

**DETERMINACIÓN DE DESCRIPTORES PARA LA CARACTERIZACIÓN DE
IMÁGENES DE MÚLTIPLES GALAXIAS UTILIZANDO WAVELETS**

JUAN CARLOS BASTO PINEDA

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES.
BUCARAMANGA
2008**

**DETERMINACIÓN DE DESCRIPTORES PARA LA CARACTERIZACIÓN DE
IMÁGENES DE MÚLTIPLES GALAXIAS UTILIZANDO WAVELETS**

JUAN CARLOS BASTO PINEDA

**Trabajo de grado para optar por el título de
Ingeniero Electrónico**

**Director
Arturo Plata Gómez
Ph.D. en Ciencias para el Ingeniero**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE INGENIERÍAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍAS ELÉCTRICA, ELECTRÓNICA
Y TELECOMUNICACIONES.
BUCARAMANGA
2008**

"Remember when you were young, you shone like the sun..."

Pink Floyd.

"si yo fuera otro ser, no lo podría entender..."

Charly García.

*A la memoria de la niña más dulce del mundo.
Tu recuerdo sigue aquí como el viento frío de la montaña,
que mece las hojas de los árboles cantando tu nombre.
Tú nunca te fuiste, simplemente empezaste a tejer un nuevo capullo con
hebras de luz...*

*A mi mamacita querida.
Gracias por estar a mi lado en cada locura,
en las mañanas llenas de pájaros alegres,
y también cada vez que el mundo se derrumbó por los golpes de la mano de
dios.
Gracias por tanto amor mamacita, por dejarme crecer y comprenderlo.*

*Al viejo Mao, el parcerero más grande de todos mis parceros.
Gracias por el cariño y por la luz de tu mirada.
Gracias por hacer tantos sueños posibles.*

A mi padre, que a pesar de la distancia vive adentro de mí como no se imagina.

*A la pacha mama.
Gracias por bendecirme con el sol y la lluvia... por el cielo azulito.
Gracias por serenar mi alma con el silencio mineral de las montañas y el agua.
Gracias por potenciar en mi corazón la visión verdadera.*

*A mis amigos.
Diamantes locos florecidos en mitad del camino,
sin los cuales la vida no tendría sentido.
Gracias por esta conmigo en los días de éxtasis y de sueños rotos,
y por no dejarme caer nunca hasta el fondo.*

*Que ángeles los cuiden parceritos.
Abandono mi corazón con alegría,
por que se queda repartido
en el de todos ustedes...*

AGRADECIMIENTOS

Aprovecho este espacio para agradecer sinceramente a las personas que hicieron posible la culminación de este trabajo:

Al profesor Arturo Plata, director del proyecto, por enseñarme tantas cosas tan vacanas y por todos sus aportes a la realización del trabajo; pero sobre todo por la comprensión y por todo su apoyo, y por el intento sincero de ser un gran ser humano.

A mi hermano Mauricio, al que quiero muchísimo y sin el cual no hubiera sido posible llegar hasta aquí. Gracias por botarme la re-buena energía y por creer en mí. Que la vida nos mantenga unidos siempre.

Al profesor Nelson Vera, por poner a caminar esta idea con motorcito propio.

A mi familia. A mis padres por que siempre hicieron todo lo que estuvo a su alcance, y sí que lo hicieron bien. Y a Manolito por su nobleza de corazón y su ternura, seremos parceros por siempre.

A mis amigos, cuyo apoyo ha sido siempre indispensable para seguir adelante. Gracias por calentarme el corazoncito en medio de tanto aguacero, por acompañarme a naufragar en la tristeza infinita y a renacer con lágrimas de alegría cuando el sol empezó a despuntar.

A todos muchas gracias por acompañarme en este viaje. Este trabajo le pertenece un poquito a cada uno, pues las páginas más bellas crecieron como árboles junto a todos ustedes.

A la Naturaleza que es lo más grande.

RESUMEN

Título: DETERMINACIÓN DE DESCRIPTORES PARA LA CARACTERIZACIÓN DE IMÁGENES DE MÚLTIPLES GALAXIAS UTILIZANDO WAVELETS*.

Autor:
JUAN CARLOS BASTO PINEDA**

Palabras clave: Tratamiento digital de imágenes, Imágenes astronómicas, Transformaciones Wavelet, Modelamiento de ruido, Supresión de ruido, Segmentación de imágenes.

Descripción:

En el presente trabajo se utilizaron diferentes métodos de procesamiento digital de imágenes, buscando suprimir el efecto del ruido Gaussiano que afecta a las imágenes de origen astronómico. Se utilizaron técnicas basadas en filtrado espacial y en las transformaciones tipo Wavelet. Los resultados obtenidos con 60 imágenes del proyecto Sloan Digital Sky Survey se recrean con el uso de ejemplos ilustrativos, en los cuales se observa el comportamiento de cada técnica a nivel global y local. En primer lugar se hizo una estimación cuantitativa de la variación del ruido presente y se comprobó la validez del modelo Gaussiano.

Las transformaciones Wavelet produjeron excelentes imágenes, en las cuales el rastro de ruido desaparece por completo y se hacen evidentes muchas características morfológicas que era imposible detectar en la imagen original. Este hecho supone el mayor éxito del trabajo realizado. Hay que tener en cuenta que el trabajo con este tipo de transformaciones requiere una buena fundamentación matemática, y aunque su uso apenas empieza a generalizarse ha demostrado ser una herramienta muy poderosa en el tratamiento de señales.

Finalmente se complementa el trabajo con algunas técnicas auxiliares como la segmentación, que sin duda son de gran interés para quienes realizan investigación astronómica con este tipo de imágenes. Se ha procurado en cada parte hacer uso de las características de las transformaciones wavelet para darle mayor solidez a los métodos utilizados.

* Trabajo de grado

** Facultad de Ingenierías Físico-Mecánicas
Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones

ABSTRACT

Title: Determination of describers for the characterization of images of multiple galaxies using wavelets*.

Author:
JUAN CARLOS BASTO PINEDA**

Key words: Digital treatment of images, Astronomical images, Wavelet Transformations, Noise modelling, Noise suppression, Image segmentation.

Description:

For the creation of this work different methods of digital processing of images were used, looking forward to remove the effect of the Gaussian noise that affects the images from astronomical origin. They were used some techniques based on space filtering and other ones related to the use of the Wavelet type transformations. The results obtained with 60 images from the Sloan Digital Sky Survey project are recreated with the use of illustrative examples, on which it is possible to observe the behaviour of each technique on a global and local level. On first place, a quantitative estimation of the noise variance was done, and the validity of the Gaussian model was demonstrated.

The Wavelet transformations permitted to obtain excellent images, on which the effect of noise completely disappears and many morphological characteristics that were impossible to be detected on the original image, become evident. This fact supposes the greatest success on the held work. It must be taken into account that the work with this type of transformations requires a good mathematical basis, and even though its use is just beginning to be generalized it has demonstrated to be a very powerful tool on signals treatment.

Finally the work is complemented with some auxiliary techniques as image segmentation, that with no doubt are of great interest for those who perform astronomical investigation with this type of images. It has been procured each part to make use of the characteristics of the Wavelet transformations in order to give more strength to the used methods.

* Grade Work

** Faculty of Physics – Mechanics engineering
Electronics Engineering

CONTENIDO

	pág.
INTRODUCCIÓN	2
1. MARCO TEÓRICO	3
1.1. SLOAN DIGITAL SKY SURVEY	4
1.1.1 Características generales del proyecto de exploración	6
1.1.1.1 El telescopio	6
1.1.1.2 El explorador fotométrico	6
1.1.1.3 Tiempo de exposición	7
1.1.2 Data Release 6	8
1.1.2.1 Adquiriendo y usando las imágenes	9
1.1.2.2 I.Q.S (Imaging Query Server)	9
1.1.2.3 S.Q.L (Structured Query Language)	10
1.1.2.4 D.A.S (Data Archive Server)	10
1.2. TRATAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES	11
1.2.1 Las imágenes digitales	11
1.2.1.1 Tipos de imágenes	11
1.2.1.2 Requerimientos computacionales	14
1.2.1.3 Algunos conceptos útiles	14
1.2.1.3.1 Histograma	14
1.2.1.3.2 Resolución espacial	15
1.2.1.3.3 Frecuencia espacial	15
1.2.2 Técnicas básicas	15
1.2.2.1 Binarización	16
1.2.2.2 Procesamiento de puntos	16
1.2.2.3 Procesamiento de vecindades	17
1.2.2.4 Transformaciones	21
1.2.2.5 Operaciones morfológicas	21
1.2.2.5.1 Dilatación	21
1.2.2.5.2 Erosión	23
1.3. TRANSFORMADA DE FOURIER	24
1.3.1 La transformada continua de Fourier en una dimensión	24
1.3.1.1 Propiedades	27
1.3.2 Transformada discreta de Fourier	28
1.3.3 Transformada de Fourier en dos dimensiones	29
1.4 TRANSFORMACIONES TIPO WAVELET	31
1.4.1 Wavelets en dos dimensiones	34
1.4.2 El soporte Multi resolución	36
1.5 ALGORITMO A TROUS	37
1.5.1 Selección de la transformación multi escala	46
1.6 RESTAURACIÓN DE IMÁGENES	46
1.7 RUIDO	48
1.7.1 Tipos de ruido	49
1.7.1.1 Gaussiano	49
1.7.1.2 Sal y pimienta	51
1.7.1.3 Speckle	52

	pág.
1.7.1.4 Periódico	53
1.8 SUPRESION DE RUIDO	54
1.8.1 Supresión de ruido por filtrado espacial	55
1.8.1.1 Sal y pimienta	56
1.8.1.2 Ruido Gaussiano	62
1.8.1.3 Ruido con distribución de Poisson	68
1.8.2 Supresión de ruido en el dominio de la frecuencia	69
1.8.3 Limpieza de ruido utilizando wavelets	71
1.8.3.1 COEFICIENTES WAVELET SIGNIFICATIVOS	72
1.8.3.2 Ruido gaussiano	72
1.8.3.2.1 ESTIMACIÓN AUTOMÁTICA DEL RUIDO GAUSSIANO	74
1.8.3.3 Thresholding	77
1.8.3.4 Otros tipos de ruido	78
1.9 SEGMENTACION	79
1.9.1 Discontinuidades	79
1.9.1.1 Detección de puntos	80
1.9.1.2 Detección de líneas	80
1.9.1.3 Detección de contornos	81
1.9.2 Thresholding	85
1.9.3 Segmentación basada en regiones	87
1.9.3.1 Regiones crecientes	87
1.9.3.2 División y fusión de regiones	89
2. LIMPIEZA DE RUIDO EN LAS IMÁGENES DEL S.D.S.S.	91
2.1 Consideraciones Procedimentales	91
2.2 GAUSSIANIDAD	93
2.3 LIMPIEZA DE RUIDO POR FILTRADO ESPACIAL	96
2.4. SUPRESIÓN DE RUIDO UTILIZANDO TRANSFORMADAS WAVELET	104
3. SEGMENTACION	114
CONCLUSIONES	121
RECOMENDACIONES	122
BIBLIOGRAFIA	123
ANEXOS	125

LISTA DE FIGURAS

	pág.
Figura 1. Galaxia M51	4
Figura 2. Un miembro del equipo chequea la operación del telescopio el primer día de pruebas	5
Figura 3. Imagen típica del Sloan en una longitud de onda, ya procesada contra el ruido	9
Figura 4. Imagen de una estrella en formato binario (a). La misma imagen en escala de grises (b). Imagen en color tipo R.G.B (c)	13
Figura 5. Histograma de una imagen	14
Figura 6. Imagen de un sistema binario (a). La misma imagen tras un aumento de brillo (b)	17
Figura 7. La matriz pequeña representa una máscara y la grande una imagen digital (a). Proceso de filtrado o convolución entre las dos matrices (b)	18
Figura 8. Máscara para filtrado promedio	19
Figura 9. Imagen original y su versión filtrada con una máscara de promedio	19
Figura 10. Resultado de un filtrado pasa-altas	21
Figura 11. Conjuntos de píxeles A y B	22
Figura 12. Dilatación de A usando B	22
Figura 13. Conjunto de píxeles A y B	23
Figura 14. Erosión de A usando B, comparada con la imagen original A	24
Figura 15. Reconstrucción de una señal como suma de funciones senoidales	25
Figura 16. Espectro de la señal reconstruída	26
Figura 17. Función senoidal en dos dimensiones	29
Figura 18. Transformada de Fourier de una senoidal discreta bidimensional	30
Figura 19. Señal de prueba y descomposición wavelet en 5 niveles	33
Figura 20. Imagen del cielo y 5 niveles de resolución wavelet	35
Figura 21. Imagen de una estrella y su transformada wavelet a-trous	44
Figura 22. Curva de densidad de probabilidad para una distribución Gaussiana	50
Figura 23. Imagen con galaxia de canto	51
Figura 24. Imagen con ruido Gaussiano	51
Figura 25. Imagen con ruido sal y pimienta.	52
Figura 26. Imagen contaminada con ruido speckle	53
Figura 27. Imagen contaminada con ruido periódico	54
Figura 28. Imagen limpia de ruido	56
Figura 29. Imagen contaminada con ruido sal y pimienta	57
Figura 30. Filtrado promedio 3 x 3	57
Figura 31. Filtrado promedio 5 x 5	58
Figura 32. Filtrado promedio 7 x 7	58

	pág.
Figura 33. Usando el filtro mediana	59
Figura 34. Usando un filtro min	60
Figura 35. Usando un filtro max	60
Figura 36. Método de píxeles aislados con umbral 0.6	61
Figura 37. Método de píxeles aislados con umbral 0.4	62
Figura 38. Imagen de prueba contaminada con ruido Gaussiano	63
Figura 39. Promedio de 20 imágenes	63
Figura 40. Tras aplicar un filtro promedio de 3x3	64
Figura 41. Uso de filtro adaptativo gaussiano	65
Figura 42. Filtrado con un filtro adaptativo diferente	66
Figura 43. Tercera opción de filtrado adaptativo	67
Figura 44. Filtrado de punto medio	68
Figura 45. Señal con ruido periódico y espectro de Fourier	70
Figura 46. Espectro de Fourier modificado e imagen reconstruida	71
Figura 47. Resultado de filtrar el ruido gaussiano con transformaciones wavelet	78
Figura 48. Imagen original contaminada por fuerte ruido gaussiano	78
Figura 49. Máscara para detección de puntos	80
Figura 50. Máscaras de detección de líneas	80
Figura 51. Imagen de pruebas	82
Figura 52. Resultado de aplicar el filtro gradiente	83
Figura 53. Principales filtros derivativos	84
Figura 54. Histograma con regiones diferenciadas	86
Figura 55. Semillas	88
Figura 56. Tras 25 dilataciones	88
Figura 57. Tras 200 dilataciones	88
Figura 58. Imagen reconstruida mediante el crecimiento de las regiones	89
Figura 59. Imagen típica del Sloan Digital Sky Survey	92
Figura 60. Ejemplo de histograma del ruido en una imagen del Sloan	93
Figura 61. Imagen: "Imagen completa"	97
Figura 62. Imagen de la "Espiral 1"	97
Figura 63. Imagen completa filtrada con wiener 3	98
Figura 64. Espiral 1 filtrada por un wiener 2	99.
Figura 65. Filtrado de la imagen Espiral 3 con el wiener 1	100
Figura 66. Filtrado de punto medio sobre la imagen Espiral 2.	101
Figura 67. Espiral 1 tras filtrado promedio	102
Figura 68. Filtrado wiener 3 sobre la imagen Espiral 2	102
Figura 69. Espiral 2 filtrada con un wiener 1	103
Figura 70. Imagen de la Espiral 1 filtrada con el umbral universal Donoho en tres niveles de resolución	105
Figura 71. Imagen de la Espiral 1 filtrada con el umbral universal Donoho en cuatro niveles de resolución	106
Figura 72. Versión de la Espiral 1 filtrada espacialmente	107
Figura 73. Versión de la Espiral 1 filtrada en el dominio wavelet	107

	pág.
Figura 74. Filtrado de la Imagen completa usando 2 niveles de Resolución	108
Figura 75. Imagen Galaxia de canto tras filtrado espacial y la misma imagen tras filtrado wavelet	109
Figura 76. Espiral 1 filtrada en 2 niveles wavelet	110
Figura 77. La imagen Espiral 1 tras ser filtrada utilizando 3 niveles de descomposición wavelet, y debajo la mejor versión de la misma imagen obtenida por filtrado espacial	111
Figura 78. La imagen Espiral 2 tras ser filtrada utilizando 3 niveles de descomposición wavelet, y debajo la mejor versión de la misma imagen obtenida por filtrado espacial	112
Figura 79. Espiral 3 limpia de ruido	117
Figura 80. Imagen Espiral 3 binarizada	117
Figura 81. Semilla para segmentación de la galaxia espiral	118
Figura 82. Región crecida a partir de la semilla representada en la imagen sin ruido	118
Figura 83. Imagen segmentada	119
Figura 84. Imagen segmentada de manera automática	120
Figura 85. Detección de contornos automática	120

LISTA DE TABLAS

	pág.
Tabla 1. Longitudes de onda en que son tomadas las imágenes	7
Tabla 2. Especificaciones del archivo de imágenes.	8
Tabla 3. Tabla para cálculo de desviación estándar en los diferentes niveles	74
Tabla 4. Valor medio de la desviación estándar y desviación relativa para la imagen 19	95
Tabla 5. Tabla para cálculo de desviación estándar en los diferentes niveles.	104

LISTA DE ANEXOS

	pág.
ANEXO A. Comparación del cálculo de la desviación estándar por los 5 métodos diferentes	125
ANEXO B. Ajuste de los histogramas de ruido a una función Gaussiana para las primeras 5 imágenes del filtro ‘i’	129
ANEXO C. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “galaxia completa”	130
ANEXO D. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Espiral 1”	133
ANEXO E. Intentos de supresión de ruido por filtrado e espacial sobre la imagen “Espiral 2”	136
ANEXO F. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Espiral 3”	139
ANEXO G. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Galaxia de canto”	142
ANEXO H. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Imagen completa”	145
ANEXO I. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 1”	147
ANEXO J. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 2”	149
ANEXO K. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 3”	151
ANEXO L. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Galaxia de canto”	153

INTRODUCCIÓN

El tratamiento digital de imágenes ha permitido el desarrollo de múltiples herramientas tecnológicas y científicas en épocas recientes; desde dispositivos de seguridad por reconocimiento de rostros y huellas digitales hasta el estudio del comportamiento migratorio de poblaciones biológicas. La cantidad de aplicaciones en ciencia y tecnología es muy vasta y sigue creciendo de manera acelerada.

En astronomía, particularmente, pervive en la actualidad un gran interés por desarrollar nuevas y mejores técnicas de procesamiento de imágenes. Existen varios proyectos y observatorios a nivel mundial que están generando inmensos bancos de imágenes del cielo, tan grandes, que el cuello de botella en el proceso de investigación científica lo representa el trabajo humano. Cada día se generan millones de datos y no hay suficientes astrónomos disponibles para trabajar sobre ellos. En aras del progreso científico muchas de estas bases de datos son de acceso público, lo cual representa una oportunidad única para muchos científicos del mundo, especialmente para aquellos pertenecientes a países en desarrollo donde no se cuenta con los recursos ni las herramientas tecnológicas apropiadas. Gracias a las nuevas tecnologías hoy es posible efectuar muchos e importantes descubrimientos desde la comodidad de un ordenador.

El proyecto SDSS: "Sloan Digital Sky Survey" es pionero en la adquisición automática de imágenes. Cuenta con un telescopio de 2.5 m en el observatorio de Apache point, Nuevo México, dedicado a barrer el cielo nocturno cada noche sin luna. Completamente automatizado, este potente telescopio captura imágenes en 5 longitudes de onda y almacena datos espectrométricos y fotométricos que están a disposición de la comunidad científica internacional a través de su portal de internet. Se trata sin duda del proyecto más ambicioso emprendido hasta hoy para la exploración del universo desde tierra firme. El trabajo con estas imágenes, sin embargo, requiere en primer lugar la restauración de las mismas para combatir la excesiva presencia de ruido, señal indeseada que corrompe la información contenida en la imagen y hace difícil su análisis.

La motivación principal de este trabajo es encontrar una forma de mejorar la calidad de las imágenes del proyecto Sloan, aumentando la relación señal a ruido, para ofrecer a físicos y astrónomos una herramienta verdaderamente útil en sus proyectos de investigación. Se ha hecho énfasis en el uso de imágenes de galaxias, por ser objeto de gran interés entre la comunidad especializada y se ha complementado el trabajo con algunas técnicas auxiliares como segmentación y detección de contornos.

Para lograrlo fue preciso estudiar gran parte de la teoría actual del tratamiento de imágenes, desde el uso de las técnicas básicas hasta herramientas modernas mucho más poderosas. Particularmente en este trabajo se ha enfatizado el uso de una herramienta matemática conocida como transformaciones Wavelet, un tipo de representación multi escala desarrollado recientemente y que ha resultado supremamente útil en el tratamiento de señales por su robustez. Algunos otros pasajes igualmente se acompañan con demostraciones y argumentos matemáticos que facilitan el análisis de las situaciones presentadas y lo hacen más riguroso.

La parte fundamental del trabajo está constituida por la exposición y comparación de los resultados obtenidos con los diferentes métodos investigados. Los resultados generados a partir de las transformaciones wavelet generan gran expectativa, pues representan una mejora magnífica respecto de las posibilidades ofrecidas por algunos métodos que aun son tradicionales, y suponen el logro más destacado de este trabajo.

A través de estas páginas, el lector hará un recorrido por gran parte de estas áreas del conocimiento, descubriendo todo un universo de posibilidades a partir de este vértice exquisito en que confluyen física, matemática e ingeniería. Espero sinceramente que leerlas despierte al menos una fracción de la emoción que ha surgido al escribirlas, y que el lector encuentre en ellas algo de la semilla que da origen a la ciencia verdadera, la creatividad.

1. MARCO TEÓRICO

En este capítulo, el lector encontrará una revisión completa de la documentación teórica asociada con el presente trabajo. El objetivo es ofrecer una guía para comprender fácilmente el propósito y utilidad de cada una de las técnicas utilizadas, por lo cual nos hemos concentrado específicamente en los aspectos de mayor relevancia para este trabajo. Sin embargo ha sido preciso incluir algunos comentarios sobre temas adicionales, que brinden una visión más completa del campo del conocimiento que nos ocupa y del problema abordado.

Este marco teórico no pretende ser un estudio profundo de los temas listados, simplemente una introducción que permita tener claras las ideas fundamentales utilizadas durante la elaboración de este proyecto.

La notación definida a través de los capítulos se mantendrá durante el resto del trabajo y no se considerará necesario volver a definirla cuando se haga uso de ella nuevamente, excepto en casos especiales.

Salvo nota aclaratoria indicando otra cosa, todas las imágenes pertenecen al proyecto Sloan Digital Sky Survey. Algunas de ellas han sido tratadas digitalmente para ser utilizadas en los ejemplos. Se utilizaron imágenes en escala de grises para los ejemplos por que es el tipo de imágenes que conforma nuestro objeto de estudio y sobre el cual se hizo todo el trabajo práctico de implementación de los algoritmos.

1.1 SLOAN DIGITAL SKY SURVEY.

Figura 1. Galaxia M51¹.

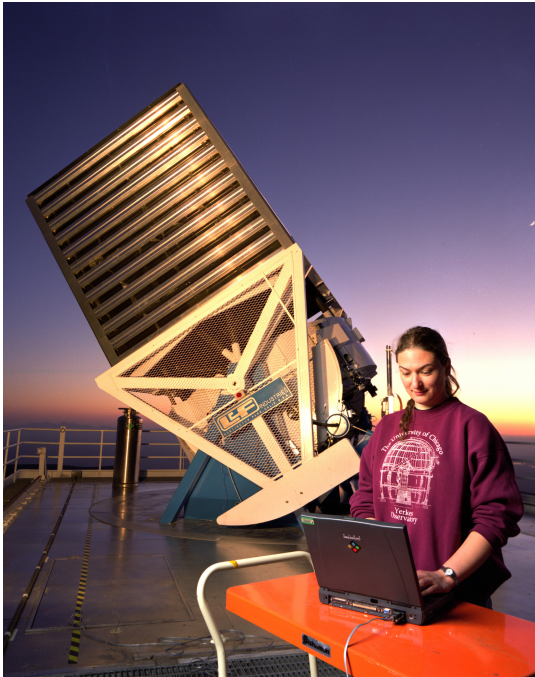


El Sloan Digital Sky Survey (S.D.S.S) es el proyecto más ambicioso que se ha emprendido para la exploración científica del cielo nocturno. Se trata de un sistema completamente automático de adquisición de imágenes y datos espectrométricos que trabaja cada noche sin luna, y que al finalizar su tarea entregará información de más de un cuarto de la esfera celeste incluyendo, no sólo detalladas imágenes y datos fotométricos, sino un mapa en tres dimensiones de más de un millón de galaxias y cuasares gracias a la información obtenida por espectrometría. Toda la información recopilada es compartida con la comunidad científica internacional de manera gratuita a través de la página Web del proyecto: <http://www.sdss.org/>. Allí se publican los datos actualizados cada año para ser usados libremente, con la condición de dar al proyecto el crédito merecido en caso de un descubrimiento. Tal es el caso de La Gran Muralla Sloan, la estructura más grande del universo observado: un súper cúmulo de galaxias de 1.370 millones de años luz de ancho, descubierta en 2003 por J. Richard Gott III y Mario Juric de la universidad de Princeton.

¹ Foto cortesía de Mike Blanton, Doug Finkbeiner, David Hogg, David Schlegel y Nicholas Wherry. Datos proveídos por Sloan Digital Sky Survey

El sistema de adquisición lo compone un telescopio de 2.5 m de apertura ubicado en el observatorio de Apache Point, Nuevo México, cuyos principales instrumentos son: una cámara de 120 mega pixeles capaz de capturar 1.5 grados cuadrados (8 veces el área de la luna llena), y dos espectrógrafos de fibra óptica. Además cuenta con una infraestructura de software muy robusto especialmente diseñado para las condiciones del experimento, que requiere el manejo de un enorme volumen de datos a gran velocidad.

Figura 2. Un miembro del equipo chequea la operación del telescopio el primer día de pruebas.



La primera etapa del proyecto finalizó a mediados del 2005. Tras 5 años de trabajo el SDSS-I escaneó más de 8000 grados cuadrados del cielo en 5 longitudes de onda, detectando alrededor de 200 millones de objetos celestes y registrando espectros de más de 675.000 galaxias, 90.000 cuasares y 185.000 estrellas. Los cuasares son los objetos más distantes conocidos, por lo cual estamos obteniendo información sin precedentes acerca de la distribución de masa en los límites del universo.

La nueva fase, SDSS-II, continuará hasta junio de 2008 y gracias a la contribución de las 25 instituciones participantes podrá llevar a cabo observaciones específicas encaminadas a estudiar la naturaleza del universo, el origen de galaxias y cuasares, y la formación y evolución de la Vía Láctea.

Este ambicioso proyecto fue puesto en marcha por iniciativa de la fundación Alfred P. Sloan, algunas entidades gubernamentales (U.S.A) y comunidades de investigación científica alrededor del mundo entre las que se cuenta por ejemplo: Fermilab, el instituto Max Planck, las universidades de Cambridge y Princeton y la academia china de ciencias, entre otros.

1.1.1 Características generales del proyecto de exploración. Debido a la envergadura y la duración del programa era muy importante maximizar su impacto, diseñando cuidadosamente cada paso del mismo.

1.1.1.1 El telescopio. El objetivo cuantitativo era obtener 10^6 galaxias, para lo que se escogió una región de barrido similar a la contenida en un cono de apertura π estereorradianes, la máxima posible para un objeto en tierra excluyendo el plano galáctico.

El telescopio fue diseñado para generar un máximo tamaño de plano focal, de tal forma que la luz se pudiera recoger sobre varios foto-detectores simultáneamente.

El diseño óptico debía introducir la mínima distorsión posible. En este sentido el sistema utilizado por el SDSS es de excelente calidad pues fue desarrollado con la mayor precisión posible.

El sitio escogido en nuevo México tiene excelentes condiciones de luminosidad y visibilidad del cielo la mayor parte del año, además de ser de fácil acceso.

1.1.1.2 El explorador fotométrico. El uso de la cámara se centró en 3 aspectos principales:

1. Identificar y proveer la posición de una muestra de galaxias seleccionadas de alrededor de 900.000, con magnitudes inferiores² a 18.15.
2. Proveer los colores precisos y una aproximación morfológica de esa muestra.
3. Proveer la base de datos requerida para el estudio de quasares con imágenes de su estructura y color aparente.

² Esto equivale a objetos con brillos unas 20.000 veces más débiles que el más débil observable por el ojo humano.

La solución diseñada consiste en un grupo de detectores CCD³ agrupados para formar 5 arreglos independientes de 1489 x 2048 píxeles, cada uno de los cuales recibe luz de una longitud de onda diferente; 3 de ellos en el visible, uno en el infrarrojo cercano y otro en el ultravioleta. Se ve favorecido así el análisis multiespectral con una buena respuesta en tiempo gracias al tamaño amplio del plano focal, que permite ir registrando la información de las 5 longitudes de onda simultáneamente. El tiempo total para efectuar la captura completa es de 5.6 minutos aproximadamente.

Tabla 1. Longitudes de onda en que son tomadas las imágenes.

Filtro	'u'	'g'	'r'	'i'	'z'
λ [nm]	355.1	468.6	616.5	748.1	893.1

Fuente: Sloan Digital Sky Survey

Para estudiar las características morfológicas de las galaxias y facilitar la labor de identificación se requería un tamaño de píxel pequeño, lo cual daría mejor resolución. Por otro lado un tamaño mayor mejoraría el desempeño frente al ruido. Había que encontrar una opción intermedia, que permitiera además la distinción efectiva entre estrellas y galaxias elípticas compactas, que son las más difíciles de detectar.

Las condiciones atmosféricas afectan los datos fotométricos registrados, por lo tanto es necesario calibrar y corregir permanentemente las imágenes utilizando algunas estrellas de referencia con brillo, longitud de onda y flujo de fotones conocido.

1.1.1.3 Tiempo de exposición. La mayor fuente de ruido en las imágenes son las fluctuaciones estadísticas de la iluminación en el cielo nocturno. El tiempo de exposición se ha seleccionado para tener una buena relación de señal a ruido, como explicaremos enseguida.

Si se escanea la imagen del cielo a la llamada tasa sideral, de 15 arcos de segundo/segundo, entonces el tiempo usado por un detector para barrer los 13.5 arcos de minuto del campo de uno de los CCD es de 55 segundos. Con esa tasa de escaneo estaríamos realizando el barrido a 37.5 líneas/segundo (son 2048 líneas en 55 segundos), es decir a una tasa de píxeles de aproximadamente 77 kHz. El registro serial se divide en dos conjuntos para

³ CCD corresponde a las iniciales Charge-Coupled Device en idioma inglés, y son los dispositivos electro-ópticos encargados de capturar el registro de luz en la mayoría de cámaras digitales.

tener que leer únicamente la mitad de los 2048 píxeles en cada columna (más 20 píxeles adicionales para escritura del registro digital y 20 píxeles extra en los bordes del campo) a través de cada amplificador, con una rata reducida a 38 kHz. Esto es muy bueno, pues el ruido de lectura crece con la raíz cuadrada de la rata cuando se va mucho más rápido.

Si la tasa de barrido se incrementara el flujo de fotones incidentes caería, lo cual no es en absoluto conveniente, particularmente en el canal 'u'. En esta longitud de onda el flujo de fotones incidentes normalmente es bajo, si disminuye la señal empezará a desvanecerse en medio del ruido. Otra razón para no aumentar la tasa de barrido es la necesidad de convertidores A/D muy veloces para trabajar con la cantidad de datos generados. El registro de la luz incidente en los captores CCD apenas toma el 20% o 25% del tiempo empleado, el resto se consume en la lectura de los datos, y por tanto no se mejoraría mucho la eficiencia haciendo un barrido más rápido. Un barrido más lento tampoco es conveniente, no tanto debido al tiempo adicional como al hecho que no se espera tener buenas condiciones atmosféricas para la observación más que la cuarta parte del tiempo.

De esta manera, la rata sideral y un tiempo de exposición de aproximadamente un minuto resultan muy convenientes y fueron los escogidos.

1.1.2 Data Release 6. Esta sexta entrega de datos, la primera del SDSS-II, esta caracterizada por las siguientes especificaciones:

Tabla 2. Especificaciones del archivo de imágenes. Tomado de SDSS.

Área barrida	9583 grados cuadrados
Tamaño del catálogo	10 Terabytes
Tamaño del pixel	0.396"
Tamaño de imagen	1489 x 2048
Precisión astrométrica	<0.1" r.m.s

Fuente: SDSS

Figura 3. Imagen típica del Sloan en una longitud de onda, ya procesada contra el ruido.



1.1.2.1 Adquiriendo y usando las imágenes. Las imágenes han sido almacenadas en el formato FITS⁴ que es el estándar científico para este tipo de archivos. La estructura de datos ha sido diseñada según el estándar para manejo de bases de datos: D.B.M.S, que permite la búsqueda interna mediante el lenguaje SQL, brevemente descrito más adelante. Los datos están distribuidos en tablas, al interior de algunas de las cuales se han definido las llamadas vistas, subconjuntos de datos frecuentemente requeridos mucho más fáciles de utilizar que las tablas completas.

De nuestro interés serán las imágenes pertenecientes a la vista Galaxy, de la tabla PhotoObjAll, la cual está integrada por los datos fotométricos de todas las imágenes que contienen un objeto clasificado como galaxia por el proyecto.

2.1.2.2 I.Q.S (Imaging Query Server). Sistema diseñado para hacer búsqueda de un objeto celeste al interior de las bases de datos del proyecto. Es necesario proveer las coordenadas astronómicas del objeto deseado: ascensión recta y declinación, y precisar los datos de salida requeridos. Cada tabla posee muchas columnas con datos de salida para los objetos contenidos en ella; es posible consultar la estructura de las tablas y las vistas en cualquier momento en un módulo llamado Schema browser⁵, para decidir cuáles son los datos que se desea obtener sobre el objeto.

⁴ Iniciales de Flexible Image Transport System en el idioma inglés.

⁵ <http://cas.sdss.org/astrodr6/en/help/browser/browser.asp>

1.1.2.3 S.Q.L (Structured Query Language). Es un protocolo muy común para efectuar búsquedas en bases de datos. Utilizando la estructura definida para hacer las peticiones, y las palabras claves de manera adecuada, es posible buscar objetos de interés sin conocer sus coordenadas. Es mucho más útil que el I.Q.S, puesto que permite buscar en una tabla o vista específica y determinar los valores deseados de uno o más parámetros como el tamaño, el corrimiento al rojo, la cantidad de resultados deseados, etc.⁶ Se puede hacer una búsqueda más específica.

1.1.2.4 D.A.S (Data Archive Server). Cada imagen corregida está plenamente identificada al interior de la base de datos por 5 parámetros: run, rerun, camcol, filter y field, los cuales contienen toda la información acerca de las coordenadas astronómicas y la longitud de onda.

El D.A.S es un software encargado de administrar la descarga de archivos del proyecto. La interfaz es fácil de manejar, basta introducir los identificadores de la imagen buscada y el tipo de archivo de salida preferido⁷, hacer la solicitud, y de inmediato aparece un link desde el cual es posible descargarla. Un marco corregido es aquella imagen sobre la cual ya se ha hecho un proceso de mejora para aplanamiento del campo, limpieza de offset, rayos cósmicos y corrección de píxeles defectuosos.

Para descargar una imagen será necesario, en primer lugar, determinar sus identificadores: run, rerun, camcol, filter y field, bien sea mediante una consulta con el S.Q.L o en el I.Q.S; una vez obtenidos los datos se ingresan al D.A.S para recibir el link de descarga.

Finalmente mencionaremos que existen otras herramientas de visualización y descarga montadas en la página de imágenes en formato JPG. Sin embargo, se trabajó únicamente con las imágenes .FIT, cuya cabecera de datos contiene información de interés astronómico muy importante como las coordenadas celestes de la región del cielo observado. En el formato común JPG, el interés recae más bien en los colores y el tamaño, y los algoritmos de compresión usados durante la conversión sacrificarán sin duda una parte de la información. Las imágenes .FIT son mucho más ricas en información de interés científico, pues la cabecera de datos incluye coordenadas astronómicas y otras características específicas; sin embargo, las imágenes originales están fuertemente afectadas por la presencia de un fondo de ruido que necesita ser combatido previo a la extracción de la información, como veremos, lo cual ha sido la motivación principal para el desarrollo de este trabajo.

⁶ <http://cas.sdss.org/astrodr6/en/tools/search/sql.asp>

⁷ Se utilizan archivos comprimidos, pues cada imagen en formato .FIT ocupa alrededor de 6 Mega bytes.

1.2. TRATAMIENTO DIGITAL DE IMÁGENES

El tratamiento digital de imágenes es una rama del tratamiento de señales que busca mejorar, mediante el uso de técnicas computacionales, las características de la imagen con fines prácticos; bien sea para aumentar la cantidad y/o calidad de la información disponible a un observador humano, o para facilitar la implementación de procesos automáticos. Tiene aplicaciones en un campo muy vasto de la industria y la ciencia. La solución de un problema en tratamiento digital de imágenes puede incluir por ejemplo: mejoramiento de la definición, corrección de corrimientos, limpieza de ruido, detección de formas y colores, entre muchas otras posibilidades. En cada caso las necesidades son diferentes y es necesario diseñar una solución específica, casi siempre basada en una combinación de técnicas básicas como las que se van a mencionar en este capítulo.

1.2.1 LAS IMÁGENES DIGITALES.

Las imágenes digitales, desde el punto de vista computacional, no son más que arreglos rectangulares de números que identifican la intensidad luminosa en cada punto de la fotografía.

Cada celda de la imagen corresponde a un pixel, y el conjunto completo es la representación de un arreglo rectangular similar que está compuesto físicamente por pequeñas celdas foto-sensibles. Es este arreglo de foto-celdas el que recibe la luz que ingresa a la cámara; a medida que los fotones inciden sobre la celda se van acumulando electrones liberados por efecto foto-eléctrico, y la imagen queda registrada como una serie de voltajes proporcionales a la luz incidente en cada punto; es decir, se realiza una conversión de la información, de cantidad de fotones incidentes, a cantidad de electrones o cuentas acumulados. Después estas cargas eléctricas son leídas por un circuito especializado, que además digitaliza la información y la ordena en un arreglo rectangular de niveles de intensidad, es decir, crea la imagen digital como tal y la almacena en algún tipo de disco digital.

La imagen digital se diferencia de una fotografía analógica en que tanto la ubicación de los píxeles como el valor de los niveles de intensidad está discretizado y digitalizado.

1.2.1.1 Tipos de imágenes. Los tipos de imágenes más relevantes en este trabajo son las binarias, imágenes en escala de grises e imágenes a color R.G.B.

