DESARROLLO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

BUCARAMANGA

2017

DESARROLLO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

Proyecto de Grado presentado como requisito para optar el título de Magíster en Pedagogía

Director

JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

Dr. en Didáctica de la Matemática

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA

BUCARAMANGA

2017

DEDICATORIA

A Dios, por su infinita bondad, porque su mano poderosa siempre estuvo allí para ayudarme y para permitirme ver la realización de este sueño.

Gracias Señor, porque has permitido que hoy sienta orgullo en el corazón al recibir el mayor de los honores: ser egresado UIS.

Ni la hoja de un árbol se mueve sin tu voluntad. Bendito seas Señor por tu inmensa bondad.

A ti mi amor, por tu valiosa ayuda, por estar siempre con tus manos generosas, presta a ayudarme. Gracias por tu tiempo, por tus desvelos, por tu aliento en cada momento en que desfallecí. Gracias por animarme, por apoyarme. Sabes que no lo hubiera logrado sin ti. Te amo infinitamente. Este triunfo es nuestro.

A mis abuelos Carlos Julio y Ascensión, quienes no pudieron ver la concreción de este anhelo, sé que desde el cielo se sentirán muy orgullosos del hombre que con tanto cariño y generosidad ustedes formaron.Me hacen mucha falta. Los amo con el alma.

A mis papás Esperanza y Alirio, Me alegra darles un motivo de felicidad, Los quiero con todo mi corazón. A mis hermanas, con quienes además de lazos de sangre nos une la pasión de educar, les dedico esta alegría.

AGRADECIMIENTOS

Mil gracias al Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal, por su exigencia constante, por sus enseñanzas y orientaciones. Es un honor haber sido formado por un profesional de tan altas calidades.

A los maestros formadores en esta experiencia porque de cada uno de ellos aprendí valiosas enseñanzas. Sus semillas caen en campo fértil. Mil y mil gracias por tanto.

A mis queridos y entrañables amigos: John, Lorena, Yamile, Gerardo, Yadira y Lydia de quienes me llevo imborrables momentos. Gracias por hacer de esta etapa, una muestra decorosa de amistad, apoyo y cariño. Los llevo en el corazón.

Al señor rector Ángel Edelmiro Ortega Rubio, por su apoyo incondicional. Por ser una persona tan humana y generosa. Gran parte de este éxito recae en usted señor rector. Dios le bendiga siempre.   Estoy en deuda con usted. Mil gracias.

A mis queridos niños y comunidad de la escuela rural La Chácara, por haber sido parte fundamental de este proceso.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE TABLAS

LISTA DE GRAFICAS

Pág.

LISTA DE IMÁGENES

Pág.

LISTA DE ANEXOS

Pág.

RESUMEN

TÍTULO: DESARROLLO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO[*]

AUTOR: CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO[**]

PALABRAS CLAVE: PENSAMIENTO ESPACIAL, PROCESO DE COMUNICACIÓN, HABILIDADES COMUNICATIVAS, SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA, SECUENCIA DIDÁCTICA.

DESCRIPCIÓN

Este proyecto de investigación acción de enfoque cualitativo, tiene como objetivo fortalecer el proceso de comunicación en la enseñanza de las matemáticas, a través de resolución de problemas geométricos en un entorno de software de matemática interactiva en los estudiantes del grado 4º y 5º de la escuela rural la chácara del municipio de Santa Bárbara; Quien es hábil al comunicar, puede interpretar y expresar situaciones propias de los contextos matemáticos en un lenguaje determinado y específico. Estas habilidades comunicativas, son acciones relacionadas de manera cognoscitiva que lleva implícito la propia actividad verbal, tales como: expresión oral, justificar, explicar, argumentar, definir, comentar y discutir[1].

Se diseñó una unidad didáctica para fortalecer las habilidades de comunicación matemática: justificar, argumentar, e interpretar a través del software de geometría dinámica. Diseñar una estrategia para analizar los resultados de la incidencia de la herramienta utilizada en el fortalecimiento del proceso de comunicación.

La unidad didáctica constaba de tres secuencias abordando el estudio de tres figuras geométricas: cuadrado, rectángulo y rombo. Las actividades de las secuencias se organizaron teniendo en cuenta las fases del modelo de Van Hiele indagando las habilidades propias del proceso de comunicación mencionadas anteriormente. La mediación pedagógica (software de geometría dinámica) favoreció el abordaje de la enseñanza de la geometría y permitió mejorar el ambiente de aula.

Finalmente, se les aplicó una prueba final para verificar el desarrollo de las habilidades de representación y según los resultados obtenidos, se evidenció un progreso notable en dichas habilidades y la adquisición e interpretación de los conceptos de las propiedades de los cuadriláteros.

---

[*] Proyecto de Grado.

[**] Facultad de Ciencias Humanas. Escuela de Educación. Maestría en pedagogía. Director: Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal,

[1] FAUSTINO, Arnaldo; DEL POZO, Emilia; ARROCHA, Olaysi. Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática. Editado para la Fundación Universitaria Andaluza Inca Garcilaso para Eumed, net. Disponible en http://www.eumed. Net/libros-gratis/2013/1279/Index.htm, 2013.

ABSTRACT

TITLE: DEVELOPMENT OF THE COMMUNICATION PROCESS IN THE TEACHING AND LEARNING OF GEOMETRY WITH MEDIATION OF INTERACTIVE MATHEMATICAL SOFTWARE∗

AUTHOR: CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO∗∗

KEY WORDS: SPACE THINKING, COMMUNICATION PROCESS, COMMUNICATIVE SKILLS, DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE, DIDACTIC SEQUENCE.

DESCRIPTION

This action research project of qualitative focus aims to strengthen the communication process in mathematics teaching, through resolution of geometric problems in an interactive mathematics software environment in the 4th and 5th grade students of the school rural the farmhouse of the municipality of Santa Bárbara; Who is able to communicate, can interpret and express situations specific to mathematical contexts in a specific and specific language. These communicative abilities are cognitively related actions that involve the verbal activity itself, such as: oral expression, justify, explain, argue, define, comment and discuss.

A didactic unit was designed to strengthen the mathematical communication skills: to justify, to argue, and to interpret through the software of dynamic geometry. Design a strategy to analyze the results of the impact of the tool used in strengthening the communication process.

The didactic unit consisted of three sequences addressing the study of three geometric figures: square, rectangle and rhombus. The activities of the sequences were organized taking into account the phases of Van Hiele model investigating the skills of the communication process mentioned above. The pedagogical mediation (software of dynamic geometry) favored the approach of the teaching of geometry and allowed to improve the atmosphere of classroom-

Finally, a final test was applied to verify the development of the representation abilities and according to the obtained results, a remarkable progress in these abilities was evidenced and the acquisition and interpretation of the concepts of the properties of the quadrilaterals.

∗ Degree Project.

∗∗ Faculty of Human Sciences. School of Education. Master's in pedagogy. Director: Dr. Jorge Enrique Fiallo Leal, FAUSTINO, Arnaldo; OF THE POZO, Emilia; ARROCHA, Olaysi. Epistemological foundations that intervene in the development of mathematical communication. Edited for the Andalusian University Foundation Garcilaso Inca for Eumed, net. Available at http: //www.eumed. Net / books-free / 2013/1279 / Index.htm, 2013.

INTRODUCCIÓN

En el ámbito educativo es muy común escuchar el término “competencia”, sin que verdaderamente se dimensione su alcance. Es por eso que hay un espacio en el desarrollo de la presente investigación, para aclarar la implicación que tiene este vocablo en el ámbito del conocimiento matemático. Esta expresión (competencia), suele emplearse indistintamente con otras tales como proceso, pensamiento, metodología, etcétera, que guardan rigurosas diferencias entre sí. En todo caso, la interacción de estas, aunque distintas en su esencia, potencia procesos para que alguien pueda ser competente matemáticamente.

En términos prácticos, ser competente en este campo, es aplicar lo que sabe. Para ser hábil en matemática hay que emplear los números, los algoritmos, los símbolos, razonar y resolver problemas relacionados con su cotidianidad. La conjunción de los procesos matemáticos es lo que da la idoneidad en esta materia.

En ese sentido, esta investigación, busca potenciar el proceso de comunicación matemática, a través de la resolución de problemas geométricos, usando herramientas tecnológicas. Así mismo, se pretende, revaluar las estrategias metodológicas y pedagógicas docentes, dándole a esta tarea un nuevo enfoque. El trabajo de investigación se basa en las siguientes consideraciones:

Desarrollo del trabajo por procesos, a través del planteamiento de actividades concretas para fortalecer en este caso en particular, el de la comunicación matemática.

Conseguir que los estudiantes puedan llegar a explicar un determinado procedimiento, al realizar construcciones geométricas, de manera que puedan plantear argumentos o conjeturas de tipo verbal sobre polígonos geométricos.

Brindar espacios pedagógicos para el trabajo cooperativo, donde los estudiantes puedan escuchar las estrategias de sus pares y expresar las propias en lenguaje matemático, donde sean capaces de explicar el procedimiento realizado al resolver un ejercicio, etcétera, como estrategia para fortalecer las habilidades básicas de la comunicación matemática.

Usar un software de geometría dinámica, con actividades propias del pensamiento geométrico, teniendo en cuenta que en la institución educativa en la que se va a realizar la investigación, hay debilidades en este aspecto (según lo evidencian los resultados de las pruebas saber), y predomina para los docentes en la orientación de sus clases, el trabajo con el pensamiento numérico.

El eje de la investigación es el proceso de comunicación, dado que éste se relega muchas veces en la práctica pedagógica (ganando mayor atención procesos como el de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos algorítmicos) y debe cobrar la relevancia que tiene para la comprensión de la matemática, en la medida en que estimula la capacidad de verbalizar el lenguaje propio de la materia, ayuda a comprender el significado de los símbolos y emplea este lenguaje para representar, razonar y resolver situaciones problemáticas cotidianas.

El hecho de restringirnos por no tener un argot adecuado en este campo, limita y dificulta el proceso de enseñar y aprender matemáticas. No poder comprender el mensaje que esos símbolos escritos nos están tratando de comunicar, nos impide comprender y aprender matemáticas.

Cuando no se es hábil comunicativamente en el uso del sistema matemático (símbolos, diagramas, algoritmos, notaciones, etc.), la dificultad para aprender la materia está casi asegurada.

Este trabajo de investigación acción pretende fortalecer habilidades del proceso de comunicación tales como argumentar, decodificar, explicar, interpretar, entre otras, a través de resolución de problemas en un entorno de software de matemática interactiva, porque creo que este proceso es clave para la comprensión y el alcance de la competencia matemática.

1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

La competencia matemática es aquella que integra varios procesos como son:

- Modelar procesos y fenómenos de la realidad
- Resolución de problemas
- Razonamiento y formulación
- Comparación y ejercitación
- Comunicación

En ese sentido, se tiene en cuenta el desarrollo de cada uno de estos procesos para lograr ser competente matemáticamente. En especial, se busca fortalecer aquellos en los que, de acuerdo a las pruebas saber, los estudiantes muestran deficiencias o bajo desempeño.

Es así como los niveles de desempeño del año 2014, muestran que casi la mitad de los estudiantes (45%) del grado tercero en matemáticas, se encuentran en desempeño mínimo e insuficiente.

De la misma manera, el resultado de la prueba indica que hay debilidades en el proceso matemático de la comunicación, como se puede observar en la siguiente lectura de resultados.

Lectura de resultados procesos matemáticos en estudiantes de tercer grado en el año 2014.

En comparación con los establecimientos educativos que presentan puntajes promedio similares, en el área y grado evaluado, el establecimiento es relativamente:

- Fuerte en Razonamiento y argumentación
- **Débil en Comunicación, representación y**

En cuanto a los pensamientos matemáticos, hay una debilidad en el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes del grado tercero (ver tabla de anexos). Esto se evidencia en la siguiente lectura de resultados de pruebas saber para el año 2014

Lectura de resultados matemáticos en estudiantes de tercer grado en el año 2014.

En comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedio similares en el área y grado, su establecimiento es, relativamente:

- Similar en el componente Numérico-variacional
- **Débil en el componente Geométrico-métrico**
- Fuerte en el componente Aleatorio

El panorama es menos alentador si se observan los niveles de desempeño del año 2014, los cuales muestran que el 66% de los estudiantes del grado quinto en matemáticas, se encuentran en desempeño mínimo e insuficiente.

El resultado de la prueba para el grado quinto, indica que persisten las debilidades en el proceso matemático de la comunicación, acorde a esta lectura de resultados:

Lectura de resultados

En comparación con los establecimientos educativos que presentan puntajes promedio similares, en el área y grado evaluado, el establecimiento es relativamente:

- Fuerte en Razonamiento y argumentación
- **Débil en Comunicación, representación y modelación**
- Fuerte en Planteamiento y resolución de problemas

En cuanto a los pensamientos matemáticos, hay una debilidad en el desarrollo del pensamiento numérico y aleatorio, aunque hay fortaleza en el pensamiento geométrico en los estudiantes del grado quinto.

Acorde a lo reseñado en los resultados de las pruebas saber para los estudiantes de los grados: tercero y quinto, uno de los procesos que tendría que mejorar para adquirir la competencia matemática, es el de la comunicación y uno de los pensamientos que debería fortalecerse con el mismo objetivo es el pensamiento geométrico. Es por ello, que se observará la incidencia que en este sentido tenga sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje, el uso de herramientas tecnológicas como es el caso del software interactivo GEOGEBRA.

1.1 LA PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN

Teniendo en cuenta que los problemas de investigación surgen esencialmente de: interrogantes aun no resueltos, inconsistencias en resultados de investigaciones sobre un mismo fenómeno, o comunidad, vacíos de conocimiento, necesidad de comprobar una teoría o la existencia de determinados hechos, para los cuales no se cuenta con la explicación que de razón de su ocurrencia o como en este caso, **necesidad de resolver una problemática que afecta a una población**, la pregunta de investigación es:

¿De qué manera se puede fortalecer el proceso de comunicación matemática y potenciar el pensamiento geométrico a través de la resolución de problemas, usando herramientas tecnológicas?

La pregunta de investigación ha sido formulada, basada en las siguientes preguntas orientadoras:

- ¿Qué actividades pedagógicas se pueden planear para fortalecer el proceso de comunicación?
- ¿Qué incidencia tiene el software de geometría dinámica en la resolución problemas matemáticos?
- ¿De qué manera se pueden fortalecer las habilidades propias del proceso de comunicación para lograr la competencia matemática?

2. JUSTIFICACIÓN

En el contexto matemático, la comunicación "es un proceso que implica reconocer el lenguaje propio de esta área, usar las nociones y procesos matemáticos en la comunicación, reconocer sus significados, expresar, interpretar y evaluar ideas matemáticas, construir, interpretar y ligar representaciones, producir y presentar argumentos"[2].

La comunicación es la esencia de la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación de las matemáticas. Es importante abordar o estudiar este problema porque si se desarrolla esta competencia, los estudiantes podrán:

- Adquirir seguridad para hacer conjeturas, para preguntar por qué, para explicar su razonamiento, para argumentar y para resolver problemas.

- Motivarse a hacer preguntas y a expresar aquellas que no se atreven a exteriorizar.

- Discutir, escuchar y socializar frecuentemente sus ideas matemáticas con otros estudiantes en forma individual, o en pequeños grupos.

[2] Ministerio de Educación Nacional (1998). Estándares Básicos de calidad en Matemáticas y Lenguaje. MEN. Bogotá.

- Transformar el lenguaje de la vida diaria al lenguaje de las matemáticas y la tecnología.

La investigación se asumió para buscar el fortalecimiento del proceso de comunicación matemática, mediante el uso de software de geometría dinámica basada en las siguientes consideraciones:

2.1 FORTALECIMIENTO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA

A través de esta propuesta de investigación, se busca impactar la institución educativa mediante la mejora del currículo. Esto, se logrará en la medida en que se logren implementar estrategias metodológicas que conlleven fortalecer los procesos matemáticos.

Mediante el análisis de los resultados de las pruebas saber en matemáticas y el índice sintético de calidad, se pudo determinar cuáles son los aspectos sujetos de ser fortalecidos en los estudiantes de primaria del Instituto Técnico Agrícola Rafael Ortiz González del municipio de Santa Bárbara, como son los de pensamiento geométrico y el proceso de comunicación matemática. Si se implementan estrategias para fortalecer estos aspectos que muestran un bajo desempeño en los estudiantes, si son aplicadas por todos los docentes de matemáticas de la institución y si es recurrente la discusión para el fortalecimiento curricular en esta materia, los resultados de las pruebas saber a mediano plazo, deberían mostrar, de manera paulatina, un positivo repunte.

2.2 HACER DEL DOCENTE UN COMUNICADOR DE MATEMÁTICAS

Una de las características del docente del área de matemáticas es que debe ser un gran comunicador, haciendo contrapeso a la resistencia que genera esta área en el estudiantado, con la manera novedosa y entusiasta con la que el profesor logra "transmitir" los conocimientos. Si el docente no tiene la facilidad de comunicar matemáticas a través de un lenguaje propio del área, difícilmente el estudiante aprehenderá los conceptos y terminará simplemente replicándolos de manera mecánica por repetición.

2.3 DAR RELEVANCIA AL PROCESO DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

Uno de los propósitos implícitos de la investigación es abrir espacios pedagógicos necesarios para que los estudiantes usen las habilidades comunicativas, durante el proceso de aprendizaje de los contenidos propios de la asignatura. No es un secreto, que en el quehacer pedagógico prima en los currículos, planeaciones y actividades de aula, aquellas tendientes a fortalecer el proceso de formulación, comparación y ejercitación de procedimientos algorítmicos.

Pasan entonces los conceptos matemáticos a ser manejados desde una óptica cognitiva, siendo soslayados aquellos de tipo procedimental y/o actitudinal y por ende, se dejan de lado aspectos de relevancia para la enseñanza de la asignatura, entre ellos el proceso comunicativo. Este proceso, mirado solo desde lo cognitivo se ve limitado y restringido, y se evidencia más en la intervención permanente del docente que en la del estudiante, de la cual se esperaría fuera frecuente y constructora de conocimiento.

Camacho y Sáenz, plantean que "es necesario reconocer que algunos docentes en servicio tienen problemas para comunicar o comunicarse, bien por el desconocimiento de las acciones que puede desplegar en pro de una comunicación eficaz, o bien por causas asociadas a su personalidad, o bien por la manera de posicionarse ante el fenómeno de la comunicación"[3].

Se nota más claramente el dominio o la carencia de la comunicación en la resolución de problemas, donde los estudiantes tienen oportunidad de leer, escribir y discutir ideas para las que el uso del lenguaje matemático es esencial. Se pretende rescatar a través del proyecto de investigación las habilidades comunicativas en la resolución de problemas, al potenciar las habilidades propias del proceso de comunicación matemática como son: definir, demostrar, identificar,

---

[3] CAMACHO, S. Y SÁENZ, O. (2000): Técnicas de Comunicación Eficaz para Profesores y Formadores, Alcoy, Editorial Marfil

interpretar, graficar, resolver, comparar, modelar, algoritmizar, calcular, optimizar y aproximar a través del software de geometría dinámica.

2.4 INTERACCIÓN CON SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA

Las herramientas educativas tecnológicas multimedia, son valiosos instrumentos que, al ser bien empleados, ayudan a fortalecer el currículo (uno de los propósitos de la presente investigación) y a facilitar la apropiación de conceptos matemáticos, ya que no es suficiente con contextualizar este conocimiento. En ese orden de ideas, el software de geometría dinámica, es una herramienta que permite no sólo contextualizar el conocimiento sino evidenciarlo. Por más escrupulosidad que se tenga a la hora de construir gráficamente una figura geométrica, lo hecho en el tablero o el papel, carece de precisión en aspectos tales como longitudes, áreas, simetría y demás propiedades de una figura de esa naturaleza. En cambio, si se utiliza un software, se logra que los estudiantes pasen de hacer una simple representación a hacer una verdadera construcción geométrica donde se evidencian todas sus propiedades.

Si llevamos al contexto matemático el dicho que reza: “una imagen vale más que mil palabras”, podríamos afirmar que una imagen geométrica animada con la que se puede interactuar, es valiosa en términos de aprehensión de conceptos y fortalecimiento de procesos.

El hecho de que se puedan mover las figuras, observar que se conservan sus propiedades, experimentar con ellas viendo que ocurre si se altera una variante, permite:

- Que los conocimientos se construyan, se interioricen y se afiancen.
- Garantizar la inmediatez necesaria en la comprobación y experimentación de procesos.
- Darle un uso al computador diferente al lúdico, dándole cabida a este instrumento en el aula, como facilitador del aprendizaje.
- El fortalecimiento de habilidades de carácter procedimental al lograr hacer construcciones geométricas.

El uso del software de geometría dinámica geogebra según Snir, Smith y Grosslight, presenta las siguientes ventajas[4]:

❖ Permite ilustrar gráficamente la variación del comportamiento de algún objeto geométrico cuando se modifican los valores de ciertos parámetros (algo que se dificulta mucho para replicarlo en un tablero).

❖ El uso de este software incide en el proceso de enseñanza y aprendizaje que se desarrolla en el aula, ya que este instrumento transformará a los estudiantes

[4] Snir, J., Smith, C. y Grosslight, L. (1995). Conceptually enhanced simulations: a computer tool for science teaching. in eds. D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M. M. West, and M. S. Wiske, Software goes to school: teaching for understanding with new technologies, New York: Oxford University Press

de simples replicadores de figuras geométricas a constructores de figuras basados en el uso de las propiedades de estas.

- ❖ Permite que los estudiantes expresen predicciones, hagan conjeturas o expliquen procedimientos al realizar las construcciones geométricas, hechos que evidencian las habilidades comunicativas en los estudiantes.

El auge de las tecnologías computacionales no puede desconocerse y por eso hace parte fundamental de la propuesta investigativa.

3. OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GENERAL

Fortalecer el proceso de comunicación en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a través de resolución de problemas geométricos en un entorno de software de matemática interactiva en los estudiantes del grado 4º y 5º de la escuela rural la chácara del municipio de Santa Bárbara.

3.2 OBJETIVO ESPECÍFICOS

- Resolver problemas a través del software de geometría dinámica como estrategia educativa para facilitar el proceso de aprendizaje matemático.

- Proponer una secuencia didáctica que promueva el desarrollo de las habilidades propias del proceso de comunicación matemática: definir, argumentar, identificar, interpretar, decodificar, graficar, resolver, y comparar a través del software de geometría dinámica.

- Diseñar una estrategia metodológica que permita analizar los resultados de la incidencia del software de geometría dinámica en el fortalecimiento del proceso de comunicación matemática.

4. MARCO DE REFERENCIA

4.1 ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

En este aparte se presentan en el contexto reseñas bibliográficas que hacen referencia a algunas investigaciones realizadas a nivel internacional, nacional y local, con relación al proceso matemático de la comunicación. Pese a que se han encontrado referencias del proceso comunicativo, no en todos los casos, el fortalecimiento de este proceso va acompañado del uso de un software de geometría dinámica. Sin embargo, las presentadas en este documento son las que hasta el momento he encontrado, las cuales aportan ideas y valiosa información para el desarrollo de la propuesta de investigación.

4.1.1 Antecedentes internacionales. A escala internacional[5], en la Universidad Autonomat de Barcelona, en la facultad de ciencias de la educación en España, realizó el proyecto de grado para la obtención del grado de Máster Oficial de iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales titulado: “La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria” en el año 2009.

---

[5] RAMÍREZ, Ángela María. Autonomat de Barcelona. Facultad de Ciencias de la Educación en España Proyecto de grado para la obtención del grado de Máster Oficial de iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales titulado: “La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria” en el año 2009

Esta investigación fue desarrollada en Cataluña con la participación de 24 profesores de matemáticas que ejercen en Educación Secundaria pertenecientes a 13 Institutos. Para la obtención de los datos se aplicó un cuestionario abierto con 9 preguntas relacionadas con el papel que cumple el profesorado en el desarrollo de la Competencia de Comunicación en Matemáticas; los datos obtenidos fueron analizados con base en métodos cualitativos, específicamente confrontándolos con una serie de categorías de análisis establecidas desde la teoría previamente estudiada sobre competencias matemáticas y particularmente sobre el proceso de comunicación.

Las contribuciones más relevantes de esta investigación tienen que ver con lo que entienden los profesores participantes por desarrollar el proceso de comunicación en matemáticas y las estrategias que utilizan para promover su fortalecimiento, encontrando que en la mayoría de los casos los aportes hechos por los profesores participantes están muy cercanos a lo planteado en la literatura existente sobre la competencia de comunicación en matemáticas en España. Como conclusión de este trabajo de investigación, la autora afirma que los profesores relacionan en gran medida el proceso de comunicación como un modo de expresión verbal. Reiteradamente hablan de "capacidad de verbalizar". Reafirman la importancia que tiene el hecho que los alumnos deban saber comunicar de forma precisa y clara sus ideas, explicando procedimientos de ejercicios, siempre utilizando un lenguaje adecuado, que sea entendible por los otros (sus compañeros y el profesor) y que sepan utilizar el lenguaje matemático correcto tanto a nivel escrito como oral. La autora concluye que no se aprecia que los docentes le den importancia a la expresión matemática escrita en los estudiantes, sin embargo, destaca que los profesores participantes en la investigación, brindan en sus clases espacios donde se puede fortalecer la comunicación realizando varias actividades como permitir la discusión de procedimientos, métodos y hallazgo de resultados en la resolución de problemas.

Otro antecedente a escala nacional es el artículo publicado por Alfonso Jiménez Espinosa, Nury Yolanda Suárez Ávila y Sandra María Galindo Mendoza titulado: "La comunicación: eje en la clase de matemáticas", en la revista praxis y saber el 20 de septiembre de 2010. En este artículo los autores consideran el proceso de la comunicación matemática como un aspecto fundamental para el conocimiento, particularmente, en los procesos de enseñanza y aprendizaje. En este sentido, el artículo desarrolla aspectos relacionados con el aprendizaje y la enseñanza en la clase de matemáticas, teniendo como foco central la comunicación, entendida como un proceso de interacción social, en el que se favorecen la negociación de significados, el consenso, el diálogo y el debate, acciones mediante las cuales se alcanzan procesos esenciales para el desarrollo del pensamiento matemático, como la conjeturación y la argumentación. También se analizan diferentes estrategias que permiten convertir el aula de clase en un ambiente vivo de interacciones, donde el sujeto se dota de significado en su interrelación con la cultura del grupo; dichas estrategias se basan en el uso de espacios para el trabajo en grupo, en el debate y la confrontación de interpretaciones y narrativas, y en los cuestionamientos permanentes del profesor[6].

4.1.2 Antecedentes locales. En el ámbito local, Silvia Johanna Rojas Sepúlveda y Sonia Rocío Suárez Cáliz en la Universidad Industrial de Santander, en la facultad de ciencias y pertenecientes a la escuela de matemáticas, realizaron el proyecto de grado para la obtención del grado de Licenciado en Matemáticas, titulada: "Experiencias didácticas con estudiantes de once grado alrededor de sus competencias comunicativas en matemáticas: una alternativa de preparación para el ingreso a la universidad" en el año 2013.

En este trabajo de grado se exponen algunos resultados de una investigación cualitativa que tuvo como objetivo diseñar experiencias que posibilitaron el desarrollo de habilidades comunicativas en estudiantes de grado once y analizar cómo ellas contribuyen en el progreso de su pensamiento algebraico. Se entiende por habilidades comunicativas "la capacidad que tiene las personas de expresar sus ideas hablando y escribiendo, de comprender, de interpretar y de sustentar ideas, además de formular preguntas y producir argumentos persuasivos y convincentes" (MEN 1998). Este estudio surge para atender una problemática en estudiantes de nuevo ingreso a la universidad, quienes en una prueba inicial dejan ver sus respuestas incorrectas y las refieren más a su baja interpretación de

[6] ALFONSO, Nury Yolanda. SUÁREZ Ávila y Sandra María Galindo Mendoza Praxis & Saber. Vol. 1 No. 2 (2010) Pág. 173-202. UPC (Tunja)

enunciados que a la incorrecta aplicación de algoritmos. Para la consecución del objetivo se diseñó e implementó un plan de intervención alrededor de la habilidad para interpretar y la habilidad para explicar con estudiantes de once grado de una institución pública. Las reflexiones resultantes de la aplicación de las actividades posibilitaron un avance en el desarrollo de dichas habilidades en los estudiantes que participaron del plan de intervención, donde ellos reconocieron la importancia de la traducción de expresiones en sus diferentes representaciones para la resolución de problemas.

5. FUNDAMENTO TEÓRICO CONCEPTUAL

5.1 COMPETENCIA MATEMÁTICA

La noción de competencia está vinculada con un componente práctico: “Aplicar lo que se sabe para desempeñarse en una situación”[7] Para el caso particular de las matemáticas, ser competente está relacionado con ser capaz de realizar tareas matemáticas, además de comprender y argumentar por qué pueden ser utilizadas algunas nociones y procesos para resolverlas. Esto es, utilizar el saber matemático para resolver problemas, adaptarlo a situaciones nuevas, establecer relaciones o aprender nuevos conceptos matemáticos[8].

Acerca de la competencia matemática, hay diversas visiones que se relacionan a continuación:

- Significa la habilidad de entender, juzgar, hacer y usar las matemáticas en una variedad de situaciones y contextos internos y externos a las mismas en los cuales las matemáticas juegan o podrían jugar un papel[9].

---

[7] COLOMBIA MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. MEN. Bogotá. 2006

[8] Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, pág. 56

[9] NISS, M. (2003). «Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project». En: A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds). Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education. Atenas: Hellenic Mathematical Society. P. 115-124.

- La competencia matemática es la habilidad para utilizar sumas, restas, multiplicaciones, divisiones y fracciones en el cálculo mental o escrito con el fin de resolver diversos problemas en situaciones cotidianas. El énfasis se sitúa en el proceso y la actividad, aunque también en los conocimientos.

La competencia matemática entraña —en distintos grados— la capacidad y la voluntad de utilizar modos matemáticos de pensamiento (pensamiento lógico y espacial) y representación (fórmulas, modelos, construcciones, gráficos y diagramas). (COMISIÓN DE COMUNIDADES EUROPEAS 2005)

- GODINO, afirma que la competencia matemática general se refiere a las capacidades de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar eficazmente cuando enuncian, formulan y resuelven problemas matemáticos en una variedad de dominios y situaciones[10].

- La competencia es la capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego[11].

---

[10] GODINO, J.D. (2002). Perspectiva Ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática

[11] Education at a glance 2008: OCDE INDICATORS ISBN 978-92-64- 046283 © OECD 2008 OCDE, 2008

En síntesis, ser competente en matemáticas, es aplicar lo que sabe, capaz de demostrar habilidad para la comunicación matemática, utilizar los números, desarrollar algoritmos, representar con símbolos numéricos o algebraicos, razonar y poder resolver problemas relacionados con su cotidianidad. La fusión de los procesos matemáticos es la que nos lleva a la competencia en esta materia.

5.2 EN CUANTO AL PROCESO DE COMUNICACIÓN MATEMÁTICA

Ya sea por su propia complejidad, por la misma resistencia que la asignatura genera en los estudiantes o por predisposición, las matemáticas se hacen difíciles de aprender (no por temas o grados en particular), en general, es una premisa que está presente a lo largo de la interacción de los estudiantes con la materia a lo largo de la etapa escolar.

Al abordar la relación docente-estudiante como un acto comunicativo, y a la luz de una autoevaluación de la práctica docente, se descubren situaciones que dan respuestas a las dificultades del aprendizaje de los estudiantes como las siguientes:

- ✓ En el acto comunicativo prevalece mayormente la intervención del docente.
- ✓ En la relación docente-estudiante se hablan lenguajes diferentes.
- ✓ La matemática aparece como una representación simbólica, carente de valor y significado para el estudiante.

Hay que decir que las matemáticas a pesar de no ser un lenguaje, se ha creado uno propio con el que ellas pueden comunicarse, con el que se expresan y representan, se leen y se escriben. La adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas ha de ser una tarea acuciosa y cuidadosa para quien quiere ser competente, pues su manejo puede fomentar la discusión frecuente sobre representaciones y simbolizaciones y propiciar el trabajo colectivo.

Quien es hábil al comunicar, puede interpretar y expresar situaciones propias de los contextos matemáticos en un lenguaje determinado y específico. Estas habilidades comunicativas en la solución de un problema matemático, son acciones relacionadas de manera cognoscitiva que lleva implícito la propia actividad verbal, tales como: audición y expresión oral, resumir, argumentar, definir, dialogar, comentar y discutir[12]

En correspondencia con los enfoques didácticos procesuales, autoridades en la materia, manifiestan que "La comunicación para el proceso de aprendizaje de las matemáticas es un componente esencial, porque a través de la comunicación, los estudiantes reflexionan, clarifican y amplían sus ideas y la comprensión sobre las relaciones y razonamientos matemáticos"[13].

---

[12] FAUSTINO Arnaldo, DEL POZO Gutiérrez Emilia, ARROCHA Rodríguez Olaysi. Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática. Málaga: 2001.
[13] Ministry of Education Ontario, 2005

La comunicación matemática no es un proceso aislado, más bien, está ligado a otros como plantear y resolver problemas, en donde se estructuran actividades secuenciales con base a preguntas, respuestas y razones; formalizar representaciones matemáticas a través de la reflexión, como herramienta para resolverlos; y se dan debates necesarios para el proceso de mejora con base en argumentaciones.

Así las cosas, la comunicación matemática no trata de responder a las preguntas planteadas por el profesor con palabras, números, imágenes y símbolos, sino que trata de crear argumentos matemáticos en los cuales los símbolos, las expresiones numéricas, los diagramas y demás representaciones, son vistas como elementos clave para la promoción de las habilidades propias de este proceso tales como definir, identificar, interpretar, graficar, resolver, comparar, modelar, algoritmizar, calcular, y todo esto con la mediación del software de geometría dinámica.

Si se estimulan las habilidades propias del proceso comunicativo matemático, los estudiantes sentirán confianza al momento de expresar su pensamiento frente a los compañeros cuando surjan inquietudes o cuando sus compañeros argumenten procesos de solución de un problema determinado. De esta manera, con la confianza de hablar un mismo lenguaje (el matemático), el aula se transforma en un espacio para el aprendizaje cooperativo, donde todos tienen la oportunidad de hablar y participar activamente, presentando sus argumentos (sencillos o complejos), en términos que sean de igual comprensión para todos, sin dar espacio a otras interpretaciones. Se logra concordancia con el planteamiento del MEN (1998) según el cual, “los estudiantes están comunicando matemáticas cuando trabajan en grupos cooperativos, cuando explican un algoritmo para resolver ecuaciones, cuando construyen y explican una representación gráfica de un fenómeno del mundo real o cuando propone conjeturas sobre una figura geométrica”. “No puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación”[14].

5.3 EN CUANTO AL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO

El pensamiento espacial, debe ser entendido como “… el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales”[15].

No sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar en él, sino que, como disciplina científica, descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad[16].

---

[14] DUVAL, R. (1992). Gráficas y ecuaciones. La articulación de dos registros antología en educación matemática Cinvestav. IPN. México.

[15] Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá

[16] Recogiendo las ideas del Documento de Discusión del estudio del ICMI, Perspectivas de la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI. Mammana y Villani, p. 338.

Siendo entonces un instrumento tan importante en el conocimiento matemático, se busca fortalecerlo, pues una de las insuficiencias que se detecta a través de los resultados de las pruebas saber, mediante charlas con docentes de la institución y a la luz de los planes de asignatura desactualizados, es la pobre vinculación que se realiza en los grados de la enseñanza primaria con los conocimientos que ya posee el niño sobre el mundo tridimensional.

Al concluir su ciclo de educación básica primaria, los estudiantes deben disponer de conocimientos y habilidades geométricas básicas: reconocer las figuras y cuerpos geométricos elementales en objetos del medio y en modelos y algunas de sus características esenciales, y poder medir y trazar utilizando los instrumentos correspondientes[17].

Estas habilidades por supuesto, se logran de manera sistemática, organizada y aumentando el nivel de profundidad en los conocimientos de geometría en los distintos niveles escolares.

Sin embargo, para este caso en particular se observa que difícilmente en la institución educativa Rafael Ortiz González se alcanzaría este propósito por cuanto:

[17] Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá

- No existe un plan de estudios debidamente estructurado para el área de matemática.

- No existen planes de asignatura donde esté incluido en los contenidos el pensamiento geométrico.

- Cuando los docentes desarrollan secuencias temáticas de geometría, lo hacen de manera aislada, sin un hilo conductor, sin herramientas adecuadas y sin material de apoyo, por tanto los conceptos no quedan aprendidos, sino simplemente “vistos”.

Estas dificultades que se detectan, generan vacíos de conocimiento en los estudiantes. La falta de un plan estructurado para el área, así como la enseñanza de la geometría sin material pedagógico o estrategias metodológicas acordes para tal fin, retrasa el desarrollo de la competencia que deben tener los estudiantes en aspectos tales como:

- Resolver problemas geométricos reconociendo figuras y cuerpos geométricos, sus características y propiedades esenciales, especialmente aquellos que son simétricos.
- Solución de ejercicios de reconocimiento, cálculo y argumentación
- Diferenciar atributos y propiedades de objetos tridimensionales.

- Dibujar y describir cuerpos o figuras bidimensionales en distintas posiciones y tamaños.
- Reconocer nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad en distintos contextos y su condición relativa con respecto a diferentes sistemas de referencia.
- Representar el espacio circundante para establecer relaciones espaciales.
- Reconocer y aplicar traslaciones y giros sobre una figura.
- Reconocer y valorar simetrías en distintos aspectos del arte y el diseño.
- Reconocer congruencia y semejanza entre figuras (ampliar, reducir).
- Realizar construcciones y diseños utilizando cuerpos y figuras geométricas tridimensionales y dibujos o figuras geométricas bidimensionales.

Desarrollar habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en el espacio[18].

5.4. HABILIDADES MATEMÁTICAS

Las habilidades matemáticas, son aquellas que se construyen durante la realización de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático. Con base en el criterio del análisis del concepto de habilidad matemática y la implicación que tienen estas en la resolución de problemas, se puede establecer que la habilidad matemática es un constructo del estudiante que

[18] Ibit.

le permite en su interacción con la matemática construir o emplear conceptos, propiedades, procedimientos matemáticos, establecer relaciones de conexidad entre datos, utilizar procedimientos, conjeturar, plantear estrategias o sustentar hipótesis necesarias para llegar a la solución de un problema matemático[19].

Las habilidades determinan por tanto, en el contexto de la resolución de problemas, el nivel de capacidad del estudiante de encontrar alternativas de solución, cuando éste emplea su habilidad de elegir una estrategia, establecer un procedimiento, predecir un resultado y poner de manifiesto su conocimiento en las diferentes formas de representación y empleando un lenguaje matemático apropiado.

Las habilidades matemáticas no son entes aislados que se desarrollan de manera individual, sino que hacen parte de un engranaje que se integra en un contexto determinado, que dará al estudiante en la medida de su potencial, la competencia matemática.

