

**UN ROMPECABEZAS EN EL SALÓN DE CLASE:
UNA MIRADA A LA GEOMETRÍA A TRAVÉS DEL TANGRAMA**

**CRISTIAN GIOVANI GARCÍA SALCEDO
SERGIO ANDRÉS MORENO TOBO**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2007**

**UN ROMPECABEZAS EN EL SALÓN DE CLASE:
UNA MIRADA A LA GEOMETRÍA A TRAVÉS DEL TANGRAMA**

**CRISTIAN GIOVANI GARCÍA SALCEDO
SERGIO ANDRÉS MORENO TOBO**

**Trabajo de grado para optar al título de
Licenciados en Matemáticas**

**Directora
Sofía Pinzón Durán
Ph. D. en Matemáticas**

**UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA DE MATEMÁTICAS
BUCARAMANGA
2007**

AGRADECIMIENTOS

Al inspirador de todas las ideas expuestas en este trabajo, Dios.

A nuestros familiares y amigos.

A los maestros que contribuyeron en nuestra formación y son ejemplos a seguir.

A los estudiantes de sexto grado del Colegio Las Américas con los que realizamos el Diagnóstico Previo.

A la UIS, por acogernos durante un poco más de cinco años.

A nuestra directora de tesis, Sofía Pinzón Durán.

RESUMEN

TÍTULO: UN ROMPECABEZAS EN EL SALÓN DE CLASE: UNA MIRADA A LA GEOMETRÍA A TRAVÉS DEL TANGRAMA¹

AUTORES: CRISTIAN GIOVANI GARCÍA SALCEDO
SERGIO ANDRÉS MORENO TOBO²

PALABRAS CLAVES: Tangrama, geometría, polígonos, talleres.

DESCRIPCIÓN: Este trabajo de grado está orientado a proponer una serie de actividades prácticas, diseñadas por los autores del mismo, utilizando el juego didáctico llamado Tangrama para la enseñanza de la geometría en sexto grado de secundaria. Dichas actividades están organizadas en cuatro unidades, que conforman una propuesta llamada Polígonos con el Tangrama. El tema tratado en nuestra propuesta es el tema relacionado con los polígonos en general, el cual se dividió en cuatro partes y cada unidad abarca cada una de estas partes.

En el diseño de las actividades se tuvo en cuenta la metodología de resolución de problemas (propuestos como situaciones sencillas que, sin embargo, exigían mucha reflexión y un análisis cauteloso), la construcción de conceptos, la búsqueda de soluciones (donde lo importante no es la solución sino el aprendizaje que se adquiere durante dicha búsqueda) y la práctica del Tangrama (entrenando al estudiante en la formación de las figuras del Tangrama).

La bibliografía revisada sobre investigaciones hechas en educación matemática y el análisis de la aplicación realizada a un curso de sexto grado de un colegio privado concluyen que la utilización de materiales didácticos en el salón de clase hace que el niño se sienta más feliz y productivo en la realización de tareas geométricas.

¹ Trabajo de grado.

² Facultad de ciencias. Licenciatura en Matemáticas. Director: Sofia Pinzón Durán. Ph. D. en Matemáticas.

ABSTRACT

TITLE: A PUZZLE IN THE CLASSROOM: A LOOK TO THE GEOMETRY THROUGH THE TANGRAM³

AUTHORS: CRISTIAN GIOVANI GARCÍA SALCEDO
SERGIO ANDRÉS MORENO TOBO⁴

KEYWORDS: Tangram, geometry, polygons, workshop.

DESCRIPTION: This degree work is oriented to propose a series of practical activities, designed by the authors, using the didactic game called Tangram for the teaching of geometry in sixth degree of secondary. These activities are organized in four units, these conform a proposal called Polygons with the Tangram. The subject of our proposal is the subject related to the polygons in general, what divided it in four parts and each unit includes each one of these parts.

In the design of the activities one kept in mind the methodology of resolution of problems (proposed as simple situations that, however, they demanded a lot of reflection and a cautious analysis), the construction of concepts, the search of solutions (where the important thing is not the solution but the learning that is acquired during this search) and the practice of the Tangram (training the student in the formation of the figures of the Tangrama).

The bibliography revised on investigations made in mathematical education and the analysis of the application realized to a course of sixth grade of a private school concludes that the use of didactic materials in the classroom makes the boy to feel happier and more productive in the realization of geometric tasks.

³ Degree work.

⁴ Sciences faculty. Licenciatura en Matemáticas. Director: Sofía Pinzón Durán. Ph. D. in Mathematics.

CONTENIDO

| | pág. |
|--|------|
| PRESENTACIÓN | 1 |
| 1. EL TANGRAMA | 5 |
| 1.1. RESEÑA HISTÓRICA | 5 |
| 1.2. EL TANGRAMA EN LA EDUCACIÓN | 6 |
| 1.3. DESCRIPCIÓN DE LOS TANS | 7 |
| 1.4. ALGUNAS FIGURAS INTERESANTES | 9 |
| 2. ANTECEDENTES | 12 |
| 2.1. LA MAGIA DEL TANGRAM | 12 |
| 2.2. ACTIVIDADES CON EL TANGRAMA | 12 |
| 2.3. FUNCIONALIDAD DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA | 13 |
| 2.4. USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA | 13 |
| 3. ENCUESTA PREVIA | 15 |
| 3.1. UN TALLER CON PROFESORES EN FORMACIÓN | 16 |
| 3.2. LA ENCUESTA | 16 |
| 4. DIAGNÓSTICO PREVIO | 22 |
| 4.1. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL CUADRADO? | 22 |
| 4.2. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL TRIÁNGULO? | 24 |
| 4.3. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL TANGRAMA? | 28 |

| | |
|---|----|
| 5. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES | 30 |
| 5.1. ASPECTOS TENIDOS EN CUENTA | 30 |
| 5.2. CARACTERÍSTICAS | 31 |
| 5.3. ESTRUCTURA DE LAS UNIDADES | 32 |
| 5.4. CUADROS DE ORIENTACIÓN | 32 |
| 6. POLÍGONOS CON EL TANGRAMA | 37 |
| 6.1. UNIDAD 1: CONOZCAMOS EL TANGRAMA | 38 |
| 6.2. UNIDAD 2: JUGUEMOS CON EL TANGRAMA | 47 |
| 6.3. UNIDAD 3: CONCEPTUALICEMOS CON EL TANGRAMA | 57 |
| 6.4. UNIDAD 4: EL CLUB DEL TANGRAMA | 67 |
| 7. APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN | 75 |
| 7.1. ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA PRIMERA UNIDAD | 75 |
| 7.2. ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA SEGUNDA UNIDAD | 81 |
| 7.3. ALGUNOS PUNTOS PARA RESALTAR | 88 |
| REFERENCIAS | 89 |
| ANEXOS | 93 |

TABLA DE FIGURAS

| | |
|--|----|
| FIGURA 1. Los dos TG | 7 |
| FIGURA 2. El TM | 8 |
| FIGURA 3. Los dos TP | 8 |
| FIGURA 4. El C | 8 |
| FIGURA 5. El P | 9 |
| FIGURA 6. El C, TM y P formados por la unión de los dos TP | 9 |
| FIGURA 7. El Cisne | 10 |
| FIGURA 8. El jinete y su caballo | 10 |
| FIGURA 9. El unicornio y la máscara | 10 |
| FIGURA 10. Taller diagnóstico | 23 |
| FIGURA 11. Tabla de Juan Sebastián | 78 |
| FIGURA 12. Tabla de Oswaldo | 78 |
| FIGURA 13. Respuestas de Oswaldo | 82 |
| FIGURA 14. Respuestas de Juan David | 82 |
| FIGURA 15. Tabla de Óscar | 84 |
| FIGURA 16. Tabla de Sergio | 84 |
| FIGURA 17. Diagonales de Brayan | 85 |
| FIGURA 18. Tabla del número de lados y diagonales | 85 |
| FIGURA 19. Suma de Óscar | 86 |
| FIGURA 20. Perímetros de Oswaldo | 87 |

PRESENTACIÓN

El Tangrama es un juego que además de divertir, instruye y está lleno de mucha geometría. Este trabajo es una propuesta con actividades para la enseñanza de la geometría en sexto grado aprovechando las cualidades de este rompecabezas y su geometría implícita.

Mucho se ha escuchado en los últimos años sobre las nuevas estrategias en la educación matemática que apuntan a convertir la práctica docente en una experiencia significativa para el discente⁵, y han aparecido teorías que involucran nuevas metodologías y nuevas herramientas que enganchen al estudiante en el camino del aprendizaje, aprovechando la riqueza didáctica de los llamados materiales didácticos y del juego en el salón de clase⁶. Pero en general, hasta el día de hoy, en las escuelas y en los colegios del país, ya sean públicos o privados, los maestros y personas involucradas en el área de la educación matemática no han mostrado el suficiente interés en el uso de materiales didácticos en el salón de clase, tales como el geoplano, los teselados o mosaicos, los tetrábolos, los palillos, los cubos, el Tangrama, la plastilina, los bloques lógicos y el pentaminó⁷.

⁵ Término atribuido a Paulo Freire con el cual nos referiremos en algunas ocasiones al estudiante, “alumno” o educando en el presente trabajo.

⁶ Si se desea ver las referencias que garantizan esta aseveración véase el *Capítulo 2: Antecedentes* del presente trabajo.

⁷ La mención de estos materiales se debe a la lectura de Cristancho, Díaz y Rigueros (2005). En este trabajo mencionamos precisamente todos los materiales didácticos que se mencionan allí, entre ellos el Tangrama. En este trabajo hemos adoptado el término

Esta situación puede deberse a que la mayoría de los actuales maestros no conocen la importancia de los materiales didácticos (en el caso de que conozcan su existencia) y los califican como simples juegos que se alejan del currículo educativo (no obstante, no se debe menospreciar la importancia del juego en el aprendizaje); otros temen usarlos; otros no saben usarlos o lo más común es que simplemente digan que el tiempo no les alcanza para esas cosas; por lo que en el mejor de los casos se deja como actividades extracurriculares el uso de estos materiales didácticos.

Este trabajo es una propuesta constituida por una serie de actividades que aprovechan la riqueza geométrica del material didáctico al cual nos referiremos como Tangrama, para la enseñanza de los polígonos en sexto grado de educación básica secundaria. Dichas actividades están organizadas en cuatro unidades, que en conjunto llamamos Polígonos con el Tangrama.

El Tangrama es un rompecabezas muy conocido en muchas partes, pero poco difundido en nuestra cultura. Desde que lo conocimos nos apasionó este rompecabezas, en el cual veíamos geometría por todas sus partes. Consideramos que este rompecabezas ayuda al estudiante (y a todos en general) a adquirir ciertas habilidades que tienen mucho que ver con el aprendizaje de las matemáticas, y por eso decidimos trabajar con él.

El propósito de nuestra propuesta es poner nuestro granito de arena en la búsqueda de nuevas alternativas de enseñanza de las matemáticas en el salón de clase y poner al alcance del docente un material que puede usar, criticar y mejorar. En el salón de clase los estudiantes se enfrentan con una serie de confusos conceptos en matemáticas y, en general, no se desarrollan actividades

Tangrama, en lugar del término Tangram (como aparece, por ejemplo, en la referencia anterior), para referirnos al mismo material didáctico.

que los lleven a explorar, a manipular, a proponer y a descubrir. La utilización de un rompecabezas como el Tangrama promueve este tipo de actividades y su uso se convierte en un juego para el niño y el juego es una actividad natural del niño, la cual también debe integrarse a la práctica del salón de clase⁸.

Este trabajo está conformado por siete capítulos. En el primer capítulo, *El Tangrama*, elaboramos un cursillo rápido para quienes todavía no estén familiarizados con este rompecabezas. En el segundo capítulo, *Antecedentes*, se presenta una síntesis de algunos trabajos de investigación relacionados con el uso de materiales didácticos (en particular, el Tangrama) en el salón de clase para la enseñanza de las matemáticas. Se comentan los trabajos presentados en el 15º Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones, y se consideran algunos otros trabajos disponibles en la red.

En el tercer capítulo, *Encuesta Previa*, aparece un taller implementado a los estudiantes de Geometría Euclidiana del primer semestre de 2007 con el fin de que conocieran el Tangrama y se consignan sus sugerencias y comentarios dados en una encuesta realizada sobre la utilización de un rompecabezas en el salón de clase. Los resultados que surgieron en dicha encuesta sirvieron para respaldar

⁸ Pero el que existan o no miles de propuestas sobre la utilización de materiales didácticos en el salón de clase no va a cambiar la realidad: Los maestros no tienen tiempo para ponerse a enseñarle juguitos a sus estudiantes, porque tienen en su currículo una lista en espera de temas que deben dictarse en clase durante el año escolar y parece que el tiempo no va a alcanzar. Por eso, algunos maestros no se interesan en trabajos como estos, que hablan de un rompecabezas que sirve para desarrollar conceptos relacionados con geometría. Pero entonces, ¿qué se puede hacer? Creemos que la respuesta es (tan sencilla y tan complicada a la vez): Se debe empezar por nosotros mismos, convertirnos en la semilla que poniendo el ejemplo espera germinar, llevando a la práctica estas actividades y no dejarlas en el olvido.

nuestra investigación y darnos cuenta de la acogida que tendría nuestro trabajo por parte de los profesores en formación.

Además, antes de diseñar las actividades, con el fin de saber qué conocimientos reales de geometría poseían los estudiantes que ingresaban al sexto grado de educación básica secundaria, implementamos una prueba diagnóstica. En el cuarto capítulo, *Diagnóstico Previo*, se presenta dicha prueba y se presentan los resultados de su implementación en un grupo del Colegio Las Américas. Dicha prueba sirvió como punto de referencia en el diseño de las actividades propuestas en esta investigación.

En el quinto capítulo, *Diseño de las Actividades*, se muestra una descripción de las actividades diseñadas. Las actividades diseñadas están conformadas por cuatro unidades, las cuales a su vez están divididas cada una en cuatro secciones. Finalmente, después de haberse realizado la parte del trabajo anteriormente descrita, se diseñaron las actividades, las cuales aparecen en el sexto capítulo. En este capítulo se presenta nuestra propuesta, llamada *Polígonos con el Tangrama*, la cual utiliza el Tangrama en la enseñanza de la geometría en sexto grado de educación básica secundaria.

En el último capítulo se comenta la experiencia vivida en el salón de clase y se establecen las conclusiones obtenidas con la implementación de las dos primeras unidades en un colegio privado de Barrancabermeja. Y al final, después de las *Referencias* y las *Referencias de Figuras*, se presentan como anexos las soluciones a los rompecabezas del Capítulo 1 (*Anexos 1 al 5*), el taller realizado a profesores en formación del Capítulo 3 (*Anexo 6*) y las referencias de actividades y figuras de dicho taller (*Anexo 7*).

1. EL TANGRAMA

1.1. RESEÑA HISTÓRICA

El Tangrama es un rompecabezas chino que consiste en formar siluetas de figuras, lo cual requiere cierta habilidad y audacia⁹. Está compuesto por siete piezas: cinco triángulos de diferentes tamaños, un cuadrado y un paralelogramo, llamadas Tans, que juntas forman un cuadrado.

La aparición del Tangrama se remonta aproximadamente 250 años atrás. Con el paso del tiempo este juego traspasó las fronteras orientales y aparecieron gradualmente más figuras hasta la cifra aproximada de 1600.

Garaizar y Gómez (s. f.) comentan en su página web sobre el origen de la palabra Tangrama. La palabra Tangrama fue inventada probablemente por un inglés aficionado a los rompecabezas. Él combinó la palabra cantonesa *tang*, que significa chino, con el sufijo inglés *gram*, que significa escrito o gráfico. Sin embargo, según otra hipótesis, la palabra Tangrama se deriva de *tan*, que en chino significa prostituta, de manera que Tangrama significaría “el rompecabezas de las prostitutas”, y los marineros ingleses habrían conocido el juego a través de prostitutas chinas.

Garaizar y Gómez comentan también que las primeras publicaciones del Tangrama aparecieron en China a principios del siglo XIX y contenían poco más de quinientas figuras y sus respectivas soluciones. Las figuras eran en su mayor parte animales, casas y flores, junto a una minoría de formas abstractas. Luego de

⁹ “Los chinos lo llamaron «tabla de la sabiduría» y «tabla de la sagacidad» haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere” (Garaizar y Gómez, s. f., pár, 1).

transcurridas casi dos décadas, habían aparecido en varios países europeos otras publicaciones del Tangrama, las cuales en su mayor parte copiaron las figuras chinas originales, demostrándose así la fama que había adquirido este juego. El Tangrama se convirtió en una diversión universal (a pesar que una antigua enciclopedia china lo describía como un juego de mujeres y niños).

El Tangrama había sido publicado en forma de libro, pero hacia 1870 fue producido como un objeto: piezas de marfil, tarjetas con las siluetas y envoltorio en forma de caja. En 1900 ya existían casi 900 figuras y en 1973 los holandeses Joost Elffers y Michael Schuyt publicaron un libro con 750 figuras nuevas, para un total de más de 1600 figuras.

1.2. EL TANGRAMA EN LA EDUCACIÓN

“Hoy en día el Tangrama no se usa sólo como un entretenimiento, se utiliza también en psicología, en diseño, en filosofía y particularmente en la pedagogía. En el área de enseñanza de las matemáticas, el Tangrama se usa para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales de los niños, pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas” (Wikipedia, 2007, p. 4).

Nosotros creemos que la práctica del Tangrama está involucrada no sólo en el desarrollo del hemisferio derecho del cerebro, encargado de la imaginación, sino también en el desarrollo del hemisferio izquierdo, encargado de los procesos lógicos. Por tanto, es evidente pensar que se debe respaldar la creación de nuevos espacios que permitan al estudiante relacionarse con materiales didácticos que contribuyen a aumentar su creatividad e inteligencia.

1.3. DESCRIPCIÓN DE LOS TANS

Como mencionamos anteriormente, el Tangrama es un rompecabezas compuesto por siete piezas llamadas Tans. A continuación se presenta una descripción de cada uno de los Tans (a partir de esta descripción se puede construir un Tangrama)¹⁰.

- Dos triángulos rectángulos isósceles, los cuales se denominan Triángulos Grandes (o, en forma abreviada, TG):

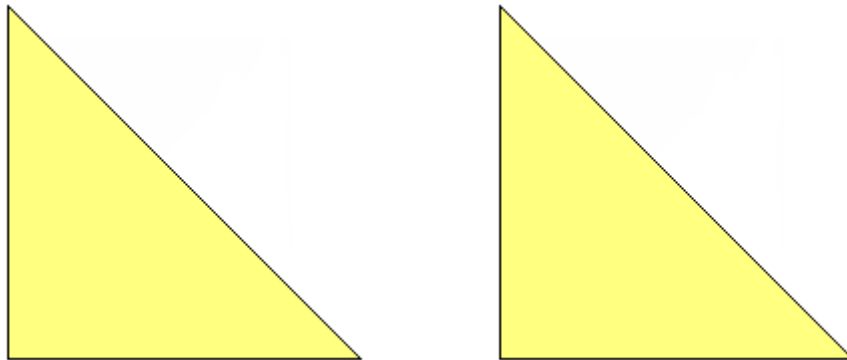


Figura 1. Los dos TG

- Un triángulo rectángulo isósceles que se forma dividiendo el TG en dos triángulos congruentes (trazando la altura del TG que es perpendicular al lado de mayor longitud). Este se denomina Triángulo Mediano (o TM):

¹⁰ Las figuras que aparecen más adelante están hechas en tamaño proporcional al que se describe previamente.

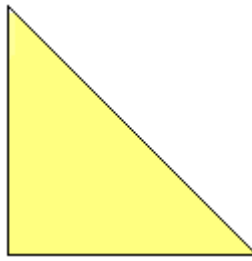


Figura 2. El TM

- Dos triángulos rectángulos isósceles que se forman dividiendo el TM en dos triángulos congruentes (trazando la altura del TM que es perpendicular al lado de mayor longitud). Se denominan Triángulos Pequeños (o TP):

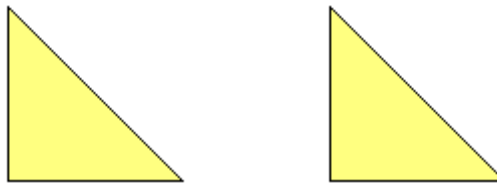


Figura 3. Los dos TP

- Un cuadrado que se forma uniendo los dos triángulos pequeños en la forma adecuada. Se denomina Cuadrado (o C):

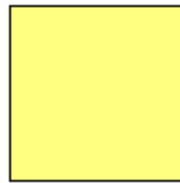


Figura 4. El C

- Un paralelogramo (denominado Paralelogramo o P) cuya área es igual a la suma de las áreas de los dos Triángulos Pequeños. Se forma uniendo los dos TP de la forma adecuada:



Figura 5. El P

El Cuadrado, el Triángulo Mediano o el Paralelogramo se forman uniendo los dos Triángulos Pequeños así:

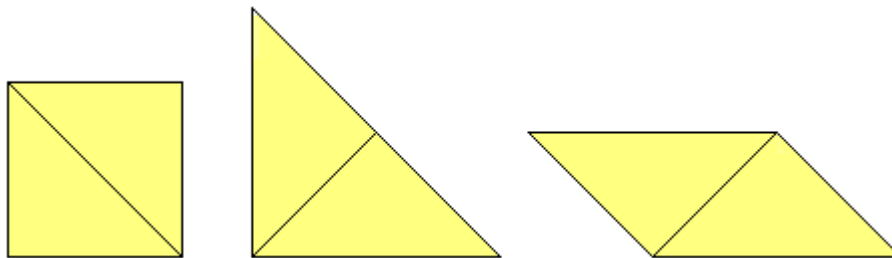


Figura 6. C, TM y P formados por la unión de los dos TP

Consideramos que esta información es suficiente para elaborar un Tangrama de madera, cartón o foami.

1.4. ALGUNAS FIGURAS INTERESANTES

Como ya mencionamos, con el Tangrama se pueden reproducir un sinnúmero de figuras. En esta parte presentaremos algunas de ellas. La primera, que es el cuadrado, constituye un verdadero reto para el principiante. El truco consiste en hacerse una imagen mental de qué tan grande puede ser el cuadrado que se puede formar.

Otra figura igualmente interesante es El cisne (véase la figura 7), la cual se puede formar fácilmente, pero, por eso, no deja de ser una figura muy hermosa.

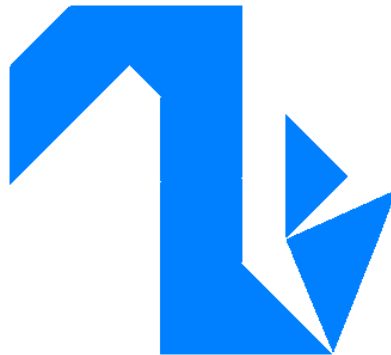


Figura 7: El cisne

La figura del jinete montado en su caballo (figura 8) es también una de las más bellas figuras. Por último, aparecen El unicornio y La máscara en la figura 9. Si le dedica algo de tiempo a cada figura, se sentirá el lector satisfecho de haberlas formado.

