

**DISEÑO Y ANÁLISIS DE LA ATRACCIÓN ACUÁTICA
“TORBELLINO DE TAZMANIA” PARA EL PARQUE ACUALAGO S.A.**

**CARLOS JULIO CÁCERES JAIMES
TANIA LIXETH MARÍN MEJÍA**



**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA
2012**

**DISEÑO Y ANÁLISIS DE LA ATRACCIÓN ACUÁTICA
“TORBELLINO DE TAZMANIA” PARA EL PARQUE ACUALAGO**

**CARLOS JULIO CÁCERES JAIMES
TANIA LIXETH MARÍN MEJÍA**

Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero Mecánico

**Director
NÉSTOR RAÚL DCROZ
Ingeniero Mecánico**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO – MECÁNICAS
ESCUELA DE INGENIERÍA MECÁNICA
BUCARAMANGA**

2012

***Este trabajo de grado lo dedico:
A Dios, por tocar mi hombro,
A mi madre por el don de la vida y su lucha diaria,
A mis hermanos por enseñarme a tener paciencia,
A mis amigos por acompañarme en el camino,
Y a quienes estuvieron conmigo durante todo este proceso.***

TANIA MARÍN

***Este trabajo de grado lo dedico:
A Dios por definir mi trayecto.
A mis padres por sustentar mis pies.
A mis maestros por guiar mis pasos.
A mis verdaderos amigos por acompañarme en el camino.***

CARLOS CÁCERES

AGRADECIMIENTOS

Al equipo de trabajo de La Corporación Para La Promoción De La Recreación Y La Correcta Utilización del Tiempo Libre, en su Proyecto Parque Acualago, junta directiva, ingenieros, y operarios por su valiosa orientación.

A Néstor Raúl Dcroz, ingeniero mecánico, director del proyecto y gran amigo, por su apoyo, dirección y compromiso con el desarrollo de la ingeniería en Santander.

A Expedito Lozano, Ingeniero Mecánico y docente, por sus consejos acertados y su colaboración.

A Javier Rúgeles, Ingeniero Mecánico por la gran ayuda en el presente trabajo.

A Alfonso García, Ingeniero Mecánico y Director de la Escuela de Ingeniería Mecánica, por el conocimiento que nos brindó y sus consejos.

A Cesar Riberos, Ingeniero Mecánico y docente, por el apoyo brindado y consejos.

A todas las personas que de una u otra forma estuvieron presentes en el desarrollo de éste proyecto.

CONTENIDO

	Pág.
INTRODUCCIÓN	24
1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	25
2. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO	26
2.1 OBJETIVO GENERAL	26
2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	26
3. DESCRIPCIÓN DEL TOBOGÁN.	28
4. MARCO TEÓRICO	31
4.1 TIPOS DE TOBOGANES Y ATRACCIONES ACUÁTICAS	31
4.2 LEYES DE NEWTON	38
4.2.1 Primera Ley de Newton	38
4.2.2 Segunda Ley de Newton	38
4.2.3 Tercera Ley de Newton	39
4.3 FLUJO EN CANALES ABIERTOS	40
4.4 MATERIALES DE CONSTRUCCIÓN	42
4.4.1 Plásticos reforzados con fibra de vidrio (PRFV)	42
4.4.2 Resinas	43
4.5 PROCESO DE FABRICACIÓN	46
5. REGLAMENTACIONES PARA EL DISEÑO	48
5.1 CRITERIOS ESTABLECIDOS EN LA NORMA ASTM F2376-08	48
5.2 CONDICIONES DE OPERACIÓN	49
5.3 DIMENSIONES ESTIMADAS	50

6. CÁLCULOS Y DISEÑO DEL TOBOGÁN	53
6.1 PARÁMETROS DE DISEÑO.	53
6.1.1 Carga a deslizar:	53
6.1.2 Flotador:	53
6.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LAS SECCIONES DEL TOBOGÁN.	55
6.2.1 Análiscinemático de la sección de entrada:	55
6.2.1.1 Análiscinemático de Tramo 1 (Tramo recto inicial):	56
6.2.1.2 Análiscinemático del Tramo 2 (Tramo curvo intermedio)	64
6.2.1.3 Análiscinemático del Tramo 3 (Tramo recto final).	75
6.2.1.4 Análiscinemático hidráulico al fluido.	78
6.2.2 Análiscinemático de la sección tazón	86
6.2.3 Análiscinemático del canal de frenado	96
6.3 CÁLCULO DE CARGAS	99
6.3.1 Cargas	99
6.3.2 Cargas Operacionales	102
6.3.3 Cálculo de cargas adicionales	111
6.4 ANÁLISIS DE RESISTENCIA	113
6.4.1 Cálculo del espesor de las secciones del tobogán	113
6.4.2 Cálculo de juntas entre secciones por análisis de resistencia	118
6.4.3 Análiscinemático de la sección transversal	123
6.4.4 Cálculo de juntas	127
6.4.5 Diseño de los apoyos	133
6.4.5.1 Apoyos de la sección del tobogán de entrada.	133
6.4.5.2 Apoyos de la sección tazón.	141
6.5 SELECCIÓN DE ELEMENTOS HIDRÁULICOS	143
6.5.1 Capacidad del tanque de almacenamiento (tanque de succión):	143
6.5.2 Tubería de impulsión:	144
6.5.3 Selección de la bomba de impulsión	145
6.5.4 Selección del sistema de filtrado	156
6.5.4.1 Filtro.	156

6.5.4.2 Bomba de filtrado:	159
6.6 ANÁLISIS MEDIANTE EL PROGRAMA FLUENT DE ANSYS	167
7. CONCLUSIONES	173
8. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES	175
BIBLIOGRAFÍA	176
ANEXOS	178

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1. Diseño conceptual del tobogán Torbellino	30
Figura 2. Tobogán tipo tubo.	31
Figura 3. Tobogán de varias pendientes.	32
Figura 4. Tobogán de canaleta.	32
Figura 5. Entrada a tobogán para lanzamiento individual.	33
Figura 6. Tobogán tipo tazón individual	33
Figura 7. Vista superior de tobogán tipo tazón.	34
Figura 8. Tobogán para 4 usuarios	34
Figura 9. Geometría especial para tobogán multiusuario.	35
Figura 10. Fotografía en perspectiva de tobogán multiusuario	35
Figura 11. Recorrido de usuarios dentro del tobogán multiusuario	36
Figura 12. Torre de acceso a tobogán.	36
Figura 13. Canal de frenado	37
Figura 14. Piscina de caída para el tobogán tipo tazón individual.	37
Figura 15. Principio de acción y reacción	39
Figura 16. Moldeo por centrifugado.	47
Figura 17. Dimensiones principales del tobogán.	51
Figura18. Flotador Doble Familiar Para Parques Acuáticos de 48" (1,22 m).	49
Figura 19. Vista isométrica tobogán de entrada.	55
Figura 20. Valores desarrollados por la aceleración.	57
Figura 21. Dimensiones tobogán de acceso	57
Figura 22. Modelamiento del tramo recto del tobogán de entrada.	58
Figura 23. Sistema de ecuaciones del tramo recto en EES.	59
Figura 24. Resultados de la parametrización en EES.	60
Figura 25. Parametrización de la capa de fluido requerida.	63

Figura 26. Geometría del tramo 2 (Curvo)	64
Figura 27. Vista normal al recorrido angular	65
Figura 28. Vista frontal del recorrido angular	66
Figura 29. Vista lateral del recorrido angular	67
Figura 30. Diagrama de fuerzas en el tramo curvo del tobogán de entrada.	68
Figura 31. Solución del sistema de ecuaciones del tercer tramo recto:	77
Figura 32. Modelo matemático aplicado.	79
Figura 33. Cilindro equivalente a las condiciones de deslizamiento del flotador	80
Figura 34. Dimensiones en el deslizamiento	80
Figura 35. Espesores de fluido bajo la acción del flotador (Grafico excedido)	84
Figura 36. Sección transversal del fluido sin perturbar.	85
Figura 37. Trayecto en el segmento tazón	86
Figura 38. Espiral de Arquímedes	87
Figura 39. Ángulo de entrada al tazón.	88
Figura 40. Trayectoria de movimiento en el tazón.	89
Figura 41. Regresión no lineal seleccionada.	90
Figura 42. Diagrama de fuerzas en coordenadas radial - transversal	87
Figura 43. Comportamiento cinemático de los cuerpos por tiempo y desplazamiento angular en la sección tazón.	95
Figura 44. Canal de frenado regular.	96
Figura 45. Modelamiento del canal de frenado.	97
Figura 46. Iteración del sistema de ecuaciones del canal de frenado.	98
Figura 47. Carga de agua máxima en la sección del tazón	104
Figura 48. Apoyo del canal de frenado	105
Figura 49. Estructura del canal de frenado	105
Figura 50. Carta de velocidad de viento en Colombia	107
Figura 51. Inclinación promedio del tobogán de entrada	110
Figura 52. Combinación de cargas las secciones rectas del tobogán de entrada	112
Figura 53. Combinación de cargas en el tramo curvo	112
Figura 54. Perímetro abarcado por el flotador.	116

Figura 55. Juntas entre secciones del tobogán de entrada.	118
Figura 56. Pieza de anclaje a las columnas del tobogán de entrada	118
Figura 57. Cargas aplicadas en el plano vertical.	120
Figura 58. Diagramas de Flexión	122
Figura 59. Sección transversal	123
Figura 60. Parte de la sección transversal a analizar.	124
Figura 61. Distribución de pernos en la sección transversal	128
Figura 62. Acción de momentos flectores sobre los pernos	129
Figura 63. Detalle del acople tipo brida	131
Figura 64. Soporte de la sección del tobogán de entrada	134
Figura 65. Dimensionamiento del apoyo de la sección del tobogán de entrada	135
Figura 66. Soporte de apoyo de las secciones curvas.	136
Figura 67. Análisis de Esfuerzos en Cosmos Works	136
Figura 68. Análisis de deformaciones en Cosmos Works	137
Figura 69. Forma de apoyo de las secciones de entrada	138
Figura 70. Detalle de la unión	138
Figura 71. Distribución de columnas	140
Figura 72. Apoyos de la sección tazón	141
Figura 73. Detalle de las pestañas de unión	142
Figura 74. Diseño del apoyo de la sección tazón	142
Figura 75. Dimensiones del apoyo de la sección tazón	143
Figura 76. Longitud de tubería de descarga	145
Figura 77. Diagrama de Moody	149
Figura 78. Diagrama de pre-selección de equipo de bombeo	151
Figura 79. Curva de comportamiento de la bomba.	151
Figura 80. Punto de diseño hidráulico	152
Figura 81. Elementos en la succión	153
Figura 82. Altura neta de succión positiva para la Bomba seleccionada	155
Figura 83. Bomba Armstrong serie 4280	156
Figura 84. Curva característica de caída de presión en el filtro.	158

Figura 85. Filtro seleccionado PENTAIR serie FNS	159
Figura 86. Dimensionamiento de la tubería de filtrado	161
Figura 87. Diagrama de Moody.	163
Figura 88. Curvas de comportamiento y eficiencia de la bomba.	165
Figura 89. Bomba de filtrado seleccionada SILEN	166
Figura 90. Arreglo de elementos en el cuarto de máquinas	167
Figura 91. Geometría general del tobogán de entrada	168
Figura 92. Diseño del tobogán de entrada en SOLIDWORKS	169
Figura 93. Traslado de la geometría al programa ANSYS	169
Figura 94. Enmallado de la geometría del tobogán de entrada	170
Figura 95. Parámetros introducidos en FLUENT	171
Figura 96. Perfil de velocidades en el tobogán de entrada	172

LISTA DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1. Dimensiones preliminares para el diseño	52
Tabla 2. Dimensiones del tramo 1	56
Tabla 3. Dimensiones del tramo 2(curvo)	65
Tabla 4. Fuerzas presentes en el tramo 2 (curvo)	67
Tabla 5. Dimensiones del tramo 3 (Recto)	76
Tabla 6. Numero de secciones del tobogán de entrada	78
Tabla 7. Condiciones geométricas y cinemáticas iniciales en el tazón	82
Tabla 8. Resultados del análisis cinemático experimental	90
Tabla 9. Parámetros cinemáticos en el punto de salida del tazón	96
Tabla 10. Valores de cargas muertas para diferentes materiales	101
Tabla 11. Peso y volumen de las secciones del tobogán	102
Tabla 12. Coeficiente de presión del viento	108
Tabla 13. Presión dinámica del viento	109
Tabla 14. Coeficiente de variación de la densidad del aire	109
Tabla 15. Cargas adicionales del tobogán por sección	111
Tabla 16. Diámetros nominales para tubería en resina de poliéster	114
Tabla 17. Numero de pernos según ecuaciones	132
Tabla 18. Resistencias mínimas del Acero 1020	133
Tabla 19. Numero de pernos según ecuaciones de esfuerzo	139
Tabla 20. Dimensiones de columnas	141
Tabla 21. Pérdida de carga para tubería PVC RDE 21	147
Tabla 22. Especificaciones de la bomba del sistema de impulsión	152
Tabla 23. Filtros para piscina disponibles	158
Tabla 24. Especificaciones de la bomba de filtrado	166

LISTA DE ANEXOS

	Pág.
ANEXO A. PLANOS DEL TOBOGÁN	179

GLOSARIO

ANTROPOMETRÍA: Ciencia que estudia las medidas del cuerpo humano, con el fin de establecer diferencias entre individuos, grupos, razas, etc.

APLASTAMIENTO: Disminución del grosor de algo como consecuencia de haberlo comprimido o golpeado hasta deformarlo o destruirlo.

CATALIZADORES: Sustancia que altera la velocidad de una reacción química, acelerándola o retrasándola, pudiendo recuperarse sin cambios esenciales en su forma o composición al final de la reacción

CENTROIDE: Es un punto que define el centro geométrico de un cuerpo. Su localización puede determinarse a partir de fórmulas semejantes a las utilizadas para determinar el centro de gravedad o el centro de masa del cuerpo, el centroide permite encontrar el punto en el que se concentran las fuerzas que actúan sobre el.

CINEMÁTICA: Estudia el movimiento de los cuerpos, sin interesarse por las causas que originan dicho movimiento. Los parámetros que definen la cinemática son principalmente tres, posición, velocidad y aceleración.

CINÉTICA: Estudia las fuerzas que producen el movimiento de los cuerpos.

DEFORMACIÓN: Es el alargamiento de las fibras del material debido a la aplicación de carga.

DENSIDAD: Es una medida de cuanta materia hay en un volumen determinado.

ESFUERZO: Es la relación entre la carga aplicada y el área de la sección transversal, sobre la cual se aplica la carga.

ESFUERZO NORMAL: Es el esfuerzo interno de un material que viene dado por la resultante de tensiones normales (σ), es decir, perpendiculares, al área para la cual se pretende determinar el esfuerzo normal.

ESFUERZO CORTANTE: Esfuerzo que viene dado por la resultante de tensiones tangenciales por unidad de área.

FIBRA DE VIDRIO: Material fibroso obtenido al hacer fluir vidrio fundido a través de una pieza de agujeros muy finos, al solidificarse tiene suficiente flexibilidad para ser usado como fibra.

INERCIA: Propiedad que los cuerpos pueden obtener para mantener un estado, ya sea en reposo o en movimiento uniforme, es decir, la inercia es la resistencia que opone un cuerpo al modificar su estado de reposo o movimiento.

LÍMITE DE FLUENCIA: Es el punto en que se produce una deformación en el material sin aumento de la fuerza aplicada.

MÓDULO DE ELASTICIDAD (E): Ó Modulo de Young, es la relación entre la tensión unitaria y la deformación unitaria, cómo la deformación unitaria (E) es un número abstracto, y tiene las mismas unidades que la presión [Kg/cm^2].

MÓDULO DE POISSON: Relación entre la deformación lateral y la correspondiente deformación longitudinal, en un cuerpo elástico sometido a un esfuerzo longitudinal.

PRESIÓN: Magnitud escalar, que mide la fuerza en dirección perpendicular por unidad de superficie, caracteriza como se aplica una determinada fuerza resultante sobre una superficie.

PRESIÓN DINÁMICA: Cuando los fluidos se mueven en un conducto, la inercia del movimiento produce un incremento adicional de la presión estática al chocar sobre un área perpendicular al movimiento, esta fuerza se produce por la acción de la presión conocida como dinámica. La presión dinámica depende de la velocidad y la densidad del fluido.

RESISTENCIA A LA FLUENCIA: Estado de un material en el cual la deformación comienza a crecer rápidamente sin que haya un incremento correspondiente en el esfuerzo.

RESISTENCIA A LA TENSIÓN: Capacidad de un material para resistir esfuerzos de estiramiento hasta que se rebasa su límite de deformación elástica, punto donde se deforma permanentemente o se rompe.

ROZAMIENTO: Fuerza que se produce entre dos superficies en contacto, y que se opone al resbalamiento de un cuerpo sobre otro.

VISCOSIDAD: Propiedad de un fluido que tiende a oponerse a su flujo cuando se le aplica una fuerza.

RESUMEN

TITULO: DISEÑO DE LA ATRACCIÓN ACUÁTICA “TORBELLINO DE TAZMANIA” PARA EL PARQUE ACUALAGO*

AUTORES: TANIA LIXETH MARÍN MEJÍA**
CARLOS JULIO CÁCERES JAIMES**

PALABRAS CLAVES: Atracciones acuáticas, sistemas hidrodinámicos, seguridad recreativa.

CONTENIDO:

En la región santandereana y más específicamente Bucaramanga y su área metropolitana, dada la necesidad de un sano esparcimiento de los habitantes, se desarrolla el proyecto Parque Acuático Aqualago, teniendo en cuenta la misión social que tiene la UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER en generar apoyo y aportar desde los proyectos de grado realizados por estudiantes a este tipo de obras de ingeniería, surge la idea de diseñar una atracción acuática tipo tobogán cerrado, con la debida seguridad para los usuarios acorde a las leyes y normas establecidas en este tipo de iniciativas.

Inicialmente se realizó la selección del tipo de tobogán a diseñar, donde se tuvieron en cuenta los diferentes tipos de atracciones en otros parques acuáticos alrededor del mundo, igualmente se analizaron los parámetros propios del recorrido, como sus pendientes, capacidad de transporte, maquinaria necesaria para su correcto funcionamiento y dimensiones generales.

Durante el desarrollo del proyecto se realizaron análisis dinámicos, estructurales, y cálculos de selección de maquinaria hidráulica, acordes a lo especificado en la normativa ASTM 2376-08 y reglamentaciones nacionales para atracciones acuáticas. Adicionalmente se aumentó la confiabilidad del diseño mediante el modelamiento en un programa computacional de movimiento de fluidos y se plasmaron los planos de montaje de la atracción.

* Proyecto de grado

**Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica. Director Ing. Nestor Raul Dcroz

SUMMARY

TITLE: DESIGN OF THE WATER ATTRACTION "WHIRLWIND OF TAZMANIA" TO THE PARK ACUALAGO*.

AUTHOR: TANIA LIXETH MARIN MEJIA*
CARLOS JULIO CACERES JAIMES**

KEYWORDS: Water rides, hydrodynamic systems, recreational safety.

CONTENT:

In the region and more specifically in Bucaramanga and its metropolitan area, given the need of wholesome recreation for the inhabitants, is developing the project Acualago Water Park, taking into account the social mission that has the Santander Industrial University in generating support and provide for projects conducted by students in their grade projects on this type of engineering work, the idea of designing a water attraction from the type closed slide, with the appropriate security to users in according to the laws and international rules in such initiatives.

Initially performed a selection of the type of slide design, which took into account the different types of attractions in other water parks around the world, also analyzed the parameters of the users tour, and their necessary machinery to fluid transport to proper operation and overall dimensions.

During development of the project the authors made different dynamic analyzes, mechanical structural calculations and correct selection of hydraulic machinery, in line with the rules specified in ASTM 2376-08 and national regulations for water amusement rides. Additionally, is made an increasing of the reliability from the design by a computer program which modeling the fluid movement and drew after the assembly drawings of attraction.

*Work degree

** Faculty of Physical and mechanical engineering. School of Mechanical Engineering. Director Ing. Nestor Raul Dcroz

INTRODUCCIÓN

Este libro representa solo el resumen del proceso de diseño y análisis de una atracción acuática llamada “Torbellino de Tazmania” para el parque ACUALAGO.

Para llevar a cabo el objetivo del proyecto, nos basamos principalmente en la reglamentación existente para este tipo de atracción, determinando así los parámetros principales para empezar a plasmar un diseño base.

Luego haber determinado nuestro diseño como tal pasamos a seleccionar los componentes y accesorios que intervienen en todo el diseño con base en los requerimientos hallados y con base en las recomendaciones hechas en los catálogos de los fabricantes, la documentación técnica y la asesoría del director del proyecto, con el fin de garantizar confiabilidad en el diseño.

El desarrollo de este proyecto nos permitió poner en práctica y aplicar los conocimientos adquiridos durante todo el ciclo de formación de Ingeniería Mecánica, así como el aprendizaje de nuevos conceptos y la adquisición de experiencia en el ámbito de desarrollo de proyectos.

1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Buscando maximizar el potencial recreacional en Bucaramanga y sus alrededores se desarrolló un proyecto que integra a toda la comunidad local y que se ejecuta con el nombre de PARQUE ACUALAGO, el cual establece dentro de sus alcances la instalación y puesta en marcha de ciertas atracciones acuáticas, las cuales fueron importadas desde Canadá, Estados Unidos, y España.

Al observar la magnitud del proyecto y que la totalidad de sus atracciones fueron importadas decidimos entrar a hacer parte de este aportando nuestros conocimientos con el diseño y mejoramiento de una de estas atracciones conocida como TORBELLINO DE TAZMANIA cumpliendo con todos los parámetros que esta conlleva, y de esta manera tener participación activa liderando procesos de cambio por el progreso y mejor calidad de vida de la comunidad.

2. OBJETIVOS DEL TRABAJO DE GRADO

2.1 OBJETIVO GENERAL

Incidir directa y positivamente sobre el deber institucional propio de la UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER en colaborar estrechamente con los sectores público y privado del ámbito local, en el constante desarrollo de los procesos sociales y de sano esparcimiento, mediante el diseño de una atracción acuática “TORBELLINO” para el parque recreativo ACUALAGO S.A. En pro de un mejor posicionamiento de la región y de los profesionales del medio.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Diseñar y analizar la atracción acuática llamada TORBELLINO, la cual contara con las siguientes especificaciones:
 - Capacidad para 50 recorridos por hora, en cada recorrido se trasladaran dos ocupantes en flotadores de 1,2 metros de longitud por 0,7 metros de ancho.
 - Un tobogán de entrada de aproximadamente 1.5 metros de diámetro y con un recorrido de 20 metros en trayectoria curvilínea, con una pendiente descendente del 30%, al cual se accederá desde una torre de 8 metros de altura con respecto al nivel del suelo.
 - Una estructura tipo tazón, con su base en pendiente de 10% en desnivel dirigida hacia su centro geométrico, de aproximadamente 9 metros de

diámetro y 3.5 metros de alto, con un acceso central que comunica a la canaleta de frenado de 1.5 metros de alto y 2 metros de ancho.

- Un canal de frenado de 2 metros de ancho, 10 metros de recorrido y una pendiente descendente del 12%.
- Una estructura de hormigón armado en forma de postes prefabricados que soportara el TORBELLINO.

3. DESCRIPCIÓN DEL TOBOGÁN.

- Una bomba centrífuga con capacidad de impulsar 750 galones por minuto, junto con su respectiva válvula de seguridad, válvula selectora de 6 posiciones (Filtrado, lavado, enjuague, desagüe, recirculación y cerrado), y un sistema de liberación de vacío para detenciones en caso de emergencia.
- Un sistema de distribución de agua, conformado por tubería no contaminante y 9 boquillas dispuestas en todo el sistema, filtros de arena silíceas con capacidad de filtrado de 50 galones por minuto y un tanque depósito con capacidad de almacenamiento de 10 metros cúbicos.
- El diseño estará fundamentado en las normas técnicas: ASTM F23706 Prácticas estándar para la clasificación, diseño, manufactura, construcción y operación de sistemas de deslizamiento acuáticos, ASTM F2291: Prácticas estándar para el diseño de juegos y dispositivos de montura, junto con las reglamentaciones de seguridad Colombianas enmarcadas en la ley 1225 de 2008 que rige el funcionamiento y operación de los parques de diversiones, acuáticos, atracciones o dispositivos de entretenimiento, y la ley 1209 de 2008 que establece Normas de seguridad en piscina.
- Integrar los conocimientos adquiridos en el área de la mecánica de fluidos y el diseño estructural de una manera práctica en una aplicación que contenga los sistemas necesarios para la correcta operación de la atracción TORBELLINO.
- Proponer el diseño de la atracción “TORBELLINO” a los sectores involucrados en la creación del parque recreativo ACUALAGO S.A. la ejecución, construcción y puesta en marcha de la misma.

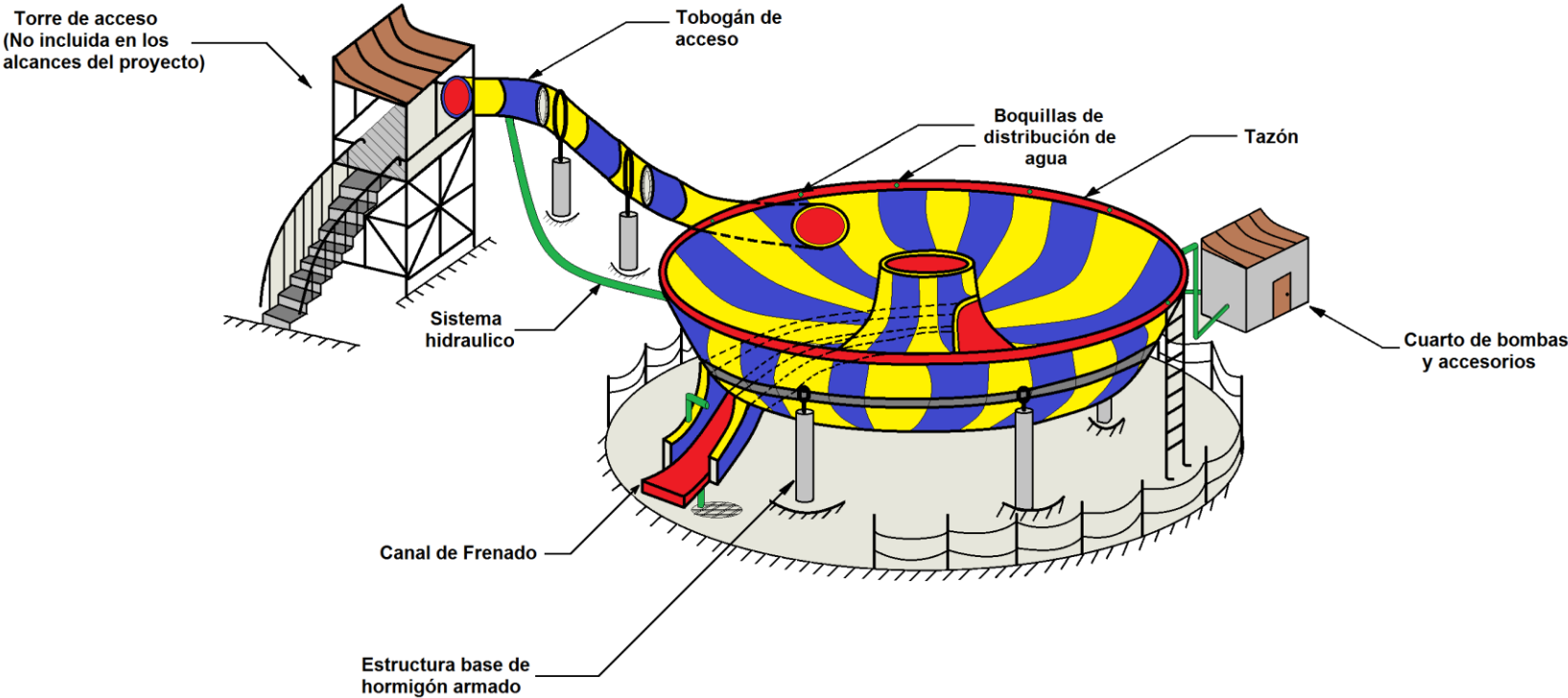
El tobogán está diseñado para dos personas por recorrido desplazadas por medio de un flotador, el diseño se encuentra dividido en tres partes indicadas de la siguiente manera: Sección de tobogán de entrada, sección de tazón y por último el canal de frenado (Figura 1).

A demás para su debida operación, el tobogán cuenta con un sistema hidráulico con sus respectivos elementos y accesorios, y con una estructura firme que lo soporta elaborada con acero y hormigón.

La torre de lanzamiento del tobogán, que no se encuentra en los alcances del proyecto, tiene una altura de 12 metros.

Figura 1. Diseño conceptual del tobogán Torbellino

GRAFICO DE ESPECIFICACIONES TORBELLINO



Nota: El tobogán de acceso, el tazón y el canal de frenado son especificados como materiales en fibra de vidrio.

4. MARCO TEÓRICO

4.1 TIPOS DE TOBOGANES Y ATRACCIONES ACUÁTICAS

Un tobogán es una construcción de carácter recreativo, consiste en una rampa deslizante elevada en su parte posterior por una escalera que permite el ascenso a la parte superior para proceder al deslizamiento sobre la superficie. Se considera como la parte central de la diversión en los parques acuáticos modernos, sobre su superficie corre una película de agua que favorece el deslizamiento.

Actualmente se encuentran toboganes acuáticos de muchos tipos y formas, por mencionar algunas:

- Tobogán tipo tubo: Consiste en una estructura circular cerrada de plástico y describe curvas usuarios que pueden ser más o menos cerradas a través de las cuales se deslizan los usuarios como se muestra en la figura 2.

Figura 2. Tobogán tipo tubo.



Fuente: <http://www.elalmanaque.com>

- Tobogán de varias pendientes: Tobogán donde la superficie de deslizamiento presenta dos o más pendientes es el caso de la figura 3.

Figura 3. Tobogán de varias pendientes.



Fuente: <http://homepage.mac.com>

- Tobogán de canaleta. Normalmente de fibra de vidrio con curvas y giros, aunque los hay rectos, que son los más arriesgados como el tipo "*kamikaze*" de la figura 4.

Figura 4. Tobogán de canaleta.



Fuente: <http://www.doformas.com/tobogan-kamikazes.html>

- Toboganes para un usuario: Toboganes de tipo individual, de variadas formas para el recorrido.

Figura 5. Entrada a tobogán para lanzamiento individual.



Fuente: <http://www.rapidswaterpark.com/html/superbowls.html>

Figura 6. Tobogán tipo tazón individual



Fuente: <http://www.rapidswaterpark.com/html/superbowls.html>

Figura 7. Vista superior de tobogán tipo tazón.



Fuente: <http://www.rapidswaterpark.com/html/superbowls.html>

- Toboganes multiusuario: Tobogán donde dos o más bañistas se deslizan sobre un flotador de geometría especial, normalmente las dimensiones de estos toboganes son mayores en comparación con otros, la figura 8 muestra un tobogán para 4 usuarios.

Figura 8. Tobogán para 4 usuarios



Fuente: http://www.rapidswaterpark.com/html/black_thunder.html

Figura 9. Geometría especial para tobogán multiusuario.



Fuente: http://www.rapidswaterpark.com/html/black_thunder.html

Figura 10. Fotografía en perspectiva de tobogán multiusuario



Fuente: http://www.rapidswaterpark.com/html/black_thunder.html

Figura 11. Recorrido de usuarios dentro del tobogán multiusuario



Fuente: http://www.rapidswaterpark.com/html/big_thunder.html

Además de las superficies de deslizamiento y el cuerpo del tobogán sus componentes pueden variar de acuerdo al uso que se le dé, pero básicamente en consta de:

- Torre de Acceso: Sirve para que los usuarios puedan llegar a la zona de lanzamiento, puede ser metálica, de hormigón, o usando alturas geográficas del terreno, muy similares a la figura 12.

Figura 12. Torre de acceso a tobogán.



Fuente: <http://www.absolutaustralia.com/page/202>

- Canal o piscina exclusiva de frenado: Se debe considerar una piscina exclusiva para el final del recorrido de los bañistas. Aunque es habitual que se lo ubique en piscinas existentes con las debidas normas de seguridad.

Figura 13. Canal de frenado



Fuente: http://www.rapidswaterpark.com/html/pirates_plunge.html

Figura 14. Piscina de caída para el tobogán tipo tazón individual.



Fuente: <http://www.rapidswaterpark.com/html/superbowls.html>

- Equipo Mecánico: Lo conforman las bombas y filtros independientes del sistema de recirculación de las piscinas para lubricar el recorrido del agua por el Tobogán.

4.2 LEYES DE NEWTON

4.2.1 Primera Ley de Newton

Un cuerpo no puede cambiar por sí solo su estado inicial, ya sea en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme, a menos que se aplique una fuerza o una serie de fuerzas cuyo resultante no sea nulo sobre él. Además Newton toma en cuenta, el que los cuerpos en movimiento están sometidos constantemente a fuerzas de roce o fricción, que los frena de forma progresiva.

En consecuencia, un cuerpo con movimiento rectilíneo uniforme implica que no existe ninguna fuerza externa neta o, dicho de otra forma, un objeto en movimiento no se detiene de forma natural si no se aplica una fuerza sobre él. En el caso de los cuerpos en reposo, se entiende que su velocidad es cero, por lo que si esta cambia es porque sobre ese cuerpo se ha ejercido una fuerza neta.

“Todo cuerpo permanece en su estado de reposo, o de movimiento uniforme en línea recta, excepto si sobre él actúan fuerzas”.