5.4.1 Habilidades propias del proceso de comunicación y de la enseñanza de la geometría. La manera como los estudiantes observan figuras, descubren sus propiedades y hacen construcciones geométricas, se va modificando en la medida en que se propongan actividades tendientes al desarrollo de ciertas

[19] RIZO CABRERA, Celia; CAMPISTROUS PÉREZ, Luis. Aprendizaje y geometría dinámica en la escuela básica. Ciencia y sociedad. 2003.

habilidades propias del pensamiento geométrico. La escuela debe romper (como ya se ha mencionado) con el marcado interés por actividades de ejercitación algorítmica, pues "ese interés en particular por desarrollar lo aritmético en los estudiantes, al parecer se debe a que los docentes aún consideran que los niños no están capacitados para pensar de manera abstracta antes de una edad determinada y que se presentan en estadios definidos en la evolución del pensamiento"[20].

Critica el énfasis que se le da a la geometría para hacer demostraciones de tipo formal, exigiendo para ello un elevado nivel de comprensión, y de capacidad mental. Es por eso que plantea que la enseñanza de la geometría debe fomentar el desarrollo de habilidades entre las que se destacan[21]:

5.4.1.1 Habilidades Visuales. Hacen referencia a la capacidad de conseguir información a partir de las observaciones que el estudiante haga, bien sea de objetos reales o de sus representaciones, para resolver problemas o probar propiedades. Estas habilidades permiten reconocer las propiedades de las figuras o para clasificarlas.

5.4.2 Habilidades de Comunicación. Estas habilidades comprenden la capacidad de interpretar, entender y comunicar información geométrica, ya sea a

[20] GATTEGNO, caleb, for the teaching of elementary mathematics. Cuisenaire company of america. 1964
[21] HOFFER,a.(1990). "La geometría es más que demostración". Notas Matemáticas. 29, 10-24

través de una representación gráfica o de forma escrita, a través del uso de símbolos y léxico propios de la geometría. Estas habilidades se evidencian al interpretar la información de un problema para empezar a resolverlo y al discutir con los compañeros las posibles estrategias de resolución del mismo. A continuación se hace referencia específica de cada una de ellas.

5.4.2.1 Habilidad de Explicación. De acuerdo a la real academia de la lengua española, explicar tiene varias acepciones:

- Declarar, manifestar, dar a conocer lo que se piensa.
- Dar a conocer la causa o motivo de algo.
- Declarar o exponer cualquier materia, con palabras muy claras para hacerlos más perceptibles.

Acorde con estos significados, explicar implica hacer claridad acerca de un fenómeno o situación determinada. Matemáticamente, también se encuentran varios aportes en cuanto a la habilidad de explicar. Es así como se considera a la explicación como la idea primaria de la cual se desprenden la prueba y la demostración[22]. Por su parte[23], dice que la explicación es una actividad reflexiva en relación a otra, es decir, se convierte la explicación en un medio para entrelazar o unir ideas, dando una o más razones para la comprensión de un dato, un

[22] BALACHEFF, Nicolás. Entornoos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional. Grao, 2000. P. 91-108
[23] DUVAL, R. (1999). Argumentar, demostrar, explicar. ¿Continuidad o ruptura cognitiva? México: grupo Editorial Iberoamérica

fenómeno o un resultado. Por último, los estándares [24]hacen referencia a la explicación, como dar claridad a las respuestas de un determinado procedimiento, empleando un lenguaje cada vez más riguroso en la medida del avance del nivel escolar en que estos se encuentren.

Cuando el propósito de la clase, corresponde a evidenciar la habilidad de explicación, se procura que los estudiantes expresen de manera oral y escrita, utilizando un lenguaje matemático las estrategias, predicciones, conjeturas y resultados al enfrentarse a la resolución de un problema matemático.

5.4.2.2 Habilidad de Interpretación. Para Niño Rojas la interpretación es un hecho que consiste en captar una información que está presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo.

Para Hernández, interpretar es atribuir significado a las expresiones matemáticas de modo que estas adquieran sentido en función del propio objeto matemático o en función del fenómeno o problemática real de que se trate.

[24] NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM

Interpretar implica ciertos procesos de pensamiento, y para el desarrollo de esta habilidad se requiere que cuando el estudiante se enfrente a un problema matemático necesite:

- Determinar de qué trata el problema, haciendo una lectura general del mismo.
- Identificar y definir las variables que intervienen en la situación.
- Discriminar el texto informativo del texto imperativo. Generalmente, la estructura de una situación problema está formada por dos tipos de textos: el informativo y el imperativo. El informativo, es el texto que contiene la información del problema y el texto imperativo es aquel que señala lo que se debe buscar. Por norma, el texto imperativo se puede identificar por llevar signos de interrogación o por comenzar con expresiones imperativas tales como: determinar, encontrar, calcular, hallar, entre otras.

- Identificar las relaciones entre las variables involucradas en la situación.
- Hacer un esquema, o “traducir” los pasos anteriores en un sistema de representación[25].

5.4.2.2 Habilidad de Justificación. La palabra justificar es un término que presenta un uso idiomático recurrente y aplicado en diversas situaciones. Se

[25] VÍCTOR MIGUEL NIÑO ROJAS, LOS procesos de comunicación y del lenguaje, Bogotá, ECOE, 1985, 342 Págs.

refiere al proceso de demostrar una cosa con pruebas, a explicar un accionar o un comportamiento con base en ciertos motivos.

Cuando se sustentan con argumentos matemáticos algún procedimiento, con el fin de lograr adhesión, se está justificando[26].

La justificación hace referencia a las actividades y procesos mediante los cuales respalda una afirmación, manifiesta el porqué de un proceso, admite o refuta una conclusión por medio de razones relevantes como la realización de un procedimiento, el planteamiento de una estrategia determinada y la utilización de un contraejemplo para lograr convencimiento o adhesión a sus tesis.

5.4.2.3 Habilidad de Argumentación. Esta habilidad es fundamental no solo para el desarrollo del pensamiento matemático, sino para organizar y plantear secuencias, formular conjeturas y corroborarlas, así como establecer conceptos, juicios y razonamientos que den sustento lógico y coherente al proceso o solución encontrada[27].

[26] PARADA, Sandra Evely; FIGUERAS, Olimpia; PLUVINAGE, Francois. Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. Revista Educación y Pedagogía, 2011, vol. 23, # 59, p. 85-102.
[27] ZABALETA PORTILLO, Edgar. (2013). Transito del DCN al nuevo enfoque curricular en la educación básica regular. 2013.

El fortalecimiento de la habilidad de argumentar, trae consigo el desarrollo de la competencia comunicativa, pues cuando un estudiante argumenta, maneja de manera adecuada el lenguaje matemático.

5.4.3 Habilidades de dibujo. Estas habilidades se evidencian en la capacidad para interpretar las ideas y plasmarlas a través de dibujos o construcciones geométricas. Otra de las habilidades del dibujo es la reproducción, la cual hace referencia a la reproducción de un modelo dado, bien sea del mismo tamaño o a escala, cuya construcción se efectúa con base en información verbal o gráfica. La importancia de las habilidades de dibujo radica en que suscitan en el estudiante la capacidad de emplear las propiedades de una figura para efectuar su construcción.

5.4.4 Habilidades de razonamiento. Con estas habilidades los estudiantes aprenden a razonar, a través de deducciones lógicas o de demostraciones. Las habilidades de razonamiento permiten:

- Abstraer conceptos y relaciones de las nociones geométricas.
- Generar y justificar conjeturas.
- Argumentar y plantear contraejemplos.
- Efectuar clasificaciones de figuras geométricas a partir de sus características y propiedades.
- Desarrollar la capacidad de formular preguntas.

5.5. MODELO DE VAN HIELE

Pierre Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldolf[28] pretendían determinar la manera en la que se produce el progreso del razonamiento geométrico en los estudiantes y posteriormente buscaron la mejor estrategia para ayudar a mejorar la calidad del razonamiento geométrico en los estudiantes. Producto de sus reflexiones apareció el modelo de van Hiele, un método de enseñanza y aprendizaje de la geometría, cuya estructura se basa en unos niveles y unas fases a tener en cuenta para la enseñanza de la geometría.

Los niveles de razonamiento permiten secuenciar los contenidos y da parámetros para identificar en cuál de estos niveles se encuentran los estudiantes y las fases permiten diseñar el proceder en las unidades didácticas.

[28] PASTOR, Adela Jaime; RODRÍGUEZ, ÁNGEL GUTIÉRREZ. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría; El Modelo de Van Hiele, en teoría y práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar, 1990. P. 295-384.

6. METODOLOGÍA

La presente investigación es de tipo cualitativo. En este tópico de la investigación, se mencionan las diferentes etapas del proceso como la contextualización, el enfoque y diseño metodológico, la población objeto del estudio, los instrumentos empleados en la recolección de datos y el análisis de resultados. La investigación permitió reconocer la incidencia que tiene el uso del software de geometría dinámica en el fortalecimiento del proceso de comunicación, en el marco de la resolución de problemas.

6.1 CONTEXTUALIZACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

La presente investigación se llevó a cabo en el Instituto Técnico Agrícola Rafael Ortiz González, institución de carácter oficial, ubicada en el municipio de Santa Bárbara (Santander), la cual ofrece una educación formal con dos énfasis: en educación ambiental y técnico agropecuario.

Cuenta con doce sedes. En dos de ellas se ofrece educación desde el nivel de preescolar hasta el grado undécimo, en las 10 restantes, desde preescolar hasta educación básica primaria.

El proyecto de investigación se desarrolló con los estudiantes de los grados 4º y 5º de la sede 12 del instituto, llamada Escuela Rural La Chácara, ubicada en la vereda del mismo nombre. Para el estudio de geometría en los grados de 1º a 3º se maneja material concreto, por esta razón, la investigación no se hizo con estos estudiantes.

6.2 ENFOQUE METODOLÓGICO

Desde un enfoque de tipo cualitativo, se desarrolló el proyecto. Al respecto, Hernández[29], afirma que este enfoque "utiliza recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación y puede o no probar hipótesis en su proceso de interpretación".

En términos globales, este enfoque persigue "describir sucesos complejos en su medio natural, comprender y profundizar los fenómenos en relación con el contexto, buscando de esta manera comprender la perspectiva de los participantes acerca de los fenómenos que los rodea y profundizar en sus experiencias, perspectivas, opiniones y significados"[30].

[29] HERNÁNDEZ Sampieri, Roberto; FERNÁNDEZ Collado, Carlos; BATISTA lucio, Pillar. Metodología de la investigación. La Habana: Editorial Félix Varela, 2003, Vol. 2.
[30] Ibit.

La investigación permitió detallar, comprender y explicar la incidencia que tiene el uso de un software de geometría dinámica, en el fortalecimiento del proceso de comunicación, en el marco de la resolución de problemas de tipo geométrico de los grados 4º y 5º de la escuela rural La Chácara del municipio de Santa Bárbara.

6.3 DISEÑO METODOLÓGICO

La investigación acción, según Lomax[31], se define como "Una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora". Este tipo de investigación da relevancia al fortalecimiento del proceso comunicativo y al papel que cumple el docente (autor de la misma), al revisar su práctica pedagógica profesional.

El papel del docente investigador es clave en este proceso, pues su intervención puede coadyuvar para resolver problemas pertinentes a la enseñanza y aprendizaje. El maestro en este tipo de investigación elige el objetivo de la misma, es decir, elige algo que quiere cambiar. En este caso en particular, se busca fortalecer uno de los procesos que garantizan la competencia matemática: el de la comunicación.

Al indagar sobre la propia práctica, el docente se convierte en un maestro reflexivo. Al trabajar en su medio, en su contexto, esto posibilita el enriquecimiento

[31] LOMAX, P. (1990): Managing Staff development in Schools. Clevedon: Multilingual Matters.

de la práctica porque en el transcurso de la investigación el docente puede intercambiar ideas con otros pares sobre el objeto de su investigación. Al finalizar la investigación, la institución educativa se verá favorecida, pues se comparten los resultados para beneficio de todos.

Así mismo, Elliott[32], se refiere a la investigación acción como “una reflexión sobre las acciones humanas y las situaciones sociales vividas por el profesorado que tiene como objeto ampliar la comprensión (diagnóstico) de los docentes de sus problemas prácticos. Las acciones van encaminadas a modificar la situación una vez que se logre una comprensión más profunda de los problemas”

El modelo de Elliot tiene punto de partida un modelo cíclico que comprende tres momentos: elaborar un plan, ponerlo en marcha y evaluarlo. En este modelo aparecen tres fases que son:

- ✓ Identificación de una idea general
- ✓ Planteamiento de las acciones que hay que realizar para modificar la práctica
- ✓ Construcción del plan de acción

[32] R.J. Elliot, A.F. Gibson an introduction to solid state physics and its applications MacMillan. 1974. SBN 333 11023 4.

7. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO METODOLÓGICO

7.1 FASE 1

Esta fase es llamada fase de planeación o de planificación. Esta fase comprende las siguientes acciones:

✓ Efectuar lectura de los resultados de las pruebas saber de los últimos dos años lectivos, para detectar las debilidades tanto en procesos como en pensamientos matemáticos, lo que permite el plantear del problema de investigación.

✓ Se diseñó una prueba diagnóstica basada en el conocimiento de polígonos geométricos, que apunten principalmente a determinar habilidades comunicativas teniendo en cuenta:

- Notación y representación de rectas, segmentos y semirrectas
- Dirección de una recta, segmento o semirrecta
- Discriminación visual de polígonos entre diversas figuras
- Semejanza y congruencia de polígonos
- Polígonos regulares e irregulares
- Propiedades generales de polígonos

La prueba diagnóstica cumplió con los siguientes propósitos:

- Determinar el nivel de comprensión del concepto de polígonos geométricos.
- Observar la habilidad del uso de propiedades generales de los polígonos, al determinar cuáles de las figuras presentadas lo son o no.
- Establecer la capacidad de comparación de polígonos en cuanto a la determinación de semejanza y congruencia de los mismos
- Determinar las dificultades que encuentran los estudiantes al resolver problemas con este tipo de figuras geométricas.
- Detectar las fortalezas que tienen los estudiantes en cuanto al trabajo con polígonos geométricos.
- Reconocer el tipo de propiedades que manejan en el reconocimiento de polígonos.
- Detectar el nivel de desarrollo de las habilidades de comunicación mencionadas.

7.2 FASE 2

Esta fase es llamada de intervención. En ella se pone en marcha la secuencia didáctica diseñada para lograr el fortalecimiento de habilidades comunicativas a través del software de geometría dinámica. La estrategia se encamina de la siguiente manera:

Se diseñó una unidad didáctica teniendo como contenido el estudio de los paralelogramos. Dicha unidad didáctica estaba compuesta de tres secuencias didácticas, cada una de las cuales abordaba la resolución de un problema matemático que involucraba el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el romboide. Cada una de las secuencias didácticas presenta inicialmente al estudiante un problema relacionado con uno de los paralelogramos en mención y sus actividades están diseñadas de acuerdo a las fases del modelo de Van Hiele. La estructura general de cada secuencia contiene:

- ⊗ Los objetivos de la sesión.
- ⊗ Las habilidades comunicativas que se persiguen fortalecer con esa actividad.
- ⊗ El planteamiento del problema o problemas para trabajar con el S.G.D.
- ⊗ Actividad grupal para discusión de estrategias de resolución del problema
- ⊗ Rúbrica de evaluación con los componentes cognitivos, procedimentales y actitudinales.

Cabe anotar que los problemas presentados fueron solucionados con el uso del S.G.D. y comprobados con la prueba del arrastre, que consiste en elegir uno de los objetos independientes de la figura y moverlo, de manera que esta puede ampliarse, girarse, reducirse o invertirse en cuanto a posición, longitudes, etc., pero, conservando siempre sus propiedades. Si una figura al hacer la prueba del arrastre se convierte en otra, nos indica que la construcción geométrica presenta fallas en alguna de sus propiedades.

7.3 FASE 3

Esta fase es llamada de evaluación. Como se mencionó, ya hay una preestablecida que es la prueba de tipo diagnóstica, empleada en la fase inicial del proyecto para detectar las debilidades y fortalezas tanto en procesos como en pensamientos matemáticos, lo que permite el planteamiento del problema de investigación y determinar el nivel del proceso de comunicación matemática con que se encuentran los estudiantes.

Así mismo, se mencionó que al finalizar cada sesión de trabajo se evaluará a través de una rúbrica. Este instrumento tiene como propósito hacer una valoración de los componentes cognitivos, procedimentales y actitudinales planteados en la sesión de trabajo y saber si los propósitos de la jornada se cumplieron o no.

Obviamente aparte de las rúbricas, se diseñará un instrumento en el que se consignen los avances o dificultades que van teniendo los estudiantes en cada sesión de trabajo.

Al final del proceso, se aplicará una prueba de rendimiento, que es de carácter sumativa, y tendrá como finalidad determinar el nivel de aprehensión de los conocimientos geométricos vistos a lo largo de las sesiones de trabajo, y lo más importante, la incidencia que tuvo el S.G.D. en el proceso de comunicación, resolviendo problemas geométricos.

7.4 POBLACIÓN

La investigación se llevó a cabo en la sede 12 del Instituto Técnico Agrícola Rafael Ortiz González, escuela rural La Chácara. Los estudiantes participantes pertenecen al ciclo de educación básica primaria de los grados 4º y 5º modalidad escuela nueva.

Como se mencionó anteriormente, el estudio de geometría en los grados 1º a 3º se maneja material concreto, por esta razón, la propuesta de investigación se dirigió a los estudiantes de los dos últimos grados de la escuela.

No hay estudiantes matriculados en el grado tercero, por esa razón, no hacen parte del proyecto de investigación. Los estudiantes participantes son niños con edades que oscilan entre los 9 y los 11 años de edad, todos de extracción campesina y vecinos de la vereda La Chácara. Los padres, derivan su sustento de la actividad agrícola.

7.5 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Para llevar a cabo el trabajo de investigación, se cuenta con varias técnicas de recolección de datos. Entre ellas tenemos:

- Entrevistas
- Talleres
- Lectura y análisis de documentos

En cuanto a los instrumentos empleados para la recolección de datos tenemos:

- Rúbricas
- Programa de software a Tube Catcher y GeoGebra
- Videos
- Fotografías
- Diario de campo
- Secuencias didácticas

7.5.1. Diseño de la prueba diagnóstica. Se diseñó una prueba diagnóstica basada en el conocimiento de polígonos geométricos, que apuntara principalmente a determinar habilidades comunicativas teniendo en cuenta:

- Notación y representación de rectas, segmentos y semirrectas
- Dirección de una recta, segmento o semirrecta
- Discriminación visual de polígonos entre diversas figuras

- Semejanza y congruencia de polígonos
- Polígonos regulares e irregulares
- Propiedades generales de polígonos

La prueba diagnóstica cumple con los siguientes propósitos:

- Determinar el nivel de comprensión del concepto de polígonos geométricos.
- Observar la habilidad del uso de propiedades generales de los polígonos, al determinar cuáles de las figuras presentadas lo son o no.
- Establecer la capacidad de comparación de polígonos en cuanto a la determinación de semejanza y congruencia de los mismos.
- Determinar las dificultades que encuentran los estudiantes al resolver problemas con este tipo de figuras geométricas.
- Detectar las fortalezas que tienen los estudiantes en cuanto al trabajo con polígonos geométricos.
- Reconocer el tipo de propiedades que manejan en el reconocimiento de polígonos.
- Detectar el nivel de desarrollo de las habilidades de comunicación mencionadas.

7.5.1.1. Categorías de análisis prueba diagnóstica. Para el análisis se consideraron las siguientes categorías:

CATEGORÍA CORRECTO: En esta categoría se clasificaron las respuestas de los estudiantes que contestaron y justificaron correctamente el ítem presentado, demostrando aprehensión de conceptos, uso de algunas propiedades y representación gráfica de figuras geométricas.

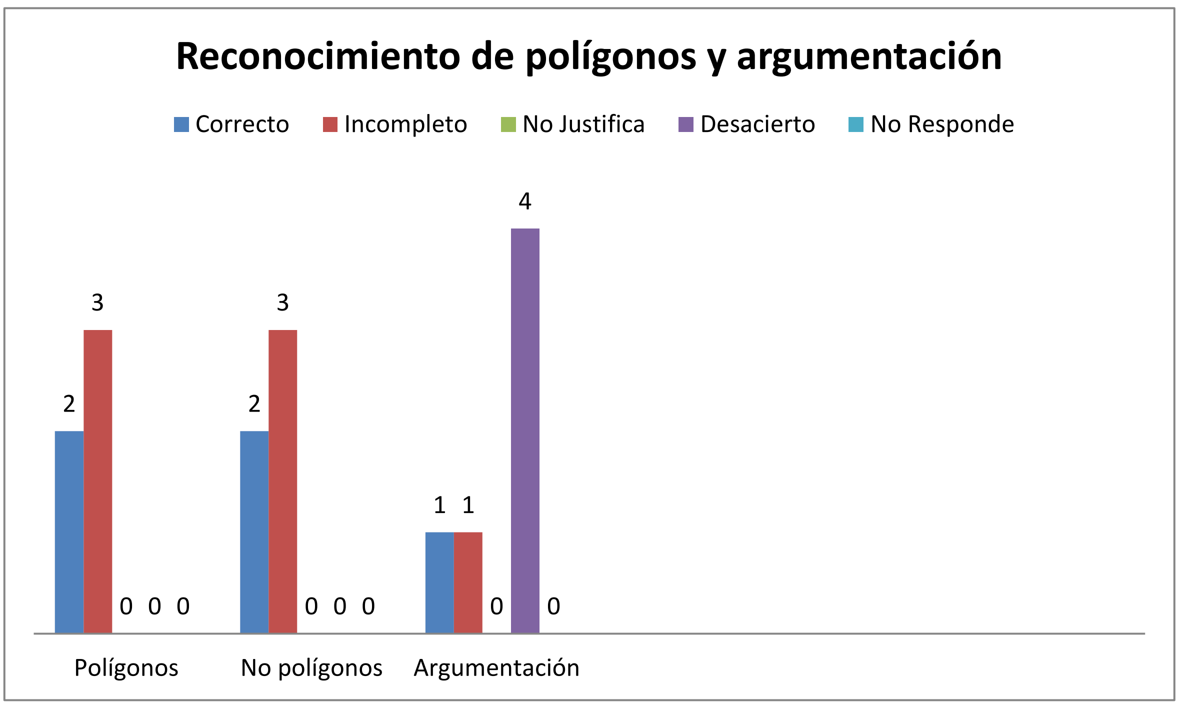
CATEGORÍA INCOMPLETO: La segunda categoría corresponde a los estudiantes que emplearon algunos de los conceptos o propiedades, pero no acertaron en la respuesta, o esta quedó dada de manera parcial (bien sea porque dio respuesta pero sin justificación o sus representaciones gráficas no estaban acordes con la justificación o quedó desierto el espacio para representar o para justificar)

CATEGORÍA NO JUSTIFICA: En esta categoría se clasificaron las respuestas de los estudiantes que resolvieron correctamente el ítem empleando los conceptos o propiedades, pero no presentaron ninguna justificación en sus procedimientos o se limitaron a transcribir el encabezado del ítem.

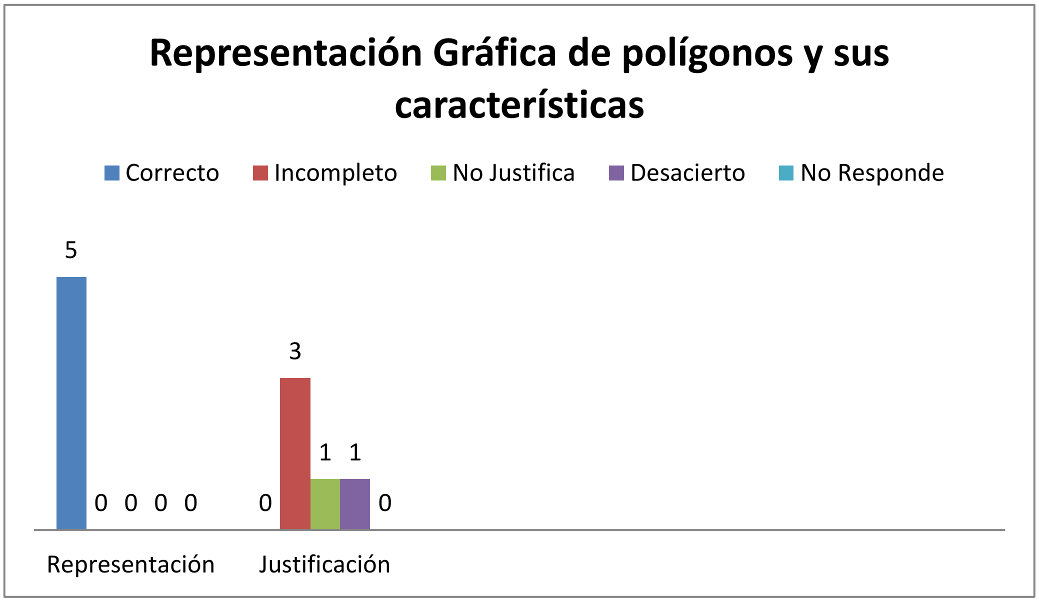
CATEGORÍA DESACIERTO: En esta categoría se clasificaron las respuestas erróneas bien sea por el uso inapropiado de propiedades, o por la incapacidad de llevar a cabo una representación o porque sus argumentos eran completamente incoherentes con el procedimiento realizado para dar respuesta al ítem planteado.

CATEGORÍA NO RESPONDE: Hacen parte de esta categoría los estudiantes que no resolvieron el ítem dejando en blanco el espacio para el desarrollo del mismo.

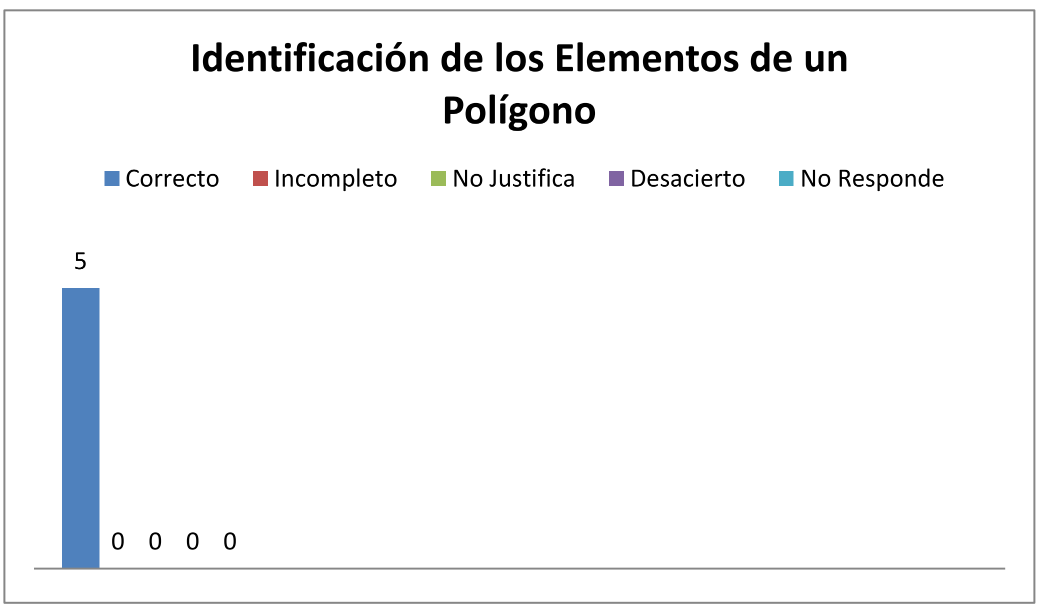
Gráfica 1. Identificación visual de figuras poligonales y argumentación de su escogencia



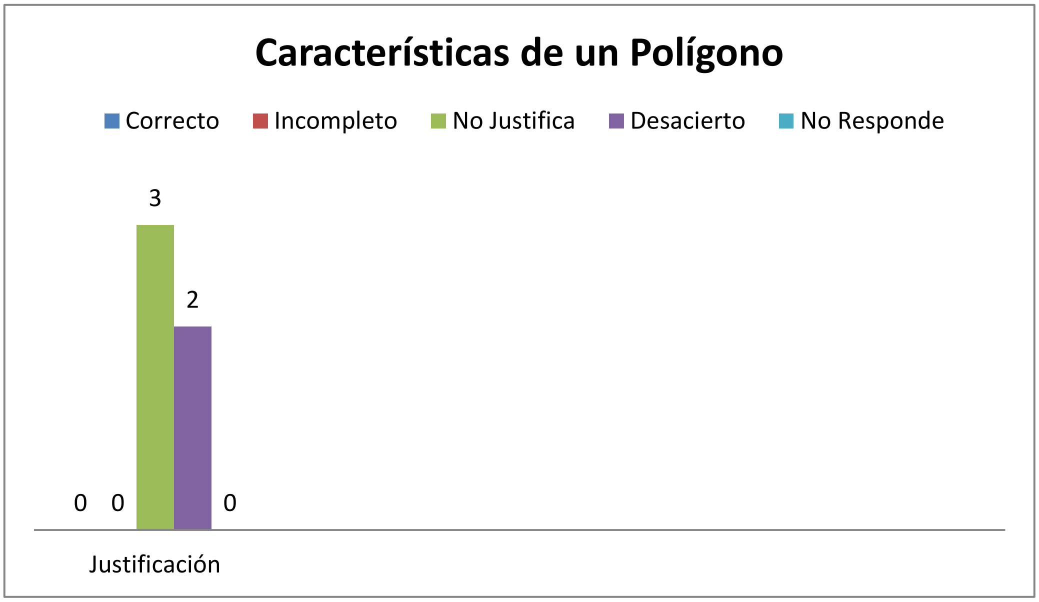
Gráfica 2. Representación de polígonos y sus elementos



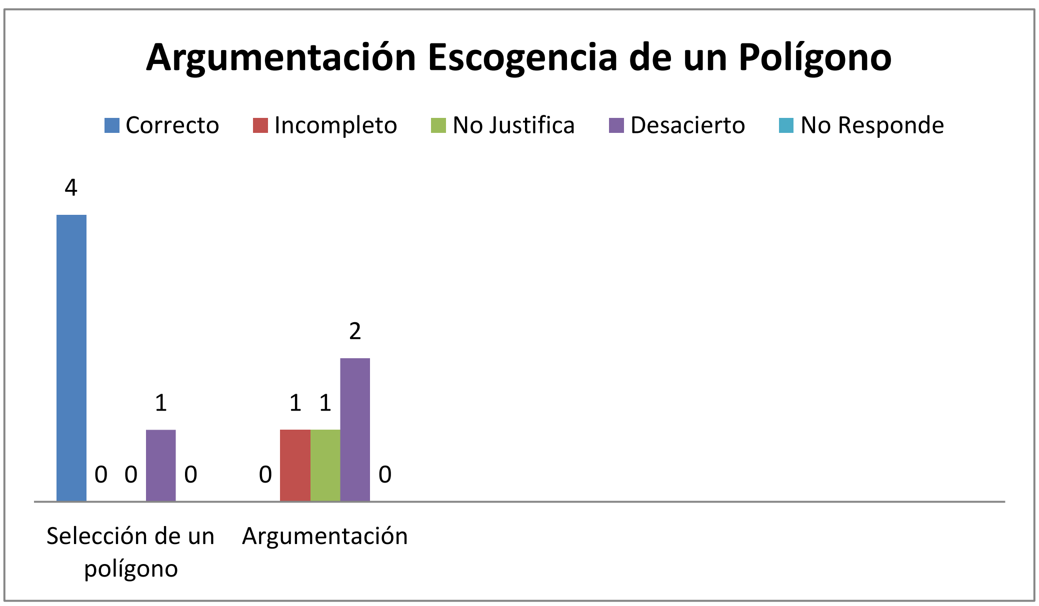
Gráfica 3. Representación de polígonos y sus elementos



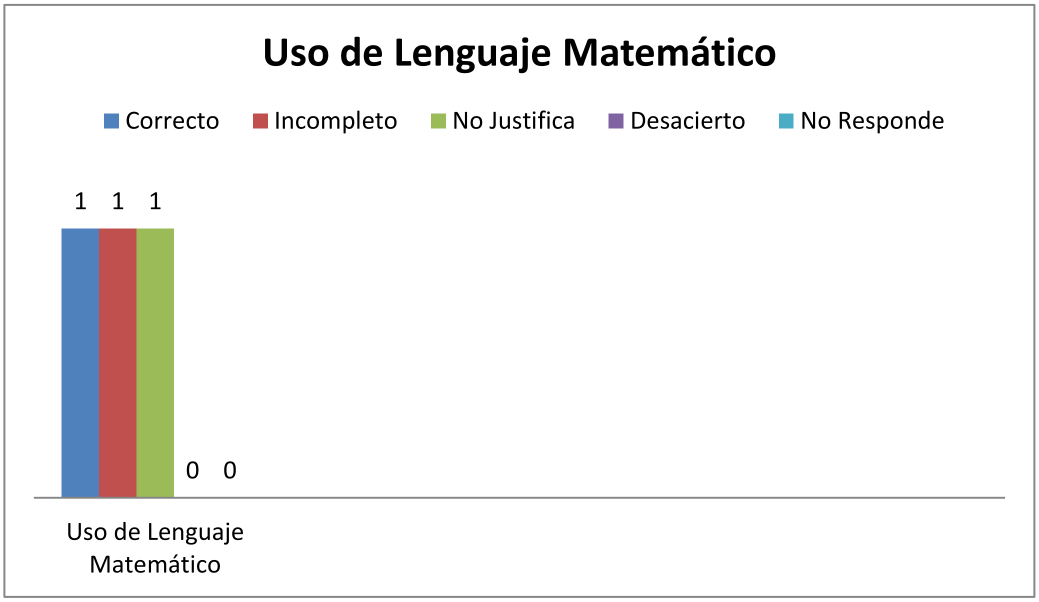
Gráfica 4. Características de un polígono



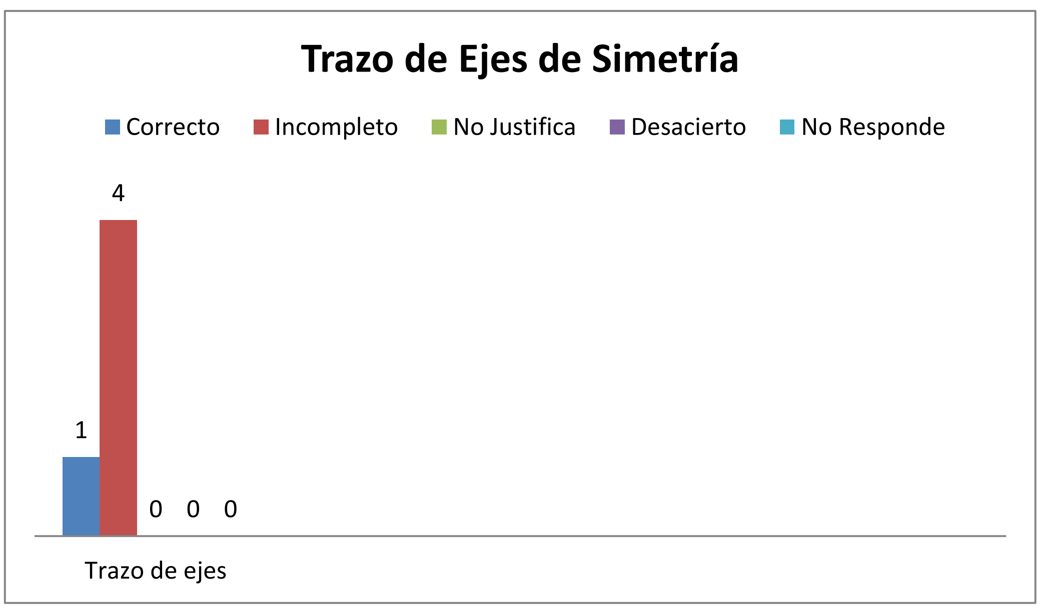
Gráfica 5. Argumentación escogencia de un polígono



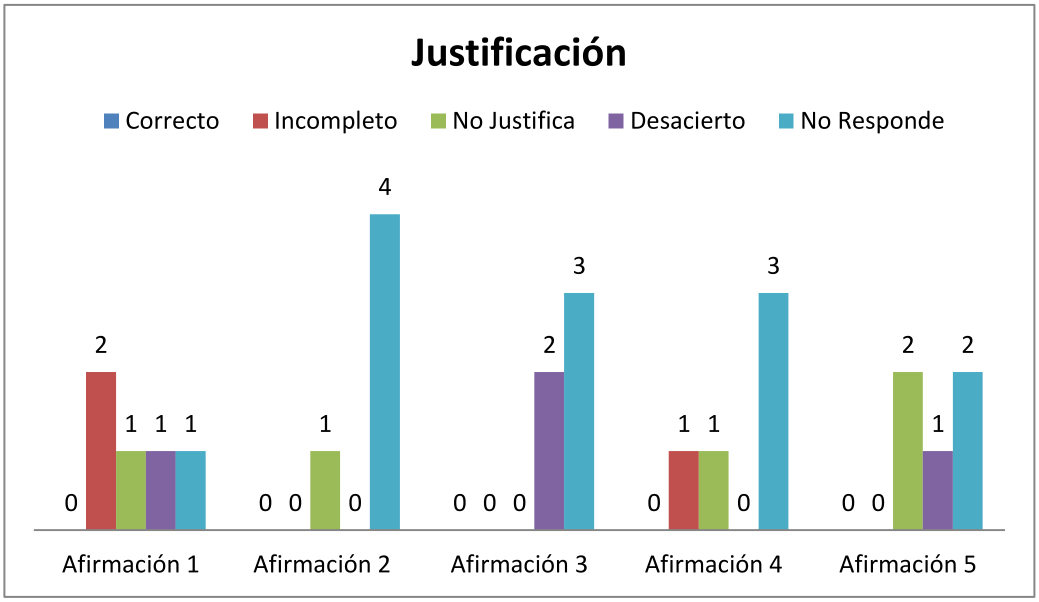
Gráfica 6. Uso de lenguaje matemático



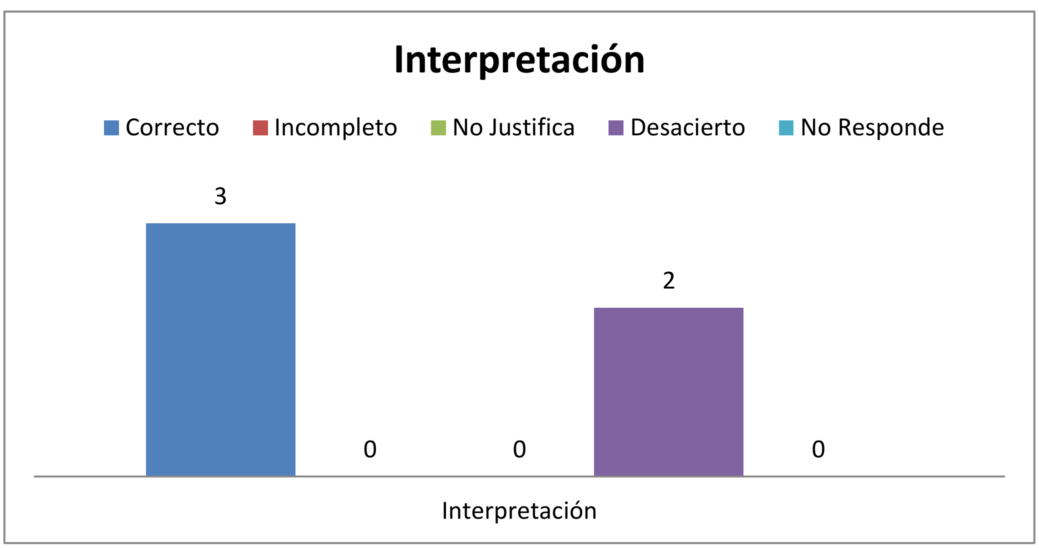
Gráfica 7. Trazo de ejes de simetría



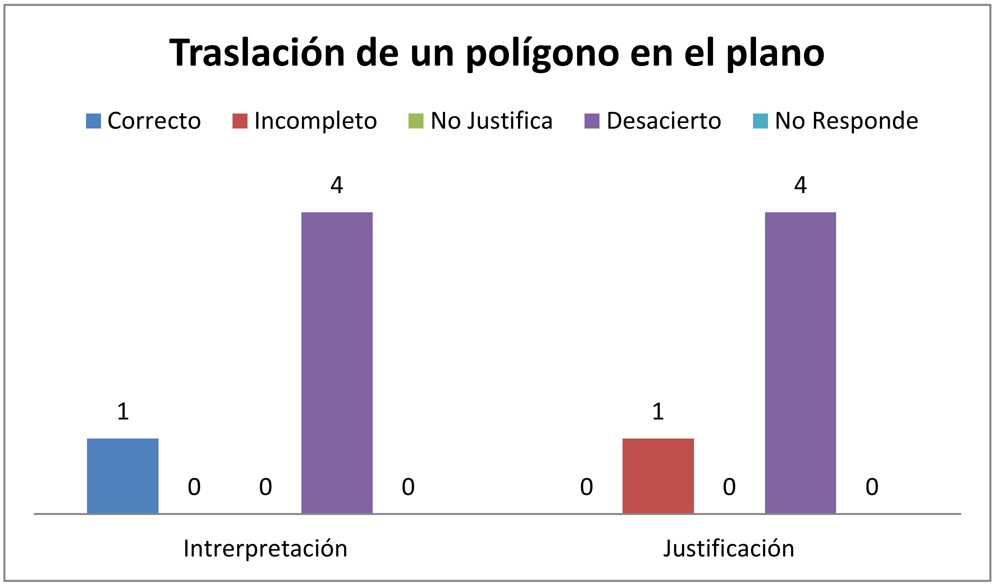
Gráfica 8. Justificación



Gráfica 9. Interpretación

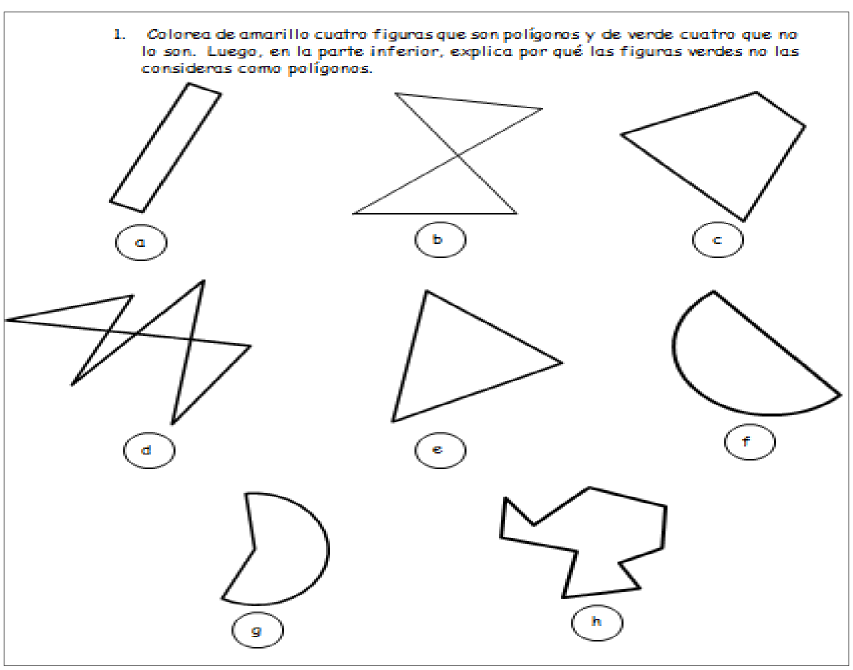


Gráfica 10. Traslación de un polígono en el plano



7.5.2. Análisis por Ítems

Imagen 1. Discriminación de polígonos



Se propuso este ítem con el fin de que los estudiantes discriminaran visualmente entre varias figuras, aquellas que eran polígonos de las que no lo eran. Con este problema se constata si los estudiantes reconocían los elementos que componen un polígono (figura cerrada, conformada por segmentos de recta, con unos ángulos y vértices determinados) y sus fortalezas o debilidades en sus habilidades comunicativas, al presentar argumentos que sustenten la elección de las imágenes. Se observa que los estudiantes presentan algunas dificultades en la identificación de las figuras que son polígonos ya que seleccionaron algunas figuras que tenían trazos curvos o aquellas figuras que tenían segmentos colineales.