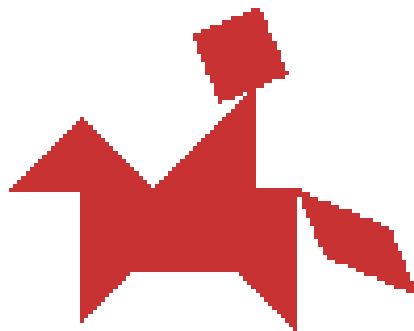


Figura 8. El jinete y su caballo

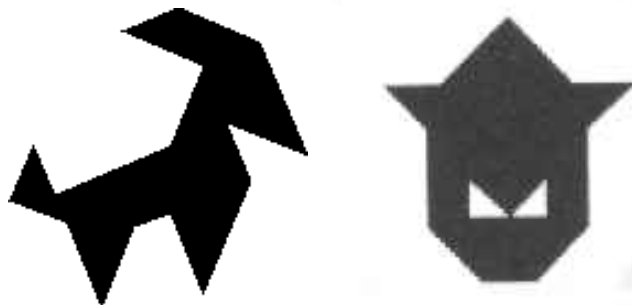


Figura 9. El unicornio y La máscara

La solución de todos estos rompecabezas se encuentra en el *Anexo A*¹¹.

Ahora sí podemos pasar a revisar los trabajos anteriores al nuestro respecto al uso de materiales didácticos en el salón de clase y la aplicación del Tangrama a la geometría.

¹¹ Si se desea conocer otras figuras que se pueden formar con el Tangrama (¡existen alrededor de 1600!), pueden consultarse las referencias de este trabajo.

2. ANTECEDENTES

Para la fundamentación teórica de este trabajo de grado hemos revisado una serie de trabajos anteriores con relación al uso de los materiales didácticos en la enseñanza de la geometría, en particular, los que hacen relación al uso del material didáctico llamado el Tangrama. Algunos de ellos son:

2.1. LA MAGIA DEL TANGRAM

La Magia del Tangram es una página web publicada por dos educadoras: María Garaizar y Mari Carmen Gómez, en la cual aparece información y actividades sobre el Tangrama. Las educadoras comentan que “en el Taller de Matemáticas, el Tangram suele ser una referencia obligada, ya que además del juego tradicional se pueden plantear muchas más actividades relacionadas ángulos, distancias, proporcionalidad, semejanza, movimientos” (Garaizar y Gómez, s. f., pág. 8). Además, aquí ellas plantean unas actividades que permiten ir obteniendo destreza en la práctica de este juego y otras actividades relacionadas con áreas y proporciones. Por último, presentan el juego del Tangrama en forma interactiva (como un programa para computador).

2.2. ACTIVIDADES CON EL TANGRAMA

El educador Guillermo Mejía presenta un taller que “integra conceptos de geometría, álgebra y modelos” (Mejía, s. f., pág. 2). Este taller involucra la construcción de polígonos, la medida de ángulos, perímetros y área, la construcción de Tangramas, problemas de geometría combinatoria y otras actividades.

2.3. FUNCIONALIDAD DE LOS MATERIALES DIDÁCTICOS EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

En la *Funcionalidad de los materiales didácticos en el aprendizaje de la geometría* la educadora Gaby Lili Cabello Santos señala que “la manipulación es un elemento clave que hace que los niños se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas: «...contribuyó a crear un ambiente en el que se veían ganas de jugar y probar nuevas cosas cosas»” (Cabello, 2004, p. 648).

2.4. USO DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

En el salón de clase no se cuenta con un conocimiento acerca de cómo usar los materiales didácticos, dicho conocimiento es una herramienta en el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas. Los materiales didácticos permiten que el discente manipule objetos concretos para la adquisición de ideas abstractas, desarrolle la creatividad y la inteligencia, y adquiera ciertas habilidades que son importantes en el aprendizaje de las matemáticas.

Suponemos que, por las razones mencionadas anteriormente, un grupo de educadoras, conformado por Sandra Liliana Cristancho Prada, Ana de Jesús Díaz Jiménez y Leonor Rigueros desarrollaron la cartilla *Uso de materiales didácticos para la enseñanza de la geometría*, dirigida a los maestros de preescolar y primaria, donde proponen cómo usar apropiadamente en el salón de clase los diferentes materiales didácticos mencionados anteriormente.

“La cartilla está dividida en 6 unidades:

1. La Topología: Un mundo por descubrir: Cuando se hace referencia al conocimiento topológico de los niños se busca que ellos encuentren atributos de

los objetos diferenciando lo variable de lo invariable, que aprecie distancias sin tener en cuenta patrones convencionales de medida, que explore sólidos, y tenga las primeras apreciaciones de frontera exterior e interior, que luego lo acercan a la conceptualización de perímetro y polígono sin necesidad de enfatizar la longitud de los objetos.

2. Elaborando Caminos: Los laberintos y recorridos son importantes porque inician al niño en la adquisición de los conceptos de líneas, fronteras, magnitudes, trayectorias, punto de partida y punto de llegada, y además desarrollan el sentido de orientación en el plano.
3. Girando, Girando: A partir de ejercicios corporales, elementos del entorno y material tangible, se lleva al niño a descubrir y aproximarse al concepto de ángulo y sus movimientos en el plano.
4. Formando Figuras: A partir del trazo de líneas abiertas o cerradas en diferentes direcciones y con la ayuda de los tetrábolos, el estudiante explorará la formación de figuras para llegar a la construcción de polígonos.
5. Midiendo Fronteras: Con la ayuda del cuerpo humano se establecen patrones antropométricos que sirven para reconocer propiedades y nociones de magnitud de los objetos. En esta unidad se manejan tangram, geoplano y tetrábolos.
6. Recubriendo Espacios: La noción de región en el niño se inicia con la experiencia de huellas y siluetas que marca con partes de su cuerpo, con elementos de la naturaleza y con diferentes formas de figuras. Los recubrimientos de espacios en el plano se realizan con pentominó, plastilina y temperas, que acercan al estudiante al concepto de región o área” (Cristancho, Díaz y Rigueros, 2004, p. 406-408).

Con la presentación de esta cartilla, las educadoras no solamente muestran interés en el uso de materiales didácticos en el salón de clase, tales como el geoplano, los teselados o mosaicos, los tetrábolos, los palillos, los cubos, el Tangrama, la plastilina, los bloques lógicos y el pentaminó, sino además animan a los demás educadores a usar estos materiales didácticos.

3. ENCUESTA PREVIA

“Los materiales didácticos en el aula permiten dinamizar cada una de las actividades que se realizan; los estudiantes gozan cada momento del aprendizaje a la vez que desarrollan procesos de comprensión, análisis y demostración de los conceptos que se van construyendo.

El material concreto y tangible posibilita la observación, la manipulación y la representación mental y gráfica a partir de lo cual los niños se acercan gradualmente a la comprensión de conceptos más complejos”.

(Cristancho, Díaz & Rigueros, 2005, p. 402)

Antes de empezar a diseñar los talleres o unidades temáticas se realizó un taller con el Tangrama y una encuesta previa a profesores en formación de educación matemática de la Universidad Industrial de Santander. Estos profesores en formación corresponden a los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas de Geometría Euclidiana del Primer Semestre de 2007.

Se coordinó con el profesor de Geometría Euclidiana, Carlos Wilson Rodríguez, la aplicación de un taller de dos horas en una de sus clases. El profesor le pidió al grupo con antelación que trajera un Tangrama hecho en foami para usarlo durante el taller y les dio indicaciones de cómo hacer el Tangrama en casa. La aplicación del taller duró una hora y media, e inmediatamente después se realizó la encuesta. Las actividades del taller realizado a los profesores en formación aparecen en el Anexo 6 y las referencias de las actividades y figuras usadas en este taller aparecen en el Anexo 7.

3.1. UN TALLER CON PROFESORES EN FORMACIÓN

Durante la realización del taller, se notó el entusiasmo de los estudiantes al trabajar con un material didáctico que muchos ni siquiera conocían. Este rompecabezas los desafiaba a realizar ciertas figuras que ponían a prueba su imaginación y audacia.

La primera parte del Taller (reto 1) consistía en que los profesores en formación se familiarizaran con el Tangrama y jugaran con él, formando diversos polígonos. Les llamó mucho la atención esta parte y la diversidad de figuras que se pueden construir con el Tangrama. La segunda parte (reto 2) la realizaron con mucha facilidad, pero les causó dificultad comprobar el Teorema de Pitágoras con el Tangrama (reto 3). Respecto a este punto se acordó dejarlo para que lo trabajaran en casa, motivándolos con unos puntos en sus notas.

Pero horas después de haber culminado el taller nos encontramos con varios estudiantes que intentaban de diferentes formas hacer la comprobación, algunos sin éxito, pero otros con muchas formas de hacerlo (motivados más por curiosidad de cómo hacerlo que por algunos puntos en sus notas). Esto comprueba que el jueguito les causó mucho más interés que el que habíamos presentado.

3.2. LA ENCUESTA: ¿QUÉ DICEN LOS PROFESORES EN FORMACIÓN?

Hemos considerado de vital importancia para nuestro trabajo conocer qué impacto les produjo el taller realizado a los profesores en formación (considerados como estudiantes) y además qué opiniones tienen respecto a la utilización del Tangrama en el salón de clase (considerados ahora como futuros docentes). La actitud y la opinión que tengan estos profesores en formación frente a esta propuesta fueron importantes para nosotros al desarrollar este trabajo.

De esta manera se puede saber si les generó desagrado o indiferencia, o si se despertó su interés (lo cual puede motivarnos o desanimarnos en la realización de nuestro trabajo de grado). Con este propósito, elaboramos la encuesta y la implementamos a los profesores en formación.

Las preguntas de la encuesta realizada fueron las siguientes:

P1: ¿Cómo le pareció la actividad realizada con el Tangrama?

P2: ¿Qué opina de usar el Tangrama en clase para enseñar geometría al comienzo de la secundaria?

Smith Johana respondió:

P1: La actividad me pareció muy agradable y didáctica ya que la persona que la estaba dictando lo estaba haciendo muy bien.

P2: El Tangrama es de gran utilidad, pues así damos a conocer a los niños las cosas con más didáctica¹².

Aquí podemos notar que también es importante la forma como el maestro dirige la actividad, la metodología y el enfoque que le da al realizar el trabajo en clase, porque el estudiante se fija en estas cosas. Este es un factor importante. (Sin embargo, las actividades de las unidades temáticas se realizaron de tal forma que el estudiante las pueda realizar sin problemas y sin la supervisión del maestro). Además, se ve que a los maestros en formación les llama la atención trabajar con materiales didácticos en clase, pues suponen que despiertan el interés de sus futuros discentes (al igual, me parece, que el Tangrama despertó el interés de ellos).

¹² Esta intervención y las intervenciones posteriores son una transcripción de las respuestas escritas dadas por los profesores en formación y los nombres corresponden a sus nombres reales, utilizados con autorización.

Analizamos mejor la primera pregunta: Se quiere saber cómo les parece utilizar un material didáctico como el Tangrama en el aprendizaje de algunos conceptos matemáticos. Además se quiere conocer qué emociones produjo usar un rompecabezas en el salón de clase.

Estas fueron algunas respuestas:

"La clase fue interesante, pues nunca en mi vida había hecho algo similar, pero creo que esta actividad [o la utilización del Tangrama] sería algo bueno para explicar, por ejemplo, el Teorema de Pitágoras. Además, es algo creativo que ayudaría a salir de la rutina de una clase tradicional".

Carlos Torres

"Fue una clase interesante y creativa, ya que nos motivó de una manera diferente, siendo una forma excelente de buscar en nosotros un gran interés en el tema."

Carol Díaz

"La actividad estuvo muy interesante ya que gracias al Tangrama podemos realizar diversas figuras geométricas, y con dos de ellos de cierta forma demostrar el Teorema de Pitágoras... En general, la actividad estuvo excelente".

Ana García

"La actividad fue muy enriquecedora para la clase de geometría. El Tangrama es una buena herramienta para enseñar temas en geometría".

Sergio Bautista

"En mi opinión, esto me sirvió para darme cuenta de la importancia del Tangrama en la geometría [...] y como un distractor en la construcción de figuras geométricas".

Luis Rosso

"La actividad me pareció muy didáctica y es muy chévere pues se cambia el ambiente de la clase y es más motivación".

Jenny Ríos

"La clase [...] nos puso a pensar bastante. Fue didáctica y muy interesante; en otras palabras, vacana".

Deisy Betancourth

"El Tangrama es una forma muy didáctica para el aprendizaje de la construcción de polígonos, ya que aumenta el nivel de imaginación y lógica abstracta".

Chaid Rincón

"La actividad me pareció muy divertida e interesante ya que uno aprende fácilmente y además es un ejercicio de agilidad mental".

Ivonne Delgadillo

"La actividad fue muy lúdica y original".

John Freddy Lancheros

En general, las opiniones fueron favorables respecto a la utilización del Tangrama en el salón de clase, la actividad les pareció muy buena y provechosa; y la metodología (la geometría a través del Tangrama), excelente; y la dinámica,

interesante. Esto nos motivó (y nos comprometió) en el desempeño de nuestro trabajo.

Respecto a la segunda pregunta, las opiniones fueron también muy similares:

"Me parece que este juego es muy viable para enseñar polígonos pues [...] se hace que el alumno desarrolle más el ingenio matemático y el análisis; por ello, es bueno implementarlo para la parte geométrica".

María del Pilar Neusa

"Es bueno enseñar con el Tangrama porque es mejor lo que el alumno puede llevar a la práctica que lo que únicamente queda en lo teórico".

Sergio Pérez

"Personalmente, sí enseñaría el Tangrama en mis clases, ya que considero que si se sabe explicar polígonos u otros temas se tendrá más conocimientos y además un aprendizaje mejor".

María Vargas

"Yo creo que sí sería un buen método para explicar polígonos y de mostrar que se pueden hacer cosas hasta chéveres".

Ángel Jaimes

"Me gustaría enseñar con el Tangrama todo sobre figuras geométricas".

Cristian López

Otro estudiante destacó la importancia de "la enseñanza de la geometría por medios visuales". Esto nos hace creer que la manipulación de objetos concretos (visuales) será importante en su futura labor docente.

Por último, analicemos de cerca este comentario de otro estudiante, Chaid Rincón: “La actividad me gustó mucho, porque nos ayuda a volver a nuestra niñez y esa es la forma más eficaz para aprender las matemáticas, jugando”.

¿Qué se viene a la mente cuando leemos este comentario?: El jardín de niños. ¿Qué significa jardín de niños? Hace algún tiempo, un educador “inventó” el jardín de niños. Era al comienzo un patio donde jugaban los niños, mientras los papás hacían con mayor tranquilidad las tareas cotidianas. Los niños jugaban en este patio todo el día y sus maestras (o jardineras) llenaron poco a poco el jardín de niños (es decir, el patio) de juegos y juguetes. La versión más moderna del jardín de niños es una habitación llena de juguetes (aquí se pierde el sentido literal de jardín, al no estar al aire libre). En fin, lo que significa jardín de niños es en realidad un espacio donde el niño manipula juguetes. Podemos extender esta definición de jardín de niños al ámbito escolar¹³ (el ámbito del jardín de niños, actualmente, se llama preescolar): es un espacio (físico o mental) donde el estudiante manipula objetos concretos. ¿Con qué objetivo? Con el mismo objetivo con el que el niño juega con animalitos de plástico: conocer el mundo físico, y a la larga (en nuestro caso) conocer la geometría.

¹³ Entiéndase escolar, no lo relativo a la escuela, sino relativo a la educación (para nuestro fin, educación matemática).

4. DIAGNÓSTICO PREVIO

Antes de diseñar los talleres o unidades temáticos era necesario saber qué conocimientos reales de geometría tenían los estudiantes que ingresaban a la secundaria. Por ello, elaboramos un Taller Diagnóstico, el cual se implantó en un curso de sexto grado del Colegio Las Américas, con una participación de 32 estudiantes.

4.1. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL CUADRADO?

Realizamos dos sesiones de una hora y media cada una. En la primera sesión elaboramos un Tangrama en foami. Prestamos regla y tijera y los estudiantes dibujaron líneas y recortaron cada uno su propio Tangrama. En la siguiente sesión se realizó el Taller Diagnóstico (véase la figura 10).

Pregunta 1: Dibujo un Cuadrado. La mayoría pintó la figura con todos los lados de igual longitud y algunos (4 en total) resaltaron este hecho poniendo las medidas de los lados. Solo tres dibujaron un rectángulo (en lugar del cuadrado). Las cuadrículas de la hoja de papel facilitaron el dibujo, de manera que los ángulos contiguos quedaron rectos. Nos parece que todos tienen la misma idea del dibujo de un cuadrado. En general, pueden identificar lo que es el dibujo de un cuadrado.

Pregunta 2: ¿Qué es un cuadrado? Las respuestas no fueron precisas y en algunos se notaba la falta de conocimiento de las cualidades de un cuadrado:

- El cuadrado es una figura geométrica (2 en total).

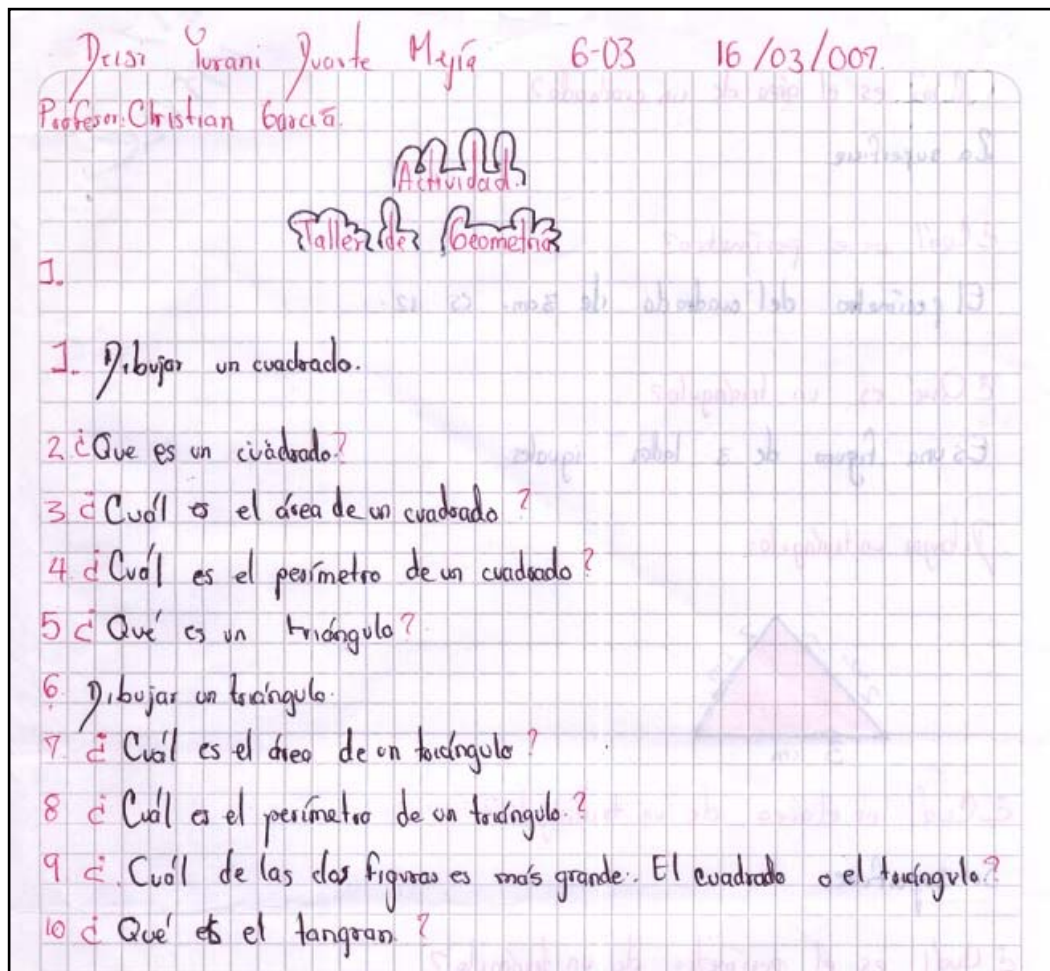


Figura 10. Taller Diagnóstico

- El cuadrado es una figura geométrica que tiene cuatro lados (8 en total, es decir, el 25% de los estudiantes).
- El cuadrado es una figura geométrica que tiene 4 lados iguales (6 en total).

Otras respuestas menos comunes fueron

- Es dos ángulos rectos.
- Es una figura geométrica donde se pueden hacer varias cosas.

- Es una figura plana y cerrada por 4 líneas rectas y de las cuales que forman otros tantos ángulos rectos.
- Es una capacidad muy ancha para ocupar un espacio.
- Es como una caja.
- Es algo plano y sus lados rectos.
- Es una figura geométrica de forma cuadrangular.
- Es una figura compuesta por 4 lados y 8 centímetros.

Esta última respuesta se debe a que el estudiante dibujó un cuadrado cuyo lado medía 2 cm. En general, los estudiantes saben que el cuadrado tiene 4 lados y que todos sus lados son de igual longitud, pero desconocen que esto no es suficiente para que una figura geométrica sea un cuadrado. Otros se fijan en uno de sus ángulos rectos, por lo que se nota que identifican ángulos rectos.

Pregunta 3: ¿Cuál es el área de un cuadrado?

- largo, ancho y bajo (9 en total, es decir, 28%).
- largo, ancho y alto (7 en total).
- su superficie (3).

Todos los estudiantes ignoran cuál es el área de un cuadrado. Otras respuestas menos comunes fueron:

- largo, ancho.
- El área del cuadrado es lo que hay dentro del cuadrado.
- El área de un cuadrado es un espacio que tiene.
- El área de un cuadrado es el espacio que tiene.

En esta pregunta todos contestaron erróneamente, pero algunos tenían la idea intuitiva (que es a fin de cuentas lo que se quiere lograr en el sexto grado) de lo que es el área: “una medida de lo que hay dentro del cuadrado”.

Pregunta 4: ¿Cuál es el perímetro de un cuadrado? Hubo una comprensión de la idea, pero no supieron expresarlo adecuadamente con palabras:

- Es la línea que limita una figura geométrica (5).
- Es la línea que los compone (3).
- Es la línea de un cuadrado, esta cubierta por muchas cosas (4).

Una estudiante probablemente lo confundió con una diagonal del cuadrado, pues contestó:

- Es una línea que pasa por la mitad.