4.2.2 Segunda Ley de Newton

Si se esta en un marco inercial de referencia y sobre un cuerpo puntual o partícula no actúa fuerza neta, el cuerpo se moverá con v constante. Tal es, pues, la ley de inercia. Y entonces, si sobre el cuerpo actúan fuerzas, su velocidad cambiará, habrá una aceleración. La segunda ley de Newton del movimiento establece la relación entre la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo y su aceleración, introduciendo el concepto de masa inercial del cuerpo.

Enunciemos la ley de una manera que, si bien no es la original del propio Newton, es equivalente a ella.

Si escribimos ΣF como la suma vectorial de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo y m como la masa inercial, que llamaremos simplemente masa, la segunda ley se escribe, $\Sigma F = m \cdot a$ respecto a un marco inercial de referencia.

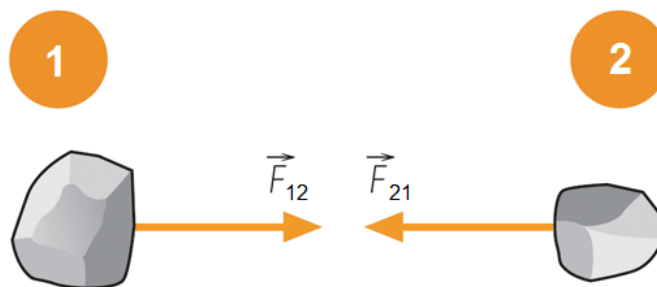
Para modificarla velocidad de un cuerpo es necesario ejercer una fuerza sobre ellos. Esa propiedad es la que se conoce como la inercia de los cuerpos. Para producir el mismo cambio en su velocidad, es decir la misma aceleración, en dos cuerpos diferentes, las fuerzas que hay que ejercer sobre ellos son diferentes, debido a que tienen masas inerciales diferentes.

Este caso lo representan dos bloques de igual tamaño, que vienen deslizando por una superficie lisa con la misma velocidad, uno de madera y el otro de acero. Las fuerzas necesarias para detener en el mismo tiempo los bloques, son muy diferentes, pues el bloque de acero tiene una masa mucho mayor que el de madera. La relación cuantitativa precisa la proporciona la segunda ley de Newton.

4.2.3 Tercera Ley de Newton

La tercera ley expresa que si un cuerpo ejerce una fuerza sobre otro, este último ejerce sobre el primero una fuerza de igual magnitud y dirección contraria. Sean los cuerpos puntuales 1 y 2.

Figura 15. Principio de acción y reacción



Fuente: Autor

Llamando a:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F_{12}} &= \text{Fuerza sobre el cuerpo 1} \\ &\text{Fuerza hecha por el cuerpo 2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{F_{21}} &= \text{Fuerza sobre el cuerpo 2} \\ &\text{Fuerza hecha por el cuerpo 1}\end{aligned}$$

La tercera ley afirma que:

$$\overrightarrow{F_{12}} = -\overrightarrow{F_{21}}$$

Los cuerpos al entrar en contacto, producen fuerzas situadas sobre la misma recta, que siempre se presentan en pares de igual magnitud y de dirección, pero con sentido opuesto.

4.3 FLUJO EN CANALES ABIERTOS

Un canal abierto es un sistema que se encuentra en contacto con la atmósfera, también se dan en medios naturales como: un río, un arroyo, inundaciones y en medios artificiales o los creados por el hombre como: canaletas, alcantarillas y vertederos. También se expresa que un canal abierto es un conducto por el que se desliza un líquido mediante una fuerza de gravedad ejercida sobre la masa del líquido o fluido, donde la velocidad en la superficie va ser cero y si existe un flujo secundario entonces la velocidad mayor se da en el centro esto es por sus condiciones de no deslizamiento.

CLASES DE CANALES ABIERTOS

Los canales naturales influyen todos los tipos de agua que existen de manera natural en la tierra, lo cuales varían en tamaño desde pequeños arroyuelos en zonas montañosas hasta quebradas, arroyos, ríos pequeños y grandes, y estuarios de mareas. Las corrientes subterráneas que transportan agua con una superficie libre también son consideradas como canales abiertos naturales.

Las propiedades hidráulicas de un canal natural por lo general son muy irregulares. En algunos casos pueden hacerse suposiciones empíricas razonablemente consistentes en las observaciones y experiencias reales, de tal modo que las condiciones de flujo en estos canales se vuelvan manejables mediante tratamiento analítico de la hidráulica teórica.

Los canales artificiales son aquellos construidos o desarrollados mediante el esfuerzo humano: canales de navegación, canales de centrales hidroeléctricas, canales y canaletas de irrigación, cunetas de drenaje, vertederos, canales de desborde, canaletas de madera, cunetas a lo largo de carreteras etc..., así como canales de modelos de laboratorio con propósitos experimentales las propiedades hidráulicas de estos canales pueden ser controladas hasta un nivel deseado o diseñadas para cumplir unos requisitos determinados.

La aplicación de las teorías hidráulicas a canales artificiales producen, por tanto, resultados bastantes similares a las condiciones reales y, por consiguiente, son razonablemente exactos para propósitos prácticos de diseños.

4.4 MATERIALES DE CONSTRUCCIÓN

El material del que se construye la totalidad del tobogán es el poliéster reforzado con fibra de vidrio, que tiene por función soportar las cargas a las que está sometido, además de este compuesto, las superficies se recubren con resinas termoestables, que brindan una protección extra a contra los agentes abrasivos del medio ambiente que ocasionan desgastes.

4.4.1 Plásticos reforzados con fibra de vidrio (PRFV)

El plástico reforzado con fibra de vidrio es un material compuesto, que consiste en una combinación básicamente de dos elementos principales como las resinas y los refuerzos fibrosos, completados generalmente con múltiples aditivos, independientemente cada uno con propiedades y características que las hacen útiles para algunas aplicaciones y poco recomendable para otras.

El material de refuerzo fibrosos normalmente empleado es la fibra de vidrio, que se presenta en diferentes formas, tales como hilos cortos o largos, alineados en una o dos direcciones o aun en forma aleatoria, siendo su distribución y tamaño los aspectos que en gran parte determinan la resistencia y las condiciones mecánicas del compuesto. Además, existe suficiente evidencia experimental que confirma como la adherencia resina-fibra juega también un papel muy importante sobre las propiedades del material compuesto.

Aunque los componentes principales del compuesto PRFV los constituyen la resina y el refuerzo de fibra de vidrio, usualmente se incluyen otros elementos tales como los promotores o acelerantes, catalizadores, cargas, flexibilizantes y pigmentos; estos elementos contribuyen a dar las características y propiedades finales del producto como son la resistencia química y al medio ambiente,

estabilidad térmica, propiedades eléctricas, la transparencia, el color y el acabado superficial y otros.

4.4.2 Resinas

De acuerdo al comportamiento de los plásticos (o polímeros) las resinas pueden ser termoplásticas (trabajadas con calor) o termoestables (se degradan con altas temperaturas).

Las resinas termoplásticas se obtienen en estado sólido, en forma de polvos, gránulos o pellets, se ablandan o se funden con el calor y por lo general son moldeadas bajo presión conservando su forma al enfriarse.

En cuanto a las termoestables que son las más comúnmente usadas por su relativa facilidad de manejo y disponibilidad, se presentan en forma de líquidos, su solidificación se lleva a cabo mediante la acción de un agente especial iniciador o catalizador, el cual activa la reacción de polimerización pasando el material por una etapa de gelación para posteriormente solidificar. Es de resaltar que esta reacción es irreversible.

Entre las resinas termoestables más usadas en la industria del plástico reforzado están las de **poliéster** no saturado, las **epóxicas**, **fenólicas**, **siliconas**, **melamínicas** y **furánicas**. Estas, además de integrar el compuesto PRFV cumplen las siguientes funciones:

- Unir las fibras entre sí, dando integridad al material compuesto para soportar las cargas aplicadas.
- Proteger las fibras o refuerzos contra el ataque de los elementos corrosivos y contra la abrasión mecánica.

A continuación se presenta una breve descripción de la resina termoestable de poliéster, ya que es la empleada para el diseño.

- **Resina de poliéster:** Las resinas de poliéster pueden ser divididas en dos clases, las llamadas resinas de poliéster saturado (material termoplástico) tal como el polietileno tereftalato (PET) o “terylene”, y las resinas de poliéster insaturado (materiales termoestables), que pueden ser procesadas sin desprendimiento de calor, mediante la adición de un catalizador o iniciador adecuado.
- **Resina de poliéster saturado:** Se caracterizan por no poseer dobles enlaces en su estructura molecular. Los tipos principales son los poliésteres textiles y los poliésteres plastificantes. Como se mencionó anteriormente este tipo de resina es termoplástica cuya presentación generalmente es en forma de polvos, gránulos o perdigones (Pellets).
- **Poliéster textil:** Se trata de un polímero lineal que tiene la propiedad de formar fibras y entra a reemplazar algunas de las fibras naturales conocidas. Químicamente se denominan polietileno tereftalato y es obtenido a partir de etileno glicol y anhídrido tereftálico. Para su obtención se requiere una infraestructura especial ya que se emplean altas temperaturas y presiones de vacío.
- **Poliéster plastificante:** Es un polímero lineal. Se emplea como plastificante en compuestos vinílicos como el PVC; también se aplica en el campo de los recubrimientos particularmente en la elaboración de barnices especializados.
- **Resina de poliéster insaturado:** Las resinas de poliéster insaturado forman parte del gran volumen de resinas usadas en la elaboración de PRFV, son las más conocidas y mejor empleadas. Se utilizan también en la fabricación de

botones y en menor proporción para la elaboración de mármol sintético y encapsulado.

En su elaboración se utilizan compuestos como ácidos saturados, glicoles, y monómeros cuya función es disminuir la viscosidad de la resina y facilitar su solidificación.

De acuerdo a las características impartidas a los poliésteres por los ácidos y glicoles utilizados se pueden obtener los siguientes tipos de resina poliéster:

- **Poliéster Ortoftálico.** Conocida simplemente como poliéster. Esta resina tiene infinidad de usos en la industria del PRFV, su uso más generalizado está en la elaboración de cabinas para botes, tejas, muebles, elementos decorativos e implementos deportivos, entre otras. Así como también en plantas químicas con ambientes no agresivos y bajas temperaturas.
- **Poliéster Isoftálico.** Este tipo de resina ofrece mayor resistencia a compuestos aromáticos, al petróleo y sus derivados; se usa en la fabricación de elementos para almacenamiento y conducción de estas sustancias, en la elaboración de recipientes para alimentos; debido a que es inerte biológicamente lo cual ofrece la característica de no ser atacados por hongos ni bacterias.
- **Poliéster bisfenólicos.** Son muy estables químicamente. Esta resina se obtiene a partir del Bisfenol A modificado y del neopentilglicol. Se caracterizan por la excelente estabilidad hidrolítica y la resistencia a muchos productos químicos y un amplio rango de temperaturas comprendidos entre (90 – 100° C para medios líquidos y hasta 130° C para gases secos).

Debido a su inercia química estas resinas son difíciles de curar en frío por lo que se requiere un sistema doble de aceleradores (cobalto + amina). Además, para aplicaciones críticas es imprescindible un postcurado a temperatura, alrededor de 80° C, por varias horas.

Comercialmente los diversos tipos de resinas de poliéster insaturado se conocen con los nombres de:

- Resina “gelcoat”.
- Resina propósito general.
- Resina con resistencia química.
- Resina propósito especial.
- Resina para tejas y vaciados.

4.5 PROCESO DE FABRICACIÓN

Uno de los procesos de fibra de vidrio tienen mayor auge, y que se aplica a las geometrías del diseño en este trabajo de grado, es el moldeo por centrifugado.

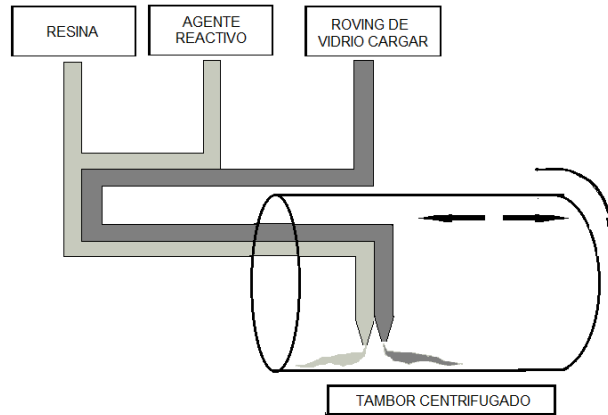
El moldeo por centrifugado es un proceso utilizado en la elaboración de cuerpos cilíndricos; empleados en tanques para agua, tuberías y silos para almacenamiento de granos.

El molde utilizado consiste en un cilindro metálico, el cual se hace girar a unas determinadas revoluciones, que varían entre 500 y 3000 rpm dependiendo del diámetro del molde y de la viscosidad de la resina.

El proceso se inicia mediante la aplicación del desmoldante, a continuación se ubica sobre la superficie del molde un manto de hilos cortados, un tejido de hilos continuos o una combinación de estos dos para luego rociar por medio de un

dispositivo especial la resina y el refuerzo, a la vez que el molde se pone en rotación, tal como se puede apreciar en la siguiente figura.

Figura 16. Moldeo por centrifugado.



Con este proceso se obtienen superficies internas y externas con excelente acabado.

5. REGLAMENTACIONES PARA EL DISEÑO

5.1 CRITERIOS ESTABLECIDOS EN LA NORMA ASTM F2376-08

En esta sección se definen los criterios de dimensiones, cargas, velocidades, y aceleraciones reglamentados en la normativa ASTM F2376-08, en los que estará basado el diseño de los componentes del tobogán y sus estructuras de soporte.

- La velocidad mínima de las personas a deslizarse debe superar los 25 ft/s (7.62 m/s).
- La carga de agua será de un mínimo de 15 libras/pie lineal por cada 1,000 gal/min de flujo.
- El peso asignado a un adulto para propósitos de diseño deberá ser de 170 Lb o 0.75 kN (76.45 kg).
- Las fuerzas centrípetas laterales se considerarán en secciones curvas del tobogán. Si la velocidad no se puede predecir, entonces tomar un mínimo de 15 ft/s para secciones de menos de 15% de pendiente vertical y 30 ft/s para todos los otros tipos de secciones.
- Para toboganes al aire libre, la carga mínima del viento para todo tipo de toboganes de agua se calculará sobre base de viento de 100 millas por hora (Con ráfaga de 3 segundos) para condiciones no operativas.
- En las cargas laterales deberá ser incluida un mínimo de carga lateral equivalente al 10% del peso muerto de la estructura.

- Los toboganes de tubo cerrado con fondo curvo deberán tener una dimensión mínima interna de 52 pulgadas.
- Los accesorios y los detalles de las tuberías se diseñarán de modo que el volumen total de agua del tobogán pueda ser suministrada a una velocidad que no exceda 1 ft/s, suponiendo que algún accesorio de succión este completamente bloqueado.
- Todos los bordes de las aberturas al alcance de los usuarios deben ser suaves con un radio de 1/8 de pulgada para que no presenten riesgo de atrapamiento.
- Las secciones de los toboganes deberán estar diseñadas para que los pasajeros sentados o boca abajo no experimenten una aceleración mayor de 2G al sumar los vectores de aceleración centrífuga. Este límite puede ser aumentado a 3G si la duración es inferior a 1 s.

5.2 CONDICIONES DE OPERACIÓN

El tobogán está diseñado para las siguientes condiciones de operación:

- Tobogán diseñado para 2 personas con flotador por recorrido.
- Capacidad máxima del tobogán: 100 personas por hora.

Se establece una demanda por hora de 50 usuarios dobles que asciendan a la atracción, luego:

$$Capacidadporminuto = \frac{50 \text{ Viajes}}{60 \text{ minutos}} = 0.833 \frac{\text{viajes}}{\text{minuto}}$$

$$\rightarrow \text{Normalizando: } \frac{1 \text{ viaje}}{1.5 \text{ minutos}}$$

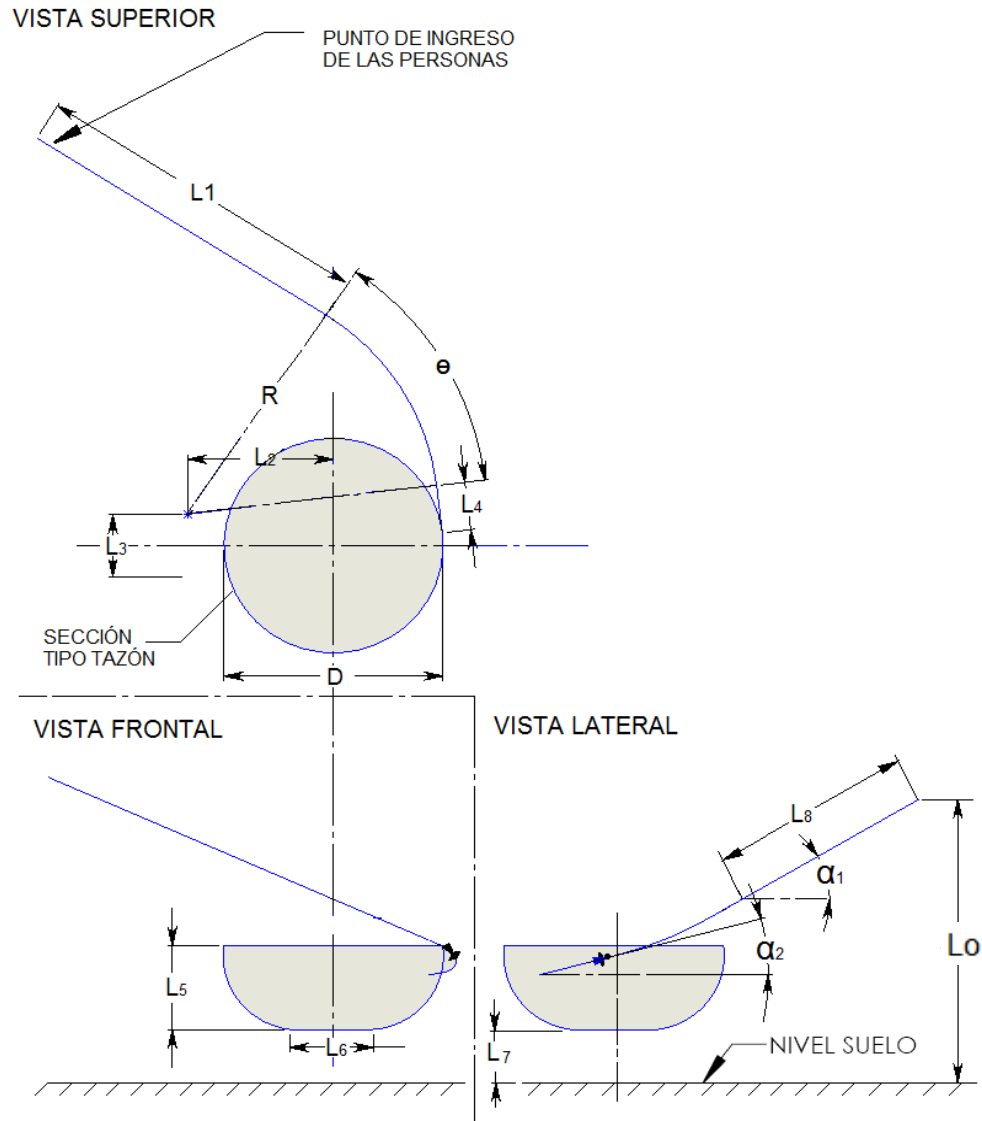
Luego el ascenso, recorrido y descenso en la atracción por parte de las personas no podrá demorar más de 1.5 minutos.

- La torre de acceso cuenta con una altura de 12 metros desde el nivel del suelo.
- Velocidad mínima de pasajeros 25 ft/s (7.62 m/s).
- Solo para personas con altura superior a 48 in (1.21 m).
- Para personas con peso superior a 53 Kg y menor de 93 Kg.

5.3 DIMENSIONES ESTIMADAS

El dimensionamiento del tobogán inicia desde definir (Lo) que representa la altura de ingreso de las personas al tobogán, de acuerdo a las especificaciones de las estructuras disponibles para el abordaje de personas en el Parque Acualago la altura de la torre de acceso a considerar es de doce (12) metros, igualmente se definen las otras dimensiones.

Figura 17. Dimensiones principales del tobogán.



Fuente: Autor

A partir de esta medida se dimensionó la estructura del tobogán. Además de los requisitos reglamentarios de la normativa ASTM 2376-08 se tuvieron en cuenta las condiciones de espacio y deslizamiento entre los usuarios en el vehículo tipo flotador, y el tobogán.

Teniendo en cuenta que no se deben presentar cambios abruptos en el recorrido de los usuarios cada longitud y ángulo definido fue contrastado con estructuras similares existentes en el medio, esto clarifico algunas de las suposiciones espaciales inicialmente asumidas, siempre tomando un criterio conservador en los parámetros que incrementan en mayor medida el riesgo de los bañistas.

Por último en base a todos estos factores y a nuestro criterio como autores de este proyecto presentamos las medidas establecidas:

Tabla 1. Dimensiones preliminares para el diseño

Notación	Dimensión [m]
L ₀	12
L1	14
L2	6
L3	2.6
L4	2
L5	3.5
L6	3.6
L7	2.2
L8	15.38
R	8.6
D	9
Θ	49°
α1	27°
α2	14.5°

6. CÁLCULOS Y DISEÑO DEL TOBOGÁN

6.1 PARÁMETROS DE DISEÑO.

6.1.1 Carga a deslizar:

En este ítem interviene la carga impuesta por los usuarios así como su interacción con el medio de transporte, es decir; el flotador y las características que este conlleva.

La carga a deslizar está dada por:

$$Cargaadeslizar = W_{usuarios} + W_{flotador}$$

- Carga impuesta por los usuarios:

Según la Norma ASTM F2291 en su numeral 8.6.1 el peso asignado a un adulto para propósitos de diseño deberá ser de 170 [Lb] o 0.75 [kN] (76.45 [kg]).

Al tener dos usuarios:

$$Pesousuarios = 2 * 76,45 [kg] * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] = 1500 [N]$$

6.1.2 Flotador:

El flotador (mostrado en la figura 18) por sobre el cual se deslizan las personas tiene 1,22 metros de longitud por 0,7 m de ancho, que para su correcto deslizamiento demanda el mantener lubricada por un colchón de agua en todo momento un área superficial de 0,854 metros cuadrados (1,22x0.7).

Figura18. Flotador Doble Familiar Para Parques Acuáticos de 48" (1,22 m).



Fuente: http://amusementgroup.com/tienda1/index.php?cPath=58_110

Los flotadores dobles de longitud de 1,22 [m], son ideales para usar en toboganes en parques acuáticos, piscinas de olas, ríos lentos o para operaciones de alquiler.

En estos flotadores solo el primer agujero tiene un fondo sólido, tienen asas robustas, y una válvula de seguridad.

El peso del flotador según el distribuidor de flotadores *Swimming Pool Floats* es de aproximadamente 8 libras, 3,6 [Kg] o 36 [Newton].

Por lo tanto, al sumar las cargas móviles del tobogán (Usuarios y flotador) se obtiene una carga a deslizar de:

$$Carga\ a\ deslizar = 1529 + 36 = 1565 [N]$$

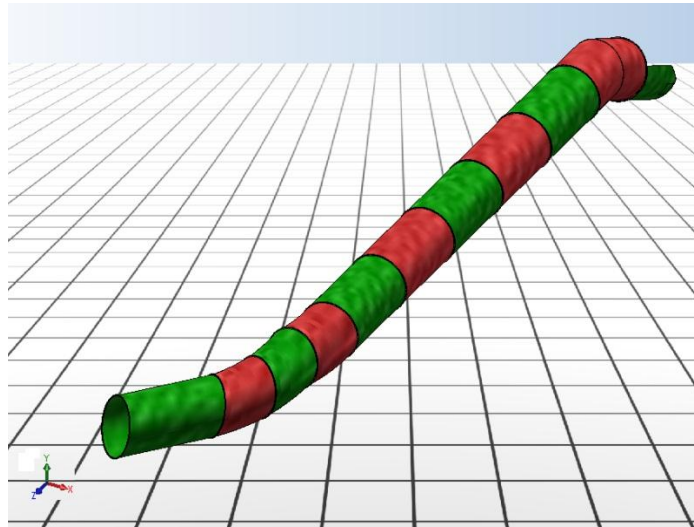
El modelo matemático asumido para esta carga será el de carga concentrada.

6.2 ANÁLISIS CINEMÁTICO DE LAS SECCIONES DEL TOBOGÁN.

6.2.1 Análisis cinemático de la sección de entrada:

Se grafica la sección de entrada del tobogán diseñado en la figura 19.

Figura 19. Vista isométrica tobogán de entrada.



Fuente: Autor

Se procede a evaluar las condiciones de movimiento de los usuarios en el trayecto del tobogán, para esto se hace uso de las leyes de movimiento que gobiernan los cuerpos.

Por conveniencia en los cálculos de diseño se ha subdividido el tobogán de acceso en tres tramos:

- Tramo 1 (Recto)
- Tramo 2 (Curvo)
- Tramo 3 (Recto)

6.2.1.1 Análisis cinemático de Tramo 1 (Tramo recto inicial):

El tramo de recto de entrada al tobogán se asemeja a un plano inclinado, en el que se definen los parámetros de longitud y pendiente a los que se someten los usuarios en el recorrido.

Tabla 2. Dimensiones del tramo 1.

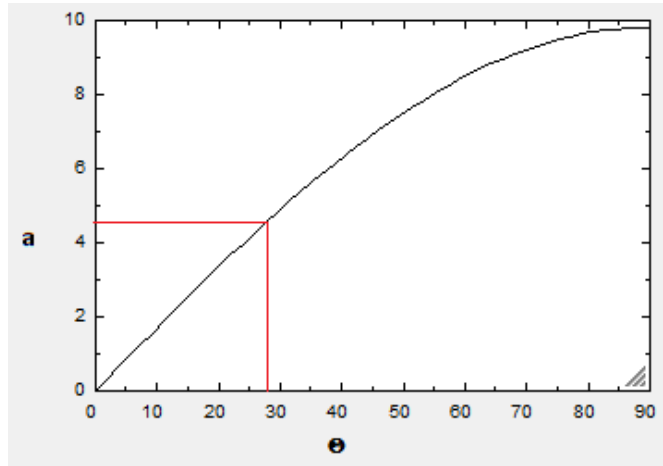
DIMENSIONES	
x [m]	8.62
y [m]	6.96
z [m]	11
Angulo de inclinación	27°

Estas dimensiones están fundamentadas en un análisis realizado a un cuerpo deslizando por un plano inclinado sin rozamiento (Caso más crítico), siendo en este caso la aceleración:

$$a = g * \text{sen}(\theta)$$

Para los ángulos de 0° a 90° la aceleración varia de la siguiente forma:

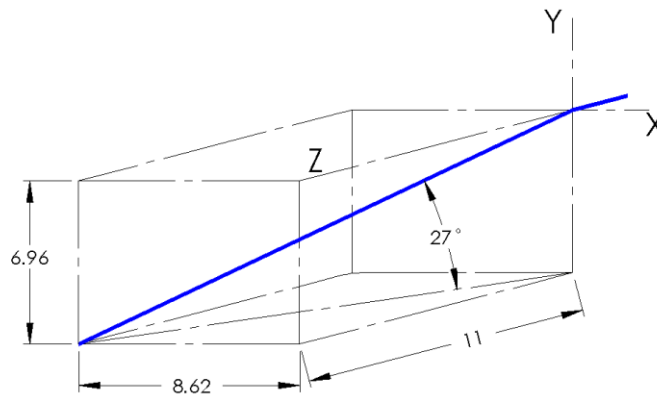
Figura 20. Valores desarrollados por la aceleración.



Fuente: Autor

Se ha seleccionado por criterio de diseño y en prevención de un ascenso inesperado para los parámetros de velocidad y aceleración en el recorrido de los usuarios un valor correspondiente al 45% de la aceleración gravitacional $(4.41/9.81)$ [m/s²], que corresponde a un ángulo de 27°.

Figura 21. Dimensiones tobogán de acceso

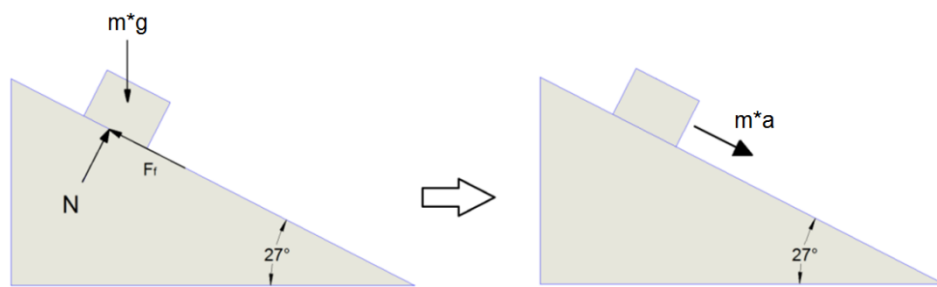


La longitud real del recorrido (Lr_1) será:

$$Lr_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{8.62^2 + 6.96^2 + 11^2} = 15.61 \text{ m}$$

Se procede al modelamiento del tramo según lo descrito en la figura 22.

Figura 22. Modelamiento del tramo recto del tobogán de entrada.



Fuente: Autor

Del estudio cinemático se obtienen las ecuaciones de un cuerpo uniformemente acelerado:

$$(V_1)^2 = V_0^2 + 2 * a_1 * Lr_1 \rightarrow Ec. (1)$$

$$Lr_1 = V_0 * t + a_1 * \frac{t_1^2}{2} \rightarrow Ec. (2)$$

Dónde:

- $V_{\text{tramo 1}}$: Velocidad de los usuarios al finalizar el tramo recto.
- V_0 : Velocidad inicial de los usuarios, ya que los bañistas no son lanzados con un impulso considerable se desprecia su velocidad inicial.
- a_1 : Aceleración de los usuarios al finalizar el tramo recto.
- t_1 : Tiempo estimado en recorrer el tramo 1.

Al escribir las ecuaciones de las fuerzas representadas en la Figura 21:

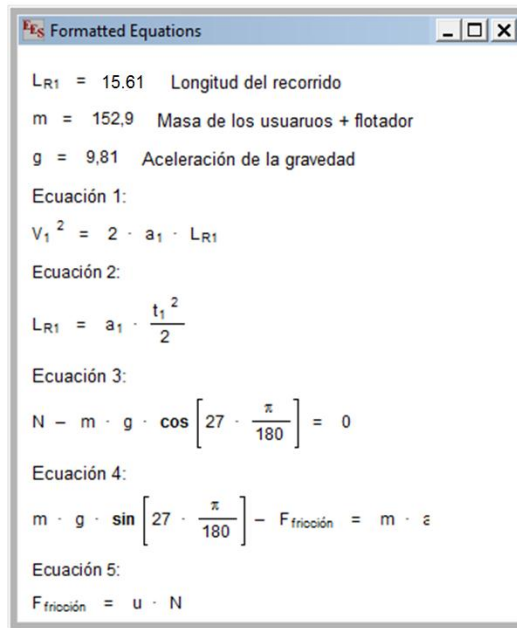
$$\sum_{\text{transversal}} \text{Fuerzas} = N - m * g * \cos(27^\circ) = 0 \rightarrow \text{Ec. (3)}$$

$$\sum_{\text{Longitudinal}} \text{Fuerzas} = m * g * \sin(27^\circ) - F_{\text{fricción}} = m * a \rightarrow \text{Ec. (4)}$$

$$F_{\text{fricción}} = \mu * N \rightarrow \text{Ec. (5)}$$

Al introducir las ecuaciones 1 a 4 en el programa solución de ecuaciones EES:

Figura23. Sistema de ecuaciones del tramo recto en EES.



Fuente: Autor

El sistema de ecuaciones cuenta con 5 ecuaciones y 6 incógnitas, mediante la herramienta de parametrización de ecuaciones introducimos un rango de variación para el coeficiente de deslizamiento del flotador con el tobogán de fibra de vidrio.

Para estimaciones iniciales será suficiente un rango para el coeficiente de fricción cinética entre valores mínimos de 0,03 (Coeficiente de fricción entre el hielo y hielo) y 0,5 (goma de neumático sobre pavimento).

Figura 24. Resultados de la parametrización en EES.

	1	2	3	4
	u	V ₁	a ₁	t ₁
Run 1	0,03	11,34	4,191	2,706
Run 2	0,04958	11,11	4,02	2,763
Run 3	0,06917	10,87	3,849	2,824
Run 4	0,08875	10,63	3,678	2,889
Run 5	0,1083	10,38	3,507	2,959
Run 6	0,1279	10,12	3,336	3,034
Run 7	0,1475	9,856	3,164	3,115
Run 8	0,1671	9,586	2,993	3,203
Run 9	0,1867	9,308	2,822	3,298
Run 10	0,2063	9,021	2,651	3,403
Run 11	0,2258	8,725	2,48	3,519
Run 12	0,2454	8,419	2,309	3,647
Run 13	0,265	8,1	2,137	3,79
Run 14	0,2846	7,769	1,966	3,951
Run 15	0,3042	7,423	1,795	4,136
Run 16	0,3238	7,061	1,624	4,348
Run 17	0,3433	6,678	1,453	4,597
Run 18	0,3629	6,272	1,281	4,895
Run 19	0,3825	5,838	1,11	5,258
Run 20	0,4021	5,369	0,9391	5,718
Run 21	0,4217	4,856	0,768	6,323
Run 22	0,4413	4,28	0,5968	7,172
Run 23	0,4608	3,615	0,4256	8,493
Run 24	0,4804	2,795	0,2544	10,98
Run 25	0,5	1,599	0,08326	19,2

Fuente: Autor

Cumpliendo con la normativa recomendada por la ASTM 2376-08 para considerar el tobogán como un canal de deslizamiento rápido la velocidad de los usuarios debe ser mayor de 7,5 [m/s], el rango de coeficientes de deslizamiento que cumple con este parámetro varía desde 0,03 (Despreciando el efecto de fricción) y 0,288 (Coeficiente de fricción máximo para un descenso eficaz).

