

Evaluación de las tensiones inducidas en una red de distribución aérea con cable de guarda debido
a rayos en montañas.

Juan Sebastian Leal Alvarado y Julián Andrés Pérez Támara

Trabajo de Grado para optar al título de Ingeniero Electricista

Director

Edinson Fabián Adarme López

Magister en Ingeniería Eléctrica

Codirector

Edison Andrés Soto Ríos

Doctor en Ingeniería Eléctrica

Universidad Industrial de Santander

Facultad de Ingenierías Fisicomecánicas

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Bucaramanga

2026

Agradecimientos

Juan

Este trabajo de grado, primeramente le doy gracias a Dios por acompañarme y brindarme fortaleza, salud y sabiduría para afrontar esta etapa de mi vida. Seguidamente le agradezco a mi mamá Yomaira que estuvo siempre presente en el proceso brindandome mucho amor y apoyo incondicional, a mi padre Juan De Dios que me acompañó gran parte del camino, pero que hoy se encuentra con Dios, cuidándome desde el cielo.

Agradezco a mi querida tía Beatriz y su esposa Clelia, siendo grandes consejeras para mí, a mi tía Yolima, mi tío Yiriz, los cuales siempre me brindaron su apoyo y acompañamiento. A mis familiares, amigos de la universidad y amigos de toda la vida que me han acompañado en este proceso, sin ellos esto hubiera sido una etapa difícil y ellos la convirtieron en una experiencia valiosa.

Julian

Agradezco, en primer lugar, a Dios, por darme la fortaleza, la sabiduría y la oportunidad de culminar esta importante etapa de mi vida. A mi madre, Eliana, por su amor, esfuerzo y apoyo incondicional durante toda mi formación. A mi abuela, quien, aunque hoy ya no está con nosotros, sigue siendo una parte fundamental de la persona que soy. A mis padrinos y primos, especialmente a mi tío Reynaldo, quien fue mi inspiración a estudiar esta carrera y la figura paterna que nunca tuve, y a mi tía Luz, por su cariño y constante apoyo. A mi novia, Paula, por acompañarme, motivarme y brindarme su apoyo incondicional durante todo este camino. A mis compañeros de la Escuela de

Ingeniería Eléctrica, en especial a los cuatro amigos, con quienes compartí los retos y aprendizajes de esta carrera, haciendo de este proceso una experiencia inolvidable.

Finalmente, expresamos nuestro sincero agradecimiento a nuestro director y nuestro codirector de trabajo de grado, por su orientación, disposición y valiosos conocimientos compartidos durante el desarrollo de esta investigación. Sus aportes fueron fundamentales para la culminación satisfactoria de este proyecto.

Tabla de Contenido

	pág.
Introducción	9
1. Objetivos	14
1.1. Objetivo General	14
1.2. Objetivos específicos.....	14
2. Conceptos previos	16
2.1. Modelado de la descarga de retorno.....	16
2.2. Campos electromagnéticos en los diferentes terrenos	18
2.3. Modelado de la linea y acoplamiento campo-linea	20
2.4. Tensiones inducidas	21
3. Metodología.....	23
3.1. Método de las diferencias finitas.	23
3.2. Método de las diferencias finitas 3D en electromagnetismo	24
3.2.1. Implementación tridimensional	25
3.3. Inclusion del canal del rayo.....	27
3.3.1. Forma de onda de corriente.....	28
3.3.2. Modelo de la descarga de retorno.	29

3.3.3. Implementacion dentro de la FDTD	30
3.4. Condicion de estabilidad.	30
3.5. Fronteras absorbentes.	31
3.6. Modelo de acomplamiento campo-linea de agrawal	33
3.7. Implementación de la geometría semiesférica	35
4. Validación y evaluación de las tensiones inducidas.....	37
4.1. Escenario de validación	37
4.1.1. Validación del modelo	39
4.1.1.1. Validación para una distancia de 250 m.....	39
4.1.1.2. Validación para una distancia de 500 m.....	40
4.1.1.3. Validación e influencia del cable de guarda.....	42
4.2. Evaluacion de las tensiones inducidas en montañas semi-esféricas	44
5. Conclusiones	48
6. Recomendaciones y trabajos futuros	50
Referencias Bibliográficas	52

Lista de Figuras

	pág.
Figura 1. Escenario empleado para la validación del modelo numérico.	39
Figura 2. Comparación de las tensiones inducidas en el punto medio de la línea para una distancia de 250 m.	40
Figura 3. Comparación de las tensiones inducidas en la línea para una distancia de 500 m.	41
Figura 4. Tensiones inducidas a 250m en presencia de cable de guarda.	43
Figura 5. Representación gráfica del escenario tridimensional.	44
Figura 6. Gráfica donde representa el crecimiento de las tensiones inducidas frente al aumento del radio de la semiesfera para el conductor 1.....	45

Resumen

Título: Evaluación de las tensiones inducidas en una red de distribución aérea con cable de guarda debido a rayos en montañas con forma esférica. ¹

Autores: Juan Sebastian Leal Alvarado, Julian Andres Perez Tamara ²

Palabras Clave: Tensiones inducidas, FDTD, montañas esfericas

Descripción: Se plantea la implementación de un método numérico basado en diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) para modelar la interacción electromagnética entre el impacto indirecto de un rayo, el terreno semi-esferico y los conductores, considerando configuraciones con y sin cable de guarda. Mediante simulaciones computacionales, se evaluará la influencia de este elemento en la mitigación de sobretensiones inducidas y se establecerán criterios técnicos de diseño orientados a mejorar la confiabilidad y seguridad de las redes eléctricas en regiones con terrenos no planos.

El proyecto constituye una experiencia mayor de diseño en ingeniería eléctrica, al integrar fundamentos de teoría electromagnética, modelado computacional y análisis aplicado a un problema real del sistema eléctrico, contribuyendo a la prevención de fallas y al fortalecimiento de la infraestructura eléctrica en zonas montañosas.

¹ Trabajo de grado

² Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y Telecomunicaciones. Director: Edinson Fabián Adarme López. Codirector: Edison Andrés Soto Ríos.

Abstract

Title: Evaluation of Lightning-Induced Voltages in an Overhead Distribution Network with Shield Wire on Spherical-Shaped Mountains³

Author: Juan Sebastian Leal Alvarado, Julian Andres Perez Tamara ⁴

Keywords: Lightning-induced voltages, Finite-Difference Time-Domain (FDTD), shield wire, overhead distribution networks, spherical mountains, electromagnetic modeling.

Description: A numerical method based on the Finite-Difference Time-Domain (FDTD) technique is implemented to model the electromagnetic interaction between a lightning strike, hemispherical terrain, and overhead distribution conductors, considering configurations with and without a shield wire. Through computational simulations, the influence of the shield wire on the mitigation of lightning-induced overvoltages is evaluated, and technical design criteria are established to improve the reliability and safety of electrical distribution networks located in non-flat terrains.

This project represents a major electrical engineering design experience by integrating the principles of electromagnetic theory, computational modeling, and the analysis of a real-world power system problem. The proposed methodology contributes to the understanding of lightning-induced overvoltages and supports the development of more reliable electrical infrastructure in mountainous regions.

³ Undergraduate Research Thesis

⁴ School of Electrical, Electronic, and Telecommunications Engineering. Director: Edinson Fabián Adarme López. Co-director: Edison Andrés Soto Ríos.

Introducción

Desde tiempos remotos, los rayos han cautivado la atención de la humanidad, inspirando mitos y creencias que los asociaban con manifestaciones divinas. Con el desarrollo de la ciencia moderna, estos fenómenos han sido comprendidos como el resultado de complejos procesos eléctricos que ocurren en la atmósfera, asociados a la separación de cargas en nubes de tormenta y a la posterior descarga de grandes cantidades de energía en escalas temporales del orden de microsegundos a milisegundos (Uman (2012)). Cada descarga atmosférica se caracteriza por una corriente de retorno que puede alcanzar decenas de kiloamperios, generando intensos campos electromagnéticos que se propagan por el espacio y a lo largo de la superficie terrestre, alterando el equilibrio electromagnético del entorno y produciendo tensiones inducidas significativas en estructuras conductoras cercanas, tales como líneas aéreas de distribución eléctrica (Rakov and Uman (2006)).

Estas descargas atmosféricas representan una de las principales amenazas para la operación segura y confiable de los sistemas eléctricos de distribución. En regiones tropicales, esta problemática adquiere una relevancia aún mayor debido a la elevada densidad de rayos y a las condiciones climáticas que favorecen una alta frecuencia de tormentas eléctricas. En el caso de Colombia, el país se localiza en la zona de convergencia intertropical, donde se registran valores promedio de densidad de descargas que superan los 20 impactos por kilómetro cuadrado por año en diversas regiones (IDEAM (2022)). A esta elevada actividad eléctrica se suman terrenos como valles, colinas, un dominio de tres cordilleras y extensas zonas montañosas, que condiciona

la ubicación de gran parte de la infraestructura eléctrica sobre terrenos no planos, modificando sustancialmente la propagación de los campos electromagnéticos generados por los rayos (Poveda and others (2021)).

Cuando una descarga atmosférica ocurre en las cercanías de una red eléctrica, puede producir efectos directos, si el impacto se realiza sobre la línea o una de sus estructuras, o efectos por impactos indirectos, cuando los campos electromagnéticos radiados inducen sobretensiones en los conductores. Estos efectos indirectos son particularmente críticos en redes de distribución aérea, donde las separaciones entre fases, la altura de los postes y los niveles de aislamiento de los equipos hacen posible que las tensiones inducidas superen los valores admisibles, generando fallas, disparos intempestivos de protecciones y deterioro prematuro de los activos (Chowdhuri (1996)). En este contexto, se han implementado diversas estrategias de mitigación, entre ellas el uso de cables de guarda y técnicas de apantallamiento eléctrico, orientadas a reducir el acoplamiento electromagnético entre el rayo y los conductores de fase. No obstante, la efectividad de estas soluciones depende fuertemente de la geometría de la línea, de la conductividad del suelo y, de manera significativa, del terreno sobre el cual se instala la red (IEEE (2010)).