Las binarias son imágenes que contienen solamente 1 y 0 en sus píxeles, donde 1 representa el color blanco y 0 el color negro. Evidentemente es el tipo de imágenes más simple posible y esto será muy útil con fines computacionales, pues en muchos permitirá extraer la información fundamental con facilidad. Por otro lado es evidente que no podrán transportar mucha información.

Las escalas de grises corresponden a una interpolación lineal de grises desde el negro hasta el blanco, donde un píxel negro tiene intensidad cero y uno blanco tiene el mayor valor posible en el formato respectivo; los más comunes usan 256 niveles de gris diferentes, es decir 1 byte de información por cada píxel, o 65.536 niveles, es decir, 2 bytes por píxel. En algunos casos asumiremos que estos niveles van de 0 a 255; en otros casos los reescalaremos de 0 a 1. La razón de esto es que simplifica ciertos cálculos, además es lo que hacen algunos formatos de uso común. Por supuesto las imágenes en escala de grises no son tan ricas como las imágenes a color, pero contienen muchísima más información que las imágenes binarias; particularmente información fotométrica de la emisión de luz en la longitud de onda usada para el registro.

Las imágenes a color R.G.B (Red Green Blue) están formadas por 3 matrices; cada una corresponde a una imagen de la misma escena tomada usando un filtro del color indicado, y registrada en escala de grises de la manera usual. Al superponer el conjunto, se combinan las 3 imágenes, cada una con su color respectivo, para formar la imagen a todo color. Puede mostrarse que 255 niveles posibles de luz roja, verde y azul simultáneamente, se pueden combinar de $255^3=16.777.216$ maneras diferentes; al iluminar simultáneamente según las combinaciones, cada una de ellas recrea un color diferente a todo lo largo del espectro visible. R.G.B es el protocolo de visualización de color más ampliamente utilizado en computadores y sistemas de proyección.

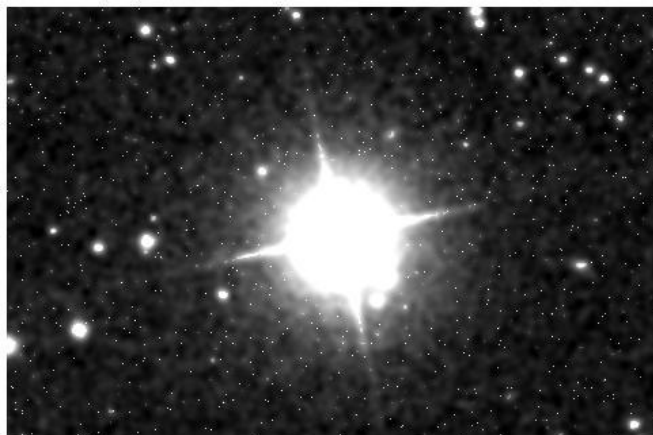
Una gran ventaja que tiene el trabajo en múltiples longitudes de onda es que se puede tener información espectrográfica sobre, por ejemplo, la composición química de los cuerpos celestes. Además permite visualizar conjuntamente una mayor cantidad de información.

En la Figura 4 se puede apreciar la imagen de la estrella brillante en los 3 tipos de formato descritos arriba.

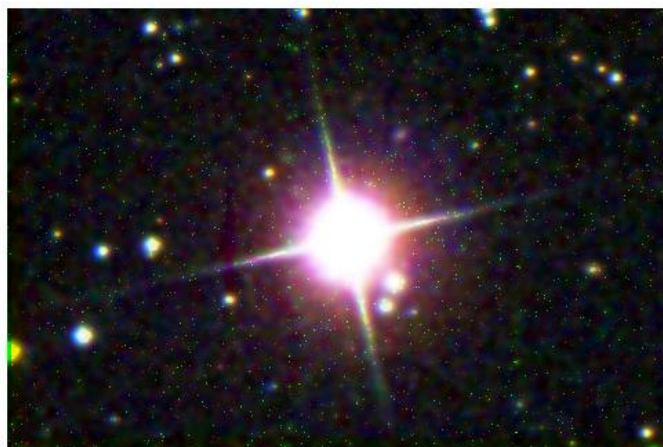
Figura 4. Imagen de una estrella en formato binario (a). La misma imagen en escala de grises (b). Imagen en color tipo R.G.B (c).



(a)



(b)



(c)

1.2.1.2 Requerimientos computacionales. El tamaño de los archivos en disco depende tanto del tamaño de la matriz como del tipo de imagen. Descontando las cabeceras de datos, el tamaño de la imagen en disco será proporcional a la cantidad de píxeles totales y al logaritmo base 2 de los niveles de gris disponibles. Así, mientras las imágenes binarias requieren 1 bit por pixel, las escalas de grises toman 1 o 2 bytes, y si la imagen es R.G.B hay que multiplicar todo esto por 3.

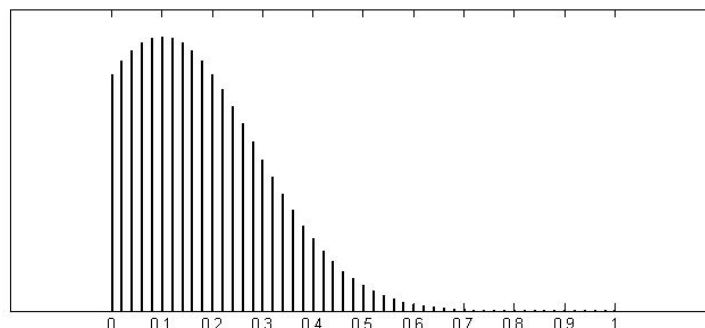
Con esto, los rangos de tamaño van desde unos pocos kilo bytes, en una imagen casera, con baja resolución y en pequeño tamaño, aun en color si está comprimida, hasta los casi 7 Mega bytes de cada una de las imágenes en escala de grises que conforman la base de datos del proyecto Sloan. Así mismo, una imagen binaria de por ejemplo, 320 x 480, teóricamente ocuparía menos de 20 kilo bytes si no es comprimida, y una composición R.G.B con 3 imágenes del Sloan pasaría los 20 Mega bytes.

Según el tipo de imagen utilizado los requisitos computacionales pueden ser bastante elevados, y esto hay que tenerlo presente al momento de conseguir el equipo apropiado, desde el punto de vista de almacenamiento y sobre todo de memoria R.A.M. También hay que tenerlo presente mientras se ejecutan pruebas a los algoritmos de manera informal, puesto que se puede aumentar grandemente la eficiencia trabajando, por ejemplo, con imágenes recortadas, siempre y cuando los resultados conserven validez y sentido.

1.2.1.3 Algunos conceptos útiles.

1.2.1.3.1 Histograma. El histograma de intensidades de una imagen nos da información acerca de la cantidad de píxeles con cada uno de los niveles de intensidad disponibles. En el eje x aparecerán una serie de marcas ordenadas con todos los niveles posibles de intensidad, y sobre cada una de ellas, en el eje y, una barra de altura proporcional a la cantidad de píxeles que poseen ese nivel de intensidad particular. La suma de los píxeles representados por cada barra por supuesto debe ser igual al tamaño total de la imagen.

Figura 5. Histograma de una imagen



Es posible obtener alguna información acerca de la imagen simplemente de la inspección de su histograma. Por ejemplo, si la imagen es oscura, la mayor cantidad de muestras estarán agrupadas en la parte inferior del mismo, como en la Figura 5. Si por el contrario se agrupan hacia la parte superior la imagen es muy clara; en una imagen bien contrastada las muestras están dispersas de manera más o menos uniforme sobre todo el intervalo de intensidades. Un buen contraste generalmente conlleva a una imagen estéticamente más agradable, de ahí que una técnica usual de embellecimiento de una imagen consiste en ecualizar su histograma, es decir, redistribuir las barras lo más uniformemente posible. En nuestro caso esta técnica no tiene utilidad, puesto que al reordenar los niveles de intensidad de esta manera se está alterando gravemente la información fotométrica consignada en la imagen, y por lo mismo todo su significado físico.

1.2.1.3.2 Resolución espacial. Hace referencia a la densidad de píxeles utilizados para mostrar la imagen. Entre más se hayan usado por unidad de área, mayor es la resolución y mejor la calidad de los detalles.

1.2.1.3.3 Frecuencia espacial. Se define el término frecuencia espacial, como una medida de la variación de los niveles de intensidad con la distancia. Se llamará componentes de alta frecuencia a las variaciones bruscas de intensidad en pequeñas distancias, tales como detalles, contornos y ruido. Por bajas frecuencias se asumirán las componentes que varían lentamente con la distancia, como el fondo de la imagen o regiones grandes y uniformes.

1.2.2 TECNICAS BÁSICAS. Puesto que la cantidad de técnicas y algoritmos usados en tratamiento digital de imágenes es demasiado amplia, en esta breve revisión sobre el tema nos referiremos únicamente a aquellas que tienen relevancia para este proyecto; lo haremos desde un punto de vista muy simple, a modo de introducción, dejando para los capítulos siguientes la ampliación de algunos aspectos.

Puesto que la imagen está representada como una matriz de datos, las técnicas más usuales de tratamiento de imágenes se fundan en la realización de operaciones matemáticas bidimensionales sobre tal matriz, que transformen la información contenida allí en alguna manera que se desea. Nos limitaremos a trabajar con imágenes en escala de grises.

Existen 3 tipos de métodos muy útiles en procesamiento de imágenes: transformaciones, procesamiento de vecindades y procesamiento de puntos. Cada uno tiene sus características y permite alcanzar logros en la solución a diferentes tipos de necesidad, como veremos.

1.2.2.1 Binarización. Las imágenes binarias, que sólo contienen 0 y 1's, se tratarán como variables de tipo lógico, entre las cuales se pueden usar los operadores lógicos usuales. Como se ha mencionado, este tipo de imágenes resulta útil para explorar algunas de las características más generales de una imagen.

Es posible convertir una imagen en escala de grises a binaria, mediante la definición de un umbral entre los valores mínimo y máximo de intensidades. Valores mayores serán convertidos a 1 y valores menores a 0.

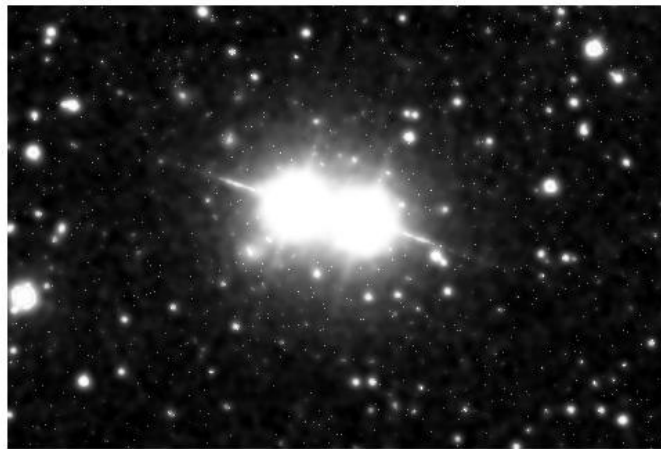
En el ejemplo de la Figura 4, la primera imagen corresponde a la versión binarizada de la segunda.

1.2.2.2 Procesamiento de puntos. Es el más simple de todos; consiste en cambiar el valor de los niveles de intensidad en cada píxel considerándolo de manera aislada, sin tener en cuenta para nada los valores de intensidad en la vecindad que lo circunda ni en la imagen como un todo.

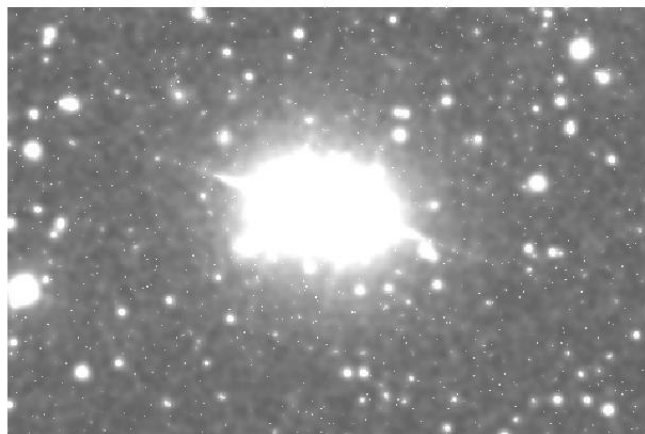
Algunas de las operaciones que se pueden hacer son de tipo aritmético, simplemente cambiando cada valor en la matriz según una función que puede incluir: la suma, resta o multiplicación con una constante, o cualquier otra operación aritmética. Habrá que proceder con cuidado para asegurar que la salida se encuentre también en el rango de valores adecuado; cuando el rango de valores obtenido contiene algunos por debajo del mínimo permitido o por encima del máximo, la solución más frecuente consiste en saturar la salida. Algunas veces resulta más conveniente re-dinamizar el rango para re-distribuir los valores en el intervalo de intensidades permitido.

Es importante conocer el significado de cada una de estas operaciones. Por ejemplo, sumar una constante en todos los píxeles equivale a aumentar el brillo de manera uniforme sobre toda la imagen. De otro lado, multiplicar por una constante incrementaría las diferencias entre píxeles claros y oscuros.

Figura 6. Imagen de un sistema binario (a). La misma imagen tras un aumento de brillo (b).



(a)



(b)

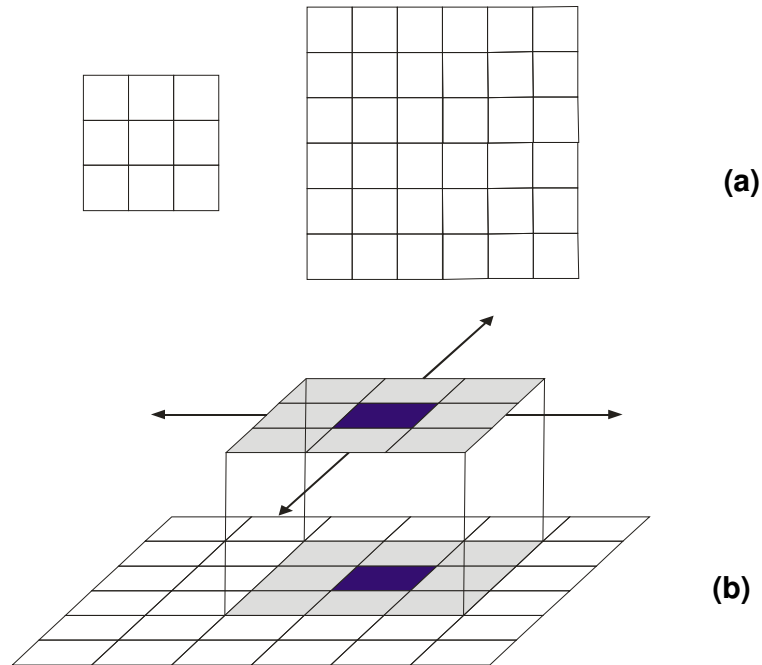
La Figura 6 muestra un sistema binario de estrellas con intensidades normalizadas. La imagen de abajo ha sido generada a partir de la primera simplemente sumándole 0.4 a cada nivel de intensidad.

También es posible que el nuevo valor de cada punto se tome de una tabla, sin necesidad de utilizar funciones aritméticas, o que las operaciones no se hagan entre cada elemento y la misma constante sino con constantes diferentes para cada uno, lo que equivale a operar, uno a uno, los píxeles en la posición de dos matrices diferentes.

1.2.2.3 Procesamiento de vecindades. Es una extensión del procesamiento punto a punto, en la que no se aplica ya una operación sobre cada píxel sino

sobre toda su vecindad para determinar el nuevo valor en él. Esta operación es llamada filtrado espacial y equivale a una convolución en 2 dimensiones. La idea es definir una máscara o filtro, que no es más que una pequeña matriz con números. A continuación iremos desplazando la máscara sobre toda la imagen, asegurándonos de centrarla en cada píxel exactamente una vez, y cambiando el valor de intensidad en el píxel actual por el que resulta de sumar las multiplicaciones punto a punto entre la matriz y la máscara, en la vecindad sobre la cual se haya ubicada. La figura 7 ofrece una representación esquemática de esta operación.

Figura 7. La matriz pequeña representa una máscara y la grande una imagen digital (a). Proceso de filtrado o convolución entre las dos matrices (b)



Puesto que las máscaras usualmente son simétricas, esta operación, que en realidad es una sumatoria de correlación, se puede expresar como una convolución según:

$$g(l) = \sum_k f(l) \cdot h(l-k) \quad [1]$$

$$g(l) = f(l) \otimes h(l) \quad [2]$$

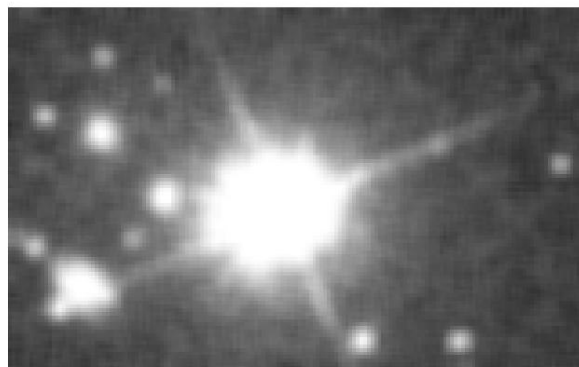
Donde f es la imagen original, g es la imagen resultante o imagen filtrada, h el filtro, l es una variable que recorre todos los píxeles sobre el dominio de la imagen y k es una variable que recorre todos los píxeles sobre la máscara.

Observe la máscara mostrada en la figura 8. Evidentemente, al posarse sobre un pixel, esta máscara calcula la suma de toda su vecindad escalada sobre 9, es decir, calcula el promedio, ya que tenemos justamente 9 elementos en la vecindad.

Figura 8. Máscara para filtrado promedio

1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9
1/9	1/9	1/9

Figura 9. Imagen original y su versión filtrada con una máscara de promedio.



En la figura 9 se muestra la imagen de una estrella y el resultado obtenido tras convolucionar con un filtro promedio de tamaño 5×5 . Como se puede apreciar, el fondo ruidoso empieza a volverse más uniforme, al mismo tiempo que se comienzan a perder los detalles por el efecto difuminador de este filtro. Los objetos más pequeños aparecen ahora mal definidos.

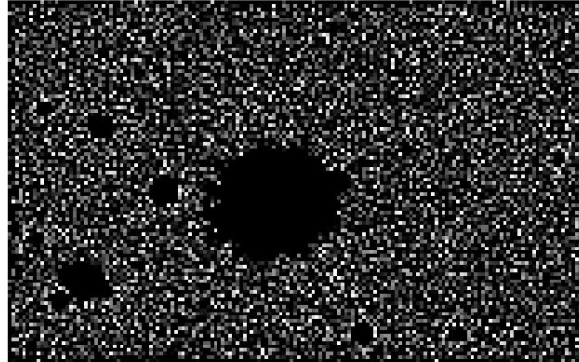
Un inconveniente que surge al deslizar la máscara sobre la imagen se presenta al ubicarla cerca de los bordes, más allá de donde no hay más píxeles, y por tanto queda indefinida la multiplicación punto a punto para algunos valores en la máscara. Existen varias soluciones propuestas a este problema: asumir 0's afuera de la imagen, duplicar los píxeles de la imagen simétricamente o asumir periodicidad a partir de ese punto.

El tipo de filtros usados hasta aquí se denominan filtros lineales, pues cada nuevo valor de la intensidad en un píxel se calcula mediante una combinación lineal de los píxeles en su vecindad. Existen otros filtros que no son lineales, pero que operan de la misma manera. El filtro mediana, por ejemplo, es una máscara que se desplaza sobre cada píxel de la imagen; para calcular el nuevo valor de intensidad ordena los valores bajo la máscara en forma ascendente y escoge el de la mitad.

Se dirá de un filtro que es pasa-bajas si tiene el efecto de atenuar o suprimir las componentes de alta frecuencia y resaltar o dejar intactas las de baja frecuencia. Un filtro pasa-altas realiza la operación contraria. El filtrado promedio es un claro ejemplo de filtrado pasa-bajas, según se discutió en el último ejemplo.

Usualmente los elementos de un filtro pasa-altas suman cero, lo cual significa que en una región uniforme la salida del filtro tiende a anularse, eliminando así las componentes de baja frecuencia. En la figura 10 se observa el resultado de aplicar un filtro pasa-altas a la misma imagen de la figura 9 (arriba). Observe que ahora la estrella no está, en su lugar ha quedado una región uniforme y vacía, mientras que todos los detalles de alta frecuencia del ruido en el fondo aparecen amplificados en intensidad.

Figura 10. Resultado de un filtrado pasa-altas



El filtrado espacial permite llevar a cabo numerosas tareas de procesamiento y resultó una herramienta muy poderosa para nuestros propósitos.

1.2.2.4 Transformaciones. Las transformaciones toman a la imagen como un todo y codifican la información de una manera distinta. En los capítulos próximos estudiaremos la transformada de Fourier y las transformaciones tipo Wavelet. En líneas generales, las transformaciones convierten la información a un nuevo sistema, allí se modifica la información realizando las operaciones necesarias y finalmente volvemos a reconstruir la imagen mediante una transformación inversa.

1.2.2.5 Operaciones morfológicas. Estas operaciones serán muy útiles para estudiar o modificar las características morfológicas de una imagen, tales como el tamaño y cantidad de regiones inconexas en una imagen, por ejemplo.

En esta clasificación caben algunas operaciones geométricas como la rotación, traslación o reflexión de los niveles de intensidad al interior de la imagen. También podemos incluir el aumento o disminución de escala en la imagen (zoom), que corresponde a una homotecia.

Por otro lado definiremos dos operaciones morfológicas nuevas, que serán la base para construir otros elementos con múltiples utilidades. Para nuestros propósitos basta estudiar su implementación con imágenes binarias, que como siempre resulta más simple.

1.2.2.5.1 Dilatación. Sean A y B dos conjuntos de píxeles. La dilatación de A utilizando a B , $A \oplus B$, consiste en, para cada píxel que pertenece a B , desplazar la imagen A en esas coordenadas, y posteriormente hacer la unión

de todas las traslaciones realizadas. Como estamos haciendo la unión, el resultado contendrá más píxeles que la imagen original, y si la máscara B es un arreglo simétrico y compacto lo que obtendremos es una versión ampliada de la imagen A .

Figura 11. Conjuntos de píxeles A y B.

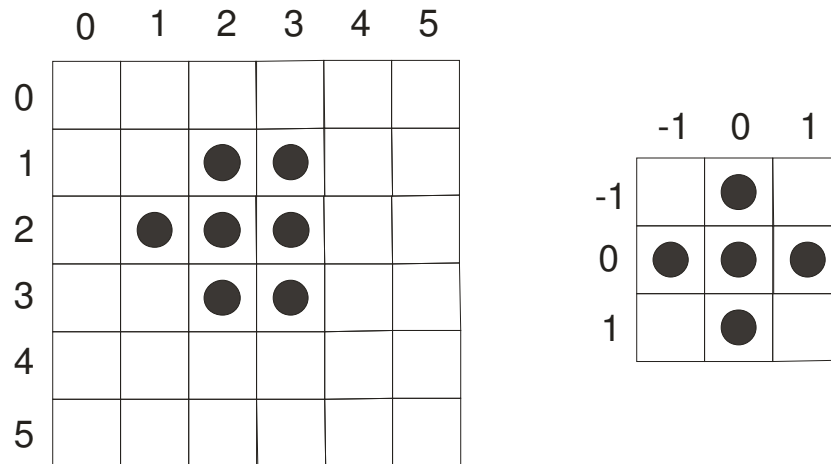
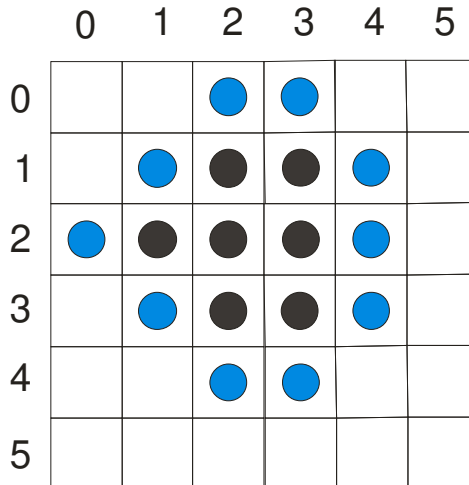


Figura 12. Dilatación de A usando B.



En la figuras 11 y 12 se muestra un ejemplo esquemático de la operación dilatación. Dada la forma de B, lo que tendremos que hacer es construir 5 versiones de A; la primera queda intacta, y las otras cuatro se obtienen desplazando el arreglo A una casilla hacia arriba, abajo, a la izquierda y a la

derecha respectivamente. La unión de estas 5 versiones desplazadas produce el resultado dilatado.

Observe que la dilatación agrega nuevos píxeles a la imagen justo enseguida de su contorno; por lo tanto es claro que, dada una región contenida en otra, es posible rellenar la segunda a partir de la primera mediante dilataciones sucesivas de esta. Por ejemplo, si continuamos dilatando el conjunto A finalmente quedará lleno todo el cuadrado que la contiene.

1.2.2.5.2 Erosión. La erosión, al contrario de la dilatación, tiende a reducir la superficie de la región sobre la cual se usa. Para realizar la erosión de el conjunto de píxeles en A utilizando la máscara B , $A \ominus B$, se desplaza la máscara B a cada una de las posiciones para las cuales queda completamente contenida al interior de la imagen A . Los píxeles en la posición (0,0) de la máscara B para las diferentes versiones desplazadas conforma la imagen erosionada de A . Como el nombre lo indica, esta operación tiende a generar una versión diezmada de la imagen A .

Figura 13. Conjunto de píxeles A y B.

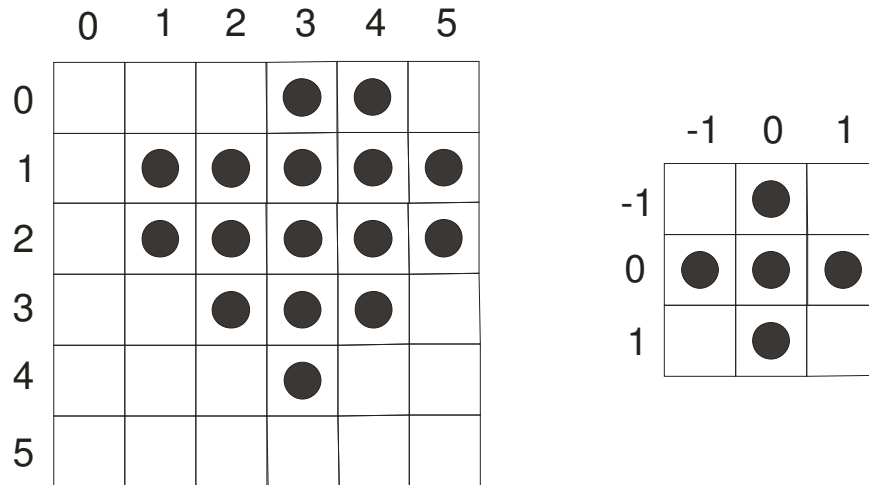
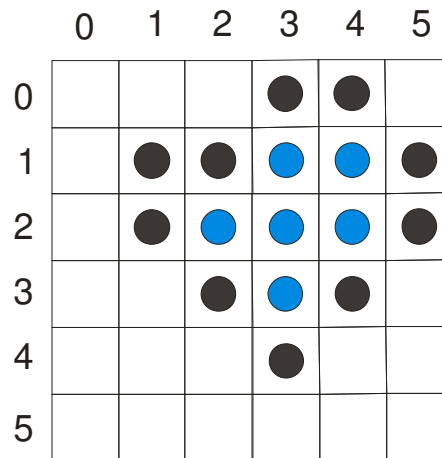


Figura 14. Erosión de A usando B, comparada con la imagen original A



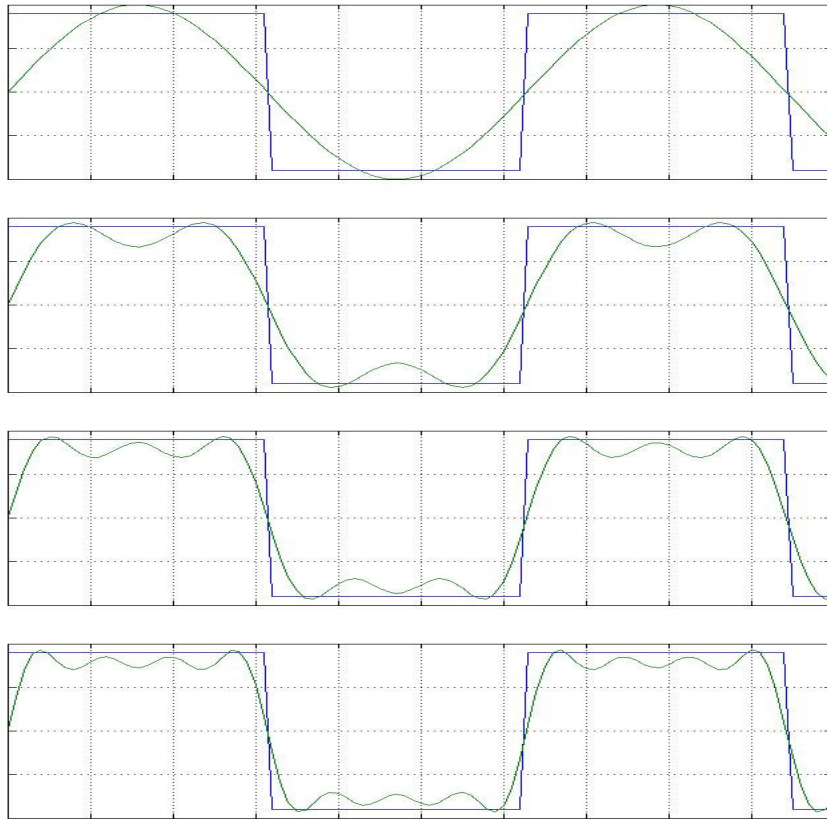
En la figura 13 se muestran nuevamente un par de conjuntos de píxeles A y B. En la figura 14 se muestran en azul los píxeles pertenecientes a la erosión de A usando B, y en negro los píxeles del conjunto original A que son removidos durante el proceso. Evidentemente, es posible convertir una región cerrada y sin huecos en un solo punto mediante erosiones sucesivas.

1.3. TRANSFORMADA DE FOURIER

La transformada de Fourier ha sido tradicionalmente una herramienta muy potente en el tratamiento de señales. Esto se debe a que realiza un cambio de representación en la información, el cual permite analizar aspectos particulares que sería difícil estudiar de otro modo. Además facilita el cálculo de algunas operaciones.

1.3.1 La transformada continua de Fourier en una dimensión. Partiremos de un principio matemático enunciado y demostrado por Fourier hace más de 2 siglos, y es que toda función continua unidimensional, periódica o no, puede ser descompuesta como la suma de algunas funciones senoidales puras con frecuencia y amplitud diferentes, como se ejemplifica en la figura 15.

Figura 15. Reconstrucción de una señal como suma de funciones senoidales.



En el primer cuadro se ha ubicado solamente la componente principal junto a la señal original. En cada cuadro sucesivo se ha sumado una función senoidal más a la aproximación anterior. Cada vez la cercanía entre las señales se hace más clara, hasta que al sumar la cantidad necesaria de componentes senoidales serán iguales.

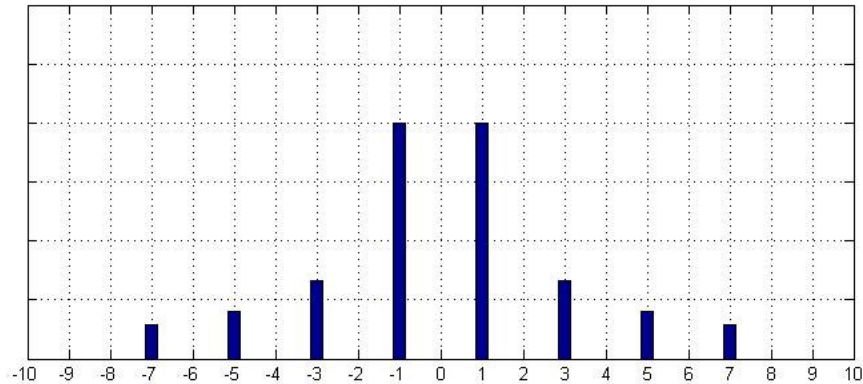
$$f(x) = \sin(x) + \frac{1}{3} \sin(3x) + \frac{1}{5} \sin(5x) + \frac{1}{7} \sin(7x) + \dots \quad [3]$$

Como se puede observar en el ejemplo anterior, las componentes de baja frecuencia son responsables del comportamiento general o a gran escala de la señal; mientras que las componentes de alta frecuencia se encargan de reproducir los detalles, como se puede intuir de la propia definición de frecuencia.

Esto nos lleva a descubrir que hay otra manera de representar las señales unidimensionales, en términos de sus componentes senoidales, en lo que se denominará el espacio de frecuencias. En este espacio se representan sobre

un plano cartesiano, en el eje x, el dominio de todas las frecuencias posibles, y en el eje y, la amplitud que tiene la onda senoidal de frecuencia respectiva en la descomposición de la señal. En la figura 16 se muestra el espectro de la señal reconstruida en el ejemplo anterior hasta la cuarta componente.

Figura 16. Espectro de la señal reconstruida



El paso de la representación usual al espacio de frecuencias se denomina transformación de Fourier de la señal, y la señal transformada es conocida como el espectro de Fourier de la señal original. Aunque físicamente no tiene sentido hablar de frecuencias negativas, desde el punto de vista matemático es necesario tomar en cuenta esta región del dominio de la transformada para que todo el formalismo sea coherente. De todas maneras, en magnitud, la transformada de señales reales es simétrica respecto del eje y.

En algunos casos, para reconstruir la señal se requiere sumar unas pocas funciones senoidales; en otros casos hay que sumar infinitas componentes de diferentes frecuencias. Así, el espectro puede consistir de valores discretos y/o intervalos continuos.

A la amplitud de cada componente senoidal se le llama coeficiente; por supuesto cada coeficiente está asociado a la amplitud de su componente respectiva y no contiene información acerca de lo que pasa en otras frecuencias. Estos coeficientes pueden ser números complejos de los cuales nos interesa conocer fundamentalmente su amplitud, por que da una medida de la importancia que tiene cada componente particular en la reconstrucción de la señal. Note que la transformada de Fourier de una función senoidal consiste de un solo impulso ubicado justamente en la frecuencia de la señal, y un impulso gemelo sin significado físico en el negativo de la frecuencia.

Es posible mostrar que la transformada de Fourier de una señal continua $f(x)$ se puede computar mediante la integral:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cdot e^{-j\omega x} dx \quad [4]$$

Donde $F(\omega)$ es el coeficiente asociado con la frecuencia angular ω , y j es la unidad imaginaria.

De igual modo se puede encontrar que la transformación inversa de Fourier, para pasar del espacio frecuencial al espacio de tiempo⁸, está dada por:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{j\omega x} d\omega \quad [5]$$

El 2π en la ecuación [5] corresponde simplemente a un factor de normalización.

1.3.1.1 Propiedades. Las propiedades que más nos interesan son las de linealidad y convolución.

La primera hace referencia a que la transformación de Fourier es lineal, es decir que el espectro de una combinación lineal de señales, es igual a la combinación lineal de las transformaciones de cada una de ellas.

La segunda afirma que las operaciones de multiplicación y convolución son duales en cada uno de los dos espacios; es decir que la transformada de Fourier de la multiplicación de dos señales es igual a la convolución de sus espectros, mientras que la transformada de una convolución de señales es igual al producto de sus espectros.

Una tercera propiedad de interés es la del empaquetamiento de energía, según la cual, la mayor parte de la energía de una señal real queda concentrada en unos pocos elementos de su transformada.

De otro lado, es conocido también que en el caso de señales periódicas las componentes son únicamente aquellas senoidales cuya frecuencia sea múltiplo de la frecuencia fundamental. La frecuencia fundamental es aquella con que ocurre la señal temporal. En el cálculo de la transformada la integral se realiza únicamente en un periodo y se normaliza con el ancho del mismo.

⁸ Tiempo o espacio, o cualquiera que sea nuestra variable unidimensional.

1.3.2 Transformada discreta de Fourier. Supongamos un arreglo discreto de valores con una cantidad finita de elementos, digamos N . Vamos a suponer ahora que este arreglo es periódico con periodo N , y que la porción conocida de los datos es justamente un periodo de la señal. Aplicando la transformada continua sabemos que el espectro constaría únicamente de algunos impulsos ubicados en las frecuencias múltiplo de la fundamental, que en este caso es $\omega_0 = \frac{2\pi}{N}$ o lo que es lo mismo: $\nu_0 = \frac{1}{N}$. Hacemos un cambio de variable en la frecuencia, de ω a ν (la normalización cambia de $\frac{1}{2\pi}$ a 1), y reescalamos para que en lugar de tener las frecuencias en: $0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \dots$, aparezcan en: $0, 1, 2, \dots$, y así poder representarlas como una variable discreta (Esto introducirá un factor de normalización N). Teniendo en cuenta que sólo existen valores discretos de $f(x)$ vemos que la integral se convertirá en una suma; además, puesto que x es periódica con periodo N , no hace falta evaluar la suma más que en un periodo. De esta manera, podemos escribir la Transformada discreta de Fourier con esta ingeniosa idea como:

$$F(\nu) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot e^{-j2\pi \frac{\nu x}{N}} \quad [6]$$

Veamos que ν también resulta ser periódica con periodo N . Supóngase que se ha calculado el coeficiente de Fourier para alguna frecuencia ν . Si incrementamos esta frecuencia en N unidades y calculamos el nuevo coeficiente, con $x \in \mathbb{Z}$, simplemente se multiplica por un factor 1 cada uno de los términos en la suma, se incrementa la fase de la senoidal respectiva en 2π . Partiendo de este resultado podemos deducir la transformada inversa mediante un razonamiento similar:

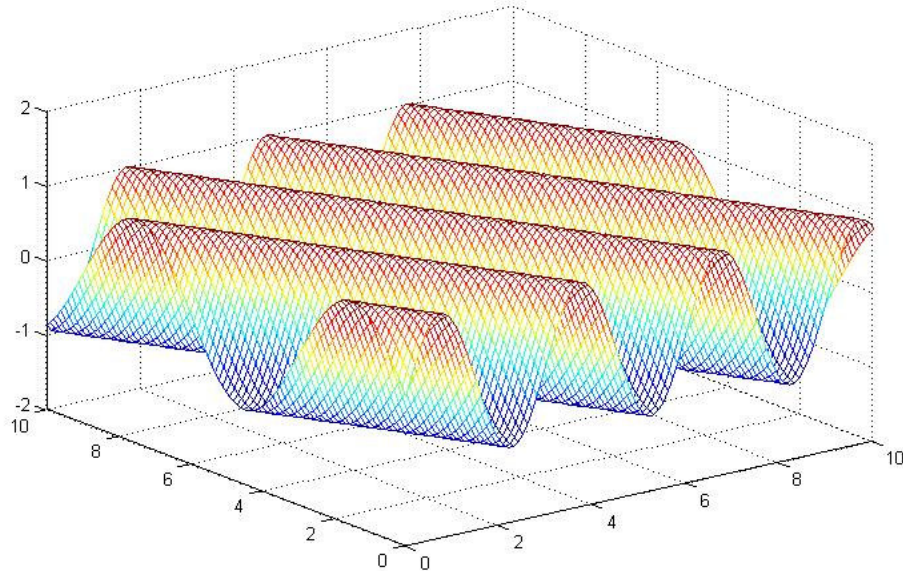
$$f(x) = \sum_{\nu=0}^{N-1} F(\nu) \cdot e^{j2\pi \frac{\nu x}{N}} \quad [7]$$

De esta manera, a un conjunto discreto de datos se ha asociado un espectro también discreto y de la misma longitud que los datos, con la suposición implícita de que ambos arreglos son periódicos.