Con respecto los parámetros de velocidad y aceleración, los valores arrojados por las ecuaciones:

$$Velocidad \rightarrow [7,769 \sim 11,34] \left[\frac{m}{s} \right] \geq 7,5 \left[\frac{m}{s} \right]$$

$$Aceleración \rightarrow [0,08 \sim 4,191] \left[\frac{m}{s^2} \right] < 19,6 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Se encuentran en un rango apropiado para que se produzca un deslizamiento seguro para los usuarios.

Una vez obtenido el rango de valores para la velocidad de los usuarios, y el coeficiente de rozamiento requerido entre estas dos superficies, se procede a la evaluación del comportamiento hidrodinámico del rozamiento, lo que a su vez conlleva unos ajustes propios del proceso de diseño en los resultados obtenidos en la primera iteración.

La ley de Newton del rozamiento fluido formula que la fuerza necesaria para el movimiento entre dos superficies con un fluido intermedio es:

$$\tau = \frac{F}{A} = \vartheta * \frac{dv}{dn}$$

Dónde:

- $\frac{dv}{dn}$: Es el gradiente de velocidad.
- ϑ : Es la viscosidad dinámica del agua que lubrica la superficie de contacto, a una temperatura estándar de 22,5 °C:

$$\vartheta_{@22.5^{\circ}c} = 0,0009828 \left[N \cdot \frac{s}{m^2} \right]$$

- F: Es la fuerza neta que impulsa la carga a deslizar, comúnmente llamada fuerza de inercia (Producto obtenido de la Ecuación 2):

$$F = m \cdot a$$

- A: Es el área de contacto del fluido con el flotador, asumiendo una distribución de área rectangular:

$$A = 1,22 \text{ m} \times 0,7 \text{ m} = 0,854 \text{ [m}^2\text{]}$$

Si se homologa la expresión para el coeficiente de rozamiento fluido con la ecuación para el rodamiento en seco:

$$F = \mu \cdot N = \vartheta * A * \frac{dv}{dn}$$

$$\mu = \vartheta * \frac{A}{N} * \frac{dv}{dn}$$

$$\frac{dv}{dn} = \frac{v_{prom}}{t_{fluido}}$$

Se obtiene la ecuación que relaciona el rozamiento hidrodinámico del flotador:

$$\mu = \vartheta * \frac{A}{N} * \frac{dv}{dn} \rightarrow Ec. (6)$$

Al introducir la ecuación 6 en la herramienta de parametrización en el programa EES se obtiene:

Figura 25. Parametrización de la capa de fluido requerida.

	1	2	3
	u	V ₁	t _{fluido}
Run 1	0,03	11,34	0,0002375
Run 2	0,04071	11,22	0,000173
Run 3	0,05142	11,09	0,0001354
Run 4	0,06213	10,96	0,0001108
Run 5	0,07283	10,83	0,00009334
Run 6	0,08354	10,69	0,00008037
Run 7	0,09425	10,56	0,00007034
Run 8	0,105	10,42	0,00006234
Run 9	0,1157	10,28	0,00005582
Run 10	0,1264	10,14	0,00005039
Run 11	0,1371	9,997	0,0000458
Run 12	0,1478	9,852	0,00004187
Run 13	0,1585	9,705	0,00003845
Run 14	0,1692	9,556	0,00003547
Run 15	0,1799	9,405	0,00003283
Run 16	0,1906	9,251	0,00003048
Run 17	0,2013	9,094	0,00002837
Run 18	0,212	8,935	0,00002646
Run 19	0,2227	8,772	0,00002473
Run 20	0,2335	8,607	0,00002315
Run 21	0,2442	8,438	0,0000217
Run 22	0,2549	8,266	0,00002037
Run 23	0,2656	8,091	0,00001913
Run 24	0,2763	7,911	0,00001798
Run 25	0,287	7,727	0,00001691

Las ecuaciones evaluadas en el rango de coeficientes de rozamiento anteriormente estipulados arrojan que se requiere una capa de espesor de fluido en el rango de [16,91 μm ~ 0,2375 mm].

Analizando los resultados se observa que para las condiciones asumidas inicialmente, el espesor del fluido no es considerable al ser muy pequeño.

Del anterior procedimiento para referencia en el diseño hidráulico de la cantidad de fluido necesario, se ha seleccionado el valor máximo de fluido solicitado para generar el deslizamiento, (0,2375 mm).

6.2.1.2 Análisis cinemático del Tramo 2 (Tramo curvo intermedio)

Condiciones iniciales:

La velocidad inicial de la carga en este tramo es el resultado obtenido de la velocidad final del tramo 1, se asume como parámetro conservativo de diseño el máximo valor de la parametrización.

$$V_{02} = V_1 = 11,34 \left[\frac{m}{s} \right]$$

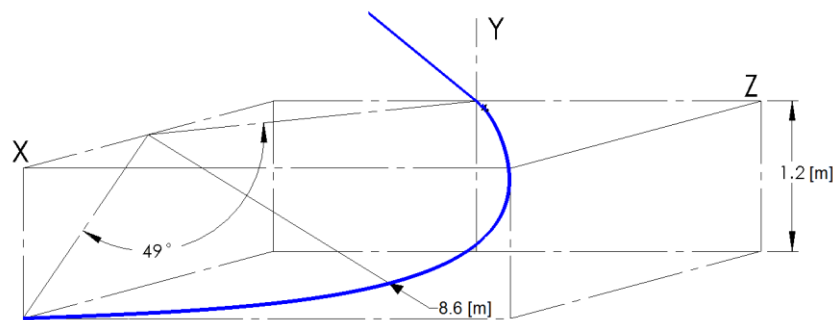
De igual forma el espesor de la capa mínima de fluido en la que ocurre el deslizamiento corresponde al hallado en el tramo 1:

$$t_{fluido2} = t_{fluido2} = 0.2375 [mm]$$

La geometría de este tramo incide en la variación de la dirección de los usuarios

A su vez este tramo fue dimensionado para servir como una suave transición entre el tobogán de entrada y el tazón, el radio de curvatura es extenso, y la variación angular es pequeña.

Figura 26. Geometría del tramo 2 (Curvo)



Fuente: Autor

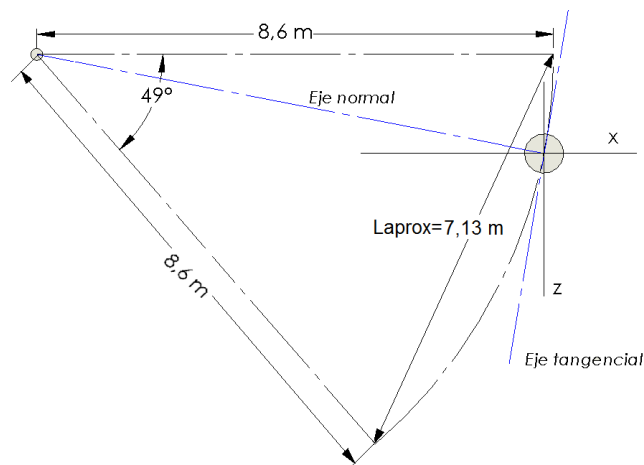
Las dimensiones de este tramo se relacionan en la tabla 3.

Tabla 3. Dimensiones del tramo 2 (curvo).

DIMENSIONES [m]	
Radio de curva (R)	8,6
Angulo de recorrido (Ω)	49°
Variación de altura (Δy)	1,2
Coefficiente de deslizamiento ($\mu_{\text{mínimo}}$)	0,03

Igualmente para su análisis se grafica la vista normal al recorrido:

Figura 27. Vista normal al recorrido angular



Fuente: Autor

La longitud angular recorrida en el tramo curvo está definida como:

$$L_{r2} = R * \Omega = 8,6 * \frac{49}{180} * \pi = 7,35 \text{ m}$$

Con el fin de generar una trayectoria lineal aproximada a la curva, la longitud (L_{aprox}) trazada:

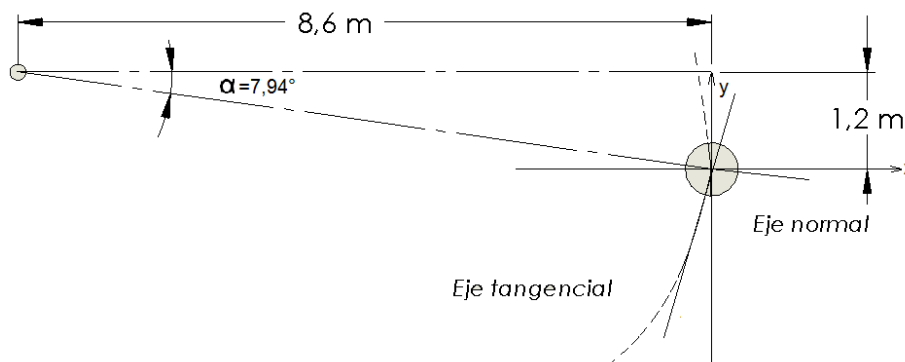
$$L_{aprox} = \sqrt{8,6^2 + 8,6^2 - 2 * 8,6^2 * \cos(49^\circ)} = 7,13 [m]$$

Hallando un promedio entre las dos longitudes de recorrido anteriormente expresadas se obtiene:

$$L_{prom} = \frac{7,35 + 7,13}{2} = 7,24 [m]$$

Para representar adecuadamente el movimiento de los usuarios en el tramo curvo, se emplean los sistemas de coordenadas normal – tangencial, donde el ángulo (α) representa la inclinación máxima del eje normal desde la vista frontal:

Figura 28. Vista frontal del recorrido angular



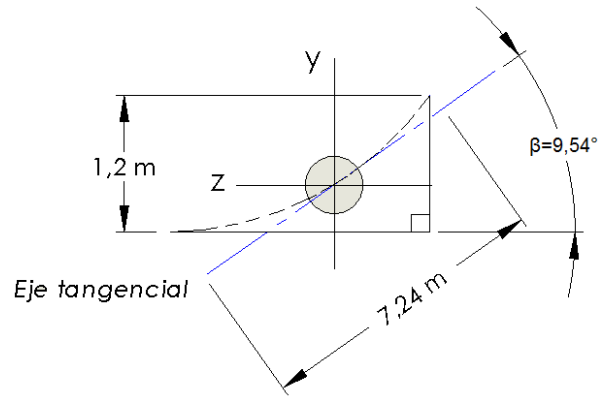
Fuente: Autor

Donde el ángulo (α):

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{1,2}{8,6}\right) = 7,94^\circ$$

Igualmente para el eje tangencial, el ángulo (β) representa la inclinación máxima (aproximada) de este eje desde la vista lateral derecha.

Figura 29. Vista lateral del recorrido angular



Fuente: Autor

Donde:

$$\beta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1,2}{7,24}\right) = 9,54^\circ$$

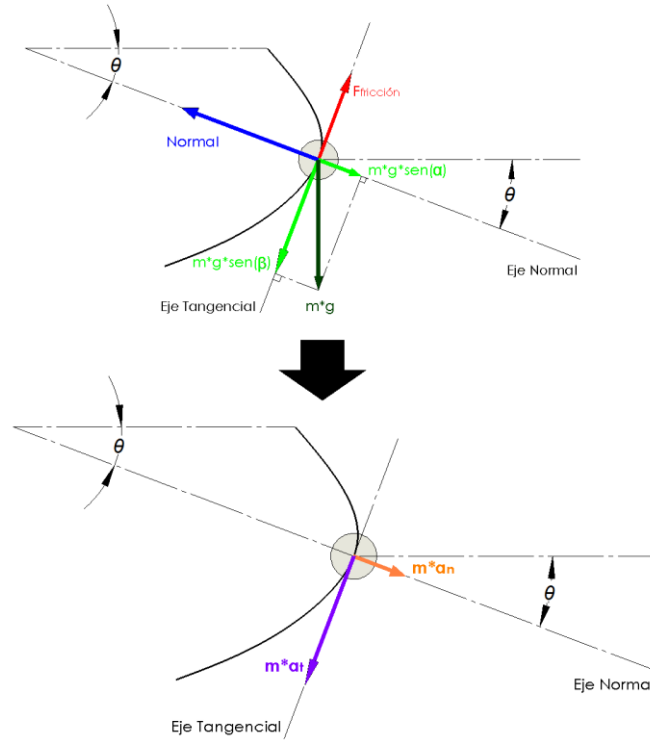
Desde el punto de vista de un observador no inercial que viaja en el flotador, las fuerzas que intervienen son:

Tabla 4. Fuerzas presentes en el tramo 2 (curvo).

Fuerza	Nomenclatura
Peso	$m \cdot g$
Fuerza de fricción	F_f
Reacción normal	N
Reacción normal	$m \cdot a_n$
Reacción tangencial	$m \cdot a_t$

El peso de los usuarios es la única fuerza que debe proyectarse sobre el plano normal tangencial, esto se logra mediante las relaciones trigonométricas de los ángulos α y β , al representar las fuerzas que intervienen en el modelamiento dinámico:

Figura 30. Diagrama de fuerzas en el tramo curvo del tobogán de entrada.



Fuente: Autor

La ecuación de sumatoria de fuerzas en el eje normal se expresa:

$$\sum_{Normal} \text{Fuerzas: } m * g * \text{sen}(\alpha) * \text{cos}(\theta) - N = m * a_n$$

Al expresarse la aceleración normal:

$$a_n = \frac{(V_2)^2}{R}$$

Y reemplazando en la sumatoria de fuerzas, se genera la ecuación (8):

$$N = m * g * \text{sen}(\alpha) * \text{cos}(\theta) - m * \frac{(V_2)^2}{R} \rightarrow \text{Ec. (8)}$$

La ecuación de sumatoria de fuerzas en el eje tangencial se da como:

$$\sum_{Tangencial} \text{Fuerzas: } m * g * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - F_{fricción} = m * a_t$$

$$m * g * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - \mu * N = m * a_t \rightarrow \text{Ec. (9)}$$

Dónde la aceleración tangencial (a_t), se puede expresar en su forma diferencial (dv/dt), además, si se multiplica y se divide por un factor ($d\theta$).

$$a_t = \frac{dV_2}{dt} = \frac{dV_2}{dt} * \frac{d\theta}{d\theta} = \frac{dV_2}{d\theta} * \frac{d\theta}{dt}$$

Siendo:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{V_2}{R}$$

Luego:

$$a_t = \frac{dV_2}{d\theta} * \frac{V_2}{R}$$

Al multiplicar y dividir por 2:

$$a_t = \frac{dV_2}{d\theta} * \frac{V_2}{R} * \frac{2}{2}$$

Aplicando la relación de derivadas para funciones compuestas:

$$n * (u^{n-1}) * \frac{du}{d\theta} = \frac{d(u^n)}{d\theta}$$

Siendo $n=2$

$$2 * (V_2^{2-1}) \frac{dV_2}{d\theta} = \frac{dV_2^2}{d\theta}$$

Al introducir esta relación en la expresión de la aceleración tangencial:

$$a_t = \frac{1}{2R} * \frac{dV_2^2}{d\theta}$$

Remplazando estos términos en la ecuación 9:

$$m * g * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - \mu * N = m * \frac{1}{2 * R} * \frac{dV_2^2}{d\theta} \rightarrow \text{Ec. (10)}$$

Al sustituir el término de la reacción Normal (N), de la ecuación 8 en la ecuación 10:

$$\begin{aligned} m * g * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - \mu * \left[m * g * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta) - m * \frac{(V_2)^2}{R} \right] \\ = m * \frac{1}{2 * R} * \frac{dV^2}{d\theta} \end{aligned}$$

Al simplificar el término m, y dividir por g:

$$\text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta) + \mu * \frac{(V_2)^2}{R * g} = \frac{1}{2 * R * g} * \frac{dV_2^2}{d\theta}$$

Lo que se busca con esta serie de relaciones es obtener una expresión de la forma de una ecuación diferencial que modele fielmente las variables que intervienen en el recorrido de los usuarios durante la trayectoria curva, para ello se acude a la teoría de cálculo diferencial.

Definiendo el parámetro x como:

$$x = \frac{(V_2)^2}{R * g}$$

Remplazando (x):

$$\text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta) + \mu * x = \frac{1}{2} * \frac{dx}{d\theta}$$

Y al organizar los términos en forma de ecuación diferencial:

$$\frac{dx}{d\theta} - 2 * \mu * x = 2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)$$

Realizando un cambio de variable $A_{(x)}$

$$A_{(\theta)} = e^{-2 * \mu * \theta}$$

Al multiplicar a ambos lados por el término de $A_{(x)}$:

$$A_{(\theta)} * \left[\frac{dx}{d\theta} - 2 * \mu * x \right] = A_{(x)} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)]$$

Al remplazar $A_{(x)}$:

$$e^{-2 * \mu * \theta} * \left[\frac{dx}{d\theta} - 2 * \mu * x \right] = e^{-2 * \mu * \theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)]$$

Desglosando los términos:

$$\begin{aligned} e^{-2 * \mu * \theta} * \frac{dx}{d\theta} - 2 * \mu * x * e^{-2 * \mu * \theta} \\ = e^{-2 * \mu * \theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)] \end{aligned}$$

Al realizar la sustitución del término $-2 * \mu * \exp(-2 * \mu * \theta)$ por su forma diferencial:

$$-2 * \mu * e^{-2*\mu*\theta} = \frac{d}{d\theta}(e^{-2*\mu*\theta})$$

Introduciendo en la ecuación la anterior derivada:

$$\begin{aligned} e^{-2*\mu*\theta} * \frac{dx}{d\theta} + x * \frac{d}{dx}(e^{-2*\mu*\theta}) \\ = e^{-2*\mu*\theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)] \end{aligned}$$

Aplicando la regla de derivación en productos de funciones:

$$\begin{aligned} f * \frac{dg}{dx} + \frac{df}{dx} * g = \frac{d}{dx}(f * g) \\ \frac{d}{d\theta}(x * e^{-2*\mu*\theta}) = e^{-2*\mu*\theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)] \end{aligned}$$

Al integrara ambos lados respecto a Θ :

$$\int \frac{d}{d\theta}(x * e^{-2*\mu*\theta}) = \int e^{-2*\mu*\theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)]$$

Resolviendo la integral del lado izquierdo:

$$x * e^{-2*\mu*\theta} = \int e^{-2*\mu*\theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)]$$

Despejando el término x:

$$x = e^{2*\mu*\theta} * \int e^{-2*\mu*\theta} * [2 * \text{sen}(\beta) * \text{sen}(\theta) - 2 * \mu * \text{sen}(\alpha) * \cos(\theta)] + cte$$

Donde (Cte) es el término constante producto de la integración.

Al resolver la integral del lado derecho:

$$x = \frac{2 * \cos(\theta) * [2 * \mu^2 * \text{sen}(\alpha) - \text{sen}(\beta)] - 2 * \mu * \text{sen}(\theta)[\text{sen}(\alpha) + 2 * \text{sen}(\beta)]}{4 * \mu^2 + 1} + cte$$

Al despejar el término de la sustitución $x=[(V_2)^2/(R*g)]$.

$$\frac{V_2^2}{R * g} = \frac{2 * \cos(\theta) * [2 * \mu^2 * \text{sen}(\alpha) - \text{sen}(\beta)] - 2 * \mu * \text{sen}(\theta)[\text{sen}(\alpha) + 2 * \text{sen}(\beta)]}{4 * \mu^2 + 1} + cte$$

Para hallar el término constante se recurre a las condiciones iniciales de posición angular y velocidad en el tramo curvo, que corresponden a los parámetros finales del tramo recto ($\Theta=0^\circ$; $V_1=11,34$ [m/s]).

Cte

$$= \frac{V_2^2}{R * g} - \frac{2 * \cos(\theta) * [2 * \mu^2 * \text{sen}(\alpha) - \text{sen}(\beta)] - 2 * \mu * \text{sen}(\theta) * [\text{sen}(\alpha) + 2 * \text{sen}(\beta)]}{4 * \mu^2 + 1}$$

Evaluando los términos:

Cte

$$= \frac{11,34^2}{8,6 * 9,81} - \frac{2 * \cos(0) * [2 * 0,03^2 * \text{sen}(7,94) - \text{sen}(9,54)] - 2 * 0,03 * \text{sen}(0)[\text{sen}(7,94) + 2 * \text{sen}(9,54)]}{4 * 0,03^2 + 1}$$

Luego:

$$Cte = 1,854$$

Reemplazando este término en la solución global:

$$\frac{V_2^2}{R * g} = \left\{ \frac{2 * \cos(\theta) * [2 * \mu^2 * \text{sen}(\theta) - \text{sen}(\beta)] - 2 * \mu * \text{sen}(\theta) [\text{sen}(\alpha) + 2 * \text{sen}(\beta)]}{4 * \mu^2 + 1} + 1,845 \right\}$$

Finalmente al reemplazar los valores de posición para obtener la velocidad de los usuarios al finalizar el tramo curvo:

$$V_2 = \sqrt{8,6 * 9,81 * \left\{ \frac{2 * \cos(49) * [2 * 0,03^2 * \text{sen}(49) - \text{sen}(9,54)] - 2 * 0,03 * \text{sen}(49) [\text{sen}(7,94) + 2 * \text{sen}(9,54)]}{4 * 0,03^2 + 1} + 1,845 \right\}}$$

$$V_2 = 11,65 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Al reemplazar este valor en la relación de la aceleración normal:

$$a_n = \frac{(V_2)^2}{R} = \frac{11,65^2}{8,6} = 15,78 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Igualmente para la aceleración tangencial:

$$a_t = \frac{dV_2}{d\theta} * \frac{V_2}{R} = \frac{\left(\frac{11,65}{8,6} - \frac{11,34}{8,6} \right)}{(49^\circ - 0^\circ) * \frac{\pi}{180}} * \frac{11,65}{8,6} = 0,057 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Según la normativa ASTM 2376-08, la suma de los vectores de aceleración normal y tangencial para los usuarios debe ser menor al valor de 2*g (19,62 m/s²).

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{(15,72)^2 + (0,057)^2} = 15,72 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Las dimensiones y geometrías del modelo aplicado a la trayectoria curva del tobogán de entrada se encuentran dentro del parámetro permitido por la norma.

6.2.1.3 Análisis cinemático del Tramo 3 (Tramo recto final).

Condiciones iniciales:

La velocidad inicial de la carga en este tramo es el resultado obtenido de la velocidad final del tramo 2:

$$V_{03} = V_2 = 11,65 \left[\frac{m}{s} \right]$$

De igual forma el coeficiente de rozamiento y en el que ocurre el deslizamiento a velocidad máxima:

$$\mu = 0,03$$

Este tramo fue diseñado para otorgar una dirección tangencial a los usuarios al ingreso de la sección tazón, conserva la geometría recta ya vista en el tobogán de entrada.

Sus dimensiones (tabuladas en la tabla 6) fueron pequeñas en comparación con las otras secciones para no permitir un aumento significativo en los parámetros de velocidad y aceleración.

Tabla5. Dimensiones del tramo 3 (Recto).

DIMENSIONES [m]	
x [m]	1,70
y [m]	0,44
z [m]	1
Angulo de inclinación (α)	14,5°

La longitud real del recorrido (Lr_3) será:

$$Lr_3 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{1.7^2 + 0.45^2 + 1^2} \approx 2 \text{ [m]}$$

Ya que la geometría del tramo 3 cuenta con las mismas características del primer tramo se procede a aplicar el mismo sistema de ecuaciones (Ec. 1, 2, 3, 4, 5):

Al escribir las ecuaciones de fuerzas:

$$(V_3)^2 = V_2^2 + 2 * a_3 * Lr_3 \rightarrow Ec. (1)$$

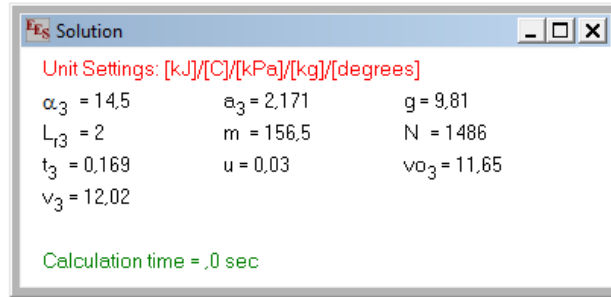
$$Lr_3 = V_2 * t + a_3 * \frac{t_3^2}{2} \rightarrow Ec. (2)$$

$$\sum_{transversal} Fuerzas = N - m * g * \cos (14,5^\circ) = 0 \rightarrow Ec. (3)$$

$$\sum_{Longitudinal} Fuerzas = m * g * \sin (14,5^\circ) - F_{fricción} = m * a_3 \rightarrow Ec. (4)$$

$$F_{fricción} = \mu * N \rightarrow Ec. (5)$$

Figura 31. Solución del sistema de ecuaciones del tercer tramo recto:



Fuente: Autor

Al resolver el sistema de ecuaciones se observa que tanto la velocidad como la aceleración de los usuarios en el tramo 3 se encuentran en el rango permitido por la norma.

$$V_3 = 12,02 \left[\frac{m}{s} \right] > 7,5 \left[\frac{m}{s} \right]$$
$$a_3 = 2,171 \left[\frac{m}{s^2} \right] \ll 19,6 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Se corrobora que para todo el recorrido del tramo recto del tobogán los valores de velocidad, y aceleración son menores a los valores límites establecidos en la Norma ASTM 2376-08.

Finalmente se definen en la tabla 6, el número de piezas en que a su vez van a estar divididos los tramos rectos y curvos del tobogán de entrada, los fabricantes de toboganes generalmente producen piezas de longitudes que van desde 0.5 metros hasta los 5 metros, teniendo esto en cuenta, y para ajustar las dimensiones asumidas en el estudio dinámico se procedió a seleccionar una longitud estándar pensando en la manufactura de las mismas.

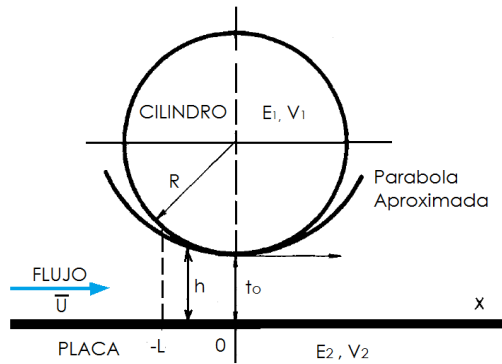
Tabla6. Numero de secciones del tobogán de entrada.

Tramo	Longitud lineal de diseño [m]	Numero de secciones	Longitud por sección [m]
Recto #1	15,34	6	2.55
Curvo #2	7,35 a un ángulo de 20°	3	2,45 a un ángulo de 20°
Recto #3	2	1	2.55 Para homogeneidad de piezas en la manufactura

6.2.1.4 Análisis hidráulico al fluido. El análisis cinemático realizado a la sección de entrada del tobogán se debe relacionar de manera simultánea con el comportamiento elasto-hidrodinámico que se presenta entre la capa de fluido y el flotador sobre el que se deslizan las personas, lo anterior es necesario para hallar el caudal requerido garantice el coeficiente de fricción aplicado.

En base al Paper Solución del Problema Elasto-hidrodinámico de Contacto Lineal, de la Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, el modelo matemático a implementar para establecer la deformación del fluido lubricante, ante la perturbación por acción del flotador aproxima las superficies a un cilindro en contacto con una placa horizontal como se muestra en la figura 32:

Figura32. Modelo matemático aplicado.



Fuente: Autor

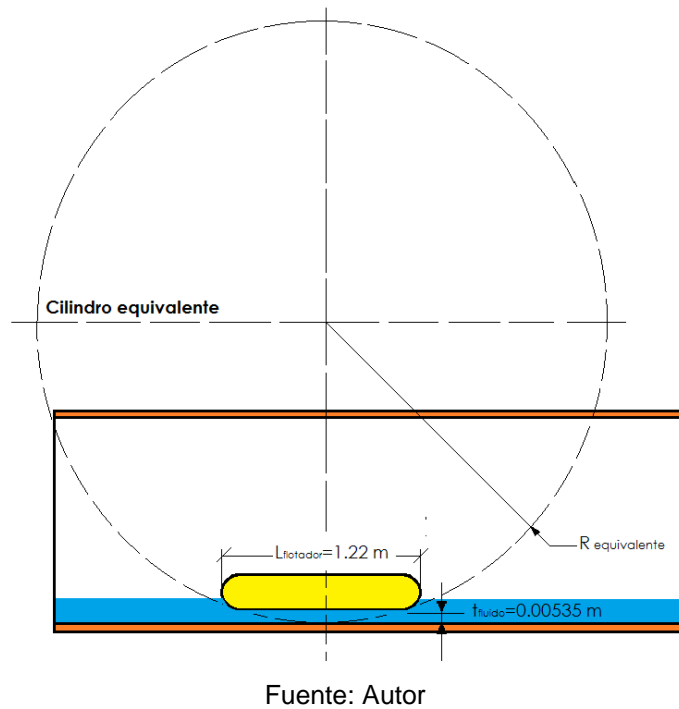
La ecuación que caracteriza la altura del flujo ante la deformación es:

$$h = t_o + \frac{L^2}{2.R} + \delta_x$$

Dónde:

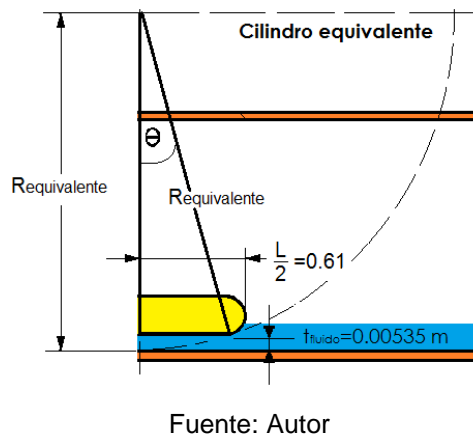
- t_o : Espesor mínimo de la capa de fluido (Del numeral 5.2.1.1, debe ser de 0,0002375 [m]).
- R : Radio del cilindro equivalente, este cilindro imaginario debe abarcar el área superficial de contacto que ocupa el flotador, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 33. Cilindro equivalente a las condiciones de deslizamiento del flotador.



Analizando en detalle la geometría de la sección en contacto:

Figura 34. Dimensiones en el deslizamiento



Se obtienen las siguientes relaciones:

$$t_{o\text{ fluido}} = 0.0002375 = R - R * \cos(\theta)$$

Y

$$R * \text{sen}(\theta) = 0,61$$

Al resolver estas dos ecuaciones:

$$R = 783,369 \text{ [m]}$$

$$\Theta = 0,044616^\circ$$

- L: Coordenada longitudinal en el eje x, L=0.61 m (Correspondiente a la mitad de longitud del flotador).
- δ_x : Esta variable representa los valores relativos de desplazamiento de un sólido semi-infinito cuando es actuado por una carga producida por una distribución de presión. Tiene la forma:

$$\delta_x = -\frac{2}{\pi * E'} \int_0^t P(t) * \ln(R - t)^2 * dt + V_0$$

Siendo:

- E': Modulo de elasticidad relativo al contacto entre los dos materiales (Fibra de vidrio y Flotador), la relación es:

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{2} * \left(\frac{1 - \varphi_1^2}{E_1} + \frac{1 - \varphi_2^2}{E_2} \right)$$

A su vez:

φ_1 : Modulo de Poisson de la fibra de vidrio en base poliéster = 0,4

φ_2 : Modulo de Poisson del material del flotador (polietileno) = 0,8

E1: Modulo de Elasticidad de la fibra de vidrio = 5 [GPa]

E2: Módulo de Elasticidad del material del flotador (polietileno) = 0,8 [GPa]
 Resolviendo $E' = 1,73$ [GPa]

- P(t): Distribución longitudinal de presión sobre el cuerpo cilíndrico (flotador), corresponde a la presión aplicada por el peso de los usuarios en la longitud del flotador:

$$P(t) = \frac{1529 \text{ [N]}}{1,22 \text{ [m]}} = 1253,27 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right]$$

- Vo: Variable que satisface la condición de contorno de las deformaciones.

$$Vo = -\frac{2}{\pi * E'} \int_0^L P_x * \ln(x)^2 * dx$$

- Px: Presión hidrodinámica, la ecuación que representa este parámetro es:

$$P_x = 6 * U * \vartheta * \frac{(c - h)}{h^3} * x$$

Dónde:

U: Velocidad del fluido, se toma la máxima velocidad alcanzada en el recorrido (12,02 m/s).

ϑ : Viscosidad del fluido (0,0009828 [N*s/m²]).

c: Altura del flujo donde el gradiente de presión es nulo.