En zonas montañosas, la interacción entre el campo electromagnético del rayo y las redes aéreas adquiere una complejidad adicional. La presencia de pendientes, valles, crestas y elevaciones aisladas altera la propagación de las ondas electromagnéticas, dando lugar a fenómenos de reflexión, difracción, atenuación o amplificación local. Diversos estudios han demostrado que la topografía puede modificar no solo la amplitud de los campos eléctricos y magnéticos incidentes,

sino también su polaridad, dirección y distribución espacial, afectando directamente los niveles de tensión inducida en los conductores (Golde (1977)). Aunque el estándar IEEE Std 1410 (IEEE (2010)) proporciona un marco metodológico sólido y ampliamente aceptado para la evaluación de sobretensiones inducidas por rayos, este se basa fundamentalmente en modelos que asumen líneas horizontales sobre terrenos planos. No se pretende minimizar los aportes de dicho estándar, sino ampliar su alcance mediante la incorporación de terrenos no planos, con el fin de acercar los resultados a las condiciones reales de campo en zonas montañosas (Rusck (1958); Soto et al. (2012); Soto and Perez (2019)).

La propagación del campo electromagnético del rayo y su acoplamiento con líneas aéreas ha sido estudiada tradicionalmente mediante modelos analíticos clásicos, como el modelo de (Rusck (1958)) y el modelo de (Agrawal et al. (1980)), desarrollados bajo el supuesto de terreno plano y homogeneidad del medio. En este marco, los trabajos de **Price** y **Gurbaxani** mencionados en Agrawal et al. (1980), constituyen una referencia fundamental para la formulación del acoplamiento campolínea y el cálculo de tensiones inducidas. Sin embargo, estas aproximaciones incorporan simplificaciones del terreno que limitan su aplicabilidad directa a redes de distribución reales instaladas en terrenos no planos. Los métodos circuitales y las implementaciones en herramientas de simulación electromagnética transitoria, como EMTP o ATP, han permitido avances importantes, pero presentan restricciones para representar escenarios tridimensionales complejos y la influencia explícita del terreno (Rachidi et al. (2012)).

El desarrollo y la disponibilidad de mayores capacidades computacionales han impulsado

el uso de métodos numéricos de campo completo, entre los cuales destaca el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD), propuesto originalmente por Yee (1966). Este método permite resolver las ecuaciones de Maxwell en el dominio temporal y espacial, facilitando la modelación de geometrías arbitrarias, materiales heterogéneos y condiciones de frontera complejas. Gracias a estas características, el FDTD se ha consolidado como una herramienta poderosa para el estudio de la propagación de campos electromagnéticos asociados a descargas atmosféricas en terrenos irregulares (Gu et al. (2018))

Investigaciones recientes, como las realizadas por (Soto et al. (2012, 2014))(Hou et al. (2016)), (Gu et al. (2018).), y (Li et al. (2020)), han aplicado el método FDTD al análisis de la propagación del campo electromagnético del rayo en terrenos montañosos, demostrando que la presencia de elevaciones puede modificar de manera sustancial la distribución espacial de los campos radiados y, en consecuencia, los valores de tensión inducida sobre líneas aéreas. Estos trabajos evidencian que las montañas pueden ejercer un efecto de apantallamiento parcial o de amplificación local del campo electromagnético, dependiendo de su geometría, dimensiones y posición relativa respecto al canal del rayo.

Si bien estos estudios representan avances significativos, la mayoría se ha enfocado en líneas de transmisión o en configuraciones teóricas idealizadas. En el caso de las redes de distribución aérea, y particularmente aquellas que incorporan cables de guarda, aún existe una necesidad de profundizar en el análisis bajo condiciones topográficas realistas. En este sentido, trabajos como los de Paulino et al. (2010). proporcionan expresiones aproximadas para la estimación de tensiones

inducidas en líneas aéreas, constituyendo una base útil para extender dichos enfoques al análisis de configuraciones más complejas y a la evaluación específica del comportamiento del cable de guarda en terrenos no planos.

Adicionalmente, si bien existen modelos de simulación confiables formulados bajo supuestos de terreno plano, la evaluación de líneas de distribución aérea ubicadas en terrenos montañosos demanda la exploración de enfoques que representen con mayor fidelidad estas condiciones. En este contexto, los aportes de Soto and Perez (2019) resultan particularmente relevantes, ya que proponen formulaciones y modelos que consideran explícitamente la influencia del terreno en la propagación del campo electromagnético del rayo y en las tensiones inducidas sobre líneas aéreas, sirviendo como referencia clave para el desarrollo del presente trabajo.

En coherencia con lo anterior, el presente trabajo de grado tiene como objetivo implementar un modelo numérico basado en el método FDTD para analizar la propagación del campo electromagnético del rayo y evaluar las tensiones inducidas en redes de distribución aérea ubicadas en terrenos montañosos. Se considera de manera explícita un terreno con forma esférica, representativa de elevaciones aisladas o cúpulas montañosas, así como configuraciones con y sin cable de guarda.

1. Objetivos

A continuación, se muestra el objetivo general y los objetivos específicos.

1.1. Objetivo General

Implementar un método numérico basado en diferencias finitas en el dominio del tiempo para evaluar las tensiones inducidas en líneas de distribución aérea, con y sin cable de guarda, cuando una descarga atmosférica impacta en la cima de una montaña esférica perfectamente conductora.

1.2. Objetivos específicos

1. Analizar los fundamentos teóricos que describen la generación y propagación de los campos electromagnéticos inducidos por descargas atmosféricas, así como las limitaciones de los métodos tradicionales empleados para la estimación de tensiones inducidas en terrenos no planos.
2. Implementar un modelo numérico basado en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) que permita representar el acoplamiento electromagnético entre un impacto indirecto de rayo y una línea de distribución aérea con y sin cable de guarda.
3. Validar el método propuesto mediante la comparación de los resultados obtenidos con soluciones analíticas o referencias reportadas en la literatura especializada, verificando su preci-

sión y estabilidad numérica.

4. Evaluar las tensiones inducidas sobre redes de distribución aéreas con y sin cable de guarda en terrenos no planos.

2. Conceptos previos

Las descargas atmosféricas indirectas constituyen una de las principales fuentes de perturbaciones electromagnéticas en sistemas eléctricos de potencia, especialmente en redes de distribución aérea (Uman (2012); Rakov and Uman (2006)). Estas descargas generan corrientes impulsivas de alta amplitud, las cuales producen campos electromagnéticos transitorios capaces de acoplarse a conductores cercanos e inducir sobretensiones significativas (Rachidi and Nucci (1993); Rubinstein and Uman (1989)). Este fenómeno, conocido como inducción electromagnética debida al rayo, representa una causa importante de fallas, interrupciones del servicio y degradación del aislamiento en líneas de distribución (IEEE (2010)). El análisis de este fenómeno requiere una descripción integral que incluya el modelado de la descarga de retorno, el cálculo de los campos electromagnéticos generados, la influencia del entorno particularmente del terreno y el acoplamiento de dichos campos con las líneas eléctricas.

2.1. Modelado de la descarga de retorno

El proceso de una descarga atmosférica nube tierra comprende varias etapas físicas asociadas a la formación y evolución del canal ionizado. Inicialmente, ocurre una separación de cargas dentro de la nube, dando lugar a una distribución espacial de cargas eléctricas. Posteriormente, se desarrolla el líder escalonado, el cual progresa de forma descendente hacia el suelo mediante avances discretos, generando un canal ionizado ramificado. A medida que este líder se aproxima

al terreno, el campo eléctrico en la superficie aumenta, favoreciendo la formación de líderes ascendentes desde estructuras o desde el suelo. La conexión entre el líder descendente y uno de los líderes ascendentes da lugar al proceso de enlace, a partir del cual se inicia la descarga de retorno (Uman (2012); Rakov and Uman (2006)).

La descarga de retorno es la fase electromagnéticamente más relevante, debido a que es la etapa que contiene la mayor cantidad de energía del rayo (Wagner and McCann (1942)), ya que se caracteriza por corrientes impulsivas del orden de decenas de kiloamperios, que pueden superar los 100 kA, y por tasas de variación temporal del orden de decenas de kA/s (Rakov and Uman (2006); Rachidi and Nucci (1993)). Esta rápida variación de la corriente genera campos electromagnéticos que pueden descomponerse en componentes electrostática, inductiva y radiativa, cuya contribución depende de la distancia al canal del rayo (Rachidi and Nucci (1993); Rubinstein and Uman (1989)).

Desde el punto de vista del modelado, la descarga de retorno se representa como una onda de corriente que se propaga a lo largo del canal con velocidades del orden de 10^8 m/s (Rakov and Uman (2006)). Para describir la distribución de corriente a lo largo del canal, se emplean modelos ingenieriles como el modelo de línea de transmisión (TL) (Uman and McLain (1969)) y sus variantes modificadas, como el MTLL (Rakov and Dulzon (1987)) y el MTLE (Nucci et al. (1988)), que incorporan el decaimiento de la corriente con la altura. Entre estos, el modelo MTLE presenta una mejor concordancia con resultados experimentales y es ampliamente utilizado en estudios de inducción electromagnética (Rakov and Uman (2006); Nucci et al. (1990)).

En esta investigación se emplea el modelo de línea de transmisión (MTLE) para representar la propagación de la corriente de la descarga de retorno a lo largo del canal del rayo. La elección de este modelo se debe a que proporciona una representación adecuada del fenómeno electromagnético conservando una formulación matemática relativamente sencilla, lo que facilita su implementación computacional en simulaciones transitorias. Adicionalmente, el modelo MTLE permite calcular de manera eficiente los campos electromagnéticos generados por el rayo y ha sido ampliamente utilizado en estudios de tensiones inducidas sobre líneas aéreas, constituyendo una aproximación apropiada para el alcance de este trabajo.