Otro lo expresó correctamente con una economía de palabras sorprendente: “Es la suma de todos sus lados”. Algunos hallaron el perímetro del cuadrado que habían dibujado y contestaron:

- Es 20 cm.
- El perímetro del cuadrado de 3 cm es 12.
- El perímetro del cuadrado de 2 y medio es 10 cm el total.

Por tanto, se concluye que muchos saben hallar el perímetro del cuadrado sin ninguna dificultad aparente.

4.2. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL TRIÁNGULO?

Pregunta 5: Dibujo un triángulo. No hubo novedades. Todos dibujaron un polígono de tres lados.

Pregunta 6: ¿Qué es un triángulo? Las respuestas más frecuentes fueron:

- Es una figura geométrica (5 en total).
- Es una figura geométrica que tiene tres lados (13 en total).

Hubo algunas respuestas totalmente erróneas, tal vez influenciadas por las respuestas en la pregunta 2:

- Es una figura geométrica que tiene tres lados iguales (3).
- Es una figura que tiene 3 lados, 2 iguales y uno no.

En general, identifican lo que todos conocemos como un triángulo.

Pregunta 7: ¿Cuál es el área de un triángulo? Aquí obtuvimos las mismas respuestas que en la pregunta 3:

- El área del triángulo es: largo, ancho, alto (4 en total).
- El área del triángulo es: largo, ancho y bajo (1 en total).
- El área del triángulo es: su superficie (2 en total).
- El área del triángulo es todo el espacio que tiene adentro (3 en total).

Estos resultados demuestran desconocimiento respecto al área del triángulo, con la excepción de algunos que saben a que se refiere el área, pero no pueden calcular dicha área.

Pregunta 8: ¿Cuál es el perímetro de un triángulo? Hubo muchas ideas, pero no supieron expresarlo adecuadamente con palabras:

- Es la línea horizontal del triángulo.
- Es la línea que limita una figura.
- Es la línea que ocupa un espacio.
- Es la línea que pasa en medio de él.
- El par de un triángulo son las líneas que lo forman o sea que las unen.

Otro lo expresó correctamente con una economía de palabras sorprendente (el mismo que lo hizo en la pregunta 4): "Es la suma de todos sus lados". Otros dos estudiantes hallaron el perímetro del triángulo que habían dibujado y contestaron:

- el mío tiene todos sus lados desiguales y su perímetro es 7.
- es 15 cm.

Algunas respuestas más que incomprensibles fueron:

- es un triángulo de dos rectas.
- el perímetro del triangulo es lo que lo une.

Por tanto, en este caso, se concluye que muchos saben hallar el perímetro del triángulo sin ninguna dificultad aparente.

4.3. ¿QUÉ SABEN ACERCA DEL TANGRAMA?

Preguntas 9: ¿Qué es más grande: el cuadrado o el triángulo? Esta pregunta no se refiere a alguno triángulo o cuadrado en particular, se hizo simplemente con la intención de saber cómo el estudiante razonaba al respecto. La mayoría estuvo a favor del cuadrado:

- el cuadrado (21 en total).
- el triángulo (11 en total).

Y las razones fueron muy diversas:

- el cuadrado porque tiene 4 lados y el triángulo 3.
- el cuadrado porque es largo y ancho.
- la figura más grande es el cuadrado porque tiene un lado más.
- pues yo pienso que el cuadrado pero depende de su altura.

Con esta pregunta pretendíamos evaluar la capacidad de argumentar, que, si decían que el cuadrado es más grande que el triángulo (cualquiera que sea el significado que le den a la palabra grande), dieran una buena razón por la cual hicieron dicha elección. La última respuesta nos pareció muy buena respuesta: *“pues yo pienso que el cuadrado pero depende de su altura”*.

Preguntas 10: ¿Qué es el Tangrama? Para ellos, esto es el Tangrama:

- El Tangrama es un rompecabezas.
- Son unas figuras geométricas juntas que forman un cuadrado.
- Son unas figuras geométricas para armar figuras.
- Es un grupo de figuras geométricas que ocupan un espacio.

- El Tangrama es un cuadrado que por dentro está lleno de figuras geométricas.
- El Tangrama está compuesto por varias figuras geométricas de varias formas y todas son diferentes y de diferentes tamaños.
- Es una actividad parecida al rompecabezas pero este es de figuras geométricas.

Obviamente, todas sus respuestas son correctas.

Con base en este diagnóstico previo pudimos saber qué conocimientos reales tenían los estudiantes de la geometría. En resumen, solo un pequeño grupo de estudiantes puede dibujar adecuadamente polígonos como el cuadrado y el triángulo e identificar algunas de sus características. En general, el grupo tiene ciertas nociones del perímetro de una figura (en algunos casos lo hallan) pero desconoce lo que es el área; algunos asocian el área con su superficie, pero ninguno sabe hallar el área del cuadrado o del triángulo.

5. DISEÑO DE LAS ACTIVIDADES

”La educación necesita tanto de formación técnica, científica y profesional, como de sueños y utopías”.

Paulo Freire

5.1. ASPECTOS TENIDOS EN CUENTA

Este trabajo de grado estuvo orientado a proponer una serie de actividades prácticas diseñadas por los autores para el aprendizaje de la geometría en sexto grado de secundaria utilizando el juego didáctico llamado Tangrama. Dichas actividades están organizadas en cuatro unidades, que conforman una propuesta llamada Polígonos con el Tangrama. A su vez cada unidad está dividida en cuatro secciones. Cada sesión se estima que se puede trabajar en una hora de clase.

En el diseño de las actividades se tuvo en cuenta la metodología de resolución de problemas (propuestos como situaciones sencillas que, sin embargo, exigían mucha reflexión y un análisis cauteloso), la construcción de conceptos, la búsqueda de soluciones (donde lo importante no es la solución sino el aprendizaje que se adquiere durante dicha búsqueda) y la práctica del Tangrama (entrenando al estudiante en la formación de las figuras del Tangrama). Un problema planteado sirve para introducir los contenidos temáticos y en algunas ocasiones da origen a otros problemas.

Por último, es importante añadir que cuando se aborda algún problema se debe dejar el tiempo suficiente al estudiante para que intente resolver el problema, para que investigue o para que indague, antes de señalar alguna solución.

5.2. CARACTERÍSTICAS

Las unidades diseñadas presentan las siguientes características:

- **Trabajo en parejas:** Cada unidad se debe trabajar en parejas para fomentar la cooperación y el trabajo en equipo. Las actividades están diseñadas para que esto pueda ser así; sin embargo, es posible trabajar las actividades individualmente con asesoría del maestro.

- **No hay orden:** Esto no significa que las unidades estén en desorden. Lo que significa es que los contenidos no se desarrollan siguiendo un orden estándar, sino que obedece a la secuencia que va sugiriendo los problemas presentados, y así van surgiendo un concepto tras otro. Sin embargo, es importante tener en cuenta que cada unidad sucede a la anterior. Es decir, la unidad 3, por ejemplo, es la continuación de la unidad 2, y siempre se debe trabajar empezando por la unidad 1, ya que los temas de las unidades no son temas aislados, sino que todas están integrados como un solo trabajo: Polígonos con el tangrama.

- **Trabajo con el tangrama:** En casi todas las actividades aparece el Tangrama como parte fundamental del trabajo, ya que este material concreto es la metodología seguida en esta investigación.

- **Materiales Auxiliares:** Además de las piezas del tangrama, en algunos de las actividades es necesario el uso de otros materiales adicionales.

- **Uso de colores y figuras:** Esta es una característica importante de este trabajo. A lo largo de las unidades se ve la variedad de colores y el uso constante de figuras e ilustraciones que despiertan el interés y la curiosidad del estudiante.

- **Pocas instrucciones:** Nos parece una buena metodología no dar muchas instrucciones, ni todas las instrucciones, en las exposiciones de los problemas y

las actividades, sino más bien dejar que el estudiante use su cabeza y encuentre la forma de abordar los problemas y actividades. Por ello, al trabajar con las unidades, es necesario que el estudiante lea el enunciado una y otra vez, con detenimiento.

Se procuró dar las instrucciones suficientes sin decirle al estudiante todo lo que tiene que hacer. En algunas ocasiones, se intenta cambiar el método de dar instrucciones usando palabras, por el de mostrar gráficas que hablan por sí solas y exigen del estudiante un poco de atención.

5.3. Estructura de las unidades

Nuestra propuesta, Polígonos con el Tangrama, está compuesta por cuatro unidades temáticas, y en cada una se trabaja un tema específico. A su vez, cada unidad temática está dividida en cuatro partes:

- ***Inicio***
- ***Primera sección***
- ***Segunda sección***
- ***Tercera sección***

5.4. Cuadros de orientación

En los siguientes cuadros, llamados cuadros de orientación, se muestra la información sistematizada de las unidades: los objetivos, los temas, los términos clave y el material utilizado en cada una de las secciones de las unidades.

5.4.1. La primera unidad

| SECCIÓN | OBJETIVO | TEMA | TÉRMINOS CLAVE | MATERIAL UTILIZADO | PÁG. |
|--|---|---|---|---|-------------|
| Inicio | Reconocer las figuras geométricas de mi alrededor | Formas y figuras | Objeto, forma circular, cuadrangular y triangular. | La unidad 1 | 4 |
| ¡Muchas Formas, Muchas Figuras! | Reconocer las figuras geométricas en general | Figuras geométricas | Figura, forma, objeto, polígono, segmento. | La unidad 1 | 4 |
| El Tangrama I | Reconocer las 7 piezas del Tangrama | El Tangrama | Piezas, silueta, relleno, Tangrama, TG, TP, TM, C, P, rompecabezas. | La unidad 1 1 Tangrama Lápices de colores | 7 |
| Las Tres Piezas del Tangrama I | Identificar las cualidades del cuadrado, del paralelogramo y del triángulo del Tangrama | Cualidades del cuadrado, del paralelogramo y del triángulo del Tangrama | Cualidades, cuadrado, paralelogramo, triángulo, ángulo recto, paralelos, perpendiculares. | La unidad 1 1 Tangrama elaborado en foami | 9 |

5.4.2. La segunda unidad

| SECCIÓN | OBJETIVO | TEMA | TÉRMINOS CLAVE | MATERIAL UTILIZADO | PÁG. |
|--|--|---|---|---|-------------|
| Inicio: Construcción de un Cuadrado | Construir un cuadrado usando solamente a) una escuadra de 90°, b) el transportador y la regla, o c) la regla y el compás | El cuadrado | Cuadrado, paralelismo, perpendicularidad, igualdad de medida de lados. | La unidad 2 1 Tangrama Hoja blanca carta sin líneas Regla y compás, escuadra de 90° o transportador | 12 |
| ¡Muchas Formas, Muchos Polígonos! | Reconocer y clasificar los polígonos | Polígonos Clasificación de los polígonos Polígonos regulares Diagonales del polígono | Polígono, lados, exterior, interior, vértices, nombre, segmento, clasificación, regular, irregular, diagonales. | La unidad 2 | 12 |
| Acerca de Perímetros... ¡Cercar! | Encontrar el perímetro de un polígono dado | El perímetro de un polígono El perímetro del cuadrado y el rectángulo | Cercar, parcela, perímetro, medir, lado, base, altura, polígono, círculo, cuadrado, rectángulo. | La unidad 2 Un cuarto de cartulina (con los polígonos de la pág. 15 dibujados) Pegante, lana Tijeras, regla. | 15 |
| El Tangrama II | Reconocer la cualidad especial del Tangrama Jugar con el Tangrama | Una cualidad especial Juguemos con el Tangrama | Tangrama, cualidad especial, caber, diagonal, veces, punto medio, jugar. | La unidad 2 6 cuadrados de 8 cm de lado elaborados en foami Regla Tijeras | 18 |

5.4.3. La tercera unidad

| SECCIÓN | OBJETIVO | TEMA | TÉRMINOS CLAVE | MATERIAL UTILIZADO | PÁG. |
|--|--|---|--|--|-------------|
| Inicio: Formo Polígonos | Formar polígonos con el Tangrama | Polígonos con el Tangrama | Polígonos, Tangrama | La unidad 3 | 20 |
| Triángulos | Conocer las características y clasificaciones de los triángulos | Generalidades sobre triángulos | Ángulo recto, triángulo, rectángulo, isósceles, equilátero, escaleno, base, altura, Teorema de Pitágoras, ángulos. | La unidad 3 1 Tangrama Cartulina Regla, transportador, tijeras | 20 |
| Cuadriláteros | Conocer las características y clasificaciones de los cuadriláteros | Generalidades sobre cuadriláteros | Cuadrilátero, trapecio, paralelogramo, rombo, rectángulo, cuadrado, ángulos. | La unidad 3 1 Tangrama | 24 |
| Acerca de Perímetros... ¡Medir! | Calcular el perímetro de un polígono Encontrar la longitud de la circunferencia | Perímetro de un polígono Longitud de la circunferencia | Perímetro, suma lados, triángulo rectángulo, Teorema de Pitágoras, longitud, circunferencia. | La unidad 3 1 Tangrama Regla Compás | 26 |

5.4.4. La cuarta unidad

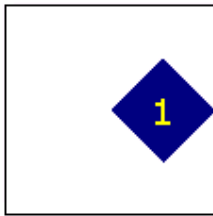
| SECCIÓN | OBJETIVO | TEMA | TÉRMINOS CLAVE | MATERIAL UTILIZADO | PÁG. |
|--|--|---|--|---|-------------|
| Inicio: Polígonos Convexos | Identificar los polígonos convexos y los no convexos | Polígonos convexos | Convexo, diagonal, interior, polígono. | La unidad 4 | 28 |
| Trabajo sobre Superficies | Encontrar el área de un cuadrado | Área del cuadrado | Área, superficie. | La unidad 4 1 Tangrama Regla | 29 |
| Una Tarjeta Tangrama | Hacer una Tarjeta Tangrama | Una Tarjeta Tangrama | Tarjeta, equipo, minitangrama, gama de animales, punto medio, club. | La unidad 4 Un rectángulo de 9 cm x 6 cm elaborado en papel degradé Un cuadrado de 2 cm de lado elaborado en cartulina escolar Regla | 30 |
| Las Tres Piezas del Tangrama II | Comparar la superficie de algunos polígonos Identificar los polígonos congruentes | Comparación de superficies Polígonos congruentes | Tamaños, TP, TM, TG, T, C, P, cubrir, superficie, congruente, área, perímetro, ángulos correspondientes. | La unidad 4 1 Tangrama | 32 |

6. POLÍGONOS CON EL TANGRAMA

“Se ha dicho «No es con diversión como se aprende», y por oposición «Sólo divirtiéndose se logra aprender». La verdadera solución está, sin duda, en una posición intermedia entre esos dos extremos; pero lo que no admite dudas ni puede negarse es que los entretenimientos matemáticos proporcionan un incentivo a la imaginación y desafían la actividad del progreso de las matemáticas”.

Kasner y Newman (1984, p. 354)

Luego de todo el trabajo previo, se diseñó nuestra propuesta: *Polígonos con el Tangrama*. Esta propuesta, compuesta por cuatro unidades, fue fruto de un largo trabajo realizado durante el transcurso del semestre. Para la creación de las unidades tomamos prestado el juego del Tangrama y las figuras que se realizan con él (las referencias de las figuras usadas aparecen en Referencias de Figuras). Esta es, pues, nuestra propuesta para la enseñanza de la geometría en sexto grado:



1. CONOZCAMOS EL TANGRAMA

Inicio: Reconociendo Formas • ¡Muchas Formas, Muchas Figuras! • El Tangrama I • Las Tres Piezas del Tangrama I

Inicio
Inicio 

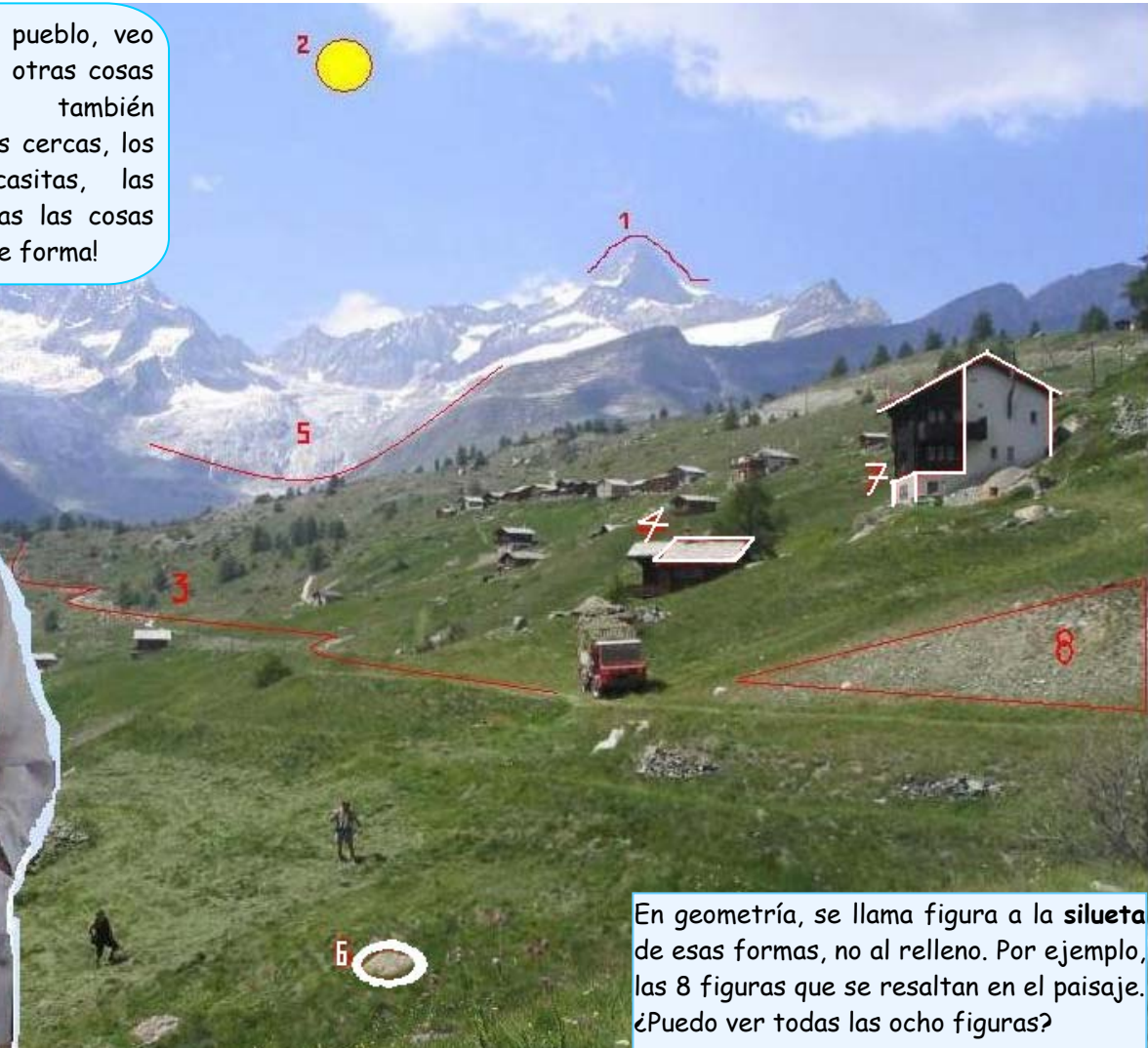
- ¿Qué forma tiene la ventana de mi salón de clase?
- ¿Qué forma tiene el tablero?
- ¿Veo algún objeto que tenga forma cuadrada? ¿Circular? ¿Cuáles?
- ¿Puedo identificar objetos que tengan forma triangular? ¿Cuáles?

¡Muchas Formas, Muchas Figuras!

Mi nombre es Jaime y vivo en el campo, en el municipio de Piedecuesta, en Santander, donde se pueden observar toda clase de formas: la circunferencia del Sol, las curvas de las montañas, el camino serpeante en las trochas, las líneas paralelas que determinan las gotas de lluvia, la silueta de las vacas, los ángulos entre la pared y el techo de mi casa, el marco de las ventanas, con sus pares de lados paralelos y perpendiculares a la vez.



Cuando bajo al pueblo, veo también muchas otras cosas con formas también interesantes: las cercas, los carros, las casitas, las personas... ¡Todas las cosas están dotadas de forma!



En geometría, se llama figura a la **silueta** de esas formas, no al relleno. Por ejemplo, las 8 figuras que se resaltan en el paisaje. ¿Puedo ver todas las ocho figuras?

1. Lleno la siguiente tabla con base en la gráfica anterior:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------|---------|----------|---|---|---|---|---|---|
| OBJETO | Montaña | Sol | | | | | | |
| FORMA | Curva | Circular | | | | | | |
| FIGURA | | | | | | | | |



¡PONGO ATENCIÓN!

A todas estas figuras se les llama Figuras Geométricas, o simplemente Figuras.

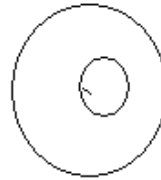
Aquí hay otros ejemplos de figuras geométricas:



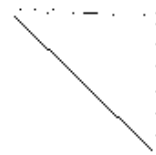
9



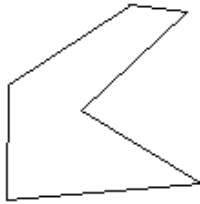
10



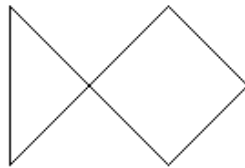
11



12



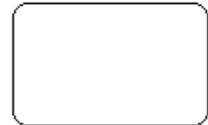
13



14



15



16

Solamente las figuras 10 y 13 son ejemplos de polígonos. Los polígonos son figuras geométricas con una cualidad especial. ¿Puedo deducir cuál es? _____



¡VUELVO A PONER ATENCIÓN!

La figura 15 es llamada segmento de recta, o simplemente segmento. Todo segmento tiene dos extremos.

2. Relleno las casillas correspondientes a polígonos de la tabla del punto 1:

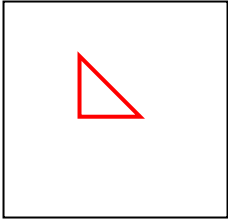
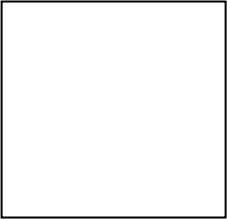
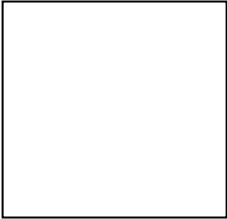
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|


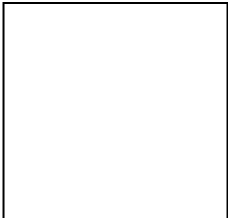
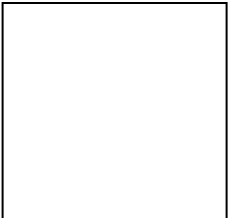
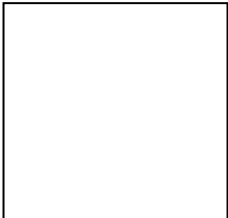
- ESCRIBO:**
- A. ¿Qué es una figura geométrica?
 - B. ¿Qué es un polígono?
 - C. ¿Cuál es la diferencia entre una figura que es polígono y una figura que no lo es?