Reemplazando estos valores:

$$P_x = 6 * 12,02 * 0,0009828 * \frac{(2 * 0,0002375 - 0,0002375)}{0,0002375^3} * 1,22$$

$$P_x = 1533039,937 \text{ [Pa]}$$

Introduciendo este valor en la ecuación de contorno de las deformaciones:

$$V_o = -\frac{2}{\pi * E'} \int_0^L 1533039,937 * \ln(x)^2 * dx$$

Desarrollando la integral:

$$V_o = -\frac{2}{\pi * E'} * (1533039,937 * \ln L - 2 * \ln L + 2)$$

$$V_o = -\frac{2}{\pi * 1,73 * 10^9} * (1533039,937 * \ln(0,61) - 2 * \ln(0,61) + 2)$$

$$V_o = 2,7885x10^{-4} [m]$$

Integrando:

$$\delta_x = -\frac{2}{\pi * E'} \int_0^t 1533039,937 * \ln(R - t)^2 * dt + 2,63x10^{-4}$$

Se obtiene:

$$\delta_x = -\frac{2}{\pi * E'} * 1533039,937 * [t * \ln(R - t)^2 - 2 * \ln(R - t) - 2 * t] + 2,7885x10^{-4}$$

Al reemplazar los valores, se obtiene el valor del desplazamiento relativo entre los cuerpos:

$$\delta_x = -\frac{2}{\pi * E'} * 1533039,937$$

$$* [0,0002788 * \ln(783,4 - 0,0002788)^2 - 2 * \ln(783,4 - 0,0002788)$$

$$- 2 * 0,0002788] + 2,7885x10^{-4}$$

$$\delta_x = 0,00779 [m]$$

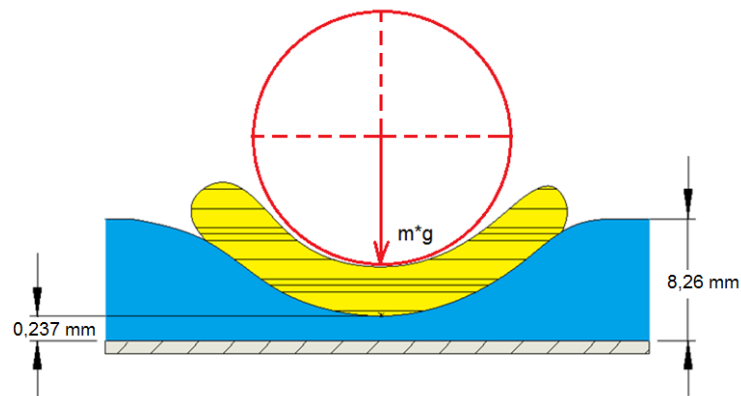
Reemplazando todos estos términos en la ecuación de la altura del canal de flujo:

$$h = t_o + \frac{x^2}{2 * R} + 0,00779$$

$$h = 0,000232 + \frac{0,61^2}{2 * 783,4} + 0,00779 = 0,00826 [m]$$

Esta es la altura del flujo requerido **sin perturbación**, para que el fluido mantenga un espesor mínimo, que garantice el coeficiente de fricción previamente establecido.

Figura 35. Espesores de fluido bajo la acción del flotador (Grafico excedido).



Fuente: Autor

Dada la ecuación de caudal:

$$Q = \bar{v}_{prom} * A_{fluido}$$

Donde de manera conservativa, se relaciona el promedio de la velocidad como:

$$\bar{v}_{prom} = \frac{v_{final} + \bar{v}_o}{2}$$

Del numeral (7.2.1.2) la velocidad final (v_f) es de 12,02 [m/s].

Del numeral (7.2.1.1) el rango de velocidad inicial (v_o) es de:

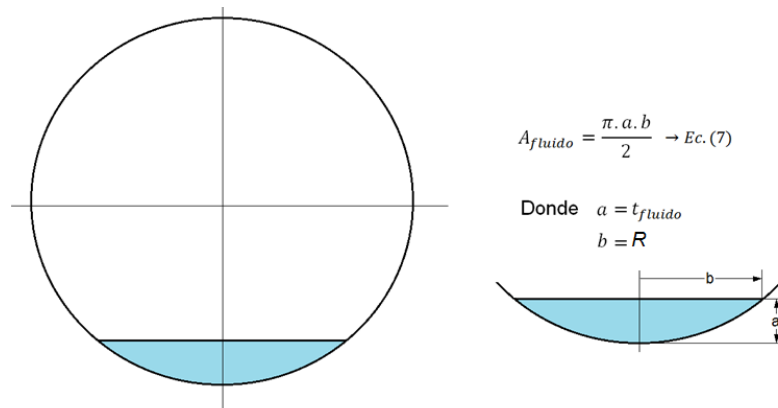
$$\bar{v}_o = \frac{7,769 + 11,34}{2} = 9,55 \left[\frac{m}{s} \right]$$

Al evaluar la velocidad promedio:

$$\bar{v}_{prom} = \frac{12,02 + 9,55}{2} = 10,78 \left[\frac{m}{s} \right]$$

En base a la distribución de flujo se grafica en la figura 36 la sección transversal del tobogán sin perturbación:

Figura 36. Sección transversal del fluido sin perturbar.



Fuente: Autor

$$A_{fluido} = \frac{\pi * (a * b)}{2} = \frac{\pi * (0,00826 * 0,385)}{2} = 0,004499 [m^2]$$

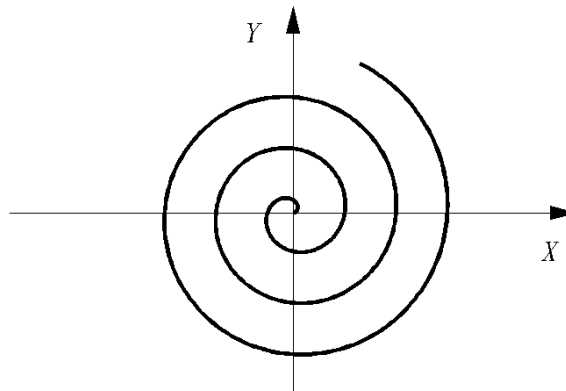
Luego el caudal requerido para lubricar el recorrido a través del tobogán es:

$$Q = 10,78 \left[\frac{m}{s} \right] * 0,004499 [m^2] = 0,04849 \left[\frac{m^3}{s} \right] = 2,909 \left[\frac{m^3}{min} \right] = 769,81 [gpm]$$

6.2.2 Análisis cinemático de la sección tazón

El tazón es la sección del tobogán donde los usuarios terminan su recorrido a alta velocidad, y experimentan un movimiento de rotación en forma de embudo como se muestra:

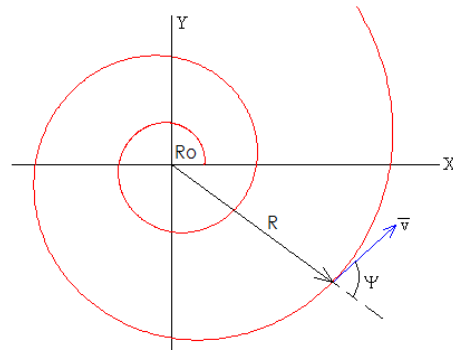
Figura 37. Trayecto en el segmento tazón



Fuente: Autor

El comportamiento de los cuerpos deslizándose sobre la superficie tipo tazón es similar al modelo matemático de la espiral de Arquímedes:

Figura38. Espiral de Arquímedes



Fuente: Autor

La principal característica de la espiral logarítmica es que el radio vector R , y la tangente a la espiral forman un ángulo Ψ (Ángulo de la espiral equi-angular) que se mantiene constante.

Las condiciones iniciales para este tipo de movimiento son:

Tabla 7. Condiciones geométricas y cinemáticas iniciales en el tazón

DIMENSIONES [m]	
Diámetro	15 m
Peralte α	15°
Diferencia de nivel (Entre la entrada y la salida)	0.5
Velocidad inicial [m/s]	12,02

El modelo matemático que caracteriza este recorrido tiene la forma:

$$R = R_0 \cdot e^{b \cdot \theta} \rightarrow Ec. (11)$$

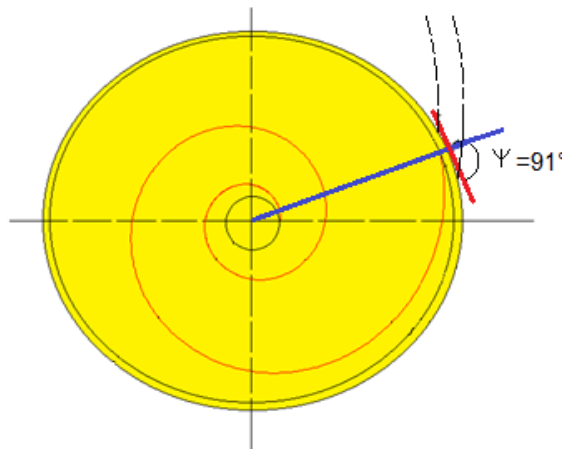
Dónde:

- R_o: Representa el factor de escala en la espiral, y tiene por valor el radio externo de la sección tazón (7,5 m).
- b: Parámetro que define en qué dirección esta enrollada la espiral, se define como el inverso de la tangente del ángulo de la espiral equiangular.

$$b = \frac{1}{\tan\Psi}$$

Para un valor de $b < 0$ la espiral se contrae con cada incremento angular, sí el ángulo Ψ tiende a $\pi/2$, b tiende a cero, y por tanto la espiral tiende a un círculo de radio $R=R_o$.

Figura 39. Ángulo de entrada al tazón.



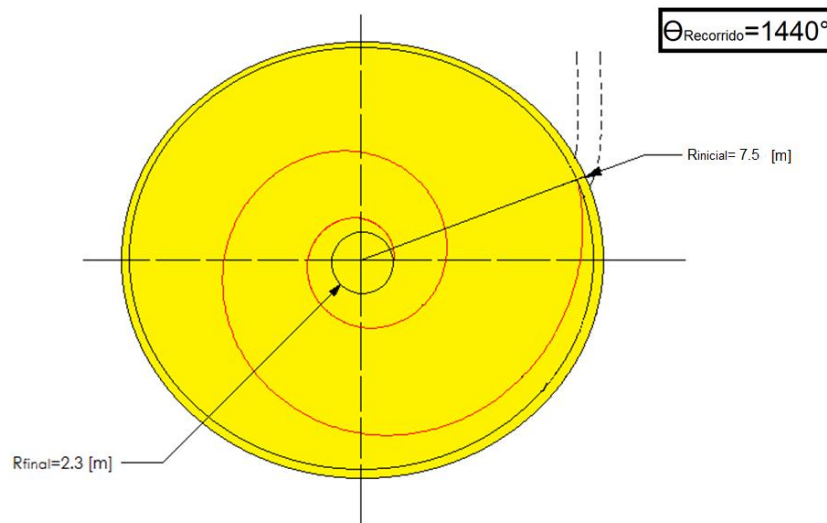
Fuente: Autor

Para generar un cambio suave en la trayectoria angular de los usuarios se asocia el ángulo (Ψ), que físicamente representa el ángulo de entrada al tazón desde la sección recta final del tobogán de entrada, al valor de 91° .

$$b = \frac{1}{\tan\Psi} = \frac{1}{\tan 91^\circ} = -0.017455 \rightarrow Ec. (12)$$

El análisis de este tipo de movimiento amerita el uso de las coordenadas polares, con el fin de establecer las velocidades, aceleraciones y fuerzas que intervienen en el movimiento.

Figura 40. Trayectoria de movimiento en el tazón.



Fuente: Autor

Dado que la ecuación de trayectoria de la espiral de Arquímedes relaciona únicamente variables espaciales, y no abarca el dominio temporal, no es posible establecer directamente vínculos con las ecuaciones cinemáticas.

Para solucionar lo anterior se recurre a un método experimental, en el cual se analizan videos de Parques Acuáticos, donde se encuentran instalados este tipo de toboganes, de esta manera se registran los intervalos de tiempo que les toma a los usuarios recorrer la trayectoria angular del tazón.

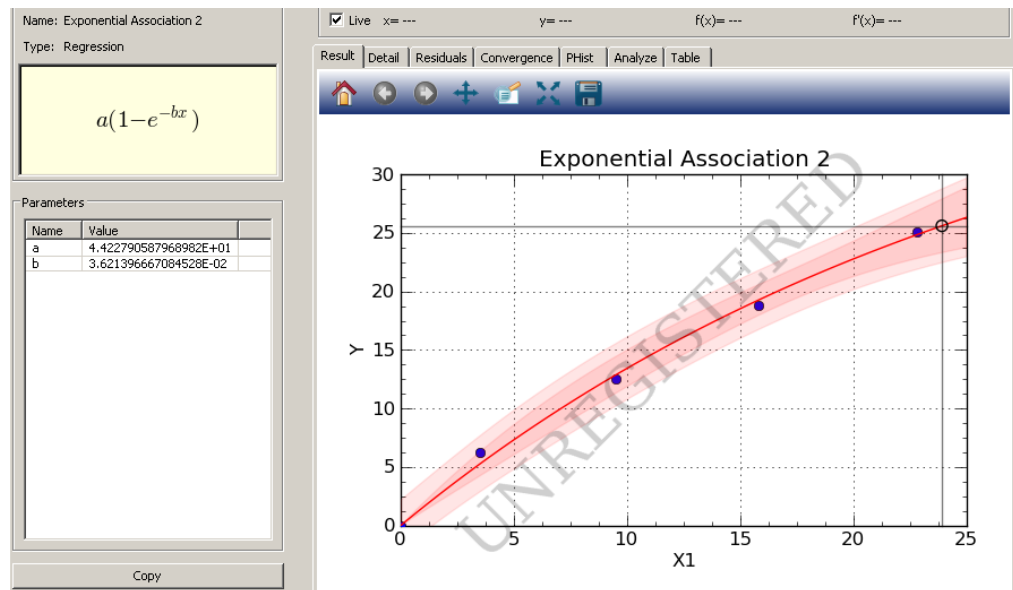
Los datos recopilados mediante este procedimiento son tabulados en la tabla 8:

Tabla 8. Resultados del análisis cinemático experimental.

Desplazamiento angular (θ) [Grados]	Desplazamiento angular (θ) [Radianes]	Tiempo (t) [s]
0	0	0
360	6.283	3.5
720	12.5	9.5
1080	18.85	15
1440	25.1322	22.8

Estos datos son introducidos en el programa de Regresiones Curve Expert, el cual compara una serie de modelos matemáticos para que se pueda escoger aquel que se ajuste en mayor medida a los datos iniciales.

Figura 41. Regresión no lineal seleccionada.



Fuente: Curvexpert

De acuerdo al tipo de regresión seleccionada, la función que relaciona el desplazamiento angular de los usuarios en el tiempo es:

$$\theta_{(t)} = 44.227 * (1 - e^{-0.036214*t})$$

Que al derivar para hallar la razón de cambio angular en el tiempo:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_{(t)} = 1,6016 * e^{-0.036214*t}$$

Hallando igualmente la segunda derivada:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \alpha_{(t)} = -0,058 * e^{-0.036214*t}$$

Como ya se había expresado anteriormente la ecuación que caracteriza dimensionalmente a la espiral de Arquímedes es:

$$R = R_o * e^{b*\theta}$$

Al introducir en ella el dominio del tiempo se obtiene la función que relaciona el radio alcanzado en el tiempo (t):

$$R_{(t)} = R_o * e^{b*\theta_{(t)}}$$

$$R_{(t)} = 7,5 * e^{-0,017455*44,227*(1-e^{-0,036214*t})}$$

$$R_{(t)} = 7,5 * e^{(0,772*e^{-0,036214*t}-0,772)}$$

Derivando se obtiene la función que describe la variación en el tiempo de la función $R_{(t)}$ para cada instante:

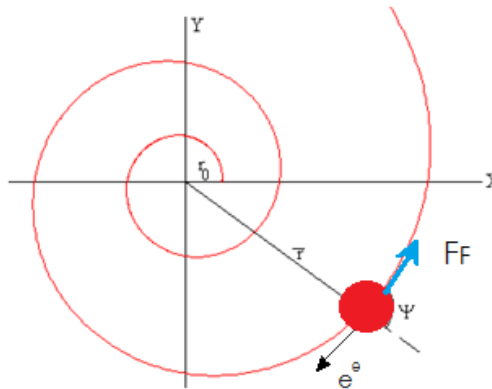
$$\dot{R}_{(t)} = V_o - 0,2096 * e^{(0,772*e^{-0,036214*t}-0,036214*t)}$$

Al derivar nuevamente respecto al tiempo se encuentra la función que caracteriza la variación de la función $R'_{(t)}$:

$$\ddot{R}(t) = [0.0021052 * e^{-0,036214*t} + 0.001625 * e^{-0,072*t}] * e^{0,772*e^{-0,036214*t}}$$

Ahora se procede a relacionar las ecuaciones de movimiento de los usuarios mediante el principio de la conservación de la energía, en la figura 42 se representa la dirección de la fuerza de fricción.

Figura 42. Diagrama de fuerzas en coordenadas radial - transversal



Fuente: Autor

$$\frac{1}{2} * m * V_o^2 + m * g * \Delta h = \frac{1}{2} * m * V_f^2 + U_{fricción} \rightarrow Ec (13)$$

- Los valores de las constantes en la ecuación como la masa, la gravedad y la diferencia de nivel son:

$$m = 152,9 [kg]$$

$$g = 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$\Delta h = 0,5 [m]$$

- Como ya se expresó la velocidad inicial (V_o) es de 12,02 [m/s].

- El termino U representa el trabajo realizado por la fuerza de fricción, la cual actúa en dirección tangencial al trazado de la curva.

$$U_{fricción} = F_{fricción} * S$$

$$F_{fricción} = \mu * N$$

- Al tener una inclinación de 15° la ecuación de reacción normal del flotador con la superficie del tazón es:

$$N = m * g * \cos 15^\circ$$

$$N = 152,9 * 9,81 * \cos 15^\circ = 1448,83 [N]$$

Considerando que las condiciones de deslizamiento crítico se mantienen:

$$\mu = 0,03$$

Luego:

$$F_{fricción} = 43,46 [N]$$

- El desplazamiento (S) en una curvatura de radio R y recorrido angular θ se define como:

$$S = R_{(t)} * \theta_{(t)}$$

Se observa entonces que el recorrido angular es función del tiempo:

$$S_{(t)} = [7,5 * e^{(0,772 * e^{-0,036214 * t} - 0,772)}] * [44.227 * (1 - e^{-0,036214 * t})]$$

Reemplazando en la ecuación (13) se obtiene:

$$\frac{1}{2} * 152,9 * 12,2^2 + 152,9 * 9,81 * 0,5 = \frac{1}{2} * 152,9 * V_f^2 + 43,46 * S_{(t)}$$

Nuevamente la aceleración en los cuerpos es un aspecto a evaluar a lo largo del trazado, para garantizar un valor acorde a lo recomendado en la normativa ASTM 2376-08, se dispone de las siguientes ecuaciones:

$$a_{Radial} = 2 * \dot{R} * \dot{\theta} + R * \ddot{\theta}$$

$$a_{Transversal} = \ddot{R} - R * \dot{\theta}^2$$

El efecto combinado de las aceleraciones Radial y Transversal es:

$$a_{Total} = \sqrt{a_{Radial}^2 + a_{Transversal}^2}$$

Estas ecuaciones son introducidas en EES, donde a partir de un tiempo inicial (0 segundos), hasta el valor final en la iteración (25 segundos) se solucionan las variables dinámicas que intervienen en el recorrido graficadas en la figura 43:

Figura 43. Comportamiento cinemático de los cuerpos por tiempo y desplazamiento angular en la sección tazón.

1.25	t	θ	R	V	a_{Radial}	$a_{\text{Transversal}}$	a_{Total}
Run 1	0	0	7,5	12,42	-20,57	-0,5685	20,58
Run 2	1,042	1,637	7,289	11,86	-19,26	-0,5685	19,27
Run 3	2,083	3,214	7,091	11,33	-17,94	-0,5685	17,95
Run 4	3,125	4,732	6,905	10,82	-16,61	-0,5685	16,62
Run 5	4,167	6,194	6,731	10,34	-15,29	-0,5685	15,3
Run 6	5,208	7,602	6,568	9,875	-13,98	-0,5685	13,99
Run 7	6,25	8,958	6,414	9,431	-12,69	-0,5685	12,7
Run 8	7,292	10,26	6,27	9,006	-11,43	-0,5685	11,44
Run 9	8,333	11,52	6,134	8,599	-10,19	-0,5685	10,21
Run 10	9,375	12,73	6,005	8,207	-8,99	-0,5685	9,008
Run 11	10,42	13,9	5,884	7,829	-7,82	-0,5685	7,84
Run 12	11,46	15,02	5,77	7,466	-6,684	-0,5685	6,708
Run 13	12,5	16,1	5,662	7,114	-5,584	-0,5685	5,613
Run 14	13,54	17,14	5,56	6,775	-4,521	-0,5685	4,556
Run 15	14,58	18,15	5,464	6,446	-3,494	-0,5685	3,539
Run 16	15,63	19,11	5,373	6,127	-2,503	-0,5685	2,566
Run 17	16,67	20,04	5,286	5,816	-1,548	-0,5685	1,649
Run 18	17,71	20,94	5,204	5,513	-0,6283	-0,5685	0,8473
Run 19	18,75	21,8	5,126	5,217	0,2563	-0,5685	0,6237
Run 20	19,79	22,63	5,053	4,927	1,107	-0,5685	1,244
Run 21	20,83	23,43	4,983	4,642	1,924	-0,5685	2,006
Run 22	21,88	24,2	4,916	4,361	2,709	-0,5685	2,768
Run 23	22,92	24,94	4,853	4,083	3,463	-0,5685	3,509
Run 24	23,96	25,65	4,793	3,805	4,186	-0,5685	4,225
Run 25	25	26,34	4,736	3,528	4,88	-0,5685	4,913

Fuente: Autor

La anterior tabulación registro valores en el tiempo y el recorrido angular de la velocidad, y la aceleración, que son permitidos por la normativa ASTM 2376-08 (Menores a 3G durante menos 1 segundo, y menores a 2G hasta terminar el trazado), de los cuales se tomara el punto final para el cambio de sección hacia el canal de frenado.

Tabla 9. Parámetros cinemáticos en el punto de salida del tazón.

Desplazamiento angular (θ) [Grados]	Velocidad final [m/s]
1440	3,52

Fuente: Autor

6.2.3 Análisis cinemático del canal de frenado

El canal de frenado es el trayecto final del recorrido en el los usuarios que salen del tazón proceden a desacelerar y a descender del tobogán, que tiene forma semicircular durante su recorrido, cuya estructura se apoya en su todo avance anclado en el terreno como se muestra en la siguiente figura.

Figura 44. Canal de frenado regular.

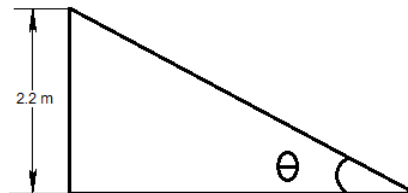


Fuente: www.Rapidswaterpark.com

Ya que las consideraciones de espacio requerido por los usuarios son básicamente las mismas que en la sección del tobogán de entrada, la incógnita a considerar para el diseño es la longitud que debe tener para un frenado efectivo.

Para ello se procede a un análisis cinemático de este recorrido, y para una mayor seguridad en el diseño se asimila el trayecto a un plano inclinado, donde se sobredimensionan los efectos de la velocidad y aceleración de los usuarios.

Figura 45. Modelamiento del canal de frenado.



Fuente: Autor

La relación geométrica es:

$$\text{sen}(\theta) = \frac{2,2}{L}$$

De la ecuación de la cinemática:

$$V_f^2 = V_o^2 + 2 * a * L$$

Siendo la velocidad inicial del canal de frenado la última velocidad alcanzada en la sección del tazón (3,52[m/s]), y ya que la velocidad final debe ser cero:

$$0 = 3,52^2 + 2 * a * L$$

Escribiendo las ecuaciones de fuerzas en el eje transversal al movimiento:

$$\sum_{\text{transversal}} N = m * g * \cos(\theta)$$

Igualmente en el eje de movimiento:

$$\sum_{longitudinal} F = m * a$$

$$m * g * \text{sen}(\theta) - \mu * N = m * a$$

$$m * g * \text{sen}(\theta) - \mu * m * g * \text{cos}(\theta) = m * a$$

Al cancelar el término (m), y evaluar los términos conocidos:

$$9,81 * \text{sen}(\theta) - \mu * 9,81 * \text{cos}(\theta) = a$$

Al registrar este sistema de ecuaciones en el programa EES, en la figura 52 se selecciona la iteración de cálculo.

Figura 46. Iteración del sistema de ecuaciones del canal de frenado.

	1 a	2 L	3 θ	4 u
Run 1	-0,0721	85,92	1,467	0,033
Run 2	-0,1851	33,46	3,77	0,08489
Run 3	-0,2973	20,84	6,06	0,1368
Run 4	-0,408	15,18	8,331	0,1887
Run 5	-0,5169	11,99	10,58	0,2406
Run 6	-0,6233	9,939	12,79	0,2924
Run 7	-0,7271	8,521	14,96	0,3443
Run 8	-0,8278	7,484	17,09	0,3962
Run 9	-0,9251	6,697	19,18	0,4481
Run 10	-1,019	6,081	21,21	0,5

Fuente: Autor

Nuevamente se registran estos resultados:

$$a = -0,5169 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$L = 12 [m]$$

$$\theta = 10,58^\circ$$

$$\mu = 0,2406$$

Del análisis realizado se concluye que el canal de frenado debe tener una longitud mínima de doce metros, inclinado a un ángulo de $10,58^\circ$ para poder garantizar el frenado de los usuarios al finalizar el recorrido.

6.3 CÁLCULO DE CARGAS

Según la norma ASTM 2376-08 las cargas que influyen en el diseño de un tobogán son:

- Las cargas muertas: Resultantes del peso de la estructura.
- Las cargas operacionales, que a su vez se dividen en:
 - Peso de los usuarios y flotador.
 - La carga generada por el peso del agua.
- La carga de viento.
- Otras cargas laterales.

6.3.1 Cargas muertas

La carga muerta cubre todas las cargas de elementos permanentes de la estructura, para el cálculo de las cargas muertas producidas por los materiales de

construcción no estructurales como la fibra de vidrio, estos elementos se dividen en horizontales y verticales.

Debido a que todas las secciones de tobogán presentan dimensiones horizontales mayores que su dimensión vertical, no se consideraran los elementos estructurales verticales.

Elementos no estructurales horizontales:

Para propósitos de diseño del tobogán, se asume que los componentes como secciones rectas, curvas, tazón y canal de frenado se incluyen en este criterio.

Según el código de construcción colombiano NSR 10 las cargas muertas de los elementos no estructurales horizontales se consideran como cargas verticales uniformes por unidad de área de superficie, aplicada en las zonas correspondientes en que se localizan tales elementos.

En la determinación de las cargas muertas producidas por tales elementos se debe usar la densidad de masa real de los materiales y un espesor realista. Como guía se técnica se ha encontrado según la tabla B.3.2-1 del código NSR 10 las densidades de masa mínimas para la fibra de vidrio, componente básico de la estructura del tobogán.*

En la tabla10 se proporcionan los valores de cargas muertas de materiales típicos en elementos no estructurales horizontales, los cuales corresponden a valores mínimos promedio:

Tabla 10. Valores de cargas muertas para diferentes materiales.

Componente	Carga (kN/m ²) m ² de área en planta	Carga (kgf/m ²) m ² de área en planta
Cubierta		
Cobre o latón	0.05	5
Cubiertas aislantes		
Fibra de vidrio	0.0020 (por mm de espesor)	2.0 (por cm de espesor)
Tableros de fibra	0.0030 (por mm de espesor)	3.0 (por cm de espesor)
Perfita	0.0015 (por mm de espesor)	1.5 (por cm de espesor)
Espuma de poliestireno	0.0005 (por mm de espesor)	0.5 (por cm de espesor)
Espuma de poliuretano	0.0010 (por mm de espesor)	1.0 (por cm de espesor)
Cubiertas corrugadas de asbesto-cemento	0.20	20
Entablado de madera	0.0060 (por mm de espesor)	6.0 (por cm de espesor)
Láminas de yeso, 12 mm	0.10	10
Madera laminada (según el espesor)	0.0100 (por mm de espesor)	10.0 (por cm de espesor)
Membranas impermeables:		
Bituminosa, cubierta de grava	0.25	25
Bituminosa, superficie lisa	0.10	10
Líquido aplicado	0.05	5
Tela asfáltica de una capa	0.03	3
Marquesinas, marco metálico, vidrio de 10 mm	0.40	40
Tableros de fibra, 12 mm	0.05	5
Tableros de madera, 50 mm	0.25	25
Tableros de madera, 75 mm	0.40	40
Tablero metálico, calibre 20 (0.9 mm de espesor nominal)	0.08	8
Tablero metálico, calibre 18 (1.2 mm de espesor nominal)	0.08	8
Tablillas (shingles) de asbesto – cemento	0.20	20
Tablillas (shingles) de asfalto	0.10	10
Tablillas (shingles) de madera	0.15	15
Teja de arcilla, incluyendo el mortero	0.80	80

Fuente: Código NSR 10

De la tabla anterior se obtiene el parámetro de Carga muerta por unidad de volumen para la fibra de vidrio:

$$Peso\ por\ sección = 2000 \left[\frac{N}{m^3} \right] \times Volumen\ de\ cada\ sección$$

A continuación se tabulan los volúmenes y pesos de cada sección del tobogán, inicialmente se consideran un espesor por sección de 1.5 cm, que luego será corroborado por el análisis de resistencia del material a las cargas aplicadas.

Tabla 11. Peso y volumen de las secciones del tobogán.

Tramo	Forma de la secciones	Dimensiones		Numero de secciones	Volumen por sección [m³]	Distribución de Peso por longitud [N/m]	Peso por sección [N]
		Longitud lineal [m]	Diámetro exterior [m]				
Recto #1	Cilindro hueco recto	2,55	1,53	6	0,05852	45,9	117,45
Curvo #2	Cilindro hueco con eje curvo a un ángulo de 16.3°	2,45	1,53	3	0,05622	45,8	112,45
Recto #3	Cilindro hueco recto	2,55	1,53	1	0,05852	45,9	117,45
Canal de frenado	Medio cilindro hueco	12	1,53	4	0,1427	142,7	285,57

Nota: Cálculos realizados para un espesor constante en las secciones de 1.5 cm

El peso por cada sección será asumido en el análisis de resistencia del material como una carga concentrada en su centroide.

6.3.2 Cargas Operacionales

- Peso de los usuarios y flotador:

Como se registró en el numeral 5.1.1, la carga a deslizar por el tobogán es:

$$Carga\ a\ deslizar = W_{usuarios} + W_{Flotador} = 1529 + 36 = 1565 [N]$$

- Carga generada por el peso del agua:

La norma ASTM 2376-08 recomienda que para el agua que fluye en las secciones de un tobogán con una profundidad máxima de 2 pulgadas la carga

de agua debe ser de un mínimo de 15 [Lb/pie] por cada mil galones por minuto de flujo.

Aunque el espesor de la capa de agua que transita por el tobogán no es tan alto, se ha tomado la consideración anterior como criterio conservador de diseño.

$$Carga\ de\ agua = \frac{219,5 \frac{N}{m}}{1000\ Gpm} * Q_{gpm}$$

- Peso distribuido de agua en el tobogán de entrada:

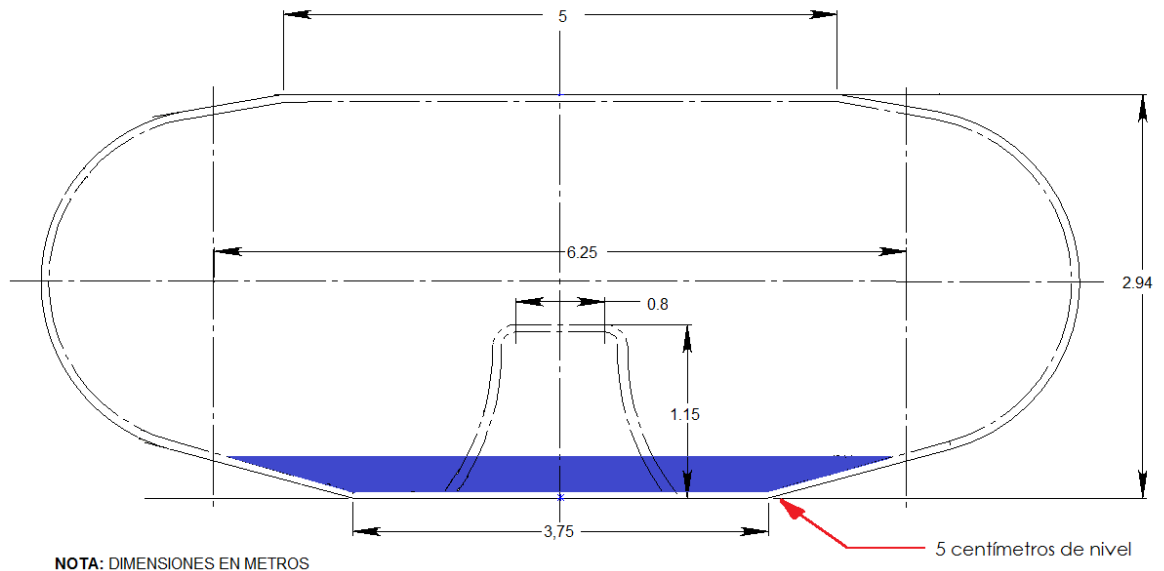
$$Carga\ distribuida\ de\ agua = \frac{219,5 \left[\frac{N}{m} \right]}{1000 [Gpm]} * 1340 [Gpm] = 294 \left[\frac{N}{m} \right]$$

- **Cargas en la sección Tazón:**

Como se mencionó anteriormente la normativa ASTM 2376 evalúa las cargas ejercidas por el agua sobre las diferentes secciones del tobogán cuando el fluido alcanza un espesor de dos pulgadas.

Del mismo modo se analiza el peso impuesto por el agua en el tazón, donde por razones conservativas de diseño se supone que el agua alcanza una profundidad de 2 pulgadas distribuida en un área superficial circular correspondiente al fondo del tazón, como se muestra en la figura 47.