Una de las ventajas de la transformada discreta de Fourier es que existen muchos algoritmos computacionales para calcular estas sumas a gran velocidad.

1.3.3 Transformada de Fourier en dos dimensiones. Para señales continuas se puede generalizar muy fácilmente la transformación de Fourier considerando señales senoidales 2-D, las cuales tienen el aspecto de teja que se observa en la figura 17; son funciones periódicas con un perfil de intensidades senoidal cuyos puntos de igual fase forman líneas paralelas.

Figura 17. Función senoidal en dos dimensiones



Las proyecciones de un perfil de intensidades sobre el eje x o el eje y producirán dos senoidales de cierta frecuencia, lo cual significa que la frecuencia en la dirección transversal puede descomponerse en una frecuencia asociada al cambio en la coordenada x, que llamaremos u , y otra frecuencia debida al cambio en la coordenada y, que llamaremos v . A partir de estas consideraciones podemos generalizar a dos dimensiones la transformada continua de Fourier definida en las ecuaciones [4] y [5] como:

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy \quad [8]$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) \cdot e^{j2\pi(ux+vy)} du dv \quad [9]$$

El análisis para señales discretas es exactamente el mismo, y nos lleva a definir la transformada de conjuntos rectangulares discretos y finitos de $N \times M$ como:

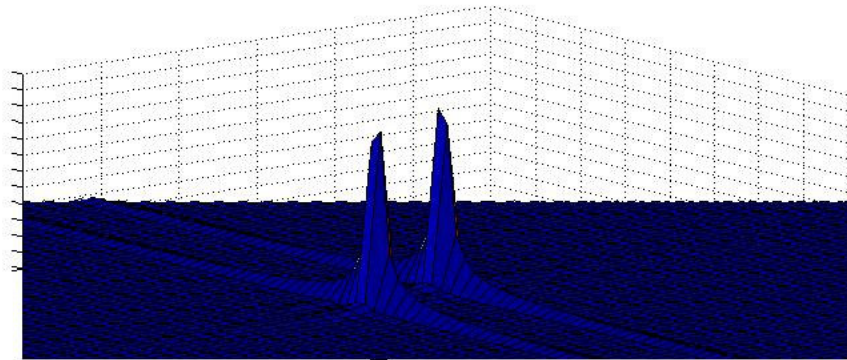
$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{M-1} f(x, y) \cdot e^{-j2\pi \left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M} \right)} \quad [10]$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} F(u, v) \cdot e^{j2\pi \left(\frac{ux}{N} + \frac{vy}{M} \right)} \quad [11]$$

La representación de una imagen en el dominio de la transformada será una matriz del mismo tamaño, donde las coordenadas de cada elemento representan un par de componentes frecuenciales en x y y , y el valor numérico de cada casilla representa el coeficiente asociado con la componente particular.

Como ejemplo considere nuevamente la senoidal en dos dimensiones de la figura 17. En realidad, esta imagen ha sido creada de manera discreta, x y y son vectores que generan un plano cuadrículado, para cada punto del cual la componente z se calcula como una función senoidal de x y y . La transformada de fourier de esta señal se muestra en la figura 18, mostrando que se aproxima bastante al resultado para una senoidal continua, que se mencionó consiste en un par de pulsos simétricos respecto del origen, ubicados en las frecuencias correspondientes a la senoidal que representan..

Figura 18. Transformada de Fourier de una senoidal discreta bidimensional.



Lógicamente, así como para 1 dimensión, las altas frecuencias reconstruyen los detalles de la imagen, mientras que las bajas frecuencias guardan información sobre las estructuras a gran escala presentes. Entre más alejado del origen se encuentre un coeficiente, mayor es la frecuencia.

1.4 TRANSFORMACIONES TIPO WAVELET.

Las transformadas wavelet son otro tipo de representación de la información contenida en una señal. Su estudio y desarrollo es mucho más reciente que la transformada de Fourier, pues fueron propuestas hacia 1980 por primera vez. Desde entonces han venido evolucionado rápidamente, hasta convertirse en los últimos años en la herramienta principal de muchas aplicaciones exitosas en el área del tratamiento de señales.

El principio rector de este tipo de transformaciones está inspirado en la transformada de Fourier; sin embargo se trata de una herramienta mucho más potente y robusta. Aunque aún se encuentran en una etapa temprana de su desarrollo, las transformaciones wavelet han sido la clave para el éxito de muchas soluciones recientes en ingeniería y ciencia. Starck et. al⁹ cita una lista de publicaciones recientes en astro física y astronomía que muestran claramente la importancia que ha cobrado el uso de técnicas basadas en transformaciones wavelet.

Resumiendo, el objetivo de la transformación de Fourier es calcular los coeficientes de cada componente senoidal en la descomposición de la señal temporal, es decir, hallar el grado de similitud que tiene cada una de las funciones del espacio de llegada con la señal original en el espacio de salida. Las funciones del espacio de llegada son las senoidales de diferentes frecuencias, que se pueden considerar versiones escaladas (comprimidas o expandidas) de una senoidal madre. Aunque este tipo de representación nos indica la relevancia que tiene una componente dada, no nos dice absolutamente nada acerca del intervalo temporal responsable de ello; el hecho que una componente dada tenga cierto grado de importancia en la descomposición de una señal, no significa en lo absoluto que esto suceda a lo largo de toda la evolución temporal de la señal original, pues su presencia puede ser el resultado de un evento ocurrido en algún momento específico de esta. Precisamente por eso es posible reconstruir una señal de duración finita como una suma de funciones senoidales de duración infinita, lo que ha sido uno de los aspectos más sorprendentes revelados por la transformada de Fourier.

⁹ *Astronomical Image and Data Analysis*, 2006. p.4.

Las transformaciones wavelet, por otro lado, brindan una representación de la señal que incluye información sobre la relevancia de las versiones escaladas de la función madre, como la transformada de Fourier, pero además informan acerca del momento o sitio específico de la señal original en que esta coincidencia tiene lugar.

Tomaremos de Starck¹⁰ la definición citada de la transformada wavelet de una función continua $f(x)$, dada por Morlet y Grossman (Grossman, et al., 1989).

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx \quad [11]$$

Donde,

- $W(a, b)$ representa los coeficientes wavelet.
- $\psi(x)$ es la wavelet madre.
- $a(> 0)$ es el parámetro de escala
- b es el parámetro de posición

Como se puede apreciar, para un parámetro de escala dado a , y un parámetro de posición b , se calcula el coeficiente asociado como la integral de correlación entre la wavelet madre con la señal original, escalándola con a y centrándola en la posición b . De esta manera, cada coeficiente nos dice el grado de importancia que tiene una versión escalada de la función madre, en un punto específico de la señal. De cierta manera, es parecido a efectuar la transformada de Fourier en cada pequeño intervalo de la señal, por eso es llamada una representación en tiempo frecuencia. Sin embargo en este caso la función madre no es necesariamente senoidal, lo cual significa la hace más versátil.

También se dice que se trata de una transformada multi-resolución, es decir multi-escala, donde la cantidad de niveles de resolución se refiere al número de escalas utilizadas. Obviamente escalas pequeñas estarán asociadas con eventos de alta frecuencia, mientras que escalas mayores, computadas con versiones más anchas de la wavelet, contienen información de baja frecuencia.

La transformación inversa¹¹ viene dada por:

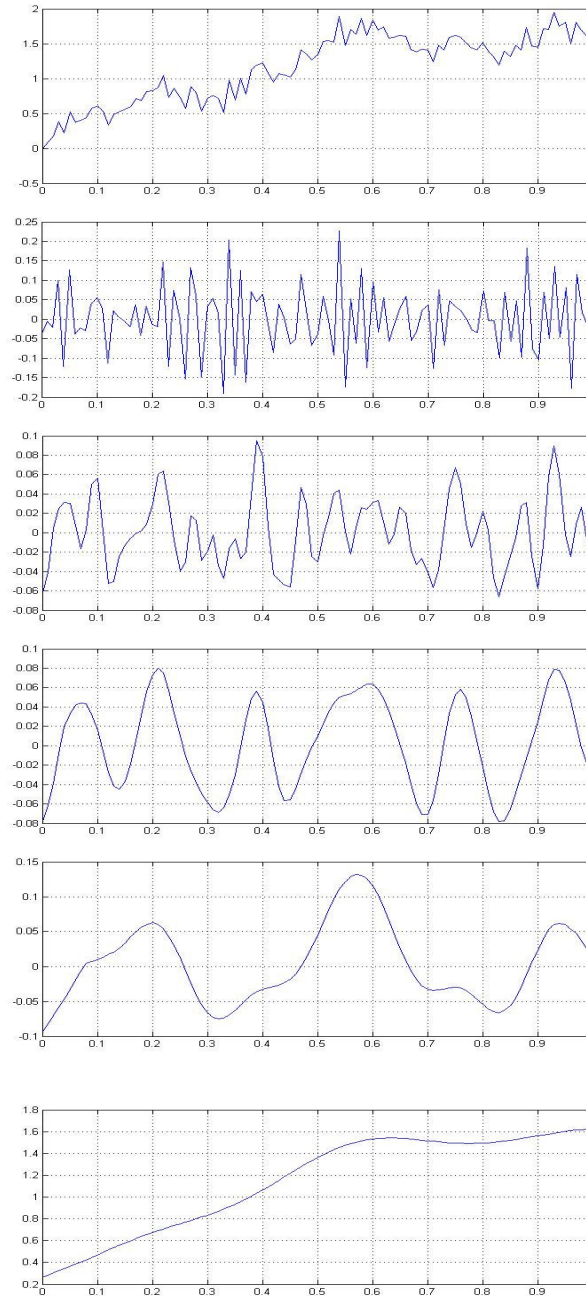
¹⁰ *Idem.*

¹¹ *Idem.*

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \frac{1}{\sqrt{a}} W(a,b) \cdot \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \cdot \frac{dadb}{a^2} \quad [12]$$

Donde C_ψ es una constante de normalización que depende de la wavelet madre escogida.

Figura 19. Señal de prueba y descomposición wavelet en 5 niveles



La figura 19 muestra una señal de prueba (arriba), y su transformada wavelet en 5 niveles de resolución, cada uno representado en una gráfica bajo la del nivel anterior. Observando la gráfica del primer nivel de resolución podemos concluir que las componentes de alta frecuencia están presentes a lo largo de toda la señal de manera uniforme, lo cual efectivamente sucede, como se puede apreciar en el rizo de la función original. A medida que aumenta la escala empezamos a tener información sobre el comportamiento de la señal original a frecuencias menores, y vemos que los sucesos significativos empiezan a separarse un poco, tal como los picos medianos de la función temporal. En la señal original apreciamos algunos bulbos amplios centrados alrededor de 0.2, 0.6 y 0.95. Estos están claramente representados por los picos en la gráfica del cuarto nivel de resolución. La gráfica del último nivel corresponde efectivamente al fondo de la imagen (frecuencias bajas), y describe, aunque muy suavizada, la curva general de la señal original. Finalmente observe que la mayor estructura de la señal, el bulbo y pico alrededor de 0.6 aparece representada muy claramente en los mayores niveles de resolución.

La selección de la wavelet madre no es arbitraria; en primer lugar, por que hay una serie de restricciones matemáticas que debe cumplir para que el mecanismo funcione, como por ejemplo tener media cero. En segundo lugar, la wavelet madre debe ser escogida en virtud de algún conocimiento sobre la naturaleza de las señales que se están analizando, o del algoritmo específico con que se va a implementar la transformación.

Existen muchos tipos de transformaciones wavelet; para colecciones de datos discretos el énfasis está en la eficacia de los algoritmos computacionales. Un método muy usado es la transformada wavelet ortogonal (Mallat 1989). Sin embargo, en este trabajo nos concentraremos en un algoritmo conocido como *a-trous*¹², que está ganando popularidad en el ámbito científico por que es muy útil para trabajar con imágenes de origen astronómico, y por que ofrece una visión que simplifica el análisis de la información y permite la reconstrucción de las señales muy fácilmente, así como mayor eficiencia computacional. Este último punto es muy importante, pues el trabajo con imágenes requiere gran capacidad de procesamiento en los equipos computacionales.

1.4.1 Wavelets en dos dimensiones. La generalización a dos dimensiones es inmediata; definimos como wavelet madre una máscara de dos dimensiones, con la cual realizamos la integral de correlación sobre todo el plano de la señal, calculando un coeficiente de correlación en cada punto del mismo. Expandimos la máscara y repetimos el proceso para computar el siguiente nivel de resolución; así sucesivamente hasta completar la cantidad de niveles deseados. La transformada se compone de una serie de coeficientes

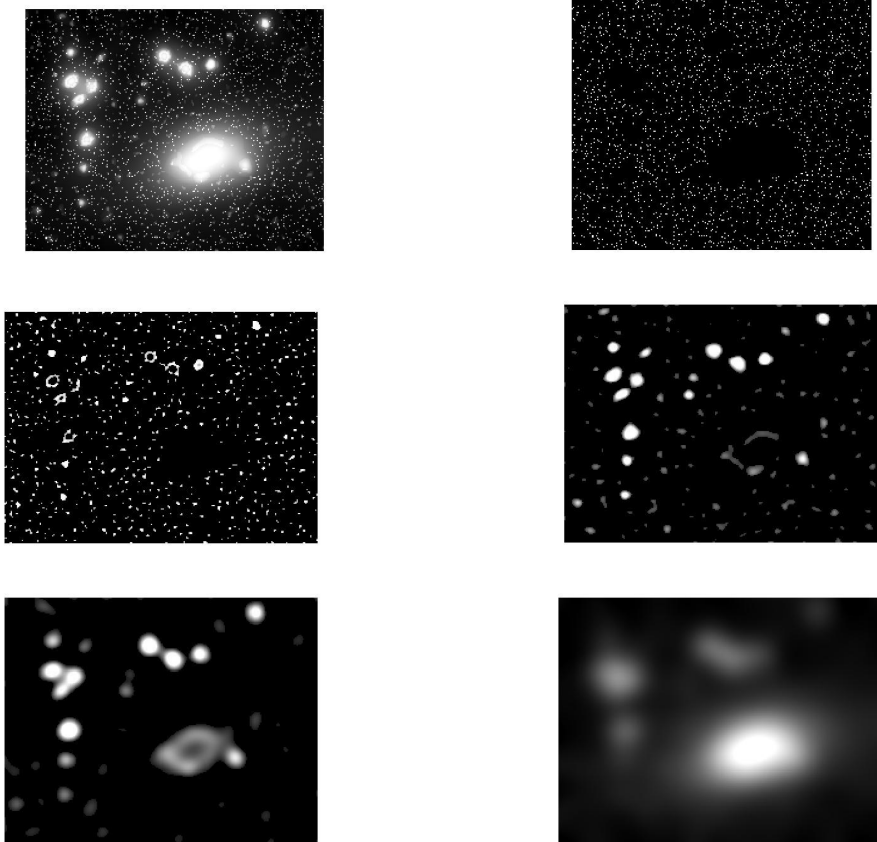
¹² *A-trous* significa "con huecos", en idioma francés.

distribuidos sobre varios planos, uno por cada nivel de resolución. La información de los coeficientes que conforman cada plano es un mapa de la pertinencia que tiene ese nivel de resolución en cada punto de la imagen bidimensional.

Si la señal tratada es una imagen, entonces se trata de un arreglo discreto en dos dimensiones y de tamaño finito. En ese caso la máscara se convierte en una matriz, la integral de correlación se convierte en una sumatoria y puede ser calculada de la misma manera descrita para la realización del filtrado espacial en el capítulo 2.2.2.3. La naturaleza del método y la forma general de implementación siguen siendo prácticamente las mismas.

En la figura 20 se muestra la imagen de un grupo de estrellas y una posible galaxia espiral, junto con los primeros 5 niveles de resolución de su transformada wavelet discreta bidimensional. Se implementó con el algoritmo a-trous y usando como wavelet madre una función de interpolación b3-spline.

Figura 20. Imagen del cielo y 5 niveles de resolución wavelet



Arriba a la izquierda está la imagen original. Junto a ella la primera matriz de coeficientes, correspondientes a las frecuencias más altas. Acercando la imagen se pueden ver algunos puntos aislados del fondo, pero definitivamente no hay información relevante en este nivel. En los dos siguientes comienzan a aparecer algunas de las estructuras, primero contornos y estrellas pequeñas, y luego el relleno de las medianas. En el penúltimo nivel aparece por primera vez el contorno de la estructura mayor y en el último solamente aparece el fondo de la misma difuminado; las estructuras más pequeñas se hacen indetectables.

Para unificar la notación llamaremos de ahora en adelante C_0 a la imagen original. $W = \{W_1, W_2, \dots, W_J, C_{J+1}\}$ representa el conjunto de los coeficientes wavelet, compuesto por $J+1$ planos correspondientes a los niveles de resolución; el último plano es un plano de suavizado y corresponde al fondo de la imagen. En algunos casos cada plano tiene el mismo tamaño que la imagen original, diremos entonces que se trata de una transformación redundante, en la cual no se pierde información. Existen otros métodos que generan espacios sub-muestreados, y por lo tanto es necesario reproducir parte de los coeficientes por interpolación.

Recordando que ψ es la wavelet madre, vamos a escribir la fórmula matemática para calcular cada nivel de resolución, asumiendo que en cada paso se duplica la escala, es decir, el tamaño de la máscara:

$$W_{j+1}(l) = \frac{1}{2^{j+1}} \cdot C_0(l) \otimes \psi\left(\frac{l}{2^{j+1}}\right) \quad [13]$$

Nótese que la expresión corresponde exactamente con la forma en que fue definida la transformación. Para cada nuevo nivel, el plano de coeficientes es el resultado de una convolución entre la imagen original y una versión escalada de la wavelet madre que equivale al doble de la escala anterior. La constante que acompaña se reduce a la mitad cada vez para mantener la normalización mediante una atenuación de la wavelet madre con cada expansión.

1.4.2 El soporte Multi resolución. El soporte multi-resolución (M) es un arreglo de datos booleanos o lógicos que indica, para cada nivel de transformación, cuales son los píxeles que contienen información. Si $M_j(l)$ es igual a uno, entonces la transformada de la imagen original contiene información en el nivel j -ésimo y en la posición (l) .

El soporte multi-resolución depende tanto de los datos de entrada como de las características de la transformación implementada. La manera de construir este arreglo de datos lógicos es la siguiente:

1. Computar la transformada wavelet de la imagen original:
 $W = \{W_1, W_2, \dots, W_J, C_J\}$
2. El soporte multi-resolución: $M = \{M_1, M_2, \dots, M_J, M_{J+1}\}$ es generado por la binarización de los coeficientes en cada nivel. Cada coeficiente se hace igual a 0 o 1 según se considere que contiene o no información. En la última escala, M_{J+1} , se hacen todos los píxeles iguales a 1.
3. Se pueden introducir cambios al soporte multi-resolución basados en posible conocimiento que se tiene acerca de la naturaleza de los datos o del problema que se esté resolviendo. Por ejemplo: Si se sabe que únicamente son de interés las estructuras de cierto tamaño aproximado, se considerarán relevantes los coeficientes pertenecientes a las escalas respectivas y no los demás.

Una manera de modelar el soporte multi-resolución es detectando, en cada escala, los coeficientes significativos y diferenciándolos de los no-significativo. Es decir, no todos los coeficientes diferentes de cero contienen información; la mayoría de los más pequeños en general se deben a factores externos causantes de ruido. Así podemos dar una definición alternativa del mencionado soporte para los niveles inferiores al $J + 1 - \text{ésimo}$:

$$M_j(l) = \begin{cases} 1, & \text{Si } W_j(l) \text{ es significativo} \\ 0, & \text{Si } W_j(l) \text{ no es significativo} \end{cases}$$

1.5 ALGORITMO A TROUS

Un algoritmo muy útil para realizar transformadas multi-escala tipo wavelet, con datos discretos, es el algoritmo A-trous (Holschneider et al., 1989; Shensa, 1992; Starck et al., 1998a), llamado así por la diferencia entre la máscara usada para computar un nivel y la del nivel siguiente, como se verá. Cada nivel de resolución tendrá el mismo tamaño de la imagen original y por lo tanto se trata de un algoritmo de tipo redundante.

Introduciremos la acción del algoritmo para señales unidimensionales y luego se hará la generalización a dos dimensiones.

Usaremos la suposición que nuestra función, a la que llamaremos C_0 , se puede expresar como la convolución de una función f con un filtro pasa-bajas ϕ :

$$C_0(x) = f(x) \otimes \phi(x) \quad [14]$$

A partir de este filtro pasa-bajas se define la wavelet madre como:

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = \phi(x) - \frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right) \quad [15]$$

Vamos a computar la transformada de la función f con esta wavelet madre. Obviamente el arreglo de coeficientes al nivel $j+1$ -ésimo viene dado por la suma de convolución:

$$W_{j+1}(x) = \frac{1}{2^{j+1}} \cdot f(x) \otimes \psi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) \quad [16]$$

El paso de una escala a la siguiente equivale a la convolución de la función con una expansión de la wavelet madre al doble de su tamaño anterior, que se logra duplicando la distancia entre muestras y rellenando los espacios intermedios con ceros; de ahí el nombre de A-trous.

A continuación mostraremos una manera distinta de calcular los coeficientes W_n , que resulta mucho más conveniente para la reconstrucción de la señal.

Definimos una función o vector g_0 tal que:

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = g_0(x) \otimes \phi(x) \quad [17]$$

Y a partir de él, consideraremos la secuencia de vectores g_n :

$$g_n(x) = g_0\left(\frac{x}{2^n}\right) \quad [18]$$

Cada uno es la expansión del anterior al doble de su tamaño, nuevamente se rellenan los espacios intermedios con ceros. Definamos también un vector h_0 tal que:

$$\frac{1}{2}\phi\left(\frac{x}{2}\right) = h_0(x) \otimes \phi(x) \quad [19]$$

Y análogamente a g_n definimos la serie de vectores h_n según:

$$h_n(x) = h_0\left(\frac{x}{2^n}\right) \quad [20]$$

Finalmente definamos la secuencia de vectores C_n a los que llamaremos aproximaciones, puesto que se calculan de manera recurrente a partir de la imagen original según:

$$C_{n+1}(x) = h_n(x) \otimes C_n(x) \quad [21]$$

Donde la primera aproximación es la imagen original, C_0 .

Vamos a demostrar que los coeficientes de transformación W_n se pueden obtener como la diferencia entre dos aproximaciones sucesivas según la ecuación:

$$W_{j+1}(x) = C_j(x) - C_{j+1}(x) \quad [22]$$

Demostraremos primero un par de propiedades que requeriremos luego.

Obsérvese que de reemplazar la ecuación (19) en la (15) e igualar el resultado a la ecuación (17) se sigue:

$$\frac{1}{2}\psi\left(\frac{x}{2}\right) = \phi(x) - h_0(x) \otimes \phi(x) = g_0(x) \otimes \phi(x) \quad [23]$$

Recordando que el módulo de la convolución es un impulso en el origen, y aprovechando la propiedad de linealidad podemos deducir a partir de la ecuación anterior:

$$[\delta(x) - h_0(x)] \otimes \phi(x) = g_0(x) \otimes \phi(x) \quad [24]$$

Luego:

$$\delta(x) = h_0(x) + g_0(x) \quad [25]$$

Y por la manera en que fueron definidos los vectores expandidos g_n y h_n , obviamente este último resultado implica:

$$\delta(x) = h_n(x) + g_n(x) \quad [26]$$

Ya que un par de muestras correspondientes en los vectores iniciales lo seguirán siendo tras hacer una expansión igual en ambos vectores; además, como ya se ha dicho, los espacios intermedios se han rellenado con ceros y las dos muestras centrales continuarán en la misma posición.

Por otro lado, reordenando la ecuación (19) y cambiando x por $\frac{x}{2^j}$ se obtiene:

$$\phi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = 2 \cdot h_0\left(\frac{x}{2^j}\right) \otimes \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad [27]$$

De la definición de $h_n(x)$:

$$\phi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = 2 \cdot h_j(x) \otimes \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad [28]$$

Reemplazando esta ecuación en ella misma, disminuyéndole 1 al exponente se sigue:

$$\phi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = 2 \cdot h_j(x) \otimes 2 \cdot h_{j-1}(x) \otimes \phi\left(\frac{x}{2^{j-1}}\right) \quad [29]$$

Haciendo lo mismo otras $j-1$ veces finalmente se obtiene:

$$\phi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = 2^{j+1} \cdot h_j(x) \otimes h_{j-1}(x) \otimes \dots \otimes h_0(x) \otimes \phi(x) \quad [30]$$

De otra parte, si hacemos el cambio de variable x por $\frac{x}{2^j}$ en la ecuación (17):

$$\frac{1}{2} \psi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = g_0\left(\frac{x}{2^j}\right) \otimes \phi\left(\frac{x}{2^j}\right) \quad [31]$$

Que en virtud de las ecuaciones (18) y (30) se convierte en:

$$\frac{1}{2^{j+1}} \psi\left(\frac{x}{2^{j+1}}\right) = g_j(x) \otimes h_{j-1}(x) \otimes h_{j-2}(x) \otimes \dots \otimes h_0(x) \otimes \phi(x) \quad [32]$$

Y entonces los coeficientes W_n se pueden redefinir, tras reemplazar la ecuación (32) en la definición (16):

$$W_{j+1}(x) = f(x) \otimes g_j(x) \otimes h_{j-1}(x) \otimes h_{j-2}(x) \otimes \dots \otimes h_0(x) \otimes \phi(x) \quad [33]$$

Observemos el primer y último término del lado derecho y recordemos nuestra suposición inicial, ecuación (14):

$$W_{j+1}(x) = g_j(x) \otimes h_{j-1}(x) \otimes h_{j-2}(x) \otimes \dots \otimes h_0(x) \otimes C_0(x) \quad [34]$$

Y recordando la manera recursiva en que se definieron los vectores C_n , ecuación (21), obviamente el último resultado se reduce a:

$$W_{j+1}(x) = g_j(x) \otimes C_j(x) \quad [35]$$

Ahora, utilizando la propiedad (26) mostrada más arriba se tiene:

$$W_{j+1}(x) = C_j(x) - h_j(x) \otimes C_j(x) \quad [36]$$

Y como el segundo miembro del lado derecho ha sido definido según la ecuación (21) como $C_{j+1}(x)$, nos queda:

$$W_{j+1}(x) = C_j(x) - C_{j+1}(x) \quad [37]$$

Que es justamente el resultado que se deseaba demostrar.

Entonces, una vez conocido el filtro h_0 a partir del filtro pasa-bajas ϕ (ecuación(19)), podemos expresar el algoritmo paso a paso así:

1. Iniciar la variable j a 0, empezando con la imagen original C_0 .
2. Efectuar la convolución de los datos C_j con el filtro h_j para obtener C_{j+1} .
3. De este proceso se extraen los coeficientes wavelet como: $W_{j+1} = C_j - C_{j+1}$.
4. Si j es menor que el número J de niveles de resolución deseados, se incrementa j en uno y volvemos al paso 2.

De tal modo que para encontrar la representación de la función en los diferentes niveles, W_n , bastará con hacer la diferencia entre cada par de aproximaciones consecutivas, C_n y C_{n+1} . Ya conocemos la manera de hallar las aproximaciones de manera recursiva a partir de la imagen original C_0 , utilizando los vectores expandidos h_n .

El set de datos: $W = \{W_1, W_2, \dots, W_J, C_J\}$ conforma la transformación multi-escala de la imagen. Si la imagen original tenía N píxeles, su transformada contendrá $(J+1)N$ píxeles, un factor de redundancia $(J+1)$ es incluido siempre que se implementen J escalas de resolución.

La ventaja principal de esta representación es que la imagen original se puede reconstruir muy fácilmente, simplemente sumando todos los coeficientes W_n más una función de suavizado que corresponde a la última aproximación hallada. Esto se debe al hecho de que se trata de una suma telescópica. Supongamos por ejemplo que se han calculado las primeras J aproximaciones, entonces:

$$\sum_{k=1}^J W_k(x) = [C_0(x) - C_1(x)] + [C_1(x) - C_2(x)] + [C_2(x) - C_3(x)] + \dots + [C_{J-1}(x) - C_J(x)] \quad [38]$$

Obviamente se anulan todos los términos intermedios y quedan solamente los de los extremos:

$$\sum_{k=1}^J W_k(x) = C_0(x) - C_J(x) \quad [39]$$

Y por lo tanto es posible obtener la primera aproximación como:

$$C_0(x) = C_J(x) + \sum_{k=1}^J W_k(x) \quad [40]$$

Siendo estrictos desde el punto de vista matemático los coeficientes hallados no corresponden a la transformada de la señal original, sino a la de la función $f(x)$. Basta convolucionar cada arreglo de coeficientes W_n con el filtro pasa-bajas ϕ para hallar el resultado “verdadero” en este sentido; sin embargo, de la ecuación de reconstrucción (40) es evidente que los coeficientes W_n dan una representación multi-escala que permite reconstruir la imagen original, y por lo tanto podemos decir que corresponden a sus diferentes componentes. Manipulando este sistema de coeficientes W_n podemos investigar y/o modificar la información contenida en la secuencia original para cada una de las diferentes escalas de resolución por separado.

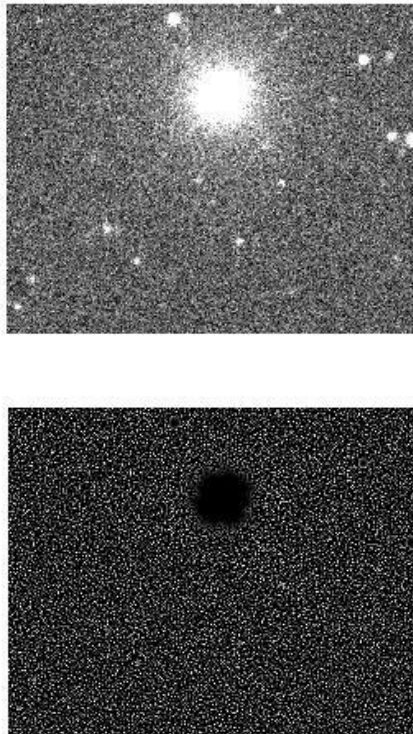
Otras ventajas del algoritmo a-trous, aparte que la reconstrucción de la señal es trivial, son que el coste computacional es moderado, que la transformada es conocida en cada píxel sin necesidad de interpolación, que es posible seguir el cálculo de la transformación de manera recursiva desde cada nivel hacia el nivel siguiente, que mantiene la invarianza ante traslaciones y finalmente que es una transformación isotrópica.

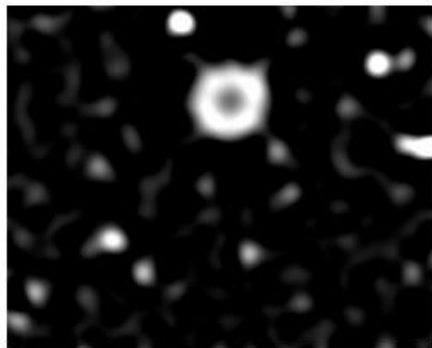
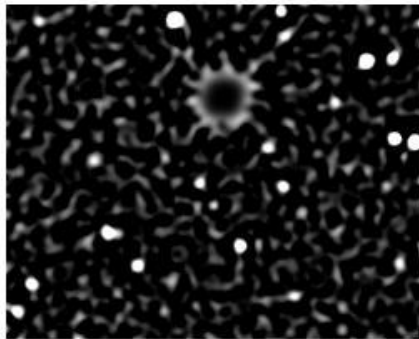
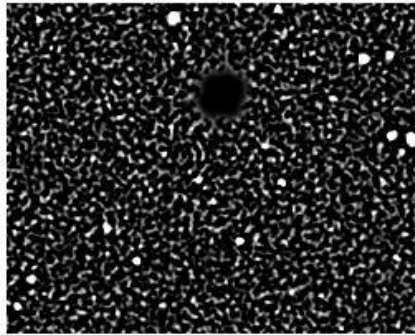
Este último aspecto es muy importante si las imágenes contienen elementos isotrópicos, que es el caso más frecuente en imágenes del tipo astronómico y por eso el algoritmo a-trous ha sido ampliamente utilizado con éxito en esta área. Esto se debe al uso de la función B3-spline como filtro pasa-bajas ϕ , que genera una wavelet madre con media cero e isotrópica, igual que el filtro pasa-bajas escogido.

La generalización a dos dimensiones es muy simple; en lugar de utilizar filtros pasabajas unidimensionales utilizaremos máscaras en dos dimensiones y realizamos el tipo de convolución respectivo. Cada arreglo de coeficientes tendrá el mismo tamaño que la imagen original.

En la figura 21 se muestra la imagen de una estrella con fondo de ruido, y junto a ella los 5 primeros niveles de resolución de la transformación wavelet utilizando el algoritmo a-trous. Observe como en el primer nivel, es decir altas frecuencias, están contenidas las componentes de fondo del ruido, y como se observan diferentes estructuras en las diferentes escalas.

Figura 21. Imagen de una estrella y su transformada wavelet a-trous





1.5.1 Selección de la transformación multi escala. La transformación a-trous tiene una gran ventaja: es isotrópica, lo cual resulta muy útil cuando se trabaja con imágenes en que los elementos no tienen una orientación de preferencia. Esto la hace lucir más apropiada para nuestros propósitos que por ejemplo las transformadas: Mallat, Haar y Daubechie, que son anisotrópicas.

Una segunda ventaja de este algoritmo es la invarianza ante traslaciones, propiedad que no contienen otros algoritmos debido a que violan el principio de Nyquist haciendo sub-muestreo, y por lo tanto algunos coeficientes deben ser reconstruídos por interpolación. Esto genera cambios en la salida cuando se desplaza la imagen de entrada. La solución a este problema es evitar el sub-muestreo utilizando una transformada redundante. Varios algoritmos han sido propuestos con este fin, entre los cuales el a-trous es uno de los más rápidos.

Un defecto que tiene este tipo de transformaciones es la presencia de coeficientes negativos y la falta de robustez ante determinadas situaciones. Por definición la media de los coeficientes wavelet en una escala dada es cero; así por cada estructura con valores positivos existirá una región con valores negativos para compensar. Estos valores negativos pueden dificultar el proceso de reconstrucción y dificultar el análisis, generando por ejemplo la detección de falsas estructuras en la imagen. Aberraciones o defectos puntuales como los producidos por incidencia de rayos gamma en el captor CCD representan otro problema que puede afectar cada uno de los niveles de la transformación y es difícil de combatir. Las transformaciones wavelet no son robustas en cuanto a la detección de este tipo de errores puntuales.¹³

Vemos entonces que en todo caso ni las wavelet en general, ni el algoritmo a-trous en particular, son absolutamente infalibles para llevar a cabo el tratamiento de una imagen. Como siempre, la selección de los algoritmos y la calidad de los resultados dependerán en gran medida de la clase de imágenes usadas y el tratamiento específico deseado. Sin embargo representan actualmente una de las alternativas más apropiadas para muchas aplicaciones.

1.6 RESTAURACIÓN DE IMÁGENES

La restauración de imágenes es una de las áreas más importantes en el tratamiento de señales.

Normalmente la información registrada no es exactamente la que se desea. Durante el proceso de captura los diferentes componentes de nuestro

¹³ Tomado de Starck et al., *Astronomical Image and Data Analysis*, 2006.

dispositivo de medida, así como las condiciones ambientales y la naturaleza misma del fenómeno observado son factores que pueden alterar de diversas maneras la información que se registra, en relación con la información real proveniente del objeto de estudio. El objetivo de la restauración de imágenes es tratar de ejecutar las operaciones inversas para recuperar una versión de la imagen, f' , que esté lo más cerca posible de la información original f .

Hay que tener presente que restauración no es lo mismo que mejoría en el sentido estético de la palabra; en la restauración importa más la fidelidad de la información que la belleza de la imagen, aunque algunas técnicas se pueden utilizar para mejorar los dos aspectos. La restauración es un proceso más objetivo que el embellecimiento. Hay que tener presente sin embargo que no existe un conocimiento verídico de la información original, en este caso la luz de estrellas muy distantes, únicamente poseemos la información contenida en la imagen ya degradada; estamos enfrentados ante lo que se llama un problema inverso y por lo tanto no hay manera de hacer una medida cuantitativa exacta de la mejoría lograda tras ejecutar una técnica, pues no se puede comparar el resultado obtenido con la imagen "verdadera", y siempre existirá por tanto un pequeño factor de incertidumbre.

Un modelo muy útil para expresar las degradaciones que puede sufrir una imagen durante el proceso de captura es el siguiente:

$$g(l) = f(l) \otimes h(l) + n(l) \quad [41]$$

Donde f es la imagen original, h es un filtro espacial que introduce algún tipo de degradación (como el corrimiento en la imagen debido al movimiento relativo entre cámara y observador o al desenfoque del sistema óptico), n representa una perturbación de ruido aditivo y g es la imagen resultante, aquella que obtenemos con nuestra cámara ya leída y digitalizada. El símbolo \otimes por supuesto representa una convolución.

En el dominio de la frecuencia, utilizando las propiedades de linealidad de la transformada de Fourier, podemos transformar la ecuación (41) a:

$$G(l) = F(l) \cdot H(l) + N(l) \quad [42]$$

Donde G, F, H, N representan las transformadas de Fourier de: g, f, h, n , por supuesto.

Si conociéramos H y N sería muy fácil recuperar la imagen original según:

$$F(l) = (G(l) - N(l)) / H(l) \quad [43]$$

Sin embargo, esta solución aparentemente maravillosa no resultará útil. Como se explicará con más detalle adelante, no es posible conocer de manera precisa todos los valores de $n(l)$ ni de $N(l)$ sobre la imagen, es más, ni siquiera podemos conocer un valor en particular con total exactitud debido a que las fuentes de ruido generan perturbaciones de naturaleza aleatoria. A lo más será posible describir su comportamiento desde un punto de vista estadístico. Otra desventaja de este modelo es que para valores de H iguales o cercanos a cero tendremos muchos problemas computacionales al realizar la división.

El modelo expresado arriba no es completamente general. Todos los tipos de ruido no son aditivos, por ejemplo. Sin embargo es útil en una gran cantidad de situaciones y más que suficiente para los alcances y el enfoque de los casos que se estudiarán en este trabajo.

