135	0
P46	363	158	40	15	18	0	457	12	0	0	12	0	1553	12
P47	36	0	60	9	153	0	93	64	0	0	0	0	395	20
P48	3	0	0	116	467	0	373	0	27	45	76	0	278	0
P49	615	0	0	81	342	0	1312	102	0	395	82	0	557	0
P50	220	0	0	0	0	0	32	0	0	0	0	0	32	0

Anexo 3. (Continuación)

	MAYO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	3420	300	0	660	480	0	2520	120	800	240	570	600	0	0
P2	1030	360	10	260	60	0	800	260	240	140	220	60	1320	310
P3	2620	660	0	480	600	0	1380	300	500	180	380	420	780	0
P4	1400	760	0	100	300	0	1200	320	180	100	440	300	100	280
P5	520	320	0	180	0	120	480	0	240	180	180	240	600	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	240	300	10	0	180	60	700	240	60	300	0	0	920	0
P8	400	100	0	0	200	100	1500	120	140	200	40	400	600	150
P9	1100	340	50	0	100	0	1200	220	480	0	240	600	500	140
P10	240	0	0	0	60	0	420	0	0	0	120	120	120	270
P11	60	60	180	60	0	0	400	0	120	60	0	0	140	60
P12	210	70	90	0	0	0	630	50	110	50	80	50	280	170
P13	120	0	0	0	0	0	220	0	0	0	0	0	420	0
P14	620	80	160	0	80	0	190	60	120	30	50	30	30	0
P15	70	40	0	50	0	0	530	80	30	0	0	0	260	50
P16	170	0	0	30	30	0	550	80	100	0	0	0	260	0
P17	120	0	0	20	0	0	70	10	10	20	0	0	40	30
P18	0	0	0	0	0	0	700	50	130	50	30	50	310	30
P19	30	30	0	0	0	0	610	80	160	50	80	0	340	210
P20	390	70	120	140	40	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P21	40	80	0	0	0	0	30	30	80	0	0	0	0	150
P22	0	120	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0
P23	30	0	0	0	0	0	90	0	0	0	0	0	30	0
P24	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60
P25	60	0	0	0	0	0	200	50	200	0	30	30	150	30
P26	0	0	30	0	0	0	200	20	110	30	20	50	100	130
P27	80	0	40	0	0	0	70	20	80	0	20	0	150	0
P28	40	0	0	0	0	0	150	50	200	30	50	80	360	0
P29	0	0	0	0	0	0	760	50	100	0	30	0	420	80
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	240	0	10	0	440	130	600	0	20	0	2210	80	960	0
P33	130	0	0	0	0	20	80	0	100	0	0	0	0	0
P34	130	0	0	0	0	10	80	0	190	0	0	20	60	0
P35	260	0	0	0	1020	230	360	0	60	0	1530	140	480	0
P36	120	0	0	0	300	160	240	0	80	0	780	60	300	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P39	100	0	20	0	1700	0	100	0	0	0	1270	0	350	0
P40	20	0	20	0	80	40	0	0	100	0	90	100	0	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	100
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	213	0	0	0	0	0	150	0	0	0	0	0	214	0
P46	740	7	618	0	0	0	1004	0	14	24	123	0	602	44
P47	5	0	0	0	81	0	219	0	50	0	16	0	406	0
P48	480	23	0	0	312	0	237	0	14	36	93	0	163	102
P49	2213	62	0	290	564	0	601	276	0	170	332	0	1096	0
P50	225	0	0	0	0	0	61	0	0	0	0	0	18	0

Anexo 3. (Continuación)

	JUNIO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	2220	480	0	60	720	0	2640	240	60	60	540	0	0	0
P2	1180	60	120	0	130	0	1190	180	180	140	300	0	1400	240
P3	1980	60	60	180	360	0	1020	120	480	60	260	0	480	0
P4	1420	100	0	100	300	100	500	380	400	200	200	0	700	200
P5	360	60	120	0	180	0	300	60	0	0	80	0	300	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	650	240	60	0	0	0	420	60	120	0	0	0	600	60
P8	220	0	0	0	0	0	500	80	200	100	0	0	800	90
P9	920	100	0	100	200	0	300	120	100	0	200	0	760	640
P10	360	240	0	0	120	0	230	120	0	0	0	60	680	0
P11	540	0	0	0	130	0	60	60	0	0	0	0	180	0
P12	210	50	30	0	30	30	130	170	170	0	30	0	220	120
P13	750	0	0	0	20	0	310	0	0	0	0	0	450	0
P14	490	160	0	0	80	80	50	50	0	0	0	0	220	0
P15	110	0	30	0	30	0	140	0	80	0	50	0	140	50
P16	160	30	60	0	0	0	120	200	120	0	0	30	120	0
P17	40	0	0	0	0	0	80	0	0	80	0	0	20	0
P18	0	0	0	0	0	0	270	280	140	0	0	30	180	50
P19	0	0	0	0	0	0	180	190	180	0	30	30	300	120
P20	550	140	160	0	80	40	0	0	0	0	0	0	140	30
P21	10	0	0	0	0	0	0	160	0	0	20	0	0	30
P22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	130	0	0	0	20	0	160	0	0	0	20	0	0	0
P24	120	0	0	0	20	0	0	0	0	0	20	0	200	0
P25	30	0	0	0	0	0	190	80	30	20	80	0	220	50
P26	0	0	0	0	0	0	0	130	80	20	30	0	140	130
P27	0	0	0	0	0	0	0	20	0	20	0	0	240	0
P28	20	0	0	0	0	0	30	40	30	20	30	0	450	50
P29	0	0	0	0	0	0	160	130	120	0	80	30	230	50
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	20	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	110	0
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	0	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	0	0	0	140	0	0	0	0	0	0
P39	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P40	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P41	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	340	0
P45	402	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P46	27	200	0	0	0	0	220	0	0	50	249	0	492	0
P47	10	0	0	2	0	0	360	0	0	29	57	0	254	0
P48	1105	0	0	36	220	0	360	0	0	0	78	0	381	0
P49	1663	62	0	301	224	15	1417	196	0	46	113	0	1174	33
P50	200	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Anexo 3. (Continuación)