Figura 47. Carga de agua máxima en la sección del tazón



Fuente: Autor

Teniendo en cuenta esto el peso concentrado de agua sobre el tazón es:

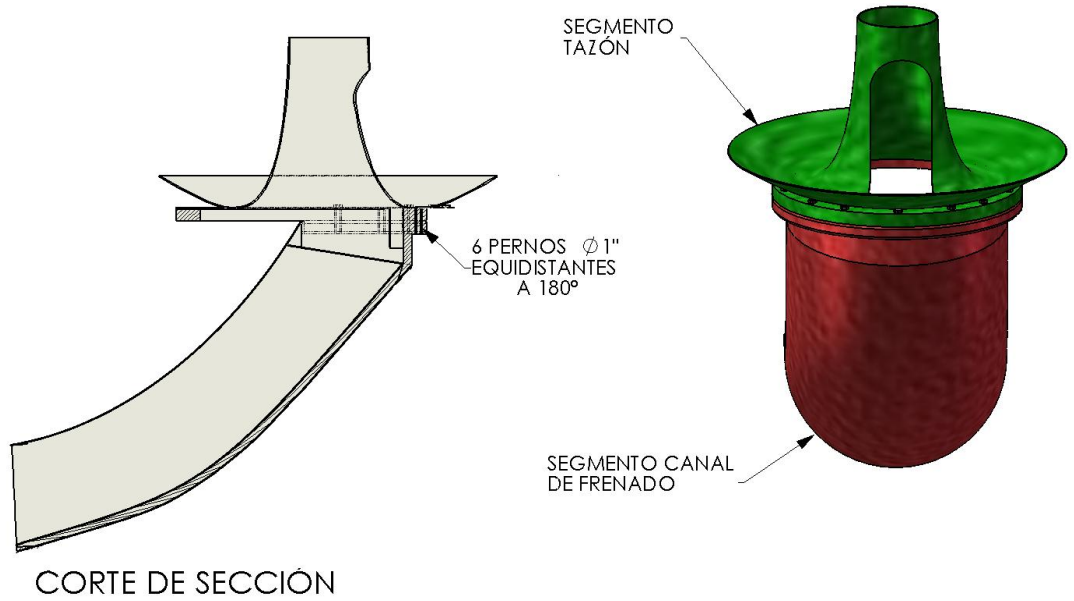
$$\text{Peso de agua} = \rho_{H_2O} * g * \pi * R_{\text{tazón}}^2 * \text{Profundidad}$$

$$\text{Peso de agua} = 1000 \left[\frac{kg}{m^3} \right] * 9,81 \left[\frac{m}{s^2} \right] * \frac{\pi}{4} * (3,75 * 4)^2 [m^2] * 0,05 [m] = 86678.5 [N]$$

- **Cargas en el Canal de frenado:**

El canal de frenado se encuentra inicialmente apoyado mediante una junta apernada en la parte inferior del tazón según la figura 48.

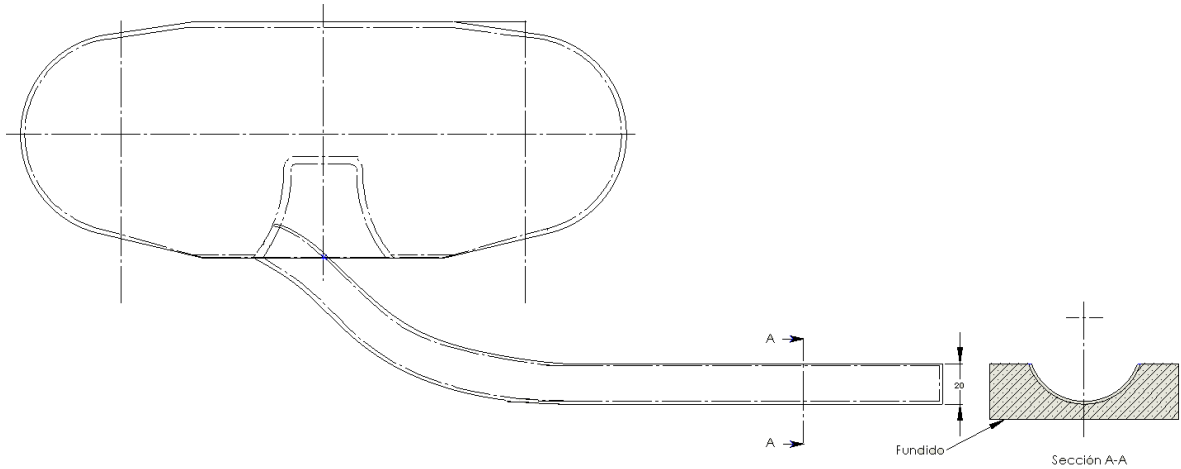
Figura 48. Apoyo del canal de frenado



Fuente: Autor

El complemento de su longitud descansa sobre la superficie pavimentada el terreno como se muestra:

Figura49. Estructura del canal de frenado



Fuente: Autor

El canal de frenado esta ensamblado al fundido de concreto por uniones apernadas con platinas fundidas al concreto previamente durante la preparación del terreno.

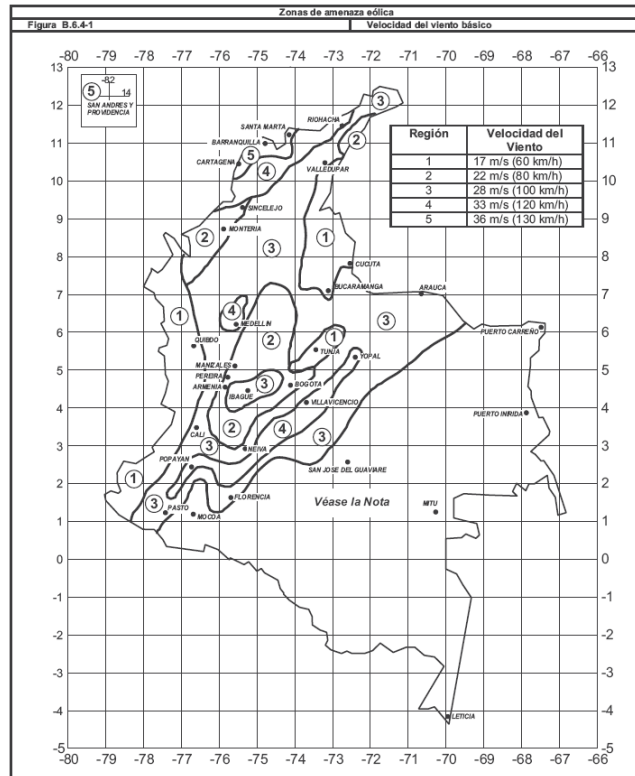
Las cargas aquí solicitadas se asemejan a las requeridas en el análisis del tobogán de entrada.

- **Carga de viento:** Según el reglamento de construcción NSR 10 en su artículo B.6.1.3.1:

Sistema Principal Resistente a Cargas de Viento (SPRFV): Para una edificación cerrada, parcialmente cerrada **o para cualquier estructura**, la carga de viento a usarse en el diseño de SPRFV no será menor a la multiplicación de 0.40 kN/m² por el área de la edificación o estructura, proyectada a un plano vertical normal a la dirección de viento en estudio.

La velocidad de viento básica, (**V**) usada en la determinación de las cargas de viento de diseño edificios y otras estructuras según la Fig. B.6.4-1 tomada del código de construcción nacional NS-10.

Figura 50. Carta de velocidad de viento en Colombia



Fuente: NSR 10

Según la figura la velocidad del viento asignada a la región del área metropolitana de Bucaramanga corresponde a 17 [m/s].

El código NSR-10 considera ampliamente el actuar de cargas de viento obre estructuras tipo cubierta para edificaciones diferentes a la presente, se recurre al código de construcción NSR-98, donde se ha registrado el estudio de las cargas de viento para estructuras semejantes a la de este proyecto.

La normativa Colombiana NSR 98 en su numeral B.6.4.2.1 establece la presión producida por el viento como:

$$p = C_p * q * S_4 \left[\frac{kN}{m^2} \right]$$

- Dónde: C_p : Coeficiente de presión del viento.
 q : Presión dinámica del viento.
 S_4 : Coeficiente que considera la variación de la densidad del aire con la altura sobre el nivel del mar.

Ya que las secciones que componen la estructura del tobogán son superficies de forma cilíndrica, se escoge este parámetro de la tabla B.6.4-2.

Tabla 12. Coeficiente de presión del viento

Tipo de estructura	C_p
Estructuras prismáticas con $h < 2b$	1,2
Estructuras prismáticas alargadas	1,6
Superficies cilíndricas	0,7
Superficies planas de poca profundidad tales como vallas	1,4

Los valores de la presión dinámica de viento (q) para diferentes intervalos de altura se obtienen de la tabla B.6.4-1 con base a la velocidad del viento anteriormente definida:

Tabla 13. Presión dinámica del viento

Altura [m]	Velocidad [Kph]						
	60	70	80	90	100	110	>120
0-10	0,2	0,27	0,35	0,5	0,55	0,67	0,8
10-20	0,22	0,3	0,4	0,5	0,62	0,75	0,9
20-40	0,27	0,37	0,48	0,6	0,75	0,91	1,1
40-80	0,33	0,45	0,59	0,7	0,92	1,11	1,3
80-150	0,4	0,54	0,71	0,9	1,11	1,34	1,6
>150	0,5	0,68	0,88	1,1	1,38	1,67	2

El coeficiente de variación de la densidad de aire (S4) según el numeral B.6.6.2, y con la altura sobre el nivel del mar del área metropolitana de Bucaramanga:

Tabla 14. Coeficiente de variación de la densidad del aire

Altitud	
Metros	S4
0	1
500	0,94
1000	0,88
1500	0,83
2000	0,78
2500	0,73
3000	0,69

Reemplazando estos valores en la ecuación de presión del viento sobre cualquier punto en la superficie de la estructura:

$$p = 0,7 * 0,22 * 0,88 = 0,13552 \left[\frac{KN}{m^2} \right]$$

La fuerza que actúa sobre el área expuesta al viento por sección de tobogán es:

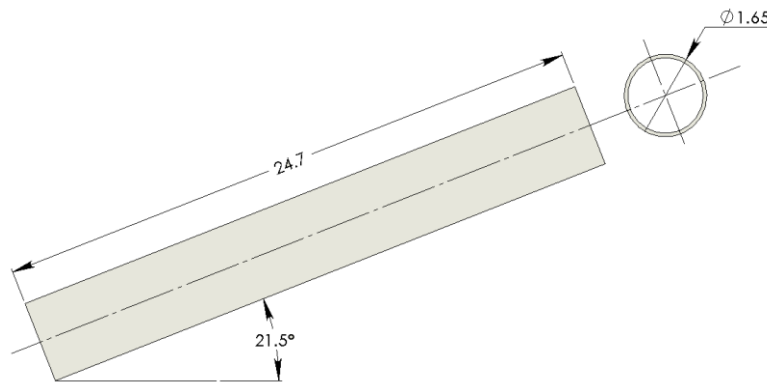
$$F_{distribuida} = \frac{p * diametro_{sección}}{Longitud_{sección}}$$

Donde se considera el área A como la proyección lateral del área expuesta al viento.

Calculo de carga de viento: Secciones del tobogán de entrada

Para facilitar el cálculo de la Fuerza de presión se asume que las secciones de tramo curvo y rectas se comportan como una sección cilíndrica a un ángulo de inclinación promedio de 21,5° como se muestra:

Figura 51. Inclinación promedio del tobogán de entrada



Nota: Dimensiones en metros

De la ecuación de carga distribuida por la acción del viento, se obtiene la carga distribuida de viento en la sección de tobogán de entrada:

$$F_{distribuida} = \frac{p * diametro_{sección}}{Longitud_{sección}} = 0,13552 * 1,65 = 0,2236 \left[\frac{kN}{m} \right]$$

6.3.3 Cálculo de cargas adicionales

Según la norma ASTM 2376-08 se debe incluir en el análisis de cargas una carga lateral equivalente al 10% del peso muerto de la estructura.

Esta carga adicional fue asociada únicamente a las secciones del tobogán de entrada, puesto que no se considera que las secciones inferiores operen en afectadas por cargas laterales.

Tabulando este parámetro de carga por sección del tobogán:

Tabla 15. Cargas adicionales del tobogán por sección.

Tramo	Forma de la sección	Volumen por sección [m ³]	Peso por sección [N]	Carga lateral [N]
Sección 0	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 1	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 2	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 3	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 4	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 5	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 6	Recta	0.0582	117.45	11.74
Sección 7	Curva	0.05622	112.5	11.25
Sección 8	Curva	0.05622	112.5	11.25
Sección 9	Curva	0.05622	112.5	11.25
Sección 10	Recta	0.0582	117.45	11.74

Y representando las anteriores fuerzas en las figuras 52 y 53 en sus ejes de acción:

Figura 52. Combinación de cargas las secciones rectas del tobogán de entrada

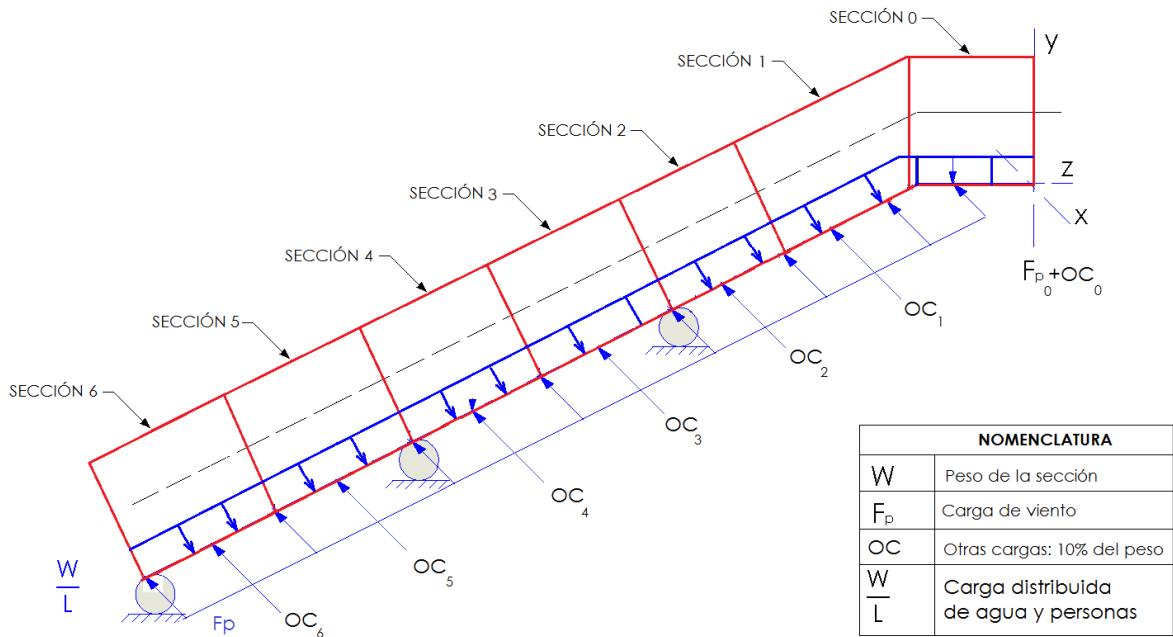
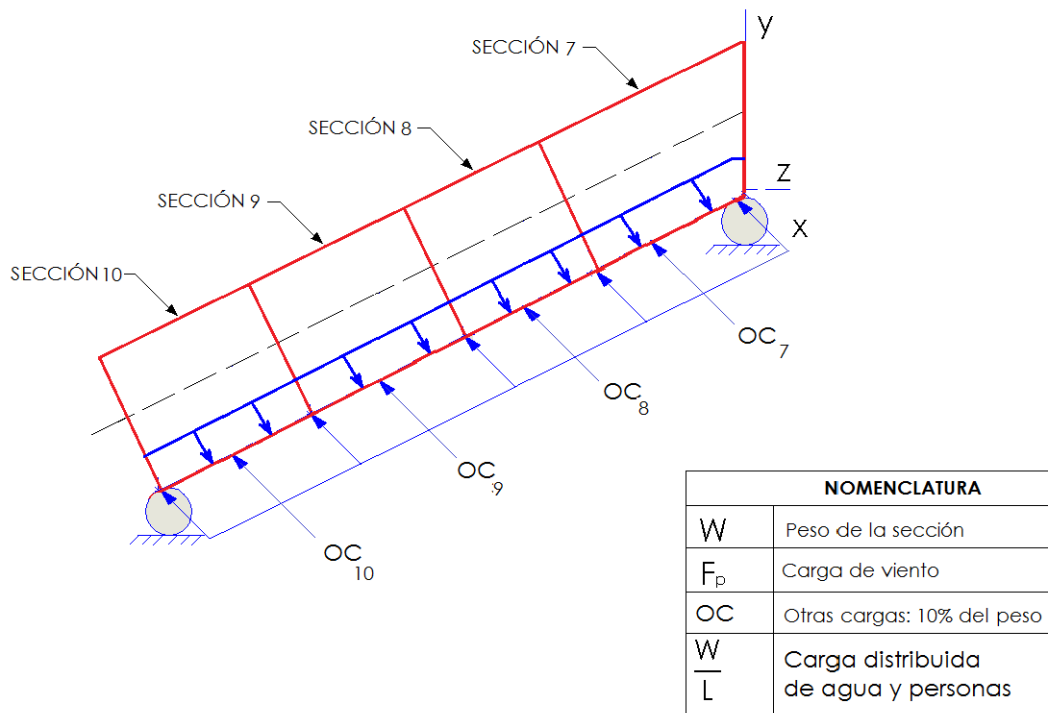


Figura 53. Combinación de cargas en el tramo curvo



6.4 ANÁLISIS DE RESISTENCIA

6.4.1 Cálculo del espesor de las secciones del tobogán

Para determinar el espesor adecuado de las secciones del tobogán a las cargas que se encuentran aplicadas, se toman dos métodos:

- El primer método se basa en la aplicación de la norma ASTM D3754 -11, donde se reglamentan los códigos de diseño para tuberías de poliéster reforzado con fibra de vidrio.
- El segundo método trata de un análisis de resistencia del tramo de entrada del tobogán, modelando las secciones como una viga sometida a flexión, donde se encuentra el espesor mínimo para resistir los esfuerzos que se generan.

Cálculo del espesor por códigos de diseño ASTM

La normativa ASTM D3754-11 reglamenta el diseño de tuberías construidas en poliéster reforzado con fibra de vidrio, esta norma abarca de manera completa todo lo relacionado en pruebas hidrostáticas realizadas a este material para comprobar su resistencia.

Para el estudio de la resistencia de las secciones del tobogán se realizara una analogía en el comportamiento de las cargas internas a las que están sometidas las secciones, y los parámetros de diseño de tuberías con presión interna aplicada, con lo cual se obtendrá un espesor mínimo para soportar las cargas internas solicitadas.

La ecuación del espesor mínimo de una tubería conformada de resinas plástica fabricada por moldeo centrifugo y sometida a presión interna de acuerdo a la norma ASTM D3754-11 es:

$$t = \frac{Px D}{2 * S_{Diseño} * F * sen(\theta)}$$

Hoop

Dónde:

D: Diámetro nominal de la sección del tobogán, de acuerdo a los diámetros nominales de las tuberías fabricadas en resina de poliéster mostrados en la tabla 2 de la citada normativa:

Tabla 16. Diámetros nominales para tubería en resina de poliéster.


 D3754 – 11

TABLE 2 Nominal Inside Diameters (ID) and Tolerances Inside Diameter Control Pipe

Nominal Diameter, ^A in.	Tolerances, in.	Nominal Metric Diameter, ^B mm	ID Range, ^B mm		Tolerance ^B on Declared ID, mm
			Minimum	Maximum	
8	±0.25	200	196	204	±1.5
10	±0.25	250	246	255	±1.5
12	±0.25	300	296	306	±1.8
14	±0.25	400	396	408	±2.4
15	±0.25	500	496	510	±3.0
16	±0.25	600	595	612	±3.6
18	±0.25	700	695	714	±4.2
20	±0.25	800	795	816	±4.2
21	±0.25	900	895	918	±4.2
24	±0.25	1000	995	1020	±5.0
27	±0.27	1200	1195	1220	±5.0
30	±0.30	1400	1395	1420	±5.0
33	±0.33	1600	1595	1620	±5.0
36	±0.36	1800	1795	1820	±5.0
39	±0.39	2000	1995	2020	±5.0
42	±0.42	(2200)	2195	2220	±6.0
45	±0.45	2400	2395	2420	±6.0
48	±0.48	(2600)	2595	2620	±6.0
51	±0.51	2800	2795	2820	±6.0
54	±0.54	(3000)	2995	3020	±6.0
60	±0.60	3200	3195	3220	±7.0
66	±0.66	(3400)	3395	3420	±7.0
72	±0.72	3600	3595	3620	±7.0
78	±0.78	(3800)	3795	3820	±7.0
84	±0.84	4000	3995	4020	±7.0
90	±0.90
96	±0.96
102	±1.00
108	±1.00
114	±1.00
120	±1.00
132	±1.00
144	±1.00
156	±1.00

^A Inside diameters other than those shown shall be permitted by agreement between purchaser and supplier.

^B Values are taken from International Standards Organization documents. Parentheses indicate non-preferred diameters.

Fuente: ASTM D3754-11

El diámetro nominal seleccionado de acuerdo a la geometría solicitada para el normal deslizamiento de los usuarios es de 60 pulgadas (152.4 cm)

SDiseño/Hoop:

Esfuerzo hidrostático básico de diseño, en la Norma ASTM D 3754, Tabla 9: Esfuerzo a la tensión de Hoop para tuberías de resinas de poliéster, se obtiene el valor del esfuerzo a tracción del poliéster con fibra de vidrio:

$$S_{Hoop} = 6000PSI \approx 41910[KPa]$$

Por razones de seguridad, y haciendo aún más conservativo el diseño, se incluye el parámetro la norma ASTM 2376-08, Artículo 7.10.3:

“Las cargas del tobogán en condiciones normales de funcionamiento deberán demostrar un mínimo de 5 a 1 factor de seguridad contra la rotura de fibra de vidrio reforzado con materiales compuestos de plástico o de otro tipo”.

Teniendo en cuenta lo anterior se define el factor de seguridad de diseño como:

$$N = 5$$

Luego al definir el esfuerzo admisible para el diseño de la sección del tobogán:

$$S_{adm} = \frac{S}{N} = \frac{41910000}{5} = 8382000 \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

P: Presión interna aplicada, al no tener una carga de presión en las paredes del tobogán se realiza una distribución superficial de las cargas concentradas como son: el peso de los usuarios, el peso del flotador, y el peso del caudal de agua que circula por la sección del tobogán.

- Carga de usuarios y flotador: En el numeral 5.1.1 se estableció la carga de peso de los usuarios y el vehículo de deslizamiento (1565 N).

Realizando la suposición de que esta carga se distribuye uniformemente por la sección transversal del flotador:

$$Carga\ de\ usuarios = \frac{Peso\ usuarios + Flotador}{Area\ Flotador}$$

$$Carga\ de\ usuarios = \frac{1565}{1,22 \times 0,7} = 1832,55 \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

Esta se considera como la carga superficial distribuida uniformemente.

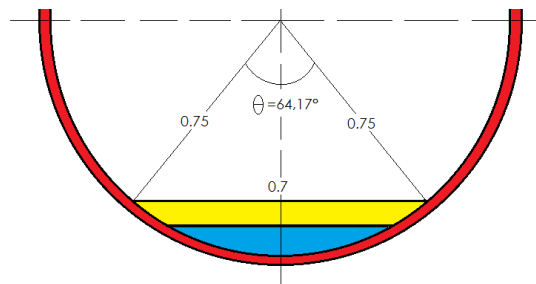
- Carga de agua:

Previamente en el numeral 5.3.2 se estableció la distribución de carga lineal del caudal recirculado para las secciones del tobogán de entrada, (294 [N/m]).

Esta carga se distribuye sobre el perímetro mojado en la sección interna del tobogán según la figura 54:

$$Perimetro_{Mojado} = R \cdot \theta$$

Figura54. Perímetro abarcado por el flotador.



Fuente: Autor

Al suponer que el flotador de 0.77 metros de ancho por ser un cuerpo flexible confina al fluido en una distribución angular de 64.17° ; $\theta=1.12$ Rad.

Entonces:

$$Perimetro_{Mojado} = 0,77 \times 1.12 \text{ rad} = 0.84 \text{ [m]}$$

$$Peso \text{ de agua distribuida} = \frac{294 \left[\frac{N}{m} \right]}{0,75 * 0.84} = 466,67 \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

Luego al realizar la sumatoria de las cargas superficiales en el tobogán, se obtiene el parámetro de diseño análogo a la presión interna:

$$p = 1832,55 + 466,67 = 2300 \text{ [Pa]}$$

F: Factor de conformado de la tubería, de acuerdo a la norma ASTM B31.1 párrafo III numeral 4.3.2. B 3.2, para tubería de poliéster reforzada con fibra de vidrio y construida en molde por centrifuga:

$$F = 0.5$$

Θ: Angulo formado por las fibras durante el conformado, tomando como referencia el eje longitudinal de las fibras, regularmente de $\pm 45^\circ$

Al reemplazar todos los anteriores parámetros en la ecuación:

$$t \text{ [m]} = \frac{2300 \text{ [Pa]} * 1,524 \text{ [m]}}{2 * 8382000 \text{ [Pa]} * 0,5 * \text{sen}(45)} = 0,0005913 \text{ [m]} = 0,059 \text{ [cm]}$$

De lo anterior se concluye que mediante el diseño por códigos de reglamentarios de fibra de vidrio, un espesor de 1 centímetro para las paredes del tobogán considera muy seguro.

6.4.2 Cálculo de juntas entre secciones por análisis de resistencia

Una vez evaluado el espesor por el método de diseño de tuberías, se procede a evaluar el espesor mínimo de la fibra de vidrio para responder de modo seguro a las cargas flectoras que ejercen de los apoyos.

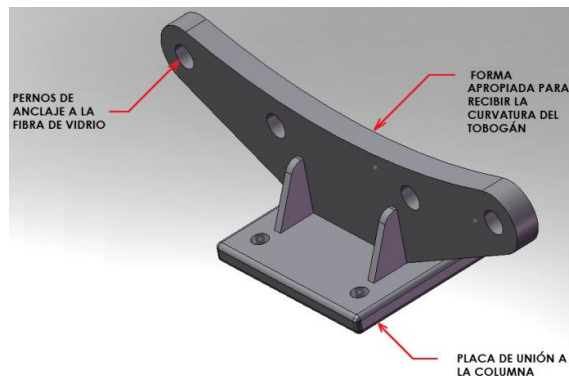
Los apoyos entre secciones de tobogán son uniones bridadas, que se consideran como empotramientos dobles. Así mismo cada dos secciones se encuentra un apoyo tipo columna al que se traslada la componente vertical de la reacción en el empotramiento:

Figura 55. Juntas entre secciones del tobogán de entrada.



Fuente: Autor

Figura 56. Pieza de anclaje a las columnas del tobogán de entrada



Fuente: Autor

De las cargas a las que se encuentran sometidas las secciones del tobogán (Figura 52 y 53) sus componentes perpendiculares al eje longitudinal hacen que la sección inferior del tubo se comporte como una viga sometida a flexión, descomponiendo estas fuerzas a un Angulo promedio de 21.5° (Suposición realizada en el cálculo de la carga de presión del aire) donde se aplican las siguientes fuerzas:

- Carga distribuida del peso de los usuarios:

$$\begin{aligned} \text{Carga distribuida de usuarios} &= \frac{(\text{Peso usuarios} + \text{flotador})}{\text{Longitud flotador}} x \cos \bar{\theta} \\ &= \frac{1565 \text{ [N]}}{1.22 \text{ [m]}} x \cos 21 = 1197.6 \left[\frac{\text{N}}{\text{m}} \right] \end{aligned}$$

- Carga distribuida del agua: Del numeral 5.3.2, la carga distribuida del agua es 294 [N/m], y actúa perpendicular a la superficie del tobogán.

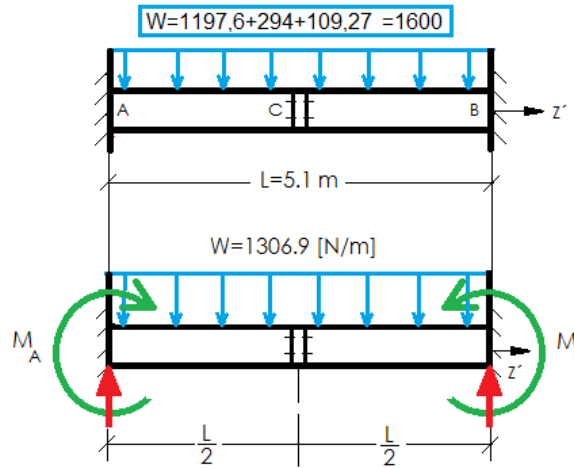
$$\text{Carga distribuida de agua} = 294 \text{ [N]}$$

- Peso de cada sección del tobogán: La carga distribuida por peso de material de cada sección se encuentra tabulada en la Tabla 11, el peso por sección del tobogán para hallar la fuerza que ocasiona el momento flector:

$$\text{Componente del peso} = 117.45 * \cos 21.5^\circ = 109.3 \text{ N}$$

Dichas cargas se grafican en el siguiente diagrama para el plano vertical:

Figura 57. Cargas aplicadas en el plano vertical.



Fuente: Autor

Aplicando las ecuaciones de fuerzas en el plano Z'Y:

Sumatoria de fuerzas en la componente vertical:

$$\sum F_y = R_{Ay} + R_{By} = 1306.9$$

Sumatoria de momentos en el punto de empotramiento:

$$\sum M_{z_B} = L * R_{Ay} + M_A - M_B - \frac{W \cdot L}{2} = 0$$

Ya que la viga se encuentra estáticamente indeterminada se procede a encontrar el valor de las reacciones en sus apoyos por el método de integración:

De la ecuación conocida como ecuación de la viga: $EI\ddot{y} = M$ se obtiene:

$$EI\ddot{y} = R_A * z' - \frac{1600}{2} * z'^2 - M_B * (z' - L)$$

Integrando:

$$EI\dot{y} = \frac{R_A}{2} * z'^2 - \frac{1600}{2} * z'^3 - M_B * (z' - L) + C1$$

Integrando nuevamente:

$$EIy = \frac{R_A}{2} * z'^3 + -\frac{1600}{2} * z'^4 - \frac{M_B}{2} * (z' - L)^2 + C1 * z' + C2$$

A estas ecuaciones se les aplica las condiciones de frontera de apoyo simple:

$$Si z' = 0 \rightarrow y = 0$$

$$Si z' = L \rightarrow y = 0$$

Y las ecuaciones por apoyo tipo empotramiento:

$$Si z' = 0 \rightarrow \dot{y} = 0$$

$$Si z' = L \rightarrow \dot{y} = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado:

$$R_A = 3332,6 [N]$$

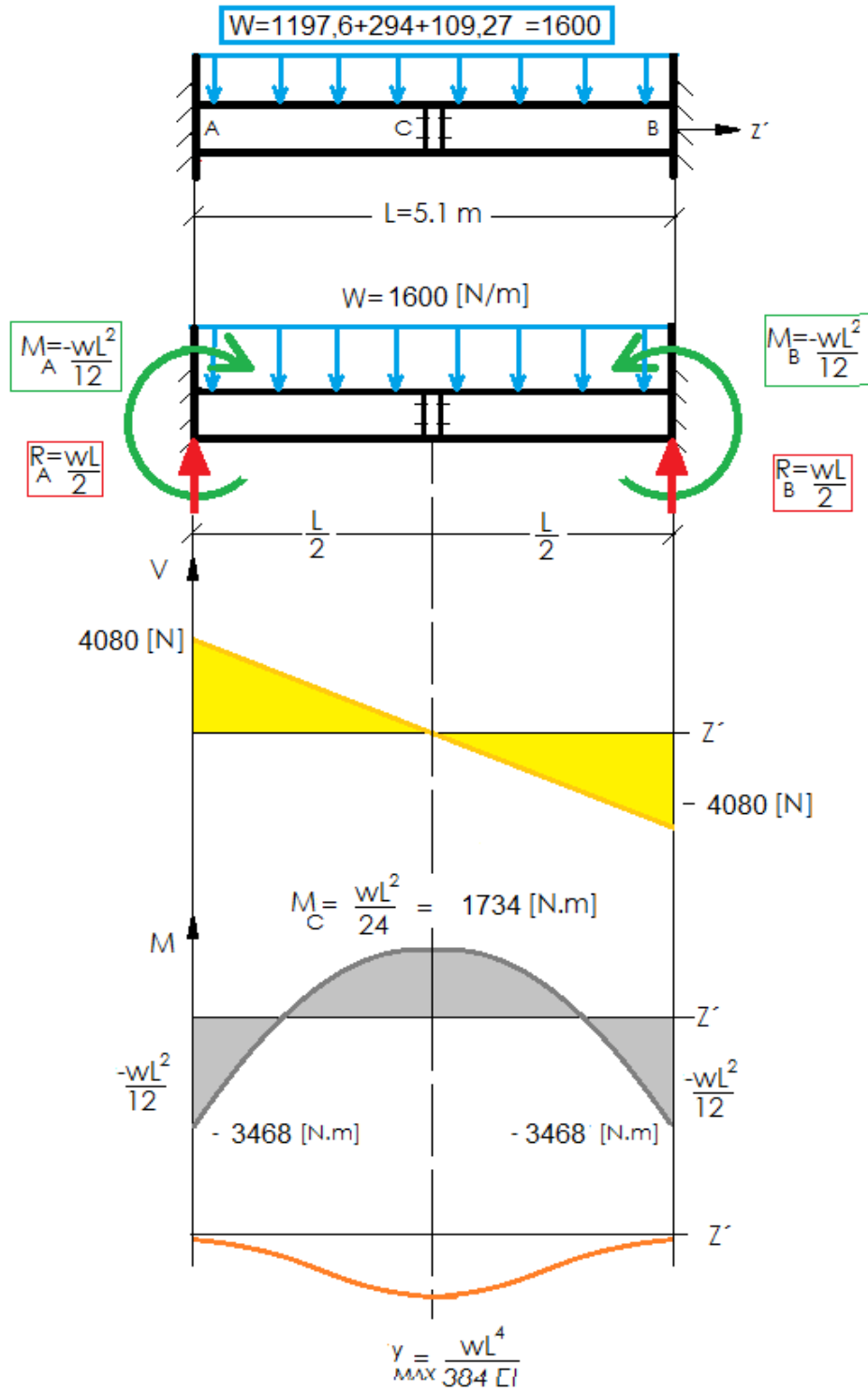
$$R_B = 3332,6 [N]$$

$$M_A = -2832,7 [N * m]$$

$$M_B = -2832,7 [N * m]$$

Igualmente se representan en la figura 58 los diagramas de flexión correspondientes al tramo entre juntas del tobogán:

Figura 58. Diagramas de Flexión



Fuente: Autor

Las reacciones de los apoyos en la componente transversal del tobogán de entrada (Figura 35), son factores que previenen los efectos producidos en casi su totalidad por fuerzas extremas de viento, además de ser pequeñas en comparación con las reacciones halladas en el plano Z`Y.