2.2. Campos electromagnéticos en los diferentes terrenos

Una vez definida la corriente de la descarga de retorno, los campos electromagnéticos generados se obtienen mediante la solución de las ecuaciones de Maxwell. En el caso ideal de terreno plano y perfectamente conductor, el problema puede simplificarse mediante las ecuaciones de Uman et al. (1975). El cálculo de los campos electromagnéticos asociados se basa en las soluciones de las ecuaciones de Maxwell para una distribución de corriente vertical (Uman (2012)). En consecuencia, el campo eléctrico horizontal es el principal responsable del acoplamiento con líneas aéreas, ya que induce diferencias de potencial a lo largo de los conductores paralelos al suelo (Rubinstein and Uman (1989)). No obstante, esta aproximación resulta limitada al no considerar condiciones reales del terreno.

En presencia de irregularidades en el terreno, como pendientes o montañas, la propagación

de los campos electromagnéticos se ve afectada por la geometría del terreno, lo que puede generar variaciones significativas en su amplitud y distribución espacial (Soto and Perez (2019); Gu et al. (2018); Adarme Lopez et al. (2026)). En particular, se ha observado que estas condiciones pueden dar lugar a incrementos importantes en los niveles de campo, lo cual influye directamente en las tensiones inducidas sobre líneas aéreas (Soto and Perez (2019)).

El análisis de estos efectos requiere el uso de métodos numéricos capaces de resolver las ecuaciones de Maxwell en dominios espaciales complejos. El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD), propuesto por Yee (1966), permite discretizar el espacio y el tiempo para obtener soluciones numéricas del problema electromagnético (Taflove and Hagness (2005)). Este método ha sido ampliamente aplicado en el estudio de la propagación de campos de rayo en terrenos no planos, evidenciando la influencia significativa de la topografía en la distribución del campo electromagnético (Li et al. (2020)). Una consideración importante en la aplicación del método FDTD es que el dominio computacional posee dimensiones finitas, mientras que la propagación de los campos electromagnéticos ocurre en un medio abierto. Como consecuencia, las ondas que alcanzan los límites de la malla pueden reflejarse artificialmente hacia el interior del dominio, afectando la precisión de la simulación. Para reducir este efecto se emplean condiciones de frontera absorbentes (Absorbing Boundary Conditions, ABC), las cuales permiten truncar el dominio computacional simulando un espacio no acotado. Entre estas, las fronteras propuestas por Liao et al. (1984) fueron ampliamente utilizadas debido a que presentan una menor reflexión numérica y una menor sensibilidad al ángulo de incidencia de la onda en comparación con las

fronteras absorbentes de segundo orden de Mur (1981). Su formulación se basa en utilizar valores del campo electromagnético obtenidos en instantes previos y en posiciones ubicadas sobre una línea perpendicular a la frontera, permitiendo estimar la propagación de la onda hacia el exterior sin incorporar capas absorbentes adicionales. Estas características convierten a las fronteras de Liao en una alternativa eficiente para simulaciones FDTD, ya que reducen el tiempo de cómputo y mantienen una adecuada precisión en el cálculo de los campos electromagnéticos.

2.3. Modelado de la línea y acoplamiento campo-línea

El comportamiento de las líneas de distribución ante campos electromagnéticos externos se modela mediante la teoría de líneas de transmisión multiconductoras (MTL), la cual permite representar sistemas con múltiples conductores acoplados eléctricamente (Agrawal et al. (1980)). En este marco, el efecto del campo electromagnético generado por una descarga atmosférica se introduce como una fuente distribuida a lo largo de la línea, constituyendo el mecanismo fundamental de generación de tensiones inducidas.

Existen diferentes modelos de acoplamiento campo-línea, entre los cuales se destacan el modelo de Rusck (1958) y formulaciones más generales como las de Rachidi et al. (2012). Sin embargo, el modelo de Agrawal et al. (1980) es ampliamente utilizado debido a su consistencia con la formulación MTL, ya que incorpora directamente el campo eléctrico tangencial como término fuente en las ecuaciones de la línea. Esta formulación permite descomponer el campo eléctrico total en una componente incidente y una componente inducida, facilitando su integración con métodos

numéricos de cálculo de campos electromagnéticos.

El modelo de Agrawal resulta particularmente adecuado para enfoques híbridos campo-línea, debido a que permite utilizar directamente los campos calculados mediante métodos numéricos como el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD), facilitando la implementación computacional del problema (Rachidi et al. (2012)). A partir de este modelado es posible obtener las tensiones y corrientes inducidas en los conductores, las cuales dependen de factores como la geometría de la línea, la altura de los conductores y las características del campo electromagnético incidente (IEEE (2010); Rubinstein and Uman (1989)).

La combinación del cálculo de campos electromagnéticos mediante FDTD y el modelo de acoplamiento de Agrawal permite evaluar la respuesta de líneas de distribución en presencia de terrenos no planos, incorporando explícitamente la influencia de la topografía sobre el fenómeno de inducción electromagnética (Soto and Perez (2019)).

2.4. Tensiones inducidas

Las tensiones inducidas en líneas aéreas son el resultado del acoplamiento electromagnético entre los campos generados por la descarga atmosférica y los conductores. Su magnitud depende de la corriente de retorno y su derivada temporal, la distancia al canal del rayo, la altura de la línea y las condiciones del entorno (Rachidi and Nucci (1993); Rubinstein and Uman (1989)). Estas tensiones se originan a partir de la contribución de las componentes electrostáticas, inductivas y de radiación del campo electromagnético, cuya importancia relativa depende de la distancia al punto

de impacto (Rachidi and Nucci (1993)).

En condiciones de terreno plano, modelos analíticos como el de Rusck (1958) permiten estimar las tensiones inducidas bajo ciertas simplificaciones o como el modelo planteado por Nucci et al. (1993) el cual demuestra la importancia de las componentes verticales y horizontales del campo eléctrico. Sin embargo, estos modelos no consideran los efectos asociados a la variación del terreno, lo que limita su aplicabilidad en escenarios reales.

En presencia de terrenos no planos, la distribución espacial del campo electromagnético se ve modificada, lo cual puede generar incrementos significativos en las tensiones inducidas. Estudios recientes han demostrado que la topografía puede amplificar los niveles de sobretensión y aumentar la probabilidad de fallas en líneas de distribución (Soto and Perez (2019); Gu et al. (2018)). En particular, análisis realizados en líneas ubicadas sobre terrenos inclinados muestran que la tasa de flameo puede incrementarse en varios órdenes de magnitud cuando se considera la topografía, evidenciando la necesidad de incorporar estos efectos en el modelado (Soto et al. (2022)).

La estimación precisa de tensiones inducidas en redes de distribución requiere el uso de metodologías avanzadas que integren el cálculo electromagnético de campo completo con modelos de acoplamiento consistentes, permitiendo capturar adecuadamente la influencia del entorno sobre el fenómeno de inducción debido al rayo.

3. Metodología

3.1. Método de las diferencias finitas.

El método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (Finite-Difference Time-Domain, FDTD) constituye una de las técnicas numéricas más utilizadas para la solución de las ecuaciones de Maxwell en problemas electromagnéticos transitorios. Su principal ventaja radica en la posibilidad de modelar directamente la evolución temporal de los campos eléctricos y magnéticos en terrenos complejas y medios heterogéneos, permitiendo analizar fenómenos como propagación de ondas, radiación, dispersión e inducción electromagnética.

El método fue introducido al electromagnetismo inicialmente por Yee (1966) mediante una discretización espacial y temporal de las ecuaciones rotacionales de Maxwell utilizando una malla escalonada conocida como celda de Yee. Posteriormente, el método fue extendido y aplicado a múltiples problemas de electromagnetismo computacional debido a su estabilidad, simplicidad de implementación y capacidad para trabajar en el dominio del tiempo.

En este proyecto de grado, el método FDTD tridimensional se emplea para calcular los campos electromagnéticos generados por descargas atmosféricas en presencia de terreno plano y no plano. Estos campos son posteriormente utilizados en el modelo de acoplamiento campo-línea para evaluar las tensiones inducidas sobre líneas aéreas de distribución.

3.2. Método de las diferencias finitas 3D en electromagnetismo

El método FDTD se basa en la discretización de las ecuaciones rotacionales de Maxwell utilizando aproximaciones por diferencias finitas centradas.

Las ecuaciones de Maxwell que se usaron para este método, en forma diferencial son:

Ley de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (1)$$

Ley de Ampère-Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (2)$$

El método FDTD se fundamenta en la aproximación de las derivadas espaciales y temporales mediante diferencias finitas centrales. En este enfoque, las derivadas se reemplazan por expresiones algebraicas calculadas a partir de valores vecinos del campo electromagnético en la malla espacial y temporal. La utilización de diferencias centrales permite obtener una aproximación de segundo orden tanto en el espacio como en el tiempo, proporcionando una adecuada precisión numérica y estabilidad en la simulación de fenómenos electromagnéticos transitorios.

La aproximación general de una derivada temporal mediante diferencias finitas centrales se expresa como:

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f^{n+\frac{1}{2}} - f^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \quad (3)$$

mientras que la derivada espacial puede aproximarse mediante:

$$\frac{\partial f}{\partial x} \approx \frac{f(i + \frac{1}{2}) - f(i - \frac{1}{2})}{\Delta x} \quad (4)$$

La característica fundamental del método radica en la utilización de la celda de Yee (1966), una malla escalonada donde las componentes de los campos eléctrico y magnético se presentan desfasadas tanto espacial como temporalmente. Esta configuración permite calcular los campos de forma alternada e iterativa, actualizando inicialmente el campo eléctrico a partir de los valores previos del campo magnético, para posteriormente calcular el nuevo campo magnético empleando el campo eléctrico recién actualizado.