	JULIO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	2700	540	0	300	480	0	3240	420	450	480	480	480	0	0
P2	1230	180	0	0	60	0	1130	420	60	120	60	0	1240	240
P3	1380	0	0	300	360	0	2120	420	210	300	240	300	180	0
P4	900	0	260	200	210	0	820	300	400	200	100	0	600	400
P5	480	0	0	0	120	0	420	120	120	240	60	0	0	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	280	0	130	60	0	0	460	0	60	240	20	0	270	0
P8	200	0	140	200	200	200	620	0	0	300	100	0	800	100
P9	0	0	0	0	0	0	1020	200	100	0	0	100	700	0
P10	320	60	60	0	0	0	300	0	0	60	60	0	420	60
P11	180	0	60	0	0	0	480	0	0	60	0	0	60	0
P12	440	50	0	0	80	0	460	120	120	0	30	0	0	0
P13	10	0	0	0	0	0	900	0	0	0	0	0	570	0
P14	280	0	220	0	160	0	160	60	90	30	0	0	0	0
P15	70	0	50	0	30	0	330	90	150	0	90	0	320	30
P16	410	50	50	0	30	0	420	130	120	0	120	30	100	30
P17	50	0	0	0	0	0	120	0	0	40	20	0	120	0
P18	0	0	0	0	0	0	650	100	120	0	30	30	270	30
P19	0	0	0	0	0	0	630	160	120	0	120	30	0	0
P20	130	0	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	200	0
P21	0	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0
P22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	0	0	0	0	0	0	180	0	0	0	0	0	0	0
P24	0	0	0	0	0	0	120	0	0	0	20	0	390	0
P25	10	0	0	0	0	0	360	0	110	30	90	0	120	0
P26	0	0	0	0	0	0	370	60	50	30	30	0	0	0
P27	0	0	0	0	40	0	180	0	20	0	0	0	120	0
P28	0	0	40	0	30	0	170	60	110	0	0	0	30	0
P29	0	0	0	0	0	0	400	60	90	0	30	30	250	0
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	90	0
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	450	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P46	53	4	0	60	29	0	312	15	0	10	0	0	879	15
P47	180	0	0	2	99	0	122	0	100	0	0	0	967	3
P48	240	0	0	0	163	0	472	0	24	0	84	0	732	12
P49	1460	60	0	46	329	10	1249	197	15	247	308	0	536	0
P50	0	0	0	0	7	28	16	0	0	0	0	0	37	0

Anexo 3. (Continuación)

	AGOSTO													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	2620	580	0	120	1200	0	3840	240	180	240	360	240	0	60
P2	860	0	0	0	70	0	1310	0	120	120	120	0	1710	330
P3	1460	340	0	300	600	0	1200	0	60	420	180	60	720	0
P4	730	300	0	300	200	0	1300	0	0	0	0	0	700	950
P5	300	300	0	300	180	0	300	120	0	0	120	0	240	60
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	160	0	60	0	0	60	1200	60	0	120	80	0	1140	300
P8	190	100	200	100	0	0	900	100	0	200	200	0	700	420
P9	0	0	0	0	0	0	740	0	200	0	100	100	800	120
P10	230	0	0	0	0	0	470	0	0	0	60	60	1260	0
P11	50	0	0	120	0	0	0	0	0	60	0	0	310	60
P12	520	170	40	100	0	0	230	30	30	0	0	30	0	30
P13	180	0	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0	320	0
P14	590	200	0	70	80	0	350	30	30	60	0	0	340	80
P15	140	0	0	40	0	0	250	30	90	0	50	30	590	50
P16	760	110	0	90	70	0	370	30	120	0	0	0	270	0
P17	40	0	100	0	0	0	0	0	20	0	0	0	60	0
P18	20	0	0	0	0	0	420	0	30	0	50	0	160	50
P19	40	0	0	0	0	0	380	30	120	0	50	30	200	30
P20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0
P21	0	160	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0
P22	0	180	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60
P23	90	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	230	0
P24	90	0	0	0	0	0	80	0	0	0	0	0	210	0
P25	0	0	0	0	0	0	290	30	0	60	50	0	100	60
P26	0	0	0	0	0	0	300	0	30	30	50	0	60	50
P27	30	0	0	20	0	0	360	0	30	0	50	0	320	80
P28	0	0	0	0	0	0	360	30	0	30	0	0	280	60
P29	10	0	0	0	0	0	310	0	30	0	50	30	460	80
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	30
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	20	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0
P37	20	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0
P38	0	220	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0
P39	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0
P40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	260	0
P45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	150	0
P46	399	0	540	60	15	0	668	0	60	40	0	0	676	14
P47	125	0	0	0	5	0	608	0	60	33	0	0	574	0
P48	668	0	0	27	105	0	480	25	0	0	167	0	307	0
P49	1620	150	0	9	324	0	602	209	128	406	379	14	2012	0
P50	171	0	0	0	0	30	400	0	0	0	0	0	241	0

Anexo 3. (Continuación)

	SEPTIEMBRE													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	2160	180	0	420	400	0	2840	820	480	120	480	420	180	120
P2	760	0	90	530	160	0	1270	90	210	150	180	120	1400	270
P3	1860	60	660	180	400	0	2180	430	420	180	300	120	1020	120
P4	1000	230	0	100	230	0	0	0	0	0	0	0	800	280
P5	540	240	0	120	140	60	920	280	180	120	120	0	600	120
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	60	0	60	0	30	0	100	30	180	0	120	0	240	60
P8	500	20	0	0	30	0	720	260	200	200	100	0	1000	280
P9	0	0	0	0	0	0	1640	280	100	0	100	0	700	400
P10	260	0	60	0	30	60	120	60	0	120	60	0	130	0
P11	200	60	70	60	0	60	190	60	60	60	0	0	280	0
P12	0	0	0	0	0	0	520	230	120	0	20	60	260	60
P13	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	640	0
P14	280	80	80	80	100	0	360	80	160	60	20	30	130	80
P15	80	0	60	0	20	0	470	80	120	0	80	60	160	160
P16	550	0	350	70	150	0	410	60	60	0	80	60	270	160
P17	80	0	30	50	30	0	70	30	0	0	0	0	40	0
P18	0	0	0	0	0	0	570	300	110	0	30	0	210	30
P19	0	0	0	0	0	0	380	180	60	0	20	60	370	30
P20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160	30
P21	0	0	0	0	0	0	0	170	30	0	0	0	0	160
P22	0	0	0	0	20	0	20	220	0	0	0	0	0	0
P23	0	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	40	0
P24	10	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	230	0
P25	0	0	0	0	0	0	180	80	80	60	20	0	30	50
P26	0	0	0	0	0	0	180	0	150	0	20	0	130	60
P27	40	0	0	30	20	0	230	120	130	60	70	30	100	30
P28	50	0	0	0	20	0	320	140	130	60	50	30	100	190
P29	0	0	0	0	0	0	500	200	110	0	20	0	250	0
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	20	0	10	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	20	0	0	120	0	0	0	0	20	160
P39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
P40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	160
P45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P46	240	0	47	4	14	0	306	0	80	50	0	0	947	15
P47	455	0	3	28	3	0	360	0	150	12	0	0	569	42
P48	129	64	0	31	266	0	747	0	18	0	88	0	618	0
P49	1120	115	20	44	312	0	1217	108	41	112	209	20	747	15
P50	237	0	0	0	200	0	0	0	0	0	0	0	200	0