Al realizar un análisis similar al anterior se obtienen las reacciones necesarias en los apoyos en el eje transversal:

$$R_{A(z)} = 597,56 [N]$$

$$R_{B(z)} = 597,56 [N]$$

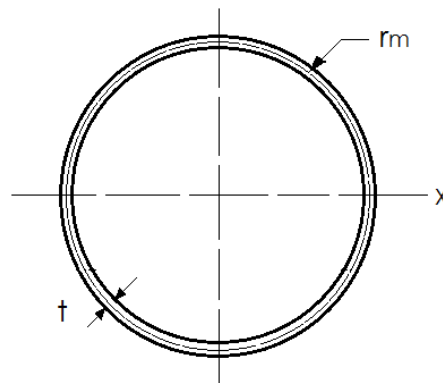
$$M_{A(x)} = -1158,18 [N * m]$$

$$R_{A(x)} = -1158,18 [N * m]$$

6.4.3 Análisis de la sección transversal

En la figura 59 se grafica la sección transversal del tobogán como un cilindro hueco de paredes delgadas.

Figura 59. Sección transversal



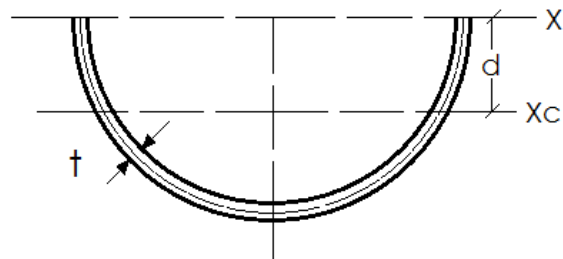
Las fórmulas del momento polar de inercia, y del eje centroidal con respecto al eje x son:

$$J = 2\pi * r_m * t * r_m^2$$

$$I_x = \frac{J}{2} = \pi * r_m^3 * t$$

La concentración de la carga siempre ocurrirá en la parte inferior de la sección transversal, al analizar el diagrama de deformación, se observa que el punto crítico por momento flector se encuentra en el doble empotramiento, para un análisis del material se estudiara esta parte de la sección transversal:

Figura 60. Parte de la sección transversal a analizar.



Fuente: Autor

Al tomar media sección, el eje centroidal cambia su momento de inercia reduciéndose a la mitad:

$$I_x = 0,5 * \pi * r_m^3 * t$$

Por lo tanto se crea un nuevo eje centroidal (Xc).

Siendo:

$$d = \frac{2r}{\pi} \rightarrow \text{Distancia del eje X al eje Xc}$$

Del teorema de Steiner:

$$I_{xc} = I_x - A * d^2$$

$$I_{xc} = 0.5 * \pi * r_m^3 * t - \pi * r_m * t * \left(\frac{4 * r_m^2}{\pi^2} \right)$$

$$I_{xc} = \pi * r_m^3 * t \left(0,5 - \frac{4}{\pi^2} \right)$$

$$I_{xc} = 0,095 * \pi * r_m^3 * t$$

De igual modo el radio medio de la sección se relaciona con el espesor:

$$r_m = r - 0,5 * t$$

Luego:

$$I_{xc} = 0,095 * \pi * (r - 0,5 * t)^3 * t$$

Asumiendo r como el radio exterior de la sección (0,76 m).

$$I_{xc} = 0,095 * \pi * (0,76 - 0,5 * t)^3 * t$$

Dela ecuación de esfuerzo generado por momento flector:

$$S_{adm} = \frac{Mc}{I_{xc}}$$

Siendo:

c: Distancia a la fibra más alejada desde el eje centroidal (Xc).

$$c = r - \frac{2r}{\pi} = r \left(1 - \frac{2}{\pi} \right)$$

$$c = 0.76 \left(1 - \frac{2}{\pi}\right) = 0,2761 [m]$$

M: EL momento flector resultante, de los diagramas de momentos flectores:

$$M = \sqrt{3468^2 + 1158,18^2} = 3656,28 [N * m]$$

Del numeral 5.4.1.1, el esfuerzo admisible es:

$$S_{adm} = \frac{S}{N} = \frac{41,91[Mpa]}{5} = 8,382 [Mpa]$$

$$8'382.000 [Pa] = \frac{3656,28[N.m] * 0,2761[m]}{0,095 * \pi * (0,76 - 0,5 * t)^3 * t}$$

Despejando el espesor admisible:

$$t = 0,00092 [m] = 0,92 [mm]$$

Este espesor es el mínimo necesario, que en comparación con el espesor regular de este tipo de estructuras (En promedio un centímetro), es muy reducido. A modo de prueba se halla el hallar el factor de seguridad correspondiente a un espesor definido para el diseño de 0,75 centímetros:

$$N = \frac{S * I}{M * c}$$

$$N = \frac{8'382.000 * 0,095 * \pi * (0,76 - 0,5 * 0,0075)^3 * 0,0075}{3656,28[N.m] * 0,2761[m]} = 8,03$$

El análisis anterior se puede tomar tanto para los tramos rectos del tobogán, al igual que los curvos, ya que las cargas siempre están perpendiculares al eje longitudinal de las secciones. Por lo tanto en las secciones curvas no es necesario un análisis del tipo viga curva.

Como complemento, la deformación máxima del tramo analizado presenta la mayor deformación en la unión entre secciones, de la forma:

$$y_{max} = \frac{1600 * 5,11^4}{384 * E * I}$$

Donde el valor de los términos E, I son:

$$E = 5 \text{ [GPa]}$$

$$I = 0,000968 \text{ [m}^4\text{]}$$

Que al remplazar se obtiene:

$$y_{max} = \frac{1600 * 5,11^4}{384 * 5 * 10^9 * 0,000968} = 0,000586 \text{ [m]} = 0,58 \text{ [mm]}$$

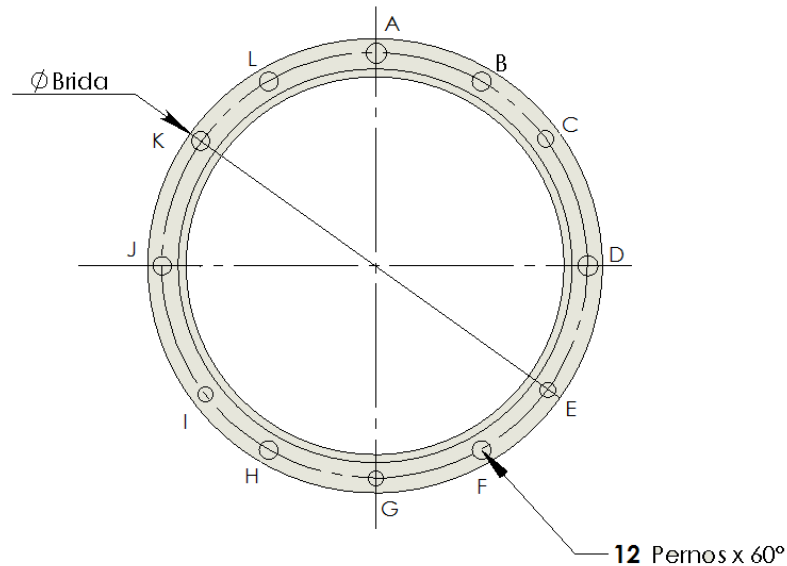
Se observa que se genera una deformación longitudinal en el material muy pequeña (0,58 milímetros por cada 5,1 metros de tobogán).

6.4.4 Cálculo de juntas

Para el cálculo de la junta se tomara la sección transversal más crítica, del diagrama de momentos flectores, siendo las secciones de empotramiento con apoyos las que soportan la mayor sollicitud por momentos y esfuerzos cortantes.

Ya que esta debe ser una estructura segura, se debe utilizar un tipo de unión rígida, que no permita el desplazamiento angular ni axial. Se ha seleccionado (Como en otro tipo de toboganes regularmente fabricados) juntas bridadas unidas con pernos de alta calidad entre secciones, con un estimativo inicial de 12 pernos por unión repartidos en forma hexagonal:

Figura 61. Distribución de pernos en la sección transversal

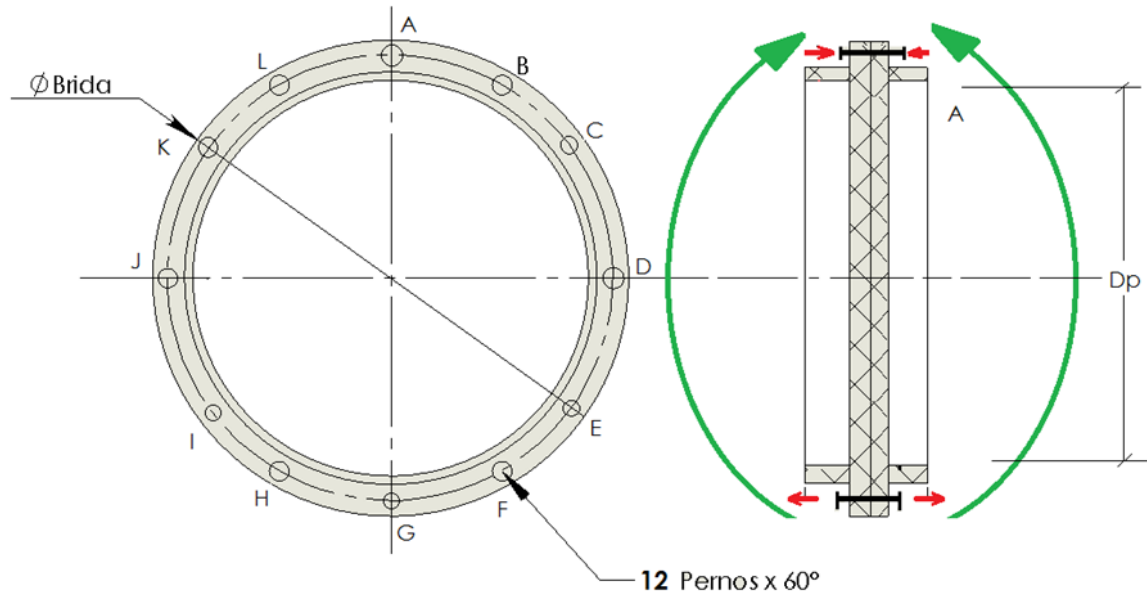


Fuente: Autor

El diámetro de los pernos que soportan las cargas entre secciones está determinado por la cantidad de pernos que actúan sometidos a los esfuerzos de flexión, que genera el momento crítico (-3656 [N.m]), este esfuerzo genera compresión en la parte superior de la sección transversal que soportan el perno A, y tensión sobre el perno G:

A su vez el perno G es el elemento que en mayor medida resiste el actuar de las cargas operativas del tobogán, de este perno se procede a hallar su diámetro mínimo requerido:

Figura 62. Acción de momentos flectores sobre los pernos



Fuente: Autor

La ecuación que tiene en cuenta el efecto del momento flector sobre el perno de la parte inferior del tobogán (G) es:

$$M = F * D * n_p$$

Dónde:

n_p : Numero de pernos activos (3).

F: Fuerza admisible en los pernos a tensión:

$$F = \frac{S_{adm}}{A_{perno}} = \frac{S_{adm}}{A_{perno}}$$

De la tabla 8-11 del libro de Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley se elige pernos en acero con aleación de medio carbono T y R SAE Grado 8, que pueden tomar un diámetro entre ¼" y 1". Con resistencia de prueba mínima de 120 [Ksi] (830 [MPa]).

$$S_{adm} = \frac{S_{ut}}{N} \rightarrow \text{Tomando } N = 5$$

$$S_{adm} = \frac{830 \text{ [MPa]}}{5} = 166 \text{ [MPa]}$$

$$F = \frac{\pi * D_p^2 * S_{adm}}{4} = \frac{\pi * D_p^2 * 166 * 10^6}{4}$$

Reemplazando en la ecuación de momento flector sobre los pernos activos:

$$M = \frac{\pi * D_p^2 * 166 * 10^6}{4} * D * n_p$$

$$D_p = \sqrt{\frac{4 * M}{\pi * D * n_p * 166 * 10^6}} = \sqrt{\frac{4 * 3656}{\pi * 1,55 * 3 * 166 * 10^6}} = 0.00242 \text{ m} = 2.4 \text{ [mm]}$$

Este resultado arroja un diámetro requerido de pernos muy pequeño, normalizando se eligen pernos de media pulgada de diámetro ($D_p=0,5''=12.7$ [mm]).

Ahora se procede a recalcular el número de pernos a distribuir en la sección transversal, teniendo en cuenta la posible deformación en los pernos como en la estructura tipo brida de la fibra de vidrio:

1. Por aplastamiento de los pernos (Todos los pernos Activos):

$$\#Pernos = \frac{4 * F_{cortante}}{\pi * 2 * t * \tau_{pernos}}$$

2. Por aplastamiento de la fibra de vidrio (Todos los pernos Activos):

$$\#Pernos = \frac{4 * F_{cortante}}{\pi * 2 * t * \tau_{fibra}}$$

3. Por esfuerzo cortante en los pernos (Todos los pernos activos):

$$\#Pernos = \frac{4 * F_{cortante}}{\pi * Dp^2 * \tau}$$

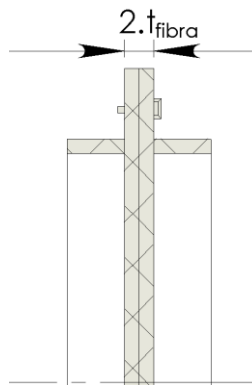
4. Por esfuerzo cortante de la fibra de vidrio (Todos los pernos activos):

$$\#Pernos = \frac{4 * F_{cortante}}{\pi * Dp^2 * \tau_{fibra}}$$

Dónde:

t: Espesor de la unión bridada, se asume un espesor uniforme en toda la estructura e igual al encontrado en el análisis de resistencia (1 [cm]).

Figura63. Detalle del acople tipo brida



Fuente: Autor

Fcortante: Fuerza cortante solicitada en la junta más crítica (4080 N).

ζ Pernos: Esfuerzo cortante de los pernos, donde se relaciona la resistencia mínima de los pernos a prueba (S_{up}) y un factor de seguridad ya anteriormente asumido como 5.

De la tabla 8-11 del libro de Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley se elige pernos en acero con aleación de medio carbono T y R SAE Grado 8, que pueden tomar un diámetro entre 1/4" y 1". Con resistencia de prueba mínima de 120 [Ksi] (838 [MPa]).

$$\tau = \frac{S_{up}}{N} = \frac{838 \text{ [MPa]}}{5} = 167.64 \text{ [MPa]}$$

S_{yfibra} : Resistencia a fluencia del poliéster reforzado en fibra de vidrio (41.9 [MPa]).

ζ_{fibra} : Resistencia a los esfuerzos cortantes del poliéster reforzado en fibra de vidrio ($0.5 \cdot S_y = 20.95$ [MPa]).

Al reemplazar estos parámetros en las ecuaciones los resultados son tabulados en la tabla 17:

Tabla 17. Numero de pernos según ecuaciones

Ecuación	Numero de pernos por ecuación
Aplastamiento de pernos	0,00019
Aplastamiento fibra de vidrio	0,0153
Cortante de pernos	0,1778
Cortante fibra de vidrio	1,42

Según el estudio anterior el número de pernos inicialmente asociados a las bridas es más que ajustado, dando como resultado la selección de los pernos como:

$\frac{1}{2}$ " x 12xUNEF– 3A –1"- HEX - RH -Grado 8

Y sus respectivas tuercas:

$\frac{1}{2}$ " x 12 xUNEF – 3B -1"- HEX - RH -Grado 8

6.4.5 Diseño de los apoyos

6.4.5.1 Apoyos de la sección del tobogán de entrada. Debido a que las cargas a soportar en las diferentes secciones del tobogán de entrada no se consideran excesivas, se ha diseñado un soporte en acero estructural de acuerdo a la geometría especificada y las condiciones anteriormente determinadas.

Para esto se ha decidido utilizar acero estructural 1020 HR sus propiedades de resistencia son las descritas a continuación:

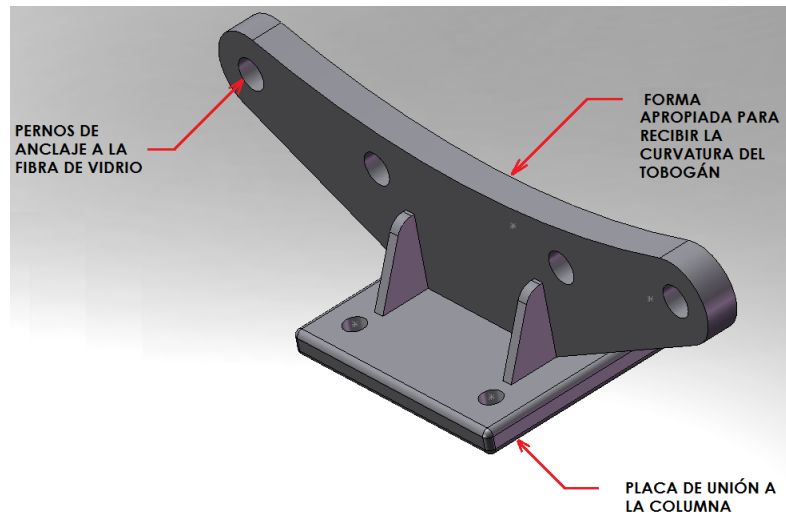
Tabla 18. Resistencias mínimas del Acero 1020

Denominación SAE	Procesamiento	Resistencia a la tensión (<i>S_{ut}</i>) [MPa]	Resistencia a la fluencia (<i>S_y</i>) [MPa]
1020	HR	380	210

Fuente: Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley

Este apoyo tendrá la curvatura necesaria para que los tramos en forma de tubería del tobogán puedan descansar sobre él, y mediante el uso de pestañas extruidas en la fibra vidrio podrá anclarse al mismo de la forma que se representa:

Figura 64. Soporte de la sección del tobogán de entrada



Fuente: Autor

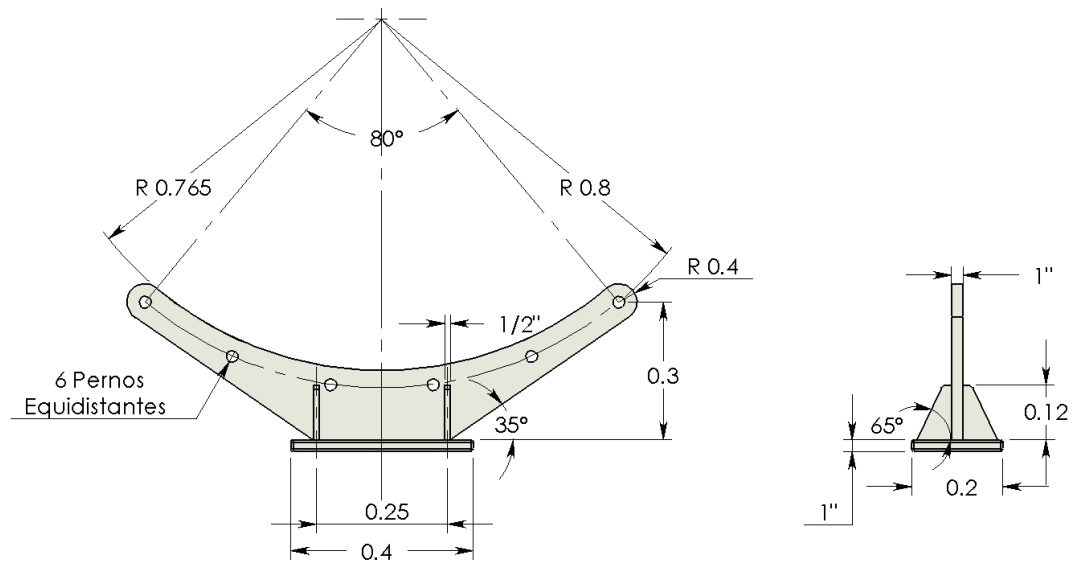
El diseño del soporte del tobogán se abordara de acuerdo a los siguientes aspectos:

1. Análisis computarizado de la resistencia en la placa de acero:

El diseño de este elemento se realizara mediante el uso del software de análisis de esfuerzos Cosmos Works.

La geometría del apoyo se representa en la figura 65:

Figura 65. Dimensionamiento del apoyo de la sección del tobogán de entrada.



Dimensiones en metros, a excepción de Espesores

Fuente: Autor

La distribución de carga sobre el apoyo se establece como:

$$P_{distribuida} = \frac{F}{t * R * \theta}$$

Dónde:

F: Reacción vertical en el apoyo = 3332.6 [N]

t: Espesor de la placa de apoyo = 1" = 0.0254 [m]

R: Segmento radial de del apoyo = 0.765

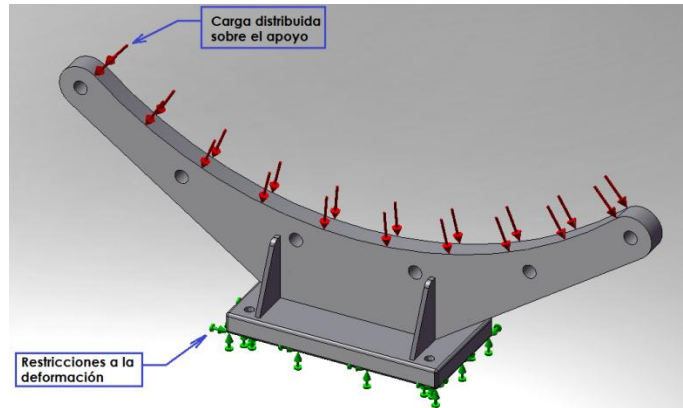
θ : Segmento angular del apoyo = 80° = 1.39 [rad]

Luego:

$$P_{distribuida} = \frac{4080}{0.0254 * 0.765 * 1.39} = 151060,25 \left[\frac{N}{m^2} \right]$$

Esta distribución de carga se aplica en el software de análisis perpendicular a la superficie de soporte, como se muestra en la figura 66:

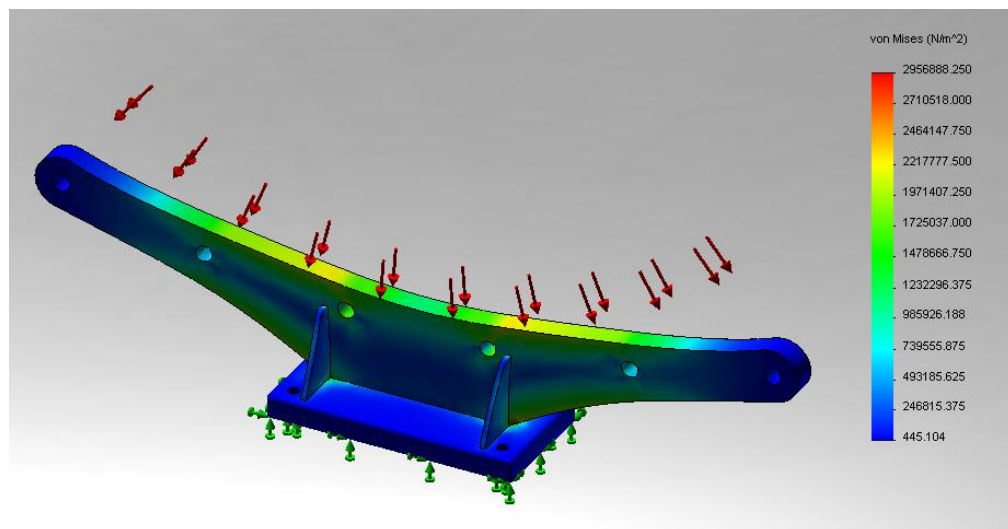
Figura 66. Soporte de apoyo de las secciones curvas.



Fuente: Autor

Luego de realizar un mapeo del elemento y ejecutar un análisis del tipo estático los resultados arrojados son graficados en la figura 67 y 68:

Figura 67. Análisis de Esfuerzos en Cosmos Works.

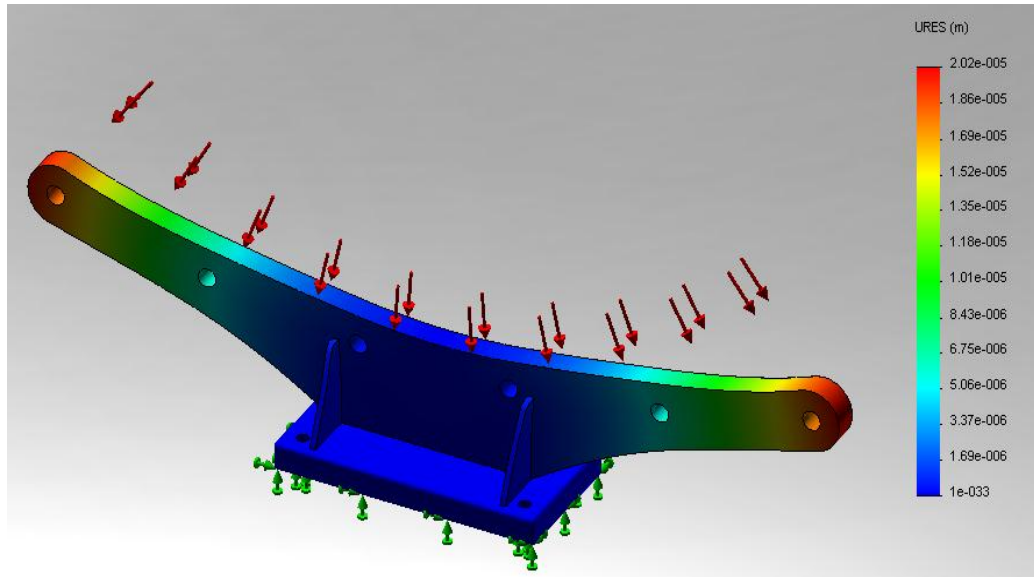


Fuente: Autor

Los resultados del análisis de esfuerzos sobre la pieza indican que el material elegido soportara adecuadamente las cargas a las que se encuentra sometido, ya

que su esfuerzo de resistencia a la fluencia es alto respecto al valor máximo arrojado ($210 \text{ [MPa]} > 2.95 \text{ [MPa]}$).

Figura68. Análisis de deformaciones en Cosmos Works.



Fuente: Autor

2. Selección de los pernos de anclaje a la fibra de vidrio: El procedimiento para evaluar el diámetro de los pernos requeridos para anclar las secciones del tobogán a los apoyos es similar al ya analizado en las uniones bridadas entre secciones de fibra de vidrio.

Calculo por esfuerzo cortante en los pernos (Todos los pernos activos):

$$Dp = \sqrt{\frac{4 * F_{cortante}}{\pi * \#Pernos * \tau_{pernos}}}$$

Calculo por esfuerzo cortante de la fibra de vidrio (Todos los pernos activos):

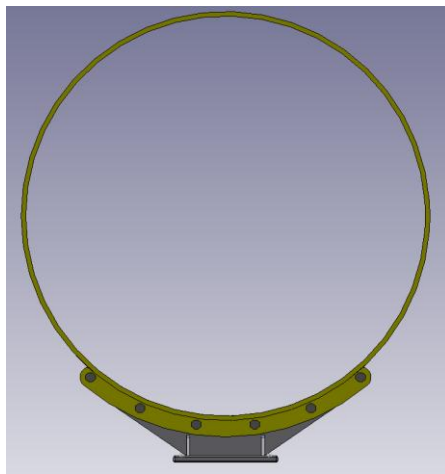
$$Dp = \sqrt{\frac{4 * F_{cortante}}{\pi * \#Pernos * \tau_{fibra}}}$$

Dónde:

t: Espesor de la placa en la unión con la fibra de vidrio (1 pulgada=0.0254 [m])

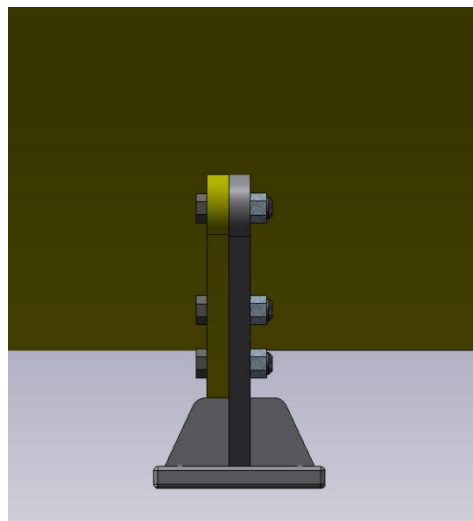
La forma general y el detalle de la junta entre el tobogán y el apoyo se muestra en las figuras 69 y 70 respectivamente.

Figura 69. Forma de apoyo de las secciones de entrada.



Fuente: Autor

Figura70. Detalle de la unión



Fuente: Autor

Fcortante: Fuerza cortante solicitada en la junta más crítica (4080 N).

ζ pernos: Esfuerzo cortante de los pernos, donde se relaciona la resistencia mínima de los pernos a prueba (S_{up}) y un factor de seguridad ya anteriormente asumido como 5.

De la tabla 8-11 del libro de Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley se elige pernos en acero con aleación de medio carbono T y R SAE Grado 8, que pueden tomar un diámetro entre 1/4" y 1". Con resistencia de prueba mínima de 120 [Ksi] (838 [MPa]).

$$\tau = \frac{S_{up}}{N} = \frac{838 \text{ [MPa]}}{5} = 167.64 \text{ [MPa]}$$

S_{yfibra} : Resistencia a fluencia del poliéster reforzado en fibra de vidrio (41.9 [MPa]).

ζ fibra: Resistencia a los esfuerzos cortantes del poliéster reforzado en fibra de vidrio ($0,5 \cdot S_y = 20,95$ [MPa]).

Al reemplazar estos parámetros en las ecuaciones los resultados se tabulan:

Tabla19. Numero de pernos según ecuaciones de esfuerzo.

Ecuación	Diámetro de pernos por ecuación
Cortante de pernos	0,002515
Cortante fibra de vidrio	0,0071158

Según el estudio anterior un diámetro para pernos de 1" asociado a las bridas de acople entre las columnas y las secciones de la fibra de vidrio es más que ajustado, dando como resultado la selección de los pernos como:

1" x 12 x UNEF - 3A -3"- HEX - RH -Grado 8

Y sus respectivas tuercas:

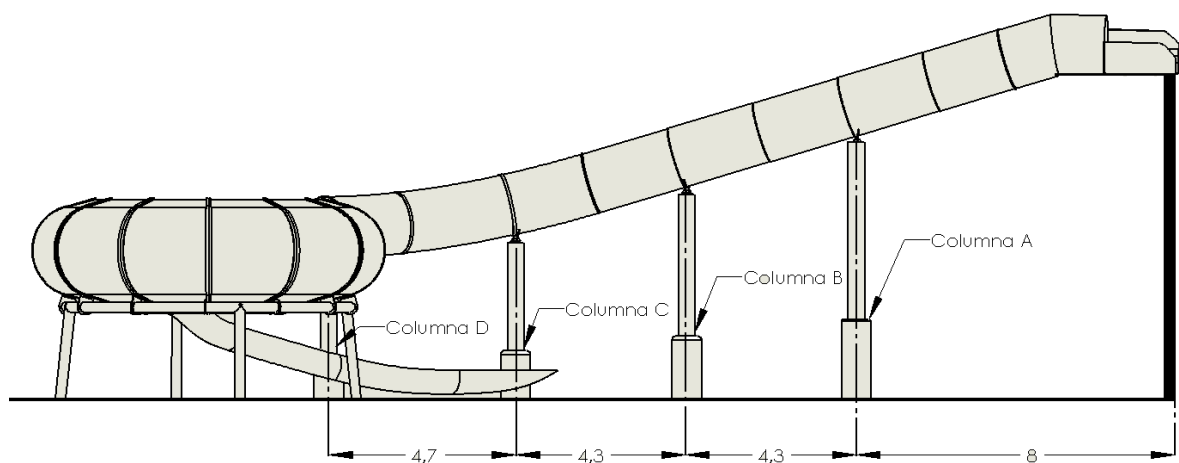
1" x 12 x UNEF - 3B -1"- HEX - RH -Grado 8

3. Recomendaciones del tipo de apoyo a usar.

Las placas de acero estructural previamente diseñadas deben ser ancladas mediante una segunda placa fija en una columna de hormigón

La distribución y dimensiones de las columnas que sostienen al tobogán de entrada se indican en la figura 71, y sus dimensiones se especifican en la tabla 20:

Figura 71. Distribución de columnas



Nota: Dimensiones en metros

Tabla 20. Dimensiones de columnas

COLUMNA	LONGITUD [m]
A	6,450
B	5,2
C	3,925
D	3,333

6.4.5.2 Apoyos de la sección tazón. El apoyo de la sección tipo tazón que frecuentemente usan los fabricantes de toboganes se compone de un anillo en acero estructural, sostenido por 4 columnas en hormigón distribuidas uniformemente, y de 2.5 metros de longitud como se muestra:

Figura 72. Apoyos de la sección tazón



Fuente: <http://www.northumberlandborough.com/node/95>

El anillo metálico se ancla a las uniones de la fibra de vidrio mediante pestañas apernadas, similares a las que sostienen las secciones del tobogán de entrada.