3.2.1. Implementación tridimensional

En la formulación tridimensional del método FDTD, las seis componentes del campo electromagnético, correspondientes a los campos eléctricos E_x , E_y , E_z y magnéticos H_x , H_y , H_z son calculadas de manera iterativa en cada celda del dominio computacional. La discretización espacial y temporal de las ecuaciones de Maxwell permite actualizar cada componente del campo utilizando los valores de las componentes vecinas en pasos temporales alternados, siguiendo la estructura de la celda de Yee.

La implementación tridimensional permite modelar la propagación electromagnética en geometrías complejas y medios no homogéneos, incorporando explícitamente variaciones topográficas, materiales con pérdidas y estructuras conductoras. Esto resulta especialmente importante

en el análisis de descargas atmosféricas, donde los campos electromagnéticos presentan una distribución espacial compleja y dependen significativamente de la geometría del terreno.

El proceso iterativo del algoritmo FDTD consiste en actualizar primero las componentes del campo eléctrico y posteriormente las componentes del campo magnético para cada paso temporal. De manera general, las ecuaciones discretizadas en tres dimensiones pueden expresarse (Sullivan (2013)):

Componente Ex

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = E_x^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon} \left(\frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z} \right) \quad (5)$$

Componente Ey

$$E_y^{n+1}(i, j, k) = E_y^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j, k)} \left[\frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k-1)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_z^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (6)$$

Componente Ez

$$E_z^{n+1}(i, j, k) = E_z^n(i, j, k) + \frac{\Delta t}{\epsilon(i, j, k)} \left[\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_y^{n+\frac{1}{2}}(i-1, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) - H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-1, k)}{\Delta y} \right] \quad (7)$$

Componente Hx

$$H_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_x^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \left[\frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} \right] \quad (8)$$

Componente Hy

$$H_y^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_y^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \left[\frac{E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta x} \right] \quad (9)$$

Componente Hz

$$H_z^{n+\frac{1}{2}}(i, j, k) = H_z^{n-\frac{1}{2}}(i, j, k) - \frac{\Delta t}{\mu(i, j, k)} \left[\frac{E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta y} \right] \quad (10)$$

El algoritmo general de simulación comprende la definición de la geometría del dominio, la asignación de propiedades electromagnéticas a cada celda, la incorporación de las fuentes de excitación y la aplicación de condiciones de frontera absorbentes. Posteriormente, las ecuaciones de actualización son resueltas iterativamente hasta completar el tiempo total de simulación, obteniendo así la evolución temporal y espacial de los campos electromagnéticos dentro del dominio computacional.

3.3. Inclusion del canal del rayo.

La simulación de los campos electromagnéticos generados por una descarga atmosférica mediante el método FDTD requiere representar tanto la propagación de la corriente a lo largo del

canal del rayo como la forma temporal de dicha corriente. Para ello, en esta investigación se emplea el modelo de línea de transmisión (Transmission Line, Uman and McLain (1969)) para describir la propagación de la descarga de retorno y la función de Heidler para representar la corriente en la base del canal (Heidler et al. (1999)).

3.3.1. Forma de onda de corriente.

Una vez definido el modelo de propagación, es necesario establecer la forma temporal de la corriente inyectada en la base del canal. Para ello se emplea la función de Heidler et al. (1999), una expresión analítica desarrollada para reproducir las principales características de las corrientes de rayo medidas experimentalmente, tales como el valor pico, el tiempo de frente, el tiempo de cola y la máxima pendiente de la corriente. Además, esta función presenta continuidad en su primera derivada, característica que la hace especialmente adecuada para estudios del pulso electromagnético del rayo.

La función de Heidler et al. (1999) se expresa como:

$$i(t) = \frac{I_0}{\eta} \frac{\left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n}{1 + \left(\frac{t}{\tau_1}\right)^n} e^{-t/\tau_2}, \quad (11)$$

donde:

I_0 : valor pico de la corriente.

τ_1 : constante de tiempo asociada al frente de onda.

τ_2 : constante de tiempo asociada a la cola de la corriente.

n : factor de pendiente o de empinamiento de la corriente.

η : factor de corrección que garantiza que el valor máximo de la función sea igual a I_0 .

3.3.2. Modelo de la descarga de retorno.

En esta investigación se emplea el modelo de línea de transmisión modificado con decaimiento exponencial (MTLE, *Modified Transmission Line with Exponential Decay*) para representar la propagación de la corriente de la descarga de retorno a lo largo del canal del rayo. A diferencia del modelo TL convencional, el modelo MTLE considera que la amplitud de la corriente disminuye exponencialmente con la altura, lo que permite representar de manera más realista la distribución de corriente observada experimentalmente Nucci et al. (1988); Rakov and Uman (2006). La distribución de corriente a lo largo del canal está dada por:

$$i(z, t) = e^{-z/\lambda} i\left(0, t - \frac{z}{v}\right), \quad (12)$$

donde:

$i(0, t)$: corriente en la base del canal.

z : altura medida desde el suelo.

v : velocidad de propagación de la descarga de retorno.

λ : constante de decaimiento de la corriente con la altura.

3.3.3. Implementacion dentro de la FDTD

Dentro del dominio computacional, el canal del rayo se representa mediante una columna vertical de celdas sobre la cual se aplica una fuente de corriente distribuida. En cada paso temporal, la corriente calculada mediante la función de Heidler es propagada a lo largo del canal utilizando el modelo MTLE, incorporando el retardo correspondiente a cada posición según la velocidad de propagación de la descarga.

Esta estrategia permite representar de forma consistente la evolución espacio-temporal de la corriente del rayo y calcular los campos eléctricos y magnéticos generados por la descarga atmosférica, los cuales constituyen la entrada del modelo de acoplamiento campo-línea empleado para la evaluación de tensiones inducidas sobre líneas aéreas de distribución.

3.4. Condicion de estabilidad.

La implementación del método FDTD requiere satisfacer una condición de estabilidad numérica que garantice la convergencia de la solución durante el proceso iterativo. Esta restricción, conocida como condición de Courant-Friedrichs-Lewy (CFL), establece el máximo incremento temporal permitido en función de la discretización espacial del dominio computacional. Su cumplimiento asegura que la velocidad de propagación numérica de la onda no supere la velocidad física de propagación del medio, evitando la aparición de soluciones divergentes e inestabilidades

durante la simulación (Sullivan (2013); Taflove and Hagness (2005)).

Para una discretización tridimensional, la condición CFL está dada por

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}} \quad (13)$$

donde c corresponde a la velocidad de propagación de la onda electromagnética en el medio y Δx , Δy y Δz representan el tamaño de las celdas en cada dirección espacial.

En el caso particular de una malla uniforme, es decir, cuando $\Delta x = \Delta y = \Delta z$, la condición anterior se simplifica a:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{\sqrt{3}c}. \quad (14)$$

Esta condición garantiza que la onda electromagnética no recorra una distancia superior a una celda espacial durante un paso temporal, asegurando la estabilidad y precisión del algoritmo FDTD empleado en este proyecto de grado.

3.5. Fronteras absorbentes.

En el método FDTD, el dominio computacional posee dimensiones finitas, mientras que los fenómenos electromagnéticos modelados corresponden a un espacio abierto. En consecuencia, las ondas que alcanzan los límites de la malla pueden reflejarse artificialmente hacia el interior del dominio, introduciendo errores numéricos que afectan la precisión de la simulación.

Para minimizar estas reflexiones se emplean condiciones de frontera absorbentes (Absorbing Boundary Conditions, ABC), cuyo propósito es permitir que las ondas electromagnéticas abandonen el dominio computacional simulando un medio no acotado. Entre las técnicas más utilizadas se encuentran las condiciones de Mur (1981), las capas perfectamente adaptadas "PML"(Sacks et al. (1995)) y las condiciones absorbentes propuestas por Liao et al. (1984).

En esta investigación se empleó una condición absorbente de segundo orden de Liao et al. (1984), debido a su simplicidad de implementación y a su bajo costo computacional. Este método se fundamenta en una extrapolación espacio-temporal de los valores del campo electromagnético calculados en posiciones interiores del dominio, permitiendo aproximar la propagación de la onda hacia el exterior sin necesidad de incorporar capas absorbentes adicionales.

La formulación de segundo orden utilizada está dada por:

$$\phi(x_0, y, t + \Delta t) = 2\phi(x_0 - \Delta s, y, t) - \phi(x_0 - 2\Delta s, y, t - \Delta t), \quad (15)$$

donde ϕ representa la componente del campo electromagnético evaluada sobre la frontera x_0 , corresponde a la posición del límite del dominio y Δs es el tamaño de la discretización espacial. Esta expresión utiliza información de dos posiciones interiores y un paso temporal previo para estimar el valor del campo en la frontera, reduciendo las reflexiones numéricas respecto a aproximaciones de primer orden. Con el fin de mejorar la estabilidad numérica durante simulaciones de larga duración, se emplea la formulación modificada propuesta por Yu et al., la cual introduce dos coeficientes de

estabilización:

$$\phi(x_0, y, t + \Delta t) = 2\alpha_1 \phi(x_0 - \Delta s, y, t) - \alpha_2 \phi(x_0 - 2\Delta s, y, t - \Delta t), \quad (16)$$

donde los coeficientes α_1 y α_2 toman valores cercanos a la unidad, recomendándose $\alpha_1 = 0.995$ y $\alpha_2 = 0.99$. Esta modificación mantiene la simplicidad del método original y evita la aparición de inestabilidades numéricas incluso después de decenas de miles de iteraciones del método FDTD.

Finalmente, la frontera absorbente se aplica sobre las seis caras del dominio tridimensional de simulación, permitiendo que los campos eléctricos y magnéticos generados por la descarga atmosférica abandonen el dominio computacional con una mínima reflexión y garantizando una representación adecuada de un espacio electromagnético abierto.