El Tangrama I

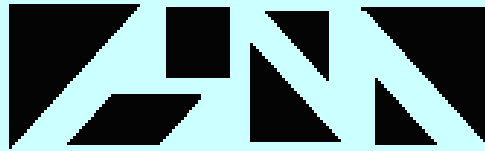
A cada uno de los estudiantes se le entregarán siete piezas elaboradas en foami. Cada una de estas 7 piezas tiene la figura de un polígono. (Nota: **El polígono es la silueta, no el relleno**).

1. Dibujo cada una de las siete piezas en cada uno de los siguientes cuadros, teniendo en cuenta que debo dibujar “más grandes” los triángulos “más grandes”. Luego, coloreo las figuras usando tres colores distintos: uno para el triángulo, otro para el paralelogramo y el restante para el cuadrado.
2. En el recuadro pequeño que aparece en la parte superior izquierda de cada cuadro escribo las iniciales del nombre de la figura con letra mayúscula.

| | | | |
|--|---|--|--|
| triángulo pequeño | triángulo mediano | triángulo grande | |
|  |  |  | |
| TP | | | |

| | | | |
|---|---|--|---|
| triángulo pequeño | cuadrado | triángulo grande | paralelogramo |
|  |  |  |  |
| | | | |

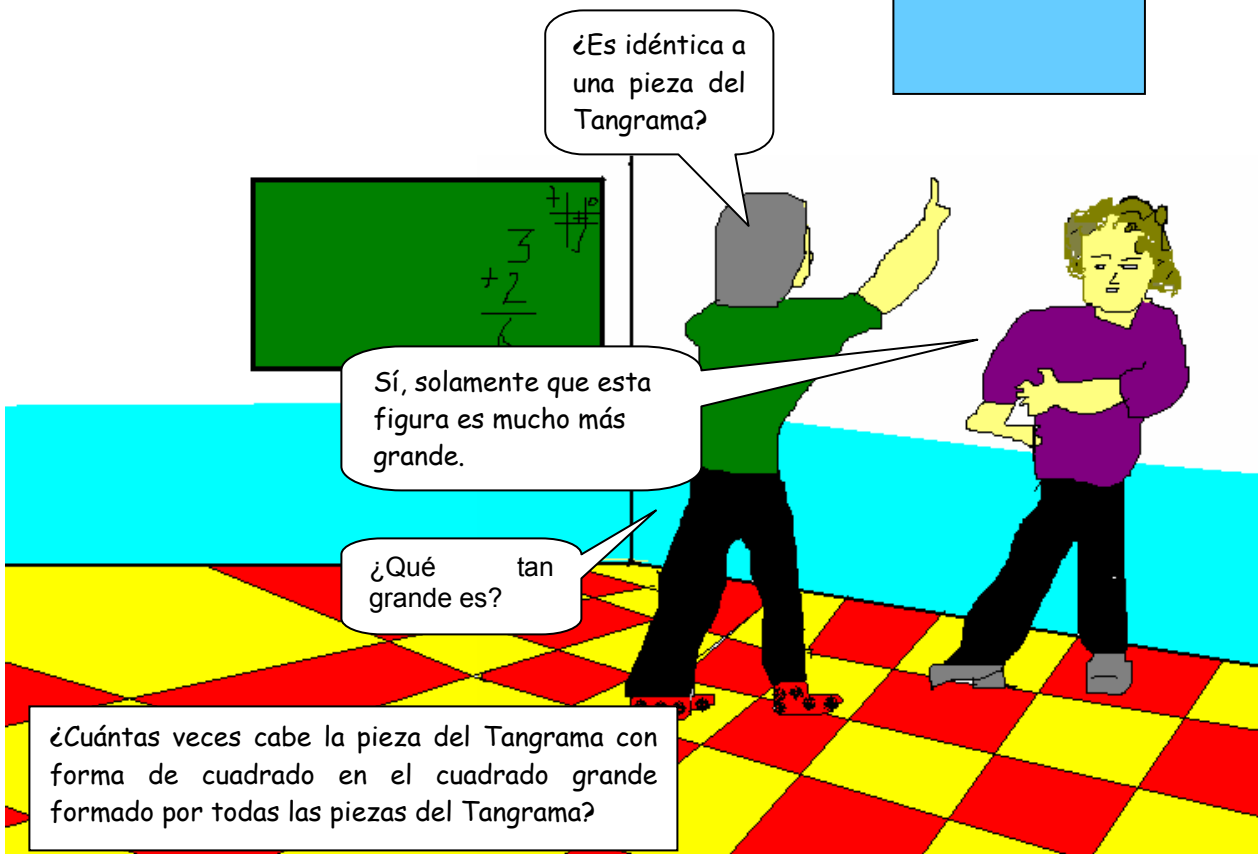
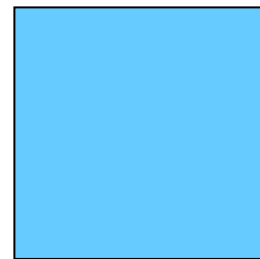
JUNTAS TODAS LAS SIETE PIEZAS FORMAN UN ROMPECABEZAS DE ORIGEN CHINO LLAMADO TANGRAMA:



El Tangrama Chino, o simplemente Tangrama, es un rompecabezas que se utiliza para construir muchas figuras diferentes (las cuales iré conociendo más adelante). Debo seguir las siguientes reglas:

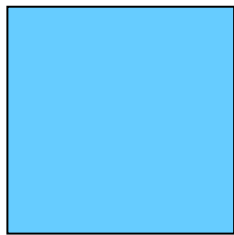
- utilizar todas las 7 piezas y
- no superponer las piezas, es decir, no poner una encima de otra.

3. Formo con todas las piezas del Tangrama la siguiente figura:



Las Tres Piezas del Tangrama I

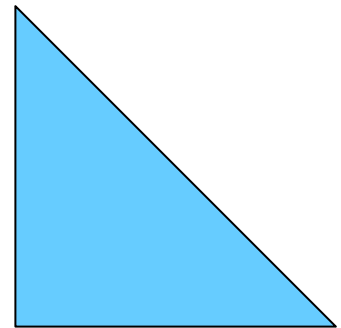
1. **Tres formas: T, C y P.** En la sección anterior formé con todas las siete piezas del Tangrama el cuadrado. Con todas las piezas del Tangrama formo cada una de las piezas restantes del Tangrama, es decir, formo el triángulo y el paralelogramo que se muestran a continuación:



C



T



P

Apéndice 1: Acerca del Tangrama

El Tangrama es un juego chino que consiste en formar siluetas de figuras, lo cual requiere cierta habilidad y audacia. Está compuesto por siete piezas: cinco triángulos de diferentes tamaños, un cuadrado y un paralelogramo, llamadas Tans, que juntas forman un cuadrado.

Su aparición se remonta a hace 250 años. Con el paso del tiempo este rompecabezas traspasó las fronteras orientales y aparecieron gradualmente más figuras hasta la cifra aproximada de 1600.

“Hoy en día el Tangrama no se usa sólo como un entretenimiento, se utiliza también en psicología, en diseño, en filosofía y particularmente en la pedagogía. En el área de enseñanza de las matemáticas, el Tangrama se usa para introducir conceptos de geometría plana, y para promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales de los niños, pues permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta de materiales con la formación de ideas abstractas”¹⁴.

Un rompecabezas en el salón de clase. El uso de los materiales didácticos es un elemento muy importante dentro de la educación matemática, y consideramos que no se ha explotado adecuadamente en el salón de clase. Este trabajo aparece como una propuesta para usar el Tangrama en el salón de clase para la enseñanza de un tema en sexto grado: Polígonos, y se orienta hacia la búsqueda y aplicación de nuevas actividades, más significativas para el estudiante, con miras a obtener mejores resultados en la práctica pedagógica.

El Tangrama posee una gran riqueza didáctica y consideramos que es de vital importancia en el desarrollo de habilidades matemáticas y en la mejora de la atención y la creatividad.

Los rompecabezas, especialmente el Tangrama, siempre han sido una gran pasión de los grandes hombres y genios de la humanidad, como lo muestra la historia. De ahí que se empezara a estudiar cómo los rompecabezas y otros juegos están relacionados con el aumento de la capacidad cognoscitiva en hombres y mujeres, y los resultados han sido positivos, encontrándose una estrecha relación entre el Tangrama y la asimilación y el aprendizaje de las más intrincadas matemáticas.

¹⁴ Tomado de: es.wikipedia.org. Recuperado el 20 de enero de 2007, de <http://es.wikipedia.org/wiki/Tangram>

2. Cuestionario: Relleno el óvalo correspondiente a la respuesta correcta.

EL CUADRADO DEL TANGRAMA

¿Cómo se llama la figura C?

- Rombo
- Rectángulo
- Triángulo
- Cuadrado

¿Cuántos lados tiene la figura C?

- 2
- 3
- 4
- 5

Las medidas de sus lados son

- desiguales
- iguales
- 2 iguales y 2 desiguales

Dos lados contiguos de la figura C son

- paralelos
- perpendiculares

Dos lados no contiguos de la figura C son

- paralelos
- perpendiculares

Los ángulos interiores de la figura son de medida

- 90°
- 60°
- 180°
- 120°

EL TRIÁNGULO DEL TANGRAMA

¿Cómo se llama la figura T?

- Paralelogramo
- Rectángulo
- Triángulo
- Rombo

¿Cuántos lados tiene la figura T?

- 2
- 3
- 4
- 5

Las medidas de sus lados son

- desiguales
- iguales
- 2 iguales y 1 desigual

La medida del mayor ángulo interno es

- 45°
- 90°
- 180°
- 30°

Dos de los lados de la figura T son

- paralelos
- perpendiculares

EL PARALELOGRAMO DEL TANGRAMA

¿Cómo se llama la figura P?

- Triángulo
- Rombo
- Paralelogramo

¿Cuántos lados tiene la figura P?

- 2
- 3
- 4
- 5

Las medidas de los lados de la figura P son

- todas iguales
- todas desiguales
- algunas iguales

Las medidas de dos lados contiguos de P son

- iguales
- desiguales

Las medidas de dos lados no contiguos de P son

- iguales
- desiguales

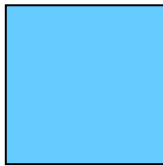
Dos lados contiguos de P son

- perpendiculares
- paralelos
- ninguna de las anteriores

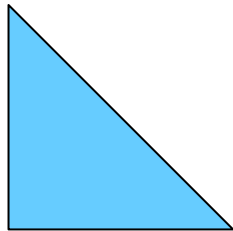
Dos lados no contiguos de P son

- perpendiculares
- paralelos
- ninguna de las anteriores

CONCLUYO



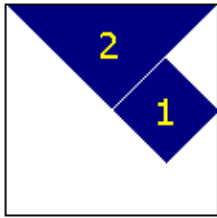
C es un _____. Un _____ tiene ____ lados _____.
Todos sus ángulos internos son rectos, es decir, de 90° .
Los lados contiguos de un cuadrado son _____ y los lados no contiguos son _____.



T es un _____. Un _____ tiene ____ lados.
T es un _____ rectángulo, es decir, tiene un ángulo de 90° .
Por tanto, los lados que comprenden el ángulo de 90° son perpendiculares.
Además, T es un _____ isósceles, porque tiene dos lados _____.



P es un _____.
Un _____ tiene ____ lados y dos pares de lados _____.
Además, las medidas de dos lados opuestos (es decir, dos lados no contiguos) de P son _____.



2. JUGUEMOS CON EL TANGRAMA

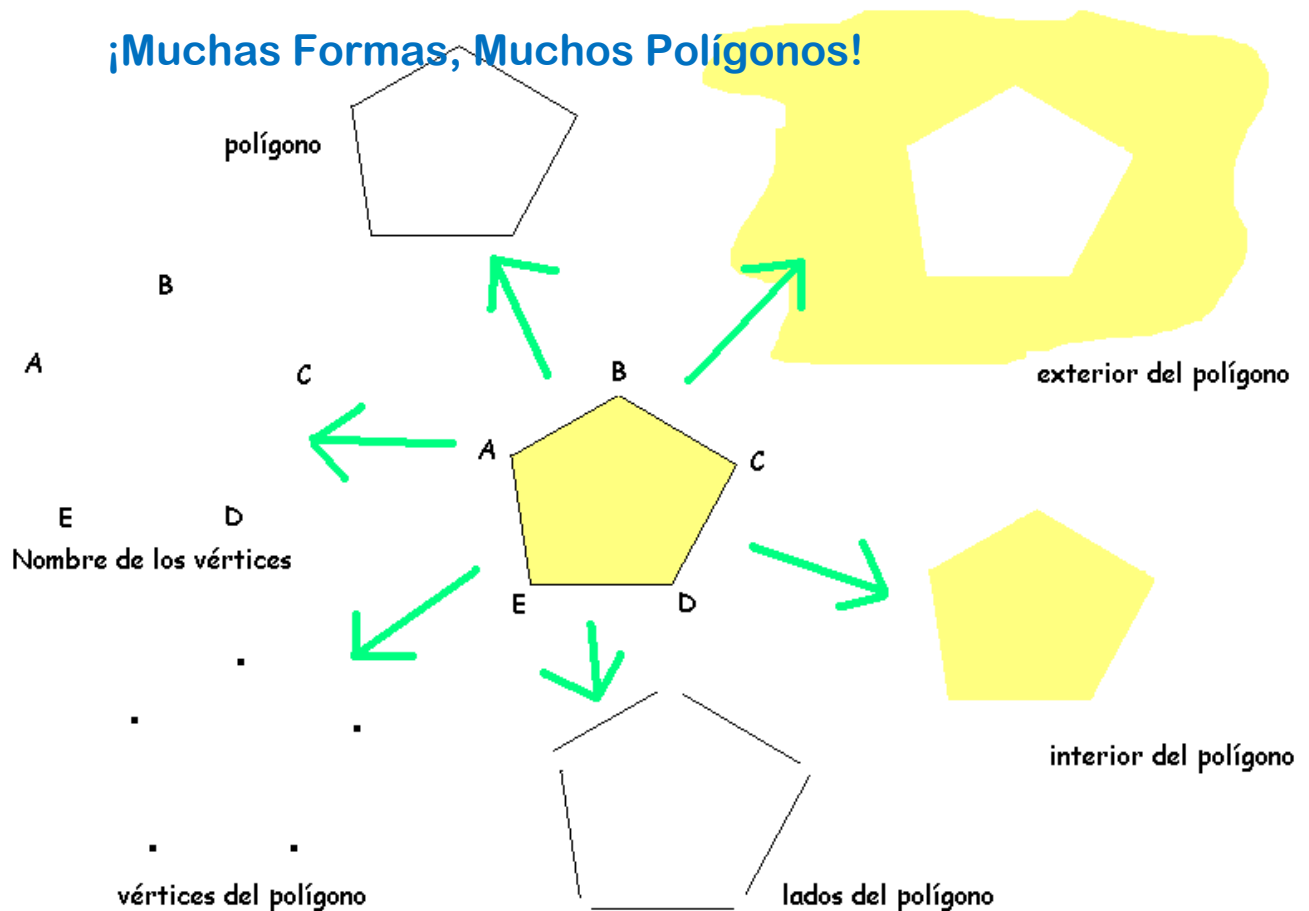
Inicio: Construcción del Cuadrado • ¡Muchas Formas, Muchos Polígonos! • Acerca de Perímetros... ¡Cercar! • El Tangrama II

Inicio
Inicio ▶

En un papel con cuadrícula no es muy difícil construir rectas paralelas y rectas perpendiculares, si tengo a la mano una buena regla, pero sobre el papel blanco es necesario adicionalmente utilizar una escuadra de 90° , o bien un transportador, o en su defecto, un compás.

- Consigo uno de estos instrumentos y una hoja blanca tamaño carta. Sobre la hoja y con la ayuda del instrumento conseguido, construyo un cuadrado de lado 10 cm.
- ¿Cómo puedo estar seguro que sus ángulos sean de 90° y que sus lados sean de igual longitud?
- Cubro el cuadrado con las piezas del tangrama. Además, identifico los segmentos paralelos y perpendiculares en TG, P y C.

¡Muchas Formas, Muchos Polígonos!



1. Observo y discuto las características de la anterior gráfica. En una hoja aparte, escribo mis conclusiones con base en la gráfica acerca de

- ▲ ¿Qué es un polígono?
- ▲ ¿Qué es el interior de un polígono?
- ▲ ¿Qué es el exterior de un polígono?
- ▲ ¿Qué son los vértices de un polígono?
- ▲ ¿Qué son los lados de un polígono?

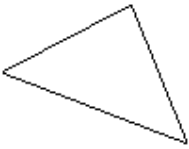
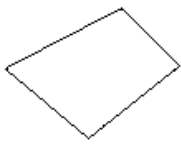
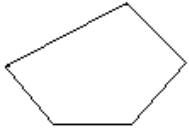
De la gráfica, puedo concluir que:

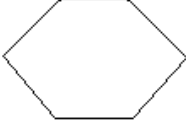
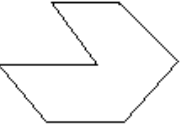
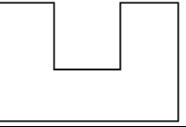
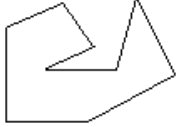



¿QUÉ ES UN POLÍGONO?

Un **polígono** es la unión de segmentos que se unen solo en sus extremos, de tal forma que a lo más dos segmentos se encuentran en un punto y cada segmento está unido exactamente a otros dos.

2. **Clasificación de los polígonos.** Según el número de lados que tenga, el polígono recibe un nombre. Completo la tabla.

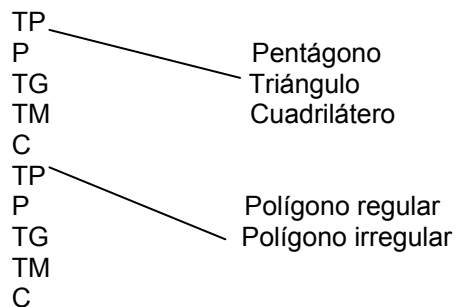
| Polígono | lados | vértices | Nombre |
|---|-------|----------|--------------|
|  | | 3 | |
|  | | | cuadrilátero |
|  | 5 | | |

| | | | |
|---|---|---|----------|
|  | | | hexágono |
|  | 7 | | |
|  | | 8 | |
|  | | 9 | |
|  | | | decágono |

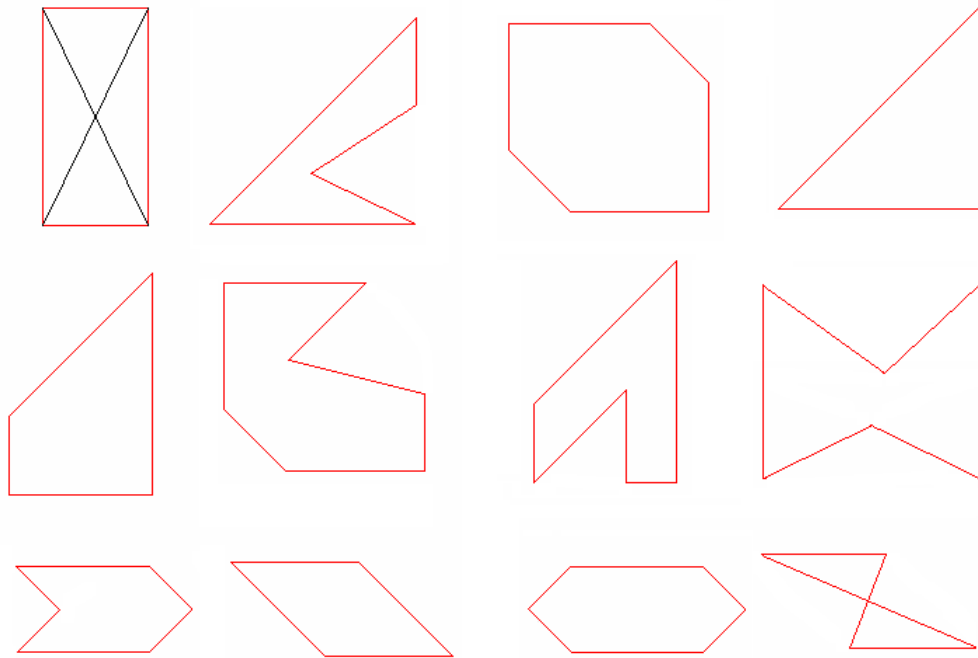
POLÍGONOS REGULARES

Un polígono es regular si todos sus lados son de igual longitud y todos sus ángulos son de igual medida. En caso contrario, es irregular.
 Por ejemplo, el cuadrado es un polígono regular y el rectángulo es un polígono irregular.

3. Uno con una línea la correspondencia correcta.



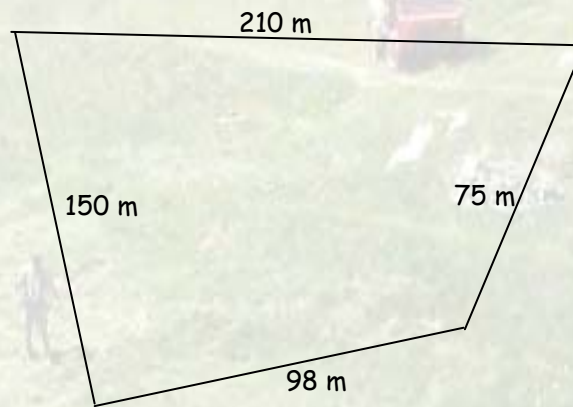
4. Diagonales de un polígono. Una diagonal de un polígono es un segmento que une dos vértices no consecutivos. Trazo todas las diagonales de los polígonos.



Acerca de Perímetros... ¡Cercar!