Figura 73. Detalle de las pestañas de unión

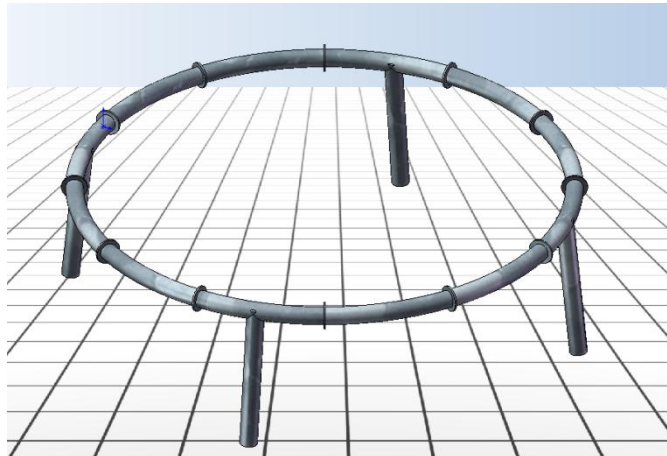


Junta de tipo pestaña
entre el anillo de apoyo
y la fibra de vidrio

Fuente: www.rapidswaterpark.com/html/superbowls.html

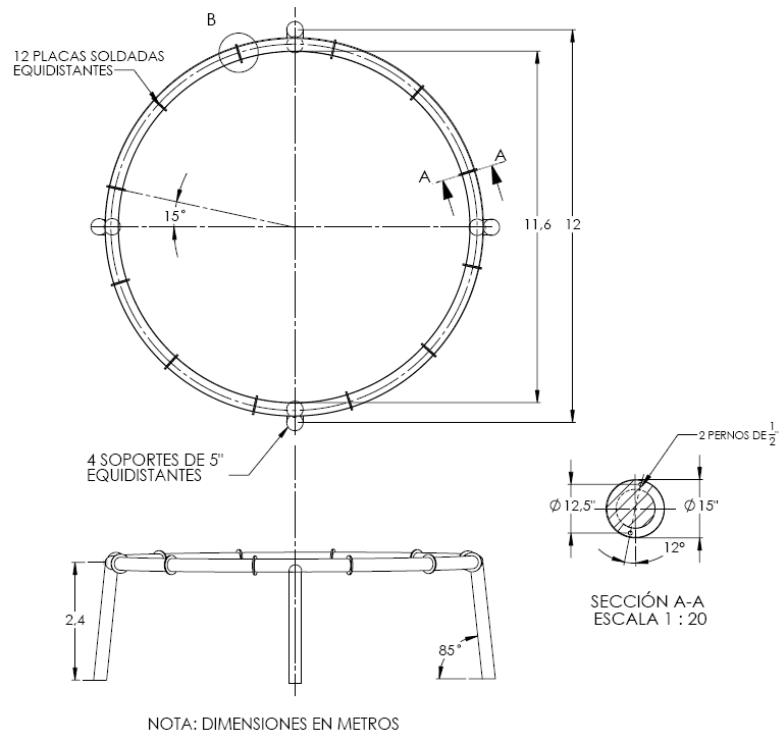
Este apoyo se especificara en la figura 75, pero no se diseñara debido a que comercialmente es conocido, además las condiciones operacionales y de carga a las que está sometido no son críticas, como es el caso de las secciones del tobogán de entrada.

Figura 74. Diseño del apoyo de la sección tazón



Fuente: Autor

Figura 75. Dimensiones del apoyo de la sección tazón



Fuente: Autor

6.5 SELECCIÓN DE ELEMENTOS HIDRÁULICOS

6.5.1 Capacidad del tanque de almacenamiento (tanque de succión):

La capacidad en litros del tanque de almacenamiento de agua se estima generalmente como dos veces la capacidad de la bomba en litros por minuto.

$$Volumen_{tanque} = 2 * Q \left[\frac{lt}{min} \right] = 2 * 2909,4 \left[\frac{lt}{min} \right] = 5818,8 [lt] = 5,81 [m^3]$$

En base a este resultado se recomiendan algunas especificaciones para este depósito:

Tabla 20. Especificaciones del tanque de succión.

Especificación	Valor
Volumen [m³]	5,81
Largo [m]	1,8
Ancho [m]	1,8
Alto [m]	1,8
Material	Construido en concreto con capas de aditivo impermeabilizante

6.5.2 Tubería de impulsión:

La tubería de descarga de la bomba de impulsión debe transportar el fluido desde la casa de máquinas hasta el punto de distribución en la pieza de entrada al tobogán.

De la ecuación de caudal:

$$Q = V * A$$

Siendo: $Q=0,04849 \text{ [m}^3/\text{s]}$

$V= 3 \text{ [m/s]}$ (Velocidad límite para flujo de agua en tuberías de piscina)

$$0,04849 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 3 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] * \left(\frac{\pi}{4} * d^2 \right)$$

Al despejar el diámetro requerido:

$$d = 0,143 \text{ m} = 5,64 \text{ ''}$$

Al normalizar este diámetro: $d=6''=0,1524 \text{ [m]}$.

Al corregir el valor de la velocidad para este diámetro de tubería seleccionado:

$$0,05355 = V * \frac{\pi}{4} * 0,1524^2$$

$$V = 2,935 \left[\frac{m}{s} \right]$$

6.5.3 Selección de la bomba de impulsión

Cabeza de la bomba:

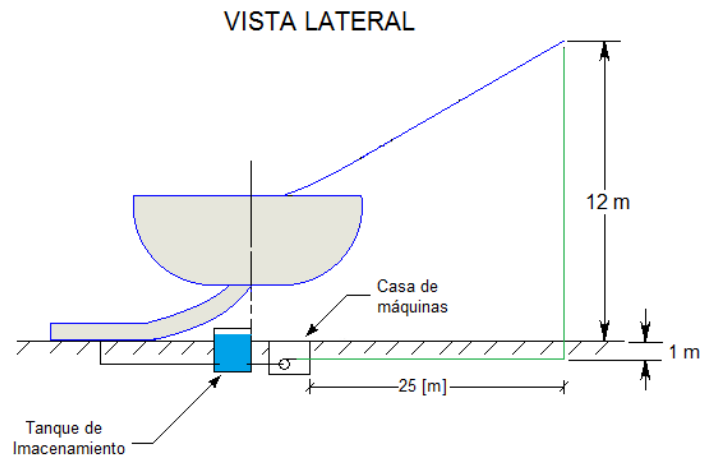
La ecuación de cabeza necesaria para la bomba es:

$$H_{Total} = \Delta H_{estática} + \sum h_{f_{Descarga}}$$

Dónde:

ΔH = Diferencia de nivel entre el eje de la bomba y el punto de distribución al tobogán de entrada.

Figura 76. Longitud de tubería de descarga



Fuente: Autor

Luego:

$$\Delta H = 12 \text{ m}$$

Σhf : Pérdidas en la tubería de descarga, conformadas por las pérdidas de carga por fricción y la caída de presión en los accesorios:

$$\Sigma hf_{Descarga} = hf_{Tubería} + hf_{válvula\ de\ corte} + hf_{Codos}$$

Dónde:

- $hf_{Tubería}$: Pérdidas por fricción en la tubería, del manual de tubería depresión PAVCO, su tabla de pérdidas de presión en tubería RDE21 (Tabla 21) es:

$$hf_{Tubería} @1400 \text{ gpm} = 2,96 \frac{\text{m}}{100 \text{ m}}$$

Tabla 21. Pérdida de carga para tubería PVC RDE 21.

Tubería RDE 21 mt/100 mt											
gal/min	1/2"	3/4"	1"	1.1/4"	1.1/2"	2"	2.1/2"	3"	4"	6"	8"
2	1.80	0.50	0.15	0.04	0.02						
4	6.50	1.82	0.55	0.17	0.09	0.03	0.01				
6	13.77	3.85	1.16	0.37	0.19	0.06	0.02				
8	23.45	6.56	1.98	0.63	0.32	0.11	0.04	0.01			
10	35.43	9.92	3.00	0.96	0.49	0.16	0.06	0.02			
16	84.53	23.68	7.16	2.29	1.18	0.40	0.15	0.06	0.01		
20		35.78	10.82	3.47	1.79	0.60	0.24	0.09	0.02		
26		58.14	17.59	5.64	2.91	0.98	0.38	0.14	0.04		
30		75.76	22.92	7.35	3.80	1.28	0.50	0.19	0.05		
36			32.11	10.30	5.32	1.80	0.71	0.27	0.08		
40			39.03	12.51	6.47	2.19	0.86	0.33	0.09	0.01	
46			50.54	16.21	8.38	2.83	1.12	0.43	0.12	0.02	
50			58.97	18.91	9.78	3.31	1.30	0.50	0.14	0.02	
60			82.63	26.50	13.70	4.63	1.83	0.70	0.20	0.03	
70				35.25	18.22	6.16	2.43	0.93	0.27	0.04	0.01
80				45.13	23.33	7.89	3.11	1.19	0.35	0.05	0.01
90				56.11	29.02	9.82	3.87	1.49	0.43	0.07	0.02
100				68.19	35.26	11.93	4.71	1.81	0.53	0.08	0.02
150					74.66	25.26	9.98	3.83	1.12	0.17	0.05
200						43.02	16.99	6.52	1.91	0.29	0.08
250						65.00	25.67	9.86	2.89	0.44	0.12
300						91.08	35.97	13.82	4.06	0.62	0.17
350							47.85	18.38	5.40	0.82	0.23
400							61.25	23.53	6.91	1.06	0.29
450							76.17	29.26	8.60	1.31	0.36
500							92.56	35.56	10.45	1.59	0.44
550								42.42	12.46	1.90	0.53
600								49.83	14.64	2.23	0.62
650								57.78	16.98	2.59	0.72
700								66.27	19.47	2.97	0.82
750								75.30	22.12	3.38	0.93
800								84.85	24.93	3.80	1.05
850								94.92	27.89	4.25	1.18
900									31.00	4.73	1.31
1000									37.68	5.75	1.59
1100									44.94	6.86	1.89
1200									52.79	8.05	2.22
1300									61.22	9.34	2.58
1400									70.21	10.71	2.96
1500									79.77	12.17	3.36
1600									89.89	13.71	3.79
1700										15.34	4.24
1800										17.05	4.71
1900										18.84	5.20
2000										20.72	5.78
2500											8.65
3000											12.11
3500											16.11
4000											20.63

Fuente: Manual de tubería PVC PAVCO

Como muestra la tabla 21. Para un tramo lineal de tubería de 25[m], la pérdida de carga por fricción es:

$$hf_{Tubería @1400\text{ gpm}} = 4,25 \frac{[m]}{100m} * 25 [m] = 1,0625[m]$$

Para calcular las perdidas en los accesorios de la tubería se debe establecer el factor de fricción:

$$f = f(\epsilon, Re)$$

Dónde:

ε : Rugosidad absoluta de la tubería de PVC.

$$\varepsilon_{Tubería\ PVC} = 0,0015 [mm] = 15 * 10^{-7} [m]$$

Hallando la rugosidad relativa (Relación ε/D):

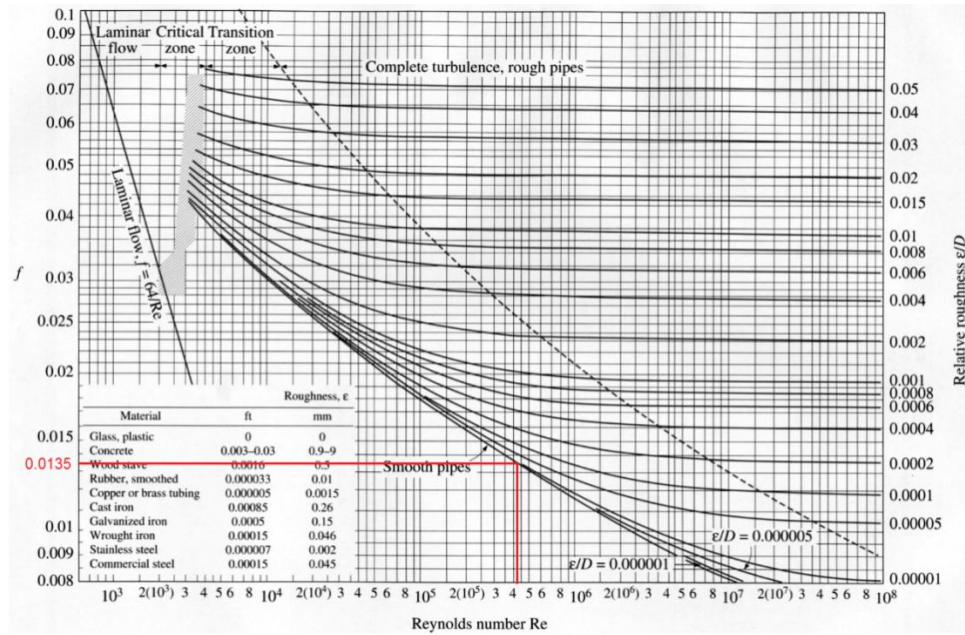
$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{15 * 10^{-7} [m]}{0,1524 [m]} = 9,842 * 10^{-6}$$

R_e : Número de Reynolds:

$$R_e = \frac{D * V * \rho_{H_2O}}{\vartheta} = \frac{0,1524 * 2,935 * 998}{0,0009828} = 4,54 * 10^5$$

Al introducir estos valores en el Diagrama de Moody, se obtiene el valor del factor de fricción para la tubería PVC seleccionada:

Figura 77. Diagrama de Moody



Fuente: <http://people.msou.edu/~tritt/be382/graphics/Moody.png>

Luego el factor de fricción es:

$$f \approx 0,0135$$

- $hf_{Válvula\ corte}$: Caída de presión en la válvula de descarga, del manual de accesorios de Crane, para válvulas de tipo mariposa, con diámetro de 8".

$$hf_{Válvula\ corte} = (45 * f) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Válvula\ corte} = (45 * 0,0135) * \frac{2,935^2}{2 * 9,81} = 0,266 [m]$$

- hf_{Codos} : Pérdida de presión en los 3 codos, de Crane:

$$hf_{Codoa\ 90^\circ} = (30 * f) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Codoa\ 90^\circ} = (30 * 0,0135) * \frac{2,935^2}{2 * 9,81} = 0,1778 [m] * 3 = 0,53344[m]$$

Al sumar estas pérdidas por fricción:

$$\sum hf_{Descarga} = 1,0625 + 0,266 + 0,5334 = 1,86 [m]$$

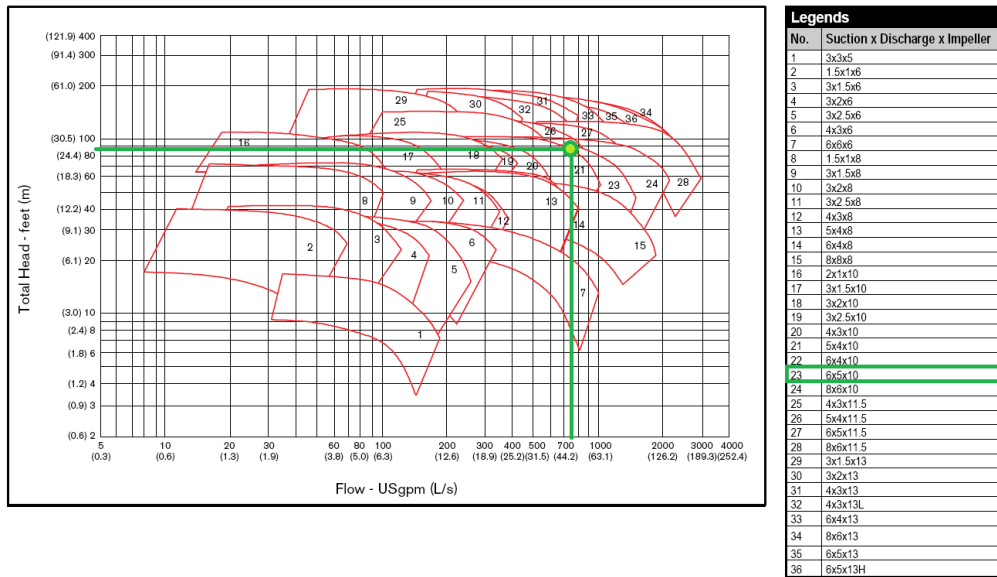
Entonces, la carga total de la bomba centrífuga de impulsión es de:

$$H_{Total} = 12 + 1,86 = 13,86 [m]$$

Para la selección de la bomba de impulsión se recurre al fabricante de bombas centrífugas ARMSTRONG, que en sus manuales de preselección ofrece equipos con velocidades desde 1200 rpm hasta 3600 rpm, el rango más aproximado de Caudal (769 Gpm), y Carga (13,86 m) lo brinda el modelo de 1800 RPM, como lo indica el siguiente gráfico de preselección:

Figura78. Diagrama de pre-selección de equipo de bombeo

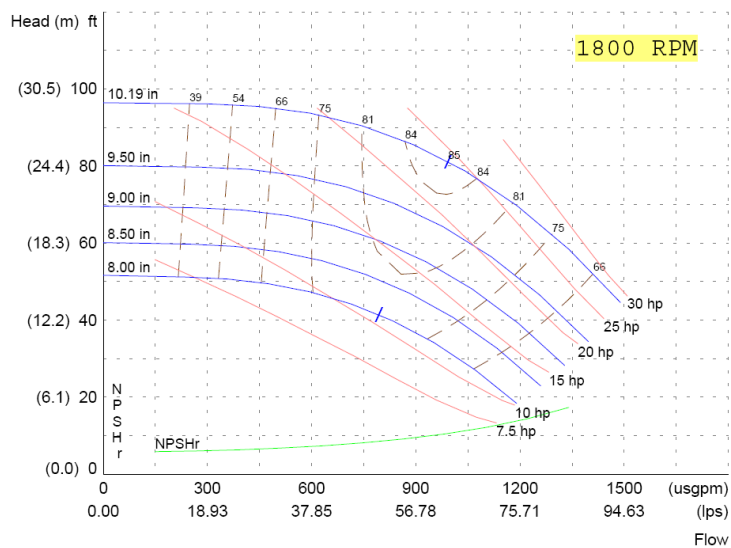
4280 - 1800 RPM



Fuente: www.armstrongpumps.com/Data/performancecurves/Links/01_01_004/42.20_4280_60Hz_Composite_Curves.pdf

De la preselección de modelo de bomba se escoge el número 23, que corresponde a la referencia 6x5x10, cuya curva de comportamiento es:

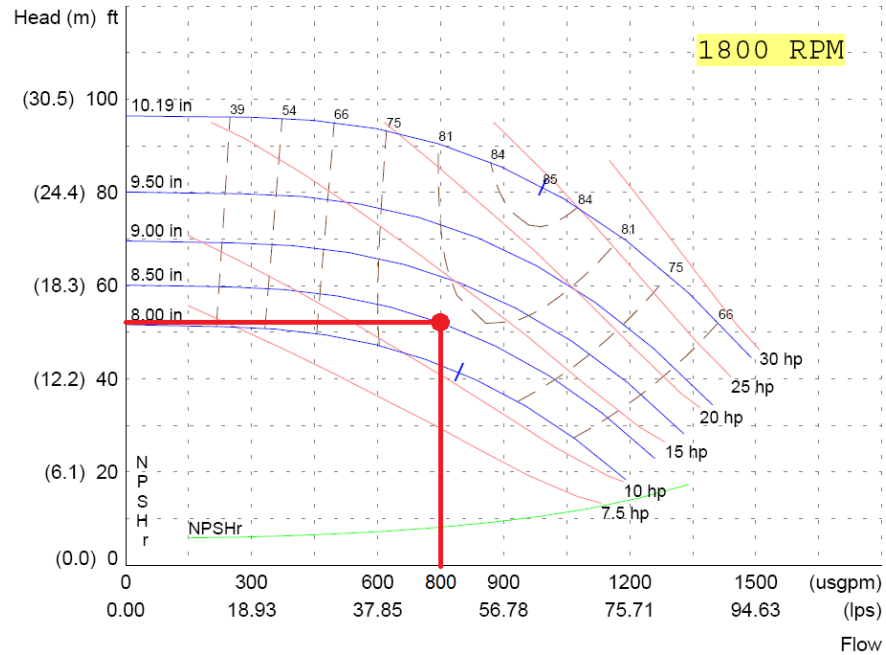
Figura 79. Curva de comportamiento de la bomba.



Fuente: www.armstrongpumps.com/Data/performancecurves/Links/01_01_004/1800_6x5x10.pdf

Al trazar en la curva de comportamiento el punto de diseño:

Figura80. Punto de diseño hidráulico



Fuente: www.armstrongpumps.com/Data/performancecurves/Links/01_01_004/1800_6x5x10.pdf

Luego la bomba seleccionada tiene las siguientes especificaciones:

Tabla 22. Especificaciones de la bomba del sistema de impulsión

Serie ARMSTRONG	4280
Diámetro de succión [pulgadas]	6
Diámetro de descarga [pulgadas]	5
Diámetro de impulsor [pulgadas]	8,5
Velocidad [RPM]	1800
Eficiencia	75%
Potencia [hp]	15

Cabeza neta de succión positiva:

Para corroborar el parámetro de altura neta de succión disponible en la instalación:

$$NSPH_{disp} = H_{Po} + \Delta H_{estática} - H_{Vapor} - \sum h_{f_{succión}}$$

Dónde:

La altura estática del fluido es:

$$\Delta H_{estática} = 1 [m]$$

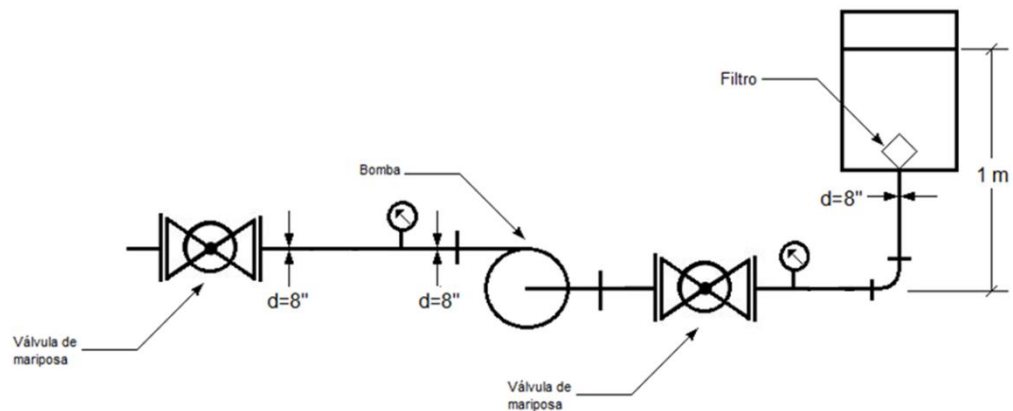
La carga por presión de vapor es:

$$H_{Vapor} = 0,322 [m] \\ @25^{\circ}c$$

Las pérdidas en la succión:

$$\sum h_{f_{succión}} = h_{f_{Entrada\ detubería}} + h_{f_{filtro}} + h_{f_{Válvula\ en\ la\ succión}} + h_{f_{Codos}} + h_{f_{expansión}}$$

Figura 81. Elementos en la succión



Fuente: Autor

Del manual de tubería para presión PAVCO tabla de pérdidas de presión en tubería RDE 21 de 6”:

$$hf_{Tubería @850\ gpm} = 4,25 \frac{[m]}{100 [m]} * 1[m] = 0.0425[m]$$

El filtro en la succión se dispone como una malla fina de acero inoxidable, la pérdida de carga en el filtro varía desde 1 a 3 [m.c.a] hasta su mantenimiento, tomando el caso extremo de 3 [m.c.a]:

$$hf_{filtro} = 3 [m]$$

Del manual de Crane, para entrada de tubería con resalte en el interior:

$$hf_{Entrada detubería} = (0,78) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Entrada detubería} = (0,78) * \frac{2,935^2}{2 * 9,81} = 0,3424 [m]$$

De Crane, para válvula tipo mariposa:

$$hf_{Válvulade corte} = (45 * f) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Válvulade corte} = (45 * 0,013) * \frac{2,935^2}{2 * 9,81} = 0,2568 [m]$$

De Crane:

$$hf_{Codoa 90°} = (30 * f) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Codoa\ 90^\circ} = (30 * 0,013) * \frac{2,935^2}{2 * 9,81} = 0,1712 [m]$$

Luego la suma de las perdidas por accesorios en la succión es:

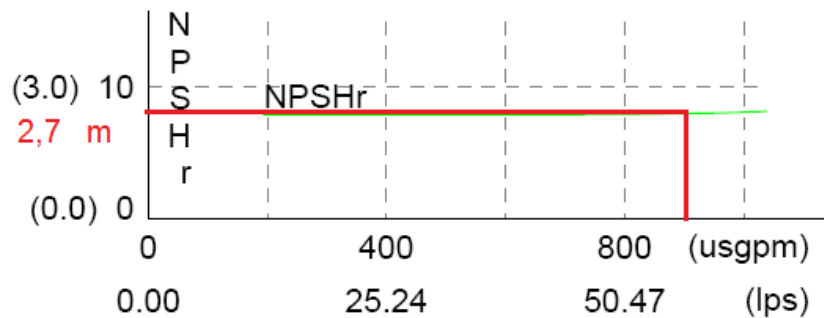
$$\sum hf_{succión} = 0,7704 [m]$$

Reemplazando todos estos términos para hallar la altura neta de succión:

$$NSPH_{disp} = 10,32 + 1 - 3 - 0,322 - 0,7704 = 7,2276 [m]$$

Al compararla NSPH disponible con la altura neta de succión NSPH requerida:

Figura 82. Altura neta de succión positiva para la Bomba seleccionada



Fuente: www.armstrongpumps.com/Data/performancecurves/Links/01_01_004/1200_8x8x8.pdf

$$NSPH_{req} = 2,7 [m]$$

Se corrobora que:

$$NSPH_{disp} > NSPH_{req}$$

$$7,2276 [m] > 2,7 [m]$$

Figura83. Bomba Armstrong serie 4280



Fuente: www.armstrongpumps.com/Data/pdfbrochures/Links/01_01_005/40.12_4280_brochure.pdf

6.5.4 Selección del sistema de filtrado

El sistema de filtrado se encarga de retener las partículas de suciedad que se encuentran en suspensión en el agua del tobogán.

Un sistema de filtrado para una atracción acuática conforme a lo especificado en la Legislación Colombiana para piscinas debe componerse de:

- Filtro.
- Bomba de recirculación para el agua de filtrado.

6.5.4.1 Filtro. Los filtros para piscinas son elementos cilíndricos comúnmente fabricados en fibra de vidrio, en los cuales ocurre el paso del agua a través una sustancia natural (arena) que atrapa suciedad y desechos pequeños de hasta cinco micrones (emulsiones para el sol, aceites bronceadores, polen, polvo) un material poroso (Comúnmente arena sílice) que retiene las partículas en suspensión de un tamaño superior a 20 [μm].

Para seleccionar el filtro, se debe hallar el área de elemento filtrante requerida para limpiar físicamente el volumen impulsado por la bomba de recirculación, a la velocidad de filtrado recomendada por el fabricante de filtros.

$$\text{Area de filtro} = \frac{Q_{\text{Bomba de recirculación}}}{\text{Velocidad de filtrado}}$$

Dónde:

- $Q_{\text{Bomba de recirculación}}$: Por regla general para piscinas de uso público todo el volumen de agua contenido en el tanque de almacenamiento debe filtrarse cada 4 horas, aunque al no manejar una cantidad de agua tan grande como la contenida en una piscina se ajusta el tiempo de filtrado a un intervalo menor (1 hora).

$$Q_{\text{Bomba de recirculación}} = \frac{10,6 \text{ [m}^3\text{]}}{1 \text{ [hr]}} = 10,6 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{hr}} \right] = 0,00294 \left[\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right] = 46,67 \text{ [Gpm]}$$

- Velocidad de filtrado: El fabricante de elementos para piscinas PENTAIR POOL presenta velocidades de filtrado de 2GPM/Pie².

$$\text{Velocidad de filtración} = 2 \left[\frac{\text{Gpm}}{\text{ft}^2} \right]$$

Hallando el área requerida para el filtro:

$$\text{Area de filtro} = \frac{46,67 \text{ [Gpm]}}{2 \left[\frac{\text{Gpm}}{\text{ft}^2} \right]} = 23,33 \text{ ft}^2$$

Comparando el área de elemento filtrante requerida, con el área de elementos filtrante disponible por parte del fabricante PENTAIR:

Tabla 23. Filtros para piscina disponibles

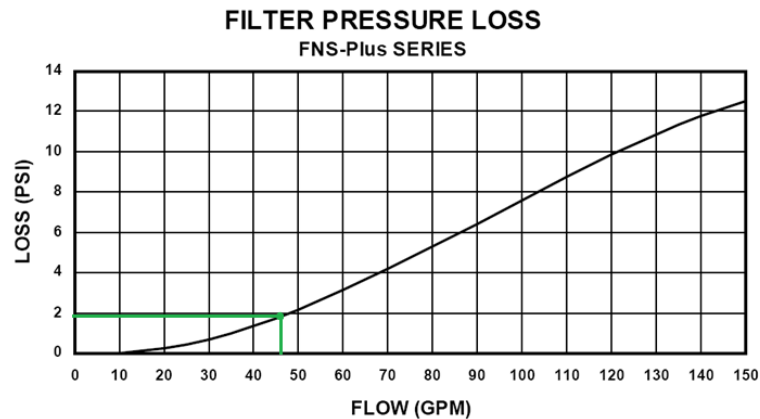
Model Number	Filter Area Sq. Ft.	Vertical Clearance*	Filter Diameter	Flow Rate GPM		Turnover Capacity (Gallons)		
				Res.**	Com.***	8 hours	10 hours	12 hours
FNSP 24	24	48"	21.5"	60	48	23,040	28,800	34,560
FNSP 36†	36	62"	21.5"	90	72	34,560	43,200	51,840
FNSP 48†	48	74"	21.5"	120	96	46,080	57,600	69,120
FNSP 60†	60	86"	21.5"	150	120	57,600	72,000	86,400

Fuente: www.pentairpool.com/pool-pro/sections/filters-22.htm

Se observa que el modelo de menor área superficial de elemento filtrante se ajusta adecuadamente a los requerimientos solicitados.

Este filtro según su curva de pérdida de carga aporta las siguientes pérdidas al sistema:

Figura 84. Curva característica de caída de presión en el filtro.



Fuente: www.pentairpool.com/pdfs/FNSPlusOM.pdf

Del gráfico se observa que la caída de presión equivalente al flujo tratado (ΔP) es:

$$\Delta P = 1,9 [PSI] = 13100 [Pa]$$

Esta caída de presión equivale a una altura de carga de:

$$h_{f_{filtro}} = \frac{13100 \frac{[Pa]}{[m]}}{9810 \frac{[Pa]}{[m]}} = 1,33 [m]$$

Figura 85. Filtro seleccionado PENTAIR serie FNS



Fuente: www.pentairpool.com/pdfs/FNSPlusOM.pdf

6.5.4.2 Bomba de filtrado: La bomba de filtrado es la encargada de recircular el caudal de agua por el sistema de filtrado, captando el fluido desde el tanque de almacenamiento y vertiéndolo sobre la sección del tazón.

Para determinar el diámetro de la tubería de descarga:

$$Q = V * \frac{\pi}{4} * d^2$$

$Q_{Filtrado}$: Caudal de filtrado (46,67 [Gpm]=0.00294 [m³/s]).

V: Velocidad de filtrado (2 m/s)

Reemplazando:

$$0,00294 = 2 * \frac{\pi}{4} * d^2$$

$$d = 0,0432 [m] \rightarrow \text{Normalizando: } d = 2''$$

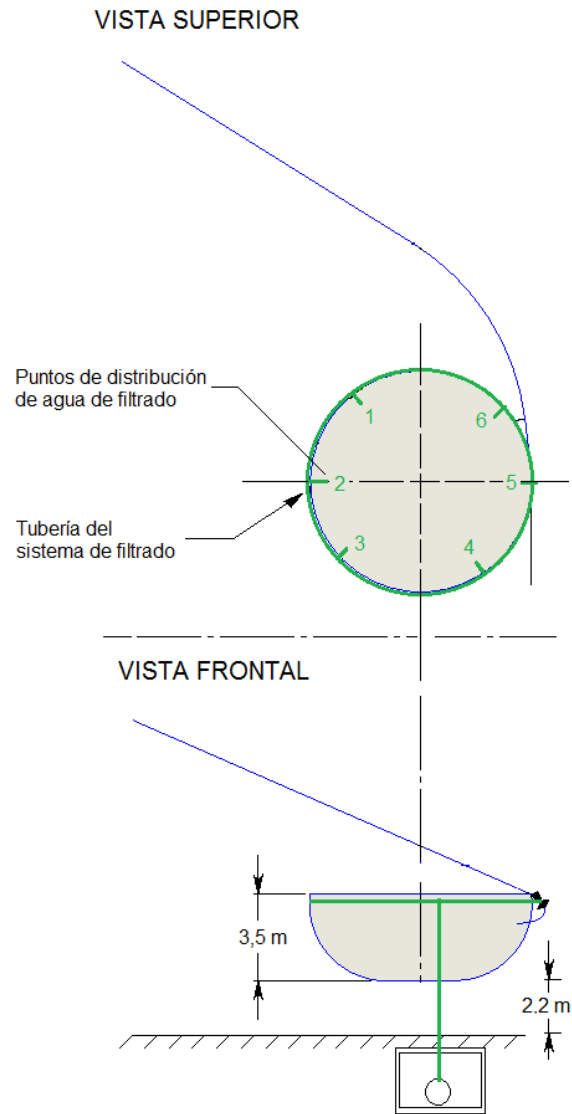
La ecuación de cabeza necesaria para la bomba es:

$$H_{Total} = \Delta H_{estática} + \sum h_{f_{Descarga}}$$

Dónde:

ΔH = Diferencia de nivel entre el eje de la bomba y el punto de distribución a la sección del tazón.