Anexo 3. (Continuación)

	OCTUBRE													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	3920	870	0	540	20	0	5580	300	830	420	360	600	1080	0
P2	2260	180	0	60	0	120	1220	360	420	180	200	120	890	0
P3	3860	280	0	780	380	0	1920	120	710	360	280	180	240	0
P4	940	630	0	600	400	0	1500	400	400	200	100	200	1100	400
P5	600	340	120	180	240	0	960	60	360	180	20	0	180	0
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	480	0	60	120	0	120	620	0	300	120	20	0	1230	0
P8	310	200	0	200	0	0	700	200	300	200	100	0	700	200
P9	0	0	0	0	0	0	800	200	600	400	120	200	800	0
P10	60	70	60	0	0	0	620	180	240	0	20	0	440	0
P11	240	0	60	60	0	0	370	380	60	60	20	0	140	60
P12	10	0	0	0	0	0	190	30	150	0	30	0	200	0
P13	130	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	360	0
P14	410	270	50	50	140	0	740	0	160	270	0	60	90	0
P15	40	0	0	0	0	0	90	30	250	60	30	30	150	0
P16	300	0	50	0	0	0	60	50	190	30	30	0	80	30
P17	0	0	0	0	0	0	20	60	0	20	0	0	60	0
P18	300	180	60	20	20	0	200	80	160	30	0	30	190	30
P19	440	50	60	30	70	0	190	0	190	60	30	0	210	30
P20	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0	0	180	0
P21	0	60	0	0	30	0	0	0	100	0	0	0	0	0
P22	0	140	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	20	0	510	0
P24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0	60	0
P25	160	60	0	30	20	0	120	0	50	0	0	0	30	0
P26	240	130	0	30	30	0	140	0	100	0	0	30	30	0
P27	60	0	20	0	0	0	190	0	20	60	0	0	90	0
P28	0	0	0	0	90	0	170	0	50	60	0	30	30	0
P29	0	0	0	0	0	0	190	30	250	30	0	0	60	30
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P33	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P37	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	158	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	313	0
P46	244	32	82	0	0	0	249	0	140	92	0	0	604	0
P47	115	0	30	0	205	0	262	0	40	0	17	0	313	2
P48	952	0	200	0	336	0	165	51	0	0	58	0	299	0
P49	1853	91	0	0	336	12	1199	127	0	131	284	0	1071	75
P50	614	40	0	0	32	0	420	0	24	0	40	0	460	0

Anexo 3. (Continuación)

	NOVIEMBRE													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	4920	180	0	420	880	120	6240	1090	740	840	860	660	1680	190
P2	1980	0	180	180	200	120	1660	540	50	660	330	0	2530	360
P3	3660	50	0	540	220	0	3410	1200	700	480	540	180	2040	130
P4	1200	0	200	0	40	0	1340	540	590	300	140	200	2300	360
P5	1500	60	0	360	220	0	760	520	420	240	120	0	720	180
P6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	1580	60	70	10	20	60	660	120	120	240	200	0	1790	210
P8	1200	0	170	400	40	0	800	240	170	200	260	200	1330	260
P9	0	0	0	0	0	0	640	400	140	300	260	100	400	10
P10	420	120	60	60	0	60	180	120	60	60	0	0	1170	180
P11	1260	0	120	180	0	60	300	60	20	60	0	0	1140	0
P12	0	0	0	0	0	0	310	210	150	0	50	0	360	30
P13	180	0	0	0	20	0	0	0	0	0	20	0	300	0
P14	0	0	0	0	0	0	280	40	90	100	0	0	140	60
P15	0	0	0	0	0	0	460	170	110	30	0	0	300	60
P16	0	0	0	0	0	0	320	130	70	30	80	0	270	60
P17	60	0	0	0	10	0	40	0	0	0	30	0	60	20
P18	640	100	120	70	90	0	350	140	140	0	20	0	310	30
P19	460	60	0	60	90	0	310	210	140	60	80	0	250	0
P20	0	0	0	0	0	0	70	0	30	30	50	0	100	0
P21	0	0	50	0	0	0	40	100	40	0	30	0	0	30
P22	0	0	0	0	0	0	0	160	0	0	0	0	0	0
P23	0	0	0	0	20	0	60	0	0	0	70	0	0	0
P24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60	0	0	0
P25	480	30	110	90	0	0	160	110	70	70	0	30	170	0
P26	480	30	110	90	10	0	120	130	60	60	20	30	50	100
P27	0	0	0	0	0	0	190	120	70	70	20	30	170	60
P28	0	0	0	0	0	0	110	120	0	60	0	30	260	10
P29	0	0	0	0	0	0	250	120	100	60	80	0	340	90
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	120	0	0	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	50	10
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0	0	0
P39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P41	0	0	0	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	1200	0	0	0	6	0	478	0	0	0	0	0	33	0
P46	1000	35	0	219	12	0	498	74	0	55	0	0	502	11
P47	366	0	0	18	10	0	390	14	110	32	125	0	521	29
P48	863	19	0	0	179	0	852	18	160	0	354	0	1486	398
P49	1229	169	0	58	314	0	1440	14	0	233	197	0	1182	71
P50	76	0	0	0	0	0	64	0	0	0	29	0	0	0

Anexo 3. (Continuación)