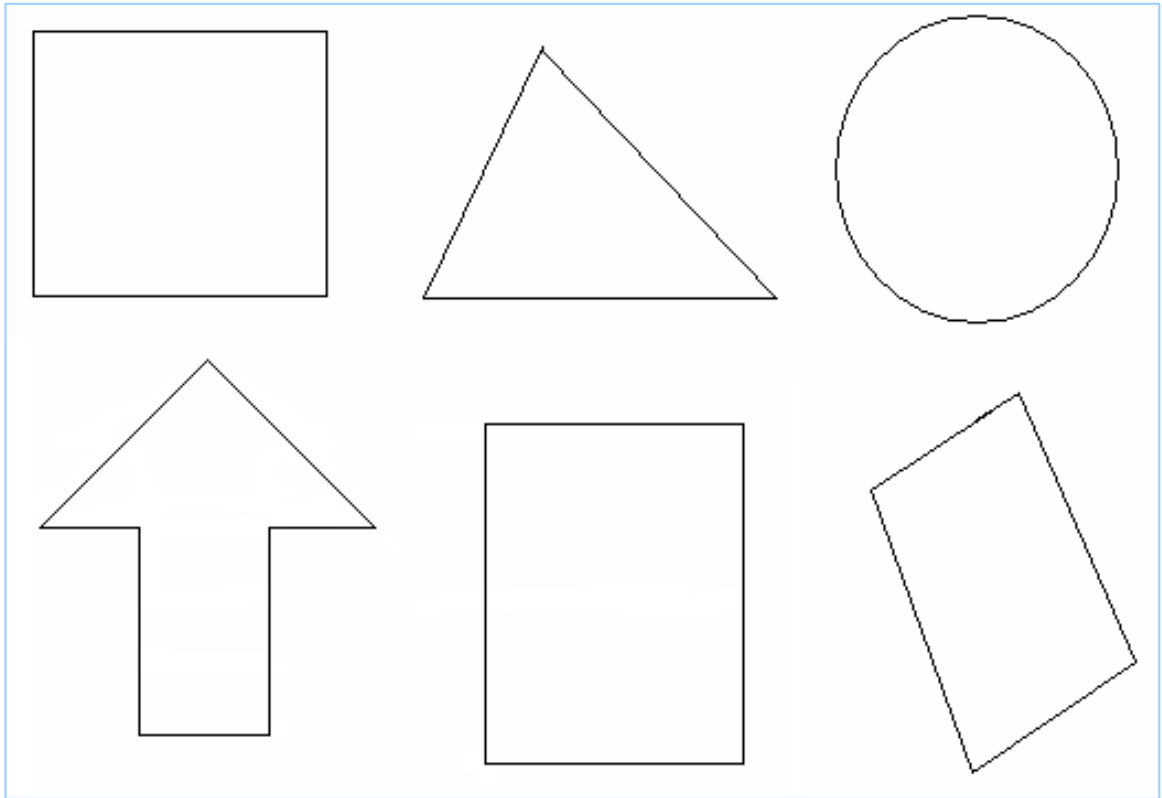
1. Cerquemos una parcela. Jaime compró una parcela para tener dónde pastorear sus vacas. La parcela tiene la forma y medidas siguientes:



¿Cuántos metros de cerca necesitará mi amo Jaime para cercar su parcela?



2. Cerquemos las figuras. En esta actividad se van a necesitar algunos materiales adicionales como lana, pegante, tijeras y regla. Además, a cada uno de los estudiantes se le entregara un pedazo de cartulina. En la cartulina están dibujados los siguientes polígonos:



A. Cerco cada una de las seis figuras, usando la lana y el colbón. Luego, mido la longitud de la lana que necesito para cada figura.

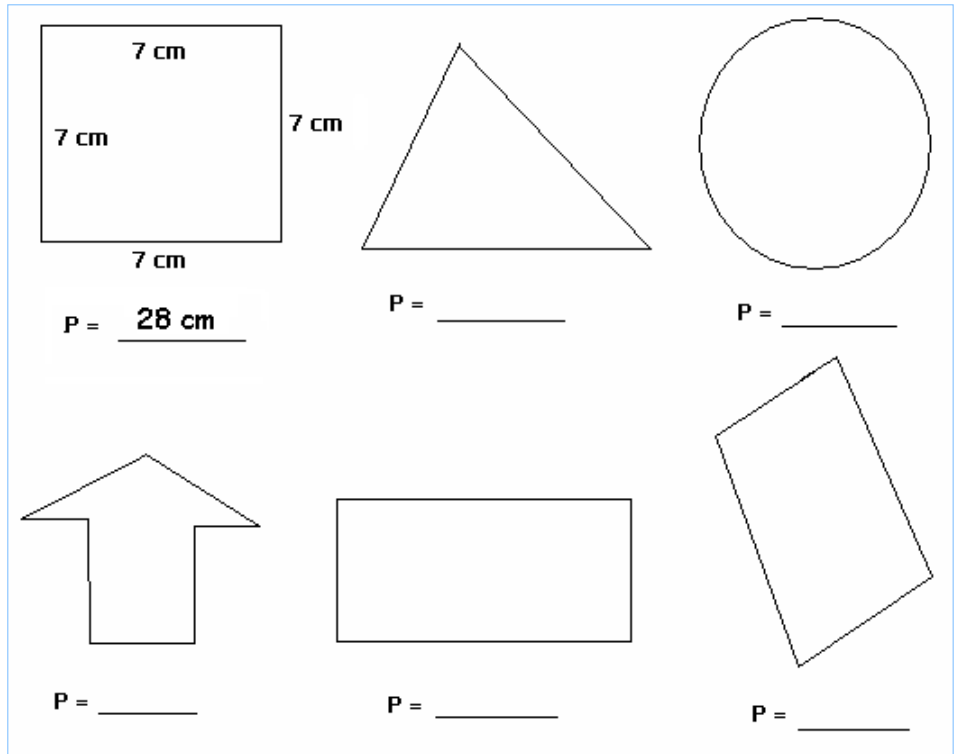


¡OJO!

A esta medida se le llama el **perímetro** de la figura.

B. Pongo la medida de los lados de cada figura (con ayuda de la regla encuentra la medida de los lados). En el caso del círculo que no tiene lados, ¿qué puedo medir? _____

C. Anoto mis observaciones, registrando también el perímetro de las figuras.



PEGO LA CARTULINA EN UN LUGAR VISIBLE DE MI CASA O MI ESCUELA Y NO OLVIDO NUNCA LO QUE ES EL PERÍMETRO.

E. El perímetro del rectángulo y el cuadrado. Las figuras son un cuadrado y un rectángulo. Mido con una regla los lados de las figuras y encuentro su perímetro.

lado l = _____ cm

base n = _____

altura m = _____

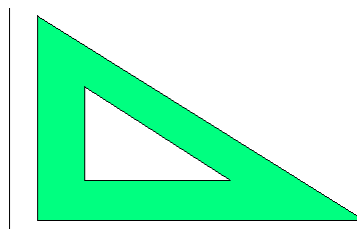
Perímetro del cuadrado P = _____

Perímetro del rectángulo P = _____

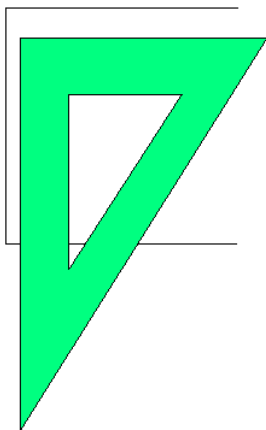
ESCRIBE: A. ¿Qué relación hay entre la medida del lado del cuadrado y su perímetro?
B. ¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de base m y altura n ?

Apéndice 2. Construcción del Cuadrado

Con una escuadra de 90° puedo trazar dos segmentos perpendiculares así:



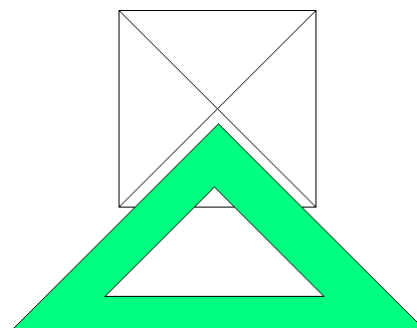
Dibujó dos segmentos perpendiculares de 10 cm de longitud cada uno. Después dibujó un tercer segmento del mismo tamaño, perpendicular a uno de los ya dibujados, así:



De la misma forma, completo el cuadrado.

Así de fácil se construye un cuadrado, teniendo en cuenta que todos los lados son de igual longitud y sus ángulos son de 90° .

Trazo las diagonales del cuadrado. Compruebo con la escuadra que las diagonales son perpendiculares entre sí:

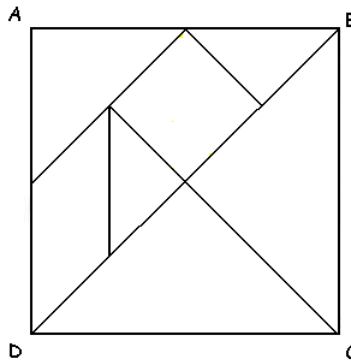


- ¿Cómo puedo dibujar segmentos paralelos utilizando la escuadra de 90°?
- Usando el transportador, construyo un cuadrado.
- Usando la regla y el compás, construyo un cuadrado.

El Tangrama II

1. ¡Hagamos un Tangrama! Recorto en foami un cuadrado de 8 cm de lado.

La clave para la construcción del Tangrama es que siempre hallo el punto medio de un segmento al dibujar cada uno de los trazos dentro del cuadrado.



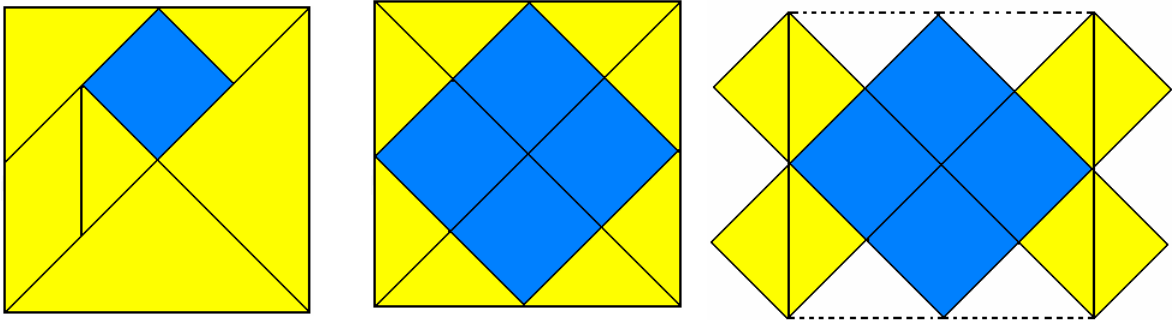
Para el trazo de las líneas respectivas en el interior del cuadrado, tengo dos opciones:

- sigo las instrucciones del profesor, o
- sigo estas sencillas instrucciones:

- ✏️ Trazo la diagonal BD.
- ✏️ Hallo el punto medio de AB y AD, y uno estos dos puntos con una línea.
- ✏️ Dibujo la otra diagonal, pero solo la parte que aparece dibujada en el cuadrado ABCD.
- ✏️ Encuentro el punto medio de la diagonal BD, y trazo las dos líneas restantes.
- ✏️ Finalmente, recorto el cuadrado por las líneas indicadas.
- ✏️ Ahora sí estamos listos para jugar con el Tangrama.

2. **Una cualidad muy especial.** El Tangrama Chino, y cualquier otro rompecabezas del tipo del Tangrama, tiene una cualidad muy especial: **Cada una de las piezas cabe un número exacto de veces dentro del cuadrado grande.**



Por ejemplo, el cuadrado C cabe 8 veces dentro del cuadrado grande. Esto se puede ver fácilmente:



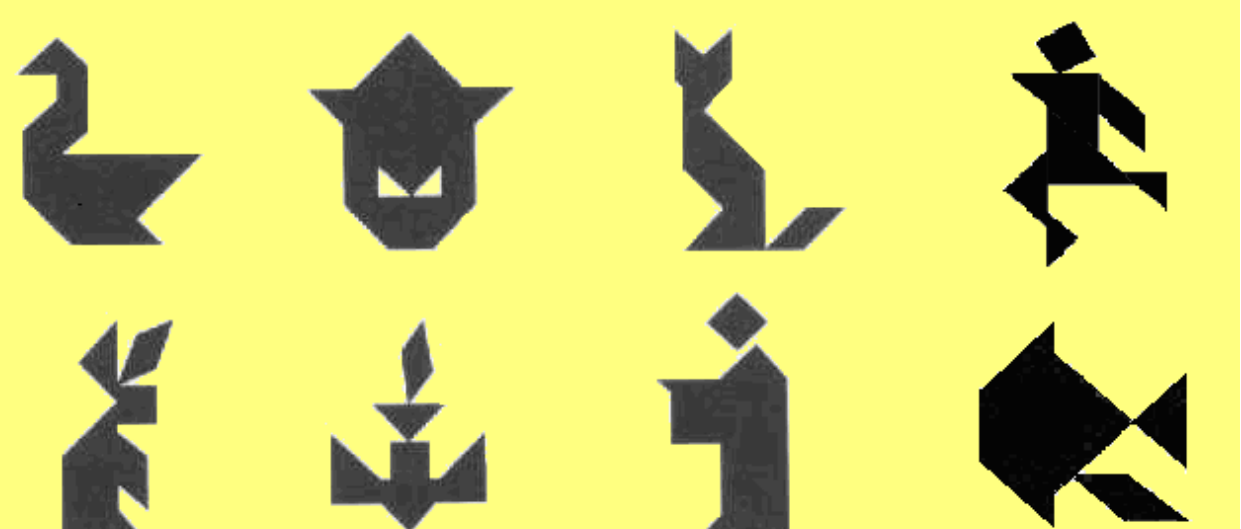
RESPONDO:

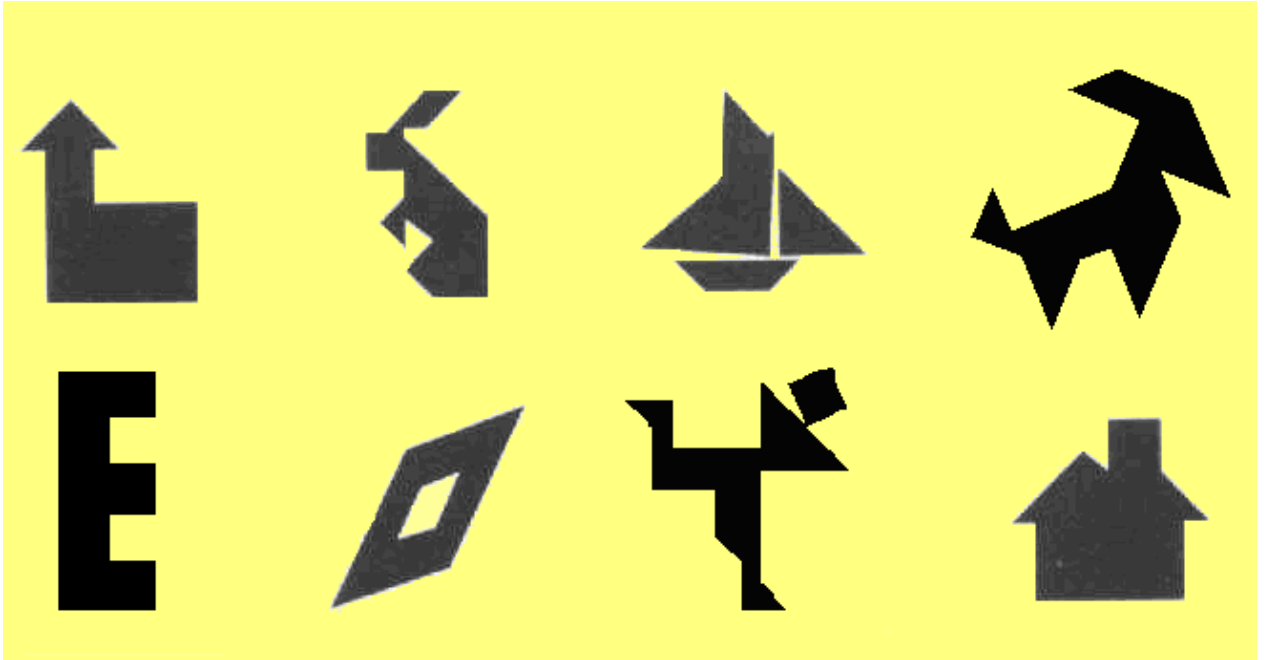
- ¿Cuántas veces cabe el paralelogramo P?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo pequeño TP?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo grande TG?
- ¿Cuántas veces cabe el triángulo mediano TM?

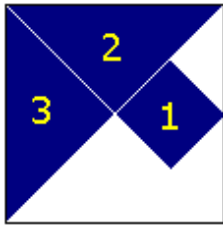
3. Juguemos con el Tangrama. Construyo las siguientes figuras. Luego, en mi cuaderno escribo la solución y el número de lados que tiene la figura. Señalo cuáles de las figuras son polígonos. (En este ejercicio, uso el Tangrama que acabo de hacer).

 **SOLUCIÓN:** 

NÚMERO DE LADOS: 20







3. CONCEPTUALICEMOS CON EL TANGRAMA

Inicio: Formo Polígonos • Triángulos • Cuadriláteros • Acerca de Perímetros... ¡Medir!

Formo con todas las piezas del Tangrama los siguientes polígonos:



Inicio
Inicio 

- ¿Logré formar todas los seis polígonos?
- ¿Cuál figura me causó mayor dificultad?
- ¿Había visto alguna vez cada una de las anteriores figuras?
- Pongo el nombre de los polígonos en los cuadros en blanco.
- ¿Cuáles de los anteriores polígonos son regulares?

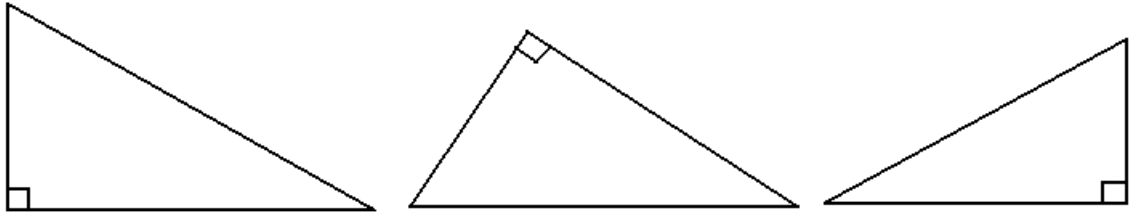
Triángulos

Un triángulo es un polígono de tres lados. Por ejemplo, el Tangrama contiene 5 triángulos.

Si un triángulo tiene un ángulo recto (es decir, de 90°) se llama triángulo rectángulo.

Por ejemplo, todos los triángulos del Tangrama son rectángulos.

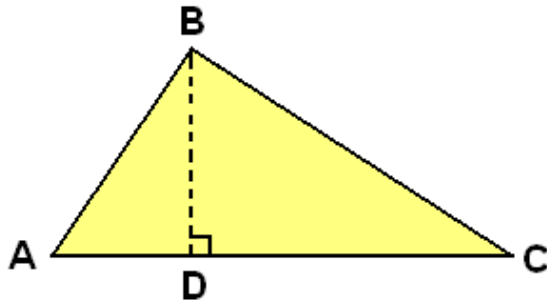
Para indicar cuál es el ángulo recto dicho ángulo lo hago de la siguiente forma:



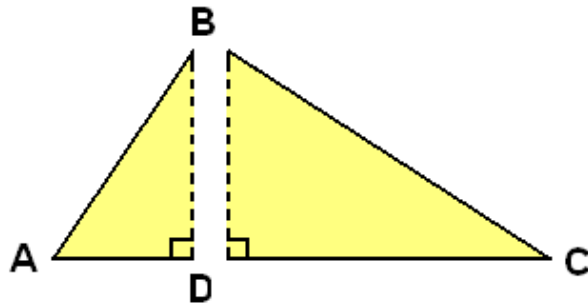
A. Formo con todo el Tangrama un triángulo rectángulo.

ESCRIBO: B. En un triángulo rectángulo se cumple el Teorema de Pitágoras. Averiguo qué es el Teorema de Pitágoras.

Base y altura de un triángulo. La base de un triángulo es cualquiera de sus lados y su respectiva altura es un segmento perpendicular a la base el cual tiene como uno de sus extremos un vértice del triángulo, como se indica a continuación:



El triángulo tiene como base el segmento AC y su altura respectiva es el segmento BD. Así, un triángulo determina dos triángulos rectángulos (todo triángulo se puede “dividir” en dos triángulos rectángulos):



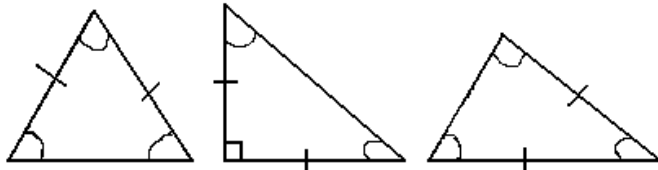
Si un triángulo tiene dos lados de igual longitud se llama triángulo isósceles.

PIENSO:

¿Hay en el Tangrama triángulos isósceles?

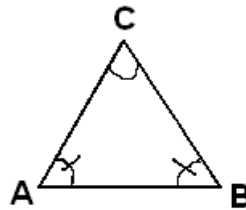


Para indicar los lados iguales de un triángulo isósceles hago una raya sobre el lado así:



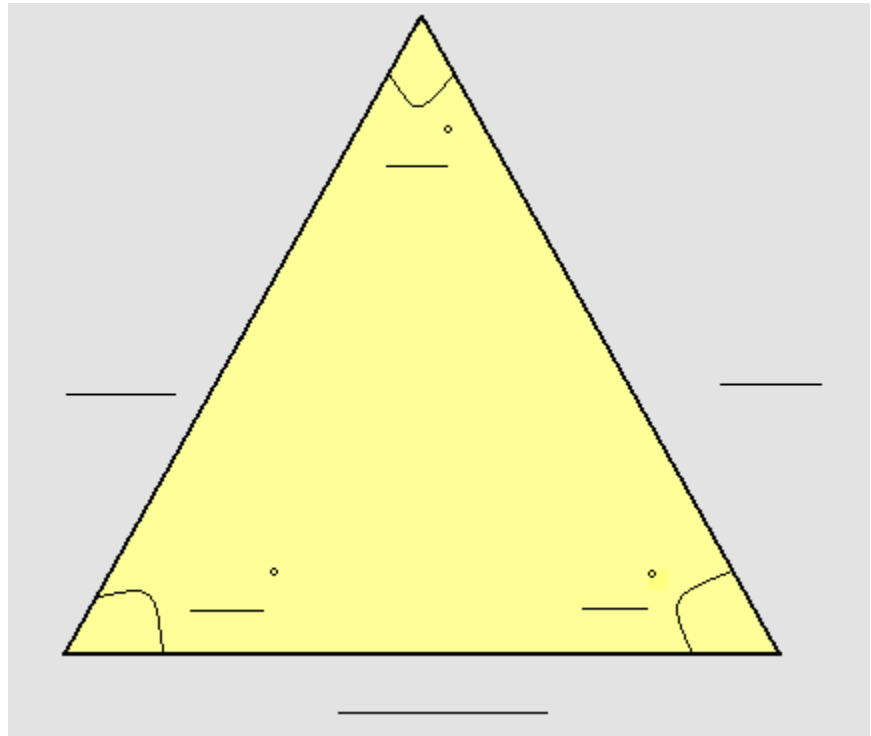
Los ángulos iguales se indican de forma similar.