Figura86. Dimensionamiento de la tubería de filtrado



Fuente: Autor

Luego:

$$\Delta H = 5,5 \text{ [m]}$$

Σhf : Pérdidas en la tubería de descarga, conformadas por las pérdidas de carga por fricción y la caída de presión en los accesorios:

$$\sum hf_{Descarga} = hf_{Tubería} + hf_{Válvula\ de\ corte} + hf_{Codos} + hf_{Salida\ de\ tubería} + hf_{Filtro}$$

Dónde:

- $hf_{Tubería}$: Pérdidas por fricción en la tubería, del manual de tubería de presión PAVCO, su tabla de pérdidas de presión en tubería RDE 21 es:

$$hf_{Tubería @11,67\ Gpm} = 4,157 \frac{m}{100\ m}$$

Como lo muestra la tabla 21. Para un tramo lineal de tubería de 25 [m], la pérdida de carga por fricción es:

$$hf_{Tubería @46,67\ gpm} = 4,157 \frac{[m]}{100m} * 5,5[m] = 0,228[m]$$

Para calcular las pérdidas en los accesorios de la tubería se debe establecer el factor de fricción:

$$f = f(\varepsilon, Re)$$

Dónde:

ε : Rugosidad absoluta de la tubería de PVC.

$$\varepsilon_{Tubería\ PVC} = 0,0015 [mm] = 15 * 10^{-7} [m]$$

Hallando la rugosidad relativa (Relación ε/D):

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{15 * 10^{-7} [m]}{0,0508 [m]} = 2,95 * 10^{-5}$$

R_e : Número de Reynolds:

$$R_e = \frac{D * V * \rho_{H_2O}}{\vartheta} = \frac{0,0508 * 2 * 998}{0,0009828} = 1,03 * 10^5$$

Al introducir estos valores en el Diagrama de Moody, se obtiene el valor del factor de fricción para la tubería PVC seleccionada:

Figura 87. Diagrama de Moody.

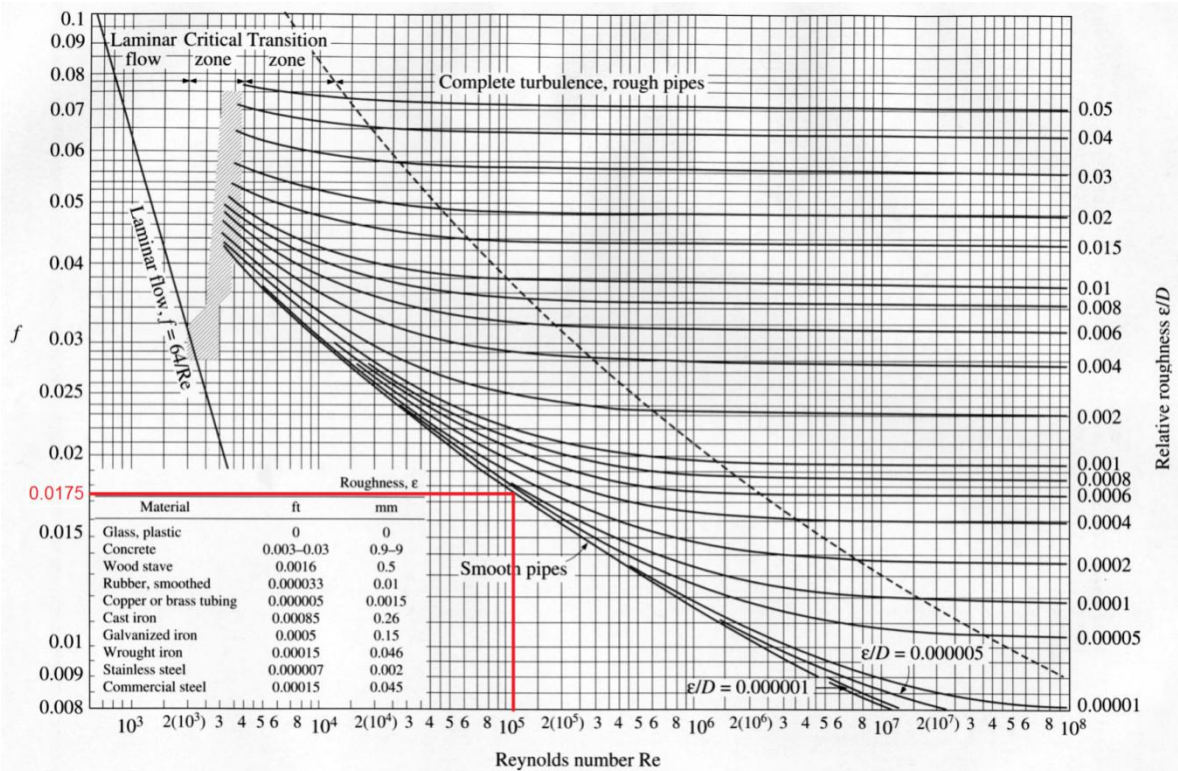


FIGURE A-27
The Moody chart for the friction factor for fully developed flow in circular tubes.

Fuente: www.people.msoe.edu/~tritt/be382/graphics/Moody.png

Luego el factor de fricción es:

$$f \approx 0,0175$$

- $hf_{Válvula\ corte}$: Caída de presión en la válvula de descarga, del manual de accesorios de Crane, para válvulas de tipo mariposa, con diámetro de 1".

$$hf_{Válvula\ corte} = (45 * 0,0175) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Válvula\ corte} = (45 * 0,0175) * \frac{2^2}{2 * 9,81} = 0,16 [m]$$

- hf_{Codos} : Pérdida de presión en los 3 codos, de Crane:

$$hf_{Codo\ 90^\circ} = (30 * f) * \frac{V^2}{2 * g}$$

$$hf_{Codo\ 90^\circ} = (30 * 0,0175) * \frac{2^2}{2 * 9,81} = 0,107 [m] * 4 = 0,428 [m]$$

- $hf_{Salida\ de\ tubería}$: Pérdida en la salida de tubería, de Crane:

$$hf_{Salida\ de\ tubería} = (1,0) * \frac{V^2}{2 * g}$$

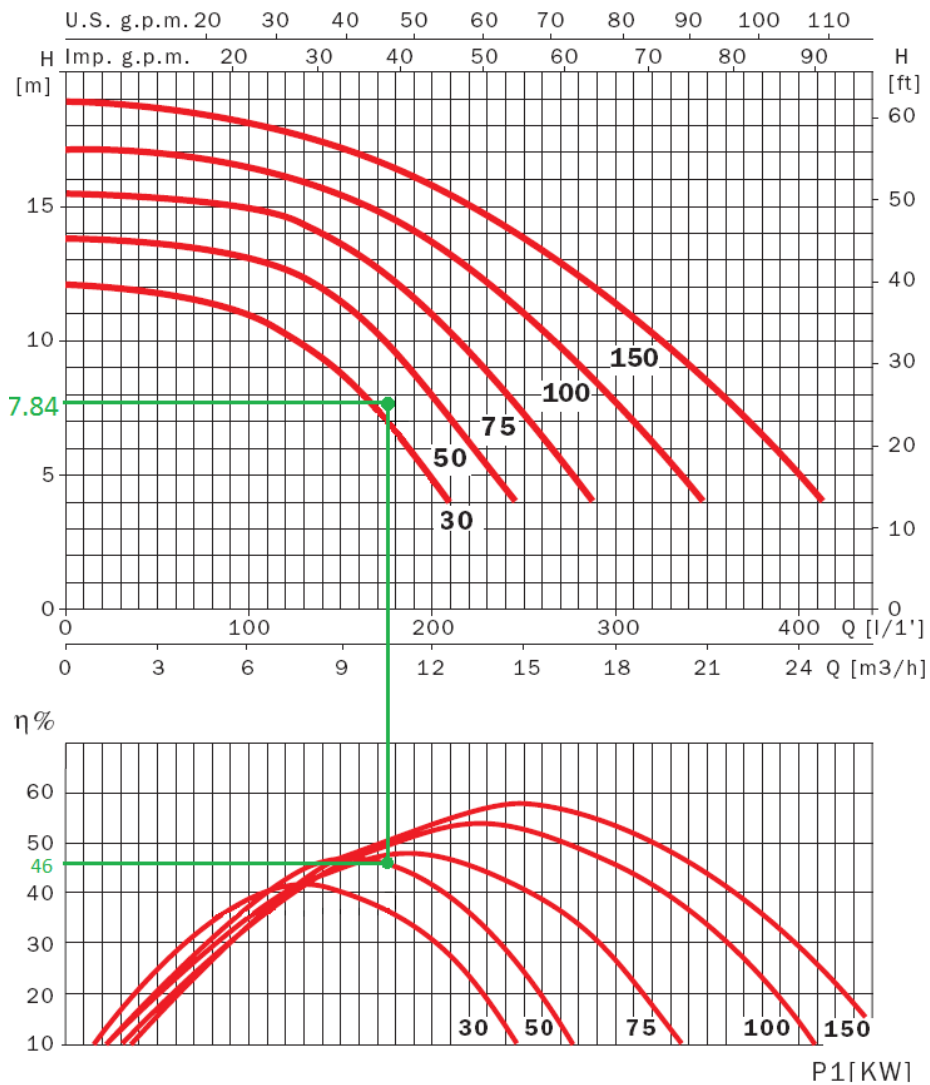
$$hf_{Salida\ de\ tubería} = (1,0) * \frac{2^2}{2 * 9,81} = 0,2038 [m]$$

Sumando las pérdidas de carga en la tubería de filtrado:

$$H_{Total} = 5,5 + 0,228 + 1,33 + 0,79 = 7,848 [m]$$

Para la selección de la bomba de impulsión se recurre al fabricante ESPA, que en sus manuales de selección ofrece equipos de bombeo para recirculación de agua aplicables al rango requerido de Caudal (46,67 [Gpm]) y Carga (7,84[m]):

Figura88. Curvas de comportamiento y eficiencia de la bomba.



Fuente: www.acomybombas.com/download/Especificaciones_Espa_Silen.pdf

El modelo seleccionado tiene como referencia SILEN 30.

Luego la bomba seleccionada tiene las siguientes especificaciones:

Tabla 24. Especificaciones de la bomba de filtrado

Serie ESPA	SILEN 30
Diámetro de succión [pulgadas]	2
Diámetro de descarga [pulgadas]	2
Velocidad [RPM]	3450
Eficiencia [%]	36
Potencia [hp]	0.6

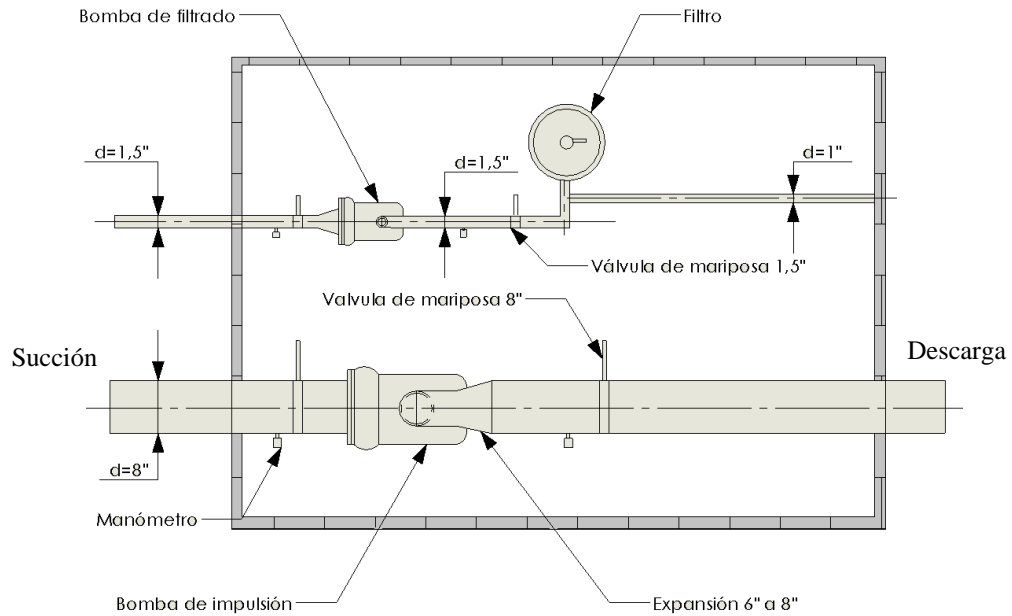
Figura 89. Bomba de filtrado seleccionada SILEN



Fuente: http://www.acomybombas.com/popup_image.php?plD=94

Luego de la selección de los componentes se procede a la especificación de los mismos y su posicionamiento en el cuarto de máquinas:

Figura90. Arreglo de elementos en el cuarto de máquinas



Fuente: Autor

6.6 ANÁLISIS MEDIANTE EL PROGRAMA FLUENT DE ANSYS

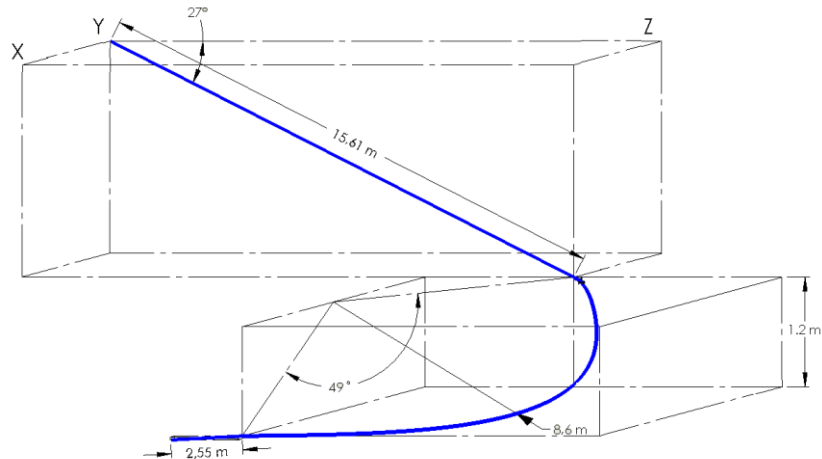
En el movimiento de fluidos, la hidrodinámica clásica se limita a aplicar, condiciones de contorno, en los fluidos poco viscosos (como en este caso el agua), los esfuerzos tangenciales en la capa límite son inferiores a los de inercia o los de gravedad.

El espesor de la capa límite puede ser de algunos milímetros, en el exterior, donde se encuentran los efectos de fricción se pueden utilizar métodos experimentales basados en las líneas de corriente, para obtener el correspondiente campo de velocidades.

Teniendo en cuenta que para esta aplicación sobre el fluido predominan los efectos de inercia del cuerpo sobre el que se deslizan los usuarios, para aumentar

la confiabilidad del diseño se acude al análisis de la sección del tobogán de entrada creado en SOLIDWORKS (V2007) al paquete FLUENT de ANSYS (V2009), con el fin de visualizar el perfil de velocidades alcanzado por el agua en la geometría generada.

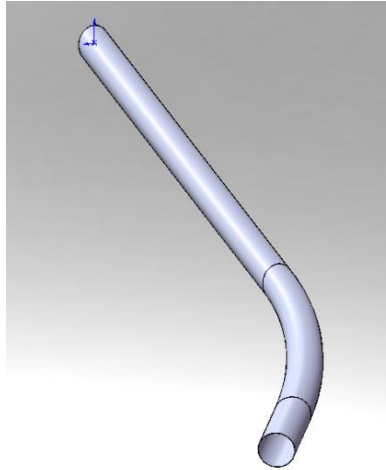
Figura 91. Geometría general del tobogán de entrada



Fuente: Autor

Se eligió para el análisis en el CAE FLUENT la sección del tobogán de entrada, dado que del estudio dinámico se encontró que allí es donde se alcanzan los valores más altos de velocidad y aceleración para los usuarios, con esto se busca cumplir con los rigurosos requerimientos en seguridad que debe prestar el diseño según la normativa ASTM 2376-08.

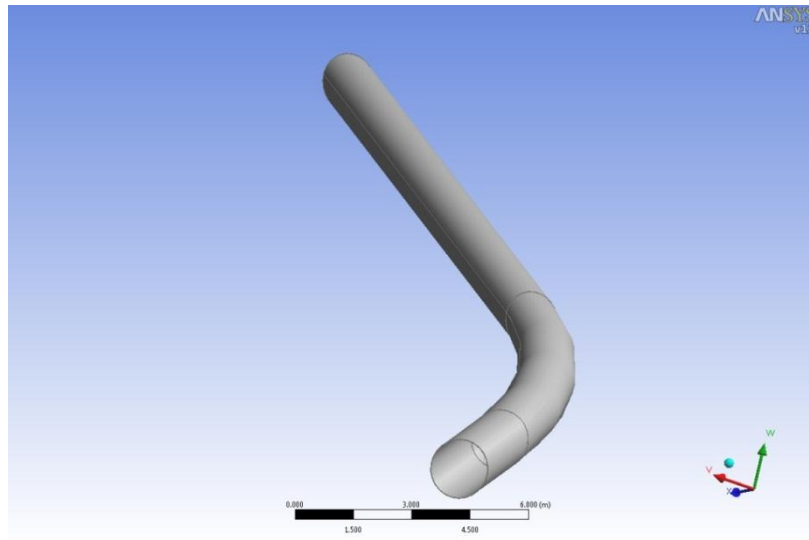
Figura 92. Diseño del tobogán de entrada en SOLIDWORKS



Fuente: Autor

Luego de la creación de la geometría en SOLIDWORKS, se procede al traslado e importación del archivo al CAE ANSYS.

Figura 93. Traslado de la geometría al programa ANSYS



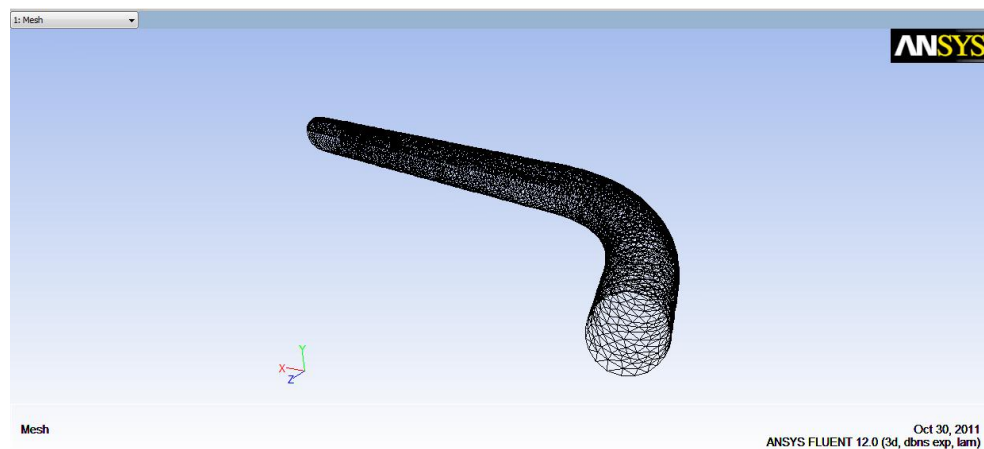
Fuente: Autor

El software ANSYS contiene entre sus herramientas de procesamiento un generador de geometría, simplificador, y definidor de zonas mediante el mallado

llamado GAMBIT, que maneja un esquema de modelado el cual parte de elementos geométricos sencillos como vértices, para crear elementos geométricos de malla.

El mallado de las superficies se genera con elementos triangulares desde 1,2535 [cm], hasta 1,2535 [m] (Por defecto), con un numero de 5538 nodos y 16545 elementos.

Figura 94. Enmallado de la geometría del tobogán de entrada

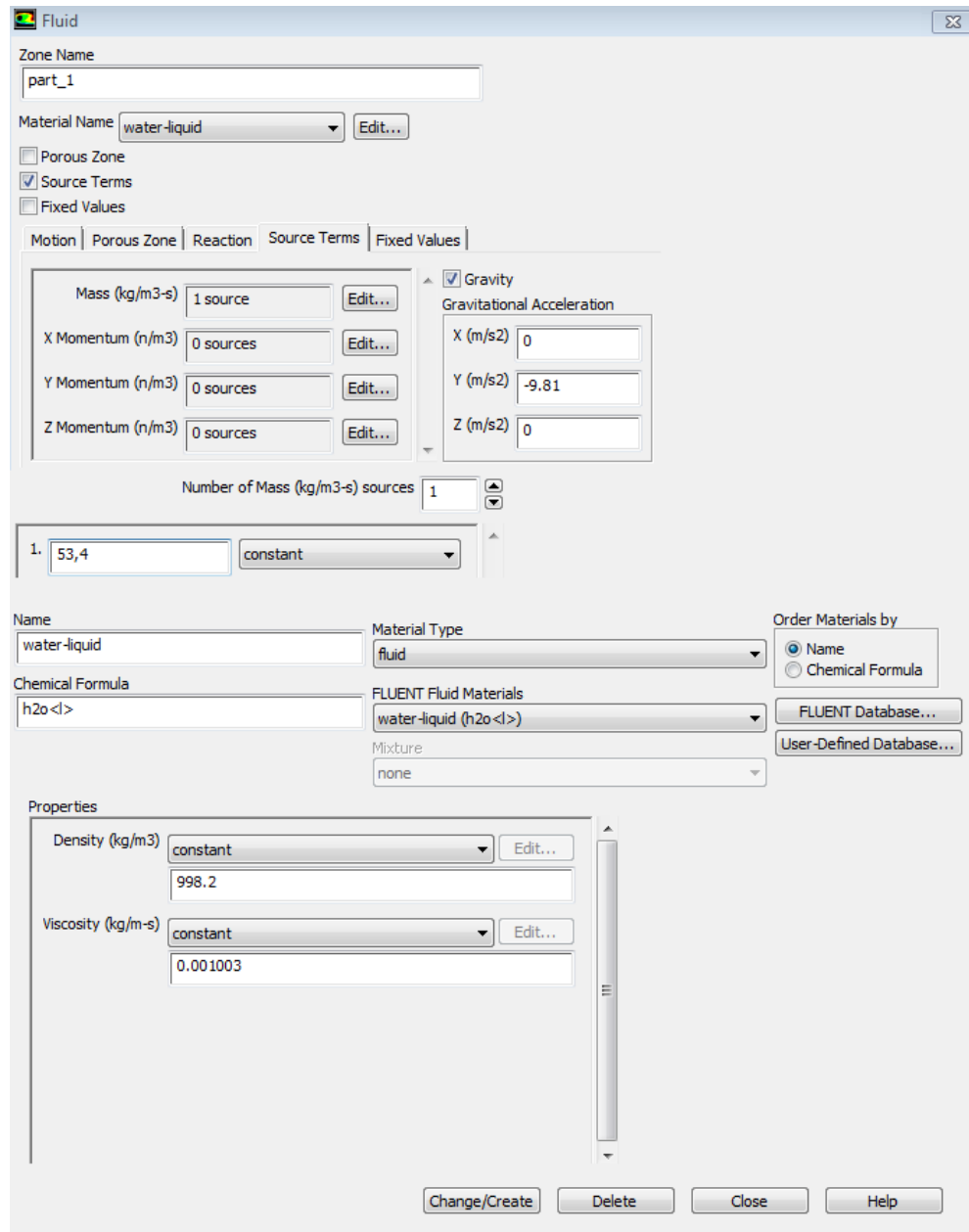


Fuente: Autor

Dada la extensa geometría del modelo importado, al enmallar la superficie del mismo se prevé que se induzcan errores propios del procesador, pero que son validos en un análisis de aproximación.

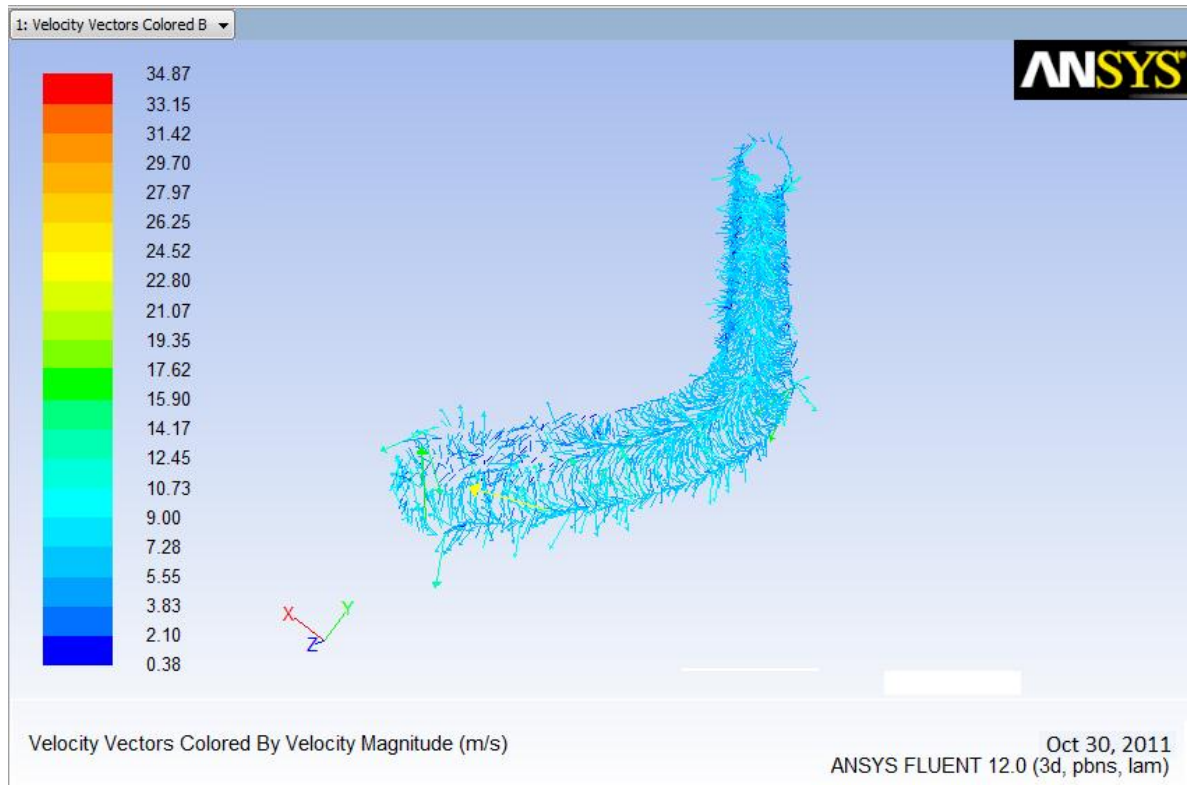
Luego de generar el mallado se procede a señalar en el programa las fronteras estacionarias (La estructura tubular) y las fronteras donde se traslada el fluido (La zona de entrada, salida, y la sección inferior interna del tobogán). Además se introducen en el programa los valores de flujo másico de entrada (53,4 [Kg*m/s]), aceleración gravitacional (9,81 [m/s²]) y presión atmosférica (101,325 [KPa]).

Figura 95. Parámetros introducidos en FLUENT



Por ultimo se procede a resolver el modelo, con el fin de generar la grafica de comportamiento de la velocidad en la sección de entrada.

Figura 96. Perfil de velocidades en el tobogán de entrada



Fuente: Autor

El resultado obtenido en la grafica del perfil de velocidades (Figura 102), señala que en el tobogán de entrada el flujo desciende a una velocidad aproximada de 10,73 [m/s], ya que no hay una tendencia hacia los valores extremos graficados en el perfil de velocidad (Máximo de 34,87 [m/s]; Mínimo de 0.38 [m/s]).

Lo anterior señala que el rango de velocidades obtenido del estudio dinámico realizado en FLUENT no se encuentra muy alejado del análisis desarrollado manualmente, y sus valores de velocidad no resultan ser críticos para la seguridad de los usuarios, por encontrarse dentro de los parámetros confiables.

7. CONCLUSIONES

Este proyecto fue concebido como una idea para ampliar el campo de aplicación de los ingenieros mecánicos en la sociedad, además de promover nuestra capacidad de innovación al generar diseños que contribuyan a cubrir las necesidades básicas de esparcimiento en la población, todo lo anterior basado en la formulación y el desarrollo de conceptos matemáticos aprendidos durante la carrera.

- Con el adecuado acompañamiento del Director del Proyecto y los profesores de planta de la Escuela de Ingeniería Mecánica se logró describir matemáticamente la trayectoria de un cuerpo que desliza sobre una superficie con fricción húmeda.
- A través del estudio de elasto-hidráulica se analizaron las variables que intervienen en el comportamiento de una capa de fluido alterada por la introducción de un cuerpo, con resultados numéricos confiables.
- La dinámica fue el punto de apoyo para esta tesis, ya que de esta se tomaron los cálculos para corroborar las dimensiones del tobogán, y las cargas solicitadas, produciendo así un diseño completo y seguro.
- Después de este ejercicio de trabajo en los programas de CAD (SOLIDWORKS), y CAE (COSMOS WORKS, FLUENT de ANSYS), se reafirmó la utilidad de las herramientas computacionales en el desarrollo de proyectos en Ingeniería.

- Gracias a la realización de este proyecto se logro ampliar los conocimientos de los autores al conjugar conceptos de dinámica, hidráulica, lubricación, resistencia de materiales, etc. Trayendo así una amplia gama de aportes en diferentes ramas de la Ingeniería Mecánica para conceptualizar un diseño de manera segura y funcional.

8. OBSERVACIONES Y RECOMENDACIONES

Las recomendaciones de esta tesis de grado van dirigidas a los autores de futuros proyectos, que tomen el presente trabajo como referencia, o que deseen continuar perfeccionando el diseño del tobogán, en este caso, se recomienda que el estudio de la estructura se enfoque en cumplir las condiciones propias de la mecánica de suelos, para generar el diseño de un anclaje y zapatas en la misma.

Igualmente resultaría interesante comprobar experimentalmente en un laboratorio de materiales las propiedades de resistencia de la fibra de vidrio en uniones apernadas, y tras analizar dichos datos publicar resultados que permitan acercar a los estudiantes de ingeniería mecánica y de otras ingenierías al estudio y aplicación de materiales compuestos.

BIBLIOGRAFÍA

- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. Estándares prácticos para la clasificación, diseño, manufactura, construcción, y operación de sistemas deslizadores de agua. ASTM F2376–08. Pennsylvania, U.S.A.: ASTM, 2008. 10 p.
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. Estándares prácticos para el diseño de AMUSEMENT RIDES AND DEVICES. ASTM F2291–09b. Pennsylvania, U.S.A.: ASTM, 2009. 50 p.
- BEER. Ferdinand P. & Johnston, Jr. Russell. Mecánica Vectorial para Ingenieros. 5 ed. México: Mc Graw Hill. 1990. p, 475-714.
- BUDYNAS, RICHARD G Et Al. Diseño en Ingeniería Mecánica de Shigley. 8 ed. México: Mc Graw Hill, 2008. p. 395-435.
- BRAVO BOHADA, Omaira. Et al. Procesos de fabricación en plásticos reforzados con fibra de vidrio. Trabajo de grado Ingeniero Mecánico. Bucaramanga: Universidad Industrial de Santander. Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas. Escuela de Ingeniería Mecánica, 1995. 238 p.
- COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPUBLICA. Ley 1209. (14, julio, 2008). Por medio de la cual se establecen normas de seguridad en piscinas. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 2008. no. 47050. 5 p.
- COLOMBIA. CONGRESO DE LA REPUBLICA. Ley 1225. (16, julio, 2008).

Por la cual se regulan el funcionamiento y operación de los parques de diversiones, atracciones o dispositivos de entretenimiento, atracciones mecánicas y ciudades de hierro, parques acuáticos, temáticos, ecológicos, centros interactivos, zoológicos y acuarios en todo el territorio nacional y se dictan otras disposiciones. Diario Oficial. Bogotá, D.C., 2008. no. 47052. 11 p.

- DEUTSCHMAN, Aarón. Et al. Diseño de Máquinas Teoría y Práctica. México: Continental, 1985. p. 923.
- JULIUS Panero. Et Al. Las dimensiones humanas en los espacios interiores Estándares Antropométricos. Barcelona: Gustavo Gili, 1983. p. 78- 100.
- STREETER, Victor L. Et al. Mecánica de fluidos.9 ed. Bogotá: Mc Graw Hill, 2000. p. 607-609, 712.

ANEXOS

ANEXO A. PLANOS DEL TOBOGÁN

[Plano 00-00-00](#)

[Plano 00-00-01](#)

[Plano 00-01-00](#)

[Plano 00-01-01](#)

[Plano 00-01-02](#)

[Plano 00-01-03](#)

[Plano 00-01-04](#)

[Plano 00-01-05](#)

[Plano 00-01-06](#)

[Plano 00-02-00](#)

[Plano 00-02-01](#)

[Plano 00-02-02](#)

[Plano 00-02-03](#)

[Plano 00-02-04](#)

[Plano 00-02-05](#)

[Plano 00-03-00](#)

[Plano 00-03-01](#)

[Plano 00-03-02](#)

[Plano 00-03-03](#)

[Plano 00-04-01](#)

[Plano 00-04-02](#)

[Plano 00-05-00](#)

[Plano 00-05-01](#)