3.6. Modelo de acoplamiento campo-línea de agrawal

Una vez obtenidos los campos electromagnéticos mediante el método FDTD, la respuesta de la línea de distribución se determina utilizando el modelo de acoplamiento propuesto por Agrawal et al. (1980). Este modelo permite integrar directamente los campos eléctricos calculados en el dominio electromagnético con las ecuaciones de la teoría de líneas de transmisión multiconductoras (MTL), representando el efecto del rayo como una fuente distribuida a lo largo de la línea.

La formulación del modelo descompone la tensión total en una componente incidente y

una componente dispersada, siendo esta última la variable obtenida al resolver las ecuaciones de la línea. De esta manera, el campo eléctrico longitudinal calculado mediante FDTD actúa como término fuente en la ecuación de tensión, mientras que la corriente y la tensión dispersada evolucionan de acuerdo con las ecuaciones de propagación de la línea.

$$\frac{\partial V_s(z,t)}{\partial z} + L' \frac{\partial I(z,t)}{\partial t} = E_x(z,t), \quad (17)$$

$$\frac{\partial I(z,t)}{\partial z} + C' \frac{\partial V_s(z,t)}{\partial t} = 0, \quad (18)$$

donde V_s corresponde a la tensión dispersada, I representa la corriente sobre la línea, L' y C' son la inductancia y capacitancia por unidad de longitud, respectivamente, y E_x es la componente tangencial del campo eléctrico obtenida mediante el método FDTD.

Finalmente, la tensión total inducida sobre la línea se obtiene mediante la suma de la tensión dispersada y la contribución del campo eléctrico incidente a lo largo de la altura del conductor, expresada como:

$$V(z,t) = V_s(z,t) - \int_0^h E_z(z,\xi,t) d\xi, \quad (19)$$

donde E_z representa la componente vertical del campo eléctrico y h corresponde a la altura del conductor sobre el terreno. En esta investigación, las ecuaciones del modelo de Agrawal se resolvieron mediante un esquema de diferencias finitas empleando el mismo paso espacial y temporal utilizado en la simulación FDTD, garantizando la consistencia entre el cálculo de los campos electromagnéticos y la respuesta transitoria de la línea.

3.7. Implementación de la geometría semiesférica

Con el propósito de evaluar la influencia de los terrenos no planos sobre las tensiones inducidas en líneas de distribución, se incorporó una montaña con geometría semiesférica dentro del dominio de simulación del método FDTD. La superficie del terreno se definió a partir de la ecuación analítica de una esfera, considerando únicamente su hemisferio superior, de manera que la altura del terreno en cada punto del plano horizontal está dada por

$$z(x,y) = \sqrt{R^2 - (x - x_c)^2 - (y - y_c)^2}, \quad (20)$$

donde R es el radio de la semiesfera y (x_c, y_c) corresponde a las coordenadas de su centro en el plano horizontal.

Una vez definida la geometría, esta fue discretizada sobre la malla cartesiana del método FDTD mediante la aproximación *staircase*, en la cual las superficies curvas se representan mediante una sucesión de celdas rectangulares de la malla de Yee (1966). Esta aproximación constituye una técnica ampliamente utilizada en simulaciones FDTD debido a su simplicidad de implementación y a su compatibilidad con el esquema de discretización espacial del método (Taflove and Hagness (2005)).

En la implementación desarrollada, la discretización del terreno fue realizada mediante una rutina computacional que asigna la altura correspondiente a cada celda de la malla, generando

una representación escalonada de la superficie semiesférica. Posteriormente, dicha geometría se empleó para definir la distribución espacial de los parámetros electromagnéticos del terreno y la ubicación de la línea de distribución, permitiendo analizar la influencia de los terrenos no planos sobre la propagación del campo electromagnético y las tensiones inducidas.

4. Validación y evaluación de las tensiones inducidas

4.1. Escenario de validación

Con el propósito de verificar la correcta implementación del modelo desarrollado, se realizó una validación mediante la comparación de los resultados obtenidos con los reportados por Zhang et al. (2019), quienes analizaron las tensiones inducidas sobre una línea de distribución utilizando un modelo híbrido basado en el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) y el modelo de acoplamiento de Agrawal et al. (1980). Debido a que ambas metodologías resuelven el mismo fenómeno físico mediante las ecuaciones de Maxwell y el modelo de líneas de transmisión, este trabajo constituye una referencia adecuada para validar la implementación desarrollada.

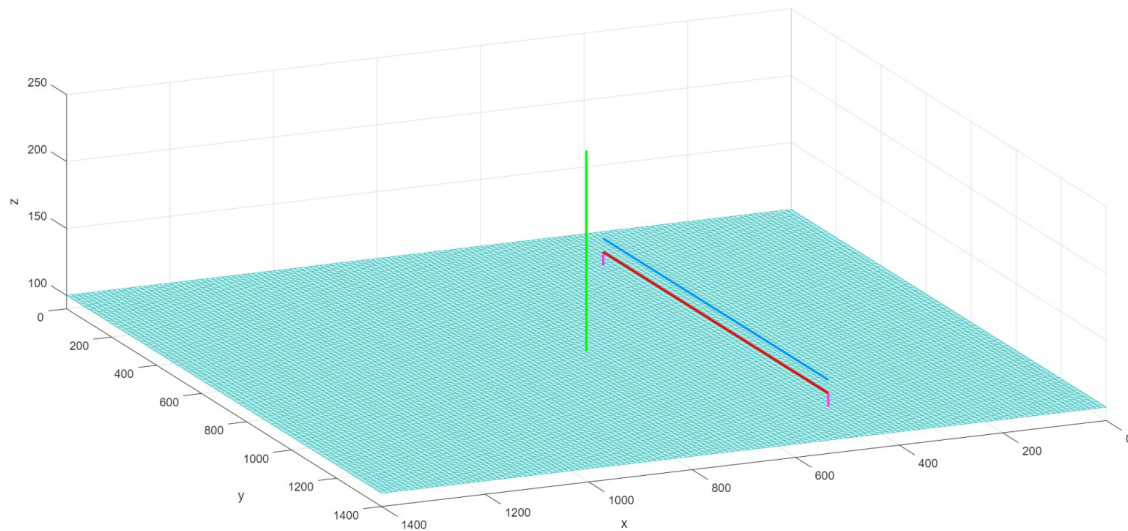
Para garantizar una comparación consistente, en este trabajo se empleó el mismo escenario de simulación reportado por Zhang et al. (2019). En particular, se conservaron las dimensiones del dominio computacional, la configuración de la línea de distribución, la posición del canal del rayo respecto a la línea, la altura de los conductores sobre el terreno, las propiedades electromagnéticas del suelo, el modelo de descarga de retorno MTLE (*Modified Transmission Line with Exponential Decay*) (Nucci et al. (1988)), la función de corriente de doble Heidler et al. (1999) y una velocidad de propagación de la corriente de retorno de 1.3×10^8 m/s. Las diferencias entre ambos modelos se encuentran únicamente en el tamaño de la celda espacial empleada en la discretización FDTD, ya que los autores utilizaron una malla uniforme de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 1$ m, mientras que en este trabajo

se empleó una resolución espacial de $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 5$ m con el propósito de reducir el costo computacional. Asimismo, la implementación desarrollada resuelve el problema mediante una formulación tridimensional en coordenadas cartesianas, mientras que Zhang et al. (2019) emplean una formulación bidimensional en coordenadas cilíndricas con simetría axial. Adicionalmente, en este trabajo se utilizaron fronteras absorbentes de segundo orden de Liao et al. (1984), mientras que el trabajo de referencia emplea una condición de frontera absorbente diferente, siendo Mur (1981) de primer orden. No obstante, estas diferencias no modifican la formulación física del problema ni el procedimiento de cálculo de las tensiones inducidas, permitiendo realizar una comparación directa de los resultados.

La Figura 1 presenta el escenario utilizado durante la validación, donde se muestra la disposición de la línea de distribución, la ubicación del canal del rayo y la distancia entre ambos elementos.

Figura 1

Escenario empleado para la validación del modelo numérico.



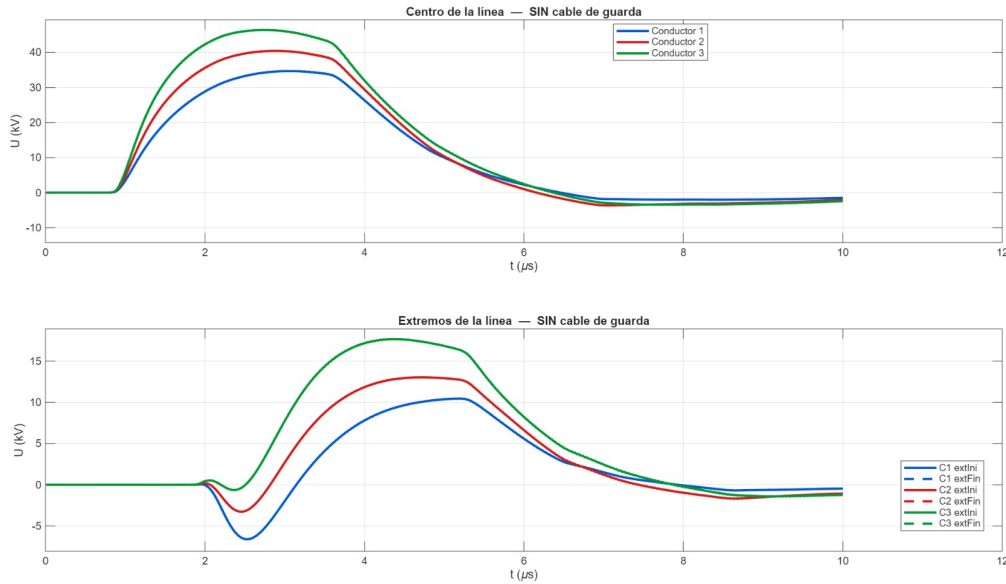
4.1.1. Validación del modelo

La validación del modelo se realizó mediante la comparación de las tensiones inducidas obtenidas en esta investigación con las reportadas por Zhang et al. (2019) del cálculo de las tensiones inducidas para terreno plano. Para ello se analizaron las formas de onda de tensión inducida en dos posiciones de la línea de distribución: el punto medio del conductor, donde se presenta la máxima sobretensión inducida, y el extremo final de la línea.