	DICIEMBRE													
	Bogotá	Cali	Medellín	B/quilla	B/manga	Cúcuta	Ibagué	S/Marta	Pereira	Manizales	Armenia	Montería	Pasto	Cartagena
P1	5340	720	0	720	930	0	6720	540	920	720	1200	480	0	0
P2	2500	120	720	600	360	300	2360	240	540	600	360	120	1450	240
P3	4860	360	1020	1080	540	120	4020	600	580	840	960	120	360	60
P4	2700	600	0	1000	730	300	2100	300	400	300	300	300	600	520
P5	2100	120	540	1320	720	0	720	120	480	240	120	120	960	120
P6	2100	400	0	1200	700	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P7	1480	120	480	360	0	0	1360	120	240	360	240	0	480	180
P8	1600	300	100	800	30	100	1400	200	180	400	200	200	800	260
P9	0	0	0	0	0	0	1400	100	280	100	300	300	0	0
P10	440	120	240	120	0	120	360	180	660	600	120	120	840	120
P11	1020	120	360	420	0	120	780	60	200	0	120	180	0	0
P12	0	0	0	0	0	0	280	50	70	150	50	0	280	110
P13	200	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	800	60
P14	0	0	0	0	0	0	470	0	260	100	100	100	60	100
P15	0	0	0	0	0	0	410	50	70	150	70	50	230	10
P16	0	0	0	0	0	0	290	0	70	100	70	40	160	100
P17	180	0	0	0	0	0	60	0	0	0	0	0	160	0
P18	1020	90	270	350	180	60	280	50	70	100	70	30	270	0
P19	1020	90	0	360	180	60	280	50	0	150	70	30	220	110
P20	0	0	0	0	0	0	70	0	0	0	0	0	0	0
P21	0	0	0	0	0	0	0	0	40	0	0	0	0	160
P22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P23	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	720	80
P24	0	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0	0	120	0
P25	540	60	60	210	130	60	140	0	100	0	50	0	0	20
P26	540	60	60	210	210	60	130	0	160	0	0	30	180	30
P27	0	0	0	0	0	0	270	0	180	50	70	60	120	110
P28	0	0	0	0	0	0	100	0	40	50	30	40	60	80
P29	0	0	0	0	0	0	230	0	20	100	70	50	520	30
P30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P31	0	0	0	0	0	0	0	0	200	0	0	0	0	0
P32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	120	30
P33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P36	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P38	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	200
P39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	160
P40	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	0	0	0	10
P41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
P43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
P45	163	0	0	0	0	0	208	0	0	0	0	0	0	0
P46	992	0	0	14	6	0	28	0	84	0	39	0	721	62
P47	662	0	0	0	12	0	220	0	30	0	69	0	360	0
P48	610	0	0	0	146	0	360	50	0	47	127	0	480	50
P49	838	140	0	0	60	87	1448	121	14	240	152	0	1377	96
P50	70	0	13	0	0	0	659	0	0	0	0	0	12	0

Anexo 4. Pesos y volúmenes de los productos de Atenas Ltda.

PESOS (Kg)		VOLÚMENES (m³)	
P1	0.8820	P1	0.0137
P2	1.1050	P2	0.0211
P3	0.8820	P3	0.0137
P4	0.8808	P4	0.0156
P5	0.8820	P5	0.0137
P6	0.8808	P6	0.0156
P7	1.1050	P7	0.0211
P8	0.8808	P8	0.0156
P9	0.8808	P9	0.0156
P10	1.1050	P10	0.0211
P11	3.2400	P11	0.0810
P12	3.2400	P12	0.0810
P13	1.0735	P13	0.0190
P14	0.5070	P14	0.0127
P15	0.3185	P15	0.0080
P16	0.6370	P16	0.0159
P17	1.1050	P17	0.0211
P18	0.3185	P18	0.0080
P19	0.3185	P19	0.0080
P20	0.3185	P20	0.0080
P21	1.0920	P21	0.0169
P22	0.8820	P22	0.0137
P23	1.0735	P23	0.0190
P24	1.0735	P24	0.0190
P25	0.5070	P25	0.0127
P26	0.5070	P26	0.0127
P27	0.5070	P27	0.0127
P28	0.5070	P28	0.0127
P29	0.3185	P29	0.0080
P30	0.7065	P30	0.0125
P31	1.0920	P31	0.0169
P32	0.5070	P32	0.0127
P33	0.5070	P33	0.0127
P34	0.3185	P34	0.0080
P35	1.8785	P35	0.0276
P36	1.9635	P36	0.0304
P37	1.9635	P37	0.0234
P38	1.3230	P38	0.0205
P39	0.8808	P39	0.0156
P40	1.3230	P40	0.0205
P41	0.9180	P41	0.0176
P42	1.0920	P42	0.0169

PESOS (Kg)		VOLÚMENES (m ³)	
P43	0.5070	P43	0.0127
P44	0.5070	P44	0.0127
P45	4.4800	P45	0.0500
P46	3.4000	P46	0.0500
P47	3.4000	P47	0.0500
P48	4.2000	P48	0.0500
P49	4.2000	P49	0.0100
P50	3.6700	P50	0.0500

Anexo 5. Demanda de los productos p para la ejecución del modelo

D_{pkt}		Producto p																				
t	k	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	
T1	K1	173	0	0	906	947	874	0	307	168	0	0	288	0	0	697	0	339	0	880	0	
	K2	802	0	711	0	812	514	316	0	0	0	0	610	0	0	0	827	472	0	797	0	
	K3	800	0	468	0	373	0	624	0	17	504	0	860	0	0	121	0	332	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	308	0	892	0	687	275	22	119	0	207	0	0	
	K5	92	0	532	111	492	732	585	954	0	0	0	0	948	0	0	0	0	876	289	0	594
	K6	335	0	983	0	343	3	0	427	0	879	799	0	14	731	0	251	751	634	0	0	
	K7	583	119	829	0	468	305	0	486	219	773	768	0	345	327	0	0	0	790	463	0	
	K8	633	105	0	551	0	345	636	0	0	0	0	750	0	0	832	0	836	0	75	0	
	K9	0	0	400	0	0	488	885	0	5	652	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	496
	K10	0	71	0	0	863	692	600	0	0	245	0	916	124	0	418	730	0	302	0	0	46
T2	K1	861	0	0	662	488	722	0	440	23	0	0	395	0	0	557	0	548	0	459	0	
	K2	796	0	414	0	581	898	53	0	0	0	0	571	0	0	0	601	305	0	123	0	
	K3	710	0	176	0	258	0	989	0	906	739	0	228	0	0	966	0	939	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	442	0	727	0	763	0	809	23	0	307	0	0	
	K5	435	0	472	361	490	828	172	453	0	0	0	0	0	0	0	0	277	542	0	984	
	K6	795	0	228	0	702	124	0	863	0	732	175	0	59	363	0	776	489	175	0	0	
	K7	957	384	125	0	506	1000	0	109	4	823	761	0	929	791	0	0	0	522	866	0	
	K8	650	340	0	655	0	287	65	0	0	0	0	281	0	0	884	0	546	0	936	0	
	K9	0	0	822	0	0	103	906	0	3	704	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	535
	K10	0	403	0	0	840	99	535	0	0	857	0	578	1	0	382	658	0	32	0	0	858
T3	K1	105	0	0	646	823	617	0	207	702	0	0	515	0	0	147	161	633	0	761	0	
	K2	212	0	755	0	366	949	385	0	0	0	0	701	0	0	0	522	767	0	64	0	
	K3	516	0	332	0	701	0	760	0	324	413	0	453	0	0	391	0	568	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	31	0	555	0	190	155	727	560	0	941	0	0	
	K5	402	0	538	830	257	933	380	453	0	0	0	0	0	0	0	0	358	420	0	0	196