Por ejemplo, si los ángulos A y B de un triángulo ABC son de igual longitud, entonces:



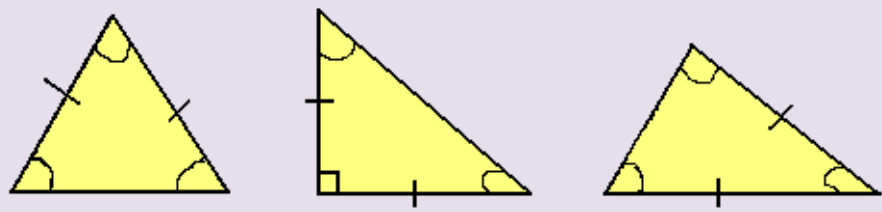
1. REALIZO:

Tomo una regla para medir y un transportador. Mido los lados del triángulo isósceles y escribo las medidas sobre la línea respectiva. Además, mido los ángulos internos del triángulo con el transportador.



- ¿Cuál es el lado desigual del triángulo? Señalo los dos lados de igual longitud.
- ¿Qué puedo decir acerca de los ángulos? _____
 _____ ¿Son todos de igual medida? _____
- Trazo la altura correspondiente al lado desigual y “divido” el triángulo en dos triángulos.
- **Escribo V (verdadero) o F (falso):** ¿Qué puedo decir acerca de los triángulos resultantes?
 - ___ son congruentes
 - ___ no son congruentes
 - ___ uno es isósceles y el otro no
 - ___ son isósceles
 - ___ uno es rectángulo y el otro no
 - ___ son rectángulos
 - ___ son desiguales
 - ___ uno es rectángulo y el otro no

Señalo los ángulos de igual medida en los triángulos:



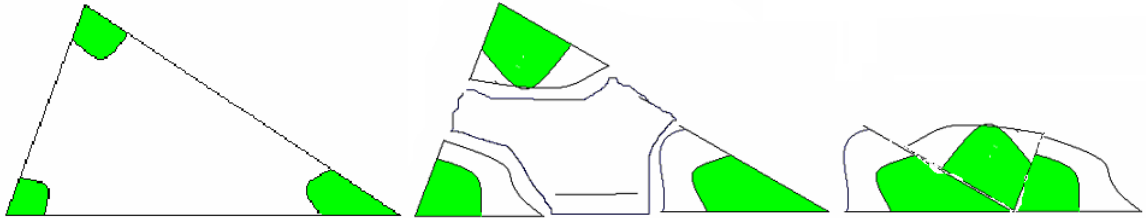
Un triángulo equilátero es un triángulo que tiene todos los lados de igual longitud. (¿Hay en el Tangrama triángulos equiláteros? _____).

- La medida de los ángulos de un triángulo equilátero son _____ (iguales/desiguales).
- Un ángulo de un triángulo equilátero mide _____° (90/60/120/55).

2. Dibujo...

| | | |
|-----------------------------|---|--|
| ... un triángulo equilátero | ... un triángulo rectángulo que no es isósceles | ... un triángulo escaleno con un ángulo de 45° |
|-----------------------------|---|--|

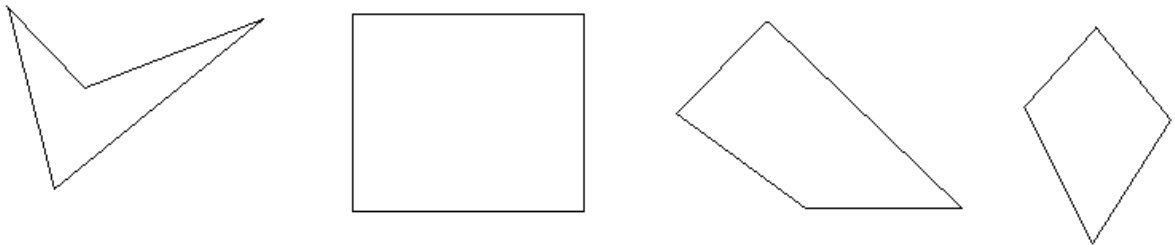
3. **Observo la gráfica.** Esta gráfica muestra el procedimiento que se debe seguir para encontrar la suma de los ángulos de un triángulo.



- Realizo la actividad con un triángulo hecho en cartulina.
- Redacto una conclusión: _____

Cuadriláteros

Un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados. Por ejemplo, son cuadriláteros los siguientes polígonos:



Contesto:

- ¿Noto alguna diferencia entre el primer cuadrilátero y los cuadriláteros restantes? _____

- ¿Puedo ver a tu alrededor algunos objetos que ostentan forma de cuadrilátero? ¿Cuáles?

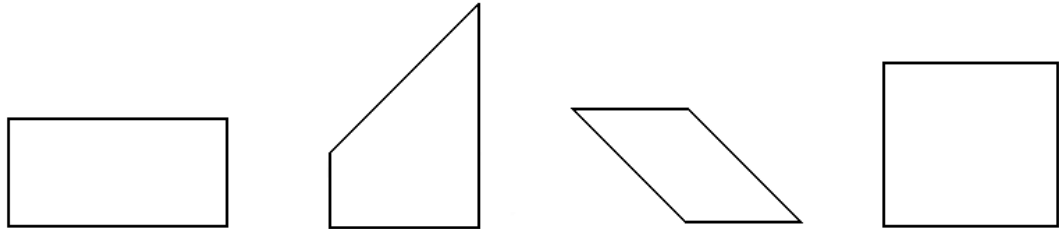
- ¿Qué polígonos del Tangrama son cuadriláteros? _____

- Encuentro la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero, usando cartulina y siguiendo el mismo procedimiento que usé en el triángulo. _____

- Si el cuadrilátero tiene todos sus lados de igual longitud, ¿son iguales las medidas de sus ángulos? _____ ¿Cuánto miden sus ángulos? _____

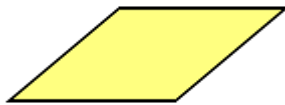
Si un cuadrilátero tiene un par de lados paralelos se llama trapecio.

- Dibuja en mi cuaderno dos trapecios.
- Formo con el Tangrama los siguientes trapecios (señalo cuál es el par de lados paralelos):



Si un cuadrilátero tiene dos pares de lados paralelos se llama paralelogramo.

P es un paralelogramo. Señalo los dos pares de lados paralelos.



Tipos de paralelogramos

Un rombo es un paralelogramo con todos los lados iguales.

Un rectángulo es un paralelogramo con todos los ángulos de igual medida.

Un cuadrado es un paralelogramo con todos los lados de igual longitud y todos los ángulos de igual medida.

RESUMO TRIÁNGULOS:

La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es _____ ($60^\circ/90^\circ/180^\circ/360^\circ$).

Un triángulo escaleno tiene _____ (dos lados de igual longitud/tres lados de igual longitud/todos sus lados de igual longitud).

Un triángulo _____ (equilátero/escaleno /isósceles/rectángulo) tiene un ángulo de 90° . La suma de las medidas de sus otros ángulos es _____ ($60^\circ/90^\circ/180^\circ/360^\circ$).

Un triángulo isósceles tiene _____ (dos lados de igual longitud/tres lados de igual longitud/todos sus lados de igual longitud).

Todo triángulo _____ (equilátero/escaleno /isósceles/rectángulo) tiene dos ángulos de la misma medida.

Todo triángulo _____ (equilátero/escaleno /isósceles/rectángulo) tiene todos sus ángulos de la misma medida.

Un ángulo de un triángulo equilátero mide _____ ($60^\circ/90^\circ/180^\circ/360^\circ$).

RESUMO CUADRILÁTEROS:

La medida de los ángulos de un cuadrado son de _____ ($60^\circ/90^\circ/180^\circ/360^\circ$).

Un cuadrado es un _____ (trapecio/rombo/rectángulo) porque tiene todos los lados de igual longitud.

En un rectángulo los ángulos interiores son de medida _____ ($60^\circ/90^\circ/180^\circ/360^\circ$).

Una polígono de cuatro lados es un _____ (cuadrilátero/cuadrado/paralelogramo).

El rectángulo es un _____ (rombo/paralelogramo/cuadrado) con todos los _____ (lados/ángulos) de igual medida.

La suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero es _____ ($180^\circ/240^\circ/300^\circ/360^\circ$).

El cuadrado es un _____ (triángulo/segmento de recta/rectángulo) con todos los _____ (lados/ángulos) de igual medida.

Acerca de Perímetros... ¡Medir!

1. **¿Qué es el perímetro?** En la unidad anterior trabajé el perímetro cercando figuras. Ahora hallaré el perímetro de un polígono midiendo sus lados.



¡OJO!

El perímetro de un polígono es la suma de las medidas de los lados del polígono.

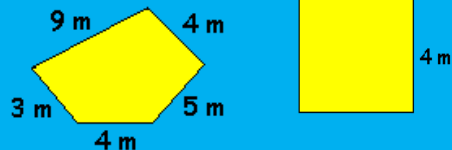
Por ejemplo, el perímetro del pentágono es

$$P = 9 \text{ m} + 4 \text{ m} + 5 \text{ m} + 4 \text{ m} + 3 \text{ m}$$
$$P = 25 \text{ m.}$$

En el caso del cuadrado tenemos

$$P = 4 \text{ m} + 4 \text{ m} + 4 \text{ m} + 4 \text{ m}$$
$$P = 16 \text{ m,}$$

o en forma abreviada, $P = 4 \times 4 \text{ m} = 16 \text{ m.}$



¿Cuál es el perímetro de un rectángulo de base 3 y altura 4?

- 12 24
- 16 32

¿Cuál es el perímetro de un hexágono regular de lado n ?

- $6+n$ $6n$
- $n+n+n+n+n+n$

¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de 7 lados de medida 5?

- 35 28
- 12 16

¿Cuál es el perímetro de un polígono regular de n lados de medida l ?

- multiplico n por l
- sumo n más l



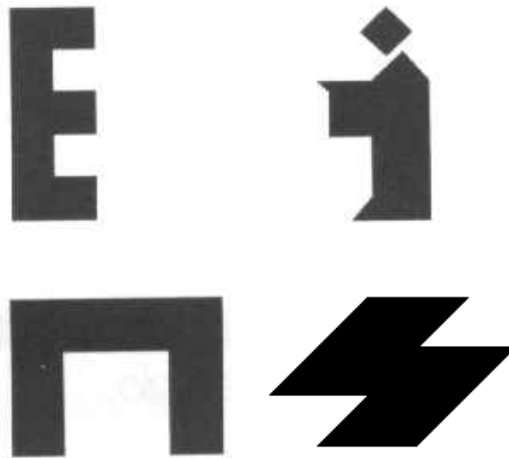
En esta actividad ten a la mano todas las piezas del Tangrama, además de una regla para medir.



¿En qué estará pensando mi amo Jaime para enseñarnos el perímetro?



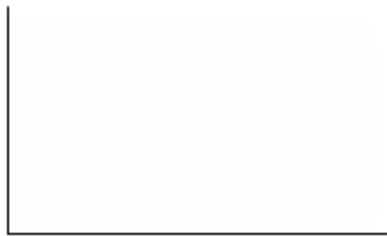
- Encuentro el perímetro de cada una de las figuras del Tangrama.
- Encuentro el perímetro del cuadrado, del triángulo y del paralelogramo que se forma con todas las piezas del Tangrama.
- Encuentro el perímetro de cada una de las siguientes figuras, formadas con todas las piezas del Tangrama.



Nota: Para poder hallar el perímetro de estas figuras primero debo formar las figuras con el Tangrama y luego sí mido cada uno de los lados y los sumo.

2. Hallo el tercer lado del triángulo rectángulo.

- A.** Considero los dos segmentos perpendiculares de medidas 3 cm y 5 cm.



- Dibujo el tercer lado formando un triángulo. Mido (con una regla) el lado desconocido del triángulo: _____ cm.

- Repito el ejercicio anterior dibujando dos segmentos perpendiculares con medidas 5 cm y 7 cm, y hallando el lado desconocido.

El triángulo resultante en los dos casos se llama **triángulo rectángulo** porque tiene un ángulo recto, es decir, un ángulo de 90° .

- B.** Encuentro el lado desconocido de los triángulos de la parte A usando el Teorema de Pitágoras. ¿Coincide este resultado con el hallado en la parte A?

C. Encuentro el perímetro de los dos triángulos.

3. Longitud de la circunferencia. Con el compás dibujar una circunferencia de 3 cm de radio. La longitud de la circunferencia es aproximadamente

$$2 \times 3.14 \times 3 \text{ cm} = 18.84 \text{ cm.}$$

Es decir, el perímetro del círculo es aproximadamente 18.84 cm.

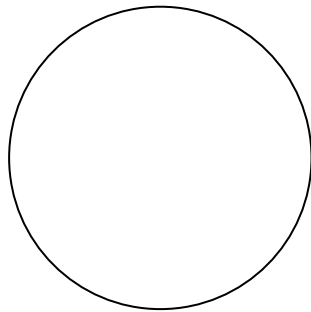
Compruebo que esto es cierto cercando la circunferencia con un pedazo de lana y midiendo la longitud de la lana.

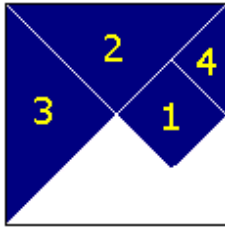
La lana mide _____ cm. ¿Coincide con el resultado anterior?

¡ATENCIÓN!

En general, la longitud de una circunferencia de radio r es aproximadamente $2 \times 3.14 \times r$.

Hallo la longitud de la siguiente circunferencia:



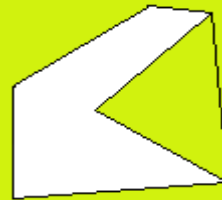


4. EL CLUB DEL TANGRAMA

Inicio: Polígonos Convexos • Trabajo sobre Superficies • Una Tarjeta Tangrama • Las Tres Piezas del Tangrama II

Inicio
Inicio 

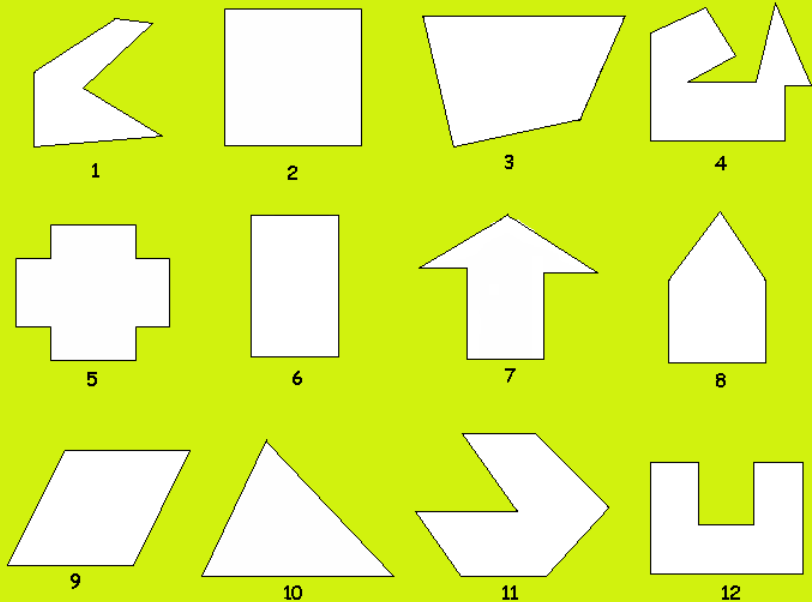
Un polígono es **convexo** si todas sus diagonales se encuentran en el interior del polígono. En caso contrario, el polígono se llama no convexo. Por ejemplo, una de las diagonales del siguiente polígono no está en el interior del polígono (el interior del polígono es la zona blanca):



Por tanto, el polígono es no convexo.

No entendí. ¿Cuáles son los polígonos convexos?

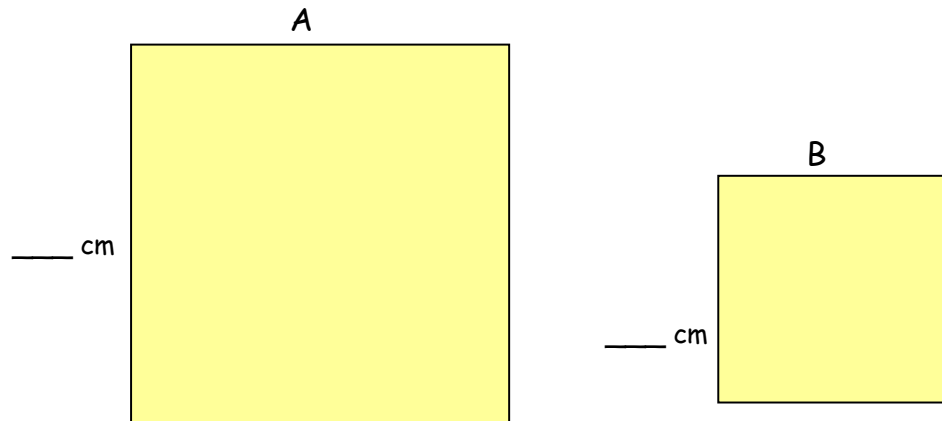
Considero los siguientes polígonos y lleno según corresponda:



Polígonos convexos: 2 _____
 Polígonos no convexos: _____

Trabajo sobre superficies

1. Considero las siguientes figuras:



Usando la regla mido el lado de las dos figuras y escribo la medida sobre la línea respectiva.

PIENSO:

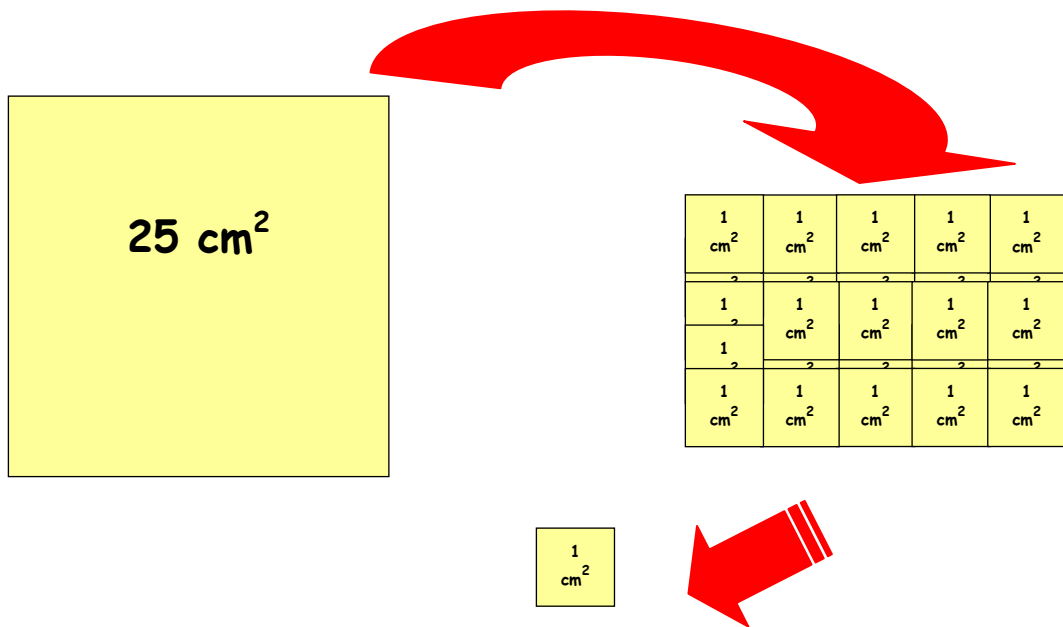
A. ¿Cuál cuadrado tiene mayor área? Justifica tu respuesta.

B. El área de un cuadrado C de lado 8 cm es

$$8 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}^2.$$

¿Cuál es el área del cuadrado A y del cuadrado B?

2. El área del cuadrado A se puede "dividir" en 25 cuadrados de área 1 cm^2 :



APLICO:

- A. ¿Cuántos cuadrados de área 1 cm^2 le faltan a B para ser del mismo tamaño de A?
- B. Si el área de C es 1 cm^2 , ¿cuál es el área que se forma con todas las piezas del Tangrama?
- C. Si TP tiene área 1 cm^2 , ¿cuál es el área de la figura que se forma con todas las piezas del Tangrama?
- D. Si TP tiene área 1 cm^2 , ¿cuál es el área de las demás piezas del Tangrama?

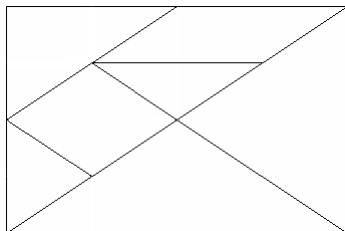
Una Tarjeta Tangrama

Una Tarjeta Tangrama es una identificación en la que aparece el logo y el nombre del grupo, además de los nombres de pila de los integrantes. Es una forma muy bonita de identificar y crear sentido de pertenencia dentro del salón de clase.

A continuación te enseñamos a construir tu propia Tarjeta Tangrama.



1. Formo equipos de dos personas. Observo cada una de las figuras de la Gama de Animales (de la página siguiente). Cada una de ellas se puede formar con el Tangrama. ¿Cuál figura me llama más la atención? Escojo una sola figura, la cual se convertirá en el logo de mi equipo. Además, busco un nombre para mi equipo que sea compatible con mi logo.
2. Sobre un cuadrado de 2 cm de lado hecho en cartulina escolar construyo un mini-Tangrama. Con este mini-Tangrama formo la figura escogida de la gama de animales.
3. Recorto en papel degradé un rectángulo de 9 cm x 6 cm. Sobre el rectángulo trazo las líneas que se hacen para recortar el Tangrama, siguiendo la regla del punto medio dada en la unidad anterior así:



Yo quiero formar un gato con el Tangrama, y nuestro grupo se llamará Los Felinos.



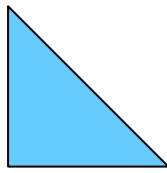
4. Lleno el rectángulo recortado de forma similar a la Tarjeta Ejemplo; y pego la figura hecha en el mini-Tangrama de forma similar a la ilustrada.

... ***IY listo!*** Ya tienes tu tarjeta Tangrama. Debes plastificarla y ponértela en un lugar visible porque más adelante la usaremos.

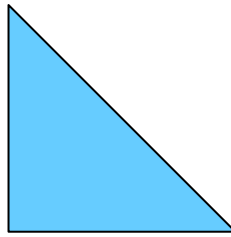


Las Tres Piezas del Tangrama II

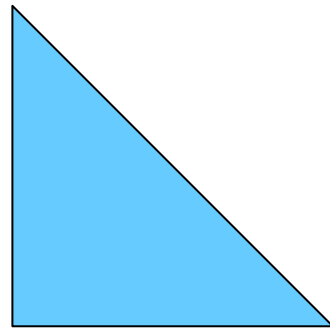
1. **Tres Tamaños: TP, TM y TG.** Los 5 triángulos del Tangrama son rectángulos e isósceles, pero de diferente tamaño: hay 2 pequeños, 1 mediano y 2 grandes.