Imagen 2. La estudiante B hace una representación gestual de segmentos colineales

Si bien, es aceptable el nivel de reconocimiento visual de las figuras poligonales, no lo es tanto su proceso de comunicación como veremos a continuación:

La estudiante B, presentó su justificación sobre por qué eligió ciertas figuras como no polígonos así:

Imagen 3. Justificación estudiante B sobre su elección

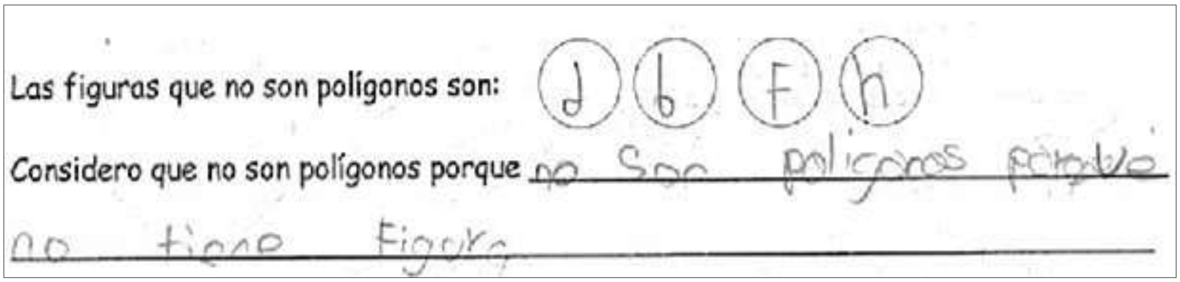
Las figuras que no son polígonos son: b d g F

Considero que no son polígonos porque no son poligonos por que algunas son abierta y otros son serradas pero sirculares

El estudiante B acierta en la escogencia de las figuras que no son polígonos, no obstante al presentar la justificación de su escogencia presenta un desacierto por cuanto ninguna de las figuras elegidas por él es abierta (él afirma que algunas lo son). Así mismo, dice que otras de las figuras que eligió como no polígonos “son serradas pero sirculares” (sic), mostrando entonces que tiene claro que los polígonos son figuras que no tienen trazos curvos sino formados por segmentos de recta.

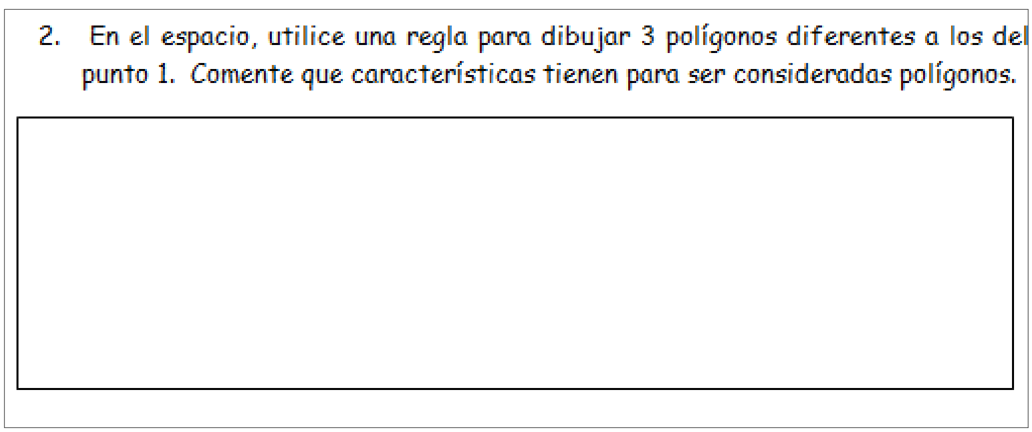
Así mismo, el estudiante D, eligió de manera incompleta las figuras que no son polígonos y al momento de justificar, su razón no respalda de manera consistente la elección de ellas, pues no menciona ni los elementos, ni las características que tiene una figura para ser considerada polígono. Como se evidencia en la siguiente imagen:

Imagen 4. Elección por parte de la estudiante D en respuesta al ítem 1


Las figuras que no son polígonos son: d b F h

Considero que no son polígonos porque no Son poligonos porque no tiene Figura

Imagen 5. Ítem 2: dibujo de polígonos


2. En el espacio, utilice una regla para dibujar 3 polígonos diferentes a los del punto 1. Comente que características tienen para ser consideradas polígonos.

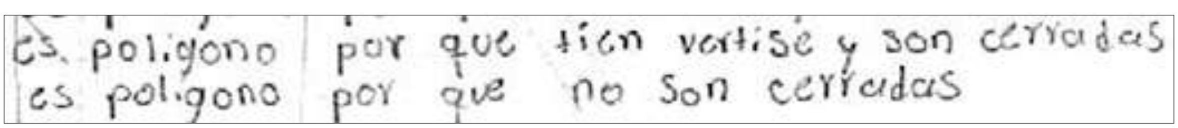
En este punto se pidió a los estudiantes representar gráficamente 3 polígonos, mencionando los criterios que tuvieron para hacer su representación. Los propósitos de este ítem fueron determinar si los estudiantes conocían las características básicas y los elementos de un polígono, así como determinar su habilidad de argumentación. Se encontró que la totalidad de los estudiantes representaron correctamente los polígonos a lápiz y papel, pues tuvieron en cuenta en su dibujo, representar figuras cerradas con segmentos de recta sin que hubiese segmentos colineales. Sin embargo, al momento de argumentar qué características tienen las figuras que representaron se evidencia que su nivel está en el de visualización o reconocimiento y hay fallas notorias en la habilidad de argumentar por cuanto:

- Describe las figuras por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales, asemejándolos a elementos de su entorno.

Imagen 6. Descripción de figura según su apariencia física

Presentan argumentos contradictorios:

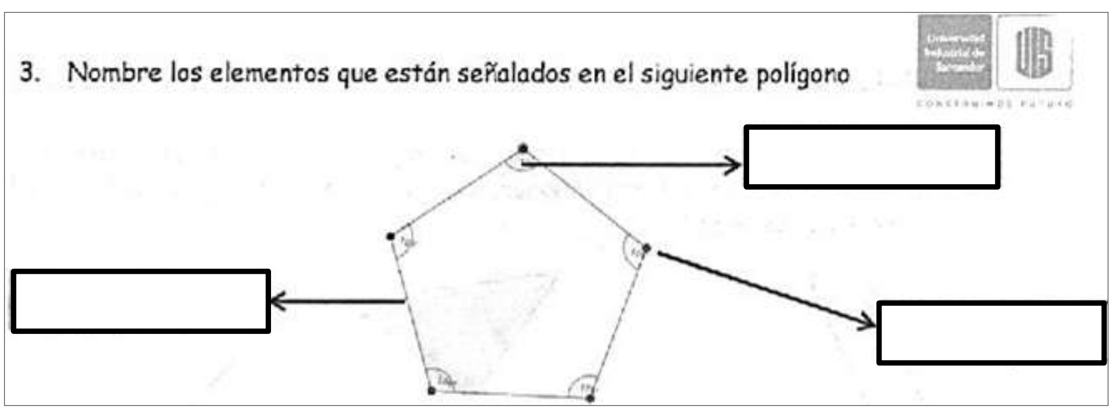
Imagen 7. Respuesta contradictoria por parte de estudiante



Algunos estudiantes en cambio, mencionan elementos propios de los polígonos empleando un lenguaje geométrico:

Imagen 8. Respuesta de algunos estudiantes con respecto a los elementos del polígono

Imagen 9. Ítem 3: Elementos de un polígono



Se propuso este ítem con el fin de constatar el manejo del lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto, encontrando una fortaleza y es que la totalidad de los estudiantes reconocen de manera correcta los elementos del polígono.

Imagen 10. Ítem 4: características de un polígono

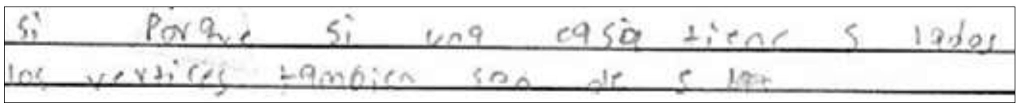
Se puede determinar si una figura formada por segmentos de recta es un polígono, cuando tiene el mismo número de lados y el mismo número de vértices. ¿Estás de acuerdo?
Justifica tu respuesta

En el ítem 4 se pidió a los estudiantes justificar su adhesión o no acerca de una afirmación. El propósito de este punto era el de verificar si los estudiantes presentaban argumentos matemáticos sobre el particular, con el fin de lograr adhesión a la tesis propuesta.

Al respecto se evidencia que su proceso de comunicación, específicamente la habilidad de justificación presenta fallas por cuanto

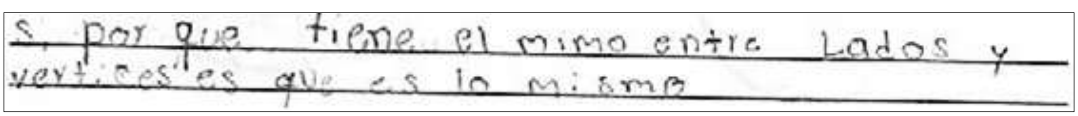
- Sus justificaciones están basadas en percepciones visuales de forma que relacionan con objetos cotidianos y no en propiedades o características de los polígonos.

Imagen 11. Respuesta pregunta 4 por parte de estudiante



- Los demás estudiantes no emplearon ningún argumento matemático para su justificación y se limitaron a reescribir la tesis propuesta.

Imagen 12. Respuesta sin argumentos de algunos estudiantes con respecto a pregunta 4.


S. por que tiene el mimo entre Lados y vertices es que es lo mismo

Ninguno de los estudiantes presentó razones relevantes ni planteó una estrategia determinada o utilizó un contraejemplo para sustentar su adhesión o rechazo a la tesis.

Imagen 13. Ítem 5: interpretación grafica

Se planteó este punto con el propósito de determinar la capacidad de argumentar de los estudiantes mediante razones veraces.

En este ítem se encontró que algunos de los argumentos de los estudiantes son:

a) Débiles porque son fácilmente rebatibles como es el caso del estudiante E quien afirmó: “Porque es una figura serrada y tiene segmentos de recta” (Sic)

b) Inválidos por cuanto no muestran coherencia ni sustento matemático alguno como el caso del estudiante D quien dice:

“Porque es la figura que laura dibujo” (Sic)

c) Intrascendentes porque no formulan conjeturas ni las corroboran, ni sus razones emplean conceptos, juicios o razonamientos que den sustento lógico a la solución de la situación.

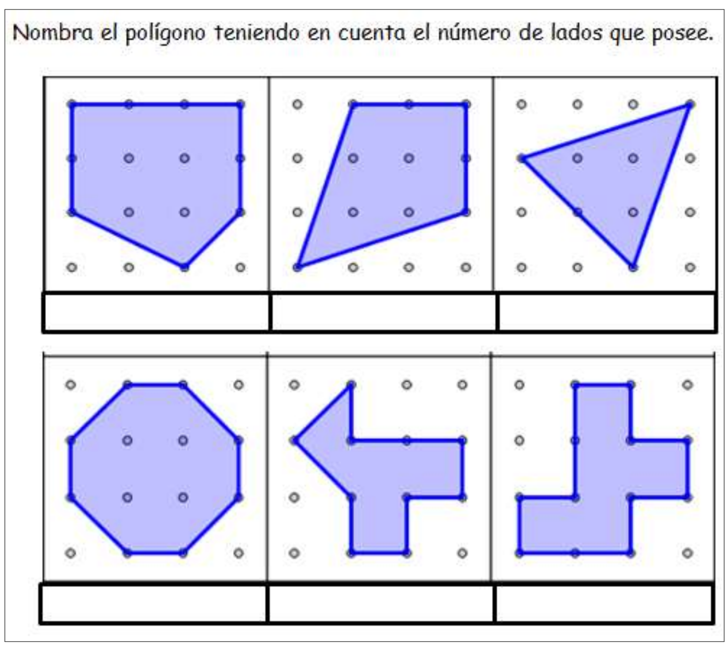
a. “La escogi porque tiene nueve lados y no es conial” (Estudiante B)

b. “Por que tiene nueve lados, vertice y angulo” (Sic) (Estudiante A)

d) Basados en percepción visual.

a. “Yo escogí ese polígono por que la niña diJo que abia dibuJado un polígono con 9 vertises y con todos los lados iguales y yo mire Bien y si era”

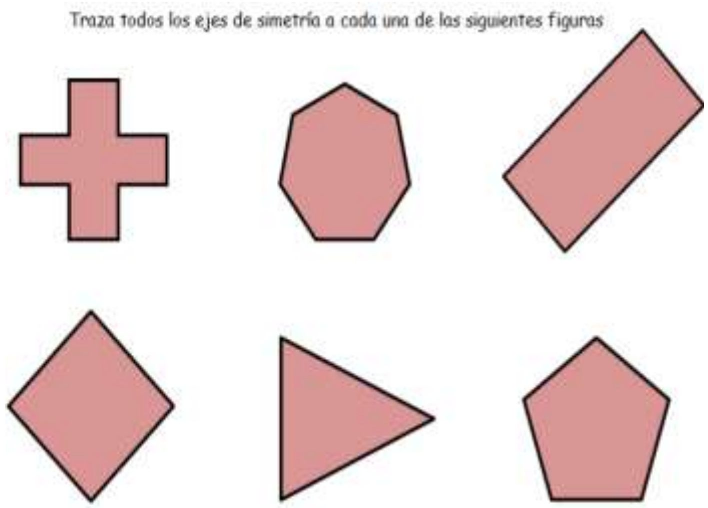
Imagen 14. Ítem 6: Nombre de polígonos



El objetivo principal de este ítem era el de comprobar el uso del lenguaje matemático, nombrando cada uno de los siguientes polígonos de acuerdo al número de lados de cada uno.

Al observar las pruebas, se nota una debilidad en el uso del lenguaje geométrico al nombrar polígonos que cuentan con un número mayor de lados que los de un pentágono, pues hubo expresiones como “peneagono”, “obtagono” o “beragono”.

Imagen 15. Ítem 7: Ejes de simetría



Con este ítem se pretendía que los estudiantes trazaran en cada figura todos sus ejes de simetría. De los cinco estudiantes ninguno delineó completamente los ejes de simetría, no obstante, los ejes bosquejados fueron dibujados correctamente indicando que es claro el concepto de las líneas imaginarias que dividen la figura en dos partes iguales y que corresponden en posición, forma y tamaño, respecto estas líneas.

Imagen 16. Ítem 8

. Escribe en el recuadro V o F si la afirmación es falsa o verdadera. En cada caso justifica tu respuesta.

Todos los polígonos tienen al menos un eje se simetría. ☐

Un pentágono es un polígono regular con 5 ejes de simetría ☐

Un eje de simetría divide a una figura en dos partes iguales ☐

Los cuadriláteros son polígonos regulares de 4 lados ☐

Todos los polígonos regulares tienen sus lados y sus ángulos iguales ☐

El propósito de este punto era el de verificar las habilidades de justificación del estudiante, mediante la presentación o no de argumentos matemáticos, con el fin de sustentar su adhesión o no a las tesis planteadas.

Al respecto se evidencia que la habilidad de justificación presenta fallas por cuanto:

- Tres de los cinco estudiantes no presentaron justificaciones. Dejaron en blanco los espacios para tal fin.

- Los dos estudiantes restantes, no reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo. Por ejemplo, a la tesis que rezaba “Todos los polígonos tienen al menos un eje de simetría”, uno de los estudiantes la rechazó y otra la aceptó, pero sus razones eran fácilmente controvertibles o falaces como se ve a continuación:

Tabla 1. Todos los polígonos tienen al menos un eje de simetría

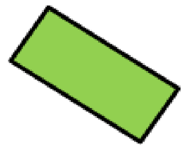
“Todos los polígonos tienen al menos un eje de simetría”		
Estudiante	**Juicio de valor**	**Justificación**
B	Falso	“Todos los polígonos tienen al menos tres o cuatro ejes de simetria” (Sic)
E	Verdadero	“si porque si es cuadrado tiene un eje”

Ninguno de los estudiantes presentó razones relevantes ni planteó una estrategia determinada o utilizó un contraejemplo para sustentar su adhesión o rechazo a la tesis.

Imagen 17. Ítem 9: Interpretación de imágenes

ç

Observa el siguiente polígono e indica cuál de las siguientes condiciones se cumple:



A. Es un cuadrado con todos sus lados y ángulos iguales.
B. Es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y sus 4 ángulos miden 90°
C. Es un polígono irregular cuyos lados y ángulos tienen diferente longitud.
D. Es un cuadrilátero cuyos lados tienen la misma longitud al igual que sus ángulos.

En el ítem 9 se indagó por la habilidad de interpretar. A los estudiantes se les mostró una representación de un rectángulo con cierta rotación en su posición. Los estudiantes debían elegir una de cuatro premisas que describa apropiadamente la figura.

El propósito de este ítem era observar la capacidad de interpretar de los estudiantes, extractando información de una representación gráfica. Tres de los cinco estudiantes acertaron con la elección de la respuesta demostrando habilidades para:

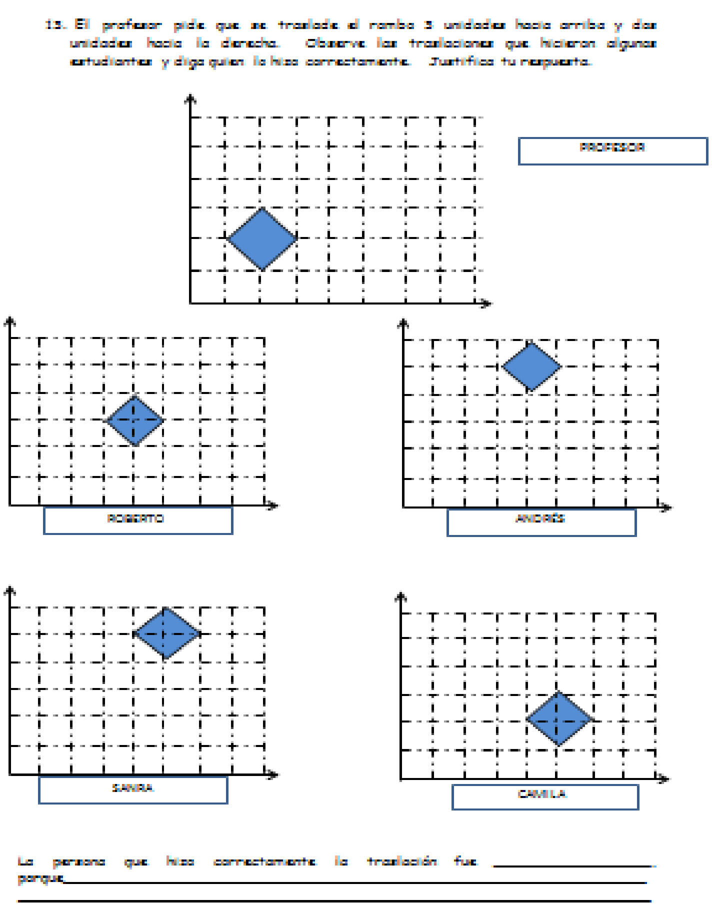
- Determinar de qué trata el problema, haciendo una lectura general del mismo.
- Reconocer características y propiedades del polígono dado.

- Manejar el lenguaje geométrico, que describe elementos propios del polígono dado.

Dos de los estudiantes eligieron premisas equivocadas, sus respuestas refleja por una parte, que no tienen un manejo adecuado del lenguaje matemático y por otra parte requieren de un mayor esfuerzo para establecer relaciones de conexidad entre la representación gráfica y la premisa correcta que la describe.

Se evidencia que su respuesta está guiada también por la simple percepción visual sin tener en cuenta las propiedades y características del rectángulo.

Imagen 18. Ítem 10: Traslación en el plano



En el ítem 10 se indagó por la habilidad de interpretar y argumentar. A los estudiantes se les pidió encontrar cuál de las cuatro representaciones gráficas es la correcta para la traslación de un cuadrilátero en el plano.

- Cuatro de los cinco estudiantes presentaron justificaciones falaces, puesto que no ubicaron correctamente la posición del cuadrilátero luego de la traslación.

- El estudiante C acertó en la elección de la persona que había hecho correctamente la traslación del cuadrilátero en el plano, no obstante, como justificación presentó el encabezado del problema propuesto: "Andrés entendió que tenía que correr 3 unidades hacia arriba y dos unidades hacia a la derecha y lo hizo" (Sic)

Esto demuestra que hay evidentes debilidades en su habilidad de justificar, por cuanto sus argumentos no dan soporte a sus respuestas y es claro que su elección es meramente guiada por una simple observación visual.

7.6 ANÁLISIS DE LAS SECUENCIAS DIDÁCTICAS

7.6.1. Construyendo el Rectángulo. La primera secuencia didáctica se planeó para que los estudiantes reconocieran las características generales y propiedades de los rectángulos, a través de la resolución de un problema geométrico, buscando fortalecer las habilidades de explicación, justificación, argumentación e interpretación.

7.6.1.1 Fase de Información.

Actividad 1. En esta fase, el estudiante procede a tomar contacto con el objeto de estudio. Para ello, se les dio la orientación a los estudiantes de utilizar el software de geometría con el fin de construir un cuadrilátero, solamente con la indicación de dejar resaltado del mismo color un par de lados consecutivos del mismo. Los objetivos de esta actividad propuesta, buscaban que el estudiante pudiese identificar, comparar y analizar atributos generales de un cuadrilátero, además de desarrollar el vocabulario para describirlos, potenciando así las habilidades de interpretación, justificación y argumentación, resolviendo preguntas sencillas. Ninguno de los estudiantes presentó dificultades con el uso del software para construir su cuadrilátero.

A continuación la transcripción de la actividad realizada por el estudiante B. Cabe anotar que los estudiantes participantes ya han tenido varias sesiones de contacto con el software de geometría dinámico explorando sus herramientas a través del “dibujo” en el software.

D: Docente **EB:** Estudiante B **C:** Comentario

D: Bien EB, ahora vas a construir un cuadrilátero, ¿de qué manera piensas hacerlo?

EB: "Esto, primero voy a trazar una raya y la trazo usando un segmento.

C: La estudiante despliega la herramienta recta y selecciona la opción segmento.

D: ¿Qué acabas de trazar EB?

EB: "Un lado del cuadrado".

C: Seguidamente el estudiante B hace clic en uno de los extremos del segmento y realiza el trazo del segundo lado de su construcción. Esta misma acción se repite hasta completar los cuatro lados del cuadrilátero. Esta figura es cerrada e irregular.

D: ¿Has terminado la actividad?

EB: "Si. Ya está dibujado el cuadro"

D: Recuerda que se pidió construir un cuadrilátero, no un cuadrado.

D: ¿Cuáles son los lados consecutivos del cuadrilátero?

C: El estudiante señala dos lados opuestos, puesto que no comparten un vértice en común.

EB: “Ahora voy a echarles color.”

C: El estudiante da clic derecho sobre los lados que seleccionó, selecciona propiedades y despliega la ventana color, utilizando el mismo tono para los dos lados.

EB: “Cojo el polígono y lo relleno”

C: El estudiante usa la herramienta polígono, y la expresión “lo relleno” hace referencia al tono que una construcción adopta cuando se unen vértices para construirlo.

Posteriormente, los estudiantes respondieron unas preguntas planteadas así:

Tabla 2. ¿Qué es un cuadrilátero? ¿Qué características tiene?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresión en lenguaje natural y matemático de la comprensión del problema.	EA	"Un cuadrilátero es que tiene 4 lados iguales y tambien es un segmento de recta y la figura es cerrada y un cuadrilátero tiene 4 vértices" (Sic)	Incorrecto
	EB	"un cuatrilatero tiene cutro lados esta formado por rectas son ceradas tienen vertises son polígonos no son colineales" (Sic)	Incorrecto
	EC	"Un cuadrilátero tiene 4 lados y tanbie vertises y es una figura cerrada" (Sic)	Incompleto
	ED	"un cuadrilátero es una figura de cuatro lados sus caractericticas son que tiene segmentos de recta, es una figura cerrada tiene todos sus vértices" (Sic)	Correcto
	EE	"el cuadrilátero son los que tienen 4 lados tienen 4 cegmentos de recta la figura es cerrada y todos los que tienen 4 lados tienen cegmentos colineales". (Sic)	Incorrecto

Las respuestas emitidas por los estudiantes permiten llegar a las siguientes conclusiones:

- Hay evidentes debilidades en el lenguaje natural utilizado por los estudiantes (omisión de fonemas, falta de coherencia y cohesión en sus expresiones, entre otros) que les impiden comunicar de manera apropiada sus ideas.

- Si bien es cierto que todos los estudiantes utilizan en sus argumentos un lenguaje matemático para referirse a los elementos que conforman un cuadrilátero (vértices, segmentos de recta, figura cerrada, etcétera), éstos conceptos no son manejados con claridad, puesto que se menciona que estas figuras están formadas por rectas, por segmentos colineales y uno de ellos menciona que los cuadriláteros tienen los lados de la misma longitud, consideraciones que evidencian confusión y desconocimiento de propiedades elementales de esta figura.

Tabla 3. ¿Un cuadrilátero es lo mismo que un polígono? ¿Por qué? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
	EA	“Si porque es la misma figura que tiene un poligono igual tiene los mismos vértices iguales y comparten la misma figura” (Sic)	Incorrecto
Aceptación o rechazo de una tesis	EB	“si es un poligono por que no es abierto. si es cerrada esta formada por segmentos no es colineal esta formado	Incompleto

por medio de razones relevantes		por vertises" (Sic)	
	EC	"Si es un poligino por que un poligono tambien tien vértices y todo los segmentos de recta y tambien es una figura serrada" (Sic)	Incompleto
	ED	"Si por que un poligono puede tener cuatro lados y un cuadrilátero tambien porque tiene cuatro lados pero algunos polígonos pueden llegar a tener mas de cuatro lados pero de todas maneras es un poligono" (Sic)	Incompleto
	EE	"Si porque el cuadrilátero tiene 4 lados y el poligono puede tener 4 lados y tambien puede tener 3, 4, 5, 6 o 7 y muchos mas tambien puede tener 10 o 30". (Sic)	Incompleto

Los estudiantes acertaron en considerar el cuadrilátero que construyeron como un polígono. Sin embargo, al momento de examinar la habilidad de justificar, se evidencian debilidades, por cuanto al presentar sus razones o argumentos para aceptar o rechazar la tesis planteada, éstos no se encuentran concatenados, no tiene un hilo matemático conductor que los líe y el estudiante no establece relaciones de conexidad entre los elementos de las figuras geométricas a las que se hace referencia.

a) Menciona los lados consecutivos y los lados opuestos de tu cuadrilátero.

Imagen 19. Cuadrilátero

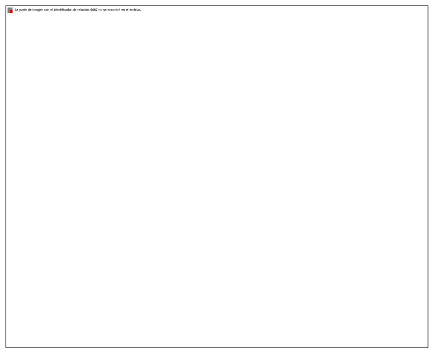


Tabla 4. Respuesta de estudiantes respecto a los lados opuesto de un cuadrilátero

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**		**SUBCATEGORÍA**
		Lados Consecutivos	**Lados Opuestos**	
Inferir información, entre sistemas de representación.	EA	AB - BC	AC - DB	Incompleto
	EB	AB - CD	CD - AD	Incorrecto
	EC	AB - AD	BC - AD	Correcto
	ED	AD - AB	AC - BD	Incompleto
	EE	AB - CD	AC - BD	Incorrecto

Se indagó en los estudiantes la habilidad de interpretar, al extractar información a partir de una representación gráfica. Se pidió a los estudiantes la notación de los lados consecutivos y opuestos del cuadrilátero que habían construido. El concepto de lados consecutivos y opuestos nos servirá más adelante para comprender las propiedades de los paralelogramos. Los resultados muestran que uno sólo de los estudiantes (EC) tuvo la habilidad para interpretar la construcción y plasmarla en una notación matemática. Dos de los estudiantes no comprenden el concepto de lados consecutivos y opuestos y otros dos lo hicieron de manera incompleta, lo que demuestra que en esta habilidad también hay fallas notorias.

Tabla 5. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de tu cuadrilátero? Explica

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de los métodos empleados en la solución de un problema.	EA	"Cuando sumamos todos los angulos me da 360°" (Sic)	Incompleto
	EB	"los angulos suman 360°" (Sic)	Incompleto
	EC	"Con la herramienta medi los ángulos y me dieron 360 de resultado" (Sic)	Incompleto
	ED	"Los ángulos interiores suman 360° por que al sumarlos me da esa respuesta" (Sic)	Incompleto
	EE	"suman 360° porque las letras β, γ, θ, ν, tienen una sumatoria de el numero 360°". (Sic)	Incompleto

Todos los estudiantes coinciden en señalar que la suma de los ángulos interiores da como resultado 360°, sin embargo, la habilidad de explicar requiere que el estudiante presente los métodos que ha empleado en dar solución al problema o exponer ante los demás sus respuestas y decir por qué las obtuvieron. Se demuestra en este caso que los estudiantes no dieron ninguna explicación, sino más bien, se limitaron a la expresión del resultado de una adición. A pesar de no ser una situación compleja la habilidad de explicación requiere de una rigurosidad matemática que a todas luces escasea.

Imagen 20. Mide los ángulos de los polígonos 1, 2 y 3 y encuentra la suma de ellos. ¿A qué conclusión llegas? Justifica tu respuesta.

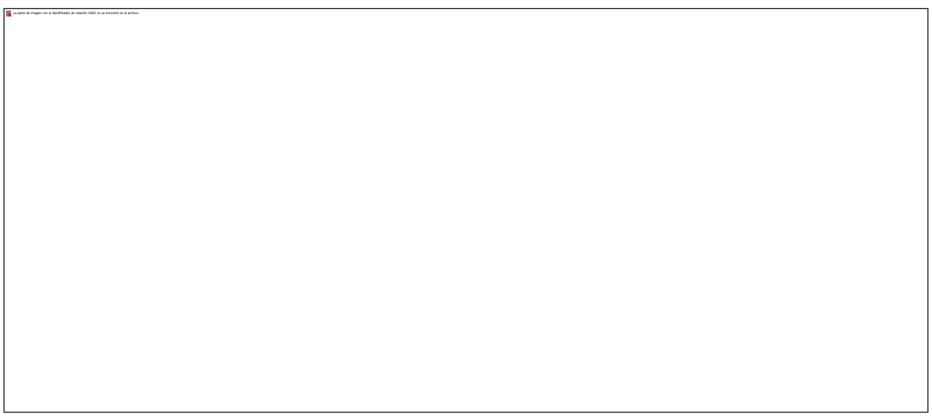


Tabla 6. Mide los ángulos de los polígonos 1, 2 y 3 y encuentra la suma de ellos. ¿A qué conclusión llegas? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
Explica el	EA	“a que son diferentes pero da el mismo resultado pero los lados son iguales pero no los angulos no por que da diferente el	Incompleto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
por qué de		resultado” (Sic)	
un proceso, acepta o refuta una	EB	“los tres polígonos son diferentes pero tienen la misma medida y las tres figuras tiene cuatro angulos” (Sic)	Incompleto
premisa por medio de razones relevantes	EC	“todos los polígonos de cuatro angulos y vértices si se suma entonces da el mismo resultado de 360º porque a lilly tambien le dio asi” (Sic)	Incompleto
	ED		No justifica
	EE	“β, γ, θ, v, suman 360º y todos los polígonos suman 360º y que los de cuatro lados tienen 4 lados 4 vertices y 4 cegmentos de recta”. (Sic)	Incompleto

Ninguno de los estudiantes manifiesta de manera explícita la conclusión a la que llegan luego de medir los ángulos interiores de los tres polígonos presentados. Al analizar la habilidad de justificar, encontramos que hay debilidades en cada uno de los estudiantes en este campo, por cuanto la validez y fuerza de sus razones son débiles, su lenguaje natural no es claro y sus argumentos son fácilmente debatibles. No se establecen relaciones de conexidad entre ellos (argumentos) y, sometidos a validez, se encuentra que las razones que manifiestan no resisten la réplica. Así mismo, es evidente que ninguno de los estudiantes para justificar presentó dentro de sus argumentos, los métodos que emplearon para dar solución al problema.

7.6.1.2 Fase de Orientación Dirigida. Se presentó a los estudiantes un problema geométrico. El problema propuesto había de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar. Cuando lo necesitaron, se orientó a los estudiantes hacia la solución, de acuerdo con la estrategia individual que cada uno haya elegido.

El problema fue seleccionado para permitir al estudiante aprender los conceptos, propiedades y definiciones fundamentales de los cuadriláteros.

Actividad: Dado el siguiente segmento, construya a partir de él, un rectángulo que cumpla con las propiedades de este paralelogramo y aguante la prueba del arrastre.

Imagen 21. Construya a partir del siguiente segmento, un rectángulo que cumpla con las propiedades de este paralelogramo y aguante la prueba del arrastre

Tabla 7. ¿Qué estrategia piensas utilizar para construir el rectángulo? Explica tu estrategia

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presentación de los métodos empleados en la solución de un problema.	EA	"Mi estrategia es que tenga 4 lados iguales que tenga segmentos que tenga vértices y es serrada" (Sic)	Incorrecto
	EB	"mi estrategia es que tenga cuatro lados que se cerrada también que tenga segmentos cerrados que tenga rectas" (Sic)	Incompleto
	EC	"yo voy a hacer el rectángulo trasando las otras lineas que faltan pero que no quede como un cuadrado " (Sic)	Incorrecto
	ED	"yo boy a utilizar la herramienta de usar un segmento de recta perpendicular y paralela"	Incompleto
	EE	"yo boy a trasar un cegmento de recta y voy a usar el instrumento perpendicular y el instrumento paralelo y el polígono le boy a poner 4 vertices 4 lados 4 cegmentos de recta y la figura este cerrada". (Sic)	Incompleto

Analizando la habilidad de explicar, es evidente que hay debilidades en esta por cuanto:

- Las razones en la explicación deben tener una función descriptiva Duval (1999), pero no en este caso, pues las ideas plasmadas no tienen un hilo conductor, y la redacción de los estudiantes dan la sensación de que sus proposiciones son aisladas, sin conexión.
- Las explicaciones presentadas no se han hecho con palabras claras o ejemplos para que se haga perceptible el procedimiento de resolución del problema.