Para nuestros propósitos basta concentrar toda la atención en la limpieza del ruido, puesto que los defectos ópticos del sistema son muy pequeños gracias a su cuidadoso diseño. Las estrellas distantes se consideran fijas respecto a la tierra, y su luz no variará de posición con respecto a la cámara para los tiempos de exposición utilizados; el movimiento de rotación de la tierra en un periodo tan corto no es suficiente para generar corrimientos. Además, para grandes distancias como estas se considera completamente válida la aproximación de campo lejano, es decir, la suposición de que el objeto se encuentra ubicado en el infinito y por tanto sus rayos de luz llegan paralelos (frente de onda plano); los telescopios operan bajo este principio. Al llegar paralelos los rayos la imagen necesariamente se forma en el plano focal del sistema, sin necesidad de mecanismos auxiliares de enfoque que, mal ajustados, hacen borrosas las imágenes de objetos cercanos tomadas en tierra.

En cambio la presencia del ruido es bastante fuerte, y la necesidad de eliminar sus efectos es inexorable para poder restaurar la imagen y hacerla útil con propósitos científicos. Por este motivo dedicamos la siguiente sección al estudio de este fenómeno.

1.7 RUIDO

La señal es la parte de los datos que tiene interés científico por que contiene la información proveniente del objeto de estudio. Por otra parte se conoce como ruido a ciertas componentes de naturaleza aleatoria que se mezclan con una señal y deterioran la información contenida en ella. Las fuentes de ruido son

muy diversas, desde aberraciones introducidas por los instrumentos de medida utilizados hasta la interferencia con alguna señal externa que degrada a la señal de interés, o errores ocurridos durante la transmisión de los datos por medios electrónicos. Esta componente indeseable dificulta el proceso de tratamiento y análisis de los datos, en nuestro caso las imágenes. Reducir los efectos del ruido sobre los datos capturados es una tarea fundamental si se espera contar con imágenes de calidad para investigación científica.

Afortunadamente, a partir de ciertos conocimientos sobre el proceso de adquisición y transmisión de los datos, y de las características de los dispositivos utilizados, normalmente se puede anticipar algo acerca de los errores que se espera podrían ocurrir; esta información es la base para determinar las estrategias que permitirán corregirlos en alguna medida, ya que son inevitables.

Como se ha dicho, la amplitud instantánea del ruido no se puede establecer de manera precisa por que es aleatoria. Si repetimos una toma instantáneamente en presencia de una fuente de ruido, la degradación de la imagen lucirá igual en ambas fotos, pero el valor de la intensidad en cada píxel contaminado será diferente en las dos imágenes.

1.7.1 Tipos de ruido. Un descriptor importante para clasificar una variable ruidosa es su modo de interactuar con la imagen, su naturaleza, por ejemplo si es aditiva o multiplicativa. En algunos casos también es posible determinar algunas características de tipo estadístico acerca del comportamiento de estas variables.

La forma más general de describir el comportamiento de una fuente de ruido aditivo, homogéneo e isotrópico es mediante su función de densidad de probabilidad. Por aditivo nos referimos a que el valor del ruido se suma con los niveles de intensidad de la imagen. Homogéneo e isotrópico significan que las características medias de la perturbación son las mismas sobre toda la imagen y hacia cualquier dirección que uno escoja.

Algunos de los modelos de ruido más comunes en el tratamiento de imágenes son: Speckle, Sal y pimienta, Gaussiano, Poisson, periódico, entre otros. A continuación se da una breve explicación sobre cada uno de ellos.

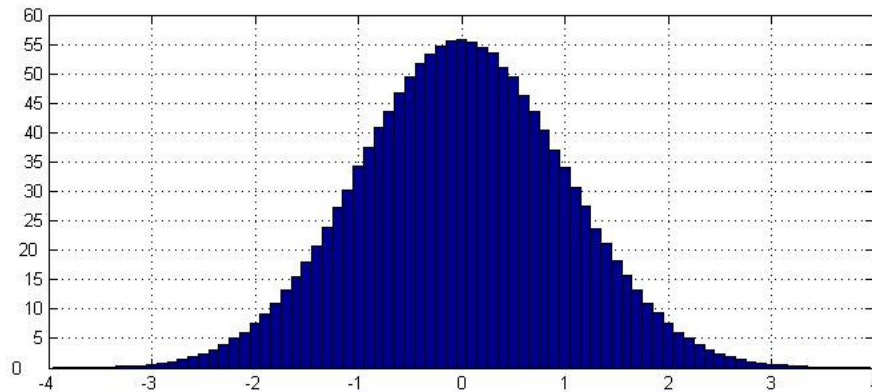
1.7.1.1 Gaussiano. El ruido Gaussiano es una aproximación matemática de ruido blanco, es decir que está normalmente distribuido en todas las frecuencias. Viene dado por la distribución de probabilidad Gaussiana formulada en la ecuación (44) y se origina principalmente por fluctuaciones

aleatorias en la señal. Es una perturbación aditiva, está caracterizada por su media y su varianza y es muy útil para modelar el ruido generado por captadores CCD trabajando en condiciones de poca luz o el ruido producido en la lectura de datos, por ejemplo. Recuerde que la varianza, así como la desviación estándar, son una medida de la dispersión de los datos en torno al valor central.

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-x^2/2\sigma^2} \quad [44]$$

En la figura 22 aparece el histograma de una variable con distribución de probabilidad Gaussiana. La parte positiva de la función de probabilidad se distribuye sobre un rango de 4 desviaciones estándar (4σ); la probabilidad de valores mayores es ínfima y sólo un 0.01% de los datos están fuera de ese intervalo. La parte correspondiente a los valores negativos evidentemente es simétrica. Se estima que, en magnitud, 68.26% de los datos son menores que una desviación estándar σ , 90.88 % de los datos tienen magnitudes inferiores a 2σ y 99.73% están entre 0 y 3σ ¹⁴.

Figura 22. Curva de densidad de probabilidad para una distribución Gaussiana.



* En el eje horizontal se ha representado el valor de la variable en múltiplos de la desviación estándar, y sobre el eje vertical la probabilidad de ocurrencia de cada valor.

En la figura 23 se muestra una escena que contiene una galaxia de canto y estrellas de diferentes tamaños, con muy buena definición. En la figura 24 se

¹⁴ Cálculos hechos a partir de los datos encontrados en Wikipedia:
http://es.wikibooks.org/wiki/Tablas_estad%C3%ADsticas/Distribuci%C3%B3n_normal

muestra una versión de la misma imagen contaminada con ruido gaussiano de media 0.04 y varianza 0.1. Todos los detalles se han perdido y apareció un fondo de puntos grises por toda la imagen. La calidad disminuyó mucho a pesar que el valor medio del ruido es pequeño.

Figura 23. Imagen con galaxia de canto

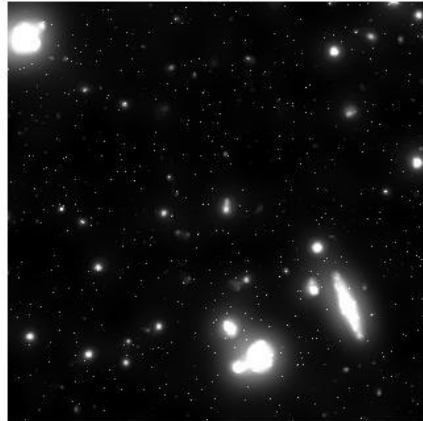
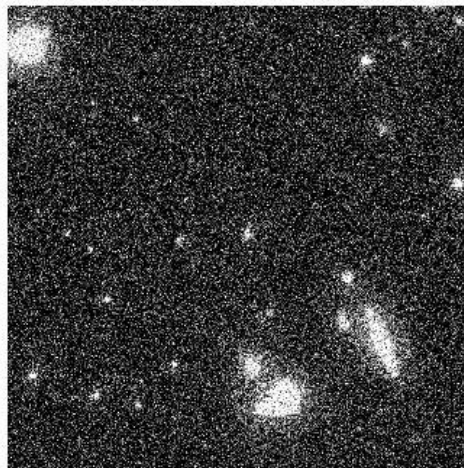


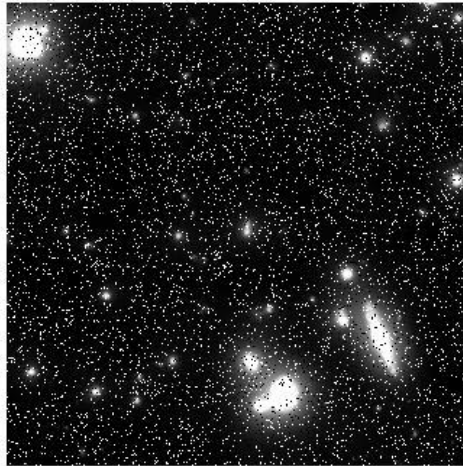
Figura 24. Imagen con ruido Gaussiano



1.7.1.2 Sal y pimienta. También es llamado ruido impulsivo, binario o ruido de disparo. Esta perturbación se produce por cambios súbitos en el brillo de la escena que generan píxeles negros (pimienta) o blancos (sal) distribuidos sobre la imagen. En la figura 25 se muestra una imagen de la imagen 23

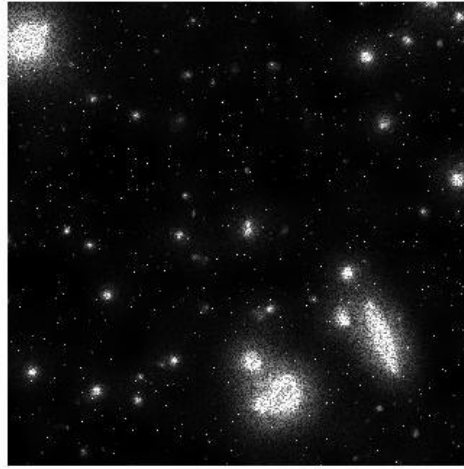
contaminada con ruido sal y pimienta al 10%. Se ven los píxeles blancos aparecidos en el fondo y algunos negros en las estrellas, pero no se difumina la imagen como en el caso anterior.

Figura 25. Imagen con ruido sal y pimienta.



1.7.1.3 Speckle. Este es un tipo de ruido multiplicativo; mientras que el modelo gaussiano consistía en valores aleatorios sumados a la imagen, el Speckle consiste en valores aleatorios que se multiplican con los niveles de intensidad en los píxeles de la imagen. Aunque los ruidos Gaussiano y speckle lucen similares, son generados por procesos completamente diferentes y requieren de técnicas distintas para ser removidos. En la figura 26 está la misma imagen contaminada por ruido speckle. Evidentemente la acción del ruido es notoria sólo en las zonas blancas, donde las intensidades son mayores, mientras que en el fondo no ha pasado nada.

Figura 26. Imagen contaminada con ruido speckle



1.7.1.4 Periódico. A veces la perturbación es de naturaleza periódica en lugar de completamente aleatoria. El ruido periódico en imágenes normalmente proviene de interferencia eléctrica o magnética durante la captura de la imagen y se manifiesta como una serie de barras claras y/o oscuras igualmente espaciadas. Para ilustrar la acción de este tipo de ruido podemos hacer una aproximación con un modelo de tipo senoidal en dos dimensiones de la forma:

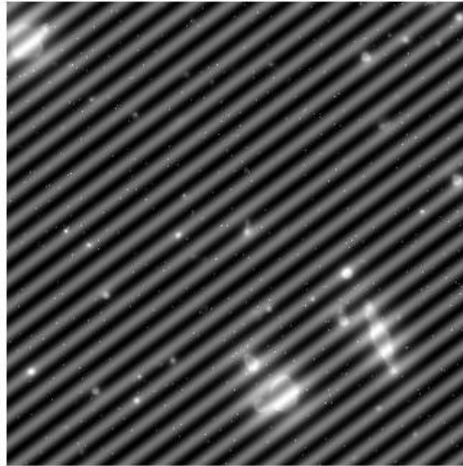
$$n(x, y) = A \cdot \sin(f_x x + f_y y + \theta) \quad [45]$$

Cuya transformada DFT 2-dimensional consiste en un par de impulsos complejos conjugados ubicados en las frecuencias respectivas:

$$N(u, v) = A \frac{j}{2} [\delta(u + f_x, v + f_y) - \delta(u - f_x, v - f_y)] \quad [46]$$

La perturbación senoidal aparecerá sumada a los niveles de intensidad de la imagen original., tal y como se aprecia en la imagen de la figura 27.

Figura 27. Imagen contaminada con ruido periódico



1.8 SUPRESION DE RUIDO

Como ya se ha dicho, la supresión de ruido es uno de las principales tareas de la restauración de imágenes. En realidad el ruido no se puede suprimir en el sentido estricto del término, pues a lo más podemos hacer una estimación del comportamiento estadístico de la perturbación. Sin embargo existen modelos y técnicas que permiten mejorar la calidad de la información contenida en los datos, disminuyendo la influencia del ruido y acercándose al contenido original de la imagen para analizarla de manera confiable.

Las perturbaciones ruidosas de tipo speckle, Sal y pimienta o Gaussiana pueden ser contrarrestadas usando técnicas de filtrado espacial. Esto se puede deducir a partir de la suposición, verdadera en general, de que se trata de perturbaciones locales de la imagen. Es decir, asumiremos que el valor de intensidad en cada punto de la imagen está relacionado con la vecindad a la que pertenece, y es con respecto a esta vecindad que se debe estudiar la distorsión ocasionada por el ruido.

El ruido periódico, por otro lado, es más fácil de tratar utilizando filtrado en el dominio de la frecuencia, debido a que no se trata de una perturbación local de la imagen sino más bien de un efecto global.

Fundamental importancia se dará en este trabajo a una nueva serie de técnicas basadas en las transformaciones tipo wavelet, las cuales toman en cuenta tanto las perturbaciones locales como aquellas a escalas medianas y grandes.

1.8.1 Supresión de ruido por filtrado espacial. Es correcto utilizar esta técnica solamente cuando la perturbación corresponda a un efecto local. Por esta razón el tamaño de la máscara con que se realiza el filtrado no puede ser grande en comparación con el tamaño de los objetos o regiones de la imagen.

En este trabajo nos vamos a concentrar básicamente en dos tipos de ruido: Gaussiano y Poisson, perturbaciones aditivas determinadas por sus distribuciones de probabilidad. Asumiremos que se trata de perturbaciones homogéneas, es decir, independientes de las coordenadas de la imagen. Esta selección se debe a que son los dos tipos de ruido que tienen mayor presencia en las imágenes del proyecto sloan; particularmente el Gaussiano¹⁵.

Para combatir estos tipos de ruido es necesario conocer una aproximación a su distribución de probabilidad, lo que se puede lograr de manera interactiva utilizando imágenes de prueba. Por ejemplo, haciendo una toma con un fondo totalmente negro o totalmente blanco y registrando las variaciones respecto de este valor idealmente constante en un histograma de intensidades. En nuestro caso podemos utilizar regiones del fondo de las imágenes, es decir, regiones que idealmente deberían ser completamente negras. Haciendo un histograma de las intensidades podemos encontrar la media y la varianza en la distribución de los datos y ajustar el ruido presente a una curva de densidad de probabilidad conocida.

Se mostrarán algunas técnicas para suprimir el efecto de otros tipos de ruido que son muy comunes, de las cuales retomaremos algunos elementos luego.

¹⁵ Starck afirma que en general es el tipo de perturbación predominante en las imágenes astronómicas. Starck et al., *Op cit.*

Figura 28. Imagen limpia de ruido



En la figura 28 tenemos una hermosa una imagen sin ruido que usaremos durante el resto del capítulo para ilustrar los ejemplos.

1.8.1.1 Sal y pimienta. Evidentemente, puesto que esta perturbación afecta píxeles individuales, se puede considerar que hace parte de las componentes de alta frecuencia espacial de la imagen, y por lo tanto se esperarí­a poder reducirlo implementando un filtro pasa-bajas. Ejecutar un filtrado promedio, sin embargo, en lugar de eliminar el efecto de los píxeles dañados más bien lo que hace es difuminarlos, al mismo tiempo que deteriora los detalles de la imagen. Este efecto se ilustra en las figuras 29 a 32. En la primera vemos la imagen original contaminada con un 10% de ruido sal y pimienta; en las siguientes se aprecia el resultado de filtrarla con un filtro promedio de 3x3, 5x5 y 7x7 respectivamente. Como vemos, a medida que el tamaño del filtro aumenta se desvanecen los píxeles ruidosos al mismo tiempo que la imagen se va haciendo cada vez más borrosa y se pierde la información contenida en los detalles. Esto está de acuerdo con nuestra observación acerca de que es mejor tomar vecindades pequeñas, con coherencia interna, y también con lo dicho acerca de los filtro pasa bajas.

Figura 29. Imagen contaminada con ruido sal y pimienta.

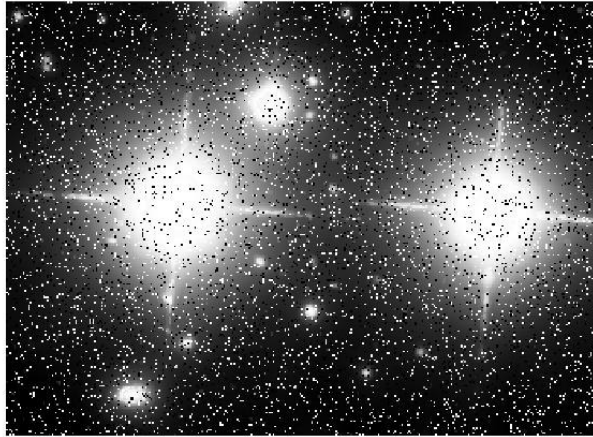


Figura 30. Filtrado promedio 3 x 3.

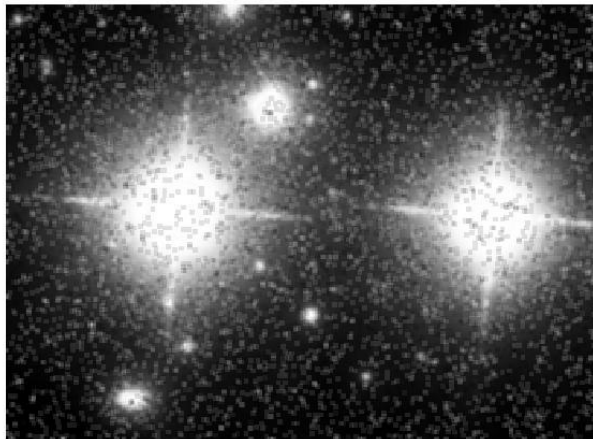


Figura 31. Filtrado promedio 5 x 5.

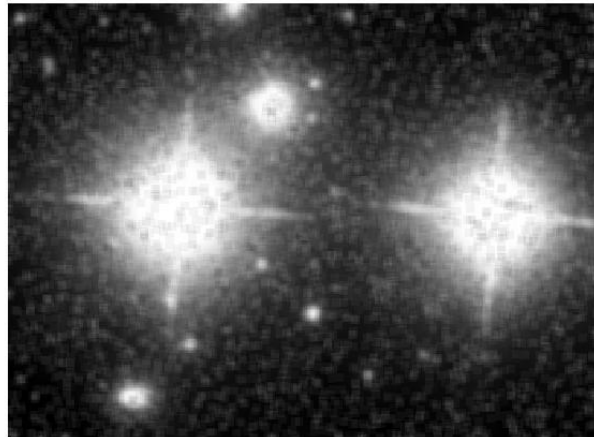
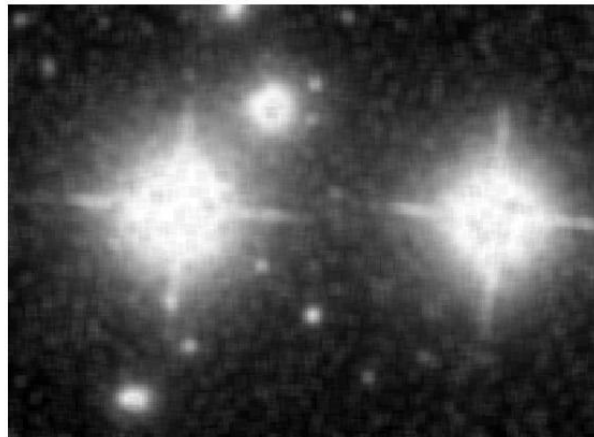
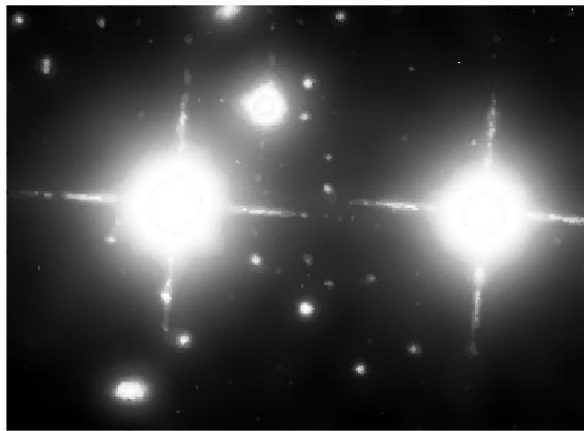


Figura 32. Filtrado promedio 7 x 7.



Una alternativa más conveniente es el uso de un filtro no lineal como el filtro mediana, que tras ordenar ascendientemente los valores de intensidad bajo la máscara selecciona el de la mitad. Si hay una cantidad par de valores se toma la media entre los dos centrales. Lógicamente los valores generados por ruido Sal y pimienta ocuparán uno de los extremos en la lista de valores ordenados, y por tanto al usar el filtro mediana se estará reemplazando el píxel ruidoso por un valor más coherente con su vecindad. En la figura 33 se ilustra este método. Sobradamente los valores son muchísimo mejores que con el promediado; comparada con la imagen original vemos que casi toda la información se ha conservado, salvo algunas estrellas pequeñas del fondo y ligeras distorsiones en pequeñas regiones brillantes.

Figura 33. Usando el filtro mediana.



Para mejorar los resultados en presencia de mucho ruido se puede aplicar dos veces sucesivas el filtro mediana con máscara de 3x3 o aumentar el tamaño de la máscara a 5x5.

Otra opción es utilizar el filtrado por orden, un caso más general que el filtro mediana, en que en lugar de tomar el valor central se escoge el n -ésimo valor de la lista ordenada. Si, por ejemplo, hay una presencia exagerada de ruido Sal corrompiendo una zona oscura de la imagen, será preferible escoger un valor de orden inferior a la mediana de los datos, puesto que los píxeles ruidosos estarán agrupados sobre todo en la parte superior de la lista ordenada. Y viceversa. Note que llevado al límite este filtrado equivale a tomar los valores mínimo y máximo bajo la máscara respectivamente. En las figuras 34 y 35 se ve el resultado se utilizar estos filtros. Evidentemente el filtro min conviene grandemente al fondo de la imagen (negro) pero deteriora demasiado el interior de las estrellas (blanco); mientras que el filtrado max tiene el resultado opuesto. Esto se debe a que, con el filtro max, un valor súbitamente blanco en medio de una zona negra terminará convertido en un cuadrado blanco del tamaño de la máscara utilizada y viceversa.

Figura 34. Usando un filtro min

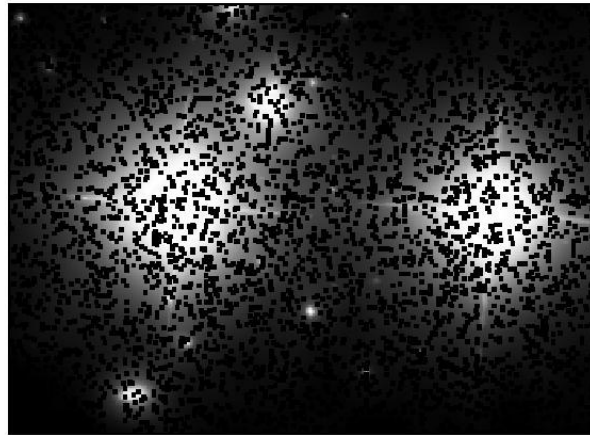
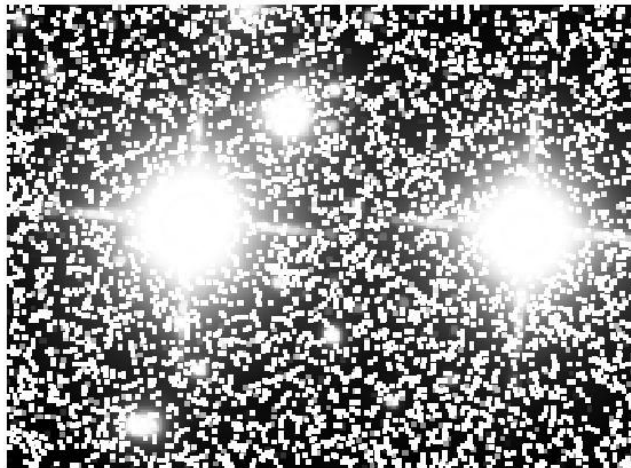


Figura 35. Usando un filtro max



El método de Píxeles aislados se basa en la premisa de que los píxeles corrompidos por el ruido sal y pimienta se pueden considerar en general como píxeles con valores de intensidad muy diferentes al de sus vecinos. Con esta idea Pratt¹⁶ propone un método que permitirá optimizar el proceso de supresión de este tipo de ruido mediante algoritmos computacionales, según se explica a continuación.

¹⁶ PRATT, William. *Digital Image Processing*. John Wiley and Sons, segunda edición, 1991, citado en: ALASDAIR, Mac Andrew. *An introduction to digital image processing with MatLab*. Victoria University of Technology, 2004.

La implementación del filtro mediana ordinario implica el ordenamiento de al menos 9 valores por cada píxel, lo cual tiene un coste computacional elevado. En lugar de eso, el método de Píxeles aislados evalúa primero, para cada píxel, la diferencia entre la media de sus 8 vecinos más cercanos y el nivel de intensidad actual en el píxel examinado; el resultado se compara con un umbral determinado previamente. Si la diferencia supera el umbral, entonces el píxel se considera ruidoso y procedemos a cambiar su nivel de intensidad por la media de sus vecinos; en otro caso se deja el píxel como estaba; de esta manera se evita el corrimiento debido al filtrado promedio clásico, pues se corrigen únicamente los píxeles ruidosos sin afectar al resto de la imagen.

La selección de un umbral apropiado es muy importante para que el método sea efectivo. Claramente, un valor muy bajo clasificará como ruidosos muchos píxeles que no lo son y al reemplazarlos por el valor de la media a su alrededor introducirá cierto corrimiento a la imagen. Si el umbral es demasiado alto no se detectarán como ruidosos algunos píxeles que sí lo son, y seguirán estando allí. Lastimosamente la selección del umbral apropiado dificulta la ejecución de este algoritmo de manera automática. Según el caso, lo mejor será implementar el método con diferentes valores de umbral y seleccionar aquel que genere los mejores resultados. En la figura 36 se ven los resultados al usar un umbral de 0.6. En la figura 37 se utilizó un umbral de 0.4 y el resultado mejoró notablemente.

Figura 36. Método de píxeles aislados con umbral 0.6



Figura 37. Método de píxeles aislados con umbral 0.4



Se remarca el hecho de que este filtro en todo caso no genera resultados tan buenos como el filtro mediana, pero representa una gran ventaja computacional con eficiencia media en caso que el filtro mediana opere con lentitud.

1.8.1.2 Ruido Gaussiano. La primera técnica propuesta para combatir su influencia se basa en el hecho de que esta es una perturbación aditiva con media cero, y consiste en promediar varias imágenes del mismo objeto. La información original se sumará tantas veces como muestras se promedien; de igual manera se sumarán los valores debidos al ruido en cada una de las muestras, pero dado que su comportamiento es aleatorio con media cero, tenderán a cancelarse unos a otros, obteniendo de este modo una buena aproximación a la señal original. Entre más copias de la imagen se tengan mejor será el resultado obtenido.

En la figura 38 se muestra una versión de la imagen original fuertemente corrompida por ruido Gaussiano. Evidentemente, no es posible extraer casi ninguna información de ella de esa manera. En la figura 39 se muestra el resultado de promediar 20 imágenes con la misma distribución estadística de ruido; las estructuras principales se empiezan a ver claramente y se pueden reconocer incluso algunos detalles y objetos más pequeños.

Figura 38. Imagen de prueba contaminada con ruido Gaussiano

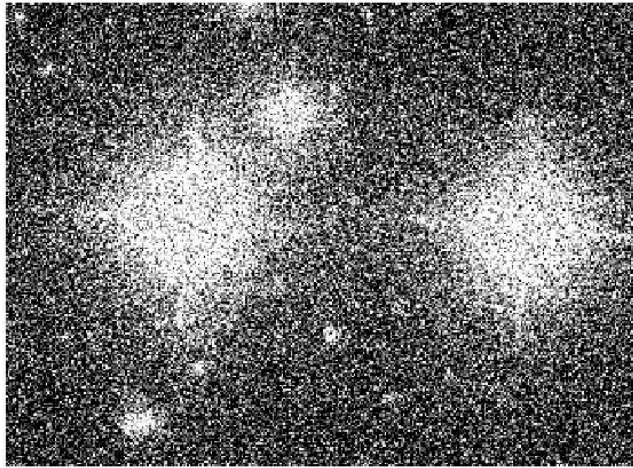
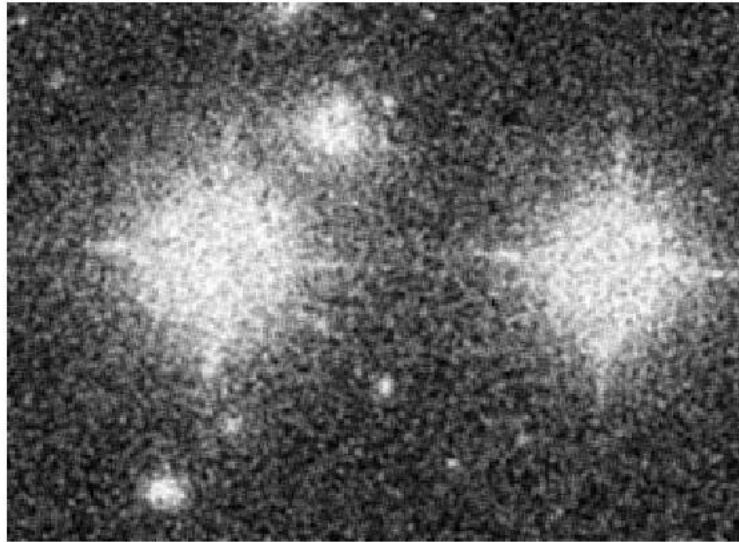


Figura 39. Promedio de 20 imágenes



Una segunda opción consiste en el filtrado promedio, la cual nuevamente sólo es útil si la media del ruido es cero, puesto que entonces el promedio tenderá a eliminar su influencia. Sin embargo resulta poco atractivo debido a la distorsión que sufren las imágenes, como ya se ha mencionado. Esto se hace evidente en la figura 40, donde se ha filtrado la imagen con ruido Gaussiano utilizando un filtro promedio de 3x3. EL fondo quedó más limpio aunque las estrellas no mejoraron tanto.

Figura 40. Tras aplicar un filtro promedio de 3x3.



La tercera opción es generar un filtro adaptativo, es decir, un filtro que cambie sus características según el comportamiento de los niveles de gris bajo la máscara. Un ejemplo de este tipo de filtros es el de error mínimo cuadrático, pero antes de explicar su funcionamiento hablaremos un poco acerca del modo de calcular la desviación estándar del ruido en la imagen.

Hay diferentes métodos para evaluar la desviación estándar de una distribución Gaussiana del ruido en una imagen. En nuestro caso podemos utilizar regiones del fondo de las imágenes, es decir, regiones que idealmente deberían ser completamente negras. Haciendo un histograma de las intensidades podemos encontrar la media y la varianza en la distribución de los datos que será debida completamente al ruido.

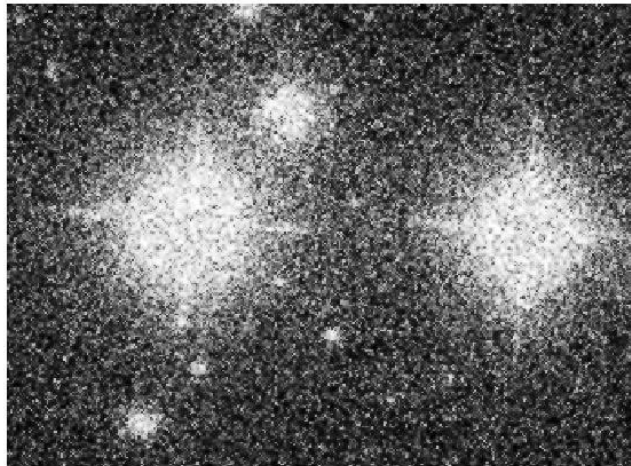
Olson (1993) presentó el desarrollo de 6 métodos entre los cuales el más simple, que mostró ser el mejor, consistía en filtrar la imagen con un filtro promedio y luego efectuar la diferencia entre la imagen original y la imagen filtrada para eliminar el fondo (el ruido domina a la señal en las altas frecuencias); entonces asumir el resultado obtenido como la función de ruido y computar su varianza. Para evitar grandes contribuciones erróneas provenientes de valores cerca de los bordes, se examina primero el valor del gradiente en cada punto y se descarta su aporte si supera un determinado umbral. En el desarrollo de los métodos descritos en el capítulo de transformaciones wavelet se lograrán mejores desempeños que el de este algoritmo para calcular la desviación estándar del ruido.

Hemos asumido que en la imagen completa la perturbación tiene media cero y, digamos, varianza σ_g . Sea σ_f^2 la varianza bajo la máscara centrada en un píxel dado. La propuesta de Lim¹⁷ para ejecutar un filtrado que tienda a minimizar el error cuadrático es calcular la salida según la relación:

$$m_f + \frac{\sigma_f^2}{\sigma_f^2 + \sigma_g^2} (g - m_f) \quad [47]$$

Donde m_f es la media de los datos bajo la máscara y g es el valor actual del píxel en cuestión. Nótese que si la varianza de las intensidades bajo la imagen tiene un valor grande, la fracción es cercana a 1 y el valor del píxel tiende a permanecer como estaba. Esto es deseable por ejemplo en regiones de frontera, donde hay amplia variación de los niveles de intensidad y se desea preservar cuidadosamente estos detalles. Por el contrario, si la varianza de las intensidades bajo la máscara es pequeña, la fracción tiende a desaparecer y el píxel cambia por la media de su vecindad. Esto ocurrirá en regiones más bien uniformes como el fondo de la imagen. En regiones muy ruidosas será difícil utilizar para este criterio de selección de umbral. Los resultados de utilizar este filtro se ven en la figura 41.

Figura 41. Uso de filtro adaptativo gaussiano



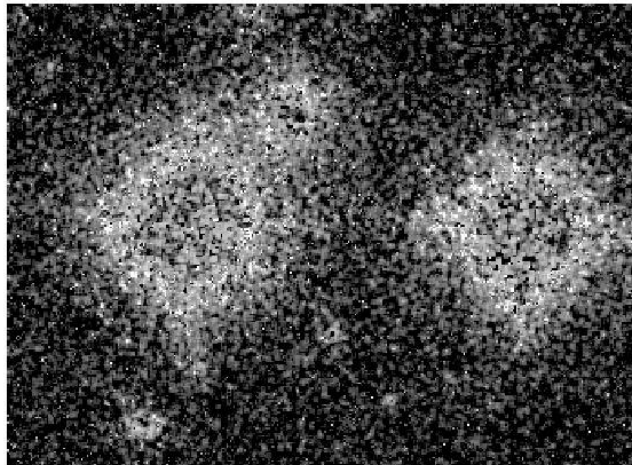
¹⁷LIM, Jae. *Two-Dimensional Signal and Image Processing*. Prentice Hall, 1990. Citado en: ALASDAIR, Mac Andrew. *An introduction to digital image processing with MatLab*. Victoria University of Technology, 2004.

Otra versión de filtro adaptativo ha sido propuesta por Umnaugh¹⁸ calculando la salida como:

$$g - \frac{\sigma_g^2}{\sigma_f^2} (g - m_f) \quad [48]$$

Otra vez el valor retornado por esta función estará cerca de g cuando la varianza local sea muy pequeña y cerca de m_f cuando la misma propiedad, a nivel local, tenga un valor cercano al que tiene en la imagen completa. Puede no generar muy buenos resultados, como se ve en la figura 42, en la que sin embargo se observan detalladas algunas pequeñas estructuras del contorno.

Figura 42. Filtrado con un filtro adaptativo diferente



En general estos filtros que tienden a minimizar el cuadrado de la diferencia entre los píxeles de la imagen de entrada y la de salida son llamados filtros Wiener. Son más comunes al trabajar en el dominio de la frecuencia.

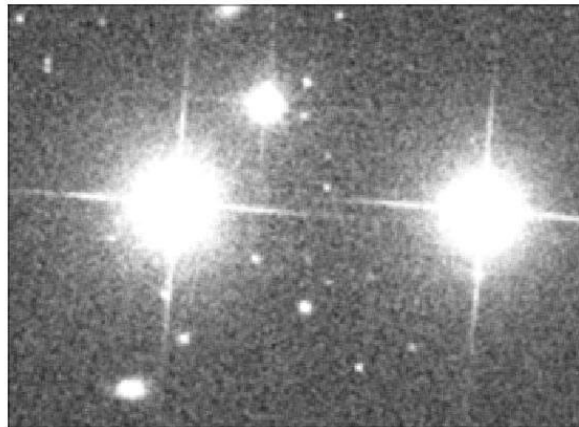
Puesto que la varianza del ruido en la imagen completa a veces no es conocida se sugiere como una tercera alternativa calcular la salida según:

¹⁸ UMNAUGH, Scott. *Computer Vision and Image Processing: A Practical Approach Using CVIPTools*. Prentice-Hall, 1998. Citado por Alasdair, Op. Cit.

$$m_f + \frac{\max\{0, \sigma_f^2 - n\}}{\max\{\sigma_f^2, n\}} (g - m_f) \quad [49]$$

Donde n se toma como aproximación a la varianza del ruido en la imagen completa, y es calculada promediando todas las varianzas obtenidas bajo la máscara al recorrer la imagen completa. Nuevamente note que cuando σ_g^2 es pequeño comparado con σ_f^2 la fracción tiende a 1, y en caso contrario tiende a 0. El resultado de aplicar este filtro a la imagen con ruido Gaussiano se ilustra en la figura 43, y es de muchísimo mejor calidad que los recién obtenidos.