D_{pkt}		Producto p																			
t	k	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
	K6	715	0	553	0	720	570	0	369	0	235	259	0	876	686	0	676	711	1000	0	0
	K7	187	170	207	0	814	553	0	431	729	376	425	0	975	395	0	880	0	432	596	0
	K8	213	364	0	558	0	124	931	0	0	0	0	739	0	0	266	0	959	0	956	0
	K9	0	0	948	0	0	159	344	0	507	532	0	0	0	0	0	0	0	0	0	60
	K10	0	546	0	0	487	540	321	0	0	820	0	264	743	0	852	245	0	530	0	124
T4	K1	368	0	0	255	653	386	0	661	512	0	0	217	0	0	857	27	632	0	555	0
	K2	643	0	941	0	861	950	462	0	0	0	0	479	0	0	0	353	281	0	957	0
	K3	986	0	718	0	608	0	973	0	867	71	0	693	0	509	881	0	775	0	0	0
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	162	0	731	0	697	725	437	209	0	652	0	0
	K5	377	0	424	579	391	57	996	66	0	0	0	0	0	0	0	0	583	840	0	387
	K6	209	0	245	0	876	731	0	846	0	293	445	0	631	881	0	539	819	169	0	0
	K7	741	403	139	0	510	897	0	828	308	791	619	0	155	114	0	0	0	329	564	0
	K8	235	802	0	330	0	273	777	0	0	0	0	808	0	0	926	0	916	0	604	0
	K9	0	0	899	0	0	189	523	0	72	559	0	0	0	0	0	0	0	0	0	192
	K10	0	533	0	0	834	418	594	0	0	421	0	240	130	423	374	0	0	489	0	532
T5	K1	142	0	0	968	135	190	0	447	428	0	0	702	0	0	453	542	805	0	681	0
	K2	483	0	213	0	719	551	988	0	0	0	0	464	0	0	0	0	663	0	593	0
	K3	810	0	631	0	272	0	801	0	135	370	0	508	0	127	471	0	678	0	0	0
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	581	0	798	0	36	701	493	0	0	95	0	0
	K5	766	0	860	609	177	893	209	453	0	0	0	0	0	0	0	0	200	826	0	26
	K6	469	0	699	0	895	785	0	144	0	122	329	0	904	804	0	741	793	789	0	0
	K7	701	557	547	0	370	882	0	814	693	577	77	0	177	0	0	281	0	905	223	0
	K8	625	810	0	906	0	790	180	0	0	0	0	667	0	0	281	0	429	0	520	0
	K9	0	0	27	0	0	821	530	0	87	756	0	0	0	0	0	0	0	0	0	64
	K10	0	775	0	0	148	733	73	0	0	696	0	904	607	164	847	0	0	84	0	901
T6	K1	720	0	0	176	73	52	0	47	785	0	0	623	0	0	812	239	266	0	488	0

D_{pkt}		Producto p																				
t	k	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	
	K2	291	0	499	0	572	890	156	0	0	0	0	438	0	0	0	365	514	0	292	0	
	K3	201	0	394	0	951	0	376	0	257	338	0	938	0	525	859	0	499	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	859	0	205	0	250	880	623	684	0	990	0	0
	K5	698	0	391	803	163	915	766	907	0	0	0	0	0	0	0	0	0	52	502	0	672
	K6	927	0	843	0	656	61	0	305	0	0	195	0	629	695	0	219	90	646	0	0	0
	K7	700	311	794	0	747	155	0	271	252	698	50	0	369	365	0	0	0	695	976	0	0
	K8	866	906	0	954	0	171	714	0	0	0	0	816	0	0	733	0	921	0	451	0	0
	K9	0	0	979	0	0	230	410	0	911	282	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	752
	K10	0	252	0	0	69	816	643	0	0	513	0	169	517	944	853	0	0	656	0	252	0
	T7	K1	152	0	0	569	688	89	0	849	594	0	0	505	0	0	367	908	431	0	483	0
K2		423	0	212	0	23	356	666	0	0	0	0	574	0	0	0	206	123	0	703	0	
K3		529	0	449	0	416	0	604	0	23	688	0	671	0	231	106	0	783	0	0	0	
K4		0	0	0	0	0	0	0	0	65	0	863	0	798	0	224	248	0	698	0	0	
K5		999	0	356	244	192	92	931	806	0	0	0	0	0	0	0	0	755	370	0	965	
K6		157	0	13	0	35	106	0	686	0	0	570	0	652	326	0	118	497	713	0	0	
K7		798	92	872	0	854	333	0	938	350	90	900	0	394	444	0	0	0	954	107	0	
K8		64	657	0	143	0	352	976	0	0	0	0	837	0	0	343	0	544	0	20	0	
K9		0	0	115	0	0	592	770	0	334	53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	113	
K10		0	245	0	0	359	619	81	0	0	897	0	514	882	0	273	0	0	87	0	204	
T8	K1	290	0	0	760	719	807	0	778	731	0	0	621	0	0	287	478	917	0	976	0	
	K2	380	0	615	0	335	175	480	0	0	0	0	141	0	0	0	899	24	0	819	0	
	K3	68	0	503	0	500	0	751	0	827	703	0	910	0	0	905	0	351	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	351	0	65	0	862	0	35	0	0	918	0	0	
	K5	742	0	388	173	746	780	775	778	0	0	0	0	0	0	0	0	220	814	0	96	
	K6	161	0	228	0	189	233	0	125	0	0	1000	0	964	881	0	738	249	552	0	0	
	K7	562	874	50	0	595	150	0	937	746	576	509	0	574	702	0	0	0	957	958	0	