El estudiante C, explica la estrategia empleada para resolver el problema planteado:

D: Docente **EC:** Estudiante C **C:** Comentario

D: ¿Cuál es tu estrategia para construir el rectángulo?

EC: "Yo voy a hacer el rectángulo trazando las otras líneas que faltan pero que no quede como un cuadrado"

D: Cuando hablas de las otras líneas, ¿a qué te refieres?.

D: "O sea, a las líneas que faltan para que sea un rectángulo, o sea los laditos que faltan"

EC: ¿Y de qué manera vas a construir el siguiente lado?

EC: "Pues cojo la herramienta y trazo el otro lado, luego lo suelto y trazo el que queda atravesado y cuadro los puntos hasta que quede el ultimo lado"

C: El estudiante seleccionó la herramienta segmento, y trazó un segmento consecutivo al segmento dado, de menor longitud y haciendo un cálculo visual de la perpendicularidad de éste, sin utilizar el trazo de una recta perpendicular que garantice la formación de un ángulo de 90º entre ellos. El mismo procedimiento, lo hizo con el tercer segmento, calculando visualmente que su longitud fuera aproximada al segmento inicial. Con el cuarto lado repitió el procedimiento usado para trazar el segundo segmento.

D: ¿Qué ocurre cuando haces la prueba del arrastre?

EC: "Pues selecciono la flecha y lo pongo en un punto."

D: ¿Si, pero qué ocurre cuando haces la prueba del arrastre?

EC: "Ay, se desbarata, entonces no es un rectángulo"

D: ¿Por qué dices eso?

EC: "Porque cuando queda bien hecho, la figura se puede agrandar o "enchiquitar" pero no se daña"

C: Cuando el estudiante dice que la figura se desbarata, hace referencia a que no mantiene ni su forma ni la longitud de sus lados. Cuando dice que la figura se puede agrandar o enchiquitar, una figura, hace referencia al aumento o disminución de la longitud de los lados de una figura, conservando las propiedades que la hacen característica.

Tabla 8. ¿Qué le falta a la figura para ser un rectángulo? Argumenta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	"Le hace falta los vértices, los lados, los ángulos, le hace falta que sea un rectángulo" (Sic)	Incompleto
	EB	"le hace falta tres lados tambien para que se a cerrado que tenga cuatro lados" (Sic)	Incompleto
	EC	"le faltan 3 lados y que dos lados sean mas largos y los otros sean mas corticos" " (Sic)	Incompleto
	ED	"para ser un rectángulo le fata tres vértices, tres segmentos de recta, que sea una figura cerrada y sus angulos"	Incompleto
	EE	"le falta tomarle el cegmento perpendicular le falta los angulos le faltan los cegmentos de recta y tambien le falta los cegmentos". (Sic)	Incompleto

En este ítem los estudiantes mencionan ya algunos elementos que le faltan al segmento para llegar a ser un rectángulo como son los vértices, los lados y los ángulos, no obstante, ninguno de los estudiantes menciona aún propiedades de la figura. En cuanto a la habilidad de argumentar, se deduce que los estudiantes presentan falencias en dicha habilidad, por cuanto las razones que arguyen aún son bastante insipientes y con falta de un soporte matemático que las sostenga.

Tabla 9. ¿Qué características tienen los rectángulos? Argumenta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	"Los rectángulos tienen mayor longitud, menor longitud y tambien tienen lados, vértices, segmeto, angulo todos los lados son iguales" (Sic)	Incompleto
	EB	"que están formados por segmentos de recta también están formados por cuatro lados son cerradas y tienen segmentos iguales " (Sic)	Incompleto
	EC	"Los angulos de esa figura son de 90º y unos lados son mas largos y los otros mas corticos. Son figuras serradas y tiene segmentos de recta" (Sic)	Incompleto
	ED	"sus características son que tiene dos pares de lados paralelos, cuatro segmentos de recta también. es una figura serrada, tambien es una figura con	Incompleto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
		angulos” (Sic)	
	EE	“que tienen cegmento de recta son cerrados y son perpendiculares y tambien paralelos son cegmentos colineales tambien son cuadriláteros porque tienen 4 lados y 4 vertices y tambien los que tienen 4 lados”	Incompleto

En cuanto a la habilidad de argumentar, encontramos que persisten las debilidades en cada uno de los estudiantes en este campo. Los estudiantes utilizan términos propios de la geometría, pero con hay un proceso de encadenamiento de ellos lo que le resta validez y aceptabilidad a sus razones.

Tabla 10. ¿Es posible que los rectángulos tengan sus cuatro lados de igual longitud? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Acepta o refuta una premisa por medio de razones relevantes	EA	“No es posible porque no son iguales los lados porque los de arriba son mas largos los de los lados” (Sic)	Incorrecto
	EB	“no es posible porque no tiene segmentos de recta y no tenbra segmento”” (Sic)	Incorrecto
	EC	“No es posible porque dos lados son mas largos que los otros dos”” (Sic)	Incorrecto
	ED	“no es posible por que sus segmentos de recta no son iguales el de arriba y abajo son iguales pero con los otros no” (Sic)	Incorrecto
	EE	“No porque si el rectángulo tiene 2 segmentos de rectas reducidos y dos son anchos” (Sic)	Incorrecto

Ninguno de los estudiantes acertó con la respuesta. Su nivel de razonamiento se basa en percepciones visuales y esto les impide reconocer que la propiedad fundamental del rectángulo es que sus cuatro ángulos sean rectos, independiente de la longitud de sus lados. En lo que atañe a la habilidad de justificar, se evidencian debilidades, por cuanto al presentar sus razones o argumentos para aceptar o rechazar la tesis planteada, éstos no se encuentran concatenados, no tiene un hilo matemático conductor que los líe y el estudiante no establece relaciones de conexidad entre los elementos de las figuras geométricas a las que se hace referencia.

7.6.1.3 Fase de Explicitación. Los estudiantes expresaron por escrito los resultados que han obtenido al resolver el problema, intercambiaron sus experiencias y discutieron sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que llegaran ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afianzar el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. Los estudiantes se vieron avocados a utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que trabajaron. El tipo de trabajo que se realizó en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolver los problemas, sus elementos, sus propiedades y las relaciones que utilizaron.

a. Explica ante tus compañeros la estrategia que empleaste para resolver el problema.

Pese a las dificultades expuestas, se encuentra que los estudiantes se comunican matemáticamente con mayor seguridad de manera oral, tal como se muestra en el siguiente diálogo con una de las estudiantes al indagar por su estrategia para la construcción del rectángulo a partir de un segmento dado.

D: Docente **EC:** Estudiante C **C:** Comentario

D: Docente

E: Estudiante

D: ¿De qué manera inicias la construcción del rectángulo a partir del segmento AB?

E: Primero voy a trazar una **línea perpendicular**. (La estudiante usa la herramienta recta y la ubica en uno de los extremos del segmento)

D: ¿Para qué trazas la línea perpendicular?

E: Para que se trace un ángulo recto. (La estudiante traza una recta que pasa por el punto A).

C: Los estudiantes meses previos a la intervención, habían trabajado con la herramienta, la construcción de líneas paralelas y perpendiculares. Por ello, emplearon este concepto para hallar ángulos de 90º.

E: Luego voy a trazar una línea paralela. (La estudiante selecciona el segmento y traza una recta paralela al mismo).

D: ¿Por qué trazas la paralela?

E: Para que me quede igual al segmento que me dieron de primero. Luego trazo una perpendicular. (La estudiante ubica la perpendicular de manera que pasa por el punto B del segmento inicial.

D: Ya tienes cuatro vértices en la figura, ¿cuál es la medida que deben tener los ángulos de un rectángulo?

E: De 90 grados.

D: ¿Cómo garantizas que los ángulos se mantengan noventa grados?

E: Por la perpendicular, porque ahí se forman ángulos de noventa grados.

D: ¿Ya terminaste la construcción?

E: No, ahora utilizo la herramienta polígono y lo formo.

D: Ahora debes hacer la prueba del arrastre. ¿Cómo la haces?

E: Pongo la flecha (el puntero del mouse) encima de un vértice y lo muevo.

D: ¿Qué ocurre cuando mueves uno de los vértices de la construcción?

E: El estudiante hace una pausa larga y no se obtiene respuesta. Luego, dice: la figura se mueve y se vuelve más grande o más pequeña.

D: ¿Ocurren cambios en la medida de sus ángulos?

E: No, son iguales.

D: Eso quiere decir que las propiedades del rectángulo se mantienen.

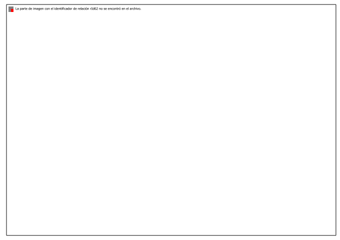
Se evidencia que la experiencia de interactuar con el software, les permite no sólo utilizar un lenguaje matemático, sino reconocer ciertas propiedades de los rectángulos, al momento de realizar la construcción.

7.6.1.4 Fase de Orientación Libre:

Actividad propuesta:

Ahora debes construir un rectángulo a partir de dos de sus lados consecutivos dados.

Imagen 22. Construir un rectángulo a partir de dos de sus lados consecutivos dados.



Esta actividad se propuso para que los estudiantes se cercioren que los lados opuestos deben tener la misma longitud.

Luego de hacer la construcción los estudiantes respondieron una serie de preguntas que generaron discusión en el grupo y que se presentan a continuación en el extracto del diálogo sostenido.

a) Explica a tus compañeros la estrategia que empleaste para resolver el problema

D: Docente **EC:** Estudiante C **C:** Comentario

D: ¿En qué consiste la estrategia para construir el rectángulo a partir de dos lados consecutivos? ¿Quién quiere compartirla?

EA: Primero medí los ángulos, después hice el rectángulo.

D: ¿Y cómo lo construiste?

ED: Primero busqué la línea perpendicular, luego hice la línea paralela, después medí los ángulos.

D: Cuando dices “busqué la línea perpendicular”, ¿a qué te refieres?

EA: A que cojo la herramienta de trazar la perpendicular y se la trazo para que pase por el segmento más pequeño.

D: ¿Y para que trazar esa línea perpendicular? ¿Cuál es el propósito?

EE: Para que den de noventa grados los ángulos.

D: ¿Qué ocurre si el ángulo no mide noventa grados?

EE: Pues que entonces no queda el rectángulo.

D: ¿Es decir que todos los rectángulos tienen ángulos de 90 grados?

E: Si (responden al unísono)

D: ¿Alguien más quiere compartir su estrategia?

EC: “Tracé una línea perpendicular y otra línea paralela y así pude convertirlo en un rectángulo”

D: ¿A qué le trazaste una línea perpendicular y a qué le trazaste una línea paralela?

E2: Pues a estos (mostrando con sus dedos los dos segmentos iniciales dados)

D: ¿Por qué una línea paralela y otra perpendicular?

E2: Porque así quedan los ángulos de la misma medida?

D: ¿Cuál es esa medida?

E2: “Pues de noventa grados”

D: Observemos los lados opuestos de la construcción, **¿**Cómo deben ser en cuanto a longitud los lados opuestos de un rectángulo?

E3: “Un par de lados deben ser iguales porque deben ser de la misma medida. Pero no es igual a la otra medida”

D: ¿A qué otra medida te refieres?

E3: "Pues que los lados de arriba son iguales (haciendo referencia al par de lados opuestos de mayor longitud), pero los otros lados (los de menor longitud) son diferentes a los de arriba".

D: ¿Cómo son los lados consecutivos de un rectángulo en cuanto a su longitud?

E1: "Deben ser diferentes porque las medidas de un rectángulo tiene los lados así"

D: ¿Están de acuerdo? Alguien tiene otra respuesta?

E2: "Son diferentes porque por ejemplo un lado debe medir dos metros y el otro lado debe medir un metro"

Se puede concluir que el trabajo en grupo en el que los estudiantes pueden de discutir sobre sus estrategias y procedimientos matemáticos, es metodológicamente favorable porque permite a los participantes expresar con libertad sus argumentos, razones y puntos de vista. Al discutir sobre la estrategia de construcción de un rectángulo a partir de sus lados consecutivos se observó que:

- Los estudiantes tienen más dificultades comunicativas para escribir que para expresar sus argumentos de manera verbal.

- Sus argumentos apenas son nocionales. Aunque reconocen que los segmentos consecutivos de un rectángulo deben mantener la perpendicularidad, no lo expresan de esa manera ni con ese lenguaje. Se apoyan en representaciones corporales para afirmar esa razón.

- Emplean términos geométricos, pero les falta del dominio del concepto para que puedan expresar con propiedad sus argumentos.

Es positivo observar el esfuerzo que hacen por emplear lenguaje semiótico propio de las matemáticas, que no se presentaba en la etapa incipiente de la intervención.

7.6.1.5 Fase de Integración. En esta fase el profesor dirigió resúmenes o recopilaciones de la información que ayudaron a los estudiantes a lograr esta integración. La actividad propuesta no implica la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos.

Actividad

Completar la siguiente tabla:

Tabla 11. Actividad de desarrollo para estudiantes

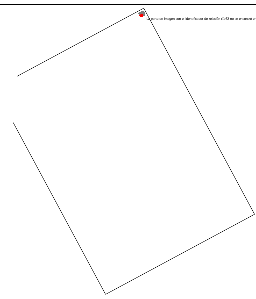
POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS	NÚMERO DE VÉRTICES	NÚMERO DE DIAGONALES TOTALES
			
	NÚMERO DE ÁNGULOS INTERNOS	**DIAGONALES DESDE EL VÉRTICE**	**SUMA DE SUS ÁNGULOS INTERNOS**
	LADOS CONSECUTIVOS	**LADOS OPUESTOS**	**ÁNGULOS OPUESTOS**

Tabla 12. Respuestas a Actividad del polígono por parte de los estudiantes

CATEGORÍA	E	Nº Lados	Nº Vértices	Nº Diagonales totales	Nº Ángulos internos	Diagonales desde el vértice	Suma Ángulos Internos	Lados consecutivos	Lados opuestos
Inferir información, entre sistemas de representación.	EA	4	4	2	ABC	1	360º	AD, DC, CB, AB	AB-CD
	EB	4	4	2	4	1	360º	AD, BC, CD, AB	AB, CD
	EC	4	4	2	4	1	360º	AB, BC, CD, DA	AD-BC AB-AC
	ED	4	4	2	4	1	360º	AD-BC AB-CD	AD-BC AB-CD
	EE	4	4	2	4	1	360º	AB-BC CD-AD	AB-BC

Este ítem propuesto para determinar la habilidad de interpretar de los estudiantes, extractando información de una representación gráfica da cuenta de que todos los estudiantes tuvieron la capacidad de:

- Identificar los elementos del rectángulo.
- Reconocer el rectángulo como una figura geométrica con ciertas propiedades que lo diferencian de otras, tales como la medida de sus ángulos internos, y el trazo de las diagonales y la perpendicularidad de sus lados consecutivos.

Posteriormente, se propuso como actividad de cierre, responder a unas preguntas para medir su habilidad de justificación:

Tabla 13. ¿El rectángulo es un paralelogramo?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	"Si es un paralelogramo porque nunca se encuentran los lados opuestos" (Sic)	Correcto
	EB	"si es un paralelogramo por que nunca se encuentran los lados y los lados son opuestos" (Sic)	Incompleto
	EC	"Los lados que son opuestos siempre son paralelos pero no los lados consecutibos porque esos si se crusan entonces si es un paralelogramo" (Sic)	Correcto

	ED	“si es un paralelogramo por que tiene dos pares de lados paralelos y nunca se encuentran” (Sic)	Correcto
	EE	“Si porque los dos son lados opuestos” (Sic)	Incompleto

Tabla 14. ¿Todo rectángulo es un cuadrado?

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	“No es cuadrado porque los lados del rectangulo son diferentes a los cuadrados” (Sic)	Incompleto
	EB	“No por que los lados de los rectángulos no son congruentes pero el cuadrado si es congruente” (Sic)	Correcto
	EC	“no. porque los lados de un rectángulo son diferentes a los del cuadrado que si son iguales”	Incompleto
	ED	“no por que todos los lados del cuadrado son congruentes y los del rectángulo no son iguales ” (Sic)	Correcto
	EE	“No. Porqué el rectangulo tiene sus lados largos y el cuadrado no”(Sic)	Incompleto

Tabla 15. ¿Todo cuadrado es un rectángulo?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	"Si porque tiene las mismas caracteristicas" (Sic)	Incompleto
	EB	"Si por que cumple con todo como que el rectangulo es cerrado y el cuadrado también es cerrado" (Sic)	Incompleto
	EC	"si porque tienen los mismos angulos los dos pero no importa los lados "	Correcto
	ED	"Si porque el cuadrado cumple con todas las propiedades del rectángulo" (Sic)	Incompleto
	EE	"Si. Porque en el cuadrado cumple todas las características fundamentales del rectangulo"(Sic)	Incompleto

Tabla 16. ¿Qué significa que una construcción aguanta la prueba del arrastre?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su	EA	"Si porque es una figura que no se desarma en la prueba del arrastre porque no se desbarata" (Sic)	Incompleto
	EB	"Se significa que la contruccion este bie	Incompleto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
opinión empleando		echa para que a cuante la prueba del arastre" (Sic)	
lenguaje matemático.	EC	"quiere decir que la figura no se desarma asi se ponga grande o pequeña siempre va a ser la misma figura "	Incompleto
	ED	"significa que cuando yo ise la preuva del arrastre y cumple con todas sus propiedades" (Sic)	Correcto
	EE	"Significa que cuando hacemos la prueba del arrastre nos cirve para ver si el rectangulo esta bien echo"(Sic)	Incompleto

Para analizar la habilidad de justificar en este ítem se requiere interpretar, reflexionar y recomponer lo que los participantes han planteado. Se observó si el estudiante al justificar su respuesta, expresaba razones que tuvieran validez y sustento matemático.

En general se observó que con respecto a esta habilidad, los estudiantes:

- Emplean algunos términos matemáticos para referirse a los elementos del objeto de estudio (rectángulo).

- Se observó que en los espacios de discusión, los estudiantes expresaron sus ideas de manera libre, observando que si bien ya emplean una jerga matemática, en ocasiones estos términos son utilizados sin mucha propiedad y por ende en algunos estudiantes sus argumentos parecen confusos o se presentan con desaciertos.

- Al momento de justificar si un cuadrado es un rectángulo o viceversa, las razones expresadas por los estudiantes están basadas en la longitud de los lados, pero no expresan conceptos como el de la perpendicularidad de sus lados que podrían determinar que un cuadrado es una clase de rectángulo. Mencionan por ejemplo que un cuadrado cumple con las características del rectángulo, sin manifestar a cuáles hace referencia, sin emplear en ese caso lenguaje matemático alguno que den soporte a sus afirmaciones.

- Cuando manifiestan sus razones del significado de la prueba del arrastre, observan en el software las variaciones de medida en la longitud de los lados, la conservación de la medida de los ángulos, pero, sus argumentos se basan exclusivamente en percepciones visuales. Es importante para ello destacar en su justificación la conservación de la forma de la figura y la reducción o ampliación de su tamaño, sin percibir la conservación de las propiedades de la misma.

7.6.2. Descubriendo el Cuadrado. Esta secuencia didáctica se diseñó para efectuar la construcción del cuadrado como objeto geométrico, teniendo en cuenta sus relaciones y propiedades mediadas por el software de geometría dinámica, como una forma de apoyar el proceso de comunicación en la enseñanza de la geometría.

7.6.2.1 Fase de Información

Actividad 1. El profesor identifica los conocimientos previos que puedan tener sus estudiantes sobre este nuevo campo de trabajo. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

Utiliza la herramienta geogebra y observa las dos construcciones que aparecen a continuación.

Imagen 23. Utilización de la herramienta GeoGebra por parte de los estudiantes

El objetivo es que los estudiantes a través de la prueba del arrastre determinen la conservación de las propiedades del polígono 1 como cuadrado y observen en la vista algebraica, la diferencia en la longitud de los segmentos que conforman las dos figuras, para determinar cuál de las dos es un cuadrado. Por simple observación los estudiantes podrán decir inicialmente que las dos figuras son cuadrados, pero a medida que interactúen con el software se darán cuenta que se trata efectivamente de dos rectángulos, pero uno de ellos equilátero.

A continuación la transcripción de la actividad realizada por un estudiante quien interactúa con el software.

D: Docente **EB:** Estudiante B **C:** Comentario

D: ¿Qué observas en la pantalla?

E: "Hay dos cuadraditos".

D: ¿Por qué dices que son cuadrados?

E: Porque tienen la misma forma los dos. O sea tienen los mismos lados"

C: La expresión: “tienen los mismos lados”, hace referencia a que el estudiante por percepción visual, considera que la longitud de los lados del polígono 1 y del polígono 2 son congruentes.

D: Aplica la prueba del arrastre al polígono 1. ¿Qué ocurre?

E: “No se desbarata la figura”.

D: ¿Qué quieres decir cuando afirmas que la figura no se desbarata?

E: “O sea que no se desbarata en otra figura diferente al cuadrado, queda el mismo cuadrado, pero se gira, queda grande o pequeño pero queda el mismo cuadrado”

D: Aplica la prueba del arrastre al polígono 2. ¿Qué ocurre?

E: “Esta se convirtió en un rectángulo”

C: El estudiante seleccionó uno de los vértices donde se desplazan al tiempo tres lados del polígono, donde un par de lados opuestos cambian de longitud en la medida en que se mueva el puntero del mouse.

Luego de interactuar por unos minutos con las dos construcciones, los estudiantes tejieron sus primeras conjeturas y pusieron a prueba sus habilidades comunicativas respondiendo las siguientes preguntas tendientes a la presentación de argumentos:

Tabla 17. ¿Qué diferencias encuentras en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y del polígono 2?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Da razones, defiende su opinión empleando lenguaje matemático.	EA	"1 y 2 eran cuadrados y despues el lado dos se conbirtio en rectángulo" (Sic)	Incorrecto
	EB	"en cuanto a la longitud del polígono 1 es más pequeña que la del polígono 2" (Sic)	Incorrecto
	EC	"a lo primero movi el polìgono1 y luego el 2 se combirtió en rectangulo los lados consecutivos usaban el mismo vertise pero otros no " (Sic)	Incorrecto
	ED	"Al principio los dos polígonos parecían iguales cogi un vertice de la primera figura y siguió siendo la misma luego cogi un vertice de la segunda figura y al moverlo se combirtio en un rectangulo" (Sic)	Incorrecto
	EE	"al principio de la construccion yo crey que el poligono 1 y el poligono 2 heran cuadrados pero el 2 cuadro hera un rectangulo". (Sic)	Incorrecto

La habilidad de argumentar tiene que ver con el hecho de dar razones, defender una opinión o tratar de convencer con sus tesis. Esta habilidad requiere de proponer sus conjeturas matemáticas a través de una buena escritura, y es evidente la debilidad de los argumentos porque si nos detenemos sólo a observar la escritura de los estudiantes, esta da cuenta que sus escritos son una sucesión de ideas desordenadas e incoherentes y soslayan el aspecto que matemático que hacía parte del problema en cuestión, en este caso, hacer un comparativo de las longitudes de los lados de los dos polígonos. Los argumentos que presentan están orientados a percepciones visuales como forma y tamaño de una figura pero no en sus propiedades.

Tabla 18. ¿Qué ocurre cuando aplicas la prueba del arrastre a las dos figuras? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresa ideas, dando una o más razones para la comprensión	EA	El polígono 1 escogi el punto a y los lados eran iguales entonces el punto 2 cogi el punto D y se conbirtio en rectangulo” (Sic)	Incorrecto
	EB	“Entre el polígono 1 y 2 es que el polígono 1 es que el polígono 1 acuanta la prueda del arrastre y el polígono 2 No la acuanta y se convirtio en rectangulo” (Sic)	Incorrecto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
de un dato, un fenómeno o un resultado	EC	“a lo primero movi el poligo 1 los lados quedaron iguales y movi el poligo 2 se combirtio en un rectangulo” (Sic)	Incorrecto
	ED	“Yo elegi el primer polígono hise la prueba del arrastre y me di cuenta que la longitud seguía igual luego elegi el segundo polígono le hice la prueba del arrastre al aserlo me di cuenta que cambio la longitud de los lados y que era un rectangulo” (Sic)	Correcto
	EE	“Yo hice la prueva del arrastre en el cuadrado 1 y arrastre uno de sus vertices y el vertice se quedo quieto en cambio en el polígono 2 arrastre uno de sus vertices y me di cuenta que el polígono 2 hera un rectangulo”.(Sic)	Incorrecto

Explicar implica hacer claridad acerca de un fenómeno o situación determinada. Es una actividad reflexiva en relación a otra, es decir, se convierte la explicación en un medio para entrelazar o unir ideas, dando una o más razones para la comprensión de un dato, un fenómeno o un resultado. En este caso particular, se observa que al momento de dar explicaciones, los argumentos presentados no dan claridad, son confusos, no permiten determinar lo ocurrido al efectuar un procedimiento, amén de que emplean un lenguaje matemático poco riguroso. Adolecen los estudiantes en su habilidad de explicar, de presentar estudiantes estrategias, predicciones, conjeturas y/o resultados al enfrentarse al problema matemático propuesto.

Tabla 19. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? ¿Qué quiere decir esto? Plantea tu conjetura

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresa ideas, dando una o más razones para la comprensión de un dato, un fenómeno o un resultado	**EA**	**“No hay diferencia en amplitud porque los polígonos no son iguales y no tiene la misma medida y que es una figura cerrada y tiene su misma medida” (Sic)**	**Incorrecto**
	EB	**“no hay diferencia por que el cuadrado es cerrado esta formado por vertices segmentos de recta y el rectangulo también” (Sic)**	**Incorrecto**
	EC	**“no hay diferencia en la amplitud de los ángulos que las 2 figuras son serradas todos sus angulos miden 90º” (Sic)**	**Incorrecto**

	ED	**“No hay diferencia en la amplitud que esos dos poligonos son diferentes de longitud pero la medida de los ángulos quedan iguales y que las dos figuras cumplen con todas las reglas” (Sic)**	**Incorrecto**
	EE	**“No hay diferencia porque el cuadrado cuando le vamos a probar la prueva del arrastre se queda Quieta pero la figura 2 cuando le tomamos la prueba del arrastre el vertice G se convierte en un rectangulo”.(Sic)**	**Incorrecto**

La habilidad de conjeturar en matemáticas permite que los estudiantes formulen afirmaciones acerca de las propiedades de determinados objetos, en este caso el rectángulo. Estas afirmaciones se producen a partir de las observaciones o exploraciones con el objeto de estudio, tal y como se esperaba con la interacción con el software. A partir de la lectura de las razones presentadas por los participantes, se puede concluir que los procesos de comunicación muestran debilidades por cuanto los argumentos presentados por los estudiantes no permiten identificar información relevante para plantear sus conjeturas. De igual manera los planteamientos hechos por los estudiantes evidencian no tener en cuenta las habilidades de visualización por cuanto no identifican los elementos necesarios para poder formular sus conjeturas. De igual manera los estudiantes no pudieron identificar patrones, semejanzas o propiedades en las dos figuras planteadas. Finalmente, los estudiantes al comunicar sus afirmaciones de manera verbal, no lo hacen de forma clara ni con un lenguaje matemático, más bien lo hacen en un lenguaje primario y confuso.

Tabla 20. ¿Cuál de los dos polígonos es un cuadrado? Argumenta tu respuesta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresa ideas, dando una o más razones para la comprensión de un dato, un fenómeno o un resultado	EA	“el primer poligono es un cuadrado porque el otro poligono es un rectangulo” (Sic)	Incompleto
	EB	“el poligono 1 y si es un cuadrado por que el polígon 2 se convirtio en un rectangulo y el polígono uno No” (Sic)	Incompleto
	EC	“el polígono 1 por que el no se golvio rectangulo y el polígono 2 si” (Sic)	Incompleto
	ED	“El primer poligono por que al principio el segundo poligono parecia un cuadrado pero al aserle la prueva del arrastre ese cuadrado se comvirtió en un rectangulo” (Sic)	Incompleto
	EE	“el polígono 1 es un cuadrado porque el polígono 2 se convirtió rectangulo”.(Sic)	Incompleto

El problema matemático propuesto es bastante simple y condicionado, debido a que los dos conservan la igualdad de sus ángulos, pero sólo uno pierde la igualdad de un par de sus lados. Es evidente, (si observamos las respuestas de los estudiantes) que los argumentos utilizados por ellos, en el proceso de resolución del problema muestran apenas un esfuerzo incipiente por usar términos geométricos, dando razones basadas en percepciones visuales, que no tienen acotado el campo de validez o utilidad, pues carecen de fundamento y no se basan en las propiedades geométricas del objeto. De igual manera, su lenguaje natural al comunicarse dificulta aún más el desarrollo de su habilidad de argumentar.

7.6.2.2 Fase de Orientación Dirigida*.* Se presentó a los estudiantes un problema geométrico. El problema propuesto había de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar. Cuando lo necesitaron, se orientó a los estudiantes hacia la solución, de acuerdo con la estrategia individual que cada uno eligió.

El problema fue seleccionado para permitir al estudiante aprender los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales del cuadrado.

Actividad

Aquí tienes 9 cuadrados, pero sólo dos son de verdad, los demás mienten. ¿Puedes encontrar cuales son los verdaderos?

Imagen 24. ¿Puedes encontrar cuáles son los cuadros verdaderos?

Para iniciar la resolución del problema se dio una indicación corta del trabajo a realizar por los estudiantes como es la de mover los vértices de cada cuadrado. Cada estudiante planeó la estrategia para resolver el problema planteado.

El planteamiento de esta actividad es pertinente porque hace que el estudiante inicialmente a partir de la observación plantee conjeturas, y a medida que avanza la actividad, él debe centrarse en las propiedades del cuadrado que se han perdido o se mantienen en cada una de las figuras.

Se presentan variaciones en la posición de los cuadrados y en la manera de deformarse de los mismos, incluyendo los que se transforman en rectángulos y en rombos, que serán paralelogramos.

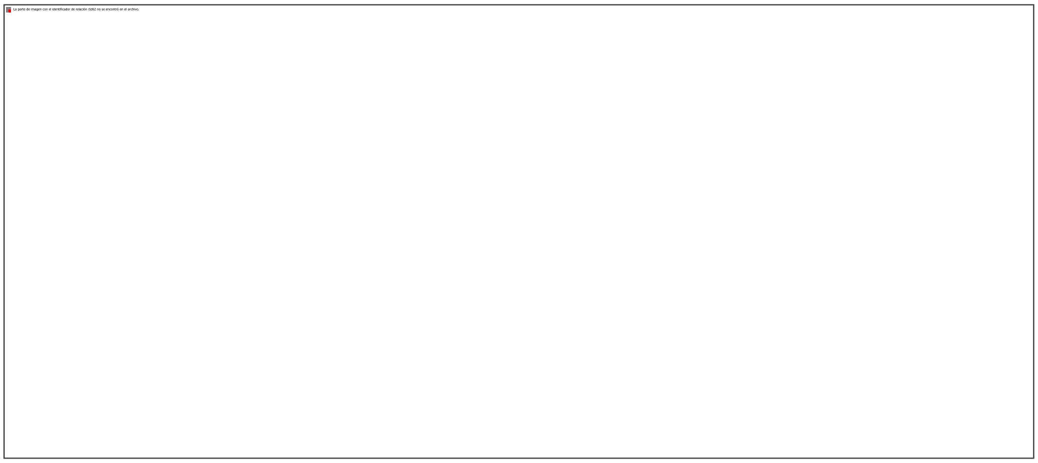
El software de geometría dinámica, se convierte en este caso en un mediador imprescindible para el efecto de esta actividad, consiguiendo que los estudiantes puedan reflexionar sobre sus estrategias y plasmarlas comunicativamente, ya que se pregunta a los niños por los cuadrados verdaderos, en un intento por establecer la diferencia entre construcción geométrica y dibujo.

No es posible para el estudiante saber, sin utilizar la prueba del arrastre, qué figura hay detrás de un dibujo que se ve en la pantalla.

Así, empleando esta sencilla herramienta ya empezará a pensar que la figura que se conserva es la que cumple con las propiedades de este cuadrilátero. Los cuadrados verdaderos corresponden a las figuras B y E.

7.6.2.3 Fase de Explicitación. Posteriormente a la interacción con el software, los estudiantes respondieron las siguientes preguntas:

Imagen 25. ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices en cada una de las figuras? Registra lo que ocurre en la siguiente tabla



Registro hecho por el estudiante A

Los 5 estudiantes descubrieron que los cuadrados verdaderos correspondían a las figuras B y E. No obstante, sólo uno de los estudiantes mencionó que la figura B era un cuadrado verdadero porque mantenía sus propiedades, sin profundizar en este aspecto. El resto de los registros de los estudiantes estuvieron basados en el cambio o no de la forma de la figura que aparecía en pantalla.

Tabla 21. ¿Qué estrategia utilizaste para determinar cuáles eran los cuadrados verdaderos? Argumenta tu respuesta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presenta razones a los procesos de solución de un problema matemático.	EA	"La descubrí por que hize la prueda del arrastre para que acuantara" (Sic)	Incompleto
	EB	"Yo descubri una figura y le hize la prueva y aguanta" (Sic)	Incompleto
	EC	"Los descubrí moviendo todas las figuras algunos cuadrados se combertían en otras figuras diferentes y otras si eran cuadrados como la E lo movi se iban en chiquitando y agrandando etc" (Sic)	Incompleto
	ED	"Yo escogi el vertice de un cuadrado y al aserle la rueba del arrstre mantuvo su forma, sus vertice, sus ángulos mantuvo sus segmentos de recta y asi supe que era un cuadrado." (Sic)	Incompleto
	EE	"Yo estuve haciendo la prueva del arrastre y el cuadrado B, E se quedo intacto y las figuras A,D, F y G se cambiaron de forma".(Sic)	Incompleto

Al realizar el análisis de la habilidad de argumentar, es evidente que persisten las debilidades en esta por cuanto las razones presentadas por los estudiantes:

- No evidencia conocimiento matemático.

- No producen entre ellas justificaciones que sean de naturaleza deductiva.
- Las explicaciones presentadas no se han hecho con palabras claras o ejemplos para que se haga perceptible el procedimiento de resolución del problema.
- No ayudan a recordar o reconstruir conocimiento matemático.

El estudiante B, explica la estrategia empleada para resolver el problema planteado:

D: Docente **EB:** Estudiante B **C:** Comentario

D: ¿Cuál es tu estrategia para saber cuáles de las figuras corresponden a los cuadrados verdaderos?

EB: "Pues los cuadrados no se tiene que deformar, entonces yo empecé a mover las esquinas"

C: El estudiante hace referencia a utilizar la herramienta elige un punto y mueve, seleccionando uno de los vértices de la figura para desplazarlo.

D: Entonces explícame en qué consistió tu estrategia.

EB: "Mi estrategia fue que moví todos los vértices de todos los cuadritos y mirando cual se deformaba y cual quedaba cuadro"

D: ¿Qué ocurrió cuando moviste los vértices de las figuras?

EB: "Se deformaban como en otras figuras, como unas largas y otras cortas las líneas"

D: ¿Y cómo descubriste cuáles eran los cuadrados verdaderos?

EB: "Porque sólo rotaba y no se deformaba el cuadrado. Mire".

C: En ese momento el estudiante eligió la figura E que efectivamente era un cuadrado y movió uno de sus vértices rotando la figura alrededor de ese punto.

Imagen 26. Momento en el que estudiante eligió la figura E que efectivamente era un cuadrado y movió uno de sus vértices rotando la figura alrededor de ese punto

D: ¿Y cómo sabes que el cuadrado no se deforma?

EB: “Porque no quedan, quedan los cuatro lados, un poquito a veces grandes y otro poco pequeños pero quedan cuadrados”

C: Cuando el estudiante dice que la figura es un cuadrado porque los cuatro lados quedan “un poquito a veces grandes y otro poco pequeños pero quedan cuadrados”, hace referencia al aumento o disminución de la longitud de los lados del cuadrado, y aunque la figura conserva sus propiedades geométricas, el estudiante no se percata de ello, y sus aseveraciones se basan en su experiencia visual al interactuar con el objeto.

Tabla 22. Luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿cuál de ellas te parece mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Sustenta las estrategias y procedimientos puestas en acción en la solución de un problema, para	EA	“Me parecio mejor la de EC porque me parecio bien echa y también inteligente” (Sic)	Incorrecto
	EB	“La de ED porque tuvo la mejor respuesta y porque no hizo ningún herror” (Sic)	Incorrecto
	EC	“me parecio mejor la mia por que diJe palabras que eran ciertas de lo	Incorrecto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
promover un grado de adhesión y convencimiento.		que pensaba con las figuras” (Sic)	
	ED	“para mi la mejor fue la de EC por que sabe expresarse aunque tuvo algunos inconvenientes”	Incorrecto
	EE	“a mi me parecio mas la de EC porque me parece la idea de que cuando le hacen la prueva del arrastre se engrandaban y se enchiquitavan”. (Sic)	Incorrecto

Se pretendió que los estudiantes presentaran a través de justificaciones, las razones por las cuales adherían a una estrategia planteada por uno de sus compañeros (o la propia) para resolver el problema, sin embrago, ninguno de los estudiantes sustentó estrategias, ni presentaron procedimientos, ni presentaron razones relevantes que dieran sustento a su elección.

Escoge uno de los cuadrados que elegiste como verdadero, mide cada uno de sus lados y escribe su longitud en este dibujo:

Imagen 27. Registro hecho por el estudiante E

Ahora compara las longitudes que acabas de anotar. ¿Qué puedes decir acerca de la relación de longitud de los lados de un cuadrado? Justifica tu respuesta.

Tabla 23. Argumenta acerca de la relación de longitud de los lados de un cuadrado

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Sustenta las estrategias y procedimientos puestas en acción en la solución de un problema, para	EA	"Mi cuadro 1 tenia 3 cm todos los lados y cuando lo agrande midieron 5 cm lo que pasa es que yo lo movi y tenia la misma medida no cambia la medida para nada" (Sic)	Incorrecto
	EB	"que son iguale aunque el otro se más largo o pequeño o aunque midan	Incorrecto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
promover un grado de adhesión y convencimiento.		diferente” (Sic)	
	EC	“Sus lados de la figura siempre van a ser iguales y nunca van a cambiar la forma de ser” (Sic)	Incorrecto
	ED	“El cuadrado si tiene la medida mas pequeña o asi sea mas grande siempre tiene la misma longitud de largo y de corto.”	Incompleto
	EE	“cuando voy a hacer la prueva del arrastre si lo agrando o lo enchiquito siempre será el mismo cuadrado”. (Sic)	Incorrecto

Se puede evidenciar un bajo nivel en la habilidad de justificar por cuanto las razones que manifiestan los estudiantes carecen de sustento. Así mismo la aceptabilidad de las razones por ellos expuestas adolecen de pertinencia y de fuerza por cuanto sus ideas no admiten réplica ya que están incorrectamente planteadas, carecen de lenguaje matemático, no conducen a construir conocimiento y han perdido su valor epistémico, es decir, el grado de fiabilidad que posee lo que enuncian en sus proposiciones.