TP

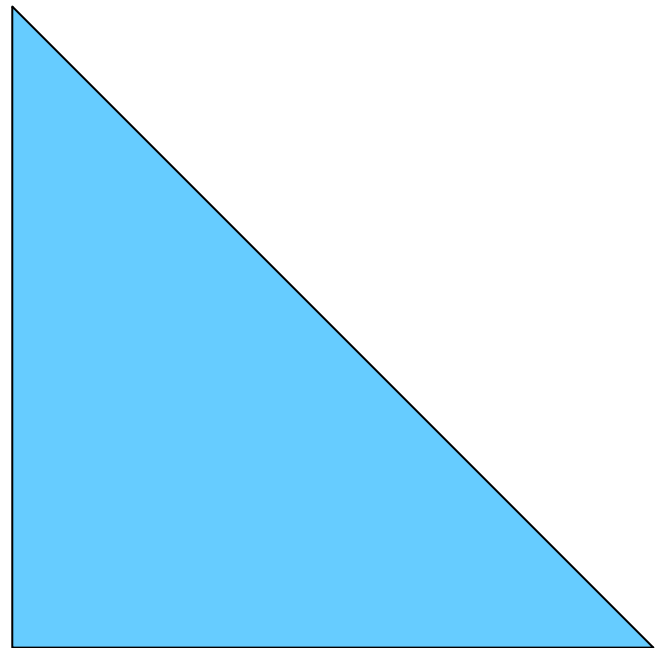


TM



TG

Vuelvo a hacer el triángulo T formado con todas las piezas del Tangrama:



Cuestionario: Relleno el óvalo correspondiente a la respuesta correcta.

¿Cuántos TP se necesitan para cubrir TG?

2

3

4

5

¿Cuántos TM se necesitan para cubrir TG? 2 3
 4 5

¿Cuántos TP se necesitan para cubrir TM? 2 3
 4 5

Para cubrir T se necesitan: 4 8 12 16 TG
 4 8 12 16 TM
 4 8 12 16 TP



CONCLUYO

Un ____ (TG/TM/TP) tiene dos veces el área de un ____ (TG/TM/TP), y cuatro veces el área de un ____ (TG/TM/TP).
 Sin embargo, si sumamos el área de 4 ____ (TG/TM/TP) obtenemos el área del triángulo formado con el Tangrama.

- Si elijo como unidad de medida del área a TP,

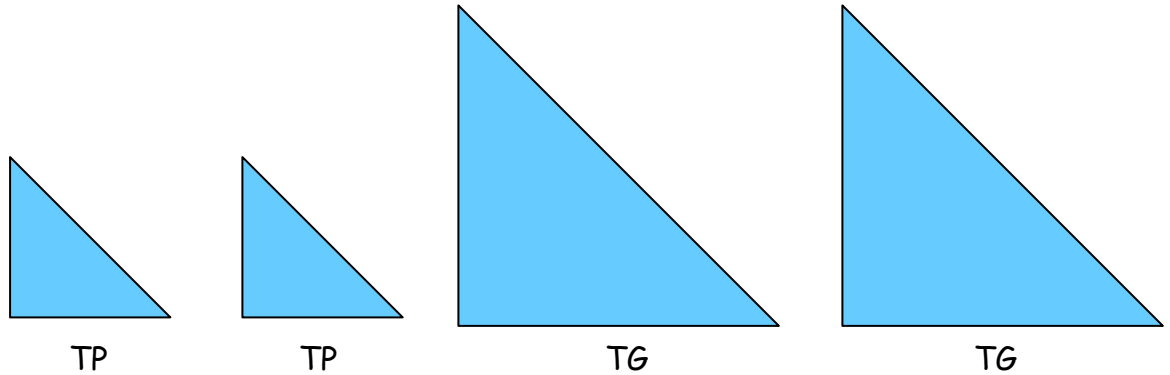
El área de TG es 4 TP El área de C es ____
 El área de TM es ____ El área de P es ____
 El área de TP es ____ El área de CT es ____
 El área de T es ____ El área de PT es ____

- Si T tiene área 64 cm^2 , encuentro el área de las piezas del Tangrama.

El área de TG es 16 cm^2
 El área de TM es ____
 El área de TP es ____
 El área de C es ____
 El área de P es ____

- ¿Recuerdo las figuras T, C y P del numeral 1? ____ Si no la recuerdo, reviso en la unidad anterior estas figuras. ¿Por qué T, C y P tienen la misma área? _____

2. Congruencias: 2 TP y 2 TG. Comúnmente, decimos que los dos TP son “iguales” y que también lo son los dos TG. Pero en geometría se prefiere usar el término “congruentes”.



Por tanto,

- | | |
|-------------------|---|
| Los dos TP son | <input type="radio"/> iguales <input type="radio"/> congruentes |
| Los dos TG son | <input type="radio"/> iguales <input type="radio"/> congruentes |
| Los dos TG tienen | <input type="radio"/> la misma área <input type="radio"/> el mismo perímetro <input type="radio"/> todas las anteriores |



¡ATENCIÓN!

Dos polígonos congruentes tienen la misma área y el mismo perímetro.

• Pero, ¿dos polígonos con la misma superficie y la misma área son congruentes? Pienso un momento en esta pregunta antes de continuar. _____

• Señalo los ángulos internos de los cuatro triángulos anteriores.

• Observo los ángulos correspondientes de los dos TG. ¿Cómo son sus medidas? _____
 _____ ¿iguales? ¿diferentes? _____

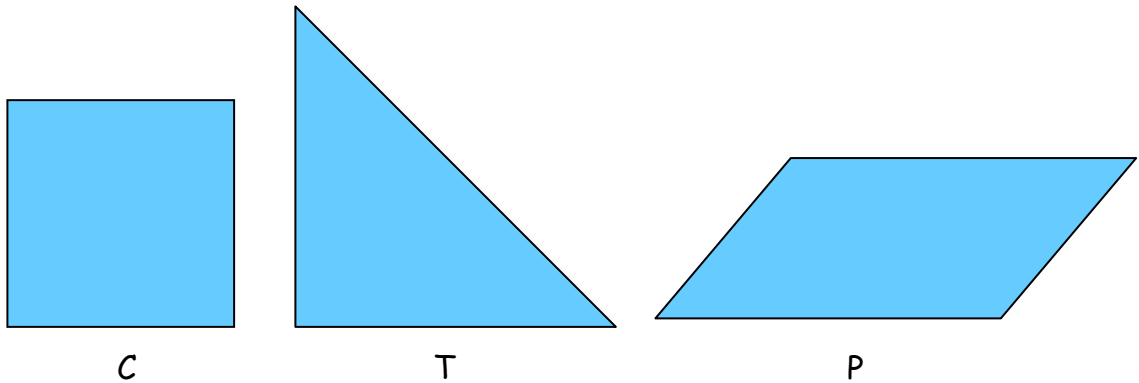


¡ATENCIÓN!

Las medidas de los ángulos correspondientes de dos polígonos congruentes son iguales.

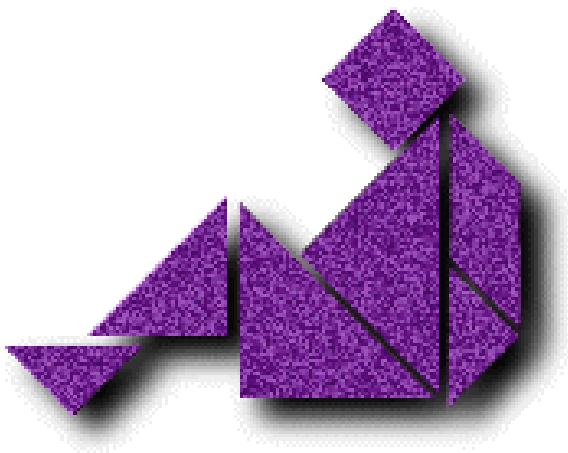
MIDO: ¿Qué medida tienen los ángulos internos de los anteriores triángulos?

Con todas las piezas del Tangrama se pueden formar los siguientes polígonos:



¿Recuerdo cómo? Nótese que todos los polígonos tienen la misma superficie (la superficie de las 7 piezas del Tangrama), y por tanto la misma área. Pero no son congruentes.

PIENSO: ¿Cuándo dos polígonos son congruentes?



Hombre descansando hecho con el Tangrama

7. APLICACIÓN Y ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN

Se realizó la aplicación de las unidades 1 y 2 en un colegio privado de Barrancabermeja en un curso de sexto grado de 37 estudiantes. Dicha aplicación tuvo lugar en dos sesiones de dos horas cada una.

Las actividades diseñadas en la primera unidad aparecen en las páginas 38 a la 45. Las actividades diseñadas en la segunda unidad aparecen en las páginas 46 a la 53. Algunas de las actividades se dejaron como trabajo en casa, debido al tiempo que se requería para trabajar la unidad completa.

Esta aplicación tuvo el propósito de llevar a la práctica una parte de las actividades propuestas en este trabajo de grado. En este capítulo se exploran los resultados y la experiencia vivida de la aplicación.

7.1. ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA PRIMERA UNIDAD

7.1.1. Primera actividad: En esta primera actividad los estudiantes se familiarizaron con las diversas figuras y formas que hay a su alrededor (en particular, las que hay en su salón de clase) y se dieron cuenta que en la vida real hay mucha más geometría de la que se imaginaban.

El salón de clase del colegio donde se realizó la aplicación carece de ventanas, por lo que se tuvo que replantear el primer enunciado así: “¿*Qué forma tiene la ventana de mi casa?*”. Algunos contestaron que rectangular, otros que cuadrada. De la segunda pregunta se obtuvieron respuestas similares: la mayoría veía el tablero con forma rectangular, mientras que otros aseveraban que tenía forma de cuadrado.

Además, encontraron objetos con forma cuadrada como el tablero, la base del escritorio, las baldosas del piso, la forma de los cuadernos y de las cuadrículas de las hojas; y objetos con forma circular como el ventilador, las monedas y las tapas de gaseosa; y objetos con forma triangular como una pirámide que había dibujada en un afiche del salón de clase.

Esta primera actividad tenía el propósito de hacer que los estudiantes descubrieran las formas geométricas que están implícitas en la naturaleza y en las cosas que nos rodean, ya que todos los objetos están dotados de una forma definida, la cual determina una figura, y las figuras son precisamente el objeto de estudio. Los estudiantes se dieron cuenta que la geometría no está aislada del mundo real, sino que todas las cosas tienen una geometría por conocer: se sorprendieron al descubrir la gran variedad de formas que existen en la naturaleza y que se pueden estudiar en geometría.

7. 1. 2. Segunda actividad: El texto inicial tiene el objetivo de reafirmar lo que se vivió en la experiencia anterior, que en la naturaleza podemos observar todo tipo de formas, lo cual conlleva a una geometría del mundo real: la circunferencia del Sol, las curvas de las montañas, el camino curvo en las trochas, las líneas paralelas que determinan las gotas de lluvia, la silueta de las vacas, los ángulos entre la pared y el techo de mi casa, el marco de las ventanas, con sus pares de lados paralelos y perpendiculares, etc.; para llegar a la idea fundamental de esta geometría: la figura geométrica (o simplemente figura). Las ilustraciones fueron muy llamativas y mostraron un mundo lleno de figuras a los estudiantes. Aquí quedó definida lo que se llama *figura*.

Los estudiantes identificaron los diversos objetos que se exhibían en la ilustración, y lo consignaron en la tabla dada: (1) *la montaña*, (2) *el Sol*, (3) *el camino*, (4) *el*

techo, (5) la depresión de la montaña, (6) la piedra, (7) los contornos de la casa, (8) el montículo de arena; y le asignaron una forma respectiva: (1) curva, (2) circular, (3) zig-zag, (4) trapecio, (5) curva, (6) ovalada, (7) unión de segmentos rectos, (8) triangular; y también le asignaron el dibujo (figura) correspondiente.

Las figuras 11 y 12 muestran las tablas que completaron dos estudiantes, Juan Sebastián y Oswaldo, respectivamente. En esta actividad los estudiantes reconocieron los objetos, identificaron la forma de dichos objetos y les asignaron una figura. Luego, reconocieron a todas estas figuras, y a otras tantas, como figuras geométricas. Se logró que quedara claro lo que se entiende por figura geométrica.

En una primera lectura se observó que el estudiante tendía a no reconocer todas las figuras dadas como figuras geométricas y además tendía a clasificar algunas figuras como polígonos y otras como figuras geométricas, sin ninguna relación de inclusión entre ellas. Pero la lectura nuevamente de la sesión mostró que todas las figuras dadas eran figuras geométricas (o simplemente figuras) y que algunas figuras geométricas con ciertas cualidades especiales correspondían a polígonos, en lo cual se evidencia una relación de inclusión: los polígonos son un tipo especial de figuras geométricas.

Por otra parte, respecto a la pregunta del punto 1, los estudiantes no sabían qué diferenciaba un polígono de las demás figuras geométricas; intuían que el polígono estaba compuesto por segmentos de recta, pero no lo escribieron. Esta pregunta se realizó como una preparación a la primera sección de la unidad siguiente, por lo que no se ahondó allí en las cualidades del polígono, sino que el objetivo de la actividad consistió en identificar qué figura corresponde a un polígono (dado un conjunto de figuras), lo cual se hace en el punto 2.

1. Llena la siguiente tabla:






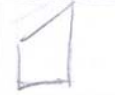


| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------|---|---|---|---|--|---|---|---|
| USA | Montaña | Sol | Camino | techo | valle | ventana | casa | montaña |
| FORMA | Curva | Circular | Sigzag | trapezoido | Curva | cuadrilátero | rectas | triángulo |
| FIGURA |  |  |  |  |  |  |  |  |

Figura 11. Tabla de Juan Sebastián

1. Llena la siguiente tabla:









| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|----------------|---|---|---|---|--|---|---|---|
| USA | Montaña | Sol | Tierra | Pecho | montaña | pared | tablero | terreno |
| FORMA | Curva | Circular | zigzag | paralelogramo | curva | cuadrado | rectángulo | triángulo rectangular |
| FIGURA |  |  |  |  |  |  |  |  |

Figura 12. Tabla de Oswaldo

Por último, es bien sabida la dificultad que tienen los estudiantes al momento de escribir y expresar con sus propias palabras las ideas matemáticas. Los estudiantes no pudieron expresar con sus palabras las ideas expuestas a lo largo de la sección. Se les dificultó a muchos y no escribieron nada. Otros sí dieron algunas respuestas:

¿Qué es una figura geométrica?: son figuras.

¿Qué es un polígono?: es la unión sucesiva de segmentos.

Se fomentó la inquietud de escribir, por lo que se acordó responder en casa estas preguntas con base en las actividades desarrolladas hasta ahora.

Los estudiantes se sintieron motivados con las fotografías y la presentación de la actividad, de donde se extraían algunas figuras y se construía una geometría del mundo real. Los estudiantes comprendieron el concepto de figura, identificaron polígonos de un montón de figuras, construyendo así una idea bastante intuitiva de lo que es un polígono. Los polígonos en general son el tema de la segunda parte de esta sección en la siguiente unidad.

7.1.3. Tercera actividad: En esta actividad hace su aparición el Tangrama. Después de la experiencia anterior, se hace obvio para los estudiantes que las siete piezas entregadas (las cuales tienen una forma conocida por ellos) son ejemplos de figuras y, más específicamente, de polígonos. Este hecho se resaltó al mismo tiempo que se entregó las siete piezas del Tangrama a los estudiantes. Se dio una advertencia para evitar las confusiones que se pueden generar al usar un material concreto (en este caso, las figuras hechas en foami): *El polígono es la silueta, no el relleno.*

Se entregó a cada estudiante 5 triángulos de color naranja, un cuadrado de color azul y un paralelogramo de color verde. Las figuras de distintos colores facilitaron la realización del punto 1: dibujar, teniendo en cuenta el tamaño, y colorear, teniendo en cuenta la forma. Luego se acordó una convención para nombrar cada una de las piezas del Tangrama: P, C, TG, TM, y TP.

En esta actividad el estudiante reconoció cada pieza del Tangrama, sus distintas formas y sus diversos tamaños. Además, también conoció la dinámica del juego (formar figuras) al intentar la construcción del cuadrado con todas las siete piezas.

El problema de formar el cuadrado fue un ejercicio muy provechoso y puso en prueba la imaginación y audacia de los estudiantes. Para uno de los estudiantes, Brandon, no fue una tarea fácil: "...armar las figuras es un poco complicado al principio". Joan, otro estudiante, comentó, respecto a la actividad de formar el cuadrado, que "...en eso hay que pensar bastante".

La pequeña historieta sirvió como antesala del tema de una sección posterior (El tangrama II), la cual trata la proporcionalidad entre las piezas del Tangrama y las figuras que se pueden formar. Los estudiantes no pueden encontrar la proporción pedida al final de la actividad.

El trabajo con un material didáctico en la clase llamó la atención del grupo, que no conocía el Tangrama. Los estudiantes se entusiasmaron al ver el rompecabezas elaborado en foami y se generó cierta expectativa y curiosidad por lo que se iba a hacer en la clase de geometría. En el juego con el Tangrama se pone en evidencia muchas propiedades geométricas de algunos polígonos. Así se motivó el estudio de la geometría en el salón de clase. Los estudiantes identificaron rápidamente cada una de las piezas y se propusieron a formar el cuadrado. Muchos se rindieron, pero otros más tenaces lo intentaron muchas veces.

7.1.4. Cuarta actividad: En el punto 1 se pide formar el triángulo y el paralelogramo con todas las piezas del Tangrama. Al ir intentando y experimentando se hacen evidentes las cualidades que posee cada figura, lo cual permitió un reconocimiento a priori de las tres figuras del Tangrama: el cuadrado, el triángulo y el paralelogramo. Sergio, uno de los estudiantes, comentó al final de la aplicación que "interesante el trabajo y sobretodo que se pueden armar los polígonos de forma muy fácil, con muchas caras, y que además son polígonos que no aparecen en el libro de texto".


Después de un acercamiento a cada una de las figuras del Tangrama, el cuestionario sirve para concretar cada una de las cualidades de las figuras y en las conclusiones se reafirman las cualidades de cada uno de los polígonos del Tangrama. La realización del cuestionario es una forma práctica de mostrar las cualidades del cuadrado: misma medida de los lados, lados paralelos y perpendiculares, ángulos rectos; del triángulo del Tangrama: rectángulo e isósceles; del paralelogramo: pares de lados paralelos, misma medida de lados no contiguos.


Esta actividad dejó a la vista algunas confusiones que tenían los estudiantes y que se aclararon al finalizar esta actividad: confundían los términos paralelo y perpendicular, pero entendían a qué referían (con los nombres intercambiados), creían que un ángulo recto mide 45° o 60° , entre otros. Las figuras 13 y 14 muestran las respuestas de Oswaldo y Juan David, respectivamente, donde se evidencian estos y otros errores.

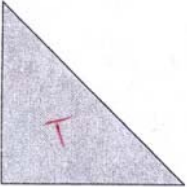
Al final se recogieron todos los Tangramas prestados, y se acordó traer para la próxima sesión un cuadrado elaborado en foami de 8 cm de lado. Así terminó la primera sesión.

7.2. ANÁLISIS DE LA APLICACIÓN DE LA SEGUNDA UNIDAD

7.2.1. Quinta actividad La actividad de inicio se dejó como trabajo en casa. Por tanto, la quinta actividad que se aplicó fue la segunda sección de la unidad dos, la cual es continuación de la segunda actividad.

 ¡CONCLUYAMOS!


 C es un cuadrado. Un cuadrado tiene 4 lados iguales.
 Todos sus ángulos internos son rectos, es decir, de 90°.
 Los lados contiguos de un cuadrado son paralelos y los lados no contiguos son perpendiculares.


 T es un triángulo. Un triángulo tiene 3 lados.
 T es un triángulo rectángulo, es decir, tiene un ángulo de 90°.
 Por tanto, los lados que comprenden el ángulo de 90° son perpendiculares.
 Además, T es un triángulo isósceles, porque tiene dos lados iguales.

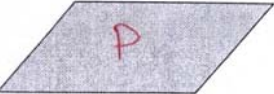


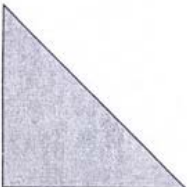

 P es un paralelogramo.
 Un paralelogramo tiene 4 lados y dos pares de lados iguales.
 Además, las medidas de dos lados opuestos (es decir, dos lados no contiguos) de P son iguales.

Figura 13. Respuestas de Oswaldo

 ¡CONCLUYAMOS!


 C es un cuadrado. Un cuadrado tiene 4 lados iguales.
 Todos sus ángulos internos son rectos, es decir, de 90°.
 Los lados contiguos de un cuadrado son iguales y los lados no contiguos son desiguales.


 T es un triángulo. Un triángulo tiene 3 lados.
 T es un triángulo rectángulo, es decir, tiene un ángulo de 60°.
 Por tanto, los lados que comprenden el ángulo de 60° son perpendiculares.
 Además, T es un triángulo isósceles, porque tiene dos lados desiguales.



 P es un paralelogramo.
 Un paralelogramo tiene 4 lados y dos pares de lados iguales.
 Además, las medidas de dos lados opuestos (es decir, dos lados no contiguos) de P son iguales.

Figura 14. Respuestas de Juan David

El primer problema está planteado de tal forma que el enunciado es una ilustración, donde se muestra un polígono, el exterior de dicho polígono, el interior del polígono, los lados del polígono, los vértices del polígono y el nombre de los vértices. En el punto 1, se pide escribir en palabras lo que se enuncia en forma de ilustración gráfica. Aquí los estudiantes construyeron su definición propia con base en dicha ilustración.

En el punto 2, clasificación de los polígonos según el número de lados, los estudiantes llenaron la tabla dada con base en conocimientos anteriores. Además, contaron el número de vértices y se dieron cuenta que el número de lados del polígono es igual número de vértices del polígono. Esta actividad les permitió reforzar esos conocimientos y adquirir otros.


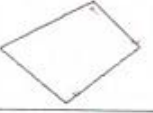
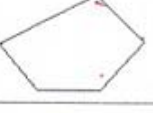

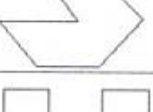
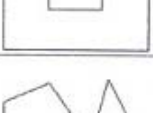

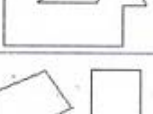
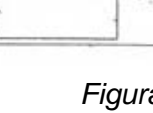
Las figuras 15 y 16 muestran las tablas que completaron dos estudiantes: Óscar y Sergio, respectivamente.

En el punto 3 los estudiantes clasificaron las figuras del Tangrama según su número de lados (triángulo o cuadriláteros) y según la medida de sus lados (regular o irregular). Esta es una forma práctica de repasar dichas clasificaciones.

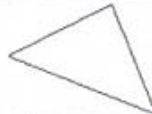
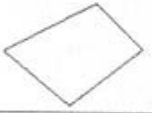
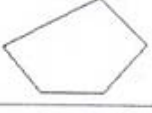





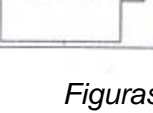
Añadimos en la sesión una clasificación adicional de los polígonos que aún no se presenta en las unidades: polígonos convexos y polígonos no convexos, y concluimos que todas las figuras del Tangrama determinan polígonos convexos. En el punto 4 se definen las diagonales del polígono y los estudiantes trazaron las diagonales de los polígonos dados, convexos y no convexos. La figura 17 muestra las diagonales trazadas por uno de los estudiantes.