D_{pkt}		Producto p																				
t	k	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20	
	K8	224	235	0	989	0	503	446	0	0	0	0	201	0	0	558	0	755	0	553	0	
	K9	0	0	879	0	0	825	762	0	661	540	0	0	0	0	0	0	0	0	0	65	
	K10	0	214	0	0	54	333	424	0	0	808	0	697	732	0	398	727	0	778	0	59	
T9	K1	345	0	0	824	979	569	0	524	324	0	0	247	0	0	428	656	931	0	48	0	
	K2	677	0	864	0	794	745	520	0	0	0	0	581	0	0	0	497	118	0	867	0	
	K3	93	0	267	0	735	0	553	0	325	658	0	899	0	28	177	0	493	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	215	0	112	0	833	0	792	0	0	295	0	0	
	K5	956	0	695	314	934	712	692	938	0	0	0	0	0	0	0	0	0	487	260	0	724
	K6	792	0	225	0	540	130	0	434	0	0	106	0	560	547	0	675	230	574	0	0	
	K7	84	573	936	0	294	501	0	760	317	853	998	0	164	181	0	0	0	510	199	0	
	K8	225	293	0	601	0	890	593	0	0	0	0	207	0	0	559	0	481	0	383	0	
	K9	0	0	882	0	0	449	699	0	836	163	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80	
	K10	0	340	0	0	165	920	884	0	0	861	0	407	976	904	857	0	0	995	0	536	
T10	K1	688	0	0	708	997	167	0	751	161	0	0	69	0	0	861	5	361	0	799	0	
	K2	400	0	346	0	72	282	404	0	0	0	0	212	0	0	0	0	374	0	789	0	
	K3	192	0	146	0	19	0	203	0	737	349	0	514	0	0	773	0	534	0	0	0	
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	291	0	159	0	529	967	882	551	0	490	0	0	
	K5	577	0	408	334	753	951	448	945	0	0	0	0	0	0	0	0	0	321	885	0	509
	K6	306	0	891	0	944	672	0	661	0	0	304	0	537	471	0	273	318	291	0	0	
	K7	290	105	107	0	804	972	0	179	167	497	622	0	820	34	0	524	0	323	17	0	
	K8	948	8	0	882	0	406	470	0	0	0	0	695	0	0	616	0	118	0	444	0	
	K9	0	0	741	0	0	660	852	0	999	236	0	0	0	0	0	0	0	0	0	233	
	K10	0	667	0	0	225	818	882	0	0	557	0	813	45	0	401	0	0	794	0	673	
T11	K1	953	0	0	213	287	932	0	445	507	0	0	626	0	0	837	0	996	0	706	0	
	K2	963	0	300	0	471	849	79	0	0	0	0	317	0	0	0	842	897	0	638	0	
	K3	52	0	368	0	247	0	864	0	131	731	0	327	0	0	250	0	828	0	0	0	

D_{pkt}		Producto p																			
t	k	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16	P17	P18	P19	P20
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	330	0	378	0	308	175	471	0	0	966	0	0
	K5	19	0	57	138	254	377	659	736	0	0	0	0	0	0	0	0	940	931	0	799
	K6	913	0	800	0	284	996	0	97	0	0	951	0	315	388	0	906	669	17	0	0
	K7	554	835	851	0	956	780	0	812	77	118	15	0	596	907	0	499	0	986	593	0
	K8	292	701	0	203	0	318	198	0	0	0	0	299	0	0	491	0	251	0	317	0
	K9	0	0	159	0	0	801	184	0	419	46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	682
	K10	0	626	0	0	427	918	356	0	0	456	0	415	981	0	500	140	0	526	0	254
T12	K1	889	0	0	470	364	507	0	308	948	0	0	269	0	0	629	534	600	0	511	0
	K2	621	0	20	0	668	776	666	0	0	0	0	950	0	0	0	665	863	0	832	0
	K3	889	0	377	0	873	0	702	0	168	961	0	571	0	0	940	0	647	0	0	0
	K4	0	0	0	0	0	0	0	0	268	0	379	0	865	481	975	484	0	688	0	0
	K5	372	0	976	150	663	608	903	915	0	0	0	0	0	0	0	0	798	518	0	139
	K6	184	0	424	0	958	101	0	222	0	0	27	0	488	369	0	579	144	249	0	0
	K7	573	690	73	0	79	214	0	353	893	163	69	0	182	194	0	828	0	237	60	0
	K8	170	679	0	900	0	833	197	0	0	0	0	79	0	0	643	0	667	0	758	0
	K9	0	0	227	0	0	670	688	0	227	48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	155
	K10	0	369	0	0	620	10	294	0	0	157	0	837	284	0	37	955	0	131	0	139

Anexo 6. Resultados obtenidos en GAMS para la formulación original del problema

```

---- VAR U VARIABLE BINARIA PARA ASIGNAR UN ÚNICO CEDI A UN CLIENTE DETERMINADO

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
J1.K1	.	.	1.000	EPS
J1.K2	.	.	1.000	EPS
J1.K3	.	.	1.000	EPS
J1.K4	.	.	1.000	EPS
J1.K5	.	.	1.000	EPS
J1.K6	.	.	1.000	EPS
J1.K7	.	.	1.000	EPS
J1.K8	.	.	1.000	EPS
J1.K9	.	.	1.000	EPS
J1.K10	.	.	1.000	EPS
J2.K1	.	1.000	1.000	8.7144E+7
J2.K2	.	1.000	1.000	5.5448E+7
J2.K3	.	1.000	1.000	8.0122E+7
J2.K4	.	1.000	1.000	4.4594E+7
J2.K5	.	.	1.000	EPS
J2.K6	.	.	1.000	EPS
J2.K7	.	1.000	1.000	9.8867E+7
J2.K8	.	.	1.000	EPS
J2.K9	.	1.000	1.000	5.3372E+7
J2.K10	.	1.000	1.000	8.8114E+7
J3.K1	.	.	1.000	EPS
J3.K2	.	.	1.000	EPS
J3.K3	.	.	1.000	EPS
J3.K4	.	.	1.000	EPS
J3.K5	.	.	1.000	EPS
J3.K6	.	.	1.000	EPS
J3.K7	.	.	1.000	EPS
J3.K8	.	.	1.000	EPS
J3.K9	.	.	1.000	EPS
J3.K10	.	.	1.000	EPS
J4.K1	.	.	1.000	EPS
J4.K2	.	.	1.000	EPS
J4.K3	.	.	1.000	EPS
J4.K4	.	.	1.000	EPS
J4.K5	.	.	1.000	EPS
J4.K6	.	.	1.000	EPS
J4.K7	.	.	1.000	EPS
J4.K8	.	.	1.000	EPS
J4.K9	.	.	1.000	EPS
J4.K10	.	.	1.000	EPS
J5.K1	.	.	1.000	EPS
J5.K2	.	.	1.000	EPS
J5.K3	.	.	1.000	EPS
J5.K4	.	.	1.000	EPS
J5.K5	.	.	1.000	EPS
J5.K6	.	.	1.000	EPS

Anexo 6. (Continuación)

J5.K7	.	.	1.000	EPS
J5.K8	.	.	1.000	EPS
J5.K9	.	.	1.000	EPS
J5.K10	.	.	1.000	EPS
J6.K1	.	.	1.000	EPS
J6.K2	.	.	1.000	EPS
J6.K3	.	.	1.000	EPS
J6.K4	.	.	1.000	EPS
J6.K5	.	1.000	1.000	5.5608E+7
J6.K6	.	1.000	1.000	8.1991E+7
J6.K7	.	.	1.000	EPS
J6.K8	.	1.000	1.000	8.7789E+7
J6.K9	.	.	1.000	EPS
J6.K10	.	.	1.000	EPS
J7.K1	.	.	1.000	EPS
J7.K2	.	.	1.000	EPS
J7.K3	.	.	1.000	EPS
J7.K4	.	.	1.000	EPS
J7.K5	.	.	1.000	EPS
J7.K6	.	.	1.000	EPS
J7.K7	.	.	1.000	EPS
J7.K8	.	.	1.000	EPS
J7.K9	.	.	1.000	EPS
J7.K10	.	.	1.000	EPS

---- VAR W CAPACIDAD REQUERIDA EN METROS CÚBICOS PARA EL CEDI QUE SE VA A UBICAR EN EL SITIO J

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
J1	.	.	+INF	1.8575E+5
J2	.	3224.874	+INF	.
J3	.	.	+INF	1.4894E+5
J4	.	.	+INF	1.5995E+5
J5	.	.	+INF	1.3858E+5
J6	.	1393.201	+INF	.
J7	.	.	+INF	1.1260E+5

MIP Solution: 733048806.960200 (52 iterations, 0 nodes)

Final Solve: 733048806.960200 (0 iterations)

Best possible: 731314593.966885

Absolute gap: 1734212.993315

Relative gap: 0.002366

Anexo 7. Resultados obtenidos en GAMS para la formulación alterna del problema