Tabla 24. ¿Es correcto afirmar que el cuadrado es también una clase de rectángulo sólo que equilátero? Justifica tu respuesta.

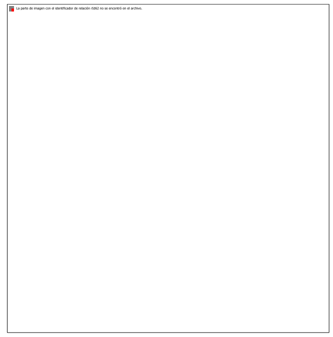
CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Sustenta las estrategias y procedimientos puestas en acción en la solución de un problema, para promover un grado de adhesión y convencimiento.	EA	"Si porque es equilátero y tiene angulos de recta es que misma la figura la dice rectangulo" (Sic)	Incorrecto
	EB	"si por que tienen los lados cerrados están formados por segmento de recta son de 90º" (Sic)	Incorrecto
	EC	"si porque es una figura cerrada, todos sus angulos son de 90º y tiene 4 lados iguales" (Sic)	Correcto
	ED	"si por que el cuadrado cumple con la propiedad mas importante del rectangulo que es que tenga angulos de 90º."	Incompleto
	EE	"No porque si fuera un cuadrado será mas largo pero como los rectángulos aveces son cortos y largos lo que importa es que tengan 90º todos sus vertices". (Sic)	Incorrrecto

En cuanto al análisis de la habilidad de justificar se pretendió brindar el espacio para que los estudiantes presentaran una prueba convincente de su adhesión o no a la tesis planteada. A pesar de realizar la actividad con Geogebra para la enseñanza y aprendizaje del concepto de cuadrado, al observar las respuestas de los estudiantes evidencian fallas en:

- La comprensión de los conceptos "cuadrado", "equilátero" y "rectángulo", por cuanto los usan indistintamente sin tener en cuenta sus particularidades ni la relación que existe entre ellos.
- Los estudiantes mencionan algunos elementos propios de los paralelogramos, pero su lenguaje matemático es aún incipiente, no es formal.
- Las respuestas de los estudiantes a la pregunta formulada fueron guiadas por ideas de nominación, por cuanto se limitan a mencionar elementos de la figura sin establecer elementos de convergencia entre ellos que le permitan hacer afirmaciones que lleven a construir o reafirmar conocimiento.

7.6.2.4 Fase de Orientación Libre. En esta fase se produce la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y un problema diferentes del anterior y, un poco más complejo. El profesor propone a sus estudiantes resolver el siguiente problema:

Imagen 28. El profesor propone a sus estudiantes resolver el siguiente problema



Sean AB Y AC dos de los lados de un cuadrado. Construya la totalidad del cuadrado que aguante la prueba del arrastre.

Luego de hacer la construcción los estudiantes respondieron una serie de preguntas que generaron discusión en el grupo y que se presentan a continuación en el extracto del diálogo sostenido.

Explica a tus compañeros la estrategia que empleaste para resolver el problema

D: Docente **E:** Estudiante **C:** Comentario

D: ¿Cómo lograron construir el cuadrado?

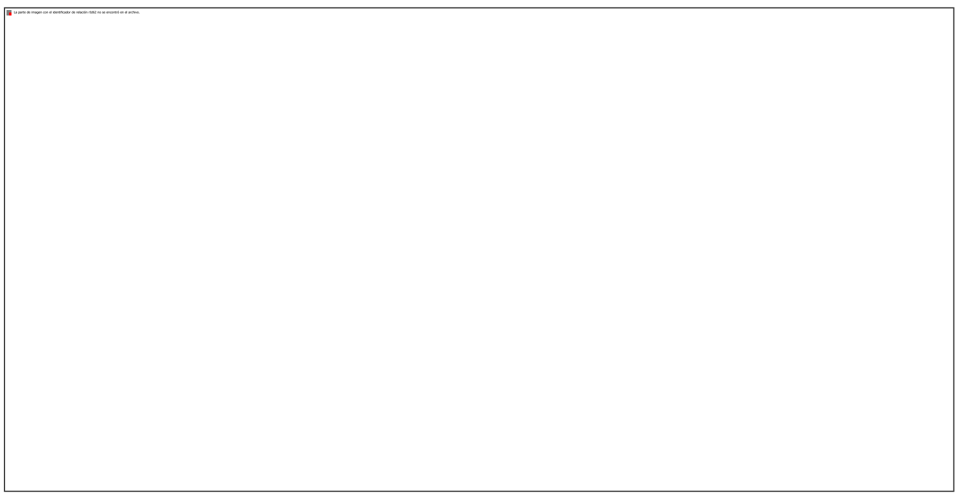
EB: "Bueno yo cogí la paralela y la tracé".

D: ¿A qué paralela te refieres?

EB: “Pues le hice la paralela al lado de abajo”

C: El estudiante hace referencia a trazar una paralela al segmento AB.

Imagen 29. Estudiante hace referencia a trazar una paralela al segmento AB.



D: ¿Y para que se traza la paralela al segmento AB?

EA: “Es que si se traza esa paralela entonces los ángulos quedan derechitos con la otra línea”

D: ¿Podrías explicarme que es quedar derechitos?

EA: “O sea que se forma un ángulo de 90º”

D: ¿Y eso es importante para la construcción?

EC: “Es que esos puntos deben ser de 90º”

C: Los puntos a los que se refiere el estudiante son en realidad el ángulo que forman el segmento AC y el segmento AB.

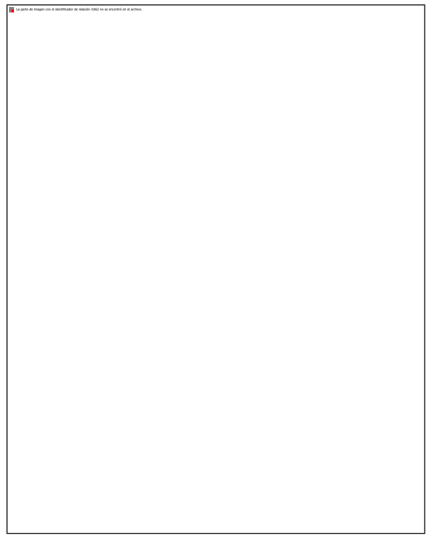
D: ¿Y luego qué se debe hacer? ¿Cómo continuamos la construcción?

ED: “Profe luego se hace otra rayita igual a la primera que se hizo pero para el otro lado”

D: ¿Me quieres explicar un poco más?

C: El estudiante se refería al trazo de una recta paralela al segmento AC y la trazó en el software.

Imagen 30. Reflejo al segmento AC y trazo realizado por un estudiante



D: Pero al ver el trazo que hiciste, no es la misma línea inicial. ¿Para qué trazar esa recta?

EA: “Es que ahí ya quedó la figura”

D: ¿Quieres decir que ya terminó la construcción?

EA: “Si porque ahí le echamos polígono y queda como un cuadro”

C: Posteriormente al trazo de la segunda recta paralela, el estudiante utilizó la herramienta polígono para unir los cuatro vértices. Hizo la prueba del arrastre, sin percatarse que había diferencia entre los lados del cuadrado. No todos los lados eran congruentes como se ve en la vista algebraica.

Imagen 31. Trazo de la segunda recta paralela, realizado por estudiante, utilizando la herramienta polígono para unir los cuatro vértices

D: ¿Qué figura has construido?

EA: Un cuadrado

D: ¿Está completamente segura?

EA: Sí

D: ¿Por qué?

EA: “Porque los cuatro lados son iguales”

D: Haga la prueba del arrastre ¿Qué ocurre?

EA: “No pasa nada se pone pequeño o se pone grande, no se desbarata.”

D: Que dicen ustedes, ¿es esto un cuadrado?
E: Sí. Responden todos.

D: La EA dice que la figura tiene los lados iguales, ¿cómo podemos saberlo?

EA: No sé.

D: Utilice la herramienta distancia o longitud. Mida dos de sus lados.

C: Se orientó a la persona para que midiera dos lados consecutivos que eran los que tenían diferente medida.

D: ¿Son iguales las medidas?

E: No**.** Uno mide siete noventa y ocho y el otro lado mide siete noventa y tres.

D: Entonces, ¿esa figura es un cuadrado?

E: “No. Es un rectángulo porque quedaron dos lados más largos y otros más corticos pero poquito”

Se puede concluir que la discusión generada a partir de la longitud de los lados de la figura construida fue enriquecedora, por cuanto los mismos estudiantes descubrieron que la construcción de su compañero no correspondía a la de un cuadrado. Al analizar el diálogo se encontró que:

- Los estudiantes ya tenían una experiencia previa como fue la construcción del rectángulo. Al explicar el procedimiento seguido para construir el cuadrado, usaron esporádicamente términos geométricos, pero en su gran mayoría empleaban términos coloquiales como “rayita” (en lugar de recta), “derechito” (en lugar de ángulo recto) o “cuadro” (en lugar de decir cuadrado) por mencionar algunos.

- Aún mantienen como referente su viso-espacialidad para presentar sus argumentos, ya que hablan de uno u otro término con respecto a su posición, tamaño, longitud, etc.

- Emplean términos geométricos, pero les falta del dominio del concepto para que puedan expresar con propiedad sus argumentos.

Persisten fallas en el proceso de comunicación de los estudiantes. Los resultados muestran que los estudiantes basaron sus argumentos sólo en enunciar algunos elementos nominales del cuadrado sin profundizar en las propiedades de dicha figura.

Posteriormente a la construcción los estudiantes respondieron a las siguientes preguntas que indagan la habilidad de explicación:

Tabla 25. ¿Cómo son las diagonales del cuadrado que construiste? Explica tu respuesta.

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
Presenta razones para volver entendible un dato	EA	“son rectas son triangulos que cuando yo traso una diagonal se parten en dos pedasos y cuando la traso las dos forman 4 triangulos” (Sic)	Incorrecto
	EB	“las diagonales de un cuadrado son paralelas” (Sic)	Incorrecto
	EC	“perpendiculares porque tienen la misma medida y forman un angulo de 90º” (Sic)	Correcto
	ED	“Las diagonales del cuadrado son perpendiculares por que al unir un vértice	Incorrecto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
		opuesto con otro forman un ángulo de 90º”	
	EE	“las 2 diagonales son perpendiculares porque tienen los mismos angulos vertices y las mismas lineas”. (Sic)	Incorrecto

Tabla 26. Al trazar las diagonales se forman 4 triángulos, ¿cómo son estos triángulos entre sí? Explica tu respuesta

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presenta razones para volver entendible un dato	EA	“son iguales porque miden igual todos ningu no mide mas que el otro” (Sic)	Incorrecto
	EB	“son iguales o congruentes porque miden 90º y miden igual de lados” (Sic)	Incompleto
	EC	“son iguales porque tiene la misma forma y la misma medida que tiene los triangulos” (Sic)	Incorrecto
	ED	“son triángulos congruentes por que al construirse las diagonales desde un vertice opuesto se forman cuatro triangulos y asi quedan iguales”	Incompleto
	EE	“son iguales y tambien tienen la misma medida los mismos segmentos y son rectos”. (Sic)	Incompleto

Los estudiantes presentan dificultades también en la habilidad de explicar. Esto se evidencia en que los enunciados que presentan y que deberían tener una intención descriptiva de un fenómeno, resultado o comportamiento (Duval 1993), no sólo no cumplen esta intención, sino que además presentan algunas afirmaciones son ciertas pero las razones que las apoyan carecen de sustento o valor de verdad.

Si bien es cierto que las explicaciones deben darse en un lenguaje matemático formal en la medida del grado de saber disciplinar de quien las da, es evidente que los estudiantes emplean términos geométricos pero que no han aprehendido ni comprendido.

Por ejemplo la afirmación del estudiante D en la primera pregunta, quien en su explicación usa términos geométricos como “diagonales”, “perpendiculares” y “ángulo”, pero al momento de concatenarlos, manifiesta una incorrección cuando afirma que al unir un vértice opuesto con otro se forma un ángulo de 90º, cuando en realidad lo que se hace es señalarse el simple trazo de una diagonal que por sí sola no forma ángulo de 90º sino que se convierte en la bisectriz del ángulo formado por los dos segmentos consecutivos de un cuadrado.

7.6.2.5 Fase de Integración. En esta fase el profesor dirigió la recopilación de la información para lograr esta integración. La actividad propuesta no implica la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos.

Actividad

Tabla 27. Defina para sus compañeros qué es un cuadrado

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Presenta razones para volver entendible un dato	EA	"Un cuadro es una figura que tiene 4 lados y tiene 4 segmentos y es serrada" (Sic)	Incorrecto
	EB	"Un cuadrado es el que tiene las diagonales que forman triangulos y que es serrada con segmnetos de recta" (Sic)	Incompleto
	EC	"Es una figura que tiene 4 lados iguales" (Sic)	Incompleto
	ED	"Es una figura que tiene 4 lados iguales vertices lados y angulos"	Incompleto
	EE	"son los que tienen 4 lados iguales y las diagonales miden 90º y los segmentos son cerrados". (Sic)	Incorrecto

El análisis de la actividad de la fase de integración permite llegar a las siguientes conclusiones:

- Son evidentes las fallas en las diversas habilidades del proceso de comunicación en los estudiantes, ya que utilizan un lenguaje natural con el empleo de algunos términos geométricos pero cuyas expresiones son inconexas, incoherentes, y con falta de cohesión.

- Las explicaciones, justificaciones y argumentaciones que dan los estudiantes, están basadas en percepciones visuales demostrando el nivel básico de reconocimiento, donde priman criterios de forma, posición, tamaño, etcétera y no las propiedades fundamentales de la figura.

7.6.4. El rombo y sus Propiedades. Esta secuencia didáctica se planeó para que los estudiantes reconocieran las características generales y propiedades del rombo, a través de la resolución de un problema geométrico, buscando fortalecer las habilidades del proceso de comunicación matemática.

7.6.4.1. Fase de Información:

Actividad 1

En esta fase, el estudiante procede a tomar contacto con el objeto de estudio. Para ello, se les dio la orientación a los estudiantes de utilizar el software de geometría para construir de manera inscrita un rombo a partir de un rectángulo. Luego de que el estudiante determine la conservación de las propiedades del rectángulo, procede a la construcción del rombo a través del uso de la herramienta punto medio para cada uno de los segmentos que conforman el polígono inicial. Con esta actividad se pretende identificar los siguientes conocimientos previos:

- Punto medio.
- Mediatriz de un segmento.
- Bisectriz de un ángulo.
- Lados congruentes

Los objetivos de esta actividad propuesta, buscaban que el estudiante pudiese identificar, comparar y analizar atributos generales del rombo, además de fortalecer el vocabulario para describirlo, potenciando así las habilidades de interpretación, justificación y argumentación, resolviendo preguntas sencillas.

A continuación se transcribe el intento de un estudiante por realizar la construcción propuesta:

D: Docente **E:** Estudiante **C:** Comentario

D: ¿Qué figura tienes inicialmente?

EB: "Eso es un rectángulo"

D: ¿Cómo puedes comprobar lo que dices?

E: "Pues arrastrando la figura para ver que no se desbarate".

C: El estudiante persiste en determinar que la validez de una construcción geométrica en el software, se da en la medida de la conservación del tamaño y la forma, no en sus propiedades.

D: ¿De qué manera puedes construir el rombo utilizando el rectángulo como referencia?

E: "utilizo la herramienta recta, y trazo una recta por encima de esta esquina".

C: El estudiante elige la herramienta recta y señala el vértice A del rectángulo, trazando una recta que pasa por ese punto sin tener en cuenta el grado de la pendiente de la misma.

Imagen 32. Respuesta de estudiante de la herramienta recta y señala el vértice A del rectángulo

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

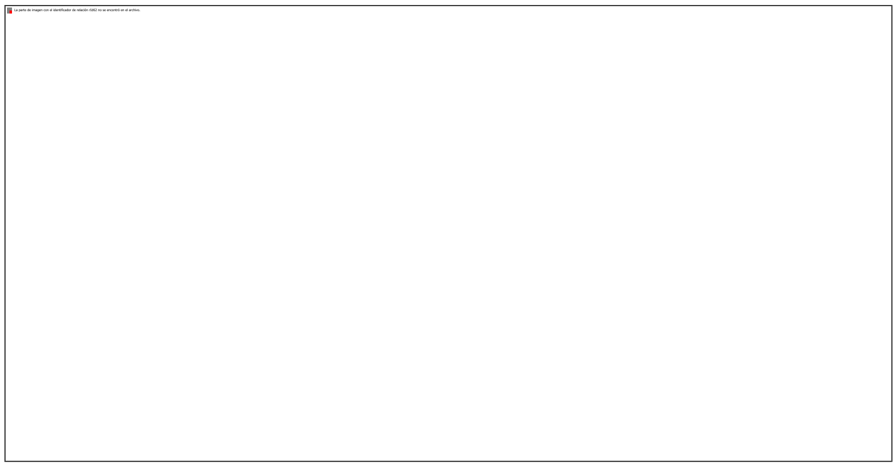
D: ¿Para qué trazas esa recta?

E: “Para que me quede el primer lado del rombo”

D: ¿Y cómo construyes el segundo lado?

E: “Otra vez uso la recta para hacer el otro lado”

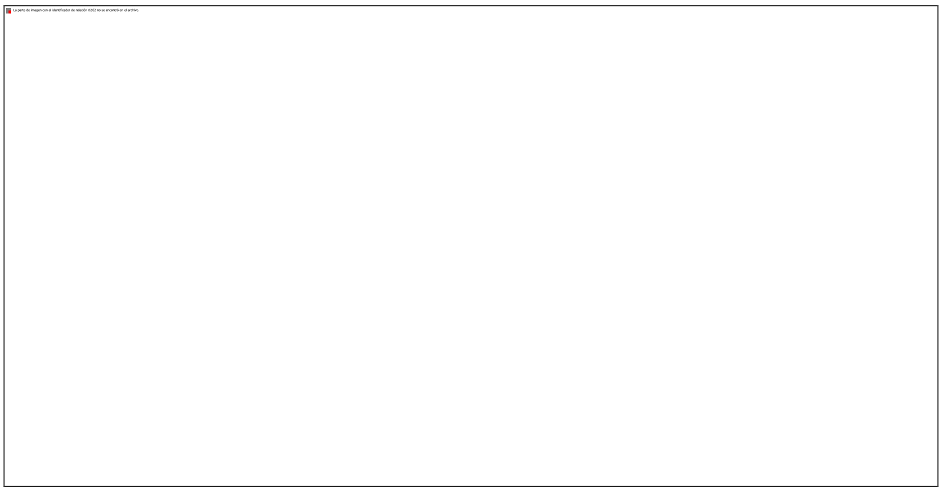
Imagen 33. Trazo de recta a parte externa de un rectángulo por parte de un estudiante



C: El estudiante traza externamente al rectángulo una recta (lo que para él es el segundo lado del rombo), desconociendo que el rombo debe construirse de manera tal que cada uno de sus vértices toque los lados respectivos de la figura en la que se inscribe.

E: “Luego el tercer lado y también el último lado”

Imagen 34. Trazo de rectas de lado a lado a un rectángulo por parte de un estudiante



D: Trazados los cuatro lados, ¿quieres decir que la construcción ha terminado?

E: “No. Todavía falta echarle el polígono”

C: La expresión “echarle el polígono” hace referencia al uso de la herramienta polígono con la que se unen los vértices de una figura.

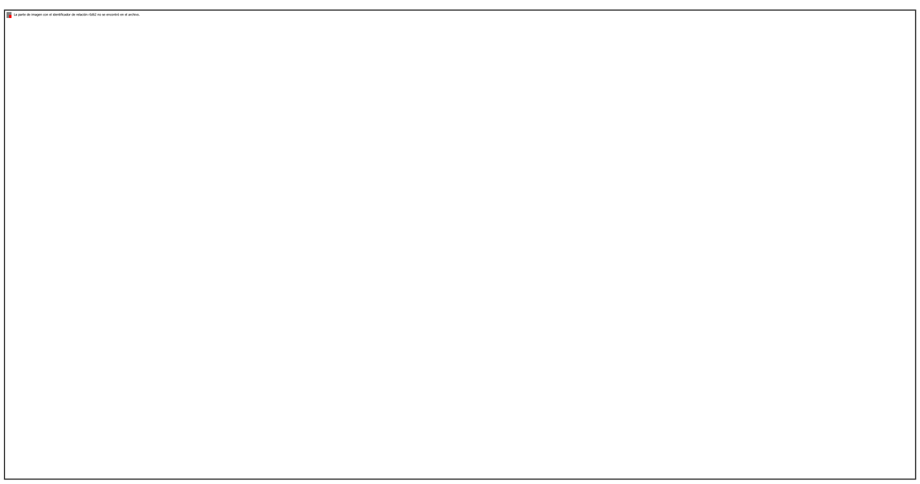
D: Luego de utilizar la herramienta polígono debes hacer la prueba del arrastre. ¿Qué crees que va a pasar?

E: “Pues que no se desbarata la figura”

D: Aplica la prueba y comenta que ocurre.

C: Esta imagen corresponde a lo ocurrido luego de aplicar la prueba del arrastre a la construcción.

Imagen 35. Resultado luego de aplicar la prueba del arrastre a la construcción



E: “La figura se desbarató”

D: ¿Cómo deben ser los lados de un rombo?

E: “Deben ser iguales pero aquí unos se pusieron más largos y otros más cortos y otros de distinta medida”

Posteriormente, los estudiantes respondieron unas preguntas con el objeto de indagar su habilidad de explicación, planteadas así:

Tabla 28. ¿De qué manera puedo construir el rombo a partir del rectángulo?

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
Expresión en lenguaje natural y matemático de la comprensión del problema.	EA	"traso un segmeto, luego utilizo una perpendicular, luego una paralela y un bisectriz"(Sic)	Incorrecto
	EB	"con ayuda de la paralela la perpendicular el segmento la prueba del arrastre" (Sic)	Incorrecto
	EC	"lo primero que hice fue construir un rectangulo le medi los angulos y huse polígono y luego trase la bisectris" (Sic)	Incorrecto
	ED	"utilise la erramienta punto medio luego utilize la erramienta segmento para unir los puntos que hize luego al unir los puntos hise un rombo y borre el rectangulo" (Sic)	Incompleto
	EE	"utilise la recta para trasar los lados del rombo y luego use el polígono para rellenar y ise la prueba del arrastre". (Sic)	Incorrecto

Tabla 29. ¿Qué ocurre con las longitudes de los lados del rombo cuando efectúas la prueba del arrastre?

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresión en lenguaje natural y matemático de la comprensión del problema.	EA	“Que cuando le hacemos la prueva del arrastre no cambia para nada y no cambia se mantiene para nada”(Sic)	Incorrecto
	EB	“ocurre que el rombo se mantiene igual y no diferente de medida” (Sic)	Incorrecto
	EC	“se Agrandan, se engordan se enflacan y se enpequeñan cuando le ago la prueba del arrastre para eso. Canbian, se mantienen iguales los angulos pero cuando le trasa las diagonales y le miden el angulo no cambian el angulo cuando ase la prueba del arrastre.” (Sic)	Incompleto
	ED	“Las medidas de los lados al aserle la prueva del arrastre mantienen las medidas iguales” (Sic)	Correcto
	EE	“se mantiene el cuadrado y no canbia cuando hago la prueba del arrastre”. (Sic)	Incorrecto

Las explicaciones dadas por los estudiantes permiten llegar a la siguiente conclusión:

- Los estudiantes presentan dificultad para expresarse a través del lenguaje natural afectando por ende su habilidad de explicar, por cuanto esta se da mediante unas expresiones que no denotan un carácter descriptivo. Su discurso no es claro, ni el proceso de construcción de conocimiento matemático es siquiera perceptible. En esta habilidad no se requiere el uso de un lenguaje matemático riguroso, sin embargo vemos que por una parte, el estudiante utiliza términos geométricos para comunicar sus predicciones (sin que sean correctamente empleados o correctamente aprehendidos) y por la otra, los evidentes vicios del lenguaje que presentan todos ellos, sin duda dificultan el flujo normal de su comunicación matemática.

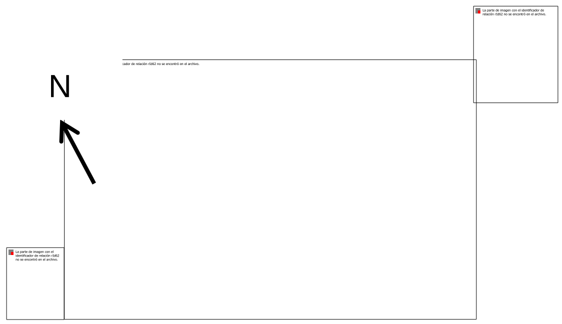
7.6.4.2 Fase de Orientación Dirigida. Se presentó a los estudiantes un problema geométrico. El problema propuesto habría de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar acerca del rombo. El problema planteado es el siguiente:

"En una llanura, un hombre enterró un tesoro. En el plano que dejó, solamente está señalada una cruz y una palmera. Dejó escrito que la cruz (punto A) y la palmera (punto B) son los puntos extremos de la diagonal mayor de un **rombo**.

A estos vértices los llamó vértice 1 y vértice 2 respectivamente. Además indicaba que el vértice número 3 se hallaba hacia el norte, a 4m del punto medio de la diagonal mayor como se ve en la figura. Del cuarto vértice sabemos que es el que alberga el tesoro. ¿Dónde habría que cavar para encontrarlo?

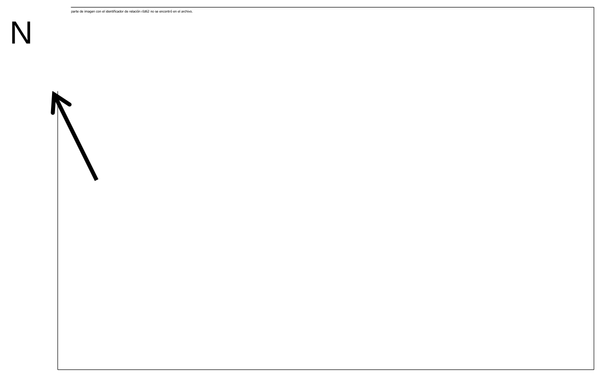
Localiza este sitio, teniendo en cuenta que para ello es necesario que tengas muy claras las propiedades del rombo antes de enfrentarte a este problema.

Imagen 36. Localización por medio de trazos de rombo mediante la figura expuesta.



En este caso, los estudiantes observaron en la pantalla un segmento AB que corresponde a la diagonal mayor de un rombo y cuyos puntos extremos resultan ser vértices de la figura en mención. Se esperaba que utilizaran la herramienta compás para hacer la traslación del segmento de longitud “4 m” (4 metros en el mapa del tesoro) para hallar la ubicación del tercer vértice de la figura y utilice otra estrategia para hallar el cuarto vértice del rombo. Debe comprobar que su construcción soporta la prueba del arrastre, verificando que las propiedades de este cuadrilátero se cumplen.

Imagen 37. Segmento AB que corresponde a la diagonal mayor de un rombo y cuyos puntos extremos



Para iniciar la resolución del problema se pidió que hicieran varias veces la lectura del mismo y que tuvieran en cuenta la ubicación del punto norte. A continuación cada estudiante puso en marcha su estrategia, sin dar mayores indicaciones del trabajo a realizar por parte del docente.

El planteamiento de esta actividad es pertinente porque hace que los estudiantes inicialmente a partir de la observación planteen conjeturas, y a medida que avanzaba la actividad, se centraran en las propiedades del rombo para hacer su construcción y hallar finalmente el tesoro.

La diagonal mayor del rombo que es el segmento que se presenta inicialmente la encontraron en una posición oblicua.

El reto para el estudiante consistió en encontrar el punto donde se halla el tesoro (cuarto vértice), pero solo llegará a él si su construcción cumple con las propiedades del rombo.

El estudiante D, explica la estrategia empleada para resolver el problema planteado:

D: Docente **ED:** Estudiante C **C:** Comentario

D: ¿Cuál es tu estrategia para hallar el lugar del tesoro?

ED: **“**Yo le trazo una perpendicular a la diagonal mayor que pase por la mitad”

D: ¿Por cuál mitad va a pasar esa perpendicular?

ED: Por la mitad de la diagonal

C: El estudiante utiliza la herramienta punto medio o centro, lo ubica en el segmento inicial y traza una perpendicular:

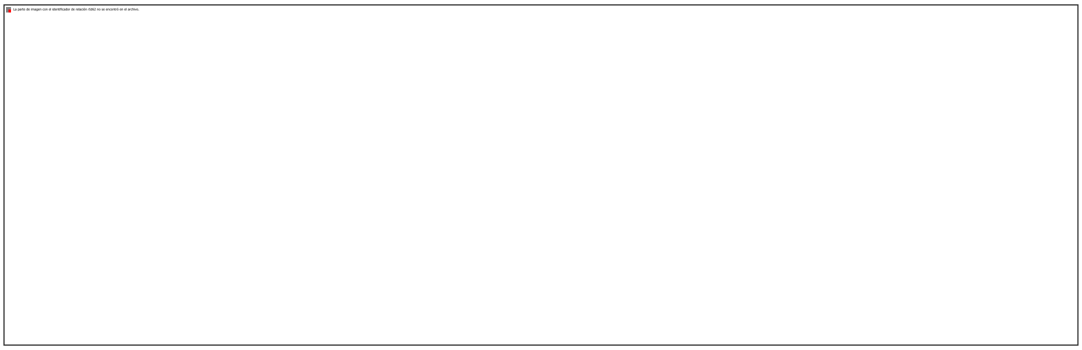
Imagen 38. Utilización de la herramienta punto medio o centro por estudiante

D: El tercer vértice está cuatro metros al norte como lo indica la flecha, ¿cómo haces para garantizar esa medida?

ED: “Pues pongo un punto y lo muevo hasta que sea cuatro”

C: El estudiante seleccionó la herramienta punto y lo ubicó en la perpendicular trazada. Luego usó la herramienta “elige y mueve”, transportando ese punto con el puntero del mouse a lo largo de la recta perpendicular. Esta situación fue dispendiosa para el estudiante porque el redondeo estaba a tres cifras decimales. Se acercaba a la cantidad pero le costó mucho trabajo ubicar el punto a la medida que se exigía como se ve en la gráfica:

Imagen 39. Ubicación de punto a la medida que se exigía como se ve en la gráfica



D: Ahora que has conseguido ubicar el tercer vértice, ¿cómo finalizas la construcción?

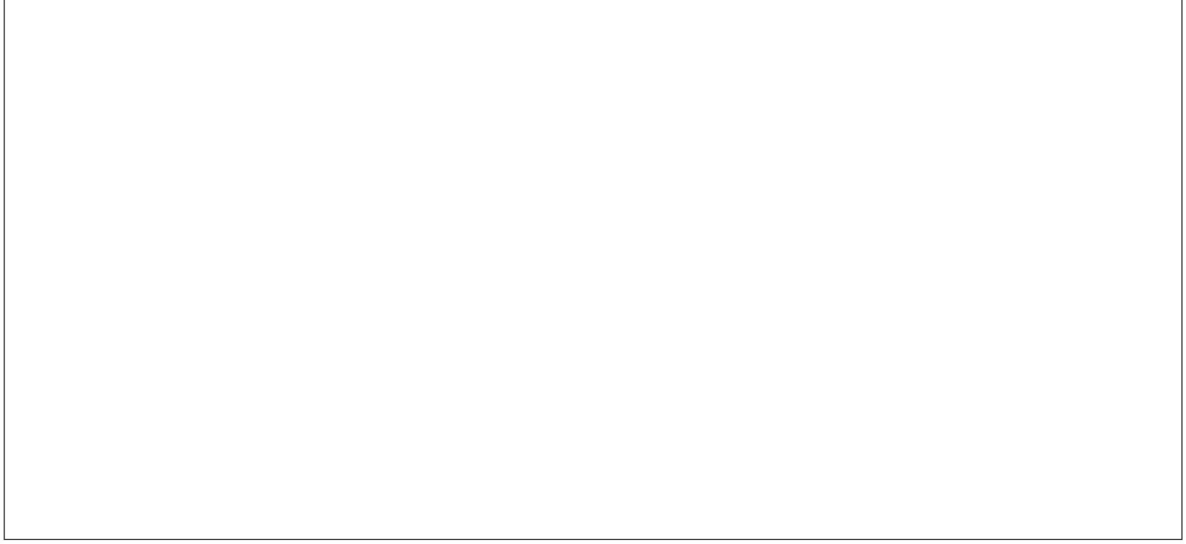
ED: “Ahora uno con segmento los puntos”

Imagen 40. Trazo de triángulo

D: Pero lo que se ve es un triángulo, ¿cómo terminas de construir el rombo?

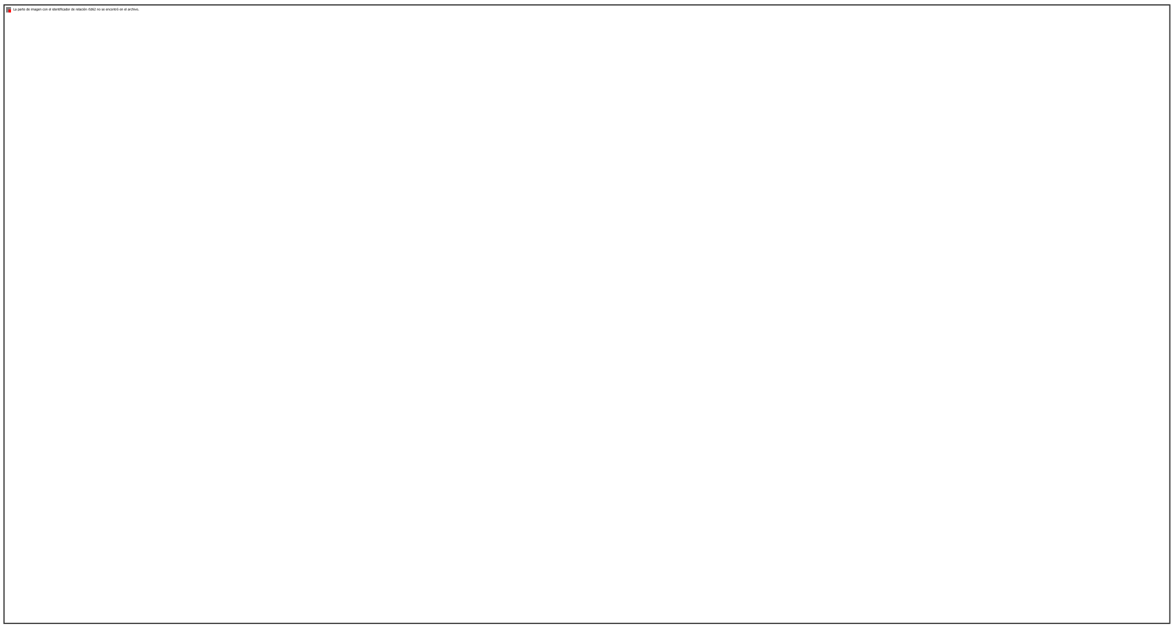
ED: “Trazo una perpendicular a la diagonal mayor y ahí salen los lados que faltan”

Imagen 41. Trazo una perpendicular a la diagonal mayor y ahí salen los lados que faltan



ED: “Y luego la paralela a la otra línea y ahí se echa el polígono”

Imagen 42. Paralela a la otra línea y ahí se arroja el polígono



C: El estudiante trazó una paralela a la diagonal mayor y ubicó un punto de corte sobre la perpendicular que pasa por el punto medio de manera aleatoria, sin percatarse que de esta manera no solo no garantiza la equidistancia entre el punto medio de la diagonal mayor y el tercer vértice, sino que, la figura hecha no cumple con las propiedades del rombo como por ejemplo la congruencia de sus lados.

Imagen 43. Estudiante realizó trazo de una paralela a la diagonal mayor y ubicó un punto de corte sobre la perpendicular que pasa por el punto medio de manera aleatoria

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

Tabla 30. ¿De qué manera puede encontrar el tercer vértice del rombo? Explique su respuesta.

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Expresión en lenguaje natural y matemático	EA	“Yo le traze a una perpendicular mayor y a una que pasara por el punto medio luego hise un segmento hasta que medio 4 y con el compas lleve la medida hasta ubicarlo” (Sic)	Incompleto
	EB	“le trace una perpendicular a la diagonal	Incompleto

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
de la comprensión del problema.		mayor del punto medio del rombo" (Sic)	
	EC	"use el compas y decia que midiera 4 cm para arriba entonces yo trase una perpendicular a la diagonal mayor que pasara por el punto medio y lo hice que pasara por el punto medio " (Sic)	Incorrecto
	ED	"yo al trasar una perpendicular a la diagonal mayor trase un punto y lo movi hasta que me dio 4 y pude encontrarlo"	Incompleto
	EE	"con la regla la pongo y trazo la perpendicular hasta que me de 4 que pase por la mitad". (Sic)	Incorrecto

Las explicaciones dadas por los estudiantes para la construcción del rombo y los procesos presentados para dar respuesta, evidencian que para los estudiantes fue bastante dispendioso e inconveniente encontrar el tercer vértice, no tanto por la ubicación, sino por la longitud que hay entre en el punto medio de la diagonal mayor y el vértice en mención. Las explicaciones que dan los estudiantes no reflejan un carácter descriptivo del proceso, más bien, son el reflejo de ideas sin concatenar, y no reflejan comunicativamente como llegaron a encontrar la solución del problema planteado.

Tabla 31. ¿Pueden las diagonales de un rombo ser no perpendiculares? ¿Por qué? Presenta tus argumentos

CATEGORÍA	E	RESPUESTA	SUBCATEGORÍA
Razona los criterios para dar solución a una situación problema partiendo de hechos o datos.	EA	“no pueden ser perpendiculares porque si fueran desiguales no serían perpendiculares ” (Sic)	Incorrecto
	EB	“no porque los lado son iguales y no son diferentes a los del rombo” (Sic)	Incorrecto
	EC	“no porque los lados del rombo son iguales. Si las diagonales no son perpendiculares la figura no es un rombo ” (Sic)	Correcto
	ED	“No porque si la longitud de las diagonales estuvieran desiguales el polígono no seria un rombo”	Incorrecto
	EE	“las diagonales deben ser perpendiculares porque esas son las diagonales del rombo”. (Sic)	Incompleto

Al analizar las razones presentadas por los estudiantes, podemos concluir que hay una evidente debilidad en argumentar por cuanto:

- Su capacidad de expresión de tipo verbal para mostrarse a favor o en contra de la premisa planteada es muy limitada, ya que no emplea para ello modelos, contraejemplos, razonamientos válidos o propuestas concretas que persuadan o convenzan de su afirmación.

- Al someter sus argumentos a un examen de aceptabilidad, se encuentra que estos no son pertinentes para ser aceptados, ya que son fácilmente rebatibles con un contraejemplo o con la exposición de una razón consistente, por ejemplo, el EB de cuya idea se puede inferir que tanto la longitud de las diagonales como los lados del rombo son congruentes (como el cuadrado), sin embargo, es claro que en un rombo se conserva la congruencia de sus lados, mas no así las de sus diagonales, cuya propiedad preponderante es que se mantengan perpendiculares en una construcción geométrica.