Con base en el trazado de las diagonales de estos y otros polígonos convexos, se procedió luego a llenar la tabla de la figura 18.

La presentación de los conceptos y las actividades en las unidades, de forma sencilla e ilustrativa, facilitó la comprensión de dichos conceptos. Los estudiantes se mostraron muy receptivos en el desarrollo de estas actividades y la dinámica en clase se prestó para hacer un buen trabajo.

| polígono | lados | vértices | Nombre |
|---|-------|----------|------------------------------------|
|  | 3 | 3 | esquitafes triángulo |
|  | 4 | 4 | Cuadrilátero |
|  | 5 | 5 | pentagono |
|  | 6 | 6 | Hexágono |
|  | 7 | 7 | Heptagono |
|  | 8 | 8 | octagono |
|  | 9 | 9 | enecagono |
|  | 10 | 10 | Decágono |
|  | 11 | 11 | Undecágono |

Figuras 15. Tabla de Óscar

| polígono | lados | vértices | Nombre |
|--|-------|----------|---------------------|
|  | 3 | 3 | triángulo |
|  | 4 | 4 | Cuadrilátero |
|  | 5 | 5 | Pentagono |
|  | 6 | 6 | Hexágono |
|  | 7 | 7 | octagono |
|  | 8 | 8 | octagono |
|  | 9 | 9 | Nono de ca- 9000 |
|  | 10 | 10 | Decágono |
|  | 11 | 11 | Undecágono |

Figuras 16. Tabla de Sergio

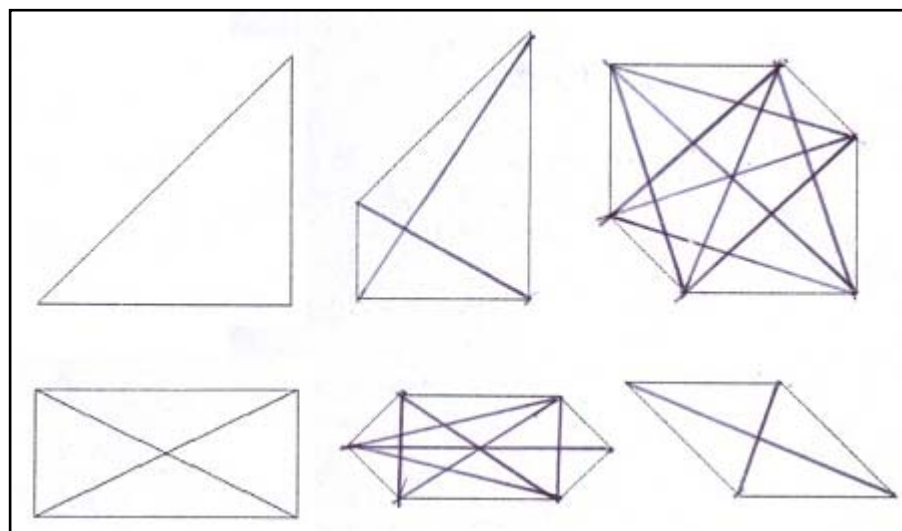


Figura 17. Diagonales de Brayan

| | | | | | | | | |
|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|----|
| número de lados | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| número de diagonales | | 2 | | | | | | |

Figura 18. Tabla del número de lados y diagonales

7.2.2. Sexta actividad: En esta sección trabajamos el concepto de perímetro visto desde la idea de cercar. La actividad comienza con un problema en el que se ve claramente lo que es el perímetro. El problema se redujo a una sencilla suma, lo cual se puede ver en la figura 19.

Así la sesión comenzó con el terreno preparado para abordar el perímetro de polígonos. Las medidas de los lados de las figuras se hallaron midiendo las figuras de los polígonos que aparecen en el punto 2. Con facilidad se halló el perímetro de estas figuras, excepto el del círculo.

En esta actividad se usó la regla para medir los lados del polígono, y no se hizo la actividad planeada de cercar las figuras con lana. Pero en esta actividad se

obtuvieron respuestas interesantes. En este ejercicio se puso a prueba la capacidad del estudiante para resolver problemas, proponer soluciones, usar la imitación.

Respecto a hallar el perímetro del círculo, se obtuvieron las siguientes respuestas dadas por cuatro estudiantes: [1] Juan David: “No tiene”; [2] Sergio: “7 cm” (debido a que el círculo tenía 7 cm de radio); [3] Juan Sebastián: “8,8 cm” (¿usando al regla?); [4] Oswaldo: “7 cm” (sacó 2 falsos diámetros y los sumó). Las respuestas de este último (Oswaldo) se detallan en la figura 20. Los estudiantes hallaron el perímetro del rectángulo y del cuadrado sin ninguna dificultad.

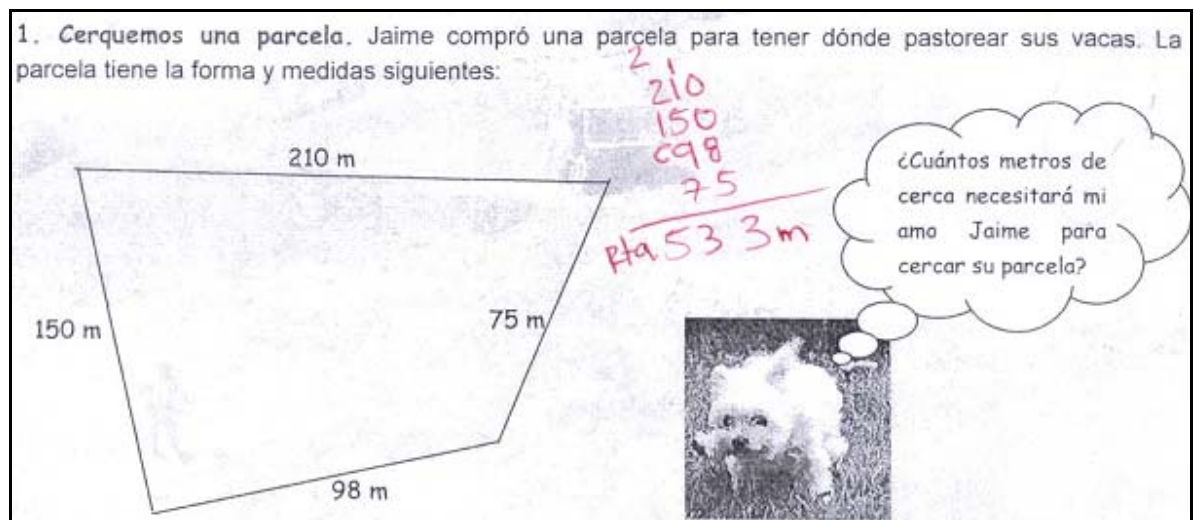


Figura 19. Suma de Óscar

7.2.3. Séptima actividad A esta altura de la actividad se les pide a los estudiantes que saquen el cuadrado de 8 cm. Y se les da las instrucciones para trazar las líneas correspondientes al pedazo de foami y hacer su propio Tangrama.

El punto 2 se dejó como trabajo en casa. Ahí aparece resuelto en forma gráfica un problema de proporcionalidad que se enunció en la sección *El Tangrama I* y se

enuncian otros similares. Y se les pide corroborar el resultado dado en forma gráfica tomando un cuadrado en foami de 8 cm y recortándolo en la forma mostrada en la gráfica para obtener 8 cuadrados del tamaño de C. Se animó a hacer cosas similares con P, TP, TG y TM en casa.

Finalmente, con el Tangrama que ellos mismos hicieron se les animó a formar las figuras que más les haya llamado la atención del punto 3 en el resto del tiempo de la sesión. Así terminó la segunda sesión.

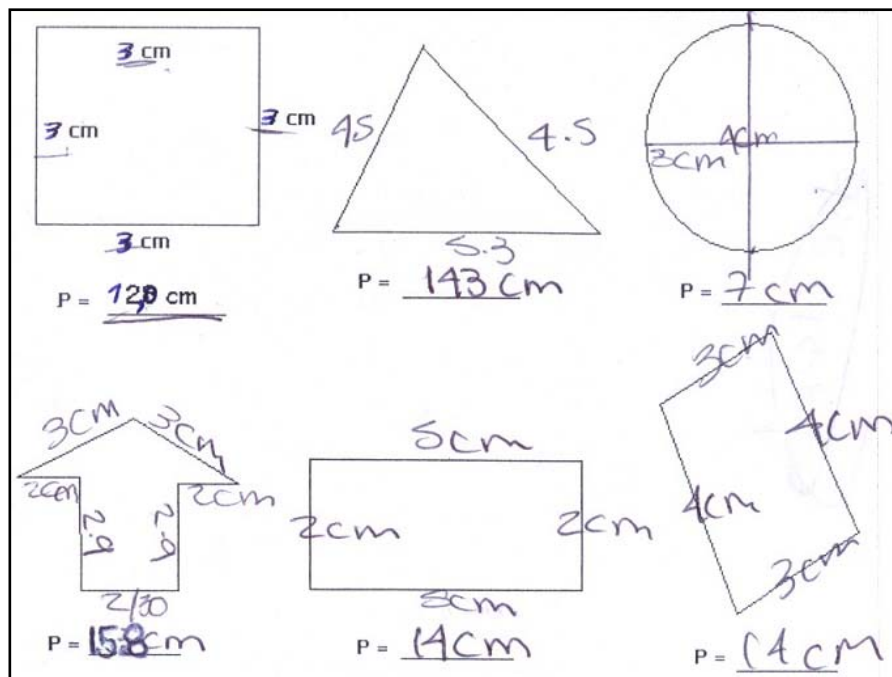


Figura 20. Perímetros de Oswaldo

7.3. ALGUNOS PUNTOS PARA RESALTAR

Estas son algunas ideas que se quieren volver a recordar acerca de lo que es este trabajo de grado:

- En este trabajo proponemos una serie de actividades prácticas diseñadas por los autores para el aprendizaje de la geometría en sexto grado de secundaria utilizando el juego didáctico llamado Tangrama. Dichas actividades están organizadas en cuatro unidades, que conforman una propuesta llamada Polígonos con el Tangrama.
- En el diseño de las actividades se tuvo en cuenta la metodología de resolución de problemas (propuestos como situaciones sencillas que, sin embargo, exigían mucha reflexión y un análisis cauteloso), la construcción de conceptos, la búsqueda de soluciones (donde lo importante no es la solución sino el aprendizaje que se adquiere durante dicha búsqueda) y la práctica del Tangrama (entrenando al estudiante en la formación de las figuras del Tangrama).
- La bibliografía revisada sobre investigaciones hechas en educación matemática y el análisis de la aplicación realizada a un curso de sexto grado de un colegio privado muestran que “la manipulación [de materiales didácticos como el Tangrama] es un elemento clave que hace que los niños se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas” y contribuye “a crear un ambiente en el que se ven ganas de jugar y probar nuevas cosas” (Cabello, 2004, p. 648).

REFERENCIAS

Cabello, G. L. (2004). Funcionalidad de los materiales didácticos en el aprendizaje de la geometría. Memorias del 15º Encuentro de Geometría y 3º de Aritmética, 648. Bogotá: Universidad Pedagógica de Colombia.

Cristancho, S. L., Díaz, A. J., & Rigueros, L. (2004). Uso de materiales didácticos para la enseñanza de la geometría. Memorias del 15º Encuentro de Geometría y 3º de Aritmética, 402-408. Bogotá: Universidad Pedagógica de Colombia.

Kasner, D. & Newman, P. (1984). Pasatiempos del pasado, presente y futuro. En Sigma: El mundo de las matemáticas (vol. 6, p. 354). Barcelona: Ediciones Grijalbo S. A.

Garaizar, M. & Gómez, M. C. (s.f.). La magia del Tangram. Recuperado el 20 de enero de 2007, de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhhep0004/Paginas/MariaCar.htm>

Mejía, G. (2005). El Tangram chino, párr. 2. Recuperado el 26 de febrero de 2007, de http://bc.inter.edu/msp21/Actividades_integradora_verano_2005/el_tangram_chino.htm

Wikipedia.org (s.f.). El Tangram, párr. 4. Recuperado el 20 de enero de 2007, de <http://es.wikipedia.org/wiki/Tangram>

Referencias de figuras de la tabla de figuras

Figura 7. El cisne: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhhep0004/Paginas/MariaCar/actividades.htm>

Figura 8. El jinete y su caballo: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

Figura 9. El unicornio y la máscara: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

Referencias de figuras del capítulo 6

p38. *Cuadro con el 1*: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/objetivos.htm>

p39. *Paisaje*: Basada en una fotografía tomada de Internet 12 de febrero de 2007. La dirección de la página se perdió.

p42. *Piezas del tangrama*. Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

p43. *Dragón (en el fondo del Apéndice)*: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/historia.htm>

p47. *Cuadro con el 2*: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/objetivos.htm>

p50. *Mascota de Jaime*: Anónimo.

p55. *El jinete en su caballo y su solución*: Tomadas el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

p55. *Pato, máscara, gato*: Tomadas el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p55. *Hombre con una pierna levantada*: Tomada el 20 de enero de 2007 de http://www.psicoactiva.com/juegos/tangram/jg_tangram.htm

p55. *Conejo, vela, expositor*: Tomadas el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p55. *Pez*: Tomada el 20 de enero de 2007 de http://www.psicoactiva.com/juegos/tangram/jg_tangram.htm

p56. *Casa, conejo, velero*: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p56. *Unicornio*: Tomada el 20 de enero de 2007 <http://gtans.sourceforge.net>

p56. *Las vocales E y O*: Tomadas el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p56. *Hombre corriendo*: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

p56. Casa con chimenea: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p57. Cuadro con el 3: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/objetivos.htm>

p57. Polígonos: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p59. Piezas del tangrama: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

p64. Piezas del tangrama de colores: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://gtans.sourceforge.net>

p64. Mascota de Jaime: Anónimo

p65. La vocal E, hombre, la letra n: Tomadas el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

p65. Polígono no convexo: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/juegos.htm>

p67. Cuadro con el 4: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/objetivos.htm>

p67. Gato: anónimo

p69. Pez (dentro de la tarjeta): Tomada el 20 de enero de 2007 de http://www.psicoactiva.com/juegos/tangram/jg_tangram.htm

p69. Gatos: anónimo

p70. Pez (dentro de la tarjeta): Tomada el 20 de enero de 2007 de http://www.psicoactiva.com/juegos/tangram/jg_tangram.htm

p70. Gama de animales: Basada en una figura tomada el 20 de enero de 2007 de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/actividades.htm>

p74. Hombre sentado hecho con el Tangrama: Tomada el 20 de enero de 2007 de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

Referencias de actividades y figuras del taller aplicado a profesores en formación

Actividades y figuras del reto 2: Mejía, G. (2005). Procedimiento, 4-7, 14. Recuperado el 26 de febrero de 2007, de http://bc.inter.edu/msp21/Actividades_integradora_verano_2005/el_tangram_chino.htm

Actividades y figuras del reto 3: Mejía, G. (2005). Procedimiento, 26-27. Recuperado el 26 de febrero de 2007, de http://bc.inter.edu/msp21/Actividades_integradora_verano_2005/el_tangram_chino.htm

Actividades y figuras del reto 4: Garaizar, M. & Gómez, M. C. (s. f.). Juegos, párs. 1-2. Recuperado el 20 de enero de 2007, de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/actividades/juegos.htm>

Otras figuras: Dragón (en el fondo de la página): Recuperada el 20 de enero de 2007, de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/actividades/historia.htm>

Cuadrado (en el encabezado): Recuperada el 20 de enero de 2007, de <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhjep0004/Paginas/MariaCar/actividades/juegos.htm>

Hombre sentado (en el encabezado): Recuperada el 20 de enero de 2007, de http://descartes.cnice.mecd.es/taller_de_matematicas/rompecabezas/tangram_0a.htm

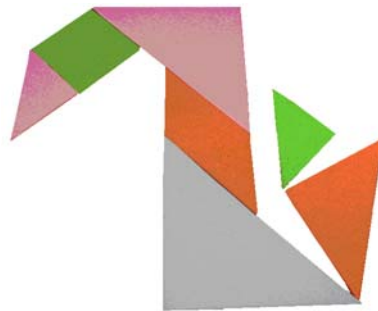
Polígonos (figura del Reto 1): Recuperada el 20 de enero de 2007, de <http://www.terra.es/personal/ijic0000/tangram.htm>

ANEXOS

Anexo A: Solución de los rompecabezas del capítulo 1



El cuadrado



El cisne



El jinete en su caballo



El unicornio

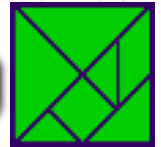


La máscara

Anexo B: Taller aplicado a profesores en formación



UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS
TRABAJO DE GRADO
CRISTIAN GARCÍA - SERGIO MORENO



Polígonos con el Tangrama

TEMAS: EL TANGRAMA. EL JUEGO CON EL TANGRAMA. FORMACIÓN DE POLÍGONOS CON EL TANGRAMA. MEDICIÓN DE ÁREAS. EL TEOREMA DE PITÁGORAS. TRANSFORMACIÓN DE FIGURAS.

OBJETIVOS:

- RECONOCER LAS 7 PIEZAS DEL TANGRAMA.
- FORMAR POLÍGONOS CON EL TANGRAMA.
- IDENTIFICAR LAS CUALIDADES DE ALGUNOS POLÍGONOS DADOS.
- COMPARAR ÁREAS DE POLÍGONOS USANDO COMO UNIDAD DE MEDIDA UN TP.
- VERIFICAR EL TEOREMA DE PITÁGORAS CON EL TANGRAMA.

MATERIALES: LAS 7 PIEZAS DE UN TANGRAMA ELABORADO EN FOAMI.

RETO 1: EXPLORANDO

EL TANGRAMA ES UN ROMPECABEZAS CON EL CUAL SE PUEDEN FORMAR DIFERENTES FIGURAS. SE DEBE TENER EN CUENTA QUE HAY QUE UTILIZAR EN CADA FIGURA TODAS LAS SIETE PIEZAS Y NO SE DEBE PONER UNA SOBRE OTRA.

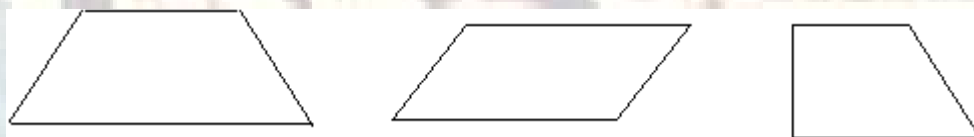
FORMAR LOS POLÍGONOS DE LA DERECHA CON EL TANGRAMA.



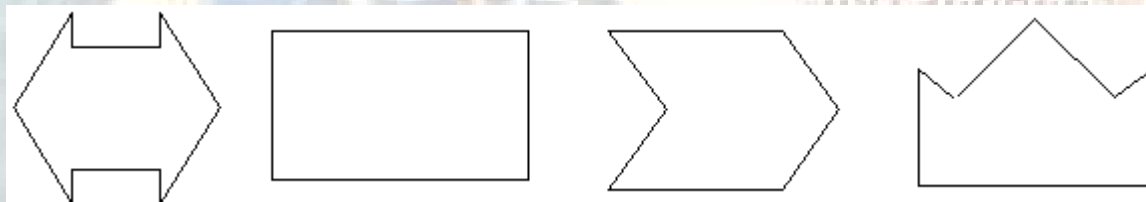
RETO 2: CONSTRUCCIÓN DE POLÍGONOS

A. CON LOS DOS TRIÁNGULOS PEQUEÑOS (TP) Y EL ROMBO (R) CONSTRUYE UN TRIÁNGULO, UN RECTÁNGULO Y UN ROMBO.

B. ELABORA CON PIEZAS DEL TANGRAMA PARALELOGRAMOS Y TRAPECIOS COMO LOS SIGUIENTES:



C. UTILIZANDO EL CUADRADO (C) Y LOS DOS TP, CONSTRUYE LAS FIGURAS QUE SE INDICAN:



D. UTILIZANDO R, C Y LOS DOS TP, CONSTRUYE LA SIGUIENTE FIGURA:

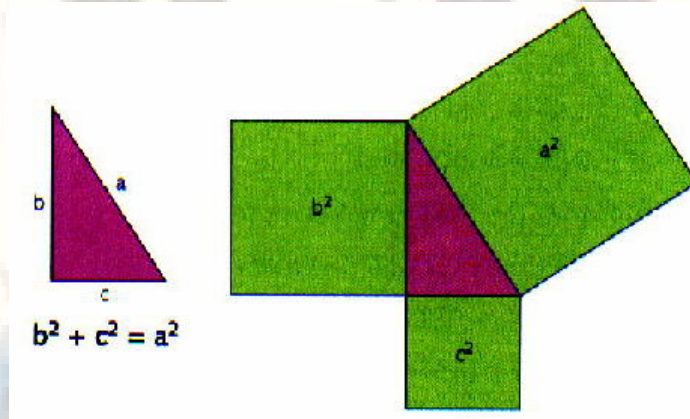


E. MEDIDA DE ÁREAS: CONSTRUYE LOS SIGUIENTES POLÍGONOS:

- UN CUADRADO DE ÁREA 8 TP.
- UN TRAPECIO DE ÁREA 6 TP.
- UN HEXÁGONO DE ÁREA 5 TP.
- UN PENTÁGONO DE ÁREA 6 TP.

RETO 3: MEDICIÓN, MODELOS Y TRANSFORMACIONES

A. TEOREMA DE PITÁGORAS: COMPRUEBA CON LAS PIEZAS DEL TANGRAMA EL TEOREMA DE PITÁGORAS. (SE VAN A NECESITAR LAS PIEZAS DE DOS JUEGOS DE TANGRAMAS).



B. ACTIVIDADES DE TRANSFORMACIÓN: FIGURAS EQUIVALENTES.

- FORMA UN TRAPEZIO ISÓSCELES CON C Y LOS DOS TP.
- TRANSFORMA EL TRAPEZIO CONSTRUIDO EN UN RECTÁNGULO MOVIENDO UNA SOLA PIEZA.
- TRANSFORMA EL RECTÁNGULO EN UN PARALELOGRAMO MOVIENDO UNA SOLA PIEZA.

RETO 4: JUEGOS

A. MÁS FIGURAS GEOMÉTRICAS: CONSTRUIR LAS SIGUIENTES FIGURAS:



B. JUEGO INTERACTIVO: PUEDES DESCARGAR EL TANGRAMA INGRESANDO A LA PÁGINA <http://enebro.cnice.mecd.es/~jhep0004/Paginas/MariaCar/juegos.htm> Y HACIENDO CLIC SOBRE Juego interactivo.