4.1.1.1. Validación para una distancia de 250 m. La Figura 2 presenta la comparación de las tensiones inducidas obtenidas en el punto medio de la línea para una distancia de 250 m entre el canal del rayo y la línea de distribución.

Figura 2

Comparación de las tensiones inducidas en el punto medio de la línea para una distancia de 250 m.



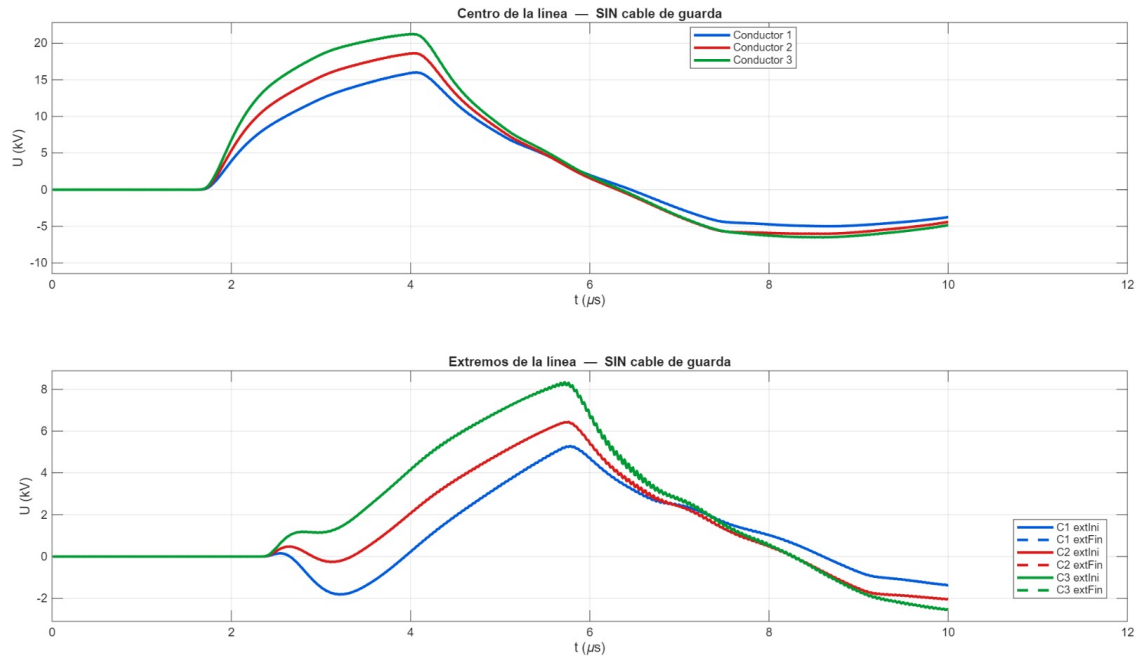
Se observa una alta concordancia entre ambas respuestas tanto en amplitud como en la forma de onda obtenida, Zhang et al. (2019) reportan una tensión máxima aproximada de 36.50 kV en su primer conductor en la zona central de la línea, mientras que el modelo desarrollado en este trabajo obtiene un valor máximo de 35.49 kV, lo que corresponde a un error relativo del 2.77%. Este resultado demuestra que la implementación reproduce adecuadamente el comportamiento electromagnético reportado en la literatura y valida el cálculo de las tensiones inducidas en el punto de mayor interés para este estudio.

4.1.1.2. Validación para una distancia de 500 m. Con el fin de verificar el comportamiento del modelo en otra posición de la línea, se compararon las tensiones inducidas obte-

nidas en el extremo final del conductor.

Figura 3

Comparación de las tensiones inducidas en la línea para una distancia de 500 m.



Como se observa en la Figura 3, Zhang et al. (2019) reporta una tensión máxima cercana a 17 kV en el punto medio de la línea con su primer conductor, mientras que el modelo implementado en este trabajo obtiene un valor máximo de 16.4 kV. Esta diferencia corresponde a un error relativo aproximado del 3.5 %, lo que evidencia una buena concordancia entre ambas respuestas, tanto en amplitud como en la forma de onda obtenida.

En el extremo de la línea con su primer conductor, Zhang et al. reportan una tensión máxima cercana a 7 kV, mientras que el modelo desarrollado obtiene un valor de 4.52 kV, correspondiente a un error relativo aproximado del 35 %. Aunque esta diferencia es mayor, la respuesta temporal

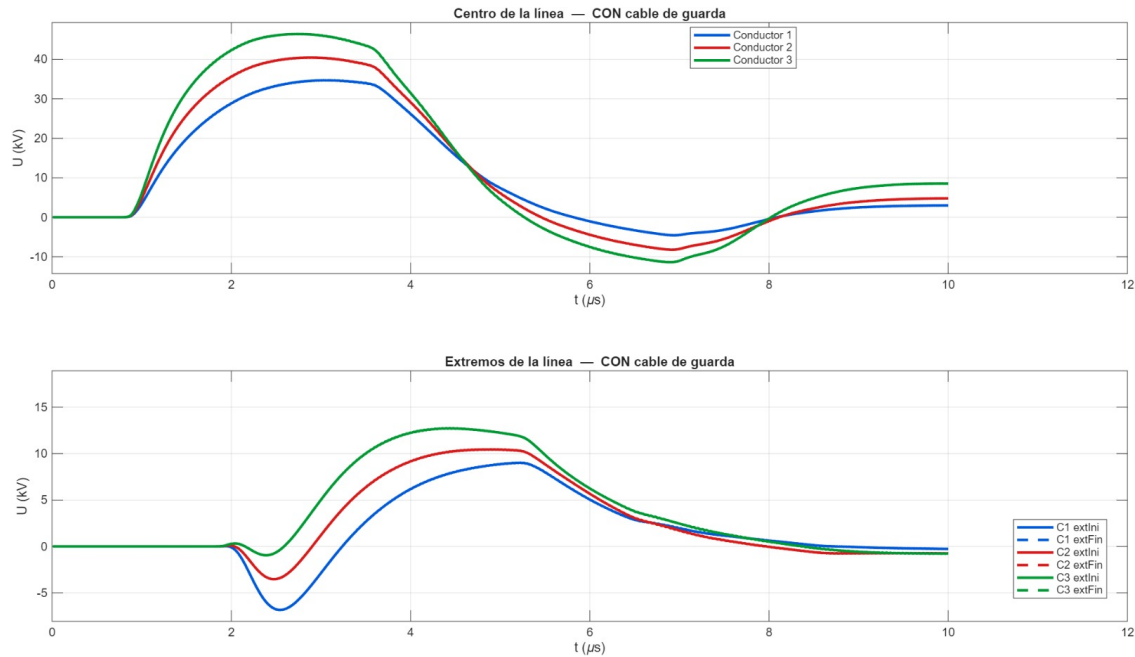
conserva la misma tendencia, la polaridad y el comportamiento general observado en el trabajo de referencia, esta diferencia se debe a que el reportado por el Zhang et al. (2019) se atribuye a la discretización espacial (5 m frente a 1 m), que limita la resolución del campo eléctrico horizontal, y a la formulación 3-D cartesiana en lugar de 2-D cilíndrica y a las fronteras utilizadas por nosotros.

Es importante resaltar que el objetivo principal de la validación es verificar la capacidad del modelo para reproducir las máximas tensiones inducidas, las cuales ocurren en la región central de la línea, es decir, en la zona más cercana al punto de impacto del rayo. Dado que en este punto se obtuvo un error inferior al 4%, se considera que el modelo implementado reproduce adecuadamente el fenómeno físico y proporciona una base confiable para la evaluación de los diferentes escenarios analizados en esta investigación.

4.1.1.3. Validación e influencia del cable de guarda. Como una validación importante del modelo implementado, se evaluó la influencia del cable de guarda conservando el escenario de la sección 4.1. El cable de guarda se representó como un conductor adicional ubicado por encima del conductor superior, aterrizado en ambas terminaciones mediante una conductancia de valor elevado que impone tensión dispersada nula en dichos puntos. Su incorporación amplía el sistema de Agrawal et al. (1980) de tres a cuatro conductores, modificando las matrices de inductancia y capacitancia por unidad de longitud.

Figura 4

Tensiones inducidas a 250m en presencia de cable de guarda.



La Figura 4 muestra las formas de onda con y sin cable de guarda resultan indistinguibles durante el frente y hasta el instante del pico, de modo que la máxima sobretensión no se modifica. Este comportamiento reproduce el reportado por Zhang et al. (2019), donde las curvas con y sin cable de guarda coinciden. Su origen es la naturaleza causal del apantallamiento: al encontrarse el cable de guarda aterrizado únicamente en las terminaciones, la perturbación asociada a la corriente drenada a tierra debe propagarse desde los extremos hacia el centro de la línea, requiriendo un tiempo de tránsito.