- Las razones expuestas por los estudiantes, no presentan criterios de validez, bien sea porque son inverosímiles, o son poco convincentes o totalmente erradas, como el caso del estudiante A quien de entrada afirma que las diagonales de un rombo "no pueden ser perpendiculares", afirmación totalmente falsa que no corresponde a una de las propiedades fundamentales en el estudio de esta clase de paralelogramos.

Posteriormente los estudiantes completarán la siguiente información.

Tabla 32. Preguntas sobre el paralelogramo

PARALELOGRAMO	¿Se cortan siempre las diagonales?	¿Son siempre iguales las diagonales?	¿Son siempre perpendiculares las diagonales?
Rombo			

Tabla 33. Preguntas sobre el rombo

ROMBO La parte de imagen con el identificador de relación r1d62 no se encontró en el archivo.					
CATEGORÍA	**ESTUDIANTE**	**¿Se cortan siempre las diagonales?**	**¿Son siempre iguales las diagonales?**	**¿Son siempre perpendiculares las diagonales?**	**SUBCATEGORÍA**
Infiere información, entre sistemas de representación	**EA**	Si	No siempre	Si	Correcto
	EB	Si	No	Si	Correcto
	EC	Si	No	No	Incompleto
	ED	SI	No	Si	Correcto
	EE	Si	No	Si	Correcto

Se indagó en los estudiantes la habilidad de interpretar, al extractar información a partir de una representación gráfica. Se pidió a los estudiantes responder acerca del corte, longitud y perpendicularidad de las diagonales del rombo. Los resultados muestran que uno sólo de los estudiantes (EC) tuvo la falla de reconocer la perpendicularidad permanente de las diagonales de la figura. Los demás seguramente apoyados en la imagen visual presentada contestaron correctamente los cuestionamientos.

7.6.4.3 Fase de Explicitación. Los estudiantes expresaron de manera verbal los resultados obtenidos al resolver el problema, intercambiaron sus experiencias y discutieron sobre ellas con el profesor y con los demás estudiantes, con el fin de llegar a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afianzar el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

Los estudiantes se vieron en la necesidad de utilizar el vocabulario adecuado (aunque les cuesta muchas dificultades) para describir la construcción sobre la que han trabajado. El tipo de actividad que se realizó en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolver el problema, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado.

Transcripción de la actividad grupal:

D: Docente **E:** Estudiante **C:** Comentario

D: ¿Quién quiere comentarle al grupo la manera de ubicar el tercer vértice?

EB: “Profe yo lo primero que hice fue trazarle la perpendicular a *la línea que nos dieron por toda la mitad”

C: ***Trazo de una perpendicular a la diagonal mayor que pase por su punto medio.

D: ¿Por qué la perpendicular no puede hacer corte en otra parte de la diagonal que no sea el punto medio?

EC: “Porque si no los ángulos no quedan rectos”

D: ¿De qué ángulos rectos estás hablando?

EC: “Pues cuando se traza el otro lado los ángulos deben quedar rectos”

C: El profesor invita al estudiante a trazar la perpendicular a la diagonal mayor teniendo como corte el punto medio de la diagonal mayor, y luego trazar uno de los lados desde el punto A hasta cualquier punto de corte elegido por el estudiante. El profesor hace la misma actividad, pero ubicando la perpendicular en un punto diferente al medio de la diagonal mayor, con el fin de comprobar que la ubicación de esa line perpendicular excepto en los extremos de la diagonal mayor, no garantiza la formación del ángulo recto así:

Imagen 44. Trazo de líneas perpendiculares

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

D: ¿Alguien más encontró una manera para hallar el tercer vértice?

ED: "Yo dibujé un punto en la perpendicular y luego lo empecé a mover hasta que me diera cuatro"

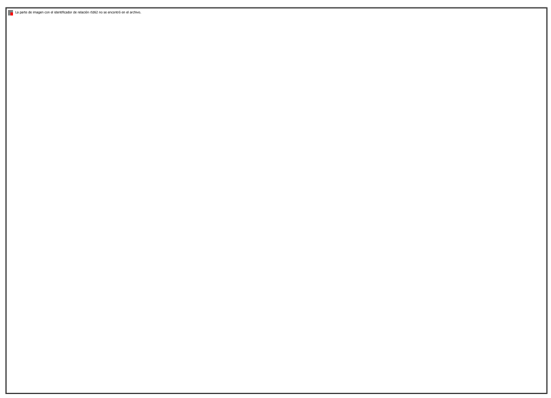
C: El estudiante seleccionó la herramienta punto y lo ubicó en la perpendicular trazada. Luego usó la herramienta "elige y mueve", transportando ese punto con el puntero del mouse a lo largo de la recta perpendicular.

D: ¿Alguna otra opción diferente a las mencionadas?

EA: "Yo hice una línea aparte y luego con la regla medía hasta que fuera cuatro arrastrando un punto, luego no supe fue como pasarla hasta la perpendicular"

C: El estudiante A basó su estrategia en trazar un segmento aleatorio y utilizar la herramienta “distancia o longitud” para medirla. Inicialmente estuvo muy cerca pues su cálculo estuvo cerca de los 4 cm solicitados por el problema como se ve en la figura

Imagen 45. El estudiante A basó su estrategia en trazar un segmento aleatorio y utilizar la herramienta “distancia o longitud” para medirla



A través del desplazamiento de uno de los extremos del segmento construido el estudiante pudo obtener los 4 cm solicitados. Luego intentó sin éxito tratar de sobreponer ese segmento sobre la perpendicular trazada, haciendo coincidir uno de sus extremos con el punto medio de la diagonal mayor. Al estudiante se le orientó sobre la herramienta compás para tomar la medida y de esta manera poder trasladarla, de otro modo, no hubiese podido ubicar el tercer vértice de la figura.

D: ¿Cómo trasladaste la medida a la perpendicular?

EA: “Por el compás, toque el segmento y uno de los puntos, luego volví a tocar el círculo y me “llevé” esa medida a la perpendicular”

D: ¿Cómo ubicaste la circunferencia?

EA: “Fui a las herramientas, busqué la bolita y con el mouse la arrastré. Puse un puntico en el centro y la ubiqué”

Se evidencia que a pesar de que la experiencia de interactuar con el software, les debe “obligar” a los estudiantes a utilizar un lenguaje matemático, para reconocer ciertas propiedades de las figuras geométricas que construyen, los estudiantes aún persisten en utilizar términos castizos dándole el carácter de términos matemáticos:

Tabla 34. Términos castizos utilizados por los estudiantes

TÉRMINOS O EXPRESIONES CASTIZAS	**TÉRMINO MATEMÁTICO ADECUADO**
Bolita	Circunferencia
Puntico	Centro de la circunferencia
Me llevé la medida	Trasladar una longitud
La línea que me dieron	El segmento de recta dado
Hice una línea	Construí un segmento de recta

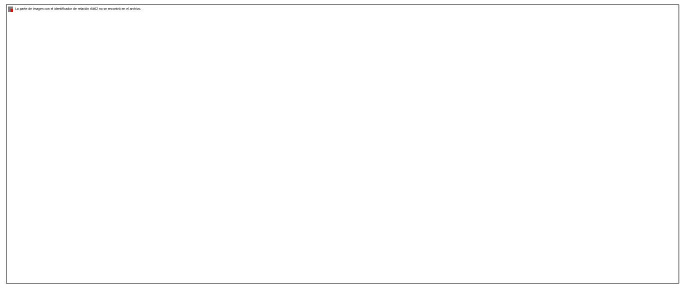
En este proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática, cuesta mucho hacer que el lenguaje verbal, escrito y la interpretación de sistemas de representación del estudiante cambie. Es claro que el estudiante ha de hacer uso de términos y expresiones comunes y corrientes en su ambiente social, pero para participar en un proceso comunicativo matemático en el contexto escolar, surge la necesidad (u obligación) de ejercitarse en el uso e interpretación de un nuevo lenguaje semiótico que abarca vocablos y/o locuciones, que estarán vinculados con el aprendizaje de la escritura de nuevos sistemas de representación, o con la correcta interpretación de un sistema (gráfico o algebraico) o con el hecho de expresar con absoluta claridad su pensamiento matemático. Las habilidades comunicativas, como lo expresa Duval (1999) “son indispensables tanto para la designación de los objetos matemáticos o la comunicación, como para el trabajo con dichos objetos”. Podemos concluir que los estudiantes continúan dándole prelación al uso de su lenguaje natural, dándole el carácter de término matemático a los vocablos que usan en su cotidianidad, como lo expuesto en la tabla anterior.

7.6.4.4 Fase de Orientación Libre:

Actividad propuesta:

Observa atentamente la siguiente figura

Imagen 46. Actividad propuesta por parte del docente



Esta actividad consistente en la presentación de un romboide se propuso para que determinaran si se trata de un rombo, a través de la comprobación de sus propiedades.

Tabla 35. La figura presentada es un rombo? ¿Por qué?

CATEGORÍA	**E**	**RESPUESTA**	**SUBCATEGORÍA**
Infiere información, entre sistemas de representación	EA	“La figura es un rombo porque al aserle la prueva del arrastre no se deforma en otra” (Sic)	Incorrecto
	EB	“no porque cuando le ago la prueba del arrastre se va a ser un rectangulo” (Sic)	Incompleto
	EC	“no porque los lados del rombo son iguales y los lados de esta figura no son iguales”	Incompleto
	ED	“No porque las diagonales no son de 90º”	Correcto
	EE	“Si es un rombo porque conserva su figura cuando se ace la prueva del arrastre”. (Sic)	Incorrecto

Las justificaciones dadas por los estudiantes reflejan que están considerando la propiedad de la congruencia de los lados del rombo para emitirlas. Se evidencia que los estudiantes en general son hábiles para la interpretación de una representación gráfica, infiriendo información de la misma.

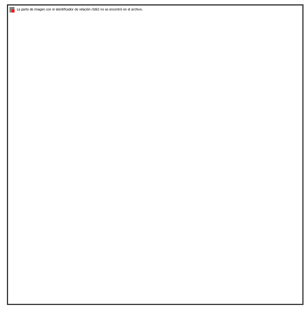
Los estudiantes acertaron en considerar el cuadrilátero que construyeron como un polígono. Sin embargo, al momento de examinar la habilidad de justificar, se evidencian debilidades, por cuanto al presentar sus razones o argumentos para aceptar o rechazar la tesis planteada, éstos no se encuentran concatenados, no tiene un hilo matemático conductor que los líe y el estudiante no establece relaciones de conexidad entre los elementos de las figuras geométricas a las que se hace referencia.

Explica a tus compañeros la manera de construir un rombo en Geogebra que aguante la prueba del arrastre.

D: Docente **E:** Estudiante C **C:** Comentario

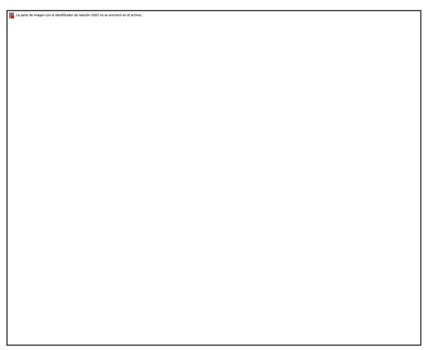
E: Lo primero que voy a hacer es trazar la diagonal más grande del rombo y le saco el punto de la mitad. Luego le trazo una perpendicular para colocar ahí el punto para hacer los lados del rombo.

Imagen 47. Primer paso para construir rombo en GeoGebra



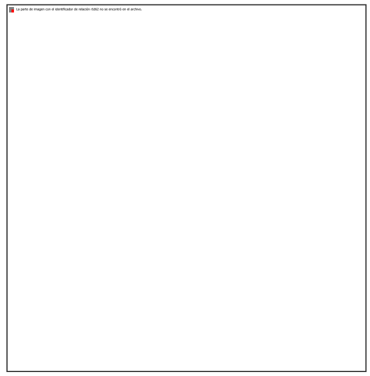
E: En seguida pongo un punto y de ahí trazo los lados

Imagen 48. Segundo paso para construir rombo en GeoGebra



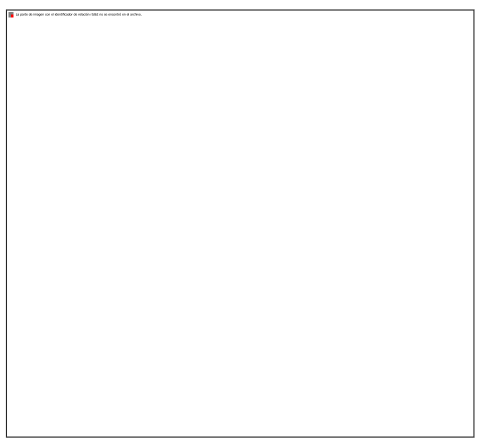
E: De ahí entonces me traigo la medida como de la punta de la casa con el compás.

Imagen 49. Tercer paso para construir rombo con compás



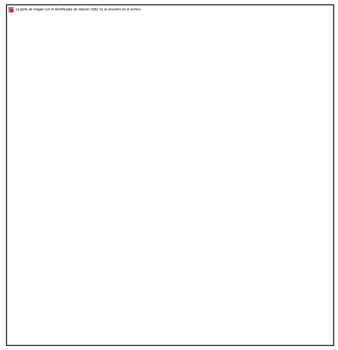
E: Ya como tengo la medida pongo el punto y trazo los lados que me faltan

Imagen 50. Cuarto paso para construir rombo



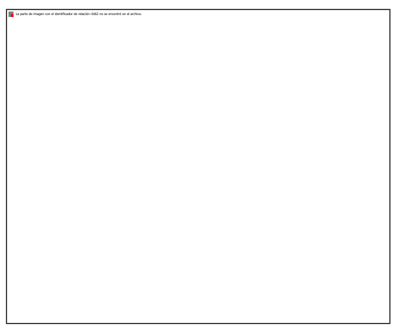
E: Entonces uso polígono y marco las puntas.

Imagen 51. Quinto paso para construir rombo



E: Después quito el resto de cosas, trazo la otra diagonal y lo dejo solo para hacerle la prueba del arrastre

Imagen 52. Sexto paso para construir rombo



La habilidad de explicar hecha con carácter descriptivo que da cuenta de un procedimiento para llegar un resultado, evidencia una fortaleza en este estudiante. Por supuesto que la resolución del problema de la fase de orientación dirigida, contribuyó a que interiorizara la construcción de esta figura.

7.6.4.5 Fase de Integración. En esta fase los estudiantes establecen una visión global de lo aprendido sobre el tema, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. La actividad propuesta para esta fase es la de completar la información es la siguiente y justificar si la afirmación es falsa.

Tabla 36. Fase de integración

E: Estudiante V: Verdadero F: Falso

E	CATEGORÍA	AFIRMACIÓN	V	F	JUSTIFICACIÓN	SUBCATEGORÍA
EA			X			Correcto
EB		Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio.	X			Correcto
EC			X			Correcto
ED			X			Correcto
EE			X			Correcto
EA			X			Correcto
EB			X			Correcto
EC			X			Correcto
ED	Aceptación o rechazo de una tesis por medio de razones relevantes	Las diagonales de un rombo son perpendiculares entre sí.	X			Correcto
EE			X			Correcto
EA				X	“todos los lados deven ser congruentes sino no es un rombo”	Incompleto

E	CATEGORÍA	AFIRMACIÓN	V	F	JUSTIFICACIÓN	SUBCATEGORÍA
EB		Los lados opuestos del rombo no son congruentes		X	“los lados del rombo son los 4 de la misma medida”	Incompleto
EC				X	“no por que todos miden lo mismo”	Incompleto
ED				X	“si deben ser todos congruentes por que sino entonces el rombo no seria esa figura”	Incompleto
EE				X	“Si se mueve la figura los lados deben ser de igual medida”	Incompleto

Los estudiantes aprehendieron algunas de las propiedades del rombo como la perpendicularidad de sus diagonales y la congruencia de los lados que lo conforman. Sin embargo, al momento de examinar la habilidad de justificar, se evidencian debilidades, por cuanto al presentar sus razones o argumentos para rechazar la tesis planteada, se limitan a negar la tesis propuesta, sin sustentar con otras propuestas, o contraejemplos el desacuerdo con la tesis planteada.

8. ANÁLISIS PRUEBA FINAL

En esta parte se analizará los mismos ítems de la prueba diagnóstica ya que estas pruebas fueron las mismas.

8.1 CATEGORÍAS DE ANÁLISIS PRUEBA FINAL

Para el análisis se consideraron las siguientes categorías:

CATEGORÍA CORRECTO: En esta categoría se clasificaron las respuestas de los estudiantes que contestaron y justificaron correctamente el ítem presentado, demostrando aprehensión de conceptos, uso de algunas propiedades y representación gráfica de figuras geométricas.

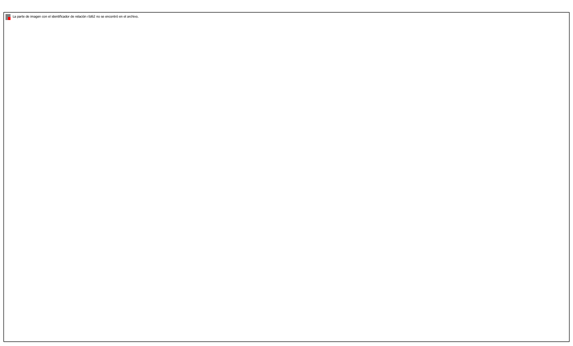
CATEGORÍA INCOMPLETO: La segunda categoría corresponde a los estudiantes que emplearon algunos de los conceptos o propiedades, pero no acertaron en la respuesta, o esta quedó dada de manera parcial (bien sea porque dio respuesta pero sin justificación o sus representaciones gráficas no estaban acordes con la justificación o quedó desierto el espacio para representar o para justificar)

CATEGORÍA NO JUSTIFICA: En esta categoría se clasificaron las respuestas de los estudiantes que resolvieron correctamente el ítem empleando los conceptos o propiedades, pero no presentaron ninguna justificación en sus procedimientos o se limitaron a transcribir el encabezado del ítem.

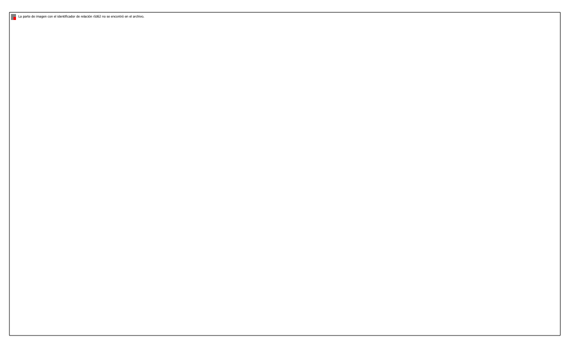
CATEGORÍA DESACIERTO: En esta categoría se clasificaron las respuestas erróneas bien sea por el uso inapropiado de propiedades, o por la incapacidad de llevar a cabo una representación o porque sus argumentos eran completamente incoherentes con el procedimiento realizado para dar respuesta al ítem planteado.

CATEGORÍA NO RESPONDE: Hacen parte de esta categoría los estudiantes que no resolvieron el ítem dejando en blanco el espacio para el desarrollo del mismo.

Gráfica 11. Identificación visual de figuras poligonales y argumentación de su escogencia

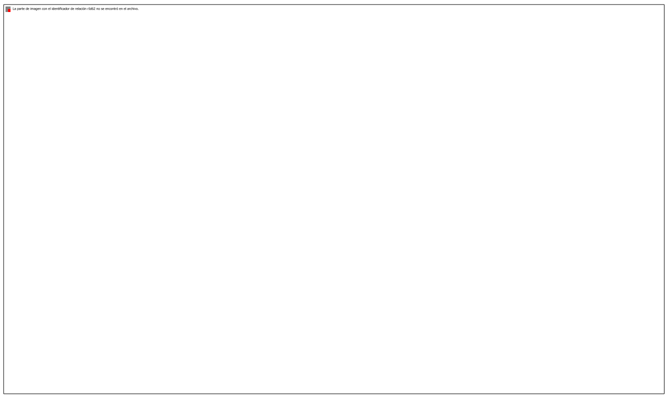


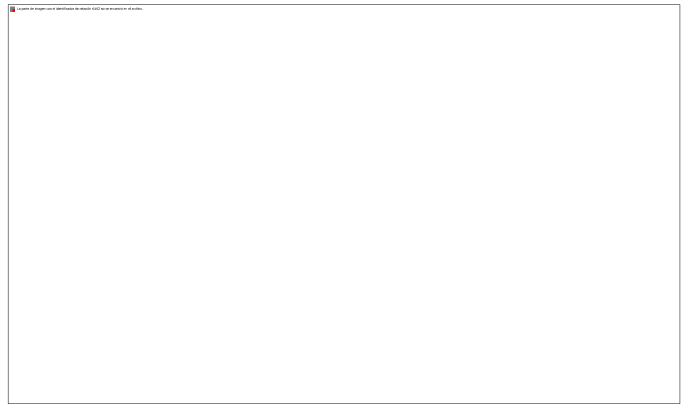
Prueba diagnóstica inicial



Prueba final.

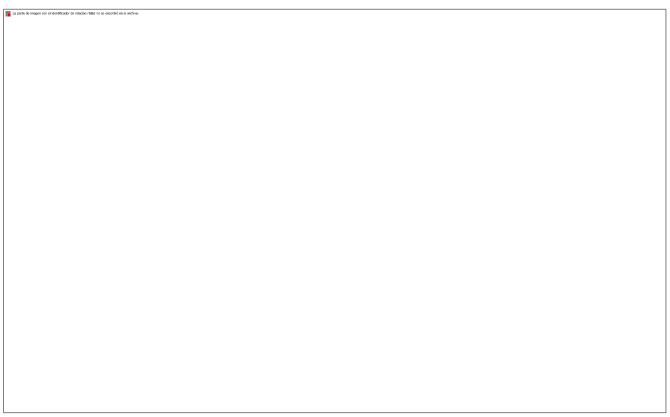
Gráfica 12. Representación de polígonos y sus elementos

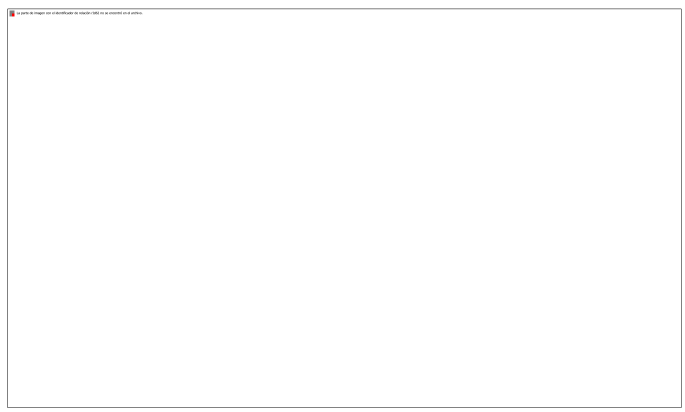




Prueba diagnóstica inicial. Prueba final.

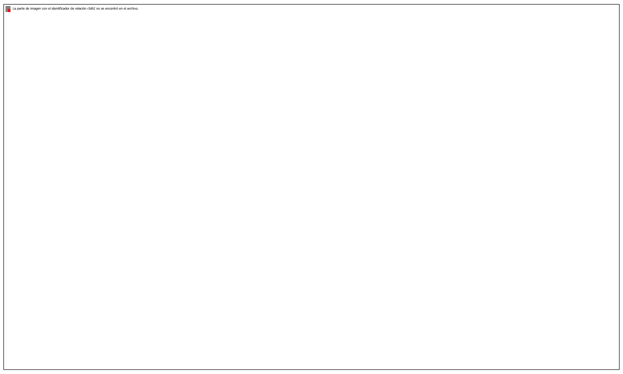
Gráfica 13. Representación de polígonos y sus elementos



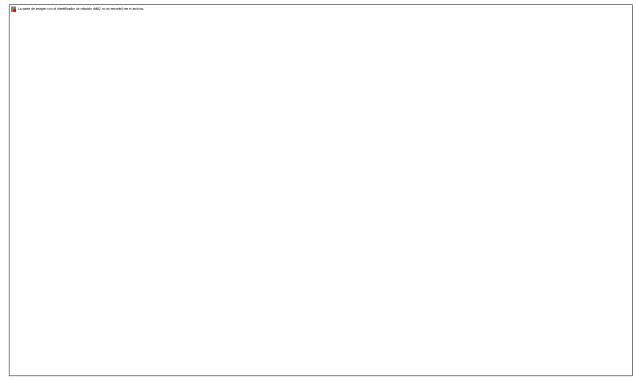


Prueba diagnóstica inicial. Prueba final-

Gráfica 14. Características de un polígono

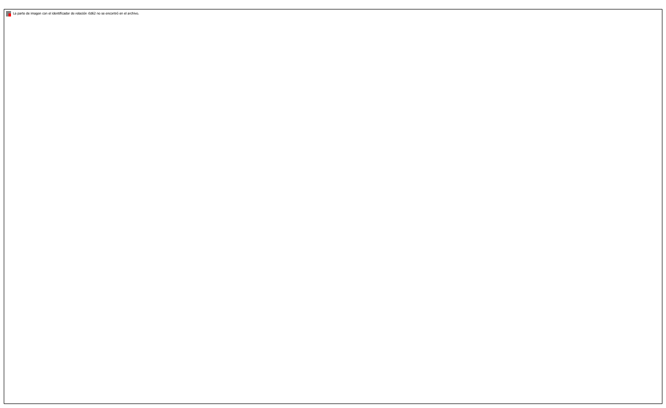


Prueba diagnóstica inicial.

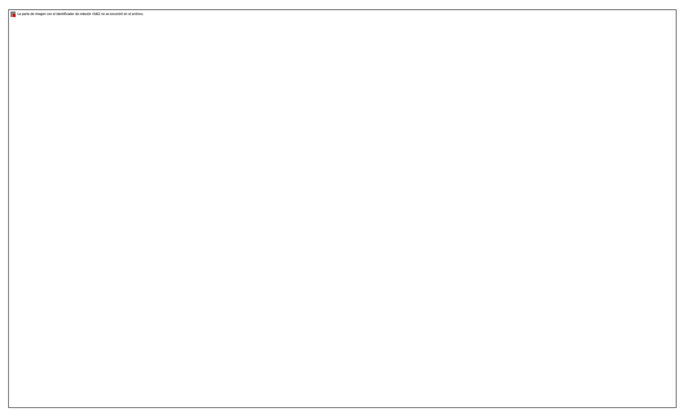


Prueba final.

Gráfica 15. Argumentación escogencia de un polígono

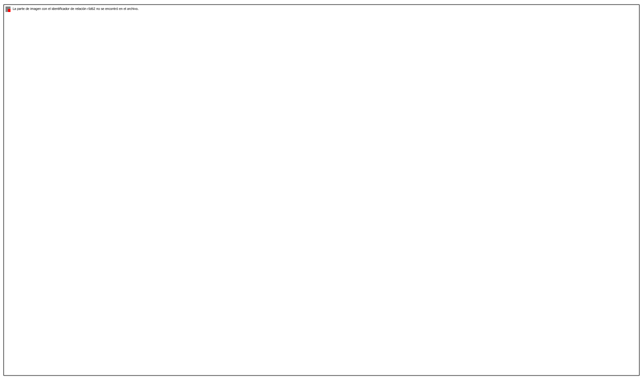


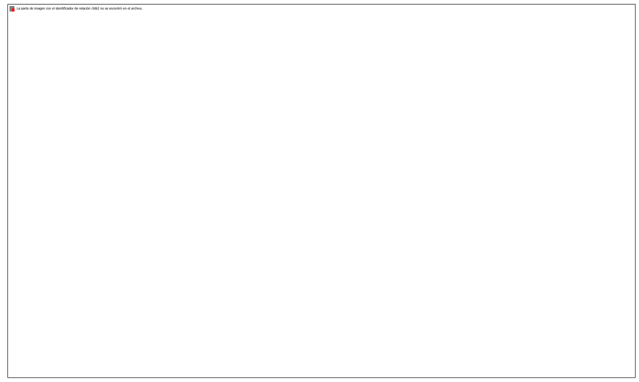
Prueba diagnostica inicial.



Prueba final.

Gráfica 16. Uso de lenguaje matemático





Prueba diagnóstica inicial.

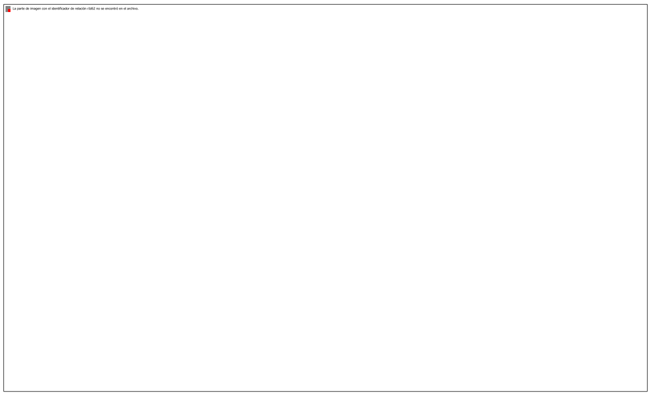
Prueba final-

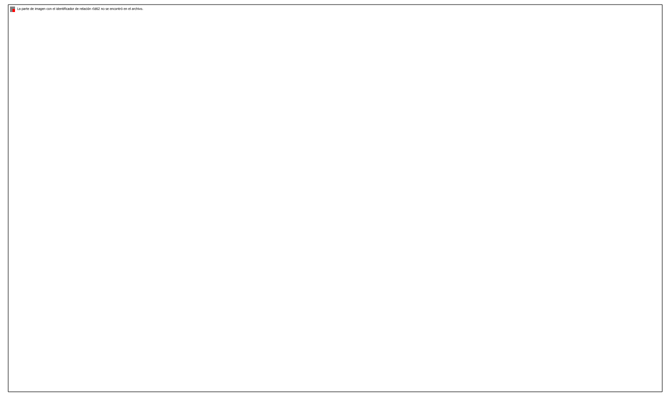
Gráfica 17. Trazo de ejes de simetría

Prueba diagnóstica inicial.

Prueba final.

Gráfica 18. Justificación





Prueba diagnóstica inicial.

Prueba final.

Gráfica 19. Interpretación

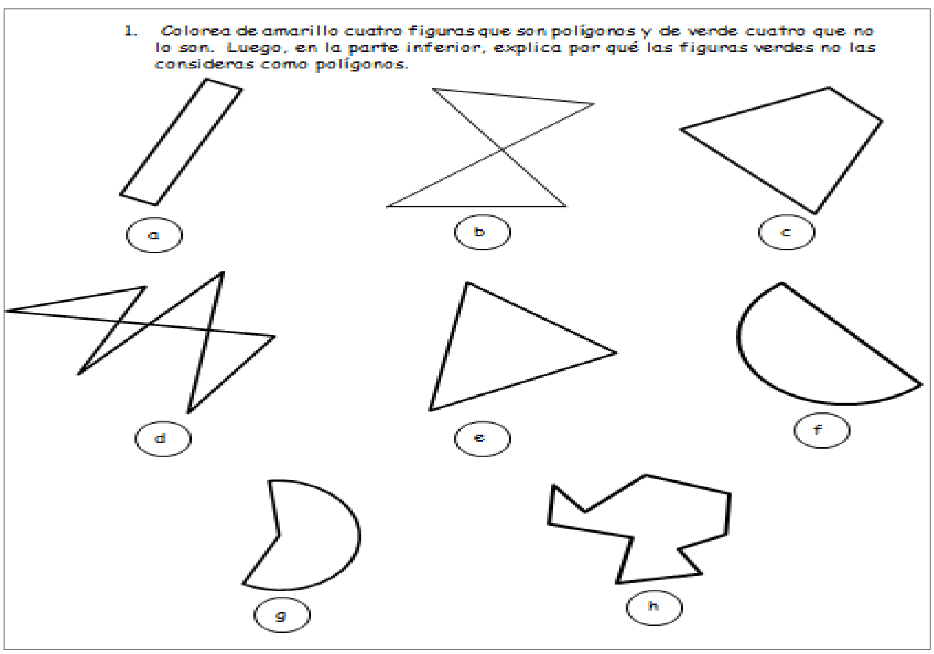
Prueba diagnóstica inicial.

Prueba final

Gráfica 20. Traslación de un polígono en el plano

8.1. ANÁLISIS POR ÍTEMS

Imagen 53. Análisis Ítem 1



Se puede observar que los estudiantes tienen la capacidad de elegir criterios que les permiten discriminar a unas figuras que son polígonos de otras que no lo son. Se evidencia un avance en sus respuestas respecto a las de la prueba diagnóstica, porque, las selecciones que realizaron fueron correctas, lo que permite afirmar que dentro de los criterios empleados por ello están sin duda las propiedades de los polígonos. Cabe precisar que en esta oportunidad los estudiantes se desligaron del concepto de segmentos colineales que tanta confusión generó en ellos al presentar la prueba diagnóstica.

Uno de los estudiantes presenta las razones de la escogencia de las figuras así:

Imagen 54. Figuras que nos son polígonos

“no son polígono porque sus cegmetos no son de recta ysi son curvos no son polígonos”

El estudiante acierta en la escogencia de las figuras que no son polígonos. No obstante, su lenguaje natural le impide con claridad comunicar matemáticamente, aunque se infiere por su respuesta que tiene en cuenta el criterio que los polígonos están formados por segmentos de recta.

Imagen 55. Dibujo de polígonos

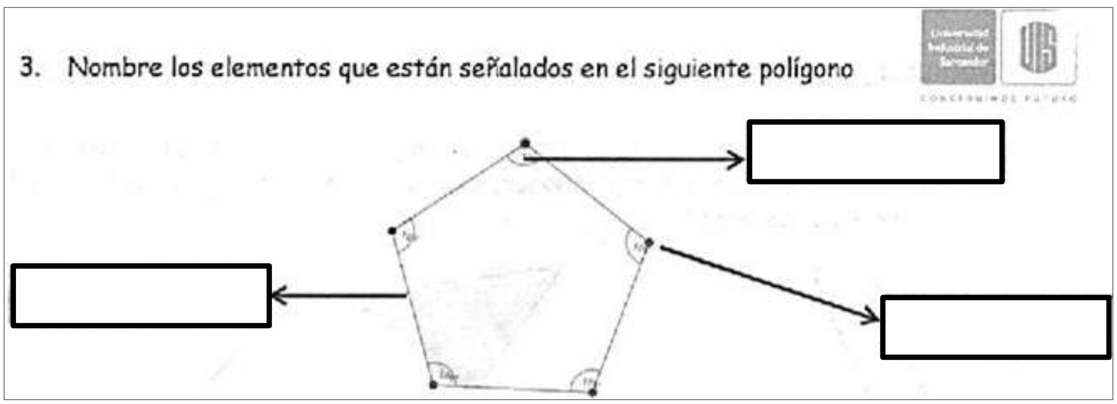
2. En el espacio, utilice una regla para dibujar 3 polígonos diferentes a los del punto 1. Comente que características tienen para ser consideradas polígonos.

Se encontró que la totalidad de los estudiantes representaron correctamente los polígonos a lápiz y papel, pues tuvieron en cuenta en su dibujo, representar figuras cerradas con segmentos de recta sin que hubiese segmentos colineales. Por otra parte, al momento de argumentar qué características tienen las figuras que representaron hay fallas notorias en la habilidad de argumentar por cuanto:

- Describe las figuras por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales, asemejándolos a elementos de su entorno, aunque en su descripción ya hay un criterio de cinética por cuanto habla de la prueba del arrastre y la conservación de la forma cuando una construcción está bien hecha.

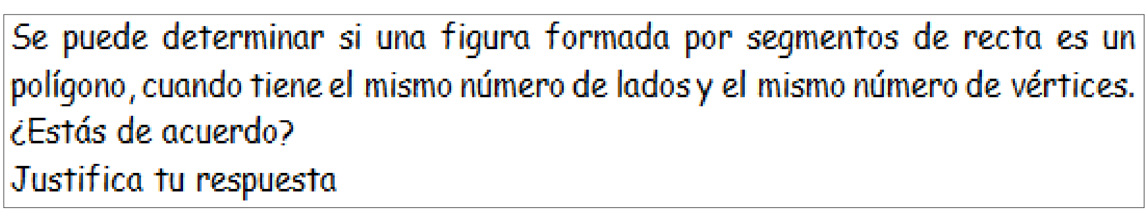
Imagen 56. Descripción de Polígonos

Imagen 57. Elementos de un polígono



En este ítem no se observaron cambios. Los estudiantes tienen claro los elementos que conforman el polígono.

Imagen 58. Características de un polígono


Se puede determinar si una figura formada por segmentos de recta es un polígono, cuando tiene el mismo número de lados y el mismo número de vértices.
¿Estás de acuerdo?
Justifica tu respuesta

En la prueba final es rescatable que al menos todos los estudiantes presentaron algún tipo de justificación, ya que en la prueba diagnóstica inicial tres de los cinco estudiantes dejaron en blanco este ítem.

Como se ha venido mencionando, hay problemas con el lenguaje natural de los estudiantes, que le impide por supuesto comunicarse apropiadamente de manera matemática, sin embargo, destaco el aporte dado por un estudiante en este ítem:

Imagen 59. Argumentación

En su justificación el estudiante presenta dos ejemplos para apoyar su adhesión a la tesis inicial propuesta, y aunque su argumento no pretende generalizar, se destaca el recurso utilizado por el (uso del ejemplo), ya que en la prueba inicial diagnóstica se apoyaba o rechazaba una tesis sin presentar argumentos o reescribiendo la tesis propuesta.

Imagen 60. Identificación de un polígono

En la prueba final la totalidad de los estudiantes acertaron en la escogencia de la figura, siendo un resultado muy parecido a la prueba diagnóstica inicial.

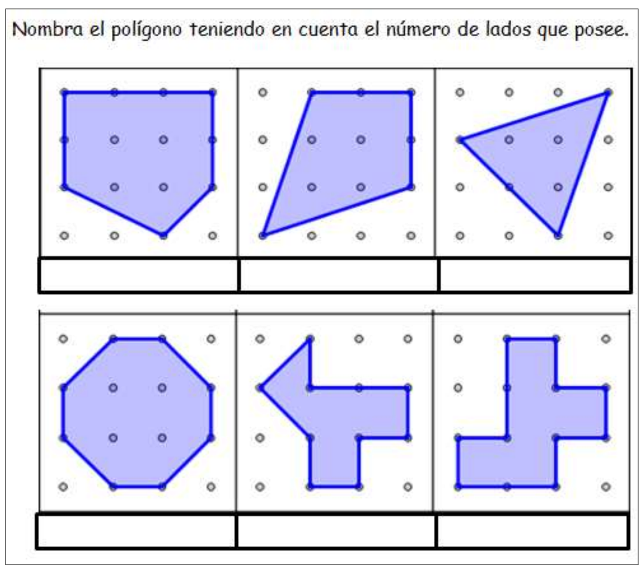
Al momento de observar los argumentos, se siguen presentando fallas por argumentos débiles, rebatibles, no válidos o intrascendentes. Quien más se acercó a un argumento serio, basó su opinión de nuevo en lo perceptual:

Imagen 61. Argumentación

“Abia otra figura de 9 pero esa era de lados cortos y largos y la otra parecen los lados iguales y de 9 puntas”

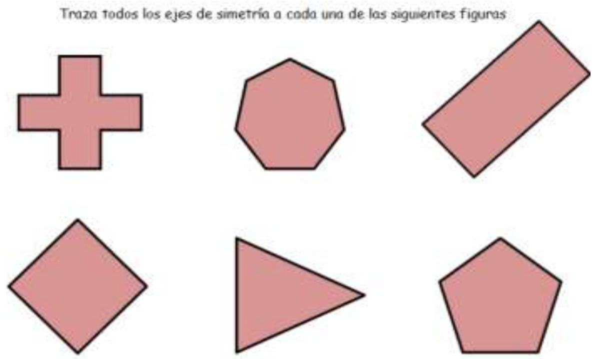
El estudiante basa por su supuesto su criterio en la discriminación visual, sin embargo sigue empleando términos de su cotidianidad para hacer referencia a aspectos matemáticos.