Figura 43. Tercera opción de filtrado adaptativo



Gonzales y woods¹⁹ sugieren para filtrar ruido gaussiano el uso de un filtro de punto medio, que define la salida para cada píxel como:

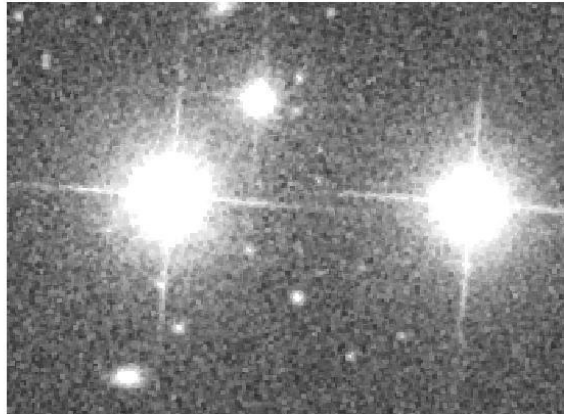
$$g = \frac{1}{2} \max(f) + \frac{1}{2} \min(f) \quad [50]$$

Donde obviamente se está calculando el máximo y el mínimo de los valores bajo la máscara. Este enfoque, bien diferente a los anteriores, genera resultados sorprendentemente aceptables, que permiten la identificación de estructuras principales y algunos detalles como los destellos que emergen de la estrella. Una inspección más detallada muestra que algunos píxeles de ruido aislados degeneran en cuadrados más grandes al filtrar, lo cual resta resolución y afecta el contenido de la imagen. Este efecto fue mencionado

¹⁹ GONZALES, Rafael; WOODS, Richard; EDDINS, Steven. *Digital Image processing using MatLab*. Addison Wesley, 2002

previamente en la sección 1.8.1.1 donde se discutió el uso de los filtros min y max para combatir el ruido sal y pimienta. Los resultados obtenidos con nuestra imagen de prueba usando el filtrado de punto medio se muestran en la figura 44

Figura 44. Filtrado de punto medio



1.8.1.3 Ruido con distribución de Poisson. La distribución de Poisson, está determinada por su distribución de probabilidad:

$$P(k, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!} \quad [51]$$

Expresa la probabilidad de que sucedan una cantidad k de sucesos durante un intervalo de tiempo, en el cual es conocida y constante la tasa media de eventos y por tanto se conoce la cantidad de eventos esperados λ . En el caso de imágenes digitales los eventos corresponden a la llegada de fotones.

Por ejemplo, si en promedio un fotón incide cada 5 milisegundos, se espera que en un tiempo de exposición de 0.2 segundos arriben unos 40 fotones, $\lambda = 40$. La probabilidad de que en esos 0.2 segundos arriben, por ejemplo, 35 fotones ($k = 35$) es:

$$P(40,35) = \frac{e^{-40} 40^{35}}{35!} \quad [52]$$

Al trabajar con variables de esta naturaleza es muy afortunada la existencia de la transformación de Anscombe (Anscombe 1948) que, dada la variable x determinada por una distribución de Poisson, propone la construcción de la variable:

$$y = 2\sqrt{x + \frac{3}{8}} \quad [53]$$

La cual se aproxima a una distribución Gaussiana con media $\sqrt{\lambda + \frac{1}{8}}$ y varianza aproximadamente igual a 1 siempre que λ sea grande (mayor que 4).

En presencia de ruido Poisson podemos entonces efectuar la transformación de Anscombe y tratar la perturbación como si se tratara de ruido Gaussiano estacionario con las técnicas descritas previamente.

1.8.2 Supresión de ruido en el dominio de la frecuencia. En el caso de ruido periódico la supresión es bastante sencilla trabajando en el dominio de la transformada de Fourier, basta con reconocer los picos debidos al ruido en el espectro de la señal, los cuales normalmente son bastante pronunciados y suprimirlos. Recuérdese que la transformada de fourier de una señal senoidal corresponde a un par de pulsos simétricos respecto del origen (en magnitud). Normalmente es fácil reconocer estas componentes de ruido por inspección visual. Para suprimirlas de manera automática se necesitaría que su amplitud fuera suficientemente grande o que existiera algún conocimiento previo acerca de las frecuencias de interferencia.

Existen varios métodos comunes para eliminar los picos ruidosos. El más primitivo consiste en realizar un filtrado pasa-bajas en frecuencia, es decir, eliminar en la descomposición de la señal las senoidales de alta frecuencia, asegurándose de eliminar las frecuencias propias del ruido entre ellas. Con este método en todo caso se sacrifica información de las altas frecuencias; aunque generalmente el ruido domina a la señal en este rango, los resultados nos son muy favorables si se desea preservar los detalles de la imagen. Además, si la frecuencia del ruido es baja el método falla por que tendría que eliminar demasiada información. Otra alternativa es un filtrado supresor de bandas que elimine, en el espectro de fourier de la señal, todas las componentes a una distancia dada del origen, o más bien en un rango de distancias, creando una máscara de 1's con un anillo de 0's. La tercera opción es conocida como filtrado Notch²⁰, y consiste en eliminar las componentes a lo largo de todas las filas y columnas que contienen a los picos responsables del ruido, lo cual es mucho más eficaz desde el punto de vista computacional que

²⁰ ALASDAIR, Mac Andrew, Op. Cit.

la implementación de la máscara circular, que implica el cálculo de todas las distancias al centro de la imagen. En la figura 45 se observa una versión de nuestra imagen fuertemente contaminada por ruido periódico, y debajo de ella, su respectivo espectro de Fourier exhibiendo dos picos muy pronunciados en las frecuencias de la perturbación. En la figura 46 se observa el resultado de hacer un filtrado Notch y reconstruir la imagen a partir del espectro modificado. La imagen mejora mucho, aunque el ruido no desaparece por completo debido a que quedan algunos picos menores sin filtrar, pero hacerlo implicaría deteriorar aún más los detalles.

No profundizaremos más en este tipo de filtrado puesto que las imágenes de nuestro interés no presentan perturbaciones periódicas.

Figura 45. Señal con ruido periódico y espectro de Fourier

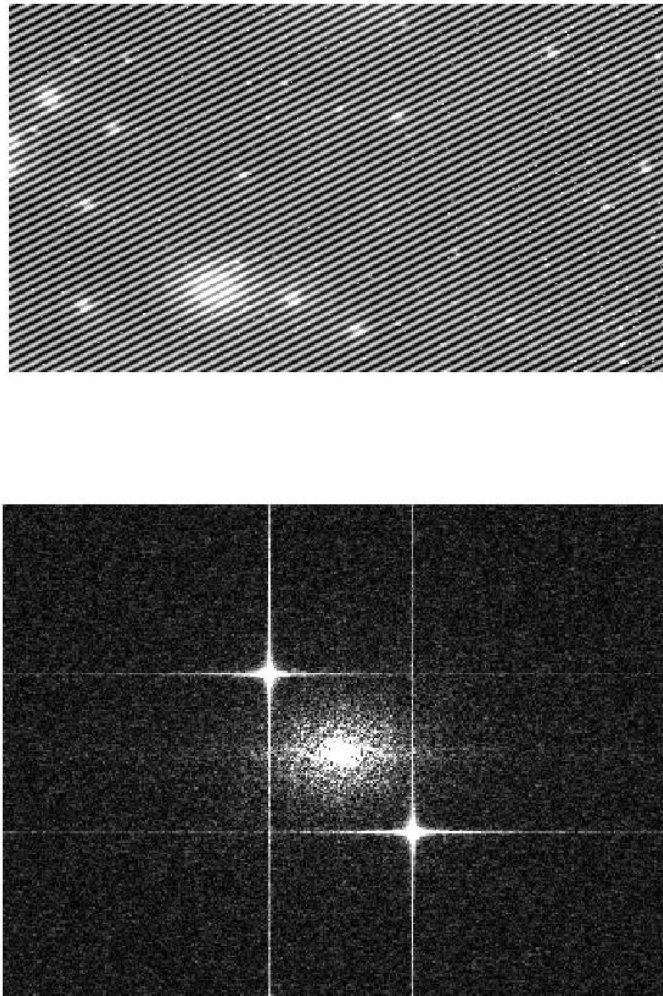
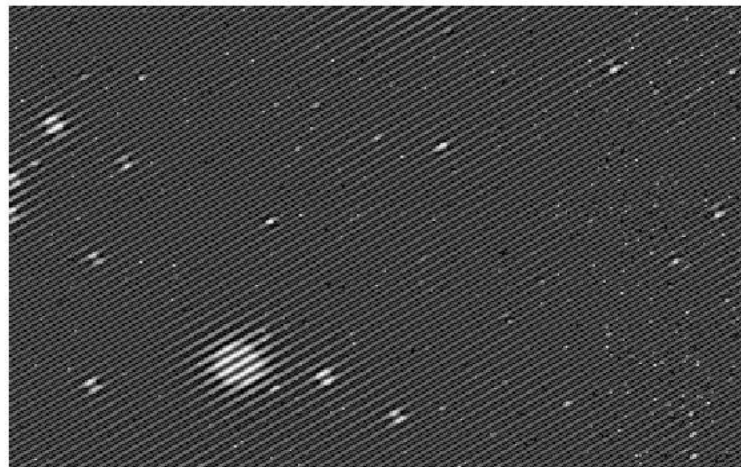
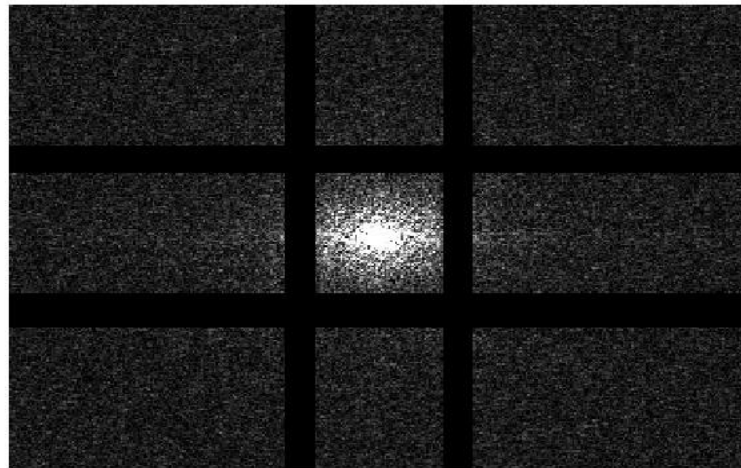


Figura 46. Espectro de Fourier modificado e imagen reconstruida.



1.8.3 Limpieza de ruido utilizando wavelets. La mayoría de transformaciones multi-escala, incluyendo la de Fourier, poseen la propiedad del Empaquetado Energético, lo cual significa que la mayor parte de la energía de la señal de entrada aparece concentrada en unos pocos elementos del vector de salida. De esta manera, es posible suprimir gran parte de los coeficientes obtenidos en la transformación y aun así conservar casi toda la energía y la información de mayor relevancia de la señal de entrada. Usualmente para eliminar las componentes ruidosas con este tipo de transformadas es necesario suprimir algunas escalas completas de la descomposición, como se ha explicado para la transformada de Fourier.

El camino favorito y más apropiado para supresión de ruido con transformaciones tipo wavelet, por otro lado, consiste en eliminar las componentes ruidosas al interior de cada uno de los niveles de resolución, en lugar de suprimir niveles completos; permitir este enfoque de supresión de ruido es una de las ventajas más importantes del uso de las wavelets en este sentido, pues conserva la información más importante de cada una de las escalas.

Básicamente, el filtrado en el espacio de la transformada wavelet consiste en computar la transformación de los datos, determinar el soporte multi-resolución y modificarlo para definir los coeficientes significativos en cada nivel, eliminar todos los no-significativos y proceder a realizar la transformación inversa con los coeficientes sobrevivientes en todas las escalas.

1.8.3.1 COEFICIENTES WAVELET SIGNIFICATIVOS. El ruido de la imagen por supuesto aparece representado en su transformada wavelet, así que es importante contar con una manera de determinar cuándo un coeficiente de la transformación es debido a la señal y cuándo al ruido.

La idea es determinar el histograma de distribución de intensidades para cada nivel y con base en él establecer un umbral ϵ . Se asumirá que valores de coeficiente cuya probabilidad de existencia sea superior a ϵ pueden en general ser debidos al ruido, y se considerarán por tanto como no significativos. Por otro lado valores grandes de coeficiente, lo cual indica presencia de información importante, son mucho más escasos, y de ahí que si su probabilidad de existencia es menor que el umbral ϵ sean considerados coeficientes significativos.

Vamos a tratar de obtener la distribución estadística del ruido en cada uno de los niveles de resolución para establecer los umbrales de manera apropiada.

1.8.3.2 Ruido gaussiano. Si la curva de distribución de probabilidad para los valores de intensidad en un nivel dado es Gaussiana, significa que la propiedad de que aparezca un valor determinado se puede expresar según la ecuación (44), y el histograma generado tiene la apariencia de la figura 22.

El área bajo la curva entre un par de puntos representará la probabilidad de que la variable tome un valor en ese intervalo. Así, la probabilidad de que un coeficiente sea mayor que un determinado valor W es:

$$P = \text{Prob}(w_j > W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \int_W^{\infty} e^{-w_j^2/2\sigma_j^2} dw_j \quad [54]$$

Y la probabilidad que sea inferior a un valor W sería:

$$P = \text{Prob}(w_j < W) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j} \int_{-\infty}^W e^{-w_j^2/2\sigma_j^2} dw_j \quad [55]$$

En el caso de ruido Gaussiano estacionario, para establecer el umbral de manera apropiada basta con tomar un múltiplo de la desviación estándar: $k\sigma_j$ ²¹. Recuerde que la desviación estándar es una medida indirecta de la dispersión de los datos. Usualmente²² se escoge $k=3$ que corresponde a mantener únicamente el 0.27% de los coeficientes. Así, coeficientes con magnitud igual o superior a $3\sigma_j$ serán poco probables de encontrar y mucho más importantes que la mayoría, por tanto, serán considerados coeficientes significativos. En la figura 22 se puede observar un histograma Gaussiano y la ubicación del umbral 3σ .

$$|W_j(l)| \begin{cases} \geq k\sigma_j, W_j(l) \text{ es significativo} \\ < k\sigma_j, W_j(l) \text{ no es significativo} \end{cases} \quad [56]$$

Donoho & Johnstone²³ han propuesto otra solución, el uso de un umbral universal igual a $\sqrt{2\log(n)}\sigma$, para ser usado en cada una de las escalas; σ es la desviación estándar del ruido gaussiano en la imagen original; n es el tamaño de los datos de entrada. En cada escala los coeficientes por encima de este umbral se mantienen y aquellos por debajo de este valor son eliminados.

Para el primer método necesitamos conocer la desviación estándar en cada uno de los niveles de resolución, lo cual podría ser resuelto analíticamente pero es complicado. Una propuesta alternativa hecha por Starck et. al. (1994-1995) es asumir el comportamiento del ruido como si fuera una variable estocástica, hacer una estimación de las propiedades del ruido en la imagen original y trasladarlas desde allí a cada una de las escalas conociendo la forma en que

²¹ STARCK, *Astronomical Image and Data Analysis*, 2006. p.4. Op. cit. p. 40.

²² STARCK, Op. cit.

²³ DONOHO., JOHNSTONE, 1994. Citado en STARCK. Op. Cit.

se ha definido la transformación wavelet a-trous, en lugar de calcular σ para cada una de las escalas por separado. Existen otros trabajos por esta línea Kolaczyk (1997) and Powell et al. (1995), que utilizan algoritmos de transformación diferentes al a-trous.

El método que usaremos²⁴ consiste en calcular primero la desviación estándar del ruido en los datos originales y trasladarla desde allí a cada nivel de resolución multiplicando por el coeficiente consultado en la tabla 3. Para esto se generará un conjunto de datos de prueba distribuidos de forma Gaussiana con desviación estándar 1, y vamos a aplicarle la transformación wavelet. Luego computaremos la desviación estándar de prueba en cada escala σ_j^e . Debido a las propiedades de la transformada es conocido que: $\sigma_j = \sigma_s \cdot \sigma_j^e$. La siguiente tabla contiene las desviaciones de los datos simulados para los primeros 7 niveles de resolución.

Tabla 3. Tabla para cálculo de desviación estándar en los diferentes niveles.

Nivel	1	2	3	4	5	6	7
σ_j^e	0.889	0.200	0.086	0.041	0.020	0.010	0.005

Fuente: Starck et. al., Astronomical Image and Data Analysis.

Nuestra tarea se ha reducido pues a hacer una estimación de la desviación estándar del ruido en los datos originales, para conocer la de cada nivel utilizando la tabla y poder aplicar el tresholding $k\sigma_j$, o simplemente el umbral universal planteados arriba.

1.8.3.2.1 ESTIMACIÓN AUTOMÁTICA DEL RUIDO GAUSSIANO

- **Método iterativo (k-sigma clipping).** Ya sabemos que del valor calculado en este punto depende el valor estimado de la desviación estándar que será usado en cada nivel, así que cualquier error introducido se verá reflejado como errores en las estimaciones hechas para cada uno de los niveles de la transformación. Es muy importante entonces determinar este parámetro cuidadosamente, y por eso es preferible entonces hacerlo en las componentes de alta frecuencia, donde el ruido domina a la señal por su naturaleza. Así, tomaremos la diferencia entre una versión de la imagen original filtrada con un

²⁴ Método descrito en STARCK, Op. Cit., p. 140.

filtro pasa-bajas y la propia imagen para hacer la estimación allí²⁵. Obviamente esto ya se ha realizado en $w_1 = C_0 - C_1$

Ahora, la idea es rechazar los coeficientes significativos y dejar sólo los no significativos, aquellos que con bastante seguridad pueden provenir del ruido en la imagen, para mejorar la estimación hecha. Para hacerlo de manera iterativa vamos a definir d como el subconjunto de datos correspondiente al histograma de w_1 , los cuales tienen desviación estándar σ_d . Usando este umbral deseamos los coeficientes significativos con la regla $k\sigma_j$ ya mencionada y definimos el subconjunto de datos $|d^{(1)}| < 3\sigma_d$, en el cual volvemos a calcular la desviación estándar: $3\sigma_{d^{(1)}}$, con el que volvemos a aplicar el umbral para generar un nuevo conjunto de datos, y así de manera recurrente definimos: $|d^{(n)}| < 3\sigma_{d^{(n-1)}}$, manteniendo cada vez, únicamente los coeficientes menos significativos (con amplitudes inferiores a 3 desviaciones estándar). Finalmente aproximaremos la desviación estándar del ruido en el primer nivel de transformación al valor de la desviación en el subconjunto de datos obtenido en la última iteración de esta secuencia: $\sigma_d = \sigma_{d^{(n)}}$, en el cual se asume que todos los coeficientes significativos definitivamente han sido filtrados. En la práctica 3 iteraciones son suficientes para obtener una exactitud superior al 5%. Finalmente σ_s se calcula según:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_1}{\sigma_1^e} = \frac{\sigma_{d^{(n)}}}{\sigma_1^e} \quad [57]$$

- **Mad estimation.** La desviación mediana absoluta (mad por sus iniciales en inglés), ofrece otra alternativa para la estimación de la desviación estándar en el primer nivel de resolución:

$$\sigma_m = MED(|w_1|) / 0.6745 \quad [58]$$

donde MED es la función mediana. Este método funciona por que calcular el valor medio de una variable Gaussiana, tomada en magnitud, equivale a encontrar el valor para el que la probabilidad acumulada de la variable ha llegado al 75%, y esto sucede justamente en 0.6745σ . Además ha sido utilizado por que no es tan sensible a la presencia de píxeles ruidosos con valores de intensidad extremos como lo es la estimación usual, en la que se restan el valor de la muestra y el valor medio para calcular la desviación estándar. Con este criterio se tendría:

²⁵ En la sección 2.8.1.2 se explicó el motivo de hacer este paso: eliminar el fondo de la imagen.

$$\sigma_s = \frac{\sigma_m}{\sigma_1^e} \quad [59]$$

- **Estimación de la varianza con el soporte multi-resolución.** Un método para mejorar la estimación hecha de la desviación estándar es utilizando el soporte multi-resolución para identificar los píxeles debidos únicamente al ruido. Diremos que un píxel es debido sólo al ruido cuando el valor del coeficiente respectivo ubicado allí es no-significativo a todas las escalas, es decir, cuando su valor en el SM es cero en todos los planos. La desviación estándar de este conjunto de datos es una muy buena aproximación a la caracterización del ruido presente σ_s . El algoritmo es el siguiente:

1. Estime la desviación estándar del ruido en la imagen original: $\sigma_s^{(0)}$.
2. Realice la descomposición wavelet de los datos S en J escalas.
3. Haga n igual a 0.
4. Compute el MS a partir de los coeficientes calculados y haga un thresholding $k\sigma$ con $\sigma_s^{(n)}$ utilizando la desviación propia de cada nivel.
5. Seleccione el conjunto de píxeles para los cuales el SM es cero en todas las escalas, S_k .
6. Realizamos la diferencia: $S_k - C_j$ y calculamos la desviación estándar $\sigma_s^{(n+1)}$ de estos valores. La diferencia calculada se toma para no tener en cuenta el fondo de la imagen en la estimación del ruido.
7. $n = n + 1$
8. Si $\frac{|\sigma_s^{(n)} - \sigma_s^{(n-1)}|}{\sigma_s^{(n)}} > \epsilon$, entonces vaya al paso 4.

Este método converge rápidamente y es una buena alternativa para mejorar la estimación del ruido presente. Sin embargo, tenga presente que cada vez que se establece el umbral $3\sigma_j$, algunos coeficientes descartados por ser considerados significativos en alguna escala podrían aún ser debidos al ruido, lo cual significa que estamos añadiendo un error sistemático al proceso y suprimiendo de la distribución los valores más grandes que podrían pertenecer

a ella. Esto se soluciona fácilmente dividiendo la desviación estándar calculada entre 0.974, según sugiere Starck²⁶.

1.8.3.3 Thresholding. Existen dos maneras comunes de hacer tresholding. La fuerte es la más común, y consiste en eliminar los valores inferiores y dejar los superiores intactos. En la suave se introduce una cierta función de interpolación en los bordes bruscos introducidos por el umbral. El tresholding suave nunca se debe utilizar al trabajar con imágenes de origen astronómico puesto que la función de suavizado supone una distorsión irreparable en los datos fotométricos.

Ya se ha dicho que en el caso de ruido Gaussiano el umbral se establece como un múltiplo de la desviación estándar. Otros métodos para hacer el tresholding han sido propuestos, como el umbral universal (Donoho & Johnstone, 1994) pero estos generalmente no proporcionan resultados tan buenos como el método de tresholding fuerte multi nivel basado en coeficientes significativos que se ha propuesto arriba.

Un inconveniente del método de tresholding $k\sigma$ es que corresponde a un método de falsa detección de probabilidad; esto significa que normalmente clasifica como significativos algunos coeficientes debidos al ruido. El valor 3σ corresponde a un 0.27% de falsa detección lo cual es supremamente bueno en todo caso.

En la figura 47 se muestra el resultado de filtrar la imagen de pruebas mediante el uso de su transformada wavelet en 3 niveles y un tresholding $k\sigma_j$. Este resultado es por muchísimo el mejor de todos los obtenidos a lo largo del capítulo. No solo desaparece el fondo de ruido y la distorsión de los objetos, sino que es posible detectar estructuras significativas en niveles intermedios de resolución que eran imposibles de identificar en cualquiera de los otros resultados. La figura 48 reproduce la imagen de pruebas contaminada con ruido Gaussiano para facilitar su comparación con este último resultado.

²⁶ Op., cit., p. 42.

Figura 47. Resultado de filtrar el ruido gaussiano con transformaciones wavelet.

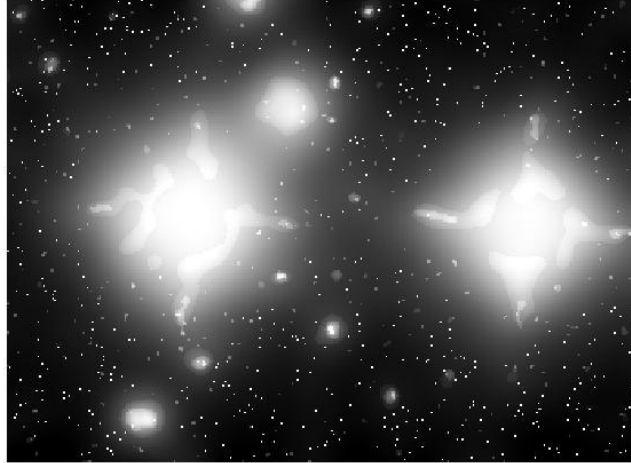
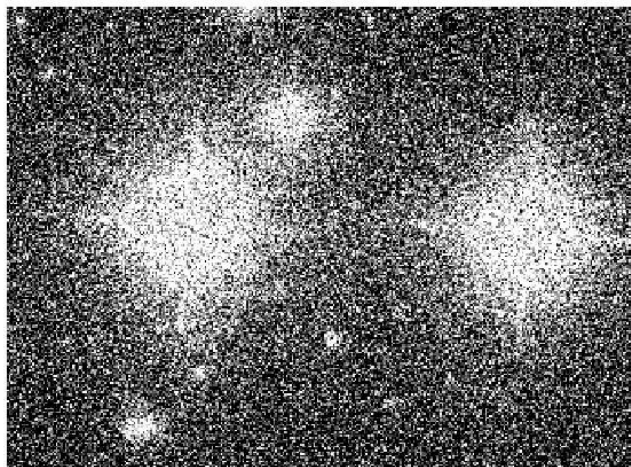


Figura 48. Imagen original contaminada por fuerte ruido gaussiano



1.8.3.4 Otros tipos de ruido. Si el ruido es de tipo multiplicativo, es posible transformar los datos aplicando logaritmo, y entonces la perturbación aparecerá como un efecto aditivo, el cual puede ser tratado de la manera descrita bajo la suposición de gaussianidad.

Cuando la perturbación es aditiva pero no es homogénea, se asumirá localmente homogénea, y se calculará la desviación estándar para cada píxel utilizando únicamente su vecindad en lugar de la imagen completa. En dicha vecindad pues se puede aplicar el método ya descrito.

Ruido multiplicativo no estacionario. Combinamos las dos soluciones sugeridas, tomamos el logaritmo de los datos y tratamos los datos resultantes como un modelo de perturbación Gaussiana aditiva no estacionaria.

Ruido estacionario indefinido. Cuando no se conoce el tipo de relación existente entre la distribución de los coeficientes ruidosos para diversas escalas, se computa la desviación estándar para cada una de ellas, bien sea por k-sigma clipping o el MAD estimation.

Si el ruido no sigue ninguna distribución conocida utilizamos solamente la distribución por regiones para determinar los umbrales como un múltiplo de la desviación estándar en la vecindad.

1.9 SEGMENTACION

Segmentación se denomina la operación por la cual una imagen es dividida en varias regiones, que corresponden a sus diferentes partes o a objetos presentes en ella. El nivel hasta el cual se hará la división de las regiones depende del problema específico, pues en general no será de interés más que la detección o aislamiento de algunas estructuras particulares.

Los métodos más generales de segmentación están basados en 2 propiedades de las regiones: discontinuidades y similitudes internas. En el primer caso el objetivo es segmentar la imagen mediante la detección de contornos, mientras que el segundo se basa en la búsqueda de estructuras con similitudes internas o similares a un patrón dado. Otra técnica que será muy útil en el desarrollo de los algoritmos de segmentación es el thresholding.

La solución implementada en este trabajo se basa en el enfoque de regiones por su facilidad de implementación para el problema particular; sin embargo se comenta brevemente la detección de contornos como una aplicación adicional que resulta de interés para el trabajo con imágenes de galaxias.

1.9.1 Discontinuidades. Las discontinuidades básicas son aquellas conformadas por puntos, líneas y contornos.

1.9.1.1 Detección de puntos. Es la más simple de todas y consiste en hallar puntos aislados, es decir que tienen un nivel de intensidad muy diferente al de su vecindad, mientras que para los demás es más o menos constante. Se puede implementar de manera muy simple como se ha explicado en el capítulo sobre supresión de ruido Sal y pimienta, pues se trata justamente del mismo caso. La idea es filtrar con una máscara que calcule la media de los vecinos circundantes y la sustraiga del valor actual del píxel. Este valor se compara con un umbral determinado para decidir si el píxel debe ser segmentado o no.

Figura 49. Máscara para detección de puntos.

1/8	1/8	1/8
1/8	-1	1/8
1/8	1/8	1/8

El valor apropiado del umbral en general se debe ajustar de manera interactiva, según la calidad de los resultados obtenidos. En algunos casos se selecciona el valor del umbral como el mayor valor generado en la salida tras el filtrado, para retener únicamente los píxeles con la respuesta más fuerte al filtro.

1.9.1.2 Detección de líneas La detección de líneas se puede ejecutar utilizando los filtros que se muestran a continuación²⁷:

Figura 50. Máscaras de detección de líneas.

-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	2
2	2	2	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2	-1
-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	2	-1	-1	2	-1	-1	2
horizontal			+45			vertical			45								

Evidentemente, la salida será mayor cuando los elementos bajo la máscara poseen una orientación bien específica. Note que los elementos de ponderación mayores se ubican justamente a lo largo de la orientación mencionada. La suma de todos los elementos en cada matriz es cero,

²⁷ GONZALES, Rafael. WOODS, Richard. EDDINS, Steven. *Digital Image Processing using MatLab*. Addison Wesley, 2002.

indicando que la salida es cero cuando la máscara se sitúa sobre una región de fondo constante.

Suponga que se hace el filtrado de una imagen con cada una de las cuatro máscaras mostradas, obteniendo, para un píxel dado los resultados R1, R2, R3 y R4. Si alguno de estos resultados es mucho más grande que los otros, podremos decir que ese punto en particular está asociado claramente con una línea de orientación específica.

Si lo que se desea es encontrar todas las líneas a lo largo de una orientación determinada tenemos que crear, primero, la máscara apropiada para la dirección dada, y posteriormente comparar la respuesta en cada punto con un umbral dado. Salidas que superen este umbral estarán asociadas con la dirección pedida.

Este tipo de máscaras producen salidas máximas para líneas de un píxel de anchura.

Existen técnicas más sofisticadas, pero escapan a los alcances e intereses de este trabajo.

1.9.1.3 Detección de contornos. Este tópico es mucho más importante que los discutidos previamente, que sin embargo son de mención indispensable en cualquier discusión acerca de segmentación de imágenes. La detección de contornos es un método muy útil en la diferenciación de regiones y produce resultados cargados de sentido.

El objetivo es producir un mapa de los contornos lo más limpio posible, que muestre las componentes principales de la imagen y reduzca los detalles que no sean relevantes.

La manera de encontrar las discontinuidades es mediante el gradiente de los niveles de intensidad, definido como:

$$\frac{\partial f}{\partial x} i + \frac{\partial f}{\partial y} j \quad [60]$$

Donde \vec{i} y \vec{j} representan vectores unitarios en el eje x y en el eje y. Obsérvese que este vector apunta siempre en la dirección de mayor cambio de la intensidad, dada por el ángulo:

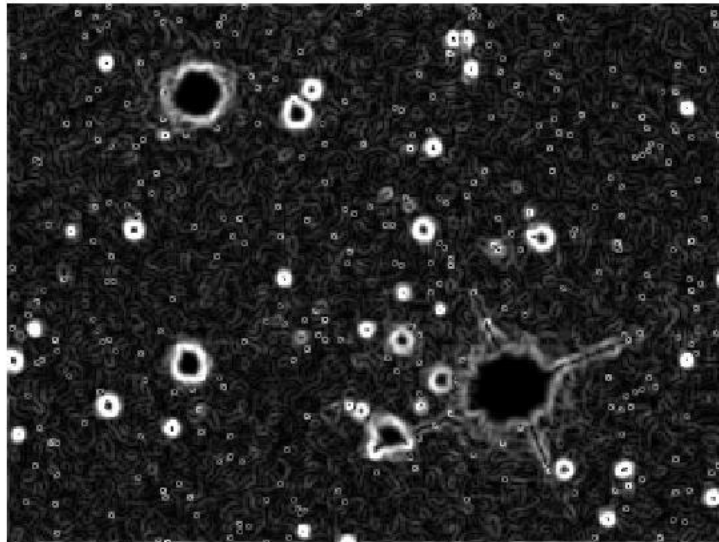
$$\tan^{-1} \left(\frac{\frac{\partial f}{\partial y}}{\frac{\partial f}{\partial x}} \right) \quad [61]$$

En algunos casos es posible simplificar el uso del gradiente simplemente tomando su magnitud, su magnitud al cuadrado o la suma de las magnitudes de sus dos componentes. Estas aproximaciones son tan buenas como el resultado original, puesto que igualmente arrojan salida cero cuando la máscara se sitúe sobre una región constante, y producen un valor representativo de la rata de cambio de los niveles de intensidad si no lo es. En la figura 51 se muestra una imagen de prueba, a la cual se la aplicó el filtrado gradiente, en magnitud, para generar la imagen de la figura 52. Nótese que el contorno de la estrella está menos definido que otros objetos, debido a la cercanía de la misma que genera una zona brillante que se difumina suavemente a su alrededor.

Figura 51. Imagen de pruebas



Figura 52. Resultado de aplicar el filtro gradiente.



Otra alternativa que goza de amplia popularidad es el uso del laplaciano, dado por el vector de las derivadas direccionales de segundo orden:

$$\nabla^2 f = \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{d^2 f}{dy^2} \quad [62]$$

Este operador es supremamente sensible al ruido, además no puede indicar la dirección de cambio de la intensidad y produce contornos dobles por actuar conforme a la segunda derivada. Por estos motivos no suele ser usado como herramienta principal en la detección de contornos, sino más bien como una técnica auxiliar que permite mejorar los resultados y construir algoritmos más robustos.

Según se ha dicho, la detección de contornos se realiza identificando las partes de la imagen donde la intensidad cambia rápidamente. Esta tarea se puede llevar a cabo detectando los lugares en que la primera derivada supera un umbral determinado o aquellos en que la segunda derivada cruza por cero.

Algunos de los filtros más utilizados para el cálculo de las componentes de la derivada direccional son los siguientes:

Figura 53. Principales filtros derivativos

-1	0	1	-1	-1	-1
-1	0	1	0	0	0
-1	0	1	1	1	1

Prewitt

-1	0	1	-1	-2	-1
-2	0	2	0	0	0
-1	0	1	1	2	1

Sobel

1	0	0	0	1	0
0	-1	0	-1	0	0
0	0	0	0	0	0

Roberts

- **Prewitt.** Los dos filtros Prewitt mostrados dan una estimación de la derivada a lo largo del eje x y del eje y, que se pueden combinar para formar el gradiente como se ha mostrado arriba. Como las líneas inclinadas en general tienen componentes horizontales y verticales, son detectadas débilmente con cualquiera de los dos filtros.

- **Sobel.** Es muy similar al filtro Prewitt, sin embargo el factor 2 provee una mejor respuesta ante el ruido.

- **Roberts.** Es una de las aproximaciones más antiguas para hallar la derivada direccional; es el método más simple de todos y aun es usado, sobre todo cuando la velocidad es más importante que la robustez. Sin embargo, su utilidad es limitada por que al no ser simétrico no puede ser usado para encontrar contornos en algunas direcciones.

- **Laplaciano de un Gaussiano.** Consiste simplemente en filtrar primero la imagen con un filtro Gaussiano, el cual, como ya se ha discutido, tiene un efecto de suavizado sobre la imagen y disminuye en alguna medida la presencia de ruido. Posteriormente se aplica el laplaciano y se buscan los cruces por cero de la señal resultante.

- **Cruces por cero.** Es la generalización del método anterior, efectuando el primer filtrado con una máscara definida según el caso, no necesariamente Gaussiana. Esto es muy útil, por ejemplo, si se desea detectar contornos con una orientación de 45° , para lo cual usamos la máscara: $[-2 \ -1 \ 0; -1 \ 0 \ 1; 0 \ 1 \ 2]$

- **Canny.** Es un método más potente y robusto que los anteriores. En primer lugar se filtra con una máscara Gaussiana para disminuir el ruido. Seguidamente se computa la magnitud y dirección del gradiente para cada punto de la imagen resultante. Se define que un píxel de contorno es aquel cuyo gradiente es máximo localmente en la dirección del gradiente. Estos píxeles de contorno dan lugar a crestas en la imagen correspondiente a la magnitud del gradiente. Posteriormente recorreremos estas crestas moviéndonos sobre sus máximos y se ponen a cero todos los demás píxeles, con el objetivo de generar líneas de contorno delgadas. Ahora se hace thresholding a los píxeles de contorno con dos valores diferentes $T_1 < T_2$; gradientes por encima de T_2 serán considerados píxeles fuertemente pertenecientes al contorno, y para valores entre T_1 y T_2 píxeles débilmente ligados al contorno. El último paso de este algoritmo consiste en conectar los píxeles fuertemente ligados con aquellos débilmente ligados que están en su vecindad inmediata para generar los contornos.

Estos métodos básicos por si solos en realidad no producen muy buenos resultados. Problemas de iluminación de la imagen, píxeles ruidosos o discontinuidades del contorno, por ejemplo, pueden complicar la labor de su detección. En general, por tanto, es necesario completar la detección de contornos enlazando los píxeles encontrados primero para generar contornos con significado.

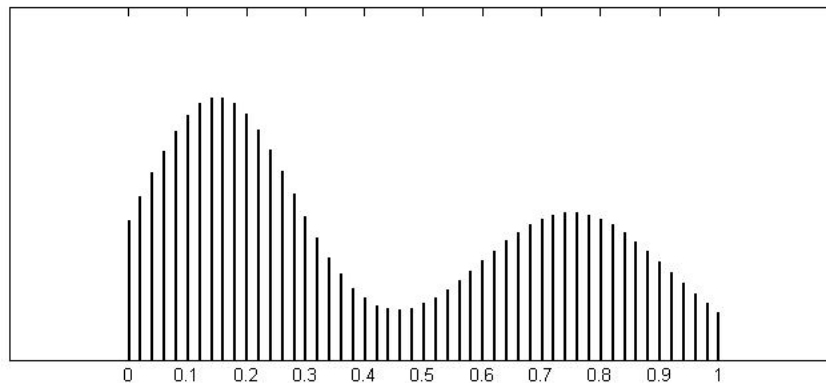
1.9.2 Thresholding. Es una de las técnicas favoritas utilizadas en segmentación, y consiste en binarizar la imagen. Su implementación es muy sencilla y obviamente contribuye a la diferenciación de zonas al interior de la imagen.

Usaremos todo el tiempo hard thresholding:

$$g(l) = \begin{cases} 1, & f(l) \geq T \\ 0, & f(l) < T \end{cases} \quad [63]$$

En muchas imágenes, el histograma de intensidades tiene un perfil como este:

Figura 54. Histograma con regiones diferenciadas.



Evidentemente, la mayor parte de los píxeles están concentrados en la primera zona, mientras que un segundo grupo de importancia, más pequeño, se agrupa en otra de mayor intensidad. Frecuentemente el interés recae en separar los objetos con niveles de intensidad en el segundo grupo, pues el primero en muchos casos corresponde más bien al fondo de la imagen. Evidentemente este es justo nuestro caso, y por lo tanto nos concentraremos en este tema de aquí en adelante.

Si el valor del umbral T es constante se habla de thresholding global. Otra opción es el uso de un umbral adaptativo, que cambia para cada vecindad o región de la imagen, en tal caso nos referiremos como thresholding local, apropiado por ejemplo cuando la iluminación no es uniforme, pero no para nuestro caso de estudio.

La selección del umbral casi siempre se hace por inspección visual del histograma o de manera interactiva, cambiando el valor y examinando los resultados.