```

---- VAR U  VARIABLE BINARIA PARA ASIGNAR UN ÚNICO CEDI A UN CLIENTE DETERMINADO

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

J1.K1      .          1.000      1.000  2.2056E+7
J1.K2      .          .          1.000      EPS
J1.K3      .          .          1.000      EPS
J1.K4      .          .          1.000      EPS
J1.K5      .          .          1.000      EPS
J1.K6      .          .          1.000      EPS
J1.K7      .          .          1.000      EPS
J1.K8      .          .          1.000      EPS
J1.K9      .          .          1.000      EPS
J1.K10     .          .          1.000      EPS
J2.K1      .          .          1.000      EPS
J2.K2      .          1.000      1.000  2.4871E+7
J2.K3      .          .          1.000      EPS
J2.K4      .          .          1.000      EPS
J2.K5      .          .          1.000      EPS
J2.K6      .          .          1.000      EPS
J2.K7      .          .          1.000      EPS
J2.K8      .          .          1.000      EPS
J2.K9      .          .          1.000      EPS
J2.K10     .          .          1.000      EPS
J3.K1      .          .          1.000      EPS

J3.K2      .          .          1.000      EPS
J3.K3      .          1.000      1.000  2.5895E+7
J3.K4      .          .          1.000      EPS
J3.K5      .          .          1.000      EPS
J3.K6      .          .          1.000      EPS
J3.K7      .          .          1.000      EPS
J3.K8      .          .          1.000      EPS
J3.K9      .          1.000      1.000  1.3771E+7
J3.K10     .          1.000      1.000  3.6737E+7
J4.K1      .          .          1.000      EPS
J4.K2      .          .          1.000      EPS
J4.K3      .          .          1.000      EPS
J4.K4      .          1.000      1.000  1.9080E+7
J4.K5      .          .          1.000      EPS
J4.K6      .          .          1.000      EPS
J4.K7      .          .          1.000      EPS
J4.K8      .          1.000      1.000  2.3963E+7
J4.K9      .          .          1.000      EPS
J4.K10     .          .          1.000      EPS
J5.K1      .          .          1.000      EPS
J5.K2      .          .          1.000      EPS
J5.K3      .          .          1.000      EPS
J5.K4      .          .          1.000      EPS
J5.K5      .          1.000      1.000  1.6638E+7
J5.K6      .          1.000      1.000  2.8694E+7

```

Anexo 7. (Continuación)

J5.K7	.	.	1.000	EPS
J5.K8	.	.	1.000	EPS
J5.K9	.	.	1.000	EPS
J5.K10	.	.	1.000	EPS
J6.K1	.	.	1.000	EPS
J6.K2	.	.	1.000	EPS
J6.K3	.	.	1.000	EPS
J6.K4	.	.	1.000	EPS
J6.K5	.	.	1.000	EPS
J6.K6	.	.	1.000	EPS
J6.K7	.	.	1.000	EPS
J6.K8	.	.	1.000	EPS
J6.K9	.	.	1.000	EPS
J6.K10	.	.	1.000	EPS
J7.K1	.	.	1.000	EPS
J7.K2	.	.	1.000	EPS
J7.K3	.	.	1.000	EPS
J7.K4	.	.	1.000	EPS
J7.K5	.	.	1.000	EPS
J7.K6	.	.	1.000	EPS
J7.K7	.	1.000	1.000	3.2691E+7
J7.K8	.	.	1.000	EPS
J7.K9	.	.	1.000	EPS
J7.K10	.	.	1.000	EPS

---- VAR W CAPACIDAD REQUERIDA EN METROS CÚBICOS PARA EL CEDI QUE SE VA A UBICAR EN EL SITIO J

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
J1	.	631.307	+INF	.
J2	.	531.479	+INF	.
J3	.	1479.751	+INF	.
J4	.	675.355	+INF	.
J5	.	991.276	+INF	.
J6	.	.	+INF	EPS
J7	.	776.445	+INF	.

MIP Solution: 244396722.029200 (0 iterations, 0 nodes)

Final Solve: 244396722.029200 (0 iterations)

Best possible: 244396722.029200

Absolute gap: 0.000000

Relative gap: 0.000000

Anexo 8. Resultados obtenidos en GAMS para la validación del modelo

```

---- VAR U VARIABLE BINARIA PARA ASIGNAR UN ÚNICO CEDI A UN CLIENTE DETERMINADO

      LOWER    LEVEL    UPPER    MARGINAL
J1 .K1      .        .        1.000    EPS
J1 .K2      .        .        1.000    EPS
J1 .K3      .        .        1.000    EPS
J1 .K4      .        .        1.000    EPS
J1 .K5      .        .        1.000    EPS
J1 .K6      .        .        1.000    EPS
J1 .K7      .        .        1.000    EPS
J1 .K8      .        .        1.000    EPS
J1 .K9      .        .        1.000    EPS
J1 .K10     .        .        1.000    EPS
J1 .K11     .        .        1.000    EPS
J1 .K12     .        .        1.000    EPS
J1 .K13     .        .        1.000    EPS
J1 .K14     .        .        1.000    EPS
J2 .K1      .        .        1.000    EPS
J2 .K2      .        1.000    1.000 2.4620E+7
J2 .K3      .        .        1.000    EPS
J2 .K4      .        .        1.000    EPS
J2 .K5      .        .        1.000    EPS
J2 .K6      .        .        1.000    EPS
J2 .K7      .        .        1.000    EPS
J2 .K8      .        .        1.000    EPS
J2 .K9      .        .        1.000    EPS
J2 .K10     .        .        1.000    EPS
J2 .K11     .        .        1.000    EPS