Imagen 62. Lados del polígono



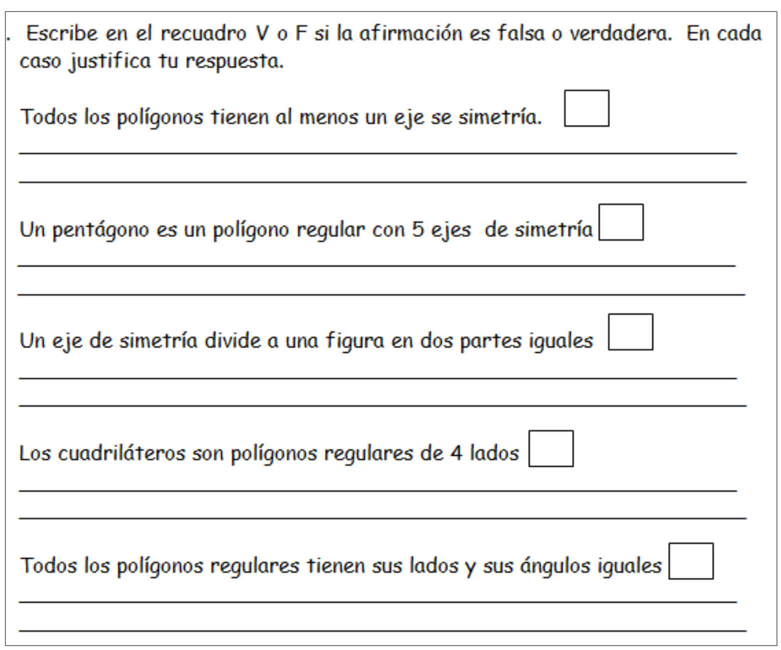
Con respecto a la prueba diagnóstica inicial, es rescatable el hecho que todos los estudiantes escribieron los nombres de las figuras mostradas. Sin embargo, sólo uno de ellos escribió sus nombres correctamente, uno de ellos lo hizo de manera incorrecta y el resto, por no recordación de los mismos dejaron espacios en blanco en la prueba.

Imagen 63. Simetría



Con respecto a este ítem, se mantuvo loa tendencia mostrada en la prueba inicial. No todos los estudiantes trazaron los ejes de simetría completos de las figuras que se presentaban. Algunos sólo trazaron uno de los ejes. Ninguno de los estudiantes trazó por completo estos segmentos.

Imagen 64. Prueba



. Escribe en el recuadro V o F si la afirmación es falsa o verdadera. En cada caso justifica tu respuesta.

Todos los polígonos tienen al menos un eje se simetría.

Un pentágono es un polígono regular con 5 ejes de simetría

Un eje de simetría divide a una figura en dos partes iguales

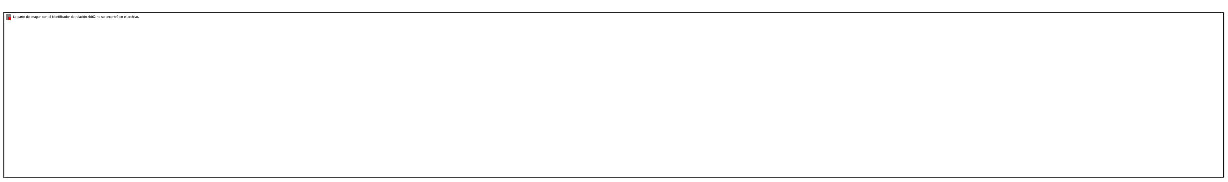
Los cuadriláteros son polígonos regulares de 4 lados

Todos los polígonos regulares tienen sus lados y sus ángulos iguales

Los resultados en este ítem con respecto a los mostrados en la prueba diagnóstica inicial no muestran una variación importante. En cuanto a la habilidad de justificación, las razones dadas por los estudiantes aún muestran serias deficiencias tanto por el lenguaje natural que les hace compleja su expresión, como por la poca claridad de algunos conceptos. Es rescatable lo siguiente:

- Todos los estudiantes presentaron algún tipo de justificación, ya que en la prueba inicial tres de los cinco habían dejado en blanco el espacio para presentar sus razones.
- En la afirmación 4 que reza: “Los cuadriláteros son polígonos regulares de 4 lados”, es importante resaltar la respuesta de uno de los estudiantes:

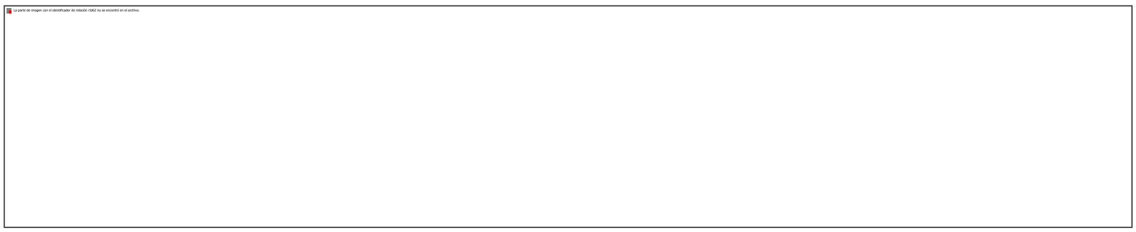
Imagen 65. Respuesta prueba



Para rechazar la tesis el estudiante hizo uso de un contraejemplo que no admite réplica, por cuanto efectivamente lo que parece ser un trapecio, por estar formado por segmentos de recta y tener cuatro lados (aunque no congruentes) es de hecho ya un cuadrilátero.

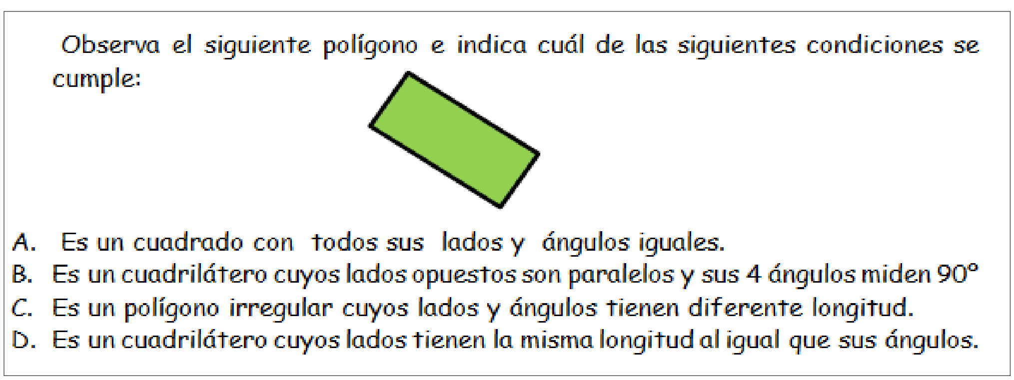
- Persiste la poca claridad de conceptos como se evidencia en la justificación de la siguiente estudiante:

Imagen 66. Respuesta prueba



“no porque los poligonos tienen 4 lados como el cuadro yno sinco”. La estudiante, aún no tiene claridad que toda figura cerrada por segmentos de recta es un polígono y esta atribución no es característica sólo de las figuras que tienen cuatro lados.

Imagen 67. Características de un polígono



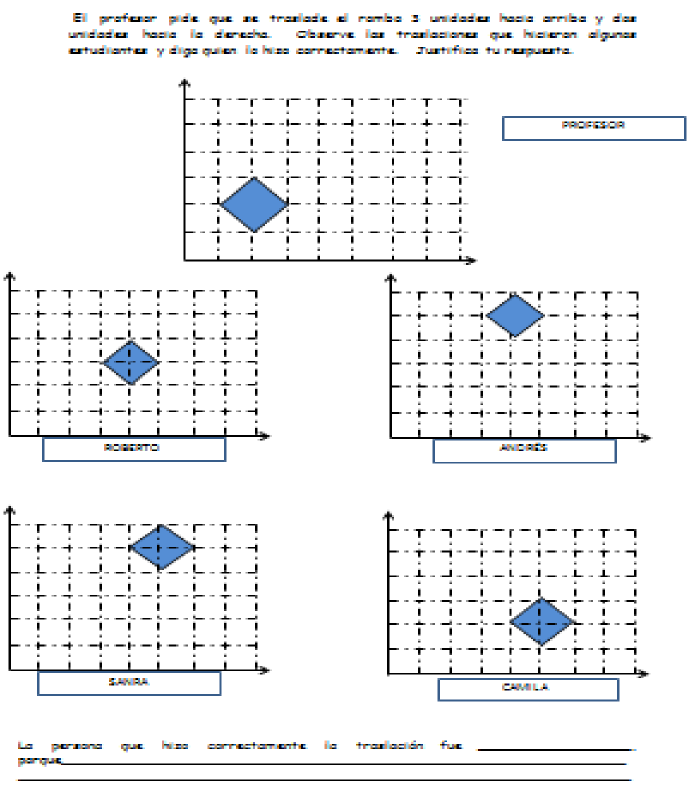
Observa el siguiente polígono e indica cuál de las siguientes condiciones se cumple:

A. Es un cuadrado con todos sus lados y ángulos iguales.
B. Es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y sus 4 ángulos miden 90°
C. Es un polígono irregular cuyos lados y ángulos tienen diferente longitud.
D. Es un cuadrilátero cuyos lados tienen la misma longitud al igual que sus ángulos.

La habilidad de interpretar fue la más destacada a lo largo de la intervención, puesta de manifiesto en la capacidad de inferir o extractar información a partir de una representación gráfica. En la prueba inicial, hubo tres aciertos y dos desaciertos en este ítem. Sin embargo, en la prueba final, hubo cuatro aciertos y una persona que no acertó. Quienes acertaron mostraron habilidades para:

- Determinar de qué trata el problema, mostrando comprensión a través de la lectura general del encabezado.
- Reconocer características y propiedades del rectángulo.
- Manejar el lenguaje geométrico, que describe elementos propios del polígono dado.

Imagen 68. Traslación



En el ítem 10 se observó un incremento en el hallazgo de la nueva posición de la figura, mostrando avance en la habilidad de interpretar. No obstante, al momento de justificar sus hallazgos, los resultados son coherentes con lo mostrado en la etapa de intervención, es decir, se evidencian debilidades en la presentación de argumentos bien sea por su fiabilidad, por el escaso uso de lenguaje matemático o por no ser estos pertinentes.

- Uno de los estudiantes que hizo correctamente la traslación presentó el siguiente argumento:

Imagen 69. Respuesta traslación

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

Yo escogí un vértice y conté derecho para arriba tres y luego cogí el vértice y corrí dos para la derecha y ahí me quedó armado. Utilizó como estrategia la selección de un vértice, y el conteo a través del plano cartesiano para establecer la posición de la figura al hacer la traslación.

El estudiante que hizo incorrectamente la elección presenta un argumento sin sustento como el que se ve a continuación:

Imagen 70. Respuesta traslación

Al establecer un comparativo entre la prueba diagnóstica inicial y la prueba final, se observa un leve avance en la habilidad de interpretación en cuanto a la inferencia de información de una representación gráfica.

Es destacable que los estudiantes en la prueba final se atrevieron a presentar sus argumentos, justificaciones y/o explicaciones respecto a los problemas planteados. Se infiere entonces, que las actividades propuestas en cada una de las secuencias didácticas promovieron un avance en el desarrollo en las habilidades de interpretación y explicación, así como la comprensión de las propiedades de las figuras geométricas objeto de nuestro estudio (los paralelogramos).

9. CONCLUSIONES

Si bien es cierto que el lenguaje natural nos permite comunicarnos socialmente, no es menos cierto que el lenguaje matemático nos permite expresar ideas, comprender expresiones, entender diversas formas de representación o de notación y resolver problemas.

Una de las conclusiones relevantes de este proceso investigativo es el hecho de detectar que en el aprendizaje de las matemáticas, influye notablemente el discurso semiótico propio del área. La manera de construir conocimiento con el estudiante también se afecta, pues muchas veces no son los conceptos los incomprensibles, sino la manera en que estos llegan al estudiante a través del "idioma" utilizado por el profesor.

Precisamente uno de los impactos que se esperaba de la propuesta era que el profesor al revisar su práctica, se viera en la necesidad de convertirse en un comunicador, tarea que no se consigue a corto plazo, sino en la medida en que éste profundice en su conocimiento disciplinar, y oriente su práctica tendiendo a fortalecer este proceso. Amén de los resultados obtenidos, debe destacarse que en el caso del docente investigador, se cumple el propósito de valorar la importancia que tiene el uso de una jerga matemática adecuada para enseñar esta asignatura.

Al pretender fortalecer en los estudiantes su competencia comunicativa a través de las actividades de la propuesta de investigación, el diseño de cada una de las secuencias didácticas cumplió con el propósito de fortalecer las habilidades del proceso de comunicación como son la argumentación, explicación, justificación e interpretación basadas en el enfoque de resolución de problemas.

Al observar los resultados obtenidos en cada una de las secuencias, se evidencian serias fallas en la expresión de los estudiantes incluso en su lenguaje natural como por ejemplo el uso de barbarismos, la omisión de fonemas, disgrafia, que le impiden expresar cualquier idea con facilidad.

Cuando hacemos referencia a las habilidades propias del proceso de comunicación debe decirse que se encontraron notables fallas en la mayoría de los estudiantes. Entre ellas tenemos que los argumentos, razones y explicaciones dadas por ellos:

- ✓ No evidencian conocimiento matemático consolidado.
- ✓ No son de naturaleza deductiva.
- ✓ No se han hecho con palabras claras o ejemplos para que se haga perceptible el procedimiento de resolución de un problema.
- ✓ Al ser sometidas a un examen de aceptabilidad, se encuentra que estas no son pertinentes para ser aceptadas, ya que son fácilmente rebatibles con un contraejemplo o con la exposición de una razón consistente.

Se pudo evidenciar que los estudiantes presentan dificultades para llevar a cabo la conversión del lenguaje natural al lenguaje matemático o de una representación verbal a una representación gráfica.

Es muy importante enfocar la enseñanza de las matemáticas en el desarrollo de los procesos y no centrar el interés en los contenidos. Estos, vistos como un conjunto de saberes que deben ser aprehendidos y dominados, se pueden considerar como una valiosa excusa para el desarrollo de habilidades y aprendizajes.

El uso del software de geometría dinámica, repercutió notablemente en la manera de abordar el estudio de la geometría. La interacción de los estudiantes con sus construcciones geométricas favorecen los ambientes de aprendizaje y el gusto de los estudiantes por la asignatura. El SGD permite discriminar de manera clara las características de un dibujo a las de una construcción geométrica, pudiendo verificar las propiedades de una figura a través de la prueba del arrastre.

10. RECOMENDACIONES

Reconocer la importancia de centrar la enseñanza de las matemáticas en el desarrollo de los procesos y no de los contenidos programáticos.

La planeación de las actividades tendientes a la enseñanza de la geometría debe ser de carácter formativo y estructurada de manera tal que con base en los presaberes del estudiante se llegue a la construcción del conocimiento y posteriormente a la apropiación y afianzamiento del aprendizaje.

En cualquier campo de la enseñanza de las matemáticas, es fundamental planificar y ejecutar actividades proclives al fortalecimiento de las habilidades del proceso de comunicación matemática como argumentación, explicación, interpretación y justificación.

Cultivar desde los primeros grados de escolaridad las habilidades de comunicación, incentivando particularmente el uso de lenguaje matemático.

Incrementar en los últimos grados de la educación primaria la enseñanza de la geometría a través del uso del software de geometría dinámica, en remplazo de la ejercitación de lápiz y papel en este campo.

Propiciar el fomento del uso de software de geometría dinámica en los docentes como mediador pedagógico en sus pretensiones de enseñanza.

BIBLIOGRAFÍA

ALFONSO, Nury Yolanda. Suárez Ávila y Sandra María Galindo Mendoza Praxis & Saber. Vol. 1 No. 2 (2010) Pág. 173-202. UPC (Tunja)

BALACHEFF, Nicolás. Entornoos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: complejidad didáctica y expectativas. En matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional. Grao, 2000. P. 91-108

CAMACHO, S. Y SÁENZ, O. (2000): Técnicas de Comunicación Eficaz para Profesores y Formadores, Alcoy, Editorial Marfil

COLOMBIA MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. MEN. Bogotá. 2006

DUVAL, R. (1992). Gráficas y ecuaciones. La articulación de dos registros antología en educación matemática Cinvestav. IPN. México.

DUVAL, R. (1999). Argumentar, demostrar, explicar. ¿Continuidad o ruptura cognitiva? México: grupo Editorial Iberoamérica

Education at a glance 2008: OCDE INDICATORS ISBN 978-92-64- 046283 © OECD 2008 OCDE, 2008

FAUSTINO Arnaldo, DEL POZO Gutiérrez Emilia, ARROCHA Rodríguez Olaysi. Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática. Málaga: 2001.

FAUSTINO, Arnaldo; DEL POZO, Emilia; ARROCHA, Olaysi. Fundamentos epistemológicos que intervienen en el desarrollo de la comunicación matemática. Editado para la Fundación

Universitaria Andaluza Inca Garcilaso para eumed, net. Disponible en http://www.eumed. Net/libros-gratis/2013/1279/Index.htm,2013.

GATTEGNO, caleb, for the teaching of elementary mathematics. Cuisenaire company of America. 1964

GODINO, J.D. (2002). Perspectiva Ontosemiótica de la competencia y comprensión matemática

HERNÁNDEZ Sampieri, Roberto; FERNÁNDEZ Collado, Carlos; BATISTA lucio, Pillar. Metodología de la investigación. La Habana: Editorial Félix Varela, 2003, vol.2.

HOFFER,a.(1990). “La geometría es más que demostración”. Notas Matemáticas. 29, 10-24

LOMAX, P. (1990): Managing Staff development in Schools. Clevedon: Multilingual Matters.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Estándares Básicos de calidad en Matemáticas y Lenguaje. MEN. Bogotá.

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, pág. 56

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá

Ministerio de Educación Nacional (1998). Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá

Ministry of Education Ontario, 2005

NCTM (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: NCTM

NISS, M. (2003). «Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project». En: A. Gagatsis; S. Papastavridis (eds). Proceedings of the 3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education. Atenas: Hellenic Mathematical Society. P. 115-124.

PARADA, Sandra Evely; FIGUERAS, Olimpia; PLUVINAGE, Francois. Un modelo para ayudar a los profesores a reflexionar sobre la actividad matemática que promueven en sus clases. Revista Educación y Pedagogía, 2011, vol. 23, # 59, p. 85-102.

PASTOR, Adela Jaime; RODRÍGUEZ, ÁNGEL GUTIÉRREZ. Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría; El Modelo de Van Hiele, en teoría y práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar, 1990. P. 295-384.

R.J. Elliot, A.F. Gibson an introduction to solid state physics and its applications MacMillan. 1974. SBN 333 11023 4.

RAMÍREZ, Ángela María. Autonomat de Barcelona. Facultad de Ciencias de la Educación en España Proyecto de grado para la obtención del grado de Máster Oficial de iniciación a la Investigación en Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales titulado: “La competencia de comunicación en el desarrollo de las competencias matemáticas en secundaria” en el año 2009

Recogiendo las ideas del Documento de Discusión del estudio del ICMI, Perspectivas de la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI. Mammana y Villani, p. 338.

RIZO CABRERA, Celia; CAMPISTROUS PÉREZ, Luis. Aprendizaje y geometría dinámica en la escuela básica. Ciencia y sociedad. 2003.

SNIR, J., Smith, C. y Grosslight, L. (1995). Conceptually enhanced simulations: a computer tool for science teaching. in eds. D. N. Perkins, J. L. Schwartz, M. M. West, and M. S. Wiske, Software goes to school: teaching for understanding with new technologies, New York: Oxford University Press

VÍCTOR MIGUEL NIÑO ROJAS, LOS procesos de comunicación y del lenguaje, Bogotá, ECOE, 1985, 342 Págs.

ZABALETA PORTILLO, Edgar. (2013). Transito del DCN al nuevo enfoque curricular en la educación básica regular. 2013.

ANEXOS

Anexo A. Cartas Consentimiento Informado Padres O Acudientes De Estuantes

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

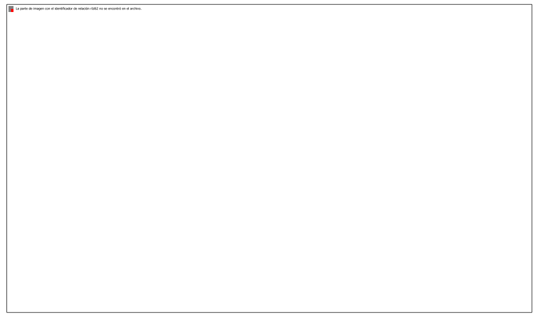
La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

Anexo B. Diseño de la prueba diagnóstica



FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

DISEÑO DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICA

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

Doctor JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

Director de Proyecto

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA – COHORTE XIX

2016

- **ESTUDIANTES A QUIENES SE APLICA:**

  4 estudiantes del grado 4º y 1 estudiante del grado 5º de primaria de la escuela rural la chácara del instituto técnico agrícola Rafael Ortiz González.

- **TIEMPO DE DURACIÓN DE LA PRUEBA**:

  El tiempo estipulado para resolver la prueba es de dos horas

- **UNIDAD DIDÁCTICA**:

  Polígonos

- **CONTENIDOS TEMÁTICOS:**

⊗ Características de figuras poligonales

⊗ Elementos de los polígonos

⊗ Representación gráfica de polígonos

⊗ Área y perímetro de polígonos

⊗ Simetría

⊗ Traslación de polígonos

- **OBJETIVOS DE LA PRUEBA:**

⊗ Determinar el nivel de aprehensión de conceptos geométricos (polígonos)

⊗ Detectar las habilidades del proceso de comunicación a fortalecer.

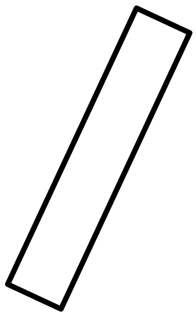
⊗ Reconocer las fortalezas que tienen los estudiantes en cuanto a las habilidades que manejan del proceso de comunicación

⊗ Identificar la capacidad de sustentación de argumentos, defensa de una tesis, o comprobación de una conjetura en la resolución de una situación matemática determinada.

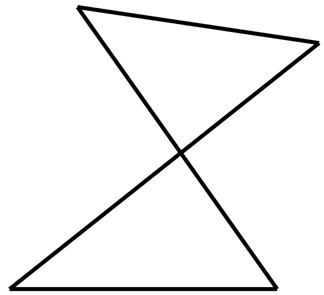
- **HABILIDADES DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN:**

- INTERPRETAR
  - Identificación de la pregunta
  - Identificación de datos en un enunciado o un gráfico
  - Establecimiento de relaciones de conexidad entre la
- JUSTIFICAR
  - Capacidad de sustentar una idea
  - Defensa de un procedimiento
  - Aceptar o refutar un resultado, conjetura o tesis.
- ARGUMENTAR
  - Muestra estrategias para resolver una situación
  - Uso de lenguaje matemático para defender una tesis
  - Muestra capacidad para esgrimir razones para llegar a la

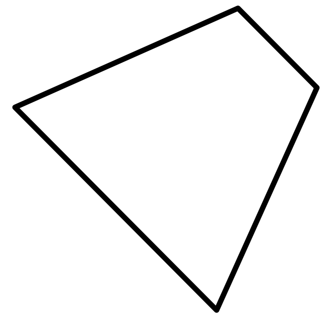
1. Colorea de amarillo cuatro figuras que son polígonos y de verde cuatro que no lo son. Luego, en la parte inferior, explica por qué las figuras verdes no las consideras como polígonos.



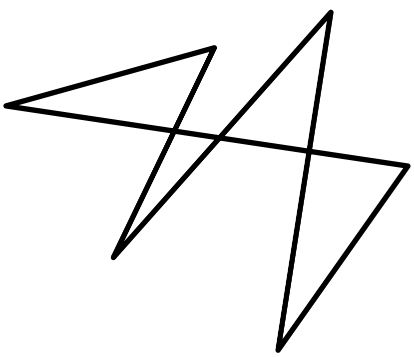
a



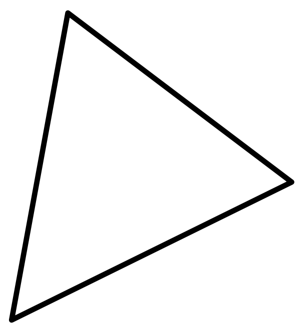
b



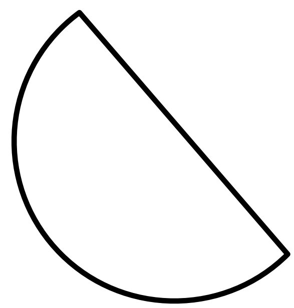
c



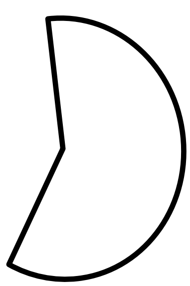
d



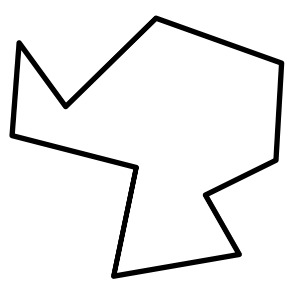
e



f



g



h

Las figuras que no son polígonos son:

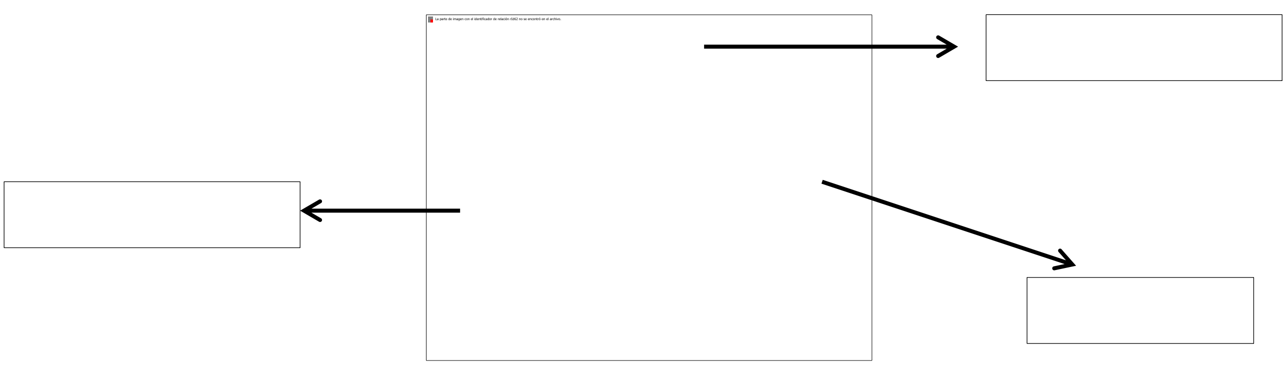
Considero que no son polígonos porque ____________________________________

____

____

2. En el espacio, utilice una regla para dibujar 3 polígonos diferentes a los del punto 1. Comente que características tienen para ser consideradas polígonos.

3. Nombre los elementos que están señalados en el siguiente polígono



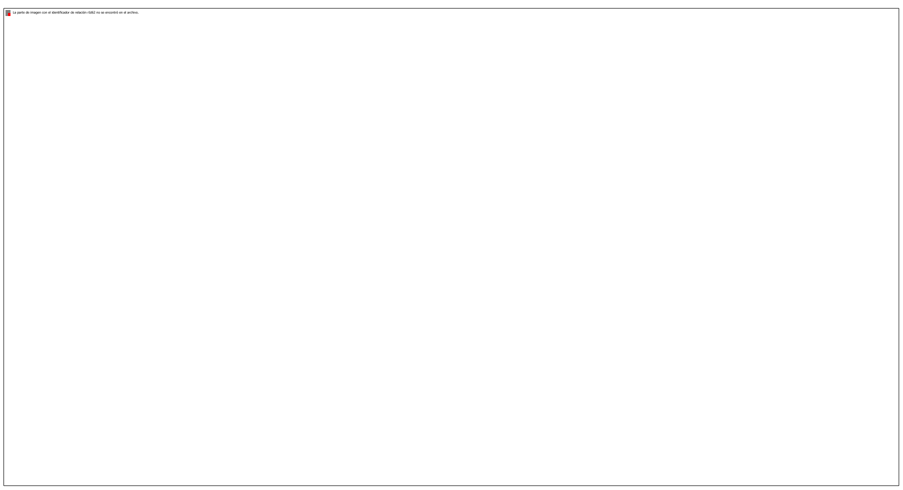
4. Se puede determinar si una figura formada por segmentos de recta es un polígono, cuando tiene el mismo número de lados y el mismo número de vértices. ¿Estás de acuerdo?

   Justifica tu respuesta

   ____

   ____

5. Rodea el polígono que ha dibujado Laura y argumenta por qué lo escogiste



   ____

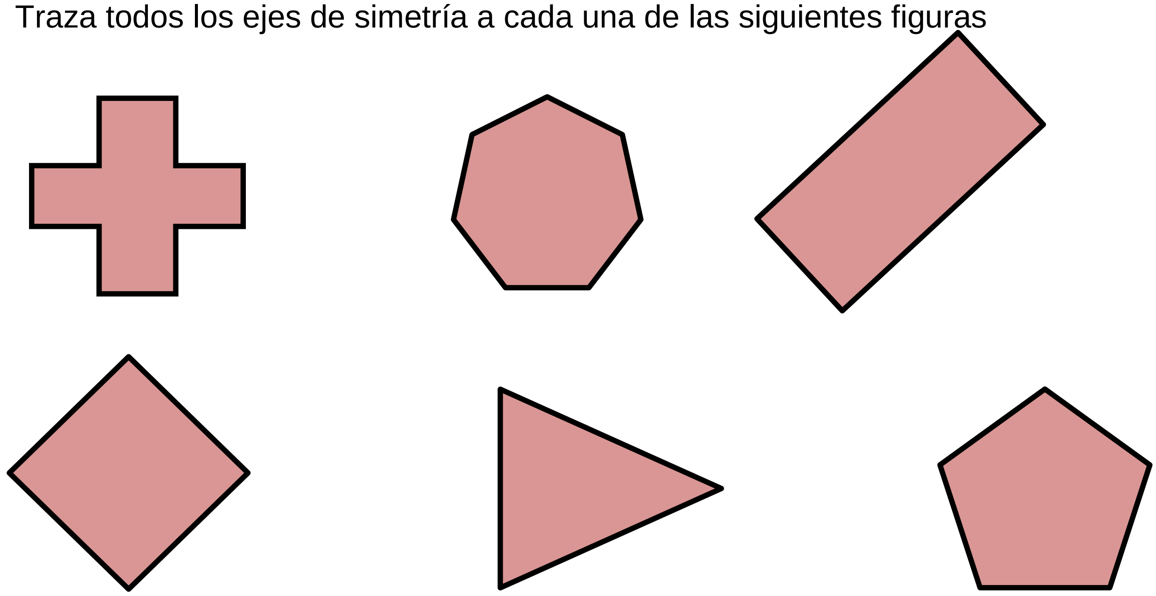
   ____

   ____

   ____

6. Nombra el polígono teniendo en cuenta el número de lados que posee.

7. Traza todos los ejes de simetría a cada una de las siguientes figuras



8. Escribe en el recuadro V o F si la afirmación es falsa o verdadera. En cada caso justifica tu respuesta.

- Todos los polígonos tienen al menos un eje se simetría. ☐

____

____

- Un pentágono es un polígono regular con 5 ejes de simetría ☐

____

____

- Un eje de simetría divide a una figura en dos partes iguales ☐

____

____

- Los cuadriláteros son polígonos regulares de 4 lados ☐

____

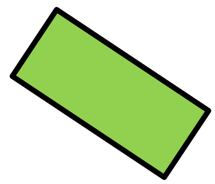
____

- Todos los polígonos regulares tienen sus lados y sus ángulos iguales ☐

____

____

9. Observa el siguiente polígono e indica cuál de las siguientes condiciones se cumplen:



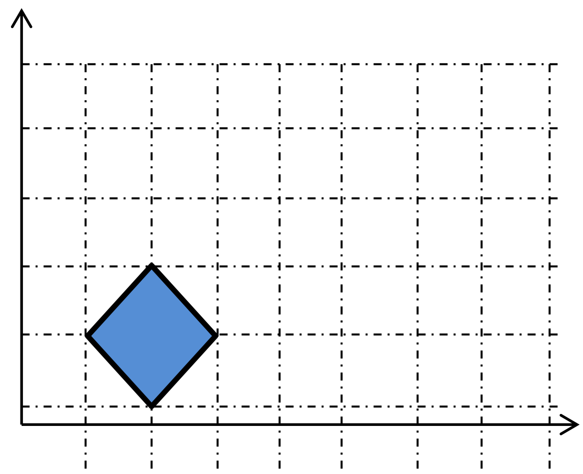
A. Es un cuadrado con todos sus lados y ángulos iguales.

B. Es un cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos y sus 4 ángulos miden 90º

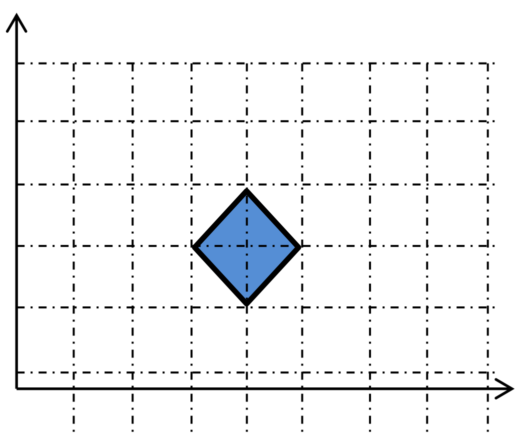
C. Es un polígono irregular cuyos lados y ángulos tienen diferente longitud.

D. Es un cuadrilátero cuyos lados tienen la misma longitud al igual que sus ángulos.

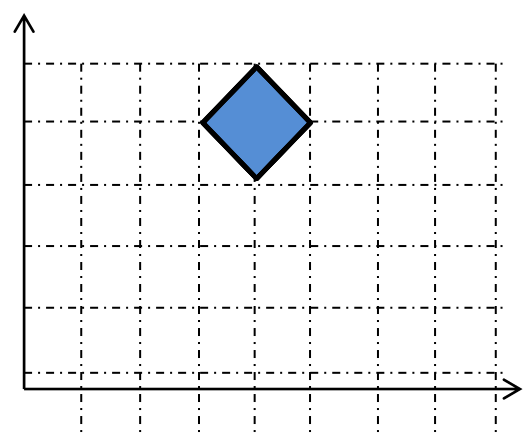
10. El profesor pide que se traslade el rombo 3 unidades hacia arriba y dos unidades hacia la derecha. Observe las traslaciones que hicieron algunos estudiantes y diga quien lo hizo correctamente. Justifica tu respuesta.



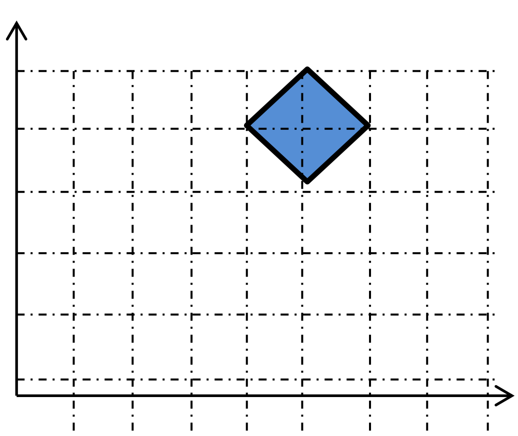
PROFESOR



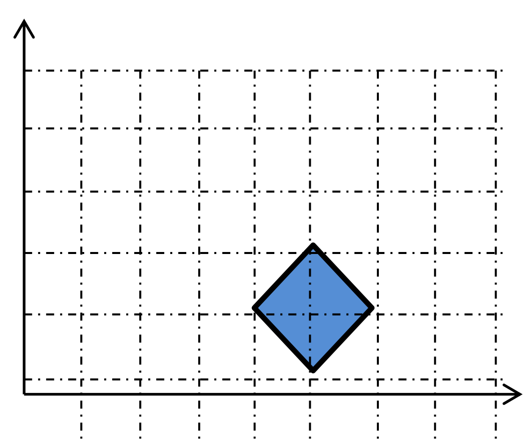
ROBERTO



ANDRÉS



SANRA



CAMILA

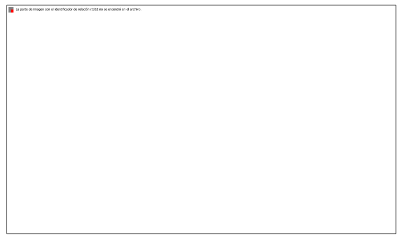
La persona que hizo correctamente la traslación fue _________________,

porque____

____

____

Anexo C. Diseño de la secuencia didáctica



FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

Dr. JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

Director de Proyecto

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA – COHORTE XIX

2016

CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS CON GEOGEBRA CON ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Identifico, represento y utilizo ángulos en giros, aberturas, inclinaciones, figuras, puntas y esquinas en situaciones estáticas y dinámicas.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

ESTÁNDARES NCTM

- Identificar, comparar y analizar atributos de figuras de dos y tres dimensiones y desarrollar el vocabulario para describirlos.
- Formular y comprobar conjeturas sobre las propiedades geométricas y las relaciones, y desarrollar argumentos lógicos para justificar las conclusiones.
- Construir y dibujar objetos geométricos.
- Explorar que le ocurre a las medidas de una figura bidimensional, como el perímetro y el área, cuando cambia su forma.

- Desarrollar, comprender y usar fórmulas para hallar el área de rectángulos, y de triángulos y paralelogramos relacionados con aquellos.

PENSAMIENTOS MATEMÁTICOS:

- **<u>Pensamiento Geométrico y sistema métrico</u>**:

En esta secuencia didáctica se hace referencia al pensamiento geométrico y sistema métrico por las siguientes razones:

✓ La destreza en el razonamiento, que los estudiantes desarrollan en la etapa de tercero a quinto grado, les permite investigar problemas de creciente complejidad y estudiar propiedades geométricas.