También existen algoritmos para determinar umbrales de forma automática. Gonzales & Word proponen el método iterativo que consiste en asignar un valor inicial al umbral, calcular la media de los píxeles por encima y la media de los píxeles por debajo, y ajustar el nuevo umbral como el promedio entre estos dos valores. Se realiza este proceso de manera iterativa hasta que las aproximaciones sucesivas converjan. El valor inicial recomendado tradicionalmente está a mitad de camino entre los valores de intensidad mínimo y máximo.

Existen otros métodos de selección automática del umbral, sin embargo, no nos extenderemos en explicaciones sobre el tema dado que no son pertinentes para la aplicación específica perseguida en este trabajo, como se verá. Nótese que idealmente el fondo de nuestras imágenes es negro y corresponde a un

porcentaje muy alto de los píxeles, mientras que los objetos de interés (posibles galaxias) están compuestos por grupos de píxeles iguales o muy cercanos al blanco, y son pocos en comparación con los del fondo. De ahí que la selección de un umbral apropiada sea tarea más bien sencilla.

1.9.3 Segmentación basada en regiones. Vamos ahora a enfrentar el problema de la segmentación basándonos en las regiones mismas que se desean separar.

Redefinamos el problema de la segmentación de la siguiente manera: lo que se busca es repartir la imagen completa en regiones separadas, de tal forma que cada píxel de la imagen esté contenida en una y sólo una de ellas, cada región sea conexas, todos los píxeles de una región cumplan con el criterio usado para determinar tal región, mientras que píxeles de regiones contiguas deben tomar valores diferentes frente a ese criterio.

1.9.3.1 Regiones crecientes. El método de las regiones crecientes consiste en tomar algunos puntos de la imagen como semillas, alrededor de las cuales se irá generando una región más grande cada vez mediante la añadidura de los píxeles circundantes que posean la misma propiedad que la semilla. El algoritmo se repite hasta que el área de las regiones entre una iteración y la siguiente ya no aumenta más. Sabemos que esto se puede hacer muy fácilmente con el operador morfológico de dilatación. La selección de las semillas depende por supuesto de la naturaleza del problema.

La manera convencional de implementar este método es evaluando la propiedad que define las regiones en todos los píxeles de la imagen, inspeccionar el mapa generado buscando núcleos o regiones con similitud interna, y definir como semillas algunos píxeles cercanos al centroide de cada una de las regiones.

Una de las grandes ventajas de este método es que garantiza la conectividad entre los puntos pertenecientes a una región por la manera en que estas son construídas.

En la serie de figuras 55 a la 59 se ilustra este proceso con la misma imagen del ejemplo anterior (figura 52). Se observa el proceso desde la ubicación inicial de las semillas hasta la reconstrucción completa de las dos regiones correspondientes a las estrellas más grandes.

Figura 55. Semillas



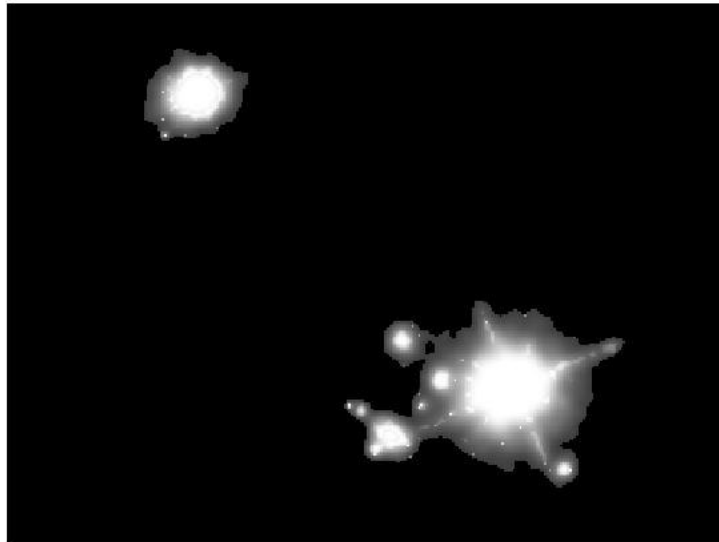
Figura 56. Tras 25 dilataciones



Figura 57. Tras 200 dilataciones.



Figura 58. Imagen reconstruída mediante el crecimiento de las regiones



1.9.3.2 División y fusión de regiones. Es otra forma de abordar el problema de la segmentación. La idea es dividir la imagen en una serie de regiones de igual tamaño, luego revisar el comportamiento de la propiedad de interés al interior de cada una de ellas y comparar con los vecinos adyacentes. Si la propiedad es consistente en dos regiones adyacentes serán fusionadas; si por el contrario la propiedad no es consistente al interior de una región, esta se divide en 4 sub-regiones más chicas. El proceso se repite de manera iterativa con las nuevas regiones generadas.

El resultado estará formado por bloques de diferentes tamaños conteniendo o no la propiedad de interés. Debido a la manera como está definido, este algoritmo es mucho más rápido cuando se implementa en imágenes cuadradas con un tamaño que sea potencia de 2. Si la imagen no es cuadrada, cada sub-región obtenida por división será proporcional a la región que le dió origen, escalada en un cuarto de su magnitud. Por este motivo no podremos implementarlo en nuestro caso, ya que el tamaño de nuestras imágenes es 1489 x 2048, y estos dos números son primos relativos, en particular, 1489 no es múltiplo de 2. Si se recorta un poco, procediendo de manera arbitraria, lo más probable es que el tamaño de los bloques más chicos sea grande, en caso que las dimensiones de la imagen recortada tengan pocos divisores comunes. Para evitar esto es posible tratar de ajustar el ancho a un número adecuado, sin modificar el largo, puesto que es una potencia de dos, lo cual mejora la eficiencia del método; la única solución razonable es reducir la imagen a 1280 x 2048, con lo cual el tamaño de la región más pequeña es de 5 x 8 píxeles, que sin embargo afectaría mucho la resolución de los mapas construídos de esta manera. El tamaño de región más pequeño que se puede lograr es 1 x 2

píxeles, haciendo la imagen de 1024 x 2048, pero en este caso estaríamos suprimiendo demasiada información.

Este método en particular, como se ve, no es conveniente para enfrentar el problema que nos ocupa; sin embargo, se ha mencionado para dejar en claro que existen muchos enfoques diferentes a los contemplados en este documento.

2. LIMPIEZA DE RUIDO EN LAS IMÁGENES DEL S.D.S.S.

En este capítulo se describirá el trabajo desarrollado por parte del autor para implementar algoritmos de limpieza de ruido en las imágenes del S.D.S.S. En esta primera parte se listarán las consideraciones hechas durante la selección de métodos y parámetros, así como sobre la metodología escogida para realizar todas las pruebas que permitieron determinar el grado de utilidad de cada algoritmo.

Fundamentalmente nos concentraremos en exponer los resultados obtenidos, mostrando algunos ejemplos representativos que permitan identificar las fortalezas y debilidades de cada uno de los métodos. Debido a esto el capítulo contiene muchas imágenes y poco texto, sólomente el necesario para llevar a cabo el análisis de resultados.

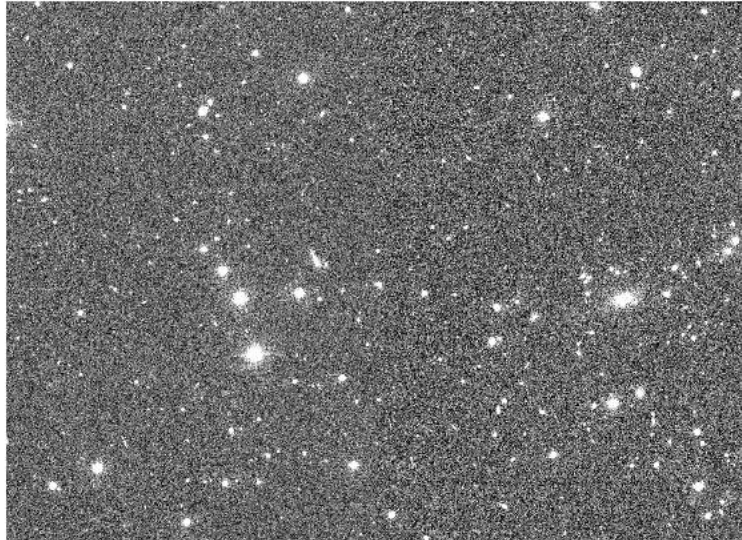
Hay que tener en cuenta que el marco teórico anterior a este capítulo ha sido escrito con sumo cuidado, mencionando cada uno de los aspectos que serán relevantes en el análisis que sigue; por este motivo no se considerará necesario volver a dar la explicación de muchas afirmaciones que han sido demostradas previamente, pasando directamente a sacar las conclusiones en algunos casos.

Las aclaraciones anteriores aplican igualmente para el capítulo 4, donde se exponen los resultados obtenidos en la parte de segmentación.

2.1 CONSIDERACIONES PROCEDIMENTALES.

En la figura 59 se aprecia una imagen del Sloan Digital Sky Survey. Se ha considerado importante ubicarla al comienzo para que sean más claras algunas observaciones hechas sobre el trabajo realizado, y sobre la manera como se irá exponiendo en estas páginas.

Figura 59. Imagen del Típica del Sloan Digital Sky Survey



El primer objetivo era hacer procesamiento a una muestra de imágenes del proyecto Sloan para obtener algunos parámetros descriptores del ruido presente en ellas; con base en esta información, se desarrollaron algoritmos para aplicar los diferentes métodos referenciados de limpieza y comparar los resultados obtenidos con cada uno de ellos. El interés principal de lograrlo es proveer imágenes de calidad que puedan ser utilizadas para el estudio de características morfológicas por los astrónomos. Particularmente se orientarán algunas observaciones y análisis a la utilidad de los métodos para facilitar el reconocimiento de posibles galaxias o el estudio de sus estructuras internas.

Las pruebas se realizaron con un banco de 60 imágenes en formato .FIT provenientes de la vista "galaxy" de la base de datos del proyecto sloan. El tamaño de cada imagen es de 1489 x 2048 píxeles, lo cual es muy grande para ser desplegado en un monitor normal pues no es posible alcanzar los detalles al ver la imagen reducida. Por este motivo casi todos los resultados se estudian por medio de recortes hechos a las imágenes que tienen características de especial interés. Teniendo esto en cuenta se ha seleccionado para la exposición de los resultados una muestra de imágenes representativa, aunque las pruebas generales se implementaron a muchas más muestras.

El interés principal es la calidad de las características morfológicas obtenidas en la imagen. No obstante se harán algunos comentarios acerca de la

eficiencia computacional de los algoritmos, ya que el tamaño de las imágenes hace que este aspecto no pueda ser ignorado; tanto por los 1489 x 2048 píxeles como por los casi 6 Mega bytes de espacio en disco que ocupa cada una de ellas.

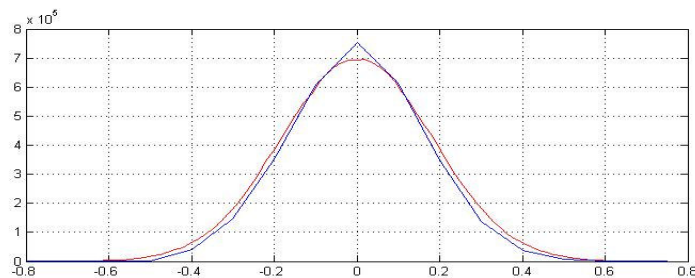
Todas las pruebas se implementaron con la ayuda de las herramientas del paquete de programación MatLab.

2.2 GAUSSIANIDAD

A lo largo del marco teórico se enfatizó en la naturaleza Gaussiana del ruido como un conocimiento muy útil para definir las técnicas a utilizar. Además quedó claro que es muy importante hacer una buena estimación de la desviación estándar del ruido por que esto nos permite implementar métodos más sofisticados. Por lo tanto, en primer lugar se considera muy importante verificar de algún modo la naturaleza Gaussiana del ruido.

En el anexo B el lector encontrará los histogramas estimados del ruido en las primeras 5 imágenes del banco de datos creado para el filtro 'i'. Se utilizó el primer nivel de resolución de la transformada wavelet como aproximación a la función de ruido, aproximación que ha sido explicada previamente. Lo que obtuvimos fue una gran correspondencia entre la función obtenida y el modelo Gaussiano propuesto, lo cual justifica continuar con el resto del trabajo. Los histogramas computados para todas las demás imágenes tenían la misma forma. En la figura 58 se muestra uno de los resultados del anexo B.

Figura 60. Ejemplo de histograma del ruido en una imagen del Sloan



Se mencionaron 5 técnicas diferentes para hacer la estimación de la desviación estándar del ruido, las cuales fueron implementadas en las imágenes de prueba para comparar los resultados obtenidos con cada uno de ellas. Para facilitar la lectura vamos a identificar con un nombre a cada una de ellas:

Muestra: Con este nombre nos referimos al más primitivo de todos los métodos propuestos, consistente en tomar una muestra de la región del fondo de la imagen y computar su histograma. Para hacerlo de manera automática se aprovechó que en los algoritmos de segmentación se obtuvo una versión binarizada de las imágenes²⁸, la cual contenía el mapa de todas las estructuras en la imagen superiores a 5 x5 píxeles; utilizando como máscara el complemento de esta imagen, multiplicamos por la imagen original y, teniendo en cuenta solamente los valores no nulos, tenemos la región deseada del fondo de la imagen.

Olson: El método citado propone estimar la desviación del ruido como la desviación de los datos en la diferencia de la imagen original y su versión tras un filtrado pasa-bajas. Se aprovechó el hecho de haber calculado la transformada de cada imagen por que el método equivale a computar la desviación estándar del primer nivel de resolución. Es el más simple y eficiente desde el punto de vista computacional,

K-sigma iterativo: Consiste en aplicar el método Olson de forma iterativa sobre los coeficientes del primer nivel de resolución. Se calcula la desviación de los datos, se realiza thresholding 3σ para definir el conjunto de coeficientes no significativos y computar en ellos la desviación estándar con que se hará el nuevo thresholding. Se utilizaron 4 iteraciones. Evidentemente requiere más operaciones que el método Olson.

M.A.D: La estimación de la desviación se hace tomando la media de los valores en el primer nivel de resolución y dividiendo entre 0.6745. Como se ha mencionado, el ordenamiento es una operación computacional lenta, más aún con imágenes de este tamaño.

S.M: Identifica el cálculo de la desviación estándar usando el soporte multi resolución para escoger como muestra los píxeles que no contienen coeficientes significativos en ninguna escala. En primer lugar se hace thresholding 3σ para definir el SM; la aproximación inicial se toma en el primer nivel de resolución. Trabaja en todos los niveles de resolución y debe realizar operaciones entre ellos, lo cual lo convierte en un método robusto pero también mucho más lento que los otros.

Los resultados obtenidos con cada uno de los métodos en las 60 imágenes se agrupan por longitudes de onda en el Anexo A. Es importante notar que las 5 estimaciones de la desviación en casi todas las imágenes están realmente cerca. Para facilitar esta observación, en la tabla A.4 de los anexos se muestra,

²⁸ En la parte de segmentación se describen los algoritmos de que se ha aprovechado este procedimiento.

para cada imagen, el valor medio de las 5 estimaciones y la desviación relativa de las 5 medidas, calculada como la mayor diferencia existente entre ellas dividida en el menor de los datos. En 34 de las 60 imágenes la desviación es inferior al 3%, y en 53 de ellas no llega siquiera al 5%. El caso de la imagen 11 es peculiar, pues en la banda 'g' su desviación pasa el 200% y en las otras bandas también es bastante grande, como se puede ver en la tabla 4 mostrada abajo, que es un extracto de la tabla A.4. Sin embargo, nótese que este mal indicador es debido al primer método, pues los otros 4 valores concuerdan bastante entre ellos. De hecho, si suprimimos el primer dato, entre las otras 4 estimaciones la desviación relativa disminuye al 6.15% en el caso más crítico, el de la banda 'g'. Véase la tabla 4.

Tabla 4. Valor medio de la desviación estándar y desviación relativa para la imagen 19.

Imagen	Filtro 'g'		Filtro 'r'		Filtro 'i'	
	Valor medio	Desv. Rel. (%)	Valor medio	Desv. Rel. (%)	Valor medio	Desv. Rel. (%)
Imag. 19	0.0186	209.2	0.0378	46.78	0.0516	21.8
Imag. 19	0.0133	6.15	0.0347	3.21	0.0496	2.65

Fuente: datos calculados por el autor

* El primer dato tiene en cuenta los 5 métodos, mientras en el otro se han utilizado los 4 mejores.

Los 5 métodos, como se ve, parecen buenos, y lucen mucho mejor si excluimos el método de muestra. El resultado más importante que se deriva de este hecho es que de ahora en adelante podremos limitarnos a utilizar siempre el método Olson, que sin duda es el más sencillo y fácil de implementar, particularmente si ya se ha calculado la transformada wavelet.

Es importante notar de la tabla A.4, además, que el valor de la desviación estándar del ruido varía bastante para las diferentes imágenes de una misma longitud de onda, luego no es posible considerarla un parámetro constante del equipo, pues se debe también a las condiciones atmosféricas durante la captura, por ejemplo. Ni siquiera 3 imágenes tomadas simultáneamente con los filtros 'g', 'r', 'i' tienen la misma desviación, luego este parámetro depende además de la longitud de onda. Por este motivo, se debe calcular la desviación estándar del ruido para cada una de las imágenes en escala de grises utilizada cuando se trabaje con varias imágenes, bien sea de exposiciones diferentes, o bien de la misma exposición con filtros diferentes para hacer por ejemplo

reconstrucción R.G.B. Todas las imágenes en escala de grises utilizadas de aquí en adelante corresponden a la longitud de onda del canal 'i'.

2.3 LIMPIEZA DE RUIDO POR FILTRADO ESPACIAL

Nos limitaremos a probar las 5 técnicas sugeridas en el marco teórico para combatir el ruido Gaussiano: filtrado promedio, filtros adaptativos wiener (3 en total) y el filtrado de punto medio. Se escogieron 5 imágenes de muestra con características diferentes: una imagen completa, 2 recortes de galaxias espirales de diferentes tamaños, una galaxia espiral puesta de canto y un recorte que incluye objetos de diferentes escalas, entre ellos a una de las galaxias espirales mencionadas antes. Además hay algunas estrellas con perfiles muy bien definidos entre algunas de ellas, así como otras posibles galaxias y objetos singulares. Se escogieron imágenes de diferentes tamaños para observar el comportamiento a nivel global así como en los detalles.

Únicamente se utilizaron máscaras de 3x3, pues como se ha mostrado en el marco teórico, aumentar el tamaño de la máscara distorsiona los resultados al combinar valores completamente aislados en la misma vecindad. Recordemos que se ha partido del supuesto que se trata de una perturbación con efectos locales. A cada una de las imágenes de prueba se le aplicaron los 5 filtrados; los resultados obtenidos, junto a cada una de las imágenes originales aparecen en los anexos C, D, E, F y G para su consulta. En el cuerpo de este capítulo sólo se reproducirán las imágenes que revistan mayor importancia para los análisis desarrollados.

Para comenzar consideremos la imagen "Imagen completa" (ANEXO C), que se reproduce aquí en la figura 61. La presencia del ruido es evidente. Lo que no es evidente, sin embargo, es la gravedad de sus efectos a pequeña escala. Como se ha dicho, el formato de las imágenes es bastante grande, y debido a esto, cada pequeño objeto luminoso que se observa puede corresponder a algo tan importante como una galaxia. La inspección de un objeto más bien pequeño puede arrojar un resultado tan cargado de interés como la imagen que denominamos "espiral 1" (ANEXO D), cuya reproducción aparece aquí en la figura 62. Note como en la imagen ampliada, el fondo ruidoso compuesto por puntos y puntos al azar deteriora completamente los contornos de la imagen, alterando además la percepción acerca de las distribuciones de masa y dificultando cualquier lectura fotométrica o morfológica que se desee hacer del sistema.

Figura 61. Imagen: “Imagen completa”.

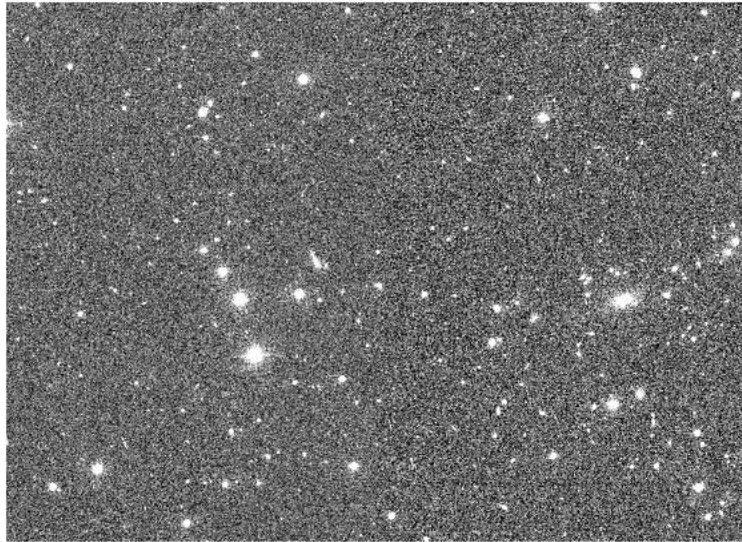


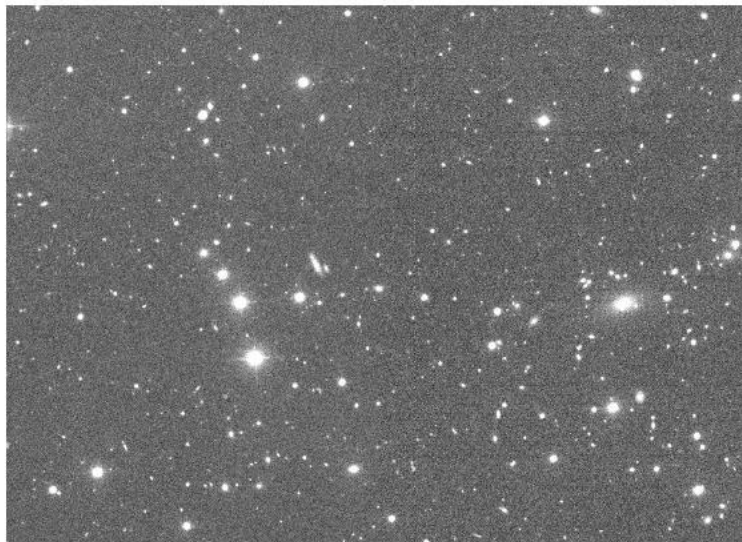
Figura 62. Imagen de la “Espiral 1”



Pasamos ahora a comentar los resultados obtenidos tras aplicar los filtros espaciales.

Consultando el anexo C, vemos que los 5 métodos producen resultados similares, ninguno es particularmente bueno ni particularmente malo; en todos el fondo se vuelve más homogéneo y disminuye su nivel de intensidad. Sin embargo, sigue estando formado por muchas zonas de grises, y el ruido en lugar de desaparecer se ha difuminado, dando lugar a esta atenuación, tal y como podría esperarse del filtro promedio. El resultado menos adecuado es el arrojado por el wiener 2, que introduce pequeñas zonas negras en medio de objetos absolutamente blancos. El mejor resultado en este caso es el producido por el wiener 3, que sin alejarse mucho de los demás proporciona una imagen más suave y con contornos ligeramente mejor definidos. Para esta escala de resolución los resultados pueden considerarse aceptables, pues permiten diferenciar claramente los objetos del fondo que se hace más uniforme y tener una imagen en la cual estudiar características globales de distribución de masa en regiones interestelares, por ejemplo. En la figura 63 se reproduce el mejor resultado obtenido.

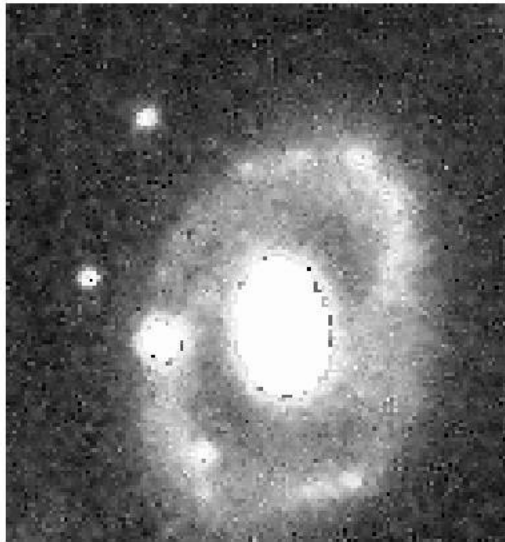
Figura 63. Imagen completa filtrada con wiener 3



Si pasamos al ANEXO F, que corresponde a la segunda imagen más grande en el grupo, vemos que nuevamente el filtro wiener 2 genera pequeñas líneas negras como especie de contornos al interior de los objetos brillantes, lo cual no se desea en esta etapa del proceso. Esto se debe al umbral impuesto sobre el gradiente para determinar la acción del filtro, de modo que cierta caída de intensidad luminosa a una distancia determinada de la frontera del objeto degenera en esta discontinuidad en la imagen de salida. En la figura 64 se muestra este efecto en la imagen Espiral 1, donde es mucho más marcado por la distribución de intensidades del objeto. Tenga en cuenta que este efecto

podría resultar útil y reportar algún tipo de información sobre la naturaleza del objeto de estudio, pero no para nuestro propósito de supresión de ruido, en el cual deseamos por supuesto mantener intacta la información contenida en la señal.

Figura 64. Espiral 1 filtrada por un wiener 2. Observe los contornos oscuros que aparecen en los estructuras principales.



Continuando con nuestras observaciones del ANEXO F, vemos que en el caso de una imagen como esta, en que la presencia de ruido en el fondo es moderada y es observada en modo reducido de tal forma que no se ven los verdaderos detalles, los resultados del filtrado espacial son bastante buenos. La imagen está mejor definida, con un fondo bastante uniforme y oscuro sobre el cual resaltan los objetos principales y es posible observar características morfológicas de mediana escala como los brazos espirales, los destellos de la estrella más grande o la silueta perfectamente ovoide de la galaxia elíptica bajo ella. En la figura 65 se muestra el resultado de filtrar esta imagen, que hemos llamado “Espiral 3” (ANEXO F) con el filtro wiener 1.

Figura 65. Filtrado de la imagen Espiral 3 con el wiener 1



Pasamos a la imagen que hemos llamado “Galaxia de canto” (ANEXO G), correspondiente a una escala un poco menor a la imagen anterior. En realidad, los comentarios son exactamente los mismos recién hechos, con la salvedad que ahora se empieza a hacer visible alguna distorsión introducida por el filtrado de punto medio. El filtrado promedio, wiener 1 y wiener 3 tienen desempeños parecidos.

Finalmente llegamos a las imágenes de galaxias individuales: Espiral 1 y Espiral 2, que corresponden a recortes de objetos de mediana escala ampliados, en los cuales es posible ver lo que ocurre a los detalles de cada estructura cuando son aplicados estos métodos. Es evidente ahora que el filtrado de punto medio no es favorable en absoluto a este nivel de resolución, pues introduce una pixelización muy fuerte en los lugares donde existen píxeles aislados con intensidades muy diferentes a sus vecinos, como se ha explicado. Alrededor de cada pixel blanco confundido en una región oscura se genera un cuadrado claro del tamaño de la máscara, lo cual evidentemente modifica por completo la información de la señal. En la figura 66 se muestra este efecto en la imagen que hemos llamado Espiral 2.

Figura 66. Filtrado de punto medio sobre la imagen Espiral 2



* Note la aparición de una pixelización muy fuerte en torno a píxeles con elevado gradiente de intensidad.

Concentrando la atención en los otros métodos vemos que los resultados del wiener 3 y el filtro promedio son muy similares. El fondo de la imagen se ve más uniforme y prácticamente negro. Como se ha dicho, esto se debe al efecto difuminador de estos filtros pasa-bajas. La consideración de este hecho, que en las imágenes recién mostradas trajo beneficios y ninguna contrariedad evidente, se hace aquí ineludible para determinar la utilidad de los filtros; por supuesto, junto con el ruido, todos los detalles de la imagen que correspondían a altas frecuencias espaciales se han perdido, siendo fusionados con sus vecindades respectivas y produciendo como resultado una imagen borrosa y sin contornos bien definidos. En la figura 67 se muestra el resultado de aplicar el filtro promedio a la Espiral 1 y en la figura 68 el uso del filtro wiener 3 sobre Espiral 2.

Figura 67. Espiral 1 tras filtrado promedio.



Figura 68. Filtrado wiener 3 sobre la imagen Espiral 2.



Por su parte, el filtrado wiener 1 produce resultados ligeramente diferentes a los dos recién mencionados, menos borrosos, y únicamente ha sido posible diferenciarlos en esta escala. Observando cuidadosamente, se ve que el wiener 1 se acerca más a su propósito de evitar modificar los bordes, de modo que en algunos lugares de la imagen, en medio de zonas difuminadas, aparecen píxeles muy bien definidos, dando la sensación de pertenecer a un

contorno que sin embargo no se termina de precisar con claridad. Si realmente estos píxeles contienen información sobre la estructura estudiada es una discusión que no es posible resolver en el curso de este trabajo, pero es interesante resaltar esta característica que podría encontrar alguna utilidad posteriormente. Un inconveniente derivado de esta misma característica es la permanencia de algunos píxeles claros en el fondo de la imagen que no son visibles con el filtrado promedio o wiener 3, como se evidencia en la figura 69.

Figura 69. Espiral 2 filtrada con un wiener 1



Vemos que los filtros espaciales producen resultados con fondos más uniformes que mejoran las características generales de la imagen cuando no se requiera analizar los detalles. El filtro wiener 2 no es muy bueno para la supresión de ruido Gaussiano; el segundo que empieza a fallar a medida que aumentamos la resolución de la imagen es el filtrado de punto medio, que degenera demasiado los contornos y es sensible a píxeles aislados. Por su parte el wiener 3 y el filtrado promedio tienen un desempeño similar, aceptable hasta cierto nivel de detalle pero con las consecuencias inevitables de todo filtrado pasa-bajas. El filtro wiener 1 hace un esfuerzo por conservar los detalles, pero entrega una imagen que tiene aún un fondo de ruido molesto con miras a la implementación de algoritmos automáticos.

2.4. SUPRESIÓN DE RUIDO UTILIZANDO TRANSFORMADAS WAVELET

Como ya se ha explicado, la idea es computar algunos niveles de transformación de la señal original, hacer una estimación de la desviación estándar del ruido en la imagen original por alguno de los métodos mostrados y, si es del caso, calcular la desviación en cada nivel a partir de la tabla 3, que se ha puesto nuevamente en este capítulo como tabla 5. Con estos valores se hace un tresholding en cada uno de los niveles para suprimir los coeficientes no significativos, y con la información restante se reconstruye la señal.

En cuanto al cálculo de la desviación estándar, como se ha dicho, será suficiente utilizar el método Olson por simplicidad y eficiencia sin incurrir en errores significativos. Queda entonces por decidir cuántos niveles de transformación serán requeridos y el tipo de tresholding a usar, entre las dos alternativas planteadas hasta el momento: el umbral universal y el uso de un umbral multi-escala.

En primer lugar se hará un par de observaciones importantes acerca del umbral universal. Note que el otro método, de umbral multi escala, ofrece una manera fácil de calcular la desviación estándar del ruido en cada nivel a partir de la estimación hecha en la imagen completa, mediante el uso de la tabla 5.

Tabla 5. Tabla para cálculo de desviación estándar en los diferentes niveles.

Nivel	1	2	3	4	5	6	7
σ_j^e	0.889	0.200	0.086	0.041	0.020	0.010	0.005

Fuente: Starck et. al., Astronomical Image and Data Análisis.

La simple inspección de esta tabla muestra que el valor de la desviación, de un nivel al siguiente, se reduce a la mitad o menos. De esta manera, un valor de umbral 3σ calculado en un nivel pero utilizado en el siguiente, equivale a usar un umbral 6σ o mayor, lo cual carece de sentido completamente por que se suprimiría más del 99.9999% ²⁹ de los coeficientes; el resultado es equivalente a suprimir el nivel completo, lo cual no es deseable. Mucho menos podrá ser usado este umbral en niveles aún menores. De este modo, tratar de utilizar el mismo umbral para todas las escalas no parece en lo absoluto razonable y, como se verá, los resultados no son muy buenos.

²⁹ Cálculos hechos a partir de los datos encontrados en Wikipedia:
http://es.wikibooks.org/wiki/Tablas_estad%C3%ADsticas/Distribuci%C3%B3n_normal

De otro lado considere el umbral universal propuesto: $\sqrt{2\log(n)}\sigma$. Si tomamos $n=1489$ se tiene un valor de umbral de 3.8228 veces la desviación estándar; si usamos $n=2048$ o igual a la cantidad total de píxeles en la imagen el valor del umbral aumenta. Como se explicó al introducir el histograma de una variable Gaussiana, los valores positivos de las muestras están totalmente distribuidos en un intervalo de 4 desviaciones estándar a partir del valor medio que es 0. Un umbral de 3.8228 desviaciones estándar equivale a mantener únicamente el 0.0144% de los datos, lo cual es absurdo, pues necesariamente muchísima información será eliminada en el tresholding. En la figura 70 aparece una imagen de la Espiral 1 filtrada con este umbral utilizando 3 escalas de resolución. En la figura 71 se ha utilizado el mismo umbral con 4 escalas de resolución. Evidentemente, entre más escalas se usen más se deteriora la señal, pues cada nuevo nivel prácticamente es suprimido por el umbral, dejando solamente el plano de suavizado, que entre más niveles es más borroso, y a partir del cual no tiene sentido esperar reconstruir la señal más que para esas bajísimas frecuencias.

Figura 70. Imagen de la Espiral 1 filtrada con el umbral universal Donoho en tres niveles de resolución.

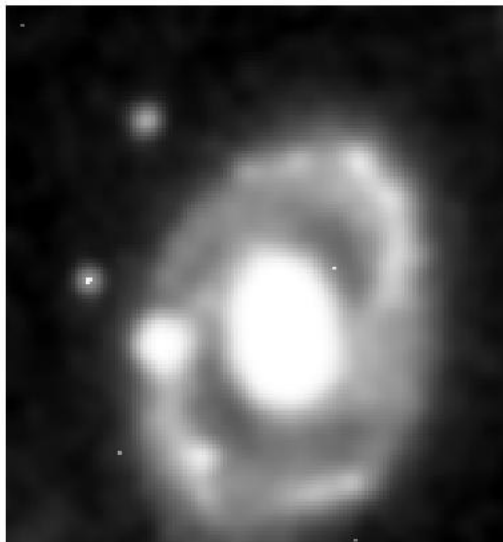
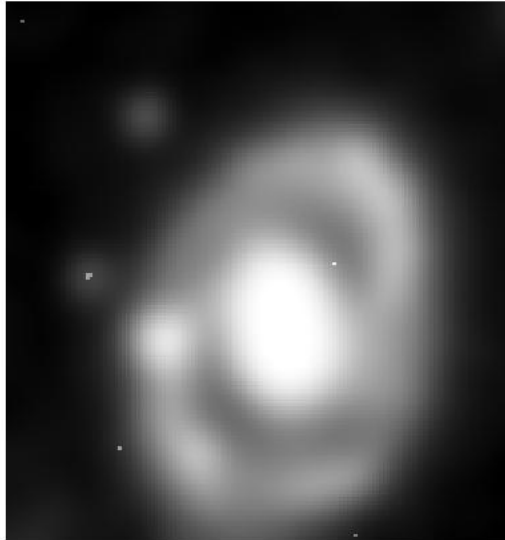


Figura 71. Imagen de la Espiral 1 filtrada con el umbral universal Donoho en cuatro niveles de resolución.



Por los motivos expuestos no se considerará de ahora en adelante el umbral universal.

Escogido el uso del umbral multi escala, pasaremos a decidir la cantidad de niveles de resolución necesarios con base en los resultados obtenidos. En los anexos H, I, J, K y L, encontrará las imágenes de muestra reconstruidas tras ser descompuestas y filtradas en el dominio de la transformación wavelet utilizando 2, 3 y 4 niveles de resolución.

Una inspección rápida a estos anexos revela resultados sorprendentes, en comparación con los obtenidos mediante el uso de filtrado espacial. Antes de pasar a comentar las imágenes se presenta en las figuras 72 y 73 la mejor imagen obtenida de la Espiral 1 con los filtros espaciales y la correspondiente versión filtrada y reconstruida utilizando wavelets en 4 niveles de resolución. La diferencia salta a la vista, y esto ha sido una motivación gigantesca para insistir en el desarrollo de este trabajo.

Figura 72. Versión de la Espiral 1 filtrada espacialmente

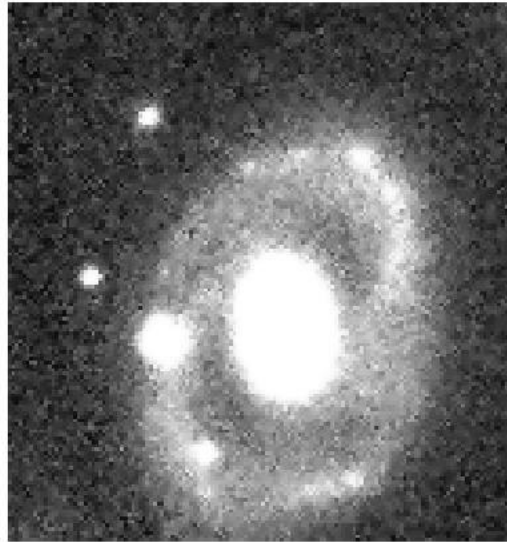


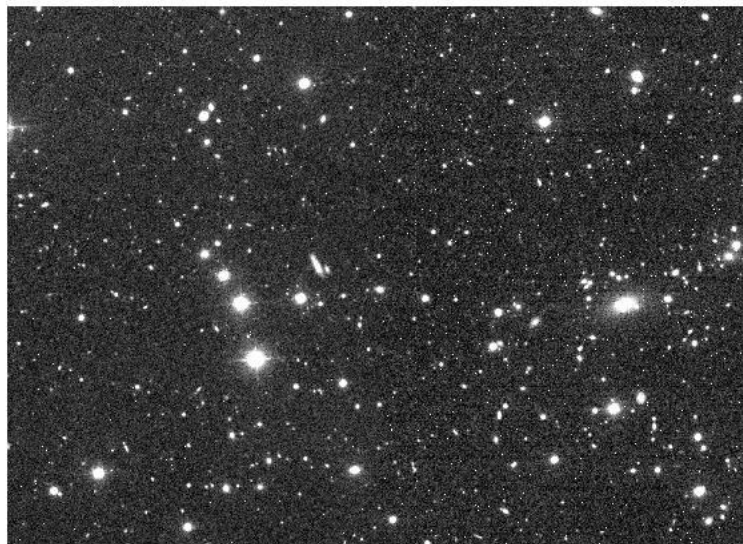
Figura 73. Versión de la Espiral 1 filtrada en el dominio wavelet.