J2 .K12     .        .        1.000    EPS
J2 .K13     .        1.000    1.000 2.8920E+8
J2 .K14     .        .        1.000    EPS
J3 .K1      .        .        1.000    EPS
J3 .K2      .        .        1.000    EPS
J3 .K3      .        1.000    1.000 2.8623E+7
J3 .K4      .        .        1.000    EPS
J3 .K5      .        .        1.000    EPS
J3 .K6      .        .        1.000    EPS
J3 .K7      .        .        1.000    EPS
J3 .K8      .        .        1.000    EPS
J3 .K9      .        .        1.000    EPS
J3 .K10     .        .        1.000    EPS
J3 .K11     .        .        1.000    EPS
J3 .K12     .        1.000    1.000 1.7846E+7
J3 .K13     .        .        1.000    EPS
J3 .K14     .        .        1.000    EPS
J4 .K1      .        .        1.000    EPS
J4 .K2      .        .        1.000    EPS
J4 .K3      .        .        1.000    EPS
J4 .K4      .        1.000    1.000 4.4963E+7
J4 .K5      .        .        1.000    EPS
J4 .K6      .        .        1.000    EPS
J4 .K7      .        .        1.000    EPS
J4 .K8      .        1.000    1.000 3.4910E+7
J4 .K9      .        .        1.000    EPS
J4 .K10     .        .        1.000    EPS
J4 .K11     .        .        1.000    EPS
J4 .K12     .        .        1.000    EPS
J4 .K13     .        .        1.000    EPS

```

Anexo 8. (Continuación)

J4 .K14	.	1.000	1.000	2.8825E+7
J5 .K1	.	.	1.000	EPS
J5 .K2	.	.	1.000	EPS
J5 .K3	.	.	1.000	EPS
J5 .K4	.	.	1.000	EPS
J5 .K5	.	1.000	1.000	5.8770E+7
J5 .K6	.	1.000	1.000	6.9593E+6
J5 .K7	.	.	1.000	EPS
J5 .K8	.	.	1.000	EPS
J5 .K9	.	.	1.000	EPS
J5 .K10	.	.	1.000	EPS
J5 .K11	.	.	1.000	EPS
J5 .K12	.	.	1.000	EPS
J5 .K13	.	.	1.000	EPS
J5 .K14	.	.	1.000	EPS
J6 .K1	.	.	1.000	EPS
J6 .K2	.	.	1.000	EPS
J6 .K3	.	.	1.000	EPS
J6 .K4	.	.	1.000	EPS
J6 .K5	.	.	1.000	EPS
J6 .K6	.	.	1.000	EPS
J6 .K7	.	.	1.000	EPS
J6 .K8	.	.	1.000	EPS
J6 .K9	.	.	1.000	EPS
J6 .K10	.	.	1.000	EPS
J6 .K11	.	.	1.000	EPS
J6 .K12	.	.	1.000	EPS
J6 .K13	.	.	1.000	EPS
J6 .K14	.	.	1.000	EPS
J7 .K1	.	.	1.000	EPS
J7 .K2	.	.	1.000	EPS
J7 .K3	.	.	1.000	EPS
J7 .K4	.	.	1.000	EPS
J7 .K5	.	.	1.000	EPS
J7 .K6	.	.	1.000	EPS
J7 .K7	.	.	1.000	EPS
J7 .K8	.	.	1.000	EPS
J7 .K9	.	.	1.000	EPS
J7 .K10	.	.	1.000	EPS
J7 .K11	.	.	1.000	EPS
J7 .K12	.	.	1.000	EPS
J7 .K13	.	.	1.000	EPS
J7 .K14	.	.	1.000	EPS
J8 .K1	.	.	1.000	EPS
J8 .K2	.	.	1.000	EPS
J8 .K3	.	.	1.000	EPS
J8 .K4	.	.	1.000	EPS
J8 .K5	.	.	1.000	EPS
J8 .K6	.	.	1.000	EPS
J8 .K7	.	.	1.000	EPS
J8 .K8	.	.	1.000	EPS
J8 .K9	.	.	1.000	EPS
J8 .K10	.	.	1.000	EPS
J8 .K11	.	.	1.000	EPS
J8 .K12	.	.	1.000	EPS
J8 .K13	.	.	1.000	EPS
J8 .K14	.	.	1.000	EPS
J9 .K1	.	1.000	1.000	3.0089E+8
J9 .K2	.	.	1.000	EPS
J9 .K3	.	.	1.000	EPS

Anexo 8. (Continuación)

J9 .K4	.	.	1.000	EPS
J9 .K5	.	.	1.000	EPS
J9 .K6	.	.	1.000	EPS
J9 .K7	.	1.000	1.000	2.7925E+8
J9 .K8	.	.	1.000	EPS
J9 .K9	.	1.000	1.000	4.4921E+7
J9 .K10	.	1.000	1.000	3.6212E+7
J9 .K11	.	1.000	1.000	4.3513E+7
J9 .K12	.	.	1.000	EPS
J9 .K13	.	.	1.000	EPS
J9 .K14	.	.	1.000	EPS
J10.K1	.	.	1.000	EPS
J10.K2	.	.	1.000	EPS
J10.K3	.	.	1.000	EPS
J10.K4	.	.	1.000	EPS
J10.K5	.	.	1.000	EPS
J10.K6	.	.	1.000	EPS
J10.K7	.	.	1.000	EPS
J10.K8	.	.	1.000	EPS
J10.K9	.	.	1.000	EPS
J10.K10	.	.	1.000	EPS
J10.K11	.	.	1.000	EPS
J10.K12	.	.	1.000	EPS
J10.K13	.	.	1.000	EPS
J10.K14	.	.	1.000	EPS

---- VAR W CAPACIDAD REQUERIDA EN METROS CÚBICOS PARA EL CEDI QUE SE VA A UBICAR EN EL SITIO J

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
J1	.	.	+INF	1.8575E+5
J2	.	546.485	+INF	.
J3	.	133.635	+INF	.
J4	.	271.223	+INF	.
J5	.	147.096	+INF	.
J6	.	.	+INF	78852.000
J7	.	.	+INF	1.1260E+5
J8	.	.	+INF	1.3806E+5
J9	.	1440.895	+INF	.
J10	.	.	+INF	92688.000

MIP Solution: 1239501962.039400 (41 iterations, 0 nodes)
 Final Solve: 1239501962.039400 (0 iterations)
 Best possible: 1236472394.923781
 Absolute gap: 3029567.115619
 Relative gap: 0.002444