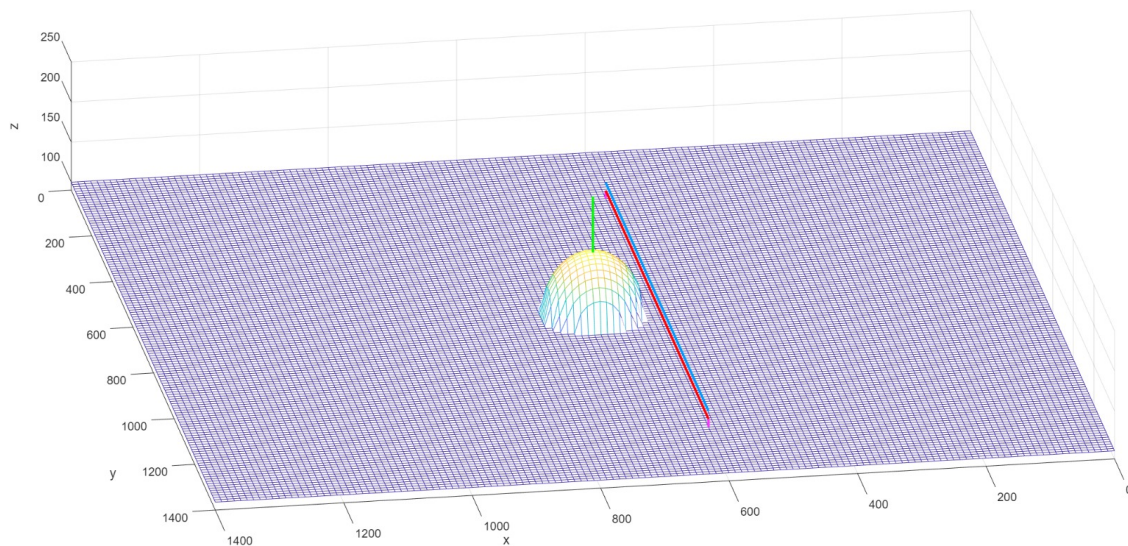
En el extremo de la línea, donde se ubica el punto aterrizado, el efecto es inmediato y se traduce en una reducción del pico positivo de 10.48 a 9.02 kV en el conductor 1, siendo un porcentaje

del 13.9 %. La reducción es progresivamente mayor en los conductores superiores, consistente con su mayor acoplamiento mutuo con el cable de guarda (Zhang et al. (2019)) reporta reducciones de 15.5 % para este mismo conductor. El factor de apantallamiento se reproduce con buena precisión, lo que indica que tanto el acoplamiento mutuo entre el cable de guarda y los conductores de fase como la condición de aterrizaje impuesta en las terminaciones están correctamente representados en la formulación implementada.

4.2. Evaluación de las tensiones inducidas en montañas semi-esféricas

Figura 5

Representación gráfica del escenario tridimensional.

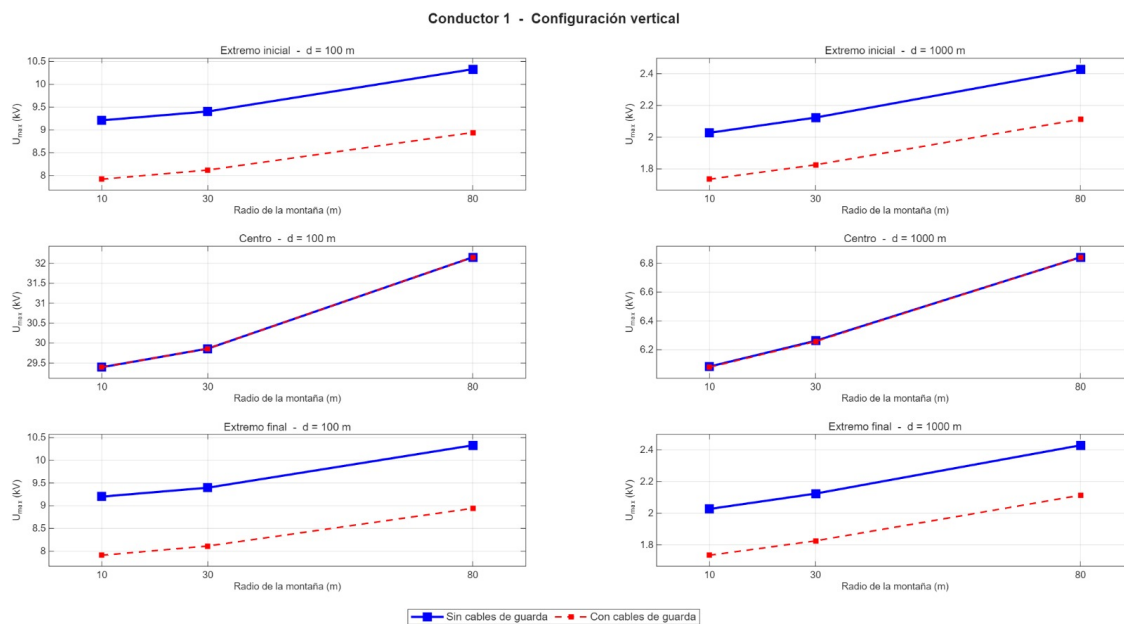


Antes de presentar los resultados obtenidos, la Figura 5 muestra el escenario tridimensional implementado para la evaluación de las tensiones inducidas. En este modelo se representa una línea de distribución aérea ubicada cerca a una montaña con geometría semiesférica, la cual fue

discretizada mediante la aproximación *staircase* sobre la malla FDTD. Asimismo, se observa la ubicación del canal de la descarga atmosférica con respecto a la línea y la geometría utilizada durante las simulaciones. Esta representación permite visualizar la configuración empleada para analizar la influencia de los terrenos no planos sobre los campos electromagnéticos generados por el rayo y, en consecuencia, sobre las tensiones inducidas en los conductores.

Figura 6

Gráfica donde representa el crecimiento de las tensiones inducidas frente al aumento del radio de la semiesfera para el conductor 1.



Para cuantificar el efecto del terreno no plano sobre las tensiones inducidas se introdujo en el terreno plano la montaña semi-esférica antes mencionada ubicada en el punto de impacto de la descarga del rayo, variando su radio en 10, 30 y 80 metros, y evaluando dos distancias entre el canal del rayo y la línea de distribución: 100 metros y 1000 metros. En una semi-esfera el radio

coincide con la altura de la cima, por lo que este parámetro eleva simultáneamente el punto de impacto del rayo y la masa de terreno que perturba la propagación del campo electromagnético. Los resultados obtenidos en la figura 6 para el conductor 1 muestran que la semi-esfera amplifica de forma sistemática la tensión inducida. Para una distancia de 100 metros, al pasar de un radio de 10 metros a uno de 80 metros, la tensión máxima en el centro de la línea aumenta de 29,40 kV a 32,15 kV siendo un incremento del 9,4 %, y en los extremos de 9,21 kV a 10,33 kV siendo un incremento del 12,2 %. Este comportamiento se explica porque la elevación del punto de impacto incrementa la componente horizontal del campo eléctrico a la altura de los conductores, que constituye el término fuente del modelo de acoplamiento de Agrawal et al. (1980). El efecto relativo es aún mayor a 1000 metros, donde los mismos radios producen incrementos de 12,5 % en el centro y 19,8 % en los extremos.

La incorporación del cable de guarda reduce la tensión inducida únicamente en los extremos de la línea. En el conductor 1 la reducción es del orden de 13,5 % a 14,0 % para una distancia de 100 metros (de 9,21 kV a 7,92 kV con un radio de 10 metros) y de 13,0 % a 14,4 % para 1000 metros, permaneciendo prácticamente constante frente al radio de la montaña: la eficacia del blindaje no depende del terreno no plano. En el centro de la línea, por el contrario, la reducción es nula (29,40 kV con y sin cable de guarda, para los tres radios evaluados). En el punto medio el cable adquiere prácticamente el mismo potencial inducido que los conductores de fase y, en consecuencia, no ejerce apantallamiento alguno.

De los resultados obtenidos se desprenden dos conclusiones de diseño. En primer lugar, el

punto de mayor tensión inducida se localiza de manera consistente en la zona central de la línea, donde se registran valores entre 3,1 y 3,2 veces superiores a los obtenidos en los extremos cuando no se emplea cable de guarda. Esta relación se incrementa hasta aproximadamente 3,6 a 3,7 veces cuando se incorpora dicho conductor, debido a que su efecto se manifiesta principalmente en la reducción de las tensiones inducidas en los extremos de la línea, mientras que en el punto medio su influencia es prácticamente nula.

En segundo lugar, la distancia entre el canal del rayo y la línea continúa siendo el parámetro con mayor influencia sobre la magnitud de las tensiones inducidas. Al aumentar esta distancia de 100 m a 1000 m, la tensión máxima en el centro de la línea disminuye aproximadamente 4,8 veces, pasando de 29,40 kV a 6,08 kV, una variación considerablemente mayor que el incremento del 9 % al 20 % asociado al aumento del radio de la montaña semiesférica. Estos resultados indican que, aunque la presencia de la montaña incrementa las tensiones inducidas con respecto al terreno plano, su efecto es menor que el producido por la distancia al punto de impacto del rayo, la cual continúa siendo el factor predominante en la evaluación del fenómeno.

5. Conclusiones

En este trabajo se implementó un modelo numérico para la evaluación de las tensiones inducidas por descargas atmosféricas indirectas sobre líneas de distribución aéreas ubicadas en terrenos no planos, utilizando el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) para el cálculo de los campos electromagnéticos y el modelo de acoplamiento campo-línea de Agrawal para determinar las tensiones inducidas en los conductores.

La implementación del modelo fue validada mediante la comparación con los resultados reportados por Zhang et al. (2019). Para el punto de máxima tensión inducida, ubicado en la región central de la línea, se obtuvo un error relativo del 2.77 %, lo que demuestra que el modelo reproduce adecuadamente el comportamiento electromagnético descrito en la literatura y constituye una herramienta confiable para el análisis de sobretensiones inducidas en líneas de distribución.

Los resultados obtenidos evidenciaron que la presencia de una montaña con geometría semiesférica incrementa las tensiones inducidas conforme aumenta el radio de la montaña. Este comportamiento se debe al incremento de la altura del terreno, lo cual modifica la distribución espacial de los campos electromagnéticos generados por la descarga atmosférica y produce un aumento de la amplitud del campo incidente sobre la línea de distribución.