Consultando el ANEXO H, correspondiente a la Imagen completa filtrada con wavelets, podemos ver que utilizando sólo 2 niveles se logra una imagen con un fondo aparentemente limpio de ruido, y con estructuras principales y secundarias muchísimo mejor definidas que en los resultados obtenidos por

filtrado espacial. Si se va a trabajar con imágenes en esta escala, sin entrar a mirar los detalles en la morfología de un objeto particular, sino más bien teniendo en cuenta el conjunto en general, lo mejor será trabajar únicamente con 2 niveles de resolución por eficiencia computacional. Un nuevo nivel de resolución implica un filtrado adicional cada vez más largo (la máscara crece). Además, note que usar más niveles equivale a filtrar en componentes de baja frecuencia, las cuales existen debido a la presencia de estructuras grandes en la imagen y muy poco tienen que ver con el ruido; de esta manera, computar más niveles no genera mejores resultados en la limpieza a partir de cierto punto. El interés de utilizar más niveles de resolución está principalmente en identificar estructuras a gran escala y modelar las características generales de la imagen, pero para nuestros propósitos basta con computar estos dos niveles en el caso de las imágenes completas. Además no aparecen con frecuencia objetos muy grandes en este tipo de imágenes. Por eso las imágenes H.2, H.3 y H.4 lucen prácticamente iguales. Una inspección ampliada mostraría pequeños puntos en la primera que desaparecen luego en la segunda y así sucesivamente, pero no tiene suficiente relevancia en este nivel de visualización. En la figura 74 se muestra la reconstrucción de la imagen en 2 niveles de resolución. Evidentemente el resultado es muchísimo mejor que cualquiera de sus contrapartes en filtrado espacial. Ya no aparece el fondo de gris por toda la imagen.

Figura 74. Filtrado de la Imagen completa usando 2 niveles de resolución.



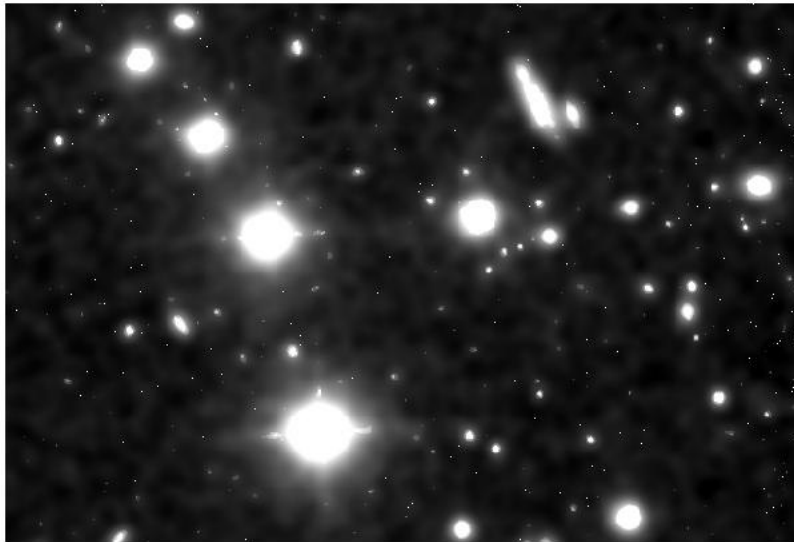
Pasando al anexo K, correspondiente a la imagen llamada Espiral 3, es difícil observar el efecto porque el ruido es muy tenue y casi no se nota. Sin embargo, observando estructuras pequeñas como el contorno de la galaxia

elíptica o los brazos de la galaxia espiral, en las imágenes filtradas se hacen más nítidos, a la vez que las formas se simplifican pero sin perder la información acerca de la ubicación y tamaño de las estructuras principales al interior de cada objeto. Nuevamente es válido pensar en tomar únicamente 2 niveles de resolución en la transformación, pues no hay mejorías notorias si se computan 3 o 4 niveles, como se ve en las imágenes K.2, K.3 y K.4.

En el anexo L, el turno es para la Galaxia de canto. La escala usada en esta imagen es menor, y esto nos permite notar las diferencias al computar más o menos niveles. Por ejemplo, al pasar de la imagen original al primer filtrado (en 2 niveles), la mejoría es notoria en el fondo de la imagen, que de estar poblado por una gran dispersión de puntos grises quedó prácticamente vacío; sin embargo aún hay presencia de ruido en las vecindades de los objetos y los contornos no están definidos. Al computar el filtrado en 3 niveles el ruido residual disminuye grandemente y los contornos empiezan a lucir mejor definidos, pero apenas en el filtrado con 4 niveles de transformación se logra una imagen de elevada calidad, que por lo demás es absolutamente superior a los resultados ofrecidos por el filtrado espacial. En la figura 75 se muestra el mejor resultado obtenido para esta imagen con una técnica y con otra. Como en los otros ejemplos estamos ante una técnica definitivamente superior.

Figura 75. Imagen Galaxia de canto tras filtrado espacial y la misma imagen tras filtrado wavelet.





Finalmente pasamos a las imágenes de objetos individuales, nuestras galaxias Espiral 1 y Espiral 2 cuyas imágenes filtradas en el dominio wavelet están agrupadas en los anexos I y J. En este caso la mejoría es muchísimo más que satisfactoria, pues la presencia del ruido en esta resolución es mucho más fuerte, y sin embargo las imágenes obtenidas son limpias y están llenas de información. Al transformar en dos niveles las zonas en torno a los brazos espirales cambian de apariencia, tornándose más suaves, pero aun bastante difusas y desordenadas, como se aprecia en la figura 76.

Figura 76. Espiral 1 filtrada en 2 niveles wavelet.



Al incluir el tercer nivel la imagen mejora sorprendentemente, ganando continuidad en los niveles de intensidad y variando el brillo de una manera que permite reconocer lóbulos y otras características morfológicas al interior de las galaxias, las cuales antes era imposible delimitar. Los resultados de filtrar Espiral 1 y Espiral 2 utilizando 3 niveles wavelet se muestra a continuación en las figuras 77 y 78, junto al mejor resultado obtenido con las técnicas de filtrado espacial. Note como el brazo espiral superior de la galaxia Espiral 2, que a simple vista pareciera haber perdido importancia, en realidad ahora es una estructura compacta y bien delimitada en lugar del montón de píxeles aleatorios e inconexos que lo conformaban en la imagen original.

Figura 77. La imagen Espiral 1 tras ser filtrada utilizando 3 niveles de descomposición wavelet, y debajo la mejor versión de la misma imagen obtenida por filtrado espacial.

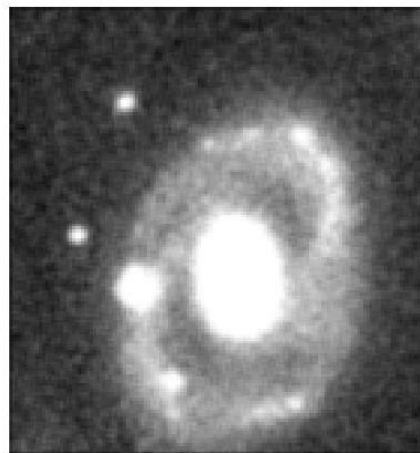
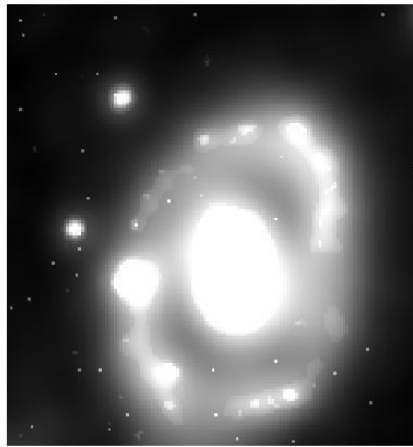


Figura 78. La imagen Espiral 2 tras ser filtrada utilizando 3 niveles de descomposición wavelet, y debajo la mejor versión de la misma imagen obtenida por filtrado espacial.



La implementación en 4 niveles no parece justificada, al menos desde el punto de vista de la supresión de ruido. Esto se ve claramente en las figuras I.4 y J.4, que son prácticamente iguales a las obtenidas con 3 niveles: I.3 y J.3.

Resumiendo, en esta sección hemos mostrado lo poderoso que resulta el enfoque para suprimir el ruido que permiten las transformaciones tipo wavelet, superando por mucho las posibilidades de los filtros espaciales. Todos los resultados son de altísima calidad, y además de entregar una imagen prácticamente libre de ruido revelan información morfológica muy interesante por ser transformaciones multi escala. En su contra se encontró evidencia de requerir arduo trabajo computacional, lo cual sin embargo es la clave de su robustez. Otro factor negativo es la falta de sensibilidad ante píxeles ruidosos súbitos, aparecidos en medio de una vecindad casi constante, como se puede evidenciar en las imágenes 76 y 77 donde han sobrevivido algunos puntos brillantes en el fondo.

3. SEGMENTACION

La tarea de segmentación de las regiones al interior de la imagen juega un papel muy importante en casos como éste, en que cada objeto representado es un objeto de estudio en sí mismo, independientemente del resto de la imagen en algunos casos.

Se escogió el algoritmo de crecimiento de regiones por que resulta muy fácil de implementar en nuestro problema específico.

Imaginemos una de nuestras imágenes completas ya limpia de ruido. Idealmente consistirá, en general, de un gran fondo negro sobre el cual se distribuyen algunos objetos blancos bien diferenciados unos de otros. Su histograma contendrá muchísimos datos en la parte cercana al cero, casi nada en las regiones intermedias y un segundo grupo numeroso de píxeles (en menor medida) que se agolpa contra el valor máximo de intensidad. Se trata pues de un histograma con regiones diferenciadas como se mencionó en el marco teórico, llevado al límite, y por tanto el problema casi se reduce a ajustar un umbral apropiado, que en este caso será muy fácil por que no hay traslape de las regiones en el histograma. En este modo esquemático uno puede imaginar que es fácil separar estas regiones, en caso que sea necesario, de manera automática.

Según se ha descrito, el método de regiones crecientes consiste en sembrar algunas semillas sobre la imagen; posteriormente, de manera iterativa, se aplicará la operación morfológica de dilatación a las semillas para añadirles aquellos píxeles que las circundan y posean la propiedad que define a las regiones, en grado igual que la semilla. Se continúa dilatando la región y añadiendo píxeles afines hasta que en dos iteraciones sucesivas el área es la misma, entonces la región está identificada.

En nuestro caso, la solución propuesta es caracterizar las regiones de interés según los niveles de intensidad, ya que todas las estrellas y objetos celestes en nuestras imágenes tienen por lo menos algunos píxeles completamente blancos en su centro, y la luz alrededor cae de manera continua.

Con la imagen binarizada la segmentación asistida se puede hacer muy fácilmente; una persona ingresa por ejemplo las coordenadas de un pixel para ubicar allí la semilla, y el software que implementa el método aplica la dilatación a esa semilla cada vez, multiplicando luego con la imagen binarizada para no añadir a la semilla píxeles negros, solamente píxeles que hayan quedado en 1

tras la binarización. Cuando el área se mantenga igual entonces no se hacen más dilataciones. En este punto lo que se tiene es una imagen del tamaño original, que es toda negra, salvo aquella región donde se sembró la semilla, la cual aparece totalmente blanca sobre el fondo.

El siguiente paso es tomar esta imagen como una máscara, con 1 solamente en la región de interés y multiplicarla por la imagen original. Así, tendremos una imagen del tamaño original, con un gran fondo negro y únicamente la región de interés sobre él, ya en su escala de grises auténtica.

El último paso consiste en que el software detecte los píxeles no nulos y establezca los límites de coordenadas, para determinar el rectángulo que los contiene y poder hacer el recorte respectivo, presentando únicamente la información del objeto de interés.

Una segunda opción es permitir que el computador detecte las regiones existentes, tras la binarización, y asigne una semilla por cada una de ellas. Si las regiones son compactas esto se puede lograr muy fácilmente con la aplicación de la operación morfológica de erosión hasta convertir las regiones en puntos. Después de esto las semillas se numeran, y si se desea el software podría implementar la reconstrucción y segmentación de las regiones una a una, tomando semilla por semilla y reproduciendo los pasos mencionados antes.

Se propone esta solución para el problema particular por que resulta muy fácil de implementar y genera muy buenos resultados. Además, aprovechando la binarización de la imagen es posible utilizar un filtro Sobel, por ejemplo, para hacer detección de contornos, lo cual también puede tener gran relevancia en el estudio morfológico de cuerpos celestes.

En la implementación de la segmentación automática surgió un problema, y es que las galaxias espirales, por ejemplo, pueden contener huecos al interior de la región. Cuando esto pasa la erosión sucesiva de la región no conduce a la creación de una única semilla sino de un grupo de ellas organizadas a medio camino entre el hueco y la frontera del objeto. Esto implicaría la reconstrucción automática del mismo objeto múltiples veces, una por cada semilla, lo cual no es conveniente. El aporte del autor como alternativa para evitar este problema es no binarizar a partir de la imagen limpia de ruido, reconstruída después del filtrado wavelet, más bien en su lugar reconstruir una versión suavizada de la misma, ignorando los primeros planos de la resolución multi escala y tomando solo los de las bajas frecuencias. Con esto, objetos que tienen pequeños agujeros al interior aparecen representados como una región compacta y

suavizada, la cual al ser binarizada es una máscara perfecta para identificar la región de influencia del objeto de interés.

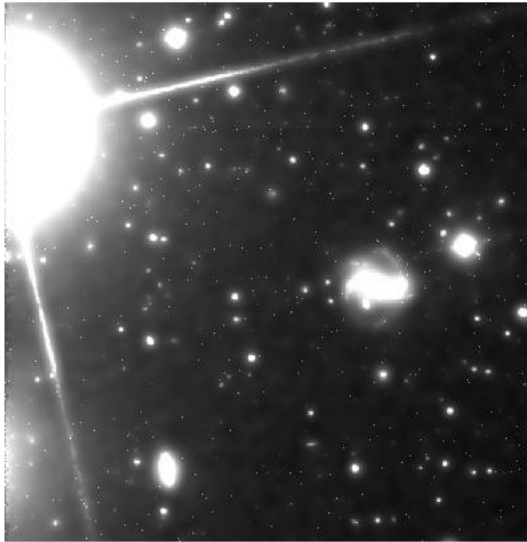
Note que dos grandes ventajas de aplicar la segmentación en este punto es que ya tenemos las imágenes libres de ruido, y que ya se ha computado la transformada wavelet.

Otra herramienta que se ha retomado tiene que ver con las técnicas para limpiar el ruido sal y pimienta, pues, para facilitar la segmentación, tras la limpieza de ruido, se ha utilizado el método de píxeles aislados para eliminar los pequeños puntos sueltos que sobreviven al filtrado wavelet.

Hay que tener precaución además con la construcción de la versión suavizada de la imagen. Por supuesto, al suprimir los primeros niveles de resolución desaparecerán los objetos pequeños, que no alcanzan a tener relevancia en niveles superiores. En nuestro caso hemos decidido implementar la transformada en 3 niveles y suprimir los dos primeros, de manera que sólo desaparecen estructuras tan pequeñas que no contendrían información morfológica valiosa, y esto es importante además para hacer más eficiente el algoritmo automático. Los huecos que antes generaron inconvenientes son rellenados sin ningún problema.

Ilustraremos todo el proceso con un ejemplo. En la figura 79 se aprecia la imagen, ya limpia de ruido, a la que llamamos Espiral 3. En ella hay varios objetos muy interesantes bien diferenciados, como la galaxia espiral, la elíptica y la estrella que domina la escena. Escogeremos a la galaxia espiral para ilustrar nuestro método.

Figura 79. Espiral 3 limpia de ruido.



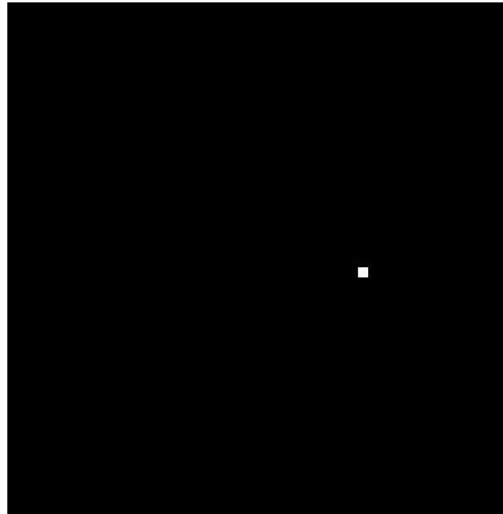
En primer lugar generamos la imagen binarizada utilizando un umbral de 0.7, que se muestra en la figura 80.

Figura 80. Imagen Espiral 3 binarizada.



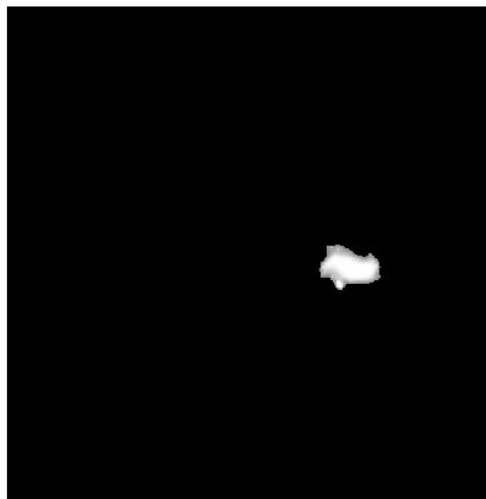
Procedemos a ubicar la semilla, como se observa en la figura 81.

Figura 81. Semilla para segmentación de la galaxia espiral



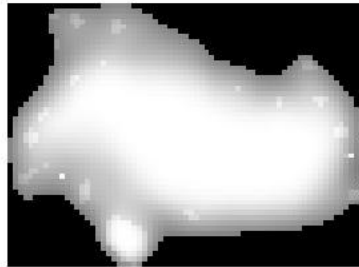
La semillita es dilatada hasta que rellena la región correspondiente a la galaxia espiral y esa máscara se multiplica con la imagen sin ruido, figura 81.

Figura 82. Región crecida a partir de la semilla representada en la imagen sin ruido.



Finalmente hay que identificar el rectángulo que enmarca la región y recortarlo para obtener el resultado de la figura 83.

Figura 83. Imagen segmentada.



El algoritmo propuesto ha resultado bastante útil y muy eficiente en cuanto al tiempo de cómputo requerido (algunos minutos). Sin embargo hay que ser muy precavidos con la selección del umbral; un umbral demasiado alto tomará sólo la parte central de la estrella o galaxia de interés, donde la intensidad es mayor, y recortará posibles zonas de interés en que la intensidad ha caído pero aún es importante. Este es el caso de la imagen del ejemplo, en que la galaxia espiral ha perdido el brazo superior. Por otro lado, un umbral muy bajo conectará regiones independientes que estén cerca, en las cuales haya traslape del brillo irradiado por cada una sobre la imagen. Como siempre, la selección dependerá de la situación particular. En caso que no haya objetos muy cercanos un umbral de 0.5 al binarizar la imagen suavizada ha probado dar muy buenos resultados, manteniendo las estructuras principales de cada objeto.

En la figura 84 se muestra el resultado obtenido al aplicar, a la imagen Espiral 3, el algoritmo de segmentación automática propuesto. Para desplegar únicamente los resultados más relevantes se ha impuesto la restricción de segmentar únicamente regiones con más de 100 píxeles de área. Enseguida, en la figura 85, se ha obtenido el contorno de las tres figuras principales mediante el uso del vector gradiente, calculando cada derivada dimensional con el filtro sobel y obteniendo la suma de sus magnitudes al cuadrado, también de manera automática.

Figura 84. Imagen segmentada de manera automática

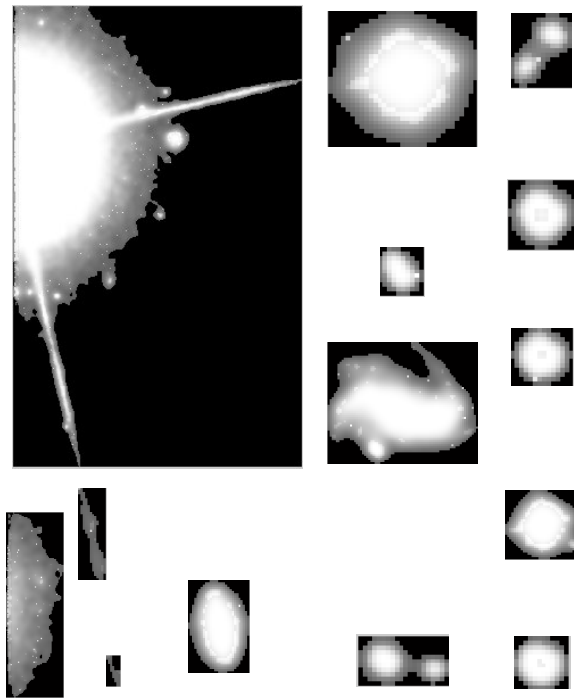
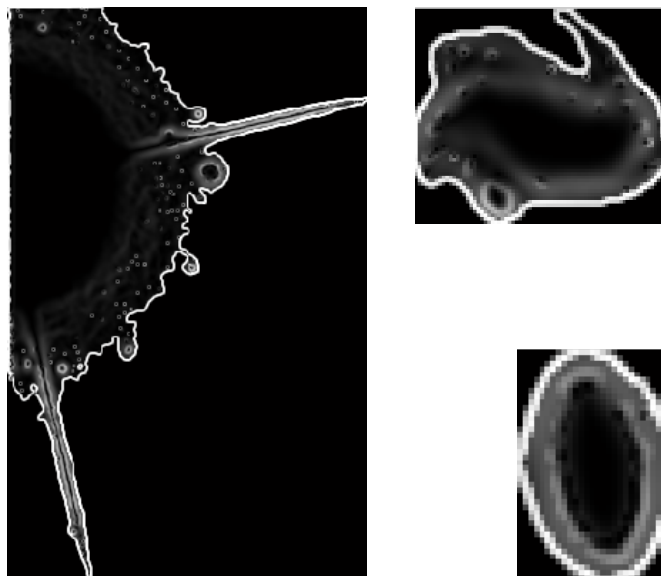


Figura 85. Detección de contornos automática



CONCLUSIONES

- El uso de las transformaciones wavelet fue definitivo para el éxito de este trabajo. A lo largo del mismo quedó demostrada la robustez de este tipo de transformaciones y la versatilidad que ofrecen para trabajar diferentes aspectos del tratamiento de señales.
- En cada caso de estudio quedó claro que la solución a los problemas en ingeniería no están escritas, es preciso analizar cuidadosamente cada problema y combinar diferentes técnicas para construir una solución satisfactoria.
- Se encontraron parámetros descriptores del ruido presente en las imágenes del Sloan que validaron la suposición inicial de ruido Gaussiano.
- Los resultados obtenidos en la supresión de ruido utilizando wavelets fueron realmente muy buenos, y mostraron la efectividad de los algoritmos implementados así como la bondad de este tipo de transformaciones al ofrecer un nuevo enfoque para enfrentar problemas antiguos.
- Otra pieza clave en el éxito de este trabajo es la conectividad, mostrada en el uso de las transformaciones wavelet para hacer el cálculo de la desviación estándar y mejorar los algoritmos de segmentación.
- La segmentación basada en regiones crecientes resultó muy apropiada para este tipo de imágenes debido a sus características particulares. Es muy importante resaltar la propuesta de segmentación automática, que contiene algunos elementos originales y produce excelentes resultados.
- Las técnicas basadas en filtrado espacial resultan apropiadas para mejorar las características de imágenes que no contengan detalles pequeños. En otro caso los resultados definitivamente no son satisfactorios.
- Desde el punto de vista computacional, sin embargo, las transformaciones multi escala requieren más tiempo de cómputo y espacio en memoria que los métodos en el dominio espacial, pero los resultados generados lo justifican sobradamente.
- En todo caso, siempre se deben tener en cuenta las características del problema particular para disminuir el coste computacional mientras sea posible.

RECOMENDACIONES

- Durante el desarrollo del presente trabajo quedó mostrada la gran utilidad de las transformaciones wavelet. Es muy importante que se sigan desarrollando trabajos de investigación en el uso de este tipo de herramientas.
- Implementada la supresión de ruido, se recomienda la realización de trabajos posteriores que podrían utilizar estas imágenes para estudiar características morfológicas en cuerpos celestes
- La segmentación de imágenes es una técnica de gran utilidad en diferentes aplicaciones, por lo cual se recomienda la profundización en esta área incorporando otras técnicas.
- Finalmente se recomienda la difusión de los resultados más importantes entre la comunidad interesada en el tema, pues podrían servir como elemento de discusión acerca de la utilización de los diversos métodos mostrados.

BIBLIOGRAFÍA

ALASDAIR, Mc Andrew. *An Introduction to digital Image processing with Matlab*. Victoria University of Technology, School of Computer Science and Mathematics. U.S.A, 2004.

GONZALES, Rafael. WOODS, Richard. EDDINS, Steven. *Digital Image processing using MatLab*. Addison Wesley, 2002

KORNPROBST, Pierre. *Trouver les contours d'une image*. Inria, projet Odyssee.

KORNPROBST, Pierre. *Supprimer le bruit : Le filtrage*. Inria, projet Odyssee.

LÁZARO, J. SAN EMETERIO, J. RAMOS, A. FERNANDEZ MARRÓN, J. *Influencia de algunos parámetros del procesamiento tiempo-escala sobre la reducción de ruido en END por ultrasonidos*. Tecnicústica. Madrid, 2006.

MERTINS, Alfred. *Sygnal analysis*. John Wiley & Sons. Chichester, England, 1999.

MEUNIER, Jean. *Traitement d'image*. Université de Montreal.

MURTAGH, Fionn. STARCK, Jean luc. *Noise Detection and Filtering using Multiresolution Transform Methods*. ASP Conference Series, Vol 145, 1998.

OPPENHEIM, Alan. WILLSKY, Alan. *Señales y sistemas*, segunda edición. Prentice Hall. México, 1998.

PIERRE, Marguerite. STARCK, Jean luc. *Structure Detection in Low Intensity X ray Images using the Wavelet Transform Applied to Galaxy Cluster cores Analysis*. ASP Conference Series, Vol 145, 1998.

STARCK, Jean luc; MURTAGH, Fionn. *Astronomical image and data analysis*. Springer-Verlag. Berlin Heidelberg, 2006

Wikipedia: http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_gaussiana y relacionados.

ANEXO A. Comparación del cálculo de la desviación estándar por los 5 métodos diferentes.

Tabla A.1. Desviación estándar obtenida para las imágenes del filtro 'g' por los 5 métodos.

Imagen	Muestra	Olson	K sigma iterativo	M.A.D	S.M
Imag. 1	0.1930	0.1973	0.1968	0.2009	0.1946
Imag. 2	0.1985	0.2067	0.2064	0.2093	0.2043
Imag. 3	0.1804	0.1830	0.1814	0.1830	0.1792
Imag. 4	0.1592	0.1612	0.1594	0.1614	0.1575
Imag. 5	0.1753	0.1772	0.1756	0.1783	0.1738
Imag. 6	0.1835	0.1871	0.1858	0.1869	0.1834
Imag. 7	0.1202	0.1207	0.1195	0.1216	0.1183
Imag. 8	0.1199	0.1212	0.1199	0.1210	0.1184
Imag. 9	0.1643	0.1660	0.1642	0.1655	0.1625
Imag. 10	0.1698	0.1717	0.1700	0.1714	0.1682
Imag. 11	0.0621	0.0570	0.0561	0.0566	0.0555
Imag. 12	0.0928	0.0924	0.0913	0.0915	0.0897
Imag. 13	0.1727	0.1747	0.1731	0.1769	0.1713
Imag. 14	0.1985	0.2067	0.2064	0.2093	0.2043
Imag. 15	0.1900	0.1946	0.1941	0.1968	0.1918
Imag. 16	0.1917	0.1961	0.1953	0.1962	0.1927
Imag. 17	0.1924	0.1985	0.1983	0.2001	0.1966
Imag. 18	0.1957	0.2023	0.2020	0.2032	0.1999
Imag. 19	0.0402	0.0138	0.0132	0.0130	0.0130
Imag. 20	0.1917	0.1970	0.1963	0.1985	0.1940

Tabla A.2. Desviación estándar obtenida para las imágenes del filtro ‘r’ por los 5 métodos.

Imagen	Muestra	Olson	K sigma iterativo	M.A.D	S.M
Imag. 1	0.1789	0.1815	0.1804	0.1826	0.1784
Imag. 2	0.1901	0.1960	0.1954	0.1978	0.1929
Imag. 3	0.1725	0.1747	0.1729	0.1752	0.1711
Imag. 4	0.1550	0.1568	0.1552	0.1576	0.1535
Imag. 5	0.1353	0.1358	0.1345	0.1367	0.1332
Imag. 6	0.1593	0.1605	0.1590	0.1613	0.1574
Imag. 7	0.1186	0.1194	0.1183	0.1203	0.1169
Imag. 8	0.0929	0.0939	0.0926	0.0936	0.0911
Imag. 9	0.1493	0.1507	0.1490	0.1501	0.1473
Imag. 10	0.1605	0.1621	0.1603	0.1615	0.1586
Imag. 11	0.0844	0.0834	0.0824	0.0829	0.0813
Imag. 12	0.0977	0.0981	0.0968	0.0983	0.0948
Imag. 13	0.1602	0.1616	0.1602	0.1639	0.1586
Imag. 14	0.1901	0.1960	0.1954	0.1978	0.1929
Imag. 15	0.1940	0.1984	0.1977	0.2028	0.1953
Imag. 16	0.1744	0.1760	0.1744	0.1765	0.1726
Imag. 17	0.1972	0.2034	0.2030	0.2056	0.2009
Imag. 18	0.1933	0.1983	0.1979	0.1996	0.1957
Imag. 19	0.0502	0.0353	0.0345	0.0348	0.0342
Imag. 20	0.1883	0.1928	0.1919	0.1948	0.1895

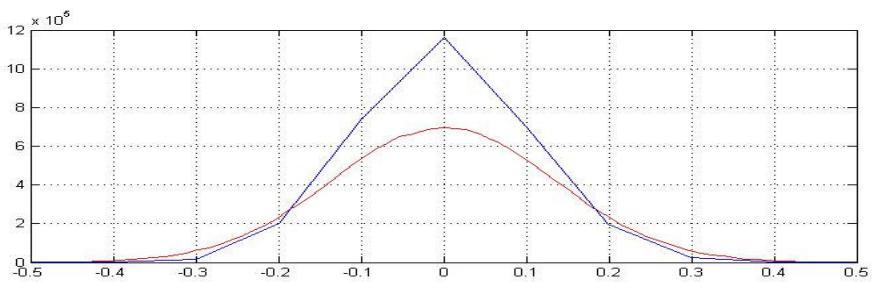
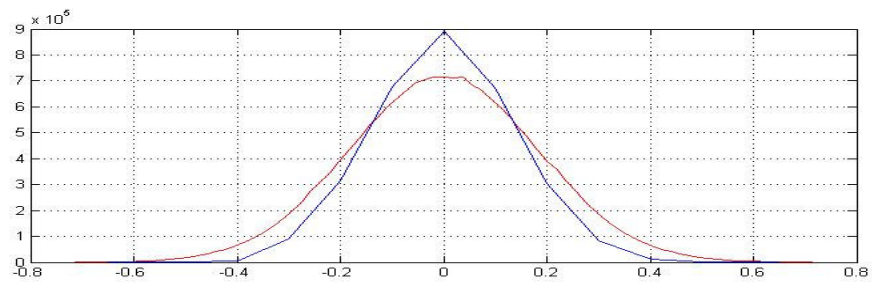
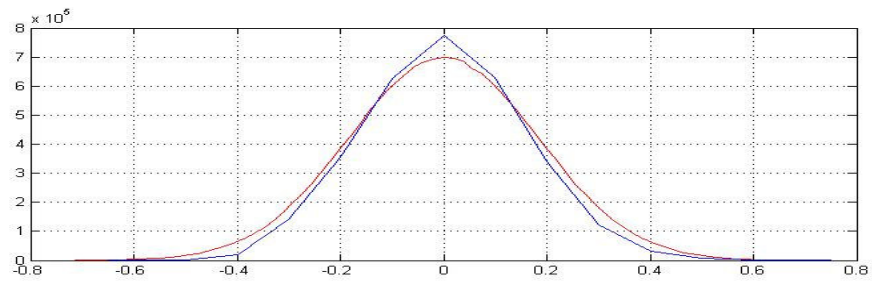
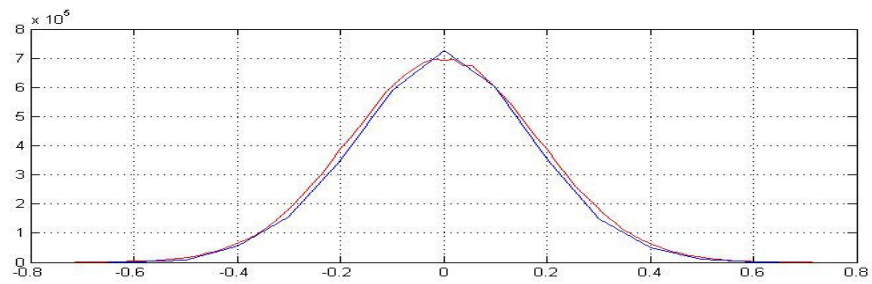
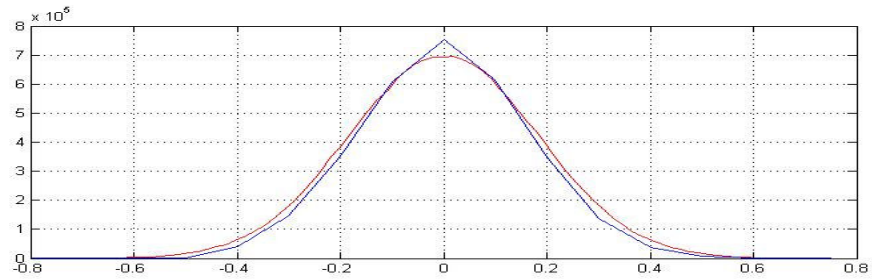
Tabla A.3. Desviación estándar obtenida para las imágenes del filtro ‘i’ por los 5 métodos.

Imagen	Muestra	Olson	K sigma iterativo	M.A.D	S.M
Imag. 1	0.1768	0.1808	0.1792	0.1808	0.1771
Imag. 2	0.1862	0.1894	0.1886	0.1876	0.1862
Imag. 3	0.1709	0.1727	0.1709	0.1748	0.1689
Imag. 4	0.1491	0.1501	0.1487	0.1510	0.1472
Imag. 5	0.1153	0.1156	0.1139	0.1139	0.1125
Imag. 6	0.1464	0.1471	0.1452	0.1453	0.1436
Imag. 7	0.1260	0.1265	0.1252	0.1265	0.1237
Imag. 8	0.1003	0.1011	0.0997	0.1007	0.0980
Imag. 9	0.1462	0.1472	0.1459	0.1484	0.1444
Imag. 10	0.1589	0.1603	0.1588	0.1615	0.1572
Imag. 11	0.0969	0.0961	0.0951	0.0961	0.0939
Imag. 12	0.1133	0.1139	0.1128	0.1145	0.1112
Imag. 13	0.1412	0.1422	0.1408	0.1425	0.1392
Imag. 14	0.1862	0.1894	0.1886	0.1876	0.1862
Imag. 15	0.1902	0.1935	0.1928	0.1944	0.1906
Imag. 16	0.1718	0.1735	0.1717	0.1733	0.1698
Imag. 17	0.1903	0.1957	0.1950	0.1962	0.1926
Imag. 18	0.1948	0.1989	0.1983	0.1989	0.1956
Imag. 19	0.0597	0.0503	0.0495	0.0497	0.0490
Imag. 20	0.1810	0.1837	0.1826	0.1843	0.1807

Tabla A.4. Valor medio y desviación relativa de la desviación estándar calculada por los 5 métodos para cada imagen. Filtros 'g', 'r', 'i'.

Imagen	Filtro 'g'		Filtro 'r'		Filtro 'i'	
	Valor medio	Desv. Rel. (%)	Valor medio	Desv. Rel. (%)	Valor medio	Desv. Rel. (%)
Imag. 1	0.1965	4.00	0.1804	2.35	0.1789	2.26
Imag. 2	0.2050	5.40	0.1944	4.05	0.1876	1.72
Imag. 3	0.1814	2.07	0.1733	2.40	0.1716	3.49
Imag. 4	0.1597	2.48	0.1556	2.67	0.1492	2.58
Imag. 5	0.1760	2.59	0.1351	2.63	0.1142	2.76
Imag. 6	0.1853	2.02	0.1595	2.48	0.1455	2.44
Imag. 7	0.1201	2.79	0.1187	1.69	0.1256	2.26
Imag. 8	0.1201	2.36	0.1928	3.07	0.1000	2.76
Imag. 9	0.1645	2.15	0.1493	2.31	0.1464	2.77
Imag. 10	0.1702	2.08	0.1606	2.21	0.1593	2.74
Imag. 11	0.0575	11.89	0.0829	3.81	0.0956	3.19
Imag. 12	0.0915	3.46	0.0971	3.69	0.1131	2.97
Imag. 13	0.1737	3.27	0.1609	3.34	0.1412	2.37
Imag. 14	0.2050	5.44	0.1944	4.05	0.1876	1.72
Imag. 15	0.1935	3.58	0.1976	4.54	0.1923	2.21
Imag. 16	0.1944	2.35	0.1748	2.26	0.1720	2.06
Imag. 17	0.1972	4.00	0.1920	4.26	0.1940	3.10
Imag. 18	0.2006	3.83	0.1970	3.26	0.1973	2.10
Imag. 19	0.0186	209.2	0.0378	46.78	0.0516	21.8
Imag. 20	0.1955	3.55	0.1915	3.45	0.1825	1.99

ANEXO B. Ajuste de los histogramas de ruido a una función Gaussiana para las primeras 5 imágenes del filtro 'i'



* La curva azul representa el histograma estimado del ruido y la línea roja la función Gaussiana ajustada.

ANEXO C. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “galaxia completa”.