✓ Se persigue que los estudiantes adquieran claridad y precisión para describir las propiedades de los objetos geométricos y, entonces, clasificarlos por estas propiedades en categorías como cuadriláteros, triángulos, pirámides o prismas.

✓ Cuando los estudiantes clasifican, construyen, dibujan, modelan, localizan y miden, se desarrolla su capacidad para visualizar relaciones geométricas. Al mismo tiempo, aprenden a razonar, y a formular, comprobar y justificar conjeturas referentes a estas relaciones. Esta exploración requiere tener acceso a una variedad de herramientas, como papel cuadriculado, reglas, bloques, geoplanos y solidos geométricos, y mejora notablemente con medios electrónicos como, por ejemplo, un programa de geometría dinámica, como es nuestro caso.

- ✓ Se desarrollan formas más precisas de describir las figuras, centrándose en identificar y describir sus propiedades y aprendiendo el correspondiente vocabulario especializado. Para consolidar sus ideas, deberían dibujar y construir figuras, comparar y discutir sus atributos, clasificarlas, y elaborar y considerar definiciones basadas en sus propiedades.

- **Pensamiento Métrico y sistemas de medidas**:

En esta secuencia didáctica se hace referencia al pensamiento métrico y sistema de medidas por las siguientes razones:

- ✓ Los estudiantes aprenderán que la longitud, según sea el contexto, tiene nombres específicos: perímetro, ancho, altura, distancia.
- ✓ Los alumnos deberán explorar situaciones que permitan relacionar área y perímetro.

HABILIDADES DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN:

- ✓ Argumentar:

La habilidad de argumentar tiene que ver con el hecho de dar razones, defender una opinión o tratar de convencer. Es decir, se justifican puntos de vista, se consideran ideas alternativas con el fin de aumentar o reducir la aceptabilidad de los mismos, intentando convencer o persuadir, en forma razonada, a otro de las tesis que se tienen por ciertas. El argumentar en estas actividades, se hace importante en la medida en que fortalece la competencia comunicativa, ya que, en la medida en que el estudiante se siente en la necesidad de argumentar, se verá en la necesidad de manejar de manera adecuada el lenguaje y el discurso matemático. Las actividades planteadas buscando el fortalecimiento de la habilidad de argumentación, buscan que el estudiante realice las siguientes acciones:

- Comprenda el problema.
- Seleccione el medio de argumentación adecuado.
- Formule un juicio a partir de realizar una o varias de estas operaciones.
- Identifique un concepto.
- Realice un procedimiento.
- Utilice un contraejemplo.

Se tiene en cuenta en esta unidad didáctica los lineamientos del MEN que plantea que los estudiantes deben dar cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a conclusiones, así como **utilizar argumentos propios** para exponer ideas. Mediante el uso del lenguaje matemático, el estudiante deberá:

- Definir la estrategia desarrollada individualmente para la resolución de la situación matemática.
- Defender la estrategia ante sus compañeros, dando cuenta de los procedimientos utilizados para dar cumplimiento a los criterios definidos para su resolución.
- Durante este proceso, el estudiante convalida la eficacia de las decisiones tomadas por él o reflexiona sobre las modificaciones que debe hacer a su estrategia.

✓ Interpretar:

Es la atribución de significados a las expresiones matemáticas, de modo que estas adquieran sentido en función de la situación problema que se plantea.

Las acciones realizadas dentro de esta unidad didáctica para esta habilidad, desarrollan procesos de pensamiento como:

- Observación y atención.
- Comprensión
- Procesos de aplicación.
- Clasificación y codificación.
- Expresión en lenguaje natural y matemático de la comprensión del problema.
- Identificación de datos relevantes para comprender el problema.

El hecho de que el estudiante desarrolle estos procesos de pensamiento, es evidencia del desarrollo de esta habilidad, puesto que requiere la comprensión profunda del contexto donde se desarrolla el problema, los criterios para su resolución y el desarrollo y puesta en marcha de la estrategia.

✓ Explicar:

Es la habilidad que busca aclarar a los demás una situación, un proceso o un resultado. Para esta unidad didáctica, se toma el enfoque de NCTM (2000), que plantean la explicación como:

- La presentación de los métodos que han empleado en la solución de un problema.
- Exponer ante los demás sus respuestas y decir por qué las obtuvieron.

Las explicaciones de los niños serán en su propio lenguaje y con frecuencia, se presentarán verbalmente o mediante otro método de representación, llegando a ser más rigurosas matemáticamente a medida del nivel de complejidad del problema.

✓ Justificar:

Esta habilidad busca sustentar las estrategias y procedimientos puestas en acción en la solución de un problema, usando todo tipo de recursos argumentativos para apoyar enunciados con contenido matemático y para promover un grado de adhesión y convencimiento hacia el mismo.

En esta unidad didáctica se define esta habilidad como la capacidad de un estudiante para sustentar una idea, explicar el porqué de un proceso, aceptar o refutar una conclusión por medio de razones relevantes como la aplicación de una proposición y la realización de un procedimiento.

CONTENIDOS TEMÁTICOS

- Características generales de los cuadriláteros. (lados opuestos, lados consecutivos, ángulos consecutivos y ángulos opuestos)
- Teorema suma de ángulos internos de los cuadriláteros.
- Diagonales desde un vértice de un cuadrilátero.
- Diagonales totales en un cuadrilátero.
- Características de un rectángulo.
- Propiedades de un rectángulo.
- Perímetro y área de un rectángulo.

DESCRIPCIÓN DE LAS SITUACIONES MATEMÁTICAS

SESIÓN 1: (9 horas)

CONSTRUYENDO EL RECTÁNGULO

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

Reconocer las características generales de los rectángulos y comprobar algunos teoremas, a través de la resolución de una situación matemática, mediante el uso del software de geometría dinámica Geogebra, para buscar el fortalecimiento del proceso de comunicación matemática.

DESEMPEÑO

Demuestra progreso en el desarrollo de habilidades de comunicación matemática, tales como empleo de lenguaje matemático (argumentación), capacidad para exponer ideas y esgrimir razones (explicar), justificar un procedimiento e identificar en un enunciado la pregunta y los datos.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Reconozco los datos relevantes de una situación matemática para resolverla.

- Uso lenguaje matemático para hacer referencia a las características generales de los rectángulos.
- Compruebo mediante la construcción geométrica en el software, el teorema de la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero.
- Establezco diferencias entre lados consecutivos y lados opuestos de un cuadrilátero.
- Reconozco las características generales que tienen los rectángulos.

FASE DE INFORMACIÓN: (2 horas)

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor identifica los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en cuanto a este. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

Utiliza la herramienta geogebra y construye un cuadrilátero, dejando del mismo color un par de lados consecutivos. Luego de construido y observando el cuadrilátero que hiciste responde:

a) ¿Qué es un cuadrilátero? ¿Qué características tiene?

b) ¿Un cuadrilátero es lo mismo que un polígono? ¿Por qué? Explica tu respuesta.

c) Menciona los lados consecutivos de tu cuadrilátero.

d) Menciona los lados opuestos de tu cuadrilátero.

e) ¿Cuánto suman los ángulos interiores de tu cuadrilátero? Justifica tu respuesta.

f) Si construyes otro cuadrilátero junto al que hiciste y mides sus ángulos interiores, ¿Cuánto da la suma de ellos?

g) Mide los ángulos de los polígonos 1, 2 y 3 y encuentra la suma de ellos. ¿A qué conclusión llegas? Justifica tu respuesta.

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

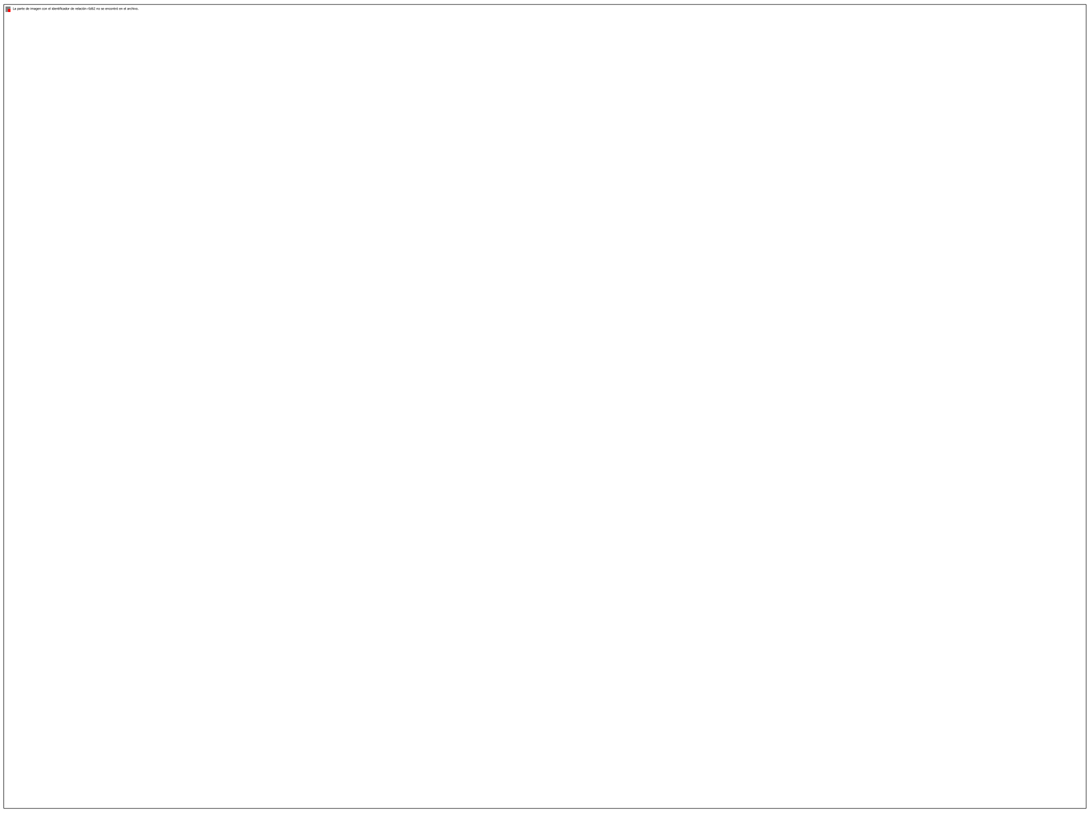
FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Se presenta a los estudiantes el problema inicial, con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar. El problema propuesto ha de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar. Cuando lo necesiten, se orientará a los estudiantes hacia la solución, de acuerdo con la estrategia individual que cada uno haya elegido.

El problema ha sido seleccionado para permitir al estudiante aprender los conceptos, propiedades o definiciones fundamentales de los cuadriláteros.

SITUACIÓN PROBLEMA A RESOLVER

Dado el siguiente segmento, construya a partir de él, un rectángulo que cumpla con las propiedades de este cuadrilátero y aguante la prueba del arrastre.



Para resolver el problema los estudiantes inicialmente contestarán las siguientes preguntas, que darán cuenta del nivel de habilidades comunicativas:

1. ¿Qué estrategia piensas utilizar para construir el rectángulo? Explica tu estrategia.
2. ¿Qué le falta a la construcción para ser un rectángulo?
3. ¿Qué características tienen los rectángulos? Argumenta.
4. ¿Es posible que los rectángulos tengan sus cuatro lados de igual longitud? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

FASE DE EXPLICITACIÓN

Los estudiantes deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido al resolver el problema, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio. Los estudiantes tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. El tipo de trabajo que se debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolverse los ejercicios anteriores, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado.

a) Explica ante tus compañeros la estrategia que empleaste para resolver el problema.

b) ¿Cómo garantizaste las medidas de los ángulos del rectángulo? Justifica tu respuesta.

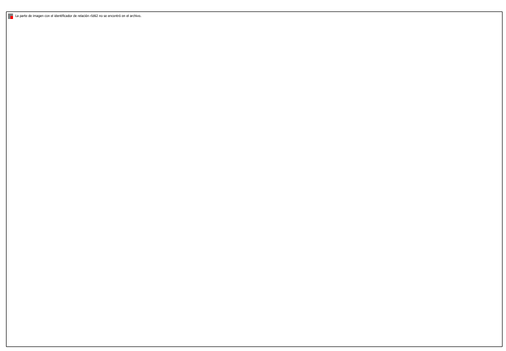
c) Se cumple el teorema de los ángulos internos de un cuadrilátero en tu construcción?. Explica.

d) ¿Cómo relacionas el área de estas figuras con el área del rectángulo? Argumenta tu respuesta.

FASE DE ORIENTACIÓN LIBRE (3 horas)

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y problemas diferentes de los anteriores y, un poco más complejos. El profesor propone a sus estudiantes resolver el problema inicial que no va a ser una simple aplicación directa de un dato o algoritmo conocido, sino que debe hacer uso de propiedades y que tiene varias soluciones. Se limita al máximo la ayuda del profesor a los estudiantes en la resolución del problema.

Dado los siguientes lados consecutivos, construya a partir de ellos un rectángulo que cumpla con las propiedades de este cuadrilátero y aguante la prueba del arrastre.



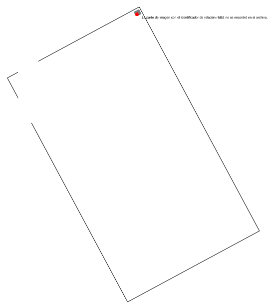
FASE DE INTEGRACIÓN (1 y ½ horas)

En esta fase los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. El profesor dirige resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración.

La actividad propuesta no implica la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos.

Se trata de lograr una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente.

La actividad propuesta para esta fase es la de completar la información en la siguiente tabla que recopila los conocimientos adquiridos en las fases anteriores así:

<table>
<tr><th>POLÍGONO</th><th>NÚMERO DE LADOS</th><th>NÚMERO DE VÉRTICES</th><th>NÚMERO DE DIAGONALES TOTALES</th></tr>
<tr><td rowspan="6"></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>NÚMERO DE ÁNGULOS INTERNOS</td><td>DIAGONALES DESDE EL VÉRTICE</td><td>SUMA DE SUS ÁNGULOS INTERNOS</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>LADOS CONSECUTIVOS</td><td>LADOS OPUESTOS</td><td>ÁNGULOS OPUESTOS</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Responder:

Analiza y responde las siguientes preguntas. Justifica tus respuestas utilizando todas las propiedades empleadas en las actividades anteriores:

a) ¿El rectángulo es un paralelogramo?

b) ¿El paralelogramo es un rectángulo?

c) ¿Todo rectángulo es un cuadrado?

d) ¿Todo cuadrado es un rectángulo?

e) ¿Qué significa que una construcción aguanta la prueba del arrastre?

Anexo D. Diseño de la secuencia didáctica propiedades del rombo

FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

PROPIEDADES DEL ROMBO

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

Dr. JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

Director de Proyecto

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE EDUCACIÓN

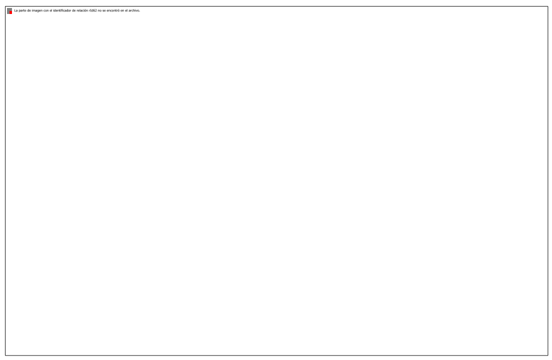
MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA – COHORTE XIX

2016

PROPIEDADES DEL ROMBO

SESIÓN 1:

EL TESORO ESCONDIDO



OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

Realizar la construcción del rombo como objeto geométrico, es decir teniendo en cuenta sus relaciones y propiedades mediadas por el software de geometría dinámica, como una forma de apoyar los procesos de comunicación en la enseñanza de la geometría.

DESEMPEÑO

- Demuestra progreso en el desarrollo de habilidades de comunicación matemática, tales como la presentación de los métodos que ha empleado en la solución de un problema (habilidad de explicación), exponiendo ante los demás las estrategias empleadas en la resolución del mismo, usando lenguaje matemático (argumentación) y empleando todo tipo de recursos argumentativos para apoyar enunciados con contenido matemático promoviendo así un grado de adhesión y convencimiento hacia los demás.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

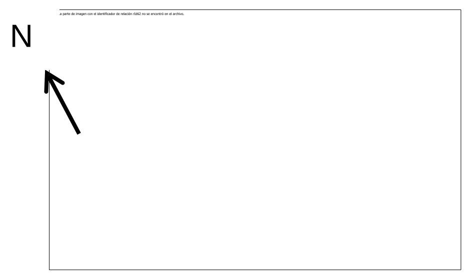
- Reconozco las propiedades del rombo usándolas en la resolución de un problema matemático.
- Uso lenguaje matemático para hacer referencia a las características generales de los cuadrados.
- Compruebo mediante la interacción con el software de geometría dinámica, que las diagonales del rombo determinan el área de esta figura geométrica.

SITUACIÓN PROBLEMA A RESOLVER

En una llanura, un hombre enterró un tesoro. En el plano que dejó, solamente está señalada una cruz y una palmera. Dejó escrito que la cruz (punto A) y la palmera (punto B) son los puntos extremos de la diagonal mayor de un **rombo**.

A estos vértices los llamó vértice 1 y vértice 2 respectivamente. Además indicaba que el vértice número 3 se hallaba hacia el norte, a 4m del punto medio de la diagonal mayor como se ve en la figura. Del cuarto vértice sabemos que es el que alberga el tesoro. ¿Dónde habría que cavar para encontrarlo?

Localiza este sitio, teniendo en cuenta que para ello es necesario que tengas muy claras las propiedades del rombo antes de enfrentarte a este problema.

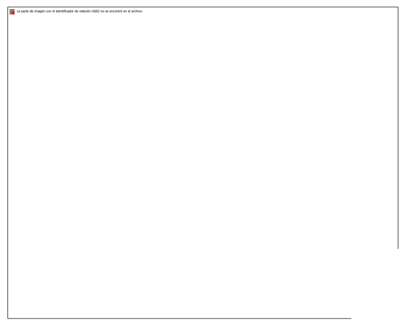


FASE DE INFORMACIÓN:

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor identifica los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en cuanto a este. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

Utiliza la herramienta geogebra y observa la construcción que aparece a continuación. El objetivo es que el estudiante realice la construcción de un rombo teniendo en cuenta que debe hacerlo a partir de un rectángulo dado. Luego de que el estudiante haga la prueba del arrastre y determine la conservación de las propiedades del rectángulo, procederá a la construcción del rombo. Esta actividad puede resolverse a través del uso de la herramienta punto medio para cada uno de los segmentos que conforman el polígono inicial, para luego unir dichos puntos para construir el rombo. Con esta actividad se pretende identificar los siguientes conocimientos previos:

- Punto medio.
- Mediatriz de un segmento.
- Lados congruentes.

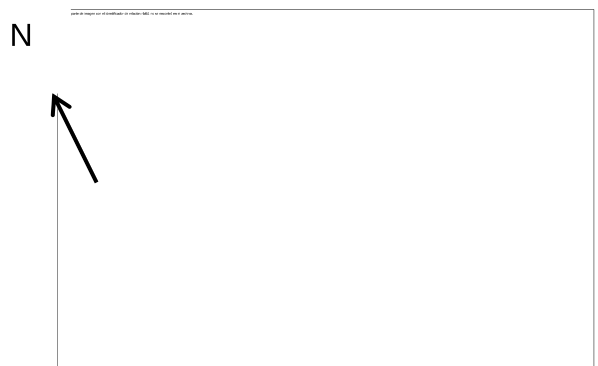


Luego de interactuar por unos minutos con la construcción inicial, el estudiante deberá tejer sus primeras conjeturas y desarrollar sus habilidades comunicativas respondiendo:

1. ¿De qué manera puedo construir un rombo a partir de un rectángulo? Explica tu respuesta.
2. ¿Qué ocurre con las longitudes de los lados del rombo cuando efectúas la prueba del arrastre?? Justifica tu respuesta.

FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Se presenta a los estudiantes el problema inicial, con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar. El problema propuesto ha de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar acerca del rombo. En este caso, los estudiantes observan en la pantalla un segmento AB que corresponde a la diagonal mayor de un rombo y cuyos puntos extremos resultan ser vértices de esta figura en mención. Se espera que utilicen la herramienta compas para hacer la traslación del segmento de longitud 4”m” para que halle la ubicación del tercer vértice de la figura y utilice otra estrategia para hallar el cuarto vértice del rombo. Debe comprobar que su construcción soporta la prueba del arrastre, verificando que las propiedades de este cuadrilátero se cumplen.



Para iniciar la resolución del problema se da pide a los estudiantes que lo lean y que tengan en cuenta la ubicación del punto norte. A continuación cada estudiante pondrá en marcha su estrategia, sin dar mayores indicaciones del trabajo a realizar por parte del docente.

El planteamiento de esta actividad es pertinente porque hace que el estudiante inicialmente a partir de la observación plantee conjeturas, y a medida que avanza la actividad, él debe centrarse en las propiedades del rombo para hacer su construcción y hallar finalmente el tesoro.

La diagonal mayor del rombo que es el segmento que se presenta inicialmente la encontrarán en una posición oblicua.

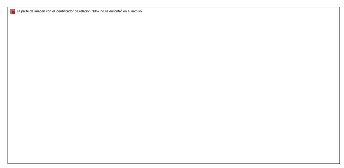
El software de geometría dinámica, se convierte en este caso en un mediador imprescindible para la construcción de este paralelogramo, pues favorece el planteamiento de conjeturas, la creación de estrategias, fortaleciendo a su vez las habilidades comunicativas.

El reto para el estudiante será encontrar el punto donde se halla el tesoro, pero solo llegará a él si su construcción cumple con las propiedades del rombo. Para fortalecer las habilidades de argumentación, justificación y explicación los estudiantes responderán:

1. ¿De qué manera puede encontrar el tercer vértice del rombo? Explique su respuesta.
2. Ya que hay una condición de longitud para hallar el tercer vértice, ¿qué estrategia utilizará para poder ubicar este punto con exactitud? Justifique su respuesta.
3. Pueden las diagonales de un rombo no ser perpendiculares? ¿Por qué? Presente sus argumentos.
4. Posteriormente los estudiantes completarán la siguiente información.

PARALELOGRAMO	¿Se cortan siempre las diagonales?	¿Son siempre iguales las diagonales?	¿Son siempre perpendiculares las diagonales?
Rombo			

ROMBO



¿Se cortan siempre las diagonales? ¿Por qué?

____

____

¿Son siempre iguales las diagonales? ¿Por qué?

____

____

¿Son siempre perpendiculares las diagonales?

____

____

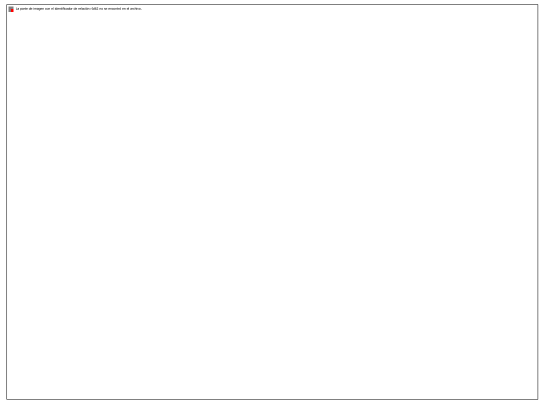
FASE DE EXPLICITACIÓN

Los estudiantes deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido al resolver el problema, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

Los estudiantes tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. El tipo de trabajo que se debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolver los problemas anteriores, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado.

FASE DE ORIENTACIÓN LIBRE

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y un problema diferentes del anterior y, un poco más complejo. El profesor propone a sus estudiantes resolver el siguiente problema:



Observa la construcción que está en la pantalla. Aplica la prueba del arrastre y argumenta si esa figura es o no un rombo, presentado tus razones al grupo.

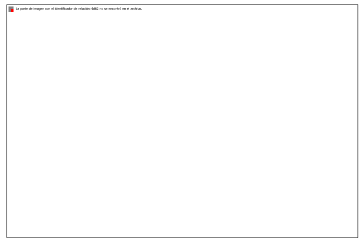
a) La figura presentada es un rombo? ¿Por qué?

Explica a tus compañeros la manera de construir un rombo en Geogebra que aguante la prueba del arrastre.

FASE DE INTEGRACIÓN

En esta fase los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. La actividad propuesta para esta fase es la de completar la información en la siguiente:

Construye un rombo de lado (AD) conociendo la diagonal mayor (AB)



- ¿Qué estrategia utilizaste para construir los lados faltantes del rombo? Explica tu respuesta

____

____

- ¿Puede construirse un rombo cuyos lados opuestos no sean congruentes? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

____

____

Completar la siguiente tabla:

AFIRMACIÓN	**VERDADERO**	**FALSO**
Las diagonales de un rombo se cortan en su punto medio		
Los lados opuestos del rombo no son congruentes		

AFIRMACIÓN	VERDADERO	FALSO
Las diagonales del rombo son perpendiculares entre sí.		
Los ángulos opuestos en el rombo tienen medidas diferentes.		

Anexo E. Diseño de la secuencia didáctica propiedades del cuadrado

FORTALECIMIENTO DEL PROCESO DE COMUNICACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA CON LA MEDIACIÓN DE SOFTWARE MATEMÁTICO INTERACTIVO

DISEÑO DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA PROPIEDADES DEL CUADRADO

Lic. CARLOS RENÉ BAUTISTA NIÑO

Dr. JORGE ENRIQUE FIALLO LEAL

Director de Proyecto

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

ESCUELA DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN PEDAGOGÍA – COHORTE XIX

2016

PROPIEDADES DEL CUADRADO

SESIÓN 1:

DESCUBRIENDO LOS CUADRADOS FALSOS

OBJETIVO DE APRENDIZAJE:

Efectuar la construcción del cuadrado como objeto geométrico, es decir teniendo en cuenta sus relaciones y propiedades mediadas por el software de geometría dinámica, como una forma de apoyar los procesos de comunicación en la enseñanza de la geometría.

DESEMPEÑO

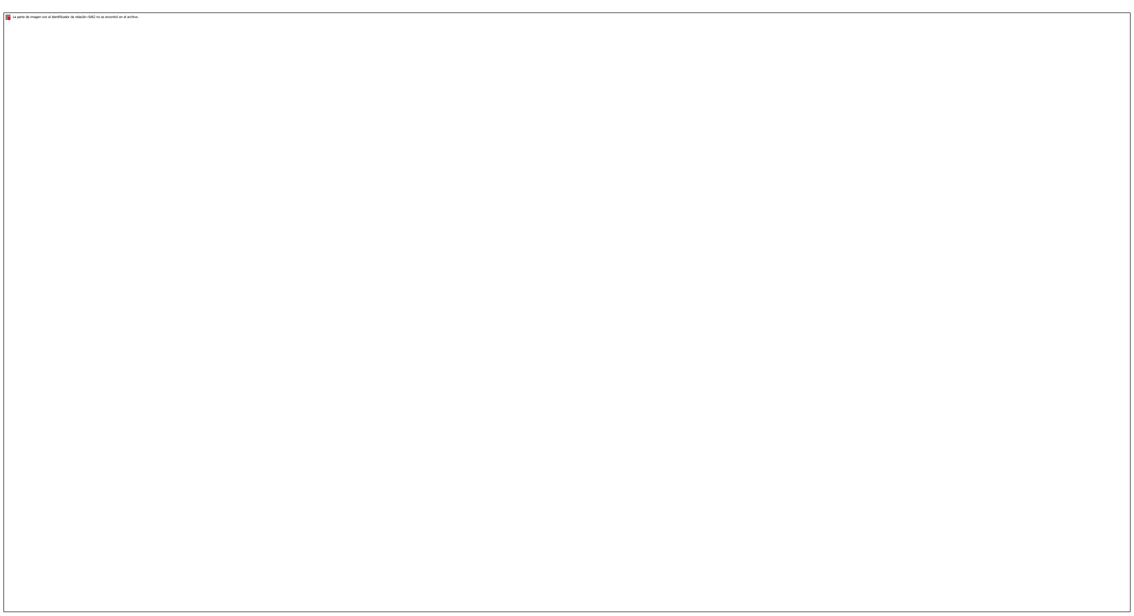
- Demuestra progreso en el desarrollo de habilidades de comunicación matemática, tales como la presentación de los métodos que ha empleado en la solución de un problema (habilidad de explicación), exponiendo ante los demás las estrategias empleadas en la resolución del mismo, usando lenguaje matemático (argumentación) y empleando todo tipo de recursos argumentativos para apoyar enunciados con contenido matemático promoviendo así un grado de adhesión y convencimiento hacia los demás.

INDICADORES DE DESEMPEÑO

- Reconozco las propiedades del cuadrado usándolas en la resolución de un problema matemático.
- Uso lenguaje matemático para hacer referencia a las características generales de los cuadrados.
- Compruebo mediante la interacción con el software de geometría dinámica, que las diagonales del cuadrado son perpendiculares entre sí y son bisectrices de los ángulos cuyos vértices conectan.

SITUACIÓN PROBLEMA A RESOLVER

La página web que se utilizó para extraer la actividad original fue la de “Proyecto Gauss” del Ministerio de Educación de España.



Aquí tienes 9 cuadrados, pero sólo dos son de verdad, los demás mienten. ¿Puedes encontrar cuales son los verdaderos?

FASE DE INFORMACIÓN:

En esta fase se procede a tomar contacto con el nuevo tema objeto de estudio. El profesor identifica los conocimientos previos que puedan tener sus alumnos sobre este nuevo campo de trabajo y su nivel de razonamiento en cuanto a este. Para ello, los estudiantes resolverán las siguientes actividades:

Utiliza la herramienta geogebra y observa las dos construcciones que aparecen a continuación. El objetivo es que el estudiante a través de la prueba del arrastre determine la conservación de las propiedades del polígono 1 como cuadrado y/u observe en la vista algebraica la diferencia en la longitud de los segmentos que conforman las dos figuras, para determinar cuál de las dos es un cuadrado. Por simple OBSERVACIÓN el estudiante podrá decir inicialmente que las dos figuras son cuadrados, pero a medida que interactúe con el software se va a dar cuenta que se trata efectivamente de dos rectángulos, pero uno de ellos equilátero. Con esta actividad se pretende identificar los siguientes conocimientos previos:

- Relación de longitud de los lados de un cuadrado.
- Bisectriz de un ángulo
- Medidas de los ángulos de un cuadrado

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.

Luego de interactuar por unos minutos con las dos construcciones, el estudiante deberá tejer sus primeras conjeturas y desarrollar sus habilidades comunicativas respondiendo:

3. ¿Qué diferencias en cuanto a la longitud de los lados del polígono 1 y las del polígono 2? Explica tu respuesta.

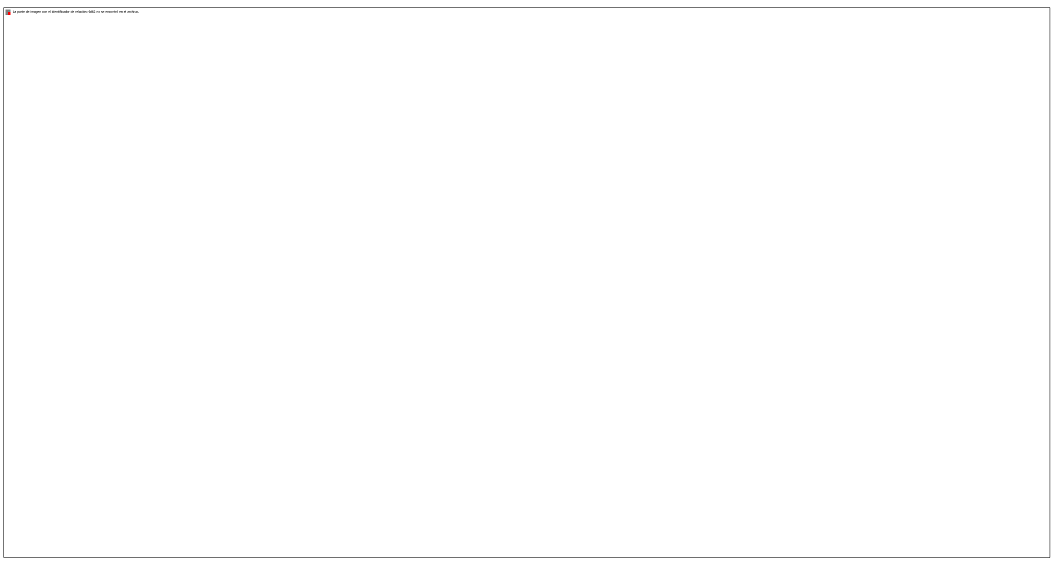
4. ¿Qué ocurre cuando efectúas la prueba del arrastre a las dos figuras? Explica tu respuesta.

5. ¿Hay diferencias en la amplitud de los ángulos de las dos figuras? ¿Qué quiere decir esto? Plantea tu conjetura.

6. ¿Cuál de los dos polígonos es un cuadrado? Argumenta tu respuesta.

FASE DE ORIENTACIÓN DIRIGIDA

Se presenta a los estudiantes el problema inicial, con el fin de que estos descubran y aprendan las diversas relaciones o componentes básicos de la red de conocimientos por formar. El problema propuesto ha de llevar directamente a los resultados y propiedades que los estudiantes deben apropiar.



Aquí tienes 9 cuadrados, pero sólo dos son de verdad, los demás mienten. ¿Puedes encontrar cuales son los verdaderos?

Para iniciar la resolución del problema se da una indicación corta del trabajo a realizar por los estudiantes como es la de mover los vértices de cada cuadrado. Para que cada estudiante piense y ponga en marcha su estrategia, no se dan mayores indicaciones del trabajo a realizar por parte del docente.

El planteamiento de esta actividad es pertinente porque hace que el estudiante inicialmente a partir de la observación plantee conjeturas, y a medida que avanza la actividad, él debe centrarse en las propiedades del cuadrado que se han perdido o se mantienen en cada una de las figuras.

Se presentan variaciones en la posición de los cuadrados en el planteamiento del problema y en la manera de deformarse de los mismos, incluyendo los que se deforman en rectángulos y en rombos, que serán paralelogramos vistos en secuencias posteriores.

El software de geometría dinámica, se convierte en este caso en un mediador imprescindible para el efecto de esta actividad, consiguiendo que los estudiantes puedan reflexionar sobre sus estrategias y plasmarlas comunicativamente, ya que si leemos el enunciado propuesto en la imagen anterior, se preguntará a los niños por los cuadrados verdaderos, en un intento por establecer la diferencia entre construcción geométrica y dibujo.

No es posible para el estudiante saber, sin utilizar la prueba del arrastre, qué figura hay detrás de un dibujo que se ve en la pantalla. Así, empleando esta sencilla herramienta ya empezará a pensar que la figura que se conserva es la que cumple con las propiedades de este cuadrilátero.

FASE DE EXPLICITACIÓN

Los estudiantes deben intentar expresar en palabras o por escrito los resultados que han obtenido al resolver el problema, intercambiar sus experiencias y discutir sobre ellas con el profesor y los demás estudiantes, con el fin de que lleguen a ser plenamente conscientes de las características y relaciones descubiertas y afiancen el lenguaje técnico que corresponde al tema objeto de estudio.

Los estudiantes tienen que utilizar el vocabulario adecuado para describir la estructura sobre la que han estado trabajando. El tipo de trabajo que se debe realizar en esta fase es de discusión y comentarios sobre la forma de resolverse los ejercicios anteriores, elementos, propiedades y relaciones que se han observado o utilizado.

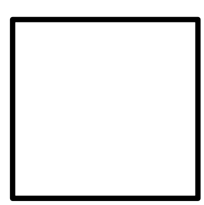
Luego de poner en marcha su estrategia, los estudiantes responderán:

- ¿Qué ocurre cuando mueves los vértices en cada una de las figuras? Registra lo que ocurre en la siguiente tabla:

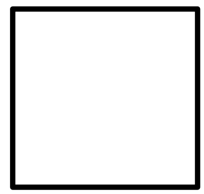
FIGURA	ESTO ES LO QUE OCURRE CUANDO MUEVO UNO DE SUS VÈRTICES
A	
B	
C	
D	
E	
F	
G	

- ¿Qué estrategia utilizaste para determinar cuáles eran los cuadrados verdaderos? Argumenta tu respuesta.

- Luego de escuchar las estrategias de los demás compañeros, ¿cuál de ellas te parece la mejor para resolver el problema? Justifica tu respuesta.
- Escoge uno de los cuadrados que elegiste como verdadero, mide cada uno de sus lados y escribe su longitud en este dibujo:



- Luego, haz la prueba del arrastre y escribe la nueva longitud de los lados de esa misma figura y anótalos en este dibujo.

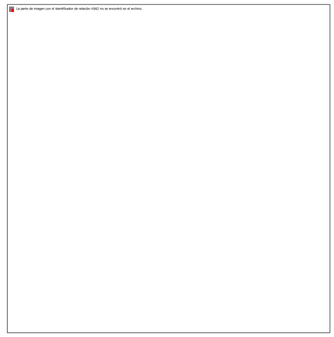


- Ahora compara las longitudes que acabas de anotar. ¿Qué puedes decir acerca de la relación de longitud de los lados de un cuadrado? Justifica tu respuesta.

- Es correcto afirmar que el cuadrado es también una clase de rectángulo, sólo que equilátero? Justifica tu respuesta.

FASE DE ORIENTACIÓN LIBRE

En esta fase se debe producir la consolidación del aprendizaje realizado en las fases anteriores. Los estudiantes deberán utilizar los conocimientos adquiridos para resolver actividades y un problema diferentes del anterior y, un poco más complejo. El profesor propone a sus estudiantes resolver el siguiente problema:



Sean AB Y AC dos de los lados de un cuadrado. Construya la totalidad del cuadrado que aguante la prueba del arrastre y trace las mediatrices de los ángulos de este cuadrilátero.

Luego de la construcción responde:

- ¿Cómo son las diagonales del cuadrado que construiste? Explica tu respuesta.
- Al trazar las diagonales se forman 4 triángulos, ¿cómo son estos triángulos entre sí? Explica tu respuesta
- ¿Es posible que el ángulo formado entre las diagonales de un cuadrado mida menos de 90º? ¿Por qué? Justifica tu respuesta.

- ¿Qué observas al hacer la prueba del arrastre con respecto a los ángulos del cuadrado y los ángulos que forman sus diagonales?

¿Por qué ocurre ese hecho? Argumenta tu respuesta.

FASE DE INTEGRACIÓN

En esta fase los estudiantes establecen una visión global de todo lo aprendido sobre el tema y de la red de relaciones que están terminando de formar, integrando estos nuevos conocimientos, métodos de trabajo y formas de razonamiento con los que tenían anteriormente. El profesor dirige resúmenes o recopilaciones de la información que ayuden a los estudiantes a lograr esta integración. La actividad propuesta no implica la aparición de nuevos conocimientos, sino solo la organización de los ya adquiridos. Se trata de lograr una visión general de los contenidos del tema objeto de estudio, integrada por los nuevos conocimientos adquiridos en este nivel y los que ya tenían los estudiantes anteriormente. La actividad propuesta para esta fase es la de completar la información en la siguiente tabla que recopila los conocimientos adquiridos en las fases anteriores así:

La parte de imagen con el identificador de relación rId62 no se encontró en el archivo.