Asimismo, se observó que la distancia entre el canal del rayo y la línea de distribución continúa siendo el parámetro con mayor influencia sobre la magnitud de las tensiones inducidas.

Aunque el incremento del radio de la montaña produce aumentos de hasta aproximadamente un 20 % en las sobretensiones, la variación de la distancia entre el punto de impacto del rayo y la línea genera cambios considerablemente mayores, confirmando que la proximidad de la descarga constituye el factor dominante en el fenómeno de inducción electromagnética.

La evaluación del cable de guarda mostró que su presencia reduce las tensiones inducidas respecto al caso sin protección. Sin embargo, dicha reducción permanece prácticamente constante para todos los radios de montaña analizados, lo que indica que la eficacia relativa del cable de guarda no presenta una dependencia significativa con el terreno dentro del rango de condiciones consideradas en este trabajo.

Adicionalmente, se verificó que el mayor nivel de tensión inducida continúa presentándose en la región central de la línea, tanto en terreno plano como en terreno montañoso. En este punto, la influencia del cable de guarda aterrizado únicamente en los extremos resulta limitada, mientras que en los extremos de la línea sí se observa una reducción apreciable de la sobretensión inducida.

Finalmente, el modelo implementado constituye una herramienta computacional que permite analizar el efecto del terreno sobre las tensiones inducidas en líneas de distribución, proporcionando una metodología que podrá emplearse en futuros estudios relacionados con diferentes terrenos no planos, configuraciones de líneas y estrategias de protección frente a descargas atmosféricas.

6. Recomendaciones y trabajos futuros

El modelo desarrollado constituye una herramienta adecuada para el análisis de tensiones inducidas por descargas atmosféricas en líneas de distribución ubicadas sobre terrenos no planos. No obstante, existen diferentes aspectos que pueden ser abordados en investigaciones futuras con el propósito de ampliar el alcance y las aplicaciones del modelo implementado.

En primer lugar, se recomienda extender el análisis a terrenos no planos más complejos, tales como montañas con una geometría irregular, cadenas montañosas o perfiles obtenidos a partir de modelos digitales de elevación (DEM). Esto permitiría evaluar el comportamiento de las tensiones inducidas en escenarios más cercanos a las condiciones reales presentes en los sistemas de distribución.

Asimismo, sería de interés analizar la influencia de diferentes configuraciones del cable de guarda, considerando variaciones en su altura, posición, número de conductores y esquemas de puesta a tierra. De esta manera sería posible establecer criterios de diseño que permitan optimizar la reducción de las tensiones inducidas en distintos escenarios topográficos.

También resulta conveniente realizar estudios sobre diferentes propiedades electromagnéticas del terreno, considerando variaciones en la conductividad y permitividad del suelo, así como terrenos estratificados, con el propósito de analizar su influencia sobre la propagación de los campos electromagnéticos y las tensiones inducidas.

Finalmente, se recomienda validar el modelo implementado mediante comparaciones con mediciones experimentales o con resultados obtenidos utilizando otros métodos numéricos, como el Método de los Elementos Finitos (FEM) o el Método de los Momentos (MoM). Este tipo de comparaciones permitiría ampliar la validación del modelo y establecer con mayor precisión su rango de aplicabilidad en estudios de compatibilidad electromagnética asociados a descargas atmosféricas.

Referencias Bibliográficas

- Adarme Lopez, E. F., Soto Rios, E. A., and Aguilera Bermudez, E. (2026). Analytical Calculation of the Magnetic Field from Continuing Current over Non-Flat Terrain. *Simposio Internacional sobre la Calidad de la Energía Eléctrica - SICEL*, 12(1).
- Agrawal, A. K., Price, H. J., and Gurbaxani, S. H. (1980). Transient Response of Multiconductor Transmission Lines Excited by a Nonuniform Electromagnetic Field. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-22(2):119–129.
- Chowdhuri, P. (1996). *Electromagnetic Transients in Power Systems*. Electromagnetic Transients in Power Systems. Research Studies Press, Limited.
- Golde, R. (1977). *Lightning*. Number v. 1 in Lightning (Academic Press). Academic Press.
- Gu, H., Zhang, Z., and Zhang, D. (2018). Lightning-induced voltages on overhead lines considering non-flat terrain by FDTD. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 12(15):3621–3629.
- Heidler, F., Cvetic, J., and Stanic, B. (1999). Calculation of lightning current parameters. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 14(2):399–404.
- Hou, Y., He, J., and Hu, W. (2016). Influence of mountainous terrain on lightning electromag-

- netic pulse propagation based on the FDTD method. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 58(3):872–880.
- IDEAM (2022). Atlas de descargas eléctricas en Colombia. Place: Bogotá.
- IEEE, . (2010). IEEE Guide for Improving the Lightning Performance of Electric Power Overhead Distribution Lines. *IEEE Std 1410-2010 (Revision of IEEE Std 1410-2004)*, pages 1–73.
- Li, J., Rachidi, F., and Rubinstein, M. (2020). Three-dimensional FDTD analysis of lightning electromagnetic fields over irregular terrains. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 62(6):2504–2512.
- Liao, Z. P., Wong, H. L., Yang, B.-P., and Yuan, Y.-F. (1984). A transmitting boundary for transient wave analysis. *Science Sinica, Series A*, 27(10):1063–1076.
- Mur, G. (1981). Absorbing Boundary Conditions for the Finite-Difference Approximation of the Time-Domain Electromagnetic-Field Equations. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, EMC-23(4):377–382.
- Nucci, C., Rachidi, F., Ianoz, M., and Mazzetti, C. (1993). Lightning-induced voltages on overhead lines. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 35(1):75–86.
- Nucci, C. A., Mazzetti, C., Rachidi, F., and Ianoz, M. (1988). On lightning return stroke models for LEMP calculations. In *Proceedings of the 19th International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, pages 463–469, Graz, Austria.

- Nucci, C. A., Mazzetti, C., Rachidi, F., and Ianoz, M. (1990). Lightning return stroke models. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 32(3):214–224.
- Paulino, J. O. S., Barbosa, C. F., Lopes, I. J. S., and Boaventura, W. d. C. (2010). An Approximate Formula for the Peak Value of Lightning-Induced Voltages in Overhead Lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 25(2):843–851.
- Poveda, R. and others (2021). Climatología de la precipitación en Colombia: influencia de los Andes y de la zona de convergencia intertropical. *Revista Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales*, 45(177):423–440.
- Rachidi, F. and Nucci, C. A. (1993). Lightning electromagnetic fields and induced voltages. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 35(2):181–192.
- Rachidi, F., Rubinstein, M., and Nucci, C. A. (2012). On the interaction of lightning electromagnetic fields with overhead lines. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 54(6):1232–1244.
- Rakov, V. A. and Dulzon, A. A. (1987). Calculated electromagnetic fields of lightning return stroke. *Tekhnicheskaya Elektrodinamika*, 1:87–89.
- Rakov, V. A. and Uman, M. A. (2006). *LIGHTNING : PHYSICS AND EFFECTS* /. Cambridge University Press, New York, impr. digital corr. edition. Publication Title: LIGHTNING : PHYSICS AND EFFECTS /.

- Rubinstein, M. and Uman, M. (1989). Methods for calculating the electromagnetic fields from a known source distribution: application to lightning. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 31(2):183–189.
- Rusck, S. (1958). Induced-lightning overvoltages on power transmission lines with special reference to the overvoltage protection of low voltage networks.
- Sacks, Z. S., Deville, D. M., Lee, R., and Lee, J. F. (1995). A Perfectly Matched Anisotropic Absorber for Use as an Absorbing Boundary Condition. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 43(12):1460–1463.
- Soto, E., Ardila, S., and Del Rio, D. (2022). Flashover rate of an overhead line located on a steeped terrain. In *Proceedings of the International Conference on Lightning Protection*, Cape Town, South Africa.
- Soto, E. and Perez, E. (2019). Lightning-induced voltages on overhead lines over irregular terrains. *Electric Power Systems Research*, 176:105941.
- Soto, E., Perez, E., and Herrera, J. (2014). Electromagnetic Field Due to Lightning Striking on Top of a Cone-Shaped Mountain Using the FDTD. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 56(5):1112–1120.
- Soto, E., Younes, C., and Perez, E. (2012). Influence of non flat terrain on lightning induced voltages in distribution networks. In *2012 International Conference on Lightning Protection (ICLP)*, pages 1–5.

- Sullivan, D. M. (2013). *Electromagnetic simulation using the FDTD method*. IEEE Press series on RF and microwave technology. IEEE Press, Wiley-Interscience, New York Hoboken, NJ.
- Taflove, A. and Hagness, S. C. (2005). *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Artech House, Norwood, MA, USA, 3rd edition.
- Uman, M. A. (2012). *The Lightning Discharge*. Courier Corporation. Google-Books-ID: DgHCA-gAAQBAJ.
- Uman, M. A. and McLain, D. K. (1969). Magnetic field of the lightning return stroke. *Journal of Geophysical Research*, 74:6899–6910.
- Uman, M. A., McLain, D. K., and Krider, E. P. (1975). The electromagnetic radiation from a finite antenna. *American Journal of Physics*, 43(1):33–38. _eprint: https://pubs.aip.org/aapt/ajp/article-pdf/43/1/33/12091660/33_1_online.pdf.
- Wagner, C. F. and McCann, G. D. (1942). Induced voltages on Transmission Lines. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, 61(12):916–930.
- Yee, K. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 14(3):302–307.
- Zhang, J., Zhang, Q., Hou, W., Zhang, L., Zhou, F., Ma, Y., and Ma, Y. (2019). Evaluation of the Lightning-Induced Voltages of Multiconductor Lines for Striking Cone-Shaped Mountain. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 61(5):1534–1542.