Figura C.1. Imagen original

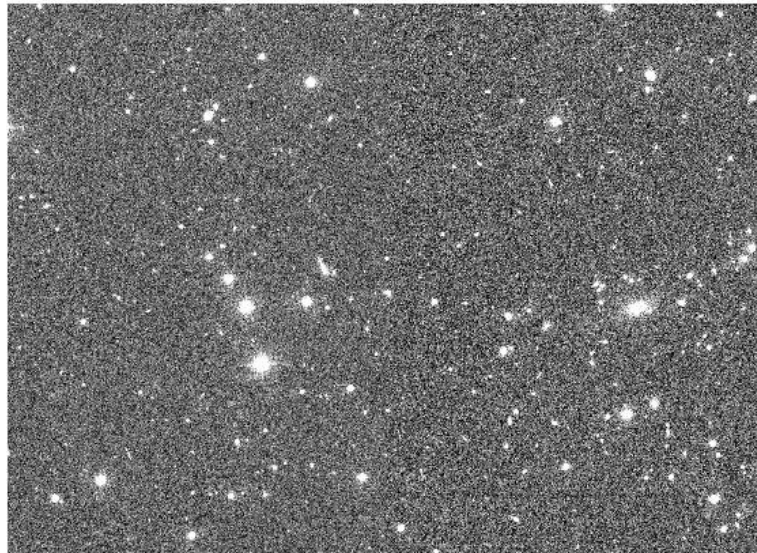


Figura C.2. Filtrado promedio

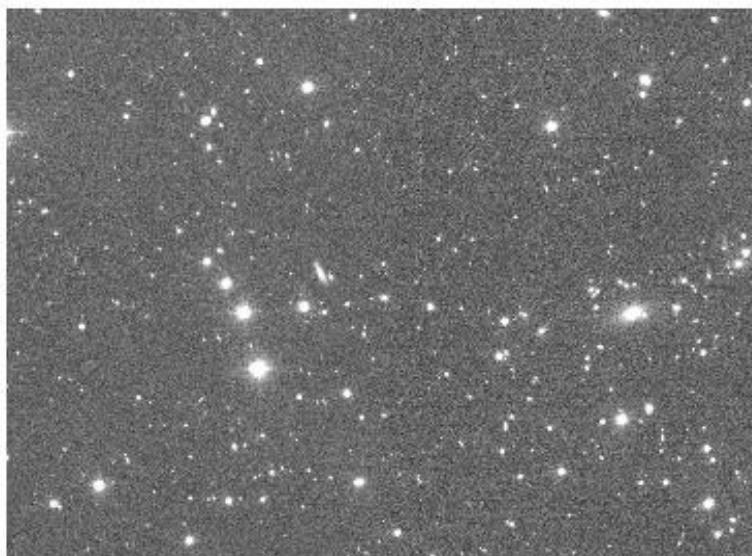


Figura C.3. Filtrado adaptativo Wiener 1

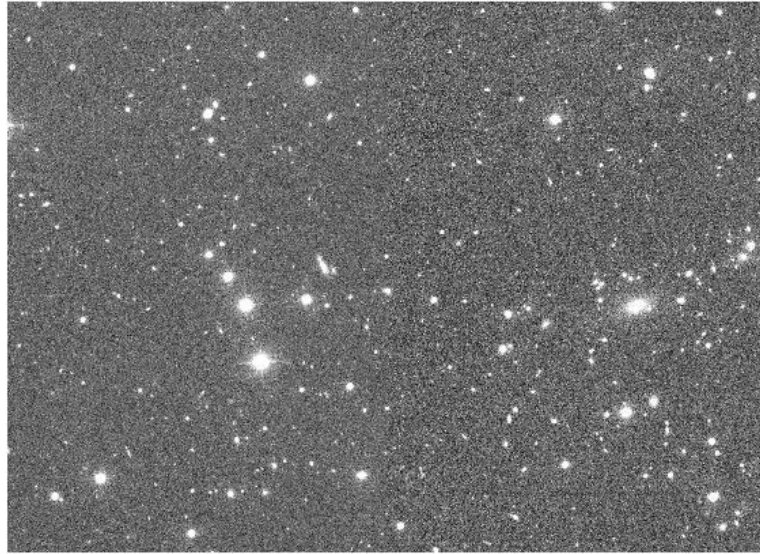


Figura C.4. Filtrado adaptativo Wiener 2

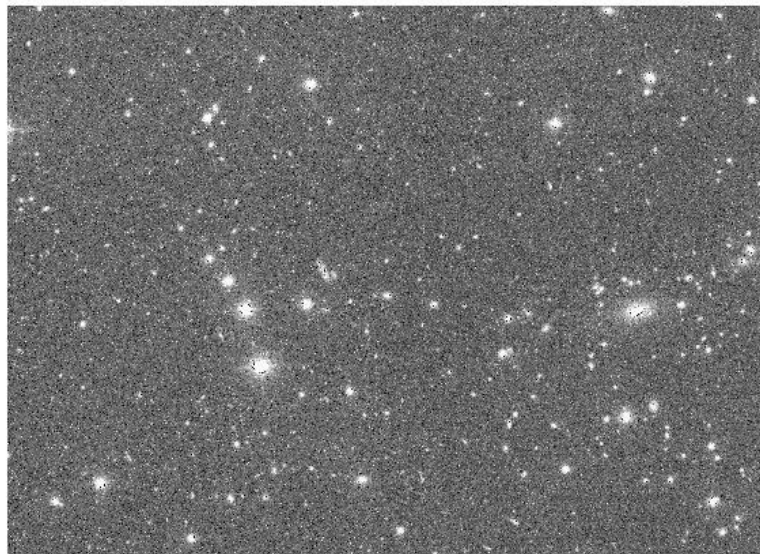


Figura C.5. Filtrado adaptativo Wiener 3

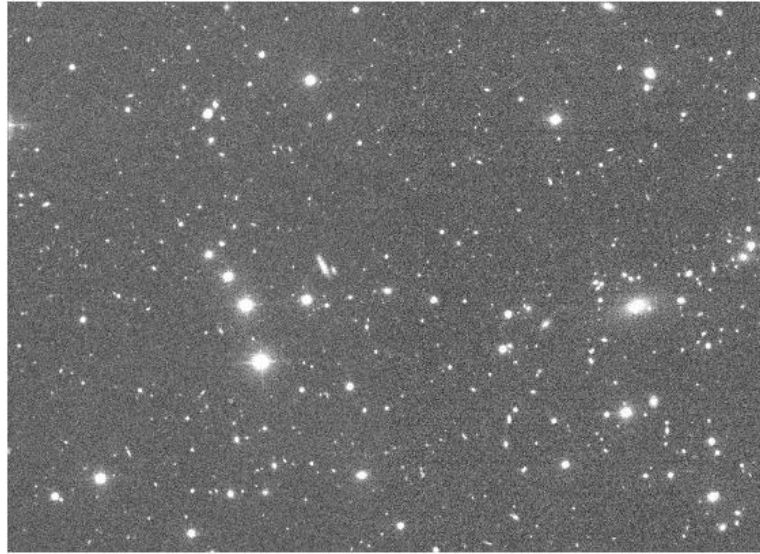
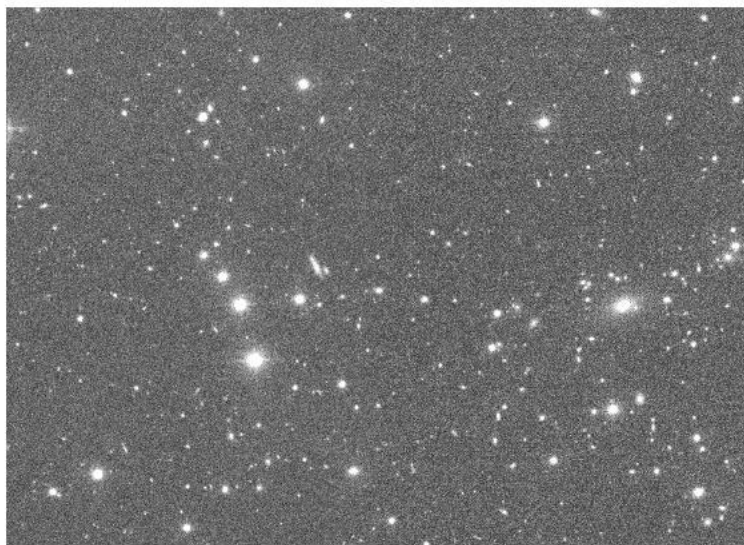


Figura C.6. Filtrado de punto medio



ANEXO D. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Espiral 1”

Figura D.1. Imagen original



Figura D.2. Filtrado promedio



Figura D.3. Filtrado adaptativo Wiener 1

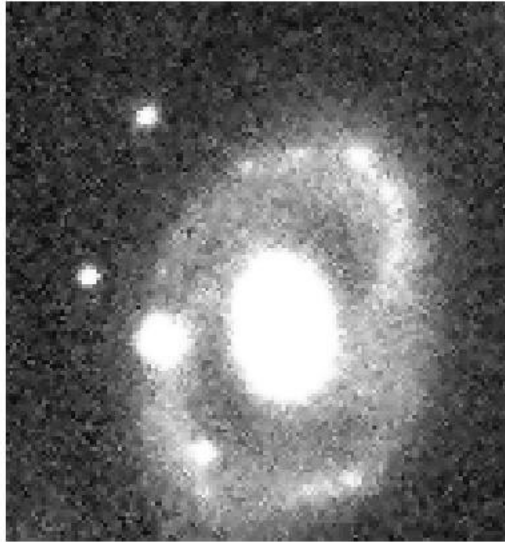


Figura D.4. Filtrado adaptativo Wiener 2

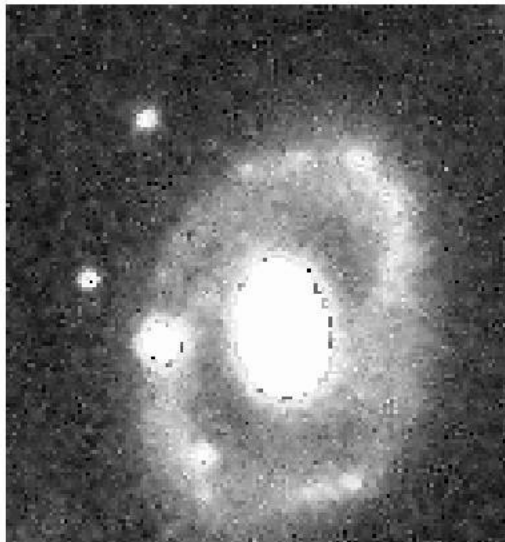


Figura D.5. Filtrado adaptativo Wiener 3



Figura D.6. Filtrado de punto medio



ANEXO E. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Espiral 2”

Figura E.1. Imagen original



Figura E.2. Filtrado promedio

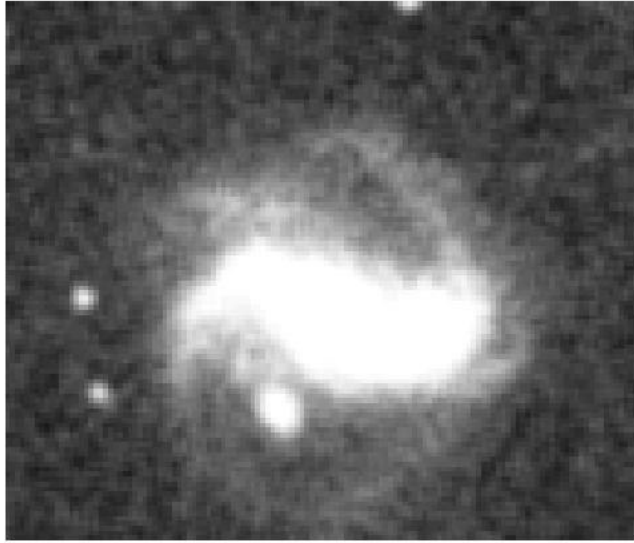


Figura E.3. Filtrado adaptativo Wiener 1



Figura E.4. Filtrado adaptativo Wiener 2

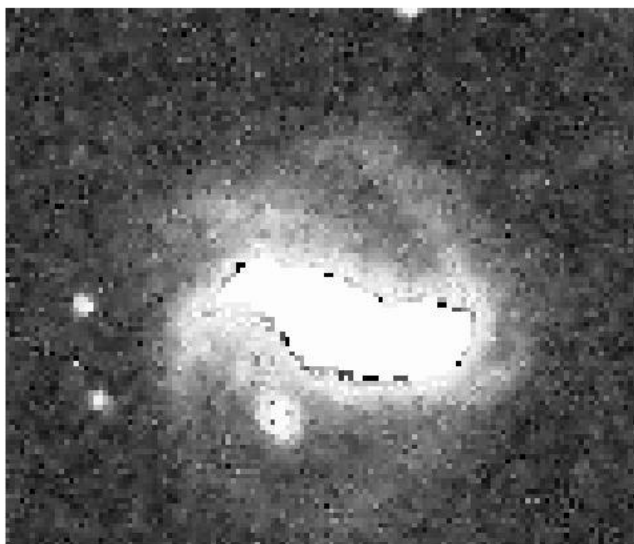
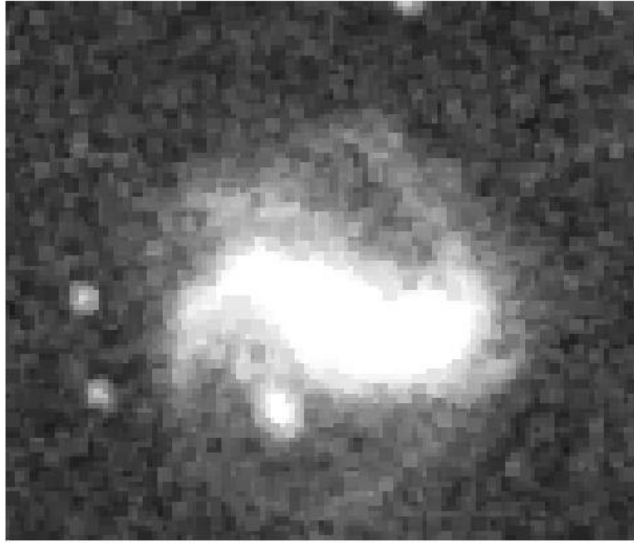


Figura E.5. Filtrado adaptativo Wiener 3



Figura E.6. Filtrado de punto medio



ANEXO F. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Espiral 3”

Figura F.1. Imagen original



Figura F.2. Filtrado promedio

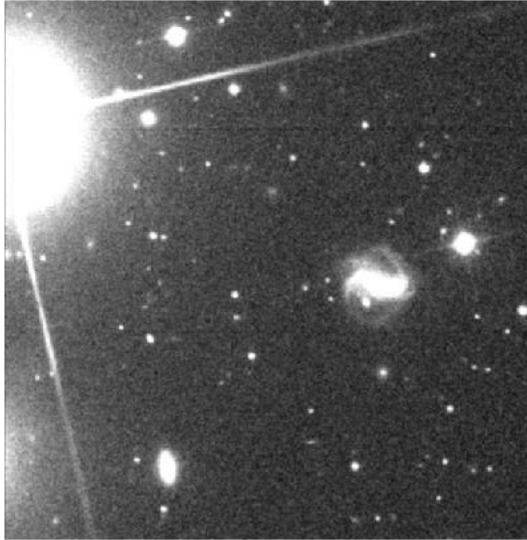


Figura F.3. Filtrado adaptativo Wiener 1

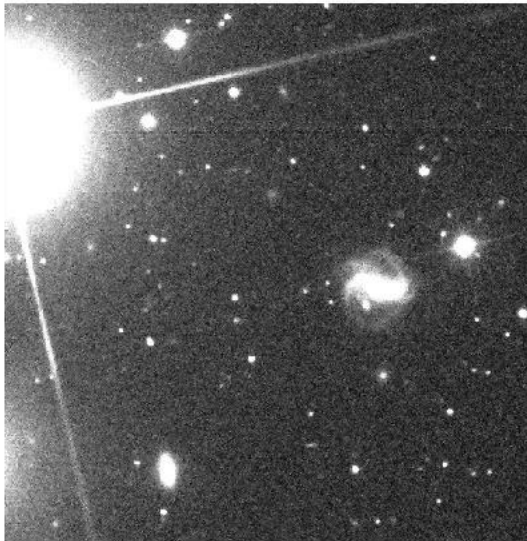


Figura F.4. Filtrado adaptativo Wiener 2



Figura F.5. Filtrado adaptativo Wiener 3



Figura F.6. Filtrado de punto medio



ANEXO G. Intentos de supresión de ruido por filtrado espacial sobre la imagen “Galaxia de canto”

Figura G.1. Imagen original

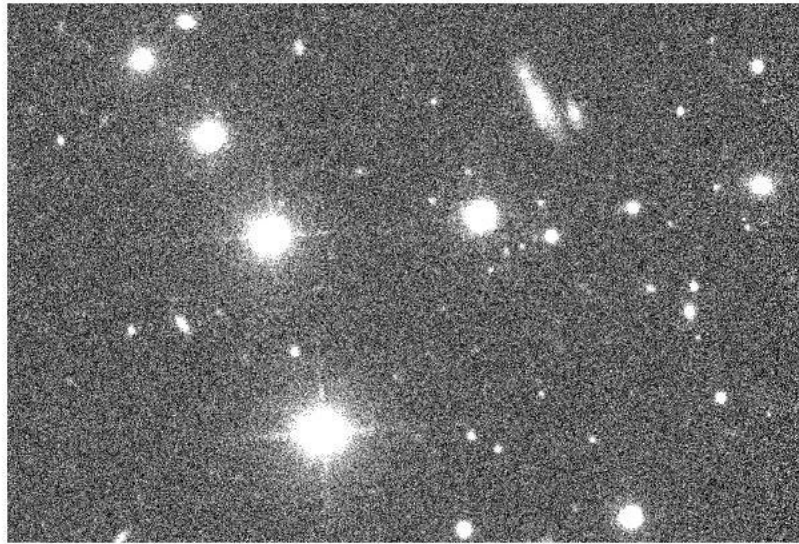


Figura G.2. Filtrado promedio



Figura G.3. Filtrado adaptativo Wiener 1

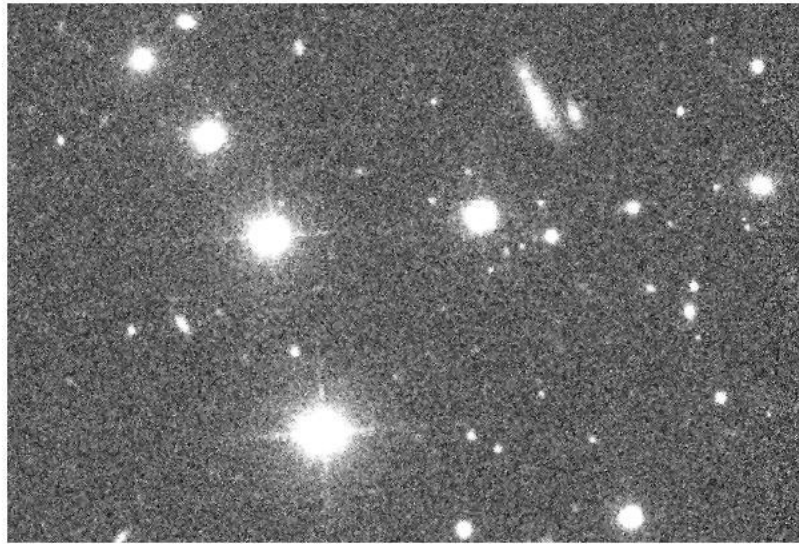


Figura G.4. Filtrado adaptativo Wiener 2

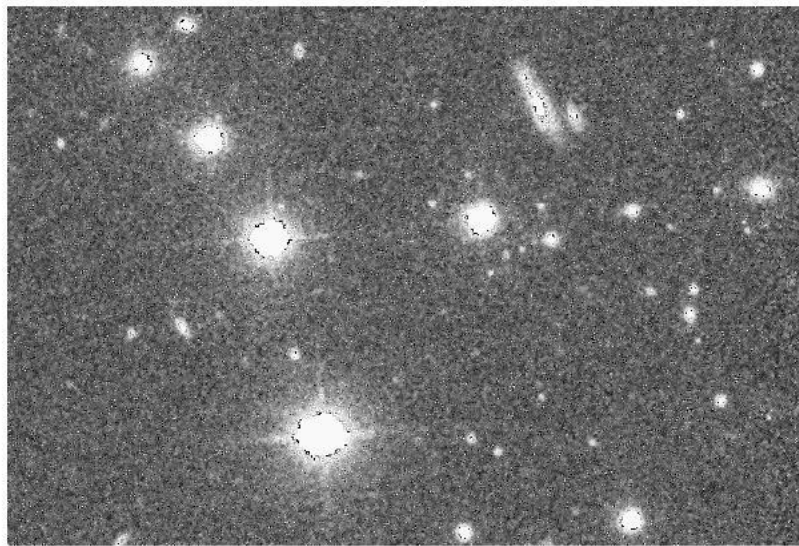
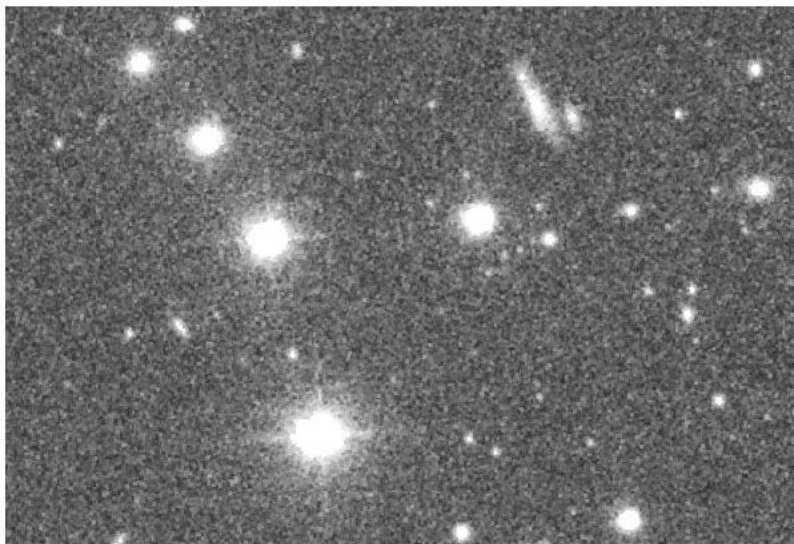


Figura G.5. Filtrado adaptativo Wiener 3



Figura G.6. Filtrado de punto medio



ANEXO H. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Imagen completa”

Figura H.1. Imagen original

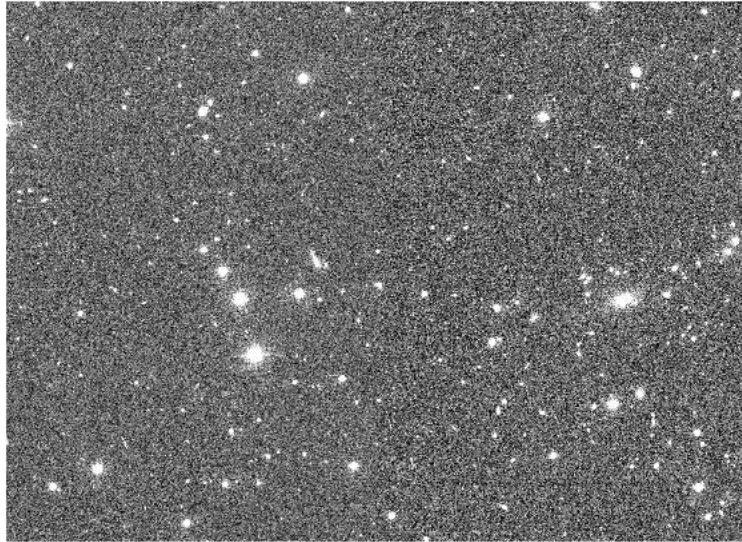


Figura H.2. Filtrado usando 2 niveles de resolución.

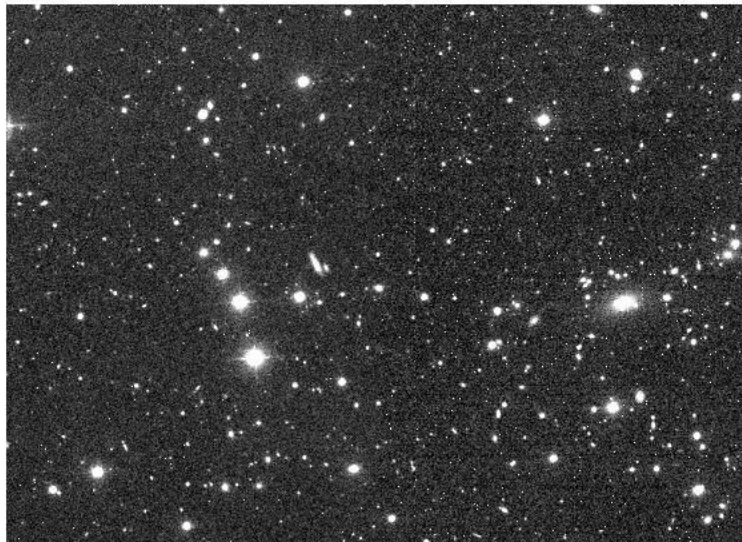


Figura H.3. Filtrado usando 3 niveles de resolución.

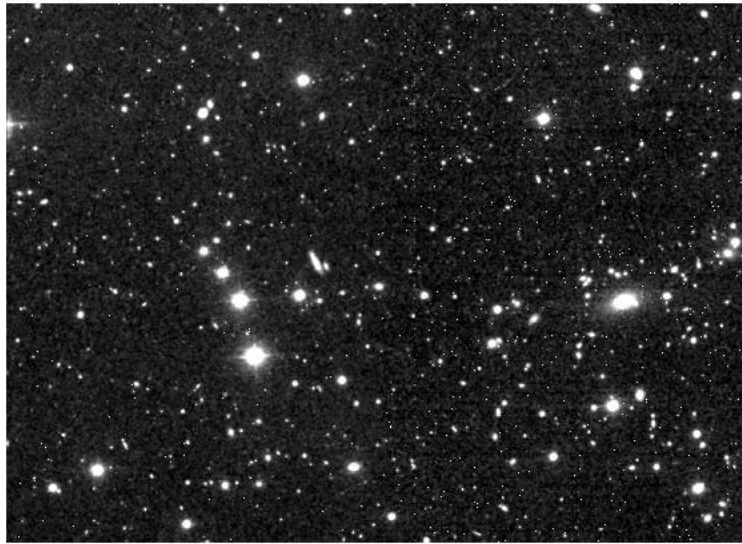
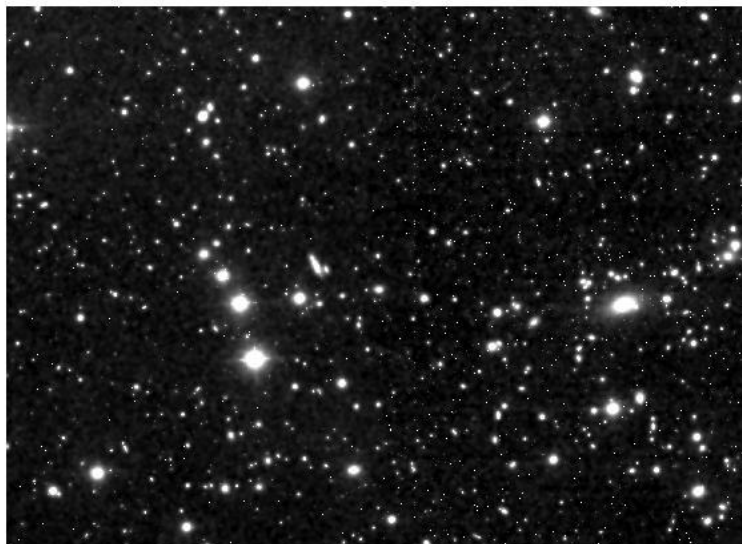


Figura H.4. Filtrado usando 4 niveles de resolución.



ANEXO I. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 1”

Figura I.1. Imagen original



Figura I.2. Filtrado usando 2 niveles de resolución.

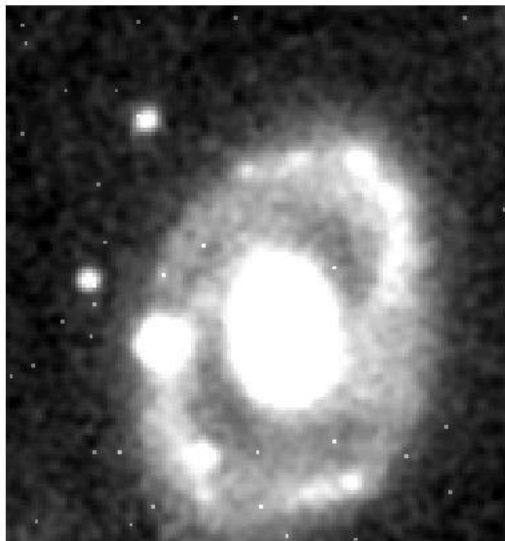


Figura I.3. Filtrado usando 3 niveles de resolución.

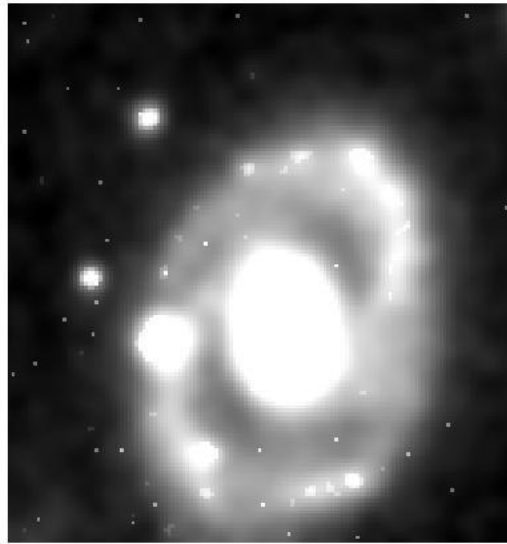
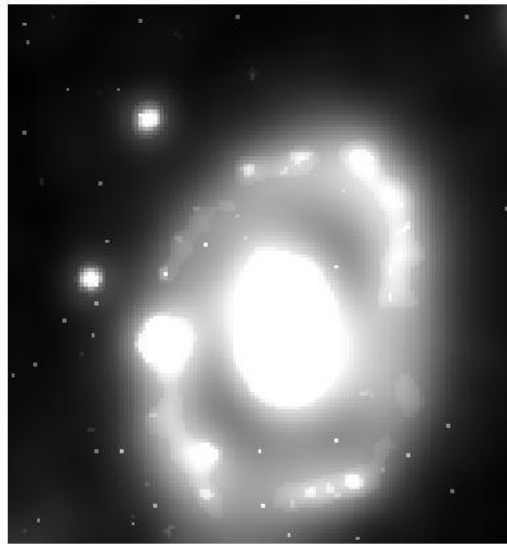


Figura I.4. Filtrado usando 4 niveles de resolución.



ANEXO J. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 2”

Figura J.1. Imagen original



Figura J.2. Filtrado usando 2 niveles de resolución.

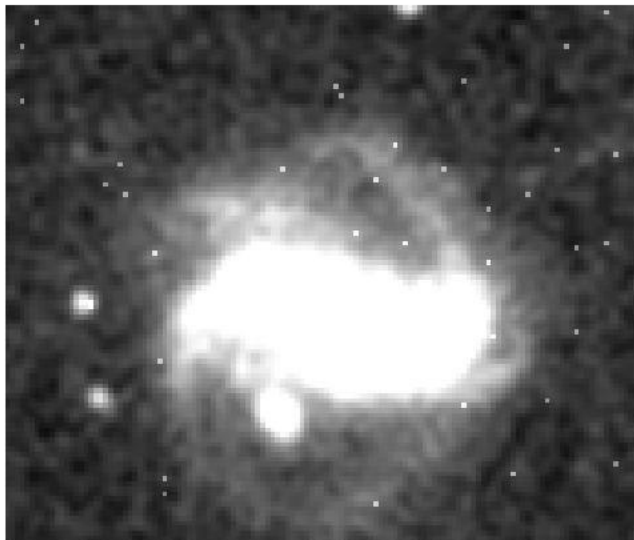


Figura J.3. Filtrado usando 3 niveles de resolución.

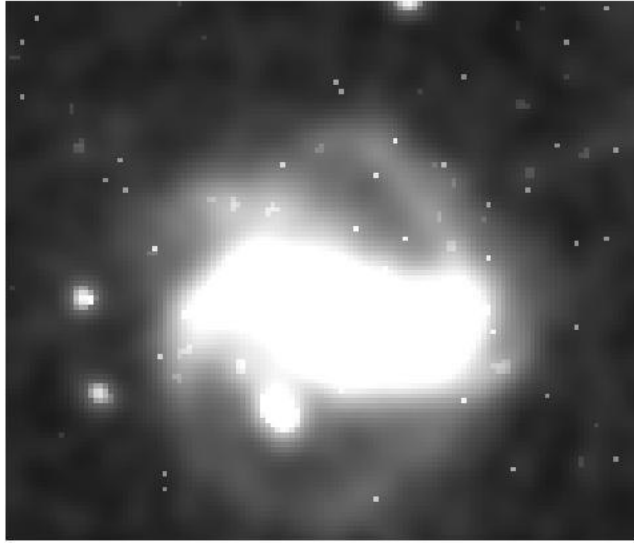


Figura J.4. Filtrado usando 4 niveles de resolución.



ANEXO K. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Espiral 3”

Figura K.1. Imagen original



Figura K.2. Filtrado usando 2 niveles de resolución.



Figura K.3. Filtrado usando 3 niveles de resolución.

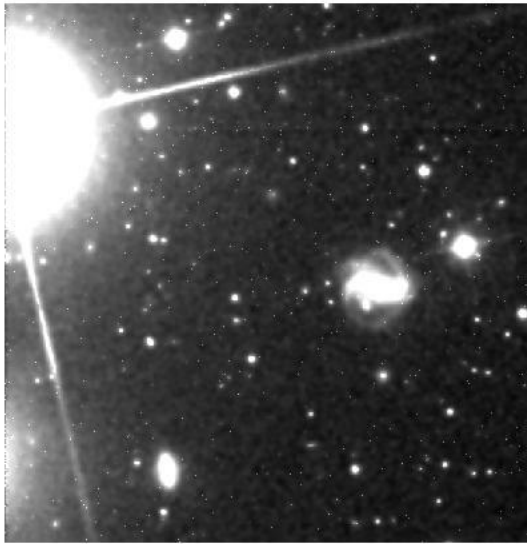
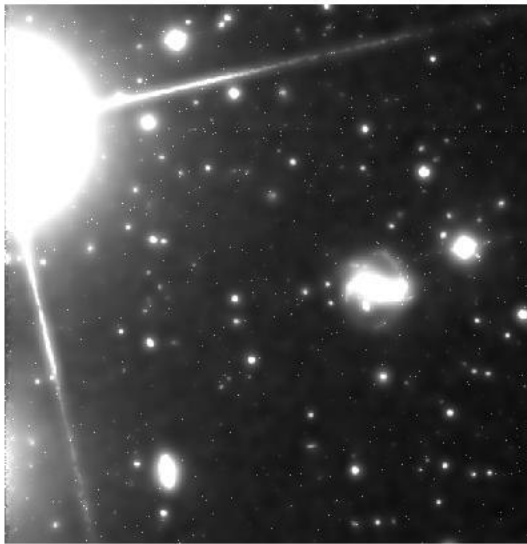


Figura K.4. Filtrado usando 4 niveles de resolución.



ANEXO L. Supresión de ruido mediante descomposición y reconstrucción con transformadas wavelet en la imagen “Galaxia de canto”

Figura L.1. Imagen original

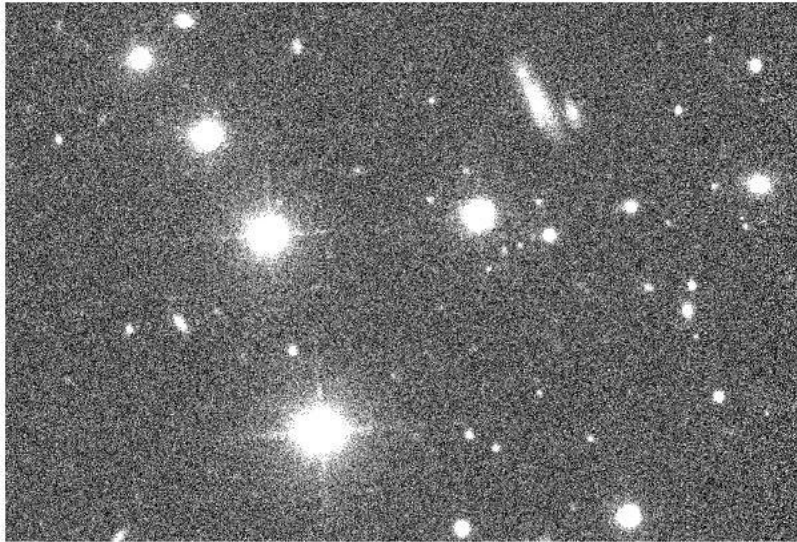


Figura L.2. Filtrado usando 2 niveles de resolución.

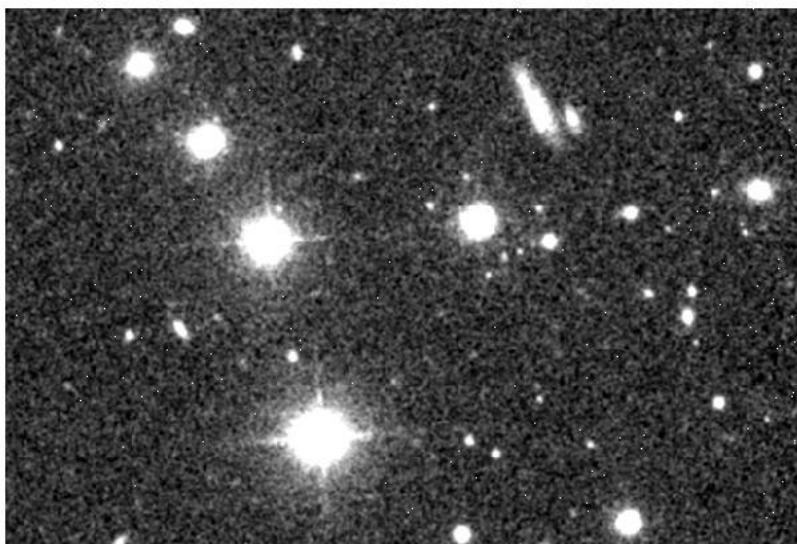


Figura L.3. Filtrado usando 3 niveles de resolución.

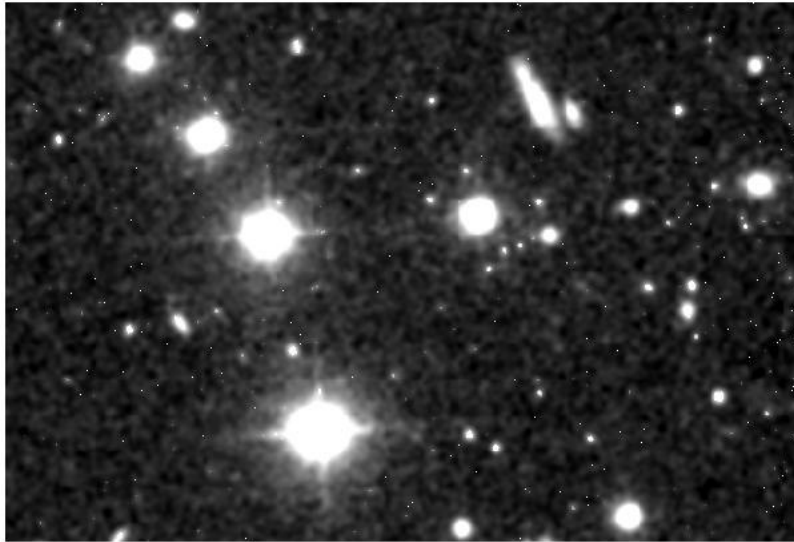


Figura L.4. Filtrado usando 4 niveles de resolución.

